

3 1761 04401 3811

UNIVERSITY
OF
TORONTO
LIBRARY



MICROFORMED BY
PRESERVATION
SERVICE

MAY 29 1987
DATE

LGr
E86H

EUCLIDIS,
O P E R A O M N I A.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

EUCLIDIS ELEMENTA.

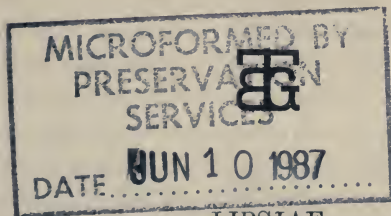
EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

VOL. II.

LIBROS V—IX CONTINENS.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

49155-
26/11/00

2011.11.18

12:15 12:30 12:45 13:00



1. 200

1. 200

1. 200

PRAEFATIO.

In iis Elementorum libris, qui hoc continentur volumine, emendandis pro fundamento habui codices PBFV, de quibus uideatur brevis, quam dedi uol. I p. VIII—IX, notitia; codicem Bodleianum B in libris VIII—IX¹⁾ contulit H. Menge. Parisino 2466 (p) in solo libro VII uti potui, neque magni est momenti. sed cum omnium Theoninorum optimus codex Laurentianus F inde a VII, 12 p. 216, 20 ad IX, 15 p. 378, 6 deficeret — nam eam codicis partem, quam littera φ significauit, prorsus inutilem esse, adparet, de qua re in prolegomenis uoluminis IV uberius agam —, et cum cod. Bononiensis b (u. uol. I p. IX) a Florentino in hac quidem parte non longe distaret, eum a VII, 13 ad IX, 15 hoc anno Bononiae contuli et hoc loco scripturae discrepantiam notabo. ad supplendum adparatum criticum in libris VIII—IX etiam cod. Parisin. Gr. 2344 (q) membran. saec. XII contuli, qui ut Hauniam transmitteretur, intercedente praefecto bibliothecae regiae Hauniensis a liberalitate bibliothecarii Parisiensis Leopoldi Delisle facile

1) In his duobus libris ab VIII, 17 de ν littera, quam $\epsilon\varphi\epsilon\lambda\kappa\nu\sigma\tau\iota\kappa\acute{o}\nu$ uocant, uel omissa uel addita in B nihil in collatione adnotatum erat.

impetraui. huius codicis scripturas inde a p. 372, 15 suis locis in adparatum recepi, reliquas ab initio libri VIII hic dabo.

- p. 216, 24: ὥσι b.
 p. 218, 9: τὰ αὐτὰ] om. b.
 18: ἐν] καὶ ἐν b.
 27: ἐστίν] om. b.
 p. 220, 1: τὸν Z] Z b.
 11: ἦ] uidetur eras. b.
 26: ἔσται] ἔστιν b.
 p. 222, 2: ἡγούμενοι] γούμενοι b.
 7: ἦ] corr. ex ὁ m. 1 b.
 14: A] corr. ex Δ m. 1 b.
 p. 224, 1: τῶν] τόν b.
 24: πολλαπλασιάσασι b.
 p. 226, 5: καί] om. b.
 6: πεποίηκε b.
 17: ἀριθμοί] ἄρα ἀριθμοί b.
 25: πεποίηκε b.
 p. 228, 2: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.
 6: πεποίηκε b.
 21: sequitur p. 428, 23—430, 17 b (κ').
 p. 430, 11: ἐστίν] om. b.
 13: ὑπό] ἐκ b.¹⁾
 16: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 p. 230, 16: ΘZ] supra scr. m. 1 b.
 ἴσοι εἰσίν] punctis del. m. 2 b.
 ἀριθμοί] ἴσοι b.
 ἀλλήλοις] ἀλλήλοις εἰσίν b.
 p. 232, 2: ἐστίν] om. b.
 4: EZ] EZ ἄρα b.
 7: sequitur p. 430, 19—432, 8 b. (κβ').
 p. 432, 7: ἐστὶ] om. b.
 8: κγ' b (κ' edit. = κα' cod.).

1) Recipiendum est.

- p. 232, 9: ἀλλήλους] πολλούς b.
 11: ἀλλήλους] πολλούς b.
 14: μή] μή εἰσιν οἱ A, B ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐ-
 τὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς b.
 18: μετροῦσι] syll. με- in ras. m. 1 b.
 20: τὸν ἡ-] in ras. m. 1 b.
- p. 234, 8: τοῖς] τῶι b.
 11: καὶ b et sic deinceps.
 17: εἰσι] εἰσιν οἱ A, B b.
 18: αὐτούς] τοὺς A, B b.
 21: ἔστωσαν] litt. στ corr. ex η m. 1 b.
- p. 236, 1: πεποίηκε b.
 12: ὧσιν] εἰσιν comp. b.
- p. 238, 3: ὧσι b.
 12: ante τις est — in b. post A, E uacat linea in b.
 13: δὴ] δέ b.
 22: A, E προῶτοι, οἱ δέ] om. b, in extrema pag.
 26: τόν] πρὸς τόν b.
- p. 240, 1: τόν] πρὸς τόν b.
 2: post E est — in b.
 B, Γ] Γ, B b.
 24: ὧσι b.
- p. 242, 4: τόν] τό b.
 8: δὴ] δέ b.
 E, Δ] Δ, E b.¹⁾
 16: ὧσι b.
- p. 244, 3: E] in ras. m. 1 b.
 22: ὧσι b.
- p. 246, 9: ΓΑ] ΑΓ b.
- p. 248, 1: μή] supra scr. m. rec. b.
 14: μετροῦ] μετροῖ b.
- p. 250, 1: ὁ B] τὸ B b.
 6: ἡγούμενον] corr. ex ἡγούμενος m. 1 b.
 9: sequitur p. 432, 10—20 b.
 p. 432, 10: ἄλλως τὸ λβ' τὸ ἐξῆς b.

- p. 432, 13: ἔστω] ἔστω ὁ b.
 19: B] corr. ex Γ m. 1 b.
 20: ἔστι] comp. b.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] comp. b.
- p. 250, 10: λγ' b et sic deinceps.
 17: γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν] δῆλον ἂν εἴη τὸ
 ζητούμενον b; item lin. 21.
 24: εἰ] τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν A μετρήσει. εἰ b.
- p. 252, 1: ἐτέρου] τοῦ ἐτέρου b.
 13: ἐπιταχθέν] ζητούμενον b, mg. m. 1: γρ. τὸ
 ἐπάγγελμα.
 19: τοὺς αὐτοὺς λόγους b; item lin. 22—23.
- p. 256, 21: μετροῦσι b.
 25: ὁ] καὶ ὁ b.
- p. 258, 8: post ἐπόμενος reliqua pars lineae quasi orna-
 mentis quibusdam expleta est in b.
 9: τοὺς] τόν b.
 13: τοῦ Γ] τοῦ Γ, ὅταν οἱ A, B προῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους ὦσιν b.
 20: μετροῦσι b.
 24: ἔστωσαν] ἔσονται b.
 26: H] e corr. m. 1 b.
- p. 260, 4: ἄρα] ἄρα ὥς b.¹⁾
 16: μετρῶσιν] μετρήσωσι b.
 25: μετρήσουσι b.
- p. 262, 11: δῆ] δέ b.
 13: μετροῦσι b.
 14: μετρήσουσι b.
 16: μετροῦσι b; item lin. 17.
 23: μετροῦσιν] μετρήσουσι b.
 24: Γ] in ras. m. 1 b.
- p. 264, 3: μετροῦσι b; item lin. 4, 7, 8.
 13: τὸν Z — 14: μετρούμενος] om. b.
- p. 266, 10: τὸ αὐτό — 11: ἀριθμοῦ] om. b.
- p. 268, 9: ὑπό] ὁ ὑπό b.

1) P. 260, 14 errore typographico legitur ἔπει pro ἔδει.

- p. 268, 11: ὁ *H* ἄρα] ἐπεὶ ὁ *H* ὑπὸ τῶν *Δ*, *E*, *Z* με-
 τρεῖται, ὁ *H* b.
 14: μὴ] μὴ ὁ *H* ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ *A*, *B*, *Γ*
 μέρη b.
 17: μέρεσι b.
 19: τῶν] om. b.

VIII.

- p. 270, 13: τῶν — 14: πλήθει] om. bq.
 18: μείζων — 19: ὁ τε] om. bq.
 p. 272, 12: τέσσαρες] *Δ* b.
 20: ἔστιν] ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολ-
 λαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *Δ* πεποίηκεν· ἔστιν bq.
 20: ἄρα] om. b.
 21: μέν] om. bq.
 p. 274, 2: ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* bq.
 3: ὁ *Δ*] οὕτως ὁ *Δ* bq.
 4: πολλασιάσας b.
 8: ὁ *Z*] οὕτως ὁ *Z* bq.
 10: ὁ *H*] οὕτως ὁ *H* bq.
 11: ὁ *A*] οὕτως ὁ *A* bq.
 15: ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καὶ bq.
 23: εἰσί q.
 οἱ *A*, *B* — 24: εἰσίν] supra scr. m. 1 q (εἰσί).
 26: δὲ τῶν] δὲ τὸν bq.
 p. 276, 3: τοῖς] corr. ex αὐτοῖς m. 1 q.
 9: τέσσαρες] δ q.
 11: εἰάν] supra scr. m. 1 b.
 p. 278, 1: καὶ ἐπεὶ — 3: ἐαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄλλοι αὐ-
 τῶν οἱ *A*, *Ξ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
 ἐπεὶ γὰρ οἱ *E*, *Z* πρῶτοι, ἑκάτερος δὲ αὐ-
 τῶν ἐαυτόν bq.
 6: καί] om. bq.
 καὶ οἱ — 7: εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ *A*, *Ξ* bq.
 p. 278, 14: εἰσίν] ἐπεὶ bq.
 ἀλλήλους] ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν *A*
 τῷ *A*, ὁ δὲ *Ξ* τῷ *Δ* bq.

- p. 278, 18: ἀνάλογον] om. b.
 22: Z] in ras. m. 1 b.
 23: ἀνάλογον] om. bq.
- p. 280, 1: καί] om. bq.
 6: Θ] e corr. m. 1 b.
 10: Θ, H] H, Θ b.
 ἀνάλογον] om. bq.
 11: καὶ ἐν] καὶ ἐν τε bq.
 13: Θ, H] H, Θ bq.
 14: ἀνάλογον] om. b.
 15: ἐν τῷ] ἔτι bq.
 16: λόγοις] λόγοις, ἔσονται τινες τῶν H, Θ, K, A
 ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τε τοῖς τοῦ A πρὸς
 τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν A καὶ ἔτι τοῦ
 E πρὸς τὸν Z λόγοις q.
 17: οὕτως] om. bq.
 20: ἐλάσσων] ἐλάττων b.
 ἐλάσσονα] ἐλάττονα bq.
 21: τε] om. bq.
- p. 282, 1: B, Γ] Γ, B bq.
 2: μετροῦσι bq.
 τῶν] τόν q.
 4: ὁ H] (prius) supra scr. m. 1 b.
 6: Θ, H] H, Θ bq.
 8: τὸν Z] Z q.
 9: ὑπό] ὁ ὑπό bq.
 12: Θ, H] H, Θ bq.
 14: ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ bq.
 20: ἰσάκεις] ὁσάκεις q.
 22: ἀνάλογον] om. bq.
 ἐν] ἐν τε b.
 τε] om. b.
 23: ἔτι] om. bq.
 24: ἐν] εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ N, E, M, O ἐξῆς
 ἐλάχιστοι bq.
- p. 284, 1: εἰ γὰρ μὴ] om. bq.
 2: ἀνάλογον] om. bq.

- p. 284, 5: οὕτως] bis q.
 7: τε] om. bq.
 10: μετροῦσι bq.; item lin. 15.
 20: ἀνάλογον] om. bq.
 21: τόν] om. bq.
 22: τόν] (bis) om. bq.
 23: ἄρα] om. b.
 ἀνάλογον] om. bq.
- p. 286, 10: Γ, E, Δ] in ras. m. 1 b.
 15: καί] om. bq.¹⁾
 16: πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε q.
 17: Δ] e corr. m. rec. b.
 18: Δ] e corr. m. rec. b.
 ὥς δέ — τὸν Θ] om. b.
- p. 288, 7: μετρή] μετρεῖ q.
 13: μετροῦσιν] μετρήσουσι bq.
 14: εἰ — 15: τὸν Γ] λέγω γάρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ Δ
 τὸν Γ bq.
 15: καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ bq
- p. 288, 17: τοῖς Δ] in ras. m. 1 b.
- p. 290, 1: ἡ] εἰ q.
 γάρ] γὰρ Z q.
 6: μετρήσει] μετρεῖ bq.
 9: μετρή] μετρεῖ q.
 14: οὐ] μή q.
 οὐδέ] οὐδ' q.
 15: μετρήσει] μετρήσει· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπό-
 κείται γὰρ ὁ Δ τὸν Δ μετρεῖν q.
 16: ὁ] τό q.
 20: μεταξύ — ἀνάλογον] om. bq.
- p. 292, 8: Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ bq.
 10: εἰςί q.
 11: εἰςί q.
 14: καὶ — 15: τὸν Ζ] om. q.

1) Itaque quoniam bq p. 286, 13 sq. cum P consentiunt, nomen Theonis in adnotatione ad locum illum tollendum est.

- p. 292, 18: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς bq.
 22: καί] καὶ ὁ q.
- p. 294, 1: εἰσί q.
 καὶ οἱ — 2: εἰσίν] om. b.
 3: ἄρα] om. b.
 10: ὥσι bq.
 14: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.
 19: μεταξύ] supra scr. m. 1 b.
 20: ἐμπεπτώκασιν] ἐμπίπτουσιν b.
 21: τῆς] τῆς E bq.
- p. 296, 1: πεποίηκε bq; item lin. 2, 3, 4.
 6: Z, H] H, Z bq; item lin. 7.
- p. 296, 10: τῶν] om. b.
 ἐστὶν ὁ] ἐστὶ καὶ ὁ bq.
 12: ἄρα τόν] ἄρα τό q.
 μετρεῖ] om. b.
- p. 298, 2: ἴσος — 3: A] ὁ δὲ M τῷ A ἐστὶν ἴσος bq.
 6: H] K, ut uidetur, q.
 8: τοσοῦτοι] οὕτως b.
 12: εἴ] om. q.
 ἐκατέρου] om. bq; γρ. ἐκατέρου mg. m. rec. b.
 15: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.
 21: οἷ τε] corr. ex ὅτε q.¹⁾
- p. 300, 8: ἄρα] om. b.
 10: πεποίηκε bq.
 11: E] e corr. m. rec. b.
 13: δέ] om. q.
 15: E] corr. ex Θ m. rec. b.
 16: πεποίηκε bq; deinde add. b mg. m. rec.: τὸν
 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκε.
 μέν] om. b.
 17: πεποίηκε bq; item lin. 18, 19.
 19: μέν] om. bq.
 23: καὶ ὥς — 24: τὸν H] supra scr. m. 1 q.
 25: τῶν] τόν q.

1) P. 298, 21 in adnot. addatur: τε] om. BVφ.

- p. 300, 27: ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τόν] in ras. m. 1 q.
- p. 302, 2: τῶν] τόν q.
 3: K] in ras. q.
 A] in ras. q.
 10: B] e corr. m. 1 b.
 12: καὶ ὡς — 13: τὸν A] om. bq.
- p. 304, 1: Γ γάρ] γὰρ Γ bq.
 4: πεποίηκε bq.
 8: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ
 πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ
 ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκε, δύο
 δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἓνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν
 (om. b) Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς E, B
 πεποίηκασιν· ἔστιν ἄρα bq.
 9: B] B. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ
 A πρὸς τὸν E bq.
 10: ἄρα] om. q.
 11: ἀριθμός] ἀριθμὸς ὁ E bq.
- p. 306, 2: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μέν bq.
 4: τῶν] corr. ex τόν m. 1 q.
 6: καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πε-
 ποίηκεν] om. bq.
 7: μέν] om. bq.¹⁾
 πεποίηκε bq; item lin. 8.
 10: πεποίηκε q; item lin. 11.
 27: Δ] Δ, οὕτως τε (om. q) ὁ K πρὸς τὸν B·
 ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ bq.
 ὅ τε] τε ὁ bq.
- p. 310, 4: τόν] om. q.
 8: τῶ] om. q.
 10: μέν ὁ] ὁ μέν bq.
 14: τετράγωνος πρὸς τετράγωνον] τετράγωνος ἀριθ-
 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν bq.
 22: εἰσιν] comp. ἐστιν corr. ex comp. εἰσιν b.

1) P. 306, 6 in adnot. scribatur: „6. καὶ ὁ — πεποίηκεν] P; om. Theon (BVφ). 7. μέν] om. BVφ.“

- p. 310, 23: B] e corr. m. 1 b.
- p. 312, 1: εἰσιν] εἰσι bq.
- 4: πάλιν — μετρεῖτω] ἀλλὰ δὴ μετρεῖτω ὁ I τὸν Δ bq.
- 7: B] in ras. m. 1 b.
- 10: A, E] in ras. m. 1 b.
- 15: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
- 18: καὶ ἑάν — 20: μετρήσει] om. b.
- 25: ὁ δὲ Δ — 26: τὸν Δ] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτόν bq.
- 26: Z] H bq.
- p. 314, 5: εἰσι q.
- 10: δῆ] om. bq.
- 11: οἱ] καὶ οἱ bq.
- 12: πρὸς τόν] πρὸς bq.¹⁾
- 13: ὥς] supra scr. m. 1 b.
- 22: ἀριθμοί] om. bq.
- 24: μετρεῖ] μετρήσει b.
- 25: εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει] mg. m. rec. b; εἰ γὰρ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, μετρήσει q.
- 26: οὐδέ] οὐδ' bq.
- p. 316, 3: γάρ] γὰρ μή b, sed μή eras. καὶ] e corr. m. rec. b.
- 5: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
- 21: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
- p. 318, 1: ὅμοιοι] om. q.
- 13: πολυπλασιάσας b, sed syll. λυ in ras. m. 1; item lin. 15, 17, 18.²⁾
- 14: πεποίηκε bq; item lin. 17, 23.
- 17: A] corr. ex H m. rec. q.
- 22: πολυπλασιάσας b; item lin. 23.
- 28: εἰσι q.
- p. 320, 4: ἐξῆς] ἐξ ἀρχῆς q.

1) Ergo τόν cum P omittendum.

2) Itaque fortasse haec forma uocabuli in hac prop. cum P seruanda est.

- p. 320, 8: ὁ Γ] sic bq.¹⁾
 9: ἥ] καί b.
 16: οἱ] ἀριθμοὶ οἱ bq.
 17: Ε] Ε ἀριθμοί q.
 18: στερεοί] στερεοὶ ἀριθμοί b.
 19: μὲν ὁ] sic bq.²⁾
 24: καί] ἥ bq.
 25: γάρ] δὴ q.
 τὸν Δ] sic bq.³⁾
- p. 322, 1: εἰσί q.
 6: καί] ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, ὁ Μ
 πρὸς τὸν Δ, καί q.
 7: πεποίηκε bq; item lin. 23, 25.
 10: Μ, Δ] Δ, Μ bq.
 14: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ
 Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ,
 ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν bq.
 16: Μ, Δ] Δ, Μ bq.
 εἰσιν] om. b.
 19: Ν] corr. ex Η m. rec. b.
 21: Γ, Δ, Ε] Δ, Ε q.
 24: Δ] corr. ex Δ m. rec. b.
 τόν] τὸν ἐκ τῶν Ζ, Η τόν bq.
 27: Ν] corr. ex Η m. rec. b.
 28: τόν] om. bq.
 τόν] om. b.
 Ν] corr. ex Η m. rec. b.
 30: Η] e corr. m. rec. b.
 καὶ ὡς] ὡς bq.
- p. 324, 1: Ζ] in ras. m. 1 b.
 5: Ν] corr. ex Η m. rec. b.
 6: Η] Η καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Θ q.
 9: Ν] corr. ex Η m. rec. b.

1) In adn. p. 320, 8 delendum „corr. ed. Basil.“.

2) In adn. p. 320, 19 deleatur „ὁ μὲν Vφ“; habent μὲν ὁ.

3) In adn. p. 320, 25 addatur: „25. τὸν Δ] τὸν μὲν Δ Β Vφ.“

- p. 324, 11: τόν] bis b.
 12: Ξ] E q. B] Θ q.
 13: καί] καὶ ὥς b.
 26: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.
 28: ἄρα] om. bq.
- p. 326, 7: οἱ] om. bq.
 10: ἀριθμὸς ὁ Γ] ὁ Γ ἀριθμὸς bq.
 13: A, Γ] A, B, Γ mutat. in A, Γ, B m. rec. b;
 A, Γ, B q.
 E] seq. ἔστιν ἄρα ὥς ὁ A πρὸς τὸν E, ὁ A
 πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ,
 οὕτως ὁ Γ (corr. ex A b) πρὸς τὸν B.
 καὶ ὥς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν E, ὁ Γ πρὸς
 τὸν B q et mg. m. rec. b.
 ἰσάκεις] mut. in ὁσάκεις m. rec. b.
 ἄρα] mutat. in δέ m. rec. b.
- 14: καὶ ὁ E — 15: μετρεῖ] om. b.
 δῆ] δέ q.¹⁾
- 16: πεποίηκε q. Seq. τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας
 τὸν Γ πεποίηκεν q et mg. m. rec. b.
- 17: ἔστι q. οἱ] αἱ q.
 19: Γ, B] B, Γ bq.
- p. 328, 3: ὁ Z — τὸν A] ἐκάτερος τῶν Z, H τὸν E
 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Γ, B bq.
 5: A] Z bq. τὸν E] H bq.
 6: A — ὁ] om. bq.
 τόν] om. bq.
 πάλιν — 9: τὸν B] om. bq.
 9: τόν] om. bq.
 10: τόν] (prius) om. bq.
 11: τόν] om. b.
 καί — 12: τὸν H] om. bq.
 13: ἀριθμοὶ εἰσιν] εἰσιν ἀριθμοὶ bq.²⁾
 17: ὅμοιοι] om. b.

1) In adn. p. 326, 14 addatur: „14. δῆ] corr. ex δέ B“,
 in adn. ad p. 326, 20 deleatur „et B (corr. m. 1)“.

2) Ergo hic ordo uerborum cum P praeferendus erat.

- p. 328, 23: Δ] Δ, B bq. H] H, Θ b, sed corr.
 25: εἰσί q.
 26: ὁ Z — ἀριθμοί] om. bq.
- p. 330, 2: τοῦ πρό] om. bq.
 4: τόν] om. bq.
 5: τόν] om. bq.
 καί] supra ser. m. rec. b.
 6: τοῖς] τοι b.
 καί — 7: Α, Γ, Δ] om. bq.
 12: ὅ τε] ὅτι ὁ q.
 17: Ν] corr. ex H m. rec. b.
 18: πεποίηκε bq.
 20: Ν] corr. ex H m. rec. bq.
 22: δῆ] δέ bq.
 Ε] H bq.¹⁾
- p. 332, 1: Γ] Β bq.¹⁾
 5: πεποίηκε q.
 6: ἐστίν] om. b. εἰσιν] om. bq.
 7: εἰσι q.
 8: τόν] corr. ex τό m. rec. b.
 12: τὸν Μ] Μ q.
 15: Ξ] post ras. 1 litt. b.
 16: ὅμοιοι] οἱ q, om. b.
 19: τρίτος] γ̄ b.
 22: λέγω] λέγω δῆ b.
 24: Γ] e corr. m. rec. b.
 25: εἰσι q.
 26: -τράγωνος δὲ ὁ Α τε-] mg. m. rec. b.
 Γ] Β bq.
- p. 334, 7: ἐστίν] ἔσται bq.
 12: καδ'] om. q.
 14: ὄν] corr. ex ᾗ m. rec. b.
 15: τετράγωνος ᾗ] ᾗ τετράγωνος bq.
 17: post Β ins. λόγον m. rec. b.
 λόγον] om. bq.

1) In adn. p. 330, 22 addatur: „ὁ Ε τὸν Γ] ὁ Η τὸν Β Theon (BVφ)“.

- p. 334, 19: ἔστω] ἔσται q.
 22: εἶσι q.
 23: Γ] in ras. m. 1 b.
 τόν] om. bq.
 24: τόν] om. bq.
 p. 336, 8: Δ] e corr. m. rec. b.
 δῆ] δέ b; om. q.¹⁾
 10: γὰρ οἱ] γὰρ ὁ b.
 ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι bq.
 11: εἶσι q.
 12: μεταξύ] in hoc uocabulo desinit q fol. 165^u;
 λείπ. φύλλα ἡ mg.; rursus incipit p. 372, 15,
 u. u. adn. (ἐνταῦθα λείπουσι φύλλα ἡ mg.
 fol. 166^r).
 p. 338, 5: τετράγωνοι] τεταραγμένοι b.
 22: Ε] e corr. m. rec. b.
 25: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.

IX.

- p. 340, 9: Α] e corr. m. rec. b.
 10: πεποίηκε b.
 14: δέ] om. b.
 17: τῶν] corr. ex τόν m. rec. b.
 19: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 p. 342, 4: ἀριθμοί] om. b.
 5: ἔτισσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ
 Α, Β πρὸς (mutat. in πολλαπλασιάσαντες
 m. rec.) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιεί-
 τωσαν b.
 11: ἔστιν ἄρα] om. b.
 12: τόν] bis om. b.
 14: ἐμπίπτει] ἐμπίπτει ἀριθμός b.
 17: ἐάν — ἐμπίπτῃ] om. b; ὃν δὲ ἀριθμῶν εἰς
 μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει mg. m. rec.
 18: οἱ ἄρα] ἄρα οἱ b.

1) Itaque δῆ cum P delendum, ut suspicatus eram.

- p. 344, 1: πεποίηκε b.
 6: πρὸς τόν] πρὸς b.
 12: τὸν A] A b.
 13: τοῦ A] om. b; post ἀριθμοῦ ins. m. rec.
 19: τόν] om. b.
 22: ἐμπίπτωδιν] ἐμπιπτέτωσαν b.
 23: δεύτερος] τέταρτος b.
 24: ἐστίν] om. b.
- p. 346, 4: ὅτι] om. b.
 6: γὰρ A] A γάρ b.
 11: οἱ A, B] ante ras. 2 litt. b.
- p. 348, 4: A] corr. ex A m. 1 b.
 κύβος ἄρα ἐστὶ] ἔστιν ἄρα b.
 10: A] πρῶτος b.
 11: πεποίηκε b.
 13: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μὲν b.
 14: ὁ A — 22: τὸν B] τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας
 τὸν Γ πεποίηκεν b.
 23: καὶ ὥς] ὥς b.
- p. 350, 1: ὁ A] οὕτως ὁ A b, A e corr. m. rec.
 3: ἐστὶ κύβος] ἐστὶ ὁ κύβος b, sed ὁ deletum.
 11: ὑπό] corr. ex ὑπέρ m. rec. b.
 14: ἐπεὶ — 15: μονάδας] om. b.
 15: πεποίηκε b.
 17: ὁ ἐκ] ἐκ b.
 24: ἔσται] ἐστὶ b.
 ὁ] πάντες, ὁ b.
- p. 352, 1: πάντες] om. b.
 2: post διαλείποντες add. πάντες b.
 4: ὅτι] om. b.
 6: πάντες] om. b.
 8: ἅμα] ἄρα b.
 Ante τετράγωνος eras. ὁ b.
 9: πάντες] ἅπαντες b.
 10: Post ἡ ras. 1 litt. b.
 12: μονάς] ἡ μονάς b.
 ἀριθμόν] om. b.

- p. 352, 14: τῷ *A*] αὐτῷ b.
 15: πεποίηκε b.
 17: καὶ ὁ *A* ἄρα] ἄρα καὶ ὁ *A* b.
 20: πάντες] om. b.
 τέταρτος] *A* b.
 23: *A*] *A* ἀριθμόν b.
 οὕτως — 24: ἀριθμόν] mg. m. rec. b.
- p. 354, 3: πεποίηκε b; item lin. 4.
 7: ὁ] m. rec. b.
 8: μονάδος] μονάδος ὁ *Z* b.¹⁾
 12: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 ἐξῆς — 13: ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἐξῆς b.
 17: μονάδος] τῆς μονάδος b.
- p. 356, 10: τέταρτος] *A* b.
 15: *B*] *B* μετρεῖ b.
 21: εἰσι b.
- p. 358, 8: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 ὁσοιδηποτοῦν] ὅποσοιδηποτοῦν b.
 22: ὁμοίως — 23: ἐστι] om. b.
 25: δὴ] om. b.
 ἔστω ὁ *A*] corr. ex ἔστωσαν m. rec. b.
 οὐδ'] οὐδέ b.
- p. 360, 5: τόν] bis om. b.
 16: τετάρτον] *A* b.
 19: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 20: ἐλάσσων b.
 23: μονάδος] τῆς μονάδος b.
 25: ἐλάχιστος] ἐλάσσων b.
- p. 362, 8: πόρισμα — 11: αὐτοῦ] om. b.
 17: ὁποσοιδηποτοῦν] ὁσοιδηποτοῦν b.
 22: μὴ γάρ] μὴ γὰρ μετρεῖτω ὁ *E* τὸν *A* b.
- p. 364, 1: *E*] corr. ex *A* m. 1 b.
 3: μετρεῖτω] μετρεῖτω δέ b.
 4: πεποίηκε b.

1) In adnotatione p. 354, 8 addatur: „μονάδος] μονάδος ὁ *Z* Theon (BVφ)“.

- p. 364, 29: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς b.
- p. 366, 2: ἡγούμενον] τὸν ἡγούμενον b.
 5: ὑπό] ἀριθμοὶ ὑπό b.
 7: οὐ] ὁm. b.
 14: ἐξῆς] om. b.
- p. 368, 5: παῖς] ἄπας b.
 6: ὁ E — 7: μετρεῖται] om. b.
 22: ὁ Z οὐκ ἔστι] οὐκ ἔστιν ὁ Z b.
 23: εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος b.
- p. 370, 2: ἄπας — 3: μετρεῖται] om. b.
 3: ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρῶτον] ὑπὸ πρῶτου ἄρα b.
 21: ἀνάλογον] ἄλογον b.
- p. 372, 1: ὑπό] ἐκ τῶν b.
 6: Δ] e corr. m. rec. b.
 7: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
 20: πεποίηκε b.
 22: πολυπλασιάσαντες b.
 23: τόν] corr. ex αἰτόν b.
 25: μετρήσουσι b.
- p. 374, 2: μετροῦσιν] μετρήσουσιν b.
 14: ὅποιοιοῦν] ὅποιοῦν b.¹⁾
 20: πεποίηκε b; item lin. 21, 22.
 22: εἰσι b. 24: ὥσι b.
- p. 376, 2: ἐστι b.
 3: εἰάν δέ — 5: ὥστε] καί b.
 5: ZΔ] ΔZ b, sed Z e corr. m. 1.
 6: ΔE] ΔE ἄρα b.
 ὥστε — 7: ἐστίν] om. b.
 8: γάρ] δέ b. ἐκ] ἀπό b.
 10: ἐστίν] ἐστίν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν ZΔ, ΔE καὶ
 πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν b.
 13: ἐστίν] ἐστι b.
 17: εἰσι b.
 19: καί] ὥστε καί b. ἐκ] ὑπό b.
 21: ἐκ] sic b.²⁾

1) In adn. p. 374, 13 scribatur „ἐχοντων λόγον V“.

2) Ergo in adn. p. 376, 21 nomen Theonis deleatur.

p. 376, 22: *οί*] mutat. in *ό* b.

23: *ὑπό*] *ἐκ* b. *ὑπὸ τῶν*] *ὑπό* b.
πρῶτοί εἰσι] *πρῶτός ἐστιν* b.

24: *οί*] *ι* eras. b.

p. 378, 1: *πρῶτοί εἰσιν*] *πρῶτός ἐστιν* b.

2: *ἔτι*] om. b; *καὶ ἔτι* supra ser. m. rec.
οί] *ι* eras. b.

3: *πρῶτοί εἰσιν*] *πρῶτός ἐστιν* b.

Praeter errores supra suis locis in adnotationibus correctos, qui in collationibus codicum enotandis irrepserunt, unum deprehendi; nam p. 392 in adnotatione addendum est: „10. *τῶν*] *ἄρα τῶν* BFVq.“

Quoniam collatio codicis Bodleiani in libro decimo, quam alius conficiendam suscepit, nondum finita est, quartum Elementorum uolumen libros stereometricos continens ante tertium prodibit et id ipsum fortasse paullo tardius, quia hoc quoque anno, Ministerio cultui scholisque praesidenti rursus liberalissime adiuuante, interuenit iter Italicum trium mensium, in quo codices scholiorum et operum minorum maxime Uaticanos perscrutatus sum. quem laborem ut tam breui tempore ad finem perducere possem, effecerunt summi uiri Mons. Ciccolini et P. Bollig S. J., bibliothecarii Uaticani, quorum humanitatem beneuolentiamque grato ac libenti animo agnosco.

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

ε'.

Ὅροι.

α'. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μερέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μείζον.

β'. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μείζον τοῦ ἐλάττονος, 5 ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

γ'. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

δ'. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μερέθη λέγεται, ἂ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἄλλήλων ὑπερέχειν.

10 ε'. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μερέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκεις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκεις πολλαπλασίων καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου 15 ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ἢ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

ς'. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μερέθη ἀνάλογον καλεῖσθω.

Def. 1. Hero def. 120, 1. Barlaam logist. I def. 1. 2. Hero def. 121. Barlaam I def. 2. 3. Hero def. 127. Psellus p. 8. 4. Hero def. 123, 1. 5. Hero def. 124. 6. Hero def. 124.

1. ὅροι] om. PBFp. numeros om. codd. omnes. 2. ἐλαττον Hero. 4. ἐλάσσονος V, ut lin. 5. 7. ποια] P, Hero; πρὸς ἄλληλά ποια Theon (BFV p), Campanus. Post σχέσις add. ἀναλογία δὲ ἢ τῶν λόγων ταυτότης Bp, Campanus; mg. m. 2 P V; mg. bis m. 1 et m. 2 F; om. Hero. 8. ἔχειν]

Liber V.

Definitiones.

1. Pars est minor magnitudo maioris, si maiorem metitur.

2. Multiplex autem maior est minoris, si minor eam metitur.

3. Ratio est duarum eiusdem generis magnitudinum secundum quantitatem quaelibet habitudo.

4. Rationem inter se habere magnitudines dicuntur, quae multiplicatae altera alteram superare possunt.

5. In eadem ratione magnitudines esse dicuntur prima ad secundam et tertia ad quartam, si primae et tertiae aequae multiplices secundae et quartae aequae multiplices aut simul superant aut simul aequales sunt aut simul minores sunt suo ordine¹⁾ sumptae.

6. Magnitudines autem eandem rationem habentes proportionales uocentur.

1) Hoc est: ita ut coniungantur prima secundae, tertia quartae et respondeat loco et ordine prima tertiae, secunda quartae. itaque si $Ma \gtrless Nb$ et simul $Mc \gtrless Nd$, erit $a : b = c : d$. cfr. Hankel: Zur Gesch. der Mathemat. p. 390.

ν supra m. 1 P. 9. ὑπερέχειν] -ειν in ras. V. 14. πολλαπλασιασμῶν P, corr. m. 1. 15. ὑπερέχει B. ἦ] supra m. 1 F. ἔλλειπει B. ληφθέντα] -η- e corr. m. 2 V. Deff. 6—7 permutauit P; ut nos BFVp, Campanus; ex Herone nihil concludi potest, cum etiam def. 8—9 ante def. 7 habeat. 17. ἔχοντα λόγον μεγέθη] λόγον ἔχοντα μεγέθη F; ἔχοντα μεγέθη λόγον V. ἀνάλογον] λόγον ἀνάλογον post ras. 7 litt. in mg. transit m. 2 F.

ξ'. Ὄταν δὲ τῶν ἰσάκεις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ
 πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου
 πολλαπλασίον, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ
 ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίον, τότε τὸ
 5 πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν
 λέγεται, ἥπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

η'. Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν.

θ'. Ὄταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶτον
 πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται
 10 ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

ι'. Ὄταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶ-
 τον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν
 λέγεται ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ αἰ ἐξῆς ὁμοίως,
 ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

15 ια'. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα
 τοῖς ἡγουμένοις τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

ιβ'. Ἐναλλάξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου
 πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἐπόμενον.

ιγ'. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἐπομένου
 20 ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἐπόμενον.

ιδ'. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου
 μετὰ τοῦ ἐπομένου ὡς ἐνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

7. Hero def. 125, 5. 8. Hero def. 124. 9. Hero
 def. 125, 1. 11. Hero def. 126. 12. Hero def. 127, 6.
 13. Hero def. 127, 2. 14. Hero def. 127, 3.

2. ὑπερέχει P, sed corr. m. 1. 4. τὸ] supra m. 1 V.
 Post def. 7 seq. ἀναλογία δὲ ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης Fp
 et V (del. punctis, sed puncta erasa); om. PB, Hero, Cam-
 panus. 7. τρισὶν] -ισ- in ras. m. 2 V. ἐλαχίστοις V.
 Def. 10 om. Heron. 12. τό] om. P. τριπλασίονα] τρι- in
 ras. p. 13. αἰ] αἰεί FV. καὶ αἰ — 14: ὑπάρχῃ] om. Cam-
 panus. 13. ὁμοίως] P; ἐνὶ πλείους Theon (BFVp). 14. ὡς]

7. Sin ex aequae multiplicibus¹⁾ primae multiplex multiplicem secundae superat, tertiae autem multiplex multiplicem quartae non superat, tum prima ad secundam maiorem rationem habere dicitur quam tertia ad quartam.

8. Proportio autem in tribus terminis consistens minima est.

9. Si tres magnitudines proportionales²⁾ sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur.

10. Sin quattuor magnitudines proportionales³⁾ sunt, prima ad quartam triplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur, et eodem modo semper deinceps, qualiscunque data est proportio.

11. Respondentes magnitudines dicuntur praecedentes praecedentibus, sequentes sequentibus.

12. Permutata ratio est, ubi sumitur praecedens ad praecedentem et sequens ad sequentem.

13. Inversa ratio est, ubi sumitur sequens praecedentis loco ad praecedentem sequentis loco.

14. Compositio rationis est, ubi sumitur praecedens cum sequenti pro una ad solam sequentem.

1) Non omnes aequae multiplices esse debent, sed primae et tertiae aequae multiplices, secundae et quartae, ut in def. 5.

2) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές), h. e. si $a : b = b : c$, erit $a : c = a^2 : b^2$.

3) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές); cfr. XI, 33. h. e. si $a : b = b : c = c : d$, erit $a : d = a^3 : b^3$.

ἕως FV, p m. rec. 15. ἡγούμενα] ἡ- e corr. m. 2 V. 16.
τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς] m. 2 in ras. V. 19. ἐστὶν F. 21.
ἐστὶν B. τοῦ] insert. m. 2 F.

ιε'. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

ισ'. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγούμενου
5 πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου.

ιζ'. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ἡ ὥς ἐν τοῖς
10 πρῶτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· Λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

ιη'. Τετραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν
15 τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὥς μὲν ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ὥς δὲ ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν
20 τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

α'.

Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου ἰσάκεις
πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν ἐν τῶν με-
25 γεθῶν ἐνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα
-τῶν πάντων.

15. Hero def. 127, 4. 16. Hero def. 127, 5. 17. Hero def. 127, 7. 18. Hero def. 127, 7?

1. δὲ λόγου FVp. ἐστίν B. 4. ἐστίν BF. 7. ἐστίν PF. 10. μεγέθεσιν PB. 11. μεγέθεσιν PB. Post def. 17

15. Subtractio rationis est, ubi sumitur excessus, quo praecedens sequentem excedit, ad solam sequentem.

16. Conuersio rationis est, ubi sumitur praecedens ad excessum, quo praecedens sequentem excedit.

17. Datis compluribus magnitudinibus et aliis iis numero aequalibus, ita ut bini coniuncti in eadem ratione sint, ex aequo ratio est, ubi erit, ut in prioribus magnitudinibus prima ad extremam, ita in alteris magnitudinibus prima ad extremam. uel aliter: ubi termini exteriores sumuntur omissis mediis.¹⁾

18. Perturbata autem ratio est, ubi datis tribus magnitudinibus et aliis numero iis aequalibus est ut in prioribus magnitudinibus praecedens terminus ad sequentem, ita in alteris magnitudinibus praecedens ad sequentem, et ut in prioribus magnitudinibus sequens ad aliud, ita in alteris aliud ad praecedentem.²⁾

I.

Si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices.

1) Si $a : b : c = \alpha : \beta : \gamma$, ratio ex aequo erit $a : c = \alpha : \gamma$.
cfr. prop. 22.

2) H. e. si datis $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ est $a : b = \beta : \gamma$ et $b : c = \alpha : \beta$.
cfr. prop. 23.

seq. *τεταγμένη* (δέ add. F et V m. 2) *ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ἢ ὡς ἡγούμενον πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον οὕτως ἡγούμενον (ἡγούμενος φ) πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον, ἢ δὲ καὶ ὡς ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι οὕτως ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι* FVp, B m. 2, P m. rec.; om. PB m. 1, et cum sequenti Campanus; de Herone dubium est (def. 127, 7). nusquam usurpatur. 15. *ἴσων αὐτοῖς* V. *ἴσων] ἴσον φ* (non F). 16. *γέννηται* FV. 25. *τοσανταπλάσιοι φ* (non F).

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ $AB, \Gamma\Delta$ ὁποσωνοῦν
μεγεθῶν τῶν E, Z ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου
ἰσάκεις πολλαπλάσιον· λέγω, ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ
 AB τοῦ E , τοσαυταπλάσια ἐστὶ καὶ τὰ $AB, \Gamma\Delta$
5 τῶν E, Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 E καὶ τὸ $\Gamma\Delta$ τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB με-
γέθη ἴσα τῷ E , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ $\Gamma\Delta$ ἴσα τῷ Z .
διηγήσθω τὸ μὲν AB εἰς τὰ τῷ E μεγέθη ἴσα τὰ
10 AH, HB , τὸ δὲ $\Gamma\Delta$ εἰς τὰ τῷ Z ἴσα τὰ $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$.
ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH, HB τῷ πλῆθει
τῶν $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν AH τῷ
 E , τὸ δὲ $\Gamma\Theta$ τῷ Z , ἴσον ἄρα τὸ AH τῷ E , καὶ τὰ
 $AH, \Gamma\Theta$ τοῖς E, Z . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ
15 HB τῷ E , καὶ τὰ $HB, \Theta\Delta$ τοῖς E, Z . ὅσα ἄρα ἐστὶν
ἐν τῷ AB ἴσα τῷ E , τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς $AB, \Gamma\Delta$
ἴσα τοῖς E, Z . ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ AB τοῦ E ,
τοσαυταπλάσια ἐστὶ καὶ τὰ $AB, \Gamma\Delta$ τῶν E, Z .

Ἐὰν ἄρα ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγε-
20 θῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου ἰσάκεις πολλα-
πλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν μεγεθῶν ἐνός, το-
σαυταπλάσια ἐστὶ καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

β'.

25 Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἡ πολλαπλά-

6. πολαπλάσιον P. τοῦ] in ras. V. 7. ἐστίν] μεγέθη
ἐστίν V. μεγέθη] om. V. 9. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 B.
ἴσα] corr. ex οὐσα m. 1 V. 10. εἰς] εἰ p. τῷ] corr.
ex τῶν m. 1 B. 11. ἴσον] m. 2 V. AH, HB] Pφ; $\Gamma\Theta$,
 $\Theta\Delta$ BVp. 12. $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$] Pφ; AH, HB BVp. ἴσον] m.
2 V. 14. τό] in ras. p. Emendatio ed. Basil. lin. 13: ἴσα
ἄρα καὶ τὰ $AH, \Gamma\Theta$ τοῖς E, Z et lin. 15: καὶ τὸ $\Theta\Delta$ τῷ Z ,

Sint quotlibet magnitudines AB , $\Gamma\Delta$ quotlibet magnitudinum E , Z numero aequalium singulae singularum aequae multiplices. dico, quoties multiplex sit AB magnitudinis E , toties multiplicem esse $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

nam quoniam AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam in $\Gamma\Delta$ sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB in magnitudines magnitudini E aequales AH , HB et $\Gamma\Delta$ in magnitudines magnitudini Z aequales $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$. itaque numerus magnitudinum AH , HB numero magnitudinum $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$ aequalis erit. et quoniam $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH = E$ et $AH + \Gamma\Theta = E + Z$. eadem de causa $HB = E$ et $HB + \Theta\Delta = E + Z$. itaque quot sunt in AB magnitudines magnitudini E aequales, totidem etiam sunt in $AB + \Gamma\Delta$ magnitudini $E + Z$ aequales. itaque quoties multiplex est AB magnitudinis E , toties multiplex erit etiam $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices; quod erat demonstrandum.

II.

Si prima secundae et tertiae quartae aequae multi-

$\iota\sigma\alpha \acute{\alpha}\rho\alpha \kappa\alpha\iota \tau\acute{\alpha} HB, \Theta\Delta$ necessaria non est. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V. 25. $\delta\epsilon\upsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\omicron\nu \varphi$ (non F).

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτον
 δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τε-
 τάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον
 δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρί-
 5 τον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔστω
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΔE τετάρτου τοῦ Z ,
 ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ BH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις
 πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ $E\Theta$ τετάρτου τοῦ Z . λέγω,
 10 ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ AH δευτέ-
 ρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ
 ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB ἴσα
 15 τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z . διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ BH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα
 καὶ ἐν τῷ $E\Theta$ ἴσα τῷ Z . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ
 AH ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ $\Delta\Theta$ ἴσα τῷ Z .
 ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ AH τοῦ Γ , τοσαυταπλάσιον
 20 ἔσται καὶ τὸ $\Delta\Theta$ τοῦ Z . καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον
 καὶ πέμπτον τὸ AH δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκεις ἔσται
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ τετάρτου τοῦ Z .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἥ πολλαπλάσιον
 καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου
 25 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν
 πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλά-
 σιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6. δευτέρου] corr. ex δεύτερον V. 13. ἐστίν P. 16. Γ] corr. ex A m. 2 F. 17. $E\Theta$] $EB\varphi$. 18. $\Delta\Theta$] corr. ex AH m. 1 P. Z] corr. ex Γ m. 1 P. 19. ἐστίν P. 20. τὸ πρῶτον P. 21. ἔσται] ἔστω B, ἐστι p.

plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt.

nam prima AB secundae Γ et tertia ΔE quartae Z aequae multiplices sint, et quinta BH secundae Γ sextaque $E\Theta$ quartae Z aequae multiplices sint.

dico, etiam primam quintamque compositas AH secundae Γ et tertiam sextamque compositas $\Delta\Theta$ quartae Z aequae multiplices esse.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota BH magnitudini Γ aequales, tot etiam in $E\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. quare quot sunt in tota AH magnitudini Γ aequales, totidem etiam in tota $\Delta\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. itaque quoties multiplex est AH magnitudinis Γ , toties multiplex erit etiam $\Delta\Theta$ magnitudinis Z . itaque etiam prima et quinta compositae AH secundae Γ aequae multiplices erunt ac tertia sextaque $\Delta\Theta$ quartae Z .

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

γ'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκεις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ
 5 δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἐκάτερον ἐκατέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

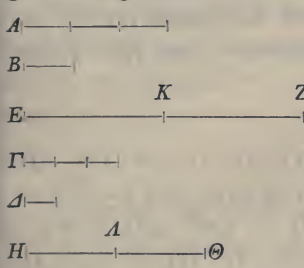
Πρῶτον γὰρ τὸ *A* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *Γ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ
 10 εἰλήφθω τῶν *A*, *Γ* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *EZ*, *HΘ*. λέγω, ὅτι ἰσάκεις ἔστι πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *Δ*.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἔστι πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *A* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *Γ*, ὅσα ἄρα ἔστιν ἐν τῷ *EZ* ἴσα
 15 τῷ *A*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *HΘ* ἴσα τῷ *Γ*. διηρήσθω τὸ μὲν *EZ* εἰς τὰ τῷ *A* μεγέθη ἴσα τὰ *EK*, *KZ*, τὸ δὲ *HΘ* εἰς τὰ τῷ *Γ* ἴσα τὰ *ΗΛ*, *ΛΘ*. ἔσται δὲ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *EK*, *KZ* τῷ πλήθει τῶν *ΗΛ*, *ΛΘ*. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἔστι πολλαπλάσιον τὸ *A* τοῦ *B* καὶ
 20 τὸ *Γ* τοῦ *Δ*, ἴσον δὲ τὸ μὲν *EK* τῷ *A*, τὸ δὲ *ΗΛ* τῷ *Γ*, ἰσάκεις ἄρα ἔστι πολλαπλάσιον τὸ *EK* τοῦ *B* καὶ τὸ *ΗΛ* τοῦ *Δ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἰσάκεις ἔστι πολλαπλάσιον τὸ *KZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *ΛΘ* τοῦ *Δ*. ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ *EK* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἔστι πολλα-
 25 πλάσιον καὶ τρίτον τὸ *ΗΛ* τετάρτου τοῦ *Δ*, ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ *KZ* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ *ΛΘ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ συν-

4. τε] om. BVp. 10. εἰλήφθωσαν p. 11. ἰσάκεις ἔστι πολλαπλάσιον] ὅσαπλάσιον P. B] in ras F. 14. ἐστίν] supra F. ἴσα] m. 2 P. 15. καί] δη καί V. 16. τό] m. 2 V. εἰς τὰ] in ras. m. 2 V. 20. δέ] (prius) supra m. 2 comp. V. 22. ἐστίν P. 23. τοῦ Δ] postea add. F. 25. ἐστίν P.

III.

Si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et primae tertiaeque aequae multiplices sumuntur, etiam ex aequo¹⁾ magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aequae multiplices erunt singulae singularum.


 Nam prima A secundae B et tertia Γ quartae Δ aequae Z sint multiplices, et sumantur magnitudinum A, Γ aequae multiplices $EZ, H\Theta$. dico, EZ magnitudinis B et $H\Theta$ magnitudinis Δ aequae multiplices esse.

nam quoniam EZ magnitudinis A et $H\Theta$ magnitudinis Γ aequae multiplices sunt, quot sunt in EZ magnitudines magnitudini A aequales, totidem etiam in $H\Theta$ sunt magnitudini Γ aequales. diuidatur EZ in magnitudines magnitudini A aequales EK, KZ , et $H\Theta$ in magnitudines magnitudini Γ aequales $HA, A\Theta$. erit igitur numerus magnitudinum EK, KZ numero magnitudinum $HA, A\Theta$ aequalis. et quoniam A magnitudinis B et Γ magnitudinis Δ aequae multiplices sunt, et $EK = A, HA = \Gamma$, erunt EK magnitudinis B et HA magnitudinis Δ aequae multiplices. eadem de causa KZ magnitudinis B et $A\Theta$ magnitudinis Δ aequae multiplices sunt. iam quoniam prima EK secundae B et tertia HA quartae Δ aequae

1) Hic non proprie ad definitionem rationis $\delta\iota'$ ἴσων (17) respicitur.

τεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ *EZ* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκῃς ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ *HΘ* τετάρτου τοῦ *Δ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσιον
 5 καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκῃς πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκῃς ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

10 Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκῃς πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκῃς πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιοιοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν
 15 αὐτὸν ἔξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Πρῶτον γὰρ τὸ *A* πρὸς δεύτερον τὸ *B* τὸν αὐτὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ *Γ* πρὸς τέταρτον τὸ *Δ*, καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν *A, Γ* ἰσάκῃς πολλαπλάσια τὰ *E, Z*, τῶν δὲ *B, Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκῃς πολλα-
 20 πλάσια τὰ *H, Θ*. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ *E* πρὸς τὸ *H*, οὕτως τὸ *Z* πρὸς τὸ *Θ*.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *E, Z* ἰσάκῃς πολλαπλάσια τὰ *K, Λ*, τῶν δὲ *H, Θ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκῃς πολλαπλάσια τὰ *M, N*.

25 [Καὶ] ἐπεὶ ἰσάκῃς ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν *E*

5. δὲ ἰσάκῃς πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου *V*; cfr. p. 12, 3—4. 8. δεῖξαι] ποιῆσαι *V*. 18. *Γ*] corr. ex *B F*. 19. τὰ] postea add. m. 2 *F*. ἃ] m. 2 *F*. 20. ἐστὶν] om. *V*. 21. *H* ἐστὶν *V*. 23. ἄλλα, ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 *V*. ἃ] supra *F*. 24. *N*] in ras. m. 1 p. 25. καί] m. 2 *P*. ἐστὶν *P*.

multiplices sunt, et quinta KZ secundae B sextaque $A\Theta$ quartae Δ aequae multiplices sunt, etiam prima quintaque compositae EZ secundae B et tertia sextaque compositae $H\Theta$ quartae Δ aequae multiplices erunt [prop. II].

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et primae tertiaeque aequae multiplices sumuntur, etiam ex aequo magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aequae multiplices erunt singulae singularum; quod erat demonstrandum.

IV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aequae multiplices ad secundae quartaeque aequae multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae.

A ———|

B ———|

E ———|—————|

H ———|—————|

K —————|—————|

M —————|—————|—————|

Γ ———|

Δ ———|

Z ———|—————|

Θ ———|—————|

A ———|—————|

N ———|—————|—————|

Δ et magnitudinum H , Θ aliae quaevis aequae multiplices M , N . iam quoniam E magnitudinis A , et Z

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumantur magnitudinum A , Γ aequae multiplices E , Z et magnitudinum B , Δ aliae quaevis aequae multiplices H , Θ . dico, esse $E : H = Z : \Theta$.

sumantur enim magnitudinum E , Z aequae multiplices K ,

τοῦ *A*, τὸ δὲ *Z* τοῦ *Γ*, καὶ εἴληπται τῶν *E*, *Z* ἰσά-
 κισ πολλαπλάσια τὰ *K*, *A*, ἰσάκισ ἄρα ἐστὶ πολλαπλά-
 σιον τὸ *K* τοῦ *A* καὶ τὸ *A* τοῦ *Γ*. διὰ τὰ αὐτὰ
 5 τοῦ *A*. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως
 τὸ *Γ* πρὸς τὸ *A*, καὶ εἴληπται τῶν μὲν *A*, *Γ* ἰσάκισ
 πολλαπλάσια τὰ *K*, *A*, τῶν δὲ *B*, *A* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
 ἰσάκισ πολλαπλάσια τὰ *M*, *N*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *K*
 τοῦ *M*, ὑπερέχει καὶ τὸ *A* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,
 10 καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *K*, *A* τῶν
E, *Z* ἰσάκισ πολλαπλάσια, τὰ δὲ *M*, *N* τῶν *H*, *Θ* ἄλλα,
 ἃ ἔτυχεν, ἰσάκισ πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ *E*
 πρὸς τὸ *H*, οὕτως τὸ *Z* πρὸς τὸ *Θ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη
 15 λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκισ πολλα-
 πλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκισ
 πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου τὸν αὐτὸν
 ἔξει λόγον καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ληφθέντα
 κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

ε'.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκισ ἢ πολλα-
 πλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ
 τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκισ ἔσται πολλαπλά-
 σιον, ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

1. τῶν] τό F; corr. m. rec. 2. πολλαπλάσιον] πολλα-
 πλάσια V, corr. m. 1. 5. οὕτω F. 6. μὲν] om. Br.
 7. ἃ] supra F. 10. Post ἔλαττον in P repetuntur: καὶ
 ἐπεὶ ὑπερέχει τὸ *K* τοῦ *M* καὶ τὸ *A* τοῦ *N* καὶ εἰ ἴσον ἴσον
 καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. ἐστὶν P. *A*] e corr. m. 2 F. 12.
 ἃ] supra m. 2 P. 16. τε πρώτου] τετάρτου φ (non F).
 17. καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον Br;
 cfr. p. 14 lin. 14—15. 19. δεῖξαι] corr. ex ποιῆσαι V. Deinde add.
 Theon: ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὅτι, εἰ ὑπερέχει τὸ *K* τοῦ *M*, ὑπερέχει

magnitudinis Γ aequae multiplices sunt, et sumptae sunt magnitudinum E, Z aequae multiplices K, Λ , erit K magnitudinis Λ et Λ magnitudinis Γ aequae multiplex [prop. III]. eadem de causa M magnitudinis B et N magnitudinis Λ aequae multiplex est. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Lambda$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aequae multiplices K, Λ et magnitudinum B, Λ aliae quaevis aequae multiplices M, N , si K magnitudinem M superat, etiam Λ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. et K, Λ magnitudinum E, Z aequae multiplices sunt, M, N autem magnitudinum H, Θ aliae quaevis aequae multiplices. itaque $E : H = Z : \Theta$ [def. 5].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aequae multiplices ad secundae quartaеque aequae multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

V.

Si magnitudo magnitudinis aequae multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aequae multiplex erit ac tota totius.

καὶ τὸ Λ τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, δῆλον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ M τοῦ K , ὑπερέχει καὶ τὸ N τοῦ Λ , καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, καὶ διὰ τοῦτο ἔσται καὶ ὡς τὸ H πρὸς τὸ E , οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Z . Πόρισμα. ἐκ δὴ τούτων φανερόν, ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται (FBV; primum ὅτι om. B; οὕτω pro οὕτως F; semper ἔλασσον V; in p non exstant nisi ultima inde a πόρισμα); idem in P. mg. m. rec. (om. priore ὅτι); om. P m. 1, Campanus; cfr. ad prop. VII. 24. τό] corr. ex τοῦ m. 1 F. τὸ ὅλον] supra p.

Μέγεθος γὰρ τὸ AB μεγέθους τοῦ $\Gamma\Delta$ ἰσάκεις
 ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ AE ἀφαιρε-
 θέντος τοῦ ΓZ · λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB λοιποῦ
 τοῦ $Z\Delta$ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν
 5 ὅλον τὸ AB ὅλον τοῦ $\Gamma\Delta$.

Ὅσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ AE τοῦ ΓZ , τοσαν-
 ταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ EB τοῦ ΓH .

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ
 ΓZ καὶ τὸ EB τοῦ $H\Gamma$, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλά-
 10 σιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ HZ . κεῖται δὲ
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ
 $\Gamma\Delta$. ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB ἑκατέρου
 τῶν HZ , $\Gamma\Delta$ · ἴσον ἄρα τὸ HZ τῷ $\Gamma\Delta$. κοινὸν ἀφη-
 ρήσθω τὸ ΓZ · λοιπὸν ἄρα τὸ $H\Gamma$ λοιπῷ τῷ $Z\Delta$
 15 ἴσον ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ
 AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ EB τοῦ $H\Gamma$, ἴσον δὲ τὸ $H\Gamma$ τῷ
 ΔZ , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AE τοῦ ΓZ
 καὶ τὸ EB τοῦ $Z\Delta$. ἰσάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλά-
 σιον τὸ AE τοῦ ΓZ καὶ τὸ AB τοῦ $\Gamma\Delta$ · ἰσάκεις ἄρα
 20 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ EB τοῦ $Z\Delta$ καὶ τὸ AB τοῦ
 $\Gamma\Delta$. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ ἰσάκεις
 ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ AB
 ὅλον τοῦ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον,
 25 ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ
 λοιποῦ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστι
 καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

4. $Z\Delta$] ΔZ Bp; $Z\Delta$, seq. ras. 1 litt. et Z in ras. V; EZ
 in ras. F. ἐστίν] ἐστι τό F. 6. ἐστι] ἐστιν ὅλον, deleteo
 ὅλον V. 8. καὶ ἐπεὶ — 9 : $H\Gamma$] om. p; mg. m. 2 B. 9.
 EB] B in ras. F. $H\Gamma$] corr. m. 1 ex $\Gamma H V$; $\Gamma H B$; $\Gamma H F$.

Sit enim magnitudo AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae
 A $\overline{\hspace{1.5cm}}^E$ B multiplex atque ablata AE
 H $\overline{\hspace{1.5cm}}^{\Gamma Z}$ Δ ablatae ΓZ . dico, etiam reli-
 quam EB reliquae $Z\Delta$ aequae
 multiplicem esse ac totam AB totius $\Gamma\Delta$.

nam quoties multiplex est AE magnitudinis ΓZ ,
 toties multiplex fiat EB magnitudinis ΓH . et quo-
 niam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$
 aequae multiplex est, etiam AE magnitudinis ΓZ et AB
 magnitudinis HZ aequae multiplex erit [prop. I]. et
 posuimus AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis
 $\Gamma\Delta$ aequae multiplices. itaque AB utriusque HZ , $\Gamma\Delta$
 aequae multiplex est. quare $HZ = \Gamma\Delta$. subtrahatur,
 quae communis est, ΓZ . itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quo-
 niam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$
 aequae multiplex est, et $H\Gamma = \Delta Z$, erit AE magni-
 tudinis ΓZ et EB magnitudinis $Z\Delta$ aequae multiplex.
 supposuimus autem, esse AE magnitudinis ΓZ et AB
 magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplicem. itaque EB magni-
 tudinis $Z\Delta$ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex
 est. itaque etiam reliqua EB reliquae $Z\Delta$ aequae mul-
 tiplex est ac tota AB totius $\Gamma\Delta$.

Ergo si magnitudo magnitudinis aequae multiplex
 est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aequae
 multiplex erit ac tota totius; quod erat demon-
 strandum.

ἔστιν P. 10. AB] B in ras. F. HZ] in ras. BFV. 12.
 ἔστιν P F. 14. $Z\Delta$] P, F m. 1; ΔZ BVp, Fm. 2. 15.
 ἔστιν] P; comp. p; ἐστὶ BFV. πολλαπλασίων φ. 16. $H\Gamma$]
 (prius) seq. ras. 1 litt., H in ras. V. 17. ΔZ] $Z\Delta$ P. 20.
 ἔστιν P. $Z\Delta$] φ, ΔZ F. 26. ἔστιν P.

ς'.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκεις ἢ
πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν
ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς
5 ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ $AB, ΓΔ$ δύο μεγεθῶν τῶν
 E, Z ἰσάκεις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ
 $AH, ΓΘ$ τῶν αὐτῶν τῶν E, Z ἰσάκεις ἔστω πολλαπλά-
σια· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ $HB, ΘΔ$ τοῖς E, Z ἦτοι
10 ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἐστω γὰρ πρότερον τὸ HB τῷ E ἴσον· λέγω,
ὅτι καὶ τὸ $ΘΔ$ τῷ Z ἴσον ἐστίν.

Κείσθω γὰρ τῷ Z ἴσον τὸ $ΓΚ$. ἐπεὶ ἰσάκεις
ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AH τοῦ E καὶ τὸ $ΓΘ$ τοῦ Z ,
15 ἴσον δὲ τὸ μὲν HB τῷ E , τὸ δὲ $ΚΓ$ τῷ Z , ἰσάκεις
ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ E καὶ τὸ $ΚΘ$
τοῦ Z . ἰσάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ AB
τοῦ E καὶ τὸ $ΓΔ$ τοῦ Z · ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλα-
πλάσιον τὸ $ΚΘ$ τοῦ Z καὶ τὸ $ΓΔ$ τοῦ Z . ἐπεὶ
20 οὖν ἐκάτερον τῶν $ΚΘ, ΓΔ$ τοῦ Z ἰσάκεις ἐστὶ πολλα-
πλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΚΘ$ τῷ $ΓΔ$. κοινὸν
ἀφηγήσθω τὸ $ΓΘ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ $ΚΓ$ λοιπῷ τῷ $ΘΔ$
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Z τῷ $ΚΓ$ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ
 $ΘΔ$ ἄρα τῷ Z ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ HB τῷ E
25 ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ $ΘΔ$ ἴσον ἔσται τῷ Z .

Ὅμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι, καὶ πολλαπλάσιον ἢ

2. Ἐάν] seq. ras. 3 litt. F. 5. ἦτοι] sustulit resarcinatio
in F. 7. ἔστωσαν p. 8. τῶν] (alt.) τό V, sed corr. 9. τὰ
λοιπὰ τὰ F. HB] in ras. F. 11. HB] in ras. m. 2 V.
12. $ΘΔ$] $ΔΘ$ P. τῷ Z] om. P; post ἴσον add. m. 2. ἐστί
BV. 13. τῷ] corr. ex τό m. 1 p. $ΓΚ$] corr. ex $ΚΓ$ m.
2 P. καὶ ἐπεὶ V. 14. ἐστίν PF. 15. $ΚΓ$] $ΓΚ$ V. 16.

VI.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aequae multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequae multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequae earum multiplices.

Nam duae magnitudines AB , $\Gamma\Delta$ duarum magnitudinum E , Z aequae sint multiplices, et ablatae magnitudines AH , $\Gamma\Theta$ earundem E , Z aequae multiplices sint. dico, reliquas HB , $\Theta\Delta$ aut aequales esse E , Z aut aequae earum multiplices.

nam prius sit $HB = E$. dico, esse etiam $\Theta\Delta = Z$.

A ——— H ——— B ponatur enim $\Gamma K = Z$. quoniam AH
 E ——— magnitudinis E et $\Gamma\Theta$ magnitudinis Z
 K ——— Γ ——— Θ ——— Δ aequae multiplex est, et $HB = E$,
 Z ——— $K\Gamma = Z$, erit AB magnitudinis E et
 $K\Theta$ magnitudinis Z aequae multiplex
 [prop. II]. et supposuimus, esse AB magnitudinis
 E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplicem. itaque
 $K\Theta$ magnitudinis Z et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae
 multiplex est. iam quoniam utraque magnitudo $K\Theta$,
 $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aequae multiplex est, erit $K\Theta = \Gamma\Delta$.
 subtrahatur, quae communis est, $\Gamma\Theta$. itaque $K\Gamma = \Theta\Delta$.
 sed $Z = K\Gamma$. quare etiam $\Theta\Delta = Z$. itaque si $HB = E$,
 erit etiam $\Theta\Delta = Z$.

similiter demonstrabimus, si HB magnitudinis E

$\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 18. $\tau\acute{o}] \tau\omicron\upsilon$ V, corr. m. 1; om. φ (non F).
 $\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 23. $\tau\acute{o}] \bar{P}$ m. 1, F m. 1, Bp; $\tau\tilde{\omega}]$ P m. 2, F m. 2,
 V in ras. m. 2. $Z]$ $K\Gamma$ V. $\tau\tilde{\omega}]$ P m. 1, F m. 1, Bp; $\tau\acute{o}$
 Pm. 2, Fm. 2, V in ras. m. 2. $K\Gamma]$ Z V. $\tau\acute{o}] \tau\tilde{\omega}]$ Bp.
 24. $\Theta\Delta]$ $\Delta\Theta$ F. $\tau\tilde{\omega}] \tau\acute{o}$ Bp. $\xi\sigma\nu \xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu]$ PB; $\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$
 $\xi\sigma\nu$ FVp. $\varepsilon\lambda]$ P; $\acute{o}\tau\epsilon$ Theon (B φ Vp). 25. $\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu]$ -ιν
 in ras. P; $\xi\sigma\tau\acute{\iota}$ BV; comp. p. καὶ τὸ $\Theta\Delta$ $\xi\sigma\nu \xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu]$ mg. P.
 $\Theta\Delta]$ corr. ex ΘA m. 2 P; Θ in ras. m. 2 V; $\Delta\Theta$ B.

τὸ HB τοῦ E , τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ $\Theta \Delta$ τοῦ Z .

Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἦτοι ἴσα ἔσθιν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ A, B , ἄλλο δέ τι, ὃ ἔτυχεν, μέγεθος τὸ Γ . λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, B ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ Δ, E , τοῦ δὲ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον τὸ Z .

Ἐπεὶ οὖν ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ A καὶ τὸ E τοῦ B , ἴσον δὲ τὸ A τῷ B , ἴσον ἄρα καὶ τὸ Δ τῷ E . ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Z . Εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Z , ὑπερέχει καὶ τὸ E τοῦ Z , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν Δ, E τῶν A, B ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὸ δὲ Z τοῦ Γ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ B πρὸς τὸ Γ .

Λέγω [δή], ὅτι καὶ τὸ E πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

5. καὶ τὰ] τὰ in ras. P. ἐστίν] corr. ex ἔσται p. 10. ὅ] supra m. 2 F. ἔτυχεν Vp. 14. μέν] PF; om. BVp. 15. ὅ] supra m. 2 F. ἔτυχεν Vp. 16. τό] τοῦ m. 2 P. τοῦ] corr. ex τό P. 18. ὅ] m. 2 F. ἔτυχεν Vp, et seq. ras. 1 litt. F. 20. καί] comp. F, dein add. καὶ φ. τὰ] e

multiplex sit, aequae multiplicem esse ΘA magnitudinis Z .

Ergo si duae magnitudines duarum magnitudinum aequae multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequae multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequae earum multiplices; quod erat demonstrandum.

VII.

Aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Sint aequales magnitudines A, B et alia quaevis magnitudo Γ . dico, utramque magnitudinem A, B ad Γ eandem rationem habere, et Γ ad utramque A, B .

sumantur enim magnitudinum A, B aequae multiplices Δ, E , et magnitudinis Γ alia quaevis multiplex Z . iam quoniam Δ magnitudinis A et E magnitudinis B aequae multiplex est, et $A = B$, erit etiam $\Delta = E$. et alia quaevis magnitudo est Z . itaque si Δ magnitudinem Z superat, etiam E magnitudinem Z superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et magnitudinum A, B aequae multiplices sunt Δ, E , et Z magnitudinis Γ alia quaevis est multiplex. erit igitur

$$A : \Gamma = B : \Gamma [\text{def. 5}].$$

dico, etiam E ad utramque magnitudinem A, B eandem rationem habere.

corr. p. 21. $Z]$ EZ F. 22. $\delta]$ om. F; add. m. 2 euan.
 $\xi\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp. $\xi\sigma\tau\upsilon\nu]$ bis P. 24. $\delta\eta]$ om. P.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-
 ξομεν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ E . ἄλλο δέ τι τὸ Z .
 εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Z τοῦ Δ , ὑπερέχει καὶ τοῦ E , καὶ
 εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὸ
 5 μὲν Z τοῦ Γ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ Δ , E τῶν A , B
 ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ
 Γ πρὸς τὸ A , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ B .

Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

10

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μεγέθη τινὰ ἀνά-
 λογον ᾗ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ
 15 αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἔλαττον.
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον
 ἔχει ἢ περ πρὸς τὸ μείζον.

Ἐστω ἄνισα μεγέθη τὰ AB , Γ , καὶ ἔστω μείζον
 τὸ AB , ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Δ . λέγω, ὅτι τὸ AB
 20 πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ ,
 καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ πρὸς
 τὸ AB .

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ AB τοῦ Γ , κείσθω τῷ
 Γ ἴσον τὸ BE . τὸ δὲ ἔλαττον τῶν AE , EB πολλα-

VIII. Hero def. 125, 6. Schol. in Pappum III p. 1175, 21.

1. ὁμοίως δὴ P. 3. καί] (prius) τὸ Z καὶ P; καὶ τὸ Z F.
 4. ἔλαττον ἔλαττον V. καὶ ἐστὶ] καὶ ἐστὶν P; ἐστὶ δέ F.
 6. ἄλλα ἃ] φ. ἔτυχεν] ἐτ- supra φ. 7. οὕτως] corr.
 ex οὕτω m. 2 F. 9. τὰ ἴσα] τὰ ἴσα ὅπ- φ. 10. πόρισμα — 12:
 ἐστὶ] P; om. Theon (BFVp); cfr. ad prop. IV.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $A = E$. et alia quaevis magnitudo est Z . itaque si Z magnitudinem A superat, etiam magnitudinem E superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et Z magnitudinis Γ multiplex est, et A, E magnitudinum A, B aliae quaevis aequae multiplices. quare $\Gamma : A = \Gamma : B$ [def. 5].

Ergo aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si magnitudines proportionales sint, easdem e contrario proportionales esse.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

VIII.

Ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem.

Sint inaequales magnitudines AB, Γ , et maior sit AB , alia autem quaevis magnitudo sit A . dico, esse $AB : A > \Gamma : A$ et $A : \Gamma > A : AB$.

Nam quoniam $AB > \Gamma$, ponatur $BE = \Gamma$. itaque minor magnitudinum AE, EB multiplicata aliquando

1) Quia et $A : \Gamma = B : \Gamma$ et $\Gamma : A = \Gamma : B$. ceterum hoc corollarium recte hic collocatur in P; nam si post prop. IV fuisset, ubi Theon id posuit, alteram partem demonstrationis p. 22, 24 sq. superuacuam futuram fuisse, acute observavit Augustus II p. 331. om. Campanus.

18. $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$] $\tau\acute{o}$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ P. 19. AB] P, Fm. 1, V m. 1; AB $\tau\omicron\upsilon$ Γ Bp, F m. 2, V m. 2. $\xi\tau\nu\chi\epsilon$ Vp. 20. $\tau\acute{o}$ A] (prius) $\tau\acute{o}$ in spatio 4 litt. φ . 23. AB] B in ras. p. $\tau\tilde{\varphi}$] $\tau\acute{o}$ φ (non F). 24. $\tau\acute{o}$] (prius) $\tau\tilde{\varphi}$ φ (non F).

πλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μείζον. ἔστω πρό-
 τερον τὸ AE ἔλαττον τοῦ EB , καὶ πεπολλαπλασιάσθω
 τὸ AE , καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ ZH μείζον
 ὢν τοῦ Δ , καὶ ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ ZH τοῦ AE , τοσαυ-
 5 ταπλάσιον γερονέτω καὶ τὸ μὲν $H\Theta$ τοῦ EB τὸ δὲ
 K τοῦ Γ · καὶ εἰλήφθω τοῦ Δ διπλάσιον μὲν τὸ Λ ,
 τριπλάσιον δὲ τὸ M , καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλεῖον, ἕως ἂν τὸ
 λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ Δ , πρώ-
 τως δὲ μείζον τοῦ K . εἰλήφθω, καὶ ἔστω τὸ N
 10 τετραπλάσιον μὲν τοῦ Δ , πρώτως δὲ μείζον τοῦ K .
 Ἐπεὶ οὖν τὸ K τοῦ N πρώτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ
 K ἄρα τοῦ M οὐκ ἐστὶν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις
 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ZH τοῦ AE καὶ τὸ $H\Theta$ τοῦ
 EB , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ZH τοῦ AE
 15 καὶ τὸ $Z\Theta$ τοῦ AB . ἰσάκεις δέ ἐστι πολλαπλάσιον
 τὸ ZH τοῦ AE καὶ τὸ K τοῦ Γ · ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ
 πολλαπλάσιον τὸ $Z\Theta$ τοῦ AB καὶ τὸ K τοῦ Γ . τὰ
 $Z\Theta$, K ἄρα τῶν AB , Γ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.
 πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ $H\Theta$ τοῦ
 20 EB καὶ τὸ K τοῦ Γ , ἴσον δὲ τὸ EB τῷ Γ , ἴσον
 ἄρα καὶ τὸ $H\Theta$ τῷ K . τὸ δὲ K τοῦ M οὐκ ἐστὶν
 ἔλαττον· οὐδ' ἄρα τὸ $H\Theta$ τοῦ M ἔλαττόν ἐστιν.
 μείζον δὲ τὸ ZH τοῦ Δ · ὅλον ἄρα τὸ $Z\Theta$ συναμ-
 φοτέρων τῶν Δ , M μείζόν ἐστιν. ἀλλὰ συναμφότερα
 25 τὰ Δ , M τῷ N ἐστὶν ἴσα, ἐπειδὴ περ τὸ M τοῦ Δ

1. ποτέ] mg. F. 3. AE] P; AE ἕως οὗ τὸ γενόμενον
 μείζον γένηται τοῦ Δ Theon (BFVp; in F οὗ corr. ex ἂν;
 γινόμενον V, F m. 2). 5. τὸ δέ] καὶ τό Bp. 6. τοῦ] (alt.)
 τόν π (non P); τό F, corr. m. 2. 7. πλεῖον] V m. 1; πλείους
 BFpπ, V m. 2. 8. ἂν] οὗ P. 13. $H\Theta$] ΘH Bp et FV in
 ras. m. 2. 14. Ante ZH ras. 1
 litt. F. 15. $Z\Theta$] Z in ras. m. 2 V. AB] A in ras. m. 2 V.
 19. ἐστίν F. 20. EB] AB F. τό] (alt.) corr. ex τῷ m. 2 P.

maior erit magnitudine Δ [def. 4]. sit prius $AE < EB$,
et multiplicetur AE , et sit mul-
tiplex eius ZH maior magnitu-
dine Δ , et quoties multiplex est
 ZH magnitudinis AE , toties
multiplex fiat $H\Theta$ magnitudinis
 EB et K magnitudinis Γ , et su-
matur $\Delta = 2 \Delta$, $M = 3 \Delta$, et
deinceps multiplices per unum
crescentes, donec sumpta mag-
nitude multiplex fiat magnitu-
dinis Δ et prima maior magnitudine K . sumatur, et
sit N , quadruplex magnitudinis Δ et prima maior
magnitudine K .

iam quoniam K magnitudine N prima minor est,
 K magnitudine M minor non est. et quoniam ZH
magnitudinis AE et $H\Theta$ magnitudinis EB aequae multi-
plex est, erit ZH magnitudinis AE et $Z\Theta$ magni-
tudinis AB aequae multiplex [prop. I]. uerum ZH
magnitudinis AE et K magnitudinis Γ aequae multiplex
est. itaque $Z\Theta$ magnitudinis AB et K magnitudinis
 Γ aequae multiplex est. quare $Z\Theta$, K magnitudinum
 AB , Γ aequae multiplices sunt. rursus quoniam $H\Theta$
magnitudinis EB et K magnitudinis Γ aequae multiplex
est, et $EB = \Gamma$, erit etiam $H\Theta = K$. uerum K
magnitudine M minor non est. itaque ne $H\Theta$ qui-
dem magnitudine M minor est. sed $ZH > \Delta$. ergo
 $Z\Theta > \Delta + M$. sed $\Delta + M = N$, quoniam $M = 3 \Delta$

22. οὐδ' ἐ comp. p. ἔστω P V p.

25. N] in ras. V. ἴσα ἔστω F.

23. τό] (prius) om. V.

τριπλάσιόν ἐστιν, συναμφοτέρα δὲ τὰ M , Δ τοῦ Δ ἐστι τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ N τοῦ Δ τετραπλάσιον· συναμφοτέρα ἄρα τὰ M , Δ τῷ N ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ $Z\Theta$ τῶν M , Δ μείζον ἐστιν· τὸ $Z\Theta$ ἄρα
 5 τοῦ N ὑπερέχει· τὸ δὲ K τοῦ N οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστι τὰ μὲν $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὸ δὲ N τοῦ Δ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· τὸ AB ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ .

10 Λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Δ πρὸς τὸ AB .

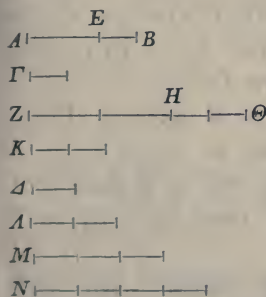
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-
 ξομεν, ὅτι τὸ μὲν N τοῦ K ὑπερέχει, τὸ δὲ N τοῦ
 $Z\Theta$ οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστι τὸ μὲν N τοῦ Δ πολλα-
 15 πλάσιον, τὰ δὲ $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Δ πρὸς τὸ AB .

Ἀλλὰ δὴ τὸ AE τοῦ EB μείζον ἔστω. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ EB πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ
 20 Δ μείζον. πεπολλαπλασιασθῶ, καὶ ἔστω τὸ $H\Theta$ πολλαπλάσιον μὲν τοῦ EB , μείζον δὲ τοῦ Δ · καὶ ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ $H\Theta$ τοῦ EB , τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ZH τοῦ AE , τὸ δὲ K τοῦ Γ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ $Z\Theta$, K τῶν AB , Γ ἰσάκεις
 25 ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ N πολλαπλάσιον μὲν τοῦ Δ , πρῶτως δὲ μείζον τοῦ ZH .

1. ἐστιν] B, comp. p; om. F; ἐστι PV. δέ] om. Fp; m. rec. B. M , Δ] Δ , M P. 2. τό] corr. ex τοῦ m. 1 V.
 3. ἐστιν ἴσα FV. 4. τῶν] τῷ K V. M , Δ] Δ , M P. ἐστι BV. $Z\Theta$] ZE φ. 7. ἔτυχε φ (non F) Vp. 8. ἄρα] m. 2 F. 12. δὴ δείξομεν P. 13. μὲν] m. 2 F. 14. οὐχ] corr. ex οὐκ m. 2 P. 15. τά] τό Fp. $Z\Theta$, K] litt. Θ , K in

et $M + \Delta = 4 \Delta$ et $N = 4 \Delta$; itaque $M + \Delta = N$.
sed $Z\Theta > M + \Delta$. itaque $Z\Theta$ magnitudinem N superat.
 K autem magnitudinem N non superat. et $Z\Theta$, K
magnitudinum AB , Γ aequae multiplices sunt, N autem
magnitudinis Δ alia quaevis multiplex. itaque AB
: $\Delta > \Gamma$: Δ [def. 7].

dico igitur, esse etiam $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$. nam
iisdem comparatis similiter demonstrabimus, N magni-
tudinem K superare, $Z\Theta$ autem magnitudinem non
superare. et N magnitudinis Δ multiplex est, $Z\Theta$, K
autem magnitudinum AB , Γ aliae quaevis aequae mul-
tiplices. itaque $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ [def. 7].



iam uero sit $AE > EB$. ita-
que minor magnitudo EB multi-

plicata aliquando magnitudine
 Δ maior erit, [def. 4]. multipli-

cetur, et sit $H\Theta$ magnitudinis
 EB multiplex et magnitudine

Δ maior. et quoties multiplex
est $H\Theta$ magnitudinis EB , toties

multiplex fiat ZH magnitudinis
 AE et K magnitudinis Γ . iam similiter demonstrabimus,

$Z\Theta$, K magnitudinum AB , Γ aequae multiplices esse. et
similiter sumatur N magnitudinis Δ multiplex et
prima maior magnitudine ZH . quare rursus ZH

ras. m. 2 V. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 18. τοῦ EB μείζον ἔστω] P;
μείζον ἔστω τοῦ EB BVp; τοῦ EB m. 1 F, seq. μείζον ἔστω
τοῦ EB φ. τὸ δὲ ἔλαττον τὸ EB] πολλαπλα φ. 20.
πεπολλαπλασιάσθω] post πε- ras. 2 litt. F. 23. μέν] φ in
spatio plurium litt. τό] in ras m. 1 p. 24. τά] τό φ
(non F).

ὥστε πάλιν τὸ ZH τοῦ M οὐκ ἐστὶν ἔλασσον. μεί-
 ζον δὲ τὸ $H\Theta$ τοῦ Δ . ὅλον ἄρα τὸ $Z\Theta$ τῶν Δ, M ,
 τουτέστι τοῦ N , ὑπερέχει. τὸ δὲ K τοῦ N οὐχ ὑπερέχει,
 ἐπειδήπερ καὶ τὸ ZH μείζον ὢν τοῦ $H\Theta$, τουτέστι
 5 τοῦ K , τοῦ N οὐχ ὑπερέχει. καὶ ὡσαύτως κατα-
 κολουθοῦντες τοῖς ἐπάνω περαίνομεν τὴν ἀπόδειξιν.

Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ
 μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ
 πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὸ
 10 μείζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον
 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν.

15 Ἐχέτω γὰρ ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ τὸν
 αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ A τῷ B .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἐκάτερον τῶν A, B πρὸς τὸ Γ
 τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ A
 τῷ B .

20 Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B
 τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ A τῷ B .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ Γ πρὸς ἐκάτερον τῶν A, B
 τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ A
 τῷ B .

25 Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον
 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. οὐκ ἐστὶν ἔλασσον] μὴ ἔλασσον εἶναι P. ἔλαττον Fr.

2. τῶν] τοῦ Br. 3. τουτέστιν P. οὐχ ὑπερέχει] ὑπερέ-
 χει οὐδαμῶς V. 4. ἐπειδήπερ — 5: ὑπερέχει] mg. m. 1 F.

magnitudine M minor non est. et $H\Theta > \Delta$. itaque $Z\Theta > \Delta + M$, h. e. $Z\Theta > N$. K autem magnitudinem N non superat, quoniam ZH , quae maior est magnitudine $H\Theta$, h. e. maior magnitudine K , magnitudinem N non superat. et eodem modo superiora sequentes demonstrationem conficimus.

Ergo ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem; quod erat demonstrandum.

IX.

Quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt.

A ————— B ————— Sit enim $A : \Gamma = B : \Gamma$. dico,
 Γ ————— esse $A = B$.

nam si minus, non esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VIII].
 at est. itaque $A = B$.

iam rursus sit $\Gamma : A = \Gamma : B$. dico, esse $A = B$.
 nam si minus, non esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VIII].
 at est. itaque $A = B$.

Ergo quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

4. ὅν] corr. ex ὡν m. 2 P. 5. τοῦ] (prius) P; τό BF V p.
 κατακολουθοῦντες] bis P; corr. m. 2. 6. ἀπόδειξιν] post
 ἀπο- spatium 1 litt., in quo m. 2 inser. δε F. 8. τὸ ἔλαττον
 — 9: ἦπερ] mg. m. 1 P. 13. ἐστίν] F; comp. p; ἐστί PB V.
 αἰ] euan. F. 14. ἀκείνα V. 17. μὴ] μεῖζον φ. 18.
 εἶχε] in ras. P φ, εἶχεν B. εἶχει] ἔχη φ. 23. εἶχε] in ras. P;
 εἶχει B; ἔχη F. ἐστίν F. 26. ἐστίν] comp. Fp; ἐστί PB V.
 27. ἀκείνα V.

ι'.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστιν· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττον
5 ἐστιν.

Ἐχέτω γὰρ τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*· ἢ ἔλασσον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*· ἐκάτερον
10 γὰρ ἂν τῶν *A*, *B* πρὸς τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*· τὸ *A* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *Γ* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.
15 ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *A*· λέγω, ὅτι ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν
20 οὖν οὐκ ἐστὶ τὸ *B* τῷ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς ἐκάτερον τῶν *A*, *B* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν μεῖζόν ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *B* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ πρὸς τὸ *A*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα
25 μεῖζόν ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*.

Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα

2. τὸ τὸν μείζονα V. 3. ἐστιν] P, comp. p; ἐστι B F V.
7. τὸ *A* μεῖζόν ἐστι B p. τό] τοῦ V, sed corr. τοῦ]
corr. ex τό V. B] in ras. m. 2 P. 8. ἐστὶ] φ, ἐστίν F.
τῷ] τοῦ P. ἔλαττον F. 9. οὖν] P V; om. B F p. ἐστιν B.

X.

Eorum, quae ad idem rationem habent, quod maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est.

$A|-----| B|-----|$ Sit enim $A : \Gamma > B : \Gamma$. dico,
 $\Gamma|-----|$ esse $A > B$.

nam si minus, aut $A = B$, aut $A < B$. uerum non est $A = B$; tum enim esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VII]. at non est. quare non est $A = B$. neque uero $A < B$; tum enim esset $A : \Gamma < B : \Gamma$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $A < B$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $A > B$.

sit rursus $\Gamma : B > \Gamma : A$. dico, esse $B < A$.

nam si minus, aut $B = A$ aut $B > A$. uerum non est $B = A$; tum enim esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VII]. at non est. itaque non est $A = B$. neque uero $B > A$; tum enim esset $\Gamma : B < \Gamma : A$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $B > A$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $B < A$.

Ergo eorum, quae ad idem rationem habent, quod

10. εἶχε] ἔχει B; F, corr. m. 2. 12. ἔλαττον F. 13. τὸν ἐλάσσονα V; ἐλάττονα F. εἶχε λόγον P. 14. ἔλαττον F. ἐστὶ] m. 2 F. 15. δὲ ὅτι V. Post B repetuntur in F: ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μείζον ἄρα τὸ A τοῦ B. 17. ἔλαττον F. 20. A] in ras. m. 1 B. γάρ] insuper comp. add. m. 2 V; ἄρα B. 21. εἶχε] φ; εἶχεν PB; ἔχει F. 22. ἐστὶ] ἐστίν P; comp. F addito ἐστὶ φ. τό] τῷ V.. τῷ] τό V. 23. ἐστίν P. τό] (prius) τοῦ V, corr. m. 1. ἐλάττονα F. 25. οὐδ' φ (non F), -ε in ras. m. 1 B. 26. ἔλαττον] φ, seq. ον m. 1; ἔλασσον P. 27. τό] (alt.) om. φ. μείζονα] φ, seq. ονα m. 1, eras.

λόγον ἔχον μείζον ἐστίν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα
λόγον ἔχει, ἐκείνο ἔλαττόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις
5 εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Ἔστωσαν γὰρ ὡς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως
τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ
E πρὸς τὸ *Z*· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*,
οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*.

10 Εἰλήφθω γὰρ τῶν *A, Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια
τὰ *H, Θ, K*, τῶν δὲ *B, Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις
πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ, Ν*.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ
Γ πρὸς τὸ *Δ*, καὶ εἰληπται τῶν μὲν *A, Γ* ἰσάκεις
15 πολλαπλάσια τὰ *H, Θ*, τῶν δὲ *B, Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ
H τοῦ *Λ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, καὶ εἰ ἴσον
ἐστίν, ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν, ἐπεὶ
ἐστὶν ὡς τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*,
20 καὶ εἰληπται τῶν *Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Θ, K*,
τῶν δὲ *Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια
τὰ *Μ, Ν*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερέχει
καὶ τὸ *K* τοῦ *Ν*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον,
ἐλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερεῖχε
25 καὶ τὸ *H* τοῦ *Λ*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον,

1. ἐστίν] *B*, comp. *p*; ἐστι *PFV*. 2. ἔλασσον *PBVp*.
4. λόγῳ] *P m. 1, F, Vm. 1*; λόγοι *Bp, Pm. 2, φ, Vm. 2*.
6. οὕτω *P*. 11. *Δ, Z*] *Z, Δ F*. ἃ] *e* corr. *F*. 12. τὰ]
τὰ *H, Θ, K* τὰ *P*, corr. *m. 1*. 14. μὲν] *m. 2 FV*. *Γ*] in
ras. *m. 2 P*. 15. *H*] in ras. *m. 1 p*. δέ] om. *φ*. *B, Δ*]
H, Δ φ (non *F*). ἄλλα ἰσάκεις πολλαπλάσια ἃ ἔτυχε *V*. ἃ]

maiores habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiores habet rationem, id minus est; quod erat demonstrandum.

XI.

Quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt.

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico,
 A |——| Γ |——| E |——| esse $A : B = E : Z$.
 B |——| Δ |——| Z |——| sumantur enim
 H |——|——| Θ |——|——| K |——| magnitudinum A ,
 A |——|——|——| M |——|——|——| N |——| Γ , E aequae multi-
plices H , Θ , K et magnitudinum B , Δ , Z aliae quaevis
aeque multiplices A , M , N .

et quoniam $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A , Γ aequae multiplices H , Θ et magnitudinum B , Δ aliae quaevis aequae multiplices A , M , si H magnitudinem A superat, etiam Θ magnitudinem M superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. rursus quoniam $\Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum Γ , E aequae multiplices Θ , K et magnitudinum Δ , Z aliae quaevis aequae multiplices M , N , si Θ magnitudinem M superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. sed si Θ magnitudinem M superabat, etiam H magnitudinem A superabat¹⁾,

1) Imperfectum recte se habet; refertur enim ad ea, quae iam lin. 16 sq. dicta sunt; cfr. p. 50, 13.

m. 2 F. 17. H] in ras m. 2 V. 20. $\tau\omega\nu \mu\acute{\epsilon}\nu$ P. K , Θ p.
21. Δ] K , Δ F, sed corr. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 22. $\tau\omicron\upsilon$] m. 2 V.
24. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \epsilon\iota$ — 25: $\xi\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$ (alt.)] mg. m. 2 FV ($\acute{\alpha}\lambda\lambda'$). 24.
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$] $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$ corr. ex $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ m. 1 P; $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ B F V p.
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$] p; $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$ PB; $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ FV.

ἐλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ H τοῦ A , ὑπερέχει καὶ τὸ K τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἐλαττον, ἐλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν H, K τῶν A, E ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ A, N τῶν B, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
 5 ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z .

Οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

10 Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἐστὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα.

Ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ A, B, Γ ,
 15 A, E, Z , ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ A , καὶ τὸ E πρὸς τὸ Z · λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὰ A, Γ, E πρὸς τὰ B, A, Z .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, Γ, E ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, K , τῶν δὲ B, A, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
 20 ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ A, M, N .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ A , καὶ τὸ E πρὸς τὸ Z , καὶ εἰληπται τῶν μὲν A, Γ, E ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, K τῶν δὲ B, A, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια
 25 τὰ A, M, N , εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ H τοῦ A , ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ M , καὶ τὸ K τοῦ N , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,

XII. Eutocius in Archim. III p. 136, 25.

2. ἔλασσον, ἔλασσον V. 4. Z] Δ P. ᾶ] supra F. 7. λόγῳ] P; λόγοι BFVp. 16. ἐστίν] om. F. 17. τὰ] τό F. τὰ]

et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. quare, si H magnitudinem A superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et H, K magnitudinum A, E aequae multiplices sunt, et A, N magnitudinum B, Z aliae quaevis aequae multiplices; erit igitur $A : B = E : Z$ [def. 5].

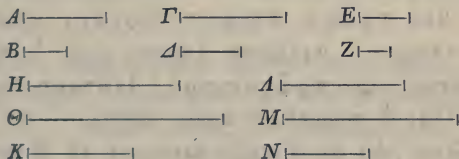
Ergo quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet magnitudines proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$. dico, esse $A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z$.

sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aequae multi-



plices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices A, M, N . et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ, E aequae multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaevis aequae multiplices A, M, N , si H magnitudinem A superat, etiam Θ magnitudinem M superat

$\tau\acute{o}$ F, sed corr. B] postea insert. F. 19. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 23.
 $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. Bp. 24. $\tilde{\alpha}$] m. 2 F. 25. H] in ras. F.

καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ
 Η τοῦ Α, ὑπερέχει καὶ τὰ Η, Θ, Κ τῶν Α, Μ, Ν,
 καὶ εἰ ἴσον, ἴσα, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττονα. καὶ ἐστὶ
 τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η, Θ, Κ τοῦ Α καὶ τῶν Α, Γ, Ε
 5 ἰσάκεις πολλαπλάσια, ἐπειδήπερ ἐὰν ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη
 ὀποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν μεγε-
 θῶν ἐνός, τοσανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν
 πάντων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Α καὶ τὰ Α, Μ, Ν
 10 τοῦ Β καὶ τῶν Β, Α, Ζ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια·
 ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε
 πρὸς τὰ Β, Α, Ζ.

Ἐὰν ἄρα ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται
 ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως
 15 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὅπερ
 εἶδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη
 λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ
 20 πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτου
 πρὸς ἕκτου, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα
 λόγον ἔξει ἢ πέμπτου πρὸς ἕκτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν
 ἔχτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ,
 25 τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ μείζονα λόγον
 ἔχτω ἢ πέμπτου τὸ Ε πρὸς ἕκτου τὸ Ζ. λέγω, ὅτι
 καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον
 ἔξει ἢπερ πέμπτου τὸ Ε πρὸς ἕκτου τὸ Ζ.

1. ἔλασσον ἔλασσον V.

2. τὰ] τό P.

τῶν] τοῦ P.

3. ἴσα] ἴσον PBr. ἔλασσον ἔλασσον P; ἔλαττον ἔλαττον Br.

5. ἐὰν] ἄν P.

6. ἴσων] ἴσον BF.

7. πολλαπλάσια V.

10. τοῦ Β] litt. B e corr. F. ἐστὶ] ἔσται p.

11. τὰ] τό

et K magnitudinem N , et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. quare, si H magnitudinem A superat, etiam $H + \Theta + K$ magnitudines $A + M + N$ superant, et si aequalis, aequales sunt, et si minor, minores. iam H magnitudinis A et $H + \Theta + K$ magnitudinum $A + \Gamma + E$ aequae multiplices sunt, quoniam si datae sunt quotuis magnitudines quotuis magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices [prop. I]. eadem de causa etiam A magnitudinis B et $A + M + N$ magnitudinum $B + \Delta + Z$ aequae multiplices sunt. itaque

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z \text{ [def. 5].}$$

Ergo si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quartam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam.

A |——| Γ |——| M |——|——| H |——|——|——|
 B |——| Δ |——| N |——|——| K |——|——|——|

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta > E : Z$. dico, esse etiam $A : B > E : Z$.

FV. 12. τὰ τό F. 15. πάντα] (alt.) πάντα P. 20. ἦ] P; ἦπερ BFVp. 22. ἦ] P; ἦπερ BFVp. 23. μὲν γὰρ P. τὸν B F. 26. ἦ] P, Fm. 1; ἦπερ BVp, Fm. 2. 28. ἔξει] ἔχει P. ἦπερ τὸ E πρὸς τὸ Z P.

Ἐπεὶ γὰρ ἔστι τινὰ τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκεις πολλα-
 πλάσια, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλα-
 πλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ
 5 τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλάσιον οὐχ ὑπερέχει, εἰλήφθω,
 καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ,
 τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια
 τὰ Κ, Α, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ
 τοῦ Α μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὅσαπλάσιον μὲν ἔστι τὸ
 10 Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Μ τοῦ Α,
 ὅσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω
 καὶ τὸ Ν τοῦ Β.

Καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὥς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ
 πρὸς τὸ Δ, καὶ εἰληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκεις πολλα-
 15 πλάσια τὰ Μ, Η, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσά-
 κεις πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ
 τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,
 καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ·
 ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν. τὸ δὲ Θ τοῦ Α οὐχ
 20 ὑπερέχει· καὶ ἔστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκεις
 πολλαπλάσια, τὰ δὲ Ν, Α τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,
 ἰσάκεις πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα
 λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη

1. Post γὰρ add. Theon: τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον
 ἔχει ἢ περὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ (BFVp); om. P. 2. τῶν δὲ Δ, Ζ
 — πολλαπλάσια] mg. m. 1 F. 3. τό] corr. ex τὰ m. 1 V.
 τοῦ] (alt.) postea insert. m. 2 F. 7. ἃ] supra F. 8.
 Ante ὑπερέχειν ras. 2 litt. V. 9. μὴ] P; οὐ μὴ F; οὐχ
 BVp. 15. ἃ] supra m. 2 F. 20. τὰ] corr. ex τό m. 1 V.
 Α] in ras. P. 21. τὰ δέ — 22: πολλαπλάσια] om. F. 22.
 τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β] in ras. m. 2 F, seq. uestig. 12 litt.
 24. ἔχει V.

nam quoniam sunt quaedam¹⁾ magnitudinum Γ, E
 E |—————| aequae multiplices, magnitudi-
 Z |—————| num autem Δ, Z aliae quaeuis
 Θ |—————| |—————| aequae multiplices, et multiplex
 A |—————| |—————| magnitudinis Γ multiplicem
magnitudinis Δ superat, mul-
tiplex autem magnitudinis E multiplicem magnitudinis
 Z non superat [def. 7], sumantur, et sint magnitudinum
 Γ, E aequae multiplices H, Θ , magnitudinum autem Δ, Z
aliae quaeuis aequae multiplices K, A , ita ut H magnitu-
dinem K superet, Θ autem magnitudinem A non superet.
et quoties multiplex est H magnitudinis Γ , toties
multiplex sit M magnitudinis A , quoties autem multi-
plex est K magnitudinis Δ , toties multiplex sit N
magnitudinis B . et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et
sumptae sunt magnitudinum A, Γ aequae multiplices
 M, H , magnitudinum autem B, Δ aliae quaeuis aequae
multiplices N, K , si M magnitudinem N superat,
etiam H magnitudinem K superat, et si aequalis,
aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. uerum H
magnitudinem K superat; quare etiam M magnitu-
dinem N superat. Θ autem magnitudinem A non
superat. et M, Θ magnitudinum A, E aequae multi-
plices sunt, N, A autem magnitudinum B, Z aliae
quaeuis aequae multiplices.²⁾ itaque

$$A : B > E : Z.$$

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quar-
tam eandem rationem habet, tertia autem ad quar-

1) μέν et δέ lin. 1—2 inusitate quidem posita sunt,
neque tamen ita, ut ferri nequeant.

2) Cfr. lin. 6—8 cum lin. 9 sq.

λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἔξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Πρῶτον γὰρ τὸ A πρὸς δεύτερον τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ , μείζον δὲ ἔστω τὸ A τοῦ Γ . λέγω, ὅτι καὶ τὸ B τοῦ Δ μείζον ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ A τοῦ Γ μείζον ἔστιν, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, [μέγεθος] τὸ B , τὸ A ἄρα πρὸς τὸ B μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ Γ πρὸς τὸ B . ὥς δὲ τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ . καὶ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ Γ πρὸς τὸ B . πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἔστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ Δ τοῦ B . ὥστε μείζον ἔστι τὸ B τοῦ Δ .

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ A τῷ Γ , ἴσον ἔσται καὶ τὸ B τῷ Δ , καὶ ἔλασσον ἢ τὸ A τοῦ Γ , ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ B τοῦ Δ .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

30

tam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

A |—————| Γ |—————| Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et
 B |—————| Δ |—————| $A > \Gamma$. dico, esse etiam $B > \Delta$.

nam quoniam est $A > \Gamma$, et alia quaevis magnitudo est B , erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $B > \Delta$.

similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $B = \Delta$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $B < \Delta$.

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

2. τὸ τέταρτον B. ἔχει Vφ. ἥπερ Vφ. 3. ἥπερ Vφ.
 9. καὶ ἂν V. καὶ ἂν Vφ. 13. A] Δ φ.
 15. μείζον ἐστι τὸ A τοῦ Γ P. τό] corr. ex τοῦ V. τοῦ]
 corr. ex τό V. 16. ἔτυχε Vp. μέγεθος] om. P. 20. ὅ]
 m. 2 P. ἔλαττον F. 21. ἔλαττον F. 23. ἦ] supra m. 1 F. 24.
 καὶ, supra scr. ἂν m. 2 V. ἔλαττον F. 25. ἔλατ-
 τον F. καὶ] om. V. 26. πρῶτον] -τον in ras. m. 2 V. 29.
 ἑλάσσον ἑλάσσον p.

ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἔστω γὰρ ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ Γ καὶ
5 το ΔE τοῦ Z . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Z ,
οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ AB τοῦ
 Γ καὶ τὸ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ AB με-
γέθη ἴσα τῷ Γ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔE ἴσα τῷ Z .
10 διηρησθῶ τὸ μὲν AB εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ $AH, H\Theta, \Theta B$,
τὸ δὲ ΔE εἰς τὰ τῷ Z ἴσα τὰ $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$.
ἐστὶ δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $AH, H\Theta, \Theta B$ τῷ πλή-
θει τῶν $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ AH ,
 $H\Theta, \Theta B$ ἀλλήλοις, ἐστὶ δὲ καὶ τὰ $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$
15 ἴσα ἀλλήλοις, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK ,
οὕτως τὸ $H\Theta$ πρὸς τὸ $K\Lambda$, καὶ τὸ ΘB πρὸς τὸ ΛE .
ἐστὶ ἄρα καὶ ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν
ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα
τὰ ἐπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ ΔK ,
20 οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE . ἴσον δὲ τὸ μὲν AH
τῷ Γ , τὸ δὲ ΔK τῷ Z . ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς
τὸ Z οὕτως τὸ AB πρὸς τὸ ΔE .

Τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλασίοις τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει
25 δεῖξαι.

XV. Pappus V p. 338, 4.

5. ἐστίν] m. 2 F. 7. ἐστίν F. 8. μεγέθει V. 11.
εἰς τὰ τῷ Z] in ras. m. 2 V. Z] seq. ras. 3 litt. V; Z
μεγέθει Bp. 12. ΘB] $\Theta E\phi$ (non F), $B\Theta B$. 13. $K\Lambda$]
 $H\Lambda$ V. ἴσα ἀλλήλοις V. ἐστίν B. 14. ἀλλήλοις] om. V.

XV.

Partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae.

Sit enim AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplex. dico, esse $\Gamma : Z = AB : \Delta E$.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aequae multiplex est, quot sunt in AB magnitudines magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudines Z aequales. diuidatur AB in partes magnitudini Γ aequales, $AH, H\Theta, \Theta B$, et ΔE in partes magnitudini Z aequales, $\Delta K, KA, \Delta E$. erit igitur numerus magnitudinum $AH, H\Theta, \Theta B$ numero magnitudinum $\Delta K, KA, \Delta E$ aequalis. et quoniam $AH = H\Theta = \Theta B$ et $\Delta K = KA = \Delta E$, erit $AH : \Delta K = H\Theta : KA = \Theta B : \Delta E$ [prop. VII]. quare etiam ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. itaque $AH : \Delta K = AB : \Delta E$. uerum $AH = \Gamma$, $\Delta K = Z$. itaque

$$\Gamma : Z = AB : \Delta E.$$

Ergo partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

ἐστίν B. δὲ καὶ τὰ] δὴ seq. lacuna φ. 16. ΘB] $B\Theta$ F.
 ΔE] post ras. 2 litt. P. 21. τὸ] corr. ex τῶ m. 1 p.
 ΔK] Δ in ras. m. 2 P. Z] corr. ex K m. 2 F. 24.
 ξξει BFVp.

ις'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*,
 5 ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*. λέγω,
 ὅτι καὶ ἐναλλάξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ
Γ, οὕτως τὸ *B* πρὸς τὸ *Δ*.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *A*, *B* ἰσάκεις πολλαπλάσια
 τὰ *E*, *Z*, τῶν δὲ *Γ*, *Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχευ, ἰσάκεις πολλα-
 10 πλάσια τὰ *H*, *Θ*.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *E* τοῦ *A*
 καὶ τὸ *Z* τοῦ *B*, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὁσαύτως πολλαπλα-
 σίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *A* πρὸς
 τὸ *B*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. ὡς δὲ τὸ *A* πρὸς τὸ
 15 *B*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*. καὶ ὡς ἄρα τὸ *Γ* πρὸς
 τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. πάλιν, ἐπεὶ τὰ *H*, *Θ*
 τῶν *Γ*, *Δ* ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ
Γ πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*. ὡς δὲ τὸ *Γ*
 πρὸς τὸ *Δ*, [οὕτως] τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*. καὶ ὡς ἄρα τὸ
 20 *E* πρὸς τὸ *Z*, οὕτως τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*. ἔαν δὲ τέσ-
 σαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου
 μείζον ᾗ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται,
 καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερ-
 ἔχει τὸ *E* τοῦ *H*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Z* τοῦ *Θ*, καὶ εἰ
 25 ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν
E, *Z* τῶν *A*, *B* ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *H*, *Θ* τῶν

6. ἀνάλογον] om. P. ἔσται] ἐστὶν P. τό] (alt.) om. F.
 8. γάρ] supra F. 9. ᾧ] supra F. 11. ἐστὶ] om. Bp.
 πολλαπλάσιον] -ον in ras. P. 13. λόγον] P; λόγον ληφ-
 θέντα κατάλληλα Theon (BFVp). 15. οὕτως] supra p; om. B.
 16. Z] corr. ex Ξ m. 2 V. H, Θ] Θ, H Bp. 17. πολλα-

XVI.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt.

Sint quattuor magnitudines proportionales $A, B, \Gamma,$

A |——| Γ |——| Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$.
 B |——| Δ |——| dico, etiam permutando esse
 $A : \Gamma = B : \Delta$.

E |——|——|——| H |——|——| sumantur enim magnitudi-
 Z |——|——| Θ |——| num A, B aequae multiples
 E, Z , magnitudinum autem Γ, Δ aliae quaevis aequae
multiplices H, Θ .

et quoniam E magnitudinis A et Z magnitudinis
 B aequae multiplex est, partes autem et similiter mul-
tiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae
[prop. XV], erit $A : B = E : Z$. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$.
quare etiam $\Gamma : \Delta = E : Z$ [prop. XI]. rursus
quoniam H, Θ magnitudinum Γ, Δ aequae multi-
plices sunt, erit $\Gamma : \Delta = H : \Theta$ [prop. XV]. uerum
 $\Gamma : \Delta = E : Z$. itaque etiam $E : Z = H : \Theta$ [prop. XI].
si autem quattuor magnitudines proportionales sunt,
et prima maior est tertia, etiam secunda maior erit
quarta, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor
[prop. XIV]. itaque si E magnitudinem H superat, etiam
 Z magnitudinem Θ superat, et si aequalis, aequalis est,
et si minor, minor. et E, Z magnitudinum A, B

πλάσια] seq. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὁσανύτως πολλαπλασίους τὸν αὐ-
τὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα Bp. 18. Γ] in ras.
m. 1 p. ὡς δέ] ἀλλ' ὡς F. 19. οὕτως] om. P. 20. τό]
(alt.) e corr. V. 23. ἔλασσον, ἔλασσον V. 24. Θ] seq. ras.
1 litt. V. καὶ εἰ] καὶ Theon (BFVp). 25. καὶ εἰ] καὶ
Theon (BFVp). ἐστὶν F. 26. τὰ δέ — p. 48, 1: πολλα-
πλάσια] mg. m. rec. p.

Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιζ'.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς
10 τὸ ΔΖ· λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΑΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ.

15 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκεις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ
20 ΑΒ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκεις δὲ ᾗν πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολ-
25 λαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΑΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.

1. α] supra m. 2 F. 11. ΕΒ] ΒΕ Bp, et V e corr.
τὸ ΔΖ] τὸ ΖΔ F, V m. 2; ΔΖ P. 12. ΕΒ] supra m.
2 F. 17. ΗΚ] H in ras. m. 1 V. ΑΒ] Α e corr. m. 2 V.
18. ΑΜ] in ras. m. 2 V. 19. ΓΖ] Γ in ras. m. 2 V.

aeque multiplices sunt, et H, Θ magnitudinum Γ, Δ aliae quaeuis aequae multiplices; itaque $A : \Gamma = B : \Delta$.

Ergo si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt.

Sint compositae magnitudines proportionales $AB, BE, \Gamma\Delta, \Delta Z$, ita ut sit $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$. dico, etiam dirimendo esse $AE : EB = \Gamma Z : \Delta Z$.

sumantur enim magnitudinum $AE, EB, \Gamma Z, Z\Delta$ aequae multiplices $H\Theta, \Theta K, \Lambda M, MN$ et magnitudinum $EB, Z\Delta$ aliae quaeuis aequae multiplices $K\Xi, N\Pi$. et quoniam $H\Theta$ magnitudinis AE et ΘK magnitudinis EB aequae multiplex est, erit $H\Theta$ magnitudinis AE et HK magnitudinis AB aequae multiplex [prop. I]. uerum $H\Theta$ magnitudinis AE et ΛM magnitudinis ΓZ aequae multiplex est. itaque HK magnitudinis AB et ΛM magnitudinis ΓZ aequae multiplex est. rursus quoniam ΛM magnitudinis ΓZ et MN magnitudinis $Z\Delta$ aequae multiplex est, erit ΛM magnitudinis ΓZ et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex [prop. I]. erat autem ΛM magnitudinis ΓZ et HK magnitudinis AB aequae multiplex. itaque HK magnitudinis AB et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aequae multiplex est.

$\alpha\theta\alpha$] in ras. m. 2 V. HK] K in ras. m. 2 V; ΛM P.
 20. AB] B in ras m. 2 V; ΓZ P. ΛM] HK P. ΓZ] AB P. $\pi\acute{\alpha}\lambda\lambda\iota\nu \ \xi\pi\epsilon\iota$ — 21: $\tau\omicron\upsilon$ ΓZ] mg. m. rec. B; om. p.
 21. $Z\Delta$] ΔZ BV p. 23. ΛN] ΔH V e corr. m. 2. 24. $\tau\omicron\upsilon$] (prius) bis p. AB] eras. p.

πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλασίον τὸ ΘK τοῦ EB
 καὶ τὸ MN τοῦ $Z\Delta$, ἔστι δὲ καὶ τὸ $K\Xi$ τοῦ EB
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ τὸ $N\Pi$ τοῦ $Z\Delta$, καὶ συν-
 τεθὲν τὸ $\Theta\Xi$ τοῦ EB ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ
 5 τὸ $M\Pi$ τοῦ $Z\Delta$. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ
 BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ΔZ , καὶ εἴληπται τῶν μὲν
 AB , $\Gamma\Delta$ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ HK , ΛN , τῶν δὲ
 EB , $Z\Delta$ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ $\Theta\Xi$, $M\Pi$, εἰ ἄρα
 ὑπερέχει τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛN τοῦ
 10 $M\Pi$, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερ-
 εχέτω δὴ τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος
 τοῦ ΘK ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ $H\Theta$ τοῦ $K\Xi$. ἀλλὰ
 εἰ ὑπερεῖχε τὸ HK τοῦ $\Theta\Xi$, ὑπερεῖχε καὶ τὸ ΛN τοῦ
 $M\Pi$ · ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛN τοῦ $M\Pi$, καὶ κοινοῦ
 15 ἀφαιρεθέντος τοῦ MN ὑπερέχει καὶ τὸ ΛM τοῦ $N\Pi$.
 ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ $H\Theta$ τοῦ $K\Xi$, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛM
 τοῦ $N\Pi$. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ $H\Theta$
 τῷ $K\Xi$, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛM τῷ $N\Pi$, καὶ ἔλαττον,
 ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν $H\Theta$, ΛM τῶν AE , ΓZ
 20 ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ $K\Xi$, $N\Pi$ τῶν EB , $Z\Delta$
 ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ
 AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ $Z\Delta$.

Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ διαι-
 ρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἐστίν FV. 3. $Z\Delta$] ZB F. 4. τό] ἄρα τό Bp; ἄρα
 add. m. 2 F. 6. ΔZ] $Z\Delta$ BVp. 7. ΛN] e corr. m. 2 V.
 8. $Z\Delta$] ΔZ P. Seq. in Bp: ἄλλα ἃ ἔτυχεν; idem V m. 2,
 et F in ras. m. 2 (om ἃ), sed omisso ἰσάκεις (fuit in mg. m.
 2, sed euan.). 10. ἔλασσον, ἔλασσον p. 12. ἀλλά] ἀλλ FV.
 13. ὑπερεῖχε] PVp; ὑπερεῖχεν B; ὑπερέχει e corr. F. τὸ
 HK τοῦ $\Theta\Xi$ ὑπερεῖχε] mg. m. 1 P. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν
 PB; ὑπερέχει FV. ΛN] ΛH in ras. m. 1 p. 16. ὑπερέχει]
 -έχει in ras. P. $K\Xi$] in ras. V. 18. ἔσται] om. F.

itaque HK , AN magnitudinum AB , ΓA aequae multiplices sunt. rursus quoniam ΘK magnitudinis EB et MN magnitudinis $Z A$ aequae multiplex est, et $K E$ magnitudinis EB aequae multiplex est ac $N \Pi$ magnitudinis $Z A$, etiam componendo ΘE magnitudinis EB aequae multiplex est ac $M \Pi$ magnitudinis $Z A$ [prop. II]. et quoniam est $AB : BE = \Gamma A : A Z$, et sumptae sunt magnitudinum AB , ΓA aequae multiplices HK , AN , et magnitudinum EB , $Z A$ aequae multiplices ΘE , $M \Pi$, si HK magnitudinem ΘE superat, etiam AN magnitudinem $M \Pi$ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. itaque HK magnitudinem ΘE superet, et ablata, quae communis est, ΘK , etiam $H \Theta$ magnitudinem $K E$ superat. uerum si HK magnitudinem ΘE superabat, etiam AN magnitudinem $M \Pi$ superabat [lin. 8 sq.]. ergo etiam AN magnitudinem $M \Pi$ superat, et ablata, quae communis est, MN , etiam AM magnitudinem $N \Pi$ superat. quare si $H \Theta$ magnitudinem $K E$ superat, etiam AM magnitudinem $N \Pi$ superat. similiter demonstrabimus, si $H \Theta = K E$, esse etiam $AM = N \Pi$, et si $H \Theta < K E$, esse etiam $AM < N \Pi$. et $H \Theta$, AM magnitudinum AE , ΓZ aequae multiplices sunt, $K E$, $N \Pi$ autem magnitudinum EB , $Z A$ aliae quaeuis aequae multiplices. itaque $AE : EB = \Gamma Z : Z A$ [def. 5].

Ergo si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

ἐλασσον, ἐλασσον Bp. 19. AE , ΓZ] ΓZ , AE Bp et F eraso
 Γ . 20. $K E$] $K Z$ φ . 21. $\tilde{\alpha}$] supra m. 2 F. 22. $Z A$] Z
in ras. V; $A Z$ Bp. 23. η] $\xi \sigma \tau \alpha \iota$ V, supra scr. m. 2 η .

ιη'.

Ἐὰν διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ
συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ AE , EB ,
5 ΓZ , $Z\Delta$, ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς
τὸ $Z\Delta$. λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται,
ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ $Z\Delta$.

Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως
τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ΔZ , ἔσται ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE ,
10 οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ ἥτοι πρὸς ἑλασσόν τι τοῦ ΔZ ἢ πρὸς
μεῖζον.

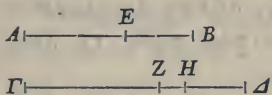
Ἔστω πρότερον πρὸς ἑλασσον τὸ ΔH . καὶ ἐπεὶ
ἔστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE , οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ
 ΔH , συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ
15 διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AE
πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓH πρὸς τὸ $H\Delta$. ὑπόκειται
δὲ καὶ ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB , οὕτως τὸ ΓZ πρὸς
τὸ $Z\Delta$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΓH πρὸς τὸ $H\Delta$, οὕτως τὸ
 ΓZ πρὸς τὸ $Z\Delta$. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ ΓH τοῦ
20 τρίτου τοῦ ΓZ . μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ $H\Delta$
τοῦ τετάρτου τοῦ $Z\Delta$. ἀλλὰ καὶ ἑλαττον· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE ,
οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς ἑλασσον τοῦ $Z\Delta$. ὁμοίως δὲ δεί-
ξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα.

4. AE] A PBFV. 5. ΓZ] (prius) Γ PBFV. 6. $Z\Delta$] ΔZ F. 7. τό] (alt.) om. P. $Z\Delta$] ΔZ F. 9. τό] (alt.) om. P. ΔZ] PF, V m. 2; $Z\Delta$ Bp, Vm. 1. ὡς τό — 10: τὸ $\Gamma\Delta$] mg. m. 2 V. 10. ἑλασσόν τι] ἑλαττον φ, supra scr. τι m. 2. τοῦ] τὸ τοῦ F. ΔZ] PF, Vm. 2; $Z\Delta$ Bp. 12. ἑλαττον F.

13. ὡς τό] ὡς² p, ut iam lin. 9 et postea saepius. BE] BΘ φ. τό] (quartum) om. B. 14. ἐστὶν] e corr. B. 16.

XVIII.

Si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt.



Sint diremptae magnitudines proportionales $AE, EB, \Gamma Z, Z\Delta$, ita ut sit $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$. dico, etiam

compositas proportionales esse,

$$AB:BE = \Gamma\Delta:Z\Delta.$$

nam si non est $AB:BE = \Gamma\Delta:Z\Delta$, erit ut AB ad BE , ita $\Gamma\Delta$ aut ad minus magnitudine $Z\Delta$ aut ad maius.

prius ad minus ΔH aequalem rationem habeat. et quoniam est $AB:BE = \Gamma\Delta:\Delta H$, compositae magnitudines proportionales sunt. quare etiam diremptae proportionales erunt [prop. XVII]. erit igitur

$$AE:EB = \Gamma H:H\Delta.$$

supposuimus autem, esse etiam $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$. quare etiam $\Gamma H:H\Delta = \Gamma Z:Z\Delta$ [prop. XI]. sed prima ΓH maior est tertia ΓZ ; itaque etiam secunda $H\Delta$ maior est quarta $Z\Delta$ [prop. XIV]. uerum etiam minor est; quod fieri non potest. itaque non est ut AB ad BE , ita $\Gamma\Delta$ ad minus magnitudine $Z\Delta$. similiter demonstrabimus, ne ad maius quidem aequalem rationem habere $\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta:Z\Delta = AB:BE$.

$\Gamma H]$ $\Gamma B \varphi$ (non F). 18. $Z\Delta]$ ΔZ F. καὶ ὡς ἄρα — 19: $\tauὸ Z\Delta]$ mg. m. 2 V. 18. $\tauὸ]$ (tert.) om. B. 19. $\muεῖζονα$ P m. 2, sed corr. 21. $\tauετάρτου]$ in ras. p. ἑλασσον Bp. 23. ἑλαττον F. $Z\Delta]$ in ras. m. 2 V; ΔZ Bp.

Ἐὰν ἄρα διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ συν-
τεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν ᾗ ὥς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν
5 πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοι-
πὸν ἔσται ὥς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔστω γάρ ὥς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$, οὕ-
τως ἀφαιρεθὲν τὸ AE πρὸς ἀφαιρεθέν τὸ ΓZ . λέγω,
ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z\Delta$ ἔσται ὥς
10 ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὥς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ
 AE πρὸς τὸ ΓZ , καὶ ἐναλλάξ ὥς τὸ BA πρὸς τὸ
 AE , οὕτως τὸ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ . καὶ ἐπεὶ συγκείμενα
μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον
15 ἔσται, ὥς τὸ BE πρὸς τὸ EA , οὕτως τὸ ΔZ πρὸς
τὸ ΓZ . καὶ ἐναλλάξ, ὥς τὸ BE πρὸς τὸ ΔZ , οὕτως
τὸ EA πρὸς τὸ $Z\Gamma$. ὥς δὲ τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ , οὕ-
τως ὑπόκειται ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$. καὶ
λοιπὸν ἄρα τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ $Z\Delta$ ἔσται ὥς ὅλον
20 τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα ᾗ ὥς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν
πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται
ὥς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὥς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως
25 τὸ EB πρὸς τὸ $Z\Delta$, καὶ ἐναλλάξ ὥς τὸ AB πρὸς τὸ
 BE οὕτως τὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ $Z\Delta$, συγκείμενα ἄρα μεγέθη
ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὥς τὸ BA πρὸς τὸ AE ,
οὕτως τὸ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ΓZ . καὶ ἐστιν ἀναστρέψαντι].

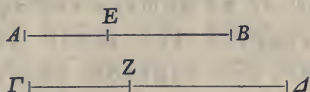
1. ᾗ] ἔσται φ (non F). 2. ἔσται] eras. F. 8. ἀφαιρε-
θέν τὸ AE πρὸς] mg. m. 2 F. 9. πρὸς] πρὸς τό φ. 10.

Ergo si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum.

Sit enim $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam



$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

nam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, etiam permutando est $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ [prop. XVI]. et quoniam compositae magnitudines proportionales sunt, etiam diremptae proportionales erunt,

$$BE : EA = \Delta Z : \Gamma Z \text{ [prop. XVII].}$$

et permutando [prop. XVI] $BE : \Delta Z = EA : Z\Gamma$. sed supposuimus, esse $AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\Delta$. itaque etiam $EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

Ergo si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum; quod erat demonstrandum.

ὅλον] (alt.) m. 2 V. 11. ἐστι φ (non F). ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τό Theon (BVP, F euan.). 13. ΔΓ] ΓΔ P. 14. ἐστίν] F; ἐστι PBP. 15. Post ὡς add. ἄρα Pm. rec., V m. 2; Bp. 16. ΓZ] ZΓ P. ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν Theon (BFVP). 19. ZΔ] ΔZ P. 21. πρὸς ἀφαιρεθέν] mg. F. 24. πόρισμα mg. m. 2 V. καὶ ἐπεὶ] euan., del. m. 2 F. 25. τὸ ZΔ] ZΔ P. 26. τὸ ZΔ] F; ZΔ P; τὸ ΔZ V, Bp in ras. 27. ἐστίν] in ras. m. 2 V; ἔσται Bp. δὲ καὶ ὡς P. τὸ AE] AE Bp. 28. τὸ ΓZ] ΓZ Pp.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6

κ'.

Ἐὰν ᾗ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ᾗ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μείζον ἔσται,
10 καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐστω τρία μεγέθη τὰ *A*, *B*, *Γ*, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *Δ*, *E*, *Z*, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς
15 τὸ *Z*, δι' ἴσου δὲ μείζον ἔστω τὸ *A* τοῦ *Γ*. λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Δ* τοῦ *Z* μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἔστι τὸ *A* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὸ *B*, τὸ δὲ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει
20 ἢπερ τὸ ἔλαττον, τὸ *A* ἄρα πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*. ἀλλ' ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, [οὕτως] τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ *Z* πρὸς τὸ *E*. καὶ τὸ *Δ* ἄρα πρὸς τὸ *E* μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ *Z* πρὸς τὸ *E*. τῶν

1. πόρισμα] mg. PFBp; om V. 4. Seq. scholium; u. app. 7. καί] om. p; m. 2 B. 10. καὶ] καὶ ἐάν P. καὶ] ἔσται, καὶ ἐάν P. ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 12. καὶ ἐν Bp; καὶ supra m. 2 F. 14. E] (alt.) ante ras. 1 litt. V. 17. ἔλασσον ἔλασσον Vp. 21. ἀλλά B. 22. οὕτως] om. P. τὸ E] E P. τὸ Γ] Γ P; τό add. m. rec.; τὸ Z φ. τὸ B] B P; τὸ E φ. 23. ἀνάπαλιν] καὶ τὸ Δ φ. τὸ E] E φ; sequentia euan. F.

Corollarium.¹⁾

Hinc manifestum est, si compositae magnitudines proportionales sint, etiam conuertendo proportionales eas fore. — quod erat demonstrandum.

XX.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z , binae coniunctae in eadem proportionem, scilicet $A : B = \Delta : E$, et $B : \Gamma = E : Z$, et sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaevis magnitudo est B , et maius ad idem maiorem rationem habet quam minus [prop. VIII], erit $A : B > \Gamma : B$. uerum $A : B = \Delta : E$ et e contrario [prop. VII coroll.]

$$\Gamma : B = Z : E.$$

1) Quae praecedunt uerba p. 55, 24—28 immerito ab Simsono aliisque uituperantur; nam ueram continent demonstrationem conuersae rationis. demonstraui enim (p. 55, 19) $AB : \Gamma\Delta = EB : Z\Delta$, unde $AB : EB = \Gamma\Delta : Z\Delta$; sed simul erat (p. 55, 12) $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$; tum u. def. 16. nihilo minus hic locus interpolatus esse uideri potest (sed ante Theonem), quia Euclides numquam corollarii rationem reddit, id quod ipsius uocabuli $\pi\acute{o}\tau\iota\sigma\mu\alpha$ notioni (Proclus in Eucl. p. 301. 303) aduersatur. huic loco similis est interpolatio Theonis post V, 4.

δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντων το μείζονα λόγον ἔχον μείζον ἔστιν. μείζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Z . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ A τῷ Γ , ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Z , καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

5 Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κα'.

Ἐὰν ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ
15 τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐστω τρία μεγέθη τὰ A , B , Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ , E , Z , σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ
20 ἀναλογία, ὥς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ὥς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E , δι' ἴσου δὲ τὸ A τοῦ Γ μείζον ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Z μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

1. τὸ αὐτό] αὐτό Bp; in p supra scr. τό. 2. ἐκεῖνο μείζον Theon (BFVp). ἔστιν] P; comp. p; ἔστι BFV. μείζον] corr. ex μείζων V. 3. τὸ A] mg. m. rec. F. 4. τό] corr. ex τῷ P. ἔλασσον, ἔλασσον p. 8. ἴσον ἔσται, καὶ P. 9. ἔλασσον, ἔλασσον p. 16. ἔλασσον, ἔλασσον FVp. 17. μεγέθη ἀνάλογον PBFVp; corr. Gregorius. τὰ] e corr. V m. 2. 19. ἢ] om. B; euan. F; ὥς φ. 22. τὸ A]

itaque etiam $\Delta : E > Z : E$. eorum autem, quae ad idem rationem habent, maius est, quod maiorem rationem habet [prop. X]. itaque $\Delta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $\Delta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z , binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18], et ex aequo sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ A τοῦ Γ , ἄλλο δέ τι τὸ B , τὸ A ἄρα πρὸς τὸ B μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ Γ πρὸς τὸ B . ἀλλ' ὥς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ὥς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ B , ἀνάπαλιν
 5 οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Δ . καὶ τὸ E ἄρα πρὸς τὸ Z μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ E πρὸς τὸ Δ . πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ Z τοῦ Δ . μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τοῦ Z . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ A τῷ
 10 Γ , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ Δ τῷ Z , καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.
 Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ
 15 ἑκτου μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν ἢ ὅποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν
 20 τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ.

Ἐστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ A, B, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, E, Z , σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως
 25 τὸ Δ πρὸς τὸ E , ὥς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ.

2. A] supra P. B] seq. ras. 1 litt. V. 7. ἐκεῖνο] -o add. m. 1 p. ἔλαττον F. 8. ἔλασσον] om. F; ἔλαττον B. ἐστὶ] (alt.) om. FV. 9. ἢ] om. B. 10. καὶ] om. F. ἔλασσον, ἔλασσόν Vp. 11. ἢ] om. φ. καί] ἢ καί FV.

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaedam magnitudo est B , erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum

$$A : B = E : Z.$$

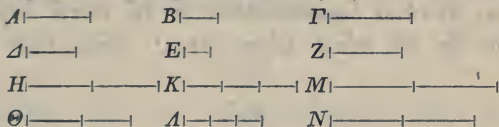
et e contrario [prop. VII coroll.] $\Gamma : B = E : A$. itaque etiam $E : Z > E : A$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $Z < A$. quare $A > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $A = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $A < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

Sint quotlibet magnitudines A, B, Γ et aliae iis nu-



mero aequales Δ, E, Z , binae simul coniunctae in eadem proportionem, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, eas etiam ex aequo in eadem proportionem fore.¹⁾

1) H. e. $A : \Gamma = \Delta : Z$ (def. 17).

15. ἔλασσον, ἔλασσον V. 19. καί] om. Bp. 25. τό]
 (primum) -ό in ras. m. 1 B. 27. ἔσσονται Bp. Dein add.
 Theon: ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z (BFVp;
 om. P).

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *A*, *Δ* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *H*, *Θ*, τῶν δὲ *B*, *E* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *K*, *Λ*, καὶ ἔτι τῶν *Γ*, *Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *M*, *N*.

- 5 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, καὶ εἰληπται τῶν μὲν *A*, *Δ* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *H*, *Θ*, τῶν δὲ *B*, *E* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *K*, *Λ*, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ *H* πρὸς τὸ *K*, οὕτως τὸ *Θ* πρὸς τὸ *Λ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς
10 τὸ *K* πρὸς τὸ *M*, οὕτως τὸ *Λ* πρὸς τὸ *N*. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ *H*, *K*, *M*, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *Θ*, *Λ*, *N*, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *M*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Θ* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ
15 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *H*, *Θ* τῶν *A*, *Δ* ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *M*, *N* τῶν *Γ*, *Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια. ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Z*.

- Ἐὰν ἄρα ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
20 πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

- Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
25 ἡ δὲ τετραραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

2. δέ] om. p. In F in hac pag. complura euan. α] om. F? 3. α] om. F. 5. πρὸς τό] in ras. p. 7. δέ] m. rec. p. α] m. 2 F. 9. πρὸς] om. φ. 12. τὰ Θ, Λ, N] om. p; m. 2 V; mg. m. rec. B. 15. ἔλασσον, ἔλασσον p.

Sumantur enim magnitudinum A, Δ aequae multiplices H, Θ , et magnitudinum B, E aliae quaevis aequae multiplices K, Λ et praeterea magnitudinum Γ, Z aliae quaevis aequae multiplices M, N . et quoniam est $A : B = \Delta : E$, et sumptae sunt magnitudinum A, Δ aequae multiplices H, Θ et magnitudinum B, E aliae quaevis aequae multiplices K, Λ , erit $H : K = \Theta : \Lambda$ [prop. IV]. eadem de causa etiam $K : M = \Lambda : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, K, M et aliae iis numero aequales Θ, Λ, N , binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo, si H magnitudinem M superat, etiam Θ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XX]. et H, Θ magnitudinum A, Δ aequae multiplices sunt, M, N autem magnitudinum Γ, Z aliae quaevis aequae multiplices. itaque $A : \Gamma = \Delta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

16. α] m. 2 F. 18. Γ] in ras. m. 2 P. Δ] in ras. m. 2 P. Post Z in P add. $\kappa\alpha\iota \ \epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\tilde{\xi}$ ($\alpha\tilde{\rho}\alpha \ \epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ mg. m. 1) $\acute{\omega}\varsigma \ \tau\acute{o} \ A \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o} \ \Delta$ (in ras. m. 2), $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma \ \tau\acute{o} \ \Gamma$ (in ras. m. 2) $\pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o} \ Z$. 23. η] om. p; m. 2 B. 24. Supra $\epsilon\nu$ add. $\kappa\alpha\iota$ F. 26. $\xi\sigma\sigma\upsilon\tau\alpha\iota$ BFVp.

"Εστω τρία μεγέθη τὰ A, B, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ, E, Z , ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ὡς
 5 δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z .

Εἰλήφθω τῶν μὲν A, B, Δ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, K , τῶν δὲ Γ, E, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ Λ, M, N .

- 10 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ H, Θ τῶν A, B , τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσανύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ H πρὸς τὸ Θ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ E πρὸς τὸ Z , οὕτως τὸ M πρὸς τὸ N . καὶ ἐστὶν ὡς τὸ
 15 A πρὸς τὸ B , οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z . καὶ ὡς ἄρα τὸ H πρὸς τὸ Θ , οὕτως τὸ M πρὸς τὸ N . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ B πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E , καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . καὶ ἐπεὶ τὰ Θ, K τῶν B, Δ ἰσάκεις ἐστὶ πολ-
 20 λαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκεις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ K . ἀλλ' ὡς τὸ B πρὸς τὸ Δ , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ K , οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ E . πάλιν, ἐπεὶ τὰ Λ, M τῶν
 25 Γ, E ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ E , οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ M . ἀλλ' ὡς τὸ Γ

2. Supra ἐν add. καὶ m. 2 F. 3. τεταραγμένη P, sed corr. 7. Δ] e corr. p. 8. ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 post lacunam 5 litt. F. 10. H] post ras. 1 litt. F. 12. καὶ ἐστὶν F. 14. οὕτως] καὶ B; om. p. 15. οὕτως] om BVp. Post hoc uerbum rep. F lin. 13: τὸ H — 15: τὸ B . 16. οὕτως]

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero

A |—|

B |—|

Γ |—|

aequales binae si-

Δ |—|

E |—|

Z |—|

mul coniunctae in

H |—|—|—|

Θ |—|—|—|

Λ |—|—|

eadem propor-

K |—|—|—|

M |—|—|—|

N |—|—|

tione Δ, E, Z , et

perturbata sit

earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$, et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18]. dico, esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

sumantur magnitudinum A, B, Δ aequae multiplices H, Θ, K et magnitudinum Γ, E, Z aliae quaevis aequae multiplices Λ, M, N . et quoniam H, Θ magnitudinum A, B aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit $A : B = H : \Theta$ [prop. XV]. eadem de causa erit $E : Z = M : N$. et $A : B = E : Z$. itaque etiam $H : \Theta = M : N$ [prop. XI]. et quoniam $B : \Gamma = \Delta : E$, etiam permutando erit $B : \Delta = \Gamma : E$ [prop. XVI]. et quoniam Θ, K magnitudinum B, Δ aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit

$$B : \Delta = \Theta : K \text{ [prop. XV].}$$

uerum est $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque etiam

$$\Theta : K = \Gamma : E \text{ [prop. XI].}$$

rursus quoniam Λ, M magnitudinum Γ, E aequae multiplices sunt, erit $\Gamma : E = \Lambda : M$ [prop. XV]. uerum

om. BFVp. 17. οὕτως] om. BFVp. 18. Post E add. καὶ εἰληπται τῶν μὲν B, Δ ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ Θ, K τῶν δὲ Γ, E ἄλλα, ἃ ἐτυχεν, ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ Λ, M , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ , οὕτως τὸ K πρὸς τὸ M Bp et V mg. m. 2. 18. ὡς] om. F. B] seq. ras. 3 litt. F. οὕτως] om. BFVp. 19. B, Δ] in ras. p. 21. οὕτως] om. FV. 22. οὕτως] om. BFVp. 23. ὡς ἄρα τὸ Θ] in ras. m. 2 V. 24. οὕτως] om. BFVp. 26. οὕτως] om. F.

πρὸς τὸ *E*, οὕτως τὸ *Θ* πρὸς τὸ *K*. καὶ ὥς ἄρα τὸ
Θ πρὸς τὸ *K*, οὕτως τὸ *A* πρὸς τὸ *M*, καὶ ἐναλλάξ
ὥς τὸ *Θ* πρὸς τὸ *A*, τὸ *K* πρὸς τὸ *M*. ἐδείχθη δὲ
καὶ ὥς τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*, οὕτως τὸ *M* πρὸς τὸ *N*.
5 ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ *H*, *Θ*, *A*, καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *K*, *M*, *N* σύνδυο λαμβανό-
μενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἐστὶν αὐτῶν τεταραγμένη
ἢ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *A*,
ὑπερέχει καὶ τὸ *K* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ
10 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *H*, *K* τῶν *A*, *A*
ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *A*, *N* τῶν *Γ*, *Z*. ἐστὶν ἄρα
ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *A* πρὸς τὸ *Z*.

Ἐὰν ἄρα ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ
15 τεταραγμένη αὐτῶν ἢ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη
λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ
20 πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ
ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ
πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον
καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

2. οὕτως] om. BFVp. Hic quoque nonnulla in F ita
euanuerunt, ut legi non possint. 4. καί] supra V. οὐ-
τως] om. BFVp. 5. ἐστὶν ἀνάλογον Theon (BFVp). ἄλλα]
supra F. 7. Ante ἐν m. 2 insert. καί F, in quo hic nonnulla
sustulit resarcinatio. 8. ἡ] om. P. 10. ἔλασσον, ἔλασσον
BVp. 11. *A*, *N* τῶν *Γ*, *Z*] in mg. transeunt m. 1, seq. in
mg. ἄλλα αὐτῶν ἐτυχεν ἰσάκεις, dein in textu πολλαπλάσια F;

$\Gamma : E = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = A : M$ [prop. XI],
et permutando [prop. XVI] $\Theta : A = K : M$. sed de-
monstratum est, esse etiam $H : \Theta = M : N$. iam quo-
niam datae sunt tres magnitudines H , Θ , A et aliae
iis numero aequales K , M , N , binae simul coniunctae
in eadem proportionem, et perturbata est earum pro-
portio [def. 18], ex aequo, si H magnitudinem A
superat, etiam K magnitudinem N superat, et si ae-
qualis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XXI].
et H , K magnitudinum A , A aequae multiplices sunt,
 A , N autem magnitudinum Γ , Z . itaque $A : \Gamma = A : Z$
[def. 5].

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis
numero aequales, binae simul coniunctae in eadem
proportionem, et perturbata est earum proportio, etiam
ex aequo in eadem proportionem erunt; quod erat de-
monstrandum.

XXIV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet
ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam
eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam
compositae prima et quinta ad secundam eandem
rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam.

ἰσάνεις πολλαπλάσια add. Bp. 12. Γ] corr. ex B m. 2 P.
14. καὶ ἐν P; καὶ add. in mg. m. 2 F, sed euan. 16. ἔσται]
om. P. 18. ἔχη] ἔχει P.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ ΔE πρὸς τέταρτον τὸ Z , ἔχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ BH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ $E\Theta$ πρὸς τέταρτον τὸ Z . λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ AH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τέταρτον τὸ Z .

Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $E\Theta$ πρὸς τὸ Z , ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ BH , οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ $E\Theta$. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ Z , ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ BH , οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ $E\Theta$, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BH , οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ $E\Theta$. καὶ ἐπεὶ διηρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ HB , οὕτως τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ ΘE . ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $E\Theta$ πρὸς τὸ Z . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AH πρὸς τὸ Γ , οὕτως τὸ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ Z .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὶ μέγιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

$A \text{-----} B \text{-----} H$
 $\Gamma \text{-----}$
 $\Delta \text{-----} E \text{-----} \Theta$
 $Z \text{-----}$

Sit enim $AB : \Gamma = \Delta E : Z$,
 et $BH : \Gamma = E\Theta : Z$. dico, esse
 etiam $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$.
 nam quoniam est $BH : \Gamma$
 $= E\Theta : Z$, e contrario erit
 [prop. VII coroll.] $\Gamma : BH = Z : E\Theta$. iam quo-
 niam est $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $\Gamma : BH = Z : E\Theta$, ex
 aequo erit $AB : BH = \Delta E : E\Theta$ [prop. XXII]. et
 quoniam diremptae magnitudines proportionales sunt,
 etiam compositae proportionales erunt [prop. XVIII].
 itaque $AH : HB = \Delta\Theta : \Theta E$. uerum etiam

$$BH : \Gamma = E\Theta : Z.$$

itaque ex aequo $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$ [prop. XXII].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet
 ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam
 eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam
 compositae prima et quinta ad secundam eandem
 rationem habebunt ac tertia sextaue ad quartam;
 quod erat demonstrandum.

XXV.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt,
 maxima et minima duabus reliquis maiores sunt.

XXV. Eutocius in Apollon. p. 139.

1. μὲν γάρ P. 5. τὸ πρῶτον FV. πέμπτον τὸ AH]
 πεμ (ex καὶ) πέμπτον, τὸ AH supra φ. 8. καὶ ἐπεὶ γάρ F,
 καὶ del. ἐστὶ F. 12. ἄρα] supra F. 14. ἐστὶν] PF; comp.
 p; ἐστὶ BV. 15. ἔστιν ἄρα ὥς] P; ὥς ἄρα Theon? (BFVp).
 16. HB] BH P. ἐστὶν B. 21. ἔχῃ δέ — 25: δεῖξαι] καὶ
 τὰ λοιπά p. 21. ἔχει P. 22. καὶ ἔκτον — 25: δεῖξαι] καὶ τὰ
 λοιπά B. 28. αὐτῶν] om. P, Eutocius. δύο] Eutocius, V;
 τὰ δύο Pφp, et B, sed τὰ del. m. 2. τῶν] om φ.

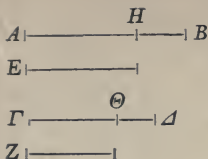
Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ AB , ἐλάχιστον δὲ τὸ Z . λέγω, ὅτι τὰ AB, Z τῶν $\Gamma\Delta, E$ μείζονά ἐστιν.

5 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν E ἴσον τὸ AH , τῷ δὲ Z ἴσον τὸ $\Gamma\Theta$.

Ἐπεὶ [οὖν] ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z , ἴσον δὲ τὸ μὲν E τῷ AH , τὸ δὲ Z τῷ $\Gamma\Theta$, ἐστιν ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως
10 τὸ AH πρὸς τὸ $\Gamma\Theta$. καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ AH πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ $\Gamma\Theta$, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ HB πρὸς λοιπὸν τὸ $\Theta\Delta$ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ $\Gamma\Delta$. μείζον δὲ τὸ AB τοῦ $\Gamma\Delta$. μείζον ἄρα καὶ τὸ HB
15 τοῦ $\Theta\Delta$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν AH τῷ E , τὸ δὲ $\Gamma\Theta$ τῷ Z , τὰ ἄρα AH, Z ἴσα ἐστὶ τοῖς $\Gamma\Theta, E$. Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίστοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἀνιστά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν $HB, \Theta\Delta$ ἀνίστων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ HB τῷ μὲν HB προστεθῇ τὰ AH, Z , τῷ
20 δὲ $\Theta\Delta$ προστεθῇ τὰ $\Gamma\Theta, E$, συνάγεται τὰ AB, Z μείζονα τῶν $\Gamma\Delta, E$.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. E] (alt.) Θ π. 4. ἐστιν] PF; comp. p; ἐστι B V.
5. τῷ] τό V φ (non F). τό] τῷ V φ. τῷ] τό V. 6. τό] τῷ V; om. P. 7. οὖν] om. P. 8. Z] in ras. m. 2 V.
12. $\Gamma\Theta$] Θ e corr. V. Post καὶ 2 litt. euan. F. HB] AB π. 13. $\Theta\Delta$] Δ eras. F. ἐστai] seq. ras. F, in qua ἐστai ins. φ. AB] B e corr. F. 15. AH] H corr. ex B V m. 2. 16. δέ] m. rec. p. AH] P, BH π, AK φ. 17. ὅλα] supra m. 1 V. 19. τῷ] τό V; corr. m. 2. μὲν] m. 2 V. 21. μείζονα φ. 22. ἄρα] om. p. ἀνάλογον — 24:



Sint quattuor magnitudines
proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$,
ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$,
et maxima earum sit AB , mi-
nima autem Z . dico, esse

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$

ponatur enim $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$.¹⁾ iam quo-
niam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = AH$, $Z = \Gamma\Theta$,
erit $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$. et quoniam est

$$AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta,$$

erit etiam [prop. XIX] $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$. sed
 $AB > \Gamma\Delta$. quare etiam $HB > \Theta\Delta$.²⁾ et quoniam
 $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH + Z = \Gamma\Theta + E$. et
si datis magnitudinibus $HB, \Theta\Delta$ inaequalibus, qua-
rum maior est HB , magnitudini HB adiicitur $AH + Z$,
 $\Theta\Delta$ autem magnitudini magnitudo $\Gamma\Theta + E$, concluditur
 $AB + Z > \Gamma\Delta + E$.³⁾

1) Nam cum $AB > E$, erit $\Gamma\Delta > Z$ (prop. 14).

2) Cum $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$, erit (prop. 16) $AB : HB = \Gamma\Delta : \Theta\Delta$; tum u. prop. 14.

3) Cum I κοιν. ἐνν. 4 subditiua sit, uerba ἐπεὶ et ἀνί-
σοις — ἐὰν ἄρα lin. 17—18 necessario delenda sunt, prae-
sertim cum haec postulati forma ad demonstrandum propo-
situm non sufficiat, et offendat orationis forma ob repetitum
ἐὰν permolesta; ad quam molestiam leuandam ἐπεὶ lin. 17
sustulit Augustus. sed fortasse Euclides ipse lin. 17 sq.
haec sola scripserat: ὥστε τὰ AB, Z τῶν $\Gamma\Delta, E$ μείζονά ἐστιν;
nam συνάγεται lin. 20 inusitatum est. de demonstratione, qua
uti poterat Euclides, cfr. uol. I p. 181 not.

δείξαι] καὶ τὰ λοιπά p. τὸ μέγιστον — 24: δείξαι] καὶ τὰ
λοιπά B. 23. ἐλάχιστον] ἑλαττον V. In fine: Εὐκλείδου
στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ε' F; Εὐκλείδου στοιχείων ε' PB.

ς'.

Ὅροι.

α'. Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα
τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

5 [β'. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν
ἐκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἐπόμενοι
λόγοι ᾧσιν.]

γ'. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμη-
σθαι λέγεται, ὅταν ἡ ὥς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον
10 τμημα, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

δ'. Ὑψος ἐστὶ πάντος σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς
ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

15 [ε'. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ
τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖ-
σαι ποιῶσί τινα.]

α'.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ

Def. 1. Hero def. 118, 1. 2. Hero def. 118, 1. 4. Cfr.
Hero def. 73. [5. Theon in Ptolem. I p. 235 ed. Halma.
Eutocius in Archim III p. 140, 23. Barlaam logist. V def. 2].
Prop. I. Proclus p. 245, 5. 405, 11. Pappus V p. 432, 23.
VIII p. 1106, 23.

1. ὅροι] om. codd. numeros om. codd. 5. σχήματα εὐ-
θύγραμμά ἐστιν F. 7. λόγοι] P, F supra scr. ὅροι m. 1;
ὅροι Bp et V in ras., supra scr. λόγοι m. 2; λόγων ὅροι Can-
dalla, Peyrardus; λόγοι iam Hero. εἰσιν F, ᾧσι p. Dein seq.

VI.

Definitiones.

I. Figurae rectilineae similes sunt, quaecunque et angulos singulos aequales habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia.

[II. Reciprocae autem figurae sunt, ubi in utraque figura et praecedentes et sequentes rationes sunt].¹⁾

III. Secundum extremam ac mediam rationem recta linea secari dicitur, ubi tota ad partem maiorem eandem rationem habet ac maior pars ad minorem.

IV. Cuiusvis figurae altitudo est recta a uertice ad basim perpendicularis ducta.²⁾

I.

Trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases.

1) Haec definitio nusquam ab Euclide usurpatur; neque enim ad illustrandam locutionem *λόγον ἀντιπεπονηότα ἔχειν* aut opus est, aut, si opus esset, sufficeret. praeterea *λόγοι* lin. 7 obscurum est. itaque puto, Simsonum p. 370 iure eam damnassee. fortasse ex Herone sumpta est, apud quem legitur.

2) Def. 4 om. Campanus. Def. 5 sine dubio interpolata est; nam nusquam usurpatur nec apud Campanum exstat neque in ipsis codd. locum eundem obtinet. sed cum P a manu prima addito signo, quo in textum referatur, eam in mg. habeat, fortasse ante Theonem interpolata est. u. Simson p. 372 sq.

def. 5 in Bp. 9. ἡ] om. PBp. τό] om. F. 10. ἔλασσον
FV. 13 — 15. mg. m. 1 P; om. hoc loco Bp. 17. τὰ] (alt.)
supra m. 1 F.

υπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

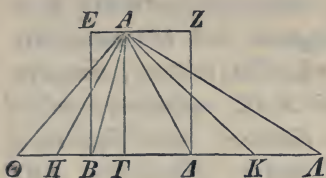
Ἐστω τρίγωνα μὲν τὰ $ABΓ$, $ΑΓΔ$, παραλληλό-
 γραμμα δὲ τὰ $ΕΓ$, $ΓΖ$ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸ $ΑΓ$.
 5 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΓ$ βάσις πρὸς τὴν $ΓΔ$ βάσιν,
 οὕτως τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον,
 καὶ τὸ $ΕΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΓΖ$ παραλ-
 ληλόγραμμον.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΒΔ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη
 10 ἐπὶ τὰ $Θ$, $Α$ σημεία, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν $ΒΓ$ βά-
 σει ἴσαι [ὁσαιδηποτοῦν] αἱ $ΒΗ$, $ΗΘ$, τῇ δὲ $ΓΔ$ βά-
 σει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ $ΔΚ$, $ΚΑ$, καὶ ἐπεζεύχθω-
 σαν αἱ $ΑΗ$, $ΑΘ$, $ΑΚ$, $ΑΛ$.

Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἶδὲν αἱ $ΓΒ$, $ΒΗ$, $ΗΘ$ ἀλλήλαις,
 15 ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ $ΑΘΗ$, $ΑΗΒ$, $ΑΒΓ$ τρίγωνα ἀλλή-
 λοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΘΓ$ βάσις τῆς $ΒΓ$
 βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον
 τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων
 ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ βάσις τῆς $ΓΔ$ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν
 20 ἐστὶ καὶ τὸ $ΑΑΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΓΔ$ τριγώνου· καὶ
 εἰ ἴση ἐστὶν ἡ $ΘΓ$ βάσις τῇ $ΓΔ$ βάσει, ἴσον ἐστὶ
 καὶ τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον τῷ $ΑΓΔ$ τριγώνῳ, καὶ εἰ
 ὑπερέχει ἡ $ΘΓ$ βάσις τῆς $ΓΔ$ βάσεως, ὑπερέχει καὶ
 τὸ $ΑΘΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΓΔ$ τριγώνου, καὶ εἰ ἐλάσ-
 25 σων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο
 μὲν βάσεων τῶν $ΒΓ$, $ΓΔ$, δύο δὲ τριγώνων τῶν $ΑΒΓ$,
 $ΑΓΔ$ εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια τῆς μὲν $ΒΓ$ βά-
 σεως καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου ἢ τε $ΘΓ$ βάσις καὶ τὸ

4. $ΓΖ$] Z e corr. m. 2 F. ὕψος] P; ὕψος ὄντα Theon
 (BVp, F in ras. m. 2). τὸ $ΑΓ$] P; τὴν ἀπὸ τοῦ $Α$ ἐπὶ

Sint trianguli $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$, parallelogramma autem



$E\Gamma$, ΓZ sub eadem altitudine posita $A\Gamma$. dico, esse $B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$.

producatur enim $B\Delta$ in utramque partem ad puncta Θ , Λ , et ponantur basi $B\Gamma$ aequales quotlibet rectae BH , $H\Theta$ et basi $\Gamma\Delta$ aequales quotlibet rectae ΔK , $K\Lambda$, et ducantur AH , $A\Theta$, AK , $A\Lambda$.

et quoniam $\Gamma B = BH = H\Theta$, erit etiam

$$\triangle A\Theta H = AHB = AB\Gamma \text{ [I, 38].}$$

itaque quoties multiplex est basis $\Theta\Gamma$ basis $B\Gamma$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Theta\Gamma$ trianguli $AB\Gamma$. eadem de causa, quoties multiplex est basis $\Lambda\Gamma$ basis $\Gamma\Delta$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Lambda\Gamma$ trianguli $A\Gamma\Delta$. et si $\Theta\Gamma = \Gamma\Delta$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma = A\Gamma\Delta$ [I, 38], et si $\Theta\Gamma > \Gamma\Delta$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma > A\Gamma\Delta$, et si $\Theta\Gamma < \Gamma\Delta$, erit $\triangle A\Theta\Gamma < A\Gamma\Delta$. itaque datis quattuor magnitudinibus, duabus basibus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ et duobus triangulis $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ sumptae sunt aequae multiplices basis $B\Gamma$

τὴν $B\Delta$ παράτετον ἀγομένην Theon (BVp , F in ras. m. 2); sed cfr. def. 4. 5. λέγω, ὅτι in ras. m. 2 F. ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$] in mg. transeunt m. 1 F. βάσις] -ις in ras. F. 9. $B\Delta$] ΔB Bp, V m. 2. 11. ὁσαιοηποτοῦν] om. P. 12. ΔK] in ras. V. 14. BH , $H\Theta$] e corr. p. 15. ἐστὶν P; comp. p. $AH\Theta$ Fp. 18. $AB\Gamma$] corr. ex $A\Theta\Gamma$ m. 2 F. 19. $\Lambda\Gamma$] $\Gamma\Lambda$ P, sed Λ in ras. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ Bp. 20. $A\Gamma\Delta$] $A\Delta\Gamma$ Bp. $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu\ \pi$ (non P). 21. $\Gamma\Delta$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. FV. ἐστὶν P, comp. p. 22. $A\Lambda\Gamma$ Bp. 23. $\Gamma\Delta$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. V. 24. $A\Gamma\Delta$] PV, B in ras. m. 1; $A\Lambda\Gamma$ p; $AB\Gamma$ F. ἔλαττον ἔλαττον BF (ἐλάττων F m. 2).

$\Lambda\Theta\Gamma$ τριγώνου, τῆς δὲ $\Gamma\Delta$ βάσεως καὶ τοῦ $\Lambda\Delta\Gamma$
 τριγώνου ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια ἢ τε
 $\Lambda\Gamma$ βάσις καὶ τὸ $\Lambda\Lambda\Gamma$ τριγώνον· καὶ δέδεικται, ὅτι,
 εἰ ὑπερέχει ἡ $\Theta\Gamma$ βάσις τῆς $\Gamma\Delta$ βάσεως, ὑπερέχει
 5 καὶ τὸ $\Lambda\Theta\Gamma$ τριγώνον τοῦ $\Lambda\Delta\Gamma$ τριγώνου, καὶ εἰ
 ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
 $B\Gamma$ βάσις πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$ βάσιν, οὕτως τὸ $\Lambda B\Gamma$
 τριγώνον πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$ τριγώνον.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν $\Lambda B\Gamma$ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι
 10 τὸ $E\Gamma$ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ $\Lambda\Gamma\Delta$ τριγώνου
 διπλάσιόν ἐστι τὸ $Z\Gamma$ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ
 μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ $\Lambda B\Gamma$ τριγώνον πρὸς τὸ
 $\Lambda\Gamma\Delta$ τριγώνον, οὕτως τὸ $E\Gamma$ παραλληλόγραμμον
 15 πρὸς τὸ $Z\Gamma$ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη,
 ὡς μὲν ἡ $B\Gamma$ βάσις πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ $\Lambda B\Gamma$
 τριγώνον πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$ τριγώνον, ὡς δὲ τὸ $\Lambda B\Gamma$
 τριγώνον πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$ τριγώνον, οὕτως τὸ $E\Gamma$
 παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓZ παραλληλόγραμμον,
 20 καὶ ὡς ἄρα ἡ $B\Gamma$ βάσις πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$ βάσιν, οὕτως
 τὸ $E\Gamma$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $Z\Gamma$ παραλληλό-
 γραμμον.

Τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ
 ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ
 25 βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
 ἀχθῇ τις εὐθεΐα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τρι-

2. ἄ] supra F. 3. $\Lambda\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 4. $\Gamma\Delta$] Λ in ras.
 m. 2 P; $\Lambda\Gamma$ F. 6. ἴση] ἴσον B, et F, corr. m. 2. ἐλάσσων]

triangulique $AB\Gamma$ basis $\Theta\Gamma$ et triangulus $A\Theta\Gamma$, et basis $\Gamma\Delta$ triangulique $A\Delta\Gamma$ aliae quaevis aequae multiples basis $A\Gamma$ et triangulus $A\Delta\Gamma$; et demonstratum est, si $\Theta\Gamma$ basis basim $\Gamma\Delta$ superet, etiam triangulum $A\Theta\Gamma$ triangulum $A\Delta\Gamma$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque erit

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma \text{ [V def. 5].}$$

et quoniam $E\Gamma = 2 AB\Gamma$ et $Z\Gamma = 2 A\Delta\Gamma$ [I, 34], et partes eandem rationem habent atque aequae multiples [V, 15], erit $\Delta AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : Z\Gamma$. iam quoniam demonstratum est, esse

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma$$

et $AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : \Gamma Z$, erit etiam

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = E\Gamma : Z\Gamma \text{ [V, 11].}$$

Ergo trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases; quod erat demonstrandum.

II.

Si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera

II. Schol. in Archim. III p. 383.

ἐλασσον P; ἐλαττον B, et F, corr. m. 2; ἐλάττων p. ἐλαττον Bfp. 9. μὲν τοῦ V. 10. δέ] m. 2 V. 11. ἐστιν P; comp. p. 12. πολλαπλασίους] παραπλησίους B; corr. m. 2. 15. ZΓ] ΓZ Bfp, V m. 2. 16. ἡ μὲν p. ABΓ] AΓB P. 17. AΓΔ] corr. ex AΔΓ F. τρίγωνον] om. V. 18. τρίγωνον] om. V. AΓΔ] e corr. F. τρίγωνον] m. 2 V. 19. ΓZ] P, V m. 1; ZΓ Bfp, V m. 2. 20. ΓΔ] ΔΓ p. 21. παραλληλόγραμμον] (alt.) om. V. 27. παρὰ μίαν] mutat. in παράλληλος μιᾷ B m. recentissima; in V supra scr. m. 2: ἥτοι μιᾷ τῶν πλευρῶν παραλληλος.

γώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευ-
ραι ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς
ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται
τοῦ τριγώνου πλευράν.

5 Τριγώνου γὰρ τοῦ $ABΓ$ παράλληλος μιᾷ τῶν
πλευρῶν τῇ $ΒΓ$ ἤχθω ἡ $ΔΕ$ · λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ἡ
 $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΒΕ$, $ΓΔ$.

Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΒΔΕ$ τρίγωνον τῷ $ΓΔΕ$ τρι-
10 γώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς $ΔΕ$ καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΔΕ$, $ΒΓ$ · ἄλλο δέ
τι τὸ $ΑΔΕ$ τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ $ΒΔΕ$ τρίγωνον
πρὸς τὸ $ΑΔΕ$ [τρίγωνον], οὕτως τὸ $ΓΔΕ$ τρίγωνον
15 πρὸς τὸ $ΑΔΕ$ τρίγωνον. ἄλλ' ὡς μὲν τὸ $ΒΔΕ$
τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΔΕ$, οὕτως ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν
 $ΔΑ$ · ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ $Ε$
ἐπὶ τὴν $ΑΒ$ κάθετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εισιν
ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ $ΓΔΕ$ τρίγωνον
20 πρὸς τὸ $ΑΔΕ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$ · καὶ
ὡς ἄρα ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$, οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς
τὴν $ΕΑ$.

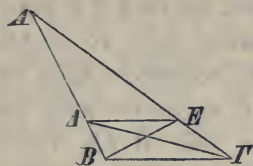
Ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου πλευραὶ αἱ $ΑΒ$,
 $ΑΓ$ ἀνάλογον τετμήσθωσαν, ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΔΑ$,
25 οὕτως ἡ $ΓΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΕ$ ·
λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $ΔΕ$ τῇ $ΒΓ$.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἐστιν

1. Ante ἐάν 2 litt. eras. V. 3. παρὰ τὴν λοιπὴν] mutat. in παράλληλος τῇ λοιπῇ B m. recentiss.; in F supra scr. m. 2 παράλληλος. 4. πλευράν] mutat. in πλευρᾷ m. recentiss. B.

7. τήν] postea insert. φ. τήν] postea insert. φ. ΕΑ]

trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit.



Nam in triangulo $AB\Gamma$ unilaterum $B\Gamma$ parallela ducatur ΔE . dico, esse

$$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA.$$

ducantur enim BE , $\Gamma\Delta$. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam

in eadem basi sunt ΔE et in iisdem parallelis ΔE , $B\Gamma$ [I, 38]. alia autem quaedam magnitudo est $\triangle A\Delta E$. et aequalia ad idem eandem rationem habent [V, 7]. erit igitur $B\Delta E : A\Delta E = \Gamma\Delta E : A\Delta E$. verum $B\Delta E : A\Delta E = B\Delta : \Delta A$; nam cum sub eadem altitudine positi sint, ea quae ab E ad AB perpendicularis ducitur, eandem inter se rationem habent ac bases [prop. I]. eadem de causa erit etiam

$$\triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E = \Gamma E : EA.$$

quare etiam $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ [V, 11].

iam uero trianguli $AB\Gamma$ latera AB , $A\Gamma$ proportionaliter secantur, ita ut sit $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et ducatur ΔE . dico, ΔE rectae $B\Gamma$ parallelam esse.

AB F. 8. γάρ] supra m. 1 V. 9. ἄρα] δὴ P. ἐστίν P, comp. p. 11. $B\Gamma$] EZ φ (non F). 14. τό] corr. ex τῷ m. 2 V. $A\Delta E$] ΔAE P. τριγώνον] om. P. τριγώνον] om. V. 16. $A\Delta E$] Δ e corr. m. 2 V. ἥ] φ; add. supra etiam m. rec. 19. Post βάσεις add. V: ὡς δὲ τὸ $\Gamma\Delta E$ πρὸς τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον. δὴ] om. F; uidetur add. fuisse m. 2, sed euan.; δὴ καὶ P. ὡς τό] om. V; ὡς δὲ τό φ. $\Gamma\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Delta E$] om. V. 20. EA] AE p. 21. ΓE] ΓB F? 23. αὶ AB , $A\Gamma$] m. 2 V; αὶ om. F, add. φ. 24. Ante ὡς hab. Bp: κατὰ τὰ Δ , E σημεία; idem P mg. m. 2. ὡς ἄρα Bp. 25. ΓE] mutat. in $E\Gamma$ m. 2 V.

ὥς ἡ $B\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ ΓE πρὸς τὴν $E A$,
 ἀλλ' ὥς μὲν ἡ $B\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως τὸ $B\Delta E$
 τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον, ὥς δὲ ἡ ΓE πρὸς
 τὴν $E A$, οὕτως τὸ $\Gamma\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Delta E$
 5 τρίγωνον, καὶ ὥς ἄρα τὸ $B\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ
 $A\Delta E$ τρίγωνον, οὕτως τὸ $\Gamma\Delta E$ τρίγωνον πρὸς τὸ
 $A\Delta E$ τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$
 τριγώνων πρὸς τὸ $A\Delta E$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $B\Delta E$ τρίγωνον τῷ $\Gamma\Delta E$ τριγώνῳ· καὶ
 10 εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΔE . τὰ δὲ ἴσα
 τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς
 αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ
 ΔE τῇ $B\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ
 15 τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς·
 καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν,
 ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοι-
 πὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

20 Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία διχα τμηθῇ, ἡ δὲ
 τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν
 βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει
 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς·
 καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη
 25 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς,
 ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιξεννυ-
 μένη εὐθεῖα διχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου
 γωνίαν.

3. τρίγωνον] (alt.) om. V. 4. τὴν $E A$] τὸ $E A$ seq. ras. 1 litt. F.
 5. καὶ ὥς ἄρα — 7: $A\Delta E$ τρίγωνον] mg. m. 2 V. 6.

nam iisdem comparatis quoniam est

$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et $B\Delta : \Delta A = \triangle B\Delta E : A\Delta E$,
et $\Gamma E : EA = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [prop. I], erit etiam
 $\triangle B\Delta E : A\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [V, 11]. itaque
uterque triangulus $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$ ad $A\Delta E$ eandem
rationem habet. itaque $\triangle B\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E$ [V, 9]. et
in eadem basi sunt ΔE . trianguli autem, qui aequales
sunt et in eadem basi positi, etiam in iisdem parallelis
sunt [I, 39]. itaque ΔE rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo si in triangulo uni laterum parallela ducitur
recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si
latera trianguli proportionaliter secantur, recta ad
puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli paral-
lela erit; quod erat demonstrandum.

III.

Si angulus trianguli in duas partes aequales
diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat,
partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua
latera trianguli; et si partes basis eandem rationem
habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice
ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas
partes aequales secabit.

III. Theon in Ptolem. p. 201. Eutocius in Archim. III
p. 272, 11. Schol. in Pappum III p. 1175, 16, 25 al.

$\tauρίγωνον$] (prius) om. BFV p. 7. $\tauρίγωνον$] comp. F. 8.
 $\piρὸς τὸ A\Delta E$] supra m. 1 F; $\piρὸς τὸ A\Delta E \tauρίγωνον$ V. 9.
 $\acute{\epsilon}στιν$ FV. 11. $\kappa\alpha\iota$] (prius) $\tau\acute{\alpha}$ F. 12. $\piαρ\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$ V; corr.
m. 2. $\acute{\epsilon}στιν$] (prius) PFV; $\acute{\epsilon}στι$ B, et p (ι in ras.); $\epsilon\iota\sigma\acute{\iota}$ V
m. 2. 14. $\pi\lambdaευρ\acute{\omega}\nu$] mg. m. 1 P. 20. η] om. V. $\tau\mu\eta\theta\eta$]
in ras. m. 2 V. $\delta\acute{\epsilon}$] supra m. 1 F. 21. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\eta$] $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$
eras. ι V. 24. $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\alpha\nu \tau\acute{\alpha}$ — 25: $\pi\lambdaευρ\alpha\acute{\iota}\varsigma$] mg. m. 2 V. 24.
 $\acute{\epsilon}\chi\eta$] corr. ex $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ m. 1 p. 27. $\tau\epsilon\mu\epsilon\acute{\iota}$] P, F m. 2, V m. 2;
 $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$ Bp, F m. 1, V m. 1.

"Εστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς AD εὐθείας· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AG .

5 "Ηχθω γὰρ διὰ τοῦ $Γ$ τῇ AD παράλληλος ἡ $ΓΕ$, καὶ διαχθεῖσα ἡ BA συμπιπτεύω αὐτῇ κατὰ τὸ E .

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς AD , $ΕΓ$ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ AG , ἡ ἄρα ὑπὸ $AGΕ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΓAD$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΓAD$ τῇ ὑπὸ $BAΔ$ ὑπό-
 10 κείται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $BAΔ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $AGΕ$ ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς AD , $ΕΓ$ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ $BAΕ$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $BAΔ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ $ΑΕΓ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $AGΕ$ τῇ ὑπὸ $BAΔ$ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $AGΕ$ ἄρα
 15 γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΕΓ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ AE πλευρᾷ τῇ AG ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΒΓΕ$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν $ΕΓ$ ἥκται ἡ AD , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AE . ἴση δὲ ἡ AE τῇ AG .
 20 ὡς ἄρα ἡ BA πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AG .

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ BA πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AG , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AD . λέγω, ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία ὑπὸ τῆς AD
 25 εὐθείας.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AG , ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ BA πρὸς τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἐστὶν ἡ BA

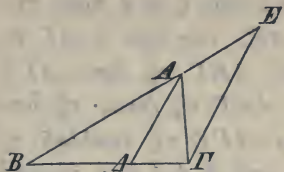
1. καί] supra F. 3. $ΓΔ$] $ΔΓ$ P. 7. εὐθείας V.

8. ἐνέπεσεν] Pφ Bp; ἐμπέπτωκεν V. ἐστὶν P; comp. p.
 9. ἀλλά P. 11. εὐθεῖα] εὐθείας addito εὐθεῖα in mg. m.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et $\angle B\Delta\Gamma$ in duas partes
aequales secetur recta $A\Delta$.
dico, esse

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

ducatur enim per Γ rectae
 ΔA parallela ΓE , et pro-
ducta BA cum ea concurrat



in E [I αἰτ. 5]. et quoniam in rectas parallelas $A\Delta$,
 $E\Gamma$ recta incidit $A\Gamma$, erit $\angle A\Gamma E = \Gamma A\Delta$ [I, 29]. sed
supposuimus $\angle \Gamma A\Delta = B\Delta\Delta$. quare etiam $\angle B\Delta\Delta$
 $= A\Gamma E$. rursus quoniam in rectas parallelas $A\Delta$, $E\Gamma$
recta incidit BAE , erit $\angle B\Delta\Delta = A\Gamma E$ exterior angu-
lus interiori [I, 29]. demonstratum est autem, esse etiam
 $\angle A\Gamma E = B\Delta\Delta$. quare etiam $\angle A\Gamma E = A\Gamma E$. quare
etiam $AE = A\Gamma$ [I, 6]. et quoniam in triangulo
 $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $A\Delta$, erit
 $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ [prop. II]. sed $AE = A\Gamma$.
itaque erit

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

iam vero sit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, et ducatur $A\Delta$.
dico, $\angle B\Delta\Gamma$ in duas partes aequales secari recta $A\Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta\Gamma$
 $= BA : A\Gamma$, uerum etiam $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ (nam

2 V; εὐθείας εὐθεία Bp. 12. ἐνέπεσε V. BAE] litt. E in
ras. m. 2 P. ἦ] (tert.) in ras. V. 13. ἴση] -η e corr. m.
2 P. AEF] litt. EF in ras. P. 14. BΔΔ] corr. ex BΔΔ
m. 1 p. ἄρα γωνία] om. V. 16. AE] AΘ π (non P),
EA φ. πλευράν π (non P). 18. πρὸς τήν] τήν comp. scrip-
tum cum πρὸς coaluit in F, πρὸς φ, et sic in seq. saepius.
20. ὡς ἄρα] P; ἔστιν ἄρα ὡς Theon? (BFVp); cfr. p. 68, 15.
22. BΔ] Δ corr. p. ΔΓ] ΓΔ F. 26. ἐπεὶ γὰρ φ. 27.
AΓ — p. 84, 1: πρὸς τήν] om. Bp. 28. τήν] om. F (inser.
m. rec., sed eras.).

- πρὸς τὴν AE · τριγώνου γὰρ τοῦ BGE παρὰ μίαν
τὴν EG ἥκται ἡ AD · καὶ ὥς ἄρα ἡ BA πρὸς τὴν
 AG , οὕτως ἡ BA πρὸς τὴν AE . ἴση ἄρα ἡ AG τῇ
 AE · ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AEΓ$ τῇ ὑπὸ AGE
5 ἔστιν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ $AEΓ$ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ
 BAD [ἔστιν] ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ AGE τῇ ἐναλλὰξ τῇ
ὑπὸ GAD ἔστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ BAD ἄρα τῇ ὑπὸ
 GAD ἔστιν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ BAG γωνία δίχα τέμνεται
ὑπὸ τῆς AD εὐθείας.
- 10 Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ
τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν βάσιν,
τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ταῖς
λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως
τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τρι-
15 γώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν
ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου
γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰ-
20 σιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ
ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἐστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔΓE$ ἴσην
ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΔΓE$, τὴν
δὲ ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $ΓΔE$ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ AGB
25 τῇ ὑπὸ $ΓEΔ$ · λέγω, ὅτι τῶν $ABΓ$, $ΔΓE$ τριγώνων

IV. Psellus p. 70.

3. οὕτως] m. 2 V. AE] AG φ. 4. AE] EA φ. τῇ]
PBp; γωνία τῇ FV. 5. ἀλλὰ P. 6. BAD] B supra m. 1 F.
ἔστιν] om. P. ἡ δέ] ἴση δὲ καὶ ὁ V. AGE] supra Γ ras.
est in V; $AEΓ$ F. 7. ἔστιν ἴση] om. V. καὶ ἡ ὑπό — 8:

in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est AD [prop. II], erit etiam $BA : A\Gamma = BA : AE$ [V, 11]. quare $A\Gamma = AE$ [V, 9]. quare etiam $\angle AEG = AGE$ [I, 5]. sed $\angle AEG = BAD$ exteriori [I, 29], et $\angle AGE = GAD$ alterno [id.]. quare etiam $\angle BAD = GAD$. itaque $\angle BAG$ recta AD in duas partes aequales sectus est.

Ergo si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit; quod erat demonstrandum.

IV.

In triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendunt proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt.

Sint trianguli aequianguli $AB\Gamma$, ΔGE habentes $\angle AB\Gamma = \Delta GE$, $BAG = G\Delta E$, $AGB = GE\Delta$. dico,

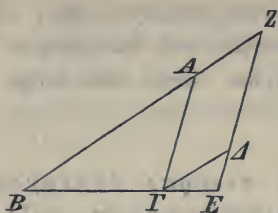
$\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\iota}\sigma\eta$] om. B et V (ras. est quartae partis lineae); in mg. transeunt in ras. p. 10. $\acute{\eta}$] om. V. $\delta\acute{\iota}\chi\alpha$] om. F. 11. $\tau\acute{\eta}\nu$ $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu$] P; $\alpha\nu\tau\acute{\eta}\nu$ BFVp. $\epsilon\nu\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha$] mg. m. 1 P. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$ F et seq. ras. 1 litt. V. 12. $\tau\acute{\alpha}$] m. 2 F. 13. $\kappa\alpha\lambda\acute{\epsilon}\alpha\nu$ — 17: $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\alpha\iota$] in ras. m. 1 F. 14. $\acute{\epsilon}\chi\eta$] corr. ex $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ p. $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\chi\eta$ V. 16. $\tau\omicron\upsilon$ $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu$] om. FV. 17. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu$] $\epsilon\nu\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\nu$ p. 20. $\alpha\acute{\iota}$ $\pi\epsilon\rho\acute{\iota}$] e corr. V. $\acute{\iota}\sigma\alpha\varsigma$] m. rec. F. 21. $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\alpha\acute{\iota}$ $\upsilon\pi\omicron\tau\epsilon\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\varsigma\alpha\iota$ Bp, $\upsilon\pi\omicron\tau\epsilon\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\varsigma\alpha\iota$ $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\alpha\acute{\iota}$ FV. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\omega\varsigma\alpha\nu$ V. ΔGE] $G\Delta E$ Bp, V m. 2. 23. $AB\Gamma$] BAG P. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu$] comp. mg. P. ΔGE] $G\Delta E$ P. 24. BAG] BFp, V m. 2; BGA P; AGB V m. 1. $G\Delta E$] BFp, V m. 2; $GE\Delta$ P. AGB] Bp, V in ras. m. 2; $AB\Gamma$ PF. 25. $GE\Delta$] BFp; ΔEG in ras. m. 2 V; ΔGE P.

ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές 5 εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ ΒΑ, ΕΔ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνία τῇ ὑπὸ 10 ΑΒΓ, παράλληλός ἐστὶν ἡ ΒΖ τῇ ΓΔ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, παράλληλός ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΖΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΑΓΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΖΑ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ παρὰ μίαν τὴν 15 ΖΕ ἥκται ἡ ΑΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΖ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΓΔ· ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν 20 ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΕ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ 25 ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ.

4. δύο] αἱ δύο P, corr. m. 1. ἐλάσσονες V. 6. ἐλάσσονες V.
10. ἐστὶν] P, F m. 1; ἄρα ἐστὶν BVp, F m. 2. Sequentia in
ras. m. 1 p. 12. ἐστὶ] ἐστὶν P, comp. p. 13. ΖΑΓΔ] Γ in
ras. B. ΔΓ] Γ in ras. p; ΓΔ V, corr. m. 2. 14. ΖΔ]



in triangulis $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ latera aequales angulos comprehendentia aequalia esse et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendant. ponatur enim $B\Gamma$ in producta ΓE , et quoniam

$\angle AB\Gamma + \angle \Gamma B A$ duobus rectis minores sunt [I, 17] et $\angle \Gamma B A = \angle E\Gamma\Delta$, erunt $\angle AB\Gamma + \angle E\Gamma\Delta$ duobus rectis minores. itaque BA , $E\Delta$ productae concurrent [I ατ. 5]. producantur et concurrant in Z .

et quoniam $\angle \Delta\Gamma E = \angle AB\Gamma$, erit BZ rectae $\Gamma\Delta$ parallela [I, 28]. rursus quoniam $\angle \Gamma B A = \angle E\Gamma\Delta$, erit $A\Gamma$ rectae ZE parallela [id.]. $Z\Delta\Gamma\Delta$ igitur parallelogrammum est. quare $Z\Delta = \Delta\Gamma$, $A\Gamma = Z\Delta$ [I, 34]. et quoniam in triangulo ZBE uni lateri ZE parallela ducta est $A\Gamma$, erit $BA : AZ = B\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $AZ = \Gamma\Delta$. itaque $BA : \Gamma\Delta = B\Gamma : \Gamma E$ et permutando [V, 16] $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$. rursus quoniam $\Gamma\Delta$ rectae BZ parallela est, erit $B\Gamma : \Gamma E = Z\Delta : \Delta E$ [prop. II]. sed $Z\Delta = A\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma E = A\Gamma : \Delta E$, et permutando [V, 16] $B\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma E : E\Delta$. iam quoniam demonstratum est, esse $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$ et $B\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma E : E\Delta$, ex aequo erit $BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$ [V, 22].

ΔZ P. ZBE] PF, V m. 1; BZE Bp, V m. 2. $\mu\acute{\iota}\alpha\nu$
 $\tau\acute{\omega}\nu \pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$ V. 15. $\eta]$ (alt.) om. P. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. 16.
 $\tau\eta\nu]$ om. BFp. 17. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. $\tau\eta\nu]$ om. φ. 18.
 AB] BA p. $\pi\rho\acute{o}s \tau\eta\nu]$ PV; $\pi\rho\acute{o}s$ BFp, et sic deinde
per totam propositionem. 21. $Z\Delta]$ (alt.) ΔZ V m. 1; corr.
m. 2. 23. $\kappa\alpha\iota \epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$] P; $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ ἄρα Theon? (BFVp);
cfr. lin. 18. 24. $\epsilon\pi\epsilon\iota \omicron\upsilon\nu]$ $\kappa\alpha\iota \epsilon\pi\epsilon\iota$ P. $\eta \mu\acute{\epsilon}\nu$ P. 27.
 $\kappa\alpha\iota \delta\iota' \acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ P.

Τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

5 Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἂς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς πλευρὰς
10 ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς μὲν τὴν AB πρὸς τὴν $BΓ$, οὕτως τὴν $ΔE$ πρὸς τὴν EZ , ὥς δὲ τὴν $BΓ$ πρὸς τὴν $ΓA$, οὕτως τὴν EZ πρὸς τὴν $ZΔ$, καὶ ἔτι ὥς τὴν BA πρὸς τὴν $ΑΓ$, οὕτως τὴν $EΔ$ πρὸς τὴν $ΔZ$. λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$
15 τριγώνῳ καὶ ἴσας ἔξουσιν τὰς γωνίας, ὅφ' ἂς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔEZ$, τὴν δὲ ὑπὸ $BΓA$ τῇ ὑπὸ $EZΔ$ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ $BAΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$.

Συνεστιάτω γὰρ πρὸς τῇ EZ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς
20 αὐτῇ σημείοις τοῖς E , Z τῇ μὲν ὑπο $ABΓ$ γωνία ἴση ἢ ὑπο ZEH , τῇ δὲ ὑπο $ΑΓB$ ἴση ἢ ὑπο EZH . λοιπὴ ἄρα ἢ πρὸς τῷ A λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ H ἔστιν ἴση.

ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ EHZ [τριγώνῳ]. τῶν ἄρα $ABΓ$, EHZ τριγώνων ἀνάλογόν
25 εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμό-

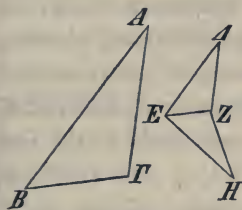
3. ὑπό] περί p. γωνίας] bis p. πλευραὶ ὑποτείνουσιν BFr, ὑποτείνουσιν πλευραὶ V. 7. τὰς] m. rec. F. 10. τὴν $BΓ$] $BΓ$ BFr. 11. τὴν EZ] EZ BFr. τὴν $ΓA$] $ΓA$ BFr. 12. οὕτω B. τὴν $ZΔ$] P, V m. 1; τὴν $ΔZ$ V m. 2; $ΔZ$ BFr. 13. οὕτω Bp. τὴν $ΔZ$] V; τὴν $ZΔ$ P; $ΔZ$ BFr. 14. ἔστιν P, comp. p. 16. ὑποτείνουσιν Vp.

Ergo in triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ latera proportionalia



habentes, ita ut sit $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, $B\Gamma : \Gamma A = EZ : Z\Delta$, $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos fore et eos angulos aequales habituros esse, sub quibus correspondentia latera subtendant,

$\angle AB\Gamma = \angle EZ\Delta$, $B\Gamma A = EZ\Delta$, $BA\Gamma = E\Delta Z$.

construatur enim ad rectam EZ et puncta eius E , Z angulo $AB\Gamma$ aequalis $\angle ZEH$ et angulo $A\Gamma B$ aequalis EZH [I, 23]. itaque qui relinquitur, angulus ad A positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque $AB\Gamma$, EHZ trianguli aequianguli sunt. quare in triangulis $AB\Gamma$, EHZ latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et corre-

21. $A\Gamma B$] e corr. V. 22. $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\tilde{\omega}\ A$] P; $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ B\Gamma A$ Theon (BFVp). $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\tilde{\omega}\ H$] P; $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ EHZ$ Theon (Bp; $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ EZ$ supra scr. H V, $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ EZH$ F). 23. ισογώνιο F in fine lin. ἔστιν P, comp. p. EHZ] -P, V m. 1; ZEH Bp, V m. 2, F eras. Z et H. 24. τριγώνω] om. P. EHZ] P, V m. 1; ZEH BFp, V m. 2.

λογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστιν
 ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $BΓ$, [οὕτως] ἡ HE πρὸς
 τὴν EZ . ἀλλ' ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $BΓ$, οὕτως ὑπό-
 κειται ἡ $ΔE$ πρὸς τὴν EZ . ὡς ἄρα ἡ $ΔE$ πρὸς
 5 τὴν EZ , οὕτως ἡ HE πρὸς τὴν EZ . ἑκατέρα ἄρα
 τῶν $ΔE, HE$ πρὸς τὴν EZ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.
 ἴση ἄρα ἔστιν ἡ $ΔE$ τῇ HE . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
 $ΔZ$ τῇ HZ ἔστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ $ΔE$ τῇ
 EH , κοινὴ δὲ ἡ EZ , δύο δὴ αἱ $ΔE, EZ$ δυοῖ ταῖς
 10 HE, EZ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσεις ἡ $ΔZ$ βάσει τῇ ZH
 [ἔστιν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔEZ$ γωνία τῇ ὑπὸ
 HEZ ἔστιν ἴση, καὶ τὸ $ΔEZ$ τρίγωνον τῷ HEZ
 τριγώνῳ ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
 γωνίαις ἴσαι, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.
 15 ἴση ἄρα ἔστι καὶ ἡ μὲν ὑπὸ $ΔZE$ γωνία τῇ ὑπὸ HZE ,
 ἡ δὲ ὑπὸ $EΔZ$ τῇ ὑπὸ EHZ . καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ
 $ZEΔ$ τῇ ὑπὸ HEZ ἔστιν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ HEZ τῇ
 ὑπὸ $ABΓ$, καὶ ἡ ὑπὸ $ABΓ$ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $ΔEZ$
 ἔστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ τῇ ὑπὸ
 20 $ΔZE$ ἔστιν ἴση, καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ A τῇ πρὸς τῷ
 $Δ$ · ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$
 τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχη,
 ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας,
 25 ὅφ' ἂς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

5'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γω-

1. γωνίας] m. 2 F. πλευραὶ ὑποτείνουσιν Theon (BVFP).
 2. τήν] om. BFP. οὕτως] om. P. 3. τήν] om. BFP.
 ἀλλ' — 4: EZ] mg. m. 1 F. 3. τήν] om. BFP. 4. τήν]

spondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt [prop. IV]. erit igitur $AB : B\Gamma = HE : EZ$. sed $AB : B\Gamma = \angle E : EZ$, ut supposuimus. quare $\angle E : EZ = HE : EZ$ [V, 11]. itaque utraque $\angle E, HE$ ad EZ eandem rationem habet. ergo $\angle E = HE$ [V, 9]. eadem de causa etiam $\angle Z = HZ$. iam quoniam $\angle E = EH$, et communis est EZ , duae rectae $\angle E, EZ$ duabus HE, EZ aequales sunt; et $\angle Z = HZ$. itaque $\angle \angle EZ = HEZ$ [I, 8], et $\triangle \angle EZ = \triangle HEZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle \angle ZE = HZE$, $\angle E\angle Z = EHZ$. et quoniam $\angle ZE\angle = HEZ$, et $\angle HEZ = AB\Gamma$, erit etiam $\angle AB\Gamma = \angle EZ$. eadem de causa erit etiam $\angle A\Gamma B = \angle ZE$, et praeterea angulus ad A positus angulo ad $\angle$ posito. itaque trianguli $AB\Gamma, \angle EZ$ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem

om. BFp. καὶ ὡς ἄρα P. 5. τήν] bis om. BFp. 6. HE] EH V. 7. τὰ] om. p. 8. ἴση ἐστίν p. 10. εἰσὶ Vp. $\angle Z$] $Z\angle$ P. ZH] post ras. 1 litt. V. 11. ἐστίν] om. P. 13. Post ἴσον add. ἐστὶ Bp, F m. 2, V m. 2. 14. Post ἴσαι add. ἴσονται Bp, F m. 2. 15. ἐστίν PB. $\angle ZE$] $\angle EZ$ F. HZE] H supra m. 1 F. 17. ἴση ἐστίν φ. ἀλλὰ P. 18. $AB\Gamma$] (prius) $AB\Gamma$ ἐστίν ἴση V. 19. ἥ] ἥ μὲν P. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ p. 20. ἔτι] e corr. V. τῷ] bis τό B et V (corr. m. 2). 21. $\angle$ ἐστίν ἴση FV. ἐστίν P.

νία ἴσην ἔχη, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

- 5 Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, ΔEZ μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ μιᾶ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως τὴν $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ 10 τριγώνῳ καὶ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔEZ , τὴν δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $\Delta Z E$.

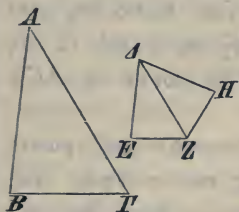
Συνεστιάτω γὰρ πρὸς τῇ ΔZ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ , Z ὁποτέρῳ μὲν τῶν ὑπὸ $BA\Gamma$, $E\Delta Z$ ἴση ἢ ὑπὸ $Z\Delta H$, τῇ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ ἴση ἢ ὑπὸ 15 $\Delta Z H$. λοιπὴ ἄρα ἢ πρὸς τῷ B γωνία λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ H ἴση ἔστί.

Ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta H Z$ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἔστιν ὥς ἢ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως ἢ $H\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . ὑπόκειται δὲ καὶ 20 ὥς ἢ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$, οὕτως ἢ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . καὶ ὥς ἄρα ἢ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ , οὕτως ἢ $H\Delta$ πρὸς τὴν ΔZ . ἴση ἄρα ἢ $E\Delta$ τῇ ΔH . καὶ κοινὴ ἢ ΔZ . δύο δὲ αἱ $E\Delta$, ΔZ δυσὲ ταῖς $H\Delta$, ΔZ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἢ ὑπὸ $E\Delta Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $H\Delta Z$ [ἔστιν] 25 ἴση. βάσις ἄρα ἢ EZ βάσει τῇ HZ ἔστιν ἴση, καὶ τὸ ΔEZ τρίγωνον τῷ $H\Delta Z$ τριγώνῳ ἴσον ἔστί, καὶ

7. ἴσας] m. 2 V. 8. τὴν $A\Gamma$] $A\Gamma B\Gamma$ p. πρὸς] supra m. rec. P. τήν] om. B F p. ΔZ] eras. V; mutat. in $\Delta E F$; $Z\Delta$ B p. 9. ἔστιν P, comp. p. 10. τῶν $AB\Gamma F$. 11. τήν] τῇ V, corr. m. rec. $A\Gamma B$] e corr. m. 2 V. 12. πρὸς μὲν B F V p. τὴν ΔZ εὐθεῖαν V, corr. m. 2. 13. αὐτῆς B.

habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum $B\hat{A}\Gamma$ uni angulo $E\hat{\Delta}Z$ aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, ita ut sit $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse et habituros esse $\angle AB\Gamma = \angle EZ$, $\angle A\Gamma B = \angle ZE$.



construatur enim ad rectam ΔZ et puncta eius Δ , Z utrique angulo $B\hat{A}\Gamma$, $E\hat{\Delta}Z$ aequalis $\angle Z\hat{\Delta}H$ et $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad B positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔHZ aequianguli sunt. quare erit $BA : A\Gamma = H\Delta : \Delta Z$ [prop. IV]. supposuimus autem, esse etiam $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. quare [V, 11] $E\Delta : \Delta Z = H\Delta : \Delta Z$. itaque $E\Delta = \Delta H$ [V, 9]; et communis est ΔZ . itaque duae rectae $E\Delta$, ΔZ duabus $H\Delta$, ΔZ aequales sunt; et $\angle E\hat{\Delta}Z = H\hat{\Delta}Z$. quare $EZ = HZ$ et $\triangle \Delta EZ = \triangle \Delta HZ$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

14. $E\Delta Z$ γωνία ἴση V. 15. τῷ τό V, corr. m. 2. γωνία] post ras. 1 litt. P; om. Theon (BFVp). 16. τῷ τό V, corr. m. 2.
 17. ἐστίν Pφ, comp. p. ΔHZ] ΔEZ φ. 18. τήν] om. BFp.
 19. $H\Delta$] litt. H m. 2 V; $E\Delta$ B, corr. m. 2. τήν] om. BFp.
 20. τήν] bis om. BFp. $E\Delta$] ΔE F; $H\Delta$ B, corr. m. 2.
 21. $E\Delta$] $B\Delta$ φ. τήν] om. BFp. ΔZ] $Z\Delta$ V, corr. m. 2.
 $H\Delta$] ex ΔH m. rec. P. 22. τήν] om. BFp.
 23. εἰσὶ Vp. 24. γωνία ἴσα F. ἐστίν] om. P. 25. HZ] ZH P.
 26. ἐστὶ BV, comp. p.

αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔδονται, ὅφ' ἄς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔZH τῇ ὑπὸ ΔZE , ἡ δὲ ὑπὸ ΔHZ τῇ ὑπὸ ΔEZ . ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔZH τῇ ὑπὸ ΔGB ἐστὶν
 5 ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΔGB ἄρα τῇ ὑπὸ ΔZE ἐστὶν ἴση. ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ B λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ E ἴση ἐστὶν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABG τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

10 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἄς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

ζ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἢ τοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὁρῶντος, ἰσογώνια
 20 ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ABG , ΔEZ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ABG , ΔEZ
 25 τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν AB πρὸς τὴν BG , οὕτως τὴν ΔE πρὸς τὴν EZ , τῶν δὲ λοιπῶν τῶν

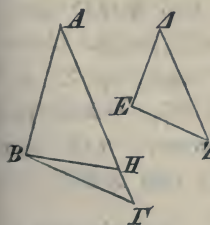
1. ἔδονται ἑκατέρα ἑκατέρα Theon (BFVp). 3. ὑπὸ ΔHZ] Peyrardus, ὑπὸ ΔEZ P; πρὸς τῷ H Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). 4. ὑπὸ ΔEZ] Peyrardus; ὑπὸ ΔHZ P; πρὸς τῷ E Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). ἀλλὰ P. ΔGB] BGA P, Δ in ras. 6. καὶ ἡ — ἐστὶν ἴση]

sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle AZH = \angle ZE$, $\angle AHZ = \angle EZ$. uerum $\angle AZH = \angle \Gamma B$. quare etiam $\angle \Gamma B = \angle ZE$. supposuimus autem, esse etiam $\angle B \Gamma = \angle EZ$. itaque etiam qui relinquitur angulus ad B positus, reliquo angulo ad E posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VII.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ unum angulum uni angulo aequalem habentes, $\angle B \Gamma = \angle EZ$, et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia, $AB : B\Gamma = AE : EZ$, et reliquos angulos, qui ad Γ , Z positi sunt, prius singulos simul recto

om. p. 7. $\tau\tilde{\omega}$] $\tau\acute{o}$ P. $\tau\tilde{\omega}$] e corr. P. 8. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, comp. p. 19. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omicron\nu\alpha$ bis F. Prius $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$ corr. ex $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu$ m. 2 P. 23. $\mu\acute{\iota}\tilde{\alpha}$ $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] punctis notat. F. 24. $E\angle Z$] corr. ex $\angle EZ$ m. rec. P. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ φ ; $AB\angle$ p. 25. $\tau\eta\nu$ $B\Gamma$] $B\Gamma$ $B\Gamma$ p. 26. $\tau\eta\nu$ EZ] EZ $B\Gamma$ p.

πρὸς τοῖς Γ , Z πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ, καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ , καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ
 5 τῇ πρὸς τῷ Z ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ , μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B τῇ ὑπὸ ΔEZ γωνίᾳ ἴση ἡ
 10 ὑπὸ ABH .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν A γωνία τῇ Δ , ἡ δὲ ὑπὸ ABH τῇ ὑπὸ ΔEZ , λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AHB λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔZE ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABH τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς
 15 ἡ AB πρὸς τὴν BH , οὕτως ἡ ΔE πρὸς τὴν EZ . ὡς δὲ ἡ ΔE πρὸς τὴν EZ , [οὕτως] ὑπόκειται ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$. ἡ AB ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν $B\Gamma$, BH τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ $B\Gamma$ τῇ BH . ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνία τῇ ὑπὸ $BH\Gamma$
 20 ἐστὶν ἴση. ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ Γ ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ $BH\Gamma$. ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ AHB μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Z καὶ ἡ πρὸς τῷ Z ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται
 25 δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ . ἴση

1. ἐλάττωνα F. 2. ἐστὶν P, comp. p. 3. ἔσται] ἐστὶν F.
 10. ABH] H e corr. p. 12. γωνία τῇ V. 13. λοιπῇ]
 supra m. 1 F. ἐστὶ] comp. p; ἐστὶν PF. 15. τήν] bis
 om. BFr. 16. ὡς δέ] ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς Br. τήν]
 om. BFr. οὕτως ὑπόκειται] ὑπόκειται FV; οὕτως Br;
 ὑπόκειται οὕτως P. 17. τήν] om. BFr. Post $B\Gamma$ add.

minores. dico, aequiangulos esse triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ , et $\angle AB\Gamma = \angle EZ$, et, ut inde adparet, qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalem esse.

nam si $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle AB\Gamma$, et construatur ad rectam AB et punctum eius B $\angle ABH = \angle EZ$ [I, 23]. et quoniam $\angle A = \angle \Delta$ et $\angle ABH = \angle EZ$, erit $\angle AHB = \angle ZE$ [I, 32]. itaque trianguli ABH , ΔEZ aequianguli sunt. quare $AB : BH = \Delta E : EZ$ [prop. IV]. sed supposuimus, esse $\Delta E : EZ = AB : B\Gamma$. itaque AB ad utramque $B\Gamma$, BH eandem rationem habet [V, 11]. quare $B\Gamma = BH$ [V, 9]. itaque etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. supposuimus autem, angulum ad Γ positum minorem esse recto; quare etiam $\angle BH\Gamma$ minor est recto. itaque angulus deinceps positus AHB maior est recto [I, 13]. et demonstratum est, eum angulo ad Z posito aequalem esse. quare etiam angulus ad Z positus maior est recto. supposuimus autem, eum recto minorem esse; quod absurdum est. itaque $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. quare etiam qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Theon: καὶ ὅς ἄρα ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως ἡ AB πρὸς τὴν BH (V et bis omisso τὴν $B\Gamma$ p). 18. ἄρα ἐστὶν P.

19. πρὸς τῷ Γ] corr. ex ὑπὸ $BH\Gamma$ m. 2 V. $BH\Gamma$] corr. ex $B\Gamma H$ m. 2 V. 20. ἐλάσσων p. 21. καὶ] om. P.

22. ἀντὶς P. 23. τῷ] corr. ex τό m. 1 B. 25. ἐλάττων F. ἐστὶν] om. V. 26. ΔEZ] $E\Delta Z$ p.

ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ A ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ · καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Z ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

5 Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείμεθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Γ, Z μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-
 ξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ BH · ὥστε καὶ γωνία
 10 ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ ὑπὸ $BH\Gamma$ ἴση ἐστίν. οὐκ ἐλάττων
 δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ Γ · οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς
 οὐδὲ ἡ ὑπὸ $BH\Gamma$. τριγώνου δὲ τοῦ $BH\Gamma$ αἱ δύο
 γωνίαι δύο ὀρθῶν οὐκ εἰσιν ἐλάττονες· ὅπερ ἐστὶν
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἀνισός ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 15 γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ · ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς
 τῷ A τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ
 λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Z ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ
 τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ
 20 ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον,
 τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάττονα ἢ μὴ ἐλάττονα
 ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς
 γωνίας, περὶ αἷς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

25

ἡ'.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρ-
 θῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ

1. ἐστίν B. Post A add. σημείω Bp, supra F, m. 2 V.

3. ἐστὶ] ἐστίν P, comp. p. 6. ἐλάττων F. πάλιν ὅτι]

m. 2 V. 7. ἰσογώνιον ἐστίν P. 8. ὁμοίως δὴ BVp. 10.

ἐλάσσων p. 11. ἐλάσσων p. 12. οὐδὲ] om. V. ἡ] m.

iam rursus supponamus, utrumque angulum ad Γ , Z positum recto minorem non esse. dico rursus, sic quoque triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $B\Gamma = BH$. quare etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5].

angulus autem ad Γ positus recto minor non est. quare ne $\angle BH\Gamma$ quidem recto minor est. itaque trianguli $BH\Gamma$ duo anguli duobus rectis minores non sunt; quod fieri non potest [I, 17]. rursus igitur $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non

est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. itaque qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad

- | | | | |
|--|--|---|--|
| 2 P. | $\delta\eta]$ $\delta\epsilon$ V. | 13. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\epsilon\varsigma$ V. | 15. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB; |
| comp. p. | 16. $\iota\sigma\eta]$ insert. postea F. | 17. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}]$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PF; | |
| comp. p. | 20. $\epsilon\chi\eta]$ corr. ex $\epsilon\chi\epsilon\iota$ m. | 2 P. | $\tau\acute{\alpha}\varsigma]$ om. V. |
| 21. $\acute{\alpha}\mu\alpha$ $\eta\tau\omicron\iota$ V. | 26. $\acute{\alpha}\pi\acute{o}]$ $\upsilon\pi\acute{o}$ V; corr. m. | 2. | |

πρὸς τῇ καθέτω τρίγωνα ὁμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

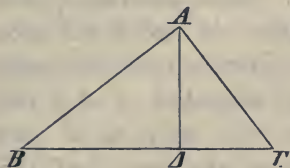
Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $AB\Gamma$ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπο $BA\Gamma$ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ κάθετος ἡ AD . λέγω, ὅτι ὁμοιόν ἐστιν
5 ἐκάτερον τῶν $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνων ὅλῳ τῷ $AB\Gamma$ καὶ ἔτι ἀλλήλοις.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῇ ὑπὸ $A\Delta B$. ὀρθὴ γὰρ ἐκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ
10 τε $AB\Gamma$ καὶ τοῦ $AB\Delta$ ἡ πρὸς τῷ B , λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AGB λοιπῇ τῇ ὑπὸ $BA\Delta$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ.
ἔστιν ἄρα ὥς ἡ $B\Gamma$ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου πρὸς τὴν BA ὑποτείνουσιν τὴν ὀρθὴν τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ AB ὑπο-
15 τείνουσα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου πρὸς τὴν $B\Delta$ ὑποτείνουσιν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ $BA\Delta$ τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, καὶ ἔτι ἡ $A\Gamma$ πρὸς τὴν $A\Delta$ ὑποτείνουσιν τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν κοινὴν
20 τῶν δύο τριγώνων. τὸ $AB\Gamma$ ἄρα τρίγωνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὁμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $AB\Delta$ τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ ὁμοιόν ἐστι τὸ

1. ἐστιν F. 4. γωνίαν] om. p. 5. $B\Gamma$] $A\Gamma$ V. $A\Delta$] ΔA P. ἐστι FV. 8. ὑπό] postea ins. F. $BA\Gamma$ γωνία FV. $A\Delta B$] $AB\Delta$ V, corr. m. 2. 12. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 P. $AB\Delta$] B supra m. 1 F. 13. $B\Gamma$] ΓB B et seq. ras. 1 litt. F. τὴν] post ras. 1 litt. V. 14. $AB\Gamma$] Γ in ras. m. 2 V. BA] in ras. m. 2 V. ὑποτείνουσιν] corr. ex ὑποτείνουσα m. rec. P; in ras. m. 2 V. 15. ὑποτείνουσαι F, i eras. 17. $B\Delta$] $B\Delta$ τὴν F. ὑποτείνουσιν τὴν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ in

basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens angulum $BA\Gamma$, et ab A ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur $A\Delta$. dico, utrumque triangulum $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ et toti $AB\Gamma$ et inter se similes esse.



nam quoniam $\angle B\Gamma A = A\Delta B$ (uterque enim rectus est), et duorum triangulorum $AB\Gamma$, $AB\Delta$ communis est angulus ad B positus, erit $\angle A\Gamma B = B\Delta A$ [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ aequianguli sunt. erit igitur $B\Gamma : BA = AB : B\Delta = A\Gamma : A\Delta$ [prop. IV]; nam $B\Gamma$ sub recto angulo trianguli $AB\Gamma$ subtendit et BA sub recto angulo trianguli $AB\Delta$, et rursus AB in triangulo $AB\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit et $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ei aequali $B\Delta A$, et $A\Gamma$, $A\Delta$ sub angulo ad B posito utriusque trianguli communi subtendunt. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ et aequianguli sunt et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. itaque $\Delta AB\Gamma \sim AB\Delta$ [def. 1]. similiter demonstrabimus,

ras. m. 2 V. ἴσην ἀντὶς F. 18. $AB\Delta$] $AB\Gamma$ P. ἦ] inter duas ras. F. Post $A\Gamma$ add. F: ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, sed del. m. 1. 19. ὑποτείνουσαι (i in ras.) post ras. 1 litt. F, ὑποτείνουσα Bp. B] seq. ras. 1 litt. F. 20. αὐτῶν τῶν V. ἄρα] postea ins. F; m. 2 V. $AB\Delta$ ἄρα V. 21. ἐστὶν P, comp. p. 22. ἐστὶ] om. P. 24. ἐστὶν P; comp. p.

$AB\Gamma$ τριγώνου· ἐκάτερον ἄρα τῶν $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ [τριγώνων] ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ τῷ $AB\Gamma$.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὁμοια τὰ $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ τριγωνα.

- 5 Ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $B\Delta A$ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ $BA\Delta$ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ B λοιπῇ τῇ ὑπὸ $\Delta A\Gamma$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Delta$ τριγώνου τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $B\Delta$
 10 τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ $BA\Delta$ πρὸς τὴν ΔA τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου ὑποτείνουσιν τὴν πρὸς τῷ Γ ἴσην τῇ ὑπὸ $BA\Delta$, οὕτως αὐτὴ ἡ $A\Delta$ τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν πρὸς τὴν $\Delta\Gamma$ ὑποτείνουσιν τὴν ὑπὸ $\Delta A\Gamma$ τοῦ
 15 $A\Delta\Gamma$ τριγώνου ἴσην τῇ πρὸς τῷ B , καὶ ἔτι ἡ BA πρὸς τὴν $A\Gamma$ ὑποτείνουσιν τὰς ὀρθάς· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Delta$ τριγώνου τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ.

- Ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κἀθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ
 20 καθέτῳ τριγωνα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

- Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κἀθε-
 25 τος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι [καὶ ἔτι τῆς

1. τριγώνου] om. B F p. 2. τριγώνων] om. P. ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ] om. V. $AB\Gamma$ τριγώνῳ ὅλῳ ὁμοίον ἐστὶν V.
 5. $B\Delta A$] B e corr. m. 2 V. 7. λοιπῇ] corr. ex λοιπῆς m. 1 F. 8. ἐστὶ] ἐστίν PF. 11. τὴν ΔA] τῇ ΔA F; corr.

esse etiam $\triangle A\Delta\Gamma \sim AB\Gamma$. ergo uterque triangulus $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ triangulo toti $AB\Gamma$ similis est.

iam dico, triangulos $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ etiam inter se similes esse.

nam quoniam $\angle B\Delta A = A\Delta\Gamma$ (recti enim), et demonstratum est, $\angle B\Delta A$ angulo ad Γ posito aequallem esse, etiam qui relinquitur angulus ad B positus, angulo $\Delta A\Gamma$ aequalis erit [I, 32]. itaque trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ aequianguli sunt. est igitur $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ [prop. IV]; nam $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub $B\Delta A$ subtendit et ΔA in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit angulo $B\Delta A$ aequali, et $A\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ad B posito subtendit, $\Delta\Gamma$ autem in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub $\Delta A\Gamma$ angulo ad B posito aequali, et praeterea BA , $A\Gamma$ sub rectis angulis subtendunt. itaque $\triangle AB\Delta \sim A\Delta\Gamma$ [def. 1].

Ergo si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur,

m. rec. 14. ὑποτείνουσιν] -ν eras. F. 15. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P; seq. ras. 1 litt. V. 16. πρὸς τὴν $A\Gamma$] in ras. F. ὑποτείνουσα F. 20. ἐστίν F. 23. ἐν] om. p. 25. τμημάτων] om. p. 26. ἐστὶ B, comp. p. ἀπερ' ἔδει δεῖξαι] om. B F p. καὶ ἔτι — p. 104, 2: ἐστίν] postea ins. m. 1 F in ras; mg. m. 2 V.

βάσεως καὶ ἐνὸς ὁποιοῦν τῶν τμημάτων ἢ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν].

θ'.

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος
5 ἀφελεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB · δεῖ δὲ τῆς AB
τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἐπιτετάχθω δὲ τὸ τρίτον. [καὶ] διήχθω τις ἀπὸ
τοῦ A εὐθεῖα ἡ AG γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς
10 AB τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς
 AG τὸ Δ , καὶ κείσθωσαν τῇ $A\Delta$ ἴσαι αἱ ΔE , $E\Gamma$.
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $B\Gamma$, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος
αὐτῇ ἤχθω ἡ AZ .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $AB\Gamma$ παρὰ μίαν τῶν
15 πλευρῶν τὴν $B\Gamma$ ἤκται ἡ AZ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ GA πρὸς τὴν AA , οὕτως ἡ BZ πρὸς τὴν ZA .
διπλῇ δὲ ἡ GA τῆς AA · διπλῇ ἄρα καὶ ἡ BZ τῆς
 ZA · τριπλῇ ἄρα ἡ BA τῆς AZ .

Τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς AB τὸ ἐπιταχθὲν
20 τρίτον μέρος ἀφήρηται τὸ AZ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ
τετμημένην ὁμοίως τεμεῖν.

X. Simplicius in phys. fol. 114^v, 119.

1. ὁποτερονουν F. 2. Post ἐστιν seq. ὅπερ ἔδει δεῖξαι BFP, V m. 2. 8. τρίτον] ante -τον ras. 2 litt. F. καὶ] om. P. τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ A ἢ V. 11. κείσθωσαν] mg. m. rec. P. 14. Supra παρὰ in P scr. m. rec. παράλληλος. 15. τήν] τῇ p. $A\Delta$] mutat. in AZ m. 2 V; AZ Bp. 16. τὴν AA] τῇ AA B, AA Fp. τήν] om. BFP. 17. τῆς] τῇ p. καὶ ἡ BZ τῆς ZA · τριπλῇ ἄρα] mg. m. 1 P. 18. BA] A in ras. P. 19. τῆς] τῇ p. τῆς] corr. ex τῇ m. 1 p.

ductam rectam mediam inter partes basis proportionalem fore. — quod erat demonstrandum.¹⁾

IX.

A data recta linea partem quamvis datam abscindere. Sit data recta AB . oportet igitur ab AB quamvis datam partem abscindere.

sit data pars tertia, et ducatur a puncto A recta AG cum AB quemlibet angulum comprehendens, et sumatur in AG quodvis punctum Δ , et ponatur $\Delta E = A\Delta = E\Gamma$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur ΔZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducta est $Z\Delta$, erit [prop. II]

$\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$. sed $\Gamma\Delta = 2 \Delta A$. quare etiam $BZ = 2 ZA$. itaque $BA = 3 AZ$.

Ergo a data recta AB tertia pars AZ abscisa est, ut iussi eramus; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam lineam non sectam datae sectae congruenter secare.

1) Nam demonstrauius p. 102, 9 sq. $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma$. reliqua pars corollarii p. 102, 26 sq. sine dubio interpolata est; nam et post sollemnem illum finem demonstrationum corollariorumque $\delta\pi\epsilon\rho\ \xi\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ p. 102, 26 additur et a bonis codd. Theoninis aberat nec usquam usui est. habet tamen Campanus et P, quamquam sine clausula illa. itaque et in nonnullis codd. ante Theonem et in quibusdam Theoninis simul sponte interpolata est.

20. $\tau\rho\acute{\iota}\tau\omicron\nu$] in ras. F. 22. $\delta\omicron\theta\epsilon\lambda\omicron\eta$] P, Simplicius, Campanus; $\delta\omicron\theta\epsilon\lambda\omicron\eta\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\omicron$ Theon (BFVp).

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεία ἄτμητος ἡ AB , ἡ δὲ τετμημένη ἡ AG κατὰ τὰ Δ , E σημεία, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ GB , καὶ διὰ τῶν Δ , E τῇ $B\Gamma$ παράλληλοι ἡχθώσαν αἱ ΔZ , EH , διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ AB παράλληλος ἡχθω ἡ $\Delta\Theta K$.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $Z\Theta$, ΘB . ἴση ἄρα ἡ μὲν $\Delta\Theta$ τῇ ZH , ἡ δὲ ΘK τῇ HB . καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $\Delta K\Gamma$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν $K\Gamma$ εὐθεία ἡκται ἡ ΘE , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓE πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ $K\Theta$ πρὸς τὴν $\Theta\Delta$. ἴση δὲ ἡ μὲν $K\Theta$ τῇ BH , ἡ δὲ $\Theta\Delta$ τῇ HZ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓE πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν HZ . πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ AHE παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν HE ἡκται ἡ $Z\Delta$, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΓE πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν HZ . ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓE πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ BH πρὸς τὴν HZ , ὡς δὲ ἡ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΔA , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA .

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεία ἄτμητος ἡ AB τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένη τῇ AG ὁμοίως τέτμηται ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

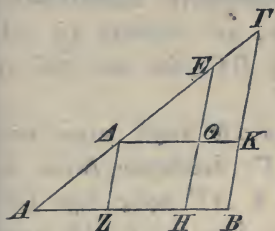
25

ια'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

2. Post AG add. V: δεῖ δὴ τὴν AB ἄτμητον τῇ AG τετμημένην ὁμοίως τεμεῖν. ἔστω τετμημένη ἡ AG . 4. ΓB] $B\Gamma$ Bp, V e corr. m. 2. 5. δέ] om. p. 8. HB] MB F, corr.

Sit data recta linea non secta AB , recta autem AG secta in punctis Δ , E , et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant,



et ducatur ΓB , et per Δ , E rectae $B\Gamma$ parallelae ducantur ΔZ , EH , et per Δ rectae AB parallela ducatur $\Delta\Theta K$ [I, 31]. itaque utrumque $Z\Theta$, ΘB parallelogrammum est. quare

$$\Delta\Theta = ZH \text{ et } \Theta K = HB$$

[I, 34]. et quoniam in triangulo $\Delta K\Gamma$ uni lateri $K\Gamma$ parallela ducta est recta ΘE , erit $\Gamma E : E\Delta = K\Theta : \Theta\Delta$ [prop. II]. sed $K\Theta = BH$, $\Theta\Delta = HZ$. itaque $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. rursus quoniam in triangulo AHE uni lateri HE parallela ducta est $Z\Delta$, erit $E\Delta : \Delta A = HZ : ZA$ [prop. II]. et demonstratum est, esse etiam $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. itaque

$$\Gamma E : E\Delta = BH : HZ \text{ et } E\Delta : \Delta A = HZ : ZA.$$

Ergo data recta linea non secta AB datae rectae lineae sectae AG congruenter secta est; quod oportebat fieri.

XI.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire.

- m. 2. 9. $\kappa\alpha\iota$] postea ins. F. 11. $\tau\eta\nu E\Delta$] $E\Delta$ Bp et in ras. F. $K\Theta$] corr. m. 2 ex ΘK V. 12. $\tau\eta\nu$] om. BFp.
 13. $\pi\rho\acute{o}s \tau\eta\nu$] $\pi\rho\acute{o}s$ BFp, et sic deinde per totam prop.
 15. HE] corr. ex EH m. 2 V. 17. η] postea ins. F. 18. $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$] m. 2 V. $\xi\sigma\tau\iota\nu \acute{\alpha}\rho\alpha \acute{\omega}\varsigma$ — 20: $\tau\eta\nu HZ$] postea insert. in ras. m. 1 F; mg. m. 2 V. 19. $\tau\eta\nu HZ$] HZ etiam V.
 20. $E\Delta$] corr. ex ΔE m. rec. P. $\pi\rho\acute{o}s \Delta A \omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ bis F. η] ins. m. rec. P. 24. $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] in ras. m. 1 P.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι [δύο εὐθεῖαι] αἱ BA , AG καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν. δεῖ δὴ τῶν BA , AG τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ Δ , E σημεία, καὶ κείσθω τῇ AG
 5 ἴση ἡ $B\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $B\Gamma$, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἡχθω ἡ ΔE .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $A\Delta E$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΔE ἦκται ἡ $B\Gamma$, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $B\Delta$, οὕτως ἡ AG πρὸς τὴν GE .
 10 ἴση δὲ ἡ $B\Delta$ τῇ AG . ἐστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν AG , οὕτως ἡ AG πρὸς τὴν GE .

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν AB , AG τρίτη ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ GE . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

15 Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

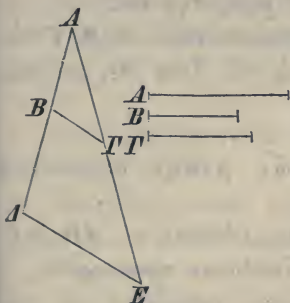
Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ A , B , Γ . δεῖ δὴ τῶν A , B , Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

20 Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔE , ΔZ γωνίαν περιέχουσαι [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ $E\Delta Z$. καὶ κείσθω τῇ μὲν A ἴση ἡ ΔH , τῇ δὲ B ἴση ἡ HE , καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ $\Delta\Theta$. καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς $H\Theta$ παράλληλος αὐτῇ ἡχθω διὰ τοῦ E ἡ EZ .

25 Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔEZ παρὰ μίαν τὴν

1. δύο εὐθεῖαι] om. P, εὐθεῖαι supra scr. m. rec. 3. BA] e corr. V. εὐρεῖν P. 4. γὰρ αἱ AB , AG Theon (BVp; γὰρ αἱ BA , AG F). 5. $B\Gamma$] ΓB p. 8. ΔE] AE φ. 9. τὴν] bis om. B F p. * $B\Delta$] BA F. AG] A in ras. m. 1 B. 11. τήν] om. B p. τήν] om. B p. GE] Γ in ras. V. 13. αὐτῆς P, corr. m. 2. 20. ἐκκείσθω τῶν φ (non F). 21.

Sint datae rectae BA , AG et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant. oportet igitur rectarum BA , AG tertiam proportionalem inuenire.



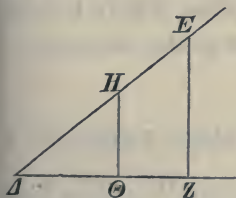
producantur enim ad puncta Δ , E , et ponatur $AG = B\Delta$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ ei parallela ducatur ΔE [I, 31]. iam quoniam in triangulo $A\Delta E$ uni lateri ΔE parallela ducta est $B\Gamma$, erit $AB : B\Delta = AG : \Gamma E$ [prop. II]. sed $B\Delta = AG$. itaque $AB : AG = AG : \Gamma E$.

Ergo datis duabus rectis AB , AG tertia earum proportionalis inuenta est ΓE ; quod oportebat fieri.

XII.

Datis tribus rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint datae rectae A , B , Γ . oportet igitur rectarum A , B , Γ quartam proportionalem inuenire.



ponantur duae rectae ΔE , ΔZ ita, ut quemlibet angulum comprehendant $E\Delta Z$, et ponatur $\Delta H = A$, $HE = B$, $\Delta\Theta = \Gamma$. et ducta recta $H\Theta$ ei parallela per E ducatur EZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo ΔEZ uni lateri EZ

EZ ἥκται ἡ $H\Theta$, ἔστιν ἄρα ὥς ἡ ΔH πρὸς τὴν HE , οὕτως ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὴν ΘZ . ἴση δὲ ἵ μὲν ΔH τῇ A , ἡ δὲ HE τῇ B , ἡ δὲ $\Delta\Theta$ τῇ Γ . ἔστιν ἄρα ὥς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘZ .

- 5 Τριῶν ἄρα δοθεῖσων εὐθειῶν τῶν A, B, Γ τε-
τάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘZ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγ'.

Δύο δοθεῖσων εὐθειῶν μέσῃν ἀνάλογον προσευρεῖν.

- 10 Ἐστῶσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ $AB, B\Gamma$.
δεῖ δὴ τῶν $AB, B\Gamma$ μέσῃν ἀνάλογον προσευρεῖν.

Κείσθῳσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ ἡμικύκλιον τὸ $ΑΔΓ$, καὶ ἤχθῳ ἀπὸ τοῦ B ση-
μείου τῇ $ΑΓ$ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ $BΔ$, καὶ ἐπε-

- 15 ζεύχθῳσαν αἱ $ΑΔ, ΔΓ$.

Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἔστιν ἡ ὑπὸ $ΑΔΓ$,
ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ
 $ΑΔΓ$ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος
ἥκται ἡ $ΔB$, ἡ $ΔB$ ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων

- 20 τῶν $AB, B\Gamma$ μέσῃ ἀναλόγον ἐστιν.

Δύο ἄρα δοθεῖσων εὐθειῶν τῶν $AB, B\Gamma$ μέσῃ
ἀνάλογον προσεύρηται ἡ $ΔB$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-

XIII. Philoponius in Aristot. de anima g II. XIV. Philo-
pon. in anal. post. fol. 117^v.

1. EZ] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; $H\Theta$ Bp. $H\Theta$] corr.
ex ZE m. rec. P; EZ Bp; $\Theta H V$ m. 2. ἡ] om. V. ΔH] in ras. B. τῇν] om. Bfp. 2. τῇν] om. Bfp. ΘZ] e corr. V; $Z\Theta$ P. 4. ΘZ] Z in ras. F; $Z\Theta$ P. 14. εὐ-

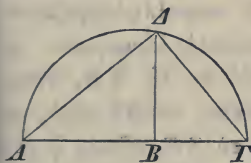
parallela ducta est $H\Theta$, erit $\angle H : HE = \angle \Theta : \Theta Z$. sed $\angle H = A$, $HE = B$, $\angle \Theta = \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : \Theta Z$.

Ergo datis tribus rectis lineis A, B, Γ quarta proportionalis inuenta est ΘZ ; quod oportebat fieri.

XIII.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Sint duae rectae datae $AB, B\Gamma$. oportet igitur rectarum $AB, B\Gamma$ mediam proportionalem inuenire.



ponantur in eadem recta, et in $A\Gamma$ describatur semicirculus $A\Delta\Gamma$, et a B puncto ducatur ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $B\Delta$, et ducantur $A\Delta, \Delta\Gamma$.

iam quoniam in semicirculo est $\angle A\Delta\Gamma$, rectus est [III, 31]. et quoniam in triangulo rectangulo $A\Delta\Gamma$ a recto angulo ad basim perpendicularis ducta est ΔB , ΔB partium basis $AB, B\Gamma$ media proportionalis est [prop. VIII coroll.].

Ergo datis duabus rectis lineis $AB, B\Gamma$ media proportionalis inuenta est ΔB ; quod oportebat fieri.

XIV.

In parallelogrammis aequalibus et aequiangulis

$\theta\epsilon\lambda\alpha$] om. Bp. 16. καὶ ἐπεὶ V. 19. $\angle B$] $B\Delta F$; V, corr. m. 2. $\angle B$] $B\Delta V$, corr. m. 2. 21. μέσην P, sed corr. 22. προσήνηται F. 24. τε] om. p. καὶ] m. 2 F. ἰσογώνων] P, Philoponus; μὲν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν Theon (BVP; in F om. μὲν et supra scr. μὲν seq. ras. 1 litt.), P supra m. rec.

γραμμῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

- 5 Ἐστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ AB, BG ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ B γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ AB, BE · ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ZB, BH . λέγω, ὅτι τῶν AB, BG ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,
10 τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ .

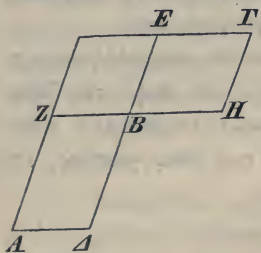
Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ ZE παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ BG παραλληλογράμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ZE , ἔστιν
15 ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως τὸ BG πρὸς τὸ ZE . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως ἡ AB πρὸς τὴν BE , ὡς δὲ τὸ BG πρὸς τὸ ZE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ · καὶ ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ . τῶν ἄρα AB, BG παρ-
20 αλληλογράμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ AB πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ BG παραλληλογράμῳ.

- 25 Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν BE , οὕτως ἡ HB πρὸς τὴν BZ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AB πρὸς τὴν

2. ἰσογωνίων] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. Post παραλληλογράμων add. Theon: μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχόντων (BFp; μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν V). 5. τε καὶ ἰσογώνια] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. 7. κείσθω V. 8. εἰσὶν PBp. 10. ἐστὶν] om. p. τήν] om.

latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sint, aequalia sunt.



Sint aequalia et aequiangula parallelogramma $AB, B\Gamma$ aequales habentia angulos ad B positos, et ponantur in eadem recta AB, BE . itaque etiam ZB, BH in eadem recta sunt. dico, in $AB, B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem esse, h. e.

esse $AB : BE = HB : BZ$.

explentur enim ZE parallelogrammum. iam quoniam $AB = B\Gamma$, et alia quaedam magnitudo est ZE , erit $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 7]. sed $AB : ZE = AB : BE$ [prop. I], et $B\Gamma : ZE = HB : BZ$ [id.]. quare etiam $AB : BE = HB : BZ$. itaque in parallelogrammis $AB, B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt.

iam uero sit $AB : BE = HB : BZ$. dico, esse $AB = B\Gamma$.

nam quoniam est $AB : BE = HB : BZ$, et $AB : BE$

- BFp. BE] corr. ex BΘ m. rec. P. 11. τήν] om. BFp.
 BZ] ZB P. 12. ZE] EZ p. 17. τήν] om. BF; τό p.
 τὸ ZE] ZE BF; Z in ras. m. 2 V. 18. πρὸς τήν] πρὸς
 BFp, et sic deinde per totam prop. ὡς ἄρα] ὡς περ V.
 AB] BΔ p. 19. ἄρα] supra m. 1, sed post BΓ P. 22.
 ἀλλὰ δὴ] in ras. m. 1 p. Post δὴ add. Theon: ἀντιπεπο-
 θέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ (BF Vp).
 23. BZ] ZB P. ἐστὶν P. 25. τήν] corr. ex τῇ m. 2 V.
 26. ὡς] e corr. F. ἵ] om. F.

BE , οὕτως τὸ AB παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ZE παραλληλόγραμμον, ὥς δὲ ἡ HB πρὸς τὴν BZ , οὕτως τὸ $BΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ZE παραλληλόγραμμον, καὶ ὥς ἄρα τὸ AB πρὸς τὸ ZE , οὕτως τὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ZE . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ AB παραλληλόγραμμον τῷ $BΓ$ παραλληλογράμῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔΔΕ$ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔΑΕ$. λέγω, ὅτι τῶν $ABΓ$, $ΔΔΕ$ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὥς ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν $ΔΔ$, οὕτως ἡ $ΕΑ$ πρὸς τὴν $ΑΒ$.

Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν $ΓΑ$ τῇ $ΑΔ$. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΕΑ$ τῇ $ΑΒ$. καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΒΔ$.

1. πρὸς τό — 2: ὥς δέ] insert. in ras. F. 2. παραλληλόγραμμον] om. V. 3. ZE παραλληλόγραμμον] P; ZE Theon (BFVp). 5. ἐστὶν P, comp. p. 7. ἴσων ἄρα p. τε] om. Br. ἰσογωνίων] PBFp; in P supra scr. m. rec. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἔχόντων; μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν V, sed

$= AB : ZE, HB : BZ = B\Gamma : ZE$ [prop. I], erit etiam $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 11]. itaque $AB = B\Gamma$ [V, 9].

Ergo in parallelogrammis aequalibus et aequi-angulis latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt; et parallelogramma aequi-angula, quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sint, aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XV.

In triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sint, aequales sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma, A\Delta E$ unum angulum uni aequalem habentes, $\angle B\Lambda\Gamma = \angle A\Delta E$. dico, in triangulis $AB\Gamma, A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione esse, h. e. esse $\Gamma A : A\Delta = E\Lambda : AB$.

ponantur enim ita, ut ΓA et $A\Delta$ in eadem recta sint. itaque etiam $E\Lambda$ et AB in eadem recta sunt. et ducatur $B\Delta$. iam quoniam $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$, et

μίαν μιᾷ punctis del. 9. ἰσογωνίων παραλληλογράμμων] PB, F (post ἰσο- ras. 1 litt.), p; in P m. rec. supra scr. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἔχόντων; μίαν μιᾷ (punctis del.) ἴσην ἔχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων V. 15. αἶ] m. 2 P. ὅν τριγώνων F. 16. τριγώνων] om. FV. 20. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P. λέγω, ὅτι] et seq. insert. in ras. F. 22. αἶ περί] περί P, corr. m. 2. 23. πρὸς τήν] bis πρὸς BFp. 24. ΓA] $A\Gamma$ P, V in ras. 25. ἐστίν PBF, comp. p.

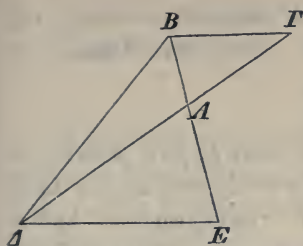
Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $AΔE$
 τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ $BAΔ$, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ
 $ΓAB$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον, οὕτως τὸ
 $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς
 5 μὲν τὸ $ΓAB$ πρὸς τὸ $BAΔ$, οὕτως ἢ $ΓA$ πρὸς τὴν
 $AΔ$, ὡς δὲ τὸ $EAΔ$ πρὸς τὸ $BAΔ$, οὕτως ἢ EA
 πρὸς τὴν AB . καὶ ὡς ἄρα ἢ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$,
 οὕτως ἢ EA πρὸς τὴν AB . τῶν $ABΓ$, $AΔE$ ἄρα
 10 ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν $ABΓ$,
 $AΔE$ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἢ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$,
 οὕτως ἢ EA πρὸς τὴν AB . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ
 τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $AΔE$ τριγώνῳ.

15 Ἐπιξευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς $BΔ$, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς
 ἢ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$, οὕτως ἢ EA πρὸς τὴν AB ,
 ἀλλ' ὡς μὲν ἢ $ΓA$ πρὸς τὴν $AΔ$, οὕτως τὸ $ABΓ$
 τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$ τρίγωνον, ὡς δὲ ἢ EA πρὸς
 τὴν AB , οὕτως τὸ $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 20 τρίγωνον, ὡς ἄρα τὸ $ABΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 τρίγωνον, οὕτως τὸ $EAΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $BAΔ$
 τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν $ABΓ$, $EAΔ$ πρὸς τὸ
 $BAΔ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$
 [τρίγωνον] τῷ $EAΔ$ τριγώνῳ.

25 Τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν
 τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
 ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν

2. τι] om. BFVp. $BAΔ$] in ras. m. 2 V. 3. $ΓAB$]
 Γ''Α'Β F; $BAΓ$ Bp, V m. 2. οὕτως] οὕτω P, οὕτως ἄρα F.
 4. $EAΔ$] BFp, V m. 2; $AΔE$ V m. 1; $ΔAE$ P. $BAΔ$] litt.
 BA in ras. m. 2 V. τρίγωνον] comp. V. 7. τήν] (prius)



alia quaedam magnitudo est $BA\Delta$, erit $\triangle \Gamma AB : BA\Delta = EA\Delta : BA\Delta$ [V, 7]. sed [prop. I] $\Gamma AB : BA\Delta = \Gamma A : A\Delta$ et $EA\Delta : BA\Delta = EA : AB$. quare etiam $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. itaque triangulorum $AB\Gamma$,

$A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt.

iam uero latera triangulorum $AB\Gamma$, $A\Delta E$ in contraria proportione sint, et sit $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$.

ducta enim rursus $B\Delta$, quoniam est $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$, et $\Gamma A : A\Delta = \triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta$, et $EA : AB = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$ [prop. I], erit $\triangle AB\Gamma : \triangle BA\Delta = \triangle EA\Delta : \triangle BA\Delta$. itaque uterque triangulus $AB\Gamma$, $EA\Delta$ ad $BA\Delta$ eandem rationem habet. quare $\triangle AB\Gamma = \triangle EA\Delta$ [V, 9].

Ergo in triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendunt

corr. ex τόν m. 1 F. 8. ἄρα τριγώνων] τριγώνων ἄρα V; ἄρα γωνιῶν p. 12. τριγώνων] γωνιῶν p. ὥς] postea insert. m. 1 P; om. F. πρὸς τήν] πρὸς BFp, et sic deinde per totam prop. 16. ΓΑ] ΑΓ p. 19. τήν] om. etiam V. 20. ΑΒΓ] ΒΑΓ P. Post τρίγωνον add. F: οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον, sed del. m. 1. 21. τρίγωνον] om. V. οὕτως] om. F. τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον] om. BFp. 22. ἄρα] om. Bp. 23. ἐστίν P, comp. p. 24. τρίγωνον] om. P. 26. πλευραὶ αἱ] om. F. 27. γωνίας πλευραὶ F.

τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ
5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιε-
χομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνά-
10 λογον ἔσονται.

Ἐστῶσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχο-
15 μένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἠχθῶσαν [γὰρ] ἀπὸ τῶν A, Γ σημείων ταῖς $AB, \Gamma\Delta$ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ $AH, \Gamma\Theta$, καὶ κείσθω τῇ μὲν Z ἴση ἡ AH , τῇ δὲ E ἴση ἡ $\Gamma\Theta$. καὶ συμ-
πεπληρώσθω τὰ $BH, \Delta\Theta$ παραλληλόγραμμα.

20 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z , ἴση δὲ ἡ μὲν E τῇ $\Gamma\Theta$, ἡ δὲ Z τῇ AH , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH . τῶν $BH, \Delta\Theta$ ἄρα παραλληλο-
γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς
25 ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,

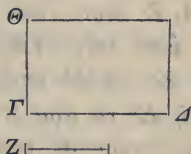
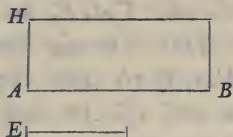
2. ἐστίν] εἰσίν V. 4. ᾧσι PBr. 7. καὶ] καὶ εἰ V.
11. αἱ τέσσαρες P. ἀνάλογον] om. V. 12. Z ἀνάλογον V.
τὴν] om. Br. 13. AB] B in ras. m. 2 V. Z] eras. F.
14. ἐστίν P, comp. p. E] postea add. m. 1 p; eras. F.

in contraria proportione sint, aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt.

Sint quattuor rectae proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$. dico, esse $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.



ducantur a punctis A, Γ ad rectas $AB, \Gamma\Delta$ perpendiculares $AH, \Gamma\Theta$, et ponatur $AH = Z$ et $\Gamma\Theta = E$. et expleantur parallelogramma $BH, \Delta\Theta$.

et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = \Gamma\Theta$, $Z = AH$, erit $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. itaque in parallelogrammis $BH, \Delta\Theta$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt. parallelogramma autem aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione

16. γάρ] om. P. 18. συμπληρώσθωσαν BFVp. 22. AH]
 corr. ex AΔ m. rec. P. 23. AH] post ras. 1 litt., H e
 corr. V; corr. ex AΘ m. rec. P. ἄρα] m. 2 V. 24. αἱ
 περι] περι P.

ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ BH παραλληλό-
 γραμμον τῷ $\Delta\Theta$ παραλληλογράμῳ. καὶ ἐστὶ τὸ
 μὲν BH τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z · ἴση γὰρ ἡ AH τῇ Z ·
 τὸ δὲ $\Delta\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ · ἴση γὰρ ἡ E τῇ $\Gamma\Theta$.
 5 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
 Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθο-
 γώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ περιεχομένῳ
 ὀρθογωνίῳ· λέγω, ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον
 10 ἔσονται, ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς
 τὴν Z .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν AB, Z ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$, καὶ ἐστὶ
 τὸ μὲν ὑπὸ τῶν AB, Z τὸ BH · ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ
 15 AH τῇ Z · τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta, E$ τὸ $\Delta\Theta$ · ἴση γὰρ
 ἡ $\Gamma\Theta$ τῇ E · τὸ ἄρα BH ἴσον ἐστὶ τῷ $\Delta\Theta$. καὶ ἐστὶν
 ἰσογώνια. τῶν δὲ ἰσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-
 γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἰσας
 γωνίας. ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ
 20 $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH . ἴση δὲ ἡ μὲν $\Gamma\Theta$ τῇ E , ἡ δὲ
 AH τῇ Z · ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως
 ἡ E πρὸς τὴν Z .

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾤσιν, τὸ
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
 25 τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τὸ
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ
 ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

4. $\Gamma\Delta, E$] seq. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, punctis delet.
 E] corr. ex $\Gamma\Theta$ m. 2 V. $\Gamma\Theta$] corr. ex E m. 2 V. 6.

sint, aequalia sunt [prop. XIV]. itaque $BH = \Delta\Theta$.
et $BH = AB \times Z$ (nam $AH = Z$) et $\Delta\Theta = \Gamma\Delta \times E$
(nam $E = \Gamma\Theta$). itaque $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.

iam uero sit $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$. dico, quattuor
rectas proportionales esse, $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

nam iisdem comparatis, quoniam $AB \times Z = \Gamma\Delta$
 $\times E$, et $AB \times Z = BH$ (nam $AH = Z$), et $\Gamma\Delta \times E$
 $= \Delta\Theta$ (nam $\Gamma\Theta = E$), erit $BH = \Delta\Theta$. eadem
autem aequiangula sunt. et in parallelogrammis
aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos com-
prehendentia in contraria proportionione sunt [prop. XIV].
itaque $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. sed $\Gamma\Theta = E$, $AH = Z$.
quare $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, rectan-
gulum extremis terminis comprehensum aequale est
rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum
extremis terminis comprehensum aequale est rectan-
gulo mediis comprehenso quattuor rectae proportionales
sunt; quod erat demonstrandum.

περιεχομένων ὀρθογωνίων F, sed corr. 8. τῶν] mutat. in
τῶι F. 9. ὀρθογωνίων F, sed corr. 14. ἐστίν] om. V. ἡ
AH τῇ Z] τῇ Z ἡ AH V; in F m. 2 ex τῇ Z fecit τῇ HZ.
15. ἴση γὰρ ἡ — 16: τῷ ΔΘ] mg. m. rec. P. 16. ἐστίν] P;
εἰσιν BFVp. 19. ἡ] (alt.) postea ins. m. 1 p. 20. ΓΘ]
corr. ex HΘ m. 1 p. AH] corr. ex ZH m. 1 p. 23.
ὥσι PBVp. 25. καὶ] καὶ εἰ V. 26. ἡ] ἐστὶ F. 27.
τέσσαρες] seq. ras. 2 litt. F.

ιζ'.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ ὑπὸ
 τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ
 5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
 ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ A, B, Γ , ὡς
 ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ B πρὸς τὴν Γ . λέγω,
 10 ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν A, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ B ἴση ἡ Δ .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ
 B πρὸς τὴν Γ , ἴση δὲ ἡ B τῇ Δ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
 15 A πρὸς τὴν B , ἡ Δ πρὸς τὴν Γ . ἐὰν δὲ τέσσαρες
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχό-
 μενον [ὀρθογώνιον] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων
 περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον
 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν B, Δ . ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ τὸ
 20 ἀπὸ τῆς B ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ B τῇ Δ . τὸ ἄρα ὑπὸ
 τῶν A, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ τῆς B τετραγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ
 τῆς B . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως
 25 ἡ B πρὸς τὴν Γ .

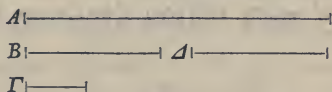
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν A, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B , ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
 τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ B τῇ Δ .
 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν A, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν B, Δ .

1. ιζ'] et litt. initialis m. 2 V. 2. ᾧσι codd. 4.
 καὶ εἰ V. 6. τῆς] insert. postea F. 8. αἱ τρεῖς P.

XVII.

Si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt.

Sint tres rectae proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$.



ponatur $\Delta = B$. et quoniam est $A : B = B : \Gamma$, et $B = \Delta$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$. sin quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso [prop. XVI]. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$. uerum $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. quare

$$A \times \Gamma = B^2.$$

iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$. nam iisdem comparatis, quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$ (nam $B = \Delta$), erit $A \times \Gamma = B \times \Delta$. sin rectangulum extremis terminis comprehensum

XVII. Philoponus in Arist. de anima g II.

12. κείσθω γάρ P. Δ] post ras. 1 litt. F. 16. ὥσι codd.
 17. ὁρθογώνιον] om. P. 19. B, Δ] (prius) in ras. m. 2 V.
 ἀλλά — B, Δ] insert. m. 1 F. 20. ἔστιν ἴση] eras. F. 24.
 A] B π. 26. ἐπέ] corr. ex ἐπὶ m. 2 V. 27. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ
 τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B, Δ ἔστιν] PBp; idem, sed τῶ ὑπὸ V,
 F mg.; τουτέστιν τῶ ὑπὸ τῶν B, Δ F. 28. ἴση] -η in ras. B.
 τῇ Δ] in mg. transit m. 1 V (supra est ras.).

ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Γ . ἴση δὲ ἡ B τῇ Δ . ὡς ἄρα ἡ A πρὸς τὴν B , οὕτως ἡ B πρὸς τὴν Γ .

Ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾖσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΓE . δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς AB εὐθείας τῷ ΓE εὐθυγράμμῳ ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἐπεξεύχθω ἡ ΔZ , καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς A, B τῇ μὲν πρὸς τῷ Γ γωνία ἴση ἢ ὑπὸ HAB , τῇ δὲ ὑπὸ $\Gamma \Delta Z$ ἴση ἢ ὑπὸ ABH . λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma Z \Delta$ τῇ ὑπὸ AHB ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z \Gamma \Delta$ τρίγωνον τῷ HAB τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $Z \Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἡ $Z \Gamma$ πρὸς τὴν HA , καὶ ἡ $\Gamma \Delta$ πρὸς τὴν AB . πάλιν συνεστάτω πρὸς τῇ BH εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς B ,

6. ᾧσι PFVp. 7. ἐστίν P. 8. καὶ — 10: ἔσονται] om. p. 9. ἢ] ἐστὶ comp. F, supra scr. ἢ. 18. ὁμοίως]

aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt [prop. XVI]. itaque

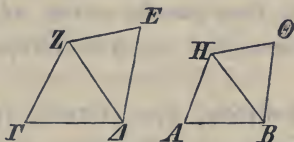
$$A : B = \Delta : \Gamma. \text{ sed } B = \Delta. \text{ itaque } A : B = B : \Gamma.$$

Ergo si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVIII.

In data recta datae figurae rectilineae similem et similiter positam figuram rectilineam construere.

Sit data recta AB et data figura rectilinea ΓE . oportet igitur in recta AB figurae rectilineae ΓE similem et similiter positam figuram rectilineam construere.



ducatur ΔZ et ad rectam AB et puncta eius A, B angulo ad Γ posito aequalis construatur $\angle HAB$, angulo autem $\Gamma \Delta Z$ aequalis $\angle ABH$ [I, 23]. itaque $\angle \Gamma Z \Delta = \angle AHB$ [I, 32]. quare $\triangle Z \Gamma \Delta$ triangulo HAB aequiangularus est. itaque $Z \Delta : HB = Z \Gamma : HA = \Gamma \Delta : AB$ [prop. IV]. rursus ad rectam BH et

$\delta\mu\omicron\lambda\alpha\varsigma \pi$ (non P). 20. ΔZ] $Z \Delta$ P. $\sigma\upsilon\nu\nu\epsilon\sigma\tau\omicron\tau\omicron \pi$ (non P).
 22. $\tau\tilde{\varphi}$] $\tau\tilde{\eta}$ P. $\lambda\sigma\eta$] om. V. HAB] BAH P; AB F;
 HAB $\lambda\sigma\eta$ V. 23. $\lambda\sigma\eta$] om. V. $\tau\tilde{\eta}$] $\lambda\omicron\iota\pi\tilde{\eta}$ $\tau\tilde{\eta}$ V. 24.
 AHB] $A''B'H$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] om. V. 26. $\acute{\omega}\varsigma$] supra F. 28.
 $\tau\tilde{\eta}$] corr. ex $\tau\tilde{\eta}\varsigma$ m. 1 p. BH] H supra scr. V.

- H τῇ μὲν ὑπὸ ΔZE γωνία ἴση ἢ ὑπὸ $BH\Theta$, τῇ δὲ ὑπὸ $Z\Delta E$ ἴση ἢ ὑπὸ $HB\Theta$. λοιπὴ ἄρα ἢ πρὸς τῷ E λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Θ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z\Delta E$ τρίγωνον τῷ $H\Theta B$ τριγώνῳ· ἀνάλογον
⁵ ἄρα ἐστὶν ὡς ἢ $Z\Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἢ ZE πρὸς τὴν $H\Theta$ καὶ ἢ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΘB . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἢ $Z\Delta$ πρὸς τὴν HB , οὕτως ἢ $Z\Gamma$ πρὸς τὴν HA καὶ ἢ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν AB · καὶ ὡς ἄρα ἢ $Z\Gamma$ πρὸς τὴν AH , οὕτως ἢ τε $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν AB καὶ ἢ ZE
¹⁰ πρὸς τὴν $H\Theta$ καὶ ἔτι ἢ $E\Delta$ πρὸς τὴν ΘB . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ μὲν ὑπὸ $\Gamma Z\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ AHB , ἢ δὲ ὑπὸ ΔZE τῇ ὑπὸ $BH\Theta$, ὅλη ἄρα ἢ ὑπὸ ΓZE ὅλη τῇ ὑπὸ $AH\Theta$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἢ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῇ ὑπὸ $AB\Theta$ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἢ
¹⁵ μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ A ἴση, ἢ δὲ πρὸς τῷ E τῇ πρὸς τῷ Θ . ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Theta$ τῷ ΓE · καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Theta$ εὐθύγραμμον τῷ ΓE εὐθύγραμμῳ.
²⁰ Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς AB τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ τῷ ΓE ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται τὸ $A\Theta$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

- ²⁵ Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

XIX coroll. Philoponus in anal. post. 117 v. Psellus p. 57.

1. $BH\Theta$] " $B'H'''\Theta$ " F. 2. ὑπό] om. Bp. ἴση] om. B.
 4. $H\Theta B$] PF; $HB\Theta$ B, V e corr. m. 2, p corr. ex $H\Theta\Theta$
 m. 1. 5. $Z\Delta$] ΔZ P. ZE] in ras. m. 2 V. 6. $H\Theta$]

puncta eius B, H angulo $\angle Z E$ aequalis construat^r $\angle B H \Theta$ et angulo $\angle A E$ aequalis $\angle H B \Theta$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad E positus, reliquo angulo ad Θ posito aequalis est [I, 32]. itaque $\triangle Z A E$ triangulo $H \Theta B$ aequiangulus est. quare $Z A : H B = Z E : H \Theta = E A : \Theta B$ [prop. IV]. demonstra^rimus autem, esse etiam $Z A : H B = Z \Gamma : H A = \Gamma A : A B$. quare etiam $Z \Gamma : A H = \Gamma A : A B = Z E : H \Theta = E A : \Theta B$. et quoniam $\angle \Gamma Z A = A H B$, et $\angle A Z E = B H \Theta$, erit $\angle \Gamma Z E = A H \Theta$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma A E = A B \Theta$. et praeterea angulus ad Γ positus angulo ad A posito aequalis est, et angulus ad E positus angulo ad Θ posito aequalis. itaque $A \Theta$ aequiangula est figurae ΓE . et latera, quae aequales angulos comprehendunt, proportionalia habent; itaque figura rectilinea $A \Theta$ similis est figurae rectilineae ΓE .

Ergo in data recta $A B$ datae figurae rectilineae ΓE similis et similiter posita figura rectilinea constructa est $A \Theta$; quod oportebat fieri.

XIX.

Similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Θ in ras. m. 2 V. ΘB] $B \Theta$ P. καὶ ἡ $E A$ πρὸς τὴν ΘB] bis F, sed corr. 7. ἡ $\tau \epsilon$ $Z \Gamma$ P. 8. καὶ ὡς ἄρα — 9: τὴν $A B$] om. p. 10. $E A$] " $A' E$ F. 12. $\angle Z E$] " $Z' A'' E$ F. 13. διὰ τὰ αὐτὰ — 15: πρὸς τῷ A ἴση] insert. in ras. F. 16. πρὸς] eras. V. ἑστίν F. 17. αὐτῶν] P; αὐτῷ B F V p; om. Augustus. 18. $A \Theta$] ΓE P. ΓE] $A \Theta$ P. 20. τῆς $A B$ — 23: ποιῆσαι] καὶ τὰ ἐξῆς p. 21. ΓE ὁμοιόν $\tau \epsilon$] eras. V. 22. τὸ $A \Theta$] punctis notat. F; om. B. 26. ἑστίν B, eras. v.

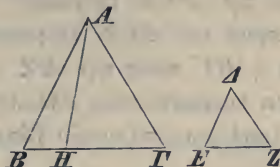
Ἐστω ὁμοια τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ ἴσην ἔχοντα
τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τῇ πρὸς τῷ E , ὥς δὲ τὴν
 AB πρὸς τὴν $BΓ$, οὕτως τὴν $ΔE$ πρὸς τὴν EZ ,
ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν $BΓ$ τῇ EZ . λέγω, ὅτι τὸ
5 $ABΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔEZ$ τρίγωνον διπλασίονα
λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $BΓ$ πρὸς τὴν EZ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν $BΓ$, EZ τρίτη ἀνάλογον ἡ
 BH , ὥστε εἶναι ὥς τὴν $BΓ$ πρὸς τὴν EZ , οὕτως
τὴν EZ πρὸς τὴν BH . καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AH .

10 Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $BΓ$, οὕτως
ἡ $ΔE$ πρὸς τὴν EZ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ AB
πρὸς τὴν $ΔE$, οὕτως ἡ $BΓ$ πρὸς τὴν EZ . ἀλλ' ὥς
ἡ $BΓ$ πρὸς EZ , οὕτως ἐστὶν ἡ EZ πρὸς BH . καὶ
ὥς ἄρα ἡ AB πρὸς $ΔE$, οὕτως ἡ EZ πρὸς BH .
15 τῶν ABH , $ΔEZ$ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὦν δὲ μίαν μιᾶ
ἴσην ἔχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ABH τρίγωνον τῷ $ΔEZ$ τρι-
20 γώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ $BΓ$ πρὸς τὴν EZ ,
οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν BH , εἰ δὲ τρεῖς εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον ὄσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην δι-
πλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ $BΓ$
ἄρα πρὸς τὴν BH διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ
25 $ΓB$ πρὸς τὴν EZ . ὥς δὲ ἡ $ΓB$ πρὸς τὴν BH ,
οὕτως τὸ $ABΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ ABH τρίγωνον.

2. τῷ B] τὸ B V, et F, sed corr. 3. τὴν $BΓ$] $BΓ$ Bp;
τὴν $ΓΔ$ F; litt. B in ras. m. 2 V. τὴν EZ] EZ Bp. 8.
οὕτω P Bp. 10. AB] B in ras. PF. τὴν] om. B Fp.
οὕτω P. 11. τὴν] om. B Fp. 12. τὴν] bis om. B Fp.
13. πρὸς EZ] supra m. 2 F; πρὸς τὴν EZ V. τὴν BH V.

Sint similes trianguli $AB\Gamma$, $\triangle EZ$ angulum ad B positum angulo ad E posito aequalem habentes,



et $AB : B\Gamma = \triangle E : EZ$, ita ut $B\Gamma$ lateri EZ respondeat. dico, esse $AB\Gamma : \triangle EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

sumatur enim rectarum $B\Gamma$, EZ tertia proportionalis BH [prop. XI], ita ut sit $B\Gamma : EZ = EZ : BH$; et ducatur AH .

iam quoniam est $AB : B\Gamma = \triangle E : EZ$, permutando erit $AB : \triangle E = B\Gamma : EZ$ [V, 16]. sed $B\Gamma : EZ = EZ : BH$. quare $AB : \triangle E = EZ : BH$. itaque in triangulis ABH , $\triangle EZ$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt. trianguli autem unum angulum uni aequalem habentes et quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sint, aequales sunt [prop. XV]. itaque $\triangle ABH = \triangle EZ$. et quoniam est $B\Gamma : EZ = EZ : BH$, et si tres rectae proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem habet quam ad secundam [V def. 9], erit $B\Gamma : BH = \Gamma B^2 : EZ^2$. sed $\Gamma B : BH = AB\Gamma : ABH$ [prop. I]. itaque etiam

14. AB] B eras. F. $\tau\eta\nu \triangle E$ V. $\tau\eta\nu BH$ V. 15. $\alpha\epsilon\alpha$] supra m. 1 p. 17. $\tau\epsilon\iota\gamma\omega\nu\omega\nu$] om. Theon (BFVp). 19. $\triangle EZ$] Z paene eras. V. 22. $\delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omega\nu\alpha\omega\nu$ P, sed corr. m. rec. 23. $\xi\chi\eta$ P. $B\Gamma$] ΓB seq. ras. 1 litt. P. 24. BH] seq. ras. 1 litt. P. 25. ΓB] (prius) $B\Gamma$ V.

καὶ τὸ $AB\Gamma$ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ABH διπλασίονα
 λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ . ἴσον δὲ τὸ
 ABH τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ· καὶ τὸ $AB\Gamma$
 ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔEZ τρίγωνον διπλασίονα
 5 λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν EZ .

Τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι
 λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς ἐνθεῖαι
 10 ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,
 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον [ἐπέπερ
 ἐδείχθη, ὡς ἡ ΓB πρὸς BH , οὕτως τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον
 πρὸς τὸ ABH τρίγωνον, τουτέστι τὸ ΔEZ]. ὅπερ
 15 ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα
 διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα
 τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύ-
 20 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος
 πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἐστω ὅμοια πολύγωνα τὰ $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K A$,
 ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ AB τῇ ZH . λέγω, ὅτι τὰ $AB\Gamma\Delta E$,

XX coroll. Eutocius in Archim. III p. 52, 28.

1. ἄρα] om. P. ABH] B supra m. 2 in ras. V. 7.
 ἐστὶν BF. 9. ἐάν] ἐ- in ras. m. 2 V. 10. ἔστιν] om. Bp.
 11. εἶδος] P; τρίγωνον Theon (BFVp), comp. supra P m.
 rec. 13. τὴν BH V. 14. τό] om. V. τουτέστιν P. τό]
 supra m. 2 F. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 19. ὅλοις] post ὁ-
 1 litt. eras. p. 20. ἡ] om. B. 22. $AB\Gamma\Delta E$] $AB\Gamma\Delta EZ$
 P, sed. corr.

$AB\Gamma : ABH = B\Gamma^2 : EZ^2$. erat autem $ABH = \triangle EZ$.
quare etiam $AB\Gamma : \triangle EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

Ergo similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres rectae proportionales sint, esse ut prima ad tertiam, ita figuram in prima descriptam ad figuram in secunda similem et similiter descriptam.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

XX.

Similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Sint similia polygona $AB\Gamma\triangle E$, $ZH\Theta KA$, et AB lateri ZH respondeat. dico, polygona $AB\Gamma\triangle E$,

1) Hoc ex proportionem $AB\Gamma : \triangle EZ = B\Gamma : BH$ concludi uoluit Euclides, paullo audacius sane; nam huic corollario post prop. 20 demum locus erat. sed *τετράγωνον* lin. 11 sine dubio Theoni soli debetur; nam *εἶδος* tuentur P et Campanus et aliquatenus saltem Philoponus et Psellus (hic corollarium suo numero citat) *τετράγωνον* praebentes, quod cum scriptura *εἶδος* conciliari potest, cum *τετράγωνον* non potest. et prop. 20 coroll. 2 in P in mg. additum et a Campano omissum a Theone interpolatum merito uideri potest, id quod et ipsum sententiam meam de huius corollarii forma confirmat. tum Pappus VIII p. 1100, 15 nostrum locum respicere putandus est, et sane scriptura eius loci tam incerta est, ut inde de numero, quem indicat, corollarii nihil affirmari possit. itaque puto, Euclidem ipsum *εἶδος* scripsisse et Theonem, quo corollarium facilius pateret, nostrum locum mutasse et prop. 20 coroll. 2 addidisse. sed uerba *ἐπέλεγε* lin. 12 — $\triangle EZ$ lin. 14 interpolata esse putauerim, neque Campanus ea habuit; sed Theone antiquiora sunt.

$ZH\Theta K\Lambda$ πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ $AB\Gamma\Delta E$ πολύγωνον πρὸς τὸ $ZH\Theta K\Lambda$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ AB πρὸς τὴν ZH .

5 Ἐπεξεύχθωσαν αἱ $BE, E\Gamma, H\Lambda, A\Theta$.

Καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta E$ πολύγωνον τῷ $ZH\Theta K\Lambda$ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ BAE γωνία τῇ ὑπὸ HZA . καὶ ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς AE , οὕτως ἡ HZ πρὸς ZA . ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστὶ
 10 τὰ ABE, ZHA μίαν γωνίαν μιᾶ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABE τρίγωνον τῷ ZHA τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ABE γωνία τῇ ὑπὸ ZHA . ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 15 ὅλη τῇ ὑπὸ $ZH\Theta$ ἴση διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $EB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $AH\Theta$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ABE, ZHA τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ EB πρὸς BA , οὕτως ἡ AH πρὸς HZ , ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα
 20 τῶν πολυγώνων ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς $B\Gamma$, οὕτως ἡ ZH πρὸς $H\Theta$, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ EB πρὸς $B\Gamma$, οὕτως ἡ AH πρὸς $H\Theta$, καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ $EB\Gamma, AH\Theta$ αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $EB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $AH\Theta$
 25 τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ $EB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $AH\Theta$ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $E\Gamma\Delta$ τρίγωνον ὁμοίον ἐστὶ τῷ $A\Theta K$ τριγώνῳ. τὰ ἄρα

5. $A\Theta$] mutat. in AB F.

7. ἐστί seq. ras. 8 litt. F.

8. HZA] ZHA F. τὴν AE V.

9. HZ] ZH P. τὴν

ZA V.

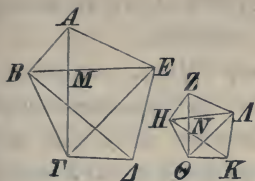
10. γωνίᾳ] γωνίαν Vφ.

11. δέ] om. F.

13.

ἴση] corr. ex ἴσων m. rec. P.

15. $ZH\Theta$] H uidetur corr. V.



$ZHΘKΛ$ in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuidi, et esse $ABΓΔE : ZHΘKΛ = AB^2 : ZH^2$.

ducantur $BE, EΓ, HΛ, ΛΘ$.

et quoniam $ABΓΔE \sim ZHΘKΛ$, erit $\angle BAE = HZA$ [def. 1]. et $BA : AE = HZ : ZA$ [id.]. iam quoniam duo trianguli sunt ABE, ZHA unum angulum uni angulo aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, erit $\triangle ABE$ triangulo ZHA aequiangulus [prop. VI]. quare etiam similes sunt [prop. IV; def. 1]. itaque $\angle ABE = ZHA$. uerum etiam $\angle ABΓ = ZHΘ$ propter similitudinem polygonorum. itaque $\angle EBΓ = ΛHΘ$. et quoniam propter similitudinem triangulorum ABE, ZHA est $EB : BA = ΛH : HZ$, et praeterea propter similitudinem polygonorum $AB : BΓ = ZH : HΘ$, ex aequo erit $EB : BΓ = ΛH : HΘ$ [V, 22], et latera aequales angulos $EBΓ, ΛHΘ$ comprehendentia proportionalia sunt; itaque $\triangle EBΓ$ triangulo $ΛHΘ$ aequiangulus est [prop. VI]. quare $\triangle EBΓ \sim ΛHΘ$ [prop. IV; def. 1]. eadem de causa etiam $\triangle EΓΔ \sim ΛΘK$. itaque similia polygona

16. $\tau\tilde{\eta}$] P, F m. 1; λοιπῇ $\tau\tilde{\eta}$ BVp, F m. 2. 17. ἴση
 ἔστιν F. 18. $\tau\tilde{\eta}\nu$ BA V. 19. ΛH] $\Lambda B\varphi$. $\tau\tilde{\eta}\nu$ HZ V.
 20. $\tau\tilde{\eta}\nu$ BΓ V. 21. ZH] HZ P. $\tau\tilde{\eta}\nu$ HΘ V. HΘ, δι'
 ἴσου] φ ; uidetur fuisse alia scriptura a m. 1. EB] B e
 corr. F. 22. $\tau\tilde{\eta}\nu$ BΓ V. $\tau\tilde{\eta}\nu$ HΘ V. 23. εἶσιν] om. V.
 24. $\Lambda HΘ$] $\Lambda ΘH$ P. 25. ἔστι] om. BVp. τὸ EBΓ — 26:
 τριγώνω] mg. m. 2 V; F haec uerba ut cett. codd. in textu
 habet, sed dein in mg. m. 1: ὥστε καὶ ὁμοιον τὸ EBΓ τῷ
 $\Lambda HΘ$ τριγώνω. 27. $\Lambda ΘK$] $\Lambda ΘH\varphi$; corr. ex $\Lambda KΘ$ m. 1 p.

ὅμοια πολύγωνα τὰ $ABΓΔΕ$, $ZHΘΚΑ$ εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διήρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἡγούμενα μὲν
 5 εἶναι τὰ ABE , $EBΓ$, $ΕΓΔ$, ἐπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ $ZHΛ$, $ΛΗΘ$, $ΛΘΚ$, καὶ ὅτι τὸ $ABΓΔΕ$ πολύγωνον πρὸς τὸ $ZHΘΚΑ$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ AB πρὸς τὴν ZH .

- 10 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΑΓ$, $ZΘ$. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ομοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ZHΘ$, καὶ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς $BΓ$, οὕτως ἡ ZH πρὸς $HΘ$, ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ $ZHΘ$ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $BAΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ
 15 $HZΘ$, ἡ δὲ ὑπὸ $BΓA$ τῇ ὑπὸ $HΘZ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ BAM γωνία τῇ ὑπὸ HZN , ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ABM τῇ ὑπὸ ZHN ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AMB λοιπῇ τῇ ὑπὸ ZNH ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ABM τρίγωνον τῷ ZHN τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ
 20 δεῖξομεν, ὅτι καὶ τὸ $BMΓ$ τρίγωνον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ $HNΘ$ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς μὲν ἡ AM πρὸς MB , οὕτως ἡ ZN πρὸς NH , ὡς δὲ ἡ BM πρὸς $MΓ$, οὕτως ἡ HN πρὸς $NΘ$. ὥστε καὶ δι' ἴσου, ὡς ἡ AM πρὸς $MΓ$, οὕτως ἡ ZN πρὸς

2. διαιρεῖται φ. εἰς] om. BV. 5. ABE] E in ras. P. αὐτῶν] sic φ, sed αὐτοῖς F. 6. $ΛΘΚ$] $ΘΚΑ$ F. ὅτι] -ι in ras. P. 7. πολύγωνον] -νον sustulit lacuna pergam., supra scr. τῷ m. 2 F. 12. τὴν $BΓ$ BFVp. 13. τὴν $HΘ$ V. ἐστὶ] ἄρα ἐστὶ F. 14. ἴση] -η in ras. P. $BAΓ$] $ABΓ$ F. 15. $HZΘ$] H corr. ex Z p; $ZHΘ$ F. $HΘZ$] $ΘHZ$ F. 16. BAM] FVp, B m. 1; "A'BMF; $ABMB$ m. rec. HZN] ZHN in ras. m. 2 B. ἐστὶ] P; ἐδείχθη Theon (BFVp).

$AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero diuisa sunt.

dico, eos etiam totis correspondere, h. e. ita ut trianguli proportionales sint et praecedentes ABE , $EB\Gamma$, $E\Gamma\Delta$ et eorum termini sequentes¹⁾ $ZH\Lambda$, $AH\Theta$, $A\Theta K$, et praeterea polygona rationem duplicatam habere quam latera correspondentia, h. e. esse

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

ducantur enim $A\Gamma$, $Z\Theta$. et quoniam propter similitudinem polygonorum est $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$, et $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, erit $\triangle AB\Gamma$ aequiangulus triangulo $ZH\Theta$ [prop. VI]. itaque $\angle B A \Gamma = H Z \Theta$ et $\angle B \Gamma A = H \Theta Z$. et quoniam $\angle B A M = H Z N$ et $\angle A B M = Z H N$ [p. 132, 13], erit etiam $\angle A M B = Z N H$ [I, 32]; quare $\triangle A B M$ aequiangulus est triangulo $Z H N$. similiter demonstrabimus, etiam $\triangle B M \Gamma$ aequiangulum esse triangulo $H N \Theta$. itaque $A M : M B = Z N : N H$, $B M : M \Gamma = H N : N \Theta$ [prop. IV]. quare etiam ex aequo $A M : M \Gamma = Z N : N \Theta$ [V, 22].

1) In $\alpha\upsilon\tau\omega\upsilon\upsilon$ lin. 5 nonnihil offensionis est; sed cum $\acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha$ idem sit ac $\acute{o}\rho\omicron\iota \acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron\iota$, genetius ferri potest. et additum uidetur uocabulum, ut significetur, $ZH\Lambda$ esse terminum sequentem trianguli ABE , $AH\Theta$ autem trianguli $EB\Gamma$, $A\Theta K$ autem trianguli $E\Gamma\Delta$. ceterum commemorandum est, tum demum adparere, triangulos totis (h. e. polygonis $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$) correspondere, cum demonstratum erit, esse $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$, h. e. $= ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : AH\Theta = E\Gamma\Delta : A\Theta K$.

17. ABM] mutat. in BAM m. 2 B. ZHN] mutat. in HZN m. 2 B. AMB] $\dot{A}\ddot{B}\dot{M}$ punctis supra A et M deletis F.

20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ F. 21. $\acute{\eta} \mu\acute{\epsilon}\nu$ p. 22. AM] M corr. ex B m. 2 V. $\tau\acute{\eta}\nu MB$ V. NH] N in ras. m. 2 V. 23. $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ καί p.

$N\Theta$. ἀλλ' ὥς ἡ AM πρὸς MG , οὕτως τὸ ABM
 [τρίγωνον] πρὸς τὸ MBG , καὶ τὸ AME πρὸς τὸ
 EMG . πρὸς ἀλλήλα γὰρ εἰσιν ὥς αἱ βάσεις. καὶ ὥς
 ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπόμενων, οὕτως
 5 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὥς
 ἄρα τὸ AMB τρίγωνον πρὸς τὸ BMG , οὕτως τὸ
 ABE πρὸς τὸ GBE . ἀλλ' ὥς τὸ AMB πρὸς τὸ
 BMG , οὕτως ἡ AM πρὸς MG . καὶ ὥς ἄρα ἡ AM πρὸς
 MG , οὕτως τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ EBG τρίγωνον.
 10 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ ZN πρὸς $N\Theta$, οὕτως τὸ ZHA
 τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον. καὶ ἐστὶν ὥς ἡ AM
 πρὸς MG , οὕτως ἡ ZN πρὸς $N\Theta$. καὶ ὥς ἄρα τὸ ABE
 τρίγωνον πρὸς τὸ BEG τρίγωνον, οὕτως τὸ ZHA
 τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον, καὶ ἐναλλάξ ὥς
 15 τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον, οὕτως
 τὸ BEG τρίγωνον πρὸς τὸ $HA\Theta$ τρίγωνον. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν ἐπιξευχθεῖσιν τῶν $B\Delta$, HK , ὅτι καὶ
 ὥς τὸ BEG τρίγωνον πρὸς τὸ $AH\Theta$ τρίγωνον,
 οὕτως τὸ $EG\Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Theta K$ τρίγωνον.
 20 καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς τὸ ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA
 τρίγωνον, οὕτως τὸ EBG πρὸς τὸ $AH\Theta$, καὶ ἔτι τὸ
 $EG\Delta$ πρὸς τὸ $A\Theta K$, καὶ ὥς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων
 πρὸς ἐν τῶν ἐπόμενων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ἐστὶν ἄρα ὥς τὸ ABE
 25 τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον, οὕτως τὸ $ABG\Delta E$
 πολύγωνον πρὸς τὸ $ZH\Theta K A$ πολύγωνον. ἀλλὰ τὸ
 ABE τρίγωνον πρὸς τὸ ZHA τρίγωνον διπλασίονα
 λόγον ἔχει ἢ περ ἡ AB ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν
 ZH ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν

1. ὥς μὲν P. οὕτως καὶ p. 2. τρίγωνον] om. P.
 πρὸς τὸ MBG , καὶ τὸ AME] mg. m. 1 om. priore τό P.

sed [prop. I] $AM : M\Gamma = ABM : MB\Gamma = AME : EM\Gamma$; nam eandem inter se rationem habent quam bases. itaque etiam ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $AMB : BM\Gamma = ABE : \Gamma BE$. sed $AMB : BM\Gamma = AM : M\Gamma$. quare etiam $AM : M\Gamma = ABE : EB\Gamma$. eadem de causa erit etiam $ZN : N\Theta = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$. et $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$. quare etiam $ABE : BE\Gamma = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$, et permutando [V, 16] $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$. similiter demonstrabimus ductis $B\Delta, HK$, esse $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$. et quoniam est $ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$, erit etiam, ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $ABE : ZH\Lambda = AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda$. sed $ABE : ZH\Lambda = AB^2 : ZH^2$; nam similes trianguli duplicatam inter

$\tau\acute{o}$] om. P. 4. $\alpha\breve{\rho}\alpha$] om. V. 8. $\tau\grave{\eta}\nu M\Gamma$ V. 9. $\tau\grave{\eta}\nu M\Gamma$ V. 10. $N\Theta$] N in ras. B; $H\Theta \varphi$ (non F); $\tau\grave{\eta}\nu N\Theta$ V.
 11. $\tau\acute{o}$] om. P. 12. $\tau\grave{\eta}\nu M\Gamma$ BFVp. $\tau\grave{\eta}\nu N\Theta$ FV. 14. $H\Lambda\Theta$] corr. ex $H\Theta\Lambda$ m. 2 V. 16. $BE\Gamma$] $EB\Gamma$ V. $H\Lambda\Theta$] mutat. in $\Lambda H\Theta$ m. 2 V. 18. $BE\Gamma$] P, V m. 1; $EB\Gamma$ BFp, V m. 2. 19. $E\Gamma\Delta$ $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\nu$] P; $E\Gamma\Delta$ Theon? (BFVp).
 20. $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\pi\epsilon\acute{\iota} \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu \acute{\omega}\varsigma$] mg. m. rec. P. 25. $ZH\Lambda$] $H''Z\Lambda$ F. Post οὕτως eras. πρὸς V. 29. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\alpha\breve{\rho}\alpha \varphi$.

διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. καὶ τὸ $ABΓΔΕ$ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ $ZHΘΚΛ$ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ AB ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ZH ὁμόλογον πλευράν.

- 5 Τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

10

Πόρισμα.

- Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν [ὁμοίων] τετραπλεύρων δειχθήσεται, ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα
15 πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα β΄.

- Καὶ ἐὰν τῶν AB, ZH τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν Ξ , ἡ BA πρὸς τὴν Ξ διπλασίονα λόγον
20 ἔχει ἥπερ ἡ AB πρὸς τὴν ZH . ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον ἢ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ AB πρὸς τὴν ZH . ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν
25 τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.]

1. ἐστίν F. 2. πολύγωνον] (alt.) πολύγονον p. 7. πολύγωνον] (alt.) πολυγώνιον φ. 10. πόρισμα] om. PBV; κα' Fp. 11.

se rationem habent quam latera correspondentia [prop. XIX]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

Ergo similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Corollarium.

Et similiter etiam in quadrilateris demonstrabitur, ea duplicatam rationem habere quam latera correspondentia; et idem in triangulis demonstratum est. quare omnino similes figurae rectilineae inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia. — quod erat demonstrandum.

ὁσάντως] ὦ- m. 2 V. ὁμοίων] supra m. rec. P. 12. εἰσίν F, ἐστὶ Bp. 15. εἰσί] PV, F m. 2, p; εἰσιν B; ἐστὶ F m. 1.

16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. Theon (BFVp). Totum corollarium om. Campanus. 17. πόρισμα β'] om. codd., seq. cum coroll. priore coniunctis. lin. 18—28 in mg. inferiore m. 1 P pro scholio, signo  huc relatum. 18. ZH] H in ras. F.

19. τὴν Ξ] seq. ras. 1 litt. V; corr. ex τῇ ΝΞ F. ἡ ΒΑ] e corr. F. Ξ] post ras. F, ante ras. V (1 litt.). 20. ΑΒ] ΒΑ P. 21. ἦ] corr. ex καὶ m. 2 V; om. Bp. 23. πλεονάων] P, om. BFVp. 25. πόρισμα mg. BVp. καὶ φανερόν p.

27. εἶδος] sequente ras. 1 litt. φ* (vestigia sunt syllabae -ον F). πρὸς] supra V. 28. Sequitur alia demonstratio secundae partis propositionis, quae u. in appendice.

κα'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλή-
λοις ἐστὶν ὅμοια.

Ἐστω γὰρ ἐκάτερον τῶν A, B εὐθυγράμμων τῷ
5 Γ ὅμοιον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ A τῷ B ἐστὶν ὅμοιον.

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ A τῷ Γ , ἰσογώνιον
τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευ-
ρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ B
τῷ Γ , ἰσογώνιον τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς
10 ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἐκάτερον ἄρα
τῶν A, B τῷ Γ ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει [ὥστε καὶ τὸ A
τῷ B ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γω-
νίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ A
15 τῷ B · ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, καὶ
τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως
ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ'
20 αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀνα-
γεγραμμένα ἀνάλογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι
ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστῶσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ $AB, \Gamma\Delta,$

1. κα'] m. 2 V; κγ' Fp. 4. τῷ Γ] τὸ Γ BF, p, sed
corr. m. 1. 6. ἐστὶν ὅμοιον V. 7. γωνίας] supra F. 8.
πάλιν ἐπεὶ] in ras. m. 2 F. ἐστὶν φ. 9. ἐστὶν αὐτῷ] ἐστὶ F.
11. τε] om. V. 12. ἴσας] supra m. 1 V. ὥστε καὶ τὸ
 A —14: ἀνάλογον ἔχει] Theon? (BFVp); om. P. 14. τὸ A
τῷ B] Pp, V m. 1; τὸ B τῷ A B; τῷ B τὸ A V m. 2; τὸ A
τὸ A τῷ B F m. 1; τὸ B τῷ A τῷ B F m. 2, del. τῷ B .
Deinde propositionem repetit Augustus, ut fieri solet. 16.

XXI.¹⁾

Quae eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt.

Sit enim utraque figura rectilinea A, B figurae Γ similis. dico, etiam figuras A, B similes esse.

nam quoniam A figurae Γ similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. rursus quoniam B figurae Γ similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. itaque utraque figura A, B et aequiangula est figurae Γ , et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent. quare $A \sim B$ [def. 1]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt.

Sint quattuor rectae proportionales $AB, \Gamma\Delta, EZ,$

1) Nam coroll. 2 p. 138, 17—28 Theoni uidetur deberi; u. p. 131 not. 1; om. Campanus (sed is quidem etiam coroll. 1 omisit), et in B adscribitur mg. m. rec. $\epsilon\nu\ \alpha\lambda\lambda\omega\ \sigma\upsilon\ \gamma\rho\acute{\alpha}\varphi\epsilon\tau\alpha\iota\ \tau\omicron\upsilon\tau\omicron$.

*β'] *δ' p et F, sed corr. m. rec. eras.; *α FVp.

17. *σιν] P et B, sed v

23. εὐθεῖα F.

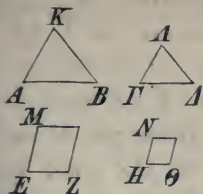
$EZ, H\Theta$, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν $AB, \Gamma\Delta$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ $KAB, \Lambda\Gamma\Delta$, ἀπὸ δὲ τῶν $EZ, H\Theta$ ὁμοιά τε καὶ
 5 ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ $MZ, N\Theta$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν $AB, \Gamma\Delta$ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ , τῶν δὲ $EZ, H\Theta$ τρίτη ἀνάλογον ἡ O . καὶ
 10 ἐπεὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, ὡς δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν Ξ , οὕτως ἡ $H\Theta$ πρὸς τὴν O , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν Ξ , οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν O . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AB πρὸς τὴν Ξ , οὕτως [καὶ] τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$,
 15 ὡς δὲ ἡ EZ πρὸς τὴν O , οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$. καὶ ὡς ἄρα τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $\Lambda\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $N\Theta$. λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς ἡ
 20 AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $H\Theta$, ἔστω ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν ΠP , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠP ὁποτέρῳ τῶν $MZ, N\Theta$ ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως
 25 κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΣP .

Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως

1. AB] B supra m. 1 P; postea insert. F. EZ] in ras. m. 2 V; ZE Fp. 2. ἀναγεγράφθωσαν p. 5. MZ] Z e corr. F. Post ὅτι ras. 2 litt. F. 6. $\Lambda\Gamma\Delta$] litt. $\Lambda\Gamma$ in ras. m. 2 V. 11. $\Gamma\Delta$] Δ eras. V. 13. EZ] e corr. Vφ, 14. καί] om. P. $\Lambda\Gamma\Delta$] litt. $\Lambda\Gamma$ in ras. m. 2 V, $\Gamma\Delta\Delta$ p. 16. καὶ ὡς ἄρα — 17: τὸ $N\Theta$] om. BVp. 16. $\Lambda\Gamma\Delta$] $\Gamma\Delta\Delta$ φ. 18.



$HΘ$, ita ut sit $AB:ΓΔ = EZ:HΘ$,
et in AB , $ΓΔ$ similes et similiter
positae figurae rectilineae descri-
bantur KAB , $AΓΔ$, in EZ , $HΘ$
autem similes et similiter positae
figurae rectilineae MZ , $NΘ$. dico,
esse $KAB:AΓΔ = MZ:NΘ$.

Sumatur enim rectarum AB , $ΓΔ$ tertia propor-
tionalis $Ξ$, rectarum autem EZ , $HΘ$ tertia
proportionalis O [prop. XI]. et quoniam est
 $AB:ΓΔ = EZ:HΘ$ et $ΓΔ:Ξ = HΘ:O^1$),
ex aequo erit [V, 22] $AB:Ξ = EZ:O$. sed
 $AB:Ξ = KAB:AΓΔ$ [prop. XIX coroll.] et
 $EZ:O = MZ:NΘ$ [id.]. itaque etiam

$$KAB:AΓΔ = MZ:NΘ.$$

Uerum sit $KAB:AΓΔ = MZ:NΘ$. dico, esse
etiam $AB:ΓΔ = EZ:HΘ$. nam si non est

$AB:ΓΔ = EZ:HΘ$, sit $AB:ΓΔ = EZ:ΠΠ$
[prop. XII], et in $ΠΠ$ utrique MZ , $NΘ$ similis et
similiter posita construatur figura rectilinea $ΣΡ$
[prop. XVIII et XXI].

Iam quoniam est $AB:ΓΔ = EZ:ΠΠ$, et in AB ,

1) Nam ex hypothesi est $AB:ΓΔ = ΓΔ:Ξ$ et $EZ:HΘ = HΘ:O$; et $AB:ΓΔ = EZ:HΘ$.

$AΓΔ$] $ΓΑΔ$ F. 19. τό] (prius) eras. F. ἐστίν PB; comp. p.

20. εἰ γὰρ μὴ ἐστίν, ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ
πρὸς τὴν $HΘ$] mg. m. 1 P; om. Theon (BFVp). 22. ἔστω

ὥς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠΠ$ καὶ ἀνα-
γεγράφθω] P; γεγρονέτω γὰρ ὥς κτλ. Theon (BFVp), P mg.
m. rec. 23. ἀναγεγραφῶ p. 24. ὁποτέρᾳ φ (non F). 25.

εὐθύγραμμον] om. BFp.

- ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠΡ$, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν $AB, ΓΔ$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ $KAB, AΓΔ$, ἀπὸ δὲ τῶν $EZ, ΠΡ$ ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ $MZ, ΣΡ$, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $AΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣΡ$. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $AΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣΡ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$. τὸ MZ ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν $NΘ, ΣΡ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $NΘ$ τῷ $ΣΡ$. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὁμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση ἄρα ἡ $HΘ$ τῇ $ΠΡ$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠΡ$, ἴση δὲ ἡ $ΠΡ$ τῇ $HΘ$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $HΘ$.
- 15 Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.
- 20 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Λήμμα.]

[Ὅτι δέ, ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ἦ καὶ ὁμοια, αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, δείξομεν οὕτως.

- 25 Ἐστω ἴσα καὶ ὁμοια εὐθύγραμμα τὰ $NΘ, ΣΡ$, καὶ ἔστω ὡς ἡ $ΘΗ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, οὕτως ἡ $ΡΠ$ πρὸς τὴν $ΠΣ$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $ΡΠ$ τῇ $ΘΗ$.

Εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.

$\Gamma\Delta$ similes et similiter positae descriptae sunt KAB , $A\Gamma\Delta$, in EZ , ΠP autem similes et similiter positae MZ , ΣP , erit $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$ [u. supra]. sed supposuimus, esse etiam $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. itaque $MZ : \Sigma P = MZ : N\Theta$. itaque MZ ad utramque $N\Theta$, ΣP eandem rationem habet. quare $N\Theta = \Sigma P$ [V, 9]. uerum etiam ei similis est et similiter posita. itaque $H\Theta = \Pi P$.¹⁾ et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et $\Pi P = H\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

1) Nam cum $N\Theta : \Sigma P = H\Theta^2 : \Pi P^2$ [prop. 20] et $N\Theta = \Sigma P$, erit $\Pi P^2 = H\Theta^2$; h. e. $\Pi P = H\Theta$.

et hoc ipsum uia indirecta in lemmate ostenditur; sed cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditium esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.

corr. ex EPP , in ras. V; supra hoc uocabulum et proxime sequentia in V ras. est. MZ] in ras. V; Z insert. m. 1 F.

8. $N\Theta$] in ras. V. 9. $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, comp. p. 10. $\alpha\upsilon\tau\acute{o}$ p. 11. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] supra add. $\kappa\alpha\acute{\iota}$ m. 2 comp. F; $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 15. $\acute{\omega}\sigma\iota$ V. 16. $\acute{\alpha}\nu\alpha\gamma\epsilon\gamma\rho\alpha\mu\acute{\epsilon}\nu\alpha$] seq. insert. in ras. m. 1 F. 18. $\kappa\alpha\acute{\iota}$] m. 2 V. 21. $\lambda\eta\mu\mu\alpha$] $\kappa\epsilon'$ p et e eraso F; m. rec. PBV. 22. $\delta\acute{\epsilon}$] m. rec. P. η] om. V. Post $\delta\omicron\mu\omicron\iota\alpha$ add. V m. 2: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$. 23. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\sigma}\iota$ BFVp. $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\omicron\mu\epsilon\nu$] corr. ex $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\omicron\mu\epsilon\nu$ m. 1 P. 25. $\tau\acute{\alpha}$] e corr. V. $N\Theta$, ΣP] inter N et Θ ras. 1 litt., item inter Σ et P V. 26. $P\Pi$] mutat. in ΠP m. 2 V; ΠP Bp. 27. $\tau\acute{\eta}\nu$] om. F. 28. $\acute{\alpha}\nu\iota\sigma\omicron\varsigma$ V. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\sigma}\iota\nu$] PB; $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\sigma}\iota$ Fp; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V.

ἔστω μείζων ἡ $ΡΠ$ τῆς $ΘΗ$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ $ΡΠ$ πρὸς $ΠΣ$, οὕτως ἡ $ΘΗ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $ΡΠ$ πρὸς τὴν $ΘΗ$, οὕτως ἡ $ΠΣ$ πρὸς τὴν $ΗΝ$, μείζων δὲ ἡ $ΠΡ$ τῆς $ΘΗ$, μείζων ἄρα
 5 καὶ ἡ $ΠΣ$ τῆς $ΗΝ$. ὥστε καὶ τὸ $ΡΣ$ μεῖζόν ἐστι τοῦ $ΘΝ$. ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀνισός ἐστὶν ἡ $ΠΡ$ τῇ $ΗΘ$. ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.]

κγ'.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα
 10 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ $ΑΓ$, $ΓΖ$ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ $ΒΓΔ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΕΓΗ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΓ$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ $ΓΖ$ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.
 15 $Κεῖσθω$ γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν $ΒΓ$ τῇ $ΓΗ$. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΔΓ$ τῇ $ΓΕ$. καὶ συμπληρώσθω τὸ $ΔΗ$ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκ-
 20 $κεῖσθω$ τις εὐθεῖα ἡ $Κ$, καὶ γεγενέτω ὡς μὲν ἡ $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$, οὕτως ἡ $Κ$ πρὸς τὴν $Α$, ὡς δὲ ἡ $ΔΓ$ πρὸς τὴν $ΓΕ$, οὕτως ἡ $Α$ πρὸς τὴν $Μ$.

Οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε $Κ$ πρὸς τὴν $Α$ καὶ τῆς $Α$ πρὸς τὴν $Μ$ οἱ αὐτοὶ εἰσι τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$ καὶ τῆς $ΔΓ$ πρὸς τὴν $ΓΕ$. ἀλλ' ὁ τῆς $Κ$ πρὸς $Μ$ λόγος σύγκειται ἐκ τε τοῦ
 25 τῆς $Κ$ πρὸς $Α$ λόγου καὶ τοῦ τῆς $Α$ πρὸς $Μ$. ὥστε καὶ ἡ $Κ$ πρὸς τὴν $Μ$ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον

XIII. Theon in Ptolem. p. 235. Eutoc. in Apollon. p. 32, id. in Archimed. III p. 236, 23.

1. μείζων — 4: μείζων ἄρα] insert. in ras. F. 1. $ΡΠ$] $ΠΡΡ$.
 2. $ΡΠ$] $ΠΡΡ$. τὴν $ΠΣ$ V. πρὸς τὴν] πρὸς $ΒΓρ$. 3.

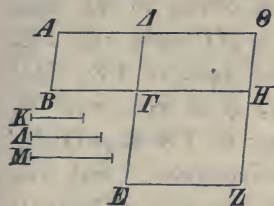
XXIII.

Parallelogramma aequiangulara inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent.

Sint parallelogramma aequiangulara $AG, \Gamma Z$ habentia

$$\angle B\Gamma\Delta = E\Gamma H.$$

dico, parallelogramma $AG, \Gamma Z$ rationem ex rationibus¹⁾ laterum compositam habere.



ponantur enim ita, ut in eadem recta sint $B\Gamma, \Gamma H$. itaque etiam $\Delta\Gamma, \Gamma E$ in eadem recta sunt. et expleatur parallelogrammum ΔH , et ponatur recta K , et sit

$$B\Gamma : \Gamma H = K : \Delta \text{ et } \Delta\Gamma : \Gamma E = \Delta : M.$$

itaque rationes $K : \Delta$ et $\Delta : M$ eadem sunt ac rationes laterum, $B\Gamma : \Gamma H$ et $\Delta\Gamma : \Gamma E$. sed $K : M = K : \Delta \times \Delta : M$. quare K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. et quoniam est

1) Ἐκ τῶν πλευρῶν per totam propositionem negligentius dicitur pro ἐκ τῶν τῶν πλευρῶν (λόγων); sed cum semper ita in codicibus traditum sit et idem apud Theonem et Eutocium seruatum sit, de errore librarii cogitandum non est.

$P\Pi]$ ΠP P. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma]$ om. BFp. 4. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. $\Pi P]$ P, V m. 1; $P\Pi$ Bp, V m. 2, F? $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ $\alpha\acute{\rho}\alpha]$ bis p. 5. $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ F. 6. $\Theta N]$ N e corr. m. 2 V, eras. F. 7. $H\Theta]$ ΘH P. $\alpha\acute{\rho}\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 8. $\kappa\varsigma'$ p et deletio s F. 11. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ V, corr. m. 2. 12. $E\Gamma H]$ mutat. in $E\Gamma\Theta$ B. 13. $\Gamma Z]$ in ras. m. 1 V. 14. $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu]$ P; $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$ τοῦ τε ὃν ἔχει ἢ $B\Gamma$ (corr. ex ΓB p) πρὸς ΓH (τῇ ΓH V, ΓH mutat. in $\Gamma\Theta$ B) καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἢ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓE (τῇ ΓE V) Theon (BFVp). 16. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. 17. $\Delta H]$ mutat. in $\Delta\Theta$ B. 18. $K]$ post ras. 1 litt. F. 19. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 21. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. 22. $\tau\eta\nu]$ om. BFp. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$ PF. 23. $\tau\eta\nu]$ om. Bp. $\Gamma H]$ mutat. in $\Gamma\Theta$ B. $\tau\eta\nu]$ om. Bp.

ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Α, καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Α, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς
 5 τὸ ΓΘ. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ, ἀλλ' ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Μ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν
 10 ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Α, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλό-
 15 γραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ
 20 εἶδει δεῖξαι.

κδ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.
 25 Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ ΕΗ, ΘΚ· λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων ὁμοίον ἐστὶ ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.

1. τίν] m. 2 F. 2. ΓΗ] mutat. in ΓΘ B. ΓΘ] mutat. in ΓΗ B. 3. ἡ] om. p. τήν] om. BFp. ΓΗ]

$B\Gamma : \Gamma H = A\Gamma : \Gamma\Theta$ [prop. I], et $B\Gamma : \Gamma H = K : A$,
erit etiam $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$. rursus quoniam est
 $A\Gamma : \Gamma E = \Gamma\Theta : \Gamma Z$ [prop. I], et $A\Gamma : \Gamma E = A : M$,
erit etiam $A : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$. iam quoniam demon-
stratum est, esse $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$ et $A : M = \Gamma\Theta$
 $: \Gamma Z$, ex aequo [V, 22] erit $K : M = A\Gamma : \Gamma Z$. sed
 K ad M rationem ex rationibus laterum compositam
habet. quare etiam $A\Gamma$ ad ΓZ rationem ex rationi-
bus laterum compositam habet.

Ergo parallelogramma aequiangula inter se ratio-
nem ex rationibus laterum compositam habent; quod
erat demonstrandum.

XXIV.

In quouis parallelogrammo parallelogramma cir-
cum diametrum posita similia sunt et toti et inter se.

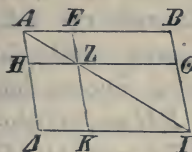
Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem
eius $A\Gamma$, et parallelogramma circum $A\Gamma$ posita sint
 EH , ΘK . dico, parallelogramma EH , ΘK similia
esse et toti $AB\Gamma\Delta$ et inter se.

mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 4. τό] ἡ p. $A\Gamma$] AK e corr. V; Γ
mutat. in Δ m. recentissima p. 5. τό] τήν p. $\Gamma\Theta$] mutat.
in ΓH B; Γ mutat. in Δ m. recentiss. p. 6. $\Gamma\Theta$] mutat.
in ΓH B. 7. τήν] om. B^Fp. τήν] om. P. 10. ἡ
μέν p. 11. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. ἡ] τό φ (non F).
12. $\Gamma\Theta$] mutat. in $E\Theta$ F, in ΓH B. 14. $A\Gamma$] PV ; $A\Gamma$
 $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$ Bp et comp. F. In figura litterae H, Θ
in B permutatae sunt a m. 1, sed mutationes in textu huc
spectantes a m. 2 uidentur esse. 16. ἄρα] m. 2 V. 17.
 $\sigma\upsilon\gamma\kappa\epsilon\iota\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu$ P, corr. m. 1. 21. κξ' Fp. 23. ἐστὶν PB;
comp. p. 27. EH] (alt.) in ras. F. 28. ἐστὶν PBF;
comp. p. ὅλῳ] m. 2 V.

Ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ $ΑΒΓ$ παρὰ μίαν τῶν
 πλευρῶν τὴν $ΒΓ$ ἤκται ἡ $ΕΖ$, ἀνάλογόν ἐστιν ὥς
 ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, οὕτως ἡ $ΓΖ$ πρὸς τὴν $ΖΑ$.
 πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΑΓΔ$ παρὰ μίαν τὴν $ΓΔ$
 5 ἤκται ἡ $ΖΗ$, ἀνάλογόν ἐστιν ὥς ἡ $ΓΖ$ πρὸς τὴν
 $ΖΑ$, οὕτως ἡ $ΔΗ$ πρὸς τὴν $ΗΑ$. ἀλλ' ὥς ἡ $ΓΖ$
 πρὸς τὴν $ΖΑ$, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν
 $ΕΑ$. καὶ ὥς ἄρα ἡ $ΒΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$, οὕτως ἡ
 $ΔΗ$ πρὸς τὴν $ΗΑ$, καὶ συνθέντι ἄρα ὥς ἡ $ΒΑ$ πρὸς
 10 $ΑΕ$, οὕτως ἡ $ΔΑ$ πρὸς $ΑΗ$, καὶ ἐναλλάξ ὥς ἡ $ΒΑ$
 πρὸς τὴν $ΑΔ$, οὕτως ἡ $ΕΑ$ πρὸς τὴν $ΑΗ$. τῶν
 ἄρα $ΑΒΓΔ$, $ΕΗ$ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν
 αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ $ΒΑΔ$.
 καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ $ΗΖ$ τῇ $ΔΓ$, ἴση ἐστὶν
 15 ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΖΗ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΑ$. καὶ κοινὴ
 τῶν δύο τριγώνων τῶν $ΑΔΓ$, $ΑΗΖ$ ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$
 γωνία. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΔΓ$ τρίγωνον τῷ
 $ΑΗΖ$ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ $ΑΓΒ$ τρίγω-
 νον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ $ΑΖΕ$ τριγώνῳ, καὶ ὅλον τὸ
 20 $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ $ΕΗ$ παραλληλογράμῳ
 ἰσογώνιον ἐστὶν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ $ΑΔ$ πρὸς
 τὴν $ΔΓ$, οὕτως ἡ $ΑΗ$ πρὸς τὴν $ΗΖ$, ὥς δὲ ἡ $ΔΓ$
 πρὸς τὴν $ΓΑ$, οὕτως ἡ $ΗΖ$ πρὸς τὴν $ΖΑ$, ὥς δὲ ἡ
 $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΒ$, οὕτως ἡ $ΑΖ$ πρὸς τὴν $ΖΕ$, καὶ
 25 ἔτι ὥς ἡ $ΓΒ$ πρὸς τὴν $ΒΑ$, οὕτως ἡ $ΖΕ$ πρὸς τὴν $ΕΑ$.

2. τήν] in ras. m. 2 V, corr. ex τῇ m. 2 P. ΕΖ] ΗΖ
 m. rec. p. 3. ΒΕ] mutat. in ΒΗ m. rec. p. ΕΑ] mutat.
 in ΗΑ m. rec. p; ΒΔ φ. 4. ΑΓΔ] P F, V m. 1; ΑΔΓ
 Bp, V m. 2. 5. ΖΗ] mutat. in ΖΕ m. rec. p. 6. ΔΗ]
 mutat. in ΔΕ m. rec. p. 8. ΕΑ] (prius) ΕΔ φ (non F). Seq.
 in p: οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ συνθέντι ἄρα, del. m. 1.
 οὕτως καὶ p. 9. ἄρα] om. P. 10. τὴν ΑΕ V. οὕτως]
 om. B Fp. τὴν ΑΗ V. ΒΑ] ΑΒ p. 12. ἄρα] P; om.

nam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni lateri $B\Gamma$ parallela ducta est EZ , erit $BE : EA = \Gamma Z : ZA$ [prop. II]. rursus quoniam in triangulo $A\Gamma\Delta$ uni lateri $\Gamma\Delta$ parallela ducta est ZH , erit



$$\Gamma Z : ZA = \Delta H : HA$$

[id.]. sed demonstratum est, esse $\Gamma Z : ZA = BE : EA$. quare etiam $BE : EA = \Delta H : HA$, et componendo [V, 18]

$$BA : AE = \Delta A : AH,$$

et permutando [V, 16] $BA : \Delta A = EA : AH$. itaque latera communem angulum $BA\Delta$ comprehendentia parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH proportionalia sunt. et quoniam HZ rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, erit $\angle AZH = \Delta\Gamma A$ [I, 29]; et duorum triangulorum $\Delta\Delta\Gamma$, AHZ communis est $\angle \Delta A\Gamma$. itaque triangulus $\Delta\Delta\Gamma$ aequiangularus est triangulo AHZ [I, 32]. eadem de causa etiam triangulus $A\Gamma B$ triangulo AZE aequiangularus est, et totum parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ parallelogrammo EH aequiangulum est. itaque¹⁾ erit

$\Delta A : \Delta\Gamma = AH : HZ$, $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, $\Gamma B : BA = ZE : EA$ [prop. IV].

1) Hoc ἄρα lin. 21 non ad ultima uerba, sed ad proxime antecedentia lin. 17—19 refertur.

BFVp. EH] E postea insert. F; deinde ἄρα add. m. 2 BFV.
 13. $\alpha\iota$] (alt.) om. F. 14. $\iota\sigma\eta$] $\iota\sigma\eta$ δέ F. 15. AZH] P;
 AHZ Theon (BFVp). $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] m. 2 V. $\tau\eta$] P; $\tau\eta$ ὑπὸ
 $\Delta\Delta\Gamma$ ἡ δὲ ὑπὸ HZA (ZHA F) $\tau\eta$ Theon (BFVp). 16.
 AHZ] PF, V m. 1; AZH Bp, V m. 2. 17. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. Bp.
 $\tau\delta \Delta\Delta\Gamma$] P, V m. 1; om. F; $\tau\delta \Delta\Delta\Gamma$ Bp, V m. 2. 18.
 AHZ] litt. HZ e corr. p. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ V. 19. $\delta\lambda\omicron\nu$] $\delta\lambda\omicron\nu$
 ἄρα V. 20. $\iota\sigma\omicron\gamma\omega\nu\iota\acute{\omicron}\nu$ ἐστὶ τῷ EH παραλληλογράμμῳ V.
 25. EA] AE , eraso E F.

- καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν ΓA , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZA , ὡς δὲ ἡ $A\Gamma$ πρὸς τὴν ΓB , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν ZE , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν ΓB , οὕτως ἡ HZ πρὸς τὴν ZE .
- 5 τῶν ἄρα $AB\Gamma\Delta$, $E\Theta$ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον τῷ $E\Theta$ παραλληλογράμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον καὶ τῷ $K\Theta$ παραλληλογράμῳ ὁμοιόν ἐστίν.
- 10 ἐκότερον ἄρα τῶν $E\Theta$, ΘK παραλληλογράμμων τῷ $AB\Gamma\Delta$ [παραλληλογράμῳ] ὁμοιόν ἐστίν. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ $E\Theta$ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘK παραλληλογράμῳ ὁμοιόν ἐστίν.
- 15 Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμῳ ὁμοιον καὶ ἄλλῳ
20 τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὶ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ὁμοιον συστήσασθαι, τὸ $AB\Gamma$, ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ Δ . δεῖ δὴ τῷ μὲν $AB\Gamma$ ὁμοιον, τῷ δὲ Δ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

XXV. Hero def. 116. Eutocius in Apollon. p. 53.

1. ΓA] Γ eras. F. 2. HZ] ZH Fp. $A\Gamma$] eras. F.
3. ΓB] B eras. F. 4. ΓB] $B\Gamma$ P. 6. εἶσιν] εἰ- eras. F.
7. τῷ] corr. ex τῷ m. 2 V. παραλληλόγραμμον] corr. ex
παραλληλογράμῳ m. 2 V. τῷ] corr. ex τῷ m. 2 V. παρα-
λληλόγραμμον V, corr. m. 2. 8. δὴ] δὴ καὶ F; καὶ add.
V m. 2. 9. καὶ] m. 2 F. $K\Theta$] ΘK P. 11. παραλλη-

et quoniam demonstratum est, esse $\angle \Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $\angle \Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, ex aequo erit [V, 22] $\angle \Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$. ergo in parallelogrammis $AB\Gamma A$, EH latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt.¹⁾ itaque $AB\Gamma A \sim EH$ [def. 1].²⁾ eadem de causa etiam $AB\Gamma A \sim \Theta K$. itaque utrumque parallelogrammum EH , ΘK parallelogrammo $AB\Gamma A$ simile est. quae autem eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt [prop. XXI]. quare etiam $EH \sim \Theta K$.

Ergo in quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se; quod erat demonstrandum.

XXV.

Datae figurae rectilineae similem et alii figurae datae aequalem eandem figuram construere.

Sit data figura rectilinea, cui similem figuram oporteat construere, $AB\Gamma$, cui autem aequalem oporteat, Δ . oportet igitur figuram construere figurae $AB\Gamma$ similem, figurae autem Δ eandem aequalem.

1) Nam demonstrauimus $BA : A\Delta = EA : AH$ (p. 150, 10), $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$ (p. 150, 21), $HZ : ZE = \Delta\Gamma : \Gamma B$ (lin. 4), $ZE : EA = \Gamma B : BA$ (p. 150, 25).

2) Nam etiam aequiangula sunt (p. 150, 20). — hac ratione diluuntur, opinor, cauillationes Simsoni p. 378; quamquam confitendum est, Euclidem hic nonnihil a solito ordine dilucido defecisse.

λογράμῳ] om. P. ἔστιν] F, comp. p; ἔστι PBV. 12. ἔστιν] εἶσιν V. 13. ἄρα] om. p. ΘK] Θ in ras. V. 14. ἔστιν] comp. Vp; ἔστι PBF. 16. τε] m. 2 F. 18. καὶ Fp. 20. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. 21. Post ὃ eras. δέ B. 22. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. δὲ δεῖ ἴσον] in ras. m. 2 V. 23. τῷ] (prius) corr. ex τό m. 1 p; τό F. συνστήσασθαι P; corr. m. rec.

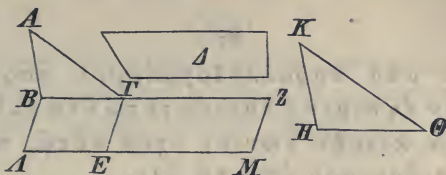
Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ΒΓ τῷ ΑΒΓ
 τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ, παρὰ δὲ
 τὴν ΓΕ τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ ἐν
 γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἥ ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΑ. ἐπ'
 5 εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΑΕ τῇ
 ΕΜ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ
 ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὁμοίον
 τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΚΗΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως
 10 ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον
 ὦσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ
 ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ
 ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ
 ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς
 15 τὸ ΚΗΘ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
 ΓΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ
 παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλό-
 γραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον· ἐναλλάξ
 20 ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕ παραλληλό-
 γραμμον, οὕτως τὸ ΚΗΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖ
 παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ
 ΒΕ παραλληλογράμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΗΘ τρι-
 γωνον τῷ ΕΖ παραλληλογράμῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΖ παρ-
 25 αλληλόγραμμον τῷ Δ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα
 τῷ Δ ἐστὶν ἴσον. ἔστι δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῷ ΑΒΓ
 ὁμοιον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμῳ τῷ ΑΒΓ ὁμοιον

1. τῷ ΑΒΓ] supra F. 4. ΓΒΑ] ΓΒΑ φ. 5. ΒΓ]
 Ρφ, V m. 1; ΓΒ Βρ, V m. 2. 6. καὶ εἰλήφθω] περιειλή-
 φθω φ post ras. 7. ΗΘ] (prius) eras. F. τῷ] τό F.

Nam rectae $B\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ aequale adplicetur parallelogrammum BE [I, 44], rectae autem ΓE



figurae Δ aequale parallelogrammum ΓM in angulo $Z\Gamma E$ aequali angulo $\Gamma B A$ [I, 45]. itaque $B\Gamma$, ΓZ in eadem recta sunt et item AE , EM . et sumatur rectarum $B\Gamma$, ΓZ media proportionalis $H\Theta$ [prop. XIII], et in $H\Theta$ triangulo $AB\Gamma$ similis et similiter positus construatur $KH\Theta$ [prop. XVIII]. et quoniam est $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$, et si tres rectae proportionales sunt, est ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam [prop. XIX coroll.], erit

$$B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta.$$

uerum etiam $B\Gamma : \Gamma Z = BE : EZ$ [prop. I]. quare etiam $AB\Gamma : KH\Theta = BE : EZ$. permutando igitur [V, 16] $AB\Gamma : BE = KH\Theta : EZ$. sed $AB\Gamma = BE$. itaque etiam $KH\Theta = EZ$. sed $EZ = \Delta$. quare etiam $KH\Theta = \Delta$. erat autem etiam $KH\Theta \sim AB\Gamma$.

Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma$ similis et

8. τε] om. V. 10. ἡ] eras. F. 11. ἔστιν] om. P. 15.
 τρίγωνον] om. V. Supra $B\Gamma$ scr. βάσις et supra ΓZ lin. 16
 βάσιν m. rec. P. 17. καὶ ὡς ἄρα — 19: παραλληλόγραμμον]
 bis p; corr. m. 1. 19. EZ] ZE p (sed in repetitione EZ).
 25. ἴσον· καὶ] in mg. transit F. $KH\Theta$] in ras. m. 2 F.
 ἄρα τῷ Δ ἔστιν ἴσον] om. F. 26. ἔστι δὲ τό] φ cum ras.
 2 litt. ante τό.

καὶ ἄλλω τῷ δοθέντι τῷ Δ ἴσον το αὐτὸ συνέσταται
τὸ $KH\Theta$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κς'.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλό-
5 γραμμὸν ἀφαιρεθῇ ὁμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως
κειμένον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν
αὐτὴν διάμετρον ἔστι τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ παρα-
λληλόγραμμον ἀφηρήσθω τὸ AZ ὅμοιον τῷ $AB\Gamma\Delta$
10 καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν
ὑπὸ ΔAB . λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἔστι
τὸ $AB\Gamma\Delta$ τῷ AZ .

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω [αὐτῶν] διά-
μετρος ἡ $A\Theta\Gamma$, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ HZ διήχθω ἐπὶ
15 τὸ Θ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν $A\Delta$, $B\Gamma$
παράλληλος ἡ ΘK .

Ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἔστι τὸ $AB\Gamma\Delta$
τῷ KH , ἔστιν ἄρα ὥς ἡ ΔA πρὸς τὴν AB , οὕτως
ἡ HA πρὸς τὴν AK . ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα
20 τῶν $AB\Gamma\Delta$, EH καὶ ὥς ἡ ΔA πρὸς τὴν AB , οὕτως
ἡ HA πρὸς τὴν AE . καὶ ὥς ἄρα ἡ HA πρὸς τὴν

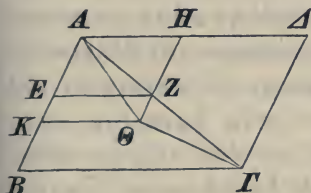
1. τῷ Δ] P, V m. 2; om. Theon (BFp, V m. 1). συνί-
σταται V. 3. κθ' Fp. 4. παραλληλόγραμμον P. 5. ἀφαι-
ρεθέν φ. τῷ ὅλῳ] τὸ ὅλλον φ in ras. 8. παραλληλογράμ-
μου γάρ P. 9. AZ] supra 2 litt. eras. sunt in V; $A EZH$ Bp.
τῷ] τό φ. 11. ἔστιν F. 12. τό] τῷ V, corr. m. 2.
 $AB\Gamma\Delta$ V. 13. αὐτῶν] om. FV. 14. $A\Theta\Gamma$] φ; os inter
duas ras. F. καὶ ἐκβληθεῖσα — 15: τὸ Θ] P; om. Theon
(BFVp). 18. Post KH add. Theon: ὁμοιόν ἔστι τὸ $AB\Gamma\Delta$
τῷ KH (BFVp). 21. καὶ ὥς ἄρα — p. 158 1: πρὸς τὴν
 AE] om. Bp. HA] AH F.

alii figurae datae $\triangle$ aequalis eadem constructa est figura $KH\Theta$; quod oportebat fieri.

XXVI.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum.

Nam a parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ auferatur parallelogrammum AZ simile parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ et similiter positum et communem habens angulum $\angle AAB$. dico, $AB\Gamma\Delta$ et AZ circum eandem diametrum posita esse.



$AB\Gamma\Delta$ et KH circum eandem diametrum sunt posita, erit $\angle A : AB = HA : AK$.³⁾ sed propter similitudinem parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH erit etiam [def. 1] $\angle A : AB = HA : AE$. itaque etiam

ne sint enim, sed, si fieri potest, diametrus sit $A\Theta\Gamma$.¹⁾ et producta HZ ad Θ educatur²⁾, et per Θ utrique $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur ΘK [I, 31 et 30]. iam quoniam

1) Debit ita dicere: nam si $AZ\Gamma$ diametrus parallelogrammi $A\Gamma$ non est, sit $A\Theta\Gamma$. adparet, $\alpha\upsilon\tau\omega\nu$ lin. 13 ferri non posse, sed malim cum FV delere quam cum Peyrardo in $\alpha\upsilon\tau\omega\nu$ corrigere; glossema sponte et in P et in Theoninis nonnullis ortum esse potest.

2) Uerba $\kappa\alpha\iota \epsilon\kappa\beta\lambda\eta\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ cet. lin. 14—15 om. Theon, quia in figura codd. permutatae sunt litterae E, Z et K, Θ ; cfr, p. 158, 3. ego cum Augusto his uerbis retentis errorem p. 158, 3 et figuram corrigere malui. Campani figura nostrae similior est.

3) Nam similia sunt (prop. 24); tum u. def. 1.

AK , οὕτως ἢ HA πρὸς τὴν AE . ἢ HA ἄρα πρὸς
 ἑκατέραν τῶν AK , AE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση
 ἄρα ἐστὶν ἢ AE τῇ AK ἢ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἐστὶ περὶ τὴν αὐτὴν
 5 διάμετρον τὸ $ABΓΔ$ τῷ AZ · περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα
 ἐστὶ διάμετρον τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ AZ
 παραλληλογράμῳ.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμ-
 μον ἀφαιρεθῇ ὁμοίον τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον
 10 κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον
 ἐστὶ τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κξ'.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παρα-
 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόν-
 15 των εἶδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ
 ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀνα-
 γραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας
 παραβαλλόμενον [παραλληλόγραμμον] ὁμοιον
 ὃν τῷ ἐλλείμματι.

20 Ἔστω εὐθεῖα ἢ AB καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ
 $Γ$, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν AB εὐθεῖαν τὸ $ΑΔ$
 παραλληλόγραμμον ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμῳ
 τῷ $ΔΒ$ ἀναγραφέντι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς AB , τουτέστι
 τῆς $ΓΒ$ · λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν AB παρα-
 25 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἶδεσι
 [παραλληλογράμμοις] ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις

1. AK] P ; AEK , E in ras., F ; AE V . AE] AB P ,
 corr. m. rec.; AK V . ἄρα] om. P . 3. AE] AK $PFBp$,
 V m. 2. AK] AE $PBFp$, V m. 2. ἐλάτων F , corr. m. 2.
 4. οὐκ] (alt.) om. BVp . ἐστιν PFB . 5. AZ] $Pφ$; $AΘ$

$HA : AK = HA : AE$. ergo HA ad utramque AK , AE eandem rationem habet. quare $AE = AK$ [V, 9] minor maiori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut $AB\Gamma\Delta$, AZ circum eandem diametrum posita non sint. ergo parallelogramma $AB\Gamma\Delta$, AZ circum eandem diametrum posita sunt.

Ergo si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est parallelogrammum dimidia adplicatum defectui simile.

Sit recta AB et in duas partes aequales secetur in Γ , et rectae AB adplicetur parallelogrammum $A\Delta$ deficiens figura parallelogramma ΔB in dimidia rectae AB , hoc est in ΓB , descripta. dico, omnium parallelogrammorum rectae AB adplicatorum et figuris

B Vp. 6. ἐστίν P. 10. ἔχον γωνίαν V. αὐτὴν] supra m. 1 p.
 12. λ' Fp. 17. τε ἐστι p. 18. παραλαμβανόμενον P;
 corr. m. rec. παραλληλόγραμμον] m. rec. P. ὅμοιον] corr.
 ex ὅμοι P. 19. ὃν τῷ] ὃν τό φ in ras. ἐλλείματι p. 21.
 τήν] τὴν αὐτὴν P. $A\Delta$] Δ in ras. m. 2 V; AB φ. 23.
 ΔB] $\Delta \Theta$ φ (non F). Post hoc uocab. add. Theon: ὁμοίῳ τε
 καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι (F; pro ὁμοίῳ Bp φ, V m. 2 hab.
 ὅμοιον; pro ἀναγραφέντι Bp: ἀναγραφέν, V κειμεν seq. ras.;
 -τι in F punctis del.). ἀναγραφέντι] P; τῷ Theon (BF Vp).
 ἡμισείας] ἡμισείας ἀναγραφέντι FV. AB] $A\Delta$ φ (non F).
 τουτέστιν P. 25. εἶδеси] φ (aliud uerbum habuit F); εἶδεσιν P.
 26. παραλληλογράμμοις] om. P.

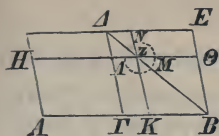
τῷ ΔB μέγιστόν ἐστι τὸ $A\Delta$. παραβεβλήσθω γὰρ
 παρὰ τὴν AB εὐθεΐαν τὸ AZ παραλληλόγραμμον
 ἐλλειπόν εἶδει παραλληλογράμῳ τῷ ZB ὁμοίῳ τε
 καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔB . λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ
 5 $A\Delta$ τοῦ AZ .

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ ΔB παραλληλόγραμμον
 τῷ ZB παραλληλογράμῳ, περὶ τὴν αὐτὴν εἶσι διά-
 μετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔB , καὶ κατα-
 γεγράφθω τὸ σχῆμα.

10 Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓZ τῷ ZE , κοινὸν δὲ
 τὸ ZB , ὅλον ἄρα τὸ $\Gamma\Theta$ ὅλῳ τῷ KE ἐστὶν ἴσον.
 ἀλλὰ τὸ $\Gamma\Theta$ τῷ ΓH ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ AG τῇ
 ΓB . καὶ τὸ $H\Gamma$ ἄρα τῷ EK ἐστὶν ἴσον. κοινὸν
 προσκείσθω τὸ ΓZ . ὅλον ἄρα τὸ AZ τῷ AMN
 15 γινώμονί ἐστιν ἴσον· ὥστε τὸ ΔB παραλληλόγραμ-
 μον, τουτέστι τὸ $A\Delta$, τοῦ AZ παραλληλογράμμου μεῖ-
 ζόν ἐστιν.

Πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεΐαν παρα-
 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἶδεσι
 20 παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις
 τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τῷ] τό F. παραβεβλήσθω p. 2. AB] B e corr. m.
 1 p. 3. παραλληλογράμῳ p. 7. περὶ ἄρα τὴν Bp. 10.
 ἴσον] supra m. 1 V. ZE] corr. ex $Z\Theta$ m. rec. P. δέ] P;
 προσκείσθω Theon (BFVp). 11. $\Gamma\Theta$] e corr. P m. rec.
 KE] corr. ex $K\Theta$ m. rec. P. 12. $\Gamma\Theta$] corr. ex ΓE P m. rec.
 13. ΓB] PF; ἐστὶν ἴση supra add. V; ΓB ἴση ἐστίν Bp.
 EK] e corr. P m. rec. 14. ὅλον] seq. ras. 2—3 litt. F. 16.
 AZ] inter A et Z ras. 1 litt. F. 17. ἐστὶ B. 18. αὐτὴν]
 om. p. 19. παραλληλογράμμων — 22: δεῖξαι] καὶ τὰ ἐξῆς p.
 22. δεῖξαι] seq. in omnibus codd. demonstratio alia, quam
 in appendicem reieciimus; u. p. 161 not. 2.



similibus et similiter positis figurae $\triangle B$ deficientium maximum esse $\triangle A$. adplicetur enim rectae AB parallelogrammum AZ deficiens figura parallelogramma ZB simili et similiter posita figurae $\triangle B$. dico, esse $\triangle A > AZ$.

nam quoniam $\triangle B \sim ZB$, circum eandem diametrum sunt posita [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus $\triangle B$, et describatur figura.¹⁾ iam quoniam $\Gamma Z = ZE$ [I, 43] et commune est ZB , erit $\Gamma\Theta = KE$. sed $\Gamma\Theta = \Gamma H$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$ [prop. I]. quare etiam $H\Gamma = EK$. commune adiiciatur ΓZ . itaque $AZ = \triangle MN$. quare $\triangle B > AZ$, h. e. $\triangle A > AZ$.

Ergo omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est, quod dimidiae adplicatur; quod erat demonstrandum.²⁾

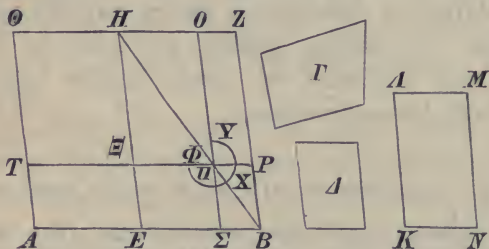
1) H. e. producantur HZ ad Θ et KZ usque ad $\triangle E$; cfr. II, 7, 8.

2) Itaque is solus casus tractatur, ubi $AK > A\Gamma$, nec opus est alterum, ubi $AK < A\Gamma$, propria demonstratione ostendere nec hoc moris est Euclidis. sane in codd. omnibus additur demonstratio huius quoque casus. sed apertissime interpolata est; nam primum ante lin. 18 sq., non post eas inserenda erat, deinde iam ab initio in praeparatione duo casus respiciendi erant nec hoc unquam neglexit Euclides, ubi plures casus habet; ita etiam in altero casu eadem litterae, quae in priore, usurpatae essent, quod iure postulat Simsonus p. 380. Campanus VI, 26 utrumque casum demonstrat.

κη'.

Παρά τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι
 εὐθυγράμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-
 βαλεῖν ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμῳ ὁμοίῳ
 5 τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον
 [ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγεγραφομένου ὁμοίου τῷ
 ἐλλείμματι [τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ὃ δεῖ
 ὅμοιον ἐλλείπειν].

- 10 Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθὲν
 εὐθύγραμμον, ὃ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν AB παραβαλεῖν,
 τὸ Γ μὴ μεῖζον [ὄν] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς AB
 ἀναγεγραφομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι, ὃ δὲ δεῖ ὅμοιον



- ἐλλείπειν, το Δ · δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν
 15 τὴν AB τῷ δοθέντι εὐθυγράμῳ τῷ Γ ἴσον παρα-
 λληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλείπον εἶδει παραλληλο-
 γράμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ .

Τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ
 ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς EB τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως

1. κη'] om. F; λβ' p. 2. εὐθεῖαν] mg. m. 1 P. 3.
 παραβάλλειν V. 5. τῷ] ὄντι τῷ V. δέ] δὴ PBFVp;

XXVIII.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma datae simili. oportet autem, figuram rectilineam datam¹⁾ maiorem non esse figura in dimidia recta descripta defectui simili.²⁾

Sit data recta AB , et data figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, Γ non maior figura in dimidia AB descripta simili defectui, ea autem, cui similem figuram deficere oportet, sit Δ . oportet igitur datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma simili figurae Δ .

secetur enim AB in duas partes aequales in puncto E , et in EB describatur figurae Δ similis et

1) Uerba a Theone lin. 6 interpolata ideo parum necessaria sunt, quod τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ad τῷ δοθέντι (sc. εἶδει) lin. 5 referri non possunt, sed necessario a quouis lectore ad τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ lin. 2 trahuntur.

2) Hunc διορισμόν statim praebet prop. 27. — Campanum VI, 27: „quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidiam datae lineae collocato minime maius existat“ non intellego, uidetur tamen potius cum P consentire.

corr. Augustus. 6. ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. παραβάλλειν FV. 7. ἀναγραφόμενον] P; παραβαλλόμενον Theon (BFVp). ὁμοίον] P; ὁμοίων ὄντων Theon (BFVp), P m. rec. τῷ ἐλλείμματι] P; τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp), P m. rec. 8. τοῦ τε — 9: ἐλλείπειν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. 12. ὅν] om. P. τοῦ] τῷ φ. τῆς AB] P; om. Theon (BFVp). 13. ἀναγραφόμενον] P; παραβαλλόμενον Theon (BFVp). ὁμοίον τῷ ἐλλείμματι] P; ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp). 18. τό E] euan. F.

κείμενον τὸ *EBZH*, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ *AH* παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ *AH* τῷ *Γ*, γερονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δο-
 5 θείσαν εὐθείαν τὴν *AB* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον· τὸ *AH* ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ τῷ *HB* ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ*. εἰ δὲ οὐ, μείζον ἔστω τὸ *ΘΕ* τοῦ *Γ*. ἴσον δὲ τὸ *ΘΕ* τῷ *HB*· μείζον ἄρα καὶ τὸ *HB* τοῦ *Γ*. ᾧ δὲ μείζον
 10 ἐστὶ τὸ *HB* τοῦ *Γ*, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ *Δ* ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ *KAMN*. ἀλλὰ τὸ *Δ* τῷ *HB* [ἐστίν] ὅμοιον· καὶ τὸ *KM* ἄρα τῷ *HB* ἐστίν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμολογος ἡ μὲν *ΚΑ* τῇ *HE*, ἡ δὲ *ΑΜ* τῇ *HZ*. καὶ
 15 ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ *HB* τοῖς *Γ*, *KM*, μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ *HB* τοῦ *KM*· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν *HE* τῆς *ΚΑ*, ἡ δὲ *HZ* τῆς *ΑΜ*. κείσθω τῇ μὲν *ΚΑ* ἴση ἡ *HΞ*, τῇ δὲ *ΑΜ* ἴση ἡ *HO*, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ *ΞΗΟΠ* παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ
 20 ὅμοιόν ἐστι [τὸ *ΗΠ*] τῷ *KM* [ἀλλὰ τὸ *KM* τῷ *HB* ὅμοιόν ἐστιν]. καὶ τὸ *ΗΠ* ἄρα τῷ *HB* ὅμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ *ΗΠ* τῷ *HB*. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ *ΗΠΒ*, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

1. *EBZH*] *BEZH* F? 2. Post παραλληλόγραμμον add. Theon: τὸ δὲ *AH* ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ *Γ* ἢ μείζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν (*BVp*, *F* mg. m. 1; pro διορισμόν habent *FV* ὁρισμόν; in *V* corr. m. 2). 3. ἐστίν *P*; in *F* cum τὸ *AH* euan. 6. *AH*] euan. *F*. 8. δέ] δ' *F*. ἔστω] *PF*; ἔσται *Bp*; ἐστι *V*. δὲ τό] δὲ τοῦ *B*. 9. τῷ] τό *B*. *HB*] *H* supra m. 1 *V*. δῆ] δὲ uel δεῖ *B*; δεῖ *p*. 12. ἐστίν] om. *P*. 13. *KM*] inter *K* et *M* una litt. (ε?) euan. *F*. 14. *ΚΑ*] *AK* *Bp*. 15. *HB*] e corr. m. 1 *p*. 17. *ΚΑ*] *AK* *Bp*.

similiter posita $EBZH$ [prop. XVIII], et expleatur parallelogrammum AH . iam si $AH = \Gamma$, effectum erit propositum. nam datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est AH deficiens figura parallelogramma HB simili figurae Δ . sin minus, sit $\Theta E > \Gamma$.¹⁾ sed $\Theta E = HB$. itaque $HB > \Gamma$. iam excessui, quo maius est HB figura Γ , aequale et parallelogrammo Δ simile et similiter positum idem construatur $K\Lambda MN$ [prop. XXV]. sed $\Delta \sim HB$. quare etiam $KM \sim HB$ [prop. XXI]. iam correspondeant inter se $K\Lambda$, HE et ΛM , HZ . et quoniam $HB = \Gamma + KM$, erit $HB > KM$. quare etiam $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.²⁾ ponatur $H\Xi = K\Lambda$ et $HO = \Lambda M$, et expleatur parallelogrammum $\Xi H O \Pi$. itaque aequale et simile³⁾ est parallelogrammo KM . quare etiam $H\Pi \sim HB$ [prop. XXI, cfr. lin. 13]. itaque $H\Pi$, HB circum eandem diametrum posita sunt [prop. XXVI]. sit eorum diametrus $H\Pi B$, et describatur figura [p. 161 not. 1].

1) Ex hypothesi; quare debuit esse $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$ lin. 8, sed $\acute{\epsilon}\sigma\tau\omega$ ferri posse negare non ausim.

2) Nam per prop. 20 erit $HB : KM = HE^2 : K\Lambda^2 = HZ^2 : \Lambda M^2$. iam cum $HB > KM$, erit $HE^2 > K\Lambda^2$, $HZ^2 > \Lambda M^2$, h. e. $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.

3) Quia $HB \sim KM$, erit $\angle OH\Xi = K\Lambda M$. itaque $H\Pi$, KM aequiangula sunt. quare et similia sunt (def. 1) et aequalia (prop. 14). cfr. p. 144, 11.

$\tau\tilde{\eta}$ μὲν $K\Lambda$] Bp; $\tau\tilde{\eta}$ $K\Lambda$ μέν PF; μὲν $\tau\tilde{\eta}$ $K\Lambda$ V. 18. HO] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; O e corr. m. 2 V; $H\Theta$ F? 20. $\tau\tilde{o}$ $H\Pi$] om. P. $\tau\tilde{o}$] e corr. P. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὁμοίον ἐστίν] τὸ $H\Pi$. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὁμοίον ἐστὶ supra m. rec. P. KM] K in ras. m. 2 V. 21. ἐστὶ B Vp. ἐστὶ BFV, comp. p.

ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ BH τοῖς Γ, KM , ὧν τὸ HP τῷ KM ἐστὶν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ $ΓΧΦ$ γνῶμων λοιπῷ τῷ Γ ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ OP τῷ $\Xi\Sigma$, κοινὸν προσκείσθω τὸ PB . ὅλον ἄρα
 5 τὸ OB ὅλῳ τῷ ΞB ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΞB τῷ TE ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ AE πλευρᾷ τῇ EB ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ TE ἄρα τῷ OB ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ $\Xi\Sigma$. ὅλον ἄρα τὸ $T\Sigma$ ὅλῳ τῷ $\Phi X \Gamma$ γνῶμονί ἐστὶν ἴσον. ἀλλ' ὁ $\Phi X \Gamma$ γνῶμων τῷ Γ
 10 ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ $T\Sigma$ ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν AB τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΣT ἐλλεῖπον εἶδει παραλληλογράμμῳ τῷ PB ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ [ἐπειδὴ περ τὸ PB τῷ HP
 15 ὁμοίόν ἐστιν]· ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

καθ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB , τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν AB παραβλεῖν, τὸ Γ , ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ Δ . δεῖ δὴ παρὰ τὴν AB εὐθεῖαν τῷ Γ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλο-
 25 γράμμῳ ὁμοίῳ τῷ Δ .

1. BH] in ras. m. 2 V ; HB p. 2. ἴσον ἐστίν p. λοιπόν P, corr. m. rec. $\Gamma X \Phi$] $\Gamma \Phi X$ P V. 3. ἐστὶν ἴσος F. ἐστίν] ἐστὶ V, comp. p. ἐστὶ] ἐστίν P. 5. OB] euan. F. 6. ἴσον ἐστίν B. Ante ἐπεὶ add. φ: ἐπὶ. 7. OB] O in

iam quoniam $BH = \Gamma + KM$, quorum $H\Pi = KM$, erit etiam $\Gamma X\Phi = \Gamma$. et quoniam $OP = \Xi\Sigma$ [I, 43], commune adiiciatur ΠB . itaque $OB = \Xi B$. sed $\Xi B = TE$, quoniam $AE = EB$ [prop. I]. quare etiam $TE = OB$. commune adiiciatur $\Xi\Sigma$. itaque $T\Sigma = \Phi X\Gamma$. sed demonstratum est, esse $\Phi X\Gamma = \Gamma$. quare etiam $T\Sigma = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est ΣT deficiens figura parallelogramma ΠB , quae figurae Δ similis est¹⁾; quod oportebat fieri.

XXIX.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili datae.

Sit data recta AB , data autem figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, sit Γ , ea autem, cui similem figuram excedere oportet, sit Δ . oportet igitur rectae AB figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili figurae Δ .

1) Nam $\Pi B \sim HB$ (prop. 24) $\sim \Delta$. uerba $\epsilon\pi\epsilon\iota\delta\acute{\eta}\pi\epsilon\rho - \epsilon\sigma\tau\iota\nu$, ubi sine causa de $H\Pi$ mentio iniicitur, spuria sunt. alia res est p. 170, 7.

ras. m. 2 V. 8. $T\Sigma$] TB corr. ex $T\Gamma$ m. 1 p. 9. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ Bp.
10. $T\Sigma$] $A\Pi$ P. 11. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. F. 13. Supra ΣT ras.
est in V. 14. $\tau\tilde{\omega}$] (tert.) postea insert. m. 1 F. 16. $\kappa\theta'$] $\lambda\gamma'$ p et F, corr. m. rec. 18. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\acute{o}\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$] $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron$ -
sustulit resarcinatio in F. 22. $\delta\epsilon\iota$] $\delta\acute{\eta}$ Fp. 23. $\upsilon\pi\epsilon\rho\beta\alpha\lambda\epsilon\iota\nu$ F.
 $\delta\epsilon\iota$ $\delta\acute{\eta}$] sustulit lac. pergameni F. 24. $\pi\alpha\rho\acute{\alpha} - \epsilon\upsilon\theta\upsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omicron$] $\mu\omicron$
mg. m. 1 F. $\iota\sigma\omicron\nu$] in ras. F.

Τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἀναγε-
 γράφθω ἀπὸ τῆς EB τῷ A ὅμοιον καὶ ὁμοίως κεί-
 μενον παραλληλόγραμμον τὸ BZ , καὶ συναμφοτέροις
 μὲν τοῖς BZ , Γ ἴσον, τῷ δὲ A ὅμοιον καὶ ὁμοίως
 5 κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ $H\Theta$. ὁμολόγος δὲ
 ἔστω ἡ μὲν $K\Theta$ τῇ ZA , ἡ δὲ KH τῇ ZE . καὶ
 ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ $H\Theta$ τοῦ ZB , μεῖζων ἄρα ἐστὶ
 καὶ ἡ μὲν $K\Theta$ τῆς ZA , ἡ δὲ KH τῆς ZE . ἐκβεβλή-
 σθωσαν αἱ ZA , ZE , καὶ τῇ μὲν $K\Theta$ ἴση ἔστω ἡ
 10 ZAM , τῇ δὲ KH ἴση ἡ ZEN , καὶ συμπεπληρωσθω
 τὸ MN . τὸ MN ἄρα τῷ $H\Theta$ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον.
 ἀλλὰ τὸ $H\Theta$ τῷ EA ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ MN ἄρα
 τῷ EA ὁμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν
 ἐστι τὸ EA τῷ MN . ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ $Z\Xi$,
 15 καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $H\Theta$ τοῖς EA , Γ , ἀλλὰ τὸ $H\Theta$
 τῷ MN ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ MN ἄρα τοῖς EA , Γ
 ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ EA . λοιπὸς ἄρα
 ὁ $\Psi X\Phi$ γνώμων τῷ Γ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 20 ἡ AE τῇ EB , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ AN τῷ NB , τουτέστι
 τῷ AO . κοινὸν προσκείσθω τὸ $E\Xi$. ὅλον ἄρα τὸ

3. BZ] corr. ex HZ m. 2 V. 4. BZ , Γ] Z et Γ e
 corr. p; HZ , Γ V. A] e corr. F. 5. $H\Theta$] PF; $H\Theta$.
 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $H\Theta$ τῷ ZB Bp, V mg. m. 2. 6. ZE]
 EZ F. 8. $K\Theta$] ΘK F. 10. KH] corr. ex KB m. rec. P.
 11. $\tau\epsilon$] om. V. ἐστὶν P. 12. $\tau\acute{o}$] (alt.) τῷ F, sed corr. 13.
 EA] A F. ἐστὶν ὅμοιον V. ἐστὶν] P, comp. p; ἐστὶ BFV .
 14. ἐστὶ] supra F. αὐτῶν] αὐτῶν ἡ V. 16. ἐπεὶ οὖν FV .
 $\tau\acute{o}$] (prius) τῷ F. 17. ἐστὶ PBV , comp. p. 18. ἐστὶ BV ,
 comp. p. EA] mutat. in ΘA m. 1 F. 20. AE] in ras.
 m. 2 V. τουτέστιν P; comp. p. 21. AO] O e corr. m. 1 F.

$AΞ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΦΧΨ$ γνώμονι. ἀλλὰ ὁ $ΦΧΨ$ γνώμων τῷ $Γ$ ἴσος ἐστίν· καὶ τὸ $AΞ$ ἄρα τῷ $Γ$ ἴσον ἐστίν.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν AB τῷ
5 δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ $Γ$ ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβέβληται τὸ $AΞ$ ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλο-
γράμμῳ τῷ $ΠΟ$ ὁμοίῳ ὄντι τῷ $Δ$, ἐπεὶ καὶ τῷ $ΕΔ$
ἐστὶν ὁμοιον τὸ $ΟΠ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ'.

10 Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον
καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ AB · δεῖ
δὴ τὴν AB εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ $BΓ$,
15 καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν $ΑΓ$ τῷ $BΓ$ ἴσον παρ-
αλληλόγραμμον τὸ $ΓΔ$ ὑπερβάλλον εἶδει τῷ $ΑΔ$
ὁμοίῳ τῷ $BΓ$.

Τετράγωνον δέ ἐστι τὸ $BΓ$ · τετράγωνον ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ $ΑΔ$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $BΓ$ τῷ $ΓΔ$,
20 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΓΕ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ BZ λοιπῷ
τῷ $ΑΔ$ ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον·
τῶν BZ , $ΑΔ$ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ
περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ ZE πρὸς τὴν
 $ΕΔ$, οὕτως ἡ AE πρὸς τὴν EB . ἴση δὲ ἡ μὲν ZE
25 τῇ AB , ἡ δὲ $ΕΔ$ τῇ AE . ἐστὶν ἄρα ὥς ἡ BA πρὸς

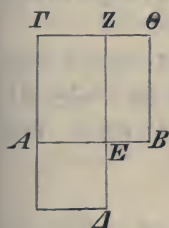
1. ἀλλ' F. 2. ἴσος] ἴσον φ (non F). ἐστίν] F, comp. p;
ἐστί PBV. 3. ἐστί B. 4. ἄρα] supra comp. F. εὐθεῖαν
ἐστὶ F. 7. τῷ] (alt.) τό F, et V, corr. m. 2. 9. λδ'] p; F,
sed corr. m. rec. 11. τεμεῖν] supra scr. ν m. 1 F. 14.
γὰρ ἀπό FV. Post AB ras. magna F. 15. ΑΓ] corr. ex
AB m. 1 F. 20. BZ] corr. ex BΓ m. 1 p. 21. τῷ] τό φ

$EΞ$. itaque $AΞ = ΦΧΨ$. sed $ΦΧΨ = Γ$. quare etiam $AΞ = Γ$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae $Γ$ aequale adplicatum est parallelogrammum $AΞ$ excedens figura parallelogramma $ΠΟ$, quae similis est figurae $Δ$, quia $ΟΠ ∼ ΕΔ$ [prop. XXIV]; quod oportebat fieri.

XXX.

Datam rectam terminatam secundum rationem extremam ac mediam secare.



Sit data recta terminata AB . oportet igitur rectam AB secundum extremam ac mediam rationem secare.

describatur enim in AB quadratum $BΓ$, et rectae $AΓ$ adplicetur parallelogrammum $ΓΔ$ quadrato $BΓ$ aequale et excedens figura $ΔΔ$ simili figurae $BΓ$ [prop. XXIX]. quadratum autem est $BΓ$; itaque etiam $ΔΔ$ quadratum est. et quoniam $BΓ = ΓΔ$, subtrahatur, quod commune est, $ΓΕ$. quare $BΖ = ΔΔ$. uerum etiam aequiangulum ei est.¹⁾ quare in parallelogrammis $BΖ$, $ΔΔ$ latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt [prop. XIV]. itaque $ΖΕ : ΕΔ = ΑΕ : ΕΒ$. sed $ΖΕ = ΑΒ$ ²⁾ et

1) Nam utrumque rectangulum est.

2) Nam $ΖΕ = ΑΓ$ (I, 34) et $ΑΓ = ΑΒ$.

τὴν AE , οὕτως ἢ AE πρὸς τὴν EB . μείζων δὲ ἢ AB τῆς AE · μείζων ἄρα καὶ ἢ AE τῆς EB .

Ἡ ἄρα AB εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέ-
 5 τμηται κατὰ τὸ E , καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμημὰ ἐστὶ
 τὸ AE · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
 τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς εἶδος
 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν πε-
 10 ριεχουσῶν πλευρῶν εἵδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ
 ὁμοίως ἀναγραφόμενοις.

Ἐστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $ABΓ$ ὀρθὴν ἔχον
 τὴν ὑπὸ $BAΓ$ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$
 εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , $AΓ$ εἵδεσι τοῖς
 15 ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενοις.

Ἦχθω κάθετος ἢ AD .

Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ $ABΓ$ ἀπὸ
 τῆς πρὸς τῷ A ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν $BΓ$ βάσιν
 κάθετος ἤκται ἡ AD , τὰ $ABΔ$, $AΔΓ$ πρὸς τῇ κα-
 20 θέτῳ τρίγωνῳ ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ τῷ $ABΓ$ καὶ
 ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τῷ $ABΔ$,
 ἐστὶν ἄρα ὡς ἢ $ΓB$ πρὸς τὴν BA , οὕτως ἢ AB
 πρὸς τὴν $BΔ$. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἴ-
 σιν, ἐστὶν ὡς ἢ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ
 25 ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ
 ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἢ $ΓB$

XXXI. Proclus p. 426, 14.

4. κατὰ] κα p. καὶ τό] καί p. ἐστὶν P, comp. p. 5.
 τό] ἢ P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 6. λα'] non
 liquet in F; om. p. 10. εἵδεσιν PB. τε] om. BFVp.

$EA = AE$. itaque $BA : AE = AE : EB$. sed $AB > AE$. quare etiam [V, 14] $AE > EB$.

Ergo recta AB secundum extremam ac mediam rationem secta est in E [def. 3], et maior eius pars est AE ; quod oportebat fieri.

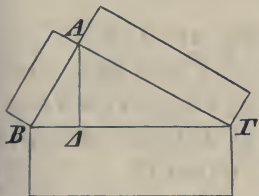
XXXI.

In triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ angulum $B\Lambda\Gamma$ rectum habens. dico, figuram in $B\Gamma$ descriptam aequalem esse figuris in BA , $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.

ducatur perpendicularis $A\Delta$. iam quoniam in triangulo rectangulo $AB\Gamma$ ab angulo recto ad A posito ad basim $B\Gamma$ perpendicularis ducta est $A\Delta$, trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ ad perpendicularem positi et toti $AB\Gamma$ et inter se similes sunt [prop. VIII]. et quoniam

$AB\Gamma \sim AB\Delta$, erit [def. 1] $\Gamma B : BA = AB : B\Delta$. et quoniam tres rectae proportionales sunt, erit ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam



13. ὑπὸ τό p. 14. εἴδουσιν P. 15. ὁμοίως] ὁμοίους V.
 18. τῷ] τό FV, sed corr. m. 2. 19. AΔΓ] corr. ex AΔB m.
 rec. P. ἄρα πρὸς V. 20. εἶσιν P. 25. τό] (alt.) om. F;
 inser. m. 2, sed euan.

πρὸς τὴν $B\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓB εἶδος πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς BA τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμε-
νον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓA .
5 ὥστε καὶ ὡς ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὰς $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς $B\Gamma$ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν BA , $A\Gamma$ τὰ ὅμοια
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ $B\Gamma$ ταῖς $B\Delta$,
 $\Delta\Gamma$. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ εἶδος τοῖς ἀπὸ
τῶν BA , $A\Gamma$ εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀνα-
10 γραφομένοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεिनούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφο-
15 μένοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γω-
νίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνά-
λογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευ-
20 ρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τρι-
γώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ τὰς δύο πλε-
υρὰς τὰς BA , $A\Gamma$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς $\Delta\Gamma$, ΔE
ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν AB πρὸς τὴν $A\Gamma$,
25 οὕτως τὴν $\Delta\Gamma$ πρὸς τὴν ΔE , παράλληλον δὲ τὴν

2. ἀναγραφόμενον] -γε- in ras. φ. 4. τὸ ἀπὸ τῆς ΓA — 6:
εἶδος πρὸς] om. p. 5. $B\Delta$, $\Delta\Gamma$] ΔB , $\Delta\Gamma$ φ. 6. τῶν]
τῆς φ. 9. BA] A e corr. m. 2 V. εἶδεσιν P. ἀναγραφο-
μένος (sic) P. 11. ἐν ἄρα] in ras. post ras. 3 litt. m. 1 B.
τριγώνοις] om. p. 13. ἐστι] ταῖς φ. 14. εἶδεσιν P.
Sequitur alia demonstratio, u. app. 16. λη' F p. 17. συν-

[prop. XIX coroll.]. quare ut $\Gamma B : B\Delta$, ita figura in ΓB descripta ad figuram in BA similem et similiter descriptam. eadem de causa erit etiam ut $B\Gamma : \Gamma\Delta$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam.¹⁾ quare etiam ut $B\Gamma : B\Delta + \Delta\Gamma$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA et $\Delta\Gamma$ similes et similiter descriptas.²⁾ sed $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma$. itaque etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA , $\Delta\Gamma$ similibus et similiter descriptis.³⁾

Ergo in triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis; quod oportebat fieri.

XXXII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus proportionalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ duo latera BA , $\Delta\Gamma$ duobus lateribus $\Delta\Gamma$, ΔE proportionalia habentes, ita ut sit $AB : \Delta\Gamma = \Delta\Gamma : \Delta E$, et AB parallelum

1) Nam $AB\Gamma \sim \Delta\Gamma E$. itaque $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma A : \Gamma \Delta$.

2) Sint figurae in $B\Gamma$, $\Delta\Gamma$, AB descriptae a , b , c . demonstrauimus $B\Gamma : B\Delta = a : c$, $B\Gamma : \Gamma\Delta = a : b$. itaque

$B\Gamma : a = \Gamma\Delta : b = B\Delta : c$. $\Gamma\Delta : B\Delta = b : c$.

$\Gamma\Delta + B\Delta : B\Delta = b + c : c$.

$\Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Delta : c = B\Gamma : a$. $B\Gamma : \Gamma\Delta + B\Delta = a : b + c$.

3) Nam $B\Gamma : a = \Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Gamma : b + c$. quare $a = b + c$ [V, 9].

τεθῆ] προστεθῆ V, corr. m. 2.

$\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ V. ΔE] ΓE P.

e corr. m. 2 V. 25. οὕτω P.

20. τοῦ τριγώνου V.

24. AB] BA FV.

$\Delta\Gamma$] e corr. m. 2 V.

23.

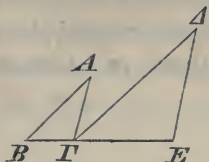
$\Delta\Gamma$] A

μὲν AB τῇ $\Delta\Gamma$, τὴν δὲ AG τῇ ΔE . λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ GE .

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $\Delta\Gamma$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ AG , αἱ ἐναλλάξ γω-
 5 νῆαι αἱ ὑπὸ BAG , $AG\Delta$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῇ ὑπὸ $AG\Delta$ ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ BAG τῇ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ $AB\Gamma$, ΔGE μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ A μιᾷ γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχον-
 10 τα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν BA πρὸς τὴν AG , οὕτως τὴν $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν ΔE , ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔGE τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔGE . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $AG\Delta$ τῇ ὑπὸ BAG ἴση. ὅλη
 15 ἄρα ἡ ὑπὸ AGE δυοῖ ταῖς ὑπὸ $AB\Gamma$, BAG ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείμεθω ἡ ὑπὸ AGB . αἱ ἄρα ὑπὸ AGE , AGB ταῖς ὑπὸ BAG , AGB , GBA ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ BAG , $AB\Gamma$, AGB δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ AGE , AGB ἄρα δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι
 20 εἰσίν. πρὸς δὴ τινι εὐθείᾳ τῇ AG καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ δύο εὐθεῖαι αἱ $B\Gamma$, GE μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ AGE , AGB δυοῖν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ GE .

25 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν

3. $\Delta\Gamma$] AG φ (non F). 4. αἱ] mutat. in καί m. rec. F, καί p. 5. BAG] " $AB\Gamma$ " F. εἰσίν V p. 6. $AG\Delta$] " $A'\Gamma\Delta$ " F. ἐστὶν ἴση V. 10. δέ] comp. supra m. 1 F. 11. BA] AB P. AG] in ras. m. rec. V, ΓA F. 12. ἐστίν P. ΔGE] P; " $\Delta'GE$ " F; $\Gamma\Delta E$ Bp et in ras. m. 2 V. 13. ΔGE γωνία V. 14. BAG] ΓA supra scr. B m. 1 F. 15. ἴση ἐστίν] P, V m. 1, comp. p; ἴση ἐστὶ BF; ἴσαι εἰσίν V m. 2. 17. BAG]



lateri $\Delta\Gamma$, $A\Gamma$ autem lateri ΔE parallelum. dico, $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta esse.

nam quoniam AB rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, et in eas incidit recta $A\Gamma$, alterni anguli BAG , $A\Gamma\Delta$ aequales sunt [I, 29]. eadem de causa etiam

$\angle \Gamma\Delta E = A\Gamma\Delta$. quare etiam $\angle BAG = \Gamma\Delta E$. et quoniam duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ unum angulum, qui ad A positus est, uni angulo, qui ad Δ positus est, aequalem habentes et latera aequales angulos comprehenduntia proportionalia,

$BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$, erit $\triangle AB\Gamma$ triangulo $\Delta\Gamma E$ aequiangulus [prop. VI]. quare
 $\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E$.

sed demonstratum est, esse etiam $\angle A\Gamma\Delta = BAG$. quare erit $\angle A\Gamma E = AB\Gamma + BAG$. communis adiciatur $\angle A\Gamma B$. itaque

$A\Gamma E + A\Gamma B = BAG + A\Gamma B + \Gamma B A$.
 uerum $BAG + AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $A\Gamma E + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. itaque ad rectam $A\Gamma$ et punctum eius Γ duae rectae $B\Gamma$, ΓE non ad eandem partem positae angulos deinceps positos $A\Gamma E$, $A\Gamma B$ duobus rectis aequales efficiunt; itaque $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta sunt [I, 14].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus

P; $B''A'\Gamma$ F; ΓAB BVp. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ P. ΓBA] supra
 scr. F; $A\Gamma B$ P. 18. $\alpha\lambda\lambda'$ $\alpha\lambda$ — 19: $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] om. P. $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ V. $A\Gamma B$] ΓBA V. 19. $\epsilon\lambda\sigma\iota$ BVp. 20. $\epsilon\lambda\sigma\iota$ BV.

τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔδονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

λγ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὧσι βεβηκνῶσι.

- 10 Ἐστῶσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ , καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς H , Θ γωνίαι ἔστῶσαν αἱ ὑπὸ $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$ περιφέρεια πρὸς τὴν EZ περιφέρειαν, οὕτως ἡ τε ὑπὸ $BH\Gamma$
15 γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Theta Z$ καὶ ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ πρὸς τὴν ὑπὸ $E\Delta Z$.

- Κείσθῶσαν γὰρ τῇ μὲν $B\Gamma$ περιφερείᾳ ἴσαι κατὰ τὸ ἐξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓK , $K\Lambda$, τῇ δὲ EZ περιφερείᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ZM , MN , καὶ ἐπεζεύχ-
20 θῶσαν αἱ HK , HA , ΘM , ΘN .

Ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ $B\Gamma$, ΓK , $K\Lambda$ περιφέρειαι

XXXIII. Cfr. Zenodorus ap. Theon. in Ptolem. p. 11 Bas.

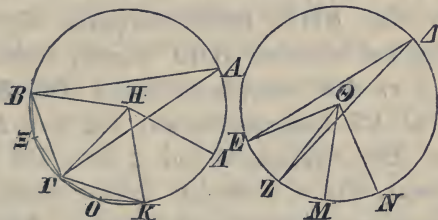
3. πλευραί] om. p. 5. λθ' p et F, corr. m. rec. 7. λόγον ἔχουσι V. τὰς περιφερείας, corr. m. 2 V. 8. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις] mg. m. rec. P. 9. ὧσιν PB. βεβηκνῶσι] post hoc uocabulum add. Theon: ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἄτε (οἷτε F) πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι (συνεστάμενοι F) (BFVp), P m. rec. 12. $BH\Gamma$] litt. $H\Gamma$ in ras. F. $E\Theta Z$] E in ras. m. 1 B. 16. Post $E\Delta Z$ add. Theon: καὶ ἔτι (ἐστι comp. p) ὁ $HB\Xi\Gamma$ (in ras. m. 2 V, $HBZ\Gamma$ P et seq. ras. F) τομεὺς πρὸς τὸν ΘEPZ (in ras. m. 2 V) τομέα (BFVp);

aequalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

In circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.¹⁾

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et ad centra eorum H , Θ positi sint anguli $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus



autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse

arc. $B\Gamma$: arc. EZ = $\angle BH\Gamma$: $E\Theta Z$ = $BA\Gamma$: $E\Delta Z$.

ponantur enim deinceps arcui $B\Gamma$ aequales quotlibet arcus ΓK , $K\Lambda$, arcui autem EZ quotlibet aequales ZM , MN , et ducantur HK , $H\Lambda$, ΘM , ΘN .

iam quoniam arcus $B\Gamma = \Gamma K = K\Lambda$, erit etiam

1) De interpolationibus Theonis lin. 9 et lin. 16 cfr. p. 183 not. 1; om. Campanus VI, 32.

ἀλλήλαις, ἴσαι εἰςὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΓΗΚ, ΚΗΛ
 γωνίαι ἀλλήλαις· ἴσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΛ περι-
 φέρεια τῆς ΒΓ, τοσανταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ
 γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσαπλα-
 5 σίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ, τοσανταπλασίων
 ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΖ. εἰ ἄρα
 ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴση
 ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ, καὶ εἰ
 μείζων ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας,
 10 μείζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ,
 καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγε-
 θῶν, δύο μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ, δύο δὲ γω-
 νιῶν τῶν ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ
 περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας ἰσάκεις πολλα-
 15 πλασίων ἢ τε ΒΛ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γω-
 νία, τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γω-
 νίας ἢ τε ΕΝ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ γωνία.
 καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς
 ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία
 20 τῆς ὑπὸ ΕΘΝ γωνίας, καὶ εἰ ἴση, ἴση, καὶ εἰ ἐλάσσων,
 ἐλάσσων. ἔστιν ἄρα, ὥς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν
 ΕΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ.
 ἀλλ' ὥς ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ,
 οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασία
 25 γὰρ ἑκατέρω ἑκατέρως. καὶ ὥς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς
 τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ἢ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία
 πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν
 ὑπὸ ΕΔΖ.

1. ἴσαι ἀλλήλαις PV; in P ἴσαι del. m. rec. εἰσὶν PBF.
 2. ΒΛ] Λ eras. F. 3. ἐστὶν P. 5. ἐστὶ F. 6. ὑπὸ
 ΕΘΖ] ΕΘΖ BFP. 8. ἐστὶν P. εἰ] in ras. P. 10. ἐστὶν P.

$\angle BH\Gamma = \Gamma HK = KHA$ [III, 27]. itaque quoties multiplex est BA arcus $B\Gamma$, toties multiplex est etiam $\angle BHA$ anguli $BH\Gamma$. eadem de causa quoties multiplex est NE arcus EZ , toties multiplex est etiam $\angle NOE$ anguli EOZ . iam si $BA = EN$, erit etiam $\angle BHA = EON$, et si $BA > EN$, erit etiam $\angle BHA > EON$, et si $BA < EN$, erit

$$\angle BHA < EON.$$

ergo datis quattuor magnitudinibus, duobus arcibus $B\Gamma$, EZ et duobus angulis $BH\Gamma$, EOZ , sumpti sunt arcus $B\Gamma$ et anguli $BH\Gamma$ aequae multiplices arcus BA et angulus BHA , arcus autem EZ et anguli EOZ arcus EN et angulus EON . et demonstratum est, si arcus BA arcum EN superet, etiam $\angle BHA$ angulum EON superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque [V def. 5] erit arc. $B\Gamma$: arc. $EZ = \angle BH\Gamma$: EOZ . sed

$$\angle BH\Gamma : EOZ = \angle BAG : EAZ$$
 [V, 15];

nam uterque utroque duplo maior est [III, 20]. quare etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \angle BH\Gamma : EOZ = BAG : EAZ.$$

11. ἐλάττων ἐλάττων F. 12. μὲν] supra F. δέ] supra F.
 13. $E\Theta Z$] ΘEZ F. 17. γωνία] add. m. 2 F. 20. γωνίας]
 P; om. Theon (BFVp). ἐλάττων F. 21. ἐλάσσων] comp. F.
 ἡ] om. V. 22. $BH\Gamma$] Γ add. m. 2 V. 24. διπλασίων V.
 25. γὰρ ἐστιν Bp. 27. ὑπὸ $E\Theta Z$] $E\Theta Z$ P. ὑπὸ] ὑ-
 supra m. 1 P.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὅσι βεβηκνῆται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

-
1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ἐ seq. ras. 2 litt. F.
 2. βεβήκασιν p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκνῆται] καὶ τὰ ἐξῆς p.
 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὧσιν B. In
 fine libri Εὐκλείδου στοιχείων Σ' PB, Εὐκλείδου στοιχείων
 τῆς Θέωνος ἐκδόσεως Σ' F.
-

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.¹⁾

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

ζ'.

Ὅροι.

α'. Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται.

β'. Ἀριθμὶς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον
5 πλῆθος.

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

δ'. Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος,
10 ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ς'. Ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ δίχα διαιρούμενος.

ζ'. Περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ [ὁ] μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

η'. Ἀρτιάκισ ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ὑπὸ
15 ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

θ'. Ἀρτιάκισ δὲ περισσὸς ἐστὶν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Def. 3—5: Psellus p. 7. 6—7: Martianus Capella VII, 748.
8. Iamblichus in Nicom. p. 27. Philop. in Nicom. ed. Hoche
1864 p. 16. 9. Iamblichus p. 31.

1. ὅροι] om. PB. numeros om. codd. 2. ἐστι PBFp.
ἣν] ὃ BFV. 10. ἐλάττωνος V. 12. ὁ] om. P. 14. προσ-
υπακουστέον· μόνον P mg. m. 1. 16. ἐστίν] ἀριθμὸς ἐστίν P,
ἐστίν ἀριθμὸς p. κἀνταῦθα προσυπακουστέον· μόνον mg. m. 1 P.
τοῦ ἀρτίου deleteo τοῦ V.

VII.

Definitiones.

1. Unitas est ea, secundum quam unaquaeque res una nominatur.

2. Numerus autem est multitudo ex unitatibus composita.

3. Pars est minor numerus maioris, ubi maiorem metitur.

4. Partes autem, ubi non metitur.

5. Multiplex autem maior minoris, ubi minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui in duas partes aequales diuiditur.

7. Impar autem, qui in duas partes aequales non diuiditur, siue qui unitate differt a pari numero.

8. Pariter par est numerus, quem par numerus secundum parem numerum metitur.¹⁾

9. Pariter autem impar est, quem par numerus secundum imparem numerum metitur.²⁾

1) Def. 8 scriptor nescio quis, qui Philoponi commentarium in Nicomachum retractauit, apud Hoche Philop. 1865 p. V in quibusdam ἀντιγραφοῖς ita inuenit expressam: ἀρτιάριος ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος, de qua scriptura falsa u. Studien p. 200.

2) De def. ι' interpolata u. Studien p. 198 sq.; om. ed Basil. et Gregorius.

[ι'. Περισσάκεις ἄρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν].

ια'. Περισσάκεις δὲ περισσὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν
5 ἀριθμόν.

ιβ'. Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

ιγ'. Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

10 ιδ'. Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.

ιε'. Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

ις'. Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγε-
15 ται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκεις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηται τις.

ιζ'. Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-
λους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται,
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους
20 ἀριθμοί.

ιη'. Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστιν,
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους
ἀριθμοί.

12. Iamblichus p. 42. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 13. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 14. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 16—17. Psellus p. 6. 18—20. Psellus p. 7.

1. δὲ ἄρτιος P, litt. ἄρτ- in ras. ἄρτιος ἀριθμός p. προσ-
υπακουστέον· καὶ κατὰ ἄρτιον mg. m. 1 P. 3. ἀριθμός]

10. Impariter autem impar numerus est, quem impar numerus secundum imparem numerum metitur.

11. Primus numerus est, quem unitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos unitas sola communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, ubi quot sunt in eo unitates, toties componitur numerus multiplicatus, et oritur aliquis numerus.

16. Ubi autem duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus planus uocatur, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

17. Ubi autem tres numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus solidus est, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

18. Quadratus numerus est aequaliter aequalis, siue qui duobus aequalibus numeris comprehenditur.

om. V. 8. δὲ πρὸς P. 14. πολυπλασιάζειν PBp. 16. πολλαπλασιαζόμενος] -ζόμενος e corr. m. 2 p. 18. ποιῶσιν PB. 22. ποιῶσιν B. ἔστιν] F, comp. p; ἐστι P, Psellus; καλεῖται BV. 23. Supra οἱ in P m. rec. δύο.

ιθ'. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστὶν ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἢ [ὁ] ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κ'. Κύβος δὲ ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἰσάκῃς ἢ [ὁ] ὑπο τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

5 κα'. Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου [ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

κβ'. Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

10 κγ'. Τέλειος ἀριθμός ἐστὶν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν.

α'.

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ αἰὲ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ
15 μείζονος, εἴαν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρήῃ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ [ἀνίσων] ἀριθμῶν τῶν AB , $\Gamma\Delta$ ἀνθυφαιρουμένου αἰὲ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ο
20 λειπόμενος μηδέποτε καταμετρεῖται τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω, ὅτι οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τουτέστιν ὅτι τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ μονάς μόνῃ μετρεῖ.

25 Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖται, καὶ

23. Martianus Capella VII, 753.

2. ὁ] om. PB. 3. ὁ] om. P. 4. ἴσων] om. P; mg.
m. 1 V, supra m. 2 B; hab. Psellus, Fp. ἀριθμῶν ἴσων P.
6. Ante ἰσάκῃς in F add. ἢ; idem V supra scr. m. 1. 10.

19. Cubus autem est aequaliter aequalis aequaliter, siue qui tribus aequalibus numeris comprehenditur.

20. Numeri proportionales sunt, ubi primus secundi et tertius quarti aut aequae multiplex est aut eadem pars aut eadem partes.

21. Similes numeri plani et solidi sunt, qui latera proportionalia habent.

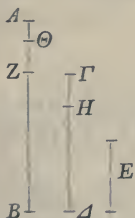
22. Perfectus numerus est, qui partibus suis aequalis est.

I.

Datis duobus numeris inaequalibus et minore semper uicissim a maiore subtracto, si reliquus nunquam proxime antecedentem metitur, donec relinquitur unitas, numeri ab initio dati primi erunt inter se.

Nam duorum numerorum AB , $\Gamma\Delta$ minore semper uicissim a maiore subtracto reliquus ne metiatur unquam proxime antecedentem, donec relinquitur unitas. dico, numeros AB , $\Gamma\Delta$ inter se primos esse, hoc est, unitatem solam numeros AB , $\Gamma\Delta$ metiri.

nam si AB , $\Gamma\Delta$ inter se primi non erunt, aliquis numerus eos metietur. metiatur et sit E . et $\Gamma\Delta$



ἐαυτοῦ] αὐτοῖς V, corr. in αὐτοῦ m. 2.

13. δύο] P; ἐὰν δύο Theon (BFVp).

eras. F. ἀνθυφαιρομένου V; corr. m. 2.

Theon (BFVp). 15. ἐάν] P; om. Theon (BFVp). Post

λειπόμενος ras. 2 litt. V. 16. ληφθῇ V. 19. ἀνίσων] om. P.

τῶν] τῷ F, ν add. m. 2. ἀνθυφαιρομένου F. 21. πρὸ] su-

pra m. 2 V. 22. ληφθῇ V. 23. εἰσί Vp. 26. ἀριθμὸς αὐ-

τοῦς F. μετρήτω P, corr. m. rec.

12. α'] om. V.

ἐκκειμένων] ἐκ-

14. δέ] P; om.

Post

19. ἀνίσων] om. P.

21. πρὸ] su-

26. ἀριθμὸς αὐ-

ἔστω ὁ E · καὶ ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ τὸν BZ μετρῶν λειπέτω
 ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ZA , ὁ δὲ AZ τὸν ΔH μετρῶν
 λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν $H\Gamma$, ὁ δὲ $H\Gamma$ τὸν $Z\Theta$
 μετρῶν λειπέτω μονάδα τὴν ΘA .

- 5 Ἐπεὶ οὖν ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ, ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BZ
 μετρεῖ, καὶ ὁ E ἄρα τὸν BZ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
 ὅλον τὸν BA · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν AZ μετρήσει.
 ὁ δὲ AZ τὸν ΔH μετρεῖ· καὶ ὁ E ἄρα τὸν ΔH
 μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν $\Delta\Gamma$ · καὶ λοιπὸν ἄρα
 10 τὸν ΓH μετρήσει. ὁ δὲ ΓH τὸν $Z\Theta$ μετρεῖ· καὶ ὁ
 E ἄρα τὸν $Z\Theta$ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ZA ·
 καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν $A\Theta$ μονάδα μετρήσει ἀριθμὸς
 ὢν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς AB , $\Gamma\Delta$
 ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμὸς· οἱ AB , $\Gamma\Delta$ ἄρα
 15 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς
 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον
 εὗρεῖν.

- 20 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους οἱ AB , $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ τῶν AB , $\Gamma\Delta$
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὗρεῖν.

1. BZ] PF; AB BVp, P m. rec.; γρ. τὸν AB F mg. m. 1.
 2. ΔH] PF; $\Delta\Gamma$ BVp, P m. rec., γρ. τὸν $\Delta\Gamma$ mg. m. 1 F.
 3. $H\Gamma$] ΓH P. $H\Gamma$] ΓH P. $Z\Theta$] PF; ZA Bp et A
 in ras. V, P m. rec., F m. 2. 5. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ V in ras., p.
 BZ] ZB P. 6. BZ] ZB P. 7. τόν] τό p. BA] AB Pp.
 ἄρα] supra comp. F. τόν] τό p. μετρήσει ὁ E V. 9.
 μετρεῖ] (prius) PF; μετρήσει BVp, F e corr. m. 1. τόν]
 τό p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 10. τόν] τό p. μετρήσει ὁ E V.
 11. μετρεῖ] (prius) supra m. 2 V. καί] bis F. 21.

numerum BZ metiens relinquat¹⁾ se ipso minorem ZA , AZ autem numerum ΔH metiens se ipso minorem relinquat $H\Gamma$, $H\Gamma$ autem numerum $Z\Theta$ metiens relinquat unitatem ΘA .

iam quoniam E metitur $\Gamma\Delta$, et $\Gamma\Delta$ metitur BZ , etiam E metitur BZ . uerum etiam totum BA metitur; quare etiam reliquum AZ metietur. sed AZ metitur ΔH . quare etiam E metitur ΔH . uerum etiam totum $\Delta\Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓH metietur. sed ΓH metitur $Z\Theta$. quare etiam E metitur $Z\Theta$. uerum etiam totum ZA metitur. quare etiam quae relinquitur, unitatem $A\Theta$ metietur, cum ipse numerus sit; quod fieri non potest. itaque non metietur numeros AB , $\Gamma\Delta$ numerus aliquis. ergo AB , $\Gamma\Delta$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.²⁾

II.

Datis duobus numeris non inter se primis maximam mensuram communem inuenire.

Sint duo numeri dati non primi inter se AB , $\Gamma\Delta$. oportet igitur numerorum AB , $\Gamma\Delta$ maximam mensuram communem inuenire.

1) Sc. ex AB . neque enim dubitari potest, quin BZ in P et optimo Theoninorum seruatum uera sit scriptura, cum $\mu\epsilon\tau\epsilon\sigma\epsilon\iota\nu$ semper apud Euclidem significet: sine residuo metiri, cfr. lin. 5, 8. eadem est ratio lin. 2—3 et p. 192, 11 sq.

2) Retinui in libris VII—IX figuras codd., id quod ipsa res suadere uidebatur, uelut statim ratio prop. I; nam ii, qui pro lineis puncta substituunt, et in alias difficultates incurrunt et ad certos numeros confugere coguntur, quod ab Euclide alienissimum est.

Εἰ μὲν οὖν ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν AB μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ο $\Gamma\Delta$ ἄρα τῶν $\Gamma\Delta$, AB κοινὸν μέτρον ἐστίν. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ $\Gamma\Delta$ τὸν $\Gamma\Delta$ μετρήσει.

- 5 Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν AB , τῶν AB , $\Gamma\Delta$ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειψθήσεται τις ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οἱ λειψθήσεται· εἰ δὲ μὴ, ἔδονται οἱ AB , $\Gamma\Delta$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ
10 ὑπόκειται. λειψθήσεται τις ἄρα ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ τὸν BE μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν EA , ὁ δὲ EA τὸν ΔZ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν $Z\Gamma$, ὁ δὲ ΓZ τὸν AE μετρεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ ΓZ τὸν AE μετρεῖ,
15 ὁ δὲ AE τὸν ΔZ μετρεῖ, καὶ ὁ ΓZ ἄρα τὸν ΔZ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν $\Gamma\Delta$ μετρήσει. ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BE μετρεῖ· καὶ ὁ ΓZ ἄρα τὸν BE μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν EA · καὶ ὅλον ἄρα τὸν BA μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν $\Gamma\Delta$ · ὁ ΓZ
20 ἄρα τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ μετρεῖ. ὁ ΓZ ἄρα τῶν AB , $\Gamma\Delta$ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ὁ ΓZ τῶν AB , $\Gamma\Delta$ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς AB , $\Gamma\Delta$ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ ΓZ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ H .
25 καὶ ἐπεὶ ὁ H τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ, ὁ δὲ $\Gamma\Delta$ τὸν BE με-

2. $\Gamma\Delta$, AB] AB , $\Gamma\Delta$ P. ἐστὶ BFV; comp. p. 5. δέ] δ' F. 6. αἰεὶ Theon (BFVp). ἐλάττονος FV. 7. ληφθήσεται Vp, corr. m. 1. 8. ληφθήσεται p; P, corr. m. rec. 10. ληφθήσεται p. ἄρα] supra m. 1 F. ἄρα τις V. ὅς] supra m. 1 F; mg. m. rec. B. 11. BE] PF; AB BVp, P m. rec., γρ. τὸν AB mg. m. 1 F. 12. ΔZ] PF; ΓΔ p; ΔΓ B, V in ras. m. 2, P m. rec; τὸν ΔΓ F mg. m. 1. 13.

iam si $\Gamma\Delta$ metitur AB , et etiam se ipsum metitur, $\Gamma\Delta$ communis erit mensura numerorum $\Gamma\Delta$, AB . et adparet, eum etiam maximam esse. neque enim ullus numerus numero $\Gamma\Delta$ maior metietur $\Gamma\Delta$.

at si $\Gamma\Delta$ non metitur AB , minore numerorum AB , $\Gamma\Delta$ semper uicissim a maiore subtracto relinquetur numerus aliquis, qui proxime antecedentem metietur. unitas enim non relinquetur; sin minus, AB , $\Gamma\Delta$ inter se primi erunt [prop. I]; quod contra hypothesim est. ergo numerus aliquis relinquetur, qui proxime antecedentem metietur. et $\Gamma\Delta$ metiens BE relinquat se

ipso minorem EA , EA autem ΔZ metiens relinquat se ipso minorem $Z\Gamma$, ΓZ autem AE metiatur. iam quoniam ΓZ metitur AE , AE autem ΔZ metitur, etiam ΓZ metietur ΔZ . uerum etiam se ipsum metitur. quare etiam totum $\Gamma\Delta$ metietur. sed $\Gamma\Delta$ metitur BE ; quare etiam ΓZ metitur BE . uerum etiam EA metitur. quare etiam totum BA metietur. uerum etiam $\Gamma\Delta$ metitur. ergo ΓZ metitur AB , $\Gamma\Delta$. itaque ΓZ communis est mensura numerorum AB , $\Gamma\Delta$. dico iam, eum etiam maximam esse. nam si ΓZ numerorum AB , $\Gamma\Delta$ communis mensura maxima non est, aliquis numerus maior numero ΓZ numeros AB , $\Gamma\Delta$ metietur. metiatur, et sit H . et quoniam H metitur $\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta$ autem BE

$Z\Gamma$] ΓZ BV p. δέ] om. B. 14. Ante ἐπεὶ in V est: ὁ δὲ EA (in ras. m. 2) ἑαυτοῦ ἐλάσσονα οὐ μετρεῖ τὸ (τὸν m. 2) ΓZ . 21. ἐστὶ BV, comp. p.

τρεῖς, καὶ ὁ H ἄρα τὸν BE μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν BA · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν AE μετρήσει. ὁ δὲ AE τὸν AZ μετρεῖ· καὶ ὁ H ἄρα τὸν AZ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν AG · καὶ λοιπὸν ἄρα
 5 τὸν GZ μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς AB , GA ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ GZ · ὁ GZ ἄρα τῶν AB , GA μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

10 Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς
 15 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὕρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ A , B , Γ · δεῖ δὴ τῶν A , B , Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὕρεῖν.

20 Εἰλήφθω γάρ δύο τῶν A , B τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ · ὁ δὲ Δ τὸν Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρεῖτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς A , B · ὁ Δ ἄρα τοὺς A , B , Γ μετρεῖ· ὁ Δ ἄρα τῶν A , B , Γ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον.

3. μετρεῖ· καί] corr. ex μετρήσει m. 1 p. τὸν AZ ἄρα F. μετρήσει] μετρεῖ P. 4. τὸν] corr. ex τὸ m. 1 p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ p. 5. ἐστίν] om. B. 8. ἐστιν PV. 10. τοῦτο P, sed corr. 12. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. B F V p. 19. μέτρον] bis p. 20. δύο γάρ p. 22. μετρεῖ] (alt.) om. F. 24. ἐστίν] comp. Fp; ἐστὶ PB V. δὴ] om. P.

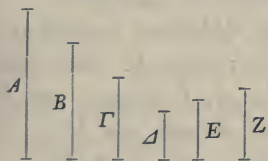
metitur, etiam H metitur BE . uerum etiam totum BA metitur. quare etiam reliquum AE metietur. sed AE metitur ΔZ . quare etiam H metietur ΔZ . uerum etiam totum $\Delta \Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓZ metietur maior minorem; quod fieri non potest. ergo numeros AB , $\Gamma \Delta$ non metietur numerus maior numero ΓZ . ergo ΓZ maxima est communis mensura numerorum AB , $\Gamma \Delta$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si numerus duos numeros metiatur, eum etiam maximam eorum mensuram communem mensurum esse.¹⁾ — quod erat demonstrandum.

III.

Datis tribus numeris non primis inter se maximam mensuram communem inuenire.



Sint tres numeri dati non primi inter se A , B , Γ . oportet igitur numerorum A , B , Γ maximam mensuram communem inuenire.

sumatur enim duorum numerorum A , B maxima mensura communis Δ [prop. II]. Δ igitur aut metitur Γ aut non metitur. prius metiatur. metitur autem etiam A , B . Δ igitur numeros A , B , Γ meti-

1) Nam H et AB , $\Gamma \Delta$ et communem eorum mensuram maximam ΓZ metitur (p. 194, 5).

εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ὁ Δ τῶν A, B, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Δ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ E . ἐπεὶ οὖν ὁ E τοὺς A, B, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς A, B ἄρα
 5 μετρήσει· καὶ τὸ τῶν A, B ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ . ὁ E ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει μείζων ὢν
 10 τοῦ Δ . ὁ Δ ἄρα τῶν A, B, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον.

Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ Δ τὸν Γ . λέγω πρῶτον, ὅτι οἱ Γ, Δ οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B, Γ οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει
 15 τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. ὁ δὴ τοὺς A, B, Γ μετρῶν καὶ τοὺς A, B μετρήσει, καὶ τὸ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸν Δ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ . τοὺς Δ, Γ ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει· οἱ Δ, Γ ἄρα οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω
 20 οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ E . καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ, ὁ δὲ Δ τοὺς A, B μετρεῖ, καὶ ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ . ὁ E ἄρα τοὺς A, B, Γ μετρεῖ· ὁ E ἄρα τῶν A, B, Γ κοινόν ἐστι μέτρον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ
 25 γὰρ μὴ ἐστὶν ὁ E τῶν A, B, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν

1. γάρ] corr. ex γα m. 2 P. κοινὸν μέγιστον V. 3. ὢν] om. V. 4. οὖν] om. BFr. 7. E] corr. ex Γ m. 2 F.
 8. ἐστὶν] om. Fr. 9. ἀριθμὸς] om. F. τις] om. P. ὢν] om. P. 12. μὴ] supra F. 13. Γ, Δ] Δ, Γ BVp.
 15. ἀριθμὸς αὐτοὺς F. τοὺς] corr. ex τοῦ m. rec. F. 17. τόν] τό FV. μετρήσει τὸν Δ p. 18. ἀριθμούς] m. 2 V; om. BF. ἀριθμός] F, ἀριθμούς φ. 21. μετρεῖ] (alt.)

tur. quare Δ communis mensura est numerorum A, B, Γ . dico, eundem maximam esse. nam si Δ numerorum A, B, Γ maxima mensura communis non est, numerus aliquis numero Δ maior numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit E . iam quoniam E numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur. quare etiam maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum maxima mensura communis numerorum A, B est Δ . itaque E metitur Δ maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero Δ . ergo Δ maxima est mensura communis numerorum A, B, Γ .

iam ne metiatur Δ numerum Γ . dico primum, numeros Γ, Δ non esse primos inter se. nam quoniam A, B, Γ primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. qui autem A, B, Γ metitur, etiam A, B metietur, et Δ maximam mensuram communem numerorum A, B metietur [prop. II coroll.]. uerum etiam Γ metitur. quare numeros Δ, Γ numerus aliquis metietur. itaque Δ, Γ primi non sunt inter se. sumatur igitur eorum maxima mensura communis E [prop. II]. et quoniam E metitur Δ, Δ autem A, B metitur, etiam E metitur A, B . uerum etiam Γ metitur. E igitur A, B, Γ metitur. quare E numerorum A, B, Γ communis est mensura. iam dico, eundem maximam esse. nam si E numerorum A, B, Γ

bis F. καὶ ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ] mg. m. 2 B. 23.
 Γ] insert. m. rec. B. κοινόν] bis P, sed. corr. 24. δὴ]
om. P. 25. τό] om. p.

μέτρον, μετρήσει τις τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθ-
 μὸς μείζων ὢν τοῦ E . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Z . καὶ
 ἐπεὶ ὁ Z τοὺς A, B, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς A, B μετρεῖ·
 καὶ τὸ τῶν A, B ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον με-
 5 τρήσει. τὸ δὲ τῶν A, B μέγιστον κοινὸν μέτρον
 ἐστὶν ὁ Δ . ὁ Z ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
 τὸν Γ . ὁ Z ἄρα τοὺς Δ, Γ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Δ, Γ
 ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Δ, Γ
 μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ E . ὁ Z ἄρα τὸν
 10 E μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
 τον. οὐκ ἄρα τοὺς A, B, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις
 μετρήσει μείζων ὢν τοῦ E . ὁ E ἄρα τῶν A, B, Γ
 μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

15 Ἄπας ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων
 τοῦ μείζονος ἥτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρος.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ $A, B\Gamma$, καὶ ἔστω ἐλάσ-
 σων ὁ $B\Gamma$. λέγω, ὅτι ὁ $B\Gamma$ τοῦ A ἥτοι μέρος ἐστὶν
 ἢ μέρος.

20 Οἱ $A, B\Gamma$ γὰρ ἥτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰ-
 σὶν ἢ οὐ. ἔστωσαν πρότερον οἱ $A, B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς

1. ἀριθμούς] om. P. 4. ἄρα] om. V. μέτρον] om. P.
 7. τόν] τό F, sed corr. τό] supra m. 1 P. Δ, Γ] e corr.
 m. 2 V. 11. ἀριθμούς] comp. F; om. Vp. 13. ἐστὶν V.
 Post μέτρον add. BV: τριῶν ἄρα ἀριθμῶν δοθέντων ἡῤῥηται
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. δεῖξαι] P; ποιῆσαι Theon (BFVp).
 Seq. in p, B in mg. imo m. 1, V mg. m. 2: πόρισμα. ἐκ δὴ
 (eras. B) τούτου (τούτων V) φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς
 ἀριθμοὺς μετρή, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρή-
 σει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων
 πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν (om. Vp) κοινὸν μέτρον
 εὐρίσκεται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει. Praeterea V in textu

maxima non est mensura communis, numerus aliquis maior numero E numeros A, B, Γ metietur. metiatur et sit Z . et quoniam Z numeros A, B, Γ metitur, etiam A, B metitur; quare etiam maximam numerorum A, B mensuram communem metietur [prop. II coroll.]. uerum numerorum A, B maxima mensura communis est Δ . Z igitur Δ metitur. uerum etiam Γ metitur. Z igitur Δ, Γ metitur. quare etiam numerorum Δ, Γ maximam mensuram communem metitur. uerum numerorum Δ, Γ maxima mensura communis est E . Z igitur E metitur maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros A, B, Γ non metietur numerus maior numero E . ergo E maxima est communis mensura numerorum A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.¹⁾

IV.

Minor numerus maioris semper aut pars est aut partes.

Sint duo numeri $A, B\Gamma$, et minor sit $B\Gamma$. dico $B\Gamma$ numeri A aut partem aut partes esse.

nam $A, B\Gamma$ aut primi sunt inter se aut non primi. prius $A, B\Gamma$ primi sint inter se. diuiso igitur $B\Gamma$

1) Cfr. p. 194, 12. proprie nec δεῖξαι nec ποιῆσαι, sed εὐρεῖν dicendum erat (Studiën p. 62); nam propp. II—III πορίσματα sunt (ib. p. 61). inde consecuta est uariatio scripturae.

habet: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ πλείονων ἀριθμῶν δοθέντων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὐρήσομεν. 15. Ἄπας] Ἄ littera

initialis add. m. 2, ut semper fere, V; eras. B; habent Ppφ.

17. ἐλάττων F. 18. λέγω ὅτι] in ras. φ. ὁ $B\Gamma$ τοῦ A] eras. F. 21. πρότεροι V. οἱ $A, B\Gamma$] mg. V.

ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ $B\Gamma$ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας ἔσται ἐκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ $B\Gamma$ μέρος τι
τοῦ A . ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ $B\Gamma$ τοῦ A .

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ A , $B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
5 λους· ὁ δὴ $B\Gamma$ τὸν A ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ
μὲν οὖν ὁ $B\Gamma$ τὸν A μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ $B\Gamma$
τοῦ A . εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν A , $B\Gamma$ μέγιστον κοι-
νὸν μέτρον ὁ Δ , καὶ διηρήσθω ὁ $B\Gamma$ εἰς τοὺς τῷ Δ
ἴσους τοὺς BE , EZ , $Z\Gamma$. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν A με-
10 τρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ Δ τοῦ A . ἴσος δὲ ὁ Δ ἐκάστῳ
τῶν BE , EZ , $Z\Gamma$. καὶ ἐκαστος ἄρα τῶν BE , EZ , $Z\Gamma$
τοῦ A μέρος ἐστίν· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ $B\Gamma$ τοῦ A .

Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων
τοῦ μείζονος ἦτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὅπερ ἔδει
15 δεῖξαι.

ε'.

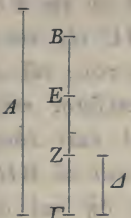
Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος
ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ συναμφοτέρως
συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ
20 εἶς τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A [ἀριθμοῦ] τοῦ $B\Gamma$ μέρος ἔστω,
καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ EZ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ
ὁ A τοῦ $B\Gamma$. λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρως ὁ A , Δ
συναμφοτέρου τοῦ $B\Gamma$, EZ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ
25 ὁ A τοῦ $B\Gamma$.

Ἐπεὶ γάρ, ὁ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ $B\Gamma$, τὸ αὐτὸ

1. δὴ] γάρ, supra scr. δὴ F. εἰς αὐτῷ p et F (corr. φ).
2. τι] F; τό φ. 4. οἱ A , $B\Gamma$] om. V. ἀλλήλους οἱ A , $B\Gamma$ V.
7. τὸ μέγιστον BFp. 8. ὁ $B\Gamma$] F; $AB\Gamma$ φ. τῷ] corr.
ex τό p. 9. καὶ] om. BFp. 10. δέ] δὴ P. ἐκατέρω V φ.
11. καὶ] F; ὁ φ. ἄρα τοῦ V. 13. ἐλάττων φ. 18. ἢ]
P; om. BFVp. 21. ἀριθμοῦ] om. P. μέρος] F, μόνος φ.

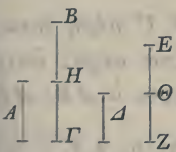
in suas unitates unaquaeque unitas in $B\Gamma$ comprehensa pars aliqua erit numeri A ; quare $B\Gamma$ numeri A partes erunt.

 iam ne sint A , $B\Gamma$ inter se primi. itaque $B\Gamma$ aut metitur A aut non metitur. iam si $B\Gamma$ metitur A , pars est $B\Gamma$ numeri A . sin minus, sumatur numerorum A , $B\Gamma$ maxima mensura communis Δ [prop. II], et diuidatur $B\Gamma$ in partes numero Δ aequales, BE , EZ , $Z\Gamma$. et quoniam Δ metitur A , pars est Δ numeri A . sed $\Delta = BE = EZ = Z\Gamma$. quare etiam unusquisque numerorum BE , EZ , $Z\Gamma$ pars est numeri A . quare $B\Gamma$ partes sunt numeri A .

Ergo minor numerus maioris semper aut pars est aut partes; quod erat demonstrandum.

V.

Si numerus numeri pars est, et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam uterque utriusque eadem pars erit, quae unus unius.

 nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius numerus Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam $A + \Delta$ numeri $B\Gamma + EZ$ eandem partem esse, quae sit A numeri $B\Gamma$.

nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem

22. μέρος] μέρος ἐστίν (-ιν m. 2 e corr.) V. 23. λέγω — 25: $B\Gamma$] mg. m. 2 V. 24. EZ] F, BZ φ. 26. ὅ] supra m. 1 V. τὸ αὐτό] τοῦτο P.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ EZ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
 $B\Gamma$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοὶ εἰσὶ καὶ ἐν τῷ EZ
ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ . διηγήσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τοὺς
τῷ A ἴσους τοὺς BH , $H\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ
5 ἴσους τοὺς $E\Theta$, ΘZ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
 BH , $H\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta$, ΘZ . καὶ ἐπεὶ ἴσος
ἐστὶν ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $E\Theta$ τῷ Δ , καὶ οἱ BH ,
 $E\Theta$ ἄρα τοῖς A , Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ
 $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ . ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ $B\Gamma$
10 ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοὶ εἰσὶ καὶ ἐν τοῖς $B\Gamma$,
 EZ ἴσοι τοῖς A , Δ . ὅσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ $B\Gamma$
τοῦ A , τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ
 $B\Gamma$, EZ συναμφοτέρου τοῦ A , Δ . ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ A τοῦ $B\Gamma$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος
15 ὁ A , Δ συναμφοτέρου τοῦ $B\Gamma$, EZ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος
ἐτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ συναμφοτέρος συν-
αμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς
20 τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω,
καὶ ἕτερος ὁ ΔE ἐτέρου τοῦ Z τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ
ὁ AB τοῦ Γ λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ AB , ΔE

1. ἐστίν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ
corr. ex A m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V.
A] Δ φ. εἰσιν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ BH ἄρα τῷ
 A ἴσος ἐστί (ἐστίν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp).
ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτὰ] ταῦτα V. Post δὴ
add. Theon: καὶ ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστίν (ἐστί V,
comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘZ τῷ Δ .
οἱ $H\Gamma$, ΘZ τοῖς A , Δ] ὁ $H\Gamma$ τῷ A ἴσος ἐστίν, ὁ δὲ ΘZ
τῷ Δ P; ὁ $H\Gamma$ τοῖς $A\Delta$ φ (non F). In emendatione praeiuit

pars est etiam Δ numeri EZ , quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros numero A aequales BH , $H\Gamma$, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam est $BH = A$, $E\Theta = \Delta$, erunt $BH + E\Theta = A + \Delta$. eadem de causa etiam

$$H\Gamma + \Theta Z = A + \Delta.$$

itaque quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem sunt etiam in $B\Gamma + EZ$ numeris $A + \Delta$ aequales. quare quoties multiplex est $B\Gamma$ numeri A , toties multiplex est etiam $B\Gamma + EZ$ numerorum $A + \Delta$. itaque quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem pars etiam $A + \Delta$ sunt numerorum $B\Gamma + EZ$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus numeri partes sũnt, et alius numerus alius numeri eaedem partes, etiam uterque utriusque eaedem partes erunt, quae unus unius.

Nam numerus AB partes sint numeri Γ , et alius ΔE alius Z eaedem partes, quae AB numeri Γ .

Augustus. 9. τοῖς] ἄρα τοῖς V. Δ] Δ ἴσοι εἶσιν V. ὅσοι] ὅσ- in ras. m. 2 F; ἴση φ (non F). εἶσιν] om. P. 10. εἶσιν PB. 12. ἐστίν P. 13. ὅ] om. φ (non F). μέρος] F, μέν φ. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 17. μέρος p. 21. ἀριθ- μοῦ] ἀριθμόν φ (non F). 22. ΔE] E supra m. 1 V. 23. ὅτι συναμφοτέροι οἱ p.

συναμφοτέρου τοῦ Γ , Z τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ AB τοῦ Γ .

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστίν ὁ AB τοῦ Γ , τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔE τοῦ Z , ὅσα ἄρα ἐστίν ἐν τῷ AB
 5 μέρη τοῦ Γ , τσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔE μέρη τοῦ Z . διηγήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ AH , HB , ὁ δὲ ΔE εἰς τὰ τοῦ Z μέρη τὰ $\Delta\Theta$, ΘE .
 ἐσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH , HB τῷ πλῆθει τῶν $\Delta\Theta$, ΘE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστίν ὁ AH τοῦ Γ ,
 10 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $\Delta\Theta$ τοῦ Z , ὃ ἄρα μέρος ἐστίν ο AH τοῦ Γ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ AH , $\Delta\Theta$ συναμφοτέρου τοῦ Γ , Z . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστίν ὁ HB τοῦ Γ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ HB , ΘE συναμφοτέ-
 15 ρου τοῦ Γ , Z . ἃ ἄρα μέρη ἐστίν ὁ AB τοῦ Γ , τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ AB , ΔE συναμφοτέρου τοῦ Γ , Z . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, ὅπερ ἀφαι-
 20 ρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἐσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $\Gamma\Delta$ μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ AE ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓZ . λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος
 25 ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$.

4. ΔE] E e corr. m. 2 F. 5. ἐστὶ] om. B. 6. AH] A corr. ex Δ F. 7. ΔE] $E\Delta$ p. 10. ἐστίν BF. 11. ἐστίν] ἐστὶν καὶ F, sed καὶ del. καὶ] καὶ ὁ p. 13. δὴ] del. m. 2 P. ἐστὶ V. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ] καὶ ὁ $E\Theta$ τοῦ Z . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ τὸ HB τοῦ Γ P. 14. καὶ] καὶ ὁ p. 15. ἃ] supra m. 1 V. 16. ἐστίν PB. 18. ζ'] om. V, in

dico, etiam $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$ easdem partes esse, quae sit AB numeri Γ .

nam quoniam quae partes est AB numeri Γ , eadem est ΔE numeri Z , quot sunt in AB partes numeri Γ , totidem etiam in ΔE sunt partes numeri

Z . diuidatur AB in AH, HB partes numeri Γ , ΔE autem in $\Delta\Theta, \Theta E$ partes numeri Z . itaque multitudo numerorum AH, HB multitudini numerorum $\Delta\Theta, \Theta E$ aequalis erit.

et quoniam quae pars est AH numeri Γ , eadem est etiam $\Delta\Theta$ numeri Z , $AH + \Delta\Theta$ eadem pars erit numerorum $\Gamma + Z$, quae AH numeri Γ [prop. V]. eadem de causa etiam quae pars est HB numeri Γ , eadem pars est $HB + \Theta E$ numerorum $\Gamma + Z$. ergo quae partes est AB numeri Γ , eadem partes sunt $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$; quod erat demonstrandum.

VII.

Si numerus numeri eadem pars est, quae ablatu numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma\Delta$ eadem sit pars, quae ablatu numerus AE ablati ΓZ . dico, etiam reliquum EB reliqui $Z\Delta$ eandem esse partem, quae totus AB sit totius $\Gamma\Delta$.

quo haec prop. a. m. 1 solo signo : ~ a priore dirempta erat; corr. m. 2. 20. ó] supra m. 1 P. 21. ó] supra m. 1 P, om. F. 22. 23. $\delta\lambda\omicron\nu$] in ras. F. 23. ΔE] Δ eras. V. 24. $\kappa\alpha\iota$] $\kappa\alpha\iota$ ó BFVp. 25. $\delta\lambda\omicron\varsigma$] ó $\delta\lambda\omicron\varsigma$ B.

Ὁ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος
 ἔστω καὶ ὁ EB τοῦ ΓH . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ EB
 τοῦ ΓH , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ
 5 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ HZ . ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ὁ AB
 τοῦ $\Gamma \Delta$. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ HZ , τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ $\Gamma \Delta$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ HZ
 τῷ $\Gamma \Delta$. κοινὸς ἀφηγήσθω ὁ ΓZ . λοιπὸς ἄρα ὁ $H\Gamma$
 10 λοιπῷ τῷ $Z\Delta$ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν
 ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος [ἐστὶ] καὶ ὁ EB τοῦ
 $H\Gamma$, ἴσος δὲ ὁ $H\Gamma$ τῷ $Z\Delta$, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ
 AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ EB τοῦ $Z\Delta$.
 ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AE τοῦ ΓZ , τὸ αὐτὸ μέρος
 15 ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ $\Gamma \Delta$. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB λοιποῦ
 τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ AB ὅλου
 τοῦ $\Gamma \Delta$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ῆ, ἅπερ ἀφαι-
 20 ρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ
 τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $\Gamma \Delta$ μέρη ἔστω,
 ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ AE ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓZ . λέγω,

7. ἐστὶν PB , comp. p. HZ] corr. ex $H\Gamma$ m. 1 F. 8.
 καί] καὶ ὁ AB Theon ($BFVp$); ὁ AB add. in mg. m. rec. P.
 Post $\Gamma \Delta$ add. Theon: ὁ AB ἄρα ἐκατέρου τῶν HZ , $\Gamma \Delta$ τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ($BFVp$); idem P, mg. m. rec. HZ] ZH
 Vp . 9. κοινῶς P, corr. m. 1 et insuper m. rec. 10. ἴσος ἐστὶ V.

11. ἐστὶ] om. P. 12. $H\Gamma$] Γ in ras. F. δέ] δὲ καὶ Vp .
 ὁ $H\Gamma$ τῷ ΔZ F in ras. ἄρα] om. F. 13. ἐστὶν P. EB
 τοῦ $Z\Delta$] AB τοῦ $\Gamma \Delta$ F, corr. m. 2. 14. ἀλλ' P, corr. m. 1.

nam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem pars sit EB numeri ΓH . et quoniam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem pars est EB numeri ΓH , etiam

A E B
|-----|

H Γ Z Δ
|-----|

AB numeri HZ eadem pars est, quae

AE numeri ΓZ

[prop. V]. supposu-

imus autem, AB numeri $\Gamma \Delta$ eandem partem esse, quae sit AE numeri ΓZ . itaque quae pars est AB numeri HZ , eadem idem pars est numeri $\Gamma \Delta$. itaque $HZ = \Gamma \Delta$. subtrahatur, qui communis est, ΓZ . itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quoniam quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est EB numeri $H\Gamma$, et $H\Gamma = Z\Delta$, quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est EB numeri $Z\Delta$. uerum quae pars est AE numeri ΓZ , eadem est AB numeri $\Gamma \Delta$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus AB totius $\Gamma \Delta$; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si numerus numeri partes sunt eadem, quae ablati numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem partes erunt, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma \Delta$ eadem partes sint, quae ablati AE ablati ΓZ . dico, etiam reliquum

ἀλλὰ ὅ] in ras. m. 2 F; ὁ ἄρα post ras. plus quam 2 linn. V. AE] EB V; e corr. F. ΓZ] in ras. F; $Z\Delta$ V. 15. Post $\Gamma \Delta$ add. Bp: ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ EB τοῦ $Z\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ $\Gamma \Delta$; idem P mg. m. rec. καὶ λοιπὸς ἄρα] καὶ mutat in ὅ et in mg. add. ἄρα μέρος ἐστὶν F m. 2 (λοιπὸς ἄρα in init. lin. seq. (a m. 1) intactum relinquitur).

16. ἐστὶ V.

17. $\Gamma \Delta$] $B\Gamma$ F.

21. ὁ] om. Pp; m. 2 F.

22. $\Gamma \Delta$] Γ add. m. rec. P.

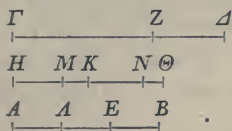
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὰ αὐτὰ μέρη
ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$.

Κεῖσθω γὰρ τῷ AB ἴσος ὁ $H\Theta$. ἂ ἄρα μέρη
ἐστὶν ὁ $H\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ AE
5 τοῦ ΓZ . διηρησθῶ ἡ μὲν $H\Theta$ εἰς τὰ τοῦ $\Gamma\Delta$ μέρη
τὰ HK , $K\Theta$, ὁ δὲ AE εἰς τὰ τοῦ ΓZ μέρη τὰ AL ,
 LE . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν HK , $K\Theta$ τῷ
πλήθει τῶν AL , LE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ
 HK τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AL τοῦ ΓZ ,
10 μείζων δὲ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ ΓZ , μείζων ἄρα καὶ ὁ HK τοῦ
 AL . κεῖσθω τῷ AL ἴσος ὁ HM . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ HK τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ HM τοῦ
 ΓZ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ MK λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ HK ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. πάλιν
15 ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ $K\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ μέρος
ἐστὶ καὶ ὁ EL τοῦ ΓZ , μείζων δὲ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ ΓZ ,
μείζων ἄρα καὶ ὁ ΘK τοῦ EL . κεῖσθω τῷ EL ἴσος
ὁ KN . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ $K\Theta$ τοῦ $\Gamma\Delta$, τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶ καὶ ὁ KN τοῦ ΓZ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ
20 $N\Theta$ λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος
ὁ $K\Theta$ ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ MK
λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὸ αὐτὸ μέρος εἶναι, ὅπερ ὅλος ὁ HK
ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$. καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ MK , $N\Theta$
τοῦ ΔZ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΘH ὅλου

1. καί] καὶ ὁ V. $Z\Delta$] Δ add. m. 2 F. 2. ὅλος] ὁ
ὅλος B. 4. ἐστὶ] ἐστίν F. 8. AE] in ras. V. 9. HK]
 K postea insert. V. ἐστίν PV. καί] om. P. 11. HM]
 MH Vp. 11. ἐστίν PF. 16. ἐστίν F. τοῦ ΓZ] m. 2 supra
scr. F. 17. ΘK] $K\Theta$ P. 18. KN] corr. ex KH m. rec.
p; mutat. in KH m. 2 V. 19. μεμέρος P; corr. m. 2.
ἐστίν F. καὶ λοιπός] λοιπός V. 20. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$
m. rec. p. $Z\Delta$] Δ eras. V. ὅπερ] m. 2 V. 21. ἐδεί-
χθη δέ — 23: $\Gamma\Delta$] mg. V. 21. καί] καὶ ὁ BFV. ὁ] om. p.

EB reliqui $Z\Delta$ easdem partes esse, quae sit totus AB totius $\Gamma\Delta$.

ponatur enim $H\Theta = AB$. itaque quae partes est $H\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est etiam AE numeri ΓZ . diuidatur $H\Theta$ in HK , $K\Theta$ partes numeri $\Gamma\Delta$, AE autem in AA , AE partes numeri ΓZ . itaque multitudo numerorum HK , $K\Theta$ multitudini numerorum AA , AE aequalis est. et quoniam quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est AA numeri ΓZ , et



$\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $HK > AA$. ponatur $HM = AA$. itaque quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est HM numeri ΓZ . quare etiam reliquus MK reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus HK totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. rursus quoniam quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est EA numeri ΓZ , et $\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $\Theta K > EA$. ponatur $KN = EA$. itaque quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est KN numeri ΓZ . quare etiam reliquus $N\Theta$ reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus $K\Theta$ totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. demonstrauius autem, esse etiam reliquum MK reliqui $Z\Delta$ eandem partem, quae totus HK totius sit $\Gamma\Delta$. quare etiam $MK + N\Theta$ eadem partes sunt numeri ΔZ , quae totus ΘH totius

22. $\omega\nu$] om. p, $\delta\nu$ V. HK] KH P. 23. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ FVp. MK] eras. V. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 2 p. 24. ΔZ] AZ F; $Z\Delta$ Vp. ΘH] $H\Theta$ FVp.

τοῦ $\Gamma\Delta$. ἴσος δὲ συναμφοτέρως μὲν ο MK , $N\Theta$
 τῷ EB , ὁ δὲ ΘH τῷ BA · καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ EB
 λοιποῦ τοῦ $Z\Delta$ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ
 AB ὅλου τοῦ $\Gamma\Delta$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

θ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος
 ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δεύτερος
 10 τοῦ τετάρτου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A ἀριθμοῦ τοῦ $B\Gamma$ μέρος ἔστω,
 καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ EZ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ
 ὁ A τοῦ $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν
 ὁ A τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $B\Gamma$
 15 τοῦ EZ ἢ μέρος.

Ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ $B\Gamma$, το αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ EZ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
 $B\Gamma$ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ A , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ EZ
 ἴσοι τῷ Δ . διηγήσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τοὺς τῷ A
 20 ἴσους τοὺς BH , $H\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους
 τοὺς $E\Theta$, ΘZ · ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH ,
 $H\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta$, ΘZ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ BH , $H\Gamma$ ἀριθμοὶ ἀλλή-
 λοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $E\Theta$, ΘZ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις,

1. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ BF. δέ] V corr. ex δή; δή PBFp. μὲν
 ὁ] ὁ μὲν V. MK , $N\Theta$] mutat. in HM , KN m. 2 V; λοι-
 πὸς ἄρα ὁ MK , $N\Theta$ τῷ EB ἴσος ἐστίν mg. m. 2 V. 2. τῷ]
 e corr. m. 1 F. EB] BE V m. 1, AE m. 2. ΘH] ΘN p.
 BA] mutat. in MK m. rec. p. 3. $Z\Delta$] corr. ex ΔZ m. 2 V,
 ΔZ F. 6. Post ἕτερος ras. 5 litt., δεῖν τοῦ πρώτου μείζονος
 τοῦ δευτέρου punctis del. F; totam protasin ita, ut apud nos
 legitur, in mg. repetit m. 2. 7. ἦ] P; om. BFVp. 9.

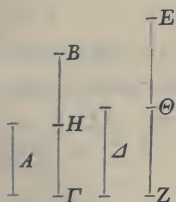
ΓA . sed $MK + N\Theta = EB^1)$ et $\Theta H = BA$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z A$ eadem partes sunt, quae totus AB totius ΓA ; quod erat demonstrandum.

IX.

Si numerus numeri pars est et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam permutatim, quae pars uel partes primus est tertii, eadem pars uel partes erit secundus quarti.

Nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius A alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam permutatim numerum $B\Gamma$ eandem partem uel partes esse numeri EZ , quae pars uel partes sit A numeri A .

Nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem est A numeri EZ , quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ sunt numero A aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros BH , $H\Gamma$ numero A aequales, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero A aequales. itaque multitudo numerorum BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est. et quoniam $BH = H\Gamma$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum



1) Nam $HM + MK + KN + N\Theta = AA + AE + EB$, et $HM = AA$, $KN = EA$.

ἔσται] ἔστι comp. p. 11. Post ἔστω add. V: ἢ τὰ αὐτὰ μέρη punctis del. μέρος ἔσται p. 13. Post $B\Gamma$ add. BVp, F mg. m. 2: ἐλάττων δὲ ἔστω ὁ A τοῦ A (A in ras. m. 1 B). ὅ] supra ὅ scr. ὅπερ m. 1 p. 14. ἔστίν F. 17. ἔστίν PF. καί] om. P. 18. εἰσιν PB. 21. ἔσται] ἐστί F, corr. m. 2. 24. εἰσίν P. $E\Theta$] EZ p.

καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH , $HΓ$ τῷ πλήθει
 τῶν $EΘ$, $ΘΖ$, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ BH τοῦ $EΘ$
 ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $HΓ$ τοῦ $ΘΖ$ ἢ
 τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ BH τοῦ
 5 $EΘ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος
 ὁ $BΓ$ συναμφοτέρου τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος
 δὲ ὁ μὲν BH τῷ A , ὁ δὲ $EΘ$ τῷ $Δ$ · ὃ ἄρα μέρος
 ἐστὶν ὁ A τοῦ $Δ$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ
 ὁ $BΓ$ τοῦ $EΖ$ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος
 ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ἂ μέρη
 ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ
 μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ το
 15 αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γάρ ὁ AB ἀριθμοῦ τοῦ $Γ$ μέρη ἔστω,
 καὶ ἕτερος ὁ $ΔΕ$ ἑτέρου τοῦ $Ζ$ τὰ αὐτὰ μέρη· λέγω,
 ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἂ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ $ΔΕ$ ἢ μέ-
 ρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $Γ$ τοῦ $Ζ$ ἢ τὸ αὐτὸ
 20 μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἂ μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ $Γ$, τὰ αὐτὰ
 μέρη ἐστὶ καὶ ὁ $ΔΕ$ τοῦ $Ζ$, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ
 AB μέρη τοῦ $Γ$, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ $ΔΕ$ μέρη τοῦ
 $Ζ$. διηγήσθω ὁ μὲν AB εἰς τὰ τοῦ $Γ$ μέρη τὰ AH ,
 25 HB , ὁ δὲ $ΔΕ$ εἰς τὰ τοῦ $Ζ$ μέρη τὰ $ΔΘ$, $ΘΕ$ · ἔσται

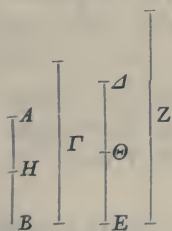
2. $EΘ$] corr. ex $EΖ$ m. 1 F. 4. ὥστε] -τε in ras. V.
 7. δέ] δὴ P. 12. ἦ] P; om. BFVp. 13. Ante ἦ in p
 del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. ἔσται μέρη V.
 καί] m. 2 F. 16. AB] inter A et B duae litt. eras. V.
 ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BFVp: ἔστω δέ
 (δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ AB τοῦ $ΔΕ$ ἐλάσσων (m.

BH , $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est, erit etiam $H\Gamma$ numeri ΘZ eadem pars uel partes, quae BH numeri $E\Theta$. quare etiam quae pars uel partes est BH numeri $E\Theta$, eadem pars uel partes est $B\Gamma$ numeri EZ [prop. V et VI]. sed $BH = A$, $E\Theta = \Delta$. ergo quae pars uel partes est A numeri Δ , eadem pars uel partes est etiam $B\Gamma$ numeri EZ ; quod erat demonstrandum.

X.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eadem partes, etiam permutatim quae partes uel pars primus est tertii, eadem partes uel pars est secundus quarti.

Numerus enim AB numeri Γ partes sint, et alius ΔE alius numeri Z eadem partes. dico, etiam permutatim numerum Γ easdem partes uel partem esse numeri Z , quae AB numeri ΔE .



nam quoniam quae partes est AB numeri Γ , eadem est etiam ΔE numeri Z , quot sunt in AB partes numeri Γ , totidem partes numeri Z in ΔE sunt. diuidatur AB in AH , HB partes numeri Γ , ΔE autem in $\Delta\Theta$, ΘE partes numeri Z . erit

2 F, om. B). 18. $\tilde{\alpha}$] om. F. 19. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. $\tau\omicron\tilde{\upsilon}$] om. p.
 21. $\tilde{\alpha}$] m. 2 B. 22. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] m. 2 F. 24. Γ] in ras. 4
 litt. e corr. F. 25. HB] H e corr. V. ΔE] $\tilde{E}$ in ras. P.
 $\Delta\Theta$] Δ e corr. p; post ras. 2 litt. V; $A\Theta$ F (sed A e corr.).
 ΘE] E eras.; fuit $E\Theta$ F.

δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν AH , HB τῷ πλήθει τῶν
 $\Delta\Theta$, ΘE . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ Γ , τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ $\Delta\Theta$ τοῦ Z , καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος
 ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
 5 καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
 καί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ HB τοῦ ΘE ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε
 καὶ [ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ HB τοῦ ΘE ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ
 10 ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ AB τοῦ ΔE ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ'
 ὃ μέρος ἐστὶν ὁ AH τοῦ $\Delta\Theta$ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος
 ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ] ἃ [ἄρα]
 μέρη ἐστὶν ὁ AB τοῦ ΔE ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη
 15 ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Z ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἦ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρε-
 θεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν
 λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

20 Ἔστω ὡς ὅλος ὁ AB πρὸς ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$, οὕτως
 ἀφαιρεθεὶς ὁ AE πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓZ · λέγω,
 ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ EB πρὸς λοιπὸν τὸν $Z\Delta$ ἐστίν, ὡς
 ὅλος ὁ AB πρὸς ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ ἐστίν ὡς ὁ AB πρὸς τὸν $\Gamma\Delta$, οὕτως ὁ AE

1. δὴ] δέ p. AH , HB] in ras. φ. 2. $\Delta\Theta$, ΘE]
 eras. F. 3. καί] (alt.) Pp, B m. rec.; om. FV. 4. $\Delta\Theta$] $\Theta\Delta$ P.
 5. Γ] post ras. 1 litt. F. τὰ αὐτὰ] om. p. διὰ τὰ — 7:
 μέρη] om. V; ὥστε καὶ ὁ HB τοῦ ΘE τὸ αὐτὸ ἐστὶ μέρος ἢ
 μέρη, ὅπερ ὁ ἴσος τῷ HB , τουτέστιν ὁ AH , τῷ ἴσῳ τῷ $\Delta\Theta$,
 τουτέστιν τῷ ΘE p; idem V mg. m. 1 bis (μέρος ἐστίν, τοῦ
 HB τουτέστι). 6. HB] BH F. τὸ αὐτὸ μέρος] bis P,

igitur multitudo numerorum AH , HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis. et quoniam quae pars est AH numeri Γ , eadem est $\Delta\Theta$ numeri Z , permutatim quae pars uel partes est AH numeri $\Delta\Theta$, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Z [prop. IX]. eadem de causa etiam quae pars uel partes est HB numeri ΘE , eadem pars uel partes est Γ numeri Z . quare etiam quae partes uel pars est AB numeri ΔE , eadem partes uel pars est etiam Γ numeri Z ¹⁾; quod erat demonstrandum.

XI.

Si est ut totus ad totum, ita ablatus ad ablatum, etiam reliquus ad reliquum erit, ut totus ad totum.

Sit $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, erit AE eadem

1) Nam AH eadem pars uel partes est numeri $\Delta\Theta$, quae HB numeri ΘE . ergo (prop. V et VI) AB numeri ΔE eadem pars uel partes est, quae AH numeri $\Delta\Theta$ siue quae Γ numeri Z . — sed quae hanc ipsam ratiocinationem continent uerba lin. 8—13, merito auctoritate codicis P Theoni tribuenda esse uideri possunt (Campanus in his libris arithmetice tanto opere a Graecis discrepat, ut perraro ex eo documenta peti possint).

corr. m. 2. 7. μέρος] eras. F. ἐστὶ καὶ] om. F. 8. ὁ μέρος — 13: μέρη καὶ] mg. m. rec. P. 8. ὁ ἄρα μέρος F. 9. ἄρα μέρος Vp. HB τοῦ — 11: καὶ ὁ] om. Vp. HB] HΘ F. 10. ΔΘ] ΑΘ F. 11. AB] ΑΘ F. ΔΕ] ΑΕ F. 13. ἄρα] m. rec. P. 14. ἐστὶν] ἐστὶ καὶ Vp. 15. ἐστὶν P. 17. ὅς] om. p. 22. ὁ λοιπὸς ὁ V. Post πρὸς add. V: ὅλον τὸν ΓΔ πρὸς τὸν, del. m. 1. ΖΔ] ΔΖ P. 24. Post ἐπέλ add. γάρ FV m. 2, P m. rec. ὁ] (alt.) in ras. m. 1 B.

πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ
 μέρος, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ
 αὐτὰ μέρη. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἔστιν
 5 ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν
 ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον,
 ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν
 10 ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς
 ἅπαντας τοὺς ἐπομένους.

Ἐστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β,
 Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.
 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ
 15 πρὸς τοὺς Β, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ
 πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρος,
 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη. καὶ συν-
 αμφοτέρος ἄρα ὁ Α, Γ συναμφοτέρου τοῦ Β, Δ τὸ
 20 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ Α τοῦ Β.
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς
 τοὺς Β, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὅσιν, καὶ
 25 ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] λοιπόν p. ΖΔ]
 ΔΖ P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. ὁ] bis p. 12. ἀνάλογον]
 om. V p, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ — 14: Β, οὕτως]

$\begin{array}{l} A \\ E \\ \Gamma \\ Z \\ B \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{pars uel partes numeri } \Gamma Z, \text{ quae } AB \text{ numeri } \Gamma A \text{ [def. 20]. quare etiam reliquus } EB \\ \text{reliqui } ZA \text{ eadem pars uel partes erit, quae } AB \text{ numeri } \Gamma A \text{ [prop. VII. VIII]. ergo} \\ EB : ZA = AB : \Gamma A \\ \text{[def. 20]; quod erat demonstrandum.} \end{array}$

XII.

Si quotlibet numeri proportionales sunt, erunt, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit

$$A : B = \Gamma : \Delta.$$

$\begin{array}{l} A \\ B \\ \Gamma \\ \Delta \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{dico, esse } A : B = A + \Gamma : B + \Delta. \\ \text{nam quoniam est } A : B = \Gamma : \Delta, \\ \text{quae pars uel partes est } A \text{ numeri } B, \text{ eadem pars uel partes est etiam} \\ \Gamma \text{ numeri } \Delta \text{ [def. 20]. quare etiam } A + \Gamma \text{ eadem} \\ \text{pars uel partes sunt numerorum } B + \Delta, \text{ quae } A \\ \text{numeri } B \text{ [prop. V. VI]. ergo} \end{array}$

$A : B = A + \Gamma : B + \Delta$ [def. 20];
 quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quattuor numeri proportionales sunt, etiam permutatim proportionales erunt.

om. p. 16. A] in ras. m. rec. P. $\tau\acute{o}\nu$] $\tau\acute{o}$ φ . 17. $\tilde{o}$] $\tilde{\eta}$ φ (non F). $\tau\acute{o}\tilde{u}$] $\tau\acute{o}\nu$ φ . 19. δ] e corr. V, m. 2 F.
 20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] comp. F, euan. Dein in F seq. 23 folia pergameni recentissimi (φ); incip. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu \tilde{\eta} \kappa\tau\lambda.$, desin. IX, 15 fin.: $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\alpha\iota$. 21. Post $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ in B: $\tilde{o}$, del. m. 2. 24. $\acute{\omega}\sigma\iota$ Vp φ .

"Εστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ , ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται, ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ .

5 Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ B ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλάξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ A τοῦ Γ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ B τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν
10 ἄρα ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Δ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι
15 καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

"Εστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ Δ, E, Z , ὥς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B ,
20 οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ὥς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ A πρὸς τὸν Δ ,
25 οὕτως ὁ B πρὸς τὸν E . πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Z . ὥς δὲ ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Δ καὶ

9. B] e corr. V. μέρη τὰ αὐτὰ p. 15. καί] om. V pφ.
λόγῳ] m. rec. B. 17. Γ] Γ, Δ p. 27. ὥς] om. p.

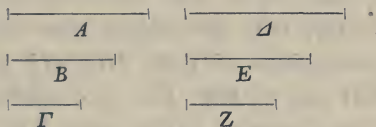
Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, esse etiam permutatim $A : \Gamma = B : \Delta$.

nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B , eadem pars uel partes erit etiam Γ numeri Δ [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est A numeri Γ , eadem pars uel partes est etiam B numeri Δ [prop. X]. ergo $A : \Gamma = B : \Delta$ [def. 20]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

Sint quotlibet numeri A, B, Γ et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportionem



Δ, E, Z , ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, esse etiam ex aequo $A : \Gamma = \Delta : Z$.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, permutatim erit $A : \Delta = B : E$ [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit $B : E = \Gamma : Z$ [id.]. sed $B : E = A : \Delta$.

ὥς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Z .
ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ
πρὸς τὸν Z . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

5 Ἐὰν μονὰς ἀριθμὸν τινα μετρῇ, ἰσακὶς δὲ
ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ
ἐναλλάξ ἰσάκικς ἢ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν
μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Μονὰς γὰρ ἢ A ἀριθμὸν τινα τὸν $B\Gamma$ μετρεῖτω,
10 ἰσάκικς δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν
τὸν EZ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἰσάκικς ἢ A
μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ $B\Gamma$ τὸν EZ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκικς ἢ A μονὰς τὸν $B\Gamma$ ἀριθμὸν
μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν EZ , ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ $B\Gamma$
15 μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ EZ ἀριθμοὶ ἴσοι
τῷ Δ . διηροῦσθω ὁ μὲν $B\Gamma$ εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μο-
νάδας τὰς BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$, ὁ δὲ EZ εἰς τοὺς τῷ Δ
ἴσους τοὺς EK , $K\Lambda$, ΛZ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος
τῶν BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ τῷ πλῆθει τῶν EK , $K\Lambda$, ΛZ .
20 καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ μονάδες ἀλλή-
λαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ EK , $K\Lambda$, ΛZ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλή-
λοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ μο-
νάδων τῷ πλῆθει τῶν EK , $K\Lambda$, ΛZ ἀριθμῶν, ἔσται
ἄρα ὥς ἢ BH μονὰς πρὸς τὸν EK ἀριθμὸν, οὕτως
25 ἢ $H\Theta$ μονὰς πρὸς τὸν $K\Lambda$ ἀριθμὸν καὶ ἢ $\Theta\Gamma$ μο-
νάς πρὸς τὸν ΛZ ἀριθμὸν. ἔσται ἄρα καὶ ὥς εἰς

2. ἐναλλάξ ἄρα] in ras. m. 1 p. A] in ras. φ. 6.
ἀριθμὸν] om. p. 7. ἀριθμὸν] om. B. 8. μετρεῖ B. 9. τινα]
e corr. V. μετρήτω B φ. 10. δέ] supra m. 1 V. ὁ Δ]
supra m. 1 V. τινὰ] τινὰ μετρεῖτω V, τινὰ μετρήτω φ.

quare etiam $A : \Delta = \Gamma : Z$. ergo permutatim erit $A : \Gamma = \Delta : Z$ [id.]; quod erat demonstrandum.

XV.

Si unitas numerum aliquem metitur, et alius numerus alium numerum aequaliter metitur, etiam permutatim unitas tertium numerum et secundus quartum aequaliter metietur.

Nam unitas A numerum aliquem $B\Gamma$ metiatur, et alius numerus Δ alium numerum EZ aequaliter metiatur. dico, etiam permutatim unitatem A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metiri.

nam quoniam unitas A numerum $B\Gamma$ et Δ numerum EZ aequaliter metitur, quot sunt in $B\Gamma$ unitates, tot etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in unitates suas BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ et EZ in numeros EK , $K\Lambda$, ΛZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK , $K\Lambda$, ΛZ aequalis. et quoniam

$$BH = H\Theta = \Theta\Gamma$$

et etiam $EK = K\Lambda = \Lambda Z$, et multitudo unitatum BH , $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK , $K\Lambda$, ΛZ aequalis est, erit $BH : EK = H\Theta : K\Lambda = \Theta\Gamma : \Lambda Z$.

11. μετρεῖτω] om. V φ. ἰσάνεις] om. p. 12. μετρεῖ ἰσάνεις p. 15. εἰσὶν PB. ἀριθμῶ p. 16. ὁ] ἡ φ. ἐαν- τῶ] PB, αὐτῶ V p φ. 18. δὴ] δέ p. 19. KΛ] K e corr. V. 23. τῶν ΕΚ] τῶ M, EK φ. 24. ὡς] m. 2 V. τόν] om. p. οὕτως] in ras. m. 2 V. 25. ΗΘ] in ras. m. 2 V. KΛ] in ras. m. 2 V. καὶ ἡ — 26: ἀριθμόν] mg. m. 2 V. 26. ἀριθμόν] om. B. ἔσται] ἔστιν comp. p.

τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαν-
 τες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν
 ἄρα ὡς ἡ BH μονὰς πρὸς τὸν EK ἀριθμὸν, οὕτως
 ὁ $BΓ$ πρὸς τὸν EZ . ἴση δὲ ἡ BH μονὰς τῇ A μο-
 5 νάδι, ὁ δὲ EK ἀριθμὸς τῷ Δ ἀριθμῷ. ἔστιν ἄρα ὡς
 ἡ A μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ $BΓ$ πρὸς
 τὸν EZ . ἰσάκεις ἄρα ἡ A μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν με-
 τρεῖ καὶ ὁ $BΓ$ τὸν EZ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

10 $E\alpha\upsilon\tau\acute{o}\nu$ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-
 λους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι
 ἀλλήλοις ἔσονται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ ὁ μὲν A τὸν
 B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, ὁ δὲ B τὸν A πολλα-
 15 πλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Γ
 τῷ Δ .

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
 ποίηκεν, ὁ B ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A
 μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς τὸν A ἀριθμὸν
 20 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ E μονὰς
 τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν Γ . ἐναλλάξ ἄρα
 ἰσάκεις ἡ E μονὰς τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ A
 τὸν Γ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ B τὸν A πολλαπλασιάσας τὸν
 Δ πεποίηκεν, ὁ A ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
 25 τῷ B μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς τὸν B
 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ E μονὰς
 τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ A τὸν Δ . ἰσάκεις δὲ
 ἡ E μονὰς τὸν B ἀριθμὸν ξμέτρει καὶ ὁ A τὸν Γ .

3. ἄρα] ἄρα καὶ p. πρὸς] bis P. 4. ὁ] ἡ p. μο-
 νάδι] -δι in ras. V. 7. ἡ] ὁ P. A] supra m. 2 V. μο-

erit autem etiam, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $BH : EK = B\Gamma : EZ$. sed $BH = A$, et $EK = \Delta$. quare erit $A : \Delta = B\Gamma : EZ$. ergo unitas A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si duo numeri alter alterum multiplicans numeros aliquos efficiunt, numeri effecti inter se aequales erunt.

Sint duo numeri A , B , et sit

$$A \times B = \Gamma, B \times A = \Delta.$$

dico, esse $\Gamma = \Delta$.

$\text{—————} A$ $\text{—————} B$ $\Gamma \text{ —————} $ $\Delta \text{ —————} $ $\text{—————} E$	nam quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas E numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur. itaque permutatim unitas E numerum B et A numerum Γ aequaliter metitur [prop. XV]. rursus quoniam $B \times A = \Delta$, A numerum Δ secundum unitates numeri B metitur. uerum etiam unitas E numerum B secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum B et A numerum Δ aequaliter metitur. uerum unitas E numerum B et A numerum Γ aequa-
---	---

$\nu\acute{\alpha}\varsigma$] om. P. ἀριθμόν] om. P. μετρεῖ φ. 11. ποιῶσιν B.
 14. ποιήτω V, sed corr. 19. ἡ] supra m. 1 p. E] e corr. p.
 20. αὐτῇ p. ἄρα] in ras. V. 21. ἰσάκεις ἄρα P m. 1, corr.
 m. rec. 22. ἰσάκεις] om. p. μονὰς ἰσάκεις p. 23. A] in
 ras. m. 1 B. 25. τῷ] αὐτῷ P, corr. m. rec. 27. τὸν
 Δ — 28: καὶ ὁ A] om. p. 28. ἐμέτρει] P; μετρεῖ BV φ.

ἰσάκεις ἄρα ἡ A ἐκάτερον τῶν Γ , Δ μετρεῖ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας
5 ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐ-
τὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A δύο ἀριθμοὺς τοὺς B , Γ πολλα-
πλασιάσας τοὺς Δ , E ποιείτω· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς
ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E .

10 Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ πε-
ποίηκεν, ὁ B ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Z μονὰς τὸν A ἀριθμὸν
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ Z μονὰς
τὸν A ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν Δ . ἔστιν ἄρα
15 ὡς ἡ Z μονὰς πρὸς τὸν A ἀριθμὸν, οὕτως ὁ B
πρὸς τὸν Δ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Z μονὰς
πρὸς τὸν A ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν E · καὶ
ὡς ἄρα ὁ B πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν E .
ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ
20 πρὸς τὸν E . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμὸν τινὰ πολλαπλα-
σιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐ-
τῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλα-
25 σιάσασιν.

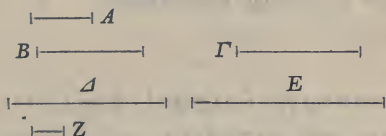
1. ὁ A] om. p. τῶν] τόν p. 5. τὸν αὐτόν] supra V.
7. πολλαπλασιασθεῖσι p. 8. τοὺς] in ras. V. 11. τῷ] αὐτῷ P,
αὐτῷ τῷ m. rec. 13. αὐτῇ p. 15. ἡ] supra m. 1 p. ἀριθ-
μόν] om. P. 17. καὶ ὡς — 18: πρὸς τὸν E] om. P. 18.

liter metiebatur [p. 222, 22]. itaque A utrumque numerum Γ , Δ aequaliter metitur. ergo $\Gamma = \Delta$; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si numerus duos numeros multiplicans numeros aliquos efficit, numeri ex iis effecti eandem rationem habebunt, quam habent numeri multiplicati.

Nam numerus A duos numeros B , Γ multiplicans numeros Δ , E efficiat. dico, esse $B : \Gamma = \Delta : E$.



quoniam enim A numerum B multiplicans Δ efficit, B numerum Δ metitur secundum unitates numeri A . uerum etiam Z unitas numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas Z numerum A et B numerum Δ aequaliter metitur. quare $Z : A = B : \Delta$ [def. 20]. eadem de causa erit etiam $Z : A = \Gamma : E$. quare etiam $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque permutando [prop. XIII] $B : \Gamma = \Delta : E$; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes numeros aliquos efficiunt, numeri inde effecti eandem rationem habebunt, quam multiplicantes.

τὸν Δ] Δ V φ. 24. ἔχουσι P. πολλαπλασιάσαι p, πολλαπλασιάζουσι V φ. Dein seq. in V: δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A , B ἀριθμὸν τινὰ τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσιν τινὰς οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι τοῖς πολλαπλασιασά (ras. 2 litt.); punctis del. m. 1.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμὸν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, E ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E .

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πε-
 5 ποίηκεν, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν A πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν B πολλα-
 πλασιάσας τὸν E πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο
 ἀριθμοὺς τοὺς A, B πολλαπλασιάσας τοὺς Δ, E πε-
 ποίηκεν. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ
 10 Δ πρὸς τὸν E . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

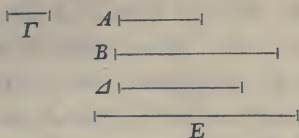
Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ
 ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς
 ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενο-
 15 μένῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρ-
 του γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾗ τῷ ἐκ δευτέρου
 καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον
 ἔσονται.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ $A, B, \Gamma,$
 20 Δ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ ,
 καὶ ὁ μὲν A τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E ποιείτω,
 ὁ δὲ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιείτω· λέγω,
 ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ E τῷ Z .

Ὁ γὰρ A τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν H ποιείτω.
 25 ἐπεὶ οὖν ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν,
 τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, ἀριθ-
 μὸς δὴ ὁ A δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας

1. τὸν Γ] om. p. 2. τὸν Γ τοὺς p. ποιήτωσαν φ. 3.
 ὡς ἐστὶν p. 5. καί] m. 2 V; om. p. ἄρα] del. V, om. φ.
 6. διὰ τὰ — 8: πεποίηκεν] mg. m. 2 V, om. φ. 7. δύο]

Duo enim numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes Δ, E efficiant. dico, esse $A : B = \Delta : E$.

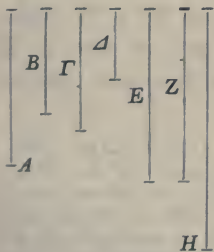


nam quoniam A numerum Γ multiplicans numerum Δ effecit, etiam Γ numerum A multiplicans numerum Δ effecit [prop.

XVI]. eadem de causa etiam Γ numerum B multiplicans numerum E effecit. itaque numerus Γ duos numeros A, B multiplicans numeros Δ, E effecit. itaque erit $A : B = \Delta : E$ [prop. XVII]; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si quattuor numeri proportionales sunt, numerus ex primo quartoque effectus aequalis erit numero ex secundo tertioque effecto; et si numerus ex primo quartoque effectus aequalis est numero ex secundo tertioque effecto, quattuor numeri proportionales erunt.



Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A \times \Delta = E$, $B \times \Gamma = Z$. dico, esse $E = Z$.

nam sit $A \times \Gamma = H$. iam quoniam $A \times \Gamma = H$ et $A \times \Delta = E$, numerus A duos numeros Γ, Δ mul-

euan. V. 11. ιθ'] om. φ, ut semper deinceps. 13. ἀριθ-
μός] om. p. 14. ἐκ δευτέρου] PB, ἐκ τοῦ δευτέρου Vφ;
δευτέρω p. τρίτῳ συγκεκλιμένῳ ἀριθμῷ p. 17. ἀριθμοί]
om. p. ἀνάλογοι p. 21. E] in ras. V. Post ποιείτω ras.
3 litt. V. 25. πεποίηκε Vφ. 26. δέ] supra V.

τοὺς *H*, *E* πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν
Δ, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*. ἀλλ' ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν
Δ, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A* πρὸς
 τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *E*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ *A*
 5 τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *H* πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν
 καὶ ὁ *B* τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *Z* πεποίηκεν,
 δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B* ἀριθμὸν τινα τὸν *Γ* πολ-
 λαπλασιάσαντες τοὺς *H*, *Z* πεποίηκασιν. ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Z*. ἀλλὰ
 10 μὴν καὶ ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν
E. καὶ ὡς ἄρα ὁ *H* πρὸς τὸν *E*, οὕτως ὁ *H* πρὸς
 τὸν *Z*. ὁ *H* ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν *E*, *Z* τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *E* τῷ *Z*.

Ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ *E* τῷ *Z*. λέγω, ὅτι ἐστὶν
 15 ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴσος
 ἐστὶν ὁ *E* τῷ *Z*, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *E*,
 οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν *Z*. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ *H* πρὸς
 τὸν *E*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, ὡς δὲ ὁ *H* πρὸς
 20 τὸν *Z*, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A*
 πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. οὕτως ὁ *H* — τὸν *Δ*] mg. m. 2 V. 2. *H*] *Δ* p. ἀλλ'
 ὡς] P; ὡς δέ Bpφ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως]
 οὕτως δέ V, om. φ. ὡς ἄρα] ὥπερ P. 4. οὕτως καὶ p.
 ὁ *H* πρὸς τὸν *E*] om. φ. Post *E* in V add. m. 2: ὡς ὁ *A*
 πρὸς τὸν *B*. Hic φ mg.: οὕτως δὲ καὶ ὁ *H* πρὸς τὸν *E* ὡς
 ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. 6. πεποίηκε Vφ. 12. ἐκάτερα φ. 16.
 ἐπεὶ] del. m. rec. P, adscripto λείπει. Post ἐπεὶ add. Vpφ:
 ὁ *A* τοὺς (πρὸς τοὺς p) *Γ*, *Δ* πολλαπλασιάσας τοὺς *H*, *E* πε-
 ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, οὕτως ὁ *H* πρὸς τὸν
E; idem praemisso ἐπεὶ P mg. m. rec. et item praemisso
 ἐπεὶ et additis: ἴσος δέ ἐστὶν ὁ *E* τῷ *Z*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *H*
 πρὸς τὸν *E* B mg. m. 2, deletis lin. 16: ἴσος ἐστὶν — 17: τὸν *E*.
 ἴσος] ἴσος δέ Vpφ. 17. ἐστὶν] mutat. in δέ m. rec. P. *E*]

tiplicans numeros H , E effecit. erit igitur

$$\Gamma : \Delta = H : E \text{ [prop. XVII].}$$

uerum $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = H : E$.
rursus quoniam $A \times \Gamma = H$ et $B \times \Gamma = Z$, duo numeri A , B numerum aliquem Γ multiplicantes numeros H , Z effecerunt. itaque $A : B = H : Z$ [prop. XVIII].
uerum etiam $A : B = H : E$. quare etiam $H : E = H : Z$.
 H igitur ad utrumque E , Z eandem rationem habet.
ergo $E = Z$ [V, 9].

Sit rursus $E = Z$. dico, esse $A : B = \Gamma : \Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam $E = Z$, erit

$$H : E = H : Z \text{ [V, 7].}^1)$$

uerum $H : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII] et $H : Z = A : B$ [prop. XVIII]. quare etiam $A : B = \Gamma : \Delta$; quod erat demonstrandum.

1) Cum Euclides plerasque propositiones libri V propria demonstratione usus de numeris iterum demonstraerit, in quibusdam hoc neglexit, uelut V prop. 11 in his propositionibus saepissime utitur, p. 228, 13 eiusdem libri prop. 9, nostro loco prop. 7, et similiter in aliis.

e corr. m. 1 p. ἔστιν ἄρα — 18: τὸν Z] mg. m. 2 V. ἔστιν] ἔστι φ . E] Z φ . 18. Z] E φ . 19. Δ] in ras. V. Post Δ add. Vp φ : καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Z ; idem inser. B m. 2, mg. m. rec. P. 20. καί] om. V φ . 21. Sequitur in Vp φ propositio de tribus numeris proportionalibus; om. P m. 1 (in mg. adscripsit m. recens) et Campanus (u. p. 231 not.); in B in mg. legitur a manu 1. itaque Theoni tribuenda esse uideri potest; u. appendix.

κ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα
5 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα.

Ἐστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A, B οἱ $\Gamma\Delta, EZ$ · λέγω, ὅτι ἰσάκεις ὁ $\Gamma\Delta$ τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ EZ τὸν B .

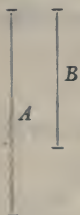
Ὁ $\Gamma\Delta$ γὰρ τοῦ A οὐκ ἐστὶ μέρος. εἰ γὰρ δυνα-
10 τόν, ἔστω καὶ ὁ EZ ἄρα τοῦ B τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ A . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ $\Gamma\Delta$ μέρη τοῦ A , τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ EZ μέρη τοῦ B . διηγήσθω ὁ μὲν $\Gamma\Delta$ εἰς τὰ τοῦ A μέρη τὰ $\Gamma H, H\Delta$, ὁ δὲ EZ εἰς τὰ τοῦ B μέρη τὰ $E\Theta, \Theta Z$ · ἔσται δὴ
15 ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $\Gamma H, H\Delta$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta, \Theta Z$. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $\Gamma H, H\Delta$ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $E\Theta, \Theta Z$ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν $\Gamma H, H\Delta$ τῷ πλῆθει τῶν $E\Theta, \Theta Z$, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν
20 $E\Theta$, οὕτως ὁ $H\Delta$ πρὸς τὸν ΘZ . ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν $E\Theta$, οὕτως ὁ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸν EZ · οἱ $\Gamma H, E\Theta$ ἄρα τοῖς $\Gamma\Delta, EZ$ ἐν

1. κ'] κα' Vpφ, P m. rec.; in B non liquet. 8. τόν
A] corr. ex τὸ A V. 9. ἐστὶν B. 10. ἔστω ὁ $\Gamma\Delta$ τοῦ
A μέρη Vpφ. τοῦ B] postea add. V. 11. ὅπερ B, corr.
m. 2. 12. ἐστὶν B. τοῦ] bis V. 14. ΘZ] ΘH P; corr.
m. rec. ἴσον δὴ ἔσται p. δὴ] in ras. φ. 16. καὶ
ἐπεὶ — 19: τῶν $E\Theta, \Theta Z$] del. V, om. φ. 16. ἴσοι εἰσὶν]
om. V. ἀλλήλοις] ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν V. 17. εἰσί] εἰσὶν P,
ἴσοι p. ἴσοι] om. p. 19. $E\Theta$] Θ e corr. V. 22. ἅπα-
τες P, corr. m. rec.

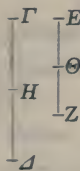
XX.¹⁾

Numeri minimi eorum, qui eandem ac ipsi rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem.

Sint enim $\Gamma\Delta$, EZ minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, quam A , B . dico, $\Gamma\Delta$ numerum A et EZ numerum B aequaliter metiri.



nam $\Gamma\Delta$ numeri A non est partes. nam si fieri potest, sit. quare etiam EZ numeri B eadem partes sunt, quae $\Gamma\Delta$ numeri A [prop. XIII, def. 20]. itaque quot sunt in $\Gamma\Delta$ partes numeri A , tot etiam sunt in EZ numeri B partes. diuidatur $\Gamma\Delta$ in ΓH , $H\Delta$ partes numeri A , EZ autem in $E\Theta$, ΘZ partes numeri B . erit igitur multitudo numerorum ΓH , $H\Delta$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam $\Gamma H = H\Delta$ et $E\Theta = \Theta Z$,



et multitudo numerorum ΓH , $H\Delta$ aequalis est multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ , erit

$$\Gamma H : E\Theta = H\Delta : \Theta Z.$$

quare etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $\Gamma H : E\Theta = \Gamma\Delta : EZ$. itaque ΓH , $E\Theta$

1) De propositione hic omissa haec habet Campanus VII, 20 add.: non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit aequalis quadrato medii, et si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit aequalis quadrato medii, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc 20 cett.

τῷ αὐτῷ λόγῳ εἶσιν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκεινται γὰρ οἱ ΓΔ, ΕΖ ἐλάχιστοι
 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρος
 ἐστὶν ὁ ΓΔ τοῦ Α· μέρος ἄρα. καὶ ὁ ΕΖ τοῦ Β τὸ
 5 αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α· ἰσάκεις ἄρα
 ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κα'.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί
 10 εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ Α,
 Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔσονται τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες
 15 ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. ἔστωσαν
 οἱ Γ, Δ.

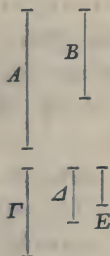
Ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἔχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-
 τας ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττω
 20 τὸν ἐλάττωνα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγού-
 μενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ἰσάκεις ἄρα ὁ Γ
 τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Β. ὁσάκεις δὴ ὁ Γ τὸν
 Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. καὶ

1. ὄντες] om. φ. 2. ἐστίν] P, om. BVpφ. 3. τόν]
 om. B. αὐτόν] om. φ. 4. ΕΖ] P; ΕΖ ἄρα BVpφ. 5.
 ἰσάκεις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α] mg. φ. Sequitur propositio quae-
 dam noua in BVpφ, a Theone interpolata; om. P (add. mg.
 m. rec.) et Campanus (u. p. 233 not.); u. app. 8. κα'] κγ'
 BVp, P m. rec. 10. εἰσιν PB. 12. εἰσιν P. 14. Post
 μή add. Theon: εἰσιν οἱ Α, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχόντων αὐτοῖς (BVpφ). 15. Β] corr. ex Γ m. 1 p. 18.
 ἔχόντων αὐτοῖς Vpφ. 19. ὃ τε] ὅτι φ. ἐλάσσων Vpφ. 20.
 ἐλάσσονα Vpφ. τουτέστι φ.

minores numeris ΓA , EZ in eadem proportionione sunt; quod fieri non potest; nam supposuimus, ΓA , EZ minimos esse eorum, qui eandem habeant rationem. itaque ΓA non est partes numeri A . pars igitur erit [prop. IV]. et EZ numeri B eadem pars est ac ΓA numeri A [prop. XIII; def. 20]. ergo ΓA numerum A et EZ numerum B aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XXI.¹⁾

Numeri inter se primi minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.



Sint primi inter se numeri A , B . dico, numeros A , B minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.

nam si minus, erunt numeri aliqui minores numeris A , B , qui in eadem proportionione sint ac A , B . sint Γ , A . iam quoniam numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent, eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem, Γ numerum A et A numerum B aequaliter metitur. quoties igitur Γ numerum A metitur, tot sint in E unitates.

1) Propositionem omissae similem habet Campanus in additamento suo VII, 19: hic autem demonstrare uolumus aequam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectae proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23. quinti in quantitatibus in genere. dicimus ergo: si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportionione proportionales erunt, cett.

ὁ Δ ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας.
καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονά-
δας, καὶ ὁ E ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ
μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ E καὶ τὸν B μετρεῖ
⁵ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ E ἄρα τοὺς A, B με-
τρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-
νατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν A, B ἐλάσσονες
ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A, B . οἱ $A,$
 B ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
¹⁰ αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐστῶσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λό-
¹⁵ γον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ A, B . λέγω, ὅτι οἱ A, B
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει
τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Γ . καὶ
ὁσάκις μὲν ὁ Γ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
²⁰ ἔστῶσαν ἐν τῷ Δ , ὁσάκις δὲ ὁ Γ τὸν B μετρεῖ, το-
σαῦται μονάδες ἔστῶσαν ἐν τῷ E .

Ἐπεὶ ὁ Γ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ
μονάδας, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A

XXII. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

2. καὶ ἐπεὶ — μονάδας] om. P (abesse non possunt).
E] supra φ. 4. τὰ αὐτὰ] ταῦτα B. ὁ E καὶ] καὶ ὁ
E V φ. 9. εἰσιν PB. 11. καὶ B V φ, P m. rec. 12.
αὐτῶν P, corr. m. 1. 13. αὐτοῖς] om. Alexander. 15.
Post ἐχόντων in V ἀλλήλοις delet. 16. εἰσί φ. 17. εἰσιν B.
πρῶτοι] οἱ A, B πρῶτοι Bp. ἀλλήλους οἱ A, B V φ. 18.

quare etiam Δ numerum B metitur secundum unitates numeri E . et quoniam Γ numerum A secundum unitates numeri E metitur, etiam E numerum A metitur secundum unitates numeri Γ [prop. XV]. eadem de causa E etiam numerum B metitur secundum unitates numeri Δ [prop. XV]. itaque E numeros A , B metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest [def. 12]. itaque non erunt numeri quidam numeris A , B minores, qui in eadem proportionem sint ac A , B . ergo A , B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, sint A , B . dico, A , B numeros inter se primos esse.

A |—————| nam si primi non sunt inter se,
 B |—————| numerus aliquis eos metietur. meti-
 Γ |—————| atur et sit Γ . et quoties Γ nume-
 Δ |—————| rum A metitur, tot unitates sint in Δ ,
 E |—————| quoties autem Γ numerum B metitur, tot unitates
sint in E .

quoniam enim Γ numerum A secundum unitates numeri Δ metitur, Γ numerus numerum Δ multiplicans numerum A effecit [def. 15]. eadem de causa

$\alpha\upsilon\tau\acute{o}\nu\varsigma$] τοὺς A , B Theon (BVpφ). $\xi\sigma\tau\omega$] om. φ. 20.
 B] in ras. m. 2 P. 22. $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\ \gamma\acute{\alpha}\rho$ P, $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\ \omicron\upsilon\tau\acute{\iota}\nu$ V m. 2, φ.
23. Γ] Δ V in ras., φ. Δ] Γ in ras. V, φ. Ante τὸν
ras. $\frac{1}{4}$ lin. V.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ε πολλա-
πλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο
ἀριθμοὺς τοὺς Δ, Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Α, Β πε-
ποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ
5 Α πρὸς τὸν Β· οἱ Δ, Ε ἄρα τοῖς Α, Β ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἔστιν ἀδύ-
νατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις
μετρήσει. οἱ Α, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κγ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
ᾧσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετροῶν ἀριθμὸς πρὸς
τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ
15 Α, Β, τὸν δὲ Α μετρεῖτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω,
ὅτι καὶ οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,
μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Β ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω
ὁ Δ. ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Α με-
20 τρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ
τὸν Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρῶτους ὄντας·
πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς
Γ, Β ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει. οἱ Γ, Β ἄρα
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. πεποίηκε V φ. Γ] mutat. in E V; E φ. E] Γ
V in ras., φ. 2. ἀριθμὸς] mut. in ἀριθμοὶ V, ἀριθμοί φ.
ὁ Γ δύο] οἱ Δ, Ε in ras. V, φ. 3. ἀριθμὸν τὸν Γ πολλα-
πλασιάσαντες V e corr., φ. πεποιήκασιν in ras. V, φ. 6.
εἰσί p. 10. κγ' B V p, P m. rec. 12. πρῶτος πρὸς τὸν
λοιπὸν p. 15. λέγω, ὅτι] λέγω post ras. P. 18. τις] m.
rec. P. τοὺς Γ, Β] om. p. Post B add. V: ἀριθμούς, idem

erit etiam $\Gamma \times E = B$. itaque numerus Γ duos numeros Δ , E multiplicans numeros A , B effecit. erit igitur $\Delta : E = A : B$ [prop. XVII]. itaque Δ , E numeris A , B minores in eadem proportionem sunt; quod fieri non potest. itaque numeros A , B nullus numerus metietur. ergo numeri A , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, qui alterum eorum metitur numerus, ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi A , B , et numerum A metiatur numerus aliquis Γ . dico, etiam Γ , B inter se primos esse.

nam si Γ , B inter se primi non sunt, numerus aliquis Γ , B metietur. metiatur, et sit Δ . quoniam Δ numerum Γ metitur, et Γ numerum A metitur, etiam Δ numerum A metitur. uerum etiam numerum B metitur. Δ igitur numeros A , B metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros Γ , B nullus numerus metietur. ergo Γ , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

φ mg. m. 1. ἀριθμὸς τοὺς Γ , B ἀριθμούς p. μετρήτω φ.
 19. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V, ἐπεὶ εἰς φ. 21. τοὺς] corr. ex τό
 m. 1 P, τὸν p. 23. Γ , B] (prius) B , Γ V φ.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

5 Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς τινα ἀριθμὸν τὸν Γ πρῶτοι ἔστωσαν, καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

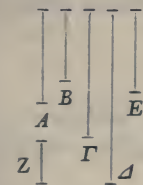
Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, 10 μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Δ ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ E . καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τὸν δὲ Γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ E , οἱ A, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁσάκις δὴ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Z · καὶ 15 ὁ Z ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας. ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν E, Z τῷ ἐκ τῶν A, B . ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἦ τῷ ὑπὸ 20 τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Z . οἱ δὲ A, E πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας 25 ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον

1. κς' BVP, P m. rec. 2. Post ἀριθμοί add. V (in ras.) et φ: πρῶτοι. ἀριθμόν] mg. m. 2 V. πρῶτοι] om. V φ.
3. ᾧσι PVPφ. πρῶτος ἔσται πρὸς τὸν αὐτόν p. 7. ποι-
ῇτω φ, sed corr. Γ, Δ] e corr. m. 2 p. 10. τις] om. P;

XXIV.

Si duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad eundem primus erit.

Nam duo numeri A, B ad numerum aliquem Γ primi sint, et sit $A \times B = \Delta$. dico, etiam Γ, Δ inter se primos esse.



nam si Γ, Δ inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros Γ, Δ metietur. metiatur et sit E . et quoniam Γ, A inter se primi sunt, et numerum Γ nu-

merus aliquis E metitur, numeri A, E inter se primi sunt [prop. XXIII]. quoties igitur E numerum Δ metitur, tot unitates sint in Z . quare etiam Z numerum Δ metitur secundum unitates numeri E [prop. XV]. itaque $E \times Z = \Delta$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Delta$. itaque $E \times Z = A \times B$. uerum ubi numerus ex extremis productus numero ex mediis producto aequalis est, quattuor numeri proportionales sunt [prop. XIX]. itaque $E:A = B:Z$. sed A, E primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem numeri eorum, qui eandem rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E nume-

add. m. rec. Post Δ add. $\forall \varphi$: ἀριθμούς. ἀριθμός] corr.
 ex ἀριθμούς m. rec. P. 11. οἱ Γ, A] corr. ex ὁ $\Gamma \varphi$, ex
 οἱ Γ, Δ p m. 2; οἱ A, Γ P. 12. ἐπὶ $\forall \varphi$. A, E] E, A p.
 13. ἄρα] om. $\forall \varphi$. 19. ἴσος] ἴσον φ . 20. οἱ] ἀεὶ? P,
 del. m. rec. ἀνάλογοι p. 25. ἐλάττων P. 26. ἐλάττωνα P.

καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· ὁ E ἄρα τὸν B με-
 τρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ · ὁ E ἄρα τοὺς B, Γ με-
 τρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύ-
 νατον. οὐκ ἄρα τοὺς Γ, Δ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις
 5 μετρήσει. οἱ Γ, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ᾧσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς
 10 τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ
 A, B , καὶ ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεί-
 τω· λέγω, ὅτι οἱ B, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Κείσθω γὰρ τῷ A ἴσος ὁ Δ . ἐπεὶ οἱ A, B πρῶ-
 15 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ A τῷ Δ , καὶ οἱ
 Δ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐκάτερος ἄρα
 τῶν Δ, A πρὸς τὸν B πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ἐκ τῶν
 Δ, A ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν B πρῶτος ἔσται. ὁ
 δὲ ἐκ τῶν Δ, A γενόμενος ἀριθμός ἐστιν ὁ Γ . οἱ
 20 Γ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κς'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμ-
 φότεροι πρὸς ἐκάτερον πρῶτοι ᾧσιν, καὶ οἱ
 25 ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς δύο ἀριθμοὺς
 τοὺς Γ, Δ ἀμφότεροι πρὸς ἐκάτερον πρῶτοι ἔστω-

2. τοὺς] τόν p. B, Γ] Γ, B Bφ, in ras. V. 4. ἀριθ-
 μός] om. φ. 7. κς' B V p, P m. rec. 12. A ἐαυτόν] corr.

rum B metitur. uerum etiam numerum Γ metitur. itaque E numeros B , Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros Γ , Δ nullus numerus metitur. ergo Γ , Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si duo numeri inter se primi sunt, numerus ex altero eorum productus ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi A , B , et sit $A^2 = \Gamma$. dico, numeros B , Γ inter se primos esse.

ponatur enim $\Delta = A$. quoniam A , B inter se primi sunt, et $A = \Delta$, etiam Δ , B inter se primi sunt. itaque uterque Δ , A ad B primus est. quare etiam $\Delta \times A$ ad B primus erit [prop. XXIV]. uerum $\Delta \times A = \Gamma$. ergo Γ , B inter se primi sunt; quot erat demonstrandum.

XXVI.

Si duo numeri ad duos numeros singuli ad singulos primi sunt, etiam numeri ex iis producti inter se primi erunt.

Nam duo numeri A , B ad duos numeros Γ , Δ

ex AE αὐτόν B . 13. B , Γ] Γ , B P . εἰς $Vp\phi$. 14. καὶ ἐπεὶ $V\phi$; ἐπεὶ οὖν p . 15. ἴσος δέ — 16: ἀλλήλους εἰσὶν] om. B , mg. m. 2 V . 16. B] in ras. Vp . πρὸς] ἀπ' αἱ ϕ . 17. ἐστίν] PB ; comp. p ; ἐστὶ $V\phi$. 18. ἄρα] supra V , ἔτι ϕ . γινόμενος B . Post hoc uerbum ras. dimid. lin. V . 22. καὶ BVp , P m. rec. 23. ἀριθμούς] om. p . 24. ὥσι $PVp\phi$.

σαν, καὶ ὁ μὲν *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *E* ποιείτω, ὁ δὲ *Γ* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *Z* ποιείτω· λέγῳ, ὅτι οἱ *E*, *Z* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερος τῶν *A*, *B* πρὸς τὸν *Γ* πρῶ-
 5 τός ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *B* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *Γ* πρῶτος ἐστὶν. ὁ δὲ ἐκ τῶν *A*, *B* γενόμενός ἐστιν ὁ *E*· οἱ *E*, *Γ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ *E*, *Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐκάτερος ἄρα τῶν *Γ*, *Δ* πρὸς τὸν *E* πρῶτός
 10 ἐστιν. καὶ ὁ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *E* πρῶτος ἐστὶν. ὁ δὲ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* γενόμενός ἐστιν ὁ *Z*. οἱ *E*, *Z* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δείξαι.

κζ'.

15 Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἐκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, κα-
 20 κεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ

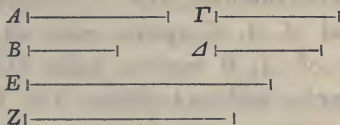
XXVII. Alexand. Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

1. *E* — 2: πολλαπλασιάσας τόν] mg. m. 2 P. 5. ἐστι codd. ὁ] om. φ. γενόμενος ἄρα Vφ. 7. ὁ *E* ἐστιν p. εἰσί Vφ. 8. διὰ τὰ — 9: εἰσίν] πάλιν B. 8. τὰ αὐτὰ] ταῦτα Vφ. *E*, *Δ*] *Δ*, *E* P. 9. ἄρα] om. B. τῶν] τόν φ. 10. ἐστι B Vφ; comp. p. 11. ἐστὶ] ἐστι comp. p. *Γ*, *Δ*] *Δ*, *Γ* Vφ. ὁ *Z* ἐστιν p. 14. καθ' B Vp, P m. rec. 16. ᾧσι Pp. 17. αὐτῶν] -ῶν in ras. φ. 21. τοῦτο] corr. ex τὸ αὐτό m. 2 B. 22. δύο] supra m. 2 V. ἀριθμοὶ δύο P.

singuli ad singulos primi sint, et sit

$$A \times B = E, \quad \Gamma \times \Delta = Z.$$

dico, etiam E, Z inter se primos esse.



nam quoniam uterque A, B ad Γ primus est, etiam $A \times B$ ad Γ primus erit [prop. XXIV]. sed $A \times B = E$. quare E, Γ inter se primi sunt. eadem de causa etiam E, Δ inter se primi sunt. itaque uterque Γ, Δ ad E primus est. itaque etiam $\Gamma \times \Delta$ ad E primus erit. sed $\Gamma \times \Delta = Z$. ergo E, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si duo numeri inter se primi sunt, et uterque se ipse multiplicans numerum aliquem effecerit, numeri ex iis effecti inter se primi erunt, et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, ii quoque inter se primi erunt [et semper in extremis¹⁾ hoc accidit].

1) *ἄρκτοι* hoc loco satis insolenter positum est. neque enim aliud significat nisi: ultimos, ultimo loco productos. praeterea mirum est, haec uerba in demonstratione ne uerbo quidem respici, nedum demonstrantur. quare puto, uerba καὶ αὐτὸ περὶ τοὺς ἄρκτους τοῦτο συμβαίνει lin. 20—21 ante Theonem interpolata esse; omisit Campanus VII, 28 (sed in demonstratione addit: sique si infinities duceretur utrumque productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi; et non solum, sed quilibet eductus ab a ad quemlibet eductum a b).

A, B , καὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, ὁ δὲ B ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E ποιείτω, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιείτω· λέγω, ὅτι
 5 οἷ τε Γ, E καὶ οἱ Δ, Z πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, οἱ Γ, B ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ Γ, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ B ἑαυτὸν
 10 πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, οἱ Γ, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, οἱ A, E ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ A, Γ πρὸς
 15 δύο ἀριθμοὺς τοὺς B, E ἀμφοτέρω πρὸς ἐκάτερον πρῶτοί εἰσιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν B, E πρῶτός ἐστιν. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ἐκ τῶν A, Γ ὁ Δ , ὁ δὲ ἐκ τῶν B, E ὁ Z . οἱ Δ, Z ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

κῆ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾤσιν, καὶ συναμφοτέρος πρὸς ἐκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφοτέρος πρὸς ἓνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾗ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ
 25 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ $AB, B\Gamma$. λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ $A\Gamma$ πρὸς ἐκάτερον τῶν $AB, B\Gamma$ πρῶτός ἐστιν.

1. μὲν] om. V φ. 2. ποιείτω] ποιεῖ p. ποιείτω τὸν Δ V φ (ποιήτω, sed corr., φ). 3. μὲν] in ras. P. 5. τε]

Sint duo numeri inter se primi A, B et sit

$$A \times A = \Gamma \text{ et } A \times \Gamma = \Delta,$$

$$B \times B = E \text{ et } B \times E = Z.$$

dico, et Γ, E et Δ, Z inter se primos esse.

nam quoniam A, B inter se primi sunt, et $A \times A = \Gamma$, erunt Γ, B inter se primi [prop. XXV]. iam quoniam Γ, B inter se primi sunt, et

$$B \times B = E, \text{ erunt } \Gamma, E$$

inter se primi [id.]. rursus quoniam

A, B inter se primi sunt, et

$B \times B = E$, erunt A, E inter se primi [id.]. iam quoniam duo numeri A, Γ ad duos numeros B, E singuli ad singulos primi sunt, etiam $A \times \Gamma$ ad $B \times E$ primus est [prop. XXVI]. et $A \times \Gamma = \Delta, B \times E = Z$. ergo Δ, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus erit. et si uterque simul ad alterutrum primus est, etiam numeri ab initio sumpti inter se primi erunt.

Componantur enim duo numeri inter se primi $AB, B\Gamma$. dico, etiam $A\Gamma$ ad utrumvis $AB, B\Gamma$ primum esse.

om. Vφ. εἰσὶ Vφ. 6. ἐπεὶ — εἰσὶν] mg. m. 1 V. εἰσὶ
 BVpφ. 8. εἰσὶ Vpφ. ἐπεὶ οὖν — 9: εἰσὶν] om. p, mg. m.
 1 V. 9. εἰσὶ BVpφ. 11. εἰσὶ Vφ. 12. εἰσὶ PVpφ.
 14. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ B. 15. B] corr. ex A V. 16. εἰσὶ
 Vpφ. 17. τὸν] τῶν φ. ἔστι Vφ, comp. p. 20. λ'
 BVpφ, P m. rec. 22. ὥστε PVpφ. συναμφοτέρων αὐτῶν
 πρὸς ἐκάτερον Vφ. 26. συνελίσθασαν φ. 28. τῶν] τὸν P.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ ΓA , AB πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
 λους, μετρήσει τις τοὺς ΓA , AB ἀριθμός. μετρεῖτω,
 καὶ ἔστω ὁ Δ . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τοὺς ΓA , AB μετρεῖ,
 καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν $B\Gamma$ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν
 5 BA . ὁ Δ ἄρα τοὺς AB , $B\Gamma$ μετρεῖ πρῶτους ὄντας
 πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς
 ΓA , AB ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ ΓA , AB
 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
 καὶ οἱ $A\Gamma$, ΓB πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁ ΓA
 10 ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν AB , $B\Gamma$ πρῶτός ἐστιν.

Ἔστωσαν δὴ πάλιν οἱ ΓA , AB πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους· λέγω, ὅτι καὶ οἱ AB , $B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ AB , $B\Gamma$ πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
 15 λους, μετρήσει τις τοὺς AB , $B\Gamma$ ἀριθμός. μετρεῖτω,
 καὶ ἔστω ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν AB , $B\Gamma$
 μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓA μετρήσει. μετρεῖ δὲ
 καὶ τὸν AB . ὁ Δ ἄρα τοὺς ΓA , AB μετρεῖ πρῶ-
 τους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
 20 ἄρα τοὺς AB , $B\Gamma$ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει.
 οἱ AB , $B\Gamma$ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

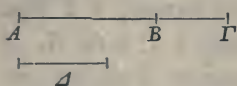
καθ'.

Ἄπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθ-
 25 μόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

1. ΓA] $A\Gamma$ p. 2. ΓA] A e corr. p. AB] AB ἀριθ-
 μούς Vφ. ἀριθμός] mutat. in ἀριθμούς p. 5. Δ] in ras. φ.
 8. διὰ τὰ — 9: εἰσίν] mg. V. 8. διὰ] seq. ras. 2 litt. φ.
 9. οἱ] αἱ V, ὁ φ. $A\Gamma$, ΓB] in ras. p; ΓA , ΓB Vφ. ΓA] $A\Gamma$ Vpφ. 10. τῶν] e corr. P. 12. καί] supra V. AB] e corr. p m. 1. 15. $B\Gamma$] $B\Gamma$ ἀριθμούς Vφ. μετρήτω φ.

nam si ΓA , AB inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros ΓA , AB metietur. metiatur et sit Δ .

iam quoniam Δ numeros ΓA , AB metitur, etiam reliquum $B\Gamma$ metietur.¹⁾ uerum etiam BA metitur.



Δ igitur AB , $B\Gamma$ numeros metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque

numeros ΓA , AB nullus numerus metitur. ergo ΓA , AB inter se primi sunt. eadem de causa etiam $A\Gamma$, ΓB inter se primi sunt. ΓA igitur ad utrumvis AB $B\Gamma$ primus est.

iam rursus ΓA , AB inter se primi sint; dico, etiam AB , $B\Gamma$ inter se primos esse.

nam si AB , $B\Gamma$ inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit Δ . et quoniam Δ utrumque AB , $B\Gamma$ metitur, etiam totum ΓA metietur.¹⁾ uerum etiam AB metitur. Δ igitur ΓA , AB metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros AB , $B\Gamma$ nullus numerus metietur. ergo AB , $B\Gamma$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Quivis numerus primus ad quemvis numerum, quem non metitur, primus est.

1) Neque hoc, neque quo lin. 17 utitur, usquam apud Euclidem demonstratum est; pro axiomatis ea habuit. cfr. Clavius II p. 12 nr. X et XII.

23. $\lambda\alpha'$ BVPφ, P m. rec. 24. $\alpha\pi\alpha\nu\tau\alpha$] seq. lacuna 6 litt. V.
25. $\delta\nu$ — $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] in ras. m. 1 p. $\mu\epsilon\tau\rho\eta$ P, corr. m. rec.

Ἐστὼ πρῶτος ἀριθμὸς ὁ A καὶ τὸν B μὴ μετρεῖται· λέγω, ὅτι οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ B, A πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. μετρεῖται ὁ Γ . ἐπεὶ ὁ
 5 Γ τὸν B μετρεῖ, ὁ δὲ A τὸν B οὐ μετρεῖ, ὁ Γ ἄρα τῷ A οὐκ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοὺς B, A μετρεῖ, καὶ τὸν A ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὅτι μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς B, A μετρήσει τις ἀριθμὸς. οἱ A, B ἄρα πρῶτοι πρὸς
 10 ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσιν τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἓνα τῶν
 15 ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιείτωσαν, τὸν δὲ Γ μετρεῖται τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Δ . λέγω, ὅτι ὁ Δ ἓνα τῶν A, B μετρεῖ.
 20 Τὸν γὰρ A μὴ μετρεῖται· καὶ ἐστὶ πρῶτος ὁ Δ . οἱ A, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ E . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποιή-
 25 κεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, E τῷ ἐκ

3. $B, A]$ A, B p. 4. ἀριθμὸς] -ός in ras. φ. μετρή-
 τω φ. ἐπεὶ] καὶ ὁ Γ οὐκ ἐστὶ μονάς. ἐπεὶ οὖν $V\phi$ et om.
 καὶ p. Ante ἐπεὶ add. P m. rec. καί. 6. τῷ] e corr. P.
 $B, A]$ in ras. φ; B supra m. 1 V. 8. αὐτὸς οὐδὲ μονάς $V\phi p$.

Sit numerus primus A et numerum B ne metiatur. dico, numeros B , A inter se primos esse.

$\text{—————}|A$
 $\text{—————}|B$
 $\text{—————}| \Gamma$

nam si numeri B , A inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur numerus Γ . quoniam Γ numerum B metitur, A autem B non metitur, Γ et A iidem non sunt. et quoniam Γ numeros B , A metitur, etiam numerum A , qui primus est, metitur, quamquam idem non est; quod fieri non potest. itaque numeros B , A nullus numerus metietur. ergo A , B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam alterutrum numerorum ab initio sumptorum metietur.

$A|\text{—————}|$
 $B|\text{—————}|$
 $\Gamma|\text{—————}|$
 $\text{—————}| \Delta$
 $E|\text{—————}|$

Duo enim numeri A , B inter se multiplicantes numerum Γ efficiant, et numerum Γ metiatur primus aliquis numerus Δ . dico, Δ alterutrum A , B metiri.

nam numerum A ne metiatur. et Δ primus est. itaque A , Δ inter se primi sunt [prop. XXIX]. et quoties Δ numerum Γ metitur, tot unitates sint in E . iam quoniam Δ numerum Γ secundum unitates numeri E metitur, erit $\Delta \times E = \Gamma$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Gamma$. itaque $\Delta \times E = A \times B$. quare

9. B , A] A , B p φ . 11. $\lambda\beta'$ BVp φ . 18. ἀριθμὸς πρώτος V φ . 20. $\mu\eta'$] supra V. 21. A] in ras. φ . εἶσι Vp φ .

τῶν *A*, *B*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *A*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *E*. οἱ δὲ *Δ*, *A* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα
 5 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· ὁ *Δ* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἂν τὸν *B* μὴ μετρῇ, τὸν *A* μετρήσει. ὁ *Δ* ἄρα ἔνα τῶν *A*, *B* μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

λα'.

Ἄπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὁ *A* ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

15 Ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ *A*, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ *B*. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ *B*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ *Γ*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *B* μετρεῖ, ὁ δὲ *B* τὸν
 20 *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα τὸν *A* μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ *Γ*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμὸς. τοιαύτης δὴ γινομένης ἐπισκέψεως ληφθήσεται τις πρῶτος ἀριθμὸς, ὃς μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι

3. καί] om. p. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] supra P, in mg. m. 1 Vφ. 4. μείζων τόν] mg. φ (τόν in ras.). 6. τόν] (prius) in ras. φ. 8. B μή] in ras. p; μή supra V m. 2. Post μετρῇ ras. 1 litt. p. 9. Sequitur in BVpφ alia demonstratio prop. XXXI a Theone addita; u. app. 10. λγ' BVφ, P m. rec.; λδ' p. 14. μετρῇται P, corr. m. 2. 17. δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BVpφ). 20. μετρεῖ] (prius)

[prop. XIX] $\Delta : A = B : E$. uerum Δ , A primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque Δ numerum B metitur. similiter demonstrabimus, Δ numerum, si B numerum non metiatur, numerum A metiri. ergo Δ alterutrum numerorum A , B metitur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

Sit numerus compositus A . dico, primum aliquem numerum numerum A metiri.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit B . et si B primus est, factum erit id, quod iussi sumus.¹⁾ sin compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit Γ . et quoniam Γ numerum B metitur, et B numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur. et si Γ primus est, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus,

1) Sc. primum numerum numerum A metientem inuenire. quamquam haec formula in problemata magis cadit, id quod magis etiam de p. 252, 12 ualet.

om. p. 21. $\delta\eta\lambda\omicron\nu\ \alpha\tilde{\nu}\ \epsilon\tilde{\iota}\eta\ \tau\omicron\ \zeta\eta\tau\omicron\upsilon\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ Theon (BVpp).
 22. Post $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma$ add. p: $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota\tau\omega\ \kappa\alpha\iota\ \xi\sigma\tau\omega\ \omicron\ \Gamma.$ $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\epsilon\iota\ \omicron\ \Gamma\ \tau\omicron\nu\ B\ \mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota\ \omicron\ \delta\epsilon\ B\ \tau\omicron\nu\ A\ \mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota,$ $\kappa\alpha\iota\ \omicron\ \Gamma\ \alpha\tilde{\rho}\alpha\ \tau\omicron\nu\ A\ \mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota.$ 23. $\delta\eta$] corr. ex $\delta\epsilon\ V$, $\delta\epsilon\ p\phi$. 24. $\omicron\varsigma$] supra m.
 2 P. Post $\mu\epsilon\tau\rho\eta\sigma\epsilon\iota$ add. Theon $\tau\omicron\nu\ \pi\rho\omicron\ \epsilon\alpha\nu\tau\omicron\upsilon$, (huc usque etiam P mg. m. rec.) $\omicron\varsigma\ \kappa\alpha\iota\ \tau\omicron\nu\ A\ \mu\epsilon\tau\rho\eta\sigma\epsilon\iota$ (BVpp). $\epsilon\lambda$] corr. ex $\eta\ m.$ rec. P. $\omicron\upsilon$] $\mu\eta$ August.

τὸν *A* ἀριθμὸν ἅπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἐτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς. ληφθήσεται τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν *A* μετρήσει.

5 Ἄπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἄπας ἀριθμὸς ἦτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

10 Ἐστω ἀριθμὸς ὁ *A*· λέγω, ὅτι ὁ *A* ἦτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ *A*, γεγονὸς ἂν εἴη τό ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός.

15 Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς ἦτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὐρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐ-
20 τοῖς.

Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ*· δεῖ δὴ εὐρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς *A*, *B*, *Γ*.

Οἱ *A*, *B*, *Γ* γὰρ ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν

1. ὁ ἕτερος Vφ. τοῦ ἐτέρου BVpφ. 2. ἐστίν] (prius) om. B. 3. πρῶτος ἀριθμός] supra m. 2 V, ἀριθμὸς πρῶτος p. 7. λδ' BV, P m. rec.; λε' p. 8. πᾶς P. 11. ἐστὶ Vφ. 12. γεγονός] Pp, δηλὸν BVφ. 13. ἐπιταχθέν] ζητούμενον Theon (BVpφ). 17. λε' BV, P m. rec.; λς' p. 19. τοὺς αὐτοὺς λόγους Bp. 22. τοὺς αὐτοὺς λόγους BVpφ.

numerus aliquis eum metietur. hac igitur ratiocinatione procedente inuenietur primus aliquis numerus, qui metietur.¹⁾ nam si non inuenietur, infiniti numeri numerum A metientur, alter semper altero deinceps minores; quod in numeris fieri non potest. itaque inuenietur primus aliquis numerus proxime antecedentem metiens, qui etiam numerum A metiatur.

Ergo quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Sit numerus A . dico, numerum A aut primum esse aut primum aliquem numerum eum metiri.
 A iam si primus est A , factum erit, quod iussimus; sin compositus, primus aliquis numerus eum metietur [prop. XXXI].

Ergo quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Datis quotlibet numeris minimos eorum, qui eandem rationem habent, inuenire.

Dati sint quotlibet numeri A, B, Γ . oportet igitur minimos eorum inuenire, qui eandem rationem habeant ac A, B, Γ .

A, B, Γ enim aut inter se primi sunt aut non

1) Sc. numerum praecedentem et ea de causa numerum A (cfr. lin. 4). et puto, haec audiri posse. etsi fieri potest, ut haec uerba in P mero errore ob $\delta\mu\iota\omicron\iota\tau\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\nu\omicron\nu$ exciderint.

ἢ οὐ. εἰ μὲν οὖν οἱ A, B, Γ πρωῒτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν A, B, Γ τὸ μέγιστον κοι-
 5 νὸν μέτρον ὃ Δ , καὶ ὁσάκις ὃ Δ ἕκαστον τῶν A, B, Γ
 μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἑκάστῳ τῶν E, Z, H . καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν E, Z, H ἕκαστον τῶν A, B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. οἱ E, Z, H ἄρα τοὺς A, B, Γ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ E, Z, H
 10 ἄρα τοῖς A, B, Γ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ E, Z, H ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς A, B, Γ , ἔβουνται [τινες] τῶν E, Z, H ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A, B, Γ . ἔστωσαν οἱ $\Theta,$
 15 K, Λ · ἰσάκις ἄρα ὃ Θ τὸν A μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν K, Λ ἑκάτερον τῶν B, Γ . ὁσάκις δὲ ὃ Θ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ M · καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν K, Λ ἑκάτερον τῶν B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ M μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὃ Θ τὸν A μετρεῖ
 20 κατὰ τὰς ἐν τῷ M μονάδας, καὶ ὃ M ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Θ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὃ M καὶ ἑκάτερον τῶν B, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκάτῳ τῶν K, Λ μονάδας· ὃ M ἄρα τοὺς A, B, Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὃ Θ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ
 25 M μονάδας, ὃ Θ ἄρα τὸν M πολλαπλασιάσας τὸν A

6. ἐν] om. P. 7. ἕκαστος] ἕκαστον p. 10. τοῖς] corr. ex toi m. rec. P. εἰσί V φ. 11. καί] καὶ οἱ p. 12. τοῖς] corr. ex toi m. 1 P. 13. τινες] om. P. 16. B, Γ] Γ, B corr. ex A, B m. 1 p. δέ] δὴ? 18. τῶν B, Γ] τὸν Γ, B p. 20. Λ] Θ p. 21. καὶ ὃ M V φ.

primi. iam si A, B, Γ inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent [prop. XXI].

sin minus, sumatur numerorum A, B, Γ maxima mensura communis Δ [prop. III]¹⁾, et quoties Δ singulos numeros A, B, Γ metitur, tot unitates sint in singulis E, Z, H . quare etiam singuli E, Z, H singulos A, B, Γ secundum unitates numeri Δ metiuntur [prop. XV]. itaque E, Z, H numeros A, B, Γ aequaliter metiuntur. itaque E, Z, H et A, B, Γ in eadem ratione sunt [def. 20]. iam dico, E, Z, H etiam minimos esse. nam si E, Z, H minimi non sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ , erunt numeri numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint ac A, B, Γ . sint Θ, K, Λ . itaque Θ numerum A et uterque K, Λ utrumque B, Γ aequaliter metitur. quoties autem Θ numerum A metitur, tot unitates sint in M . quare etiam uterque K, Λ utrumque B, Γ secundum unitates numeri M metitur. et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri M metitur, etiam M numerum A secundum unitates numeri Θ metitur [prop. XV]. eadem de causa M etiam utrumque B, Γ secundum unitates utriusque K, Λ metitur. M igitur numeros A, B, Γ metitur. et quoniam Θ numerum A secundum unitates numeri M metitur, erit $\Theta \times M = A$ [def. 15]. eadem de

1) Cum πρόσιμα prop. 3 spurium sit, Euclides tacite eam ad quotlibet numeros transtulit; cfr. p. 269 not.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν E , Δ τῷ ἐκ τῶν Θ , M . ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ M πρὸς τὸν Δ . μείζων δὲ ὁ E τοῦ Θ .
 5 μείζων ἄρα καὶ ὁ M τοῦ Δ . καὶ μετρεῖ τοὺς A , B , Γ . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Δ τῶν A , B , Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν E , Z , H ἐλάχιστοις ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς A , B , Γ . οἱ E , Z , H ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι
 10 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A , B , Γ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὔρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

15 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ A , B . δεῖ δὴ εὔρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Οἱ A , B γὰρ ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὐ. ἔστωσαν πρότερον οἱ A , B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω.
 20 καὶ ὁ B ἄρα τὸν A πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. οἱ A , B ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ A , B ἐλάχιστονα ὄντα τοῦ Γ . μετρεῖτωσαν τὸν Δ . καὶ ὁσάκις ὁ A τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν
 25 ἐν τῷ E , ὁσάκις δὲ ὁ B τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Z . ὁ μὲν A ἄρα τὸν E πολλα-

1. πεποίηκε V φ. διὰ τὰ — 2: πεποίηκεν] om. p. 8. ὄντες ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ p. 9. εἰσιν P. 12. λδ' BV, P m. rec.; λξ' p. 15. δύο ἀριθμοὶ οἱ δοθέντες p. 16. ἀριθμόν] om. V φ. 19. τὸν Γ — 20: πολλαπλασιάσας] mg. m. 2 B. 20. ἄρα] comp. supra V, ἔτι φ. 21. καὶ οἱ P. μετροῦσι V φ. 22.

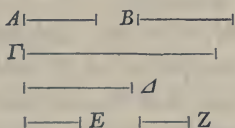
causa erit etiam $E \times \Delta = A$. itaque $E \times \Delta = \Theta \times M$.
 quare erit [prop. XIX] $E : \Theta = M : \Delta$. uerum $E > \Theta$.
 quare etiam $M > \Delta$ [prop. XIII. V, 14]. et M nu-
 meros A, B, Γ metitur; quod fieri non potest. nam
 suppositum est, Δ maximam mensuram communem
 esse numerorum A, B, Γ . itaque non erunt numeri
 numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint
 ac A, B, Γ . ergo E, Z, H minimi sunt eorum, qui
 eandem rationem habent ac A, B, Γ ; quod erat de-
 monstrandum.

XXXIV.

Datis duobus numeris, quem minimum metiuntur
 numerum, inuenire.

Sint duo numeri dati A, B . oportet igitur, quem
 minimum metiuntur numerum, inuenire.

A, B enim aut inter se primi sunt aut non primi.
 prius A, B inter se primi sint, et sit $A \times B = \Gamma$.
 quare etiam $B \times A = \Gamma$ [prop. XVI]. itaque A, B
 numerum Γ metiuntur. iam dico, eos eum etiam



minimum metiri. nam si minus, A, B numerum ali-
 quem numero Γ minorem metientur. metiantur nu-
 merum Δ . et quoties A numerum Δ metitur, tot
 unitates sint in E , quoties autem B numerum Δ
 metitur, tot unitates sint in Z . itaque erit $A \times E = \Delta$,

μετρήσουσιν PB. 25. ὅσάκις δέ] καὶ ὅσάκις Vφ, ὅσάκις δέ
 καὶ p. Δ] e corr. m. 2 p.

- πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ B τὸν Z πολλα-
 πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν
 A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 B , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E . οἱ δὲ A, B πρῶτοι, οἱ
 5 δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μεί-
 ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ B ἄρα τὸν E
 μετρεῖ, ὡς ἐπόμενος ἐπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς B, E
 πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς
 10 ὁ B πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . μετρεῖ δὲ
 ὁ B τὸν E · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ μείζων
 τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ $A,$
 B μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ . ὁ Γ
 ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A, B μετρεῖται.
- 15 Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,
 καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λό-
 γον ἔχόντων τοῖς A, B οἱ Z, E · ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ
 ἐκ τῶν A, E τῷ ἐκ τῶν B, Z . καὶ ὁ A τὸν E πολλα-
 πλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ B ἄρα τὸν Z πολλα-
 20 πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ A, B ἄρα τὸν Γ με-
 τροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή,
 μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ A, B ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ .
 μετρεῖτωσαν τὸν Δ . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ A τὸν Δ με-
 τρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ H , ὁσάκις δὲ
 25 ὁ B τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Θ .
 ὁ μὲν A ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν,
 ὁ δὲ B τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἴσος

3. A] (prius) corr. ex Δ V. 5. μετροῦσιν B. 9. Γ, Δ] Γ postea insert. m. 1 p, post Δ 1 litt. eras. 11. ἄρα] δὲ ἄρα p. τὸν Δ] τὴν Δ P. 13. μετρήσουσιν P. Post τοῦ Γ add. Theon: ὅταν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾶσιν (BVpφ,

$B \times Z = \Delta$ [def. 15]. itaque $A \times E = B \times Z$.
quare erit $A : B = Z : E$ [prop. XIX]. uerum A, B
primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI],
minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque B numerum E metitur, ut sequens sequentem. et quoniam A numeros B, E multiplicans numeros Γ, Δ effecit, erit $B : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII]. uerum B numerum E metitur. quare etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20], maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum numerum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum minimum metiuntur A, B .

Ne sint igitur A, B inter se primi, et sumantur
 $\overline{A} \quad \overline{B} \quad Z, E$ minimi eorum, qui eandem
 $\overline{Z} \quad \overline{E}$ rationem habent ac A, B [prop.
 $\overline{\Gamma}$ XXXIII]. itaque $A \times E = B \times Z$
 $\overline{\Delta}$ [prop. XIX]. et sit $A \times E = \Gamma$.
 $\overline{H} \quad \overline{\Theta}$ itaque etiam $B \times Z = \Gamma$. quare
 A, B numerum Γ metiuntur. iam
dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si
minus, A, B numerum aliquem numero Γ minorem
metientur. metiantur numerum Δ . et quoties A
numerum Δ metitur, tot unitates sint in H , quoties
autem B numerum Δ metitur, tot unitates sint in Θ .
itaque $A \times H = \Delta, B \times \Theta = \Delta$ [def. 15]. quare

P m. rec.) 15. $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ p. 17. Z, E] corr. ex E, Z V.
19. $\tau\acute{o}\nu \Gamma - \pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\varsigma\varsigma$] mg. m. 1 p. $\pi\omicron\iota\epsilon\acute{\iota}\tau\omega$ — 20:
 $\tau\acute{o}\nu \Gamma$] mg. φ . 20. $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\kappa\epsilon$ p. $\mu\epsilon\tau\rho\omicron\upsilon\sigma\iota$ V φ . 22. $\mu\epsilon$
 $\tau\rho\eta\sigma\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$ PB, $\mu\epsilon\tau\rho\eta\sigma\omicron\upsilon\sigma\iota$ $\delta\eta$ p. 24. $H, \delta\acute{\sigma}\alpha\kappa\iota\varsigma$ — 25: $\acute{\epsilon}\nu$
 $\tau\tilde{\omega}$] om. p. 26. Δ] corr. ex A p. 27. $\acute{o}$ $\delta\grave{\epsilon}$ $B - \pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta$
 $\kappa\epsilon\nu$] om. p.

ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A, H τῷ ἐκ τῶν B, Θ · ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . ὡς δὲ ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E · καὶ ὡς ἄρα ὁ Z πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . οἱ δὲ Z, E ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ E ἄρα τὸν H μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς E, H πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποιήκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ὁ δὲ E τὸν H μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ A, B μετρήσουσι τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ . ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A, B μετρεῖται· ὅπερ ἔπει δεῖξαι.

15

λε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμὸν τινα μετρῶσιν, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμὸν τινα τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν E · λέγω, ὅτι καὶ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$, ὁ E τὸν ΔZ μετρῶν λειπέτω ἐαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓZ . καὶ ἐπεὶ οἱ A, B τὸν E μετροῦσιν, ὁ δὲ E τὸν ΔZ μετρεῖ, καὶ οἱ A, B ἄρα τὸν ΔZ μετρήσουσιν. μετροῦσι δὲ καὶ

2. ὡς] insert. m. 1 p. H] in ras. φ. 3. οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν E] mg. φ. Post E add. P: ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H ; del. m. rec. καὶ ὡς ἄρα] ἔστιν ἄρα ὡς p. 4. Z] Θ P, corr. m. rec. E] H P, corr. m. rec. Θ] Z P, corr. m. rec. H] E P, corr. m. rec. 8. τοὺς] τόν p. E, H] H, E B. 12. μετρήσουσιν B. 13.

$A \times H = B \times \Theta$. itaque $A : B = \Theta : H$ [prop. XIX].
 uerum $A : B = Z : E$. itaque etiam $Z : E = \Theta : H$.
 uerum Z, E minimi sunt, minimi autem eos, qui
 eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior
 maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque E
 numerum H metitur. et quoniam A numeros E, H
 multiplicans numeros Γ, Δ effecit, erit $E : H = \Gamma : \Delta$
 [prop. XVII]. uerum E numerum H metitur. quare
 etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20] maior mino-
 rem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum nu-
 merum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ nu-
 merum minimum metiuntur A, B ; quod erat demon-
 strandum.

XXXV.

Si duo numeri numerum aliquem metiuntur, etiam
 quem minimum metiuntur numerum, eundem metietur.

Duo enim numeri A, B nu-
 merum aliquem $\Gamma \Delta$ metiantur,
 minimum autem E numerum.
 dico, etiam E numerum nume-
 rum $\Gamma \Delta$ metiri.

Nam si E numerum $\Gamma \Delta$ non metitur, E nume-
 rum ΔZ metiens relinquat se minorem ΓZ . et quo-
 niam A, B numerum E metiuntur, E autem numerum
 ΔZ metitur, etiam A, B numerum ΔZ metientur.

ὄντα] om. V φ. 15. λξ' BV, P m. rec., λη' p. 16. Post
 εἰς ras. 3 litt. BV. μετρήσωσι p, μετρώσι PV φ. 20. καί]
 supra m. 1 P. 22. οὐ] μή August. ΓΔ] Γ B. Δ Z]
 Z Δ p, Γ Δ V in ras., φ. 25. μετρήσουσιν. μετροῦσι] -σι
 μετροῦ- add. m. 2 B; μετρήσουσι μετροῦσι Vp φ; μετροῦσιν.
 μετροῦσι P.

ὅλον τὸν $\Gamma\Delta$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓZ μετρήσουσιν
 ἐλάσσονα ὄντα τοῦ E · ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
 ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ E τὸν $\Gamma\Delta$ · μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

5

λς'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων εἴρειν, ὃν ἐλά-
 χιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ ·
 δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

- 10 Εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν A, B ἐλάχιστος με-
 τρούμενος ὁ Δ . ὁ δὲ Γ τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ με-
 τρεῖ. μετρεῖτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ A, B
 τὸν Δ · οἱ A, B, Γ ἄρα τὸν Δ μετροῦσιν. λέγω δὴ,
 ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσιν [τινα]
 15 ἀριθμόν οἱ A, B, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ . μετρεῖ-
 τωσαν τὸν E . ἐπεὶ οἱ A, B, Γ τὸν E μετροῦσιν, καὶ
 οἱ A, B ἄρα τὸν E μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα
 ὑπὸ τῶν A, B μετρούμενος [τὸν E] μετρήσει. ἐλά-
 χιστος δὲ ὑπὸ τῶν A, B μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ · ὁ Δ
 20 ἄρα τὸν E μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ
 ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ A, B, Γ μετρήσουσιν τινα
 ἀριθμόν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ · οἱ A, B, Γ ἄρα ἐλά-
 χιστον τὸν Δ μετροῦσιν.

Μὴ μετρεῖτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ , καὶ εἰλήφθω

5. λη' BV, λθ' p. 9. μετρήσουσιν P. 10. τῶν] in
 ras. φ. 11. δὴ] δε P. 13. ἄρα A, B, Γ Vφ. μετροῦσι
 Vρφ, μετρήσουσιν P. δὴ] om. Vφ. 14. μετρήσουσι V
 et corr. ex μετρεῖσουσι φ. τινα] om. Pp. 15. ἀριθμόν]
 om. p. ἐλάσσονα] τινα ἀριθμόν ἐλάττονα p. 16. ἐπεὶ οὖν
 Vφ. μετροῦσι PVρφ. 17. μετρήσουσιν P et comp. p; με-
 τροῦσι Vφ. 18. τὸν E] om. P. 20. μετρήσει] comp. p, in
 ras. φ. 21. Γ] insert. postea φ. μετρήσουσιν B, μετροῦσι Vφ.

uerum etiam totum $\Gamma\Delta$ metiuntur. quare etiam reliquum ΓZ metientur numero E minorem; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut E numerum $\Gamma\Delta$ non metiatur. ergo metitur; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Datis tribus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

———| A

———| B

———| Γ

—————| Δ

—————| E

Sint tres numeri dati A, B, Γ . oportet igitur, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

sumatur enim, quem duo numeri A, B minimum metiuntur, Δ [prop. XXXIV]. Γ igitur numerum Δ aut metitur aut non metitur. metiatur prius. uerum etiam A, B numerum Δ metiuntur. itaque A, B, Γ numerum Δ metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B, Γ numerum numero Δ minorem metientur. metiantur numerum E . quoniam A, B, Γ numerum E metiuntur, etiam A, B numerum E metientur. quare etiam, quem minimum metiuntur A, B , numerum E metietur [prop. XXXV]. quem autem A, B minimum metiuntur, est Δ . Δ igitur numerum E metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B, Γ nullum numerum numero Δ minorem metientur. ergo A, B, Γ numerum Δ minimum metiuntur.

rursus ne metiatur Γ numerum Δ , et sumatur,

22. Γ] om. P.

23. μετρήσουσιν P, comp. p; μετροῦσι Vφ.

24. δὴ] δέ p.

ὑπὸ τῶν Γ , Δ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ E .
 ἐπεὶ οἱ A , B τὸν Δ μετροῦσιν, ὁ δὲ Δ τὸν E με-
 τρεῖ, καὶ οἱ A , B ἄρα τὸν E μετροῦσιν. μετρεῖ δὲ
 καὶ ὁ Γ [τὸν E καὶ] οἱ A , B , Γ ἄρα τὸν E μετροῦσιν.
 5 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί
 τινα οἱ A , B , Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ E . μετρεῖτωσαν
 τὸν Z . ἐπεὶ οἱ A , B , Γ τὸν Z μετροῦσιν, καὶ οἱ A , B
 ἄρα τὸν Z μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν
 A , B μετρούμενος τὸν Z μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ
 10 τῶν A , B μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ . ὁ Δ ἄρα τὸν Z
 μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Z . οἱ Δ , Γ ἄρα τὸν
 Z μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ , Γ
 μετρούμενος τὸν Z μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν
 Γ , Δ μετρούμενός ἐστιν ὁ E . ὁ E ἄρα τὸν Z μετρεῖ
 15 ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
 ἄρα οἱ A , B , Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα
 ὄντα τοῦ E . ὁ E ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν A , B , Γ
 μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λξ'.

20 Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ μετρήται,
 ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἔξει τῷ με-
 τροῦντι.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ τοῦ B με-

1. ἀριθμός] om. p. 2. μετροῦσι V φ. Δ] corr. ex A p
 m. 2. 3. Post B in p m. 2 insert. Γ . μετρήσουσιν P, με-
 τροῦσι V φ, comp. p. μετρεῖ — 4: μετροῦσιν] om. p. 4.
 τὸν E. καί] om. P. Γ] supra m. 2 V. μετρήσουσι P, με-
 τροῦσι V φ. 5. δὴ] om. V φ. μετρήσουσιν B, comp. p;
 μετροῦσι V φ. 6. τινα] om. p. τινα ἐλάττονα ἀριθμὸν ὄν-
 τα p. 7. μετροῦσιν, καὶ οἱ A , B ἄρα τὸν Z] mg. φ (με-
 τροῦσι). μετροῦσι V p. καὶ οἱ A , B ἄρα τὸν Z μετροῦσιν]
 mg. m. 2 V. 8. μετροῦσιν] μετρήσουσι V, comp. p, in ras. φ.

quem Γ , Δ minimum metiuntur numerum, E [prop. XXXIV]. quoniam A , B numerum Δ metiuntur, et

A |——|

B |——|

Γ |——|

Δ |——|

E

|——|

|——| Z

Δ numerum E metitur, etiam A , B numerum E metiuntur. uerum etiam Γ numerum E metitur. itaque A , B , Γ numerum E metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A , B , Γ numerum aliquem minorem numero E metientur. me-

tiantur numerum Z . quoniam A , B , Γ numerum Z metiuntur, etiam A , B numerum Z metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur A , B , numerum Z metietur [prop. XXXV]. uerum quem minimum metiuntur A , B , est Δ . Δ igitur numerum Z metitur. uerum etiam Γ numerum Z metitur. itaque Δ , Γ numerum Z metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur Δ , Γ , numerum Z metietur [id.]. uerum quem minimum metiuntur Γ , Δ , est E . itaque E numerum Z metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeri A , B , Γ nullum numerum numero E minorem metientur. ergo E minimus est, quem A , B , Γ metiuntur; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Si numerum numerus aliquis metitur, is, quem metitur, partem habebit a metiente denominatam.

Numerum enim A numerus aliquis B metiatur.

9. τὸν Z — 10: μετρούμενος] om. p. 12. μετρήσουσι p. ὥστε] om. P. ἄρα ὑπό P. Γ , Δ p. 14. Γ , Δ] Pp; Δ , Γ BVφ. 16. B] om. p. μετρήσουσι] PB, comp. p; μετροῦσι Vφ. ἐλάττωνα τοῦ E ὄντα p. 19. λθ' B (post add. m. 1, ut posthac saepius), V, P m. rec., μ' p. 20. μετρεῖται φ.

τρεισθω· λέγω, ὅτι ὁ *A* ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ *B*.

Ὅσάκις γὰρ ὁ *B* τὸν *A* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Γ*. ἐπεὶ ὁ *B* τὸν *A* μετρεῖ κατὰ τὰς
 5 ἐν τῷ *Γ* μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *B* τὸν *A*. ἐναλλάξ ἄρα ἰσάκις ἡ *Δ* μονὰς τὸν *B* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Γ* τὸν *A*. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *B*
 10 ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Γ* τοῦ *A*. ἡ δὲ *Δ* μονὰς τοῦ *B* ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *A* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *B*. ὥστε ὁ *A* μέρος ἔχει τὸν *Γ* ὁμώνυμον ὄντα τῷ *B*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

λη'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὅτιοῦν, ὑπὸ ὁμώνυμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *A* μέρος ἔχέτω ὅτιοῦν τὸν *B*, καὶ τῷ *B* μέρει ὁμώνυμος ἔστω [ἀριθμὸς] ὁ *Γ*. λέγω, ὅτι
 20 ὁ *Γ* τὸν *A* μετρεῖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *B* τοῦ *A* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *Γ*, ἔστι δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *B* τοῦ *A*. ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μο-
 25 νὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *B* τὸν *A*. ἐναλλάξ

2. τῷ] corr. ex το m. 2 V. 4. τῷ] om. φ. Γ] eras. V.
 10. μέρος] mg. φ. 13. Γ] in ras. φ. ὁμώνυμον τὸν Γ p.
 ὄντα] ὄν- supra m. 1 P; om. p. 15. μ' BV, P m. rec.; μα' p.
 16. ὑπό] m. 2 B. 18. τόν] τό P φ, et e corr. V. 19.
 ὁμώνυμον p. ἀριθμός] om. Pp. 20. A] corr. ex B p m. 2.
 21. ἐστίν] ἐστὶ καὶ V φ. 22. ἔστιν PB, comp. p. 23. μέ-
 ρος ἄρα P.

dico, numerum A partem habiturum esse a numero B denominatam.

$\begin{array}{l} \text{—————} \\ \quad A \\ \text{—————} \\ \quad B \\ \text{—————} \\ \quad \Gamma \\ \text{—————} \\ \quad \Delta \end{array}$	Nam quoties B numerum A metitur, tot sint unitates in Γ. quoniam B numerum A secundum unitates numeri Γ metitur, et etiam unitas Δ numerum Γ secundum unitates eius metitur, Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque permutatim Δ unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. itaque quae pars est Δ unitas numeri B, eadem pars est etiam Γ numeri A. uerum Δ unitas numeri B pars est ab ipso denominata. ergo etiam Γ numeri A pars est a B denominata. quare A partem habet Γ a B denominatam; quod erat demonstrandum.
---	---

XXXVIII.

Si numerus partem quamlibet habet, numerus a parte denominatus eum metietur.

$\begin{array}{l} A \text{ —————} \\ \quad B \\ \quad \Gamma \\ \quad \Delta \end{array}$	Numerus enim A partem quamlibet habeat B, et a parte B denominatus sit Γ. dico, numerum Γ numerum A metiri.
---	--

Nam quoniam B numeri A pars est a Γ denominata, et etiam Δ unitas pars est numeri Γ ab ipso denominata, quae pars est Δ unitas numeri Γ , eadem pars est etiam B numeri A . itaque Δ unitas numerum Γ et B numerum A aequaliter metitur. itaque

ἄρα ἰσάκεις ἡ Δ μονὰς τὸν B ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν A . ὁ Γ ἄρα τὸν A μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἔξει τὰ
5 δοθέντα μέρη.

Ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ A, B, Γ . δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη.

Ἔστωσαν γὰρ τοῖς A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, E, Z , καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, E, Z ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ H .
10

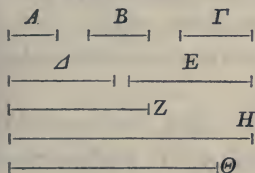
Ὁ H ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, E, Z . τοῖς δὲ Δ, E, Z ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ A, B, Γ . ὁ H ἄρα ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὢν. εἰ γὰρ μὴ, ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει
15 τὰ A, B, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ . ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθῆσεται τοῖς A, B, Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ A, B, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ Δ, E, Z . ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται. καὶ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ H .
20 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ H ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει τὰ A, B, Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἰσάκεις] om. p. 3. μα' BV, P m. rec.; μβ p. 6. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη] supra m. 1 p. 8. ἔστωσαν] -σαν supra V. γάρ] om. BVpφ. 9. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, E, Z] mg. φ. ὁ ὑπὸ BVpφ. 10. Post ὁ H add. Theon: ἐπεὶ (ἐπεὶ οὖν Vφ, καὶ ἐπεὶ P m. rec.) ὁ H ὑπὸ τῶν Δ, E, Z μετρεῖται (BVpφ, P m. rec.). 11. ἄρα] Pp, om. BVφ. 12. ἐστὶ] ἐστὶν PB, om. p. τὰ] om. P. Γ] supra m. 1 V. 14. Post μὴ add. Theon: ὁ H ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ A, B, Γ μέρη (BVpφ, εἰ γὰρ μὴ ὁ H ἐλάχιστος ὢν mg. φ). ἔσται] ἔστω Pp. τις] supra m. 2 V. 15. μέρη] om. P. 19. ἐλάττων P. 21. Ante ἀριθμὸς eras. ὃς V. In fine: Εὐκλείδων στοιχείων ζ' PB.

permutatim Δ unitas numerum B et Γ numerum A aequaliter metitur [prop. XV]. ergo Γ numerum A metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.



Sint datae partes A, B, Γ . oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes A, B, Γ habeat.

A partibus enim A, B, Γ denominati sint numeri Δ, E, Z , et sumatur¹⁾ numerus H , quem Δ, E, Z minimum metiantur. H igitur partes habet a numeris Δ, E, Z denominatas [prop. XXXVII]. uerum a Δ, E, Z denominatae partes sunt A, B, Γ . itaque H partes A, B, Γ habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat. sit Θ . quoniam Θ partes A, B, Γ habet, numerum Θ metientur numeri a partibus A, B, Γ denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus A, B, Γ denominati sunt numeri Δ, E, Z . itaque Θ numerum numeri Δ, E, Z metiuntur. et minor est numero H ; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero H minor, qui partes A, B, Γ habeat; quod erat demonstrandum.

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

η'.

α'.

Ἐαν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ , οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Δ , πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οἱ A, B, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

10 Εἰ γὰρ μὴ, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν A, B, Γ, Δ οἱ E, Z, H, Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς E, Z, H, Θ , καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν A, B, Γ, Δ] τῷ πλήθει [τῶν E, Z, H, Θ], δι' ἴσου ἄρα ἔστιν ὡς ὁ A
15 πρὸς τὸν Δ , ὁ E πρὸς τὸν Θ . οἱ δὲ A, Δ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπό-
20 μενος τὸν ἐπόμενον. μετρῇ ἄρα ὁ A τὸν E ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

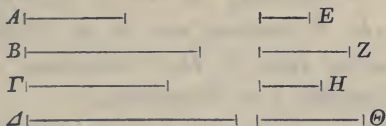
Εὐκλείδου στοιχείων ζ : η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὧσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. H] postea insert. V. 12. Δ] postea insert. V. εἰσιν B. 13. καὶ ἔστιν — 14: Θ] mg. m. 2 V. 13. τῶν A, B, Γ, Δ] om. P. 14. τῶν E, Z, H, Θ]

VIII.

I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps A, B, Γ, Δ , et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, numeros A, B, Γ, Δ minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



Nam si minus, numeri E, Z, H, Θ numeris A, B, Γ, Δ minores sint eandem rationem habentes. et quoniam A, B, Γ, Δ et E, Z, H, Θ in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : \Theta$. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum E metitur, maior

om. P. 18. ὃ τε μείζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon
(BVφ). 21. ἀδύνατον] ἄτοπον Vφ.

οἱ *E*, *Z*, *H*, *Θ* ἐλάσσονες ὄντες τῶν *A*, *B*, *Γ*, *Δ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν αὐτοῖς. οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ* ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

β'.

Ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους, ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ἐν ἐλάχιστοις ἀριθμοῖς ὁ τοῦ *A* πρὸς τὸν *B*· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους, ὅσους ἂν τις ἐπιτάξῃ, ἐν τῷ τοῦ *A* πρὸς τὸν *B* λόγῳ.

Ἐπιτετάχθωσαν δὴ τέσσαρες, καὶ ὁ *A* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιεῖτω, τὸν δὲ *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιεῖτω, καὶ ἔτι ὁ *B* ἑαυτὸν πολλα-
 15 πλάσιάσας τὸν *E* ποιεῖτω, καὶ ἔτι ὁ *A* τοὺς *Γ*, *Δ*, *E* πολλαπλασιάσας τοὺς *Z*, *H*, *Θ* ποιεῖτω, ὁ δὲ *B* τὸν *E* πολλαπλασιάσας τὸν *K* ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ *A* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, τὸν δὲ *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πε-
 20 ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, [οὕτως] ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ μὲν *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν, ὁ δὲ *B* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *E* πεποίηκεν, ἑκάτερος ἄρα τῶν *A*, *B* τὸν *B* πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν *Δ*, *E* πεποίηκεν.

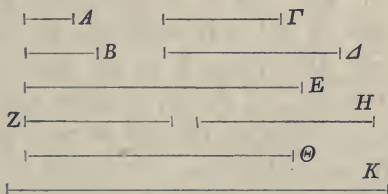
3. εἰσιν *P*. αὐτοῖς] om. *V* φ. 7. τις ἐπιτάξῃ *P*. 9. ἐξῆς] supra m. 2 *V*, om. φ. 10. ἐπιτάξῃ τις *V* φ. 12. τέσσαρες] δ *P* et post ras. 1 litt. *B*. 13. τὸν δὲ *B* — 14: ποιεῖτω] om. φ. 18. μὲν] om. *V* φ. 19. πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε *V* φ. 20. Ante ἔστιν add. Theon: ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολλαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *Δ* πεποίηκεν (*BV* φ.). τόν] insert. φ. οὕτως] om. *P*. 21. μὲν] *P*, om. *BV* φ. 24. τῶν] τόν *P*.

minorem; quod fieri non potest. itaque E, Z, H, Θ eandem rationem non habent ac A, B, Γ, Δ , quibus minores sunt. ergo A, B, Γ, Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

II.

Numeros inuenire minimos deinceps proportionales in data proportione, quocunque propositum erit.

Sit data proportio in numeris minimis¹⁾ $A : B$. oportet igitur numeros inuenire minimos deinceps proportionales in proportione $A : B$, quocunque propositum erit. — propositum sit, ut quattuor inueniamus, et sit $A \times A = \Gamma$, $A \times B = \Delta$, $B \times B = E$, $A \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $A \times E = \Theta$, $B \times E = K$.



et quoniam $A \times A = \Gamma$ et $A \times B = \Delta$, erit

$$A : B = \Gamma : \Delta \text{ [VII, 17].}$$

rursus quoniam $A \times B = \Delta$ et $B \times B = E$, uterque A, B numerum B multiplicans utramque Δ, E effecit.

1) Si proportio data minimis numeris proposita non est, per VII, 33 minimos inueniemus eorum, qui eandem rationem habent.

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς
 τὸν E . ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν
 Δ · καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὁ Δ πρὸς τὸν E .
 καὶ ἐπεὶ ὁ A τοὺς Γ , Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Z , H
 5 πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , [οὕτως]
 ὁ Z πρὸς τὸν H . ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως
 ἦν ὁ A πρὸς τὸν B · καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B ,
 ὁ Z πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ A τοὺς Δ , E πολ-
 λαπλασιάσας τοὺς H , Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ
 10 Δ πρὸς τὸν E , ὁ H πρὸς τὸν Θ . ἀλλ' ὡς ὁ Δ
 πρὸς τὸν E , ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὡς ἄρα ὁ A
 πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ . καὶ ἐπεὶ οἱ
 A , B τὸν E πολλαπλασιάσαντες τοὺς Θ , K πεποιήκα-
 σιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ
 15 πρὸς τὸν K . ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὅ
 τε Z πρὸς τὸν H καὶ ὁ H πρὸς τὸν Θ . καὶ ὡς ἄρα
 ὁ Z πρὸς τὸν H , οὕτως ὅ τε H πρὸς τὸν Θ καὶ
 ὁ Θ πρὸς τὸν K · οἱ Γ , Δ , E ἄρα καὶ οἱ Z , H ,
 Θ , K ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B λόγῳ.
 20 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ A , B ἐλά-
 χιστοί· εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς,
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων πρῶ-
 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ A , B ἄρα πρῶτοι πρὸς
 ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐκάτερος μὲν τῶν A , B ἐαυτὸν
 25 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Γ , E πεποίηκεν, ἐκά-
 τερον δὲ τῶν Γ , E πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν
 Z , K πεποίηκεν· οἱ Γ , E ἄρα καὶ οἱ Z , K πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὧσιν ὅποσοι οὖν ἀριθ-
 μοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς

2. ὁ Γ] οὕτως ὁ Γ $V\phi$. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ]
 mg. m. 2 V addito in fine οὕτως. ὁ Δ] καὶ ὁ Δ V , οὕτως

itaque $A : B = \Delta : E$ [VII, 18]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$.
 quare etiam $\Gamma : \Delta = \Delta : E$. et quoniam $A \times \Gamma = Z$
 et $A \times \Delta = H$, erit $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 17]. uerum
 erat $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = Z : H$. rur-
 sus quoniam $A \times \Delta = H$ et $A \times E = \Theta$, erit [VII,
 17] $\Delta : E = H : \Theta$. uerum $\Delta : E = A : B$. quare etiam
 $A : B = H : \Theta$. et quoniam

$$A \times E = \Theta \text{ et } B \times E = K,$$

erit [VII, 18] $A : B = \Theta : K$. uerum

$$A : B = Z : H = H : \Theta.$$

quare etiam $Z : H = H : \Theta = \Theta : K$. itaque Γ, Δ, E
 et Z, H, Θ, K proportionales sunt in proportione $A : B$.
 iam dico, eos etiam minimos esse. nam quoniam A ,
 B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent,
 minimi autem eorum qui eandem rationem habent, inter
 se primi sunt [VII, 22], A, B inter se primi sunt. et
 uterque A, B se ipsum multiplicans utrumque Γ, E effecit,
 utrumque autem Γ, E multiplicans utrumque Z, K effecit.
 itaque Γ, E et Z, K inter se primi sunt [VII, 27].¹⁾
 sin quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et
 extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum,

1) H. e. Γ et E primi sunt inter se et item Z et K . nu-
 meros Γ, E, Δ corollarii causa per totam propositionem
 respicit.

καὶ ὁ Δ φ. E] e corr. V. 4. τούς] corr. ex τοῦ V. τούς]
 corr. ex τοῦ V. 5. οὕτως] om. P. 8. H] seq. ras. 1 litt. V.
 10. ὁ H] οὕτως ὁ H φ et m. 2 V. ἀλλ' ὡς] ὡς δέ P. 12.
 οὕτως καὶ P. 14. οὕτως] om. BVφ. 15. ἀλλ'] ἐδείχθη
 δὲ καὶ Theon (BVφ). 17. τε] om. P. 19. λόγῳ] supra
 m. 2 B. 21. εἰσιν P. αὐτοῖς — 22: ἐχόντων] om. P. 22.
 Post ἐχόντων add. αὐτοῖς Vφ, et supra m. 2 B. 24. εἰσί Vφ.
 27. K] (alt.) H φ. 29. δέ] om. φ.

ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἐχόντων αὐτοῖς. οἱ Γ, Δ, Ε ἄρα καὶ οἱ Ζ, Η, Θ, Κ
 ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς
 Α, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ
 ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὧσιν τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν,
 ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι.

10

γ'.

Ἐὰν ὧσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλο-
 γον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
 αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 εἰσίν.

15

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλά-
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α,
 Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ πρῶτοι
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν
 20 τῷ τῶν Α, Β, Γ, Δ λόγῳ οἱ Ε, Ζ, τρεῖς δὲ οἱ Η, Θ,
 Κ, καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως τὸ λαμβανόμενον πλη-
 θος ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν Α, Β, Γ, Δ. εἰλή-
 φθωσαν καὶ ἔστωσαν οἱ Α, Μ, Ν, Ξ.

1. εἰσιν PB. 2. Κ] corr. ex Γ m. 2 V. 5. πόρισμα]
 mg. m. 2 V, om. φ. 6. ἐάν] ἄν seq. ras. 2^a litt. P. 7.
 ὧσιν ἐλάχιστοι Vφ. ὧσιν B. λόγον] mg. φ. 9. δέ] supra
 m. 2 V. τέσσαρες] δ B. 17. Γ] postea insert. m. 1 V.
 20. οἱ Η] corr. ex οἱ m. 2 B. 21. Κ] in ras. P. καί]
 supra add. αἱ m. 1 P; καὶ αἱ B. ἕως οὗ Theon (BVφ),
 ἕως ἄν August. 23. ἔστωσαν] -ν e corr. m. rec. P.

qui eandem rationem habent [prop. I]. ergo Γ , Δ , E et Z , H , Θ , K minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A , B ; quod erat demonstrandum.

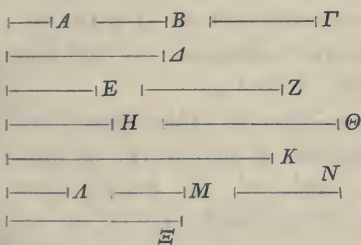
Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi sint eorum, qui eandem rationem habeant, extremos eorum quadratos esse, sin quattuor, cubos.¹⁾

III.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi eorum inter se primi sunt.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A , B , Γ , Δ minimi eorum, qui eandem rationem habent. dico, extremos eorum A , Δ inter se primos esse.



sumantur enim duo numeri minimi in proportionem numerorum A , B , Γ , Δ [VII, 33] E , Z , tres autem H , Θ , K et deinceps uno plures [prop. II], donec multitudo sumpta aequalis fiat

multitudini numerorum A , B , Γ , Δ . sumantur et sint A , M , N , Ξ . et quoniam E , Z minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt

1) Nam $A : B = \Gamma : \Delta = \Delta : E$ et $\Gamma = A^2$, $E = B^2$. praeterea $A : B = Z : H = H : \Theta = \Theta : K$ et $Z = A \times \Gamma = A^3$, $K = B \times E = B^3$.

Καὶ ἐπεὶ οἱ E, Z ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν E, Z ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν H, K πεποίηκεν, ἐκάτερον δὲ
 5 τῶν H, K πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ H, K ἄρα καὶ οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A, M, N, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες
 10 τοῖς A, B, Γ, Δ , καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν A, B, Γ, Δ τῷ πλήθει τῶν A, M, N, Ξ , ἕκαστος ἄρα τῶν A, B, Γ, Δ ἐκάστῳ τῶν A, M, N, Ξ ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν A τῷ A , ὁ δὲ Δ τῷ Ξ . καὶ εἰσιν οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ A, Δ
 15 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.
 20 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ E πρὸς τὸν Z . δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τε τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ
 25 καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z .

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν B, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ H . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ B τὸν H

1. καὶ ἐπεὶ — 3: ἑαυτὸν μὲν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ E, Z πρῶτοι ἐκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτὸν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4. K] eras. V. 5. τῶν A] τὸν A P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ A, Ξ — 7:

[VII, 22]. et quoniam $E \times E = H$, $Z \times Z = K$ [prop. II coroll.] et $E \times H = A$, $Z \times K = \Xi$ [id.], et H , K et A , Ξ inter se primi sunt [VII, 27]. et quoniam A , B , Γ , Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, et etiam A , M , N , Ξ minimi sunt in eadem ratione ac A , B , Γ , Δ , et multitudo numerorum A , B , Γ , Δ multitudini numerorum A , M , N , Ξ aequalis est, singuli A , B , Γ , Δ singulis A , M , N , Ξ aequales sunt. itaque $A = A$, $\Delta = \Xi$. et A , Ξ inter se primi sunt. ergo etiam A , Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

IV.

Datis quotlibet rationibus in numeris minimis numeros inuenire minimos deinceps proportionales¹⁾ in rationibus datis.

Sint datae rationes in numeris minimis $A:B$, $\Gamma:\Delta$, $E:Z$. oportet igitur numeros minimos inuenire deinceps proportionales in rationibus

$$A:B, \Gamma:\Delta, E:Z.$$

sumatur enim, quem minimum metiuntur B , Γ , numerus H [VII, 34]. et quoties B numerum H me-

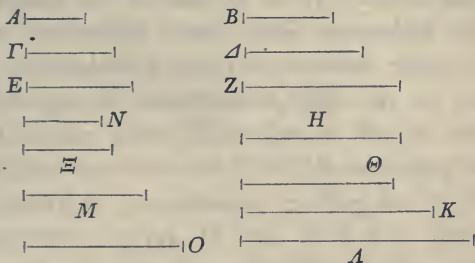
1) Verba ἐξῆς ἀνάλογον hoc loco proprio sensu usurpata non sunt; neque enim rationes inter se aequales sunt. significat Euclides, terminum sequentem prioris rationis praecedentem esse posterioris. habet idem Campanus.

εἶσιν] πρῶτοι καὶ οἱ A , Ξ Theon (BVφ). 7. καὶ ἐπεὶ — 8: εἶσι] mg. m. 1 P. 7. Δ] om. B. 8. εἶσι] εἶσιν P; ὥσι Vφ. 9. ἐλάχιστοι] om. Vφ. 14. εἶσιν] P; ἐπεὶ Theon (BVφ). Post ἀλλήλους add. Theon: εἶσιν, ἵσος δὲ ὁ μὲν A τῷ A ὁ δὲ Ξ τῷ Δ (BVφ). 18. ἀνάλογον] P; V mg. m. 1, del. m. rec.; om. Bφ. 19. δοθεῖσιν B. 21. τόν] corr. ex τό V. 22. δῆ] seq. ras. 2 litt. V. 23. ἀνάλογον] om. BVφ.

μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ὁ A τὸν Θ μετρεῖται, ὁσάκις
 δὲ ὁ Γ τὸν H μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ὁ Δ τὸν K
 μετρεῖται. ὁ δὲ E τὸν K ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ.
 μετρεῖται πρότερον. καὶ ὁσάκις ὁ E τὸν K μετρεῖ,
 5 τοσαντάκις καὶ ὁ Z τὸν Δ μετρεῖται. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
 κισ ὁ A τὸν Θ μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν H , ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν H . διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ H
 πρὸς τὸν K , καὶ ἔτι ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ
 10 K πρὸς τὸν Δ . οἱ Θ , H , K , Δ ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν
 εἰσιν ἓν τε τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ ἓν τῷ τοῦ Γ
 πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἓν τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγῳ.
 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ Θ ,
 H , K , Δ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ἓν τε τοῖς τοῦ A
 15 πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἓν τῷ τοῦ
 E πρὸς τὸν Z λόγοις, ἔστωσαν οἱ N , Ξ , M , O . καὶ
 ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ N πρὸς
 τὸν Ξ , οἱ δὲ A , B ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι με-
 τρουῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε
 20 μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττω τὸν ἐλάττωνα,
 τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπό-
 μενος τὸν ἐπόμενον, ὁ B ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. διὰ

1. Θ] eras. V. 2. καί] om. Vφ. 9. ἔτι ὡς] in ras.
 m. rec. P. 10. Θ , H] e corr. post ras. 2 litt. V; H , Θ B.
 ἀνάλογον] P; om. BVφ. 11. τε] om. Vφ. 13. Θ] eras. V.
 Θ , H] H , Θ B. 14. ἀνάλογον] P; mg. m. 1 V, del. m. rec.;
 om. Bφ. τε] om. BVφ. 15. καί] καὶ ἓν τῷ P. ἓν τῷ] ἔτι
 τῷ B, ἔτι ἓν τῷ Vφ. 16. Post λόγοις add. Vφ: ἔσονται τινες
 τῶν H , Θ , K , Δ ἐξῆς (mg. V) ἐλάττωνες ἀριθμοὶ ἓν τε τοῖς
 τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι (supra V)
 τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις; idem B mg. m. 2 om. ἐξῆς et ἔτι.
 17. ὡς] supra m. 2 V. N] H φ. 18. οἱ δὲ ἐλάχιστοι]
 om. P. μετροῦσιν Vφ. 20. ἐλάττων τὸν ἐλάττωνα Vφ. 21.
 τε] om. P. 22. ἄρα] ἔτι φ.

titur, toties etiam A numerum Θ metiatur, quoties autem Γ numerum H metitur, toties etiam Δ numerum K metiatur. E igitur¹⁾ numerum K aut metitur



aut non metitur. prius metiatur. et quoties E numerum K metitur, toties etiam Z numerum A metiatur. et quoniam A numerum Θ et B numerum H aequaliter metitur, erit $A : B = \Theta : H$ [VII def. 20. VII, 13]. eadem de causa erit etiam $\Gamma : \Delta = H : K$ et praeterea $E : Z = K : A$. itaque Θ, H, K, A deinceps proportionales sunt in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$. iam dico, eos etiam minimos esse. nam si Θ, H, K, A non sunt minimi deinceps proportionales in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$, minimi sint N, Ξ, M, O . et quoniam est $A : B = N : \Xi$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem, h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum Ξ metitur. eadem

1) Uidetur enim pro $\delta\acute{\epsilon}$ lin. 3 scribendum esse $\delta\acute{\eta}$; cfr. p. 194, 23. 262, 11.

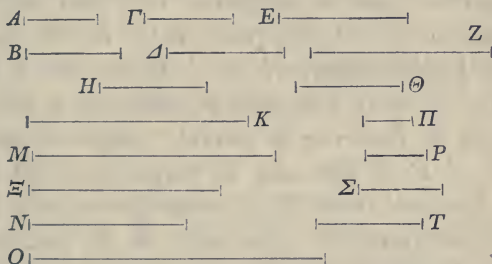
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ξ μετρεῖ· οἱ B, Γ ἄρα τὸν Ξ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν B, Γ μετρούμενος τὸν Ξ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν B, Γ μετρεῖται ὁ H · ὁ H ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ ὁ μεί-
 5 ζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν Θ, H, K, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἐν τε τῷ τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Λ καὶ ἔτι τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγῳ.

Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ E τὸν K . καὶ εἰλήφθω ὑπὸ
 10 τῶν E, K ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ M . καὶ ὁσάκις μὲν ὁ K τὸν M μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ, H ἑκάτερον τῶν N, Ξ μετρεῖτω, ὁσάκις δὲ ὁ E τὸν M μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Z τὸν O μετρεῖτω. ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Θ τὸν N μετρεῖ καὶ
 15 ὁ H τὸν Ξ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ N πρὸς τὸν Ξ . ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B · καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B , οὕ-
 τως ὁ N πρὸς τὸν Ξ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Λ , οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν M . πάλιν, ἐπεὶ
 20 ἰσάκις ὁ E τὸν M μετρεῖ καὶ ὁ Z τὸν O , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ M πρὸς τὸν O · οἱ N, Ξ, M, O ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Λ καὶ ἔτι τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι ἐν

1. $B, \Gamma]$ Γ, B Vφ. 2. μετροῦσι Vφ. ὑπό] ὁ ὑπό P.
 4. μετρεῖται ὁ H . ὁ H ἄρα] del. m. 2 B, mg. μετρούμενός
 ἐστὶν ὁ H · ὁ H ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. 6. $\Theta, H]$ H, Θ Bφ et
 in ras. V. 7. Post ἐξῆς in B insert. m. 1: ἀνάλογον. τε]
 om. P. 8. $\Lambda]$ Λ λόγῳ Vφ. λόγῳ] om. Vφ. 11. μὲν]
 m. 2 V. $M]$ μὴ φ. 12. $\Theta, H]$ corr. ex H, Θ V;
 H, Θ PBφ. 13. $M]$ μὴ φ. 14. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V m. 2, φ.
 20. ἔστιν ἄρα — 21: τὸν O] mg. φ. 22. ἀνάλογον] om.
 BVφ. τοῦ] τῶν P. τε] om. Vφ. 23. ἔτι] om BVφ.

de causa etiam Γ numerum Ξ metitur. itaque B , Γ numerum Ξ metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur B , Γ , numerum Ξ metitur [VII, 35]. minimum autem B , Γ metiuntur numerum H . itaque H numerum Ξ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris Θ , H , K , A minores deinceps in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$ erunt.

ne metiatur igitur E numerum K . et sumatur, quem minimum metiuntur E , K , numerus M [VII, 34].



et quoties K numerum M metitur, toties uterque Θ , H utrumque N , Ξ metiatur, quoties autem E numerum M metitur, toties etiam Z numerum O metiatur. quoniam Θ numerum N et H numerum Ξ aequaliter metitur, erit $\Theta : H = N : \Xi$ [VII def. 20. VII, 13]. uerum $\Theta : H = A : B$. quare etiam $A : B = N : \Xi$. eadem de causa etiam $\Gamma : \Delta = \Xi : M$. rursus quoniam E numerum M et Z numerum O aequaliter metitur, erit $E : Z = M : O$ [VII def. 20. VII, 13]. itaque N , Ξ , M , O deinceps proportionales sunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

24. ἐλάχιστοι εἰσιν $V\varphi$. Dein add. $BV\varphi$: εἰ γὰρ μὴ εἰσιν ἐλάχιστοι (om. B) οἱ N , Ξ , M , O ἐξῆς (ἐλάχιστοι add. B).

τοῖς $A B, \Gamma \Delta, E Z$ λόγοις. εἰ γὰρ μή, ἔδονται
 τινες τῶν N, Ξ, M, O ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-
 λογον ἐν τοῖς $A B, \Gamma \Delta, E Z$ λόγοις. ἔστωσαν οἱ
 Π, P, Σ, T . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Π πρὸς τὸν P ,
 5 οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , οἱ δὲ A, B ἐλάχιστοι, οἱ
 δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας
 αὐτοῖς ἰσάκως ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ὁ B ἄρα τὸν P μετρεῖ. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν P μετρεῖ· οἱ B, Γ ἄρα τὸν
 10 P μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν B, Γ
 μετρούμενος τὸν P μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν
 B, Γ μετρούμενός ἐστὶν ὁ H · ὁ H ἄρα τὸν P μετρεῖ.
 καὶ ἐστὶν ὡς ὁ H πρὸς τὸν P , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν
 Σ · καὶ ὁ K ἄρα τὸν Σ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ E
 15 τὸν Σ · οἱ E, K ἄρα τὸν Σ μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλά-
 χιστος ἄρα ὑπὸ τῶν E, K μετρούμενος τὸν Σ με-
 τρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν E, K μετρούμενός
 ἐστὶν ὁ M · ὁ M ἄρα τὸν Σ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν
 ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔδονται
 20 τινες τῶν N, Ξ, M, O ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-
 λογον ἐν τε τοῖς τοῦ A πρὸς τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς
 τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ E πρὸς τὸν Z λόγοις· οἱ N, Ξ ,
 M, O ἄρα ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς A
 $B, \Gamma \Delta, E Z$ λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. Δ, E, Z] om. B. εἰ γὰρ μή] om. BVφ. 2. N] H φ. ἀνάλογον] om. BVφ. 7. τε] om. BVφ. 10. με-
 τρούσι Vφ. 11. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν B, Γ μετρούμενος]
 ὁ δὲ ἐλάχιστος Vφ. 12. H] mutat. in Θ m. 2, supra H
 m. 2 B. H] item B. μετρήσει Vφ. 13. H] uti supra B.
 15. ἄρα] ἔτι φ. 18. Σ] corr. ex E V. 20. ἀνάλογον]
 om. BVφ. 21. τόν] om. B. 22. τόν] om. B. ἔτι] εἰ P.
 τόν] om. B. 23. ἀνάλογον] om. BVφ. ἐν] om. P.

iam dico, eos etiam minimos esse in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

nam si minus, numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

sint Π, P, Σ, T . et quoniam est $\Pi : P = A : B$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum P metitur. eadem de causa etiam Γ numerum P metitur. itaque B, Γ numerum P metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur B, Γ , numerum P metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur B, Γ , est H . itaque H numerum P metitur. et $H : P = K : \Sigma$.¹⁾ quare etiam K numerum Σ metitur [VII def. 20]. uerum etiam E numerum Σ metitur [VII, 20]. itaque E, K numerum Σ metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur E, K , numerum Σ metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur E, K , est M . itaque M numerum Σ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$. ergo N, Ξ, M, O minimi sunt deinceps proportionales in rationibus $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$; quod erat demonstrandum.

1) Nam $H : K = \Gamma : \Delta$ (p. 280, 8) = $P : \Sigma$. tum u. VII, 13.

ε'.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἐστῶσαν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ τοῦ μὲν
5 A πλευραὶ ἕστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ B οἱ
 E, Z . λέγω, ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει τὸν
συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Λόγων γὰρ δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς
τὸν E καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Z εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ
10 ἐξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς $\Gamma E, \Delta Z$ λόγοις, οἱ H, Θ, K ,
ὥστε εἶναι ὥς μὲν τὸν Γ πρὸς τὸν E , οὕτως τὸν
 H πρὸς τὸν Θ , ὥς δὲ τὸν Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
τὸν Θ πρὸς τὸν K . καὶ ὁ Δ τὸν E πολλαπλασιάσας
τὸν A ποιείτω.

15 Καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν A
πεποίηκεν, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν,
ἔστιν ἄρα ὥς ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν
 A . ὥς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ .
καὶ ὥς ἄρα ὁ H πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν
20 A . πάλιν, ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A
πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν
 B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὥς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
ὁ A πρὸς τὸν B . ἀλλ' ὥς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
ὁ Θ πρὸς τὸν K . καὶ ὥς ἄρα ὁ Θ πρὸς τὸν K , οὐ-
25 τως ὁ A πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὥς ὁ H πρὸς
τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν A . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν

4. μέν] om. P. 8. γάρ] αἰεί φ. 11. τὸν H] ὁ H P.
12. τὸν Δ] ὁ Δ P. 13. καὶ ὁ Δ — 14: ποιείτω] om. Theon
(BVφ). eorum loco habent BVφ: οἱ ἄρα H, Θ, K πρὸς
ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν πλευρῶν λόγους. ἀλλ' ὁ τοῦ H πρὸς
τὸν K λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ H πρὸς τὸν Θ καὶ τοῦ τοῦ

V.

- Numeri plani inter se rationem habent ex lateribus compositam.

Sint plani numeri A , B , et numeri A latera sint Γ , Δ , numeri B autem E , Z . dico, esse

$$A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$

_____ A	nam datis rationibus
_____ B	$\Gamma : E$ et $\Delta : Z$ ¹⁾
_____ Γ _____ Δ	sumantur numeri deinceps
_____ E _____ Z	minimi in rationibus $\Gamma : E$ et
_____ H	$\Delta : Z$ [prop. IV] H , Θ , K , ita
_____ Θ	ut sit $\Gamma : E = H : \Theta$ et
_____ K	$\Delta : Z = \Theta : K$.
_____ A	et sit $\Delta \times E = A$.

et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = A$, erit $\Gamma : E = A : A$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = H : \Theta$. quare etiam $H : \Theta = A : A$. rursus quoniam $E \times \Delta = A$ [VII, 16] et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = A : B$ [VII, 17]. uerum $\Delta : Z = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = A : B$. demonstrauius autem, esse etiam $H : \Theta = A : A$. ergo

1) Si hae rationes minimis numeris propositae non sunt, per VII, 33 minimos numeros inueniemus, qui easdem rationes habent.

Θ πρὸς τὸν K . ὁ H ἄρα πρὸς τὸν K λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω οὖν, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B (in ras. B), οὕτως ὁ H πρὸς τὸν K ; punctis del. V. Dein add. $BV\varphi$: ὁ Δ γάρ (B , V m. 1; καὶ ὁ Δ V m. 2; καὶ ὁ Δ πρὸς φ) τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν A ποιεῖτω. 15. καί] om. $BV\varphi$. ὁ Δ] δέ φ . 16. πεποίηκε V φ . 17. E] postea insert. V. 20. ὁ] ὁ μὲν P . 22. οὕτως ὁ A — 23: πρὸς τὸν Z] mg. φ .

ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *K*, [οὕτως] ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. ὁ δὲ *H* πρὸς τὸν *K* λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ ὁ *A* ἄρα πρὸς τὸν *B* λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ς'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ
10 *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, ὁ δὲ *A* τὸν *B* μὴ μετρεῖτω· λέγω,
ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ὅτι μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E* ἐξῆς ἀλλήλους οὐ
μετροῦσιν, φανερόν· οὐδὲ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ.
λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. εἰ
15 γὰρ δυνατόν, μετρεῖτω ὁ *A* τὸν *Γ*. καὶ ὅσοι εἰσὶν
οἱ *A*, *B*, *Γ*, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς *A*, *B*, *Γ* οἱ *Z*, *H*,
Θ. καὶ ἐπεὶ οἱ *Z*, *H*, *Θ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς
A, *B*, *Γ*, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *A*, *B*, *Γ* τῷ
20 πλῆθει τῶν *Z*, *H*, *Θ*, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *A*
πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ἐπεὶ ἔστιν
ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *H*, οὐ
μετρεῖ δὲ ὁ *A* τὸν *B*, οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ *Z* τὸν

1. οὕτως] om. P. *A*] in ras. P. τόν] om. P. 2.
τὸν *K*] *K* P. τόν] corr. ex τό φ. 8. μετρεῖσει φ, sed
corr. 12. *E*] om. φ. οὐ] m. rec. P. 13. μετροῦσι
P m. 1, Vφ; μετρήσουσι P m. rec. 14. εἰ γὰρ δυνατόν, με-
τρεῖτω ὁ *A* τὸν *Γ*] λέγω γάρ, ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ *A* τὸν *Γ* Theon
(BVφ). 15. καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ Theon (BVφ). 18. εἰ-
σὶν PB. 21. *Z*] *Z*, *H* B.

ex aequo erit [VII, 14] $H : K = A : B$. uerum

$$H : K = \Gamma : E \times \Delta : Z.^1)$$

ergo etiam $A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus secundum non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A ,

A —————|

B —————|

Γ —————|

Δ —————|

E —————|

Z —————|

H —————|

Θ —————|

B , Γ , Δ , E , et A numerum B ne metiatur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse.

iam hoc quidem manifestum est, numeros A , B , Γ , Δ , E deinceps inter se non metiri. nam A numerum B non metitur. dico, ne alium quidem ullum

alium mensurum esse. nam si fieri potest, A numerum Γ metiatur. et quot sunt A , B , Γ , tot sumantur minimi numeri eorum, qui eandem ac A , B , Γ rationem habent Z , H , Θ [VII, 33]. et quoniam Z , H , Θ in eadem ratione sunt ac A , B , Γ , et multitudo numerorum A , B , Γ aequalis est multitudini numerorum Z , H , Θ , ex aequo erit $A : \Gamma = Z : \Theta$ [VII, 14]. et quoniam est $A : B = Z : H$, et A numerum B non me-

1) Nam $H : K = H : \Theta \times \Theta : K$ et $H : \Theta = \Gamma : E$, $\Theta : K = \Delta : Z$.

Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστὶν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ. καὶ εἰσὶν οἱ Ζ, Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους [οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ]. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α
5 ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Ἐὰν ὧσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς] ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ
10 τὸν δεύτερον μετρήσει.

Ἔδωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐ-
15 δεὶς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐ-
20 τοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας [αὐτοῖς] μετὰξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ
25 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ,

2. μετρεῖ ἀριθμόν Vφ. καὶ εἰσιν] om. φ. 3. οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ] om. P. 6. μετρεῖ BVφ. 8. ἐξῆς] om. P. 9. ἔσχατον] in ras. V. 10. δεύτερον] in ras. V. 12. καί] om. φ. 14. οὐ] μή BVφ. 15. Post

titur, ne Z quidem numerum H metitur [VII def. 20]. itaque Z unitas non est; nam unitas omnem numerum metitur. et Z, Θ inter se primi sunt [prop. III]. et est $Z : \Theta = A : \Gamma$. itaque [VII def. 20] ne A quidem numerum Γ metitur. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum alium mensurum esse; quod erat demonstrandum.

VII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus ultimum metitur, etiam secundum metitur.

A |——| Sint quotlibet numeri deinceps
 B |———| proportionales A, B, Γ, Δ , et A nu-
 Γ |———| merum Δ metiatur. dico, A etiam
 Δ |———| numerum B metiri.

nam si A numerum B non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur [prop. VI]. metitur autem A numerum Δ . ergo A etiam numerum B metitur; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, secundum proportionem continuam interponentur.

Nam inter duos numeros A, B secundum proportionem continuam numeri aliquot Γ, Δ interponantur

μετρήσει add. Vφ: ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ A τὸν Δ μετρεῖν; idem B mg. m. 2. 22. αὐτοῖς] om. P. 25. Γ] in ras. V.

καὶ πεποιήσθω ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E
 πρὸς τὸν Z . λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς A, B μεταξὺ
 κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, το-
 5 σοῦτοι καὶ εἰς τοὺς E, Z μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
 ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ A, B, Γ, Δ , τοσοῦ-
 τοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν
 λόγον ἐχόντων τοῖς A, Γ, Δ, B οἱ H, Θ, K, Λ . οἱ
 ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ H, Λ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 10 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ A, Γ, Δ, B τοῖς H, Θ, K, Λ ἐν
 τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
 A, Γ, Δ, B τῷ πλήθει τῶν H, Θ, K, Λ , δι' ἴσου ἄρα
 ἐστὶν ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Λ .
 ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . καὶ
 15 ὥς ἄρα ὁ H πρὸς τὸν Λ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z .
 οἱ δὲ H, Λ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ
 δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσ-
 σων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν
 20 ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. ἰσάκως
 ἄρα ὁ H τὸν E μετρεῖ καὶ ὁ Λ τὸν Z . ὁσάκως δὴ
 ὁ H τὸν E μετρεῖ, τοσαυτάκως καὶ ἑκάτερος τῶν $\Theta,$
 K ἑκάτερον τῶν M, N μετρεῖτω. οἱ H, Θ, K, Λ ἄρα
 τοὺς E, M, N, Z ἰσάκως μετροῦσιν. οἱ H, Θ, K, Λ
 25 ἄρα τοῖς E, M, N, Z ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλὰ
 οἱ H, Θ, K, Λ τοῖς A, Γ, Δ, B ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ

3. τό] τόν φ. 6. εἰσιν B. 7. οἱ ἐλάχιστοι Vφ. 8.
 Γ, Δ, B] B, Γ, Δ BVφ. οἱ] corr. ex τοὺς m. 1 V. 9.
 οἱ] om. P. 10. εἰσίν] εἰσί Vφ. καὶ ἐπεὶ — 11: εἰσίν]
 om. φ. 10. Γ] in ras. B, post ras. 1 litt. V. 11. εἰσί V.
 13. τὸν Λ] Λ B. 18. ἔχοντας αὐτοῖς BVφ. 19. τε] om. P.

A ————	E ————	et fiat $A : B = E : Z$.
———— Γ	M ————	dico, quot inter A, B
———— Δ	N ————	secundum proportionem
———— B	Z ————	continuum interponan-
H ————		tur numeri, totidem
Θ ————		etiam inter E, Z secun-
K ————		dum proportionem con-
A ————		tinuum interpositum iri.

nam quot sunt numero A, B, Γ, Δ , totidem sumantur numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B [VII, 33] H, Θ, K, A . itaque extremi eorum H, A inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam A, Γ, Δ, B et H, Θ, K, A in eadem ratione sunt, et multitudo numerorum A, Γ, Δ, B multitudini numerorum H, Θ, K, A aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : B = H : A$. uerum $A : B = E : Z$. quare etiam $H : A = E : Z$. sed H, A primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque H numerum E et A numerum Z aequaliter metitur. iam quoties H numerum E metitur, toties uterque Θ, K utrumque M, N metiatur. itaque H, Θ, K, A numeros E, M, N, Z aequaliter metiuntur. itaque H, Θ, K, A et E, M, N, Z in eadem ratione sunt [VII def. 20]. uerum H, Θ, K, A et A, Γ, Δ, B

24. τοὺς] corr. ex τοῖς V.

Z] in ras. V.

ἰσότης — 25:

Z] mg. m. 1 V, om. φ.

26. K] e corr. V.

εἰσὶν· καὶ οἱ A, Γ, Δ, B ἄρα τοῖς E, M, N, Z ἐν τῷ
 αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν. οἱ δὲ A, Γ, Δ, B ἐξῆς ἀνάλογόν
 εἰσιν· καὶ οἱ E, M, N, Z ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.
 ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
 5 λογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς
 E, Z μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν
 ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 10 ὦσιν, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
 ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐ-
 τοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμ-
 πίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐ-
 τῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
 15 λογον ἐμπεσοῦνται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ
 A, B , καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
 λογον ἐμπίπτέτωσαν οἱ Γ, Δ , καὶ ἐκκείσθω ἡ E μο-
 νάς· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ
 20 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι
 καὶ ἑκατέρου τῶν A, B καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ
 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν
 τῷ τῶν A, Γ, Δ, B λόγῳ ὄντες οἱ Z, H , τρεῖς δὲ οἱ
 25 Θ, K, Λ , καὶ ἀεὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένη-
 ται τὸ πλῆθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν A, Γ, Δ, B .
 εἰλήφθωσαν, καὶ ἔστωσαν οἱ M, N, Ξ, O . φανερόν

1. εἰσὶν] om. P. καὶ οἱ — 2: λόγῳ εἰσὶν] mg. m. 1 V,
 om. φ. 3. εἰσιν] (prius) εἰσι Vφ. 10. ὡσι PVφ. 11.

in eadem ratione sunt. quare etiam A, Γ, Δ, B et E, M, N, Z in eadem ratione sunt. uerum A, Γ, Δ, B deinceps proportionales sunt. quare etiam E, M, N, Z deinceps proportionales sunt. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

IX.

Si duo numeri inter se primi sunt et inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri aliquot, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interponentur.

Sint duo numeri inter se primi A, B , et inter eos secundum proportionem continuam interponantur Γ, Δ , et ponatur unitas E . dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem secundum proportionem continuam interpositum iri.

sumantur enim duo numeri minimi in ratione A, Γ, Δ, B numerorum Z, H , tres autem Θ, K, Λ et semper deinceps uno plures, donec fiat multitudo eorum multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis [prop. II]. sumantur et sint M, N, Ξ, O . manifestum igitur

-σιν ἀριθμοὶ ὅσοι] in ras. m. 1 B. 12. ἐμπίπτωσιν P. 14.
μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ Theon (BVφ). 24. τῶν] corr. ex τόν V.

δὴ, ὅτι ὁ μὲν Z ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Θ πε-
 ποίηκεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάσας τὸν M πεποίηκεν,
 καὶ ὁ H ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν,
 τὸν δὲ A πολλαπλασιάσας τὸν O πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ
 5 οἱ M, N, Ξ, O ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχόντων τοῖς Z, H , εἰσὶ δὲ καὶ οἱ A, Γ, Δ, B ἐλά-
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς Z, H , καὶ
 ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν M, N, Ξ, O τῷ πλήθει
 τῶν A, Γ, Δ, B , ἕκαστος ἄρα τῶν M, N, Ξ, O ἐκάστῳ
 10 τῶν A, Γ, Δ, B ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν M
 τῷ A , ὁ δὲ O τῷ B . καὶ ἐπεὶ ὁ Z ἑαυτὸν πολλα-
 πλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ὁ Z ἄρα τὸν Θ μετρεῖ
 κατὰ τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς
 τὸν Z κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ E
 15 μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Z τὸν Θ . ἔστιν
 ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Z
 πρὸς τὸν Θ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Z τὸν Θ πολλαπλασιά-
 σας τὸν M πεποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν M μετρεῖ κατὰ
 τὰς ἐν τῷ Z μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ E μονὰς
 20 τὸν Z ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις
 ἄρα ἡ E μονὰς τὸν Z ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Θ τὸν
 M . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν,
 οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν M . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ E
 μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Θ .

1. πεποίηκε $V\phi$. 2. πεποίηκε $V\phi$. 3. πεποίηκε $V\phi$.
 4. πεποίηκε $V\phi$. 5. εἰσιν P . 6. Z, H] H, Z $BV\phi$. εἰ-
 σὶν B . 7. τὸν] corr. ex τῶν m . 1 P . Z, H] H, Z $BV\phi$;
 E, Z P . 10. ἴσος] (prius) corr. ex ἴσον m . rec. P . 12.
 Z] eras. V . 13. τῷ Z] αὐτῷ $V\phi$, τῷ Z supra m . 2 V . 18.
 ἄρα] ἔτι ϕ . 21. Θ] e corr. V ; E P . 22. ὡς] supra m . 1 B .
 24. πρὸς] (prius) supra m . 2 B .

est, esse $Z \times Z = \Theta$, $Z \times \Theta = M$, $H \times H = A$,

A —————	Θ —————	$H \times A = O$ [prop.
Γ —————	K —————	II coroll.]. et quoni-
Δ —————	A —————	am M, N, Ξ, O mini-
B —————		mi sunt eorum, qui
E —————	M —————	eandem rationem ha-
————— Z	N —————	bent ac Z, H , uerum
————— H	Ξ —————	etiam A, Γ, Δ, B
	O —————	minimi sunt eorum,
		qui eandem ratio-
		nem habent ac Z, H

[prop. III], et mul-

titudo numerorum M, N, Ξ, O multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis est, singuli M, N, Ξ, O singulis A, Γ, Δ, B aequales sunt. itaque $M = A$, $O = B$. et quoniam $Z \times Z = \Theta$, numerus Z numerum Θ secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque unitas E numerum Z et Z numerum Θ aequaliter metitur. itaque

$$E : Z = Z : \Theta \text{ [VII def. 20].}$$

rursus quoniam $Z \times \Theta = M$, numerus Θ numerum M secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque E unitas numerum Z et Θ numerum M aequaliter metitur. quare

$$E : Z = \Theta : M \text{ [VII def. 20].}$$

demonstrauius autem, esse etiam $E : Z = Z : \Theta$.

καὶ ὥς ἄρα ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z ἀριθμόν, οὕτως
 ὁ Z πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν M . ἴσος δὲ ὁ
 M τῷ A . ἔστιν ἄρα ὥς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν Z
 ἀριθμόν, οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν
 5 A . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ E μονὰς πρὸς τὸν
 H ἀριθμόν, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν A καὶ ὁ A πρὸς
 τὸν B . ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συν-
 εχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ
 ἐκατέρου τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς E μεταξὺ κατὰ
 10 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί. ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἐκατέρου καὶ μονάδος
 μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν
 15 ἀριθμοί, ὅσοι ἐκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος με-
 ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν
 ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ
 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

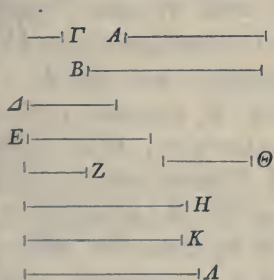
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς Γ
 20 μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτέωσαν ἀριθ-
 μοί οἱ τε A, E καὶ οἱ Z, H . λέγω, ὅτι ὅσοι ἐκατέ-
 ρου τῶν A, B καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ
 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι
 καὶ εἰς τοὺς A, B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
 25 ἐμπεσοῦνται.

2. πρὸς τὸν M — 4: πρὸς τὸν A] add. m. 2 B; sed πρὸς
 τὸν A lin. 4 etiam in textu sunt a m. 1. 2. ἴσος δὲ ὁ M τῷ
 A] ὁ δὲ M (μή φ) τῷ A ἔστιν ἴσος BVφ; in V haec uerba
 et seq. ad πρὸς τὸν A lin. 4 in mg. sunt m. 2. 3. ἡ] corr.
 ex ὁ φ. 13. ἐκατέρου] om. Theon (BVφ). 15. ἐξῆς με-
 ταξύ Theon (BVφ). 16. τό] om. V. 18. ἀνάλογον] m.
 2 B, om. Vφ.

quare etiam $E : Z = Z : \Theta = \Theta : M$. uerum $M = A$. itaque erit $E : Z = Z : \Theta = \Theta : A$. eadem de causa etiam $E : H = H : A = A : B$. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem E secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

X.

Si inter duos numeros¹⁾ et unitatem secundum proportionem continuam numeri aliquot interpositi sunt, quot inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter ipsos secundum proportionem continuam interponentur.



Nam inter duos numeros A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interponentur numeri Δ, E et Z, H . dico, quot inter singulos A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interpositi sint numeri, totidem etiam inter A, B secundum pro-

portionem continuam interpositum iri.

1) Scripturam codicis P lin. 13 (ἐκατέρου) etiam Campanus habuisse uidetur; apud eum enim VIII, 10 ita legimus: si inter utrumque eorum et unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιεῖτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Δ , Z τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν K , Λ ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθ-
 5 μόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἰσάκεις ἄρα ἡ Γ μονὰς
 τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν E . ἡ δὲ Γ μο-
 νὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μο-
 νάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν E μετρεῖ κατὰ τὰς
 ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
 10 τὸν E πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ Γ [μονὰς]
 πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ E πρὸς τὸν A , ἰσάκεις
 ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν
 A . ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς
 ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ E ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ
 15 τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν E πολλαπλασιά-
 σας τὸν A πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν
 Z ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, τὸν δὲ
 H πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ
 ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, τὸν
 20 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Θ . διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ Θ
 πρὸς τὸν H . καὶ ὡς ἄρα ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως
 ὁ Θ πρὸς τὸν H . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν
 25 E , Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν A , K πεποίηκεν,
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς
 τὸν K . ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Δ πρὸς
 τὸν Z · καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A

4. ἐστίν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ Δ ἄρα — 9: μονάδας]
 mg. m. 1 Pφ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμός] om. Vφ. 10.
 πεποίηκε Vφ. μονάς] om. P. 12. Γ] e corr. V. 11.

sit enim $\Delta \times Z = \Theta$, $\Delta \times \Theta = K$, $Z \times \Theta = A$.
 et quoniam est $\Gamma : \Delta = \Delta : E$, unitas Γ numerum Δ
 et Δ numerum E aequaliter metitur [VII def. 20].
 uerum unitas Γ numerum Δ secundum unitates nu-
 meri Δ metitur. quare etiam numerus Δ numerum
 E metitur secundum unitates numeri Δ . itaque
 $\Delta \times \Delta = E$. rursus quoniam est $\Gamma : \Delta = E : A$,
 unitas Γ numerum Δ et E numerum A aequaliter
 metitur. uerum unitas Γ numerum Δ secundum uni-
 tates numeri Δ metitur. quare etiam E numerum
 A secundum unitates numeri Δ metitur. itaque
 $\Delta \times E = A$. eadem de causa etiam $Z \times Z = H$
 et $Z \times H = B$. et quoniam $\Delta \times \Delta = E$ et

$$\Delta \times Z = \Theta, \text{ erit [VII, 17] } \Delta : Z = E : \Theta.$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : Z = \Theta : H$ [VII, 18].¹⁾
 quare etiam $E : \Theta = \Theta : H$. rursus quoniam
 $\Delta \times E = A$ et $\Delta \times \Theta = K$, erit $E : \Theta = A : K$
 [VII, 17]. uerum $E : \Theta = \Delta : Z$. quare etiam

$$\Delta : Z = A : K.$$

1) Cum habeamus $\Delta \times Z = \Theta$ et $Z \times Z = H$, proprie
 citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratio-
 cinatione; sed cum $\Delta \times Z = Z \times \Delta$ (VII, 16), adparet, Eu-
 clidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: *διὰ τὰ αὐτά*.

ἰσάκεις — 12: *τὸν A*] bis V (corr.), φ. 14. *καὶ ὁ E* — 15:
μονάδας] mg. m. 1 P. 14. *A*] in ras. m. 1 B. 16. *πεποίηκε*
 V φ. 17. *πεποίηκε* V φ. 18. *πολλασιάσας* φ. 19. *πε-*
ποίηκε V φ. 24. *τῶν E* — 25: *ἐκάτερον*] mg. m. 1 P.
 25. *τὸν A, H φ.* 27. *ἀλλά* P.

πρὸς τὸν K . πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν Δ , Z τὸν Θ
 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν K , Λ πεποίηκεν, ἔστιν
 ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν Λ .
 ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν K .
 5 καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς τὸν K , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν
 Λ . ἔτι ἐπεὶ ὁ Z ἐκάτερον τῶν Θ , H πολλαπλασιάσας
 ἐκάτερον τῶν Λ , B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ
 πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν B . ὡς δὲ ὁ Θ
 πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ὡς ἄρα
 10 ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν B . ἐδείχθη
 δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ τε Λ πρὸς τὸν
 K καὶ ὁ K πρὸς τὸν Λ . καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς τὸν
 K , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν B . οἱ
 A , K , Λ , B ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον.
 15 ὅσοι ἄρα ἐκατέρου τῶν A , B καὶ τῆς Γ μονάδος με-
 ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπέπτουσιν ἀριθμοί,
 τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς A , B μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
 ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

20 Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἰς μέσος ἀνά-
 λογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς
 τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ
 ἢ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ τοῦ
 25 μὲν A πλευρὰ ἔστω ὁ Γ , τοῦ δὲ B ὁ Δ . λέγω, ὅτι
 τῶν A , B εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ
 A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ὁ Γ πρὸς
 τὸν Δ .

1. καὶ πάλιν, delete καὶ P. Δ , Z] Z , Δ B. 3. Z] in
 ras. φ. 10. ἐδείχθη δέ] mg. φ. 12. καὶ ὡς ἄρα — 13:

rursus quoniam $\Delta \times \Theta = K$ et $Z \times \Theta = \Delta$, erit $\Delta : Z = K : \Delta$ [VII, 18]. uerum $\Delta : Z = A : K$. quare etiam $A : K = K : \Delta$. praeterea quoniam $Z \times \Theta = \Delta$ et $Z \times H = B$, erit [VII, 17] $\Theta : H = \Delta : B$. uerum $\Theta : H = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = A : B$. demonstrauius autem, esse etiam

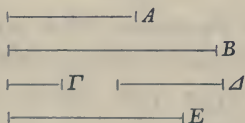
$$\Delta : Z = A : K = K : \Delta.$$

itaque erit $A : K = K : \Delta = \Delta : B$. itaque A, K, Δ, B deinceps in continua proportionem sunt. quot igitur inter singulos A, B et Γ unitatem secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter A, B deinceps interponentur; quod erat demonstrandum.

XI.

Inter duos numeros quadratos unus medius est proportionalis numerus, et quadratus ad quadratum duplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint numeri quadrati A, B , et numeri Δ latus sit Γ , numeri autem B latus Δ . dico, inter A, B



unum medium esse proportionalem numerum, et esse

$$A : B = \Gamma^2 : \Delta^2.$$

$\pi\rho\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu \Delta$] om. BV φ . 15. Γ] in ras. φ . 17. Ante καί ras. 1 litt. V. 26. $\tau\acute{\omega}\nu$] corr. ex $\tau\acute{o}\nu$ V.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖτω.
καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ A , πλευρὰ δὲ αὐτοῦ
ἐστιν ὁ Γ , ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν A
πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλα-
5 πλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἐκάτερον
τῶν Γ , Δ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A , E πε-
ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ
 A πρὸς τὸν E . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν B . καὶ ὡς ἄρα ὁ A
10 πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν B . τῶν A , B ἄρα
εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα
λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ἐπεὶ γὰρ τρεῖς
ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A , E , B , ὁ A ἄρα πρὸς
15 τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ A πρὸς τὸν
 E . ὡς δὲ ὁ A πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν
 Δ . ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ
ἢ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

20 Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν
εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον
τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἢ πλευρὰ πρὸς
τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ A , B καὶ τοῦ μὲν A
25 πλευρὰ ἔστω ὁ Γ , τοῦ δὲ B ὁ Δ . λέγω, ὅτι τῶν A ,
 B δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ A πρὸς
τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ .

1. γάρ] m. 2 B, post ras. 1 litt. V. 4. πεποίηκε V φ.
8. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] P; πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν E πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν

sit enim $\Gamma \times \Delta = E$. et quoniam quadratus est Δ et latus eius Γ , erit $\Gamma \times \Gamma = A$. eadem de causa etiam $\Delta \times \Delta = B$. iam quoniam $\Gamma \times \Gamma = A$ et $\Gamma \times \Delta = E$, erit $\Gamma : \Delta = A : E$ [VII, 17]. eadem de causa¹⁾ erit etiam $\Gamma : \Delta = E : B$. quare etiam $A : E = E : B$. ergo inter A, B unus medius est proportionalis numerus.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$. nam quoniam tres numeri proportionales sunt A, E, B , erit $A : B = A^2 : E^2$ [V def. 9]. uerum $A : E = \Gamma : \Delta$. itaque $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$; quod erat demonstrandum.

XII.

Inter duos cubos numeros duo medii proportionales sunt numeri, et cubus ad cubum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint cubi numeri A, B , et latus numeri Γ , numeri Δ . dico, inter A, B duos medios proportionales esse numeros, et esse $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$.

1) Nam $\Gamma \times \Delta = E$ et $\Delta \times \Delta = B$. itaque proportio illa proprie per VII, 18 (non VII, 17) efficitur. sed cfr. p. 300, 21 sq. et p. 301 not. uerba lin. 8 interpolata etiam ipsa orationis forma (*ἔνα καὶ τὸν αὐτόν*) redarguuntur.

B πεποίηκεν (πεποίηκε Vφ), δύο δὲ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἔνα καὶ τὸν αὐτόν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς E, B πεποίηκασιν. ἔστιν ἄρα Theon (BVφ). 9. Post B add. Theon: ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E (BVφ). 10. τῶν] τοῦ in ras. comp. V. 11. ἀριθμὸς ὁ E Theon (BVφ). 18. Δ πλευρὰν Vφ. 20. μέσους P, corr. m. rec.

Ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, ἐκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω.

- 5 Καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας
10 τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἐκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ
15 πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ ἐκάτερον τῶν Ε, Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Α, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν
20 Θ. πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Θ, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Κ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς
25 τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ.

4. Ζ] eras. V. 6. πεποίηκε Vφ. 7. πεποίηκε Vφ. 8. πεποίηκε Vφ. 10. πεποίηκε Vφ. 11. πεποίηκε Vφ. 17.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Gamma \times \Delta = Z$, $\Delta \times \Delta = H$,
 $\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. et quoniam A cubus est,
latus autem eius Γ et $\Gamma \times \Gamma = E$, erit $\Gamma \times \Gamma = E$
et $\Gamma \times E = A$. eadem de causa erit etiam $\Delta \times \Delta = H$
et $\Delta \times H = B$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times \Delta = Z$,
erit $\Gamma : \Delta = E : Z$ [VII, 17]. eadem de causa erit
etiam $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 18].¹⁾ rursus quoniam
 $\Gamma \times E = A$ et $\Gamma \times Z = \Theta$, erit $E : Z = A : \Theta$
[VII, 17]. uerum $E : Z = \Gamma : \Delta$. quare etiam
 $\Gamma : \Delta = A : \Theta$. rursus quoniam $\Gamma \times Z = \Theta$ et
 $\Delta \times Z = K$, erit [VII, 18] $\Gamma : \Delta = \Theta : K$. rursus
quoniam $\Delta \times Z = K$ et $\Delta \times H = B$, erit

$$Z : H = K : B \text{ [VII, 17].}$$

uerum $Z : H = \Gamma : \Delta$. quare etiam

$$\Gamma : \Delta = A : \Theta = \Theta : K = K : B.^2)$$

ergo inter A, B duo medii proportionales sunt Θ, K .

1) Nam $\Gamma \times \Delta = Z$ et $\Delta \times \Delta = H$; u. p. 305 not.

2) Euclides hic paullo breuior est, quam solet. sed recepto supplemento codicum deteriorum lin. 27 falsa illa efficitur forma orationis, quam p. 302, 12—13 cum P sustulimus. cui ut mederetur, Augustus lin. 28 post prius K interposuit: ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Θ οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν K (!); ego malui codd. PB sequi.

οὕτως — 18: πρὸς τὸν Z] m. 2 B. 20. ἐπεὶ] om. P. 25. B] $H \varphi$. 27. Post Δ add. $V \varphi$: οὕτως ὁ K πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ ; idem B mg. m. 2. ὁ Γ π ϵ λ τ ϵ ὁ B. 28. τῶν] corr. ex τὸν V. 29. οἱ] ἀριθμοὶ of B.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, Θ, K, B , ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ A πρὸς τὸν Θ . ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · καὶ ὁ A [ἄρα] πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσιν τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἐστῶσαν ὅποιοιῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ A, B, Γ , ὥς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ , καὶ οἱ A, B, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, E, Z ποιείτωσαν, τοὺς δὲ Δ, E, Z πολλαπλασιάσαντες τοὺς H, Θ, K ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι οἱ Δ, E, Z καὶ οἱ H, Θ, K ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν A, B τὸν Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν M, N ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν B, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν O, Π ποιείτω.

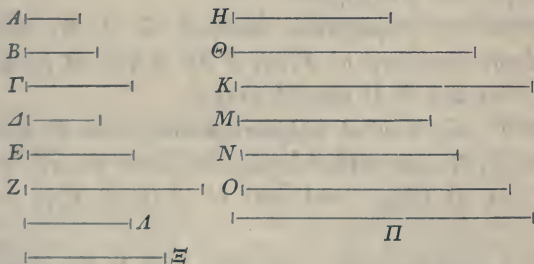
1. τριπλασίονα] τε- e corr. V. 5. ὥς δὲ ὁ A πρὸς τὸν Θ] mg. φ. 6. ἄρα] om. P, m. 2 B. 11. ποιεῖ V φ. τινας V φ. 12. γινομένους V. 13. ποιῶσιν B. 22. τὸν Δ — 23: πολλαπλασιάσας ἐ-] mg. φ. 26. τῶν] τόν P. O] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$. nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt A, Θ, K, B , erit $A : B = A^3 : \Theta^3$ [V def. 10]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.¹⁾

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$, et sit $A \times A = \Delta$, $B \times B = E$, $\Gamma \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $B \times E = \Theta$, $\Gamma \times Z = K$. dico, et numeros Δ, E, Z et H, Θ, K deinceps proportionales esse.



nam sit $A \times B = \Delta$, $A \times \Delta = M$, $B \times \Delta = N$, et rursus sit $B \times \Gamma = \Xi$, $B \times \Xi = O$, $\Gamma \times \Xi = \Pi$.

1) Verba sequentia καὶ ἀέ lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditina uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Ὁμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δεῖξομεν, ὅτι οἱ Δ , A , E
καὶ οἱ H , M , N , Θ ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ A
πρὸς τὸν B λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ E , Ξ , Z καὶ οἱ Θ , O , Π ,
 K ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ B πρὸς τὸν Γ
5 λόγῳ. καὶ ἔστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B
πρὸς τὸν Γ . καὶ οἱ Δ , A , E ἄρα τοῖς E , Ξ , Z ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ ἔτι οἱ H , M , N , Θ τοῖς Θ , O , Π ,
 K . καὶ ἔστιν ἴσον τὸ μὲν τῶν Δ , A , E πλήθος τῷ
τῶν E , Ξ , Z πλήθει, τὸ δὲ τῶν H , M , N , Θ τῷ τῶν
10 Θ , O , Π , K . δι' ἴσου ἄρα ἔστιν ὡς μὲν ὁ Δ πρὸς τὸν
 E , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z , ὡς δὲ ὁ H πρὸς τὸν Θ ,
οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν K . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ
15 πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἔαν ἡ πλευ-
ρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν
τετράγωνον μετρήσει.

Ἐστῶσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , πλευραὶ
δὲ αὐτῶν ἑστῶσαν οἱ Γ , Δ , ὁ δὲ A τὸν B μετρεῖτω·
20 λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖτω·
οἱ A , E , B ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ
πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ A , E , B ἐξῆς ἀνάλο-

1. A , E] e corr. V. 2. N] e corr. V; supra m. 2 B,
id. mg. m. 2: καὶ οἱ H , M , N , Θ . 3. B] Z φ. λόγῳ] corr.
ex λόγον φ. 5. καὶ ἔστιν — 6: τὸν Γ] mg. φ. 7. εἰσίν
PB. 8. τῶν] om. P. A , E] e corr. V. 10. καὶ δι'
ἴσου P. μὲν ὁ] ὁ μὲν BVφ. 14. Post τετράγωνος add.
ἀριθμός supra m. 1 B φ, m. 2 V. Supra τετράγωνον add.
ἀριθμόν B m. 2. 18. πλευρὰ φ. 23. λόγῳ] corr. ex λό-
γον φ.

iam eodem modo, quo supra¹⁾, demonstrabimus, numeros Δ , A , E et H , M , N , Θ deinceps proportionales esse in ratione $A : B$, et praeterea E , Ξ , Z et Θ , O , Π , K deinceps proportionales esse in ratione $B : \Gamma$. et $A : B = B : \Gamma$. quare etiam Δ , A , E et E , Ξ , Z in eadem ratione sunt et praeterea H , M , N , Θ et Θ , O , Π , K . et multitudo numerorum Δ , A , E multitudini numerorum E , Ξ , Z aequalis est et multitudo numerorum H , M , N , Θ multitudini numerorum Θ , O , Π , K . ex aequo igitur erit $\Delta : E = E : Z$ et $H : \Theta = \Theta : K$ [VII, 14]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

Sint numeri quadrati A , B , latera autem eorum A ———— | sint Γ , Δ , et A numerum B metiatur. dico, etiam Γ numerum Γ ———— | Δ ———— | Δ metiri.

E ———— | sit enim $\Gamma \times \Delta = E$; itaque A , E , B deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XI]. et quoniam A , E , B deinceps proportionales

1) Uelut in prop. 12, scilicet per VII, 17—18. cum enim $A \times A = \Delta$ et $A \times B = A$, erit $A : B = \Delta : A$. cum $A \times B = A$ et $B \times B = E$, erit $A : B = A : E$. itaque $A : B = \Delta : A = A : E$. et cum $A \times \Delta = H$, $A \times A = M$, erit $\Delta : A = H : M$; cum $A \times A = M$, $B \times A = N$, erit $A : B = M : N = H : M$. cum $B \times A = N$, $B \times E = \Theta$, erit $A : E = N : \Theta = A : B = H : M = M : N$ cett.

γόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ A τὸν B , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν E . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ .

Πάλιν δὴ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖται· λέγω, ὅτι καὶ ο
5 A τὸν B μετρεῖ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξο-
μεν, ὅτι οἱ A , E , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ
 Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E , μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν
10 Δ , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν E . καὶ εἰσιν οἱ A , E ,
 B ἐξῆς ἀνάλογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ A τὸν B .

Ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ
πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν
πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον
15 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ,
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν
ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν
20 κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A κύβον τὸν B μετρεῖται,
καὶ τοῦ μὲν A πλευρὰ ἔστιν ὁ Γ , τοῦ δὲ B ὁ Δ .
λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖται,
25 ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H ποιεῖται, καὶ
ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z [ποιεῖται], ἐκά-

1. εἰσι Vφ. 2. E] seq. ras. 1 litt. V. 3. μετρεῖ — τὸν
 Δ] om. P. 4. πάλιν δὴ] ἀλλὰ δὴ μετρεῖται BVφ. ὁ]
καὶ ὁ Vφ. μετρεῖται] om. BVφ. 9. μετρεῖ — 10: τὸν
E] om. P. 10. ἄρα] post ras. 2 litt. B. 12. Supra τετρά-
γωνος et τετράγωνον in B scr. comp. ἀριθμὸς et ἀριθμόν.

sunt, et A numerum B metitur, A etiam numerum E metitur [prop. VII]. est autem $A : E = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20].

Rursus Γ numerum Δ metiatur. dico, etiam A numerum B metiri.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, E, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = A : E$, et Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum E metitur [VII def. 20]. et A, E, B deinceps proportionales sunt. quare etiam A numerum B metitur.¹⁾

Ergo si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

XV.

Si cubus numerus cubum numerum metitur, etiam

A |————| latus latus metietur; et si latus
 B |—————| latus metitur, etiam cubus cu-
 Γ |——| H |————| bum metietur.
 Θ |—————|

Δ |—————| Nam cubus numerus A cu-
 E |————| bum B metiatur, et numeri A
 H |—————| latus sit Γ , numeri B autem Δ .
 Z |—————| dico, Γ numerum Δ metiri.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times \Delta = Z$,

1) Nam E numerum B metitur (VII def. 20) et A numerum E .

15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. PB. 21. μετρησείω φ. 22. Γ] A φ.
 23. ὁ Γ] καὶ ὁ Γ V φ. μετρήσει BV φ. 25. ὁ δὲ Δ ἐαν-
 τόν] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ BV φ. H] Z BV φ. καὶ ἔτι ὁ
 Γ τὸν Δ] ὁ δὲ Δ ἐαντὸν BV φ. 26. Z] H BV φ. ποιείτω]
 om. P.

τερος δὲ τῶν Γ , Δ τὸν Z πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Θ , K ποιείτω. φανερόν δὴ, ὅτι οἱ E , Z , H καὶ οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν
 5 εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ A τὸν B , μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ . καί ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Θ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ . μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ .

Ἀλλὰ δὴ μετρεῖται ὁ Γ τὸν Δ . λέγω, ὅτι καὶ ὁ A τὸν B μετρήσει.

10 Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οἱ A , Θ , K , B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Θ , καὶ ὁ A ἄρα τὸν Θ μετρεῖ. ὥστε καὶ
 15 τὸν B μετρεῖ ὁ A . ὅπερ ἔδει δείξαι.

ις'.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ με-
 20 τρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Ἐστῶσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἕστωσαν οἱ Γ , Δ , καὶ μὴ μετρεῖται ὁ A τὸν B . λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

25 Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ , μετρήσει καὶ ὁ A τὸν B . οὐ μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν B . οὐδὲ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει.

3. οἱ] om. V φ. 5. εἰσι V φ. 6. Θ] om. φ. 7. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ] mg. m. 1 P. 9. μετρεῖσει φ.
 10. αὐτόν φ. δὴ] om. B. 12. τόν] om. P. καί] m.

$\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. manifestum igitur, numeros E , Z , H et A , Θ , K , B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XII]. et quoniam A , Θ , K , B deinceps proportionales sunt, et A numerum B metitur, etiam numerum Θ metitur [prop. VII]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur.

Rursus metiatur Γ numerum Δ . dico, etiam A numerum B metiri. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A , Θ , K , B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam Γ numerum Δ metitur, et $\Gamma : \Delta = A : \Theta$, etiam A numerum Θ metitur [VII def. 20]. quare etiam numerum B ¹⁾ metitur A ; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si numerus quadratus quadratum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne quadratus quidem quadratum metietur.

A —————
 B —————
 Γ —————
 Δ —————

Sint numeri quadrati A , B , latera autem eorum sint Γ , Δ , et A numerum B ne metiatur. dico, ne Γ quidem numerum Δ metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XIV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metietur.

1) Cfr. p. 313 not.

2 B, om. V φ. 19. μῆ] supra V. 22. ἀριθμοί] m. 2 B, om. V φ. 23. μῆ] supra V. 24. λέγω δέ P. οὐδ' V. μετρήσει V φ. μετρεῖ — 25: τὸν Δ] mg m. 1 P. 26. οὐδ' B.

Μὴ μετρεῖτω [δὴ] πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β
5 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ με-
τρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει·
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ
10 κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β
μὴ μετρεῖτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ
δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β με-
15 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ
τὸν Δ μετρεῖ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ με-
20 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν
Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἰς μέσος
ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς
25 τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

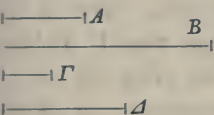
1. δὴ] om. P. 3. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β] mg. m. 1 P.
μετρήσει] om. P. 4. Δ] eras. V. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν
Δ] m. 2 B. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. 9. μετρῇ] -ῇ

Rursus Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XIV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.

 Nam cubus numerus A cubum numerum B ne metiatur, et numeri A latus sit Γ , numeri B autem Δ . dico, Γ numerum Δ non metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metitur.

Uerum Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

in ras. φ . 13. $\acute{o}$] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] με-
τρήσει V φ . 15. οὐδέ V φ . 20. $\acute{o}$ A] supra m. 2 V. 21.
ὅπερ ἴδει δειξαι] om. BV φ .

Ἐστῶσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B ,
καὶ τοῦ μὲν A πλευραὶ ἔστῶσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί,
τοῦ δὲ B οἱ E, Z . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν
οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ
5 Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z . λέγω οὖν,
ὅτι τῶν A, B εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ
ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ὁ Γ
πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z , τουτέστιν ἢ περ ἢ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον [πλευράν].

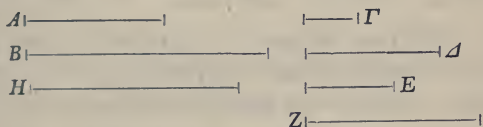
10 Καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E
πρὸς τὸν Z , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν
 E , ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ A ,
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Γ, Δ , ὁ Δ ἄρα τὸν Γ πολλα-
πλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ
15 E τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. ὁ Δ δὴ
τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν H ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ
 Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν, τὸν
δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H . ἀλλ'
20 ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν E , [οὕτως] ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ
ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H .
πάλιν, ἐπεὶ ὁ E τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν H
πεποίηκεν, τὸν δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίη-
κεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ H
25 πρὸς τὸν B . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z ,
οὕτως ὁ A πρὸς τὸν H . καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν
 H , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν B . οἱ A, H, B ἄρα ἐξῆς
ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν A, B ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν
ἐστιν ἀριθμός.

1. ἀριθμοί] om. Vφ. 9. πλευράν] om. P. 11. Γ] in ras. φ. 13. πολυπλασιάσας P. 14. πεποίηκε Vφ. 15. Z]

duplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo numeri plani similes A , B , et latera numeri A sint Γ , Δ , numeri B autem E , Z . et quoniam similes plani numeri ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico, inter A , B unum medium esse proportionalem numerum, et esse $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.

iam quoniam est $\Gamma : \Delta = E : Z$, permutando erit $\Gamma : E = \Delta : Z$ [VII, 13]. et quoniam A planus est,



latera autem eius Γ , Δ , erit $\Delta \times \Gamma = A$. eadem de causa erit etiam $E \times Z = B$. iam sit $\Delta \times E = H$. et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = H$, erit $\Gamma : E = A : H$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = A : H$. rursus quoniam

$E \times \Delta = H$ et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = H : B$ [VII, 17]. demonstrauius autem, esse etiam

$$\Delta : Z = A : H.$$

quare etiam $A : H = H : B$. itaque A , H , B deinceps proportionales sunt. ergo inter A , B unus medius proportionalis est numerus.

in ras. ϕ . πολυπλασιάσας P. 16. πολυπλασιάσας P. 17. μέν] supra m. 2 V. πολυπλασιάσας P. πεποίηκε V ϕ . 18. πολυπλασιάσας P. 19. ἀλ' ϕ . 20. οὕτως] om. P. Z] seq. οὕτως ὁ A P, del. m. 1. καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς] in ras. ϕ . 22. μέν] om. P. πολυπλασιάσας P. 23. πεποίηκε V ϕ . πολυπλασιάσας P. 24. Z] in ras. ϕ . 28. εἰσι V ϕ .

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἢ περὶ ὁ Γ πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . ἐπεὶ γὰρ οἱ A, H, B ἑξῆς ἀνά-
 5 λογόν εἰσιν, ὁ A πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περὶ πρὸς τὸν H . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν H , οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν E καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ὁ Γ πρὸς τὸν E ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Z . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

ιθ'.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμό-
 15 λογον πλευράν.

Ἐστῶσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ A, B , καὶ τοῦ μὲν A πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, E , τοῦ δὲ B οἱ Z, H, Θ . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἐστὶν ἄρα ὡς μὲν ὁ Γ πρὸς
 20 τὸν Δ , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν H , ὡς δὲ ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ . λέγω, ὅτι τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ .
 25 Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν K ποιείτω, ὁ δὲ Z τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω. καὶ

4. τόν] τήν P. 6. τόν] (alt.) corr. ex τό m. 2 P. 8. ἄρα διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν B Vφ. ὁ Γ] ὅ τε Γ PBVφ; corr. ed. Basil. 11. μέσοι] ὅμοιοι V (corr. m. rec.), φ. 16. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ φ, Vm. 2. 17. μέν] om. B, supra m.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.
nam quoniam A, H, B deinceps proportionales sunt,
erit [V def. 9] $A : B = A^2 : H^2$.

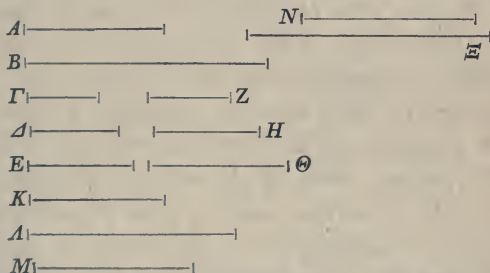
et $A : H = \Gamma : E = \Delta : Z$.

quare etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$; quod erat
demonstrandum.

XIX.

Inter duos similes numeros solidos duo medii
proportionales numeri interponuntur; et solidus ad
solidum similem triplicatam rationem habet quam
latera correspondentia.

Sint duo solidi similes A, B et numeri A latera
sint Γ, Δ, E , numeri B autem Z, H, Θ . et quoniam



similes solidi ii sunt, qui latera proportionalia habent
[VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = Z : H$, $\Delta : E = H : \Theta$.
dico, inter A, B duos medios proportionales numeros
interponi, et esse $A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3$.

sit enim $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = A$. et quoniam

2 V. 18. ἀριθμοὶ οἱ V φ. 19. μὲν ὁ] ὁ μὲν V φ, ὁ B.
24. καὶ] (prius) om. B, mg. ἦ. ἐτι] ἐστι φ.

ἐπεὶ οἱ Γ, Δ τοῖς Z, H ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν, καὶ
 ἐκ μὲν τῶν Γ, Δ ἐστὶν ὁ K , ἐκ δὲ τῶν Z, H ὁ Λ ,
 οἱ K, Λ [ἄρα] ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί· τῶν K ,
 Λ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστὶν ἀριθμός. ἔστω ὁ
 5 M . ὁ M ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, Z , ὡς ἐν τῷ πρὸ
 τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν
 Γ πολλαπλασιάσας τὸν K πεποίηκεν, τὸν δὲ Z πολ-
 λαπλασιάσας τὸν M πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ
 πρὸς τὸν Z , οὕτως ὁ K πρὸς τὸν M . ἀλλ' ὡς ὁ K
 10 πρὸς τὸν M , ὁ M πρὸς τὸν Λ . οἱ K, M, Λ ἄρα
 ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Z λό-
 γῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ
 Z πρὸς τὸν H , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν
 Z , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν H . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ
 15 ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Θ . οἱ
 K, M, Λ ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τε τῷ τοῦ Γ
 πρὸς τὸν Z λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Δ πρὸς τὸν H καὶ
 ἔτι τῷ τοῦ E πρὸς τὸν Θ . ἑκάτερος δὲ τῶν E, Θ
 τὸν M πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν N, Ξ ποιείτω.
 20 καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστὶν ὁ A , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν
 οἱ Γ, Δ, E , ὁ E ἄρα τὸν ἐκ τῶν Γ, Δ πολλαπλα-
 σιάσας τὸν A πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ ἐστὶν ὁ
 K . ὁ E ἄρα τὸν K πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὁ Θ τὸν Λ πολλαπλασιάσας τὸν
 25 B πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν K πολλαπλασιάσας
 τὸν A πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν M πολλαπλα-
 σιάσας τὸν N πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ K πρὸς
 τὸν M , οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν N . ὡς δὲ ὁ K πρὸς
 τὸν M , οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς
 30 τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ . καὶ ὡς ἄρα ὁ

Γ , Δ et Z , H in eadem ratione sunt, et $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = A$, numeri K , A similes plani sunt [VII def. 21]. itaque inter K , A unus medius est proportionalis numerus [prop. XVIII]. sit M . itaque $M = \Delta \times Z$, ut in propositione praecedenti demonstratum est [p. 318, 15; 26]. et quoniam

$\Delta \times \Gamma = K$ et $\Delta \times Z = M$, erit $\Gamma : Z = K : M$ [VII, 17]. uerum $K : M = M : A$. itaque K , M , A deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : Z$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = Z : H$, permutando erit

$$\Gamma : Z = \Delta : H \text{ [VII, 13].}$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : H = E : \Theta$. itaque K , M , A deinceps proportionales sunt in rationibus $\Gamma : Z$, $\Delta : H$, $E : \Theta$. iam sit $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$. et quoniam A solidus est, et latera eius sunt Γ , Δ , E , erit $E \times \Gamma \times \Delta = A$. uerum $\Gamma \times \Delta = K$. itaque $E \times K = A$. eadem de causa etiam $\Theta \times A = B$. et quoniam $E \times K = A$, et $E \times M = N$, erit $K : M = A : N$ [VII, 17]. uerum

$$K : M = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

6. Post $\epsilon\delta\epsilon\iota\chi\theta\eta$ add. $V\varphi$: $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ($\epsilon\tau\iota$ φ) $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{o}$ K $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ M , $\acute{o}$ M $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ A ; idem B mg. m. 2. 7. $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$.
 9. $\alpha\lambda\lambda'$ $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{o}$ K $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ M] mg. φ . 10. $\acute{o}$] $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ $\acute{o}$ $V\varphi$.
 11. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] om. P, supra m. 1 V. 14. $\delta\iota\acute{\alpha}$ $\tau\acute{\alpha}$ $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$ $\delta\eta$ $\kappa\alpha\iota$] P;
 $\pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu$ $\epsilon\pi\epsilon\iota$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{o}$ Δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ E , $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ $\acute{o}$ H $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ Θ ,
 $\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ Theon (BV φ). 16. K , A , M $V\varphi$. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\epsilon\tau\iota$ φ .
 $\alpha\upsilon\alpha\lambda\omicron\gamma\acute{o}\nu$ $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ $V\varphi$. 17. $\lambda\acute{o}\gamma\omega$] om. $V\varphi$. $\tau\tilde{\omega}$] om. $V\varphi$.
 21. Γ] (prius) eras. V. 22. Δ] seq. in P: $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\varsigma$, sed delet.
 23. $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$. 24. Post $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\varsigma$ add. Theon: $\tau\acute{o}\nu$ $\epsilon\kappa$ $\tau\acute{\omega}\nu$ Z , H (BV φ). 25. $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$.
 30. $\epsilon\tau\iota$] corr. ex $\omicron\tau\iota$ m. 1 P; $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ φ , mg. $\epsilon\tau\iota$. $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\omega}\varsigma$] $\acute{\omega}\varsigma$ BV φ .

- Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν N. πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν E, Θ τὸν M πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν N, Ξ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο E πρὸς τὸν Θ, οὕτως
 5 ὁ N πρὸς τὸν Ξ. ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τε A πρὸς τὸν N καὶ ὁ N πρὸς τὸν Ξ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Θ τὸν M πολλαπλα-
 10 σιάσας τὸν Ξ πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν A πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ M πρὸς τὸν A, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν B. ἀλλ' ὡς ὁ M πρὸς τὸν A, οὕτως ὁ τε Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ
 15 πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ, οὕτως οὐ μόνον ὁ Ξ πρὸς τὸν B, ἀλλὰ καὶ ὁ A πρὸς τὸν N καὶ ὁ N πρὸς τὸν Ξ. οἱ A, N, Ξ, B ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν πλευρῶν λόγοις.
- 20 Λέγω, ὅτι καὶ ὁ A πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἢ περ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Z ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, N,
 25 Ξ, B, ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ὁ A πρὸς τὸν N. ἀλλ' ὡς ὁ A πρὸς τὸν N, οὕτως ἐδείχθη ὁ τε Γ πρὸς τὸν Z καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν H καὶ ἔτι ὁ E πρὸς τὸν Θ. καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν

2. N] corr. ex K V. 6. Post H add. P: καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ. καὶ ὡς — 8: τὸν Θ] del. P et m. 1 et m. 2. 8. τε] om. P. 9. Ξ] Z φ. 14. Θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν]

quare etiam erit $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N$.
 rursus quoniam est $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$,
 erit $E : \Theta = N : \Xi$ [VII, 18]. uerum

$$E : \Theta = \Gamma : Z = \Delta : H.$$

quare etiam $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N = N : \Xi$.
 rursus quoniam est $\Theta \times M = \Xi$ et $\Theta \times A = B$,
 erit $M : A = \Xi : B$ [VII, 17]. uerum

$$M : A = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

quare etiam

$\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = \Xi : B = A : N = N : \Xi$.
 itaque A, N, Ξ, B deinceps proportionales sunt in
 rationibus laterum, quas indicauimus.

Dico, esse etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3.$$

nam quoniam quattuor numeri deinceps proportionales
 sunt, A, N, Ξ, B , erit $A : B = A^3 : N^3$ [V def. 10].
 uerum $A : N = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta$, ut demon-

mg. φ .
 $\rho\acute{\alpha}\nu$ φ .

16. Ξ] Z φ .

17. Ξ] corr. ex Z φ .

28. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. φ , $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ V.

22. $\pi\lambda\epsilon$ -

B τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ομόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ *Γ* ἀριθμὸς πρὸς τὸν *Z* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ἔτι ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμὸς, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν *A*, *B* εἷς μέσος ἀνάλογον
10 ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ *Γ*. λέγω, ὅτι οἱ *A*, *B* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Εἰλήφθωσαν [γὰρ] ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *A*, *Γ* οἱ *Δ*, *Ε*. ἰσάκεις ἄρα ὁ *Δ* τὸν *A* μετρεῖ καὶ ὁ *Ε* τὸν *Γ*. ὁσάκεις δὴ ὁ *Δ*
15 τὸν *A* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Z*. ὁ *Z* ἄρα τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *A* πεποίηκεν. ὥστε ὁ *A* ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ *Δ*, *Z*. πάλιν, ἐπεὶ οἱ *Δ*, *Ε* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *Γ*, *B*, ἰσάκεις ἄρα ὁ *Δ* τὸν *Γ*
20 μετρεῖ καὶ ὁ *Ε* τὸν *B*. ὁσάκεις δὴ ὁ *Ε* τὸν *B* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *H*. ὁ *Ε* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *H* μονάδας. ὁ *H* ἄρα τὸν *Ε* πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκεν. ὁ *B* ἄρα

1. πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον] mg. φ. 6. ἐμπίπτει V, corr. m. 1. 9. μέσον B. ἀνάλογον] om. BVφ. In B supra scr. m. 2: εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ὁ *Γ* ἀριθμὸς, ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*. 12. γὰρ] om. P. 13. *A*, *Γ*] *A*, *Γ*, *B* Bφ, et V deleto B. Post *E* in Vφ add. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*. ὡς δὲ ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B* (Θ φ). καὶ ὡς ἄρα ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*; idem B mg. m. 2 (δή pro δέ). 16. πε-

strauimus. quare etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3;$$

quod erat demonstrandum.

XX.

Si inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur numerus, numeri plani similes erunt.

Nam inter duos numeros A, B unus medius proportionalis interponatur numerus Γ . dico, A, B esse similes numeros planos.

sumantur Δ, E minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ [VII, 33]. itaque Δ numerum A et E numerum Γ aequaliter metitur [VII, 20].

iam quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in Z . itaque $Z \times \Delta = A$ [VII def. 15]. quare A planus est, latera autem eius Δ, Z .

rursus quoniam Δ, E minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, B ¹⁾, Δ numerum Γ et E numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties E numerum B metitur, tot unitates sint in H . itaque E numerum B metitur secundum unitates numeri H . itaque $H \times E = B$ [VII def. 15]. itaque B planus

1) Nam $A : \Gamma = \Gamma : B$.

ποίηκε $V\varphi$. Seq. in $V\varphi$: τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν; idem B m. 2. 17. ἐστὶ $V\varphi$. 18. εἰσιν P . 19. Γ, B] $B, \Gamma \varphi$. 20. δὴ] δέ P , et B (corr. m. 1). 21. ἔστωσαν] bis φ , sed corr. ὁ E] e corr. V , καὶ ὁ E P .

ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ E, H . οἱ A, B ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Z τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν, τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
 5 ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν Γ , τουτέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν B . πάλιν, ἐπεὶ ὁ E ἐκάτερον τῶν Z, H πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, B πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Z πρὸς τὸν H , οὕ-
 τως ὁ Γ πρὸς τὸν B . ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν B , οὕτως
 10 ὁ Δ πρὸς τὸν E . καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν E , οὕ-
 τως ὁ Z πρὸς τὸν H . καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ Δ πρὸς
 τὸν Z , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν H . οἱ A, B ἄρα ὅμοιοι
 ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνά-
 λογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κα'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμ-
 πίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ
 ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον
 20 ἐπιπίπτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ . λέγω, ὅτι οἱ A, B
 ὅμοιοι στερεοί εἰσιν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐ-
 τὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, Γ, Δ τρεῖς οἱ E, Z, H .
 οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ E, H πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 25 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν E, H εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμ-
 πέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ Z , οἱ E, H ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι

1. ἐπίπεδος] in ras. φ. 3. ἐπεὶ γὰρ — 4: Γ πεποίηκεν] del. B; ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερον (ex ἐκάτερος V) τῶν Δ, E ὁ Z (Δ, E ὁ Z in ras. V) πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν A, Γ (in ras. V) πεποίηκεν V φ; ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερος τῶν Z, H τὸν E πολλαπλα-
 σιάσας ἐκάτερον τῶν Γ, B πεποίηκεν mg. B. In P mg. m. 1

est, et latera eius sunt E, H . ergo A, B plani sunt numeri.

Iam dico, eos etiam similes esse. nam quoniam est $Z \times \Delta = A$ et $Z \times E = \Gamma^1)$, erit

$$\Delta : E = A : \Gamma = \Gamma : B.$$

rursus quoniam $E \times Z = \Gamma$, $E \times H = B$, erit $Z : H = \Gamma : B$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : B = \Delta : E$. quare etiam $\Delta : E = Z : H$. et permutando $\Delta : Z = E : H$ [VII, 13]. ergo A, B similes sunt numeri plani; latera enim eorum proportionalia sunt [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si inter duos numeros duo medii proportionales numeri interponuntur, numeri similes sunt solidi.

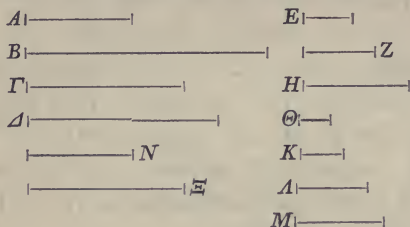
Nam inter duos numeros A, B duo medii proportionales interponantur numeri Γ, Δ . dico, numeros A, B similes esse solidos.

sumantur enim E, Z, H numeri minimi eorum, qui in eadem ratione sunt ac A, Γ, Δ [prop. II]. itaque extremi eorum E, H inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam inter E, H unus medius proportionalis interponitur numerus Z , numeri E, H similes plani

1) Nam $\Delta : A = 1 : Z = E : \Gamma$.

add. $\sim$ $\lambda\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma$ ἄρα ὁ Δ τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ E τὸν Γ (signo $\sim$ nullum in textu respondit). 5. ὥς] om. P. 7. ἐκότερον τῶν Z, H ὁ E $\forall \varphi$. Z, H πολλαπλασιάσας τοὺς] om. B. τοὺς] ἐκότερον τῶν $\forall \varphi$. 10. καὶ ὥς — E] mg. φ . ἄρα] om. P. 11. καὶ ἐναλλάξ — 12: τὸν H] om. Theon (BV φ). 13. εἰσιν ἀριθμοί P. 16. ἐμπίπτουσιν φ , sed corr. 17. ἀριθμοί, ὅμοιοι] bis φ . οἱ] om. P. 20. Γ, Δ] Δ, Γ φ . λέγω γάρ V, delete γάρ. 23. Δ] Δ, B $\forall \varphi$. 25. εἰσὶ $\forall \varphi$. ἀνάλογος P. 26. ὁ Z] om. φ .

ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν E πλευραὶ οἱ Θ , K , τοῦ δὲ H οἱ A , M . φανερόν ἄρα ἐστὶν ἐκ τοῦ πρὸς τούτου, ὅτι οἱ E , Z , H ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν



τε τῷ τοῦ Θ πρὸς τὸν A λόγῳ καὶ τῷ τοῦ K πρὸς
 5 τὸν M . καὶ ἐπεὶ οἱ E , Z , H ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν
 αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A , Γ , Δ , καὶ ἐστὶν ἴσον
 τὸ πλῆθος τῶν E , Z , H τῷ πλήθει τῶν A , Γ , Δ , δι'
 ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ E πρὸς τὸν H , οὕτως ὁ A πρὸς
 τὸν Δ . οἱ δὲ E , H πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-
 10 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λό-
 γον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα
 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγού-
 μενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον.
 ἰσάκεις ἄρα ὁ E τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ H τὸν Δ . ὁσά-
 15 κεις δὴ ὁ E τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν
 ἐν τῷ N . ὁ N ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν A
 πεποίηκεν. ὁ δὲ E ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Θ , K . ὁ N ἄρα
 τὸν ἐκ τῶν Θ , K πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
 στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ A , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ
 20 Θ , K , N . πάλιν, ἐπεὶ οἱ E , Z , H ἐλάχιστοι εἰσι τῶν
 τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Γ , Δ , B , ἰσάκεις ἄρα
 ὁ E τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ H τὸν B . ὁσάκεις δὴ ὁ E

2. τοῦ πρὸ] om. B V φ.

3. ἀνάλογόν εἰσιν V φ.

4.

sunt [prop. XX]. sint Θ , K latera numeri E , et A , M latera numeri H . itaque ex praecedenti propositione manifestum est, numeros E , Z , H deinceps proportionales esse in ratione $\Theta : A$ et $K : M$.¹⁾ et quoniam E , Z , H minimi²⁾ sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A , Γ , Δ , et multitudo numerorum E , Z , H aequalis est multitudini numerorum A , Γ , Δ , ex aequo erit $E : H = A : \Delta$ [VII, 14]. sed E , H primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A et H numerum Δ aequaliter metitur. iam quoties E numerum A metitur, tot unitates sint in N . itaque $N \times E = A$ [VII def. 15]. uerum $E = \Theta \times K$. itaque

$$N \times \Theta \times K = A.$$

ergo A solidus est, latera autem eius Θ , K , N . rursus quoniam E , Z , H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ , Δ , B ³⁾, E numerum Γ et H numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties

1) Nam in prop. 20 demonstratum est

$$A : \Gamma = \Gamma : B = \Delta : E = Z : H.$$

2) Hoc solum utitur, quod numeri E , Z , H et A , Γ , Δ proportionales sunt.

3) Nam $A : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : B = E : Z = Z : H$, et E , Z , H minimi sunt in ratione $A : \Gamma$ et $\Gamma : \Delta$.

$\tau\acute{o}\nu$] om. B. 5. $\tau\acute{o}\nu$] om. B. $\epsilon\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu$ P. 6. $\kappa\alpha\acute{\iota}$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ — 7: A , Γ , Δ] om. Theon (BV φ). 15. $\delta\acute{\eta}$] $\delta\acute{\epsilon}$ V φ . 18. $\pi\epsilon\pi\acute{o}\lambda\eta\kappa\epsilon$ V φ . 20. N] in ras. V. 22. H] in ras. φ . $\delta\acute{\eta}$] $\delta\acute{\epsilon}$ BV φ .

τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ξ .
 ὁ H ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας.
 ὁ Ξ ἄρα τὸν H πολλαπλασιάζας τὸν B πεποιήκεν.
 ὁ δὲ H ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν A, M . ὁ Ξ ἄρα τὸν ἐκ τῶν
 5 A, M πολλαπλασιάζας τὸν B πεποιήκεν. στερεὸς ἄρα
 ἐστὶν ὁ B , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ A, M, Ξ . οἱ
 A, B ἄρα στερεοὶ εἰσιν.

Λέγω [δὴ], ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ N, Ξ τὸν
 E πολλαπλασιάζαντες τοὺς A, Γ πεποιήκασιν, ἔστιν
 10 ἄρα ὡς ὁ N πρὸς τὸν Ξ , ὁ A πρὸς τὸν Γ , τουτέστιν
 ὁ E πρὸς τὸν Z . ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , ο Θ
 πρὸς τὸν A καὶ ὁ K πρὸς τὸν M . καὶ ὡς ἄρα ὁ Θ
 πρὸς τὸν A , οὕτως ο K πρὸς τὸν M καὶ ο N πρὸς
 τὸν Ξ . καὶ εἰσιν οἱ μὲν Θ, K, N πλευραὶ τοῦ A , οἱ
 15 δὲ Ξ, A, M πλευραὶ τοῦ B . οἱ A, B ἄρα ἀριθμοὶ
 ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ο
 δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾗ, καὶ ο τρίτος τετρά-
 20 γωνος ἔσται.

Ἐστῶσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ A, B ,
 Γ , ο δὲ πρῶτος ὁ A τετράγωνος ἔστω. λέγω, ὅτι καὶ
 ὁ τρίτος ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν A, Γ εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν
 25 ἀριθμὸς ὁ B , οἱ A, Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν.
 τετράγωνος δὲ ὁ A τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ . ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

2. ὁ] καὶ ὁ P. κατά] insert. postea V. 4. τόν] corr.
 ex τῶν V. 5. πεποιήκε Vφ. Seq. in Vφ: τὸν δὲ E πολλα-
 πλασιάζας τὸν Γ πεποιήκε; idem B m. 2. 7. εἰσι Vφ. 8.

E numerum Γ metitur, tot unitates sint in Ξ . itaque H numerum B metitur secundum unitates numeri Ξ .¹⁾ itaque $\Xi \times H = B$. uerum $H = A \times M$. itaque $\Xi \times A \times M = B$. ergo B solidus est, latera autem eius sunt A, M, Ξ . ergo A, B solidi sunt.

Dico, eos etiam similes esse. nam quoniam

$$N \times E = A \text{ et } \Xi \times E = \Gamma^2), \text{ erit}$$

$$N : \Xi = A : \Gamma [\text{VII}, 18] = E : Z.$$

uerum $E : Z = \Theta : A = K : M$. quare etiam

$$\Theta : A = K : M = N : \Xi.$$

et Θ, K, N latera sunt numeri A , et Ξ, A, M ³⁾ latera numeri B . ergo A, B similes sunt numeri solidi [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt, et primus quadratus est, etiam tertius quadratus erit.

Sint tres numeri deinceps proportionales A, B, Γ , et primus A quadratus sit. dico, etiam tertium Γ quadratum esse.

nam quoniam inter A, Γ unus medius est proportionalis numerus B , A et Γ similes plani sunt [prop. XX]. uerum A quadratus est. ergo etiam Γ quadratus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

1) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi = H : B$.

2) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi$.

3) Debuit dici A, M, Ξ . sed respicit ad. p. 332, 4.

$\delta\eta]$ om. P. $N]$ e corr. V. 10. $\Xi]$ corr. ex Z ϕ . 19. $\kappa\alpha\iota \delta]$ δ insert. m. 2 P. 24. $\alpha\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$ V, sed corr. m. 1. 25. $\epsilon\lambda\sigma\iota$ V ϕ . 26. $\Gamma]$ in ras. P.

κγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ῆ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

5 Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, ὁ δὲ *A* κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ *Δ* κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν *A*, *Δ* δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ *B*, *Γ*, οἱ *A*, *Δ* ἄρα ὅμοιοί εἰσι στερεοὶ
10 ἀριθμοί. κύβος δὲ ὁ *A*· κύβος ἄρα καὶ ὁ *Δ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχω-
σιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
15 ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ῆ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B* πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ *Γ* πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν τὸν *Δ*, ὁ δὲ *A* τετράγωνος ἔστω· λέγω,
20 ὅτι καὶ ὁ *B* τετράγωνός ἐστιν.

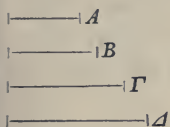
Ἐπεὶ γὰρ οἱ *Γ*, *Δ* τετράγωνοί εἰσιν, οἱ *Γ*, *Δ* ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν *Γ*, *Δ* ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστίν ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *A* πρὸς τὸν *B*· καὶ τῶν *A*, *B* ἄρα εἷς μέσος
25 ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστίν ὁ *A* τετράγωνος· καὶ ὁ *B* ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

7. ἔσται BVφ. 9. *B*, *Γ*] *Γ*, *B* φ. εἰσιν P. 14. τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς] mg. φ. τετράγωνος φ, sed corr.
15. ἀριθμὸς φ, sed corr. ῆ τετράγωνος BVφ. 16. δεύτερος] λοιπός P. 22. εἰσι Vφ. 23. καὶ] καὶ ἐπεὶ P. τόν] om. B. 24. τόν] om. B. 25. ὁ] ὡς ὁ P.

XXIII.

Si quattuor numeri deinceps proportionales sunt, et primus cubus est, etiam quartus cubus erit.

Sint quattuor numeri deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et A cubus sit. dico, etiam Δ cubum esse.



nam quoniam inter A , Δ duo medii proportionales sunt numeri B , Γ , A et Δ similes sunt solidi numeri [prop. XXI]. uerum A cubus est. ergo etiam Δ cubus est [VII def. 21];

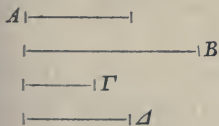
quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, et primus quadratus est, etiam secundus quadratus erit.

Duo enim numeri A , B inter se rationem habeant, quam quadratus numerus Γ ad quadratum numerum Δ , et A quadratus sit. dico, etiam B quadratum esse.

nam quoniam Γ , Δ quadrati sunt, Γ , Δ similes sunt plani. itaque inter Γ , Δ unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. est autem $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam inter A , B unus medius proportionalis



interponitur numerus [prop. VIII]. et A quadratus est. ergo etiam B quadratus est [prop. XXII]; quod erat demonstrandum.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχω-
σιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν,
ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἤ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος
5 ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B πρὸς ἀλλήλους λόγον
ἔχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς κύβον ἀριθ-
μὸν τὸν Δ , κύβος δὲ ἔστω ὁ A . λέγω [δή], ὅτι καὶ
ὁ B κύβος ἐστίν.

- 10 Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ κύβοι εἰσίν, οἱ Γ, Δ ὅμοιοι
στερεοὶ εἰσιν· τῶν Γ, Δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον
ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς Γ, Δ μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ
εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ
15 τῶν A, B δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθ-
μοί. ἐμπίπτέτωσαν οἱ E, Z . ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθ-
μοὶ οἱ A, E, Z, B ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστι
κύβος ὁ A , κύβος ἄρα καὶ ὁ B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

- 20 Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους
λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A, B . λέγω,
ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθ-
25 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

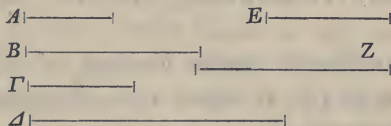
3. πρὸς κύβον ἀριθμόν] bis φ, sed corr. 8. δή] om. P.
10. ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι B V φ. 11. εἰσί V φ. 12. δέ] δή?
13. ἐμπίπτουσι P V φ. 15. τῶν] τόν φ. 17. εἰσιν] εἰσι V φ.
ἐστι] ἐστιν P. 24. A] seq. ras. 1 litt. V. ἀριθμός om. V φ.

XXV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit.

Duo enim numeri A , B inter se rationem habeant, quam cubus numerus Γ ad cubum numerum Δ , et cubus sit A . dico, etiam B cubum esse.

nam quoniam Γ , Δ cubi sunt, Γ , Δ similes solidi sunt. itaque inter Γ , Δ duo medii proportionales interponuntur numeri [prop. XIX]. iam quot inter Γ , Δ secundum proportionem continuam interponun-



tur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, interponuntur [prop. VIII]. quare etiam inter A , B duo medii proportionales interponuntur numeri. interponantur E , Z . iam quoniam quattuor numeri A , E , Z , B deinceps proportionales sunt, et cubus est A , etiam B cubus est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Similes numeri plani inter se eam rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sint similes numeri plani A , B . dico, A ad B eam rationem habere, quam quadratus numerus habeat ad quadratum numerum.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν, τῶν A, B ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμ-
πιπτέτω καὶ ἔστω ὁ Γ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι
ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων τοῖς A, Γ, B
5 οἱ Δ, E, Z . οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Δ, Z τετράγω-
νοι εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z , οὕτως
ὁ A πρὸς τὸν B , καὶ εἰσιν οἱ Δ, Z τετράγωνοι, ὁ
 A ἄρα πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθ-
μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κξ'.

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους
λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον
ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ A, B . λέγω,
15 ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς
πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν, τῶν A, B
ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμ-
πιπτέτωσαν οἱ Γ, Δ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθ-
20 μοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων τοῖς A, Γ, Δ, B
ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος οἱ E, Z, H, Θ . οἱ ἄρα ἄκροι
αὐτῶν οἱ E, Θ κύβοι εἰσίν. καὶ ἔστιν ὡς ὁ E πρὸς
τὸν Θ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὁ A ἄρα πρὸς
τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθ-
25 μόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. εἶσι Vφ. 4. τοῖς] corr. ex toi m. 2 P. Γ, B]
B, Γ P. 6. εἶσι Vφ. 11. οἱ] om. P. 17. εἶσι Vφ.
18. μέσοι] -οι e corr. m. 1 P. 19. ἀριθμοί] om. B. 20.
B] Z φ. 22. εἶσι Vφ. 23. καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B]
mg. φ. 25. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. In fine Εὐκλείδου
στοιχείων η' P.

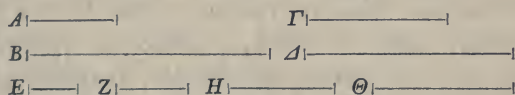
nam quoniam A, B similes plani sunt, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. interponatur, et sit Γ , et sumantur numeri Δ, E, Z minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, B [prop. II]. itaque extremi eorum Δ, Z quadrati sunt [prop. II coroll.]. et quoniam est $\Delta : Z = A : B$, et Δ, Z quadrati sunt, A ad B rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Similes numeri solidi inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

Sint similes numeri solidi A, B . dico, A ad B eam rationem habere, quam cubus numerus habeat ad cubum numerum.

nam quoniam A, B similes sunt solidi, inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri



[prop. XIX]. interponantur Γ, Δ , et sumantur minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B iis aequales multitudine E, Z, H, Θ [prop. II]. itaque extremi eorum E, Θ cubi sunt [prop. II coroll.]. et $E : \Theta = A : B$. ergo A ad B eam rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum; quod erat demonstrandum.

θ'.

α'.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

5 Ἐστῶσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ A ἑαυτὸν
10 μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ A , B ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν A , B ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθ-
15 μῶν μεταξὺν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας· ὥστε καὶ τῶν Δ , Γ εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶ τετράγωνος ὁ Δ · τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ . ὅπερ ἔδει
20 δεῖξαι.

θ'] corr. ex η' V. Post titulum, ante prop. I in textu scholium habent Vφ, u. app. 9. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ Vφ.
10. μὲν] om. B. Δ] in ras. P. πεποίηκε Vφ. 11. Γ] in ras. P. 14. δέ] supra m. 2 V. μεταξὺ ἀριθμῶν Vφ. 16. ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσιν] mg. m. 2 B. 17.

IX.

I.

Si duo similes numeri plani inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, numerus ex iis productus quadratus erit.

A ————— B ————— Γ ————— Δ —————	Sint duo similes numeri plani A, B, et sit $A \times B = \Gamma$. dico, numerum Γ quadratum esse.
--	---

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur quadratus est. iam quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B similes sunt numeri plani, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [VIII, 18]. sin inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos interponuntur, totidem etiam inter eos interponuntur, qui eandem rationem habent [VIII, 8]. quare etiam inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur numerus. et quadratus est Δ . ergo etiam Γ quadratus est [VIII, 22]; quod erat demonstrandum.

$\xi\chiοντας\ \alpha\upsilon\tauοις\ \varphi$, $\alpha\upsilon\tauοις$ mg. m. 2 V. 18. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 19.
 $\delta\ \Delta\ \tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\varsigma$] mg. m. 1 P. $\omicron\pi\epsilon\rho\ \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\acute{\iota}\xi\alpha\iota$] m. 2 V,
 om. B.

β'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

5 Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ A , B , καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τετράγωνον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ A , B ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ὁ γὰρ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἐαυτὸν μὲν
10 πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ Γ , οἱ Δ , Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Δ , Γ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει.
15 καὶ ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A , B ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ἔαν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν [οἱ] ἀριθμοί· οἱ ἄρα A , B ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

γ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ B κύβος ἐστίν.

25 Εἰλήφθω γὰρ τοῦ A πλευρὰ ὁ Γ , καὶ ὁ Γ ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. φανερόν δὴ ἐστίν,

3. εἰσι V φ. 4. ἀριθμοί] om. BV φ. 5. ἔστῶσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A , B πολλαπλασιάσαντες (m. 2 B) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν Theon (BV φ). 9. ἐστι V φ. A] supra m. 1 V. μέν] om. φ. 10. πεποίηκε V φ.

II.

Si duo numeri inter se multiplicantes quadratum effecerint, similes erunt numeri plani.

Sint duo numeri A , B , et A numerum B multiplicans numerum Γ quadratum efficiat. dico, A , B similes esse numeros planos.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ quadratus est. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit
 $\text{—————}|A$ $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam
 $\text{—————}|B$ Δ quadratus est, uerum etiam Γ , numeri Δ , Γ similes plani sunt. itaque
 $\Gamma\text{—————}|$ inter Δ , Γ unus medius proportionalis
 $\Delta\text{—————}|$ interponitur [VIII, 18]. est autem $\Delta : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A , B unus medius proportionalis interponitur [VIII, 8]. sin inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur, similes plani sunt numeri [VIII, 20]. ergo A , B similes plani sunt; quod erat demonstrandum.

III.

Si cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

Cubus enim numerus A se ipsum multiplicans B numerum efficiat. dico, B numerum cubum esse.

sumatur enim Γ latus numeri A , et sit $\Gamma \times \Gamma = \Delta$.

12. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. τόν] om. B. 14. εἰσι V φ. Post ἐμπίπτει in V φ: ἀριθμός; idem B m. 2. 16. τῶν] corr. ex τόν φ. ἀνάλογος V, sed corr. 17. ἐὰν δέ — ἐμπίπτει] mg. m. 2 B, addito ἀριθμός ante ἐὰν. ἐμπίπτει B; et V φ, sed corr. m. 1. 18. οἱ] (prius) om. P. 19. ἐπίπεδοι] om. P. 26. Δ] corr. ex B m. 1 P.

ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. καὶ
ἐπεὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ
 Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.
ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
5 αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ , ὁ
 Γ πρὸς τὸν Δ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν A πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν A μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς
10 πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν A . ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν
 Γ , ὁ Γ πρὸς τὸν Δ · καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν
 Γ , οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν A . τῆς
ἄρα μονάδος καὶ τοῦ A ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ , Δ . πά-
15 λιν, ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίη-
κεν, ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονά-
δας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , ὁ A
πρὸς τὸν B . τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ A δύο μέσοι
20 ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν A , B ἄρα
δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο
ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶ-
τος κύβος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καὶ ἔστιν
ὁ A κύβος· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει
25 δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολ-

* 1. πεποίηκε Vφ. 2. πεποίηκε Vφ. ὁ Γ] postea in-
sert. B. 5. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 6. τόν] (prius) om. B.
7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ. 13. καὶ τοῦ] bis φ, sed corr. 18.
οὕτως ὁ B. 19. τόν] om. B. 20. ἀνάλογον φ. ἀριθμοὶ ἐμ-

manifestum igitur, esse $\Gamma \times \Delta = A$. et quoniam
 $\Gamma \times \Gamma = \Delta$, Γ numerum Δ se-
 cundum unitates suas metitur [VII
 def. 15]. uerum etiam unitas nu-
 merum Γ secundum unitates ipsius
 metitur. itaque [VII def. 20] $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$. rursus
 quoniam $\Gamma \times \Delta = A$, Δ numerum A secundum uni-
 tates numeri Γ metitur. uerum etiam unitas nume-
 rum Γ secundum unitates ipsius metitur. erit igitur
 $1 : \Gamma = \Delta : A$. uerum $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$.

itaque $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : A$. itaque inter unitatem
 et numerum A duo medii proportionales interponun-
 tur numeri Γ , Δ secundum proportionem continuam.
 rursus quoniam est $A \times A = B$, A numerum B
 secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas
 numerum A secundum unitates ipsius metitur. erit
 igitur $1 : A = A : B$. sed inter unitatem et A duo
 medii proportionales interponuntur numeri. itaque
 etiam inter A , B duo medii proportionales inter-
 ponentur numeri [VIII, 8].¹⁾ sin inter duos numeros
 duo medii proportionales interponuntur, et primus
 cubus est, etiam secundus cubus erit [VIII, 23]. et
 A cubus est. ergo etiam B cubus est; quod erat
 demonstrandum.

IV.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans

1) VIII, 8 de duobus numeris proportionalibus demon-
 stratur; sed demonstratio eadem tum quoque ualet, si alter
 unitas est.

πεπτώκασιν P. τῶν] corr. ex τόν V. 22. ἐμπίπτωσιν]
 e corr. V. 23. δεύτερος] τέταρτος Theon (B V φ).

λαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A κύβον ἀριθμὸν τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ κύβος
5 ἔστίν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα κύβος ἔστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς
10 τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ A , B κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ A , B . τῶν A , B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε καὶ τῶν Δ , Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καὶ ἔστι κύβος ὁ Δ · κύβος ἄρα καὶ ὁ Γ · ὅπερ
15 ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμὸν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἀριθμὸν τινα τὸν B πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ B
20 κύβος ἔστίν.

Ὁ γὰρ A ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· κύβος ἄρα ἔστίν ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ A ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ Δ , Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν Δ , Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνά-

6. γὰρ A] A γάρ $BV\varphi$. 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ . ἔστι $V\varphi$. 8. πεποίηκε $V\varphi$. 10. τόν] bis om. B . 11. εἰσι $V\varphi$. οἱ A , B] om. $BV\varphi$. 13. τῶν] e corr. V . 14.

numerus aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

$\text{—————}|A$ Cubus enim numerus A cubum
 $\text{—————}|B$ Γ numerum B multiplicans efficiat Γ .
 $\text{—————}|$ dico, Γ cubum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B cubi sunt, A, B similes sunt solidi. itaque inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. quare etiam inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est Δ . ergo etiam Γ cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

V.

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans cubum effecerit, etiam numerus multiplicatus cubus erit.
 $\text{—————}|A$ Cubus enim numerus A nu-
 $\text{—————}|B$ Γ merum aliquem B multiplicans
 $\text{—————}|$ cubum Γ efficiat. dico, etiam B cubum esse.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. est

ἐστίν P. Prop. 5 in Vφ bis scribitur, secundo loco ($V_2 \varphi_2$) sine numero. τὸ $\bar{\epsilon}$ δις ἐγράφη κατὰ λήθην τοῦ γραφέντος V mg. 21. B] supra V_2 . 23. Δ] in ras. V_2 . 24. μέν] om. φ. 25. πεποίηκε Vφ $V_2 \varphi_2$. 27. οὕτως ὁ V. Δ , Γ] eras. V. 28. ὅμοιοι οἱ φ. εἰσι Vφ $V_2 \varphi_2$. Δ , Γ] eras. V.

λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶν ὡς ἰ Δ πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A , B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶ κύβος ὁ A . κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν B ποιεῖτω. λέγω, ὅτι καὶ ὁ A κύβος ἐστίν.

- 10 Ὁ γὰρ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ A ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ A ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ
- 15 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ἐπεὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ B ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A μονάδας. μετρεῖ δὲ
- 20 καὶ ἡ μονὰς τὸν A κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ B πρὸς τὸν Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ B , Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν
- 25 B , Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ

1. καὶ ἐστὶν — 3: ἀριθμοί] mg. m. 2 V; in textu ὥστε καὶ τῶν Δ , Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί, sed delet. V. 2. ἄρα] ἔτι φ. 3. ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί ἀνάλογον BVφ, V₂ φ₂. ἐστὶν P. 4. A] eras. V. κύβος] m. 2 B. ἐστὶ] om. Vφ, ἐστίν φ₂. B] eras. V. 5. σ']

autem $A : \Gamma = A : B$. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est A . ergo etiam B cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit.

Numerus enim A se ipsum multiplicans efficiat cubum B . dico, etiam A cubum esse.

sit enim $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$
 $\begin{array}{l} | \text{-----} | A \\ | \text{-----} | B \\ | \text{-----} | \Gamma \end{array}$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quoniam $A \times A = B$, A numerum B secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = A : B$. et quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = B : \Gamma$. sed

$$1 : A = A : B.$$

quare etiam $A : B = B : \Gamma$. et quoniam B, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter B, Γ duo medii proportionales sunt numeri [VIII, 19]. est autem

sic $V\varphi$. 11. $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$. 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ $V\varphi$. $\acute{\epsilon}\alpha\nu\tau\omicron\nu$ $\mu\acute{\epsilon}\nu$
 $BV\varphi$. 14. $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta\kappa\epsilon$ $V\varphi$. $\acute{o}$ A $\acute{\alpha}\rho\alpha$ — 22: $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ $\acute{o}$ A
 $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ B] P , $\tau\acute{o}\nu$ $\delta\epsilon$ B $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\varsigma\acute{\iota}\alpha\varsigma\alpha\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ Γ $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta\kappa\epsilon\nu$
Theon ($BV\varphi$). 22. B] in ras. P . 23. $\kappa\alpha\acute{\iota}$] om. $BV\varphi$.
 $\acute{o}$ B] supra φ . 24. $\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\iota$ $V\varphi$. 25. B, Γ] A, B P .

ἐστὶν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ A πρὸς τὸν B . καὶ τῶν A , B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶ κύβος ὁ B . κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ A . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ξ'.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμὸν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἀριθμὸν τινα τὸν B
10 πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ στερεός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A σύνθετός ἐστιν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται. μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ Δ , καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ
15 E . ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, ὁ E ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ δὲ A ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ , E , ὁ ἄρα ἐκ τῶν Δ , E τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ Γ
20 ἄρα στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Δ , E , B . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὀποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος
25 τετράγωνος ἔσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες

1. οὕτως ὁ A BVφ. 3. ἐστὶν P. κύβος] (alt.) om. φ. ἐστὶν P. 15. ἐπεὶ οὖν — 16: μονάδας] om. Vφ. 16. πεποίηκε Vφ. 18. ὁ] (alt.) om. BVφ. 19. Post πεποίηκεν add. φ, VB mg. m. 2: καὶ (om. B) ὁ B ἄρα (ἐτι φ) τὸν ἐκ τῶν

$B : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A , B duo medii proportionales sunt [VIII, 8]. et cubus est B . quare etiam A cubus est;¹⁾ quod erat demonstrandum.

VII.

Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans alium aliquem effecerit, numerus productus solidus erit.

$\text{—————}|A$ Compositus enim numerus A
 $\text{—————}|B$ numerum aliquem B multiplicans
 $\text{—————}| \Gamma$ numerum Γ efficiat. dico, nume-
 $\Delta \text{ ————} | E \text{ ————} |$ rum Γ solidum esse.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Δ , et quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in E . iam quoniam Δ numerum A secundum unitates numeri E metitur, erit $E \times \Delta = A$ [VII def. 15]. et quoniam $A \times B = \Gamma$, et $A = \Delta \times E$, erit

$$\Delta \times E \times B = \Gamma.$$

ergo Γ solidus est, latera autem eius sunt Δ , E , B ; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales sunt, tertius ab unitate quadratus erit et

1) Nam $A : x = x : y = y : B$, siue (VII, 13)

$B : y = y : x = x : A$.

tum u. VIII, 23.

Δ , E πολλαπλασιάσας τὸν A (τὸν A om. B) τὸν Γ πεποίηκεν.
 20. ἐστὶ $V\varphi$. Δ] e corr. V. E] om. B. 25. ἐστὶ] ἐστὶ
 BV φ . δ] πάντες, δ BV φ .

πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*. λέγω, ὅτι ὁ μὲν
5 τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ *B* τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ *Γ* κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος ὁ *Z* κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

10 Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν *A*, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, ἰσάκεις ἄρα ἡ μονὰς τὸν *A* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *A* τὸν *B*. ἡ δὲ μονὰς τὸν *A* ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ *A* ἄρα τὸν
15 *B* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *A* μονάδας. ὁ *A* ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ *B*. καὶ ἐπεὶ οἱ *B*, *Γ*, *Δ* ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ *B* τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ *Δ* ἄρα τετράγωνός ἐστιν. δια τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ *Z* τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες
20 πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ *Γ* κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν *A*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ἰσάκεις ἄρα ἡ μονὰς τὸν *A* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *B* τὸν *Γ*. ἡ δὲ μονὰς τὸν *A*
25 ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *A* μονάδας· καὶ ὁ *B*

1. πάντες] om. BVφ. 2. διαλείποντες πάντες BVφ.
4. ὅτι] om. Vφ. 6. πάντες] om. BVφ. 7. πάντες] om. φ.
9. ἅπαντες Vφ. 12. ἀριθμόν] om. BVφ. 14. τῷ *A*] αὐτῷ φ.
15. πεποίηκε V et -κε in ras; φ. 17. ἐστι PVφ. 18. ἐστι V. διὰ τὰ — 19: ἐστίν] om. φ. 20. πάντες] om. BVφ. εἰσι Vφ. 21. ἐστίν P. 25. τῷ *A*] αὐτῷ φ.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps
 A |—————| proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E,$
 B |—————| Z . dico, tertium ab unitate B
 Γ |—————| quadratum esse et item omnes,
 Δ |—————| quicunque uno loco distent, quar-
 E |—————| tum autem Γ cubum et item
|—————| omnes, quicunque duobus locis
 Z distent, septimum uero Z si-

mul et cubum et quadratum et item omnes, quicunque quinque locis distent. nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur [VII def. 20]. sed unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates numeri A metitur. itaque [VII def. 15] $A \times A = B$. ergo B quadratus est. et quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. eadem de causa etiam Z quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque uno loco distent, quadratos esse. iam dico, quantum ab unitate Γ cubum esse et item omnes, quicunque duobus locis distent. nam quoniam est $1 : A = B : \Gamma$, unitas numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur.

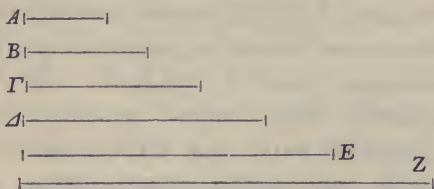
1) Cum πάντες post διαλείποντες facillime intercidere potuerit, nec in hoc uocabulo uel omittendo uel ponendo constans sit codicum P et Theoninorum consensus aut dissensus, fortasse πάντες ubique recipiendum.

ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ A μονάδας· ὁ A
 ἄρα τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν
 ὁ A ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν,
 τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, κύβος ἄρα
 5 ἐστὶν ὁ Γ . καὶ ἐπεὶ οἱ Γ , Δ , E , Z ἐξῆς ἀνάλογόν
 εἰσιν, ὁ δὲ Γ κύβος ἐστίν, καὶ ὁ Z ἄρα κύβος ἐστίν.
 ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἑβδομος ἀπὸ τῆς
 μονάδος κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὲ
 δεῖξομεν, ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες κύβοι
 10 τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Θ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἐξῆς κατὰ τὸ
 συνεχὲς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν
 μονάδα τετράγωνος ἦ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τε-
 15 τράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα
 κύβος ἦ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὅσοιδηποτ-
 οῦν ἀριθμοὶ οἱ A , B , Γ , Δ , E , Z , ὁ δὲ μετὰ τὴν



μονάδα ὁ A τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοι-
 20 ποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ B τε-
 τράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἑνα διαπλείποντες πάντες, δέ-

1. τῷ A] αὐτῷ, supra scr. A φ. 3. μὲν] om. P. πε-

unitas autem numerum A secundum unitates numeri A metitur. quare etiam B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. itaque $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$ et $A \times B = \Gamma$, Γ cubus est. et quoniam Γ , A , E , Z deinceps proportionales sunt, et Γ cubus est, etiam Z cubus est [VIII, 23].¹⁾ demonstrauius autem, eundem etiam quadratum esse. ergo septimus ab unitate et cubus et quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque quinque locis distent, et cubos et quadratos esse; quod erat demonstrandum.

IX.

Si quotlibet numeri deinceps in proportionem continua proportionales sunt inde ab unitate, et unitati proximus quadratus est, etiam reliqui omnes quadrati erunt. et si proximus unitati cubus est, etiam reliqui omnes cubi erunt.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , E , Z , et unitati proximus A quadratus sit. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse. tertium quidem ab unitate B quadratum esse et omnes, qui uno loco distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse.

1) Et similiter de omnibus, qui duobus locis distant, quod nix opus est, ut cum Augusto diserte addamus.

ποίηκε Vφ. 4. πεποίηκε Vφ. 6. ἐστίν] (prius) ἐστί Vφ.
 7. καί] om. φ. 8. τέ] supra m. 1 P. ἐστίν P. δῆ] in
 ras. P; δέ φ. 10. τέ] om. P. εἰσιν P. 12. ἐξῆς κατὰ
 τὸ συνεχὲς ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἐξῆς Theon (BVφ). 17. ὁσοιδη-
 ποτοῦν] PBVφ; ὅποσοιοῦν edd. 21. B] δεύτερος V, del. et
 ins. β m. 2; β δεύτερος φ.

δεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοὶ εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B, Γ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ A τετράγωνος, καὶ ὁ Γ [ἄρα] τετράγωνος ἐστὶν. πάλιν, ἐπεὶ [καὶ] οἱ B, Γ, Δ ἐξῆς ἀνάλογόν
 5 εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ B τετράγωνος, καὶ ὁ Δ [ἄρα] τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοὶ εἰσιν.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ A κύβος· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσιν.

- 10 Ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν A μετρεῖ καὶ ὁ A τὸν
 15 B . ἡ δὲ μονὰς τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῇ μονάδας· καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῇ μονάδας· ὁ A ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. καὶ ἐστὶν ὁ A κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος
 20 κύβος ἐστίν· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ, Δ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ A κύβος, καὶ ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. διατὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ E κύβος ἐστίν, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

25

ι'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὀποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς]

1. δὴ] om. P. 2. εἰσιν] (alt.) εἰσι Vφ. 3. τετράγωνος· καὶ ὁ Γ ἄρα] mg. φ. ἄρα] om. P. 4. ἐστίν] P et V sed v delet.; ἐστι φ. καί] om. P. 5. εἰσιν] -v delet. V. Δ] eras. V. ἄρα] om. P. 12. δὴ] om. P. 15. B] B μετρεῖ Vφ. ἐν]

nam quoniam A, B, Γ deinceps proportionales sunt, et A quadratus est, etiam Γ quadratus est [VIII, 22]. rursus quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. similiter demonstrabimus, etiam reliquos omnes quadratos esse.

at rursus A cubus sit. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

quantum quidem ab unitate Γ cubum esse et item omnes, qui duobus locis distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur. unitas autem numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque $A \times A = B$. et A cubus est. sin cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem efficit, numerus productus cubus est [prop. III]. ergo etiam B cubus est. et quoniam quattuor numeri A, B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et A cubus est, etiam Δ cubus est [VIII, 23]. eadem de causa etiam E cubus est, et similiter reliqui omnes cubi sunt; quod erat demonstrandum.

X.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-

ἐν τῷ Vφ. 16. καὶ ὁ A — 17: μονάδας] mg. m. 1 P.
 16. αὐτῷ] τῷ supra scr. αὐτῷ V; τῷ αὐτῷ φ. 18. πεποίηκε
 Vφ. ὁ] ὡς ὁ P, sed corr. m. 1. 20. ἐστὶ Vφ. καὶ ὁ
 B ἄρα κύβος ἐστίν] om. P. ἐστὶ Vφ. 21. εἰσι Vφ. 22.
 ἐστίν] (alt.) ἐστὶ Vφ. 23. ἐστὶ Vφ. 24. ὅπερ] ὁ- in ras. φ.
 26. ἐξῆς] om. P.

ἀνάλογον ὧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ἦ
 τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος
 ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ
 τῶν ἑνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ
 5 τὴν μονάδα κύβος μὴ ἦ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύ-
 βος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονά-
 δος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

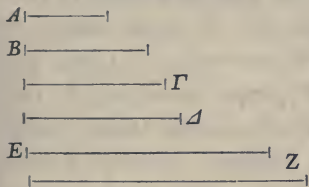
Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὅσοιδη-
 ποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ *A, B, Γ, Δ, E, Z*, ὁ δὲ μετὰ τὴν
 10 μονάδα ὁ *A* μὴ ἔστω τετράγωνος· λέγω, ὅτι οὐδὲ
 ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ
 τῆς μονάδος [καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων].

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ *Γ* τετράγωνος. ἔστι δὲ
 καὶ ὁ *B* τετράγωνος· οἱ *B, Γ* ἄρα πρὸς ἀλλήλους
 15 λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετρά-
 γωνον ἀριθμόν. καὶ ἔστιν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ
A πρὸς τὸν *B*· οἱ *A, B* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον
 ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον
 ἀριθμόν· ὥστε οἱ *A, B* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. καὶ
 20 ἔστι τετράγωνος ὁ *B*· τετράγωνος ἄρα ἔστι καὶ ὁ *A*·
 ὕπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν.
 ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετρά-
 γωνός ἐστι χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ
 τῶν ἑνα διαλειπόντων.

25 Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ *A* κύβος. λέγω, ὅτι οὐδ'

8. ἔστωσαν γάρ *P*. ἐξῆς] in ras. φ. ὅσοιδηποτοῦν] *P*;
 ὅποσοιδηποτοῦν *BVφ*. 10. ὁ *A*] om. *Vφ*. λέγω] ὁ *A*. λέγω
Vφ. 11. χωρὶς] πλήν *Vφ*. 12. καὶ τῶν ἑνα διαλειπόντων]
 om. *P*. 13. ἔστι] ἔστιν *P*. 15. πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν] *m*.
 rec. *P*. 16. ὁ *A*] οὕτως ὁ *A B*. 17. τόν] om. *B*. 18. ἀριθμόν *P*,
 corr. *m*. 1. 19. ὥστε — εἰσιν] in *V* deleta (εἰσι); om. φ. 21.
 ὑπόκειται *Vφ*. 22. τετράγωνός ἐστι] om. *Vφ*. 25. οὐδὲ *V*.
 οὐδὲ ἄλλος *mg*. φ.

nales sunt, et unitati proximus quadratus non est, ne alius quidem ullus quadratus erit praeter tertium ab unitate et omnes, quicunque uno loco distant. et si unitati proximus cubus non est, ne alius quidem ullus cubus erit praeter quartum ab unitate et omnes, quicunque duobus locis distant.



Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$, et unitati proximus A quadratus ne sit. dico, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate.

nam si fieri potest, Γ quadratus sit. est autem etiam B quadratus [prop. VIII]. itaque B, Γ inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. et est $B : \Gamma = A : B$. itaque A, B inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. quare A, B similes plani sunt [VIII, 26].¹⁾ et B quadratus est. itaque etiam A quadratus est. quod est contra hypothesim. ergo Γ quadratus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate, et quicunque uno loco distent.

at A cubus ne sit. dico, ne alium quidem ullum

1) Fortasse lin. 14: *οἱ* B, Γ — 16: *ἀριθμόν* et lin. 19: *ὥστε* — *εἰσὶν* spuria sunt. poterat enim uti VIII, 24 melius quam VIII, 26 conuersa; cfr. p. 360, 7.

ἄλλος οὐδείς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ Δ κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ Γ κύβος· τέταρτος γὰρ ἔστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καὶ
 5 ἔστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὁ B πρὸς τὸν Γ · καὶ ὁ B ἄρα πρὸς τὸν Γ λόγον ἔχει, ὃν κύβος πρὸς κύβον. καὶ ἔστιν ὁ Γ κύβος· καὶ ὁ B ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν B , ἡ δὲ μονὰς τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μο-
 10 νάδας, καὶ ὁ A ἄρα τὸν B μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ A ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν B πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα καὶ ὁ A · ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Δ
 15 κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδείς κύβος ἔστι χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
 20 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατὰ τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος τῆς A ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ B, Γ, Δ, E · λέγω, ὅτι τῶν B, Γ, Δ, E ὁ ἐλάχιστος ὁ B τὸν E μετρεῖ κατὰ τινα τῶν Γ, Δ .

Ἐπεὶ γὰρ ἔστιν ὡς ἡ A μονὰς πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E , ἰσάκως ἄρα ἡ A μονὰς τὸν B

3. ἔστι] -i in ras. V, ἔστιν P. 5. τόν] bis om. B. $\Gamma]$
 (alt.) supra φ. 6. ἄρα] supra m. 1 P. 7. ἐστί V φ. 8.

cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent.

nam si fieri potest, sit Δ cubus. est autem etiam Γ cubus [prop. VIII]; quartus enim est ab unitate. et $\Gamma : \Delta = B : \Gamma$. quare etiam B ad Γ rationem habet, quam cubus ad cubum. et Γ cubus est. itaque etiam B cubus est [VII, 13. VIII, 25]. et quoniam est $1 : A = A : B$, et unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur, etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque erit $A \times A = B$. sin numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit [prop. VI]. itaque A cubus est; quod est contra hypothesim. ergo Δ cubus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent; quod erat demonstrandum.

XI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt ab unitate, minor maiorem secundum aliquem eorum metitur, qui inter numeros proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate A deinceps proportionales B, Γ, Δ, E . dico, ex numeris B, Γ, Δ, E minimum B numerum E secundum aliquem numerorum Γ, Δ metiri.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, A unitas nume-

τόν] om. B. οὕτως ὁ B.

οὐδέ V φ.

20. ἐλάσσων P.

24. B, Γ] (prius) in ras. φ.

e corr. V.

14. καί] supra m. 1 P.

15.

23. ὅποιοιοῦν P; corr. m. rec.

25. ἐλάσσων Theon (BV φ). ὁ]

ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν E . ἐναλλάξ ἄρα ἰσάκεις
 ἢ A μονὰς τὸν Δ μετρεῖ καὶ ὁ B τὸν E . ἢ δὲ A
 μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ
 ὁ B ἄρα τὸν E μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας.
 5 ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ B τὸν μείζονα τὸν E μετρεῖ κατὰ
 τινὰ ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθ-
 μοῖς.

Πόρισμα.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἦν ἔχει τάξιν ὁ μετροῶν ἀπὸ
 10 μονάδος, τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ὁ καθ' ὃν μετρεῖ ἀπὸ
 τοῦ μετρουμένου ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ. — ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
 ἀνάλογον ὣσιν, ὑφ' ὧσων ἂν ὁ ἔσχατος πρῶ-
 15 των ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ
 ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ
 ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ . λέγω, ὅτι ὑφ' ὧσων ἂν ὁ
 Δ πρῶτων ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ
 20 ὁ A μετρηθήσεται.

Μετρείσθω γὰρ ὁ Δ ὑπὸ τινος πρῶτου ἀριθμοῦ
 τοῦ E . λέγω, ὅτι ὁ E τὸν A μετρεῖ. μὴ γάρ· καί
 ἐστὶν ὁ E πρῶτος, ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς

2. δὲ A] δέ φ. 4. τῷ Δ] αὐτῷ φ. 8. πόρισμα — 11:
 πρὸ αὐτοῦ] om. Theon (BVφ). 8. πόρισμα] om. P. 11.
 ἐπὶ τό] scripsi; κατὰ τόν P. αὐτοῦ] scripsi; αὐτοῦ ὡς τὸν
 Δ P. 14. ὧσων] corr. ex ὧν m. rec. P. 15. μετρεῖται
 BVφ. 17. ὁσοιδηποτοῦν BVφ. 18. ὑπὸ ὧσων P, v add.
 m. rec. 19. μετρεῖται Vφ. 22. τόν] καὶ τόν Vφ et, ut
 uidetur, B m. rec. μὴ γὰρ μετρεῖται ὁ E τὸν A Theon
 (BVφ).

rum B et Δ numerum E aequaliter metitur. itaque permutando A unitas numerum Δ et B numerum E aequaliter metitur [VII, 15]. uerum A unitas numerum Δ secundum unitates ipsius metitur. itaque etiam B numerum E secundum unitates numeri Δ metitur. ergo minor B maiorem E secundum aliquem numerum metitur eorum, qui inter numeros proportionales exstant.

Corollarium.

Et manifestum est, quem obtineat locum metiens ab unitate, eandem etiam eum, secundum quem metiatur, ante eum, quem metiatur, obtinere. — quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, quicumque numeri primi ultimum metiuntur, iidem etiam unitati proximum metientur.

Sint quotlibet numeri ab unitate proportionales
 A ———— | Z ———— | A, B, Γ, Δ . dico, quicumque numeri primi numerum Δ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse.

B ———— | | ———— | H
 Γ ———— | | ———— | Θ
 Δ ———— |
 E ———— |

nam primus numerus E numerum Δ metiatur. dico, E numerum A metiri. nam ne metiatur. et E primus est, omnis autem primus numerus ad omnem numerum, quem non metitur, primus est [VII, 29].

ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ E , A ἄρα
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ
 μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν Z · ὁ E ἄρα τὸν Z
 πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ὁ A
 5 τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, ὁ A ἄρα
 τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν
 καὶ ὁ E τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ
 ἄρα ἐκ τῶν A , Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν E , Z . ἔστιν
 ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , ὁ Z πρὸς τὸν Γ . οἱ δὲ
 10 A , E πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλά-
 χιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις
 ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν
 ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ E τὸν Γ . μετρεῖτω αὐτὸν
 κατὰ τὸν H · ὁ E ἄρα τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν
 15 Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ
 A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα
 ἐκ τῶν A , B ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν E , H . ἔστιν ἄρα
 ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , ὁ H πρὸς τὸν B . οἱ δὲ A , E
 πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι
 20 ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐ-
 τοῖς ἰσάκεις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ E τὸν B . με-
 τρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ · ὁ E ἄρα τὸν Θ πολλα-
 πλασιάσας τὸν B πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A ἐαν-
 25 τὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν
 E , Θ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ A . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E
 πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν Θ . οἱ δὲ A , E πρῶτοι,
 οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι
 τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε ἡγούμενος

2. εἰσι $V\phi$. 4. πεποίηκε $V\phi$. 9. οὕτως ὁ Z B . 10.
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι] m . 2 B . 11. τόν] om . B . 12. τε] in ras . ϕ .

itaque E , A inter se primi sunt. et quoniam E numerum A metitur, eum secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = A$. rursus quoniam A numerum A secundum unitates numeri Γ metitur¹⁾, erit $A \times \Gamma = A$. uerum $E \times Z = A$. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A , E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum Γ metitur. metiatur eum secundum H . itaque $E \times H = \Gamma$. uerum propter propositionem praecedentem etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI coroll.]. itaque $A \times B = E \times H$. quare

$$A : E = H : B \text{ [VII, 19].}$$

uerum A , E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum B metitur. metiatur eum secundum Θ . itaque $E \times \Theta = B$. uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$E \times \Theta = A \times A.$$

itaque $E : A = A : \Theta$ [VII, 19]. uerum A , E primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter

1) Ex coroll. prop. XI, quod omnino necessarium est ad definiendum, secundum quotum quisque numerum alium quempiam metiatur.

ἡγούμενον φ , sed corr. τὸν ἡγούμενον] mg. φ . 13. αὐτῷ V, sed corr. 20. τόν] in ras. φ . 25. ὁ ἄρα] ἔστιν ἄρα ὁ V φ . 26. Θ , E B. ἐστὶ] om. V φ . 27. E, A P. 29. ἔχοντας αὐτοῖς Theon (BV φ).

τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ
 ἄρα ὁ E τὸν A ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν
 καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ E, A
 5 σύνθετοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ
 καὶ ἐπεὶ ὁ E πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ
 ἐτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ E ἄρα
 τοὺς A, E μετρεῖ· ὥστε ὁ E τὸν A μετρεῖ. μετρεῖ
 δὲ καὶ τὸν Δ · ὁ E ἄρα τοὺς A, Δ μετρεῖ. ὁμοίως
 10 δὴ δείξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθ-
 μῶν μετροῖται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ A μετροῖται·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
 15 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶ-
 τος ἦ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς [ἄλλου] μετρο-
 ῖται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνά-
 λογον ἀριθμοῖς.

20 $\begin{array}{|c|c|} \hline | \text{---} | A & E | \text{---} | \\ \hline | \text{---} | B & | \text{---} | Z \\ \hline | \text{---} | \Gamma & | \text{---} | H \\ \hline | \text{---} | \Delta & | \text{---} | \Theta \\ \hline \end{array}$ Ἔστωσαν ἀπὸ μονά-
 δος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ
 ἐξῆς ἀνάλογον οἱ $A, B,$
 Γ, Δ , ὁ δὲ μετὰ τὴν μο-
 νάδα ὁ A πρῶτος ἔστω·
 λέγω, ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου
 25 μετροῖται παρὲξ τῶν A, B, Γ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ E , καὶ ὁ E

2. ὡς] ὡς ὁ φ. τὸν ἡγούμενον BV φ. 3. $A, E B$. 4. εἰσὶ
 V φ. ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι] mg. φ. 5. πρώτου] om. P. Post
 μετροῦνται add. V mg. m. 2: οἱ A, E ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς
 ἀριθμοῦ μετροῦνται; idem B mg. m. 2. 6. καὶ ἐπεὶ — 7:
 ἑαυτοῦ] m. 2 V. 7. μετροῖται P, corr. m. rec. 8. Post

metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A metitur, ut praecedens praecedentem. uerum etiam non metitur; quod fieri non potest. itaque E , A inter se primi non sunt. ergo compositi. compositos autem numerus aliquis metitur [VII def. 14]. et quoniam suppositum est, E primum esse, primum autem nullus alius numerus metitur praeter ipsum [VII def. 11], E numeros A , E metitur. quare E numerum A metitur. uerum etiam Δ numerum metitur.¹⁾ ergo E numeros A , Δ metitur. similiter demonstrabimus, quicumque primi numeri numerum Δ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, et unitati proximus primus est, maximum nullus metietur numerus praeter eos, qui inter proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et unitati proximus A primus sit. dico, maximum eorum Δ nullos alios mensuros esse praeter A , B , Γ .

nam si fieri potest, metiatur numerus E , neu E

1) Propter expositionis genus (p. 362, 22) uerba lin. 8: $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}\ \delta\grave{\epsilon}\ \kappa\alpha\iota$ — 9: $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}$ superuacua sunt, et fortasse subditiua.

$\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ add. $\kappa\alpha\iota$ in ras B. 9. $\kappa\alpha\iota$] supra φ . Δ] (alt.) in ras. V. 11. $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}\tau\alpha\iota$ V φ . 16. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\omicron\nu$] om. P.

μηδενὶ τῶν A, B, Γ ἔστω ὁ αὐτός. φανερόν δὴ, ὅτι
ο E πρῶτος οὐκ ἔστιν. εἰ γὰρ ὁ E πρῶτός ἐστι καὶ
μετρεῖ τὸν Δ , καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ
ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ
5 E πρῶτός ἐστιν. σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος
ἀριθμὸς ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ E
ἄρα ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δὲ,
ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρῶτου μετρηθήσεται πλὴν
τοῦ A . εἰ γὰρ ὑφ' ἐτέρου μετρεῖται ὁ E , ὁ δὲ E
10 τὸν Δ μετρεῖ, κάκεῖνος ἄρα τὸν Δ μετρήσει· ὥστε
καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ
αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ A ἄρα τὸν E μετρεῖ.
καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ, μετρεῖται αὐτὸν κατὰ
τὸν Z . λέγω, ὅτι ὁ Z οὐδενὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν
15 ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ Z ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ
αὐτός καὶ μετρεῖ τὸν Δ κατὰ τὸν E , καὶ εἰς ἄρα
τῶν A, B, Γ τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν E . ἀλλὰ εἰς
τῶν A, B, Γ τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τινα τῶν A, B, Γ
καὶ ὁ E ἄρα ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ
20 οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Z ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν
ὁ αὐτός. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι μετρεῖται ὁ Z
ὑπὸ τοῦ A , δεικνύντες πάλιν, ὅτι ὁ Z οὐκ ἐστὶ πρῶ-
τος. εἰ γάρ, καὶ μετρεῖ τὸν Δ , καὶ τὸν A μετρήσει
πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-

2. ἐστι] ἐστιν P. 3. μή] καὶ μή φ. 5. ἐστι Vφ.
ἄπας B. 6. ὁ E ἄρα — 7: μετρεῖται] om. BVφ. 7. δὴ]
om. Vφ. 8. πλὴν] e corr. V. 10. μετρεῖ] om. Vφ.
13. καί] m. 2 V. αὐτῶν φ, sed corr. 15. εἰ γάρ — 16:
αὐτός] m. rec. B. 21. ὅτι — 22: πάλιν] mg. m. 2 B. 22.
ὅτι] ὅτι οὐκ ἐστι BVφ. ὁ Z — 23: τὸν Δ] m. 2 V. 22.
οὐκ ἐστι] om. BVφ. 23. εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος BV,
idem φ in mg. 24. ἐστίν] om. Vφ.

ulli numerorum A, B, Γ aequalis sit. manifestum est igitur, E primum non esse. nam si E primus est et numerum Δ metitur, etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. itaque E primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum E primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium E numerum metiri praeter A . nam si alius numerum E metitur, E autem numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur, qui primus est [prop. XII], quamquam ei aequalis non est¹⁾; quod fieri non potest. itaque A numerum E metitur. et quoniam E numerum Δ metitur, secundum Z metiatur. dico, Z nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si Z alicui numerorum A, B, Γ aequalis est, et numerum Δ secundum E metitur, etiam aliquis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum E metitur. uerum quiuvis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum aliquem numerorum A, B, Γ metitur [prop. XI]. quare E alicui numerorum A, B, Γ aequalis est; quod est contra hypothesim. ergo Z nulli numerorum A, B, Γ aequalis est. similiter demonstrabimus, numerum A numerum Z metiri, rursus demonstrantes, numerum Z primum non esse. nam si primus est et numerum Δ metitur, etiam A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod

1) Nam si numerus numeros E, Δ metiens alicui numerorum A, B, Γ aequalis esset, constaret propositum. idem de p. 370, 8 dicendum.

νατον· οὐκ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ Z · σύνθετος ἄρα.
 ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθ-
 μοῦ μετρεῖται· ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ
 μετρεῖται. λέγω δὴ, ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ με-
 5 τρηθήσεται πλὴν τοῦ A . εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος
 τὸν Z μετρεῖ, ὁ δὲ Z τὸν Δ μετρεῖ, κάκεινος ἄρα
 τὸν Δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν A μετρήσει πρῶτον
 ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 ὁ A ἄρα τὸν Z μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ E τὸν Δ μετρεῖ
 10 κατὰ τὸν Z , ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν Δ
 πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A τὸν Γ πολλαπλασιάσας
 τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ
 ἐκ τῶν E, Z . ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν
 E , οὕτως ὁ Z πρὸς τὸν Γ . ὁ δὲ A τὸν E μετρεῖ·
 15 καὶ ὁ Z ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ
 τὸν H . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ H οὐδενὶ τῶν
 A, B ἐστὶν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ A .
 καὶ ἐπεὶ ὁ Z τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν H , ὁ Z ἄρα
 τὸν H πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν
 20 καὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν·
 ὁ αρα ἐκ τῶν A, B ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Z, H . ἀνά-
 λογον ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Z , ὁ H πρὸς τὸν B .
 μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν Z · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ H τὸν B .
 μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ . ὁμοίως δὴ δείξομεν,
 25 ὅτι ὁ Θ τῷ A οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ H τὸν
 B μετρεῖ κατὰ τὸν Θ , ὁ H ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας
 τὸν B πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ A εαυτὸν πολ-

2. ἅπας δέ — 3: μετρεῖται] om. Theon (BVφ). 3. ὁ Z
 ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὁ ἄρα Z ὑπὸ πρώτου $V\phi$; ὑπὸ πρώτου
 ἄρα B . 4. οὐ] insert. m. 1 B. 6. δέ Z] corr. ex Z ἄρα
 m. 2 V. Z] in ras. P. Δ] in ras. P. 7. Δ] seq. ras.

fieri non potest. ergo Z primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum Z primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium eum metiri praeter A . nam si alius numerus primus numerum Z metitur, et Z numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. ergo A numerum Z metitur. et quoniam E numerum Δ secundum Z metitur, erit $E \times Z = \Delta$. uerum etiam $A \times \Gamma = \Delta$ [prop. XI]. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A numerum E metitur. itaque etiam Z numerum Γ metitur. metiatur secundum H . similiter demonstrabimus, numerum H nulli numerorum A, B aequalem esse, et numerum A eum metiri. et quoniam Z numerum Γ secundum H metitur, erit $Z \times H = \Gamma$. uerum etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI]. itaque $A \times B = Z \times H$. quare $A : Z = H : B$ [VII, 19]. uerum A numerum Z metitur. itaque etiam H numerum B metitur. metiatur secundum Θ . similiter demonstrabimus, numerum Θ numero A aequalem non esse. et quoniam H numerum B secundum Θ metitur, erit

$$H \times \Theta = B.$$

1 litt. φ . 12. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 15. $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}$] insert. m. 2 B. 16.
 $\omicron\upsilon\delta\epsilon\tau\epsilon\rho\omega$ Theon (BV φ). 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 22. A] in ras. V.

λαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ Θ , H ἴσος
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ A τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ
 πρὸς τὸν A , ὁ A πρὸς τὸν H . μετρεῖ δὲ ὁ A τὸν
 H · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Θ τὸν A πρῶτον ὄντα μὴ ὦν
 5 αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἀρα ὁ μέγιστος
 ὁ Δ ὑπὸ ἐτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν
 A, B, Γ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθ-
 10 μῶν μετρηῇται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθ-
 μοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν ἐξ ἀρχῆς με-
 τρούντων.

Ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθ-
 μῶν τῶν B, Γ, Δ μετρεῖσθ· λέγω, ὅτι ὁ A ὑπ' οὐ-
 15 δενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς
 τῶν B, Γ, Δ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθαι ὑπὸ πρώτου τοῦ E ,
 καὶ ὁ E μηδενὶ τῶν B, Γ, Δ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ
 ἐπεὶ ὁ E τὸν A μετρεῖ, μετρεῖται αὐτὸν κατὰ τὸν Z .
 20 ὁ E ἄρα τὸν Z πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν.
 καὶ μετρεῖται ὁ A ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν B, Γ ,
 Δ . εἰ δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-
 λους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρή-
 τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἓνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει·
 25 οἱ B, Γ, Δ ἄρα ἓνα τῶν E, Z μετρήσουσιν. τὸν

1. ὑπό] ἐκ τῶν Theon (BVφ). 3. ὁ] (prius) supra m. 1 P.
 4. τὸν A] τὸν τὸν A φ, sed corr. 7. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.
 10. πρώτου] om. B. 14. B] post ras. 1 litt. V. 15. πα-
 ρὲς] in hoc uocabulo incipit Paris. 2344 fol. 166 (q). 19.
 καὶ κατὰ Vφ, καὶ del. V. 20. ἄρα τὸν Z] insert. m. 1 B.
 πεποίηκε Vφq. 21. ὑπό] ὑπὸ τῶν P. 22. πολυπλασιά-

uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$\Theta \times H = A \times A.$$

quare erit [VII, 19] $\Theta : A = A : H$. uerum A numerum H metitur. quare etiam Θ numerum A metitur, qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod absurdum est. ergo maximum A nullus alius numerus metietur praeter¹⁾ A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si primi aliqui numeri numerum quendam minimum metiuntur, nullus alius primus numerus eum metietur praeter eos, qui ab initio metiuntur.

Nam primi numeri B, Γ, A numerum A minimum metiantur. dico, nullum alium primum numerum A numerum mensurum esse praeter B, Γ, A .

nam si fieri potest, metiatur primus numerus E ,
 ————| A |——| B neue E ulli numerorum B, Γ, A
 ————| E |——| Γ aequalis sit. et quoniam E nu-
 ————| Z |———| A merum A metitur, secundum Z
 metiatur. itaque $E \times Z = A$. et numerum A primi numeri B, Γ, A metiuntur. sin duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam unum eorum, qui ab initio sumpti sunt, metietur [VII, 30]. itaque B, Γ, A alterutrum numerorum E ,

1) Ii autem metiuntur propter prop. XI.

μὲν οὖν E οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ E πρῶτός ἐστι καὶ οὐδενὶ τῶν B, Γ, Δ ὁ αὐτός. τὸν Z ἄρα μετροῦσιν ἐλάχισσυνα ὄντα τοῦ A · ὅπερ ἀδύνατον. ὁ γὰρ A ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν B, Γ, Δ μετρούμενος.
 5 οὐκ ἄρα τὸν A μετρήσει πρῶτος ἀριθμὸς παρὲξ τῶν B, Γ, Δ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς,
 10 δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Ἐστῶσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ A, B, Γ · λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες
 15 πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν, οἱ μὲν A, B πρὸς τὸν Γ , οἱ δὲ B, Γ πρὸς τὸν A καὶ ἔτι οἱ A, Γ πρὸς τὸν B .

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, B, Γ δύο οἱ $\Delta E, EZ$. φανερόν δὴ, ὅτι ὁ μὲν ΔE ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
 20 τὸν A πεποίηκεν, τὸν δὲ EZ πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκεν, καὶ ἔτι ὁ EZ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ $\Delta E, EZ$ ἐλάχιστοί εἰσιν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, καὶ συναμφότερος πρὸς
 25 ἐκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ΔZ ἄρα πρὸς ἐκάτερον

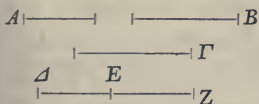
1. μετρήσουσι V φ; μετροῦσιν B. ἔστιν P. 2. μετρήσουσιν V φ. 3. ὅπερ ἐστὶν BV φ. 7. ιε'] om. φ. 9. τῶν] om. φ. 10. ὁποιοιοῦν q et supra scripto ὁποιοῦν B. 13. ἐχόντων λόγον φ. 14. λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ] mg. m. 1 φ. τῶν A, B, Γ] om. B, m. 2 V. δύο] om. B. ὁποιοιοῦν q

Z metientur. E quidem numerum non metientur; nam E primus est nec ulli numerorum B, Γ, Δ aequalis. itaque numerum Z metiuntur, qui minor est numero A ; quod fieri non potest. nam suppositum est, numerum A minimum metiri numeros B, Γ, Δ . ergo nullus primus numerus numerum A metietur praeter B, Γ, Δ ; quod erat demonstrandum.

XV.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, duo quilibet coniuncti ad reliquum primi sunt.

Sint tres numeri deinceps proportionales minimi eorum, qui eandem rationem habent, A, B, Γ . dico, numerorum A, B, Γ duos quoslibet coniunctos ad reliquum primos esse, $A + B$ ad Γ , $B + \Gamma$ ad A , $A + \Gamma$ ad B .



sumantur enim minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ , duo numeri ΔE , EZ [VIII, 2]. manifestum igitur

est, esse

$\Delta E \times \Delta E = A$, $\Delta E \times EZ = B$, $EZ \times EZ = \Gamma$ [VIII, 2]. et quoniam ΔE , EZ minimi sunt, inter se primi sunt [VII, 22]. sin duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus est [VII, 28]. quare etiam ΔZ ad utrumque

et supra scr. ὅποιοῦν B. 16. A] corr. ex $\Delta \varphi$. A, Γ
 Γ, A P. 20. πεποίηκε $V\varphi q$. 21. πεποίηκε $V\varphi q$. ἔτι ὁ]
in ras. V. 22. πεποίηκε $V\varphi q$. εἰσι $V\varphi q$. 24. ὥσι $V\varphi q$.
25. ἐστι $V\varphi q$.

τῶν ΔE , EZ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ΔE
 πρὸς τὸν EZ πρῶτός ἐστιν· οἱ ΔZ , ΔE ἄρα πρὸς
 τὸν EZ πρῶτοί εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα
 ἀριθμὸν πρῶτοι ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος
 5 πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$,
 ΔE πρὸς τὸν EZ πρῶτός ἐστιν· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν
 $Z\Delta$, ΔE πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν. [ἐὰν
 γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, ὁ ἐκ
 τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός
 10 ἐστιν]. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$, ΔE ὁ ἀπὸ τοῦ ΔE ἐστι
 μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔE , EZ · ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ΔE μετὰ
 τοῦ ἐκ τῶν ΔE , EZ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός
 ἐστιν. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ΔE ὁ A , ὁ δὲ ἐκ
 τῶν ΔE , EZ ὁ B , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ EZ ὁ Γ · οἱ A , B
 15 ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν Γ πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ B , Γ πρὸς τὸν A πρῶτοί
 εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ οἱ A , Γ πρὸς τὸν B πρῶτοί
 εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΔZ πρὸς ἐκάτερον τῶν ΔE , EZ
 πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔZ πρὸς τὸν ἐκ τῶν
 20 ΔE , EZ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ ΔZ ἴσοι
 εἶσιν οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ μετὰ τοῦ δις ἐκ τῶν ΔE ,
 EZ · καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ ἄρα μετὰ τοῦ δις
 ὑπὸ τῶν ΔE , EZ πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν ΔE , EZ πρῶ-
 τοί [εἰσι]. διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ μετὰ τοῦ

2. πρῶτοί εἰσι πρὸς τὸν EZ $V\phi$. πρὸς τὸν EZ] om. B. 3. εἰσι q. ἐὰν δέ — 5: πρῶτός ἐστιν] om. Theon ($BV\phi q$). 5. ὥστε] καὶ Theon ($BV\phi q$). $Z\Delta$] $\Delta Z\phi q$ et in ras. V. 6. ΔE ἄρα Theon ($BV\phi q$). 6. ὥστε καὶ — 7: πρῶτός ἐστίν] om. Theon ($BV\phi q$). 8. γάρ] δέ Theon ($BV\phi q$). ἐκ] ἀπό Theon ($BV\phi q$). 10. ἐστιν] add. Theon: ὥστε ὁ ἐκ τῶν $Z\Delta$, ΔE καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν ($BV\phi q$). ἀλλὰ P. ἐστιν $PV\phi$. 11. ἐκ] ὑπό q et supra scr. m. 2 V. ὁ

ΔE , EZ primus est. uerum etiam ΔE ad EZ primus est. itaque ΔZ , ΔE ad EZ primi sunt. sin duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad reliquum primus est [VII, 24]. quare $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ primus est. quare etiam $Z\Delta \times \Delta E$ ad EZ^2 primus est [VII, 25].¹⁾ uerum $Z\Delta \times \Delta E = \Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ [II, 3]. itaque $\Delta E^2 + \Delta E \times EZ$ ad EZ^2 primus est. et $\Delta E^2 = A$, $\Delta E \times EZ = B$, $EZ^2 = \Gamma$. itaque $A + B$ ad Γ primi sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B + \Gamma$ ad A primos esse. iam dico, etiam $A + \Gamma$ ad B primos esse. nam quoniam ΔZ ad utrumque ΔE , EZ primus est, etiam ΔZ^2 ad $\Delta E \times EZ$ primus est [VII, 25]. uerum [II, 4]

$\Delta Z^2 = \Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$. quare etiam erit $\Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$ ad $\Delta E \times EZ$ primus. subtrahendo $\Delta E^2 + EZ^2 + \Delta E \times EZ$ ad

1) Lin. 7: $\acute{\epsilon}\acute{\alpha}\nu$ — 10: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ suspecta sunt, quia praepostere causam subiiciunt; praeterea iis deletis id quoque adipiscimur, ut origo scripturae Theonis facilius explicari possit.

$\acute{\alpha}\rho\alpha$ — 12: ΔE , EZ] m. 2 B. 12. $\tau\acute{\omega}\nu$] corr. ex $\tau\omicron\upsilon\varphi$. 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] (prius) $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V φ q; seq. in φ : $\kappa\alpha\acute{\iota}\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$, sed delet. 17. $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$ V φ . $\lambda\acute{\epsilon}\gamma\omega$ — 18: $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota\nu$] om. q. 19. $\kappa\alpha\acute{\iota}$] August; $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon\ \kappa\alpha\acute{\iota}$ PBV φ ; $\acute{\omicron}\ \acute{\alpha}\nu\theta\ \tau\omicron\upsilon\ \Delta Z\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \acute{\omicron}\ K E\ \acute{\omicron}\ \delta\acute{\epsilon}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\acute{\omega}\nu\ \Delta E$, $EZ\ \acute{\omicron}\ \S\ \acute{\omega}\sigma\tau\epsilon\ \kappa\alpha\acute{\iota}\ q$. $\acute{\epsilon}\kappa$] P; $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ Theon (BV φ q). 21 $\acute{\epsilon}\kappa$] P; $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ Theon (BV φ q). 22. $\kappa\alpha\acute{\iota}\ \acute{\omicron}\iota$] $\kappa\alpha\acute{\iota}\ \acute{\omicron}\ q$; $\acute{\omicron}\iota\ \acute{\alpha}\rho\alpha$ φ et eraso ι V. $\acute{\alpha}\rho\alpha\ \mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ — 23: $\tau\omicron\nu\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\acute{\omega}\nu\ \Delta E$, EZ] m. 2 B. 22. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. V φ . 23. $\acute{\upsilon}\pi\omicron$] $\acute{\epsilon}\kappa$ Bq. $\acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\acute{\omega}\nu$] $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ Bq. $\pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ q$. 24. $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$] om. P. $\acute{\omicron}\iota$] $\acute{\omicron}\ Bq$.

ἅπαξ ὑπὸ ΔE , EZ πρὸς τὸν ὑπὸ ΔE , EZ πρῶτοί
 εἰσιν. ἔτι διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔE , EZ ἄρα πρὸς
 τὸν ὑπὸ ΔE , EZ πρῶτοί εἰσιν. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν
 ἀπὸ τοῦ ΔE ὁ A , ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ΔE , EZ ὁ B , ὁ
 5 δὲ ἀπὸ τοῦ EZ ὁ Γ . οἱ A , Γ ἄρα συντεθέντες πρὸς
 τὸν B πρῶτοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ᾧσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτε-
 10 ρον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A , B πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
 ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B ,
 οὕτως ὁ B πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ
 15 B πρὸς τὸν Γ . οἱ δὲ A , B πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι
 καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε ἡγούμενος τὸν
 ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα
 ὁ A τὸν B ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ
 20 ἑαυτόν· ὁ A ἄρα τοὺς A , B μετρεῖ πρῶτους ὄντας
 πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ A
 πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἐὰν ᾧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-

1. ὑπό] ὑπὸ τῶν Vφ (bis). πρῶτός ἐστιν Vφq. 2. οἱ] ὁ q.
 3. ὑπὸ τῶν V. πρῶτός ἐστι Vφq. 5. ἀπό] ὑπὸ Bφ, V m. 1
 (corr. m. 2). τοῦ] τῶν Vφ. 7. ις'] hinc rursus incipit F.
 8. δύο] m. 2 F. 14. ὁ] (prius) ἡ φ (non F). 17. ἔχοντας αὐ-
 τοῖς V. ὅ τε — 18: ἐπόμενον] om. Theon (BFVq). 18.

$\triangle E \times EZ$ primus est.¹⁾ et rursus subtrahendo
 $\triangle E^2 + EZ^2$ ad $\triangle E \times EZ$ primus est. et
 $\triangle E^2 = A$, $\triangle E \times EZ = B$, $EZ^2 = \Gamma$.
 ergo $A + \Gamma$ ad B primi sunt; quod erat demon-
 strandum.

XVI.

Si duo numeri inter se primi sunt, non erit ut
 primus ad secundum, ita secundus ad alium aliquem.

Nam duo numeri A , B inter se primi sint. dico,
 non esse, ut A ad B , ita B ad alium aliquem nu-
 merum.

Nam si fieri potest, sit $A : B = B : \Gamma$. uerum
 A , B primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21],
 ————| A minimi autem numeri eos, qui eandem
 ————| B rationem habent, aequaliter metiuntur
 ————| Γ [VII, 20], praecedens praecedentem et se-
 quens sequentem. itaque A numerum B metitur ut
 praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum me-
 titur. itaque A numeros A , B metitur, qui inter se
 primi sunt; quod absurdum est. ergo non erit
 $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

1) Hoc ita demonstrat Commandinus fol. 114: si

$\triangle E^2 + EZ^2 + \triangle E \times EZ$ ad $\triangle E \times EZ$
 primus non est, metiatur eos x . ergo etiam metietur
 $\triangle E^2 + EZ^2 + 2\triangle E \times EZ$ et $\triangle E \times ZE$. at ii inter se
 primi sunt. eodem modo de lin. 2 — 3 ratiocinandum.

μετρεῖ] om. F. ἄρα ὁ A] ἄρα BA φ. 19. τὸν B μετρεῖ F.
 τὸν ἡγούμενον F. καί] insert. m. 1 V. 20. ἐαυτόν] corr.
 ex αὐτόν B. 21. ἄτοπόν ἐστίν V. ἔσται] om. V, ἐστίν Bq.
 22. τὸν B ἐστίν V. 24. ὁσοιδηποταὶ φ (non F).

λογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὥσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Ἔστωσαν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον
 5 οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A*, *Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*· ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *A*
 10 πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *B* πρὸς τὸν *E*. οἱ δὲ *A*, *Δ* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκως ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ *A* τὸν *B*. καὶ ἔστιν ὡς ὁ *A*
 15 πρὸς τὸν *B*, ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ὁ *B* ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ *A* τὸν *Γ* μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, μετρεῖ δὲ ὁ *B* τὸν *Γ*, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ *Γ* τὸν *Δ*. ἀλλ' ὁ *A* τὸν *Γ* ἐμέτρει· ὥστε ὁ *A* καὶ τὸν *Δ* μετρεῖ. μετρεῖ
 20 δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ *A* ἄρα τοὺς *A*, *Δ* μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς ἄλλον τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

25 Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, εἰ

5. *Δ*] (alt.) corr. ex B F. 8. τόν] om. F. 9. ἐστίν] om. V. 11. ἀριθμοί] om. V. 12. ἔχοντας αὐτοῖς V. 15. καί] m. 2 F. 16. *A*] e corr. V. 17. ὁ] (tert.) τό φ. 19. ἐμέτρει] P, μετρεῖ Theon (BFVq). Deinde add. B: ὥστε ὁ *A* τὸν *Γ* μετρεῖ, sed del. m. 1. ὁ *A* καί] καὶ ὁ *A* F; ὁ *A* q. μετρεῖ] (prius) om. F. 22. *Δ*] B φ (non F).

XVII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita extremus ad alium aliquem.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A , B , Γ , Δ , et eorum extremi A , Δ inter se primi sint.

dico, non esse, ut A ad B , ita Δ ad alium aliquem.

Nam si fieri potest, sit $A : B = \Delta : E$. itaque permutando $A : \Delta = B : E$ [VII, 13]. uerum A , Δ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum B metitur. est autem $A : B = B : \Gamma$. quare etiam B numerum Γ metitur [VII def. 20]. itaque etiam A numerum Γ metitur. et quoniam est $B : \Gamma = \Gamma : \Delta$, et B numerum Γ metitur, etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20]. uerum A numerum Γ metiebatur. quare etiam numerum Δ metitur. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A , Δ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo non erit ut A ad B , ita Δ ad alium aliquem; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Datis duobus numeris, num fieri possit, ut tertius eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ A, B , καὶ
δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς
5 τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Οἱ δὴ A, B ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ
οὐ. καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, δέδεικται, ὅτι
ἀδύνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

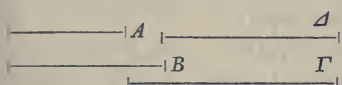
Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ A, B πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
10 λους, καὶ ὁ B ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποι-
εῖτω. ὁ A δὴ τὸν Γ ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. με-
τρεῖτω πρότερον κατὰ τὸν Δ . ὁ A ἄρα τὸν Δ πολλα-
πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ B
ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ
15 τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ἔστιν ἄρα ὥς
ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ B πρὸς τὸν Δ . τοῖς A, B ἄρα
τρίτος ἀριθμὸς ἀνάλογον προσηγύρηται ὁ Δ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ A τὸν Γ . λέγω, ὅτι τοῖς
 A, B ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν
20 ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηγυρήσθω ὁ Δ . ο
ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ὁ δὲ
ἀπὸ τοῦ B ἐστὶν ὁ Γ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Δ ἴσος ἐστὶ
τῷ Γ . ὥστε ὁ A τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
ποίηκεν. ὁ A ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν Δ . ἀλλὰ
25 μὴν ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ
ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς A, B τρίτον ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ A τὸν Γ μὴ μετρῇ. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

4. ἐπισκέψασα φ (non F). 6. δέ φ (non F). πρῶτοι]
postea add. B. 7. καὶ εἰ] P, καὶ εἰ μὲν F; εἰ μὲν οὖν BVq.
εἰσὶν] comp. F; εἰσί PVq. Post δέδεικται add. F: „ἐν τῷ

Sint dati duo numeri A, B . et propositum sit, ut inquiramus, num tertius eorum proportionalis inueniri possit.

Numeri A, B igitur aut inter se primi sunt aut non primi. et si inter se primi sunt, demonstratum est, tertium eorum proportionalem inueniri non posse

[prop. XVI]. uerum ne

 sint A, B inter se primi, et sit $B \times \Delta = \Gamma$. A igitur numerum Γ aut me-

titur aut non metitur. prius eum secundum Δ metiatur. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. uerum etiam $B \times B = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = B^2$. quare $A : B = B : \Delta$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B tertius proportionalis inuentus est Δ .

Uerum ne metiatur A numerum Γ . dico, numerorum A, B tertium proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur Δ . itaque

$$A \times \Delta = B^2 \text{ [VII, 19];}$$

sed $B^2 = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. quare A numerum Δ multiplicans numerum Γ effecit. itaque A numerum Γ secundum Δ metitur. at supposuimus, eundem non metiri; quod absurdum est. ergo fieri non potest, ut numerorum A, B tertius proportionalis inueniatur numerus, si A numerum Γ non metitur; quod erat demonstrandum.

15 θεωρήματι.

11. ἦτοι] supra m. 1 P.

12. πρότερον

τὸν Γ F.

15. ἀπό] ἐκ V.

17. προσεύρηται

BFq.

ἀνάλογον] om. V.

20. ἀριθμὸν ἀνάλογον V.

προσευρήσθω

BFV.

26. ἐστίν P.

27. A] B q.

μετρεῖ q.

ὅπερ ἔδει

δείξαι] om. BFq.

ιθ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

- 5 Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ*, καὶ δεόν ἐστὼ ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

- Ἦτοι οὖν οὐκ εἰσὶν ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ ἐξῆς εἰσὶν
10 ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οὐκ εἰσὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ οὔτε ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, οὔτε οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ καὶ ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

- 15 Εἰ μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. μὴ ἔστῳσαν δὲ οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς ἀνάλογον τῶν ἀκρῶν πάλιν ὄντων πρώτων πρὸς

3. πότε] εἰ Theon (BFVq). 6. πότε] εἰ Theon (BFVq).
8. ἦτοι οὖν] scripsi; ἢ P; οἱ δὲ *A*, *B*, *Γ* Theon (BFVq), P mg. m. rec. οὐκ εἰσὶν ἐξῆς] ἦτοι ἐξῆς εἰσὶν Theon (BFVq).
οἱ] om. V. 9. αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* Theon (BFVq). ἢ ἐξῆς — 13:
πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν] ἢ οὐ Theon (BFq, in ras. V). In V in
mg. magna ras. est. 15. καὶ εἰ F. καί] m. 2 V. 16.
εἰσὶ Vq. 18. μὴ ἔστῳσαν — p. 386, 19: ὁ γὰρ *B*] εἰ δὲ οὐ,
ὁ *B* Theon (Fq; idem *B* (οὐκ supra) et V (εἰ δὲ οὐ eras.)).

XIX.

Datis tribus numeris, quando fieri possit, ut quartus eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

Sint dati tres numeri A , B , Γ , et propositum sit, ut inquiramus, quando quartus eorum proportionalis inueniri possit.

Itaque aut non sunt deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi sunt, aut deinceps proportionales sunt et extremi eorum inter se primi non sunt, aut neque deinceps proportionales sunt nec extremi eorum inter se primi, aut et deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi.

Iam si A , B , Γ deinceps proportionales sunt et extremi eorum A , Γ inter se primi, demonstratum est, quartum eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVII]. ne sint igitur A , B , Γ deinceps proportionales extremis rursus inter se primis manentibus. dico, ne sic quidem quartum eorum proportionalem inueniri posse.¹⁾ nam si fieri potest, inueniatur

1) Hoc quidem falsum esse, quis non uidet? uerum dedit scholiasta Vaticanus (u. adn. crit.); erroris originem indicauit August II p. 351. neque enim E inueniri potest (p. 386, 4) inuento Δ . sed quod idem scripturam Theonis recepit, male rem egit; ea enim propositioni plene minime respondet. equidem ut adfirmare non ausim, Euclidem talem errorem commisisse, ita scripturam codicis P retinendam puto, quia apertissime sic iam Theonis temporibus ferebatur (ideo enim ipsum eam mutauit), nec habemus, quo modo aliqua saltem probabilitate restituatur. nam Campanus (siue potius Arabes) liberrime, ut solet, locum mutauit. habet IX, 20: „datis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere“. deinde: „idem potes perscrutari quotlibet continue proportional. propositis.“

ἀλλήλους. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Δ , ὥστε εἶναι ὡς τὸν A πρὸς τὸν B , τὸν Γ πρὸς τὸν Δ , καὶ γεγονέτω ὡς ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν E . καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν Δ , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , ὁ Δ πρὸς τὸν E , δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν Γ , ὁ Γ πρὸς τὸν E . οἱ δὲ A, Γ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ A τὸν Γ ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ A ἄρα τοὺς A, Γ μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς A, B, Γ δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν οἱ A, B, Γ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ A, Γ μὴ ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ὁ γὰρ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ἵ A ἄρα τὸν Δ ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν πρότερον κατὰ τὸν E · ὁ A ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποιήκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποιήκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, E ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Γ . ἀνάλογον ἄρα [ἐστὶν] ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , ὁ Γ πρὸς τὸν E · τοῖς A, B, Γ ἄρα τέταρτος ἀνάλογον προσηγύρηται ὁ E .

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ A τὸν Δ · λέγω, ὅτι ἀδύ-

1. Post ἀλλήλους add. in P: S λέγω, ὅτι καὶ οὕτως δυνατόν· εἰ γὰρ ὁ A τὸν ὑπὸ B, Γ μετρεῖ, προβήσεται ἡ δεῖξις ὁμοίως τοῖς ἐξῆς. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ A τὸν ὑπὸ B, Γ , ἀδύνατον

Δ , ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et fiat $B : \Gamma = \Delta : E$.
et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et $B : \Gamma = \Delta : E$, ex

A ————— |

B ————— |

Γ ————— |

Δ ————— |

E ————— |

aequo erit $A : \Gamma = \Gamma : E$ [VII, 14].

sed A, Γ primi sunt, primi autem

etiam minimi sunt [VII, 21], mi-

nimi autem eos, qui eandem rati-

onem habent, metiuntur [VII, 20]

praecedens praecedentem et se-

quens sequentem. itaque A numerum Γ metitur ut prae-

cedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur.

itaque A numeros A, Γ metitur, qui inter se primi

sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum $A, B,$

Γ quartus proportionalis inueniri non potest. at rur-

sus numeri A, B, Γ deinceps proportionales sint, ne

sint autem A, Γ inter se primi. dico, fieri posse,

ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim

$B \times \Gamma = \Delta$. A igitur numerum Δ aut metitur aut

non metitur. prius eum metiatur secundum E . ita-

que $A \times E = \Delta$. uerum etiam $B \times \Gamma = \Delta$. quare

erit $A \times E = B \times \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : E$ [VII, 19].

ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis in-

uentus est E . at ne metiatur A numerum Δ . dico,

αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσενεῖν. οἷον ἔστω ὁ μὲν A
τριῶν τινῶν, ὁ δὲ B ἕξ, ὁ δὲ Γ ἑπτα. καὶ δῆλον, ὅτι δυνα-
τόν. εἰ δὲ ὁ A εἴη πέντε, οὐκέτι δυνατόν. καὶ ἀπλῶς, ὅτε
μὲν ὁ B πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ A , δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνά-
λογον εὑρεῖν· εἰ δὲ μή, ἀδύνατον ✓; mg. m. 1: ἱστέον, ὅτι
τὰ ὀβελισμένα σχόλια εἰσιν. 15. ἐστὶν P. 16. Γ] om. P.
20. A ἄρα] P; δὴ A Theon (BFVq). ἦτοι] om. V. 21.
αὐτόν] PF; om. BVq. 25. ἐστὶν] om. P. 26. ἀνάλογον
εἰς P. προσενέρεται B.

νατόν ἐστι τοῖς A, B, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσ-
 ευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ E .
 ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, E ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Γ . ἀλλὰ
 ὁ ἐκ τῶν B, Γ ἐστὶν ὁ Δ . καὶ ὁ ἐκ τῶν A, E ἄρα
 5 ἴσος ἐστὶ τῷ Δ . ὁ A ἄρα τὸν E πολλαπλασιάσας
 τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ A ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν
 E . ὥστε μετρεῖ ὁ A τὸν Δ . ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ.
 ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς A, B, Γ τέ-
 ταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ A τὸν
 10 Δ μὴ μετρῇ. ἀλλὰ δὴ οἱ A, B, Γ μήτε ἐξῆς ἔστω-
 σαν ἀνάλογον μήτε οἱ ἄκροι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.
 καὶ ὁ B τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁμοίως
 δὴ δειχθήσεται, ὅτι εἰ μὲν μετρεῖ ὁ A τὸν Δ , δυνα-
 τόν ἐστὶν αὐτοῖς ἀνάλογον προσευρεῖν, εἰ δὲ οὐ με-
 15 τρεῖ, ἀδύνατον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ
 προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Ἐστῶσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ $A,$
 20 B, Γ . λέγω, ὅτι τῶν A, B, Γ πλείους εἰσὶ πρῶτοι
 ἀριθμοί.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν A, B, Γ ἐλάχιστος με-
 τρούμενος καὶ ἔστω ὁ ΔE , καὶ προσκείσθω τῷ ΔE
 μονὰς ἡ ΔZ . ὁ δὲ $E Z$ ἦτοι πρῶτός ἐστιν ἢ οὐ.

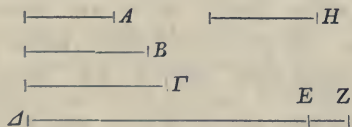
1. ἐστὶν P. 2. προσευρήσθω FV. 3. ἀλλ' BFV. 10.
 μὴ] supra m. 1 F, οὐ supra m. 2 V. μετρήσῃ F, μετρεῖ q.
 ἀλλὰ δὴ — 15: ἀδύνατον] om. BVq. 10. δὴ] μήτε F. ἐξῆς]
 οἱ ἐξῆς F. 12. ποιήτω φ (non F). 14. αὐτοῖς] αὐτοῖς τε-
 τάρτοις F. εἰ δέ] οὐδ' F. 15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq.
 17. πρῶτοι ἀριθμοί] del. et supra scr. πρώτων ἀριθμῶν m.
 2 B. 18. προστεθέντος F. 23. καί] m. 2 B, om. V. 24.
 ΔZ] AZ F.

numerorum A, B, Γ quantum proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur E . itaque $A \times E = B \times \Gamma$ [VII, 19]. uerum $B \times \Gamma = \Delta$. quare $A \times E = \Delta$. itaque A numerum E multiplicans numerum Δ effecit. A igitur numerum Δ secundum E metitur. itaque A numerum Δ metitur. uerum etiam non metitur; quod absurdum est. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest, ubi A numerum Δ non metitur. uerum A, B, Γ ne sint deinceps proportionales neu extremi inter se primi. et sit $B \times \Gamma = \Delta$. similiter demonstrabimus, si A numerum Δ metiatur, fieri posse, ut eorum quartus¹⁾ inueniatur proportionalis, sin non metiatur, fieri non posse; quod erat demonstrandum.

XX.

Primi numeri plures sunt quauis data multitudine primorum numerorum.

Sint dati numeri primi A, B, Γ . dico, plures esse primos numeros quam A, B, Γ . sumatur enim, quem



minimum metiuntur A, B, Γ [VII, 36] et sit ΔE , et numero ΔE adiiciatur unitas ΔZ . EZ igitur aut primus est aut non primus. prius sit primus. ergo in-

1) Uidetur scribendum esse lin. 14: *αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον*; cfr. F.

ἔστω πρότερον πρῶτος· εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ, EZ πλείους τῶν A, B, Γ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ EZ πρῶτος· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρεῖσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ H · λέγω, ὅτι ὁ H οὐδενὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ A, B, Γ τὸν ΔE μετροῦσιν· καὶ ὁ H ἄρα τὸν ΔE μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν EZ · καὶ λοιπὴν τὴν ΔZ μονάδα μετρήσει ὁ H ἀριθμὸς ὧν ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ H ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν A, B, Γ οἱ A, B, Γ, H · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστίν.

Συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ · λέγω, ὅτι ὅλος ὁ AE ἄρτιός ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ ἄρτιός ἐστίν, ἔχει μέρος ἡμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ AE ἔχει μέρος ἡμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμὸς ἐστίν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ AE · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

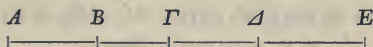
1. Supra πρῶτος add. ἡ EZ m. rec. V. εἰσὶν P, εἰσὶν οἱ q. 2. ἀριθμοί] om. F. Γ] (prius) $\Gamma\Delta$ F, Δ del. m. 1. 6. δυνατόν, ἔστω] ὁ H ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἐστὶν ὁ αὐτός Theon (BFVq). 7. ΔE] ZE F. μετροῦσι BFVq. ΔE] ZE F. 8. καί] καὶ ὁ H F. EZ] ΔE F. 10. καί] ὁ αὐτός δὲ καί P. 11. εἰσὶ] εἰσὶν οἱ V. 13. H] H ἄρα ante ras. 6 litt. F. 15. συν — supra scr. B. 16. ἐστὶ Vq, comp. F. 17. ὁποσοιοῦν] e corr. V. 18. $B\Gamma$] in ras. P. $\Gamma\Delta$] m. 2 V. 21. καί] supra lac. pergam. m. rec. F. 23. ὁ AE ἄρα ἐστὶν F. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.

uenti sunt primi numeri A, B, Γ, EZ plures numeris A, B, Γ . uerum ne sit EZ primus. itaque primus aliquis numerus eum metitur [VII, 31]. metiatur primus numerus H . dico, numerum H nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si fieri potest, sit. uerum A, B, Γ numerum ΔE metiuntur. itaque etiam H numerum ΔE metitur. uerum etiam numerum EZ metitur. quare etiam¹⁾ quae relinquitur, unitatem ΔZ metietur H , qui numerus est; quod absurdum est. ergo H nulli numerum A, B, Γ aequalis est. et suppositum est, H primum esse. ergo inuenti sunt primi numeri A, B, Γ, H plures data multitudine A, B, Γ ; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si quotlibet numeri pares componuntur, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri pares $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$. dico, etiam totum AE parem esse.



nam quoniam singuli numeri $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ pares sunt, partem dimidiam habent [VII def. 6]. quare etiam totus AE partem dimidiam habet. par autem numerus is est, qui in duas partes aequales diuiditur [id.]. ergo AE par est; quod erat demonstrandum.

1) U. ad VII, 28.

κβ'.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὀποσοιοῦν συντε-
θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ἦ, ὁ ὅλος
ἄρτιος ἔσται.

5 Συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὀποιοδηποτοῦν
ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$. λέγω, ὅτι
ὅλος ὁ AE ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$ περι-
τός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀφ' ἑκάστου ἕκα-
10 στος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἔσται. ὥστε καὶ ὁ συγκείμε-
νος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἔσται. ἔστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος
τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ AE ἄρτιός
ἐστιν. ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

κγ'.

15 Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὀποσοιοῦν συντε-
θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ἦ, καὶ
ὁ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ ὀποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί,
ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ $AB, BG, ΓΔ$. λέγω,
20 ὅτι καὶ ὅλος ὁ AD περισσός ἐστιν.

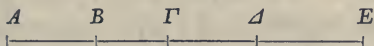
Ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ $ΓΔ$ μονὰς ἡ $ΔΕ$. λοιπὸς
ἄρα ὁ $ΓΕ$ ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ $ΓΑ$ ἄρτιος.
καὶ ὅλος ἄρα ὁ AE ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἔστι μονὰς ἡ
 $ΔΕ$. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ AD . ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

2. συντεθῶσι FVq. 3. ὁ] om. PVq. 4. ἐστιν F.
5. γάρ] m. 2 F. 6. ἄρτιοι] om. F. 8. ἐκάτερος F, corr.
m. 2. 11. ἔστι] ἔστω P. 13. Inter ἐστιν et ὅπερ aliam
demonstr. habet F; u. app. 15. ὀποσοιοῦν] om. V. συν-
τεθῶσι Vq. 17. ὁ] om. PBFVq; corr. August. 18. πε-
ρισσοὶ ἀριθμοὶ ὀποσοιοῦν V. 19. οἱ] ὁ F. 22. ἐστιν] ἐστὶν
δὲ τῶν πρὸ αὐτοῦ F. $ΓΑ$] $ΑΓ$ BVq. 23. ἐστιν] P,

XXII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum par est, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares numero pares AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE . dico, totum AE parem esse.

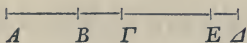


nam quoniam singuli numeri AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE impares sunt, unitate a singulis subtracta, qui relinquuntur, singuli pares erunt [VII def. 7]. quare etiam numerus ex iis compositus par erit [prop. XXI]. uerum etiam multitudo unitatum par est. ergo etiam totus AE par est [id.]; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum impar est, etiam totus impar erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares, quorum multitudo impar sit, AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$. dico, etiam totum $A\Delta$ imparem esse.



subtrahatur a $\Gamma\Delta$ unitas ΔE . itaque qui relinquitur, ΓE par est [VII def. 7]. uerum etiam ΓA par est [prop. XXII]. quare etiam totus AE par est [prop. XXI]. et ΔE unitas est. ergo $A\Delta$ impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

comp. F; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ Vq. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] seq. ras. 1 litt. V, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ B. 24.
 $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. q. $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho$ $\acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota$ $\delta\epsilon\iota\acute{\xi}\alpha\iota$] om. BFq.

κδ'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ,
ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ AB ἄρτιος ἀφηρησθῶ ὁ $BΓ$.
5 λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ ἄρτιος ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ AB ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἡμισυν.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ $BΓ$ ἔχει μέρος ἡμισυν· ὥστε
καὶ λοιπὸς [ὁ $ΓΑ$ ἔχει μέρος ἡμισυν] ἄρτιος [ἄρα]
ἐστὶν ὁ $ΑΓ$ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κε'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρε-
θῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ AB περισσὸς ἀφηρησθῶ ὁ
 $BΓ$ · λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ περισσός ἐστιν.

15

Ἀφηρησθῶ γὰρ ἀπὸ τοῦ $BΓ$ μονὰς ἢ $ΓΔ$ · ὁ $ΔB$
ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ AB ἄρτιος· καὶ
λοιπὸς ἄρα ὁ $ΑΔ$ ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἔστι μονὰς ἢ
 $ΓΔ$ · ὁ $ΓΑ$ ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

20

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαι-
ρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

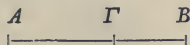
Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ AB περισσὸς ἀφηρησθῶ
ὁ $BΓ$ · λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ $ΓΑ$ ἄρτιος ἔστιν.

4. ἀφηρησθῶ ἄρτιος P. 5. $ΓΑ]$ $Γ P$. ἔσται F. 7. $BΓ]$ $Γ B F$. 8. ὁ $ΓΑ$ — ἡμισυν] om. P. $ΓΑ]$ e corr. V. ἄρα] om. P. 9. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVq. 11. Post περισσός add. F: ἀριθμός (comp.). 14. ὅτι] ὅτι καὶ V. 15. ὁ] seq. ras. 2 litt. P. 16. ἔστι δέ — 17: ἔστιν] bis F, corr. m. 1. 16. ἔστι] ἔστιν P. 17. ἔστιν] P; comp. F; ἔστι Vq.

XXIV.

Si a numero pari par subtrahitur, reliquus par erit.

Nam a pari numero AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

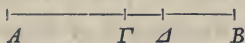


nam quoniam AB par est, partem dimidiam habet [VII def. 6]. eadem de causa etiam $B\Gamma$ partem dimidiam habet. ergo etiam reliquus $A\Gamma$ par est; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si a numero pari impar subtrahitur, reliquus impar erit.

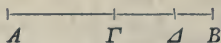
Nam a pari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



subtrahatur enim a $B\Gamma$ unitas $\Gamma\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam AB par est. quare etiam reliquus $A\Delta$ par est [prop. XXIV]. et unitas est $\Gamma\Delta$. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Si a numero impari impar subtrahitur, reliquus par erit.



Nam ab impari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ AB περισσός ἐστιν, ἀφηγήσθω μονὰς ἢ $B\Delta$. λοιπὸς ἄρα ὁ $A\Delta$ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ $\Gamma\Delta$ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓA ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κζ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ AB ἄρτιος ἀφηγήσθω ὁ $B\Gamma$. λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓA περισσός ἐστιν.

10

Ἀφηγήσθω [γὰρ] μονὰς ἢ $A\Delta$. ὁ ΔB ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ $B\Gamma$ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $\Gamma\Delta$ ἄρτιός ἐστιν. περισσὸς ἄρα ὁ ΓA . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλα-
15 σιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Περисσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἄρτιον τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πε-
20 ποιήκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ B , ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ A μονάδες. καὶ ἐστιν ὁ B ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

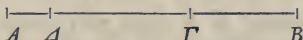
2. ἐστιν] P, comp. F; ἐστι Vq. 4. ΓA] $A\Gamma BVq$. 7. ἔσται] ἐστιν comp. F. 9. ὁ] (alt.) om. q. ΓA] e corr. V. 10. γὰρ] om. P. ἄρα] om. q. 12. ἐστι q. Seq. in V: ἐστι δὲ καὶ μονὰς ἢ ΔA . ἄρα ἐστὶν V. 14. περισσός] supra F. 16. περισσὸς γὰρ ἀριθμός] ἀριθμὸς γὰρ F. 23. τεθῶσιν P. ὁ] om. q.

nam quoniam AB impar est, subtrahatur unitas $B\Delta$. itaque reliquus $A\Delta$ par est. eadem de causa etiam $\Gamma\Delta$ par est [VII def. 7].¹⁾ ergo etiam qui relinquitur, ΓA par est [prop. XXIV]; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si a numero impari par subtrahitur, reliquus impar erit.

Nam a numero impari AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



nam subtrahatur unitas $A\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam $B\Gamma$ par est. quare etiam reliquus $\Gamma\Delta$ par est [prop. XXIV]. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si numerus impar parem multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus par erit.

Nam impar numerus A parem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ parem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot sunt unitates in A [VII def. 15]. et B par est. Γ igitur ex paribus compositus est. sin quotlibet numeri pares componuntur, totus par est [prop. XXI]. ergo Γ par est; quod erat demonstrandum.

1) Nam supposuimus, ΓB imparem esse.

κθ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

5 Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* περισσὸν τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* περισσὸς ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιήκεν, ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ *B*, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ *A* μονάδες. καὶ ἔστιν ἐκάτερος τῶν *A*, *B* περισσός· ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστιν. ὥστε ὁ *Γ* περισσὸς ἔστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

15 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρήῃ, καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσῃ.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* ἄρτιον τὸν *B* μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσῃ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν καὶ τὰ τὸν *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὸν *Γ*, ὁ *A* ἄρα τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *B* ποιήκεν. ὁ *B* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστιν. ὁ *B* ἄρα περισσός
25 ἔστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα

3. ποιεῖ F, sed corr.
e corr. τό] m. 2 V.

12. ὧν] om. B, περισσῶν V m. 2
περισσὸν ἔστιν] ὁ δὲ συγκείμενος
ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν περισσῶν (add. m. 2) τὸ πλῆθος περισσός
ἔστιν V.

16. ἡμισυν Fq.

17. περισσός — 18: μετρήσῃ]

XXIX.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus impar erit.

|——| A

|——| B

|—————|
 Γ

Nam impar numerus A imparem numerum B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ imparem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot unitates sunt in A [VII def. 15]. et uterque A , B impar est. itaque Γ compositus est ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. ergo Γ impar est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si numerus impar parem numerum metitur, etiam dimidium eius metietur.

Nam impar numerus A parem B metiatur. dico, eum etiam dimidium eius metiri.

|——|
 A

|——|
 Γ

|——|
 B

nam quoniam A numerum B metitur, metiatur secundum Γ . dico, Γ imparem non esse. nam si fieri potest, impar sit. et quoniam A numerum B secundum Γ metitur, erit

$$A \times \Gamma = B.$$

itaque B compositus est ex numeris imparibus, quorum multitudo impar est. itaque B impar est [prop. XXIII]; quod absurdum est; nam supposuimus,

mg. m. 1 F. 18. τόν] corr. ex τό m. 1 F. 21. ἔσται φ.
22. ἄρα] om. V. 23. ἄρα B V.

ὁ Γ περισσός ἐστιν ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ἢ Γ . ὥστε ὁ A τὸν B μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

- 5 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾗ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Περὶ σσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ A πρὸς τινα ἀριθμὸν τὸν B πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ B διπλασίῳ ἔστω ὁ Γ .
10 λέγω, ὅτι ὁ A [καὶ] πρὸς τὸν Γ πρῶτος ἐστίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν [οἱ A, Γ] πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ Δ . καὶ ἐστὶν ὁ A περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ . καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καὶ ἐστὶν ὁ Γ ἄρτιος,
15 καὶ τὸν ἡμισυν ἄρα τοῦ Γ μετρήσει [ὁ Δ]. τοῦ δὲ Γ ἡμισύ ἐστὶν ὁ B . ὁ Δ ἄρα τὸν B μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν A . ὁ Δ ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὐκ ἐστίν. οἱ A, Γ ἄρα
20 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Τῶν ἀπὸ δύαδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Ἀπὸ γὰρ δύαδος τῆς A δεδιπλασιάσθωσαν ὅσοι-

1. ἐστὶν ὁ Γ] ὁ Γ V, ἐστὶν F. 2. τοῦτον φ. τόν] τό P. 3. ἡμισυν PF. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. BFq. 6. διπλάσιον BV. 9. διπλάσιος Vq. 10. καὶ] om. P. 11. οἱ A, Γ] supra m. 1 P. 12. καὶ ἐστίν — 13: ὁ Δ] mg. m. 2 V. 12. ἐστίν] ἐπεὶ ἐστίν F; ἔστω q. 13. περισσὸς ἄρα] ἐστὶν ἄρα περισσός F. 15. ἡμισυν F. ὁ Δ] om. P. 16.

eum parem esse. itaque Γ impar non est. par igitur est Γ . quare A numerum B secundum parem numerum metitur. ergo¹⁾ etiam dimidium eius metietur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Si impar numerus ad numerum aliquem primus est, etiam ad duplicem eius primus erit.

Nam impar numerus A ad numerum aliquem B primus sit, et sit $\Gamma = 2B$. dico, A ad Γ primum esse. nam si non sunt primi, numerus aliquis eos metietur. metiatur, et sit Δ . et A impar est. itaque etiam Δ impar est. et quoniam Δ impar numerum Γ metitur, et Γ par est, etiam dimidium numeri Γ metietur. uerum $B = \frac{1}{2}\Gamma$. itaque Δ numerum B metitur. uerum etiam numerum A metitur. Δ igitur numeros A, B metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut A ad Γ primus non sit. ergo A, Γ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Qui inde a binario semper conduplicando producuntur numeri, singuli solum pariter pares sunt.

Nam a binario A quotlibet numeri semper condu-

1) Nam dimidium secundum numerum dimidium metietur quam totum.

$\eta\mu\iota\sigma\upsilon\varsigma$ BVq. 19. $\tau\acute{o}\nu]$ $\tau\acute{o}$ F. $\Gamma]$ corr. ex B V. Post A in F del. B. 22. $\delta\iota$ - in ras. 6 litt. V. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 24. $A]$ non liquet F.

δηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ B, Γ, Δ λέγω, ὅτι οἱ B, Γ, Δ ἀρτιάκεις ἄρτιοί εἰσι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος [τῶν B, Γ, Δ] ἀρτιάκεις ἄρτιός ἐστιν, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασ-
 5 θείς. λέγω, ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ A πρῶτός ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν A, B, Γ, Δ ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν A, B, Γ . καὶ ἐστιν
 10 ἕκαστος τῶν A, B, Γ ἄρτιος· ὁ Δ ἄρα ἀρτιάκεις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι [καὶ] ἑκάτερος τῶν B, Γ ἀρτιάκεις ἄρτιός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

15 Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἡμῖσυν ἔχη περισσόν, ἀρτιάκεις περισσός ἐστι μόνον.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ A τὸν ἡμῖσυν ἔχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ A ἀρτιάκεις περισσός ἐστι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκεις περισσός ἐστιν, φανερόν·
 20 ὁ γὰρ ἡμῖσυν αὐτοῦ περισσὸς ὢν μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκεις. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μόνον. εἰ γὰρ ἔσται ὁ A καὶ ἀρτιάκεις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἡμῖσυν αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὢν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον.
 25 ὁ A ἄρα ἀρτιάκεις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. B] (bis) A, B F. 3. οὖν] om. P. τῶν B, Γ, Δ] om. P. A, B F. ἄρτιον, -ον eras. V. 4. ἐστιν] comp. Fq; ἐστὶ PV. ἀπὸ γὰρ] αὐτό (e corr.) γὰρ ἀπό F. ἐστὶ] ἐστίν ἕκαστος F. 5. λέγω δὴ BVq. μονάς ἢ E Vq; ἢ E postea insert. B. 11. καὶ] om. P. ἕκαστος P. 15. ἡμῖσυν F. 16. ἐστὶν P. 17. ἡμῖσυν F. 18. ἐστὶν P. 19. ἐστὶν] P, comp. F; ἐστὶ Vq. 20. ἡμῖσυν F. αὐτός φ (non F). 22. καὶ] om. F. Post ἄρτιος add. V: ὁ ἡμῖσυν αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι καί; idem B m. rec. 23. ἡμῖσυν F.

plicando producantur B, Γ, Δ . dico, numeros B, Γ, Δ solum pariter pares esse.

|—| A

—| B

|—| Γ

|—| Δ

iam singulos numeros B, Γ, Δ pariter pares esse, manifestum est. nam a binario semper conduplicando

producti sunt [VII def. 8]. dico, eos etiam solum pariter pares esse. sumatur enim unitas. iam quoniam ab unitate quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et unitati proximus A primus est, maximum numerorum A, B, Γ, Δ numerum Δ nullus alius metietur praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et singuli numeri A, B, Γ pares sunt. ergo Δ solum pariter par est [VII def. 8]. similiter demonstrabimus, etiam utrumque B, Γ solum pariter parem esse; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Si numerus aliquis dimidium imparem habet, solum pariter impar est.

Nam numerus A dimidium habeat imparem. dico,

|—|
 A

numerus A solum pariter imparem esse. iam pariter imparem eum esse, manifestum est; nam dimidius eius, qui impar est, eum pariter metitur [VII def. 9]. dico, eum etiam solum pariter imparem esse. nam si A etiam pariter par erit, par eum numerus secundum parem numerum metietur [VII def. 8]. quare etiam dimidium eius, qui impar est, par numerus metietur; quod absurdum est. ergo A solum pariter impar est; quod erat demonstrandum.

λδ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυνάδος διπλασιαζομένων ἢ μήτε τὸν ἡμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

5 Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *A* μήτε τῶν ἀπὸ δυνάδος διπλασιαζομένων ἔστω μήτε τὸν ἡμισυν ἔχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ *A* ἀρτιάκις τέ ἐστίν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ *A* ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἡμισυν οὐκ ἔχει περισσόν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστίν. ἐὰν γὰρ τὸν *A* τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἰς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν *A* κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. εἰ γὰρ οὐ,
15 καταντήσομεν εἰς δυνάδα, καὶ ἔσται ὁ *A* τῶν ἀπὸ δυνάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. ὥστε ὁ *A* ἀρτιάκις περισσός ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος. ὁ *A* ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

λε'.

Ἐὰν ὧσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπὸ τε τοῦ δευτέρου

2. ἐάν] ἄν q. Deinde add. ἄρτιος B m. rec., V in ras. m. 2. διπλασιαζόμενον P. 3. τόν] τό F m. 1, corr. m. 2; το φ. ἡμισυν F. 4. ἐστίν P. 5. ἡμισυν F. ἔχων V. 6. ὅτι] m. 2 V. 7. τε] om. q et P₂ (u. p. 408, 5 adn. crit.). ἄρτιός ἐστι V. 8. ἄρτιός ἐστι V. 9. φανερόν] in ras. m. 1 q. 10. ἡμισυν F, et q, sed corr. m. 1. 11. τέμνωμεν BVq. 12. ἡμισυν F. ποιῶμεν ἀεὶ F. 13. ποιῶμεν P, P₂. καταντήσομεν P₂. περισσόν] om. q. 14. κατὰ τόν V, sed τόν del. εἰ γὰρ οὐ] om. P₂. Post οὐ add. Theon: καταντήσομεν εἰς τινα ἀριθμόν

XXXIV.

Si numerus aliquis nec ex iis est, qui a binario semper conduplicando producuntur, nec dimidium imparem habet, et pariter par est et pariter impar.¹⁾

Nam numerus A ne sit ex iis, qui a binario
 $\overline{\hspace{1.5cm}}$
 A semper conduplicando producuntur, neue
 dimidium imparem habeat. dico, numerum A et pariter parem et pariter imparem esse.

iam numerum A pariter parem esse, manifestum est [VII def. 8]; nam dimidium imparem non habet. dico, eundem pariter imparem esse. nam si A in duas partes aequales diuiserimus et rursus dimidium et idem semper deinceps fecerimus, aliquando ad numerum perueniemus, qui numerum A secundum numerum parem metitur. nam si minus, ad binarium perueniemus, et A ex iis erit, qui a binario semper conduplicando producuntur; quod est contra hypothesim. quare A pariter impar erit [VII def. 9]. sed demonstratum est, eundem pariter parem esse. ergo A et pariter par et pariter impar est; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et a secundo et ultimo numeri primo aequales sub-

1) Propp. 33—34 aliter citat Iamblichus in Nicom. p. 32. de hoc loco et de Euclidis diuisione numerorum u. Studien p. 197 sq.

περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν A κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν (BFVq).
 15. καταντήσωμεν P_2 , καταν- in ras. m. 2 V. 16. ὥστε]
 ὥσπερ P_2 . 17. A καὶ BVq. περισσός — ἀρτιάκῃς m. rec. B.
 18. A] Δ φ. τε] om. VP₂. 22. τε] τοῦ φ (non F), om. BVq.

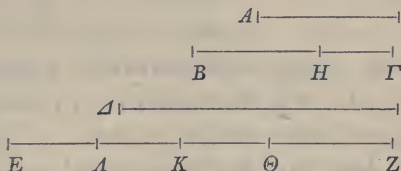
καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.

- 5 Ἔστωσαν ὅποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ $A, B\Gamma, \Delta, EZ$ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ A , καὶ ἀφηρησθῶ ἀπὸ τοῦ $B\Gamma$ καὶ τοῦ EZ τῷ A ἴσος ἐκάτερος τῶν $BH, Z\Theta$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ $H\Gamma$ πρὸς τὸν A , οὕτως ὁ $E\Theta$ πρὸς τοὺς $A, B\Gamma, \Delta$.
- 10 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν $B\Gamma$ ἴσος ὁ ZK , τῷ δὲ Δ ἕσος ὁ ZA . καὶ ἐπεὶ ὁ ZK τῷ $B\Gamma$ ἴσος ἐστίν, ὥν ὁ $Z\Theta$ τῷ BH ἴσος ἐστίν, λοιπὸς ἄρα ὁ ΘK λοιπῷ τῷ $H\Gamma$ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ EZ πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν $B\Gamma$ καὶ ὁ $B\Gamma$ πρὸς
- 15 τὸν A , ἴσος δὲ ὁ μὲν Δ τῷ ZA , ὁ δὲ $B\Gamma$ τῷ ZK , ὁ δὲ A τῷ $Z\Theta$, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ EZ πρὸς τὸν ZA , οὕτως ὁ AZ πρὸς τὸν ZK καὶ ὁ ZK πρὸς τὸν $Z\Theta$. διελόντι, ὡς ὁ EA πρὸς τὸν AZ , οὕτως ὁ AK πρὸς τὸν ZK καὶ ὁ $K\Theta$ πρὸς τὸν $Z\Theta$. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς
- 20 εἰς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $K\Theta$ πρὸς τὸν $Z\Theta$, οὕτως οἱ $EA, AK, K\Theta$ πρὸς τοὺς $AZ, ZK, \Theta Z$. ἴσος δὲ ὁ μὲν $K\Theta$ τῷ ΓH , ὁ δὲ $Z\Theta$ τῷ A , οἱ δὲ $AZ, ZK, \Theta Z$

1. τοῦ] om. V. 2. τόν] τό φ (non F). 4. ἅπαντας F, ὕπαντας φ. 5. ὅσοιδηποτοῦν V, in F -δη- a φ in -δε- mutat. 6. ἀπὸ τοῦ φ, post ἀπό ras. 3 litt. B. A] Δ φ (non F). 7. τοῦ] (alt.) postea insert F. 8. BH] P; ΓH F, HΓ BVq. ἐστίν] om. F. HΓ] P, BH BFVq. 10. τῷ] τῶν Bq. μὲν] om. BV; in B m. 2 ex τῶν fecit τῷ μὲν. ZK] ZH φ (non F). 12. BH] P, ΓH F, HΓ BVq. ἐστὶ q. 13. HΓ] P, HB BFVq. ἐπεὶ] om. F. 14. τόν] (alt.) τό φ (non F). 16. EZ] ΘZ φ (non F). ZA] AZ Bq.

trahuntur, erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A , $B\Gamma$, Δ , EZ ab A minimo incipientes, et ab $B\Gamma$, EZ



numero A aequales subtrahantur BH , $Z\Theta$. dico, esse $H\Gamma : A = E\Theta : A + B\Gamma + \Delta$.

ponatur enim $ZK = B\Gamma$ et $ZA = \Delta$. et quoniam est $ZK = B\Gamma$ et $Z\Theta = BH$, erit $\Theta K = H\Gamma$. et quoniam est $EZ : \Delta = \Delta : B\Gamma = B\Gamma : A$ [VII, 13], et $\Delta = ZA$, $B\Gamma = ZK$, $A = Z\Theta$, erit

$$EZ : ZA = AZ : ZK = ZK : Z\Theta.$$

subtrahendo [VII, 11. 13] erit

$$EA : AZ = AK : ZK = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [VII, 12]. itaque erit

$$K\Theta : Z\Theta = EA + AK + K\Theta : AZ + ZK + \Theta Z.$$

uerum est $K\Theta = \Gamma H$, $Z\Theta = A$,

$$AZ + ZK + \Theta Z = \Delta + B\Gamma + A.$$

17. AZ] ZA FV. ZK] (alt.) KZ P. 18. ἄρα ὥς V. τόν]
 om. q. 19 ZK] KZ F. $K\Theta$] Θ e corr. m. 1 q. καί]
 om. V. 22. τόν] om. F. οἱ] ὁ F. 23. AZ] corr. ex
 AZ m. 1 q. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P. 24. ΓH]
 P, BH BFVq. δέ] (prius) m. 2 V. ZK] KZ BVq. ΘZ]
 $Z\Theta$ P.

τοῖς Δ , $B\Gamma$, A ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓH πρὸς τὸν A ,
οὕτως ὁ $E\Theta$ πρὸς τοὺς Δ , $B\Gamma$, A . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ
τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.
5 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς
ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως
οὗ ὁ σύμπαρ συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ
10 ὁ σύμπαρ ἐπὶ τὸν ἐσχάτον πολλαπλασιασθεὶς
ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθ-
μοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπαρ
συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ A , B , Γ , Δ , καὶ τῷ
15 σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ E , καὶ ὁ E τὸν Δ πολλα-
πλασιάσας τὸν ZH ποιείτω. λέγω, ὅτι ὁ ZH τέλειος
ἔστιν.

Ὅσοι γὰρ εἰσιν οἱ A , B , Γ , Δ τῷ πλήθει, τοσοῦ-
τοι ἀπὸ τοῦ E εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλο-
20 γίᾳ οἱ E , ΘK , Λ , M . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A
πρὸς τὸν Δ , οὕτως ὁ E πρὸς τὸν M . ὁ ἄρα ἐκ τῶν
 E , Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν A , M . καὶ ἔστιν ὁ ἐκ
τῶν E , Δ ὁ ZH . καὶ ὁ ἐκ τῶν A , M ἄρα ἐστὶν ὁ
 ZH . ὁ A ἄρα τὸν M πολλαπλασιάσας τὸν ZH πε-
25 ποίηκεν. ὁ M ἄρα τὸν ZH μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ

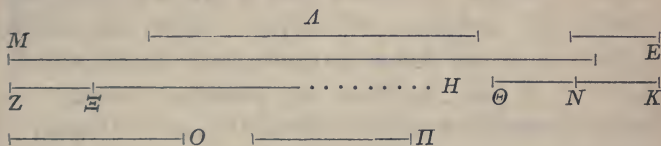
1. ἔστιν ἄρα — 2: Δ , $B\Gamma$, A] om. q. 1. ΓH] P; $H B F$; $B H B V$. 2. $E\Theta$] E postea insert. F. τοὺς] om. F. 4. ἅπαντας F. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. Post δεῖξαι in P add. lin. 7 — 21: τὸν M cum quibusdam discrepantiis (P_2), dein περιττὸν ἔχέτω, et deinde p. 404, 7 — 19 (P_2), in mg. περιττόν et in fine τὸ περιττόν τοῦτο σφάλμα ἐστίν. 9. σύμπαρ σὺν τῇ μονάδι F. 11. ἔσται τέλειος q. 12. ὁσοιδη-

itaque $\Gamma H : A = E\Theta : \Delta + B\Gamma + A$. ergo est ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Si ab unitate quotlibet numeri deinceps in proportionem duplicata proponuntur, donec totus ex omnibus compositus primus fiat, et totus ultimum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus inde productus perfectus erit.

Nam ab unitate proponantur quotlibet numeri in proportionem duplicata, donec totus ex omnibus com-



positus primus fiat, A, B, Γ, Δ , et toti aequalis sit E , et sit $E \times \Delta = ZH$. dico, ZH perfectum esse.

nam quot sunt A, B, Γ, Δ multitudine, totidem ab E sumantur in proportionem duplicata $E, \Theta K, A, M$. itaque ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : M$. itaque $E \times \Delta = A \times M$ [VII, 19]. et $E \times \Delta = ZH$. quare $A \times M = ZH$. A igitur numerum M multiplicans numerum ZH effecit. quare M numerum ZH

ποτοῦν] P_2 BFVq, ὁποσοιοῦν P . 13. οὐ] om. P_2 . σύμπαρ
 σὺν τῇ μονάδι F . 14. Γ, Δ] om. P_2 . 15. σύμπαντι σὺν τῇ
 μονάδι F . 19. ἀναλογίαν φ (non F). 20. ΘK] K in ras.
 m. 2 V.

A μονάδας. καί ἐστι δυὰς ὁ A διπλάσιος ἄρα ἐστὶν
ὁ ZH τοῦ M . εἰσὶ δὲ καὶ οἱ $M, A, \Theta K, E$ ἐξῆς
διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ $E, \Theta K, A, M, ZH$ ἄρα ἐξῆς
ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογία. ἀφηγήσθω
5 δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ ΘK καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ
 ZH τῷ πρώτῳ τῷ E ἴσος ἐκάτερος τῶν $\Theta N, Z\Xi$.
ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς
τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς
πρὸ ἐαυτοῦ πάντα. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ NK πρὸς τὸν E ,
10 οὕτως ὁ ΞH πρὸς τοὺς $M, A, K\Theta, E$. καί ἐστιν ὁ
 NK ἴσος τῷ E . καὶ ὁ ΞH ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς M, A ,
 $\Theta K, E$. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ $Z\Xi$ τῷ E ἴσος, ὁ δὲ E τοῖς
 A, B, Γ, Δ καὶ τῇ μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ ZH ἴσος ἐστὶ
τοῖς τε $E, \Theta K, A, M$ καὶ τοῖς A, B, Γ, Δ καὶ τῇ
15 μονάδι· καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω, ὅτι καὶ ὁ
 ZH ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲς τῶν A ,
 $B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυ-
νατόν, μετρεῖται τις τὸν ZH ὁ O , καὶ ὁ O μηδενὶ
τῶν $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ
20 ὁσάκις ὁ O τὸν ZH μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Π . ὁ Π ἄρα τὸν O πολλαπλασιάσας τὸν
 ZH πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ E τὸν Δ πολλαπλα-
σιάσας τὸν ZH πεποίηκεν· ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς
τὸν Π , οὕτως ὁ O πρὸς τὸν Δ . καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἐξῆς
25 ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A, B, Γ, Δ , ὁ Δ ἄρα ὑπ' οὐδενὸς

2. E] om. F. 3. Post E in F insert. Θ m. 2. ἐξῆς]
om. F. 5. δὴ] corr. ex δέ m. 1 F. 6. τῶν] ὁ in ras. P.
10. ὁ] (alt.) ὡς ὁ F. 11. τῷ E ἴσος F. ἐστὶν P. 12. ἐστὶν P.
 $Z\Xi$] ΞZ P. 13. ἴσος ἐστὶ] supra m. 1 F. 18. ὁ O] (alt.)
supra m. 1 F. 19. ὁ] om. B. 21. Π] (alt.) O P. O] Π P.
22. ZH] H supra m. 1 F. 23. ZH] Z eras. V. Post
πεποίηκεν add. F: ὁ ἄρα ἐκ τῶν E, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν

secundum unitates numeri A metitur. et A binarius est. ergo $ZH = 2M$. uerum etiam M , A , ΘK , E deinceps inter se duplices sunt. quare E , ΘK , A , M , ZH deinceps proportionales sunt in proportionem duplicatam. iam a secundo ΘK et ultimo ZH primo E aequales subtrahantur ΘN , $Z\Xi$. itaque erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes [prop. XXXV]. erit igitur

$$NK : E = \Xi H : M + A + K\Theta + E.$$

est autem $NK = E$.¹⁾ quare etiam

$$\Xi H = M + A + \Theta K + E.$$

uerum etiam

$$Z\Xi = E \text{ et } E = A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

quare erit totus

$$ZH = E + \Theta K + A + M + A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

et hi eum metiuntur. dico, etiam nullum alium ZH numerum metiri praeter A , B , Γ , Δ , E , ΘK , A , M et unitatem. nam si fieri potest, metiatur O numerum ZH , neu O ulli numerorum A , B , Γ , Δ , E , ΘK , A , M aequalis sit. et quoties O numerum ZH metitur, tot unitates sint in Π . ergo $\Pi \times O = ZH$. uerum etiam $E \times \Delta = ZH$. quare est [VII, 19] $E : \Pi = O : \Delta$. et quoniam ab unitate deinceps proportionales sunt A , B , Γ , Δ , numerum Δ nullus alius metietur nume-

1) Nam $\Theta K = 2E$ et $\Theta N = E$.

Π , O . ἄρα] om. F. 25. εἰσιν ἀνάλογον BV. ἀριθμοὶ
of Theon (BFVq). Post Γ , Δ add. BV: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα
ὁ A πρῶτός ἐστι· δυὰς γάρ.

ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν A, B, Γ . καὶ
 ὑπόκειται ὁ O οὐδενὶ τῶν A, B, Γ ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα
 μετρήσει ὁ O τὸν Δ . ἀλλ' ὥς ὁ O πρὸς τὸν Δ , ὁ
 E πρὸς τὸν Π · οὐδὲ ὁ E ἄρα τὸν Π μετρεῖ. καί
 5 ἔστιν ὁ E πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς
 ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός [ἐστιν]. οἱ E, Π ἄρα
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-
 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντας ἰσάκως ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ
 10 ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· καὶ ἔστιν ὥς ὁ E πρὸς τὸν
 Π , ὁ O πρὸς τὸν Δ · ἰσάκως ἄρα ὁ E τὸν O μετρεῖ
 καὶ ὁ Π τὸν Δ . ὁ δὲ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται
 παρὲς τῶν A, B, Γ · ὁ Π ἄρα ἐνὶ τῶν A, B, Γ ἔστιν
 ὁ αὐτός. ἔστω τῷ B ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ
 15 B, Γ, Δ τῷ πλήθει τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ
 E οἱ $E, \Theta K, \Lambda$. καὶ εἰσὶν οἱ $E, \Theta K, \Lambda$ τοῖς $B,$
 Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἔστιν ὥς ὁ B
 πρὸς τὸν Δ , ὁ E πρὸς τὸν Λ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν B, Λ
 ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ, E · ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν Δ, E ἴσος
 20 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Π, O · καὶ ὁ ἐκ τῶν Π, O ἄρα ἴσος
 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Λ . ἔστιν ἄρα ὥς ὁ Π πρὸς τὸν
 B , ὁ Λ πρὸς τὸν O . καὶ ἔστιν ὁ Π τῷ B ὁ αὐτός·
 καὶ ὁ Λ ἄρα τῷ O ἔστιν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον·
 ὁ γὰρ O ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός.
 25 οὐκ ἄρα τὸν ZH μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲς τῶν

1. καὶ ὑπόκειται ὁ] ὁ δὲ BFVq. 2. Γ] Γ ἔστιν FVq.
 3. O] (prius) ΠB . 4. τὸν] (prius) om. F. μετρήσει V. 5.
 πᾶς] ἅπας BVq. πᾶς δὲ πρῶτος] om. F. 6. μετρεῖ F. ἔστιν]
 om. P. 9. ἔχοντας αὐτοῖς V. 11. O] $\Pi \varphi$ (non F). E]
 corr. ex O m. 1 F. O] e corr. F. 13. B] (alt.) om. q.
 16. B] $E B$. 19. Δ, E] E, Δ q. ἀλλά P. Δ, E] $E,$

rus praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et suppositum est, O nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. quare O numerum Δ non metietur. est autem $O : \Delta = E : \Pi$. itaque ne E quidem numerum Π metitur [VII def. 20]. et E primus est. omnis autem primus numerus ad omnem, quem non metitur, primus est [VII, 29]. ergo E, Π inter se primi sunt. primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem; et est

$$E : \Pi = O : \Delta.$$

itaque E numerum O et Π numerum Δ aequaliter metitur. Δ autem numerum nullus alius metitur praeter A, B, Γ . itaque Π alicui numerorum A, B, Γ aequalis est. sit $\Pi = B$. et quot sunt multitudine B, Γ, Δ , totidem sumantur ab E numeri $E, \Theta K, \Lambda$. et $E, \Theta K, \Lambda$ in eadem ratione sunt ac B, Γ, Δ . itaque ex aequo erit [VII, 14] $B : \Delta = E : \Lambda$. quare

$$B \times \Lambda = \Delta \times E \text{ [VII, 19].}$$

sed $\Delta \times E = \Pi \times O$. quare etiam

$$\Pi \times O = B \times \Lambda.$$

itaque $\Pi : B = \Lambda : O$ [VII, 19]. et $\Pi = B$. itaque etiam $\Lambda = O$; quod fieri non potest. nam suppositum est, O nulli numerorum propositorum aequalem esse. itaque nullus numerus numerum ZH me-

Δ q. 22. B] (prius) e corr. q. 23. Λ] $O \varphi$ (non F). O] $\Lambda \varphi$ (non F). 24. $\acute{\epsilon}\gamma\chi\epsilon\iota\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu$ FV. 25. $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota$ P.

$A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ καὶ τῆς μονάδος. καὶ ἐδείχθη ὅ ZH τοῖς $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἐαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ZH . ὅπερ
 5 ἔδει δεῖξαι.

1. A, M] insert. m. 2 in fine lin. F; leg. m. 1 in init. seq., del. m. 2. Post μονάδος add. Theon: οἱ $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν ZH (BFVq). In fine: Εὐκλείδου στοιχείων Θ' P, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδο. Θ' F.

titur praeter $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$ et unitatem.¹⁾
et demonstratum est, esse

$ZH = A + B + \Gamma + \Delta + E + \Theta K + \Lambda + M + 1.$
perfectus autem numerus is est, qui partibus suis aequalis est [VII def. 22]. ergo ZH perfectus est; quod erat demonstrandum.

1) Ii autem metiuntur numerum ZH ; p. 410, 15.

APPENDIX.

V, 19 πόρ.

Γεγόνασι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκεις πολλα-
πλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν, ἐπειδήπερ ἔαν πρῶ-
τον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τε-
5 τάρτου, ἔσται καὶ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον,
οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ
ἀντιστρέφει· ἔαν ἢ ὡς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως
τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν
πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ δὲ τρί-
10 τον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡμιολίων ἢ ἐπι-
τρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 20.

Ἄλλως.

Δείξομεν δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμόλογα
15 τὰ τρίγωνα.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ *ΑΒΓΔΕ*, *ΖΗΘΚΛ*
πολύγωνα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ *ΒΕ*, *ΕΓ*, *ΗΛ*, *ΛΘ*.
λέγω, ὅτι ὡς τὸ *ΑΒΕ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΖΗΛ*, οὕ-
τως τὸ *ΕΒΓ* πρὸς τὸ *ΛΗΘ* καὶ τὸ *ΓΔΕ* πρὸς τὸ

1. In textu post δεῖξαι p. 56, 3 habent BFVp, ed. Basil.;
mg. m. 1 P. 3. ἐπί] om. F. πρῶτος P. 4. πολλαπλάσιον
ἢ F. 5. ἔσται καί] corr. ex καὶ ἔσται m. 1 V. τό] (alt.)
om. F. 7. ἀναστρέφει P. ἔαν γάρ ed. Basil. ὡς τό P, ed.
Basil. πρὸς τό P. 8. τὸ τρίτον πρὸς τό P. 10. ἡμιολίων
λόγων p. 11. λόγων] φ, om. ἢ τῶν τοιούτων, sed in lin.
seq. leg. a m. 1: λόγων ἢ τῶν τοιούτων (euan.); om. P. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι] ὅπερ F; om. P. 12. PBFVp; cfr. Campanus.

V, 19 coroll.

Hae rationes autem et de aequae multiplicibus et de proportionibus ualent, quoniam si primum secundi aequae multiplex est ac tertium quarti, erit etiam ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum. uerum conuerti non potest; neque enim si est ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum, ideo semper erit primum secundi aequae multiplex et tertium quarti, uelut in rationibus sesquialteris uel sesquiterciis uel similibus; quod erat demonstrandum.

VI, 20.

Aliter.¹⁾

Iam aliter quoque promptius demonstrabimus, triangulos correspondentes esse.

ponantur enim rursus polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$, et ducantur BE , $E\Gamma$, HA , $A\Theta$. dico, esse

$$ABE : ZHA = EB\Gamma : AH\Theta = \Gamma\Delta E : \Theta K\Lambda.$$

1) Campanus VI, 18: „aliter potest demonstrari secundum.“
deinde eodem modo, quo hic fit, demonstrat, triangulos correspondentes esse, et inde concludit de polygonis totis.

13. ἄλλως] om. B, m. 2 FV; $\alpha\beta'$ p, F mg. m. 1. 16. γάρ] m. 2 F. Post Θ ras. 1 litt. V. 18. Post $\theta\tau\iota$ add. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ BVp, F m. 2. ZAH F, Δ in ras. m. 2 V.

ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ
 ΖΗΛ τριγώνῳ, τὸ ΑΒΕ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ
 διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ
 5 τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ΒΕ πρὸς
 τὴν ΗΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ
 ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ. πάλιν
 ἐπεὶ ὁμοιόν [ἐστι] τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΘ
 τριγώνῳ, τὸ ΕΒΓ ἄρα πρὸς τὸ ΑΗΘ διπλασίονα
 10 λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΘΑ. διὰ τὰ
 αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΘΚ τρί-
 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ΓΕ πρὸς τὴν
 ΘΑ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΗΘ,
 οὕτως τὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ΑΘΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς
 15 τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΑΗΘ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ
 ΖΗΛ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως
 τὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ καὶ τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΑΘΚ.
 ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

VI, 27.

20

Ἄλλως.

Ἐστω γὰρ πάλιν ἡ ΑΒ τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ Γ

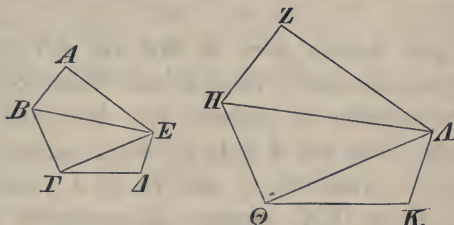
1. ἐστι] m. 2 F. 2. ἄρα] om. V. 4. ΒΕΓ] "Ε'ΒΓ F.
 7. Post ΒΕΓ add. τρίγωνον Bp, m. 2 FV. 8. ἐστι] om. P.
 10. εὐθεῖα] m. 2 V. 11. ΕΓΔ] corr. ex ΓΕΔ m. 1 p.
 πρὸς τὸ ΑΘΚ τρίγωνον] mg. m. 2 B, om. p; διπλασίονα λόγον
 ἔχει πρὸς in ras. m. 2 F; seq. τὸ ΑΘΚ τρίγωνον m. 1. 12.
 διπλασίονα λόγον ἔχει] in ras. m. rec. F. 13. ΒΕΓ] ΕΒΓ P.
 14. ΓΕΔ] ΕΓΔ P. 15. ΑΒΕ πρὸς] in ras. m. 2 V, seq.
 πρὸς m. 1. 16. καὶ ὡς ἄρα — 17: ΒΕΓ πρὸς] in ras. F.
 17. ΒΕΓ] B in ras. m. 2 V. Post ΑΘΚ add. BVp: καὶ
 ὡς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα
 τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα καὶ τὰ λοιπὰ ὡς ἐν τῇ
 προτέρᾳ δείξει; idem F, sed postea insert. in ras. 19. Post

nam quoniam $ABE \sim ZHA$, erit [VI, 19]

$$ABE : ZHA = BE^2 : HA^2.$$

eadem de causa erit etiam

$$BEG : HA\Theta = BE^2 : HA^2.$$



itaque $ABE : ZHA = BEG : HA\Theta$. rursus quoniam $EBG \sim AH\Theta$, erit $EBG : AH\Theta = GE^2 : \Theta A^2$. eadem de causa etiam erit $E\Gamma A : \Lambda\Theta K = GE^2 : \Theta A^2$. itaque $BEG : AH\Theta = E\Gamma A : \Lambda\Theta K$. sed demonstratum est etiam $EBG : AH\Theta = ABE : ZHA$. ergo etiam $ABE : ZHA = BEG : HA\Theta = E\Gamma A : \Lambda\Theta K$; quod erat demonstrandum.

VI, 27.

Aliter.¹⁾

Nam rursus AB in Γ in duas partes aequales di-

1) Est alter casus prop. 27. locum interpolatum esse, supra demonstraui. cum in P in mg. m. rec. addatur, ueri simile est, eum a Theone profectum esse. Campanus VI, 26: „idem etiam esset, si superficies $af (= AE)$ fieret altior superficie $cd (= AA)$, ut uidere potes in secunda figura“.

καὶ παραβληθὲν τὸ $ΑΑ$ ἐλλείπον εἶδει τῷ $ΑΒ$, καὶ
 παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν $ΑΒ$ τὸ $ΑΕ$ παραλλη-
 λόγραμμον ἐλλείπον τῷ $ΕΒ$ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως
 κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ $ΑΒ$. λέγω, ὅτι
 5 μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ $ΑΑ$
 τοῦ $ΑΕ$.

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ $ΕΒ$ τῷ $ΑΒ$, περὶ τὴν
 αὐτὴν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ $ΕΒ$
 καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ
 10 $ΑΖ$ τῷ $ΑΘ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΖΗ$ τῇ $ΗΘ$, μεῖζον ἄρα τὸ
 $ΑΖ$ τοῦ $ΚΕ$. ἴσον δὲ τὸ $ΑΖ$ τῷ $ΑΑ$. μεῖζον ἄρα
 καὶ τὸ $ΑΑ$ τοῦ $ΕΚ$. κοινὸν [προσκειίσθω] τὸ $ΚΑ$.
 ὅλον ἄρα τὸ $ΑΑ$ ὅλον τοῦ $ΑΕ$ μεῖζόν ἐστιν· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

15 VI, 30.

Ἄλλως.

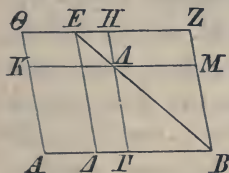
Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $ΑΒ$. δεῖ δὲ τὴν $ΑΒ$
 ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Τετμήσθω γὰρ ἡ $ΑΒ$ κατὰ τὸ $Γ$ ὥστε τὸ ὑπὸ
 20 τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετραγώνῳ.
 ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
 $ΓΑ$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $ΒΑ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$, οὕτως ἡ
 $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΒ$. ἡ $ΑΒ$ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον
 λόγον τέτμηται κατὰ τὸ $Γ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1. $ΑΒ$] $ΑΒ$ φ (non F). 2. $ΑΕ$] $ΑΘ$ corr. ex $ΑΘ$ FV.
 3. τῷ] τό F. 4. τῷ $ΑΒ$] PBr; mutat. in τῆς $ΑΒ$ m. 2 F;
 τῆς $ΒΑ$ (supra est ras.) τῷ $ΑΒ$ V. 10. $ΑΖ$] corr. ex $ΑΖ$
 m. rec. F. 11. $ΚΕ$] in ras. m. 2 V. ἴσον δέ — 12: τοῦ
 $ΕΚ$] bis Bp et V mg. m. 2. 12. καί] supra m. 1 p (priore
 loco, in repetitione in textu est). προσκειίσθω] Pp; om. BF;
 ἔστω V. 15. PBFVp. 16. ἄλλως] mg. Fp, iidem add.
 λε' (in F del. m. rec.). 17. τὴν $ΑΒ$ εὐθεῖαν FV. 20. $ΓΑ$]

uidatur, et adplicetur AA deficiens figura AB , et rursus rectae AB adplicetur parallelogrammum AE deficiens figura EB simili et similiter posita quadrato dimidiaie AB . dico, esse $AA > AE$.

nam quoniam $EB \sim AB$, circum eandem diametrum sunt [VI, 26]. eorum diameter sit EB , et describatur figura [p. 161 not. 1]. et quoniam est $AZ = A\Theta$, quoniam $ZH = H\Theta$, erit $AZ > KE$. uerum $AZ = AA$ [I, 43]. quare etiam $AA > EK$. commune adiciatur KA . ergo $AA > AE$; quod erat demonstrandum.



VI, 30.

Aliter.¹⁾

Sit data recta AB . oportet igitur rectam AB secundum rationem extremam et mediam secare.

secetur enim AB in Γ ita, ut sit



$$AB \times B\Gamma = \Gamma A^2 \text{ [II, 11].}$$

iam quoniam $AB \times B\Gamma = \Gamma A^2$, erit [VI, 17]

$$BA : A\Gamma = A\Gamma : \Gamma B.$$

itaque AB in Γ secundum extremam et mediam rationem secta est; quod oportebat fieri.

1) Habet Campanus VI, 29: „idem etiam potest demonstrari ex 11 secundi.“

VI, 31.

Ἄλλως.

Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ
 τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα εἶδος
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει
 ἥπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον
 διπλασίονα λόγον ἥπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. καὶ ὡς
 ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ
 10 εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς
 τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ εἶδος,
 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 ΓΑ τετράγωνον. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος
 15 πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετράγω-
 να. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ
 τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις
 20 [τε] καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

VI, 33.

Λέγω, ὅτι καὶ ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ
 περιφέρειαν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ
 τομέα.

1. PBFVp. 3. λξ' Fp. ἐστὶ] εἰσὶ V. 5. ἔχη φ.
 6. ΓΒ] in ras. V m. 2. 7. τό] τὴν φ. 8. ΓΒ] mut. in
 ΒΓ m. 2 V. ΒΑ. καὶ] ΒΓ φ (non F). 9. ΓΒ] in ras.
 m. 2 V, ΓΑ φ (non F). εἶδος — 10: ΓΒ] mg. m. 1 F. 10.
 εἶδος] om. V. ΓΒ] in ras. m. 2 V. 11. δὴ] om. P. 12.
 εἶδος] (alt.) om. V. 13. ΒΓ] e corr. m. 1 p. 14. ΓΑ] e corr.

VI, 31.

Aliter.¹⁾

Quoniam similes figurae in duplicata ratione sunt laterum correspondentium [VI, 20] figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in BA descriptam duplicatam rationem habebit quam $\Gamma B : BA$. uerum etiam quadratum in $B\Gamma$ descriptum ad quadratum in BA descriptum duplicatam rationem habebit quam ΓB ad BA . quare etiam figura in ΓB descripta ad figuram in BA descriptam eandem rationem habebit quam $\Gamma B^2 : BA^2$. eadem de causa etiam figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam eandem rationem habebit quam $B\Gamma^2 : \Gamma A^2$. quare etiam ut figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA , $A\Gamma$ descriptas, ita erit

$$B\Gamma^2 : BA^2 + A\Gamma^2.$$

uerum $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$ [I, 47]. ergo etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA , $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis; quod erat demonstrandum.

VI, 33.²⁾

Dico, esse etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } H B \Gamma : \text{sect. } \Theta EZ.$$

1) U. fig. VI, 31.

2) Additamentum est Theonis post finem VI, 33; u. ibid. not.

m. 1 p. $\acute{\omega}\varsigma$] insert. m. 1 p. 15. $\epsilon\iota\delta\eta$] $\epsilon\iota\delta\omicron\varsigma \varphi$ (non F).
 16. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\alpha$] $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu$ F, $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu \varphi$. 19. $\epsilon\iota\delta\epsilon\sigma\iota\nu$ BFP.
 $\tau\omicron\iota\varsigma$] om. Bp. 20. $\tau\epsilon$] om. BFP. $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota \delta\epsilon\iota\acute{\xi}\alpha\iota$.
 om. BFP. 21. BFP, P mg. m. rec. 22. μ' mg. p.
 $\kappa\alpha\iota$] om. p. 23. ΘEZ] litt. EZ in ras. m. 1 V.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΚ περιφερειῶν τῶν Ξ, Ο σημείων ἐπεξεύχθωσαν καὶ αἱ ΒΞ, ΞΓ, ΓΟ, ΟΚ.

Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ, ΗΓ δυὸς ταῖς ΓΗ, ΗΚ
 5 ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, καὶ βάσεις ἡ ΒΓ τῇ ΓΚ ἐστὶν ἴση, ἴσον ἄρα [ἐστὶ] καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφερεία, καὶ ἡ λοιπὴ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ εἰς τὸν
 10 ὅλον κύκλον περιφερεία· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστὶν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμήμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. καὶ εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΓΚ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
 15 ΒΞΓ τμήμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΒΗΓ τομεὺς ὅλῳ τῷ ΗΓΚ τομεῖ ἴσος ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΚΑ τομεὺς ἐκατέρῳ τῶν ΗΒΓ, ΗΓΚ ἴσος ἐστίν. οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ ΗΒΓ, ΗΓΚ,
 20 ΗΑΚ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΘΕΖ, ΘΖΜ, ΘΜΝ τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ὅσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒΑ τομεὺς τοῦ ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσαπλασίων

2. Ante ἐπί del. τῶν p. ΓΚ] Γ corr. ex K m. 1 p.
 4. ΗΚ] Κ e corr. m. 2 V. 5. εἰσίν BF. περιέχουσι P F p;
 περιέχουσai V, corr. m. 2. 6. ἐστὶ] om. B V p, insert. m. 1 F.
 ΒΗΓ P. 7. Post τριγώνῳ add. B p: καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια
 τῇ ΓΚ περιφερεία. 8. ἡ λοιπὴ] F; λοιπὴ B p; ἡ λοιπὴ ἡ P V.
 9. ὅλον] ΑΒΓ P V. ἴση] ἡ ΚΑΓ ἴση F. ἐστὶ] om. P,
 ἐστίν B. τῇ] om. V. λοιπῇ] om. P; λοιπῇ τῇ V. 10.
 ὅλον] B p, αὐτον ΑΒΓ P V, om. F. ὥστε] post ras. 1 litt. V,
 τῇ ΓΑΒ· ὥστε F. 11. γωνία τῇ V. 13. ΓΚ] ΚΓ m. 2 V.

Ducantur enim $B\Gamma$, ΓK^1), et in arcubus $B\Gamma$, ΓK sumptis punctis Ξ , O ducantur etiam $B\Xi$, $\Xi\Gamma$, ΓO , OK . et quoniam $BH = HK$ et $H\Gamma = H\Gamma$, et aequales angulos comprehendunt, et $B\Gamma = \Gamma K$ [III, 29], erit etiam $\triangle HBG = \triangle HKO$ [I, 4]. et quoniam

$$\text{arc. } B\Gamma = \text{arc. } \Gamma K,$$

erit etiam $\text{arc. } B\Lambda\Gamma = \text{arc. } \Gamma AK$. quare etiam

$$\angle B\Xi\Gamma = \angle \Gamma OK \text{ [III, 27].}$$

ergo segmentum $B\Xi\Gamma$ simile est segmento ΓOK [III def. 11]. et in aequalibus sunt rectis $B\Gamma$, ΓK . quae autem in aequalibus rectis sunt segmenta circulorum similia, inter se aequalia sunt [III, 24]. ergo

$$\text{segm. } B\Xi\Gamma = \text{segm. } \Gamma OK.$$

uerum etiam $\triangle HBG = \triangle HKO$. itaque

$$\text{sect. } BH\Gamma = \text{sect. } HKO.$$

eadem de causa etiam $\text{sect. } HK\Lambda = \text{sect. } HBG = \text{sect. } HKO$. itaque tres sectores HBG , HKO , $H\Lambda K$ inter se aequales sunt. eadem de causa etiam sectores ΘEZ , ΘZM , ΘMN inter se aequales sunt. itaque quoties arcus AB multiplex est arcus $B\Gamma$, toties etiam sector HBA sectoris HBG multiplex est. eadem de

1) U. fig. VI, 33.

$\delta\epsilon'] \delta'$ F. 14. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda o\iota\varsigma]$ $-\lambda o\iota\varsigma$ in ras. F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. 15. $H\Lambda\Gamma]$ HB in ras. m. 2 V. 16. $-\gamma\omega\nu\omicron\nu \tau\tilde{\omega} H\Gamma K \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\omega \acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ in ras. m. 2 F. 17. $BH\Gamma]$ HBG P, V m. 2. $H\Lambda\Gamma$ P, V m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ BV, comp. Pp. 18. HBG , $H\Gamma K]$ prius Γ et K e corr. m. 2 V, $B\Gamma$, HK Bp. 19. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V. $o\acute{\iota}]$ (alt.) $\acute{o}$ P. $H\Lambda\Gamma]$ HB corr. ex BH V m. 2, in ras. F. $H\Gamma K]$ $H\Gamma$ corr. ex ΓH m. 2 V. 20. $H\Lambda K]$ $KHKA$ P, HKA corr. ex KHA m. 2 V. $\epsilon\lambda\sigma\acute{\iota}$ Vp. $\delta\iota\acute{\alpha}$ — 21: $\epsilon\lambda\sigma\acute{\iota}\nu]$ om. P. 20. $o\acute{\iota}]$ corr. ex $\acute{o}$ m. 1 F. 21. $\Theta ZM]$ M insert. m. 1 F. 22. $AB]$ A in ras. V. $B\Gamma]$ in ras. m. 2 V. 23. $HBA]$ B add. m. recentiss. P; HAB Bp, V in ras. m. 2.

ἐστὶν ἡ *NE* περιφέρεια τῆς *EZ* περιφερείας, τοσαν-
ταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ *ΘΕΝ* τομεὺς τοῦ *ΘΕΖ* τομέως.
εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΛ* περιφέρεια τῇ *ΕΝ* περιφερείᾳ,
ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τῷ *ΕΘΝ* τομεῖ, καὶ
5 εἰ ὑπερέχει ἡ *ΒΛ* περιφέρεια τῆς *ΕΝ* περιφερείας,
ὑπερέχει καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τοῦ *ΘΕΝ* τομέως, καὶ
εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὲ ὄντων μεγεθῶν
δύο μὲν τῶν *ΒΓ*, *EZ* περιφερειῶν, δύο δὲ τῶν *ΗΒΓ*,
ΕΘΖ τομέων εἰληπται ἰσάκως πολλαπλάσια τῆς μὲν
10 *ΒΓ* περιφερείας καὶ τοῦ *ΗΒΓ* τομέως ἢ τε *ΒΛ* πε-
ριφέρεια καὶ ὁ *ΗΒΛ* τομεὺς, τῆς δὲ *EZ* περιφερείας
καὶ τοῦ *ΘΕΖ* τομέως ἰσάκως πολλαπλάσια ἢ τε *ΕΝ*
περιφέρεια καὶ ὁ *ΘΕΝ* τομεὺς· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ
ὑπερέχει ἡ *ΒΛ* περιφέρεια τῆς *ΕΝ* περιφερείας, ὑπερ-
15 ἔχει καὶ ὁ *ΒΗΛ* τομεὺς τοῦ *ΕΘΝ* τομέως, καὶ εἰ
ἴση, ἴσος, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. ἔστιν ἄρα ὥς ἡ
ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν *EZ*, οὕτως ὁ *ΗΒΓ* τομεὺς
πρὸς τὸν *ΘΕΖ* τομέα.

[Πόρισμα.]

20 Καὶ δῆλον, ὅτι καὶ ὥς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα,
οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Uulgo VII, 20.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ὑπὸ τῶν
ἁκρῶν ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ὑπὸ

1. τοσανταπλάσιος PBr. 3. περιφερεία] om. V. 4.
ΕΘΝ] BFr, *ΕΘΗ* φ et e corr. PV. 5. *ΒΛ*] B eras. B.
6. *ΒΗΛ*] *ΒΗ* in ras. m. 2 V, *ΗΒΛ* P. *ΘΕΝ*] *ΕΘΝ* Fr.
7. δῆ] δέ p. 8. μὲν] m. 2 F. 10. *ΒΓ*] B e corr. m. 1 p.
12. πολλαπλάσιον V. 13. εἰ] corr. ex ἡ V m. 2. 14. *ΒΛ*]

causa etiam quoties arcus NE multiplex est arcus EZ , toties etiam sector $\odot EN$ sectoris $\odot EZ$ multiplex est. ergo si arc. $BA =$ arc. EN , erit sect. $BHA =$ sect. $E\odot N$, et si arc. $BA >$ arc. EN , erit sect. $BHA >$ sect. $\odot EN$, et si arc. $BA <$ arc. EN , erit etiam sect. $BHA <$ sect. $E\odot N$. datis igitur quattuor magnitudinibus duobus arcibus $B\Gamma$, EZ et duobus sectoribus HBF , $E\odot Z$, arcus $B\Gamma$ et sectoris HBF sumpti sunt aequae multiplices arcus BA et sector HBA , arcus autem EZ et sectoris $\odot EZ$ aequae multiplices arcus EN et sector $\odot EN$. et demonstratum est, si arc. $BA >$ arc. EN , esse etiam sect. $BHA >$ sect. $E\odot N$, si aequalis sit, aequalem, si minor, minorem. ergo arc. $B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } HBF : \text{sect. } \odot EZ$ [V def. 5]. — Corollarium. — et adparet, esse etiam, ut sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.¹⁾

Uulgo VII, 20.

Si tres numeri proportionales sunt, productum extremorum aequale est quadrato medii. et si productum extremorum aequale est quadrato medii, tres numeri illi proportionales sunt.

1) Hoc corollarium, quod e genuina propositione Euclidis facile deriuatur, iam a Zenodoro usurpatur (ap. Theonem in Ptolem. p. 12 ed. Basil.: ὡς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἢ ὑπὸ $E\odot A$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $M\odot A$), nisi ibi Theon ipse p. 12, 4 sq. addidit.

A in ras. m. 2 V. 16. ἴσος] ἴση V. 18. $\odot EZ$] $\odot E$ P.
19. πρίσμα] om. PBFVp. 22. FVp, B mg. m. 1, P mg.
m. rec. κ' FVp. 24. ὁ] supra P.

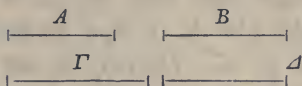
- τῶν ἄκρων ἴσος ἢ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ A, B, Γ , ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . λέγω, ὅτι ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . κείσθω γὰρ τῷ B ἴσος ὁ Δ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν B, Δ . ὁ δὲ ἐκ τῶν B, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B . ἴσος γὰρ ὁ B τῷ Δ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν A, Γ ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ B .
- 10 Ἀλλὰ δὴ ἡ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ B . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν A, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ B ἴσος τῷ ὑπὸ [τῶν] B, Δ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ Δ
- 15 πρὸς τὸν Γ . ἴσος δὲ ὁ B τῷ Δ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Uulgo VII, 22.

Ἐὰν ὅσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ
 20 πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
 ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν
 τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Ἐστῶσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ A, B, Γ καὶ ἄλλοι
 αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ Δ, E, Z σύνδυο λαμβανό-
 25 μενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν
 ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ E
 πρὸς τὸν Z , ὡς δὲ ὁ B πρὸς τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς
 τὸν E . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς
 τὸν Γ , οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Z .

Sint tres numeri proportionales A, B, Γ , ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$. pona-



tur enim $\Delta = B$. est igitur $A : B = \Delta : \Gamma$. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$ [VII, 19]. sed $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. ergo $A \times \Gamma = B^2$.

Iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

Nam quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$, erit [VII, 19] $A : B = \Delta : \Gamma$. sed $B = \Delta$. ergo $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

Uulgo VII, 22.

Si tres numeri dati sunt et alii iis multitudine aequales, duo simul coniuncti et in eadem ratione, et proportio eorum perturbata est, etiam ex aequo in eadem ratione erunt.

Dati sint tres numeri A, B, Γ et alii iis multitudine aequales Δ, E, Z , duo simul coniuncti in eadem ratione, et proportio eorum perturbata sit, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$. dico, etiam ex aequo esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

ὁ δεύτερος supra scr. β P. 4. ὁ] supra P. 7. ἐστίν V, comp. B. ἐκ τῶν] ἀπὸ τοῦ p. 8. ἐστίν V, comp. B. γάρ] corr. ex ἄρα V. 9. ἴσος ἐστὶ FV. 10. ἔστω] ἐστὶ comp. p. 12. γὰρ ὑπὸ EΔ mg. F. 13. ἴσος ἐστὶ FV. ὑπὸ] ἀπὸ p, om. B. τῶν] τοῦ p, om. BFV. 14. B] (prius) AF, ΓB. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Pp. 17. BFVp, P mg. m. rec., add. a Theone post VII, 20. καὶ PBFVp. 19. ὥσιν FV. 25. καὶ ἐν P. 29. τὸν Γ] corr. ex τὸ Γ V.

Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ο *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *E* πρὸς τὸν *Z*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *A*, *Z* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Δ*, *Γ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Z* ἴσος τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Z* ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Δ*, *Γ*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Z*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VII, 31.

Ἄλλως.

10

Ἐστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστὶν ὁ *A*, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, καὶ ἔστω ἐλάχιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ *B*. λέγω, ὅτι ὁ *B* πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, σύνθετός ἐστιν. μετρηθήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ *Γ*. ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *B* ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *B* μετρεῖ, ἀλλ' ὁ *B* τὸν *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα τὸν *A* μετρεῖ ἐλάσσων ὢν τοῦ *B*. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ *B* σύνθετός ἐστι. πρῶτος ἄρα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Scholium ad VII, 39.

Τοῦ λθ'. πολλῶν ἀριθμῶν ὄντων καὶ ἐχόντων τὰ

2. τῷ ἐκ] τῷ ὑπὸ FV. 3. ὡς] om. p. 4. Δ, Γ] Γ, Δ B. 5. ὁ ἐκ] ὁ p. 6. καὶ] om. p. 7. ὁ] ὁ ἄρα FV. ἄρα] om. FV. 9. BVpφ. ante prop. 31; add. Theon. 10. ἄλλως] om. p, ἄλλως τὸ λβ τὸ ἐξῆς B mg. m. 1. 11. ἔστω — 13: ἐστὶν ὁ *A*] om. p. 13. καὶ] τινος. μετρεῖσθω, καὶ B. ἔστω ὁ p. 15. σύνθετός ἐστιν] ἐστὶν ὁ *B* πρῶτος Bφ, V in ras. 16. ἄρα] om. B. ὑπὸ τοῦ *Γ*] in ras. V, seq. ras. magna. 17. ἐστίν] ἐστί Vφ, comp. p. 18. ἀλλά Vφ. 20. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bp. 21. Post

Nam quoniam est $A : B = E : Z$, erit

A —————	$A \times Z = B \times E$ [VII, 19].
B —————	rur-
Γ —————	sus quoniam est $B : \Gamma = A : E$,
——— A	erit $A \times \Gamma = B \times E$ [id.].
E —————	demonstratum est autem, esse etiam
Z —————	$A \times Z = B \times E$. quare etiam
	$A \times Z = A \times \Gamma$. ergo erit
	$A : \Gamma = A : Z$ [VII, 19];

quod erat demonstrandum.

VII, 31.

Aliter.

Sit numerus compositus A . dico, primum numerum eum metiri.

Nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur, et minimus eorum, qui eum metiuntur, sit B . dico, numerum B primum esse. nam si mi-

|—————| A |—————| B |—————| Γ

nus, compositus est. itaque numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Γ . itaque $\Gamma < B$. et quoniam Γ numerum B metitur, B autem numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur, quamquam $\Gamma < B$; quod absurdum est. itaque B compositus non est. ergo primus; quod erat demonstrandum.

Scholium ad VII, 39.

Propositionis XXXIX.¹⁾ Cum multi numeri sint,

1) Ergo hoc scholium scriptum est ante VII, 20 et 22 interpolatas.

titulum libri VIII V φ p (in V in spatio uacuo inter libb. VII et VIII postea insert.). 22. α' p (qui numeros propp. libri VIII uno maiores deinceps habet).

αὐτὰ μέρη, οἷον εἰ τίχοι δίδοσθαι ϵ' γ' δ' ϵ' , εὐρεῖν
τον ἐλάχιστον ἀριθμὸν πάντων τῶν τὰ αὐτὰ μέρη
ἐχόντων αὐτοῖς. ἀριθμὸν εἰρεῖν, ὅς ἐλάχιστος ὦν
ἔξει τὰ δοθέντα μέρη τὸ ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' ζ' η' θ' ι'
5 $\iota\alpha'$ $\iota\beta'$ καὶ εἰς ἄπειρον. δεῖ οὖν λαβεῖν τοὺς ὁμωνύ-
μους αὐτῶν ἀριθμούς, τουτέστι τοῦ μὲν ἡμῖς το
 α , τοῦ δὲ γ' τα γ , τοῦ δὲ δ' τα δ καὶ ϵ' καὶ ϵ
καὶ ζ η θ ι $\iota\alpha$ $\iota\beta$ καὶ πολλαπλασιάσαι τον α ἐπὶ τα
 γ · γίνονται γ · τα γ ἐπὶ τὰ δ · γίνονται $\iota\beta$ · τὰ $\iota\beta$ ἐπὶ
10 τα ϵ · γίνονται ξ · τα ξ ἐπὶ τα ϵ · γίνονται $\tau\xi$ · τα $\tau\xi$
ἐπὶ τα ζ · γίνονται $\beta\phi\kappa$ · οὗτος ἔχει τα ι μέρη το
 ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' καὶ τα λοιπά. πάλιν αὐτον πολλαπλα-
σιάσαι ἐπὶ τον $\iota\alpha$ · γίνονται $\mu\nu\beta$ $\xi\psi\kappa$ · οὗτος ὁ ἀριθ-
μὸς ἔχει τα δοθέντα μέρη το ϵ' γ' δ' ϵ' ϵ' ζ' η' θ'
15 ι' $\iota\alpha'$ $\iota\beta'$ · ἐπὶ πάντων τῶν διδομένων οὕτως δεῖ
πολλαπλασιάζειν καὶ εὐρίσκειν τὸν ἀριθμὸν τον ἐλά-
χιστον ἔχοντα ταῦτα τα μέρη.

IX init.

Εὐρίσκομεν τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ λόγων διὰ
20 ϵ' τοῦ η' · τὴν δὲ διαίρεσιν τοῦ λόγου εὐρίσκομεν
οὕτως· ἔστω ο A τοῦ B διπλοῦς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ
ἀφελεῖν τριπλοῦν. ἔστω ὁ A Γ τριπλοῦς. λοιπὸς
ἄρα ὁ Γ B . λέγω, ὅτι ὁ Γ B ἡμιόλιος ἐστίν. μὴ

1. $\iota\chi\eta$ p. ϵ'] ϵ p. 2. ἀριθμόν] comp. V; καί φ.
τῶν] τόν φ. αὐτά] η' $\frac{\alpha}{\beta}$ V φ. 3. ἔχοντα φ. ἀριθμόν]
comp. V; καί φ. ὅς] ὡς V φ. 4. τό] τά p. ϵ'] in ras.
m. 1 p. 6. αὐτῶν] η' τῶν V φ. 7. α] πρῶτον V p φ. καὶ
 ϵ καί] τὰ ϵ καὶ τὰ ϵ p. 8. ι] om. V φ. πολλαπλασιάζας
V p φ. α] πρῶτον V p φ. 9. γ] τρία V p φ. γίνονται]
semper comp. V φ, γίνεται p. γ τά] τρία· τά p. γ]
τρία p. γίνεται p. $\iota\beta$] (prius) $\iota\zeta$ φ. 10. γίνονται] (prius)

qui easdem partes habeant, uelut $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$, inuenire minimum numerum omnium, qui easdem partes habent.

numerum inuenire minimum, qui datas partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12}$ cett. habeat. oportet igitur numeros iis cognomines sumere, h. e. parti dimidiaie numerum 1, tertiae 3, quartae 4, quintae 5 et 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; et multiplicare $1 \times 3 = 3$, $3 \times 4 = 12$, $12 \times 5 = 60$, $60 \times 6 = 360$, $360 \times 7 = 2520$, qui habet decem partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$ cett. rursus $2520 \times 11 = 27720$, qui habet datas partes $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12}$. in omnibus datis ita oportet multiplicare et numerum minimum inuenire, qui has habeat partes.

Scholium. IX init.¹⁾

Rationem ex rationibus compositam per VIII, 5 inuenimus, rationis autem diuisionem ita inuenimus.

Sit $A : B = 2 : 1$, et ab ea oporteat auferre $3 : 1$.²⁾ sit $A : \Gamma = 3 : 1$. relinquatur igitur $\Gamma : B$. dico, esse $\Gamma : B = 2 : 3$. ne sit enim, sed si fieri potest, sit

1) Uidetur esse scholium ad VIII, 5.

2) H. e. $2 : 1$ per $3 : 1$ diuidere.

γίνεται p. 11. $\beta\overline{\varphi\kappa}$] $\overline{\mu\varphi\eta}$ φ. οὕτως V φ. $\overline{\iota}$] δέκα p.
 12. γ' δ' ε' $\overline{\varsigma'}$] $\overline{\gamma\gamma\delta}$ φ. $\overline{\text{πολλαπλασιάσας}}$ Vp φ. 13. τόν]
 τῶν p. β $\overline{\xi\psi\kappa}$] $\overline{\mu\beta\psi\kappa}$ p, β' $\overline{\gamma\xi\psi\kappa}$ φ. οὗτος] οὐ τό p.
 15. $\overline{\iota}$] om. φ. δεδομένων p. 16. ἀριθμόν] comp. V, καί φ.
 ἐλάττονα Vp φ. 18. V φ post titulum libri IX (in V in spatio
 uacuo inter libb. VIII et IX postea insert.).

γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω διπλοῦς ὁ Γ τοῦ B . ἔστι
 δὲ καὶ ὁ A τοῦ Γ τριπλοῦς· γενήσεται ἄρα καὶ ὁ A
 τοῦ B ἑξαπλοῦς. ὑπόκειται δὲ διπλοῦς· ὅπερ ἄτοπον.
 οὐκ ἄρα ἔστι ὁ Γ τοῦ B διπλοῦς. ὁμοίως δὲ δείξομεν,
 5 ὅτι οὐδ' ἄλλον λόγον ἔχει ὁ B πρὸς τὸν Γ παρὲξ
 τοῦ ἡμιολίου.

IX, 22.

Ἄλλως.

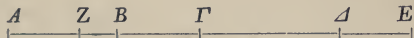
Ἡ καὶ οὕτως· ἐπεὶ οὖν ὁ AB περιττός ἐστιν,
 10 ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ μονὰς ἡ ZB · λοιπὸς ἄρα ὁ AZ
 ἄρτιός ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ $B\Gamma$ περιττός ἐστιν, καί
 ἔστι μονὰς ἡ ZB , ἄρτιος ἄρα ὁ $Z\Gamma$. ἔστι δὲ καὶ ὁ
 AZ ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ $A\Gamma$ ἄρτιός ἐστιν. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΓE ἄρτιός ἐστιν. ὥστε καὶ ὅλος
 15 ὁ AE ἄρτιός ἐστιν.

4. ἄρα] πι φ. διπλοῦς] τριπλοῦς V φ. 7. F solus post
 ἐστιν, ante ὅπερ p. 392, 13. 8. ἄλλως] om. F.

$\Gamma = 2B$. est autem etiam $A = 3\Gamma$. erit igitur $A = 6B$. sed supposuimus, esse $A = 2B$; quod absurdum est. ergo non erit $\Gamma = 2B$. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem rationem habere B ad Γ praeter $2:3$.

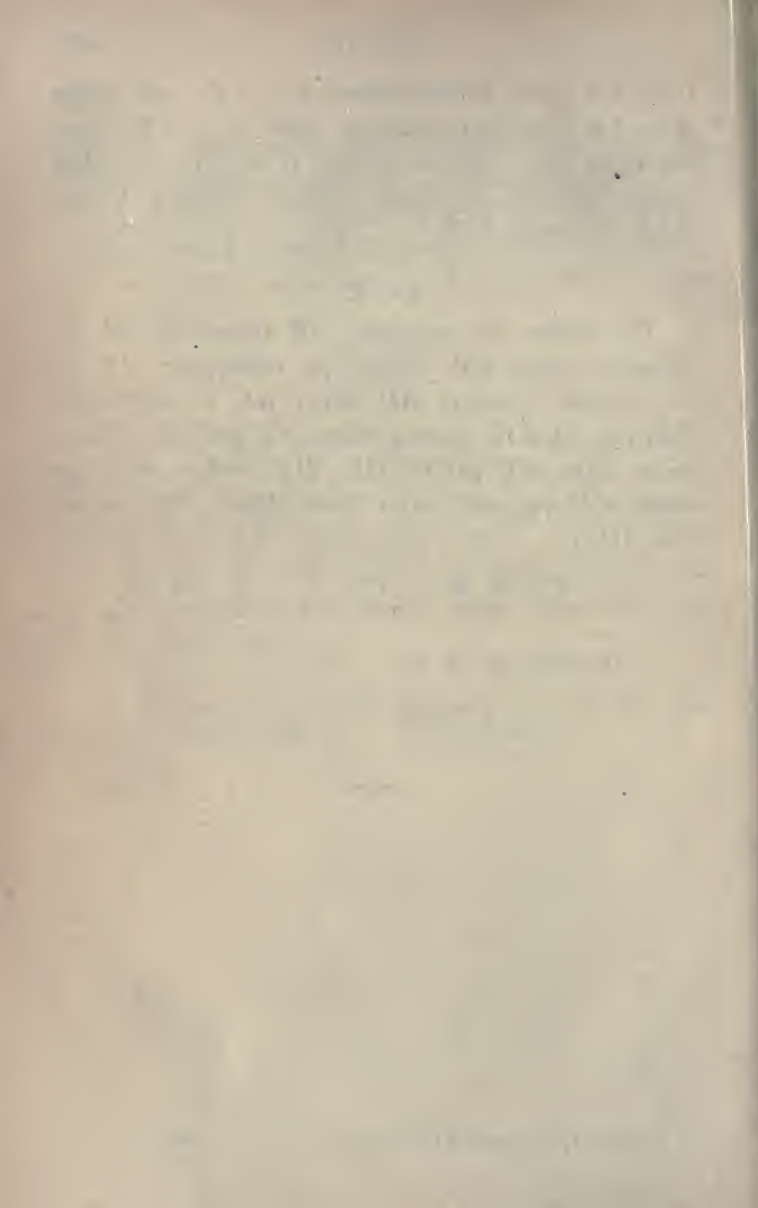
IX, 22.

Uel etiam ita: quoniam AB impar est, ab eo auferatur unitas ZB . itaque qui relinquitur, AZ par est. rursus quoniam $B\Gamma$ impar est, et unitas est ZB , par est $Z\Gamma$. uerum etiam AZ par est. itaque etiam totus $A\Gamma$ par est [IX, 21]. eadem de causa etiam ΓE par est. ergo etiam totus AE par est [IX, 21].¹⁾



1) De figura cfr. IX, 22.







**PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET**

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

QA
31
E83
1883
v.2
c.1
PASC

Additional microform
copy available in
Periodicals Reading Rm.

A.

30/11/87

