PAPPI ALEXANDRINI

COLLECTIONIS

QUAE SUPERSUNT

E LIBRIS MANU SCRIPTIS EDIDIT

LATINA INTERPRETATIONE ET COMMENTARIIS

INSTRUXIT

FRIDERICUS HULTSCH.

VOLUMEN II.

INSUNT LIBRORUM VI ET VII RELIQUIAE.

BEROLINI

APUD WEIDMANNOS

MDCCCLXXVII.

PRAEFATIO.

In edenda hac Pappi Alexandrini collectione cum aliae difficultates multae ac permagnae obstabant, tum id sedulo elaborandum erat, ut concinna et recensendi et adnotandi et interpretandi ratio atque etiam aequabilitas quaedam dicendi generis formularumque per omnem operis complexum servaretur. Itaque ne minima quidem totius collectionis pars in publicum prodire potuit, antequam omnis verborum contextus recensus, perpolitus, Latina interpretatione et commentariis instructus esset. Sed initio ne hoc quidem constabat, quo ordine pensum per complures annos continuandum absolverem. Nam cum seposito, ut par erat, secundi libri fragmento primum tertii libri initium pertractare coepissem, statim equidem cognovi nudam interpretationem non satis esse ad verba Graeci scriptoris illustranda, sed tamen, quanta commentariis amplitudo concedenda esset, non ita facile deliberanti mihi liquebat. Primum enim necessitate quadam mens et consilium interpretis eo deducebatur, ut quam latissimi commentarii pro tanta rerum a Pappo traditarum et gravitate et difficultate adderentur: at sic intolerabilem in modum horum voluminum ambitum augendum esse mox animadvertebam, neque tamen medio in opere editoris principis esse videbam ea iam praestare quae, nisi finita editione et omnium prompto adspectu sub oculis posito, commode explicari non possent. Ergo brevitati quidem inprimis inserviendum, sed non minorem perspicuitatis curam habendam esse existimavi, quod propositum quo facilius exercere et confirmare possem, ad septimum potius Pappi librum me converti, cui illustrando Halleius, Simsonus, Chasles, viri doctrina et ingenio excellentissimi, atque alii nonnulli, pro sua quisque parte laudabiliter meriti, egregiam iam dudum operam impenderant. Quorum vestigiis insistentem eam interpretandi rationem, quae Graeco scriptori mathematico optime conveniret, aptius in dies me conformaturum esse sperabam. Sic igitur septimum librum primo quasi cursu unoque tenore absolvi; tum priores eiusdem partes, quas antea minus expertus composueram, saepius retractavi et, quantum in me erat, emendare studui.

Et quoniam de nostra interpretandi ratione iam in exordio primi voluminis (p. XXII sq.) satis, ut videtur, dictum est, nunc de interpolandi tantum negotio pauca addamus. Nam plurimi Pappi loci aptissime ac brevissime illustrari poterant ita, ut intermediae argumentationis particulae, quas ipse scriptor tamquam consentaneas omisisset, probabili coniectura restitutae insererentur Latinae interpretationi. Ergo idem saepius committere coacti sumus, quod totiens in Graeco verborum contextu a nonnullis interpolatoribus vetustioribus factum notavimus. Verum equidem in Latina versione et distinctis litterarum ductibus lacunas, ut ita dicam, demonstrationis explere conatus sum: Graeca nimirum verba antiquitus tradita, nisi forte oscitantia librariorum singulos locos corruptos esse appareret, intacta reliqui. At fingas, si placet, veterem virum mathematicum Graeco sermone Pappi theoremata ac problemata aliis sive audientibus sive lecturis explicantem, num ille tandem supersedere potuit, quin suas passim notas, interpretationes, coniecturas adderet? Quae supplementa cum primum marginibus Graecorum Pappi collectionis exemplorum adscripta essent, postea transcripta a librariis medium in contextum migraverunt. Haec igitur postero editori, qui restituendae veteris scriptoris orationi intentus esset, accuratissime indaganda erant et notanda; in quibus multa sine dubio apparuerunt absurda, multa etiam temere composita; sed alia rursus satis probabilia ac minime inconcinna, quae quidem nos, prout cuiusque loci ratio ac natura ferebat, interpolata esse significavimus aut suspiciones certe quasdam adnotavimus, tamen eadem scholiorum instar aestimanda eaque de causa non plane neglegenda esse existimamus. Ne multa, nisi nimiam typorum, quibus libri exprimuntur, varietatem evitare voluissem, haec quae bonorum interpretum scholia esse dico, similiter atque olim in Heronis geometria, diversis litteris ab ipsa Pappi scriptura distinxissem.

Sed ut ad propositum redeam, confectis septimi libri commentariis ac tum interpretationis octavi libri lineamentis primis descriptis, ad initium collectionis redii et reliquos deinceps libros exegi. Ita cum denique ad sextum, qui est de rebus astronomicis, pervenissem, plures quam in omni reliquo opere repperi difficultates, plures haesitandi causas, plures nostrae de veterum mathematicis scientiae lacunas. Quid, quod in iis sexti libri partibus, quibus Pappus scripta quaedam his etiam temporibus servata percensuit ac nonnulla minus recte composita esse demonstravit, multa dubia fuerunt atque obscura? at vero deperditis aut nondum in publicum editis aliis libris, quorum censuram Pappus ibidem egit, cum eos quos ille reprehenderet locos nobis comparare non liceret, quid tandem paulo probabilius coniici, quid certius constitui potuit? Sed compertum habebam Autolyci et Theodosii librorum nondum editorum, quos Pappus passim citat, praestantissimum codicem Romae in bibliotheca Vaticana latere; huius igitur apographum, antequam Pappi mei secundum volumen in lucem prodire concederem, illinc repetendum esse decrevi. Itaque anno 1876 in Italiam profectus trimestri spatio cum alia quaedam Pappi scripta adhuc ignota conquisivi, tum illos quos dixi libros descripsi, emendavi, iterum cum Vaticano codice contuli. Sic in manibus meis sunt Autolyci liber *περὶ κινουμένης σφαίρας*, eiusdem *περὶ ἐπιτολῶν καὶ δύσεων* libri duo, Theodosii *περὶ οἰκήσεων* liber unus, eiusdem *περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν* duo, suis figuris ac notis geometricis instructi (non perturbatis, ut apud Auriam) et satis, ut opinor, emendati, quorum cunctorum ambitus est versuum quattuor milium trecentorum viginti.

Publici autem iuris eos quos dixi libros fieri et propter ipsorum auctoritatem opus est idemque Pappi etiam causa optandum, cuius oratio nonnullis locis qui sunt de sphaerae conversione ac de ortu et occasu siderum, nisi disertis verbis citabuntur illi vetustiores testes, indigna usque obscuritate laborabit. Sed antequam haec quoque editio lucem adspiciet, excutiendi sunt codices manu scripti, qui in aliis bibliothecis servantur, et, num forte alii vel vetustiores vel praestantiores Vaticano exstent, inquirendum. Atque interim de omnibus rebus quae ad illam futuram editionem pertinent, iudicium retinendum esse duco, nisi quod codicem Hamburgensem, cuius notitiam nuper patefecit Ricardus Hoche*), multo emendatiorem esse commemoro et Monacensi libro et illo, qui olim Sambuci medici fuit, sed eundem tamen a Vaticani integritate aliquanto distare.

Scribebam Dresdae d. XX m. Aprilis a. MDCCCLXXVII.

*) *Αὐτολύκου περὶ κινουμένης σφαίρας καὶ περὶ ἐπιτολῶν καὶ δύσεων*. Recensuit Ricardus Hoche. *Programm der Gelehrtenschule des Johanneums zu Hamburg*, 1877. Quo libello editor Autolyci definitiones et propositiones a Dasypodio editas recognovit ac passim emendavit. Theodosii librorum *περὶ οἰκήσεων* et *περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν* propositiones ex codicis Sambuciani, quo Dasypodius olim usus est, apographo repetivit Franciscus Eyssenhardt in Fleckeiseni annal. philol. a. 1868 p. 243—248.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗ.

PAPPI ALEXANDRINI
COLLECTIONIS RELIQUIAE.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ ϛ.

Περιέχει δὲ ἀποριῶν λύσεις τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένῳ.

1 *Πολλοὶ τῶν τὸν ἀστρονομούμενον τόπον διδασκόντων ἀμελέστερον τῶν προτάσεων ἀκούοντες τὰ μὲν προστιθέασιν ὡς ἀναγκαῖα, τὰ δὲ παραλείπουσιν ὡς οὐκ ἀναγκαῖα. λέγουσιν γὰρ ἐπὶ τοῦ ἕκτου θεωρήματος τοῦ τρίτου τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν, ὅτι δεῖ τῶν δύο μεγίστων κύκλων ἑκάτερον ὑπὸ τοῦ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας τέμνεσθαι πρὸς ὀρθάς· τοῦτο δὲ οὐ πάντως. ὁμοίως δὲ παραλείπουσιν ἐν τῷ β' θεωρήματι τῶν φαινομένων Εὐκλείδου, ποσάκις ὁ ζῳδιακὸς [δὶς] ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. κἂν τῷ δ' θεωρήματι τοῦ περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν ψευδογραφοῦσι τὸν Θεοδόσιον, καὶ ἄλλα δέ τινα τῶν ἑξῆς ὡς οὐκ ἀναγκαῖα παραλείπουσιν, ὧν ἕκαστον ἐπιδείξομεν ἡμεῖς.*

2 *α'. Ἐὰν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας τρεῖς περιφέρειαι μεγίστων κύκλων τέμνωσιν ἀλλήλας, ὧν ἑκάστη ἐλάττων ἐστὶν ἡμικυκλίου, δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.*

---

1. 2. ϛ̄ et in marg. *π̊ εχει τὸ ϛ̄ τ̂ παππου ἀπορῖ λύσεις τ̂ ἐν τῶι μικρῶι αστρονομουμένωι* A3, *πάππου τοῦ ἀλεξανδρέως συναγωγῆς ἕκτον· περιέχει δὲ τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένῳ θεωρημάτων ἀπόρων λύσεις* B, *ΠΑΠΠΟΥ ἀλεξανδρέως συναγωγῶν μαθηματικῶν τὸ ἕκτον. περιέχει δὲ ἀποριῶν λύσεις τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένων* S 6. *ἕκτου* ABS, *secundo Co* (falso: vide infra cap. 13. 23 sq.) 8. *πο∗λ∗ων* A2 ex *πολλῶν* 10. *β̂* A, *β̄ω'* B, *δευτέρῳ* S 11. *ζωδιακὸς* ABS, corr. *Hu* *δὶς* del. *Hu* coll. cap. 104 *δ̂* A, *τετάρτῳ* B, om. S 12. *τῷ περὶ* BS 13. *ὡς* add. *Hu* 15. *ᾱ* A1 in marg. (B), *Θεώρημα πρῶτον* S

Pappi Alexandrini collectionis liber VI.

Continet theorematum difficilium, quae sunt in minore collectione astronomicorum [1], *solutiones.*

Multi qui astronomiae disciplinam profitentur, cum ipsi neglegentius propositiones perceperint, alia tamquam necessaria addunt, alia contra, quasi non sint necessaria, omittunt. Nam ad sextum theorema tertii Theodosii sphaericorum *libri* adnotant utrumque duorum maximorum circulorum ab eo qui per polos sphaerae transit oportere ad rectos angulos secari; at hoc non semper *ita se habet* [2]. Similiter in secundo Euclidis phaenomenon theoremate omittunt, quotiens zodiacus ad horizontem rectus sit [3]. Et in quarto theoremate Theodosii *primi libri* de diebus et noctibus [4] *rationem scriptoris* falso interpretantur, atque etiam deinceps alia nonnulla tamquam supervacanea praetermittunt, quae nos singillatim demonstrabimus.

IN THEODOSII SPHAERICA.

I. Si in sphaerica superficie tres maximorum circulorum circumferentiae se secent, quarum unaquaeque semicirculo minor sit, binae maiores sunt reliquâ, quomodocunque sumptae. Prop. 1

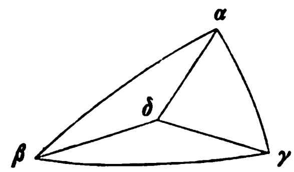
1) "Praeter magnam syntaxin Claudii Ptolemaei — quam *μέγαν ἀστρονόμον* appellabant, Alexandrinis in pretio fuit alter codex dictus *μικρὸς ἀστρονόμος* sive, ut e Pappo Vossius (lib. de scientiis math. XXXIII § 18 p. 168) observat, *μικρὸς ἀστρονομούμενος*, in qua collectione continebantur hi libri: Theodosii Tripolitae sphaericorum libri III, Euclidis data, optica, catoptrica ac phaenomena, Theodosii Tripolitae de habitationibus et noctibus ac diebus libri II, Autolyci Pitanaei de sphaera mota, et libri II de ortu atque occasu stellarum inerrantium, Aristarchi Samii de magnitudinibus ac distantiis solis ac lunae, Hypsiclis Alexandrini *ἀναφορικὸς* sive de ascensionibus, Menelai sphaericorum libri III" Fabricius in Biblioth. Gr. vol. II p. 88 (sive ed. Harles. vol. IV p. 16).

2) Vide huius VI libri cap. 13—32.

3) Ibidem cap. 104—129.

4) Ibidem cap. 48—68.

Τεμνέτωσαν γὰρ ἀλλήλας μεγίστων κύκλων περιφέρειαι κατὰ τὰ Α Β Γ σημεῖα· λέγω ὅτι αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντη μεταλαμβανόμεναι.



Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ δ' αὐτὸ καὶ τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ περιφερειῶν, καὶ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ ΔΒ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν στερεὰ γωνία ἡ πρὸς τῷ Δ ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων τῶν ὑπὸ ΑΔΒ ΒΔΓ ΓΔΑ περιέχεται, δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντη μεταλαμβανόμεναι. καὶ βεβήκασιν αἱ ὑπὸ ΑΔΒ ΒΔΓ ΓΔΑ γωνίαι ἐπὶ τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ περιφερειῶν· αἱ δύο ἄρα τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Καλεῖ δὲ τὸ τοιοῦτο σχῆμα Μενέλαος ἐν τοῖς σφαιρικοῖς τρίπλευρον.

3 *β'. Ἐὰν τριπλεύρου ἐπὶ μιᾶς πλευρᾶς δύο κύκλων μεγίστων περιφέρειαι συσταθῶσιν ἐντός, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριπλεύρου δύο πλευρῶν ἐλάττονες ἔσονται.*

Τριπλεύρου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΒΓ δύο μεγίστων κύκλων περιφέρειαι συνεστάτωσαν ἐντὸς αἱ ΒΔΓ· λέγω ὅτι αἱ ΒΔΓ τῶν ΒΑΓ ἐλάττονές εἰσιν.

Ἐπεὶ παντὸς τριπλεύρου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα ΓΕ ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ἄρα ΓΕΒ τῶν ΓΔΒ μείζονές εἰσιν. πάλιν ἐπεὶ παντὸς τριπλεύρου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα ΒΑΕ τῆς ΕΒ μείζονές εἰσιν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑΓ τῶν ΒΕΓ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ΒΕΓ τῶν ΒΔΓ μείζονές εἰσιν· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑΓ τῶν ΒΔΓ μείζονές εἰσιν.

---

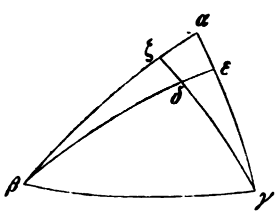
1. *Τεμνέτωσαν* — 4. *μεταλαμβανόμεναι* om. S   18. $\overline{B}$ A[1] in marg. (BS)   24. *παντὸς τριγώνου αἱ* S   25. *ἄρα* add. *Hu*

Maximorum enim circulorum circumferentiae se secent in punctis $\alpha\ \beta\ \gamma$; dico binas reliquâ maiores esse quomodocunque sumptas.

Sumatur enim sphaerae centrum, quod item circumferentiarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ centrum est, sitque δ, et iungantur rectae $\delta\alpha$ $\delta\beta$ $\delta\gamma$. Iam quia solidus angulus, qui est ad δ, tribus planis angulis $\alpha\delta\beta$ $\beta\delta\gamma$ $\gamma\delta\alpha$ continetur, bini reliquo maiores sunt quomodocunque sumpti (*elem. 11, 20*). Et anguli $\alpha\delta\beta$ $\beta\delta\gamma$ $\gamma\delta\alpha$ circumferentiis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ insistunt; ergo *propter elem. 6, 33* binae *circumferentiae* maiores sunt reliquâ, quomodocunque sumptae.

Eiusmodi figuram Menelaus in sphaericis trilaterum appellat[1].

II. Si in uno latere trianguli sphaerici duae maximorum circulorum circumferentiae intra constituantur, hae reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt. Prop. 2



Trianguli enim sphaerici $\alpha\beta\gamma$ in uno latere $\beta\gamma$ duae maximorum circulorum circumferentiae intra constituantur $\beta\delta$ $\delta\gamma$; dico esse circumferentias

$$\beta\delta + \delta\gamma < \beta\alpha + \alpha\gamma.$$

Quoniam omnis trianguli sphaerici bina latera reliquo maiora sunt (*propos. 1*), sunt igitur $\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta > \gamma\delta$. Communis apponatur $\delta\beta$; ergo

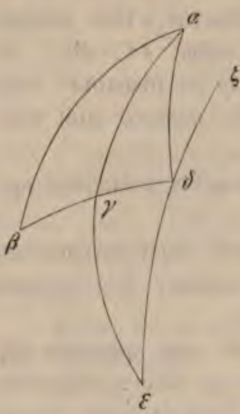
$$\gamma\varepsilon + \varepsilon\beta > \gamma\delta + \delta\beta.$$

Rursus quia omnis trianguli sphaerici bina latera reliquo maiora sunt, sunt igitur $\beta\alpha + \alpha\varepsilon > \varepsilon\beta$. Communis apponatur $\varepsilon\gamma$; ergo

$\beta\alpha + \alpha\gamma > \gamma\varepsilon + \varepsilon\beta$. Sed *demonstratae* sunt
$\gamma\varepsilon + \varepsilon\beta > \gamma\delta + \delta\beta$; multo igitur sunt
$\beta\alpha + \alpha\gamma > \beta\delta + \delta\gamma$.

1) "Nos multorum exemplo triangulum sphaericum dicemus" *Co.* Eadem appellatio legitur in Menelai sphaericis ex Hebraico et Arabico sermone conversis ab Edm. Halleio, Oxonii 1758.

4 γʹ. Τριῶν κύκλων μεγίστων περιφέρειαι αἱ *ΑΒ ΑΓ ΑΔ* μεγίστου κύκλου περιφέρειαν τὴν *ΒΔ* τεμνέτωσαν, καὶ ἔστω ἑκάστη μὲν τῶν *ΑΒ ΑΓ ΑΔ* ἐλάσσων τεταρτημορίου, ἴση δὲ ἡ *ΒΓ* τῇ *ΓΔ*· δεῖξαι ὅτι συναμφότερος ἡ *ΒΑΔ* τῆς *ΑΓ* μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ.



Κείσθω τῇ *ΑΓ* ἴση ἡ *ΓΕ*. ἐπεὶ ἐλάσσων τεταρτημορίου ἡ *ΑΓ*, ἐλάσσων ἄρα τεταρτημορίου καὶ ἡ *ΓΕ*· ἐλάσσων ἄρα ἡμικυκλίου ἡ *ΑΕ*· οὐκ ἄρα ὁ *ΑΔ* κύκλος προσαναπληρούμενος ἥξει διὰ τοῦ *Ε*. γεγράφθω οὖν διὰ τῶν *Ε Δ* μέγιστος κύκλος ὁ *ΕΔΖ*, καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΓ* τῇ *ΓΒ*, ἡ δὲ *ΑΓ* τῇ *ΓΕ*, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ *Δ* ἐπὶ τὸ *Ε* τῇ ἀπὸ τοῦ *Α* ἐπὶ τὸ *Β*· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ *ΒΑ* περιφέρεια τῇ *ΔΕ* περιφερείᾳ. ἐπεὶ δὲ παντὸς τριπλεύρου αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ μὲν *ΔΕ* τῇ *ΑΒ*, ἡ δὲ *ΕΓ* τῇ *ΓΑ*, συναμφότερος ἄρα ἡ *ΒΑΔ* τῆς *ΑΓ* μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ.

5 δʹ. Τεσσάρων κύκλων μεγίστων περιφέρειαι αἱ *ΑΒ ΑΓ ΑΔ ΑΕ* μεγίστου κύκλου περιφέρειαν τὴν *ΒΕ* τεμνέτωσαν, καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΒΓ* ἴση τῇ *ΔΕ*, ἑκάστη δὲ τῶν *ΑΒ ΑΓ ΑΔ ΑΕ* ἐλάσσων τεταρτημορίου· δεῖξαι ὅτι συναμφότερος ἡ *ΒΑΕ* συναμφοτέρου τῆς *ΓΑΔ* ἐστὶ μείζων.

Τετμήσθω ἡ *ΓΔ* δίχα τῷ *Ζ*, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν *Α Ζ* μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΖΗ*, καὶ κείσθω τῇ *ΑΖ* ἴση ἡ *ΖΗ*, καὶ γεγράφθω διὰ μὲν τῶν *Η Ε* μέγιστος κύκλος ὁ *ΗΕΚ*, διὰ δὲ τῶν *Η Δ* μέγιστος κύκλος ὁ *ΗΔΘ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΗΖ* τῇ *ΖΑ*, ἡ δὲ *ΔΖ* τῇ *ΖΓ*, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ *ΔΗ* τῇ *ΓΑ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ *ΕΗ* τῇ

1. Γ^{ov} add. B(S) 3. τετάρτη μορίου A[1] ex τετάρται μορίου, coniunx. BS 7. τετάρτη μορίου A, coniunx. BS, item vs. 8 et 25 12. τῶν $\overline{E\Delta}$ A, distinx. BS 20. τῆς *ΑΓ* Hu, τῆι $\overline{A\Gamma}$ A[3]BS 22. *Δ* A[1] in marg. (BS) 27—30. τῶν $\overline{AZ}$ — τῶν $\overline{HE}$ — τῶν $\overline{H\Delta}$ A, distinx. BS

III. Trium circulorum maximorum circumferentiae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ secent maximi circuli circumferentiam $\beta\delta$, et sint singulae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ minores quadrante, $\beta\gamma$ autem aequalis ipsi $\gamma\delta$; demonstretur esse $\beta\alpha + \alpha\delta > 2\alpha\gamma$. Prop. 3

Ponatur $\gamma\varepsilon = \alpha\gamma$. Iam quia $\alpha\gamma$ minor est quadrante, minor igitur quadrante etiam $\gamma\varepsilon$ est; ergo $\alpha\varepsilon$ minor semicirculo; itaque circulus $\alpha\delta$ completus non transibit per ε*). Iam per puncta ε δ maximus circulus $\varepsilon\delta\zeta$ describatur (*sphaeric.* 1, 20), et quia *ex hypothesi* est $\delta\gamma = \gamma\beta$, et *ex constructione* $\alpha\gamma = \gamma\varepsilon$, recta igitur a δ ad ε aequalis est rectae ab α ad β (*sphaeric.* 3, 3); ergo circumferentiae $\beta\alpha$ $\delta\varepsilon$ aequales sunt (*elem.* 3, 28). Iam quia omnis trianguli sphaerici bina latera reliquo maiora sunt (*propos.* 1), *sunt igitur*

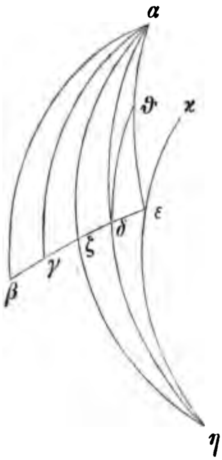
$\alpha\delta + \delta\varepsilon > \alpha\varepsilon$, *id est* $> \alpha\gamma + \gamma\varepsilon$. Et quia est

$\delta\varepsilon = \alpha\beta$, et $\alpha\gamma = \gamma\varepsilon$, est igitur

$\beta\alpha + \alpha\delta > 2\alpha\gamma$.

IV. Quattuor circulorum maximorum circumferentiae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$ secent maximi circuli circumferentiam $\beta\varepsilon$, et sit $\beta\gamma = \delta\varepsilon$, et singulae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$ minores quadrante; demonstretur esse Prop. 4

$$\beta\alpha + \alpha\varepsilon > \gamma\alpha + \alpha\delta.$$

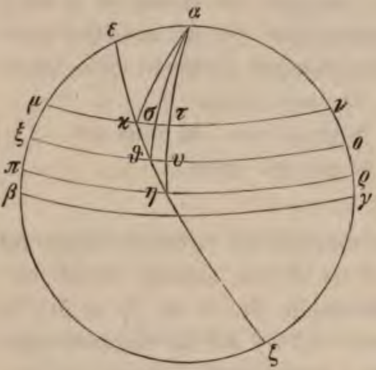


Circumferentia $\gamma\delta$ bifariam secetur in ζ, et per α ζ maximus circulus $\alpha\zeta\eta$ describatur, ac ponatur $\zeta\eta = \alpha\zeta$, et per η ε ducatur maximus circulus $\eta\varepsilon\kappa$, et per η δ maximus circulus $\eta\delta\vartheta$. Iam quia est $\alpha\zeta = \zeta\eta$, et $\delta\zeta = \zeta\gamma$, *propter ea quae superiore lemmate demonstravimus* est etiam $\delta\eta = \gamma\alpha$. Eadem ratione etiam *demonstratur* $\varepsilon\eta = \beta\alpha$. Iam quia in trian-

*) Maximos enim circulos in sphaera sese bifariam secare demonstrat Theodosius sphaeric. 1, 11 (*Co*), qui liber hinc usque omisso auctoris nomine citabitur.

ΒΑ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ δὲ τριπλεύρου τοῦ ΗΕΑ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΗΑ δύο συνεστᾶσιν ἐντὸς αἱ ΑΔ ΔΗ, αἱ ΑΔΗ ἄρα τῶν ΑΕΗ ἐλάσσονές εἰσιν, ὥστε αἱ ΑΕΗ ῶντ ΑΔΗ μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΗ τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΗΔ τῇ ΑΓ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΕ συναμφοτέρου τῆς ΓΑΔ μείζων ἐστίν, ὅπερ: ~

6 *ε΄. Τούτων προδεδειγμένων ἔστω τὸ ε΄ θεώρημα τοῦ γ΄ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν ἄλλως δεῖξαι.*



Ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων ὁ Α, καὶ τοῦτον τεμνέτωσαν δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν ΒΓ τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΕΖ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ ΕΖ ἴσαι περιφέρειαι ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη αἱ ΗΘΚ, καὶ γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν Η Θ Κ σημείων παράλληλοι τῷ ΒΓ οἱ ΜΝ ΞΟ ΠΡ· δεῖξαι ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΠΞ τῆς ΜΞ.

Γεγράφθωσαν γὰρ διὰ τοῦ Α καὶ ἑκάστου τῶν Κ Η Θ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΚ ΑΘ ΑΗ· φανερὸν δὴ ὅτι ἑκάστη τῶν ΑΚ ΑΘ ΑΗ περιφερειῶν ἐλάσσων ἐστὶν τεταρτημορίου (ἐπειδὴ τεταρτημορίου ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἕως τοῦ ΒΓ μεγίστου κύκλου). ἐπεὶ οὖν τριῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΑΚ ΑΘ ΑΗ μεγίστου κύκλου τοῦ ΕΖ περιφέρειαν τέμνουσιν, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ, ἑκάστη

---

5. *τῇ* $\overline{ΑΓ}$ (ante *συναμφ.*) A¹B³, *τῇ* $\overline{ΓΔ}$ A²B¹S 7. *ε΄* add. BS 7. 8. *τὸ* $\overline{Ε}$ — *τοῦ Γ΄* AB, *τὸ πέμπτον — τοῦ τρίτου* S 12. *ὁ Α*] *τὸ Α σημεῖον* Theodos. sphaer. 3, 5 14. *κύκλοι* — 24. *τῆς ΜΞ*] haec paulo aliter enuntiata sunt atque apud Theodos. 19. *ἀπὸ* Theodos.

guli sphaerici $\eta\varepsilon\alpha$ uno latere $\eta\zeta\alpha$ duae *maximorum circulorum* circumferentiae $\eta\delta$ $\delta\alpha$ intra constitutae sunt, *propter lemma II* sunt $\eta\delta + \delta\alpha < \eta\varepsilon + \varepsilon\alpha$, id est

$\alpha\varepsilon + \varepsilon\eta > \alpha\delta + \delta\eta$. Sed est $\varepsilon\eta = \beta\alpha$, et

$\delta\eta = \gamma\alpha$; ergo

$\beta\alpha + \alpha\varepsilon > \gamma\alpha + \alpha\delta$, q. e. d.

V. His praemissis *propositum* sit quintum theorema tertii Theodosii sphaericorum libri[1]) aliter demonstrare. Prop. 5

Etenim in circumferentia maximi circuli $\alpha\beta\gamma$ sit parallelorum polus α, et hunc *circulum* ad rectos angulos secent duo maximi circuli, quorum alter $\beta\gamma$ sit *unus* parallelorum, alter autem $\varepsilon\zeta$ obliquus ad parallelos, et in circulo $\varepsilon\zeta$ aequales circumferentiae continuae $\eta\vartheta$ $\vartheta\varkappa$ ad easdem partes abscindantur, et per puncta $\varkappa$ ϑ η describantur circuli $\mu\nu$ ξo $\pi\varrho$ paralleli circulo $\beta\gamma$; demonstretur circumferentiam $\pi\xi$ maiorem esse quam $\xi\mu$.

Describantur per α et singula puncta $\varkappa$ ϑ η maximi circuli $\alpha\varkappa$ $\alpha\vartheta$ $\alpha\eta$; apparet singulas circumferentias $\alpha\varkappa$ $\alpha\vartheta$ $\alpha\eta$ minores esse quadrante (quoniam *ex hypothesi duo maximi circuli $\alpha\beta\gamma$ $\beta\gamma$ ad rectos angulos se secant, itaque propter sphaeric. 1, 13* circumferentia ab α ad maximum circulum $\beta\gamma$ quadrans est). Iam quia trium maximorum circulorum circumferentiae $\alpha\varkappa$ $\alpha\vartheta$ $\alpha\eta$ secant maximi circuli circumferentiam $\varepsilon\zeta$, et $\varkappa\vartheta$ $\vartheta\eta$ aequales sunt, ac singulae $\alpha\varkappa$ $\alpha\vartheta$ $\alpha\eta$ mi-

1) Ipsam propositionem repetere Pappus supersedit, quae a Theodosio his verbis est enuntiata: *Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γινομένων σημείων παράλληλοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τὰς μεταξὺ αὐτῶν, καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τῆς πορρώτερον.*

Co, *ἐπὶ* ABS   23. *τῶν* $\overline{H\Theta K}$ — *οἱ* $\overline{MN\Xi}$ $\overline{O\Pi P}$ A, distinx. BS   25. *τῶν* $\overline{KH\Theta}$ A, distinx. BS   27. *τετάρτη μορίου* A, coniunx. BS, item vs. 28 et p. 482, 1. 15

δὲ τῶν ΑΚ ΑΘ ΑΗ ἐλάσσων ἐστὶν τεταρτημορίου, διὰ ἄρα τὸ προδεδειγμένον συναμφότερος ἡ ΚΑΗ τῆς ΑΘ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ὧν συναμφότερος ἡ ΚΑΤ τῆς ΑΣ ἐστὶν διπλῆ (αἱ γὰρ τρεῖς αἱ ΑΣ ΑΚ ΑΤ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν διὰ τοῦ πόλου)· λοιπὴ ἄρα ἡ ΤΗ τῆς ΣΘ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ἴση δὲ ἡ ΣΘ τῇ ΤΥ· ἡ ΗΥ ἄρα τῆς ΤΥ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ μὲν ΗΥ τῇ ΠΞ, ἡ δὲ ΥΤ τῇ ΞΜ· μείζων ἄρα ἡ ΠΞ τῆς ΞΜ, ὅπερ: ∼

7 ϛʹ. Ἔστω δὴ δεῖξαι μὴ οὐσῶν συνεχῶν τῶν ἴσων περιφερειῶν (τοῦτο γὰρ οὐκ ἔδειξεν Θεοδόσιος), καὶ ἔστω τὸ αὐτὸ σχῆμα, αἱ δὲ ἴσαι περιφέρειαι ἔστωσαν αἱ ΗΘ ΚΛ, καὶ ἔστωσαν οἱ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΜΝ ΞΟ ΠΡ ΣΤ, καὶ γεγράφθωσαν διὰ τοῦ Α καὶ ἑκάστου τῶν Η Θ Κ Λ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΗ ΑΘ ΑΚ ΑΛ· ἔσονται δὴ ἐλάσσονες τεταρτημορίου. καὶ ἔσται διὰ τὸ ἐπάνω δʹ θεώρημα συναμφότερος ἡ ΛΑΗ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΘ μείζων, συναμφότερος δὲ ἡ ΛΑΧ συναμφοτέρῳ τῇ ΥΑΦ ἴση ἐστίν (ἐκ πόλου γάρ εἰσιν τοῦ ΜΝ κύκλου)· λοιπὴ ἄρα ἡ ΧΗ συναμφοτέρου τῆς ΦΘ ΥΚ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ ΦΘ τῇ ΧΨ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΨΗ τῆς ΥΚ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ μὲν ΨΗ τῇ ΣΠ, ἡ δὲ ΥΚ τῇ ΜΞ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΣΠ τῆς ΜΞ, ὅπερ: ∼

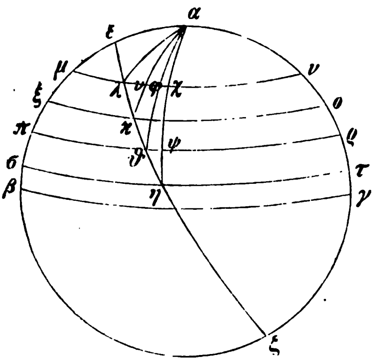
8 ζʹ. Ἔστω νῦν ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τεμνέτωσαν δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΕ ΒΓ πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν ΒΓ ἔστω τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΕ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, καὶ ἀπὸ τοῦ ΔΕ ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΖΗ ΘΚ, καὶ γεγράφθωσαν παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΜ ΝΞ ΟΠ ΡΣ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΟΡ τῆς ΝΛ.

---

9. ϛ A[1] in marg. (BS) 12. *αἱ παράλληλοι*, omisso *κύκλοι*, B (sed *αἱ* mutatum ex *οἱ*) cod. *Co*, *αἱ* del. *Co* 13. *τῶν* $\overline{Η Θ}$ $\overline{Κ Λ}$ ABS, distinx. *Hu* 15. *Δʹ* AB, *τέταρτον* S 16. *μειζωνων* A, *μείζων ὧν* B, corr. S 17. post *ἐστιν* (sic A), quod om. S, add. *διὰ τοῦ* $\overline{Α}$ ABS, del. *Co* 18. *λοιπῆι* A, corr. BS *ἡ ΧΗ Co* pro *ἡ* $\overline{ΧΝ}$ 20. *λοι-*

nores quadrante, est igitur propter *lemma* supra (*III*) demonstratum $\kappa\alpha + \alpha\eta > 2\alpha\vartheta$. Sed quia *ex hypothesi circuli* $\mu\nu$ polus est α, ideoque $\alpha\kappa = \alpha\sigma = \alpha\tau$, est *igitur* $\kappa\alpha + \alpha\tau = 2\alpha\sigma$; restat igitur $\tau\eta > 2\sigma\vartheta$. Sed est $\sigma\vartheta = \tau\upsilon$ (*sphaeric. 2, 10*); ergo $\eta\upsilon > \tau\upsilon$. Et est $\eta\upsilon = \pi\xi$, et $\tau\upsilon = \mu\xi$; ergo $\pi\xi > \xi\mu$, q. e. d.

VI. Sed *propositum* sit *idem* demonstrare, si non continuae sint circumferentiae (id quod Theodosius omisit), et, manente *ceteroquin* eadem figura, aequales sint circumferentiae $\eta\vartheta$ $\kappa\lambda$, et sint paralleli circuli $\mu\nu$ ξo $\pi\varrho$ $\sigma\tau$, et describantur per α et singula puncta η ϑ κ λ maximorum circulorum circumferentiae $\alpha\eta$ $\alpha\vartheta$ $\alpha\kappa$ $\alpha\lambda$; hae igitur minores erunt quadrante (*V*). Ac propter superius IV theorema erit Prop. 6

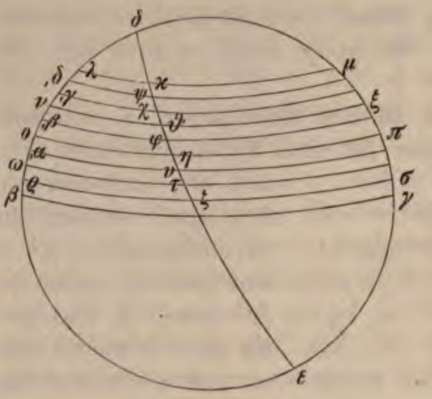


$\lambda\alpha + \alpha\eta > \kappa\alpha + \alpha\vartheta$, et, quia circuli $\mu\nu$ polus est α,
$\lambda\alpha + \alpha\chi = \nu\alpha + \alpha\varphi$; restat igitur
$\chi\eta > \varphi\vartheta + \upsilon\kappa$. Sed est $\varphi\vartheta = \chi\psi$; restat igitur
$\psi\eta > \upsilon\kappa$. Sed est $\psi\eta = \pi\sigma$, et $\upsilon\kappa = \mu\xi$; ergo
$\pi\sigma > \mu\xi$, q. e. d.

VII. Iam *propositum* sit idem aliter demonstrare. Etenim in maximi circuli $\alpha\beta\gamma$ circumferentia sit polus parallelorum, et hunc *circulum* duo maximi circuli $\delta\varepsilon$ $\beta\gamma$ ad rectos angulos secent, quorum alter $\beta\gamma$ sit *unus* parallelorum, alter autem $\delta\varepsilon$ obliquus ad parallelos, et in circulo $\delta\varepsilon$ aequales *abscindantur* circumferentiae $\zeta\eta$ $\vartheta\kappa$, et describantur paralleli circuli $\lambda\mu$ $\nu\xi$ $o\pi$ $\varrho\sigma$; dico circumferentiam ϱo maiorem esse quam $\nu\lambda$. Prop. 7

πηι (sine acc.) A, corr. BS   23. ζ A[1] in marg. (BS)   25. μέγιστοι add. *Hu* auctore *Co*

Ἡ γὰρ ΖΗ τῇ ΗΘ ἤτοι σύμμετρός ἐστιν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον σύμμετρος. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΘΚ· καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΘΗ ἄρα σύμμετρός ἐστιν· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΖΗ ΗΘ ΘΚ σύμμετροι ἀλλήλαις εἰσίν. διῃρήσθωσαν οὖν εἰς τὰ μέτρα τοῖς Τ Υ Φ Χ Ψ, καὶ γεγράφθωσαν διὰ τῶν Τ Υ Φ Χ Ψ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΩΤ ,ΔΥ Φ,Β Χ,Γ Ψ,Δ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΖΤ ΤΥ ΥΗ ΗΦ ΦΘ ΘΧ ΧΨ ΨΚ περιφέρειαι ἴσαι



ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ ἄρα ΡΩ Ω,Λ ,ΛΟ Ο,Β ,ΒΝ Ν,Γ ,Γ,Δ ,ΔΛ ἄνισοι εἰσὶν ἐξ ἀρχῆς ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΡΩ. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΡΩ Ω,Λ ,ΛΟ τῷ πλήθει τῶν Ν,Γ ,Γ,Δ ,ΔΛ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΡΟ τῆς ΝΛ.

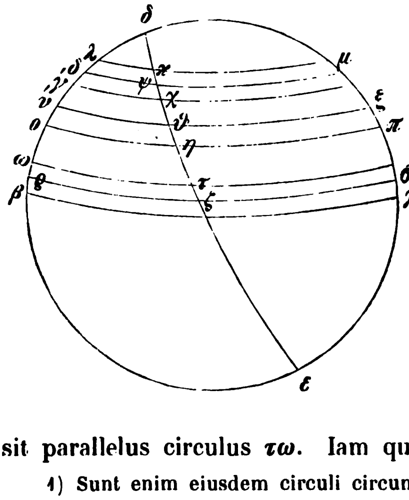
9 η'. Ἀλλὰ δὴ τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων μὴ ἔστω σύμμετρος ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ· λέγω ὅτι καὶ οὕτως μείζων ἐστὶν ἡ ΡΟ τῆς ΛΝ.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων, καὶ κείσθω τῇ ΡΟ ἴση ἡ Ν,Γ, καὶ τριῶν γραμμῶν ὁμογενῶν τῶν ΛΝ Ν,Γ ΝΟ εἰλήφθω τῇ μὲν ΝΟ σύμμετρος, τῆς δὲ Ν,Γ μείζων, τῆς δὲ ΝΛ ἐλάσσων, καὶ ἔστω ἡ Ν,Δ, καὶ ἔστωσαν οἱ παράλληλοι κύκλοι οἱ Χ,Γ Ψ,Δ, καὶ κείσθω τῇ ΨΘ ἴση ἡ ΗΤ, καὶ ἔστω ὁ παράλληλος κύκλος ὁ ΤΩ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΨΘ

8. 9. τοῖς ΤΥ ΦΧ Ψ et 10. 11. τῶν ΤΥ ΦΧ Ψ AB, corr. Paris. 2368 12. 13. οἱ ωΤ ΔΥ Φ Β Χ Γ Ψ Δ° A, ac similiter BS, nisi quod ψ,δ° corr. S 17. 18. ἄρα ΡΩ ωΛ ΛΟ Ο Β Β Ν Ν Γ ΓΔ ΔΛ A, ac similiter BS, corr. *Hu* auctore *Co* 18. ἄνισοι *Co* pro ΛΝ ἴσοι ἐξ ἀρχῆς] ἑξῆς coni. *Hu* 20. πλήθει τῶν Γ ΓΔ ΔΛ A, ac similiter B (prius Γ om. S), corr. *Co* 21. Η A[1] in marg. (BS)

Scilicet circumferentia $\zeta\eta$ ipsi $\eta\vartheta$ aut commensurabilis est aut non. Sit primum commensurabilis. Et *ex hypothesi* $\zeta\eta$ $\vartheta\varkappa$ aequales sunt; ergo etiam $\vartheta\varkappa$ ipsi $\eta\vartheta$ commensurabilis, ideoque tres $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ $\vartheta\varkappa$ inter se commensurabiles sunt. Hae iam in aequales portiones dividantur, *velut, si sit* $\zeta\eta : \eta\vartheta = 3 : 2$, in punctis τ υ φ χ ψ, et per haec paralleli circuli $\omega\tau$ ${}_{,}\alpha\upsilon$ ${}_{,}\beta\varphi$ ${}_{,}\gamma\chi$ ${}_{,}\delta\psi$ describantur. Et quia circumferentiae $\zeta\tau$ $\tau\upsilon$ $\upsilon\eta$ $\eta\varphi$ $\varphi\vartheta$ $\vartheta\chi$ $\chi\psi$ $\psi\varkappa$ inter se aequales sunt, circumferentiae igitur $\varrho\omega$ $\omega{}_{,}\alpha$ ${}_{,}\alpha o$ $o{}_{,}\beta$ ${}_{,}\beta\nu$ $\nu{}_{,}\gamma$ ${}_{,}\gamma{}_{,}\delta$ ${}_{,}\delta\lambda$ *propter V lemma* inaequales sunt deinceps a maxima $\varrho\omega$ incipientes. Atque est numerus circumferentiarum $\varrho\omega$ $\omega{}_{,}\alpha$ ${}_{,}\alpha o$ numero ipsarum $\nu{}_{,}\gamma$ ${}_{,}\gamma{}_{,}\delta$ ${}_{,}\delta\lambda$ aequalis; ergo *propter elem. 5. 18* ϱo maior est quam $\nu\lambda$.

VIII. Sed iisdem suppositis non sit commensurabilis circumferentia $\zeta\eta$ ipsi $\eta\vartheta$; dico etiam sic ϱo maiorem esse quam $\nu\lambda$. Prop. 8



Nam si non sit, aut aequalis est aut minor. Sit primum minor, et ponatur $\nu{}_{,}\gamma = \varrho o$, et cum tres sint lineae similiter ortae [1]) $\lambda\nu$ $\nu{}_{,}\gamma$ νo, sumatur *alia quaedam* $\nu{}_{,}\delta$, quae ipsi νo commensurabilis, eademque et maior quam $\nu{}_{,}\gamma$ et minor sit quam $\nu\lambda$, et sint paralleli circuli $\chi{}_{,}\gamma$ $\psi{}_{,}\delta$, et ponatur $\eta\tau = \psi\vartheta$, et sit parallelus circulus $\tau\omega$. Iam quia singulae $\psi\vartheta$ $\eta\tau$ ipsi $\eta\vartheta$

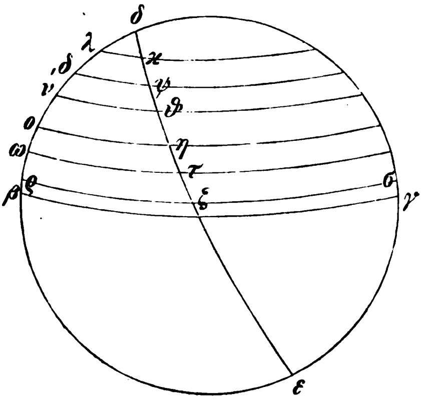
1) Sunt enim eiusdem circuli circumferentiae portiones.

---

26. $N{}_{,}\Gamma$ (ante $\overline{NO}$) *Hu* auctore *Co* pro $\overline{N{}_{,}T}$ 27. τῆς δὲ $\overline{N{}_{,}\Gamma}$ A (BS) 28. ἡ $\overline{N\Delta}$ ABS, lineolam ad Δ add. *Hu* οἱ $\overline{X{}_{,}\Gamma}$ AB, sed ${}_{,}\Gamma$ simile numerali ${}_{,}$ϛ, quae nota transiit in S 29. ἡ HT] $\overline{HT}$ A, $\overline{NT}$ B cod. *Co*, corr. S

ΗΤ τῇ ΗΘ, μείζων ἐστὶν καὶ ἡ ΩΟ τῆς Ν,Δ· πολλῷ ἄρα ἡ ΡΟ τῆς Ν,Δ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ΡΟ ἴση ἐστὶν τῇ Ν,Γ· ἡ Ν,Γ ἄρα τῆς Ν,Δ μείζων ἐστὶν ἡ ἐλάσσων τῆς μείζονος, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΡΟ τῆς ΝΛ.

10 *θʹ. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων λέγω ὅτι οὐδὲ ἴση. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΗΖ ΘΚ δίχα τοῖς Τ Ψ, καὶ ἔστωσαν οἱ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΤΩ Ψ,Δ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΤΖ ΤΗ ἴσαι εἰσίν, ἄνισοι ἄρα εἰσὶν αἱ ΡΩ ΩΟ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΡΩ. πάλιν ἐπεὶ αἱ ΘΨΚ ἴσαι εἰσίν, ἄνισοι ἄρα εἰσὶν αἱ Ν,Δ ,ΔΛ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς Ν,Δ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΡΩ τῆς ΩΟ, ἡ δὲ*



*Ν,Δ τῆς ,ΔΛ, μείζων ἄρα ἡ διπλῆ ἡ ΡΟ τῆς Ν,Δ, ὅπερ ἀδύνατον (προδέδεικται * * *)· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΡΟ τῇ ΝΛ. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΡΟ τῆς ΝΛ.*

11 *ιʹ. Πάλιν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων, καὶ αὐτὸν τεμνέτωσαν πρὸς ὀρθὰς οἱ ΒΓ ΔΕ, καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι οἱ ΚΛ ΜΝ ΞΟ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΞΜ τῇ ΜΚ· λέγω ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ.*

---

1. 2. *τῆς Ν,Δ — τῆς Ν,Δ* AB (*τῆς νδ* utroque loco S) 2. 3. *τῇ Ν,Ϛ ἡ Ν,Ϛ ἄρα* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 4. *τῆς ΝΛ Co* pro *τῆς Ν,Δ* 5. *Θ* add. A[1] in marg. (BS) 6. 7. *τοῖς ΨΤ* A, distinx. BS, recte collocavit *Co* 16. *αἱ ΝΔ ,ΔΛ* A, ac similiter B, *αἱ ν,δ ,δλ* S 17. *μεγίστης*] *μείζονος* coni. *Co;* sed scriptor praeter *ν,δ ,δλ* alias deinceps sequentes tacite significat 20. 21. *ἡ δὲ Ν,Δ τῆς ,ΔΛ* AB, *η*

commensurabiles sunt, *propter lemmata VI et VII* maior est ωo quam $\nu{,}\delta$; itaque multo ϱo maior est quam $\nu{,}\delta$. Sed ϱo ipsi $\nu{,}\gamma$ aequalis est; ergo $\nu{,}\gamma$ maior est quam $\nu{,}\delta$, cum tamen minor sit $\nu{,}\gamma$ et maior $\nu{,}\delta$, id quod fieri non potest; ergo ϱo non est minor quam $\nu\lambda$.

IX. Iisdem suppositis nego etiam ϱo *ipsi* $\nu\lambda$ aequalem Prop. 9 esse. Sit enim *aequalis*, si fieri possit, et circumferentiae $\zeta\eta$ $\vartheta\varkappa$ bifariam in punctis τ ψ secentur, et sint paralleli circuli $\tau\omega$ $\psi{,}\delta$. Iam quia aequales sunt $\tau\zeta$ $\tau\eta$, inaequales igitur sunt $\varrho\omega$ ωo a maxima $\varrho\omega$ incipientes (*lemm. V*). Rursus quia $\vartheta\psi$ $\psi\varkappa$ aequales sunt, inaequales igitur sunt $\nu{,}\delta$ ${,}\delta\lambda$ a maxima $\nu{,}\delta$ incipientes. Iam quia maior est $\varrho\omega$ quam ωo, et $\nu{,}\delta$ quam ${,}\delta\lambda$, *atque etiam* ωo *maior quam* $\nu{,}\delta$ (*lemm. VI; nam ex hypothesi lemmatis VII aequales sunt* $\zeta\eta$ $\vartheta\varkappa$, *itaque etiam* $\tau\eta$ $\vartheta\psi$ *aequales*), maior igitur est ϱo quam dupla $\nu{,}\delta$, id quod fieri non potest (*nam ex hypothesi est* $\varrho o = \nu\lambda$, *et* demonstrata est $\nu\lambda < 2\nu{,}\delta$); ergo non aequalis est ϱo ipsi $\nu\lambda$ *). Sed eandem ne minorem quidem esse demonstravimus *quam* $\nu\lambda$; ergo ϱo maior est quam $\nu\lambda$.

X. Rursus in maximi circuli circumferentia sit polus Prop. 10 parallelorum, eumque *circulum* ad rectos angulos secent *maximi circuli* $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$, et sint paralleli circuli $\varkappa\lambda$ $\mu\nu$ ξo, sitque $\xi\mu = \mu\varkappa$; dico $\zeta\eta$ minorem esse quam $\eta\vartheta$.

*) Haec sic restituere conati sumus verbum *προδέδεικται* suo loco servantes et post id ipsum lacunam statuentes. Verum etiam antea quaedam intercidisse videntur; neque tamen his additis demonstrandi ratio satis elegans ac pressa videtur. Ex Commandini sententia inde ab *ἐπεὶ οὖν* p. 486, 18 Graecus scriptor sic concluserit: *ἐπεὶ οὖν ἡ Ν͵Δ μείζων ἐστὶν τῆς ͵ΔΛ, ἐλάσσων ἄρα ἡ διπλῆ ἡ ΝΛ τῆς Ν͵Δ. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΡΩ τῆς ΩΟ, ἡ δὲ Ν͵Δ τῆς ΔΛ, δέδεικται δὲ καὶ* (*lemm. VI etc.*) *ἡ ΩΟ μείζων τῆς Ν͵Δ, μείζων ἄρα ἡ διπλῆ ἡ ΡΟ, τουτέστιν ἡ ΝΛ* (*ex hypothesi*), *τῆς Ν͵Δ, ὅπερ ἀδύνατον· προδέδεικται γὰρ ἐλάσσων.*

δὲ $\overline{\nu{,}\delta}$ τῆς $\overline{{,}\delta\lambda}$ S 22. *προδέδεικται* * * *] lacunam indicavit *Co*, *προδέδεικται γὰρ ἡ ΝΛ ἐλάσσων ἢ διπλῆ τῆς Ν͵Δ* coni. *Hu*, vide adnot. ad Lat. 23. *τῆι* $\overline{N\varDelta}$ AB, *τῇ* $\overline{\nu{,}\delta}$ S, corr. *Co* 25. ῑ A[1] in marg. (BS)

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἢ μείζων. ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ· μείζων γὰρ ἂν ἦν ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ, οὐκ ἔστιν δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ κείσθω τῇ ΘΗ ἴση ἡ ΗΠ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ ΗΠ τῇ ΗΘ, μείζων ἄρα ἡ ΡΜ τῆς ΜΚ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ, ὅπερ ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ἴση· οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ, ὅπερ: ~

12 *ια'. Δέδεικται μὲν οὖν ὅτι ἐὰν ᾖ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τέμνωσιν αὐτὸν δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΒΓ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς καὶ ἀποληφθῶσιν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΖΗ ΗΘ, καὶ γραφῶσιν παράλληλοι κύκλοι οἱ ΚΛ ΜΝ ΞΟ, γίνεται μείζων ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ. ἔστω δὲ μείζων ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ· λέγω ὅτι πολλῷ μείζων ἐστὶν ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ.*

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΗΘ, κείσθω τῇ ΗΘ ἴση ἡ ΗΠ, καὶ γεγράφθω παράλληλος κύκλος ὁ ΠΡ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΠ τῇ ΗΘ, μείζων ἐστὶν ἡ ΡΜ τῆς ΜΚ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ, ὥστε, ἐὰν μείζων ἡ ΖΗ τῆς ΘΗ, γίνεται καὶ ἡ ΞΜ τῆς ΜΚ μείζων, ὅπερ: ~

Περὶ τῆς εἰς τὸ ϛ' θεώρημα ἐνστάσεως τοῦ γ' λήμματα.

13 *ιβ'. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ δύο διήχθωσαν αἱ ΔΑ ΑΕ ἐν ἴσαις γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ ΕΑΓ· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΔΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ.*

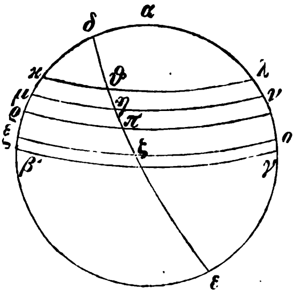
Περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΔΕ τρίγωνον κύκλος, καὶ

---

13. *ὅπερ* S, *ο* A, om. B 14. *ια* A[1] in marg. (BS) *δέδεικται* A[1] ex *δεκειχται* 26. *ϛ* A, *ἕκτον* BS *τοῦ Γ* A[2], *τοῦ Τ* A[1], *τοῦ τρίτου* B, *τοῦ τρίτου τῶν σφαιρικῶν* S *λήμματα* Hu pro *λῆμμα*

Nam si non sit, aut aequalis est aut minor. Iam primum non est $\zeta\eta = \eta\vartheta$; sic enim *propter lemma V* esset $\xi\mu > \mu\varkappa$, quod est contra hypothesim; ergo non est $\zeta\eta = \eta\vartheta$. Sed nego etiam esse $\zeta\eta > \eta\vartheta$. Si enim fieri possit, sit $\zeta\eta > \eta\vartheta$, et ponatur $\eta\pi = \vartheta\eta$, *et describatur parallelus* $\varrho\pi$. Iam quia est $\pi\eta = \eta\vartheta$, *propter lemma V* igitur est $\varrho\mu > \mu\varkappa$; itaque multo $\xi\mu > \mu\varkappa$, quod fieri non potest; nam ex hypothesi est $\xi\mu = \mu\varkappa$; ergo non est $\zeta\eta > \eta\vartheta$. Sed ne aequalem quidem esse demonstravimus; ergo $\zeta\eta$ minor est quam $\eta\vartheta$, q. e. d.

XI. Demonstravimus igitur, si sit *maximus* circulus $\alpha\beta\gamma$, Prop. 11
eumque *circulum* duo maximi circuli ad rectos angulos secent, *quorum alter* $\beta\gamma$ *sit unus parallelorum, alter autem* $\delta\varepsilon$ *obliquus ad parallelos*, et aequales abscindantur circumferentiae $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$, et describantur paralleli circuli $\varkappa\lambda$ $\mu\nu$ ξo, fieri $\xi\mu$ maiorem quam $\mu\varkappa$. Sed sit $\zeta\eta$ maior quam $\eta\vartheta$; dico multo maiorem esse $\xi\mu$ quam $\mu\varkappa$.



Nam quia maior est $\zeta\eta$ quam $\eta\vartheta$, ponatur $\eta\pi = \eta\vartheta$, et describatur parallelus circulus $\varrho\pi$. Iam quia est $\pi\eta = \eta\vartheta$, *propter lemma V igitur* $\varrho\mu$ maior est quam $\mu\varkappa$; multo igitur $\xi\mu$ maior quam $\mu\varkappa$; itaque, si sit $\zeta\eta$ maior quam $\eta\vartheta$, fit etiam $\xi\mu$ maior quam $\mu\varkappa$, q. e. d.

Lemmata ad disceptationem de VI theoremate libri III sphaericorum spectantia.

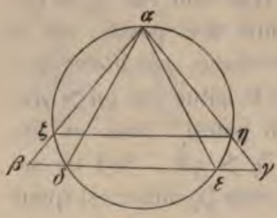
XII. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, in quo duae ducantur rectae Prop. 12*)
$\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ in aequalibus angulis $\beta\alpha\delta$ $\varepsilon\alpha\gamma$; dico esse $\delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta \cdot \beta\delta = \alpha\gamma^2 : \alpha\beta^2$.

Describatur circulus circa triangulum $\alpha\delta\varepsilon$, et iungatur $\zeta\eta$;

*) Hanc propositionem repetit Simsonus de sectione determ. etc. (Opera quaedam reliqua p. 16).

27. $\overline{\iota\beta}$ A[1] in marg. (BS)

ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν τῇ ΒΓ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΖΔ περιφέρειαν τῇ ΕΗ περιφερείᾳ· ἔστιν



ἄρα ὡς ΑΓ πρὸς ΓΗ, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΖ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΖ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΓΗ τῷ ὑπὸ ΔΓΕ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒΖ τῷ ὑπὸ ΕΒΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΔ· καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, τὸ ὑπὸ ΔΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΔ.

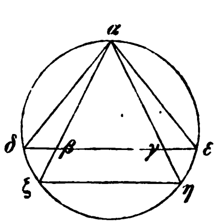
14 ιγʹ. Ἐχέτω δὲ τὸ ὑπὸ ΔΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΔ μείζονα λόγον, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΑΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΖ, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ· ὅτι μείζων ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΑΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, ἐναλλὰξ τὸ ὑπὸ ΑΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΑΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΑΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΓ πρὸς ΑΓ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΑΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΑΒ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΖ. ἐὰν ἄρα ποιῶμεν ὡς τὴν ΑΓ πρὸς ΓΗ, οὕτως τὴν ΑΒ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ΒΖ. ἔστω πρὸς τὴν ΒΚ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΚ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΗΘ· ἴση ἄρα

---

13. $\overline{ΙΓ}^{ον'}$ add. B(S) 19. τὸ $\overline{ΑΓ}$ add. A[2] super vs. (BS), ἀπὸ add. *Hu* auctore *Co* 25. ἡ ΗΓ] ἡ $\overline{ΗΑΓ}$ A[s]S, ἡ $\overline{αγ}$ B, ἡ ΓΗ *Co* 26. ἡ $\overline{ΖΒ}$ πρὸς $\overline{ΑΒΖ}$ ABS, corr. *Co* 27. 28. πρὸς τὴν ΒΖ] πρὸς τὸ $\overline{ΒΖ}$ AS, πρὸς $\overline{βζ}$ B[1], corr. B[3]

parallelae igitur sunt rectae $\zeta\eta$ $\beta\gamma$, quia circumferentiae $\zeta\delta$ $\varepsilon\eta$ aequales sunt [1]). Ergo est $\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\beta : \beta\zeta$ (*elem.* 6, 2); itaque etiam $\alpha\gamma^2 : \alpha\gamma \cdot \gamma\eta = \alpha\beta^2 : \alpha\beta \cdot \beta\zeta$ (*elem.* 6, 22). Sed est $\alpha\gamma \cdot \gamma\eta = \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$ **), itemque $\alpha\beta \cdot \beta\zeta = \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$; ergo etiam $\alpha\gamma^2 : \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon = \alpha\beta^2 : \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$, itaque vicissim $\alpha\gamma^2 : \alpha\beta^2 = \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$.



Rursus iisdem suppositis, si rectae $\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ extra triangulum ducantur, ita ut puncta δ ε sint in productâ $\beta\gamma$, et productae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ circulum circa $\alpha\delta\varepsilon$ triangulum descriptum secent in punctis ζ η, idem plane contingit [2]).

Et similis est demonstratio, adhibitâ elementorum libri III propositione 35.

XIII. Sed sit $\delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$, id est $\alpha\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\beta \cdot \beta\zeta > \alpha\gamma^2 : \alpha\beta^2$; dico esse etiam $\angle\, \varepsilon\alpha\gamma > \angle\, \beta\alpha\delta$ *). Prop. 13

Nam quia est

$\alpha\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\beta \cdot \beta\zeta > \alpha\gamma^2 : \alpha\beta^2$, vicissim est (*VII propos.* 5)

$\alpha\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 > \alpha\beta \cdot \beta\zeta : \alpha\beta^2$. Sed est (*elem.* 6, 1)

$\alpha\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \gamma\eta : \alpha\gamma$, et

$\alpha\beta \cdot \beta\zeta : \alpha\beta^2 = \beta\zeta : \alpha\beta$; ergo etiam (*VII propos.* 7)

$\alpha\gamma : \gamma\eta < \alpha\beta : \beta\zeta$. Ergo si fecerimus

$\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\beta : x$, erit $x > \beta\zeta$ (*elem.* 5, 10). Sit

$\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\beta : \beta\varkappa$, et iuncta $\eta\varkappa$ producatur ad ϑ; parallelae igitur sunt $\beta\gamma$ $\vartheta\eta$ (*elem.* 6, 2); itaque est

1) Propter elem. 3, 26, quia ex hypothesi anguli $\zeta\alpha\delta$ $\eta\varepsilon\delta$ aequales sunt; unde statim efficitur, iunctâ $\zeta\varepsilon$, angulos $\eta\zeta\varepsilon$ $\zeta\varepsilon\delta$ aequales (elem. 3, 27), itaque rectas $\zeta\eta$ $\beta\gamma$ parallelas esse (*Co*).

**) Utrumque enim rectangulum propter elem. 3, 36 aequale est quadrato ab ea recta, quae ex γ ducta circulum tangit.

2) Hunc alterum casum, qui adhibetur infra VII propos. 36 lemm. XXI et propos. 40 lemm. XXVII, nos addidimus, figuram Simsonus l. c.

*) Ex Graeci scriptoris sententia haec propositio, si res ferat (conf. propos. 20 extr.), etiam sic legenda est: Sit $\varepsilon\beta \cdot \beta\delta : \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon < \alpha\beta^2 : \alpha\gamma^2$; dico esse etiam $\angle\, \beta\alpha\delta < \angle\, \varepsilon\alpha\gamma$.

ἐστὶν ἡ ΕΗ περιφέρεια τῇ ΔΘ περιφερείᾳ· μείζων ἄρα ἡ ΕΗ τῆς ΔΖ, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ, ὅπερ: ~

15 ιδ'. Τεμνέτωσαν ἀλλήλους δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΒΕΓ, καὶ ἔστω τοῦ ΑΒΓ κύκλου πόλος ὁ Δ, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΖ ΔΘ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΒΕ περιφέρεια τῇ ΓΗ περιφερείᾳ· δεῖξαι ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Η.

Τετμήσθω ἡ ΕΗ δίχα τῷ Κ, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Δ Κ μέγιστος κύκλος ὁ ΔΚΛ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΕ τῇ ΗΓ, ἡ δὲ ΕΚ τῇ ΚΗ, ὅλη ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ οὖν διὰ τῆς τοῦ ΒΓ διχοτομίας καὶ τῶν τοῦ ΑΒΓ πόλων γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΔΚΛ, ὁ ΔΚΛ ἄρα ἥξει διὰ τῶν τοῦ ΒΕΗ πόλων καὶ ὀρθὸς ἔσται πρὸς αὐτόν. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΚΒΓ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Κ ὀρθὸν τμῆμα κύκλου ἐφέστηκεν τὸ ΚΔ, καὶ διῄρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια κατὰ τὸ Δ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Η, ὅπερ: ~

16 ιε'. Ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΒΕΗΓ, καὶ ἔστω τοῦ ΑΒΓ πόλος τὸ Δ, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΕΖ ΔΚΛ ΔΗΘ διχοτομίας οὔσης τοῦ Κ τῆς ΗΚΕ περιφερείας· λέγω ὅτι, εἰ μὲν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΗΓ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΖΛ τῇ ΛΘ, εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΗΓ, μείζων ἐστὶν καὶ ἡ ΖΛ τῆς ΛΘ, εἰ δὲ

---

2. ὅπερ *Hu*, $\overline{\Theta}$ AB (sed id in A expunctum), om. S 3. $\overline{\iota\delta}^{ον}$ add. B(S) 4. ΒΕΓ] *ΒΕΓ A, ΒΕΗΓ *Co* (ut cap. 16 init.) 7. ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ bis scripta in AS, corr. B 9 10. τῶν $\overline{ΔΚ}$ A, distinx. BS 14. τοῦ ΒΓ] scilicet τμήματος: vide sphaer. 2, 9 20. τοῦ ΒΚΓ ἐπὶ coni. *Hu* 24. ὅπερ BS, ὅ A 25. $\overline{\iota\varepsilon}^{ον}$ add. B(S) 27. ΔΚΛ *Hu*, $\overline{ΔΜΛ}$ ABS, om. *Co* 29. ἡ om. AS, add. B

circumf. εη = circumf. δθ **); ergo

circumf. εη > circumf. δζ; itaque etiam (*elem.* 6, 33)

∠ εαγ > ∠ βαδ, q. e. d.

XIV. Duo maximi circuli αβγ βεγ invicem se secent, sitque circuli αβγ polus δ, et describantur maximi circuli δζ δθ *circulum βεγ secantes in punctis* ε η, et aequales sint circumferentiae βε γη; demonstretur rectam a δ ad ε aequalem esse rectae a δ ad η. Prop. 14

Circumferentia εη bifariam secetur in puncto κ, et per δ κ describatur maximus circulus δκλ. Quoniam circumferentiae βε ηγ, itemque εκ κη inter se aequales sunt, tota igitur βκ ipsi κγ aequalis est. Iam quia per bipartitam sectionem circumferentiae βεηγ et polos circuli αβγ descriptus est maximus circulus δκλ, hic igitur etiam per polos circuli βεγ transibit [1]) ad eumque rectus erit [2]). Iam quia in circuli βκγ diametro quae a κ initium habet circuli circumferentia κδ ad rectos angulos insistit, eaque circumferentia in puncto δ secta est, et circumferentiae εκ κη aequales sunt, *propter sphaer.* 2, 12 igitur recta a δ ad ε aequalis est rectae a δ ad η, q. e. d.

XV. Sint maximi circuli αβγ βεηγ, et sit circuli αβγ polus δ, et maximi circuli δεζ δκλ δηθ ita describantur, ut circumferentia εκη in puncto κ bifariam secetur; dico primum, si circumferentiae βε ηγ aequales sint, etiam ζλ λθ aequales esse, tum, si βε maior sit quam ηγ, etiam ζλ maiorem esse Prop. 15

**) Propter elem. 3, 26, quoniam, iunctâ θε, anguli ηθε θεδ aequales sunt; hic igitur habemus conversum illud lemma, quod ad propos. 12 adnot. 1 breviter attigimus.

1) Utitur scriptor et hoc loco et paulo post, id quod Commandinus recte vidit, Theodosii sphaericorum libri II propositione 9 conversa, quae Graeco sermone sic fere sonuerit: *Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς διχοτομίας τοῦ τμήματος τοῦ ἑτέρου κύκλου μέγιστος κύκλος γραφῇ, ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ἑτέρου πόλων.* Ergo hoc loco, quia circuli αβγ et βεγ invicem se secant, maximusque circulus δκλ et per polos circuli αβγ et per bipartitam sectionem (*διχοτομίαν*) circumferentiae alterius circuli, quae est inter puncta sectionis cum circulo αβγ, descriptus est, efficitur circulum δκλ etiam per polos circuli βεγ transire.

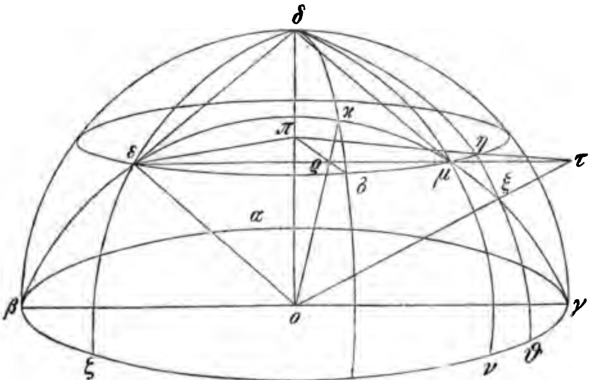
2) Quoniam maximus circulus δκλ circulum βεγ, per polos eius transiens, secat, eundem ad rectos angulos secat propter sphaer. 1, 15.

ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΗΓ, ἐλάσσων ἐστὶν καὶ ἡ ΖΛ τῆς ΛΘ.

Ἔστω γὰρ πρότερον ἡ ΒΕ τῇ ΗΓ ἴση· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΖΛ τῇ ΛΘ ἴση ἐστίν.

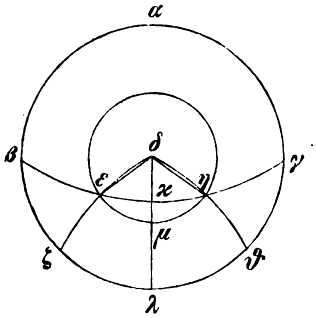
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΗΓ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Η· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν ΔΕ ΔΗ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ λοιποῦ σημείου. γεγράφθω, καὶ ἔστω ὁ ΗΜΕ· ἔσται δὴ παράλληλος τῷ ΑΒΓ. ἐπεὶ οὖν δύο κύκλοι οἱ ΗΜΕ ΕΚΗ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς διχοτομίας τῆς Κ γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΔΚΛ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ περιφέρεια τῇ ΜΗ περιφερείᾳ. ἀλλʼ ἡ μὲν ΕΜ τῇ ΖΛ ἐστὶν ὁμοία, ἡ δὲ ΜΗ τῇ ΛΘ· καὶ ἡ ΖΛ ἄρα τῇ ΛΘ ἐστὶν ὁμοία. καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΛ τῇ ΛΘ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

17 *ιϛʹ. Ὑποκείσθω δὴ τὸ αὐτὸ σχῆμα, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΒΕ τῆς ΞΓ, ἴση δὲ ἡ ΕΚ τῇ ΚΞ· λέγω ὅτι ἡ ΖΛ τῆς ΛΘ μείζων.*



Κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΓΜ, καὶ γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΔΜΝ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ, ἴση ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Μ· ὁ quam $\lambda\vartheta$, denique, si $\beta\varepsilon$ minor sit quam $\eta\gamma$, etiam $\zeta\lambda$ minorem esse quam $\lambda\vartheta$.

Primum enim aequales sint circumferentiae $\beta\varepsilon$ $\eta\gamma$; dico etiam $\zeta\lambda$ $\lambda\vartheta$ aequales esse.



Quoniam enim circumferentiae $\beta\varepsilon$ $\eta\gamma$ aequales sunt, *propter superius lemma* etiam recta a δ ad ε aequalis est rectae a δ ad η. Ergo circulus ex polo δ et intervallo $\delta\varepsilon$ sive $\delta\eta$ descriptus etiam per alterum punctum transibit. Describatur, et sit $\varepsilon\mu\eta$; hic igitur circulo $\alpha\beta\gamma$ parallelus erit (*sphaer. 2, 1*). Iam quia duo circuli $\varepsilon\mu\eta$ $\varepsilon\varkappa\eta$ se invicem secant, ac per polos unius et bipartitam sectionem $\varkappa$ maximus circulus $\delta\varkappa\lambda$ descriptus est, *hic igitur etiam per polos circuli $\varepsilon\varkappa\eta$ transit* (*p. 493 adnot. 1*); itaque circumferentiae $\varepsilon\mu$ $\mu\eta$ aequales sunt (*sphaer. 2, 9*). Sed similis est $\varepsilon\mu$ circumferentiae $\zeta\lambda$, et $\mu\eta$ circumferentiae $\lambda\vartheta$ (*sphaer. 2, 10*); ergo etiam $\zeta\lambda$ ipsi $\lambda\vartheta$ similis est. Et sunt eiusdem circuli; ergo aequales sunt $\zeta\lambda$ $\lambda\vartheta$, q. e. d.

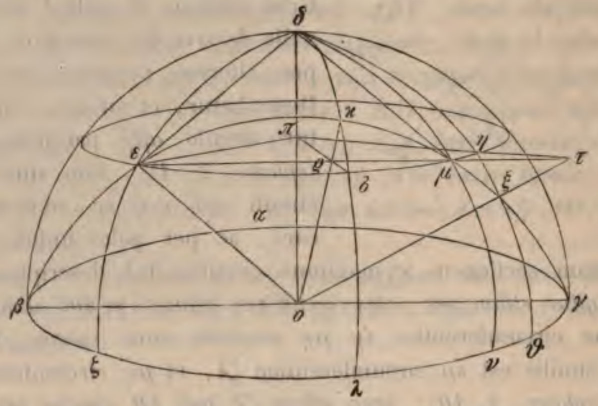
XVI. Iam eadem figura supponatur, et sit circumferentia $\beta\varepsilon$ maior quam $\xi\gamma$, et $\varepsilon\varkappa = \varkappa\xi$*); dico $\zeta\lambda$ maiorem esse quam $\lambda\vartheta$. Prop. 16

Ponatur circumferentia $\gamma\mu = \beta\varepsilon$, et describatur maximus circulus $\delta\mu\nu$. Iam quia $\beta\varepsilon$ $\mu\gamma$ aequales sunt, *propter lemma XIV* recta a δ ad ε aequalis est rectae a δ ad μ; ergo cir-

*) Haec ipsa verba statim docent fieri non posse, ut plane eadem figura in hac atque in superiore propositione supponatur; nam qui illic est circulus $\beta\varepsilon\eta\gamma$ hic transit in $\beta\varepsilon\mu\gamma$, et quae illic est $\eta\gamma$ hic sonat $\xi\gamma$. In codicibus autem similis certe superiori figura ita exarata est, ut hemisphaerium, et quicunque in eo sunt circuli ac rectae, in planum circuli $\alpha\beta\gamma$ proiecta sint, quae ratio, nisi aut absurdam aut minime perspicuam figuram describere libet, retineri non potest. Itaque Commandinum potius in figura delineanda secuti sumus.

8. 9. ὁ *HME Hu*, ὁ $\overline{HKE}$ ABS, ὁ *EMH* voluit *Co* 10. οἱ $\overline{HKE}$ $\overline{EMH}$ ABS *Co*, corr. *Hu* 14. τῇ *ΛΘ* (post ἄρα) *Co* pro τῆι $\overline{ΛΘ}$

ἄρα πόλῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΔΕ ΔΜ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ λοιποῦ σημείου. ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὁ ΣΕΜ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ο, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΔ· ἔσται δὴ κάθετος ἐπὶ τὸ τοῦ ΣΜΕ κύκλου ἐπίπεδον (πόλος γάρ ἐστιν τὸ Δ τοῦ κύκλου), καὶ ἔσται τὸ κέντρον τοῦ ΜΣΕ ἐπὶ τῆς ΔΟ. ἔστω τὸ Π, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΜ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Τ, καὶ ἡ ΟΞ ἐπὶ τὸ Τ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΟ ΟΡΚ ΠΡ ΡΣ ΠΗ ΗΤ.



καὶ ἐπεὶ τὸ Π σημεῖον ἐν τῷ τοῦ ΜΣΕ ἐστὶν κύκλου ἐπιπέδῳ, ἔστιν δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν Ρ Σ ἐν τῷ τοῦ ΜΣΕ κύκλου ἐπιπέδῳ, τὰ τρία ἄρα σημεῖα ἐν τῷ κύκλῳ ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ὁ ΟΔ ἐν τῷ τοῦ ΔΚΛ ἐπιπέδῳ ἐστίν, καὶ τὸ Π ἄρα ἐν τῷ τοῦ ΔΚΛ ἐπιπέδῳ ἐστίν. καὶ ἡ ΟΡΚ εὐθεῖα· καὶ τὸ Ρ ἄρα ἐν τῷ τοῦ ΔΚΛ κύκλου ἐστὶν ἐπιπέδῳ. ἔστιν δ' ἐν αὐτῷ καὶ τὸ Σ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΠΡΣ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠΗΤ εὐθεῖά ἐστιν (τὰ γὰρ Π Τ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶν τοῦ ΕΣΜ κύκλου· ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ τοῦ ΔΗΞΘ κύκλου ἐπιπέδῳ, καὶ τὸ Η δὲ κατ' αὐτήν ἐστιν τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων τοῦ ΕΣΜ καὶ τοῦ ΔΞΘ κύκλου· εὐθεῖα ἄρα ἡ ΠΗΤ). καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΚ περιφέρεια τῇ ΚΞ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῇ ὑπὸ ΚΟΞ· ὁ ἄρα τῆς ΕΟ πρὸς ΟΤ λό-
18 *γος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ. ἐπεὶ δὲ ζητῶ*

culus ex polo δ et intervallo $\delta\varepsilon$ sive $\delta\mu$ descriptus etiam per alterum punctum transibit. Transeat, et sit $\varepsilon\sigma\mu$, et sumatur sphaerae centrum o, et iungatur $o\delta$; haec igitur perpendicularis erit ad circuli $\varepsilon\sigma\mu$ planum (*sphaer. 1, 10*; nam circuli $\varepsilon\sigma\mu$ polus est δ), ideoque centrum eiusdem circuli erit in recta δo. Sit π, et iuncta $\varepsilon\mu$ producatur ad τ, itemque *iuncta* $o\xi$ ad τ **), et iungantur εo $o\varrho\varkappa$ $\pi\varrho$ $\varrho\sigma$ $\pi\eta$ $\eta\tau$. Ac quoniam et punctum π et utrumque punctorum ϱ σ in circuli $\varepsilon\sigma\mu$ plano sunt, tria igitur puncta habemus in *eodem* circuli *plano*. Rursus quia recta $o\delta$ in circuli $\delta\varkappa\lambda$ plano est, punctum igitur π in eodem est plano. Atque item recta $o\varrho\varkappa$; ergo etiam ϱ in circuli $\delta\varkappa\lambda$ plano est. Sed in eodem est punctum σ; ergo $\pi\varrho\sigma$ recta est[1]). Eadem ratione etiam $\pi\eta\tau$ recta est (nam puncta π τ sunt in plano circuli $\varepsilon\sigma\mu$; sed etiam in plano circuli $\delta\eta\xi\vartheta$, et punctum η est in ipsa sectione planorum circuli $\varepsilon\sigma\mu$ et $\delta\xi\vartheta$; ergo recta est $\pi\eta\tau$). Et quia circumferentiae $\varepsilon\varkappa$ $\varkappa\xi$ aequales sunt, est igitur

$\angle\, \varepsilon o\varkappa = \angle\, \varkappa o\xi$; itaque (*elem. 6, 3*)

$\varepsilon\varrho : \varrho\tau = \varepsilon o : o\tau.$

Sed quia quaeritur, quae sit *ratio* circumferentiae $\zeta\lambda$ ad $\lambda\vartheta$***),

**) Quia recta $\varepsilon\mu$ communis est sectio circulorum $\varepsilon\mu\eta$ $\beta\varepsilon\mu\gamma$, et punctum ξ inter μ γ positum est, recta $o\xi$, quae est in plano maximi circuli $\beta\varepsilon\mu\gamma$, producta concurrat oportet cum producta $\varepsilon\mu$, quod sectionis punctum a Pappo notatur τ.

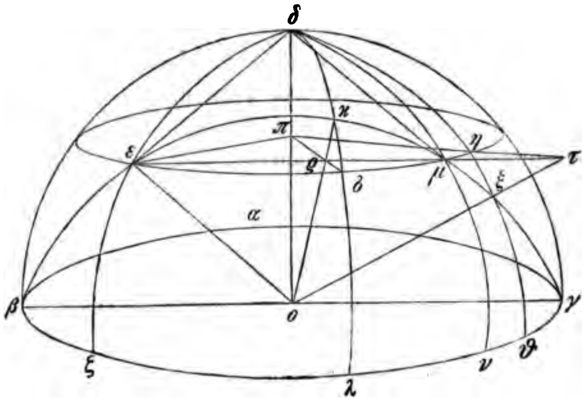
1) Quoniam propter elem. 11, 3 duorum planorum communis sectio recta linea est, punctorum π ϱ σ, quippe quae planorum $\varepsilon\sigma\mu$ $\delta\varkappa\lambda$ communia demonstrata sint, nulla alia positio esse potest nisi in communi circulorum sectione, id est in recta.

***) Verba Graeca τίς ἡ *ΖΛ* περιφέρεια τῇ *ΛΘ* non ipsam quidem proportionem, sed hanc minus definitam quaestionem significant: sitne $\zeta\lambda \gtrless \lambda\vartheta$, an vero $= \lambda\vartheta$. Nam id tantummodo agitur; neque certa proportionis formula ex hypothesi elici potest. Nos autem nihil impedivit, quin perspicuitatis causa ipsas proportionum formulas poneremus, quas Graecus scriptor etiam hac de causa evitavit, quia formula $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ a geometrica ratione abhorrebat.

---

3. ὁ *ΕΣΜ* et 4. 5. τοῦ *ΜΣΕ* coni. *Hu* 7. ἡ *ΟΞ*] ἡ *ΠΗ* *Co* (at vide adnot. ad Latina) 8. ἐπὶ τὸ $\overline{T}$ A[1] ex ἐπὶ τὸ $\overline{\Gamma}$ *ΠΗ* *ΗΤ* add. *Hu* 12—14. τοῦ *ΔΕΛ* — τοῦ *ΔΕΛ* — τοῦ *ΔΕΛ* AB cod. *Co*, corr. S *Co* 16. 17. τὰ γὰρ $\overline{\Pi T}$ A, distinx. BS

τίς ἡ ΖΛ περιφέρεια τῇ ΛΘ, τουτέστιν ἡ ΕΣ τῇ ΣΗ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΠΡ τῇ ὑπὸ ΡΠΤ. τίς ἄρα ὁ τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ τῷ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ; ἀλλ' ὁ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΟ πρὸς ΟΤ· ζητήσω ἄρα τίς ὁ τῆς ΕΟ πρὸς ΟΤ λόγος τῷ τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ λόγῳ· ζητήσω ἄρα τίς ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ λόγος τῷ τοῦ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΤ λόγῳ, καὶ ἐναλλὰξ τίς ὁ τοῦ ἀπὸ ΟΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ τῷ τοῦ ἀπὸ ΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΠ, καὶ διελόντι τίς ὁ τοῦ ἀπὸ ΟΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΕ τῷ τοῦ ἀπὸ ΟΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΠ. τίς ἄρα τὸ ἀπὸ ΤΠ τῷ ἀπὸ ΠΕ; τίς ἄρα ἡ ΤΠ τῇ ΠΕ; ἀλλ' ἡ ΠΕ τῇ ΠΗ



ἴση· ἔχει δὴ σύγκρισιν· ἔστιν γὰρ μείζων. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΤΠ τῆς ΠΗ, τουτέστιν τῆς ΠΕ, ἡ ΠΟ ἄρα πρὸς ΠΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΟΠ πρὸς ΠΤ· καὶ τὸ ἀπὸ ΟΠ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΟΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΤ. καὶ ἔστιν τὸ μὲν ἀπὸ ΕΟ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΠ ΠΟ (ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΠΟ γωνία), τὸ δὲ ἀπὸ ΤΟ τοῖς ἀπὸ ΤΠ ΠΟ (ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΤΠΟ)· καὶ τὸ ἀπὸ ΟΕ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΠ. καὶ ἐναλλὰξ τὸ ἀπὸ ΕΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΠ. ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΟΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ id est $\varepsilon\sigma$ ad $\sigma\eta$, quaeram igitur, quae sit ratio anguli $\varepsilon\pi\varrho$ ad $\varrho\pi\tau$. Ergo quaenam est *ratio* [2]

$\frac{\varepsilon\pi}{\pi\tau} : \frac{\varepsilon\varrho}{\varrho\tau}$? Sed demonstravimus $\frac{\varepsilon\varrho}{\varrho\tau} = \frac{\varepsilon o}{o\tau}$; ergo quaeram, quae sit

$\frac{\varepsilon o}{o\tau} : \frac{\varepsilon\pi}{\pi\tau}$; ac porro quaeram, quae sit

$\frac{\varepsilon o^2}{o\tau^2} : \frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\tau^2}$, et vicissim

$\frac{\varepsilon o^2}{\varepsilon\pi^2} : \frac{o\tau^2}{\pi\tau^2}$, et dirimendo $\frac{\varepsilon o^2 - \varepsilon\pi^2}{\varepsilon\pi^2} : \frac{o\tau^2 - \pi\tau^2}{\pi\tau^2}$, *id est*

$\frac{o\pi^2}{\varepsilon\pi^2} : \frac{o\pi^2}{\pi\tau^2}$. Ergo quaenam est

$\tau\pi^2 : \pi\varepsilon^2$? itaque quaenam est $\tau\pi : \pi\varepsilon$?

Sed $\pi\varepsilon$ aequalis est ipsi $\pi\eta$; rectam autem $\pi\eta$ comparare licet cum $\pi\tau$; nam *ex constructione* est $\pi\tau > \pi\eta$. Iam quia est

$\pi\tau > \pi\eta$, id est

$> \pi\varepsilon$, est igitur (*elem.* 5, 8)

$o\pi : \pi\varepsilon > o\pi : \pi\tau$; itaque etiam

$o\pi^2 : \pi\varepsilon^2 > o\pi^2 : \pi\tau^2$, *id est componendo* (*VII propos.* 3)

$\frac{o\pi^2 + \pi\varepsilon^2}{\pi\varepsilon^2} > \frac{o\pi^2 + \pi\tau^2}{\pi\tau^2}$; itaque etiam (quia anguli $\varepsilon\pi o$ $o\pi\tau$ recti sunt)

$o\varepsilon^2 : \pi\varepsilon^2 > o\tau^2 : \pi\tau^2$, et vicissim (*VII propos.* 5)

$o\varepsilon^2 : o\tau^2 > \pi\varepsilon^2 : \pi\tau^2$; itaque etiam

$\varepsilon o : o\tau > \varepsilon\pi : \pi\tau$. Sed *demonstravimus* esse

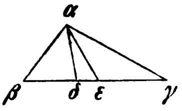
$\varepsilon o : o\tau = \varepsilon\varrho : \varrho\tau$; ergo est

$\varepsilon\varrho : \varrho\tau > \varepsilon\pi : \pi\tau$; itaque (*adnot.* 2)

$\angle\, \varepsilon\pi\sigma > \angle\, \sigma\pi\tau$; ergo

circumf. $\varepsilon\sigma >$ circumf. $\sigma\eta$. Sed est

2) Hoc loco scriptor theoremate quodam utitur, quod facile ex elem. 6, 3 derivatur. Nam si in triangulo $\alpha\beta\gamma$ recta $\alpha\delta$ ad basim ducta angulum α bifariam secet, est $\beta\delta : \delta\gamma = \beta\alpha : \alpha\gamma$. Iam si $\alpha\varepsilon$ ita ducatur, ut sit $\angle\, \beta\alpha\varepsilon > \angle\, \varepsilon\alpha\gamma$, fit igitur $\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma > \beta\delta : \delta\gamma$, itaque etiam $\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma > \beta\alpha : \alpha\gamma$. Paulo post conversum theorema adhibetur hunc in modum: si sit $\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma > \beta\alpha : \alpha\gamma$, esse etiam $\angle\, \beta\alpha\varepsilon > \angle\, \varepsilon\alpha\gamma$.



1. 2. τί ἡ $\overline{ZΛ}$ περιφέρεια τῆς $\overline{ΛΘ}$ — τῆς $\overline{CH}$ — τί γωνία — τῆς ὑπὸ $\overline{PΠT}$ ABS, corr. *Co*   8. τὸ ante ἀπὸ *EΠ* add. BS   9. τὸ om. ABS, add. *Hu* (conf. ad p. 504, 7)   10. πρὸς τὸ ἀπὸ *TΠ*] πρὸς ἀπὸ $\overline{ΙΠ}$ AB, πρὸς ἀπὸ $\overline{επ}$ S, corr. *Co*   12. δὲ voluit *Co*   23. λόγον add. BS

ΤΠ, καὶ ἡ ΕΟ ἄρα πρὸς ΟΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΠ πρὸς ΠΤ. ἀλλ' ὡς ἡ ΕΟ πρὸς ΟΤ, οὕτως ἡ ΕΡ πρὸς ΡΤ· ἡ ΕΡ ἄρα πρὸς ΡΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΠ πρὸς ΠΤ. διὰ δὴ τοῦτο μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΕΠΣ τῆς ὑπὸ ΣΠΤ· μείζων ἄρα ἡ ΕΣ περιφέρεια τῆς ΣΗ περιφερείας. ἀλλ' ἡ μὲν ΕΣ τῇ ΖΛ ἐστὶν ὁμοία, ἡ δὲ ΣΗ τῇ ΛΘ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΛ τῆς ΛΘ, ὅπερ: ~

19 *ιζ'. Ἀλλ' ἔστω ἡ ΖΛ ἴση τῇ ΛΘ· λέγω ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΚ τῆς ΚΞ.*

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΛ τῇ ΛΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΠΣ τῇ ὑπὸ ΣΠΤ· ὁ ἄρα τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς περιφέρεια ἡ ΕΚ τῇ ΚΞ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῇ ὑπὸ ΚΟΤ· ζητήσω ἄρα τίς ὁ τῆς ΕΟ πρὸς ΟΤ λόγος τῷ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ λόγῳ. ἀλλ' ὁ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΤ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ· ζητήσω ἄρα τίς ὁ τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ τῷ τῆς ΕΟ πρὸς ΟΤ· ἔχει δὲ σύγκρισιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΟ πρὸς ΟΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΠ πρὸς ΠΤ (τοῦτο γὰρ προδέδεικται), ἀλλ' ὡς ἡ ΕΠ πρὸς ΠΤ, οὕτως ἡ ΕΡ πρὸς ΡΤ, ἡ ΕΡ ἄρα πρὸς ΡΤ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΟ πρὸς ΟΤ. διὰ δὴ τοῦτο ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆς ὑπὸ ΚΟΤ· ἐλάσσων ἄρα περιφέρεια ἡ ΕΚ τῆς ΚΞ, ὅπερ: ~

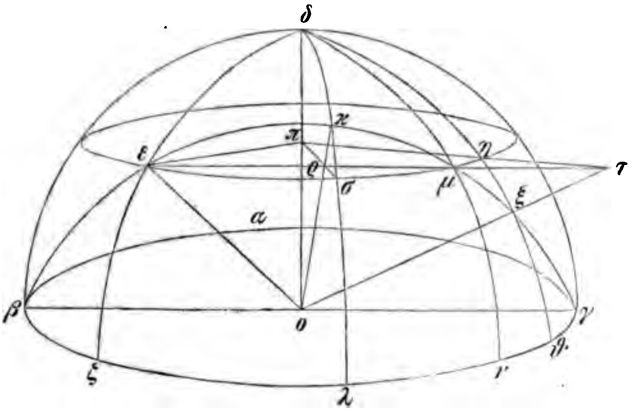
20 *ιη'. Τεμνέτωσαν ἀλλήλους δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΒΡΓ, καὶ ἔστω ὁ πόλος τοῦ ΑΒΓ κύκλου ὁ Δ, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΖ ΔΘ ΔΛ ΔΝ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΕΞ τῇ ΠΜ· λέγω ὅτι, εἰ μὲν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΖΘ τῇ ΛΝ, εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ*

---

8. $\overline{ιζ}^{ον}$ add. B(S) 12—14. *τί περιφέρεια — τί γωνία — τῆς ὑπὸ* $\overline{ΚΟΤ}$ ABS, corr. *Co* 15. *λόγῳ — πρὸς ΡΤ* om. S *λόγος* add. *Hu* auctore *Co* 16. ὁ add. BS 24. $\overline{ιη}^{ον}$ add. B(S) 26. $\overline{ΔΖ}$ $\overline{ΔΛ}$ $\overline{ΔΘ}$ ABS, transposuit *Co* *ΔΝ Co*, $\overline{ΝΔ}$ AB; sed cum *N* in A simile sit *H*, in S migravit $\overline{ηδ}$ (similiter posthac vs. 28 et p. 502, 1, ubi $\overline{ΑΝ}$ AB, $\overline{λη}$ S)

circumf. $\varepsilon\sigma \sim$ circumf. $\zeta\lambda$, et
circumf. $\sigma\eta \sim$ circumf. $\lambda\vartheta$; ergo
circumf. $\zeta\lambda >$ circumf. $\lambda\vartheta$, q. e. d.

XVII. Sed, *reliquis manentibus*, sit $\zeta\lambda = \lambda\vartheta$; dico esse $\varepsilon\varkappa < \varkappa\xi$. Prop. 17



Quoniam enim est $\zeta\lambda = \lambda\vartheta$, *id est* $\varepsilon\sigma = \sigma\eta$, anguli *igitur* $\varepsilon\pi\sigma$ $\sigma\pi\tau$ aequales sunt; itaque *propter elem. 6, 3* est $\varepsilon\pi : \pi\tau = \varepsilon\varrho : \varrho\tau$. Sed quia quaero, quae circumferentiae $\varepsilon\varkappa$ *sit ratio* ad circumf. $\varkappa\xi$, quaeram igitur, quae anguli $\varepsilon o\varkappa$ *sit ratio* ad angulum $\varkappa o\tau$. Ergo quaeram, quae *sit ratio*

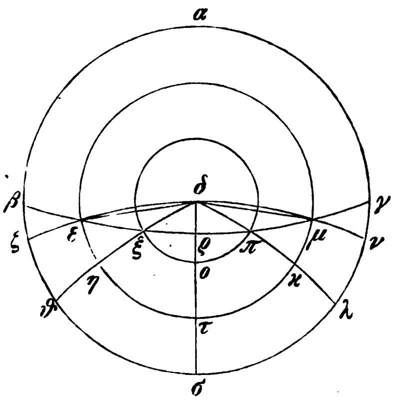
$\frac{\varepsilon o}{o\tau} : \frac{\varepsilon\varrho}{\varrho\tau}$. Sed *statim demonstravimus* esse $\frac{\varepsilon\varrho}{\varrho\tau} = \frac{\varepsilon\pi}{\pi\tau}$; quaeram igitur, quae *sit*

$\frac{\varepsilon o}{o\tau} : \frac{\varepsilon\pi}{\pi\tau}$. Haec autem inter se comparari posse superiore *lemmate* demonstravimus. Iam quia est

$\varepsilon o : o\tau > \varepsilon\pi : \pi\tau$, atque
$\varepsilon\pi : \pi\tau = \varepsilon\varrho : \varrho\tau$, est igitur
$\varepsilon\varrho : \varrho\tau < \varepsilon o : o\tau$. Ergo est
$\angle\, \varepsilon o\varkappa < \angle\, \varkappa o\tau$; itaque *etiam*
circumf. $\varepsilon\varkappa <$ circumf. $\varkappa\xi$, q. e. d.

XVIII. Duo maximi circuli $\alpha\beta\gamma$ $\beta\varrho\gamma$ invicem se secent, Prop. 18
et sit circuli $\alpha\beta\gamma$ polus δ, et describantur maximi circuli $\delta\zeta$ $\delta\vartheta$ $\delta\lambda$ $\delta\nu$, sitque $\varepsilon\xi = \pi\mu$; dico, si primum sit $\beta\varepsilon = \mu\gamma$,

ΒΕ τῆς ΜΓ, μείζων ἐστὶν ἡ ΖΘ τῆς ΛΝ, εἰ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΜΓ, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΘ τῆς ΛΝ.



Ὑποκείσθω ἴση ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Μ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε· ' ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΔΕ ΔΜ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ λοιποῦ σημείου. γεγράφθω, καὶ ἔστω ὁ ΕΤΜ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΞΠ τῷ Ρ, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Δ Ρ μέγιστος κύκλος ὁ ΔΡΣ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΞ τῇ ΠΜ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ ἴση ἐστίν, ὅλη ἄρα ἡ ΒΞ τῇ ΓΠ ἴση ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ξ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Π. πόλῳ οὖν τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΔΞ ΔΠ κύκλος γεγράφθω ὁ ΞΟΠ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΞΟ τῇ ΟΠ, ἀλλ' ἡ μὲν ΞΟ τῇ ΘΣ ἐστὶν ὁμοία, ἡ δὲ ΟΠ τῇ ΣΛ ἐστὶν ὁμοία, καὶ ἡ ΘΣ ἄρα τῇ ΣΛ ἐστὶν ὁμοία. καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΣ τῇ ΣΛ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΓΜ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΖΣ τῇ ΣΝ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΘ λοιπῇ τῇ ΝΛ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

21 *Ἀλλὰ δὴ ὑποκείσθω τὸ αὐτὸ σχῆμα, ἔστω δὲ μείζων ἡ ΒΕ τῆς ΓΞ, ἴση δὲ ἡ ΕΥ τῇ ΞΨ, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Δ Ψ κύκλος μέγιστος ὁ ΔΨΚΛ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΖΘ τῆς ΛΟ.*

Κατεσκευάσθω γὰρ τὸ σχῆμα ὁμοίως τοῖς ἐπάνω, καὶ

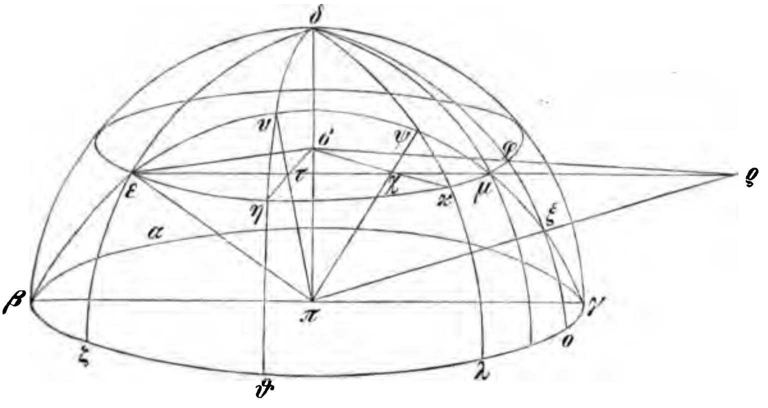
2. *τῆς* $\overline{ΛΝ}$ in A prima manus mutavit in *τῆς* $\overline{ΛΗ}$, quod propagatum est in S, *τῆς* $\overline{λμ}$ B 8. *διαστ*ήματι* A 15. *τῶν* $\overline{ΔΡ}$ A, distinx. BS 26. *τῇ* $\overline{ση}$ S *ἄρα* add. *Hu* *λοιπῇ* om. S *τῇ* $\overline{ηλ}$ S 28. initio $\overline{ιθ}^{ο}$ add. B(S) 30. *τῶν* $\overline{ΔΨ}$ A, distinx. BS

esse etiam $\zeta\vartheta = \lambda\nu$; tum, si sit $\beta\varepsilon > \mu\gamma$, esse $\zeta\vartheta > \lambda\nu$; denique, si sit $\beta\varepsilon < \mu\gamma$, esse $\zeta\vartheta < \lambda\nu$.

Supponatur *primum* $\beta\varepsilon = \mu\gamma$; ergo *propter propos. 14* recta a δ ad ε aequalis est rectae a δ ad μ; itaque circulus ex polo δ et intervallo $\delta\varepsilon$ sive $\delta\mu$ descriptus etiam per alterum punctum transibit. Describatur, sitque $\varepsilon\tau\mu$, et circumferentia $\xi\pi$ bifariam secetur in puncto ϱ, et per δ ϱ describatur maximus circulus $\delta\varrho\sigma$. Iam quia est $\varepsilon\xi = \pi\mu$, et $\beta\varepsilon = \mu\gamma$, etiam tota $\beta\xi$ toti $\pi\gamma$ aequalis est; ergo *propter propos. 14* recta a δ ad ξ aequalis est rectae a δ ad π. Iam ex polo δ et intervallo $\delta\xi$ sive $\delta\pi$ describatur circulus $\xi o\pi$. Et quia est

$\xi o = o\pi$, et $\xi o \sim \vartheta\sigma$, et $o\pi \sim \sigma\lambda$, est igitur etiam
$\vartheta\sigma \sim \sigma\lambda$. Et sunt eiusdem circuli circumferentiae; ergo est
$\vartheta\sigma = \sigma\lambda$. Rursus quia $\beta\varepsilon = \mu\gamma$, est igitur
$\zeta\sigma = \sigma\nu$; itaque per subtractionem
$\zeta\vartheta = \lambda\nu$, q. e. d.

Iam vero eadem figura supponatur [1]), et sit $\beta\varepsilon > \xi\gamma$, et Prop. 19
$\varepsilon\upsilon = \psi\xi$, et per δ ψ describatur maximus circulus $\delta\psi\varkappa\lambda$; dico esse $\zeta\vartheta > \lambda o$.

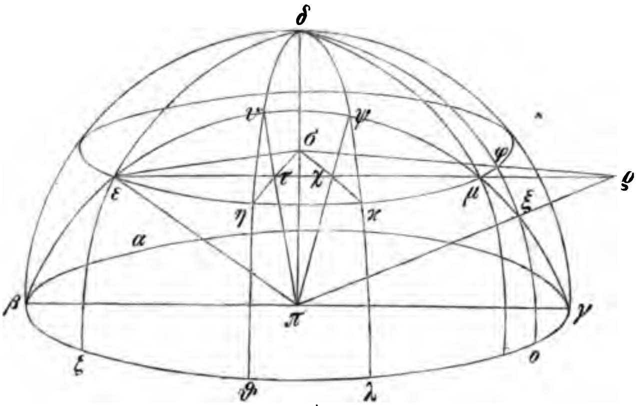


Construatur enim figura similiter ac supra, et quia *aequales sunt circumferentiae* $\varepsilon\upsilon$ $\psi\xi$, *ideoque* (*elem. 3, 27*)

1) Conf. supra p. 495 adnot. *.

ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΠΤ γωνία τῇ ὑπὸ ΧΠΡ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΡΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΡΧ πρὸς τὸ ὑπὸ ΧΕΤ. καὶ ἐπεὶ ζητῶ τίς ἡ ΖΘ περιφέρεια τῇ ΛΟ, τουτέστιν ἡ ΕΗ τῇ ΚΦ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΣΤ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΧΣΡ· ζητήσω ἄρα τίς ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ λόγος τῷ τοῦ ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ. ἔχει δὲ σύγκρισιν. καὶ ἔστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ μείζων τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ. ὁμοίως γὰρ τῷ ἐπάνω δείξομεν. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ. διὰ δὴ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΣΤ τῆς ὑπὸ ΧΣΡ. μείζων ἄρα ἡ ΖΘ περιφέρεια τῆς ΛΟ περιφερείας.

22 Ἔστω δὴ ἴση ἡ ΛΟ τῇ ΖΘ· λέγω ὅτι ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΕΥ τῆς ΨΞ.



Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν περιφέρεια ἡ ΖΘ τῇ ΛΟ, ἴση ἄρα ἔσται καὶ ἡ ΕΗ περιφέρεια τῇ ΚΦ (ὁμοία γὰρ ἡ μὲν ΖΘ τῇ ΕΗ, ἡ δὲ ΛΟ τῇ ΚΦ), ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΣΤ τῇ ὑπὸ ΧΣΡ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα τοῦ ἀπὸ ΣΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ΕΥ τῇ ΨΞ, ζητήσω ἄρα τίς ὁ

$\angle\, \varepsilon\pi\tau = \angle\, \chi\pi\varrho$, est igitur *propter propos. 12*

$\pi\varrho^2 : \pi\varepsilon^2 = \tau\varrho \cdot \varrho\chi : \chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau$. Et quia quaero, quae *sit ratio* circumferentiae

$\zeta\vartheta : \lambda o$, id est $\varepsilon\eta : \varkappa\varphi$, quaeram igitur, quae *sit*

$\angle\, \varepsilon\sigma\tau : \angle\, \chi\sigma\varrho$; itaque quaeram, quae *sit ratio*[2])

$\frac{\varepsilon\sigma^2}{\sigma\varrho^2} : \frac{\chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau}{\tau\varrho \cdot \varrho\chi}$, id est $\frac{\varepsilon\sigma^2}{\sigma\varrho^2} : \frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\varrho^2}$. Haec autem inter se comparari possunt; similiter enim ac supra (*p. 499*) demonstrabimus esse

$\frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\varrho^2} > \frac{\varepsilon\sigma^2}{\sigma\varrho^2}$. Sed *demonstravimus etiam*

$\frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\varrho^2} = \frac{\chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau}{\tau\varrho \cdot \varrho\chi}$; ergo est

$\chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau : \tau\varrho \cdot \varrho\chi > \varepsilon\sigma^2 : \sigma\varrho^2$; itaque *propter propos. 13*

$\angle\, \varepsilon\sigma\tau > \angle\, \chi\sigma\varrho$. Ergo est

circumf. $\varepsilon\eta >$ *circumf.* $\varkappa\varphi$, *id est*

circumf. $\zeta\vartheta >$ circumf. λo.

Iam sit circumferentia $\lambda o = \zeta\vartheta$; dico esse $\varepsilon\upsilon < \psi\xi$. Prop. 20

Quoniam enim circumferentiae $\zeta\vartheta\ \lambda o$ aequales sunt, et $\zeta\vartheta$ similis circumferentiae $\varepsilon\eta$, et λo similis ipsi $\varkappa\varphi$, aequales igitur sunt circumferentiae $\varepsilon\eta\ \varkappa\varphi$; itaque est etiam (*elem. 3, 27*)

$\angle\, \varepsilon\sigma\tau = \angle\, \chi\sigma\varrho$. Ergo *propter propos. 12* est

$\varepsilon\sigma^2 : \sigma\varrho^2 = \chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau : \tau\varrho \cdot \varrho\chi$. Sed quia quaero, quae *sit ratio* $\varepsilon\upsilon : \psi\xi$, quaeram igi-

2) Ex huius libri propositione 12, collata etiam propos. 13, facile derivatur lemma huius modi: si extra triangulum $\sigma\tau\chi$ ad productam basim rectae $\sigma\varepsilon\ \sigma\varrho$ ita ducantur, ut sit $\angle\, \varepsilon\sigma\tau \gtrless \angle\, \chi\sigma\varrho$, esse etiam $\chi\varepsilon \cdot \varepsilon\tau : \tau\varrho \cdot \varrho\chi \gtrless \varepsilon\sigma^2 : \sigma\varrho^2$. Et conf. supra p. 499 adnot. 2.

2. τὸ (ante ἀπὸ ΠE) add. *Hu* auctore *Co* 3—5. τί ἡ $\overline{Z\Theta}$ — τῆς $\overline{\Lambda O}$ — τῆς $\overline{K\Phi}$ — ἄρα τί — γωνίας τῆς ABS, corr. *Co* 4. γωνία ἡ ὑπὸ et 6. λόγος A² in rasura 7. τὸ om. ABS, item posthac usque ad finem cap. 22 saepius ante ἀπὸ in formula quadrati; semel etiam (p. 506, 2) ante ὑπὸ in formula rectanguli 12. τὸ ante ἀπὸ ΣP add. S, item p. 506, 2. 4 17. τῆι $\overline{\Lambda\Theta}$ ABS, corr. *Co* 20. τῆι ὑπὸ $\overline{XEP}$ ABS, corr. *Co* 21. 22. πρὸς τὸ ὑπὸ TPC ABS, corr. idem 22. τί ἡ $\overline{EY}$ τῆς $\overline{\Psi\Xi}$ ABS, corr. idem

τοῦ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ λόγος τῷ τοῦ ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ, τουτέστιν τῷ τοῦ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ. ἔχει δὲ σύγκρισιν. ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΡ, τουτέστιν ἤπερ τὸ ὑπὸ ΧΕΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ, καὶ τὸ ὑπὸ ΧΕΤ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΤΡΧ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΡ. διὰ δὴ τοῦτο ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΠΤ τῆς ὑπὸ ΧΠΡ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΕΥ τῆς ΞΨ, ὅπερ: ~

23 *ιθʹ. Δεδειγμένων δὴ τούτων ἑξῆς ἀποδείξομεν εἰς ὃ ταῦτα ἐλήφθη. "ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων καὶ τοῦτον τέμνωσιν δύο μέγιστοι κύκλοι, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων καὶ τοῦ πόλου μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐξ ἀρχῆς τῆς ἀπώτερον".*

24 *Ἐνθάδε οἴονταί τινες προσκεῖσθαι τὸ πρὸς ὀρθάς, ἐπειδὴ καὶ εἰς τὸ πρὸ αὐτοῦ ἀποδείκνυται ἐν τοῖς εἰς τὰ σφαιρικὰ λαμβανομένοις ὅτι δεῖ προσκεῖσθαι τὸ πρὸς ὀρθάς.*

Ἐὰν γὰρ ἐκθώμεθα τὸν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας τὸν ΑΒΓΔ καὶ τοὺς τέμνοντας αὐτὸν δύο μεγίστους κύκλους τοὺς ΒΕΔ ΑΕΓ, ὧν τὸν μὲν ΒΕΔ τῶν παραλλήλων, τὸν δὲ ΑΕΓ λοξὸν πρὸς τοὺς παραλλήλους, καὶ ἀπολάβωμεν ἀπὸ τοῦ ΑΕΓ ἴσας τὰς ΖΗ ΗΘ, καὶ γράψωμεν διὰ τῶν Ζ Η Θ παραλλήλους τῷ ΒΕΔ, οὐ πάντως

---

2. *τῷ τοῦ Hu* pro *τὸ* 10. *ιθʹ* add. *Hu* 11. *ἐὰν* — 20. *ἀπώτερον* paucis admodum mutatis (quae nos hic adnotamus) repetita sunt e Theodosii sphaer. 3, 6 13. post *κύκλοι* apud Theodosium vulgo additur *πρὸς ὀρθάς* 16. *διὰ δὲ*] *καὶ διὰ* Theodos. 18. post *παραλλήλων* add. *τὰς μεταξὺ αὐτῶν* Theodos. 19. 20. *ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς πορρώτερον* Theodos. 21. initio $\overline{\varkappa}^{ον}$ add. B (Paris. 2368) 29. *τῶν* $\overline{ZHO}$ A, corr. BS

tur quae *sit ratio* $\angle\, \varepsilon\pi\tau : \angle\, \chi\pi\varrho$, *ac porro, quae sit ratio* [1])

$\frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\varrho^2} : \frac{\chi\varepsilon\cdot\varepsilon\tau}{\tau\varrho\cdot\varrho\chi}$, id est $\frac{\varepsilon\pi^2}{\pi\varrho^2} : \frac{\varepsilon\sigma^2}{\sigma\varrho^2}$; haec autem inter se comparari possunt (*ut supra p. 499 demonstratum est*). Iam quia est

$\varepsilon\pi^2 : \pi\varrho^2 > \varepsilon\sigma^2 : \sigma\varrho^2$, id est

$> \chi\varepsilon\cdot\varepsilon\tau : \tau\varrho\cdot\varrho\chi$, est igitur

$\chi\varepsilon\cdot\varepsilon\tau : \tau\varrho\cdot\varrho\chi < \varepsilon\pi^2 : \pi\varrho^2$. Ergo *propter propos. 13* est

$\angle\, \varepsilon\pi\tau < \angle\, \chi\pi\varrho$; itaque

circumf. $\varepsilon\upsilon \dot{<}$ circumf. $\psi\xi$, q. e. d.

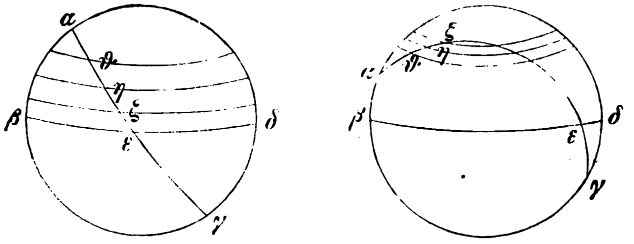
XIX. His igitur demonstratis exponemus, quem ad finem haec *lemmata* adsumpserimus. "Si in circumferentia maximi circuli", *inquit Theodosius sphaer. 3, 6,* "sit polus parallelorum, eumque *circulum* secent duo maximi circuli, quorum alter sit unus parallelorum, alter autem obliquus ad parallelos, atque ab obliquo circulo aequales circumferentiae deinceps ad easdem partes maximi illius paralleli abscindantur, et per puncta quae ita fiunt ac per polum maximi circuli describantur, hi inaequales circumferentias a maximo parallelo abscindent, et maior quidem semper erit ea quae propior est primario maximo circulo, quam illa quae remotior".

Hic nonnulli verba "ad rectos angulos" addenda esse existimant, quoniam item ad quintum *eiusdem libri theorema* inter lemmata, quae ad sphaerica adduntur, eadem verba "ad rectos angulos" deesse non posse demonstretur.

Nam si circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ per polos sphaerae *transeuntem* et duos maximos circulos $\beta\varepsilon\delta$ $\alpha\varepsilon\gamma$ eum secantes exponamus, quorum alter $\beta\varepsilon\delta$ sit unus parallelorum, alter autem $\alpha\varepsilon\gamma$ obliquus ad parallelos, et a circumferentia $\alpha\varepsilon$ aequales *portiones* $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ abscindamus, et per puncta ζ η ϑ *circulos* ipsi $\beta\varepsilon\delta$ parallelos describamus, hi non utique secabunt circumferen- Prop. 21

1) Conf. p. 505 adnot. 2. Quae autem hoc loco nos addidimus, ea Graecus scriptor omisit, quoniam in superiore propositione eadem iam tractata sunt.

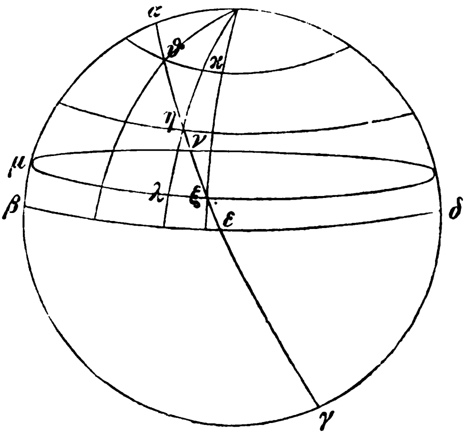
τέμνουσιν τὴν *ΑΒ* περιφέρειαν (ἐὰν δὴ ᾖ ἡ *ΑΕ* μὴ μείζων τετραγώνου). εἶτα ἀποδείκνυται ἐν τοῖς εἰς τὰ σφαιρικὰ ὅτι τὸ πρὸς ὀρθὰς κεῖται, ἵνα ᾖ τετραγώνου. εἶτα τὸ αὐτὸ



οἴονται προσκεῖσθαι τῷ ϛ′ θεωρήματι, διότι διὰ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, φασιν, δείκνυται [ἐκεῖ δὲ χρήσιμόν ἐστιν τὸ πρὸς ὀρθάς]. ἔστιν δὲ τοῦτο σφόδρα εὔηθες· ἐρεῖ γάρ τις "οὐχὶ διὰ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, ὅπου χρήσιμον ἦν αὐτοὺς προσθεῖναι, τοῦτο δεικνύεις· πάντως οὖν καὶ ἑτέρα δεῖξις ἡ μὴ προσχρησαμένη τῷ πρὸ αὐτοῦ δείξει τὸ προκείμενον". ἔνιοι δὲ οἴονται διὰ τοῦτο προσκεῖσθαι· γράψαντες γὰρ παραλλήλους κύκλους καὶ θέντες τῇ *ΚΗ* ἴσην τὴν *ΗΛ* καὶ διὰ τοῦ *Λ* γράψαντες παράλληλον κύκλον τὸν *ΛΞ* λέγουσιν "ἐπεὶ οἱ *ΑΕΓ ΔΕΒ* τὸν *ΑΒΓΔ* πρὸς ὀρθὰς τέμνουσιν, τετραγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ *ΕΒ*· ἐλάσσων ἄρα τετραγώνου ἡ *ΛΞ* τοῦ ἰδίου κύκλου", ἵνα εἴπωσιν "ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ *ΞΘ* ἐπὶ εὐθείας τῆς ἀπὸ *Ξ* ὀρθὸν τμῆμα ἐφέστηκε τὸ *ΞΛ* καὶ τὸ συνεχὲς αὐτῷ, καὶ διῄρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος περιφέρεια

1. τεμοῦσιν coni. *Hu* auctore *Co* δὴ *Hu* pro μὴ 2. τετραγώνου] in promptu est τεταρτημορίου coniicere; at scriptor et hoc loco et passim posthac τετραγώνου circumferentiam eam appellat quam latus quadrati circulo inscripti subtendit 3. εἶτα τὸ αὐτὸ *Hu*, εἰς δὲ τοὺς διὰ τῶν πόλων ABS, *alii autem ad rectos angulos Co* 4. ϛ′ A, ϛ̄ B, ἕκτῳ S 5. 6. ἐκεῖ — ὀρθάς interpolatori quidam addidisse videtur ex vs. 7 5. ἔστιν τὸ *Hu* auctore *Co* pro ἐν τῷ 7. αὐτοὺς forsitan "interpretes theorematis" significet; αὐτὸ voluit *Co*

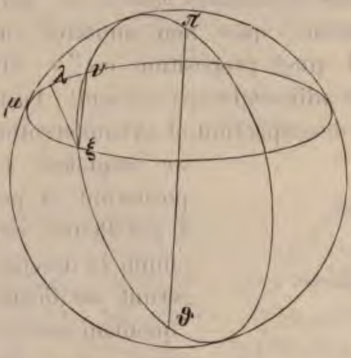
tiam $\alpha\beta$ (*secant* scilicet, si $\alpha\varepsilon$ non maior sit quadrante). Itaque in *lemmatis* ad sphaerica ostenditur verba "ad rectos angulos" propterea apposita esse, ut *circumferentia* $\alpha\varepsilon$ quadrantis esse *significetur*. Proinde eadem sexto theoremati addenda esse opinantur, quoniam id ipsum, inquiunt, ex quinto demonstratur. Hoc autem perquam ineptum est; nam *iure* aliquis *contra* dixerit: "minime ex quinto, ubi opus erat ea *verba* apponere, sextum theorema demonstres *necesse est;* nam sine dubio alia etiam demonstratio, quae non innitatur superiore *theoremate*, efficiet id quod propositum est". Alii vero *eadem verba* his de causis adiicienda esse censent. Postquam enim parallelos circulos descripserunt et circumferentiae $\varkappa\eta$ aequalem $\eta\lambda$ posuerunt et per λ parallelum circulum $\lambda\xi$ describserunt, sic dicunt: "quoniam *maximi* circuli $\alpha\varepsilon\gamma$ $\beta\varepsilon\delta$ *maximum* $\alpha\beta\gamma\delta$ ad rectos angulos secant, circumferentia igitur $\beta\varepsilon$ quadrantis est; ergo circumferentia $\lambda\xi$ minor est quadrante circuli $\lambda\xi$"; *quae praemittunt,* ut pergere *possint hunc in modum:* "quoniam circulo $\xi\vartheta$ in recta $\xi\nu$*) perpendiculare



*) Ad ea quae totâ propositione 21 traduntur una tantummodo figura in codicibus exstat similis illi quam Theodosius sphaer. 3, 6 exhibet; at quinque demum figuris appositis quae supra nostra coniectura descriptae sunt, verba et Pappi et eorum, contra quos disputat, denique etiam interpolatoris cuiusdam, perspicua facta sunt. Atque hoc quidem loco nos, litteris μ ν additis, circulum $\xi\lambda\mu\nu$ plenum descripsimus; itaque breviter "in recta $\xi\nu$", id est in recta quae circulorum $\alpha\nu\xi\gamma$ $\xi\lambda\mu\nu$ sectionis puncta iungit, diximus pro Graecis ἐπὶ εὐθείας τῆς ἀπὸ Ξ. Item paulo post segmentum $\xi\lambda\mu\nu$ appellavimus quod Graecus scriptor obscurius τμῆμα τὸ ΞΛ καὶ τὸ συνεχὲς αὐτῷ significat. Ceterum ubique proxima propositio 22 conferenda est.

εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Λ, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια ἡ ΛΞ, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὸ Λ ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν". εἰς τοῦτ' οἴονται χρήσιμον εἶναι τὸ πρὸς ὀρθάς, ἵνα ἡ ΞΛ ἐλάσσων ᾖ ἢ ἡμίσεια τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος. ἔστιν δὲ τοῦτο εἰκαῖον. ἐάν τε γὰρ μείζων ᾖ ἢ ἡμίσεια ἐάν τε

25 ἐλάττων ἢ ἡμίσεια, γίνεται τὸ προκείμενον. ἐὰν γὰρ εἰς κύκλον, ὡς τὸν ΠΘ, διαχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος τῇ διαμέτρῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Θ, ὥσπερ ἡ ἀπὸ τοῦ Ξ, κοινὴ τομὴ τῶν ΠΞ ΛΞ, καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα ἐπισταθῇ, ὡς τὸ ΞΛ, καὶ ἐπ' αὐτοῦ τυχὸν σημεῖον ληφθῇ, ὡς τὸ Λ, ἡ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Ξ ἐλάσσων ἐστὶν πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Λ πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τε διαμέτρου καὶ τῆς παραλλήλου αὐτῇ προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ὡς



ἑξῆς δείξομεν· ὥστε οὐδὲ διὰ τοῦτο προσετέθη ἂν τὸ πρὸς ὀρθάς [ἀλλ' ἐπειδὴ συμβαίνει, ὅταν μὲν ἡ ΛΕ τετραγώνου ᾖ, μείζονα πάντως γίνεσθαι τὴν ΟΠ τῆς ΠΡ, ὅταν δὲ μείζων ἢ ἐλάττων ᾖ, ποτὲ μὲν ἡ ΟΠ τῆς ΡΠ μείζων, ποτὲ δὲ ἐλάσσων ἔσται, ποτὲ δὲ ἴση αὐτῇ· τοῦτο γὰρ ἑξῆς].

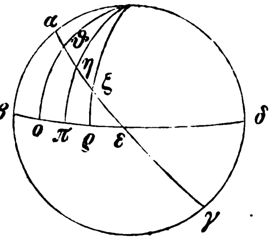
26 κ΄. Ἔστω δὲ νῦν δεῖξαι τὸ λημμάτιον τὸ λαμβανόμενον εἰς αὐτό.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΓ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἡ ΔΕ, καὶ ἐπὶ τῆς ΔΕ εὐθείας τμῆμα ἐφεστάτω τὸ ΔΖΕ ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓ, καὶ εἰλήφθω ἐπ' αὐτῆς τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΔ· λέγω ὅτι ἡ ΖΔ οὐ μόνον ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν πρὸς τὴν ΔΒ περιφέ-

---

1. ἢ (ante ἡμίσ.) *Hu* auctore *Co* pro ἡ 1. 2. ἡ ΛΞ ἡ *Hu* pro ἡ ΛΗ 5. γὰρ om. S 8. τῇ ἀπὸ τοῦ Θ huc transposuit *Hu*, cum in ABS vs. 10 post τῶν ΠΞ ΛΞ addita sint παράλληλος τῇ ἀπὸ τοῦ Θ 18. εαυτῆι A(B), corr. S 20. 21. προσετέθησαν οἱ ὀρθοὶ ABS, corr. *Hu* 21. ἀλλ' — 24. ἑξῆς interpolatori tribuit *Hu* 23. ἡ ΟΠ *Co*

insistit segmentum $\xi\lambda\mu\nu$, eiusque circumferentia inaequaliter divisa est in puncto λ, et portio $\lambda\xi$ minor est quam dimidia pars *totius circumferentiae,* recta igitur quae a λ ad ξ ducitur omnium minima est"[1]). Additamentum *igitur* "ad rectos angulos" ad hoc utile esse existimant, ut $\xi\lambda$ minor sit quam dimidia pars *circumferentiae* segmenti constituti. At hoc absurdum est. Nam sive $\xi\lambda$ maior sive minor est quam dimidia, contingit id quod propositum est. Nam si in circulo, velut $\pi\vartheta$, ducatur recta diametro $\pi\vartheta$ parallela, velut $\xi\nu$**), communis sectio circulorum $\pi\nu\xi\vartheta$ $\xi\mu\lambda\nu$, in eâque segmentum velut $\xi\mu\lambda\nu$ constituatur, et in eo quodlibet punctum λ sumatur, recta $\lambda\xi$ minima est omnium a puncto λ ad circumferentiam quae est inter diametrum $\vartheta\pi$ et parallelam $\xi\nu$ pertingentium, ut deinceps (*propos.* 22) demonstrabimus; quapropter ne haec quidem idonea causa fuerit, cur illud "ad rectos angulos" apponeretur [sed quia contingit, ut, si $\alpha\varepsilon$ quadrans sit, utique maior fiat $o\pi$ quam $\pi\varrho$. Sin vero $\alpha\varepsilon$ maior vel minor *quadrante* erit, $o\pi$ vel maior erit quam $\pi\varrho$, vel minor, vel eidem aequalis; nam haec deinceps (*propos.* 23—27) ostendentur].



XX. Iam vero lemma, quod huc adsumitur, demonstrandum est. Prop. 22

Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius diametrus $\beta\gamma$, eique parallela recta $\delta\varepsilon$, et in ea segmentum $\delta\zeta\varepsilon$ insistat perpendiculare ad circulum $\alpha\beta\gamma$, et in circumferentia eius quodvis punctum ζ sumatur, et iungatur $\zeta\delta$; dico rectam $\zeta\delta$ non solum minimam esse omnium quae ad circumferentiam $\delta\beta$ pertingunt, sed

1) Horum quoque verborum sententia proximâ propositione illustratur.

**) Rursus ut supra (adnot. *) perspicuitatis causa litteras μ ν addidimus.

B(S), om. A

ρειαν προσπιπτουσῶν, ἀλλὰ καί, ἐὰν διάμετροι ἀχθῶσιν αἱ ΕΘΚ ΔΘΛ, τῶν πρὸς τὴν ΔΚ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν.

Διήχθω γάρ τις ἡ ΖΝ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ κάθετος ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· πεσεῖται ἐπὶ τὴν κοινὴν αὐτῶν τομήν. πιπτέτω ἡ ΖΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ. καὶ ἐπεὶ ζητῶ εἰ μείζων ἐστὶν ἡ ΖΝ τῆς ΖΔ, ζητήσω ἄρα εἰ τὸ ἀπὸ ΝΖ τοῦ ἀπὸ ΖΔ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ ΝΖ ἴσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ ΝΜΖ, τῷ δὲ ἀπὸ ΔΖ τὰ ἀπὸ ΔΜΖ· ὅτι ἄρα ἡ ΝΜ τῆς ΔΜ ἐστὶν μείζων. ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΜΘ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Ξ Α· ἔσται δὴ διάμετρος ἡ ΑΞ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔσται ἡ μὲν ΜΞ μεγίστη, ἡ δὲ ΜΑ ἐλαχίστη, ἡ δὲ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΝ τῆς ΜΔ, ὅπερ: ~

27 *κα΄. Τούτων δὴ προδεδειγμένων ἔστω δεῖξαι τὸ θεώρημα, ὅπου διὰ τοῦ πόλου καὶ τῶν ἀποτεμνομένων ἀπὸ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσων περιφερειῶν οἱ κύκλοι γράφονται.*

Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον τὸν ΑΒΓ δύο κύκλοι μέγιστοι τεμνέτωσαν πρὸς ὀρθὰς οἱ ΒΓ ΔΕ, ὧν ὁ μὲν ΒΓ τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΕ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΖΗΘ, πόλος δὲ ἔστω τῶν παραλλήλων ὁ Α, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΜ ΑΝ ΑΞ· δεῖξαι ὅτι μείζων ἡ ΜΝ τῆς ΝΞ [πρόσκειται δὲ τὸ πρὸς ὀρθάς, ἵνα γένηται τὸ πρόβλημα].

Προσαναπεπληρώσθωσαν οἱ ΒΓ ΔΕ κατὰ τὸ Λ, καὶ ἐπεὶ τετραγώνου ἡ ΔΚ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΛ, μείζων ἄρα ἐστὶν

---

6. *πεσεῖται*] *ἢ πεσεῖται* vel *πεσεῖται οὖν* coni. *Hu* 16. *τὰ* $\overline{ξα}$ A, distinx. B (*τὰ* $\bar{ξ}$ $\bar{δ}$ S) 20. $\overline{ΚΑ}$ A[1] in marg., $\overline{κβ^{ον}}$ B(S) 26 et p. 514, 10. *αἱ ΖΗ ΗΘ* Pappus perinde ac cap. 24. 30 sq. scripsisse videtur 29. 30. *πρόσκειται — πρόβλημα* interpolatori tribuit *Hu*

etiam, si diametri $\varepsilon\vartheta\varkappa$ $\delta\vartheta\lambda$ ducantur, omnium quae ad circumferentiam $\delta\varkappa$ pertingunt.

Ducatur enim quaelibet recta $\zeta\nu$, et a ζ ad planum subiectum perpendicularis *ducatur*, quae in communem sectionem planorum $\delta\zeta\varepsilon$ $\alpha\beta\gamma$ cadet (*elem. 11, 38*). Cadat in punctum μ, et iungatur $\mu\nu$. Et quia quaero, sitne $\zeta\nu$ maior quam $\zeta\delta$, quaeram igitur, sitne

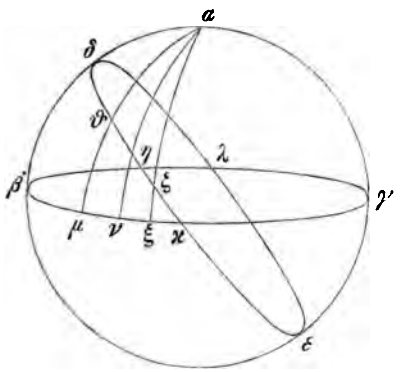
$\zeta\nu^2 > \zeta\delta^2$. Sed est $\zeta\nu^2 = \zeta\mu^2 + \mu\nu^2$, et $\zeta\delta^2 = \zeta\mu^2 + \mu\delta^2$; ergo demonstrandum est $\mu\nu^2 > \mu\delta^2$, *vel*

$\mu\nu > \mu\delta$.

Iungatur $\mu\vartheta$ et producatur ad ξ *a puncta circumferentiae*; ergo $\alpha\xi$ circuli diametrus erit, et *propter elem. 3, 7* $\mu\xi$ maxima, $\mu\alpha$ autem minima erit *omnium rectarum quae a μ ad circumferentiam ducuntur*, et ea quae centro propior est semper maior remotiore; ergo est $\mu\nu > \mu\delta$, q. e. d.

XXI. His igitur praemissis demonstrandum est theorema, in quo per polum et per *terminos* aequalium circumferentiarum ab obliquo circulo abscissarum *maximi* circuli describuntur[1]). Prop. 23

Etenim in sphaera maximum circulum $\alpha\beta\gamma$ duo maximi circuli $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$ ad rectos angulos secent, quorum alter $\beta\gamma$ sit unus parallelorum, alter autem $\delta\varepsilon$ obliquus ad parallelos, a quo abscindantur aequales circumferentiae $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$, polus autem parallelorum sit α, et describantur maximi circuli $\alpha\vartheta\mu$ $\alpha\eta\nu$ $\alpha\zeta\xi$; demonstretur circumferentiam $\mu\nu$ maiorem esse quam $\nu\xi$.



Compleantur circuli $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$, *atque invicem se secent* in punctis $\varkappa$ λ, et quia utraque circumferentiarum $\delta\varkappa$ $\delta\lambda$ quadrantis

1) His verbis apparet idem Theodosii theorema significari, de quo Pappus inde a cap. 13 huius libri agit, scilicet sphaer. 3, 6.

ἡ ΔΘ τῆς ΖΚ. ἐπεὶ οὖν δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ ΒΓΔ ΕΔΔ, καὶ ἔστιν ὁ τοῦ ΒΓΔ πόλος τὸ Δ, καὶ γεγραμμένοι εἰσὶν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΜ ΔΝ ΔΞ, καὶ ἔστιν μείζων ἡ ΔΘ τῆς ΖΚ, ἴση δὲ ἡ ΘΗ τῇ ΗΖ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΜΝ τῆς ΝΞ διὰ τὰ προδεδειγμένα, ὅπερ: ~

κβʹ. Λέγω δὴ ὅτι, ἐὰν μὴ πρόσκειται τὸ πρὸς ὀρθάς, οὐ πάντοτε γίνεται τὰ κατὰ τὴν πρότασιν.

28 Ὑποκείσθω δὴ τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἐλάσσων τετραγώνου ἡ ΚΔ· λέγω ὅτι καὶ οὕτως γίνεται τὸ πρόβλημα.

Ἀπειλήφθωσαν γὰρ ἴσαι αἱ ΖΗΘ, καὶ γεγράφθωσαν οἱ κύκλοι οἱ ΔΜ ΔΝ ΔΞ. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν τετραγώνου ἡ ΚΔ, ἡμικυκλίου δὲ ἡ ΚΔ, μείζων ἄρα τετραγώνου ἡ ΔΔ· μείζων ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΚΖ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΜΝ τῆς ΝΞ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Ἀλλὰ δὴ ὑποκείσθω ἡ ΚΔ ἐλάσσων τετραγώνου, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἴσαι αἱ ΖΗ ΗΘ· μείζων ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΚΖ καὶ ἡ ΜΝ τῆς ΝΞ.]

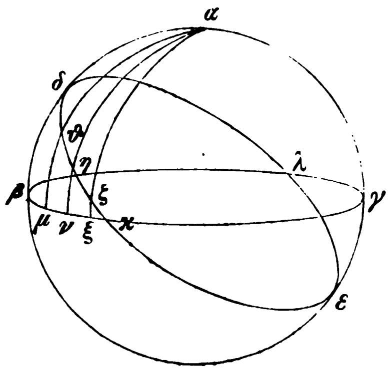
29 κγʹ. Ἀλλὰ δὴ ὑποκείσθω τὸ αὐτὸ σχῆμα, καὶ ἔστω μείζων τετραγώνου ἡ ΚΔ, καὶ ἀπειλήφθω τετραγώνου ἡ ΚΖ· ἔσονται δὴ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἴσαι ἤτοι ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ Ζ ἢ ἐπὶ τὰ Ζ Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Ζ Κ μέρη.

Ἀπειλήφθω ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ Ζ, καὶ ἔστωσαν αἱ ΖΗ ΘΖ, καὶ γεγράφθωσαν οἱ μέγιστοι κύκλοι [καὶ προσαναπεπληρώσθωσαν οἱ ΓΒ ΕΔ κύκλοι]. καὶ ἐπεὶ ἡμικυκλίου ἐστὶν ἡ ΚΔ, ἧς ἡ ΚΖ τεταρτημορίου ἐστίν, λοιπὴ ἡ ΔΖ

2. οἱ $\overline{ΒΓ}$ $\overline{ΕΔΔ}$ A (item B3 ex οἱ $\overline{βγ}$, $\overline{εδ*}$), corr. S 6. κβʹ *Hu*, ΚΓ A rec. in marg. (BS) πρόσκειται AS, πρόσκηται B (de coniunctivi forma in ει vide Buttmann, *Ausführliche Grammatik* I p. 545 ed. secund., et G. Curtium, *Studien zur griechischen und lateinischen Grammatik* vol. VII p. 100) 7. πάντοτε add. *Hu* 8. ἐλάσσων τετραγώνου] exspectamus ἐλάσσων η τετρ.; sed etiam posthac scriptor τετράγωνον brevius ponit pro τετραγώνου, i. e. τεταρτημορίου, περιφέρεια 12. μείζω A, corr. BS 14. ἡ om. AB, add. S 15. initio add. κδʹ A rec. in marg. (BS) 15. Ἀλλὰ — 17. τῆς ΝΞ del. *Co* 18. κγʹ add. *Hu* 21. τὰ $\overline{ΖΔ}$ — τὰ $\overline{ΖΚ}$ A, distinx. BS 23. 24. καὶ — κύκλοι interpolatori tribuit *Hu* 25. ἧς *Hu* pro ὧν τετάρτη μορίου A, corr. BS, item p. 516, 1 λοιπὴ BS, λοιπὸν A, λοιπὴ ἄρα coni. *Hu*

est, maior igitur est $\lambda\vartheta$ quam $\zeta\varkappa$. Iam quia duo maximi circuli $\beta\gamma\lambda$ $\varepsilon\delta\lambda$ invicem se secant, et circuli $\beta\gamma\lambda$ polus est α, et maximi circuli $\alpha\vartheta\mu$ $\lambda\eta\nu$ $\alpha\zeta\xi$ ita descripti sunt, ut $\lambda\vartheta$ maior quam $\zeta\varkappa$, $\vartheta\eta$ autem ipsi $\eta\zeta$ aequalis sit, maior igitur est $\mu\nu$ quam $\nu\xi$ propter ea quae supra (*propos.* 16) demonstrata sunt, q. e. d.

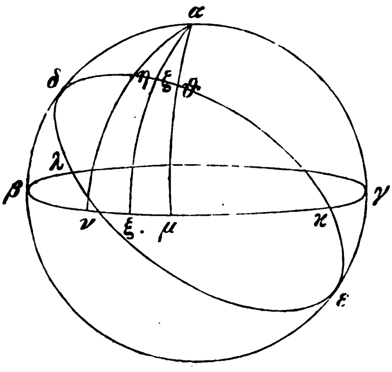
XXII. Iam dico, non additis verbis "ad rectos angulos", non in omni casu id contingere quod propositum est.



Supponantur eadem; Prop 24
sit autem $\varkappa\delta$ minor quadrante; dico etiam sic problema fieri.

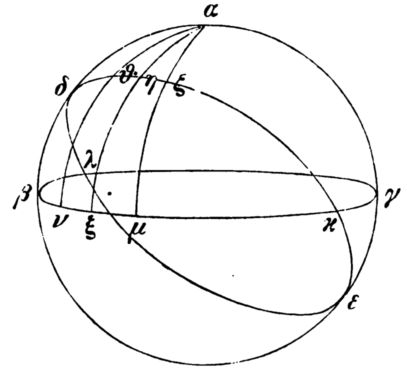
Abscindantur enim aequales circumferentiae $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$, et describantur circuli *maximi* $\alpha\vartheta\mu$ $\alpha\eta\nu$ $\alpha\zeta\xi$. Et quia $\varkappa\delta$ minor quadrante, et $\varkappa\lambda$ semicirculus est, $\lambda\delta$ igitur maior est quadrante; itaque $\lambda\vartheta$ maior quam $\varkappa\zeta$; ergo etiam *propter propos.* 16 $\mu\nu$ maior quam $\nu\xi$, q. e. d.

XXIII. Sed supponatur eadem figura; sit autem $\varkappa\delta$ maior quadrante, et abscindatur quadrans $\varkappa\zeta$; aequales igitur quae abscinduntur circumferentiae aut ad utramque partem puncti ζ erunt, aut versus punctum δ, aut versus punctum $\varkappa$. Prop. 25



Abscindantur ad utramque partem puncti ζ *aequales* circumferentiae $\zeta\eta$ $\zeta\vartheta$, et describantur, *ut supra,* maximi circuli. Et quia $\varkappa\zeta\lambda$ semicirculus, et $\varkappa\zeta$ quadrans est, reliqua τεταρτημορίου ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΖ τῇ ΖΚ. ὧν ἡ ΗΖ τῇ ΘΖ ἴση ἐστίν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΗ τῇ ΘΚ ἴση ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΝΞ τῇ ΞΜ· ὥστε, ἐὰν μείζων ᾖ τετραγώνου ἡ ΚΔ, καὶ ἀποληφθῇ τετραγώνου ἡ ΚΖ, ἔτι δὲ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ζ ἀποληφθῶσιν ἴσαι, οὐ γίνεται τὸ πρόβλημα.

30



κδ'. Ἀλλὰ δὴ ὑποκείσθω τὸ αὐτὸ σχῆμα, καὶ ἔστω τετραγώνου ἡ ΚΖ, καὶ ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐπὶ τὰ Ζ Δ μέρη αἱ ΖΗ ΗΘ, καὶ γεγράφθωσαν οἱ μέγιστοι κύκλοι. ἐπειδὴ τετραγώνου ἡ ΚΖ, μείζων ἄρα ἡ ΚΖ τῆς ΘΛ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΞΜ τῆς ΝΞ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

31 κε'. Ἀλλὰ δὴ ὑποκείσθω τὸ αὐτὸ σχῆμα, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἴσαι ἐπὶ τὰ Ζ Κ μέρη αἱ ΖΗ ΗΘ, καὶ γεγράφθωσαν οἱ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΛΘΜ ΛΖΝ ΛΗΞ. καὶ ἐπεὶ τετραγώνου ἐστὶν ἡ ΚΖ, ἀλλὰ καὶ ἡμικυκλίου ἡ ΚΛ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΛ τετραγώνου ἐστίν· ἡ ΖΛ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΖΚ [ὧν ἡ ΘΗ τῇ ΗΖ ἴση ἐστίν]· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΘ τῆς ΖΛ ἐστὶν ἐλάσσων· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΜΞ τῆς ΝΞ, ὅπερ: ~

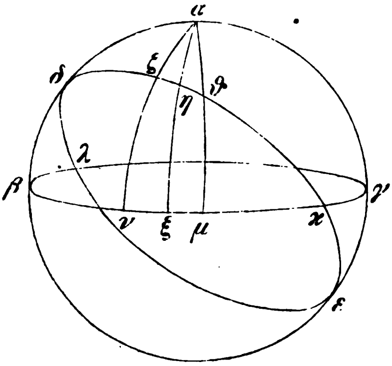
32 κς'. Ὥστε ἀποδέδεικται ὅτι, ἐὰν μὲν ὀρθοὶ τέμνωσι, πάντοτε γίνεται τὸ κατὰ τὴν πρότασιν, ἐὰν δὲ μὴ ὀρθοὶ τέμνωσιν, ἐὰν μὲν ἡ ΚΔ ἐλάσσων ᾖ [τῆς τοῦ] τετραγώνου [πλευρᾶς], πάντοτε πάλιν γίνεται τὸ κατὰ τὴν πρότασιν

---

7. *ΚΔ'* A[1] in marg., *κε'* A rec. (B), om. S 8. *αὐτὸ* add. *Hu* auctore *Co* 11. *τὰ ΖΔ* A, distinx. BS 14. *ἐπεὶ δὲ* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 19. *ΚΕ'* A[1] in marg., *κς'* A rec. (BS) 20. *τὰ ΖΚ* A, distinx. BS *αἱ ΖΗΘ* ABS, corr. *Co* (vide vs. 12) 22. 23. *ἡμικυκλίου — ἄρα* add. *Hu* 24. *ὧν — ἐστίν* del. *Hu* 26. post *ὅπερ*

igitur $\lambda\zeta$ quadrans est, ideoque $\lambda\zeta = \zeta\varkappa$. At *ex hypothesi* est $\zeta\eta = \zeta\vartheta$; restat igitur $\lambda\eta = \varkappa\vartheta$; itaque *propter propos. 15* erit etiam $\nu\xi = \xi\mu$. Ergo, si $\varkappa\delta$ maior quadrante sit, et quadrans $\varkappa\zeta$ abscindatur, atque aequales circumferentiae ad utrasque puncti ζ partes abscindantur, non fit problema.

XXIV. Sed supponatur eadem figura, sitque quadrans Prop. 26
$\varkappa\zeta$, et aequales circumferentiae $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ versus punctum δ abscindantur, et describantur, *ut supra,* maximi circuli [1]). Iam quia $\varkappa\zeta$ quadrans est, maior igitur est $\varkappa\zeta$ quam $\vartheta\lambda$; itaque *propter propos. 16* maior et $\mu\xi$ quam $\xi\nu$, q. e. d.



XXV. Sed supponatur eadem figura, et abscindantur aequales circumferentiae $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ versus punctum $\varkappa$, et describantur maximi circuli $\alpha\vartheta\mu$ $\alpha\eta\xi$ $\alpha\zeta\nu$. Et quia $\varkappa\zeta$ quadrans et $\varkappa\lambda$ semicirculus est, reliqua igitur $\zeta\lambda$ quadrans est; itaque $\zeta\lambda = \zeta\varkappa$; restat igitur $\varkappa\vartheta < \zeta\lambda$; ergo *propter propos. 16* est etiam $\mu\xi < \xi\nu$, q. e. d. Prop. 27

XXVI. Sic igitur demonstravimus, primum, si ad rectos angulos circuli $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$ se secent, utique fieri id quod propositum est, tum, si non ad rectos angulos se secent, si primum $\varkappa\delta$ minor sit quadrante, rursus propositum utique fieri;

1) Sed tamen scriptor litteras geometricas hoc et proximo theoremate paulum immutavit. Nam quoniam intererat seriem μ ξ ν ex propos. 25 retinere, in hoc theoremate maximus circulus est $\alpha\zeta\mu$, qui in superioribus propositionibus fuerat $\alpha\zeta\xi$; ac similiter cetera.

---

add. τὸ σχῆμα ABS 27 sqq.] cap. 32 aut totum a posteriore scriptore additum, aut ab ipso quidem Pappo compositum, sed passim interpolatum esse videtur 27. Κς' A¹ in marg., κζ' A rec. (BS) 28. τὸ S, τὰ AB 29. τῆς τοῦ et 30. πλευρᾶς del. *Hu* auctore *Co*, item p. 518, 1. 2 30. τὸ *Hu* pro τὰ [τοῦ στοιχείου], ἐὰν δὲ ἡ ΚΔ μείζων ᾖ [τῆς τοῦ] τετραγώνου [πλευρᾶς], οὐ πάντοτε γίνεται. ἀλλὰ ἐὰν ἀπολάβω τὴν ΚΖ τετραγώνου, ἐὰν μὲν αἱ ἀπολαμβανόμεναι περιφέρειαι ἴσον ἀπέχωσιν τοῦ Ζ, οἱ γραφόμενοι κύκλοι μέγιστοι ἴσας ἀπολήψονται τὰς μεταξὺ αὐτῶν, ἐὰν δὲ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἴσαι ἐπὶ τῆς ΖΔ ἀπολαμβάνωνται, οἱ γραφόμενοι κύκλοι διὰ τῶν πόλων ἐλάσσονα ἀπολήψονται τὴν ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς ἀπώτερον, ἐὰν δὲ αἱ περιφέρειαι ἐπὶ τῆς ΖΚ ἀπολαμβάνωνται, συμβαίνει τὸ κατὰ τὴν πρότασιν, τουτέστιν οἱ διὰ τῶν πόλων γραφόμενοι ἀπολήψονται μείζονα τὴν ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς ἀπώτερον· ὥςτε, ἐὰν μὴ ὀρθοὶ τέμνωσιν, γίνεται μὲν τὸ κατὰ τὴν πρότασιν, οὐ πάντοτε δέ (ἐὰν μὴ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἐπὶ τῆς ΖΚ ἀπολαμβάνωνται).

33 κζ΄. Ἐπειδὴ τρεῖς μόναι διαφοραὶ τῆς θέσεως τῶν μεγίστων κύκλων θεωροῦνται ἐν τῇ σφαίρᾳ (ἢ γὰρ ὀρθοὺς εἶναι δεῖ αὐτοὺς πρὸς τὸν ἄξονα ἢ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας ἢ κεκλιμένους πρὸς τὸν ἄξονα), ἐπὶ τῶν τριῶν τὰς ἀποδείξεις ποιεῖται ὁ Αὐτόλυκος.

Καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν α΄ καὶ β΄ καὶ γ΄ θεώρημα ἐπὶ τῶν προειρημένων τριῶν θέσεων τῶν κύκλων θεωρεῖται, διὰ τοῦτο καθολικῶς καὶ περιληπτικῶς ἐπ᾽ αὐτῶν τὴν ὅλην σφαῖραν παραλαμβάνει. ἐάν τε γὰρ τὸν μέγιστον κύκλον ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα ὑποθώμεθα, πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα στρεφομένης τῆς σφαίρας κύκλους γράψει παραλλήλους τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντας τῇ σφαίρᾳ, καὶ πάλιν ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὰς ὁμοίας περιφερείας

---

1. *τοῦ στοιχείου* del. *Co* 3. *ΚΖ Hu* pro $\overline{Κ\Theta}$, item vs. 4. *Ζ* pro $\overline{\Theta}$, vs. 6. *ΖΔ* pro $\overline{\Theta\Delta}$, vs. 9. *ΖΚ* pro $\overline{\Theta Κ}$ 5. *αὐτῶν Hu* pro *αὐτῶν* 6. *ἀπολαμβάνονται* AS, corr. B 7. *πολων* A² ex *πολλων* (*πόλων* B³ ex *πολλῶν*) *ἐλάσσονα Hu* pro *ἔλασσον* 8. *ἔγγειον* A, corr. BS, item vs. 11 14. *τῆς ΖΚ Hu* pro *τὴν* $\overline{\Theta Κ}$ 15. *ΚΖ'* A¹ in marg., *ΚΗ'* A rec. (BS) 19. *ὁ αὐτος κυκλος* A¹, corr. A³ 20. *τὸ μὲν πρῶτον καὶ δεύτερον καὶ τρίτον* S, ac similiter posthac 23. *μέγιστον κύκλον* add. *Hu* anctore *Co* 25. *κύκλους* — 27. *σφαίρᾳ* ipsa Autolyci verba sunt prop. 1

si autem $\varkappa\delta$ maior sit quadrante, non in omni casu fieri. Nam si quadrantem $\varkappa\zeta$ absciderim, si primum *termini* circumferentiarum abscissarum aequaliter a ζ distent, maximi circuli *per polos* descripti aequales circumferentias *in maximo parallelo* intra se comprehendent, si autem aequales circumferentiae in ipsâ $\zeta\delta$ abscindantur, circuli per polos descripti abscindent minorem eam quae primario circulo maximo propior est quam illam quae remotior; denique si circumferentiae in ipsâ $\zeta\varkappa$ abscindantur, contingit id quod est propositum, nimirum circuli per polos descripti abscindent maiorem eam quae primario circulo maximo propior est quam illam quae remotior. Ergo, si circuli $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$ non ad rectos angulos se secent, contingit id quidem quod propositum est, neque tamen in omni casu (*scilicet non contingit,* nisi si *aut* $\varkappa\delta$ *minor quadrante sit aut* aequales circumferentiae in ipsâ $\zeta\varkappa$ abscindantur).

DE AUTOLYCI THEOREMATIS.

XXVII. Quoniam tres tantummodo diversae positiones maximorum in sphaera circulorum considerantur (namque aut perpendiculares eos esse oportet ad axem, aut per polos sphaerae transire, aut ad axem inclinatos esse) sub his tribus rationibus Autolycus[1]) demonstrationes suas facit.

Et quia theoremata eius primum secundum tertium ad has tres quas diximus positiones pertinent, in iis totam omnino sphaeram breviter comprehendit. Nam sive maximum circulum axi perpendicularem supposuerimus, omnia in superficie sphaerae puncta, dum sphaera vertitur, circulos parallelos describent, qui eosdem cum sphaera polos habebunt, eaque puncta aequali tempore similes parallelorum circulorum

1) Autolyci περὶ κινουμένης σφαίρας propositiones edidit Dasypodius in "Sphaericae doctrinae propositionibus Graecis et Latinis", Argentorati 1572, p. 36—40; plenum "Autolyci de sphaera quae movetur librum' ex codice Vaticano in Latinum convertit Ios. Auria, Romae 1587; nos Graecum contextum anno 1876 ex bibliotheca Vaticana repetivimus, itaque in adnotationibus quae mox sequuntur nonnulla emendatius edimus quam apud Dasypodium leguntur.

τῶν παραλλήλων τὰ σημεῖα διεξέρχεται, καὶ [ἐπὶ τὰς περιφερείας] ἃς διεξέρχεται ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὅμοιαί εἰσιν αἱ περιφέρειαι, ἐάν τε αὐτὸν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας ἢ λοξὸν πρὸς τὸν ἄξονα ὑποθώμεθα, ταὐτὰ συμβήσεται. ἕνεκα οὖν τούτου ἐπὶ τῆς ὅλης σφαίρας ἐποιήσατο τὰς ἀποδείξεις ἐπὶ τούτων τῶν θεωρημάτων.

34 Τὸ δὲ δ' θεώρημα ἐπὶ μόνης τῆς μιᾶς θέσεως ἁρμόζει, ὅταν ὁ μέγιστος κύκλος ὀρθὸς ᾖ πρὸς τὸν ἄξονα, ὥστε πάντα τὰ λαμβανόμενα σημεῖα ἐπὶ τῆς σφαίρας μήτε ἀνατέλλειν μήτε δύνειν, ὃ καὶ χαρακτηριστικὸν καὶ ἴδιόν ἐστιν ταύτης τῆς θέσεως.

35 Τὸ δὲ ε' καὶ αὐτὸ χαρακτηριστικόν ἐστιν καὶ ἴδιον τῆς διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας· ἐπ' οὐδεμιᾶς γὰρ ἄλλης τῶν δυεῖν θέσεων πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα καὶ δύνει καὶ ἀνατέλλει, ἀλλ' ἐπὶ μόνης ταύτης.

36 Τὸ δὲ ϛ' θεώρημα χαρακτηριστικόν ἐστιν καὶ αὐτὸ τῆς λοιπῆς θέσεως τῆς λοξῆς πρὸς τὸν ἄξονα· οὐδεμία γὰρ τῶν ἄλλων θέσεων ἔχει τὸν μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον δύο κύκλων ἴσων τε καὶ παραλλήλων, καὶ τούτων τὸν μὲν ὄντα ἐν τῷ φανερῷ ἡμισφαιρίῳ διὰ παντὸς ὄντα φανερόν, τὸν δὲ ἐν τῷ ἀφανεῖ διὰ παντὸς ἀφανῆ· ἐφάψεται μὲν γὰρ πᾶς μέγιστος ἐν σφαίρᾳ κύκλος δύο κύκλων ἴσων τε καὶ παραλλήλων, ἀλλ' οὐκ ἀεὶ φανερῶν οὐδὲ ἀεὶ ἀφανῶν.

37 Πάνυ οὖν καλῶς καὶ κατὰ λόγον πρότερον τὰ καθολικὰ θεωρήματα προειπὼν [ἐν τοῖς ἐφεξῆς τρισὶ πρώτοις θεωρήμασι θεωρεῖται] μετὰ ταῦτα τὰ ἴδια καὶ χαρακτηριστικὰ τῶν εἰρημένων θέσεων ἐκτίθεται ἃ συμβαίνει γίνεσθαι ἐφ' ἑκάστης θέσεως [ἴδια], καὶ τὰ λοιπὰ ἅπερ ἐπὶ κοινῷ πάντα ἐστὶν θεωρήματα καὶ σωζόμενα ἐπὶ μιᾶς μόνης θέσεως (ἀλλὰ καὶ ἐπὶ δευτέρας) ἑξῆς τῇ τάξει τίθησιν.

38 Εὐθέως γοῦν τὸ ζ' αὐτῷ θεώρημα σώζεται ἐπί τε ὀρθῆς τῆς διὰ τῶν πόλων θέσεως καὶ ἐπὶ τῆς λοξῆς πρὸς

---

1. *ἐπὶ τὰς περιφερείας* interpolatori tribuit *Hu* 3. *αὐτὸν Hu*, *αἱ* A, *αὖ* B, om. S 8. *ἄξονα, ὥστε*] *ἀξονατο* A, *ἄξονα τὸ* B, *ἄξονα τότε* S, *ὥστε* corr. *Hu* (*nempe Co*) 25. 26. *ἐν τοῖς — θεωρεῖται*

circumferentias permeabunt, et circumferentiae, quas aequali tempore absolvent, similes erunt; sive maximum circulum per polos sphaerae sive obliquum ad axem supposuerimus, eadem contingent. Quapropter in his theorematis de tota sphaera demonstrationes suas composuit.

Quartum autem theorema ad unam tantum positionem aptum est, si maximus circulus ad axem perpendicularis sit, ita ut omnia quae in sphaera sumuntur puncta neque oriantur neque occidant, id quod huius positionis peculiare ac proprium est.

Item quintum theorema peculiare ac proprium est positionis per polos sphaerae; minime enim in reliquis duabus positionibus omnia quae sunt in superficie sphaerae puncta et occidunt et oriuntur, sed in hac una.

Item sextum theorema peculiare est alterius positionis, *videlicet* obliquae ad axem; nam in nulla alia positione maximus circulus duos aequales et parallelos circulos tangit, et ita quidem, ut eorum alter, qui est in conspicuo hemisphaerio, semper conspiciatur, alter autem, qui est in occulto, semper lateat. Omnis enim in sphaera maximus circulus duos aequales ac parallelos circulos tangit, sed eos, *praeter illum unum casum*, nec semper conspicuos nec semper latentes.

Egregie igitur et subtiliter primum generalia theoremata praemittit, tum propria et peculiaria earum quas diximus positionum, quatenus in unaquaque positione contingunt, explicat, denique reliqua omnia theoremata, quae cum in commune valeant, in una tantum positione (*interdum* tamen etiam in altera) servantur, suo deinceps ordine proponit.

Nam statim septimum eius theorema et in perpendiculari per polos positione et in ea quae ad axem obliqua est ser-

---

del. *Co* 28. *ἴδια* del. et *τὰ* add. *Hu* 28. 29. *ἐπὶ κοινωνοῦντα ἐστιν* A, *ἐπικοινωνοῦντά ἐστι* BS, *communia sunt Co*, corr. *Hu* (nam vix veri similis est coniectura *ἐπὶ κοινῷ νοούμενά ἐστιν*) 31. *γοῦν* B, *γ' οὖν* A, *οὖν* S 31. 32. *τε ὀρθῆς* et *καὶ ἐπὶ* — p. 522, 3. *λοιπῆς θέσεως* om. S τὸν ἄξονα· ἐδείξαμεν γὰρ ἡμεῖς πῶς δύναται σώζεσθαι ἐπὶ τῆς διὰ τῶν πόλων θέσεως τὸ θεώρημα. ἐπὶ μέντοι τῆς λοιπῆς θέσεως οὐ δύναται σώζεσθαι· οὔτε γὰρ ἀνατέλλει τι ἐκεῖ οὔτε δύνει.

39 Τὸ δὲ η' λέγεται θεώρημα ἐπὶ μόνης τῆς λοξῆς πρὸς τὸν ἄξονα θέσεως· ἐπὶ γὰρ τῆς θέσεως τῆς διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας τὰ ἅμα ἀνατέλλοντα σημεῖα ἅμα καὶ δύνει, καὶ τὰ ἅμα δύνοντα ἅμα καὶ ἀνατέλλει· πάντες γὰρ ἐκεῖ οἱ κύκλοι οἱ τέμνοντες τὸν ὁρίζοντα δίχα τέμνονται ὑπ' αὐτοῦ, καὶ ἡμικύκλια ὑπέρ τε τὸν ὁρίζοντα ἔχουσιν καὶ ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα, καὶ διὰ ταύτην τὴν αἰτίαν τὰ ἅμα ἀνατέλλοντα ἅμα καὶ δύνει, καὶ τὸ ἀνάπαλιν.

40 Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ θ' αὐτῷ ἐπὶ τῆς αὐτῆς θέσεως μόνης παραλαμβάνεται· βούλεται γὰρ τοὺς τοῦ αὐτοῦ ἐφαπτομένους μὴ ἄλλου τινὸς ἐφάπτεσθαι ἢ μόνου τοῦ ἀεὶ φανεροῦ.

41 Τὸ δὲ ι' ἐπί τε τῆς διὰ τῶν πόλων θέσεως σώζεται καὶ ἐπὶ τῆς λοξῆς πρὸς τὸν ἄξονα, μόνης δὲ αὐτὸς τῆς ἐπὶ τῆς λοξῆς θέσεως ἀποδείξεως ἐμνήσθη. ἡμεῖς δὲ προσαπεδείξαμεν σωζόμενον τοῦτο καὶ ἐπ' ἐκείνης τῆς θέσεως· ἐπὶ μέντοι τῆς ὀρθῆς πρὸς τὸν ἄξονα ἔφαμεν πῶς δὶς μὲν οὐκ ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, ἀεὶ δέ.

42 Ἐπὶ δὲ τοῦ ια' θεωρήματος τὴν χαλεπωτέραν εἴληφε θέσιν τὴν λοξὴν πρὸς τὸν ἄξονα ἐν τῷ λέγειν "λοξὸς ὢν πρὸς τὸν ἄξονα" καὶ "μειζόνων ἐφάπτεται ἢ ὧν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο", ἐπιστάμενος τῆς διὰ τῶν πόλων θέσεως ὑπολειπομένης ῥᾳδίαν εἶναι τὴν ἀπόδειξιν· ἐδείξαμεν γὰρ ἡμεῖς πῶς καὶ ἐπ' ἐκείνης τῆς θέσεως κατὰ πάντα τόπον τοῦ ὁρίζοντος τοῦ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ὧν ἐφάπτεται τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιεῖται.

---

19. 20. *προαπεδείξαμεν σωζομένου τούτου* ABS, corr. *Hu* 25. *τὴν λοξὴν* om. S 30. *τοῦ* (ante *μεταξὺ*) *Hu* pro *τὸν*

vatur; nam demonstravimus nos quidem etiam in positione quae est per polos theorema servari posse. Tamen in tertia positione servari non potest, quoniam illic neque oritur quidquam neque occidit.

Sed octavum theorema in una obliqua ad axem positione enuntiatur; nam in positione quae per polos sphaerae est quae puncta simul oriuntur, ea simul etiam occidunt, et quae simul occidunt, ea item simul oriuntur. Omnes enim illic circuli horizontem secantes ab eodem bifariam secantur semicirculosque et super horizontem et infra horizontem habent, ob eamque causam quae puncta simul oriuntur, ea simul etiam occidunt, et vice versa.

Similiter nonum theorema in eadem sola positione *scriptor* adsumit; vult enim circulos, qui eundem circulum tangunt, nullum alium tangere nisi eum qui semper conspicitur.

Decimum autem theorema et in ea positione quae est per polos et in illa quae obliqua ad axem est servatur; ipse tamen unius obliquae ad axem positionis demonstrationem commemoravit[1]). Nos autem praeterea demonstravimus idem etiam in altera positione servari. At vero in *tertia, videlicet* perpendiculari ad axem, exposuimus, quemadmodum circulus qui per polos transit non bis perpendicularis sit ad horizontem, sed semper.

Sed in undecimo theoremate[2]) difficiliorem positionem obliquam ad axem adsumpsit sic dicens: "obliquus ad axem" et "maiores tangit quam quos primarius tangebat"[3]), non ignorans positionis per polos, quam omisit, demonstrationem facilem esse. Etenim nos ostendimus, quemadmodum *circulus* etiam in illa positione per omnem locum horizontis, qui est inter eos parallelos quos tangit, et ortus et occasus efficiat.

1) *Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τὸν ἄξονα ὁρίζῃ τό τε φανερὸν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος ἐν μιᾷ περιφορᾷ τῆς σφαίρας δὶς ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα* Autol. prop. 10.

2) *Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τὸν ἄξονα ὁρίζῃ τό τε φανερὸν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, ἄλλος δέ τις λοξὸς μέγιστος κύκλος μειζόνων ἅπτηται ἢ ὧν ὁ ὁρίζων ἅπτεται, κατὰ πᾶσαν τὴν τοῦ ὁρίζοντος περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ὧν ἐφάπτεται τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιεῖται.* Haec nos e codice Vaticano descripsimus, cum quibus convenit Auriae interpretatio; Dasypodius autem codice mutilato et lacunoso usus est.

3) Graeca *μειζόνων — ἐφήπτετο* recte quidem ad sensum, at verbis liberius mutatis a Pappo citata sunt.

43 *Ἐπὶ δὲ τοῦ ιβʹ θεωρήματος φανερὸν ὅτι ἐπὶ μόνης τῆς λοξῆς θέσεως συμβαίνει τε καὶ ἁρμόζει.*

44 *[Δεῖ μέντοι καὶ τοῦτο μὴ ἀγνοεῖν ὅτι ὀρθοὶ μὲν πρὸς τὸν ἄξονα μέγιστοι κύκλοι πολλοὶ οὐ δύνανται ὑποστῆναι, εἷς δὲ μόνος καὶ μονογενής, διὰ δὲ τῶν πόλων τῆς σφαίρας καὶ λοξοὶ πρὸς τὸν ἄξονα ἄπειροι. καὶ οἱ μὲν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας πάντες στρεφομένης τῆς σφαίρας ἐφαρμόζουσιν ἑαυτοῖς, οἱ δὲ λοξοὶ πάντες μὲν οὐκέτι, ἐκεῖνοι δὲ μόνοι οἵτινες τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφάπτονται (ὅς παράλληλος περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ καὶ ἔτι ὀρθὸς πρὸς τὸν ἄξονα). μήποτ᾽ οὖν διὰ τοῦτο καὶ ὁ Αὐτόλυκος, ἀρχόμενος τὰ παρακολουθοῦντα ἴδια καὶ χαρακτηριστικὰ ἑκάστῃ θέσει ἐκτίθεσθαι, ἀπὸ τῆς ἁπλουστάτης καὶ πρώτης ἤρξατο θέσεως. αὕτη δέ ἐστιν ἡ τὸν μέγιστον κύκλον ἔχουσα ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα· μονογενὴς δὲ αὕτη ἐστὶν ἡ θέσις, ὡς ἔφημεν, καὶ μετακίνησιν οὐδ᾽ ἡντινοῦν ἐπιδεχομένη. μετὰ δὲ ταύτην τὴν τῇ τάξει ἁπλουστέραν. αὕτη δέ ἐστιν ἡ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, καθ᾽ ἣν, ἔφημεν, ἄπειροι μὲν δύνανται κύκλοι γράφεσθαι διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, πάντες δ᾽ ἑαυτοῖς ἐφαρμόζοντες διὰ τὸ τοὺς πόλους ἑστηκέναι καὶ μὴ μεταγίνεσθαι. ἡ δ᾽ ἄλλη θέσις ἔχει μὲν ἐπί τινων τοῦτο, ὡς ἔφημεν, ἐπὶ δέ τινων οὐκ ἔχει· ταύτῃ οὖν ταύτην μὲν τρίτην τῇ τάξει ἔθηκεν, τὴν δὲ ἑτέραν ἐν δευτέρᾳ χώρᾳ κατέταξεν.]*

45 *κηʹ. Ταῦτα μὲν οὖν εἴρηται λόγῳ περιοχῆς, ζητεῖται δ᾽ ἐν τῷ βιβλίῳ, ὅπερ ἀναγκαῖον παραμυθήσασθαι, πῶς τὰ μὴ ἔσω τοῦ ἄξονος ὄντα σημεῖα, ἀλλ᾽ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, κύκλους γράφει συμπεριαγόμενα τῇ σφαίρᾳ. εἰ μὲν γὰρ τὰ σημεῖα εἱστήκει καὶ μὴ συμπεριήγετο τῇ σφαίρᾳ, πιθανὸν ἦν τὸ λέγειν ὅτι ἡ γραμμὴ ἡ γινομένη ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὑπό τινος σημείου κύκλου ἐστὶν περιφέρεια, εἰ δ᾽ αὖ πάλιν ἥ τε σφαῖρα ἐστρέ-*

1. initio *ΚΘʹ* add. A rec. (BS) 3 sqq.] totum caput 44 manifesta interpolatoris vestigia prodit 13. *ἐκτίθεθαι* (sic) A, *ἐκτίθεται* S, corr. B 21. *ἑστηκε|κέναι* A, prius *κε* expunxit prima manus *μετάγεσθαι* coni. *Hu* 25. *κηʹ* add. *Hu*

Denique duodecimum theorema in una obliqua positione contingere et congruere apparet.

[Neque tamen hoc ignorare licet, perpendiculares ad axem maximos circulos non plures constitui posse, sed unum tantum et una ratione genitum, per polos autem sphaerae aut ad axem obliquos infinitos *numero*. Et ii quidem qui per polos sphaerae transeunt, dum sphaera vertitur, ipsi inter se congruunt[1]; obliqui autem non item omnes, sed illi tantum qui eundem parallelum tangunt (qui quidem parallelus et eosdem cum sphaera polos habet et ad axem perpendicularis est). Hac igitur de causa, nisi fallimur, Autolycus, cum ea quae cuiusque positionis propria et peculiaria sunt exponere inceperit, a simplicissima et prima initium fecit; haec autem est, quae maximum circulum perpendicularem habet ad axem. Atque haec quidem positio, ut diximus, una ratione gignitur neque ullam mutationem recipit. Deinceps eam *positionem addit* quae superiori simplicitate proxima est; haec autem est per sphaerae polos, iuxta quam innumerabiles, ut diximus, circuli per polos sphaerae describi possunt, qui omnes propterea inter se congruunt, quod poli sphaerae stabiles et motus expertes sunt. Reliqua autem positio in aliis hoc *proprium* habet, ut diximus, in aliis non habet. Quapropter hanc tertiam ex ordine posuit et illam alteram secundo loco collocavit.]

XXVIII. Haec igitur summatim dicta sunt; sed illud in hoc libro quaeritur quod probare opus sit, quomodo puncta, quae non intra axem, sed in superficie sphaerae sunt, dum unà cum sphaera circumaguntur, circulos describant. Nam si puncta starent neque cum sphaera circumagerentur, facile fidem haberes ei qui lineam in superficie sphaerae ab aliquo puncto effectam circumferentiam circuli esse diceret; vel si rursus sphaera circumageretur in eaque punctum aliquod si-

1) Id est, si unus quilibet ex his circulis, dum sphaera vertitur, ipse non moveatur, sed suo loco maneat, omnes reliqui ex ordine in circumactione sphaerae cum hoc congruunt.

φετο καὶ τὸ σημεῖον ὁμαλῶς ἐφέρετο κατ' αὐτῆς συμπεριαγόμενον αὐτῇ, ὑπολειπόμενόν μέντοι ἢ ὑπεκτρέχον κατὰ τὰ αὐτὰ τῆς σφαίρας, καὶ οὕτως ἂν εἶχέ τινα λόγον. ὑπολειπόμενόν τε γὰρ τῆς σφαίρας ἐξ ἀνάγκης τόπους μεταμεῖβον κατὰ συνέχειαν ἂν γραμμήν τινα ἐγέννα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὑπεκτρέχον δὲ τῷ αὐτῷ λόγῳ [κύκλον γράψειεν ἂν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας], μήτε δὲ ὑπολειπόμενον μήτε ὑπεκτρέχον, ἀεὶ δὲ τὸν αὐτὸν τόπον ἐπέχον ἐν τῇ σφαίρᾳ στρεφομένης αὐτῆς, θαυμαστὸν ἴσως ἂν δόξειεν πῶς κύκλον γράψειεν· ὀφείλει γὰρ τὸ γράφον περί τι γράφειν ἑστός, εἰ δὲ περὶ ὃ γράφει οὐχ ἕστηκεν, πῶς γράψει τὸ γράφον; πάντα μὲν οὖν τὰ ἐν τῇ σφαίρᾳ στρεφομένης αὐτῆς οὐχ ἕστηκεν, μόνος δὲ ὁ ἄξων ἕστηκεν, καὶ ἐπὶ τὸν ἑστῶτα ἀπὸ τοῦ φερομένου αἰεὶ σημείου κάθετος ἄγεται καὶ συμβάλλει τῷ ἄξονι δῆλον ὅτι κατά τι σημεῖον· δεῖ ἄρα τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι ἑστηκέναι, ἐπεὶ καὶ ὁ ἄξων ἕστηκεν. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν σημεῖον ἐν τῷ ἄξονί ἐστιν, ἡ δὲ ἀχθεῖσα κάθετος ἐν τῇ σφαίρᾳ, στρεφομένης τῆς σφαίρας συμπεριάγεται μὲν ἡ εὐθεῖα μετὰ τοῦ ἑτέρου πέρατος τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἕστηκεν δὲ τὸ ἐπὶ τοῦ ἄξονος. ἀνάγκη οὖν συμπεριφερομένην ταύτην τὴν εὐθεῖαν σὺν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ὃ μὲν φέρεται ἡ σφαῖρα κινουμένης αὐτῆς, καθ' ὃ δὲ πεπεράτωται ἑστώσης, καὶ μὴ μεταμειβούσης τὰ πέρατα, κατ' ἐπιπέδου φέρεσθαι. ἕστηκεν δ' ἐκεῖνο τὸ ἐπίπεδον, καθ' οὗ φέρεται [τοῦτο δὲ τὸ ἐπίπεδον οὐκ ἀλλαχόσε ἐστὶν ἢ ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον ἑστὸς ὑπόκειται, καθ' οὗ φέρεται ἡ εἰρημένη εὐθεῖα, καὶ ἔστιν εἰλημμένα ἐπ' αὐτοῦ δύο τυχόντα σημεῖα [τὰ πέρατα τῆς φερομένης εὐθείας τό τε πρὸς τῷ ἄξονι καὶ τὸ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας], δυνατὸν δέ ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφειν, δῆλον ὅτι ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ἐπὶ τοῦ ἄξονος

5. *ἂν* add. *Hu* 6. 7. *κύκλον — σφαίρας* interpolatori tribuit *Hu* 11. *ἑστώς* A(BS), corr. *Hu* 22. *συμπεριφερομένης ταύτης τῆς εὐθείας* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 23. *ὃ δὲ Hu* pro *ἃ δὲ* 25. *φέρεται ἕστηκεν ἐκεῖνο* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 26. 27. *τοῦτο δὲ — σφαίρᾳ*

mul conversum ferretur, sed id tardiorem aut celeriorem motum, quam sphaera [1]), aequabiliter haberet, etiam sic *id quod propositum est* rationem aliquam haberet. Nam et, si tardius quam sphaera punctum procederet, necessario positiones suas continuo mutans lineam quandam in sphaerae superficie describeret, et, si celerius, eodem modo; at vero, si neque relinquatur neque praecedat semperque eundem locum in sphaera, dum haec convertatur, obtineat, iure mirum videatur, quomodo circulum describere possit. Nam id quod *lineam* describit in stabili aliqua *superficie* describat necesse est; sin id, in quo describitur, instabile est, quomodo id quod describit faciat lineam? Omnia quidem in sphaera *puncta,* dum haec convertitur, locum suum mutant praeter unum axem qui *immobilis* stat; itaque apparet ad eum axem a puncto quod circumfertur semper perpendiculares duci posse easque axi in aliquo puncto occurrere. Ergo, quoniam axis stat, etiam punctum, in quo illae perpendiculares concurrunt, stare oportet. Et quoniam id punctum in axe, recta autem perpendicularis in sphaera est, eius rectae, dum sphaera convertitur, id punctum, quod est in superficie sphaerae, simul convertitur, id autem, quod est in axe, stat. Itaque cum haec recta simul cum sphaera circumagatur et, quatenus sphaera convertitur, moveatur, quatenus autem *in ipso axe* terminum habet, loco suo stet, cumque eosdem semper terminos retineat, ipsam in plano circumagi necesse est. Hoc autem planum, in quo fertur, stabile est. Ergo cum stabile planum et in hoc ea quam diximus recta inque ea duo puncta quaelibet supposita sint, atque omni centro et intervallo circulum in plano describere liceat, apparet eum circulum, cuius centrum est punctum in axe, radius autem intervallum ab

1) Apparet τῆς σφαίρας a scriptore brevius dictum esse pro his: "quam circulus parallelus in sphaerae superficie, in quo id punctum est".

---

interpolatori tribuit *Hu* 27. ἑστὼς ABS, corr. *Hu*, item p. 528, 4 29. 30. τὰ πέρατα — σφαίρας interpolatori tribuit *Hu* 29. φαινομένης S 31. ἐν add. *Hu* auctore *Co* 32. δῆλον ὅτι A^{s}BS *σημείῳ διαστήματι δὲ τῷ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημείῳ κύκλος γραφόμενος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γραφήσεται, ἐφ' οὗ ἡ εἰρημένη εὐθεῖα ἐφέρετο· τὸ ἄρα σημεῖον τὸ ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἑστὸς αἴτιον ἐγένετο τοῦ κύκλον γραφῆναι ὑπὸ τοῦ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημείου [ἀδύνατον γὰρ μὴ ἑστῶτός τινος αὐτὸν γραφῆναι]· οὐκ ἄρα δυνατὸν ἦν τὸ πρόβλημα γενέσθαι, εἰ μὴ κάθετος ἦν ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸν ἑστῶτα ἄξονα.*

46 *[Καὶ τοῦτο δὲ δεῖ εἰδέναι ὅτι, ὅτε κάθετον ἄγει ἐπὶ τὸν ἄξονα καὶ ἐκβάλλει τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τῆς καθέτου ἐπίπεδον, ὡς ἐπὶ ἑστηκυίας τῆς σφαίρας τοῦτο ποιεῖ. ἀμήχανον γάρ ἐστιν στρεφομένης τῆς σφαίρας κάθετον ἄξαι ἐπὶ τὸν ἄξονα· δεῖ γὰρ προϋποκεῖσθαι ἐπίπεδον, ἵνα ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης εὐθείας τε καὶ σημείου τυχόντος ἀπὸ τοῦ σημείου κάθετον ἀγάγωμεν ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν. φερομένου δὲ τοῦ σημείου ἐν τῷ στρέφεσθαι τὴν σφαῖραν καὶ παριόντος ἀμύθητα ἐπίπεδα, τῆς δὲ εὐθείας ἑστώσης, οὐ δύναται κάθετος ἄγεσθαι ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν, ὅταν δὲ καὶ τὸ σημεῖον στῇ καὶ ἡ εὐθεῖα, τότε νοουμένων αὐτῶν ἐν ἐπιπέδῳ δυνατὸν ἀπὸ τοῦ σημείου ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν κάθετον ἀγαγεῖν.]*

47 *κθ'. Ὅτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ τυχόντος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸν ἄξονα κάθετος ἀγομένη ἐντὸς τῆς σφαίρας αὐτῷ συμπίπτει οὕτως δειχθήσεται.*

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἧς ἄξων ὁ ΑΒ, πόλοι δὲ αὐτῆς τὰ Α Β σημεῖα, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἤχθω κάθετος ἐπὶ τὴν ΑΒ· λέγω ὅτι ἐντὸς τῆς σφαίρας τῇ ΑΒ συμπίπτει.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἔστω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἐπεὶ οὖν τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶν τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΑ· μείζων ἄρα ἡ ΕΔ τῆς

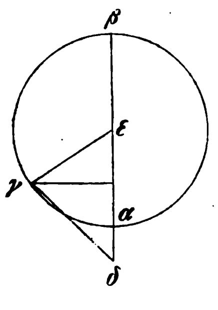
---

5. 6. *ἀδύνατον — γραφῆναι* et totum cap. 46 interpolatori tribuit *Hu* 16. *στρέφεσθαι* A² ex *στέφεσθαι* 22. *κθ'* add. *Hu*

eo puncto ad punctum superficiei, in eodem plano describi, in quo ea quam diximus recta ferebatur. Itaque punctum stabile in axe effecit, ut circulus a puncto quod est in superficie sphaerae describeretur. Ergo problema solvi non poterat, nisi ad stabilem axem recta perpendicularis deducta esset.

[Atque hoc etiam sciendum est, si quis rectam perpendicularem ad axem ducat et planum, quod per axem et eam perpendicularem transit, producat, id nisi stante sphaera fieri non posse. Nam dum sphaera convertitur, recta ad axem perpendicularis duci nequit. Necesse est enim planum antea suppositum sit, ut, cum in plano recta quaedam et quodlibet punctum sint, ab eo puncto perpendicularem ad illam rectam ducamus. Quodsi punctum unà cum sphaera conversa feratur et innumerabilia plana percurrat, illa autem recta stet, perpendicularis ad rectam duci non potest; at vero, si et punctum et recta stent, cum haec in uno plano cogitentur, ab eo puncto ad rectam perpendicularis potest duci.]

XXIX. Sed rectam, quae a quolibet in sphaera puncto perpendicularis ad axem ducitur, intra sphaeram axi occurrere sic demonstrabitur. Prop. 28



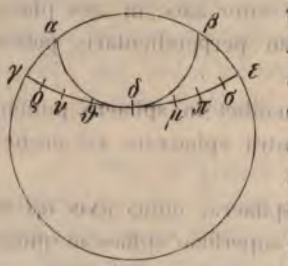
Sit enim sphaera, cuius axis $\alpha\beta$ et poli α β, et in superficie sphaerae quodlibet punctum γ sumatur, unde recta ad $\alpha\beta$ perpendicularis ducatur; dico hanc intra sphaeram ipsi $\alpha\beta$ occurrere.

Etsi non est, tamen, si fieri possit, occurrat extra *sphaeram* in puncto δ (sit igitur $\gamma\delta$ perpendicularis ad $\beta\alpha$), et sumatur sphaerae centrum ε, et iungatur $\varepsilon\gamma$. Iam quia punctum ε centrum sphaerae est, aequales sunt $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\alpha$; ita-

25. 26. πολλοὶ δὲ αὐτῆς τὰ $\overline{AB}$ A, corr. BS   30. καὶ — κάθετος interpolata potius quam a Pappo scripta esse videntur

ΕΓ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστιν τὸ ΕΓΔ καὶ μείζων ἡ ΕΔ τῆς ΕΓ, καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΓΔ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΓ μείζων ἐστίν. ὀρθὴ δ' ἡ ὑπὸ ΕΔΓ· μείζων ἄρα ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΕΓΔ· τριγώνου ἄρα τοῦ ΕΓΔ αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν μείζους εἰσίν, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἀγομένη ἐκτὸς τῆς σφαίρας αὐτῇ συμπίπτει. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ κατὰ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος τὰ Α Β· ἐντὸς ἄρα· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἀγομένη ἐντὸς πίπτει τῆς σφαίρας, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

48 *λ'. Ἐν τῷ δ' θεωρήματι ὁ Θεοδόσιος ψευδογραφεῖται. ἀποδείξας γὰρ τὴν ΝΘ ἡμέραν μείζονα τῆς ΜΠ ἡμέρας ὑπενοήθη ὡσαύτως ἀποδείξειν ὅτι καὶ ἡ προγεγενημένη νὺξ τῆς ΝΘ ἡμέρας τῆς ἐπιγινομένης νυκτὸς τῇ ΜΠ ἡμέρᾳ ἐλάσσων ἐστίν.*



Ἔστω γὰρ ἡ πρὸ τῆς Ν ἀνατολῆς δύσις ἡ Ρ, καὶ κείσθω τῇ ΡΝ ἴση ἡ ΠΣ [καθ' ὑπόθεσιν, καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου σχήματος γινόμενος ὁ λόγος]. εἰ μὲν οὖν ἐλάσσων ἦν [καὶ] ἡ ΝΘ τῆς ΜΠ, ἐγένετο ἂν αὐτῷ καὶ ὅλη ἡ ΝΔ ὅλης τῆς ΔΠ ἐλάσσων, καὶ αἱ παραλλαγαὶ τῶν ἴσων περιφερειῶν αἱ ΝΡ ΠΣ ὡσαύτως ἐπεραίνοντο. νυνὶ δέ, ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΘΔ τῆς ΔΜ μείζων δὲ ἡ ΘΝ τῆς ΜΠ, οὐκ ἔστιν φανερὸν ὅτι καὶ ὅλη ἡ ΔΝ ὅλης τῆς ΔΠ ἐλάσσων ἐστίν· δυνατὸν γάρ ἐστιν καὶ ἴσην γίνεσθαι καὶ μείζονα. μὴ οὔσης δὲ ἐλάσσονος τῆς ΔΝ οὐκέτι δυνησόμεθα λέγειν διότι ἡ ΝΡ περιφέρεια ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ παραλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἤπερ ἡ ΠΣ. ἔδει οὖν προδείξαντα

1. ἡ om. AB, add. S 7. δὴ A[1] ex δὲ 10. *δεῖξαι* Hu auctore Co pro *ποιῆσαι* 11. λ add. A rec. (BS) *ψευδογροφεται* (sic) A, *ψευδογράφεται* S, corr. B 12. τὴν $\overline{ΝΘ}$ B, post τὴν in A duae litterae paene evanidae, in S lacuna 14. τῆι $\overline{ΜΠ}$ ἡμέρας AB, τῆς $\overline{μπ}$ ἡμέρας S, corr. Hu 18. καθ' ὑπόθεσιν — 20. λόγος

que $\epsilon\delta > \epsilon\gamma$. Et quia in triangulo $\epsilon\gamma\delta$ est $\epsilon\delta > \epsilon\gamma$, angulus etiam $\epsilon\gamma\delta$ maior est angulo $\epsilon\delta\gamma$. Sed *ex hypothesi* angulus $\epsilon\delta\gamma$ rectus est; ergo angulus $\epsilon\gamma\delta$ maior quam rectus; trianguli igitur $\epsilon\gamma\delta$ duo anguli maiores sunt duobus rectis, id quod fieri nequit. Ergo recta, quae a γ ad $\alpha\beta$ perpendicularis ducitur, non extra sphaeram ipsi $\alpha\beta$ occurrit. Ac similiter demonstrabimus *eandem* non *occurrere* in axis terminis α β; ergo intra *occurrit*. Itaque recta, quae a γ ad $\alpha\beta$ perpendicularis ducitur, intra sphaeram cadit, q. e. d.

IN THEODOSII LIBRUM I DE DIEBUS ET NOCTIBUS.

XXX. Theodosium in quarto theoremate *libri primi de diebus et noctibus*[1]) *quidam* falso interpretantur. Nam cum demonstravisset diem $\nu\vartheta$ maiorem esse die $\mu\pi$ *), consentaneum erat ab eodem demonstrari etiam noctem, quae diei $\nu\vartheta$ praecessit, minorem esse nocte, quae diem $\mu\pi$ secutura est.

Sit enim ϱ occasus ante ortum ν, et ponatur $\pi\sigma = \varrho\nu$ [ex hypothesi, et fiat ratiocinatio in figura supposita]. Si igitur $\nu\vartheta$ minor esset quam $\mu\pi$, ex illius ratione etiam tota $\nu\delta$ minor fieret quam tota $\delta\pi$, et permutationes aequalium circumferentiarum $\nu\varrho$ $\pi\sigma$ similiter perficerentur. Nunc autem, quoniam $\vartheta\delta$ minor quam $\delta\mu$ et $\vartheta\nu$ maior est quam $\mu\pi$, non apparet etiam totam $\delta\nu$ tota $\delta\pi$ minorem esse. Nam fieri potest, ut et aequalis et maior sit. Quodsi $\delta\nu$ non minor sit, iam non licebit dicere circumferentiam $\nu\varrho$ minore tempore occultum *hemisphaerium* permutare quam $\pi\sigma$. Ergo a Theo-

1) Theodosii librorum duorum περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν propositiones edidit Dasypodius in "Sphaericae doctrinae propositionibus" (conf. supra p. 519 adnot. 1) p. 25—36; plenos "Theodosii Tripolitae de diebus et noctibus" libros in Latinum convertit Ios. Auria, Romae 1591. Sed de iis quae supra a Pappo disseruntur liquido iudicari non poterit ante quam Graecus contextus in lucem prodierit. Quem nos manibus tenemus, atque ex his schedis ea quae proxime sequuntur citamus.

*) Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ πρὸ τῆς Θ δύσεως ἡμέρα (id est dies $\nu\vartheta$) μείζων ἐστὶν τῆς μετὰ τὴν Μ ἀνατολὴν ἡμέρας (id est die $\mu\pi$). Theodosius manu scriptus.

---

interpolatori tribuit *Hu* 21. καὶ del. *Hu* auctore *Co* 25. ἐπεραίνοντο AB[3] Paris. 2368, ἐπερεύνοντο B[1], ἐπεφαίνοντο S *τὸν Θεοδόσιον ὅτι αἰεὶ αἱ συντιθέμεναι περιφέρειαι τῶν νυκτῶν καὶ τῶν ἡμερῶν ἐπὶ τοῦ ΔΓ μέρους τῶν συντιθεμένων περιφερειῶν ἐπὶ τοῦ ΔΕ μέρους ἐλάσσονές εἰσιν, οὕτως ἐπιλέγειν ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ δειχθήσεται ὁμοίως [ταῦτα ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου σχήματος].*

49 *λα'. Ἡμεῖς δὲ τὸ παραλελειμμένον ὑπὸ τοῦ Θεοδοσίου ἀπεδείξαμεν ἀστρονομικώτατα τοῦτον τὸν τρόπον.*

Ἀνατελλέτω γὰρ ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Ζ, δυνέτω δὲ πρὸς τῷ Η, καὶ ἔστω ἐλάσσων ἡ ΔΖ τῆς ΔΗ, καὶ πάλιν ἔστω ἡ μὲν προγεγενημένη δύσις τῆς Ζ ἀνατολῆς ἡ Θ, ἡ δὲ προγεγενημένη ἀνατολὴ τῆς Θ δύσεως ἡ Ν, ἔτι δὲ ἔστω ἡ μὲν μετὰ τὴν Η δύσιν ἀνατολὴ ἡ Κ, ἡ δὲ μετὰ τὴν Κ ἀνατολὴν δύσις ἡ Λ, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΖΘ νὺξ ἐλάσσων τῆς ΗΚ νυκτός, ἡ δὲ ΘΝ ἡμέρα μείζων τῆς ΚΛ ἡμέρας· λέγω ὅτι ὅλη ἡ ΔΝ ὅλης τῆς ΔΛ ἐλάσσων ἐστίν.

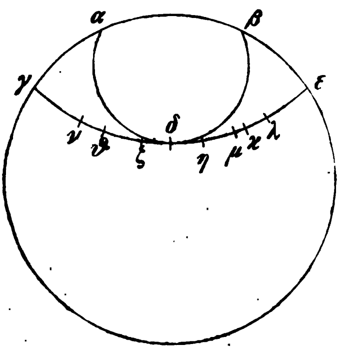
50 *Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἢ μείζων. ἔστω πρότερον ἴση. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ μὲν ΔΖ τῆς ΔΗ ἡ δὲ ΖΘ τῆς ΗΚ, ὅλη ἄρα ἡ ΔΘ ὅλης τῆς ΔΚ ἐλάσσων ἐστίν. ἔστω οὖν αὐτῇ ἴση ἡ ΔΜ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΝΔ ὅλῃ τῇ ΔΛ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΝ λοιπῇ τῇ ΜΛ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας μὲν πρὸς τῷ Ν ἔδυνε πρὸς τῷ Θ, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΝ διαπορεύεται, ἡ ΘΝ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ διαπορεύεται καὶ τὴν ἴσην τὴν ΜΛ· ἐν ἴσῳ ἄρα ὁ ἥλιος τὴν ΜΛ διαπορεύεται καὶ ἡ ΘΝ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. ἐν ἴσῳ δὲ ἡ ΘΝ παραλλάσσει τὸ φανερὸν καὶ ἡ ΛΜ (ἴσαι γὰρ οὖσαι ἴσον ἀπέχουσιν τῆς θερινῆς συναφῆς)· ἐν ἴσῳ ἄρα ὁ ἥλιος τὴν ΜΛ διαπορεύεται καὶ ἡ ΜΛ παραλλάσσει τὸ φανερόν. ἀλλ' ὁ μὲν ἥλιος τὴν ΜΛ διαπορεύεται ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΚΛ διαπορεύεται, ἡ δὲ ΜΛ παραλλάσσει τὸ φανε-*

5. *ταῦτα — σχήματος* interpolatori tribuit *Hu* 6. $\overline{\Delta\Lambda}$ A[1] in marg. (BS) 10. *προὐγεγεννημένη* (post *μὲν*) A, corr. BS, item statim posthac 12. *τὴν* $\overline{H}$ *δύσις* AB, *τοῦ* $\overline{\eta}$ *δύσις* S, corr. *Hu* auctore *Co* 17. *ἡ* $\overline{Z\Delta}$ *δὲ* ABS, corr. *Hu* 23. *τὴν* $\overline{\nu\vartheta}$ B, *τὴν* $\overline{H\Theta}$ A[s]S

dosio primum demonstrari oportebat summas circumferentiarum noctium et dierum in parte $\delta\gamma$ (*velut* $\delta\vartheta + \vartheta\nu$) semper minores esse quam summas circumferentiarum in parte $\delta\varepsilon$; tum vero idem addere debebat reliqua etiam similiter demonstratum iri.

XXXI. Nos autem id quod Theodosius omisit ratione plane astronomica demonstravimus hunc in modum.

Oriatur enim sol ad punctum ζ et occidat ad η, et sit $\delta\zeta$ minor quam $\delta\eta$, ac rursus sit occasus, qui ortum ζ praecessit, ϑ, et ortus, qui occasum ϑ praecessit, ν, ac porro sit ortus, qui occasum η sequitur, $\varkappa$, et occasus, qui ortum $\varkappa$ sequitur, λ, et sit nox $\zeta\vartheta$ minor nocte $\eta\varkappa$, diesque $\vartheta\nu$ maior die $\varkappa\lambda$; dico totam $\delta\nu$ totâ $\delta\lambda$ minorem esse. Prop. 29



Nam si non *minor sit*, aut aequalis est aut maior. Sit primum aequalis. Iam quia *ex hypothesi* $\delta\zeta$ minor est quam $\delta\eta$, et $\zeta\vartheta$ quam $\eta\varkappa$, tota igitur $\delta\vartheta$ minor est quam tota $\delta\varkappa$. Sit igitur ipsi $\delta\vartheta$ aequalis $\delta\mu$. Sed *ex hypothesi* etiam totae $\nu\delta$ $\delta\lambda$ aequales sunt; restat igitur $\vartheta\nu = \mu\lambda$. Iam quia sol, postquam ad ν ortus est, occidit ad ϑ, quo *igitur* tempore ipse circumferentiam $\nu\vartheta$ permeat, eo circumferentia $\nu\vartheta$ apertum hemisphaerium permutat. Aequali igitur tempore sol et circumferentiam $\nu\vartheta$ et ei aequalem $\mu\lambda$ percurrit; itaque aequali tempore et sol circumferentiam $\mu\lambda$ percurrit et circumferentia $\nu\vartheta$ apertum hemisphaerium permutat. Sed aequali tempore et $\nu\vartheta$ et $\mu\lambda$ apertum *hemisphaerium* permutant (quippe quae aequales sint et aequaliter ab aestivo contactu distent); aequali igitur tempore et sol circumferentiam $\mu\lambda$ percurrit et ipsa $\mu\lambda$ apertum permutat. Sed sol circumferentiam $\mu\lambda$ eodem tempore percurrit quo circumferentias $\mu\varkappa + \varkappa\lambda$, et $\mu\lambda$

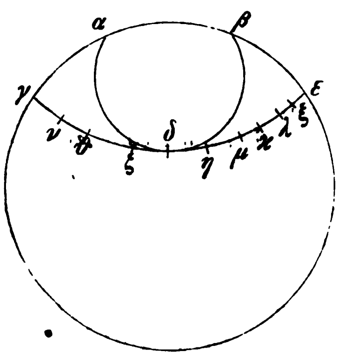
ρὸν ἐν ᾧ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΚΛ παραλλάσσει τὸ φανερόν· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΚΛ διαπορεύεται καὶ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΚΛ παραλλάσσει τὸ φανερόν. ὧν ἴσος ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ διαπορεύεται καὶ ἡ ΚΛ παραλλάσσει τὸ φανερόν [ἀνατέλλει μὲν γὰρ πρὸς τῷ Κ, δύνει δὲ πρὸς τῷ Λ]· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΜΚ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ ΜΚ ἀνατέλλει. τοῦτο δέ ἐστιν ἀδύνατον· πᾶσαν γὰρ περιφέρειαν ὁ ἥλιος ἐν πλείονι χρόνῳ διαπορεύεται ἤπερ αὐτὴ ἡ περιφέρεια ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει (τοῦτο γὰρ δείξομεν ἐχομένως)· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΝΔ τῇ ΔΛ.

51 *Ἔστω δὴ πάλιν μείζων ἡ ΝΔ τῆς ΔΛ, καὶ κείσθω τῇ ΔΝ ἴση ἡ ΔΞ, ἐτέθη δὲ καὶ ἡ ΔΘ ἴση τῇ ΔΜ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΝ λοιπῇ τῇ ΜΞ ἴση ἐστίν, καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΝ διαπορεύεται καὶ ἡ ΘΝ παραλλάσσει τὸ φανερόν. ἐν ᾧ δὲ ὁ ἥλιος τὴν ΘΝ ἐν τούτῳ καὶ τὴν ΜΞ, καὶ ἐν ᾧ ἡ ΘΝ παραλλάσσει τὸ φανερόν, ἐν τούτῳ καὶ ἡ ΜΞ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΜΞ διαπορεύεται καὶ ἡ ΜΞ παραλλάσσει τὸ φανερόν. ἀλλ' ὁ μὲν ἥλιος διαπορεύεται τὴν ΜΞ περιφέρειαν ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ [ὁ ἥλιος] ἑκάστην τῶν ΜΚ ΚΛ ΛΞ διαπορεύεται, ἡ δὲ ΜΞ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΚΛ παραλλάσσει ἡ δὲ ΛΞ δύνει [τὴν δὲ ΛΞ διαπορεύεται]. ἀλλ' ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ ΚΛ παραλλάσσει τὸ φανερόν· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΜΚ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ ΜΚ ἀνατέλλει, καὶ ὁ χρόνος ἐν ᾧ καὶ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ διαπορεύεται ἴσος τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ ΛΞ δύνει. τοῦτο δέ*

5. 6. *ἀνατέλλει — τῷ Λ* interpolatori tribuit *Hu* (nam similia aliis locis tamquam consentanea Pappus omisit) 18. *ἡ ΘΗ παραλλάσσει* ABS, corr. *Co* 22. *ὁ ἥλιος* del. *Co* 25. *τὴν δὲ ΛΞ διαπορεύεται* del. *Co* 27. *ὁ χρόνος — 30. ΛΞ δύνει*] haec sine dubio corrupta sunt atque hunc fere in modum corrigenda: *ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος*

eodem tempore apertum permutat, quo $\mu\kappa$ oritur ac $\kappa\lambda$ apertum permutat; aequali igitur tempore et sol circumferentias $\mu\kappa + \kappa\lambda$ percurrit, et $\mu\kappa$ oritur ac $\kappa\lambda$ apertum permutat. Sed tempus quo sol circumferentiam $\kappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\kappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentiam $\mu\kappa$ percurrit aequale est tempori quo $\mu\kappa$ oritur. Sed id fieri non potest; nam omnem circumferentiam sol maiore tempore percurrit quam ipsa circumferentia oritur vel rursus occidit, id quod deinceps (*propos.* 35) demonstrabimus; ergo circumferentiae $\nu\delta$ $\delta\lambda$ non sunt aequales.

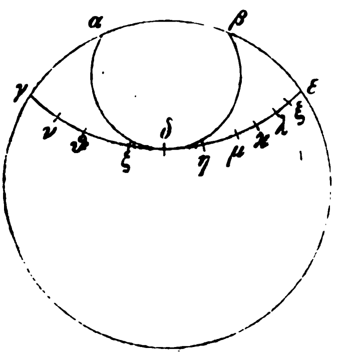
Iam vero sit $\nu\delta > \delta\lambda$, et ponatur $\delta\xi = \delta\nu$; atque posita erat etiam $\delta\mu = \delta\vartheta$; restat igitur $\mu\xi = \nu\vartheta$, et aequali tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ percurrit et ipsa $\nu\vartheta$ apertum permutat. Sed eodem tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ ac $\mu\xi$ percurrit; et quo tempore circumferentia $\nu\vartheta$ apertum permutat, eodem ipsa $\mu\xi$; ergo aequali tempore et sol circumferentiam $\mu\xi$ percurrit et ipsa $\mu\xi$ apertum permutat. Sed sol quidem circumferentiam $\mu\xi$ eodem tempore percurrit quo ipsas $\mu\kappa + \kappa\lambda + \lambda\xi$; circumferentia autem $\mu\xi$ eodem tempore apertum permutat quo circumferentia $\mu\kappa$ oritur ipsaque $\kappa\lambda$ permutat ac $\lambda\xi$ occidit. Sed tempus quo sol circumferentiam $\kappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo $\kappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentias $\mu\kappa + \lambda\xi$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\mu\kappa$ oritur ac $\lambda\xi$ occidit.



ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΛΞ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΛΞ δύνει   30. post ἴσος add. ἐστι A, sed. del. prima m.

eodem tempore apertum permutat, quo $\mu\varkappa$ oritur ac $\varkappa\lambda$ apertum permutat; aequali igitur tempore et sol circumferentias $\mu\varkappa + \varkappa\lambda$ percurrit, et $\mu\varkappa$ oritur ac $\varkappa\lambda$ apertum permutat. Sed tempus quo sol circumferentiam $\varkappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\varkappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentiam $\mu\varkappa$ percurrit aequale est tempori quo $\mu\varkappa$ oritur. Sed id fieri non potest; nam omnem circumferentiam sol maiore tempore percurrit quam ipsa circumferentia oritur vel rursus occidit, id quod deinceps (*propos.* 35) demonstrabimus; ergo circumferentiae $\nu\delta$ $\delta\lambda$ non sunt aequales.

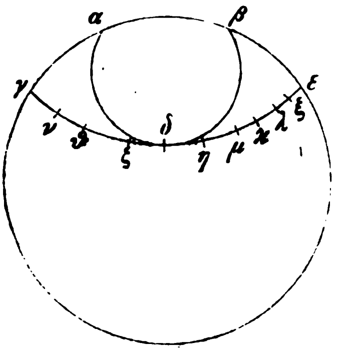
Iam vero sit $\nu\delta > \delta\lambda$, et ponatur $\delta\xi = \delta\nu$; atque posita erat etiam $\delta\mu = \delta\vartheta$; restat igitur $\mu\xi = \nu\vartheta$, et aequali tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ percurrit et ipsa $\nu\vartheta$ apertum permutat. Sed eodem tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ ac $\mu\xi$ percurrit; et quo tempore circumferentia $\nu\vartheta$ apertum permutat, eodem ipsa $\mu\xi$; ergo aequali tempore et sol circumferentiam $\mu\xi$ percurrit et ipsa $\mu\xi$ apertum permutat. Sed sol quidem circumferentiam $\mu\xi$ eodem tempore percurrit quo ipsas $\mu\varkappa + \varkappa\lambda + \lambda\xi$; circumferentia autem $\mu\xi$ eodem tempore apertum permutat quo circumferentia $\mu\varkappa$ oritur ipsaque $\varkappa\lambda$ permutat ac $\lambda\xi$ occidit. Sed tempus quo sol circumferentiam $\varkappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo $\varkappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentias $\mu\varkappa + \lambda\xi$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\mu\varkappa$ oritur ac $\lambda\xi$ occidit.



ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΛΞ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΛΞ δύνει   30. post ἴσος add. ἐστι A, sed. del. prima m.

eodem tempore apertum permutat, quo $\mu\varkappa$ oritur ac $\varkappa\lambda$ apertum permutat; aequali igitur tempore et sol circumferentias $\mu\varkappa + \varkappa\lambda$ percurrit, et $\mu\varkappa$ oritur ac $\varkappa\lambda$ apertum permutat. Sed tempus quo sol circumferentiam $\varkappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\varkappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentiam $\mu\varkappa$ percurrit aequale est tempori quo $\mu\varkappa$ oritur. Sed id fieri non potest; nam omnem circumferentiam sol maiore tempore percurrit quam ipsa circumferentia oritur vel rursus occidit, id quod deinceps (*propos. 35*) demonstrabimus; ergo circumferentiae $\nu\delta$ $\delta\lambda$ non sunt aequales.

Iam vero sit $\nu\delta > \delta\lambda$, et ponatur $\delta\xi = \delta\nu$; atque posita erat etiam $\delta\mu = \delta\vartheta$; restat igitur $\mu\xi = \nu\vartheta$, et aequali tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ percurrit et ipsa $\nu\vartheta$ apertum permutat. Sed eodem tempore sol circumferentiam $\nu\vartheta$ ac $\mu\xi$ percurrit; et quo tempore circumferentia $\nu\vartheta$ apertum permutat, eodem ipsa $\mu\xi$; ergo aequali tempore et sol circumferentiam $\mu\xi$ percurrit et ipsa $\mu\xi$ apertum permutat. Sed sol quidem circumferentiam $\mu\xi$ eodem tempore percurrit quo ipsas $\mu\varkappa + \varkappa\lambda + \lambda\xi$; circumferentia autem $\mu\xi$ eodem tempore apertum permutat quo circumferentia $\mu\varkappa$ oritur ipsaque $\varkappa\lambda$ permutat ac $\lambda\xi$ occidit. Sed tempus quo sol circumferentiam $\varkappa\lambda$ percurrit aequale est ei quo $\varkappa\lambda$ apertum permutat; ergo per subtractionem tempus quo sol circumferentias $\mu\varkappa + \lambda\xi$ percurrit aequale est ei quo ipsa $\mu\varkappa$ oritur ac $\lambda\xi$ occidit.



ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΛΞ διαπορεύεται ἴσος ἐστὶν τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ μὲν ΜΚ ἀνατέλλει ἡ δὲ ΛΞ δύνει 30. post ἴσος add. ἐστι A, sed. del. prima m.

ἐστιν ἀδύνατον (πᾶσαν γὰρ περιφέρειαν ὁ ἥλιος ἐν πλείονι χρόνῳ διαπορεύεται ἤπερ αὐτὴ ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει), ὥστε οὐκ ἂν εἴη μείζων ἡ ΝΔ τῆς ΔΛ. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΔ τῆς ΔΛ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς δειχθήσεται. τούτων οὖν προδεδειγμένων προβήσεται καὶ ἡ τοῦ Θεοδοσίου ἀπόδειξις κατὰ τὸν εἰρημένον τρόπον.

52 λβ'. Ὅτι δὲ πᾶσαν περιφέρειαν ὁ ἥλιος ἐν πλείονι χρόνῳ διαπορεύεται ἤπερ ἐκείνη ἡ περιφέρεια ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει, νῦν δείξομεν. δόξει δέ τισι φανερὸν εἶναι τοῦτο καὶ μὴ προσδεόμενον ἀποδείξεως· "ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν ἥλιος ἐνιαυτῷ τὸν κύκλον διαπορεύεται, αὐτὸς δὲ ὁ κύκλος ἐν νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ ἀνατέλλει, γίνεται ὁ χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὸν κύκλον διαπορεύεται πολλαπλάσιος τοῦ χρόνου ἐν ᾧ ὁ κύκλος ἀνατέλλει. ἐπεὶ οὖν ἐν μείζονι χρόνῳ ὁ ἥλιος τὸν ὅλον κύκλον διαπορεύεται ἤπερ αὐτὸς ὁ κύκλος ἀνατέλλει, καὶ τὰς κατὰ μέρος τοῦ κύκλου περιφερείας ἐν μείζονι χρόνῳ ὁ ἥλιος διελεύσεται ἤπερ ἐκεῖναι αἱ περιφέρειαι ἀνατελοῦσιν ἢ δύσονται. ὥστε φανερὸν τὸ προ-
53 κείμενον καὶ οὐ προσδεόμενον πλείονος ἐπισκέψεως". πρὸς οὓς ῥητέον διότι, εἰ μὲν αἱ κατὰ μέρος ἴσαι περιφέρειαι τοῦ ζῳδιακοῦ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἀνατέλλουσιν ἢ πάλιν δύνουσιν, συμφανὲς ἂν ἡμῖν ὑπῆρχεν τὸ λεγόμενον· αὐτός τε γὰρ ὁ κύκλος ὁμαλῶς ἂν ἀνέτελλεν καὶ οὕτως οἱ χρόνοι πρὸς ἀλλήλους συνεκρίνοντο, ἐπειδὴ καὶ ὁ ἥλιος ὁμαλῶς κινούμενος ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὰς ἴσας περιφερείας διέρχεται. νυνὶ δὲ τοῦ μὲν ἡλίου ὁμαλῶς διαπορευομένου τὸν κύκλον, αὐτοῦ δὲ τοῦ κύκλου ἀνωμάλως τὰς ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιουμένου οὐκ ἐξέσται ἡμῖν λέγειν ὅτι, πλείονος ὄντος τοῦ χρόνου ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὸν κύκλον διαπορεύεται ἤπερ αὐτὸς ὁ κύκλος ἀνατέλλει, πλείων ἔσται ὁ κατὰ μέρος χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιός τινα περιφέρειαν διαπορεύεται ἐκείνου τοῦ χρόνου ἐν ᾧ ἐκείνη ἡ περιφέρεια ἀνατέλλει τε καὶ δύνει.
54 τούτων δὴ τοιούτων ὑπαρχόντων οὐκέτι πρόδηλον καθέστη-

8. $\overline{\Delta B}$ A¹ in marg. (BS)   13. καὶ ἐν ἡμέρᾳ S   22. ζωδιακοῦ

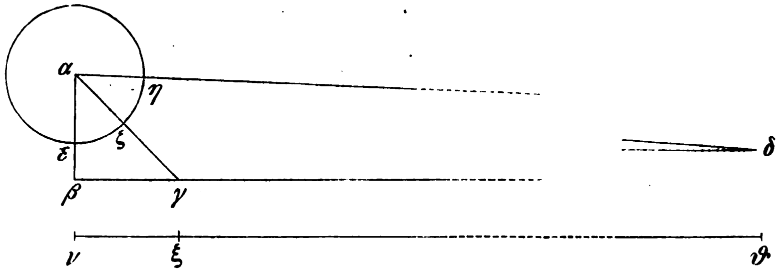
At hoc fieri non potest (namque, *ut statim diximus*, omnem circumferentiam sol maiore tempore percurrit quam ipsa oritur vel occidit); ergo non maior est $\nu\delta$ quam $\delta\lambda$. Sed eandem neque aequalem esse demonstravimus; ergo $\nu\delta$ minor est quam $\delta\lambda$. Idem similiter in reliquis ostendetur. His igitur praemissis Theodosii demonstratio ea qua diximus ratione procedet.

XXXII. Sed restat ut demonstremus omnem circumferentiam a sole maiore tempore percurri quam illa circumferentia oritur vel rursus occidit. Quamquam id nonnullis consentaneum esse neque demonstratione egere videbitur. "Quoniam enim sol annuo tempore circulum *zodiacum* percurrit, ipse autem circulus unius diei noctisque spatio oritur, tempus quo sol circulum percurrit multiplum est temporis quo circulus oritur. Iam quia sol maiore tempore totum circulum percurrit quam ipse circulus oritur, item particulares circuli circumferentias maiore tempore sol percurret quam illae orientur vel occident; quapropter id quod proponitur consentaneum est neque subtiliore inquisitione eget". Contra quos sic disserendum est: si particulares zodiaci circumferentiae, quae inter se aequales sunt, aequali tempore orirentur vel rursus occiderent, manifestum nobis esset id quod proponitur; namque et ipse circulus aequabiliter oriretur et tempora item inter se compararentur, quoniam sol, cum aequabiliter feratur, aequali tempore aequales circumferentias percurrit. Nunc vero, cum sol quidem circulum *zodiacum* aequabiliter percurrat, ipse autem circulus inaequabiliter ortus suos et occasus faciat, non licet nobis dicere, propterea quod sol maiore tempore circulum percurrat quam ipse circulus oriatur, particulariter tempus quo sol circumferentiam aliquam percurrit maius esse eo tempore quo illa circumferentia oritur vel occidit. Quae cum ita se habeant, nequaquam manifesto

---

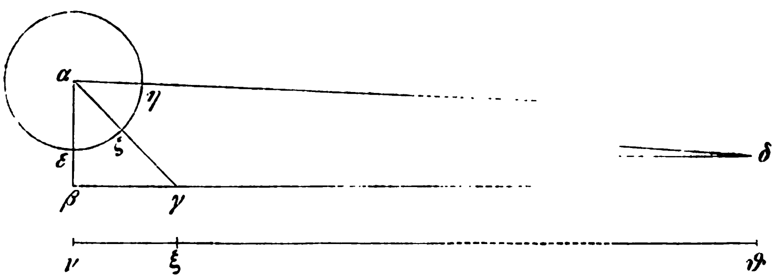
ABS 23. ὑμῖν A, ἡμεῖν B, corr. S 24. ἂν add. *Hu* 26. διεξέρχεται S, item p. 538, 4. 6 29. ἔξεστιν coni. *Hu* 34. δὴ *Hu* pro δὲ *κεν διότι πᾶσαν περιφέρειαν ὁ ἥλιος ἐν πλείονι χρόνῳ διαπορεύεται ἤπερ ἡ περιφέρεια ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει. πόθεν δὲ ὅτι οὐχὶ τὸν μὲν ὅλον κύκλον ἐν πλείονι χρόνῳ διέρχεται ἤπερ αὐτὸς ὁ κύκλος ἀνατέλλει, οἱ δὲ κατὰ μέρος χρόνοι ἐν οἷς ὁ ἥλιος ἑκάστην περιφέρειαν τοῦ κύκλου διέρχεται, ἐλάττονές εἰσιν τῶν κατὰ μέρος χρόνων, ἐν οἷς ἑκάστη τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν ἀνατέλλει; ὅτι γὰρ δυνατόν ἐστιν ἐπί τινων κινήσεων γίνεσθαι τοῦτο, φανερὸν ἐκ τούτου.*

55 *Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΔ ὀρθὴν ἔχον τὴν Β γωνίαν, καὶ* ἑκατονταπλασία συναμφότερος ἡ ΔΑ ΑΒ τῆς ΑΒ, *καὶ γεγράφθω περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος, καὶ ἐκκείσθω*



τις εὐθεῖα ἡ ΝΘ ἴση τῇ ΒΔ, καὶ διαπορευέσθω τὸ μὲν Ν σημεῖον ὁμαλῶς φερόμενον τὴν ΝΘ ἐν ὥραις δέκα, ἡ δὲ Β συμβολή, καθ' ὃ συμβάλλει ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, διαπορευέσθω τὴν ΒΔ ἐν ὥρᾳ μιᾷ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΖΓ. ἐπεὶ οὖν ἐν ᾧ χρόνῳ τὸ Ε σημεῖον τὴν ΕΗ διαπορεύεται ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ Β τὴν ΒΔ διαπορεύεται, ἐν ᾧ δὲ τὸ Ε τὴν ΕΖ ἐν τούτῳ τὸ Β τὴν ΒΓ, καὶ ἔστιν ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὸ Ε τὴν ΕΗ διαπορεύεται τοῦ χρόνου ἐν ᾧ τὸ Ε τὴν ΕΖ διαπορεύεται διπλάσιος, καὶ ὁ χρόνος ἄρα ἐν ᾧ τὸ Β τὴν ΒΔ διαπορεύεται τοῦ χρόνου ἐν ᾧ τὸ Β τὴν ΒΓ διαπορεύεται διπλάσιος. ἀλλὰ τὸ Β τὴν ΒΔ διέρχεται ἐν ὥρᾳ μιᾷ· τὸ Β ἄρα τὴν ΒΓ διελεύσεται ἐν ἡμιωρίῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΖ περιφέρεια τῇ ΖΗ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΑΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΗ· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΔΑ κεν διότι πᾶσαν περιφέρειαν ὁ ἥλιος ἐν πλείονι χρόνῳ διαπορεύεται ἤπερ ἡ περιφέρεια ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει. πόθεν δὲ ὅτι οὐχὶ τὸν μὲν ὅλον κύκλον ἐν πλείονι χρόνῳ διέρχεται ἤπερ αὐτὸς ὁ κύκλος ἀνατέλλει, οἱ δὲ κατὰ μέρος χρόνοι ἐν οἷς ὁ ἥλιος ἑκάστην περιφέρειαν τοῦ κύκλου διέρχεται, ἐλάττονές εἰσιν τῶν κατὰ μέρος χρόνων, ἐν οἷς ἑκάστη τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν ἀνατέλλει; ὅτι γὰρ δυνατόν ἐστιν ἐπί τινων κινήσεων γίνεσθαι τοῦτο, φανερὸν ἐκ τούτου.

55 Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ *ΑΒΔ* ὀρθὴν ἔχον τὴν *Β* γωνίαν, καὶ ἑκατονταπλασία συναμφότερος ἡ ΔΑ ΑΒ τῆς ΑΒ, καὶ γεγράφθω περὶ κέντρον τὸ *Α* κύκλος, καὶ ἐκκείσθω



τις εὐθεῖα ἡ *ΝΘ* ἴση τῇ *ΒΔ*, καὶ διαπορευέσθω τὸ μὲν *Ν* σημεῖον ὁμαλῶς φερόμενον τὴν *ΝΘ* ἐν ὥραις δέκα, ἡ δὲ *Β* συμβολή, καθ' ὃ συμβάλλει ἡ *ΑΒ* τῇ *ΒΔ*, διαπορευέσθω τὴν *ΒΔ* ἐν ὥρᾳ μιᾷ, καὶ τετμήσθω ἡ *ΕΗ* περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ *Ζ*, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω ἡ *ΑΖΓ*. ἐπεὶ οὖν ἐν ᾧ χρόνῳ τὸ *Ε* σημεῖον τὴν *ΕΗ* διαπορεύεται ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ *Β* τὴν *ΒΔ* διαπορεύεται, ἐν ᾧ δὲ τὸ *Ε* τὴν *ΕΖ* ἐν τούτῳ τὸ *Β* τὴν *ΒΓ*, καὶ ἔστιν ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὸ *Ε* τὴν *ΕΗ* διαπορεύεται τοῦ χρόνου ἐν ᾧ τὸ *Ε* τὴν *ΕΖ* διαπορεύεται διπλάσιος, καὶ ὁ χρόνος ἄρα ἐν ᾧ τὸ *Β* τὴν *ΒΔ* διαπορεύεται τοῦ χρόνου ἐν ᾧ τὸ *Β* τὴν *ΒΓ* διαπορεύεται διπλάσιος. ἀλλὰ τὸ *Β* τὴν *ΒΔ* διέρχεται ἐν ὥρᾳ μιᾷ· τὸ *Β* ἄρα τὴν *ΒΓ* διελεύσεται ἐν ἡμιωρίῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΕΖ* περιφέρεια τῇ *ΖΗ*, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΕΑΖ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΑΗ*· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ *ΔΑ* constat omnem circumferentiam a sole maiore tempore percurri quam ipsa circumferentia oritur vel occidit. Quid enim impedit quominus *statuamus* totum quidem circulum maiore tempore *a sole* percurri quam ipse circulus oriatur, particularia autem tempora, quibus sol singulas circuli circumferentias percurrit minora esse temporibus particularibus quibus singulae circuli circumferentiae oriuntur? Namque in quibusdam motibus hoc fieri posse ex hoc *lemmate* manifestum est.

Sit triangulum orthogonium $\alpha\beta\delta$ recto angulo β, sitque $\delta\alpha + \alpha\beta = 100\,\alpha\beta$, et circa centrum α describatur circulus $\varepsilon\zeta\eta$, et exponatur recta quaedam $\nu\vartheta = \beta\delta$, et punctum quidem ν aequabiliter procedens rectam $\nu\vartheta$ decem horis percurrat, punctum autem β, in quo scilicet rectae $\alpha\beta$ $\delta\beta$ concurrunt, ipsam $\beta\delta$ una hora percurrat, et circumferentia $\varepsilon\eta$ bifariam secetur in puncto ζ, et iuncta $\alpha\zeta$ producatur ad γ (*punctum concursûs cum recta* $\beta\delta$). Iam quia, quo tempore punctum ε circumferentiam $\varepsilon\eta$, eodem punctum β rectam $\beta\delta$, et quo tempore punctum ε circumferentiam $\varepsilon\zeta$, eodem punctum β rectam $\beta\gamma$ percurrit, et punctum ε circumferentiam $\varepsilon\eta$ duplo maiore tempore quam ipsam $\varepsilon\zeta$ absolvit[1]), ergo etiam punctum β rectam $\beta\delta$ duplo maiore tempore quam ipsam $\beta\gamma$ percurrit. Sed *ex hypothesi* punctum β rectam $\beta\delta$ una hora permeat; itaque β rectam $\beta\gamma$ dimidia hora permeabit. Et quia circumferentiae $\varepsilon\zeta$ $\zeta\eta$ aequales sunt, est etiam Prop. 30

$\angle\, \varepsilon\alpha\zeta = \angle\, \zeta\alpha\eta$; ergo *propter elem.* 6, 3

$\delta\alpha : \alpha\beta = \delta\gamma : \gamma\beta$; *itaque componendo*

1) Statuit igitur scriptor punctum ζ in circumferentia $\varepsilon\eta$ ab ε aequabiliter procedens eodem tempore ad η pervenire quo punctum γ rectam $\beta\delta$ percurrit ita, ut, si spatia aequalibus temporibus in utraque linea emensa $\zeta\zeta'$ $\gamma\gamma'$, $\zeta'\zeta''$ $\gamma'\gamma''$ etc. notentur, semper rectae sint $\alpha\zeta'\gamma'$ $\alpha\zeta''\gamma''$ etc.

---

10. καὶ ἑκατονταπλασία — τῆς AB add. *Hu* auctore *Co* 12. εὐθεῖα ἡ $\overline{NO}$ AB, corr. S 13. τὴν NO AB, corr. S 15. περιφέρειαν A, corr. BS 22 (initio). τὴν $\overline{B\Delta}$ A¹B¹, τὴν $\overline{E\Delta}$ A³B³S

*ΔΒ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ἑκατοντα-
πλασία δὲ συναμφότερος ἡ ΔΑ ΑΒ τῆς ΑΒ· ἑκατοντα-
πλασία ἄρα καὶ ἡ ΔΒ τῆς ΒΓ. ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς
τὴν ΔΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν ΘΝ πρὸς ΝΞ, ἔσται οὖν
καὶ ἡ ΝΘ τῆς ΝΞ ἑκατονταπλασία. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΒΔ
τῇ ΝΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΝΞ. ἐπεὶ οὖν τὸ Ν ὁμα-
λῶς κινούμενον διαπορεύεται τὴν ΝΘ ἐν ὥραις δέκα, τὸ
ἄρα ἑκατοστὸν αὐτῆς μέρος ἐν ὥρας δεκάτῳ διελεύσεται,
τὸ δὲ Β ἀνωμάλως κινούμενον διέρχεται τὴν ΒΓ ἐν ὥρας*
56 *ἡμίσει. δύο οὖν ὑπαρχουσῶν κινήσεων καὶ τῆς μὲν ἀνω-
μάλου τῆς δὲ ὁμαλῆς, ὁ μὲν ὅλος χρόνος ἐν ᾧ τὸ Ν τὴν
ΝΘ διέρχεται ὁμαλῶς τοῦ ὅλου χρόνου τοῦ ἐν ᾧ τὸ Β τὴν
ΒΔ διέρχεται ἀνωμάλως πλείων ἐστίν, ὁ δὲ κατὰ μέρος
χρόνος ἐν ᾧ τὸ Ν τὴν ΝΞ διέρχεται τοῦ κατὰ μέρος χρό-
νου ἐν ᾧ τὸ Β τὴν ΒΓ διέρχεται ἐλάσσων ἐστίν. ὥστε
οὐθὲν ἀπέχει καὶ ἐπὶ τῆς τοῦ ἡλίου κινήσεως καὶ τῆς τοῦ
κύκλου ἀνατολῆς τὸ αὐτὸ γίνεσθαι, τὸν μὲν ἥλιον ἐν μεί-
ζονι χρόνῳ διαπορεύεσθαι τὸν κύκλον, αὐτὸν δὲ τὸν κύκλον
ἐν ἐλάσσονι ἀνατέλλειν, πάλιν δὲ ἐκ τῶν ἐναντίων τινὰς
μὲν περιφερείας τοῦ κύκλου ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλειν,
τὸν δὲ ἥλιον αὐτὰς ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ διέρχεσθαι· μειου-
μένου γὰρ τοῦ τάχους τῆς ἀνατολῆς τοῦ κύκλου, πόθεν ὅτι
οὐχὶ μειοῦται ἐπὶ τοσοῦτον ὥστε τινὰ περιφέρειαν αὐτοῦ
ἐν μείζονι χρόνῳ ἀνατέλλειν ἤπερ ὁ ἥλιος ἐκείνην τὴν περι-
φέρειαν διέρχεται;*

57 *λγ΄. Δεῖ οὖν ἡμᾶς ἐπισκέψασθαι πότερόν ποτε τοῦ ζῳδιακοῦ τὸ τάχος τῶν ἐπ᾽ ἄπειρον αὐξομένων καὶ ἐπ᾽ ἄπειρον μειουμένων ἐστίν, ἢ τῶν ἐπ᾽ ἄπειρον μὲν αὐξομένων οὐκ ἐπ᾽ ἄπειρον δὲ μειουμένων, ἢ τῶν ἐπ᾽ ἄπειρον μὲν μειουμένων οὐκ ἐπ᾽ ἄπειρον δὲ αὐξομένων, ἢ οὔτε τῶν ἐπ᾽ ἄπειρον μειουμένων οὔτε τῶν ἐπ᾽ ἄπειρον αὐξομένων. ὅτι γὰρ περί τινα μεγέθη ταῦτα γίνεσθαι συμβαίνει, φανερὸν ἐκ τούτων.*

---

3. *ἄρα* add. S, *δὴ Hu* *ποιήσωμεν Hu* pro *ποιήσω οὖν* 4. *οὖν*] *ἄρα* coni. *Hu* 7. *διαπορεύεται τὴν Hu* pro *ὑπόκειται τῇι* 11. 12. *τὸ*

$\delta\alpha + \alpha\beta : \alpha\beta = \delta\beta : \gamma\beta$. Sed *ex hypothesi* est
$\delta\alpha + \alpha\beta = 100\, \alpha\beta$; ergo etiam

$\beta\delta = 100\, \beta\gamma$. Si igitur fecerimus $\vartheta\nu : \nu\xi = \delta\beta : \beta\gamma$, erit etiam

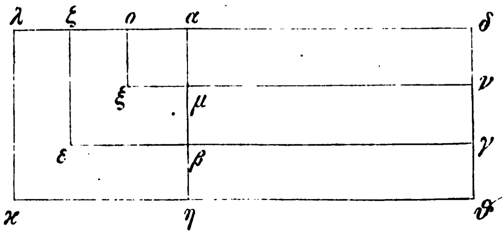
$\nu\vartheta = 100\, \nu\xi$. Et *ex hypothesi* est $\nu\vartheta = \beta\delta$; ergo etiam
$\nu\xi = \beta\gamma$.

Iam quia *ex hypothesi* punctum ν aequabili motu rectam $\nu\vartheta$ decem horis permeat, centesimam igitur eius rectae partem horae decima parte percurret; punctum autem β, quod inaequabiliter movetur, rectam $\beta\gamma$ dimidia hora percurrit. Itaque cum duo sint motus, alter aequalis, alter inaequalis, totum quidem tempus, quo punctum ν rectam $\nu\vartheta$ aequabiliter percurrit, maius est toto tempore, quo punctum β rectam $\beta\delta$ inaequabiliter; sed particulare tempus, quo punctum ν rectam $\nu\xi$ percurrit, minus est particulari tempore, quo β rectam $\beta\gamma$ permeat. Quamobrem nihil impedit, quominus in solis motu et circuli *zodiaci* ortu idem contingat, *scilicet* ut sol circulum maiore tempore percurrat, ipse autem circulus minore oriatur, et rursus e contrario quaedam circuli circumferentiae maiore tempore oriantur, sol autem eas minore tempore percurrat. Nam si velocitas, qua circulus oritur, *magis magisque* imminuitur, quid impedit, quin adeo imminuatur, ut quaedam eius circuli pars maiore tempore oriatur, quam eandem sol percurrat?

XXXIII. Ergo nobis considerandum est, sitne zodiaci velocitas ex numero eorum quae in infinitum et augeantur et minuantur, an eorum quae in infinitum quidem augeantur, neque tamen in infinitum minuantur, an eorum quae in infinitum minuantur, neque tamen in infinitum augeantur, an eorum quae neque minuantur neque augeantur in infinitum. Etenim in quibusdam magnitudinibus ea contingere ex his apparet.

$\overline{N}$ *τη* $\overline{NO}$ A, *τὸ* $\overline{\nu}$ *τὴν* $\overline{\nu o}$ B, *τὸ* $\overline{\eta}$ *τὴν* $\overline{\eta\epsilon}$ S, corr. *Co* 15. *ὥστε* etc.] $\overline{\varLambda\varGamma}$ add. A[1] in marg. (BS) 18. *δὲ το κύκλον* A, corr. BS 26. *λγ′* huc transponit *Hu* (vide ad vs. 15) 27. *ζωδιακοῦ* ABS 28. *τῶν ἐπ᾽ ἀπείρων* A, corr. BS 30. *μὲν* add. *Hu*

58 *Παντὸς γὰρ τοῦ προτεθέντος μεγέθους μείζονα γίνεται καὶ πάλιν ἐλάττονα πάντα τὰ ἐπὶ τῶν ἀδιορίστων προβλημάτων γινόμενα.*



Δυνατὸν γάρ ἐστιν περὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παντὸς τοῦ παραβεβλημένου ἤδη χωρίου ὑπερβάλλοντος τετραγώνῳ μεῖζον χωρίον παραβάλλειν ὑπερβάλλον τετραγώνῳ καὶ πάλιν ἔλασσον, καὶ τοῦτο γίνεται ἐπ' ἄπειρον. [ἐπὶ ταύτης οὖν τὸ μέγεθος τῆς παραβολῆς αὔξεται ἐπ' ἄπειρον καὶ πάλιν μειοῦται.]

59 *Τῶν δὲ ἐπ' ἄπειρον αὐξομένων οὐκ ἐπ' ἄπειρον δὲ μειουμένων ἐστὶν τὸ ἐπὶ τοῦ προγεγραμμένου τριγώνου γινόμενον.*

Ἐὰν γὰρ ᾖ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τμηθῇ δίχα ἡ ΑΓ κατὰ τὸ Ε, καὶ διαχθῇ ἀπὸ τοῦ Ε εὐθεῖα ἡ ΖΕΗ, ἔστι μεῖζον τὸ ΖΗΒ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. καὶ πάλιν ἐὰν διαχθῇ ἡ ΘΕΚ, μεῖζόν ἐστι τὸ ΒΘΚ τοῦ ΖΒΗ τριγώνου. καὶ αἰεὶ διαγομένων ἐπ' ἄπειρον τῶν εὐθειῶν αὐξηθήσεται τὸ τρίγωνον. οὐδέποτε δὲ ἡ διαχθεῖσα εὐθεῖα ποιήσει τρίγωνον ἔλασσον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. [τοῦτο οὖν τὸ μέγεθος αὔξεται μὲν ἐπ' ἄπειρον, μειοῦται δὲ οὐκέτι, ἀλλ' ἔστι τι μέγεθος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἔλασσον ὃ οὐκ ἔσται τρίγωνον.]

60 *λδ'. Τῶν δὲ ἐπ' ἄπειρον μὲν μὴ αὐξομένων ἐπ' ἄπει-*

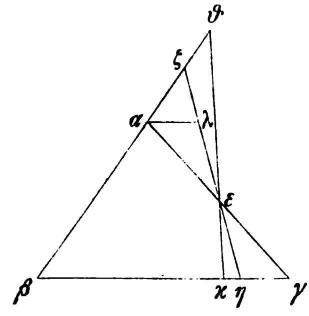
---

7. *ἐπὶ* — 9. *μειοῦται* interpolatori tribuit *Hu* 11. *γινόμενον* B, *γενόμενον* A^{s}S 19. *τοῦτο* — 22. *τρίγωνον* interpolatori tribuit *Hu* 23. *ΛΔ* A^{1} in marg. (BS)

Ex numero eorum quae in infinitum et augentur et Prop. 31
minuuntur omnes magnitudines, quaecunque in problematis indeterminatis efficiuntur, vel maiores vel rursus minores sunt omni magnitudine proposita.

Si enim ad datam rectam, *velut* $\lambda\zeta o\alpha\delta$, constructum sit rectangulum $\alpha\beta\gamma\delta$ *maiore latere* $\alpha\delta$, eique additum quadratum $\alpha\beta\varepsilon\zeta$, fieri potest, ut maius rectangulum $\alpha\eta\vartheta\delta$ unà cum maiore quadrato $\alpha\eta\varkappa\lambda$ construatur, et rursus rectangulum $\alpha\mu\nu\delta$, quod unà cum quadrato $\alpha\mu\xi o$ minus sit quam rectangulum $\alpha\beta\gamma\delta$ unà cum quadrato $\alpha\beta\varepsilon\zeta$*). Atque utrumque fit in infinitum.

Eorum vero quae in infinitum augentur, neque tamen Prop. 32
in infinitum minuuntur, est hoc quod fit in triangulo adscripto.



Etenim si sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, cuius latus $\alpha\gamma$ bifariam secetur in ε, et si, *producto latere* $\beta\alpha$, ducatur per ε *ad basim* recta $\zeta\varepsilon\eta$, triangulum $\zeta\eta\beta$ triangulo $\alpha\gamma\beta$ maius est[1]. Et rursus, si ducatur recta $\vartheta\varepsilon\varkappa$, triangulum $\vartheta\varkappa\beta$ maius est triangulo $\zeta\eta\beta$. Et semper *in productà* $\beta\alpha$ *aliis punctis remotioribus sumptis et per* ε rectis in infinitum ductis triangulum augebitur. Nunquam autem eiusmodi recta triangulum efficiet minus triangulo $\alpha\beta\gamma$**).

XXXIV. Eorum autem quae in infinitum minuuntur, ne- Prop. 33

*) Perspicuitatis causa figuram cum litteris addidimus ad eamque interpretationem verborum Graecorum, quae absque figurae ratione generaliter composita sunt, conformavimus. Ceterum conf. elem. 6, 29, Archim. de conoidibus et sphaeroid. prop. 3.

1) Ductà enim $\alpha\lambda \parallel \beta\gamma$, quia ex constructione est $\alpha\varepsilon = \varepsilon\gamma$, triangula $\alpha\varepsilon\lambda$ $\gamma\varepsilon\eta$ aequalia ac similia sunt; itaque $\Delta\, \alpha\varepsilon\zeta > \Delta\, \gamma\varepsilon\eta$; ergo etiam $\Delta\, \zeta\eta\beta > \Delta\, \alpha\gamma\beta$ (*Co*).

**) Namque etiam, si, productà $\beta\gamma$, similiter rectae per ε ducantur, maiora triangula fiunt (*Co*).

ρον δὲ μειουμένων ἐστὶ τὸ ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐναρμοζομένης εἰς τὸν κύκλον. οὐ γὰρ πάσης τῆς προτεθείσης δυνατόν ἐστιν μείζονα εἰς τὸν κύκλον ἐναρμόσαι. ἐπειδὴ γάρ ἐστιν ὡρισμένον μέγεθος τὸ τῆς διαμέτρου, ταύτης μείζονα εὐθεῖαν οὐ δυνατὸν ἐναρμόσαι· ἐπὶ μέντοι γε τὸ ἔλασσον δυνατόν ἐστιν γίνεσθαι ἐπ' ἄπειρον [πάσης γὰρ εὐθείας δυνατόν ἐστιν ἐλάσσονα ἐναρμόσαι].

Φανερὸν δὲ γίνεται τὸ λεγόμενον καὶ ἐκ τοῦ μὴ πᾶν τὸ δοθὲν παρὰ τὴν δοθεῖσαν παραβάλλεσθαι ἐλλεῖπον τετραγώνῳ· τὸ γὰρ παραβαλλόμενον χωρίον οὐκ ἐπ' ἄπειρον δυνησόμεθα αὔξοντες παραβάλλειν, ἐπειδή ἐστίν τι χωρίον, οὗ μεῖζον οὐκέτι δυνατόν ἐστιν παραβάλλειν· μειοῦντες μέντοι γε δυνησόμεθα παντὸς τοῦ προτεθέντος ἔλασσον παραβάλλειν. [θεωρεῖται γοῦν τοῦτο τὸ μέγεθος τῆς παραβολῆς ἐπ' ἄπειρον μὴ αὐξόμενον μειούμενον δὲ ἐπ' ἄπειρον.]

61 *Τῶν δὲ μήτε ἐπ' ἄπειρον δυναμένων αὔξεσθαι μήτε ἐπ' ἄπειρον μειουμένων [ἀλλ' ἐπί τινα μεγέθη ὡρισμένα, κατὰ πάντων τούτων] ἐστὶν τὸ ὑπογεγραμμένον.*

Ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κύκλοι ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α, ἄλλος δέ τις κύκλος τοῦ μὲν ἑνὸς ἐφάπτηται κατὰ τὸ Β, τὸν δὲ ἕτερον τέμνῃ κατὰ τὰ Γ Δ, καὶ ἀπὸ τῶν Γ Δ πρὸς τὰς ἁφὰς τῶν κύκλων κλασθῶσιν εὐθεῖαι αἱ ΑΔ ΓΑ ΒΓ ΒΔ, ἔστιν πασῶν τῶν κλωμένων γωνιῶν πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ ΒΕΑΖ κύκλου μεγίστη μὲν ἡ ὑπὸ ΓΑΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ὑπὸ ΓΒΔ. [ἐπὶ τούτου οὖν τὸ μέγεθος τῆς γωνίας μειούμενον οὐκ ἐπ' ἄπειρον μειοῦται, ἀλλ' ἔστιν μέγεθος γωνίας ἧς ἔλασσον οὐκέτι δύναται γενέσθαι. καὶ πάλιν αὐξομένη ἡ γωνία οὐκ ἐπ' ἄπειρον αὔξεται, ἀλλ'

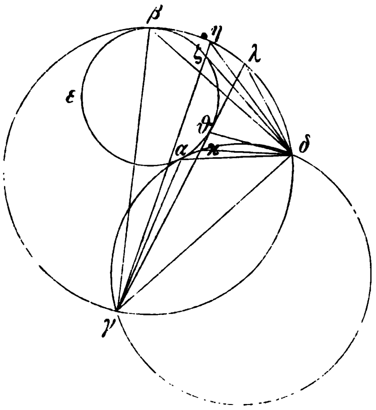
---

6. 7. *πάσης — ἐναρμόσαι* interpolatori tribuit *Hu* 8. *Φανερὸν* — 14. *παραβάλλειν*] haec quoque interpolatori potius quam ipsi Pappo tribuenda esse videntur 11. *αυξον* (sine spir. et acc.) A, *αὔξον* B, *αὔξον* S, corr. *Hu* 14. *θεωρεῖται* — 16. *ἄπειρον* et 18. 19. *ἀλλ' ἐπί* — *τούτων* interpolatori tribuit *Hu* 26. *ἡ ὑπὸ* $\overline{\Gamma}$ $\overline{B}$ $\overline{\Delta}$ A, coniunx. BS 26. *ἐπὶ* — p. 546, 2. *γενέσθαι* interpolatori tribuit *Hu* 26. *τοῦν* BSτω invito A

que tamen in infinitum augentur, est *problema* de recta quae in circulo construitur[1]. Neque enim, qualibet recta proposita, fieri potest, ut maior in circulo construatur. Nam quia diametri magnitudo definita est, recta diametro maior *in circulo* construi non potest; ad minus autem hoc fieri potest in infinitum.

Idem etiam inde apparet, quod ad datam rectam non quodvis datum *spatium*, deficiens quadrato, applicari potest. Namque, *ut Euclides docet elem. 6, 28*, spatium applicandum non in infinitum augere poterimus, quoniam est spatium aliquod, quo maius nullum aliud applicari possit; minuentes autem poterimus *spatium* minus omni proposito applicare.

Eorum denique quae neque augeri in infinitum neque minui possunt est id quod sequitur. Prop. 34



Si enim duo sint circuli in puncto α *extrinsecus* se tangentes, unum autem ex his alius circulus *intus* in puncto β tangat, alterumque in γ δ secet, et a γ δ ad contactûs puncta α β anguli $\gamma\alpha\delta$ $\gamma\beta\delta$ ducantur, omnium angulorum, qui *ex* γ δ *ducti* vertices habent in circumferentia circuli $\beta\varepsilon\alpha\zeta$, maximus est $\gamma\alpha\delta$, minimus autem $\gamma\beta\delta$ *); *itaque an-*

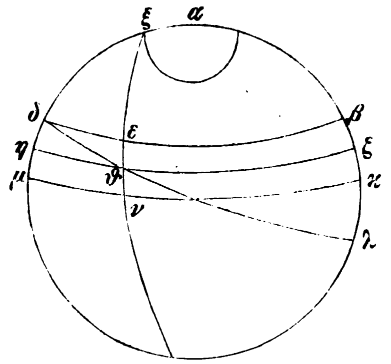
1) Quomodo eiusmodi recta ab uno diametri termino in circulo ducatur, docet Euclides elem. 4, 1, eadem quomodo diametro parallela, Pappus III propos. 43. Conf. etiam elem. 3, 7.

*) Nam si quilibet alii anguli, vertices in circumferentia $\beta\varepsilon\alpha\zeta$ habentes, velut $\gamma\zeta\delta$ $\gamma\vartheta\delta$ ducantur, facile demonstratur esse

$\angle\,\gamma\zeta\delta > \angle\,\gamma\eta\delta$, id est $> \angle\,\gamma\beta\delta$, et
$< \angle\,\gamma\alpha\delta$; atque item
$\angle\,\gamma\vartheta\delta > \angle\,\gamma\lambda\delta$, id est $> \angle\,\gamma\beta\delta$, et
$< \angle\,\gamma\kappa\delta$, id est $< \angle\,\gamma\alpha\delta$.

ἔστι τι μέγεθος γωνίας ὡρισμένον, ἧς μεῖζον οὐκέτι δύναται γενέσθαι.]

62 *λε΄. Τούτων οὖν προειρημένων ἀποδείξομεν νῦν ὅτι τοῦ ζῳδιακοῦ τὸ τάχος μειούμενον οὐδέποτε ἔλασσόν ἐστιν τοῦ τάχους τοῦ ἡλίου, ἀλλ' ἀεὶ τὴν τυχοῦσαν περιφέρειαν τοῦ ζῳδιακοῦ ὁ ἥλιος ἐν μείζονι χρόνῳ διέρχεται ἤπερ ἐκείνη ἀνατέλλει ἢ πάλιν δύνει.*



Ἔστω γὰρ ὁρίζων μὲν ὁ ΑΒ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΒΕΔ, ζῳδιακὸς δὲ ὁ ΔΘΛ, μέγιστος δὲ τῶν παραλλήλων ὁ ΚΝΜ, καὶ ἔστω ἡ ἀρχὴ τοῦ καρκίνου ἐπὶ τῆς δύσεως, καὶ ἀπειλήφθω τυχοῦσά τις περιφέρεια τοῦ ζῳδιακοῦ ἡ ΔΘ· λέγω ὅτι ἐν μείζονι χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΘ περιφέρειαν διέρχεται ἤπερ ἡ ΔΘ δύνει.

Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Θ μέγιστος κύκλος ἐφαπτόμενος τοῦ ἀρκτικοῦ ὁ ΘΞ, καὶ ἐπεὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ θερινοῦ κύκλου διάμετρον λόγον ἔχει δυνάμει ὃν τὰ χκθ΄ πρὸς τὰ φκθ΄ (ἐπείπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ τροπικοῦ λόγον ἔχει μήκει πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ τροπικοῦ ὃν τὰ ι΄ πρὸς τὰ κγ΄), ἐλάσσων ἄρα ἢ διπλασία ἐστὶν ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος τῆς τοῦ τροπικοῦ διαμέτρου· ἡ ἄρα διπλασία τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τῆς τοῦ τροπικοῦ διαμέτρου. ἡ δὲ διπλασία τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ ΒΕΔ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΜΝ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΘ περιφέρειαν, ὡς ἔστι τῶν σφαιρικῶν τοῦ γ΄ βιβλίου θεωρήματι ιβ΄· πολλῷ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ
63 *ΜΝ περιφέρεια τῆς ΔΘ περιφερείας. καὶ ἐπεὶ τὸ τοῦ κόσμου τάχος τοῦ τοῦ ἡλίου τάχους μεῖζόν ἐστιν ἢ τετρα-*

guli intra positi, velut $\gamma\zeta\delta$ $\gamma\vartheta\delta$, *ultra hos terminos neque augeri possunt neque minui*[1]).

XXXV. His igitur praemissis iam demonstrabimus zodiaci velocitatem, quantumcunque imminuatur, nunquam solis velocitate minorem esse, sed quamlibet zodiaci circumferentiam a sole permeari maiore tempore quam illa ipsa oritur vel rursus occidit. Prop. 35

Sit enim horizon $\alpha\beta$, aestivus tropicus $\beta\varepsilon\delta$, zodiacus $\delta\vartheta\lambda$, maximus parallelorum $\varkappa\nu\mu$, et sit δ principium cancri in occasu, et abscindatur quaelibet zodiaci circumferentia $\delta\vartheta$; dico circumferentiam $\delta\vartheta$ a sole maiore tempore permeari quam ipsa $\delta\vartheta$ occidit.

Describatur enim per ϑ maximus circulus $\vartheta\xi$ arcticum *circulum* contingens, et quia quadratum diametri sphaerae ad quadratum diametri aestivi tropici proportionem habet 629 : 529 (quoniam recta a sphaerae centro ad tropici centrum *ducta* ad radium tropici proportionem habet 10 : 23), sphaerae igitur diametrus minor est quam dupla tropici diametrus[2]). Ergo dupla sphaerae diametrus minor est quam quadrupla tropici diametrus. Sed dupla sphaerae diametrus ad circuli $\beta\varepsilon\delta$ diametrum maiorem proportionem habet quam circumferentia $\mu\nu$ ad circumferentiam $\delta\vartheta$, ut est in *Theodosii* sphaericorum libri III theoremate 12; multo igitur circumferentia $\mu\nu$ minor est quam quadrupla circumferentia $\delta\vartheta$. Et quoniam mundi velocitas maior est quam quadrupla solis velo-

1) Ergo hoc quoque demonstratum esse scriptor supponit, esse $\angle\,\gamma\vartheta\delta > \angle\,\gamma\zeta\delta$, atque omnino angulum, cuius vertex in circumferentia $\alpha\zeta\beta$ (vel $\alpha\varepsilon\beta$) propior est puncto α, maiorem esse angulo, cuius vertex remotior.

2) Apparet proportionem diametri sphaerae ad diametrum tropici a scriptore sumi $= \sqrt{629} : \sqrt{529} = 25{,}08 : 23$; qua tamen ratione et hoc et reliqua quae supra posuit ex Ptolemaei tabulis (quibus sine dubio usus est) derivaverit, hic breviter explicari non potest.

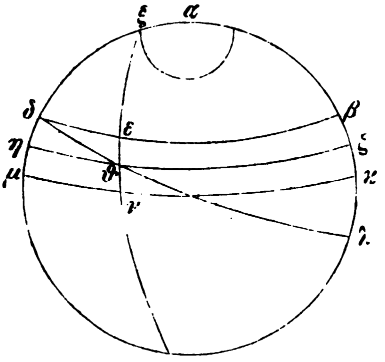
3. $\overline{\lambda\varepsilon}$ A[1] in marg. (BS) 4. ζωιδιακοῦ A, ζωδιακοῦ BS, item vs. 6. 16 10. ζωιδιακὸς A, ζωδιακὸς BS 13. ἔστω ἡ] ἔστω Δ coni. *Hu*

πλάσιον, καὶ ὁ μὲν κόσμος διὰ τοῦ ΚΝΜ κύκλου φέρεται ὁ δὲ ἥλιος διὰ τοῦ ΔΘΛ, ἐν ᾧ ἄρα ὁ ἥλιος τὴν ΘΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν τούτῳ τὸ Ν μείζονα τῆς ΝΜ περιφέρειαν διέρχεται (ἐπειδὴ τὸ Ν ἰσοταχῶς φέρεται τῷ κόσμῳ)· ἐν μείζονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΘ περιφέρειαν διαπορεύεται ἤπερ τὸ Ν ἐπὶ τὸ Μ παραγίνεται. γεγράφθω δὴ διὰ τοῦ Θ παράλληλος κύκλος ὁ ΗΘΖ. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ Ν ἐπὶ τὸ Μ παραγίνεται καὶ τὸ Θ ἐπὶ τὸ Η (ὅμοιαι γάρ εἰσιν αἱ ΝΜ ΘΗ περιφέρειαι)· ἐν μείζονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΘ περιφέρειαν διαπορεύεται ἤπερ τὸ Θ ἐπὶ τὸ Η παραγίνεται. ἐν ᾧ δὲ τὸ Θ ἐπὶ τὸ Η παραγίνεται, ἡ ΔΘ δύνει· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΘ περιφέρειαν διαπορεύεται ἤπερ ἡ ΔΘ δύνει. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ ΔΘ δύνει καὶ ἴση καὶ ἀπεναντίον ἡ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἀνατέλλει. καὶ ἴσας οὔσας αὐτὰς ὁ ἥλιος ἐν ἴσῳ χρόνῳ διαπορεύεται· ὥστε καὶ ἐν πλείονι χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν μετὰ τὸν αἰγόκερω περιφέρειαν δίεισιν ἤπερ ἐκείνη ἀνατέλλει. πεποίημαι δὲ τὸν λόγον ἐπὶ τούτων τῶν ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ περιφερειῶν, ἐπειδὴ ἡ μὲν δοκεῖ ἐν πλείστῳ
64 *χρόνῳ δύνειν, ἡ δὲ ἐν πλείστῳ ἀνατέλλειν. ἐπεὶ δ' ἡ ἀπὸ τῆς συναφῆς τοῦ καρκίνου ἐν πλείστῳ χρόνῳ δύνουσα πασῶν τῶν λοιπῶν περιφερειῶν τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου δέδεικται, αὕτη δὲ δέδεικται ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ δύνουσα ἤπερ ὁ ἥλιος αὐτὴν δίεισιν, πολὺ μᾶλλον οὖν αἱ λοιπαὶ ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ δύσονται ἤπερ ὁ ἥλιος αὐτὰς δίεισιν. πάλιν ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τῆς συναφῆς τοῦ αἰγόκερω περιφέρεια ἐν πλείστῳ χρόνῳ ἀνατέλλει πασῶν τῶν λοιπῶν περιφερειῶν τοῦ ζῳδιακοῦ, δέδεικται δὲ ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ ἀνατέλλουσα*

---

2. *τὴν* $\overline{ΘΔ}$ A[1]B, sed in A *Δ* mutatum in *Λ* (incertum, qua manu), unde *τὴν* $\overline{θλ}$ S 8. *ἐπὶ τὸ* $\overline{N}$ (ante *ὅμοιαι*) AS, corr. B 9. *αἱ* $\overline{NM}$ $\overline{ΘN}$ ABS, corr. *Co* 12. post *πλείονι* add. *ἐν ὧι* ABS, del. *Hu* auctore *Co* 13. 14. *ἐν ἴσω δὲ χρόνωι ἡ* $\overline{ΔΘ}$ add. A² in marg. (BS) 15. *αἰγόκερω* AB, *αἰγόκερων* S, item vs. 17 18. *ἐπὶ* (ante *τοῦ ζῳδιακοῦ*) delendum esse videtur 19. *ζωιδιακοῦ* A, *ζωδιακοῦ* BS, item vs. 22. 28 et p. 550, 2 20. *ἐπειδὴ ἡ* AB, *ἐπειδὴ* S, *cum igitur Co*,

citas, ac mundus quidem per circulum $\varkappa\nu\mu$, sol autem per $\delta\vartheta\lambda$ fertur, quo igitur tempore sol circumferentiam $\delta\vartheta$ percurrit, eodem punctum ν maiorem quam $\nu\mu$ circumferentiam pertransit (quia ν eadem ac mundus velocitate fertur); maiore igitur tempore sol circumferentiam $\delta\vartheta$ percurrit quam punctum ν ad μ pervenit. Iam per ϑ parallelus circulus $\eta\vartheta\zeta$ describatur. Sed quia circumferentiae $\nu\mu$ $\vartheta\eta$ similes sunt, aequali tempore ν ad μ et ϑ ad η perveniunt: maiore igitur tempore sol circumferentiam $\delta\vartheta$ percurrit quam punctum ϑ ad η pervenit. Sed quo tempore ϑ ad η pervenit, eodem circumferentia $\delta\vartheta$ occidit; maiore igitur tempore sol circumferentiam $\delta\vartheta$ percurrit quam ipsa $\delta\vartheta$ occidit.

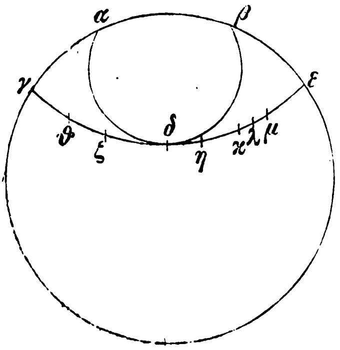


Sed aequali tempore et circumferentia $\delta\vartheta$ occidit et circumferentia aequalis eique opposita, quae est post capricornum, oritur. Et quoniam aequales sunt, sol eas aequali tempore percurrit; itaque maiore tempore circumferentiam illam, quae est post capricornum, permeat quam ipsa oritur. Atque in his equidem zodiaci circumferentiis demonstrationem feci, quoniam altera maximo tempore occidere, altera maximo oriri videtur (*Eucl. phaen. 12. 13*). Sed quia circumferentia (*velut* $\delta\vartheta$), quae est a contactu cancri, maiore tempore quam omnes reliquae zodiaci circumferentiae occidere demonstrata est, haec ipsa autem minore tempore occidere demonstrata est quam a sole permeatur, multo igitur minore tempore reliquae circumferentiae occident quam a sole permeantur. Rursus quia circumferentia, quae est a contactu capricorni, maiore tem-

---

corr. *Hu* 23. *αὕτη δὲ δέδεικται* add. A² in [illegible]] *ἄρα* coni. *Hu* ἤπερ ὁ ἥλιος αὐτὴν διέρχεται, πολὺ μᾶλλον ἄρα αἱ λοιπαὶ τοῦ ζῳδιακοῦ περιφέρειαι ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ ἀνατελοῦσιν ἤπερ ὁ ἥλιος αὐτὰς διέρχεται, ὅπερ: ~

65 λς΄. Ἐὰν δὲ τὸ μὲν Ζ ᾖ δύσις, ᾖ δὲ τὸ Η ἀνατολή, ἔσται ὁ τῆς ΖΗ περιφερείας χρόνος, ἐν ᾧ αὐτὴν ὁ ἥλιος διέρχεται, νυκτός. ὅτι δὲ ἀνίσων οὐσῶν τῶν ΖΔ ΔΗ αἱ γίνεται μέσης νυκτὸς ἡ τροπή, δῆλον [διότι ἄνισός ἐστι καὶ ὁ χρόνος τῆς ΖΔ ἣν δίεισιν ὁ ἥλιος]. ὅτι δὲ καὶ μεγίστη ἐστὶν ἡ ΖΔΗ [περιφέρεια] νὺξ πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ οὗ ἀρχὴ ἡ θερινὴ τροπή, δῆλον, ἐπεὶ ἐν πλείστῳ
66 ἡ ΖΔΗ παραλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. ἔστω δὴ δεῖξαι καὶ τὰ ἐφ᾽ ἑκάτερα, καὶ ἔστω πρῶτον μείζων ἡ ΖΔ τῆς ΔΗ, καὶ ἔστω ἀνατολὴ ἡ πρὸ τῆς Ζ δύσεως τὸ Θ, καὶ τῇ ΖΘ ἴση ἡ ΚΗ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΖΘ ΚΗ διαπορεύεται. ἀλλ᾽ ἐν ᾧ τὴν ΖΘ διαπορεύεται, ἡ ΖΘ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἐν ἐλάσσονι δὲ χρόνῳ ἡ ΖΘ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον τῆς ΚΗ· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΚΗ δίεισιν ἤπερ ἡ ΚΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον· ἐν ᾧ ἄρα ἡ ΚΗ παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος μείζονα τῆς ΚΗ περιφερείας περιφέρειαν διελεύσεται. διεληλυθέτω τὴν ΗΛ· τοῦ ἄρα Κ σημείου ὄντος ἐπὶ δυσμὰς ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Λ ὢν ἐστιν ὑπὲρ γῆν. ἵν᾽ οὖν ἐπὶ τῆς δύσεως γένηται, προσδιελεύσεταί τινα περιφέρειαν. προσδιερχέσθω τὴν ΛΜ· ἐν ᾧ ἄρα ἡ ΗΜ ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἐν



2. ἀνατέλλουσιν ABS, corr. *Hu* 3. ὅπερ] ο A, om. BS 4. Λς A[1] in marg. (BS) 7. 8. διότι — ἥλιος et 9. περιφέρεια interpolatori tribuit *Hu* 15. ἡ πρὸ add. *Hu* 20. ἡ ΖΘ A[s]S, ἡ ζη B cod. *Co* 32. post ἄρα add χρόνῳ S

pore oritur quam omnes reliquae zodiaci circumferentiae, haec ipsa autem minore tempore oriri demonstrata est quam a sole permeatur, multo igitur minore tempore reliquae zodiaci circumferentiae orientur quam a sole permeantur, q. e. d.

XXXVI. Quodsi ζ sit occasus, et η ortus, nocturnum tempus erit, quo sol circumferentiam $\zeta\eta$ permeat[1]. Iam vero apparet, si circumferentiae $\zeta\delta$ $\delta\eta$ inaequales sint, conversionem non fieri media nocte. Atque item apparet noctem $\zeta\delta\eta$ maximam esse omnium in annuo tempore, cuius initium est aestiva conversio, quoniam circumferentia $\zeta\delta\eta$ maximo tempore occultum hemisphaerium permutat[2]. Tamen utrumque iam *peculiariter* demonstretur. Prop. 36 *)

Sit primum $\zeta\delta$ maior quam $\delta\eta$, et sit ϑ ortus qui occasum ζ antecedit, et ipsi $\zeta\vartheta$ aequalis $\eta\varkappa$; aequali igitur tempore sol circumferentias $\zeta\vartheta$ $\varkappa\eta$ percurrit. Sed quo tempore *sol* circumferentiam $\zeta\vartheta$ percurrit, ipsa $\zeta\vartheta$ apertum hemisphaerium permutat; minore autem tempore circumferentia $\zeta\vartheta$ quam $\varkappa\eta$ apertum hemisphaerium permutat; ergo minore tempore sol circumferentiam $\varkappa\eta$ permeat quam ipsa $\varkappa\eta$ apertum hemisphaerium permutat. Itaque quo tempore $\varkappa\eta$ apertum hemisphaerium permutat, sol maiorem quam $\varkappa\eta$ circumferentiam percurret. Percurrat ipsam $\eta\lambda$; si igitur punctum $\varkappa$ *iam* pervenerit ad occasum, sol in puncto λ *adhuc* super terram est. Ut igitur ad occasum perveniat, aliam insuper circumferentiam percurret. Percurrat ipsam $\lambda\mu$; quo igitur tempore $\eta\mu$ apertum hemisphaerium permutat, eodem sol ipsam $\eta\mu$ per- Prop. 37

*) Hunc propositionis numerum a Commandino traditum, ne plura turbarentur, retinuimus, qui rectius omissus esset.

1) Χρόνον ἡμέρας καλεῖ (Θεοδόσιος) τὸν ἀπὸ ἀνατολῆς ἕως δύσεως, νυκτὸς δὲ τὸν ἀπὸ δύσεως ἕως ἀνατολῆς. Commentator Theodosii de diebus et noctibus initio libri primi.

2) Quae manifesta esse scriptor hoc loco declarat, eorum accurata demonstratio repeti potest ex Theodosii de diebus et noct. I prop. 4, idque Pappum neutiquam fefellit; sed ille alia insuper addenda esse existimavit. Quo de argumento apte disseri non poterit, nisi Theodosii libri in lucem erunt editi.

τούτῳ καὶ ὁ ἥλιος τὴν ΗΜ διέρχεται. καὶ ἔστι μείζων ἡ ΜΗ τῆς ΖΘ, ὥστε μείζονές εἰσιν αἱ ἡμέραι αἱ ἐν τῷ
67 ΔΕ ἡμικυκλίῳ τῶν ἐν τῷ ΓΔ ἡμικυκλίῳ. [τοῦτο μὲν οὖν δεικνύοιτ᾽ ἂν ὥσπερ ἐν τῷ στοιχείῳ δείκνυται, ἐπεὶ δὲ μείζων μὲν ἡ ΖΔ τῆς ΔΗ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΖΘ τῆς ΗΜ, ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΔΜ οὐκ ἔχει σύγκρισιν, ὥστε ἡ ἀπόδειξις οὐ προβήσεται ὡσαύτως, ἂν μὴ δείξωμεν τὰς συναμφοτέρας ἐν τῷ ΔΓ τμήματι ἡμέρας τε καὶ νύκτας τῶν συναμφοτέρων ἐν τῷ ΔΕ τμήματι ἡμερῶν τε καὶ νυκτῶν μείζονας.] δεῖ οὖν ἡμᾶς τῇ προγεγραμμένῃ ἀποδείξει χρῆσθαι ἵνα καὶ αἱ νύκτες συγκριθῶσιν.

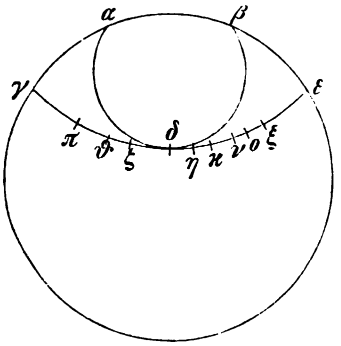
68 Ἔστω οὖν ἡ πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις τὸ Π, καὶ κείσθω τῇ μὲν ΖΔ ἴση ἡ ΔΚ, τῇ δὲ ΠΖ ἴση ἡ ΚΞ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΠΖ τῇ ΚΞ, ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος ἑκάστην αὐτῶν δίεισιν. ἐν ᾧ δὲ τὴν ΖΠ, κόσμου περιστροφή ἐστιν καὶ τῆς ΖΠ δύσις. ὁ δὲ χρόνος ἐν ᾧ ἡ ΚΞ ἀνατέλλει ἴσος τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ ΠΖ δύνει· ὁ ἄρα χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΞ δίεισιν, ὅς ἐστιν κόσμου περιστροφή, καὶ τῆς ΚΞ περιφερείας ἀνατολή. μείζων δὲ ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὴν ΚΗ διέρχεται ὁ ἥλιος τοῦ χρόνου τῆς ἀνατολῆς τῆς ΚΗ· ὁ ἄρα χρόνος ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΗΞ διέρχεται μείζων ἐστὶν κόσμου περιστροφῆς καὶ τῆς ἀνατολῆς τῆς ΞΗ· ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ΗΞ ἀνατολῇ ὁ ἥλιος ἐλάσσονα τῆς ΞΗ περιφέρειαν διελεύσεται. διεληλυθέτω τὴν ΗΟ· τοῦ Ξ ἄρα ὄντος ἐπ᾽ ἀνατολῆς ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Ο ὢν προανατεταλκὼς ἔσται, ὥστε ἐν ᾧ ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς γίνεται ἐλάσσονα τῆς ΗΟ διελεύσεται. ἔστω ἡ ΗΝ· ὥστε τὸ Ν ἀνατολικὸν ἔσται σημεῖον τὸ μετὰ τὴν Η ἀνατολήν,

---

1. ἥλιος S, ☉ A, ʺΘ B, item vs. 18   3. τῶν ἐν τῶι ΔΔ ABS, corr. *Co*   3. τοῦτο — 9. μείζονας interpolatori tribuenda esse videntur (vide adnot. ad Lat.)   4. δεικνύοιτ᾽ ἂν *Hu* pro δεικνύοιτο ἐπεὶ δὲ *Hu* auctore *Co* pro ἐπειδὴ   8. ἐν τῶι ΔΑ ABS cod. *Co*, corr. *Co*   9. ἐν τῷ ΔΕ τμήματι add. *Hu* auctore *Co*   13. ΠΖ ἴσης τῆι ΚΞ AB, ἴση corr. S, ἡ *Co*   15. post δίεισιν add. διερχεται A(BS)   23. ἀνατολῇ *Hu*, ἀνατολῆς γίνεται ABS, γίνεται del. *Co*   ἥλιος AS, Θ B   24. περιφερείας ABS, corr. *Hu* auctore *Co*   26. προσανατεταλκὼς AB, corr. Paris. 2368

currit. Et est $\eta\mu$ maior quam $\zeta\vartheta$; itaque dies in semicirculo $\delta\varepsilon$ maiores sunt diebus in semicirculo $\delta\gamma$. [Hoc igitur demonstrari posse videtur, ut in elementis traditur[3]); sed quia $\zeta\delta$ maior est quam $\delta\eta$, et $\zeta\vartheta$ minor quam $\eta\mu$, circumferentia $\vartheta\delta$ ad $\delta\mu$ nullam comparationem habet, quare demonstratio non perinde procedet, nisi ostenderimus coniunctos dies noctesque in portione $\delta\gamma$ maiores esse coniunctis diebus et noctibus in portione $\delta\varepsilon$]. Iam vero superiore demonstratione nos uti oportet, ut etiam noctes comparentur.

Sit igitur π occasus qui ortum ϑ antecedit, et ponatur $\delta\varkappa = \zeta\delta$, et $\varkappa\xi = \pi\zeta$. Prop. 38



Quoniam circumferentiae $\pi\zeta$ $\varkappa\xi$ aequales sunt, aequali igitur tempore sol utramque permeat. Sed quo tempore ipsam $\pi\zeta$ *permeat*, et mundi conversio fit et ipsius $\pi\zeta$ occasus. Sed aequalia sunt tempora quibus $\varkappa\xi$ oritur ac $\pi\zeta$ occidit. Quo igitur tempore sol circumferentiam $\varkappa\xi$ permeat (quo etiam mundi fit conversio), eodem ipsa $\varkappa\xi$ oritur. Sed tempus quo sol circumferentiam $\varkappa\eta$ permeat maius est eo quo ipsa $\varkappa\eta$ oritur (*propos. 35*); ergo tempus quo sol circumferentiam $\eta\xi$ permeat maius est eo quo mundi conversio fit et circumferentia $\eta\xi$ oritur. Itaque in mundi conversione et circumferentiae $\eta\xi$ ortu sol minorem quam $\eta\xi$ circumferentiam percurret. Percurrat ipsam ηo; ergo, si punctum ξ orietur, sol, cum ad o erit, ante ortus erit; itaque, dum in ortu erit, minorem quam ηo circumferentiam percurret. Sit $\eta\nu$; ergo ν punctum orientale erit quod ortum η sequitur; itaque nox

3) "Per elementum fortasse intelligit Theodosii libros de diebus et noctibus, vel potius Euclidis phaenomena" *Co.* Mihi neutrum probabile videtur; sed et huius dicti dubia ratio et proximorum verborum inconcinna, ne dicam absurda, compositio movent me, ut haec omnia interpolatori tribuam.

ὥστε ἡ νὺξ ἧς ἀνατολή ἐστιν τὸ Ν σημεῖον ἐλάσσων ἐστὶ τῆς νυκτὸς ἧς δύσις τὸ Π. ὁμοίως δὲ καὶ τὰ λοιπὰ δειχθήσεται. [ὁμοίως δὲ καὶ ἐάν τις ἔνστασις ᾖ ἐπὶ τῆς γραφῆς ἐφ' ἧς ἡ ἀνατολὴ ἢ δύσις ἐστὶν ἐπὶ τῆς θερινῆς τροπῆς, ὡσαύτως ἐπιλυσόμεθα].

69 *λζ'. Ἐν τῷ περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ὁ Ἀρίσταρχος ἓξ ταῦτα ὑποτίθεται· πρῶτον τὴν σελήνην παρὰ τοῦ ἡλίου φῶς λαμβάνειν, δεύτερον τὴν γῆν σημείου τε καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν, τρίτον, ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, νεύειν εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν τὸν διορίζοντα τὸ σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον κύκλον, τέταρτον, ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε αὐτὴν ἀπέχειν τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστημορίῳ [ἀντὶ τοῦ ἀπέχειν αὐτὴν μοίρας πζ'· αὗται γὰρ ἐλάσσους εἰσὶν τῶν ϙ' μοιρῶν τεταρτημορίου μοίραις γ', αἵ εἰσιν τῶν ϙ' μέρος λ']. πέμπτον δὲ ὑποτίθεται τὸ τῆς σκιᾶς πλάτος σεληνῶν εἶναι δύο, ἕκτον δὲ τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ ιε' μέρος ζῳδίου.*

70 *Τούτων δὴ τῶν ὑποθέσεων ἡ μὲν πρώτη καὶ τρίτη καὶ τετάρτη σχεδὸν συμφωνοῦσιν ταῖς Ἱππάρχου καὶ Πτολεμαίου. φωτίζεται μὲν γὰρ ἡ σελήνη ὑπὸ τοῦ ἡλίου παντὶ χρόνῳ χωρὶς ἐκλείψεως, καθ' ἣν ἀφώτιστος γίνεται ἐμπίπτουσα εἰς τὴν σκιάν, ἣν ἐπιπροσθούμενος ὁ ἥλιος ὑπὸ τῆς γῆς ποιεῖ κωνικὸν ἔχουσαν τὸ σχῆμα, καὶ ὁ διορίζων δὲ τὸ γαλακτῶδες, ὅ ἐστιν ἐκ τῆς προσλάμψεως ἡλίου, καὶ τὸ τεφρῶδες, ὅ ἐστιν ἴδιον χρῶμα τῆς σελήνης,*

---

3. *ὁμοίως* — 5. *ἐπιλυσόμεθα* interpolatori tribuit *Hu* 6. $\overline{λZ}$ A[1] in marg (BS) 10. *διχοτόμος* AB, acc. corr. S 11. *τό τε σκιερὸν* Aristarch. p. 569 ed. *Wa* 11. 12. *τὸ λαμπρος τὴν σελήνην ης μεγιστον* A, *τὸν λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον* B, *τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης*, omisso *μέγιστον*, S 13. *διχοτομος* A, acc. add. BS 14. *τετάρτη μορίου* (ante *τῷ*) A, coniunx. BS *τῶι τοῦ τετάρτου μορίου* ABS, corr. *Wa* *τριακοστημορίῳ*] immo *τριακοστῷ* Pappus scripsisse videtur cum Aristarcho p. 569 15. *ἀντὶ τοῦ* — 17. *μέρος λ'* om. Aristarch., interpolatori tribuit *Hu* 15. *ἀντὶ* B Paris. 2368, *ἀν τὶ* A *μοίρας*

cuius ortus est punctum *ν*, minor est nocte cuius occasus est *π*. Similiter etiam reliqua demonstrabuntur. [Similiter, si qua haesitatio existat de figura, in qua vel ortus vel occasus est in aestiva conversione, perinde solvemus.]

IN ARISTARCHI LIBRUM DE MAGNITUDINIBUS ET DISTANTIIS SOLIS ET LUNAE.

XXXVII. In libro de magnitudinibus et distantiis *solis et lunae* Aristarchus sex hypotheses[1]) ponit has:

I. lunam a sole lucem accipere,

II. terram puncti ac centri rationem habere ad lunae sphaeram,

III. cum luna dimidiata nobis appareat, in nostrum visum vergere circulum maximum qui lunae opacum et splendidum determinat,

IV. cum luna dimidiata nobis appareat, tum a sole eam distare quadrante minus quadrantis parte trigesima [pro "eam distare gradibus 87"; est enim quadrans = 90°, ideoque eius trigesima pars = 3°, et 90° — 3° = 87°]. Porro supponit

V. umbrae latitudinem esse duarum lunae diametrorum,

VI. lunam subtendere signi partem quintamdecimam.

Harum autem hypothesium prima et tertia et quarta fere cum Hipparchi et Ptolemaei *positionibus* conveniunt. Luna enim a sole semper illuminatur praeterquam in eclipsi, quo tempore lucis expers fit incidens in umbram, quam sol, quatenus terra lumini eius officit, iacit conicam formam habentem, et *circulus* determinans lacteum colorem, qui est ex illuminatione solis, et cineraceum, qui proprius lunae est,

1) *Θέσεις* ipse Aristarchus appellavit.

S *Wa*, $\overset{o}{M}$ A(B) 16. Ϙ̄ $\overset{o}{M}$ A(B), *ἐννενήκοντα μοιρῶν* S, Ϙ̄ *μοιρῶν* *Wa* *τοῦ* ante *τεταρτ.* add. B *Wa* *τεταρτη μορίου* A, coniunx. BS *Wa* $\overset{o}{M}$ $\overline{\Gamma}$ A(B), *μοῖραι τρεῖς* S, *μοιραῖς* (sic) $\overline{\gamma}$ *Wa* 17. *τῶν* Ϙ̄ *μέρος λ′* A (B *Wa*), *τῶν ἐννενήκοντα μέρος τριακοστόν* S 18. *ἕκτον* BS *Wa*, ς̄ A 19. *ιε* A, *ιε̄′* B (*Wa*), *πεντεκαιδέκατον* S Aristarch. *ζωιδίου* A, *ζωδίου* BS *Wa* 20. 21. *τρίτη καὶ τετάρτη* S *Wa*, $\hat{\Gamma}$ *καὶ* $\hat{\Delta}$ A(B) 26. *προλάμψεως* ABS, corr. *Wa*

ἀδιαφορῶν τοῦ μεγίστου κύκλου ἐν ταῖς διχοτόμοις πρὸς τὸν ἥλιον στάσεσιν, τεταρτημορίου ἔγγιστα ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ θεωρουμένου νεύει πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν· τοῦτο γὰρ τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ἥξει καὶ διὰ τῆς ἡμετέρας ὄψεως, ὁποίαν πότ' ἂν ἔχῃ θέσιν ἡ σελήνη
71 *τῆς πρώτης ἢ δευτέρας διχοτόμου φάσεως. ἀσυμφώνους δὲ τὰς λοιπὰς ὑποθέσεις κατειλήφασιν οἱ προειρημένοι μαθηματικοὶ διὰ τὸ μήτε τὴν γῆν σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν κατ' αὐτούς, ἀλλὰ πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν, μήτε τὸ τῆς σκιᾶς πλάτος σεληνῶν εἶναι δύο [διαμέτρων], μήτε τὴν διάμετρον αὐτῆς ὑποτείνειν [τοῦ κατὰ τὸ αὐτὸ μέσον αὐτῆς ἀπόστημα περιφέρειαν μεγίστου κύκλου] ιε' μέρος ζῳδίου, τουτέστιν μοίρας β'. κατὰ μὲν γὰρ Ἵππαρχον ἑξακοσιάκις καὶ πεντηκοντάκις καταμετρεῖται ὁ κύκλος οὗτος ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, δὶς δὲ καὶ ἡμισάκις ὁ τῆς σκιᾶς κατὰ τὸ ἐν ταῖς συζυγίαις μέσον ἀπόστημα, κατὰ δὲ Πτολεμαῖον ἡ διάμετρος αὐτῆς ὑποτείνει περιφέρειαν κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα' κ'', κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε' κ'', ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς σελήνης ἑξηκοστὰ μ' μ'', κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα ἑξηκοστὰ μς'. ἐντεῦθεν αὐτοῖς οἱ λόγοι διάφοροι καὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθῶν ἡλίου καὶ σελήνης ἐπιλελογισμένοι εἰσίν.*

72 *Ὁ μὲν γὰρ Ἀρίσταρχος ἐπάγει ταῖς εἰρημέναις ὑποθέσεσιν λέγων κατὰ λέξιν οὕτως· "ἐπιλογίζεται δὴ τὸ τοῦ*

---

2. *τετάρτη μορίου* A, coniunx. BS *Wa* *ζωιδιακοῦ* A, *ζωδιακοῦ* BS *Wa* 5. *ὁποίαν* *Wa* auctore *Co*, *ὅποι* ABS 11. *διαμέτρων* AB Paris. 2368 Savilianus unus, *διαμέτρω* S, *διάμετρον* Savilianus alter (unde *κατὰ τὴν διάμετρον* coni. *Wa*), del. *Hu* (*σελήνης εἶναι δύο διαμέτρων* voluit *Co*) 12. 13. *τοῦ* del. *Wa*, reliqua quoque usque ad *κύκλου* interpolatori tribuit *Hu* 12. *αὐτῆς* *Wa*, *γῆς* A[1], *αὐγῆς* A[3]BS Saviliani 13. *ιε* A, *ιε'* B (*Wa*), *πεντεκαιδέκατον* S *ζωιδίου* A, *ζωδίου* BS *Wa* 13. 14. *μ̊* *B* A(B), *μοίρας δύο* S *Wa* 14. *καὶ πεντηκοντάκις* om. S 19. *ο λακ* — *ο λεκ* A (item B, nisi quod *ὁ*), distinx. S 21. *ξα μ μ* A(B), *ἑξηκοστὰ α μ'' μ'''* S, *ο μ' μ''* voluit *Co*, *ο με' λη''* *Wa* 22. *ἑξηκοστὰ μς'* S, *ξ μς* A(B), *ο μς'* *Wa* auc-

haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad solem constitutionibus, quam proxime quadrantem in zodiaco conspectum praebens vergit ad nostrum visum. Hoc enim circuli planum, si producatur, etiam per visum nostrum transibit, quamcunque positionem luna primae vel secundae dimidiatae apparitionis habebit. Sed reliquas hypotheses ii quos dixi mathematici diversas statuerunt, propterea quod secundum ipsos neque terra puncti ac centri rationem habet ad lunae sphaeram, sed ad sphaeram stellarum fixarum, neque umbrae latitudo est duarum lunae diametrorum, neque lunae diametrus [iuxta mediam eius distantiam] quintamdecimam partem signi, id est duos gradus, subtendit. Nam Hipparcho[1]) quidem lunae diametrus circulum illum, *quem ipsa cursu suo describit,* metitur sexcenties quinquagies, umbrae autem circulum bis et semis secundum mediam distantiam in coniunctionibus; at Ptolemaeo[2]) lunae diametrus in maxima distantia subtendit 0° 31′ 20″, in minima 0° 35′ 20″, umbrae autem circuli diametrus in maxima lunae distantia 0° 40′ 40″, in minima 0° 46′. Unde diversas uterque et distantiae et magnitudinis solis ac lunae rationes subduxit.

Aristarchus enim iis quas diximus suppositionibus haec subiungit verbotenus: "Itaque colligitur distantiam solis a

1) Ptolem. compos. 4, 8 p. 265 ed. Halma: *ἐπὶ δὲ τῶν κατὰ πλάτος πρότερον μὲν διημαρτάνομεν καὶ αὐτοὶ συγχρώμενοι κατὰ τὸν Ἵππαρχον τῷ τὴν σελήνην ἑξακοσιάκις καὶ πεντηκοντάκις ἔγγιστα καταμετρεῖν τὸν ἴδιον κύκλον, δὶς δὲ καὶ ἡμισάκις τὸν τῆς σκιᾶς καταμετρεῖν κατὰ τὸ ἐν ταῖς συζυγίαις μέσον ἀπόστημα.*

2) Ptolem. 5, 14 p. 343: *φανερὸν ὅτι καὶ ὅλη ἡ διάμετρος τῆς σελήνης ὑποτείνει μεγίστου κύκλου περιφέρειαν ἑξηκοστῶν μιᾶς μοίρας λα′ γ″. εὐκατανόητον δ' αὐτόθεν ὅτι καὶ ἡ* (add. *Hu*) *ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς τῆς κατὰ τὸ αὐτὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς σελήνης ὑποτείνει μὲν μιᾶς μοίρας ἑξηκοστὰ μ′ καὶ $γ''_0$* (i. e. *δίμοιρον* sive $\frac{2}{3}$).

---

tore *Co* 26. *κατὰ λέξιν* etc.] quamvis Pappus ipsa Aristarchi verba se citare profiteatur, tamen scriptura eius longe distat ab emendatiore illa quae in Aristarchi libro legitur apud *Wa* p. 569 sq.; at non omnia quae minus recte apud Pappum leguntur ipsi scriptori, immo nonnulla eaque graviora librariis imputanda esse videntur *ἡλίου ἀπόστημα τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος πρὸς τὴν γῆν μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον, ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον, τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχει καὶ ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς σελήνης διάμετρον, τοῦτο δὲ διὰ τῆς περὶ τὴν διχότομον ὑποθέσεως. τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν ιθʹ πρὸς γʹ, ἐν ἐλάσσονι δὲ λόγῳ ἢ ὃν τὰ μγʹ πρὸς ϛʹ, διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου καὶ τῆς περὶ τὴν σκιὰν ὑποθέσεως καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ ιεʹ μέρος ζῳδίου". "ἐπιλογίζεται δέ" εἶπεν "τὰ ἀποστήματα" καὶ τὰ ἑξῆς ὡς αὐτὰ μέλλων ἀποδείξειν προγράψας ὅσα συντείνει πρὸς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν λήμματα. συνάγει δ' ἐκ πάντων ὅτι ὁ μὲν ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵ϛωνθʹ πρὸς κζʹ, ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ. ζʹ ͵θφζʹ πρὸς σιϛʹ, ἡ δὲ διάμετρος τῆς γῆς πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἢ ὃν τὰ ρηʹ πρὸς τὰ μγʹ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν τὰ ξʹ πρὸς τὰ ιθʹ, ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ μ. ρκεʹ ͵θψιβʹ πρὸς μ. ζʹ ͵θφζʹ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ. καʹ ͵ϛ πρὸς ͵ϛωνθʹ.*

73 *Πτολεμαῖος δὲ πέμπτῳ βιβλίῳ συντάξεως ἀπέδειξεν ὅτι, οἵων ἐστὶν ἑνὸς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ξδ ιʹ, τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ͵ασι, ἡ δ' ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης Ο ιζʹ λγʹʹ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ε λʹ, ὥστε καί, οἵων ἐστὶν ἑνὸς ἡ διάμετρος τῆς σελήνης, τοιούτων ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος γʹ καὶ βʹ εʹʹ, ἡ δὲ τοῦ ἡλίου ιηʹ καὶ δʹ εʹʹ, καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σεληνιακῆς τριπλασία ἐστὶν καὶ τοῖς βʹ εʹʹ μείζων, ἡ δὲ τοῦ*

---

1. 2. *πρὸς τὴν γῆν*] *ἀπὸ τῆς γῆς* rectius Aristarch. 5. *διχοτόμον* A, *διχοτομὸν* B, acc. corr. S, *διχοτομίαν* Aristarch. 10. *ιέ* A, *ιεʹ* B *Wa*, *πεντεκαιδέκατον* S *ζωιδίου* A, *ζωδίου* BS *Wa* 11. *καὶ τὰ Hu* pro *ὡς* 15. $\overset{Z}{\mu}$ $\overline{\Theta}$ $\overline{\Phi Z}$ A, $\overset{\zeta}{\mu}$ *θ φζ* B, $\overline{\mu}^{\zeta}$ $\overline{͵θφζ}$ S (apparet *μ* significare *μύρια*, ut μ^{α} libro II p. 22 sqq.) *σις Wa* pro *ις* ex Aristarcho p. 593 18. *ἐν*] *ὃν* A(B), corr. S *μ. ρκεʹ*] *μ* et superscr. *ρκε* ABS, quibus insuper add. notam Ϙ AB 19. *μ. ζʹ*] scriptura co-

terra maiorem quidem esse quam duodevigintuplam distantiam lunae, minorem vero quam vigintuplam; atque eandem proportionem solis diametrus habet ad diametrum lunae, idque ex hypothesi de dimidiata *luna*. Solis autem diametrum ad terrae diametrum *colligitur* in maiore proportione esse quam 19 : 3, in minore autem quam 43 : 6, ex ratione quae de distantiis inventa est et propter hypothesim de umbra et quia luna partem quintamdecimam signi subtendit". Scripsit autem "colligitur distantiam" etc., utpote eadem mox demonstraturus, postquam lemmata quaecunque ad demonstrationes pertineant praemiserit. Ex quibus omnibus concludit solem ad terram maiorem proportionem habere quam 6859 : 27, minorem autem quam 79507 : 216, tum terrae diametrum ad diametrum lunae in maiore proportione esse quam 108 : 43, in minore autem quam 60 : 19, denique terram ad lunam in maiore proportione quam 1259712 : 79507, in minore autem quam 216000 : 6859*).

At Ptolemaeus quinto compositionis libro (*cap. 15 sq.*) demonstrat, si radius terrae pro unitate ponatur, eiusmodi unitatum maximam lunae distantiam in coniunctionibus esse $64\frac{10}{60}$, solis 1210, et radium lunae $\frac{17}{60}\,\frac{33}{60^2}$, radium solis $5\frac{30}{60}$; itaque, si lunae diametrus pro unitate ponatur, eiusmodi unitatum terrae diametrum esse $3\frac{2}{5}$, solis $18\frac{4}{5}$; itaque

$$\text{terrae diam.} = 3\tfrac{2}{5}\ \text{diam. lunae},$$

*) Quae supra Pappus affert, ea singillatim demonstrantur ab Aristarcho de magnit. etc. propos. 7. 9. 15—18.

---

dicum ABS eadem ac supra vs. 15   μ. κα′ ͵ς] rursus μ et superscr. κα, tum $\overline{\text{Ϙς}}$ A, item B, nisi quod Ϙ cum linea transversa habet ut vs. 18, et S, qui eandem notam liberius duxit   20. ͵ςωνθ] rursus nota Ϙ antecedit in AB(S)   24. $\overline{\text{ξδ}}$ ι′] $\overline{\text{ξδΓ}}$ ABS, ξδς Saviliani, corr. *Co* $\overline{\text{ϙωιη}}$′ δε τοῦ A(B), sed in A lineola super η erasa, numerum corr. *Co*, ἡ δὲ distinx. S, ἐκ add. *Wa*   25. ō ιζ′ λ′ Ͱ′ A, ō ι ζ′ λ′ Γ′ B, ō ι′ζ λ′γ S $\overline{\text{ε}}$ λ′] ō $\overline{\text{ιε}}$ $\overline{\text{μ}}$ A(B), ō ιε′ μ″ S, corr. *Co*   27. β′ ε″] βᵋ/ A(BS)   28. δ′ ε″] Δᵋ/ A, δᵋ′ BS   29. β′ ε″] Γᵋ/ AB, τρισὶ πέμπτοις S *ἡλίου τῆς μὲν τῆς σελήνης ὀκτωκαιδεκαπλασία καὶ ἔτι τοῖς δ' ε'' μείζων, τῆς δὲ τῆς γῆς πενταπλασία καὶ ἔτι τῷ* S *μείζων· ἀφ' ὧν καὶ οἱ τῶν στερεῶν σωμάτων λόγοι δῆλοι, ἐπεὶ καὶ ὁ τοῦ α' κύβος τοῦ αὐτοῦ ἐστιν α', ὁ δ' ἀπὸ τῶν γ' καὶ β' ε'' τῶν αὐτῶν ἔγγιστα λθ' δ'', ὁ δ' ἀπὸ τῶν ιη' καὶ δ' ε'' ὁμοίως ͵ϛχμδ'* S *ἔγγιστα, ὡς συνάγεσθαι ὅτι, οἵου ἐστὶν ἑνὸς τὸ τῆς σελήνης στερεὸν μέγεθος, τοιούτων ἐστὶ τὸ μὲν τῆς γῆς λθ' δ'', τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ͵ϛχμδ'* S· *ἑκατονταкαιεβδομηκονταπλάσιον [μεῖζον] ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς.*

74 *Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοσοῦτον εἰρήσθω συγκρίσεως ἕνεκεν τῶν εἰρημένων μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων, ἓν δέ τι λῆμμα γράψομεν ἐκ τῶν φερομένων εἰς τὸ δ' θεώρημα τοῦ βιβλίου τῆς ζητήσεως ἄξιον.*

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΑΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΔΘ, καὶ κείσθω τῆς ΖΘ ἡμίσεια ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Γ ἡ ΚΓ ΓΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ ΔΛ ΖΔ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΔΛ τῆς ὑπὸ τῶν ΖΔΘ. προγράφεται δὲ τάδε.

75 *λη'. Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ διάμετρος ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἤχθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΑΖ περιφέρεια μείζων ἐστὶν τῆς ΓΕ περιφερείας.*

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η σημεῖον,

---

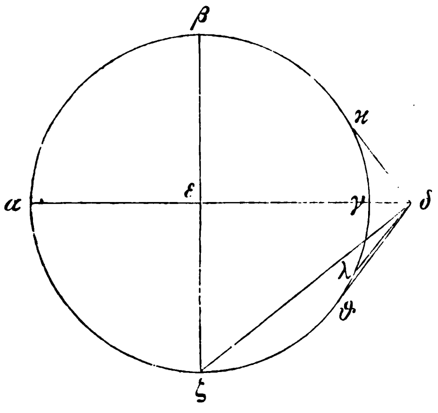
1. *τῆς* alterum add. *Hu* 2. *δ' ε''*] *Δ^ε/* A(B), *τέτρασι πέμπτοις* S *τῆς δὲ γῆς* AS, *ἢ τῆς δὲ γῆς* B, *ἡ δὲ τῆς γῆς* *Wa*, corr. *Hu* S] L' A, *ἡμίσει* BS 3. 4. *δῆλοι. Ἐπεὶ γὰρ ὁ* etc. *Wa* 5. *β' ε''*] *Β^ε/* A(B), *β̄* S $\overline{\lambda\vartheta}$ *δ'* B, $\overline{\lambda\vartheta}$ *λ'* A[s]S 6. *δ' ε''*] *Δ^ε/* A(B), *τεσσάρων πέμπτων* S *ὁμοίως* $\overline{͵ϛϛ\ \chi\mu\Delta}$ L' A(B), ͵ϛ del. et notam semissis liberius duxit S 7. *τοιούτον* A (*τοιοῦτον* B), corr. S 8. $\overline{\lambda\vartheta}$ *δ'* ABS *ἡλίου* $\overline{͵ϛ,ϛ\chi\mu\Delta}$L' A(B), $\overline{,ϛ\chi\mu\delta}$ S[r] Paris. 2368 (S) 9. *μεῖζον* del. *Co* (neque id legitur apud Ptolem.) 13. *Δ̂* A, *δ'* B, *τέταρτον* S *τοῦ*] *τοῦ αὐτοῦ* voluit *Co* 15. *ὁ* add. BS Saviliani 19. *αἱ* $\overline{Κ\Delta}$ $\overline{\Delta\Lambda Ζ\Delta}$ A, distinx. BS 22. $\overline{\lambda Η}$ A[1] in marg. (BS)

solis diam. $= 18\frac{4}{5}$ diam. lunae

$= 5\frac{1}{2}$ diam. terrae.

Unde etiam solidorum corporum rationes manifestae sunt; nam quoniam est cubus $1 = 1$, cubus $3\frac{2}{5} = 39\frac{1}{4}$ quam proxime, cubus $18\frac{4}{5} = 6644\frac{1}{2}$ quam proxime, hinc computatur, si lunae solida magnitudo pro unitate ponatur, earum unitatum terrae magnitudinem esse $39\frac{1}{4}$, solis $6644\frac{1}{2}$, itaque solis magnitudinem centies et septuagies quam proxime magnitudinem terrae continere.

Haec quidem comparationis causa earum quas diximus magnitudinum et distantiarum hactenus disputata sint; unum autem lemma inquisitione dignum ex numero eorum, quae ad IV theorema euiusdem libri *Aristarchi* feruntur, iam adscribamus.



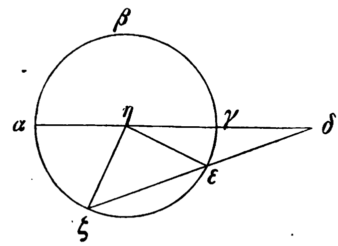
Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, eiusque diametrus producta $\alpha\gamma\delta$, centrum ε, et ab ε ipsi $\alpha\gamma\delta$ ducatur perpendicularis $\beta\varepsilon\zeta$, et a δ recta $\delta\vartheta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens, et ad utramque partem puncti γ ponatur circumferentia $\gamma\varkappa = \gamma\lambda = \frac{1}{2}\,\zeta\vartheta$, et iungantur $\varkappa\delta$ $\delta\lambda$ $\zeta\delta$; dico angulum $\varkappa\delta\lambda$ angulo $\zeta\delta\vartheta$ maiorem esse. Prop. 39

Praemittuntur autem haec.

XXXVIII. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, eiusque diametrus producta $\alpha\gamma\delta$, et a δ ducatur quaelibet recta $\delta\varepsilon\zeta$; dico circumferentiam $\alpha\zeta$ maiorem esse quam $\gamma\varepsilon$. Prop. 40

Sumatur enim circuli centrum η, et iungantur $\eta\varepsilon$ $\eta\zeta$:

καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΖ ΗΕ· καὶ γωνία ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τρίγωνον τὸ ΗΖΔ καὶ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΔΗΖ μείζων ἐστὶν τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς πρὸς τῷ Ζ, τουτέστι τῆς πρὸς τῷ Ε, ἀλλὰ ἡ πρὸς τῷ Ε μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΔΗΕ διὰ τὸ ἐκτὸς εἶναι τοῦ τριγώνου, καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΖ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΕΗΔ. καὶ εἰσὶν πρὸς τῷ κέντρῳ· μείζων ἄρα καὶ περιφέρεια ἡ ΔΖ τῆς ΓΕ, ὅπερ: ~



76 *λθ΄. Κύκλος ὁ ΑΒ, οὗ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἐκτὸς τοῦ κύκλου σημεῖον τὸ Γ, καὶ διήχθω ἡ ΓΑΔΚ, καὶ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ἡ ΓΖ καὶ διὰ τοῦ Δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΑ διαμέτρῳ ἡ ΔΑ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΖ περιφέρεια δίχα τῷ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΒΑ ΓΗΕ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΕ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΓΖ.*

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ ΖΗ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΕΒ τῆς ΖΗ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΓΗ, ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΗ πρὸς ΓΗ. γεγονέτω οὖν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ. ἐπεὶ οὖν αἱ ὑπὸ ΑΒΕ ΕΗΖ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν (ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ ΑΕ περιφερείᾳ τῇ ΕΖ), καὶ αἱ λοιπαὶ ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ ΕΒΓ ΖΗΓ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΘΓ τριγώνῳ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΑΓΕ ΗΓΘ γωνίαι· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ.

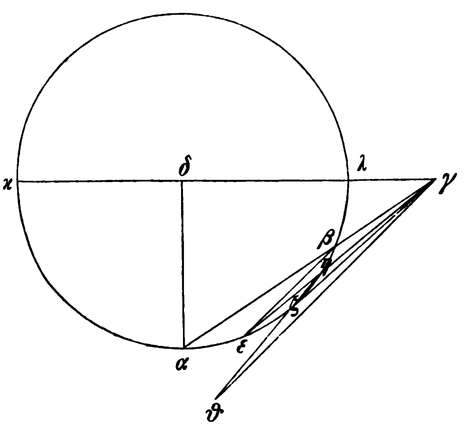
77 *μ΄. Ἔστω λοιπὸν ἡ αὐτὴ καταγραφὴ τῇ πρότερον,*

---

1. 2. *πρὸς τὸ* $\bar{ζ}$ *τῇ πρὸς τὸ* $\bar{ε}$ *Wa* (paulo post idem mox *πρὸς τῷ*, mox *πρὸς τὸ*) 2. *τρίγωνόν ἐστι τὸ Wa, τριγώνου τοῦ ΗΖΔ ἡ ἐκτὸς* etc. coni. *Hu* 13. $\overline{λθ}$ A[1] in marg. (BS) *Ἔστω* ante *κύκλος* add. *Wa* 17. $\overline{ΓΒΑΓΗΕ}$ A, *αἱ* $\overline{γβ}$ $\overline{αγ}$ $\overline{ηε}$ B, recte distinx. S 24. *περιφέρεια τῆς* $\overline{ΕΖ}$ A, *περιφερείας τῆς* $\overline{εζ}$ B cod. *Co*, *περιφερείας τῆς* $\overline{ηζ}$

itaque anguli $\eta\varepsilon\zeta$ $\eta\zeta\varepsilon$ aequales sunt. Et quoniam trianguli $\eta\zeta\delta$ angulus exterior $\alpha\eta\zeta$ maior est interiore et opposito $\eta\zeta\varepsilon$, id est $\eta\varepsilon\zeta$, sed angulus $\eta\varepsilon\zeta$, ut exterior trianguli $\eta\varepsilon\delta$, maior est quam $\delta\eta\varepsilon$, ergo etiam angulus $\alpha\eta\zeta$ maior est quam $\varepsilon\eta\delta$. Quorum uterque ad centrum est; maior igitur circumferentia $\alpha\zeta$ quam $\gamma\varepsilon$, q. e. d.

XXXIX. *Sit* circulus $\alpha\beta$, cuius centrum δ, et extra circulum punctum γ, et ducatur recta $\gamma\lambda\delta\varkappa$, et $\gamma\zeta$ circulum tangens, et $\delta\alpha$ per δ centrum diametro $\varkappa\lambda$ perpendicularis, et circumferentia $\alpha\zeta$ bifariam secetur in ε, et iungantur $\gamma\beta\alpha$ $\gamma\eta\varepsilon$; dico angulum $\alpha\gamma\varepsilon$ angulo $\varepsilon\gamma\zeta$ maiorem esse. Prop. 41



Iungantur $\varepsilon\beta$ $\zeta\eta$. Quoniam est

$\varepsilon\beta > \zeta\eta$ et

$\beta\gamma < \gamma\eta$, est igitur

$\varepsilon\beta : \beta\gamma > \zeta\eta : \eta\gamma$.

Iam fiat, productà $\eta\zeta$,

$\vartheta\eta : \eta\gamma = \varepsilon\beta : \beta\gamma$,

et iungatur $\vartheta\gamma$. Iam quia propter aequales circumferentias $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\zeta$ (*elem. 3, 21*) est

$\angle\ \alpha\beta\varepsilon = \angle\ \varepsilon\eta\zeta$,

etiam eorum supplementa aequalia sunt, *id est*

$\angle\ \varepsilon\beta\gamma = \angle\ \zeta\eta\gamma$. Et sunt circa aequales angulos latera proportionalia; ergo *propter elem. 6, 6* est

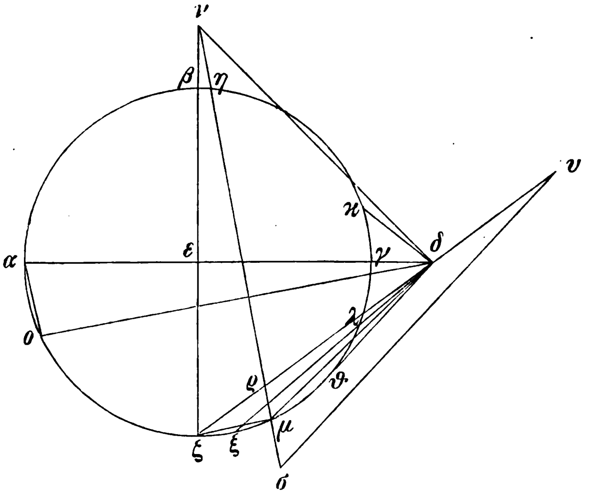
$\Delta\ \varepsilon\beta\gamma \sim \Delta\ \vartheta\eta\gamma$; ergo

$\angle\ \alpha\gamma\varepsilon = \angle\ \eta\gamma\vartheta$; itaque

$\angle\ \alpha\gamma\varepsilon > \angle\ \varepsilon\gamma\zeta$.

XL. Sit denique eadem figura ac supra (*p. 561*), eae- Prop. 39

Saviliani (?), corr. S *Co* $\overline{\eta\vartheta\gamma}$ $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\iota$ Saviliani (?)   26—28. $\tau\grave{o}$ $\overline{\alpha\beta\zeta}$ $\tau\varrho\acute{\iota}\gamma\omega\nu o\nu$ $\tau\tilde{\omega}$ $\overline{\eta\vartheta}$ — $\acute{\upsilon}\pi\grave{o}$ $\overline{\alpha\gamma\varepsilon}$ 29. $\overline{M}$ A[1] in marg. (BS) *καὶ τὰ αὐτὰ δεδομένα· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΔΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΖΔΘ.*



Τετμήσθω δίχα ἡ ΖΘ περιφέρεια κατὰ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΔ. φανερὸν δὴ ἐκ τοῦ νῦν δειχθέντος ὅτι ἡ ὑπὸ ΖΔΜ γωνία μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΜΔΘ. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΖΕΒ ΔΛ ἐπὶ τὰ Ν Ξ σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ ΑΔ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΝΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΜ ΝΔ ΖΜ. καὶ ἐπεὶ κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΒΓ, καὶ διάμετρος ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διῆκται πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν ἡ ΔΛΞ, περιφέρεια ἄρα ἡ ΑΞ περιφερείας τῆς ΓΛ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ἡ ΓΛ ἴση ἐστὶν τῇ ΖΜ περιφερείᾳ (ἡμίσεια γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν τῆς ΖΘ)· καὶ ἡ ΑΞ ἄρα περιφέρεια μείζων ἐστὶν τῆς ΖΜ. κείσθω οὖν τῇ ΖΜ ἴση ἡ ΑΟ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΟ ΟΔ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΘΓ περιφέρεια τοῦ ἡμικυκλίου ἴση ἐστὶν τῇ ΖΓΒ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου, ὧν ἡ ΑΟ περιφέρεια ἴση ἐστὶν τῇ ΜΖ περιφερείᾳ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΟΓ περιφέρεια ἴση ἐστὶν τῇ ΜΒ περιφερείᾳ. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΟΓ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΟ, ἐπὶ δὲ τῆς ΜΒ γωνία ἡ ὑπὸ ΝΖΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΟ γωνία τῇ ὑπὸ ΝΖΜ (καὶ ἔστιν ἑκατέρα αὐτῶν ἐλάσσων ὀρθῆς). καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν demque hypotheses; dico angulum $\varkappa\delta\lambda$ angulo $\zeta\delta\vartheta$ maiorem esse.

Bifariam secetur circumferentia $\zeta\vartheta$ in puncto μ, et iungatur $\mu\delta$. Iam ex eo quod modo (*propos. 41*) demonstratum est apparet angulum $\zeta\delta\mu$ angulo $\mu\delta\vartheta$ maiorem esse. Producantur rectae $\zeta\varepsilon\beta$ $\delta\lambda$ ad puncta ν ξ, et ponatur $\zeta\nu = \alpha\delta$, et iungantur rectae $\nu\eta\mu$ $\nu\delta$ $\zeta\mu$. Et quia circulus est $\alpha\beta\gamma$, eiusque diametrus $\alpha\gamma$ producta ad δ, et a δ ad concavam circumferentiam ducta est recta $\delta\lambda\xi$, est igitur (*propos. 40*)

circumf. $\alpha\xi >$ circumf. $\gamma\lambda$. Sed est
circumf. $\gamma\lambda =$ circumf. $\zeta\mu$ (utraque enim $= \frac{1}{2}\,\zeta\vartheta$); ergo etiam
circumf. $\alpha\xi >$ circumf. $\zeta\mu$*). Iam ponatur
circumf. $\alpha o =$ circumf. $\zeta\mu$, et iungantur rectae αo $o\delta$. Iam quia est
circumf. $\alpha\vartheta\gamma =$ circumf. $\zeta\gamma\beta$ (utraque enim semicirculi est), et *ex constructione*
circumf. $\alpha o =$ circumf. $\zeta\mu$, restat igitur
circumf. $o\gamma =$ circumf. $\mu\beta$. Et in circumf. $o\gamma$ insistit angulus $o\alpha\gamma$ *sive* $\delta\alpha o$, in circumf. autem $\mu\beta$ angulus $\mu\zeta\beta$ *sive* $\nu\zeta\mu$; ergo (*elem. 3, 27*)
$\angle\, \delta\alpha o = \angle\, \nu\zeta\mu$ (quorum uterque *propter elem. 3, 31* minor recto est). Et quia est
$\alpha\delta = \zeta\nu$ (*ex constructione*), et
$\alpha o = \zeta\mu$ (*elem. 3, 29*), et
$\angle\, \delta\alpha o = \angle\, \nu\zeta\mu$, est igitur propter elem. *1, 4***)

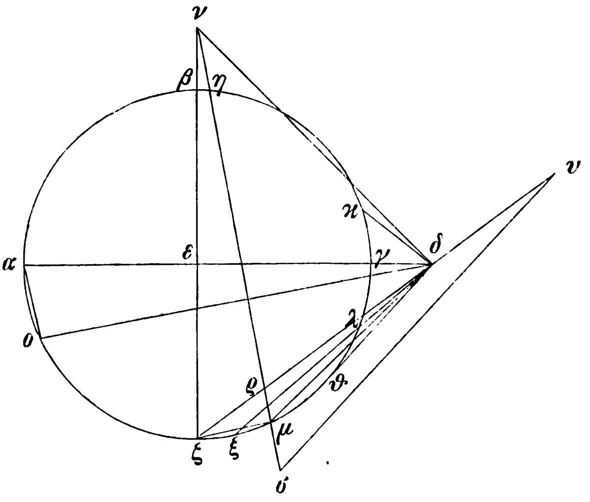
*) Hoc scriptor eo consilio demonstravit, ut appareret punctum o inter α ξ cadere necesse esse. Unde sequitur angulum $\alpha\delta\xi$ maiorem esse quam $\alpha\delta o$, id quod sub finem demonstrationis positum est.

**) Graeca *δύο δὴ αἱ ΔΑΟ δυσὶ ταῖς ΝΖΜ ἴσαι εἰσίν*, et quae paulo post sequuntur *καὶ αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσίν*, vel, ut accuratius cap. 79 legimus, *καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσίν* quibusdam forsitan abundare videantur; at his verbis nihil nisi Euclidem elem. 1, 4 citare voluit scriptor.

---

1. *καὶ τὰ αὐτὰ δεδομένα* suspecta sunt; nam proprie scribenda erant *καὶ ὑποκείσθω τὰ αὐτά* 6. *τὰ* $\overline{N\xi}$ A, distinx. BS 7. *αἱ NM*] *αἱ NHM* coni. *Hu* 10. *ἡ* $\overline{A\xi}$ *περιφερείας* add. A[2] in marg. (BS) 11. *ἡ* add. BS *αἱ* $\overline{A\Theta}$ $\overline{O\Delta}$ ABS Saviliani, corr. *Co* 17. *λοιπῇ* ante *τῇ MB* add. *Wa* auctore *Co*

ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΝ, ἡ δὲ ΑΟ τῇ ΖΜ, δύο δὴ αἱ ΔΑΟ δυσὶ ταῖς ΝΖΜ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΟ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΝΖΜ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΟΔ βάσει τῇ ΝΜ ἴση ἐστίν. καὶ αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΟ
78 γωνία τῇ ὑπὸ ΖΝΜ γωνίᾳ. πάλιν ἐπεὶ ἡμικυκλίου ἐστὶν ἡ ΖΑΒ, μείζων ἄρα ἡμικυκλίου ἐστὶν ἡ ΖΑΒΗ. καὶ βέβηκεν ἐπ' αὐτῆς ἡ ὑπὸ ΖΜΗ γωνία· ἡ ὑπὸ ΖΜΗ γωνία ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ὑποτείνει αὐτὴν εὐθεῖα ἡ ΖΡ, τὴν δὲ ὑπὸ ΡΖΜ ὀξεῖαν ἡ ΡΜ· ἡ ΖΡ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς ΡΜ. ἐκβεβλήσθω οὖν ἡ ΡΜ ἐπὶ τὸ Σ, καὶ κείσθω τῇ ΖΡ ἴση ἡ ΡΣ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΓΔ ὅλῃ τῇ ΖΒΝ ἴση ἐστίν, ὧν ἡ ΑΕ ἴση ἐστὶν τῇ ΖΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΔ



λοιπῇ τῇ ΕΝ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΝΔ ἴση ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΝ τῆς ὑπὸ ΔΝΡ· καὶ πλευρὰ ἄρα ἡ ΝΡ πλευρᾶς τῆς ΡΔ μείζων ἐστίν.
79 ἐκβεβλήσθω ἡ ΡΔ ἐπὶ τὸ Υ, καὶ κείσθω τῇ ΡΝ ἴση ἡ ΡΥ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΥΣ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΖΡ τῇ ΡΣ, ἡ δὲ ΡΝ τῇ ΡΥ, δύο αἱ ΖΡΝ δυσὶ ταῖς ΣΡΥ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΡΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΣΡΥ ἴση ἐστὶν (κατὰ κορυφὴν γάρ)· βάσις ἄρα ἡ ΝΖ βάσει τῇ ΣΥ ἐστὶν

$\Delta\ \delta\alpha o \cong \Delta\ \nu\zeta\mu$; itaque

$\angle\ \alpha\delta o = \angle\ \zeta\nu\mu$. Rursus quia circumferentia $\zeta\alpha\beta$ semicirculi est, maior igitur semicirculo est circumf. $\zeta\alpha\beta\eta$; angulus igitur $\zeta\mu\eta$, qui in hac insistit, maior est recto (*elem. 3, 31*). Et hunc subtendit recta $\zeta\varrho$, angulum autem $\varrho\zeta\mu$ recta $\varrho\mu$; ergo est (*elem. 1, 19*)

$\zeta\varrho > \varrho\mu$. Iam producatur $\varrho\mu$ ad σ, et ponatur

$\varrho\sigma = \zeta\varrho$. Et quia est recta $\alpha\gamma\delta = \zeta\beta\nu$ et $\alpha\varepsilon = \zeta\varepsilon$, restat igitur

$\varepsilon\delta = \varepsilon\nu$; ergo etiam

$\angle\ \varepsilon\delta\nu = \angle\ \varepsilon\nu\delta$; itaque

$\angle\ \varepsilon\delta\nu > \angle\ \varrho\nu\delta$, *multoque magis*

$\angle\ \varrho\delta\nu > \angle\ \varrho\nu\delta$; itaque

$\nu\varrho > \varrho\delta$. Producatur $\varrho\delta$ ad υ, et ponatur $\varrho\upsilon = \varrho\nu$, et iungatur $\upsilon\sigma$. Iam quia est

$\zeta\varrho = \varrho\sigma$ et

$\nu\varrho = \varrho\upsilon$, et

$\angle\ \zeta\varrho\nu = \angle\ \sigma\varrho\upsilon$ (sunt enim ad verticem), est igitur propter elem. *1, 4*

$\Delta\ \zeta\varrho\nu \cong \Delta\ \sigma\varrho\upsilon$; itaque

$\angle\ \varrho\zeta\nu = \angle\ \varrho\sigma\upsilon$. Sed est

$\angle\ \varrho\mu\delta > \angle\ \varrho\sigma\upsilon$, quia angulus $\varrho\mu\delta$ extra triangulum est [1]; ergo

1) Hoc loco error scriptoris deprehenditur, qui pro quadrilatero $\mu\sigma\upsilon\delta$ substituit triangulum $\mu\sigma\delta$, cuius exterior angulus est $\varrho\mu\delta$. Neque tamen ea socordia Pappo imputanda esse videtur, sed interpreti cuidam, qui Pappi scripturam, quam antiquitus depravatam in suo codice invenerit, minus feliciter conatus sit restituere.

---

4. *αἱ γωνίαι*] *αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις Wa* auctore *Co* 6. *ἡ* $\overline{\zeta\alpha\beta}$ *περιφέρεια Wa* 7. *αγωνία* (ante *ἄρα*) A, sed *α* del. prima m. 9. *ἡ* $\overline{PMH}$ $\overline{ZPA}$ *ἄρα* AB, sed *A* ante *ἄρα* del. in A nescio quae manus, reliqua corr. S 12. *τῇ Hu* auctore *Co* pro *ἡ* 15. *καὶ* S, *κ/* A, *κ'/* B 17. *ἐπεζεύχθω ἡ* $\overline{\sigma\upsilon}$ *Wa* 19. *γωνία* (ante *τῇ ὑπὸ*) AB, corr. S

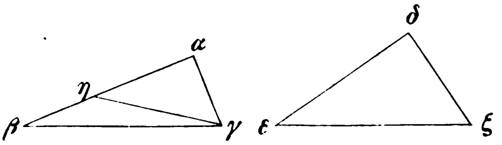
ἴση. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΡΖΝ τῇ ὑπὸ ΡΣΥ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΡΜΔ μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΡΣΥ (ἐκτὸς γάρ ἐστιν τοῦ τριγώνου)· καὶ ἡ ὑπὸ ΡΜΔ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΡΖΝ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΡΝ ἴση τῇ ὑπὸ ΜΡΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΝΡ μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΡΔΜ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΖΝΡ ἴση ἐδείχθη τῇ ὑπὸ ΑΔΟ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΟ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΡΔΜ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΞ μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΡΔΜ. ἀλλὰ τῆς μὲν ΑΔΞ διπλασίων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΔΑ, τῆς δὲ ὑπὸ ΡΔΜ ἐλάττων ἢ διπλασίων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΖΔΘ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΚΔΑ μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΖΔΘ.

Εἰς τὰ ὀπτικὰ Εὐκλείδου.

80 μα΄. Ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος προσπίπτουσα πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἐλάσσων, ἄνισοι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου φανοῦνται.

Προγράφεται δὲ τοῦ θεωρήματος τάδε.

Ἔστω δύο τρίγωνα ὀρθογώνια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ὀρθὰς ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Α Δ γωνίας, καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΑ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΖΔ.



Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ, καὶ δυνάμει καὶ διελόντι καὶ μήκει ἡ ἄρα ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ. πεποιήσθω ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς ΑΓ· δῆλον ἄρα ὅτι ἐλάσσων ἔσται ἡ ΗΑ τῆς ΑΒ.

4. ἡ ὑπὸ ΜΡΔ ἄρα AB cod. Co, corr. S Co   10. ἐλάσσων Wa   12. εἰσοπτικα ευκλειδου add. A³ in marg. (S), om. B Co   13. ΜΑ A¹ in marg. (BS)   19. τοῖς ΑΔ A, distinx. BS   24. ἡ add. BS   26. ἄρα Hu pro γὰρ

$\angle\, \varrho\mu\delta > \angle\, \varrho\zeta\nu$. Sed est
$\angle\, \mu\varrho\delta = \angle\, \zeta\varrho\nu$; ergo per subtractionem (*est enim supplementum $\varrho\delta\mu$ minus supplemento $\varrho\nu\zeta$*)
$\angle\, \zeta\nu\varrho > \angle\, \varrho\delta\mu$. Sed demonstratus est $\angle\, \zeta\nu\varrho$ *sive*
$\angle\, \zeta\nu\mu = \angle\, \alpha\delta o$; ergo
$\angle\, \alpha\delta o > \angle\, \varrho\delta\mu$; multo igitur
$\angle\, \alpha\delta\xi > \angle\, \varrho\delta\mu$. Sed est
$\angle\, \alpha\delta\xi = \frac{1}{2} \angle\, \varkappa\delta\lambda$ (*quia ex hypothesi circumf. $\gamma\lambda = \frac{1}{2}$ circumf. $\varkappa\lambda$*), et demonstratus est (*propos. 41*)
$\angle\, \varrho\delta\mu > \angle\, \mu\delta\vartheta$, *itaque etiam*
$> \frac{1}{2} \angle\, \zeta\delta\vartheta$; ergo est
$\angle\, \varkappa\delta\lambda > \angle\, \zeta\delta\vartheta$.

IN EUCLIDIS OPTICA.

XLI. Si radius ab oculo in centrum circuli tendens neque perpendicularis sit ad planum *circuli* neque aequalis semidiametro eius, sed maior vel minor, diametri circuli inaequales apparebunt[1]).

Ad id theorema *demonstrandum* praemittuntur haec.

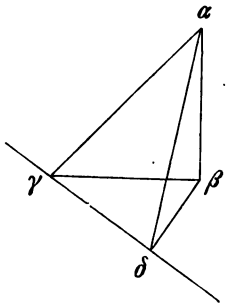
Sint duo triangula orthogonia $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ angulos ad α δ rectos habentia, et $\beta\gamma$ ad $\gamma\alpha$ maiorem proportionem habeat quam $\varepsilon\zeta$ ad $\zeta\delta$; dico angulum $\alpha\gamma\beta$ angulo $\delta\zeta\varepsilon$ maiorem esse. Prop. 42

Quoniam enim est
$\beta\gamma : \gamma\alpha > \varepsilon\zeta : \zeta\delta$, et
$\beta\gamma^2 : \gamma\alpha^2 > \varepsilon\zeta^2 : \zeta\delta^2$, et dirimendo
$\beta\alpha^2 : \gamma\alpha^2 > \varepsilon\delta^2 : \zeta\delta^2$, est igitur
$\alpha\beta : \alpha\gamma > \delta\varepsilon : \delta\zeta$. Iam fiat
$\alpha\eta : \alpha\gamma = \delta\varepsilon : \delta\zeta$; manifesto igitur est

1) Haec est Euclidis opticorum propositio 37, quam scholiastae alicui Gregorius editor (p. 625) tribuendam esse suspicatur. Graecus autem ille contextus paucis a Pappo discrepat hunc in modum: *Ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον προσπίπτουσα τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, μήτε ἴση ᾖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἐλάσσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φαίνονται.*

ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ [καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ]· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ γωνίας.

81 μβ΄. Ἀπὸ μετεώρου σημείου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω ἡ ΑΒ, καὶ συμβαλλέτω αὐτῷ κατὰ τὸ Β σημεῖον, ἔστω δ' ἐν τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖά τις ἡ ΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἤχθω ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΓΔ.



Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΓΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Γ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΓΒ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ κάθετος ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. τῷ δὲ ἀπὸ ΒΓ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ΓΔ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνία· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ ἐπὶ τὴν ΓΔ, ὅπερ: ~

82 μγ΄. Ἀπὸ σημείου μετεώρου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον εὐθεῖα διήχθω ἡ ΑΒ μὴ οὖσα κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον, καὶ κάθετος ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ἤχθω, καὶ συμβαλλέτω αὐτῷ κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία ἐλαχίστη ἐστὶν πασῶν τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῆς ΑΒ καὶ ἑκάστης τῶν ἀπὸ τοῦ Β σημείου διαγομένων εὐθειῶν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ

1. 2. καὶ ἔστιν — τὴν ΔΖ del. Co 6. $\overline{\text{ΜΒ}}$ A[1] in marg. (BS) μεταιώρου A[1], corr. A[3] (BS) 22. τὸ ἀπὸ (ante τῶν ΑΔ ΔΓ) AB, corr. S 25. $\overline{\text{ΜΓ}}$ A[1] in marg. (BS) 31. σημείων AB, item S, sed ου superscriptum

$\alpha\eta < \alpha\beta$. Iungatur $\eta\gamma$; ergo est
$\triangle\ \alpha\eta\gamma \sim \triangle\ \delta\varepsilon\zeta$, et
$\angle\ \alpha\gamma\eta = \angle\ \delta\zeta\varepsilon$; itaque
$\angle\ \alpha\gamma\beta > \angle\ \delta\zeta\varepsilon$.

Similiter lemma conversum demonstratur: si sint triangula orthogonia, ut supra, et angulus $\alpha\gamma\beta$ angulo $\delta\zeta\varepsilon$ maior sit, esse $\beta\gamma : \gamma\alpha > \varepsilon\zeta : \zeta\delta$ *).

XLII. A sublimi puncto α ducatur perpendicularis $\alpha\beta$ ad planum subiectum, cui in puncto β occurrat, atque in eodem plano sit recta quaedam $\gamma\delta$, et a puncto β ad $\gamma\delta$ ducatur perpendicularis $\beta\delta$, iungaturque $\alpha\delta$; dico rectam $\alpha\delta$ ipsi $\gamma\delta$ perpendicularem esse [1]). Prop. 43

Sumatur in recta $\gamma\delta$ quodlibet punctum γ et iungantur $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$. Iam quia $\alpha\beta$ perpendicularis est ad subiectum planum, angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus est; itaque

$\alpha\gamma^2 = \alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$. Sed *ex hypothesi* est
$\beta\gamma^2 = \beta\delta^2 + \delta\gamma^2$; ergo
$\alpha\gamma^2 = \alpha\beta^2 + \beta\delta^2 + \delta\gamma^2$. Sed est *etiam propter elem. 11 defin. 3*
$\alpha\beta^2 + \beta\delta^2 = \alpha\delta^2$; ergo
$\alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 + \delta\gamma^2$;

itaque angulus $\alpha\delta\gamma$ rectus est et $\alpha\delta$ perpendicularis ipsi $\gamma\delta$, q. e. d.

XLIII. A sublimi puncto α ad planum subiectum ducatur recta $\alpha\beta$ non perpendicularis plano, aliaque ab α perpendicularis ad subiectum planum ducatur, cui in γ occurrat, et iungatur $\gamma\beta$; dico Prop. 44 **)

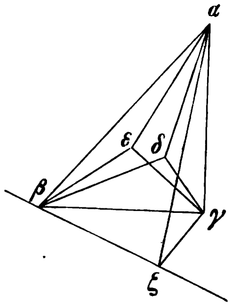
angulum $\alpha\beta\gamma$ minimum esse omnium qui continentur ipsa $\alpha\beta$ et qualibet earum rectarum quae a puncto β in plano subiecto ducuntur; atque etiam

*) Hoc lemma conversum infra adhibetur propos. 44 med. Demonstrationem peculiarem addit Commandinus.

1) Hoc theorema adhibetur infra libro VIII propos. 8 cap. 15 extr., ubi λῆμμα σφαιρικῶν (immo ὀπτικῶν) vocatur, et propos. 15 cap. 34 extr.

**) Conf. Baltzer, *Elemente der Mathematik*, II, 5 § 2, 10.

ἐπιπέδῳ, ἔτι δὲ ὅτι ἀεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν, καὶ ὅτι δύο μόνον ἴσαι αὐτῇ ἐφ᾽ ἑκάτερα συνίστανται.



Διήχθω γάρ τις ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τυχοῦσα ἡ ΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετος ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ ἐπὶ τὴν ΒΔ διὰ τὸ προδεδειγμένον. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία, μείζων ἐστὶν ἡ ΔΑ τῆς ΑΓ· ἡ ἄρα ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΒΓΑ ΒΔΑ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΔ διὰ τὸ πρὸ ἑνὸς δεδειγμένον, ὥστε λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΑΒΔ. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ πασῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία.

83 Λέγω ὅτι καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων.

Διήχθω γάρ τις ἡ ΒΕ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ· καὶ ἡ ΑΕ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΒΕ. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΓ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΕΒ ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΓΕ μείζων, ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΓ πρὸς ΓΒ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΕΓ τῆς ΓΔ. καὶ ἔστιν ἡ ΓΑ πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΓΔ ΓΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΑ τῆς ΑΔ· ἡ ἄρα ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ΑΕ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ Ε σημείοις γωνίαι· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΑΒΕ γω-

1. ἔτι τε A(B), corr. S ἐγγιον A^2 ex ἐγγειον 2. μόναι S 16. ὅτι B, om. AS 19. ἔγγιον A^2 ex ἔγγειον 26. 27. πολλῷ ἄρα μείζων] μείζων ἄρα coni. *Hu* 27. ἡ (ante *ΕΓ*) add. BS 28. καὶ ἡ

eum angulum qui ipsi $\alpha\beta\gamma$ propior est semper remotiore minorem esse; denique

binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

Ducatur enim in plano subiecto quaelibet $\beta\delta$, eique perpendicularis a puncto γ recta $\gamma\delta$, et iungatur $\alpha\delta$; ergo propter superius *lemma* $\alpha\delta$ ipsi $\beta\delta$ perpendicularis est. Et quia angulus $\alpha\gamma\delta$ rectus est, maior est $\delta\alpha$ quam $\alpha\gamma$; itaque $\beta\alpha : \alpha\gamma > \beta\alpha : \alpha\delta$. Et recti sunt anguli $\beta\gamma\alpha$ $\beta\delta\alpha$; ergo propter primum lemma (*propos. 42*) angulus $\beta\alpha\gamma$ angulo $\beta\alpha\delta$ maior est; itaque subtrahendo $\alpha\beta\gamma$ minor est quam $\alpha\beta\delta$. Similiter demonstrabimus angulum $\alpha\beta\gamma$ minorem esse omnibus *reliquis qui rectâ $\alpha\beta$ et qualibet a puncto β in plano ductâ continentur*; ergo angulus $\alpha\beta\gamma$ minimus est.

Dico etiam eum angulum qui ipsi $\alpha\beta\gamma$ propior est semper remotiore minorem esse.

Ducatur enim in plano subiecto quaelibet recta $\beta\varepsilon$ *angulum $\varepsilon\beta\gamma$ maiorem quam $\delta\beta\gamma$ efficiens,* eique perpendicularis a puncto γ ducatur $\gamma\varepsilon$, et iungatur $\alpha\varepsilon$; ergo etiam $\alpha\varepsilon$ ipsi $\beta\varepsilon$ perpendicularis est (*propos. 43*). Et quia angulus $\beta\delta\gamma$ ut rectus angulo recto $\beta\varepsilon\gamma$ aequalis, et angulus $\beta\gamma\delta$ ipso $\beta\gamma\varepsilon$ maior est[1]), *propter propos. 42 conversam* est igitur

$\beta\gamma : \gamma\delta > \beta\gamma : \gamma\varepsilon$, *id est* (*infra VII propos. 7 extr.*)

$\varepsilon\gamma : \gamma\beta > \delta\gamma : \gamma\beta$; ergo (*elem. 5, 10*)

$\varepsilon\gamma > \delta\gamma$. Et recti sunt anguli $\alpha\gamma\varepsilon$ $\alpha\gamma\delta$; *ergo, quia*

$\varepsilon\gamma^2 = \alpha\varepsilon^2 - \alpha\gamma^2$, *et*

$\delta\gamma^2 = \alpha\delta^2 - \alpha\gamma^2$, est igitur

$\alpha\varepsilon > \alpha\delta$; itaque (*elem. 5, 8*)

$\alpha\beta : \alpha\delta > \alpha\beta : \alpha\varepsilon$. Et recti sunt anguli $\alpha\delta\beta$ $\alpha\varepsilon\beta$; ergo *propter propos. 42* est

$\angle\, \beta\alpha\delta > \angle\, \beta\alpha\varepsilon$; itaque

$\angle\, \alpha\beta\delta < \angle\, \alpha\beta\varepsilon$.

1) Scilicet ex constructione est $\angle\, \gamma\beta\delta < \angle\, \gamma\beta\varepsilon$; et recti sunt anguli δ ε; ergo $\angle\, \beta\gamma\delta > \angle\, \beta\gamma\varepsilon$.

---

*$\overline{EA}$, eraso A, A 30. τοῖς $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS

νίας. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ γωνίας τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν.

84 *Λέγω δ' ὅτι ἴσαι δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς συσταθήσονται.*

Συνεστάτω πρὸς τῇ ΓΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τῇ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΒΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΒΖ κάθετος ἤχθω ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΖ, ἔστιν δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΔΒ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΖΒ ἴση, καὶ ἔστιν καὶ κοινὴ τῶν τριγώνων ἡ ΓΒ πλευρά, ἴση ἄρα ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΓΖ. καὶ ἔστιν ἡ ΑΓ κάθετος ἐπὶ ἑκατέραν τῶν ΔΓ ΓΖ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΑΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΒΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΑ, καὶ ἔστιν βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΑΖ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΖ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἑτέρα οὐ συνίσταται ἴση.

Ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία ἐλαχίστη ἐστίν, αἰεὶ δὲ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων, ἴσαι δὲ δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς συνίστανται.

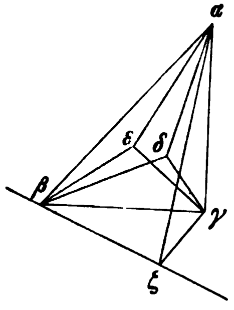
85 *μδ'. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσας ἔχοντα τὰς ΒΓ ΕΖ, καὶ τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΒΓ ΕΖ τοῖς Η Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ, καὶ ἔστωσαν ἴσαι, καὶ ἡ μὲν ΑΗ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὴν ΒΓ, ἡ δὲ ΔΘ μὴ ἔστω κάθετος ἐπὶ τὴν ΕΖ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ· ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.*

Περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΗ ἐπὶ τὸ Λ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ, καὶ ἔστιν διάμετρος ἡ ΑΛ, τὸ ἄρα κέντρον

---

1. *η εγγειον* (sine spir. et acc.) A, corr. B (*τὸ ἔγγιον* Paris. 2368, *τὶ ἔγγιον* S) 8. *ἦχω ΗΓΖ* A[1], *ϑ* add. A[2], *ἡ γζ* distinx. BS 10. *ὑπὸ ΓΒΖ ἴση* ABS, corr. *Co Sca* 15. *ΑΒΔ γωνία* A, corr. BS 18. *ἀεὶ* AB, corr. S 19. *εγγειον* (sine spir. et acc.) A, corr. BS 21. *ΜΔ* A[1] in marg. (BS) 22. *τοῖς ΗΘ* A, distinx. BS 24. *ἔστω* (ante *ἐπὶ*) add. A[2] super vs. (BS) 24. 25. *ΒΓ — ἐπὶ τὴν* om. S 25. *ΕΖ*] *ζγ Sca*

Similiter demonstrabimus, quicunque angulus propior est ipsi $\alpha\beta\gamma$, eum semper remotiore minorem esse.



Denique dico binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

In plano subiecto constituatur ad rectam $\gamma\beta$ verticemque β angulus $\gamma\beta\zeta$ aequalis angulo $\gamma\beta\delta$, et a γ ad $\beta\zeta$ ducatur perpendicularis $\gamma\zeta$, et iungatur $\alpha\zeta$. Quoniam est

$\angle\, \gamma\beta\delta = \angle\, \gamma\beta\zeta$, et, utpote rectus recto,

$\angle\, \gamma\delta\beta = \angle\, \gamma\zeta\beta$, et $\gamma\beta$ latus utrique triangulo commune est, ergo est (*elem.* *1*, *26*)

$\beta\delta = \beta\zeta$, et

$\gamma\delta = \gamma\zeta$. Et $\alpha\gamma$ ad utramque rectarum $\gamma\delta$ $\gamma\zeta$ perpendicularis est (*elem.* *11* *defin.* *3*); ergo est

$\alpha\delta = \alpha\zeta$. Iam quia *demonstrata* est $\beta\delta = \beta\zeta$, et $\alpha\delta = \alpha\zeta$, et latus $\beta\alpha$ commune est, est igitur (*elem.* *1*, *8*)

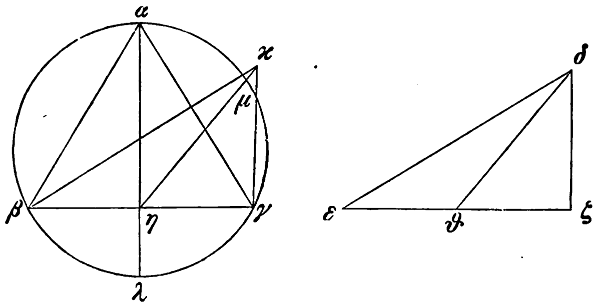
$\angle\, \alpha\beta\delta = \angle\, \alpha\beta\zeta$.

Similiter demonstrabimus alium angulum ipsi $\alpha\beta\delta$ aequalem constitui non posse.

Ergo *tria quae proposita erant demonstrata sunt*, angulum $\alpha\beta\gamma$ minimum, propiorem autem semper remotiore minorem esse, denique binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

XLIV. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequalibus lateribus Prop. 45
$\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$, quae bifariam secentur in punctis η ϑ, et iungantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$, quae etiam inter se aequales sint, et sit $\alpha\eta$ quidem ipsi $\beta\gamma$ perpendicularis, $\delta\vartheta$ autem ipsi $\varepsilon\zeta$ non perpendicularis, sitque $\alpha\eta$ maior quam $\eta\beta$; dico angulum $\beta\alpha\gamma$ angulo $\varepsilon\delta\zeta$ maiorem esse.

Describatur circa triangulum $\alpha\beta\gamma$ circulus $\alpha\beta\gamma$, et producatur $\alpha\eta$ ad λ *punctum circumferentiae*. Quoniam $\alpha\eta$ maior quam $\eta\beta$, et $\alpha\lambda$ diametrus est, centrum igitur circuli est τοῦ κύκλου ἐστὶ μεταξὺ τῶν Α Η (τοῦτο γὰρ ἑξῆς)· μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς μείζων



τῆς ἀπώτερον. συνεστάτω τῇ ὑπὸ ΔΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΗΜ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ, τουτέστιν ἡ ΔΘ, τῆς ΗΜ. κείσθω τῇ ΔΘ ἴση ἡ ΗΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ ΚΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΚΓ. μείζων δὲ τῆς ὑπὸ ΒΚΓ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· καὶ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

86 Ὑποκειμένων τῶν αὐτῶν ἔστω ἐλάσσων ἡ ΗΑ τῆς ΗΒ· λέγω ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΔΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΗΜ. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ, καί ἐστιν διάμετρος ἡ ΑΛ, τὸ ἄρα κέντρον τοῦ κύκλου ἐστὶν μεταξὺ τῶν Λ Η· ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΜ τῆς ΗΑ, τουτέστιν τῆς ΔΘ. κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΗΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΒ ΝΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΝΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΝΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ μείζων ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ, ὅπερ: ~

87 με΄. Κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ'

---

1. τῶν $\overline{ΑΗ}$ AB, distinx. S 2. αἰει η εγγειον A, corr. BS 11. γωνίαις ἡ ὑπὸ A, γωνία ἡ ὑπὸ B, corr. S 13. 14. τῶν $\overline{ΛΗ}$ A, distinx. BS 20. $\overline{ΜΕ}$ A[1] in marg. (BS)

inter puncta $\alpha\ \eta$ (hoc enim deinceps *propos. 47 demonstrabitur*). Ergo $\alpha\eta$ maxima est *omnium quae ab* η *ad circumferentiam ducuntur* et, quae ipsi $\alpha\eta$ propior, ea semper maior est remotiore (*elem.* 3, 7). Constituatur angulus $\gamma\eta\mu$ ipsi $\zeta\vartheta\delta$ aequalis; ergo $\alpha\eta$, id est $\delta\vartheta$ (*utpote ex hypothesi* $= \alpha\eta$), maior est quam $\eta\mu$. Ponatur $\eta\varkappa = \vartheta\delta$, et iungantur $\varkappa\beta\ \varkappa\gamma$; ergo est

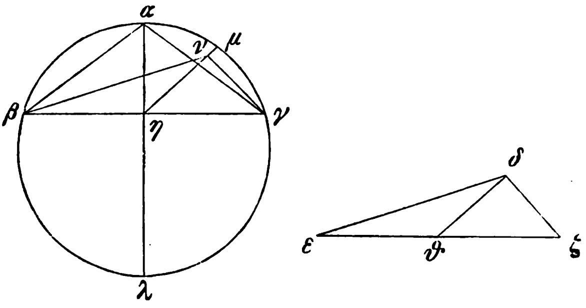
$\angle\, \beta\varkappa\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Sed est (*si iungantur* $\beta\mu\ \mu\gamma$, *propter elem.* 3, 21)

$\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \beta\mu\gamma$, *id est* (*elem.* 1, 21)

$> \angle\, \beta\varkappa\gamma$; ergo

$\angle\, \beta\alpha\gamma > \angle\, \varepsilon\delta\zeta$.

Iisdem *ceteroquin* suppositis sit $\alpha\eta$ minor quam $\eta\beta$; dico angulum $\beta\alpha\gamma$ angulo $\varepsilon\delta\zeta$ minorem esse. Prop. 46



Constituatur igitur angulus $\mu\eta\gamma$ angulo $\delta\vartheta\zeta$ aequalis. Et quia $\alpha\eta$ minor quam $\eta\beta$, et $\alpha\lambda$ diametrus est, centrum igitur circuli est inter puncta $\lambda\ \eta$ (*propos. 47 extr.*). Ergo minima est $\alpha\eta$ *etc.* (*elem.* 3, 7); itaque $\eta\mu$ maior est quam $\eta\alpha$, id est quam $\vartheta\delta$. Ponatur $\eta\nu = \vartheta\delta$, et iungantur $\beta\nu\ \nu\gamma$; ergo est

$\angle\, \beta\nu\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Sed est (*similiter ac propos. 45*)

$\angle\, \beta\nu\gamma > \angle\, \beta\mu\gamma$, *id est*

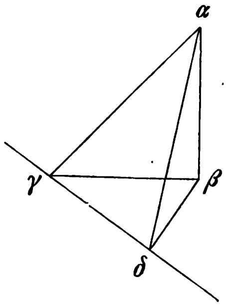
$> \angle\, \beta\alpha\gamma$; itaque

$\angle\, \beta\alpha\gamma < \angle\, \varepsilon\delta\zeta$, q. e. d.

XLV. *Sit* circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius diametrus $\alpha\beta$, in eaque Prop. 47

ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ [καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ]· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΔΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΒ τῆς ὑπὸ ΔΖΕ γωνίας.

81 μβʹ. Ἀπὸ μετεώρου σημείου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω ἡ ΑΒ, καὶ συμβαλλέτω αὐτῷ κατὰ τὸ Β σημεῖον, ἔστω δ' ἐν τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖά τις ἡ ΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἤχθω ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΓΔ.



Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΓΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Γ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΓΒ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ κάθετος ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. τῷ δὲ ἀπὸ ΒΓ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΔ ΔΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ΓΔ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνία· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ ἐπὶ τὴν ΓΔ, ὅπερ: ~

82 μγʹ. Ἀπὸ σημείου μετεώρου τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον εὐθεῖα διήχθω ἡ ΑΒ μὴ οὖσα κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον, καὶ κάθετος ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ἤχθω, καὶ συμβαλλέτω αὐτῷ κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία ἐλαχίστη ἐστὶν πασῶν τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῆς ΑΒ καὶ ἑκάστης τῶν ἀπὸ τοῦ Β σημείου διαγομένων εὐθειῶν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ

1. 2. καὶ ἔστιν — τὴν ΔΖ del. *Co* 6. ΜΒ A[1] in marg. (BS) μεταιώρου A[1], corr. A[3] (BS) 22. τὸ ἀπὸ (ante τῶν ΑΔ ΔΓ) AB, corr. S 25. ΜΓ A[1] in marg. (BS) 31. σημείων AB, item S, sed ου superscriptum

$\alpha\eta < \alpha\beta$. Iungatur $\eta\gamma$; ergo est

$\Delta\ \alpha\eta\gamma \sim \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$, et

$\angle\ \alpha\gamma\eta = \angle\ \delta\zeta\varepsilon$; itaque

$\angle\ \alpha\gamma\beta > \angle\ \delta\zeta\varepsilon$.

Similiter lemma conversum demonstratur: si sint triangula orthogonia, ut supra, et angulus $\alpha\gamma\beta$ angulo $\delta\zeta\varepsilon$ maior sit, esse $\beta\gamma : \gamma\alpha > \varepsilon\zeta : \zeta\delta$ *).

XLII. A sublimi puncto α ducatur perpendicularis $\alpha\beta$ ad planum subiectum, cui in puncto β occurrat, atque in eodem plano sit recta quaedam $\gamma\delta$, et a puncto β ad $\gamma\delta$ ducatur perpendicularis $\beta\delta$, iungaturque $\alpha\delta$; dico rectam $\alpha\delta$ ipsi $\gamma\delta$ perpendicularem esse [1]). Prop. 43

Sumatur in recta $\gamma\delta$ quodlibet punctum γ et iungantur $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$. Iam quia $\alpha\beta$ perpendicularis est ad subiectum planum, angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus est; itaque

$\alpha\gamma^2 = \alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$. Sed *ex hypothesi* est

$\beta\gamma^2 = \beta\delta^2 + \delta\gamma^2$; ergo

$\alpha\gamma^2 = \alpha\beta^2 + \beta\delta^2 + \delta\gamma^2$. Sed est *etiam propter elem. 11 defin. 3*

$\alpha\beta^2 + \beta\delta^2 = \alpha\delta^2$; ergo

$\alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 + \delta\gamma^2$;

itaque angulus $\alpha\delta\gamma$ rectus est et $\alpha\delta$ perpendicularis ipsi $\gamma\delta$, q. e. d.

XLIII. A sublimi puncto α ad planum subiectum ducatur recta $\alpha\beta$ non perpendicularis plano, aliaque ab α perpendicularis ad subiectum planum ducatur, cui in γ occurrat, et iungatur $\gamma\beta$; dico Prop. 44 **)

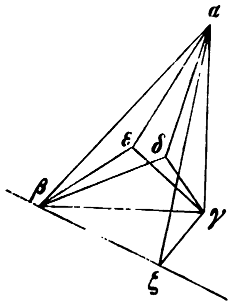
angulum $\alpha\beta\gamma$ minimum esse omnium qui continentur ipsâ $\alpha\beta$ et qualibet earum rectarum quae a puncto β in plano subiecto ducuntur; atque etiam

*) Hoc lemma conversum infra adhibetur propos. 44 med. Demonstrationem peculiarem addit Commandinus.

1) Hoc theorema adhibetur infra libro VIII propos. 8 cap. 15 extr., ubi λῆμμα σφαιρικῶν (immo ὀπτικῶν) vocatur, et propos. 15 cap. 34 extr.

**) Conf. Baltzer, *Elemente der Mathematik*, II, 5 § 2, 10.

ἐπιπέδῳ, ἔτι δὲ ὅτι ἀεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν, καὶ ὅτι δύο μόνον ἴσαι αὐτῇ ἐφ' ἑκάτερα συνίστανται.



Διήχθω γάρ τις ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τυχοῦσα ἡ ΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ ἐπὶ τὴν ΒΔ διὰ τὸ προδεδειγμένον. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία, μείζων ἐστὶν ἡ ΔΑ τῆς ΑΓ· ἡ ἄρα ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΒΓΑ ΒΔΑ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΔ διὰ τὸ πρὸ ἑνὸς δεδειγμένον, ὥστε λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΑΒΔ. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ πασῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία.

83 *Λέγω ὅτι καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων.*

Διήχθω γάρ τις ἡ ΒΕ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ· καὶ ἡ ΑΕ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΒΕ. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΓ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΕΒ ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΓΕ μείζων, ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΓ πρὸς ΓΒ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΕΓ τῆς ΓΔ. καὶ ἔστιν ἡ ΓΑ πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΓΔ ΓΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΑ τῆς ΑΔ· ἡ ἄρα ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ΑΕ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ Ε σημείοις γωνίαι· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΑΒΕ γω-

1. ἔτι τε A(B), corr. S ἐγγιον A^2 ex ἐγγειον 2. μόναι S
16. ὅτι B, om. AS 19. ἔγγιον A^2 ex ἔγγειον 26. 27. πολλῷ ἄρα μείζων] μείζων ἄρα coni. *Hu* 27. ἡ (ante ΕΓ) add. BS 28. καὶ ἡ

eum angulum qui ipsi $\alpha\beta\gamma$ propior est semper remotiore minorem esse; denique

binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

Ducatur enim in plano subiecto quaelibet $\beta\delta$, eique perpendicularis a puncto γ recta $\gamma\delta$, et iungatur $\alpha\delta$; ergo propter superius *lemma* $\alpha\delta$ ipsi $\beta\delta$ perpendicularis est. Et quia angulus $\alpha\gamma\delta$ rectus est, maior est $\delta\alpha$ quam $\alpha\gamma$; itaque $\beta\alpha : \alpha\gamma > \beta\alpha : \alpha\delta$. Et recti sunt anguli $\beta\gamma\alpha$ $\beta\delta\alpha$; ergo propter primum lemma (*propos. 42*) angulus $\beta\alpha\gamma$ angulo $\beta\alpha\delta$ maior est; itaque subtrahendo $\alpha\beta\gamma$ minor est quam $\alpha\beta\delta$. Similiter demonstrabimus angulum $\alpha\beta\gamma$ minorem esse omnibus *reliquis qui rectá $\alpha\beta$ et qualibet a puncto β in plano ductá continentur;* ergo angulus $\alpha\beta\gamma$ minimus est.

Dico etiam eum angulum qui ipsi $\alpha\beta\gamma$ propior est semper remotiore minorem esse.

Ducatur enim in plano subiecto quaelibet recta $\beta\varepsilon$ *angulum $\varepsilon\beta\gamma$ maiorem quam $\delta\beta\gamma$ efficiens,* eique perpendicularis a puncto γ ducatur $\gamma\varepsilon$, et iungatur $\alpha\varepsilon$; ergo etiam $\alpha\varepsilon$ ipsi $\beta\varepsilon$ perpendicularis est (*propos. 43*). Et quia angulus $\beta\delta\gamma$ ut rectus angulo recto $\beta\varepsilon\gamma$ aequalis, et angulus $\beta\gamma\delta$ ipso $\beta\gamma\varepsilon$ maior est[1]), *propter propos. 42 conversam* est igitur

$\beta\gamma : \gamma\delta > \beta\gamma : \gamma\varepsilon$, *id est* (*infra VII propos. 7 extr.*)

$\varepsilon\gamma : \gamma\beta > \delta\gamma : \gamma\beta$; ergo (*elem. 5, 10*)

$\varepsilon\gamma > \delta\gamma$. Et recti sunt anguli $\alpha\gamma\varepsilon$ $\alpha\gamma\delta$; *ergo, quia*

$$\varepsilon\gamma^2 = \alpha\varepsilon^2 - \alpha\gamma^2, \text{ et}$$
$$\delta\gamma^2 = \alpha\delta^2 - \alpha\gamma^2, \text{ est igitur}$$

$\alpha\varepsilon > \alpha\delta$; itaque (*elem. 5, 8*)

$\alpha\beta : \alpha\delta > \alpha\beta : \alpha\varepsilon$. Et recti sunt anguli $\alpha\delta\beta$ $\alpha\varepsilon\beta$; ergo *propter propos. 42* est

$\angle\, \beta\alpha\delta > \angle\, \beta\alpha\varepsilon$; itaque

$\angle\, \alpha\beta\delta < \angle\, \alpha\beta\varepsilon$.

1) Scilicet ex constructione est $\angle\, \gamma\beta\delta < \angle\, \gamma\beta\varepsilon$; et recti sunt anguli δ ε; ergo $\angle\, \beta\gamma\delta > \angle\, \beta\gamma\varepsilon$.

---

*$\overline{E\varDelta}$, eraso $\varDelta$, A 30. τοῖς $\overline{\varDelta E}$ A, distinx. BS

νίας. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ γωνίας τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν.

84 *Λέγω δ' ὅτι ἴσαι δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς συσταθήσονται.*

Συνεστάτω πρὸς τῇ ΓΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τῇ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΒΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΒΖ κάθετος ἤχθω ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΖ, ἔστιν δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΔΒ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΖΒ ἴση, καὶ ἔστιν καὶ κοινὴ τῶν τριγώνων ἡ ΓΒ πλευρά, ἴση ἄρα ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΓΖ. καὶ ἔστιν ἡ ΑΓ κάθετος ἐπὶ ἑκατέραν τῶν ΔΓ ΓΖ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΑΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΒΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΑ, καὶ ἔστιν βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΑΖ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΖ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἑτέρα οὐ συνίσταται ἴση.

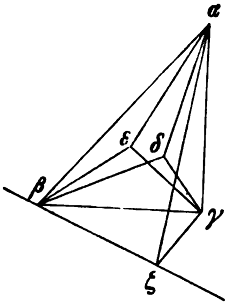
Ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία ἐλαχίστη ἐστίν, αἰεὶ δὲ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων, ἴσαι δὲ δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς συνίστανται.

85 *μδ'. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσας ἔχοντα τὰς ΒΓ ΕΖ, καὶ τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΒΓ ΕΖ τοῖς Η Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ, καὶ ἔστωσαν ἴσαι, καὶ ἡ μὲν ΑΗ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὴν ΒΓ, ἡ δὲ ΔΘ μὴ ἔστω κάθετος ἐπὶ τὴν ΕΖ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ· ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.*

Περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΗ ἐπὶ τὸ Λ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ, καὶ ἔστιν διάμετρος ἡ ΑΛ, τὸ ἄρα κέντρον

1. *η εγγειον* (sine spir. et acc.) A, corr. B (*τὸ ἔγγιον* Paris. 2368, *τὸ ἔγγιον* S) 8. *ἤχω ΗΓΖ* A[1], *θ* add. A[2], *ἡ γζ* distinx. BS 10. *ὑπὸ ΓΒΖ ἴση* ABS, corr. *Co Sca* 15. *ΑΒΔ γωνία* A, corr. BS 18. *ἀεὶ* AB, corr. S 19. *εγγειον* (sine spir. et acc.) A, corr. BS 21. *ΜΔ* A[1] in marg. (BS) 22. *τοῖς ΗΘ* A, distinx. BS 24. *ἔστω* (ante *ἐπὶ*) add. A[2] super vs. (BS) 24. 25. *ΒΓ — ἐπὶ τὴν* om. S 25. *ΕΖ*] *ζγ Sca*

Similiter demonstrabimus, quicunque angulus propior est ipsi $\alpha\beta\gamma$, eum semper remotiore minorem esse.



Denique dico binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

In plano subiecto constituatur ad rectam $\gamma\beta$ verticemque β angulus $\gamma\beta\zeta$ aequalis angulo $\gamma\beta\delta$, et a γ ad $\beta\zeta$ ducatur perpendicularis $\gamma\zeta$, et iungatur $\alpha\zeta$. Quoniam est

$\angle\, \gamma\beta\delta = \angle\, \gamma\beta\zeta$, et, utpote rectus recto,

$\angle\, \gamma\delta\beta = \angle\, \gamma\zeta\beta$, et $\gamma\beta$ latus utrique triangulo commune est, ergo est (*elem.* 1, 26)

$\beta\delta = \beta\zeta$, et

$\gamma\delta = \gamma\zeta$. Et $\alpha\gamma$ ad utramque rectarum $\gamma\delta$ $\gamma\zeta$ perpendicularis est (*elem.* 11 *defin.* 3); ergo est

$\alpha\delta = \alpha\zeta$. Iam quia *demonstrata* est $\beta\delta = \beta\zeta$, et $\alpha\delta = \alpha\zeta$, et latus $\beta\alpha$ commune est, est igitur (*elem.* 1, 8)

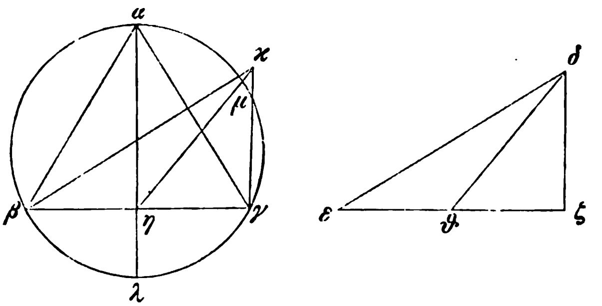
$\angle\, \alpha\beta\delta = \angle\, \alpha\beta\zeta$.

Similiter demonstrabimus alium angulum ipsi $\alpha\beta\delta$ aequalem constitui non posse.

Ergo *tria quae proposita erant demonstrata sunt*, angulum $\alpha\beta\gamma$ minimum, propiorem autem semper remotiore minorem esse, denique binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\alpha\beta\gamma$ partes constitui.

XLIV. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequalibus lateribus $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$, quae bifariam secentur in punctis η ϑ, et iungantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$, quae etiam inter se aequales sint, et sit $\alpha\eta$ quidem ipsi $\beta\gamma$ perpendicularis, $\delta\vartheta$ autem ipsi $\varepsilon\zeta$ non perpendicularis, sitque $\alpha\eta$ maior quam $\eta\beta$; dico angulum $\beta\alpha\gamma$ angulo $\varepsilon\delta\zeta$ maiorem esse. Prop. 45

Describatur circa triangulum $\alpha\beta\gamma$ circulus $\alpha\beta\gamma$, et producatur $\alpha\eta$ ad λ *punctum circumferentiae*. Quoniam $\alpha\eta$ maior quam $\eta\beta$, et $\alpha\lambda$ diametrus est, centrum igitur circuli est *τοῦ κύκλου ἐστὶ μεταξὺ τῶν Δ Η (τοῦτο γὰρ ἑξῆς)· μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς μείζων*



τῆς ἀπώτερον. συνεστάτω τῇ ὑπὸ ΔΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΗΜ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ, τουτέστιν ἡ ΔΘ, τῆς ΗΜ. κείσθω τῇ ΔΘ ἴση ἡ ΗΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ ΚΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΚΓ. μείζων δὲ τῆς ὑπὸ ΒΚΓ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· καὶ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

86 *Ὑποκειμένων τῶν αὐτῶν ἔστω ἐλάσσων ἡ ΗΑ τῆς ΗΒ· λέγω ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.*

Συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΔΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΗΜ. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΔΗ τῆς ΗΒ, καὶ ἔστιν διάμετρος ἡ ΑΛ, τὸ ἄρα κέντρον τοῦ κύκλου ἐστὶν μεταξὺ τῶν Λ Η· ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΜ τῆς ΗΑ, τουτέστιν τῆς ΔΘ. κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΗΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΒ ΝΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΝΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΝΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ μείζων ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ, ὅπερ: ~

87 *με'. Κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ'*

---

1. *τῶν* ΔΗ AB, distinx. S 2. *αἰει η εγγειον* A, corr. BS 11. *γωνίαις ἡ ὑπὸ* A, *γωνία ἡ ὑπὸ* B, corr. S 13. 14. *τῶν* ΔΗ A, distinx. BS 20. ΜΕ A[1] in marg. (BS)

inter puncta α η (hoc enim deinceps *propos. 47 demonstrabitur*). Ergo $\alpha\eta$ maxima est *omnium quae ab* η *ad circumferentiam ducuntur* et, quae ipsi $\alpha\eta$ propior, ea semper maior est remotiore (*elem.* 3, 7). Constituatur angulus $\gamma\eta\mu$ ipsi $\zeta\vartheta\delta$ aequalis; ergo $\alpha\eta$, id est $\delta\vartheta$ (*utpote ex hypothesi* $= \alpha\eta$), maior est quam $\eta\mu$. Ponatur $\eta\varkappa = \vartheta\delta$, et iungantur $\varkappa\beta$ $\varkappa\gamma$; ergo est

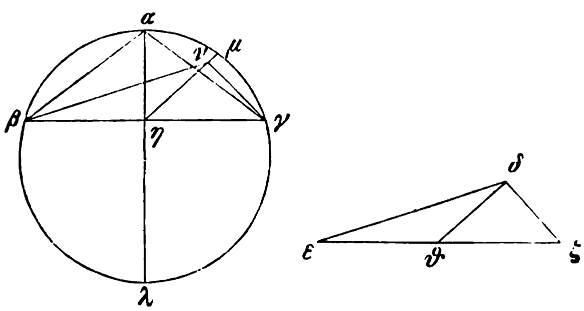
$\angle\, \beta\varkappa\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Sed est (*si iungantur* $\beta\mu$ $\mu\gamma$, *propter elem.* 3, 21)

$\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \beta\mu\gamma$, *id est* (*elem.* 1, 21)

$> \angle\, \beta\varkappa\gamma$; ergo

$\angle\, \beta\alpha\gamma > \angle\, \varepsilon\delta\zeta$.

Iisdem *ceteroquin* suppositis sit $\alpha\eta$ minor quam $\eta\beta$; dico angulum $\beta\alpha\gamma$ angulo $\varepsilon\delta\zeta$ minorem esse. Prop. 46



Constituatur igitur angulus $\mu\eta\gamma$ angulo $\delta\vartheta\zeta$ aequalis. Et quia $\alpha\eta$ minor quam $\eta\beta$, et $\alpha\lambda$ diametrus est, centrum igitur circuli est inter puncta λ η (*propos. 47 extr.*). Ergo minima est $\alpha\eta$ *etc.* (*elem.* 3, 7); itaque $\eta\mu$ maior est quam $\eta\alpha$, id est quam $\vartheta\delta$. Ponatur $\eta\nu = \vartheta\delta$, et iungantur $\beta\nu$ $\nu\gamma$; ergo est

$\angle\, \beta\nu\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Sed est (*similiter ac propos.* 45)

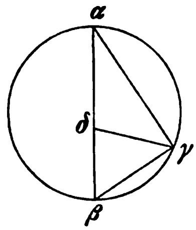
$\angle\, \beta\nu\gamma > \angle\, \beta\mu\gamma$, *id est*

$> \angle\, \beta\alpha\gamma$; itaque

$\angle\, \beta\alpha\gamma < \angle\, \varepsilon\delta\zeta$, q. e. d.

XLV. *Sit* circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius diametrus $\alpha\beta$, in eaque Prop. 47

αὐτῆς τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ΓΔ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ· ὅτι καὶ τῆς ΔΒ μείζων ἐστίν.



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΓΒ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΔ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΒ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΔΒΓ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΔ μείζων τῆς ΔΓ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ.

Ὁμοίως δείξομεν [ὅτι], κἂν ἐλάσσων ᾖ ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ, ὅτι καὶ τῆς ΔΒ ἐλάσσων ἐστίν.

88 *μς΄. Κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ᾽ αὐτῆς εἰλήφθω σημεῖον τὸ Δ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΔΓ ΔΕ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΓΔ τῆς ΔΕ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ.*

Ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ, καὶ κάθετος ἡ ΔΖ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ τῆς ΖΕ. τετμήσθω δίχα ἡ ΓΕ τῷ Η, καὶ διὰ τοῦ Η παράλληλος τῇ ΔΖ ἡ ΗΘ· πρὸς ὀρθὰς ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΗ τῇ ΓΕ. ἀλλὰ καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἐπὶ τῆς ΗΘ ἄρα ἐστὶν τὸ κέντρον. ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΒ· τὸ ἄρα Θ κέντρον ἐστὶν τοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ.

89 *μζ΄. Ἔστω πάλιν δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσας ἔχοντα τὰς ΒΓ ΕΖ, καὶ δίχα τετμήσθωσαν αἱ ΒΓ ΕΖ τοῖς Η Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ, καὶ ἔστωσαν ἴσαι, καὶ μηδετέρα τῶν ΑΗ ΔΘ ἔστω κάθετος ἐπὶ τὴν βάσιν, ἔστω δὲ μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΘΖ· λέγω ὅτι, ἐὰν μὲν ᾖ μείζων ἡ ΑΗ τῆς ΗΓ, μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ, εἰ δὲ ἐλάσσων ἡ ΗΑ τῆς ΗΓ, ἐλάσσων καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.*

---

2. *τῆς ΔΓ*] *τῆς* $\overline{ΔΤ}$ A, *τῆς* $\overline{αγ}$ S, corr. B *Sca* 11. *ὅτι* del. *Hu*
13. $\overline{Μς}$ A¹ in marg. (BS) *ὁ ΑΒΓ Hu* auctore *Co* pro *ὁ* $\overline{ΑΒ}$
24. $\overline{ΜΖ}$ A¹ in marg. (BS) *πάλιν* om. *Co* 25. 26. *τοῖς* $\overline{ΗΘ}$ A, distinx. BS

quodlibet punctum δ, et ducatur utcunque $\gamma\delta$, sitque $\alpha\delta$ maior quam $\delta\gamma$; dico $\alpha\delta$ etiam maiorem esse quam $\delta\beta$.

Iungantur $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$. Quoniam est

$\angle\, \alpha\gamma\delta + \angle\, \delta\gamma\beta = \angle\, \gamma\alpha\delta + \angle\, \gamma\beta\delta$, et

$\angle\, \alpha\gamma\delta > \angle\, \gamma\alpha\delta$ (*elem.* 1, 18), restat igitur

$\angle\, \delta\gamma\beta < \angle\, \gamma\beta\delta$; itaque (*elem.* 1, 19)

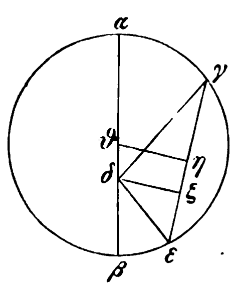
$\delta\gamma > \delta\beta$. Sed est

$\alpha\delta > \delta\gamma$; multo igitur

$\alpha\delta > \delta\beta$.

Similiter demonstrabimus, si $\alpha\delta$ minor sit quam $\delta\gamma$, eandem minorem esse quam $\delta\beta$.

XLVI. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius diametrus $\alpha\beta$, in eaque sumatur quodlibet punctum δ, et *ad circumferentiam* ducantur $\delta\gamma$ $\delta\varepsilon$, sitque $\delta\gamma$ maior quam $\delta\varepsilon$; dico $\alpha\delta$ maiorem esse quam $\delta\beta$. Prop. 48



Iungatur $\gamma\varepsilon$, eique perpendicularis *ducatur* $\delta\zeta$; ergo $\gamma\zeta$ maior est quam $\zeta\varepsilon$ *). Bifariam secetur $\gamma\varepsilon$ in puncto η, et per η ipsi $\delta\zeta$ parallela *ducatur* $\eta\vartheta$; ergo $\eta\vartheta$ ipsi $\gamma\varepsilon$ perpendicularis est. Sed $\eta\vartheta$ etiam bifariam secat $\gamma\varepsilon$; ergo centrum circuli est in $\eta\vartheta$ (*elem.* 3, 1 *coroll.*). Sed idem etiam in $\alpha\beta$; ergo ϑ circuli centrum est; itaque $\alpha\delta$ maior est quam $\delta\beta$ **).

XLVII. Sint rursus duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequalibus lateribus $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$, quae bifariam secentur in punctis η ϑ, et iungantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$, quae inter se aequales sint, et neutra earum sit perpendicularis ad basim, angulus autem $\alpha\eta\gamma$ angulo $\delta\vartheta\zeta$ maior sit; dico, Prop. 49

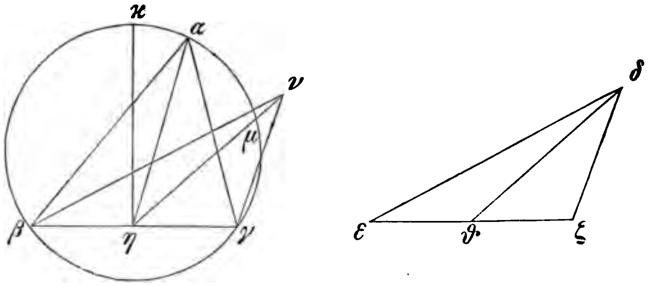
si sit $\alpha\eta > \eta\gamma$, esse $\angle\, \beta\alpha\gamma > \angle\, \varepsilon\delta\zeta$, at,

si sit $\alpha\eta < \eta\gamma$, esse $\angle\, \beta\alpha\gamma < \angle\, \varepsilon\delta\zeta$.

*) Hoc ex propos. 42 similiter demonstratur ac supra p. 573.

**) Nam quia $\gamma\zeta > \zeta\varepsilon$, punctum η est inter γ ζ; itaque ϑ inter δ ζ etc.

Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΚ· διάμετρος ἄρα ἐστὶν τοῦ κύκλου. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ΗΑ



τῆς ΗΓ· διὰ ἄρα τὸ προδειχθὲν μείζων ἐστὶν ἡ ΗΚ τῆς ΗΑ [μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΗ, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον μείζων]. συνεστάτω τῇ ὑπὸ ΔΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΗΜ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΑ, τουτέστιν ἡ ΔΘ, τῆς ΗΜ. κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΗΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΒ ΝΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΝΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ὁμοίως δείξομεν ὅτι, ἐὰν ᾖ ἐλάσσων ἡ ΑΗ τῆς ΗΓ, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ, ὅπερ: ~

90 *μη'. Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς ὀρθὰς ἔστω τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ ὄμμα τεθῇ, ἴσαι αἱ διάμετροι φαίνονται τοῦ κύκλου.*

Τοῦτο δὲ δῆλον· ἅπασαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις καὶ ἴσας γωνίας περιέχουσιν.

91 *Μὴ ἔστω δὲ ἡ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου· λέγω ὅτι τοῦ ὄμματος ὄντος πρὸς τῷ Ζ σημείῳ καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἴσαι ὁρῶνται.*

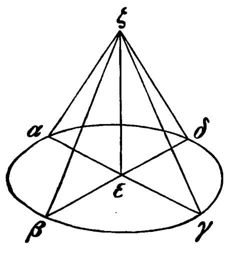
Ἤχθωσαν γὰρ δύο διάμετροι αἱ ΑΓ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ. ἐπεὶ αἱ τρεῖς αἱ ΕΑ ΕΓ ΕΖ ἴσαι εἰσίν, ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΓ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ὀρθή ἐστιν· ἴσαι ἄρα φανήσονται αἱ ΑΓ ΒΔ διάμετροι. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ πᾶσαι.

Ducatur ab η ipsi $\beta\gamma$ perpendicularis $\eta\varkappa$; ergo in $\eta\varkappa$ circuli centrum est (*elem. 3, 1 coroll.*). Sit primum $\alpha\eta > \eta\gamma$; ergo propter id quod supra (*in propos. 45*) demonstravimus est $\varkappa\eta > \alpha\eta$. Constituatur $\angle\, \mu\eta\gamma = \angle\, \delta\vartheta\zeta$; ergo $\eta\alpha$, id est $\vartheta\delta$, $> \eta\mu$. Ponatur $\eta\nu = \vartheta\delta$, et iungantur $\nu\beta$ $\nu\gamma$; ergo est

$$\angle\, \beta\nu\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta; \text{ itaque (similiter ac propos. 45)}$$
$$\angle\, \beta\alpha\gamma > \angle\, \varepsilon\delta\zeta.$$

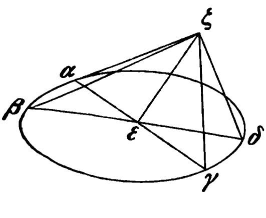
Similiter demonstrabimus, si sit $\alpha\eta < \eta\gamma$, esse $\angle\, \beta\alpha\gamma < \angle\, \varepsilon\delta\zeta$, q. e. d.

XLVIII. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum ε, et ab ε circuli plano perpendicularis sit $\varepsilon\zeta$; dico, si oculus in recta $\varepsilon\zeta$ positus sit, circuli diametros aequales apparere. Prop. 50



Hoc vero manifestum; nam omnes rectae, quae a puncto ζ ad circuli circumferentiam pertinent, inter se aequales sunt angulosque aequales comprehendunt.

At recta $\zeta\varepsilon$ circuli plano non perpendicularis sit, eademque circuli semidiametro aequalis; dico, oculo in puncto ζ posito, sic etiam diametros aequales apparere.



Ducantur enim duae diametri $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, et iungantur $\zeta\alpha$ $\zeta\beta$ $\zeta\gamma$ $\zeta\delta$. Quoniam tres $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\zeta$ aequales sunt, rectus igitur est angulus $\alpha\zeta\gamma$ (*elem. 3, 31*). Eadem ratione etiam angulus $\beta\zeta\delta$ rectus est; diametri igitur $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ aequales apparebunt. Similiter demonstrabimus etiam omnes *reliquas*.

---

4. 5. μεγίστη — μείζων interpolatori tribuit *Hu* (μεγίστη γάρ ἐστιν etc. coni. *Co*) 4. αἰεὶ η ἐγγειον A, corr. BS 6. τουτέστιν ἡ ΔΟ AB, corr. S 8. τῆι ὑπὸ ΕΔΖ A[1] ex τῆι τηπὸ ΒΔΖ 12. ΜΗ A[1] in marg. (BS) 13. τῷ S, om. AB 18. ἀλλήλοις A, corr. BS 24. ΕΔ A[2](BS) pro nescio qua primae m. scriptura

92 Δῆλον οὖν ὅτι [ἐὰν ᾖ κύκλος καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ὅπου ἂν ἐπὶ τῆς ἀχθείσης τὸ ὄμμα τεθῇ, ἴσαι ὀφθήσονται αἱ τοῦ κύκλου διάμετροι, ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνισταμένη μὴ ᾖ πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ὑπάρχῃ, καὶ οὕτως ἀπὸ τοῦ πέρατος αὐτῆς ἴσαι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου ὀφθήσονται· δῆλον δὴ ὅτι ἐντεῦθεν], ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος, ἐπὶ δὲ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὁπουδήποτε τὸ ὄμμα μετατεθῇ κατὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, αἱ διάμετροι ἴσαι ὀφθήσονται.

93 μθʹ. Ἐὰν ᾖ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἀνασταθῇ τις εὐθεῖα μήτε πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἐπὶ δὲ τοῦ πέρατος τῆς ἀνασταθείσης τὸ ὄμμα τεθῇ, ἄνισοι αἱ τοῦ κύκλου διάμετροι ὀφθήσονται.

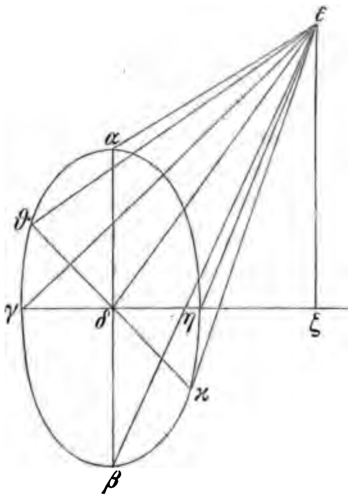
Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἀνεστάτω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ μήτε πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ ὄμμα πρὸς τῷ Ε, ἔστω δὲ πρότερον ἡ ΔΕ μείζων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ΑΒ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΕΖ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΖΗΔ διήχθω ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΗΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ· λέγω ὅτι μεγίστη μὲν ὀφθήσεται ἡ ΑΒ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΗΓ, αἰεὶ δὲ ἡ ἔγγιον τῆς ΗΓ τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ὀφθήσεται, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ΗΓ θεωρηθήσονται.

Δῆλον δὴ ὅτι ἡ ΕΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΑΒ· ἀπὸ

1. ἐὰν ᾖ — 8. ἐντεῦθεν tribuit *Hu* interpolatori, qui et supervacanea addidit et alia quaedam suae manus vestigia reliquit (nam vs. 2. post αὐτοῦ omisit εὐθεῖα, et vs. 4. ἀνισταμένη minus recte scripsisse videtur pro ἀνεσταμένη, et vs. 8. ἐντεῦθεν alieno loco interposuit, ubi ἐντεῦθεν ὅτι voluit *Co*) 12. ΜΘ A[1] in marg. (BS) ἀπὸ A[2]BS, αὐτὸ A[1] 23. ἡ ΖΗΔ *Co* (idque confirmat figurae in codicibus descriptae ratio), ἡ ΗΖΔ ABS (quod si retinere velis, figuram ita delineare oporteat, ut punctum ζ inter η δ cadat, quo facto variae lineae rectae, quae ducendae sunt, vix inter se distinguantur) 26. εγγειον

Itaque manifestum est, si sit in sphaera maximus circulus, et in quolibet puncto superficiei sphaerae oculus ita positus sit, ut circuli circumferentiam intueatur[1]), diametros eius aequales apparere.

IL. Si sit circulus, et a centro eius recta quaedam erigatur, quae neque circuli plano perpendicularis neque semidiametro circuli aequalis sit, et in termino eius rectae oculus positus sit, circuli diametri inaequales apparebunt. Prop. 51



Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum δ, et a δ erigatur recta $\delta\varepsilon$, quae neque circuli plano perpendicularis neque semidiametro circuli aequalis sit, atque oculus versetur in puncto ε, sit autem primum recta $\delta\varepsilon$ maior semidiametro circuli $\alpha\beta\gamma$, et a puncto ε ad circuli planum ducatur perpendicularis $\varepsilon\zeta$, et iuncta $\zeta\eta\delta$ producatur ad γ, et per δ ipsi $\eta\gamma$ perpendicularis ducatur $\alpha\beta$; dico

maximam apparere diametrum $\alpha\beta$, minimam $\eta\gamma$*), et,

quaecunque diametrus ipsi $\eta\gamma$ propior sit, eam minorem semper apparere remotiore, denique

binas tantum aequales diametros ad utrasque ipsius $\eta\gamma$ partes conspici.

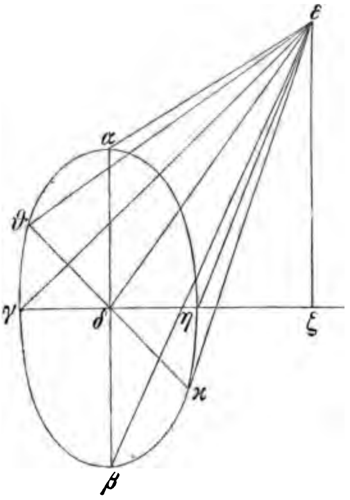
Primum igitur rectam $\varepsilon\delta$ ipsi $\alpha\beta$ perpendicularem esse

1) Haec est vis Graecae praepositionis κατά; excipitur igitur is casus, ut oculus in ipsa circuli circumferentia positus sit.

*) Conf. Eucl. optic. propos. 38.

(sine spir. et acc.) A, corr. BS, item p. 584, 5   27. ἑκάτερα A[1] ex ἑκάτεροι γὰρ μετεώρου σημείου τοῦ Ε ἐπὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος διῆκται ἡ ΕΖ, καὶ τυχοῦσα διῆκται ἡ ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἦκται ἡ ΔΖ, καὶ ἐπέζευκται ἡ ΕΔ. ἔτι δὲ καὶ τοῦτο δῆλον ἐκ τῶν προειρημένων ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἐλαχίστη ἐστίν, αἰεὶ δὲ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων, ἴσαι δὲ δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς συνίστανται.

94 Διήχθω δή τις ἡ ΘΔΚ· ἡ ἄρα ΕΔ οὐκ ἔστιν κάθετος ἐπὶ τὴν ΘΚ. ἐὰν γὰρ ᾖ κάθετος, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος, ἔσται ἄρα ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κάθετός ἐστιν ἡ ΕΔ ἐπὶ τὴν ΘΚ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ ΕΘ ΕΚ ΕΗ ΕΓ. ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστιν τὰ ΑΕΒ ΕΘΚ ἴσας ἔχοντα τὰς ΑΒ ΘΚ βάσεις, ὧν ἑκατέρα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ, καὶ ἔστιν ἡ ΕΔ ἡ αὐτὴ ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων, ἐπὶ μὲν τὴν ΑΒ κάθετος οὖσα, ἐπὶ δὲ τὴν ΘΚ οὐκέτι, καὶ ἔστιν ἡ ΕΔ μείζων τῆς ΔΑ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΘΕΚ. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ πασῶν τῶν ὁμοίως διαγομένων· ἡ ἄρα ΑΒ μεγίστη ὁρᾶται.



95 Πάλιν ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστιν τὰ ΕΗΓ ΕΘΚ ἴσας ἔχοντα τὰς βάσεις καὶ κοινὴν τὴν ΕΔ, καὶ ἡ ΕΔ ἐπὶ οὐδετέραν τῶν ΘΚ ΗΓ κάθετός ἐστιν, μείζων δέ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΔΘ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΗ (δέδεικται γὰρ ἐλαχίστη ἡ ὑπὸ ΕΔΗ), καὶ ἔστιν ἡ ΕΔ μείζων τῆς ΔΘ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΘΕΚ γωνία τῆς ὑπὸ ΗΕΓ γωνίας (προδέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο). ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν ἡ ὑπὸ ΗΕΓ γωνία· ἡ ἄρα ΗΓ ἐλαχίστη ὁρᾶται.

apparet *ex propos. 43*; namque, *ut illic posuimus*, a sublimi puncto ε ad circuli planum perpendicularis ducta est $\varepsilon\zeta$, et *praeterea in circuli plano* ducta est quaelibet $\alpha\beta$, atque a ζ in eam perpendicularis $\zeta\delta$, et iuncta $\varepsilon\delta$. Praeterea ex superioribus (*propos. 44*) hoc quoque manifestum est, angulum $\varepsilon\delta\zeta$ minimum esse, et eum angulum qui ipsi $\varepsilon\delta\zeta$ propior est semper remotiore minorem esse, binos autem tantum aequales ad utrasque ipsius $\varepsilon\delta\zeta$ partes constitui. Iam ducatur diametrus quaelibet $\vartheta\delta\varkappa$; ergo $\varepsilon\delta$ non perpendicularis est ad $\vartheta\varkappa$. Nam quoniam $\varepsilon\delta$ ad $\alpha\beta$ perpendicularis est, si etiam ad $\vartheta\varkappa$ perpendicularis esset, ipsa perpendicularis esset ad circuli planum (*elem. 11, 4*), id quod fieri non potest; ergo $\varepsilon\delta$ non perpendicularis est ad $\vartheta\varkappa$. Iungantur $\varepsilon\alpha$ $\varepsilon\beta$ $\varepsilon\vartheta$ $\varepsilon\varkappa$ $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\eta$. Quoniam sunt duo triangula $\alpha\varepsilon\beta$ $\vartheta\varepsilon\varkappa$, aequales habentia bases $\alpha\beta$ $\vartheta\varkappa$, quarum utraque in puncto δ bifariam secta est, et recta $\varepsilon\delta$, aequalis in utroque triangulo, ad $\alpha\beta$ perpendicularis est, sed ad $\vartheta\varkappa$ non item, atque $\varepsilon\delta$ maior est quam $\delta\alpha$, ergo *propter propos. 45* angulus $\alpha\varepsilon\beta$ maior est angulo $\vartheta\varepsilon\varkappa$. Similiter demonstrabimus angulum $\alpha\varepsilon\beta$ etiam maiorem esse omnibus *reliquis* qui similiter ducantur; ergo $\alpha\beta$ maxima apparet.

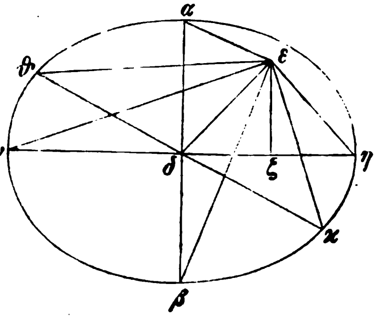
Rursus quia sunt duo triangula $\vartheta\varepsilon\varkappa$ $\gamma\varepsilon\eta$, aequales habentia bases $\vartheta\varkappa$ $\gamma\eta$ *in δ dimidiatas*, et recta $\varepsilon\delta$ in neutram basim perpendicularis est, atque angulus $\varepsilon\delta\vartheta$ maior est angulo $\varepsilon\delta\eta$ (nam angulum $\varepsilon\delta\eta$, *id est* $\varepsilon\delta\zeta$, minimum esse demonstravimus *propos. 44*), denique $\varepsilon\delta$ maior est quam $\delta\vartheta$, angulus igitur $\vartheta\varepsilon\varkappa$ maior est angulo $\eta\varepsilon\gamma$ (nam hoc quoque supra demonstravimus *propos. 49*). Similiter demonstrabimus angulum $\eta\varepsilon\gamma$ minimum esse omnium; ergo $\eta\gamma$ minima apparet.

Hinc etiam manifestum est, quaecunque diametrus ipsi $\eta\gamma$ propior sit, eam minorem semper apparere remotiore.

---

1. ἔτι τε A(B), corr. S 8. ἡ $\overline{ΔΘΚ}$ ABS, ἡ ΘΚ *Co*, corr. *Hu*
23. οὐκέτι *Hu* pro οὐκ ἔστιν 27. τῆς ὑπὸ $\overline{ΕΘΚ}$ ABS, corr. *Co Sca*
29. τὰ $\overline{ΕΗΓΕΘΚ}$ A, distinx. BS 34. προσδίδεικται S

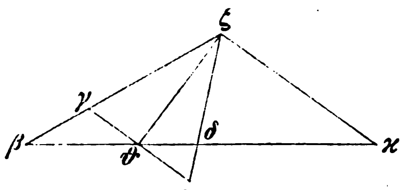
96 *Καὶ φανερὸν ὅτι ἴσαι δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΗΓ ὀφθήσονται, ἐπειδήπερ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας δύο ἴσαι μόνον ἐφ' ἑκάτερα συνίστανται γωνίαι.*

97 

Ὁμοίως δείξομεν ὅτι, ἐὰν ᾖ ἐλάσσων ἡ ΕΔ τῆς ΔΑ, [ὅτι] μεγίστη μὲν ὀφθήσεται ἡ ΗΓ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΒ, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ΑΒ τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων, ἴσαι δὲ δύο μόνον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΗΓ (ἢ τῆς ΑΒ) ὀφθήσονται.

98 *ν'. Ἐπεὶ οὖν ὁ κύκλος ἔδοξεν ἐλλείψεως παρέχειν φαντασίαν τῇ ὄψει καὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ φαινόμενον εἶναι κέντρον τῆς ἐλλείψεως, ἔνστασιν οὐ τὴν τυχοῦσαν ἔχει τὸ θεώρημα· δυνατὸν γάρ ἐστιν ἀποδεῖξαί τι σημεῖον ἕτερον ἐν τῷ κύκλῳ κέντρον ὁρώμενον τῆς κατὰ φαντασίαν γραμμῆς. προγραφήσεται δὲ λημμάτιον τόδε.*

99 *Ἔστω ὡς ἡ ΒΚ εὐθεῖα πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΔΘ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ὑπὸ ΒΖΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΖ· ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΘΖΚ γωνία.*



Ἤχθω τῇ ΚΖ παράλληλος διὰ τοῦ Θ ἡ ΓΘΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΔ ἐπὶ τὸ Η. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΒΘ, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΒΘ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΓΘ, ὡς ἄρα ἡ ΖΚ πρὸς ΓΘ, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ. ὡς δὲ ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΚΖ

6. *ὅτι* del. *Hu* 8. *αιει η εγγειον* (sine spir. et acc.) A, corr. BS
12. *ἢ τῆς ΑΒ* forsitan interpolator addiderit 14. $\overline{N}$ A[1] in marg. (BS)

Item manifestum est binas tantum aequales diametros ad utrasque ipsius $\eta\gamma$ partes conspici, quoniam binos tantum aequales angulos ad utrasque ipsius $\varepsilon\delta\zeta$ partes constitui *supra ostendimus propos. 44*).

Similiter demonstrabimus, si sit $\varepsilon\delta$ minor quam $\delta\alpha$, maximam apparere diametrum $\eta\gamma$, minimam autem $\alpha\beta$*), et, quaecunque diametrus ipsi $\alpha\beta$ propior sit, eam minorem semper *apparere* remotiore, denique binas tantum aequales diametros ad utrasque ipsius $\eta\gamma$ (*vel* $\alpha\beta$) partes conspici.

L. Quoniam igitur effecimus circulum ellipsis speciem oculo praebere et ipsius centrum adspectu ellipsis centrum esse, non mediocrem difficultatem habet hoc theorema; possumus enim demonstrare aliud in circulo punctum tamquam centrum eius quae intuenti conspicitur lineae apparere. Praemittemus autem hoc parvulum lemma.

Sit recta $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, et $\angle\, \beta\zeta\vartheta = \angle\, \vartheta\zeta\delta$, et iungatur $\varkappa\zeta$; dico angulum $\vartheta\zeta\varkappa$ rectum esse[1]). Prop. 52

Ducatur per ϑ ipsi $\zeta\varkappa$ parallela $\gamma\vartheta\eta$, et producatur $\zeta\delta$ ad η. Iam quia est

$\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, et vicissim

$\beta\varkappa : \beta\vartheta = \varkappa\delta : \vartheta\delta$, atque etiam *propter similitudinem triangulorum* $\beta\zeta\varkappa$ $\beta\gamma\vartheta$

$\beta\varkappa : \beta\vartheta = \zeta\varkappa : \gamma\vartheta$, est igitur

$\zeta\varkappa : \gamma\vartheta = \varkappa\delta : \vartheta\delta$. Sed propter similitudinem triangulorum $\zeta\delta\varkappa$ $\eta\delta\vartheta$ est

$\varkappa\delta : \vartheta\delta = \varkappa\zeta : \vartheta\eta$; ergo

*) Conf. Eucl. optic. propos. 39.

1) Huic propositioni manifestum est respondere duas conversas, quas addit Commandinus:

I. Si sit $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, et angulus $\vartheta\zeta\varkappa$ rectus, iunganturque $\beta\zeta$ $\zeta\delta$, esse angulum $\beta\zeta\vartheta$ angulo $\vartheta\zeta\delta$ aequalem, quod lemma infra propos. 53 et 54 adhibetur;

II. Si sit trianguli $\vartheta\zeta\varkappa$ angulus ζ rectus, et $\angle\, \beta\zeta\vartheta = \angle\, \vartheta\zeta\delta$, esse $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$. Atque haec quidem propositio convenit cum illo lemmate quod a Pappo VII cap. 224 citatur. Conf. append. ad illum locum.

πρὸς ΘΗ (ἰσογώνια γὰρ τὰ ΖΔΚ ΔΗΘ τρίγωνα)· ἡ ΖΚ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΓΘ ΘΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ ΓΘ τῇ ΘΗ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΗ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΓΖ εὐθεῖα τῇ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΘ τῇ ΘΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΘ, καὶ βάσις ἡ ΗΖ βάσει τῇ ΓΖ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΖ τῇ ὑπὸ ΖΘΗ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα αὐτῶν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΖΚ διὰ τὸ τὰς ΓΗ ΖΚ παραλλήλους εἶναι.

100 *να΄. Τούτου προγραφέντος ἔστω ὁ μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ περὶ κέντρον τὸ Ε, ὄψις δὲ μὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ ἡ πρὸς τῷ Ζ σημείῳ, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ [διὰ] τοῦ κύκλου ἐπίπεδον ἡ ΖΗ μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ Ε κέντρον, καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ ΗΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Β Κ, ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ σημείου ἐπὶ τὰ Β Δ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΔ ΖΒ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ τῇ ΖΘ, καὶ ἤχθω τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΘΓ, καὶ ἐφαπτόμεναι τοῦ κύκλου αἱ ΑΚ ΚΓ· λέγω ὅτι τῇ πρὸς τῷ Ζ ὄψει ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔλλειψις φανήσεται κέντρον μὲν ἔχουσα τὸ Θ σημεῖον (οὐχ, ὥσπερ οἴονταί τινες, τὸ Ε), ἄξονας δὲ τοὺς ΓΑ ΒΔ συζυγεῖς, καὶ αἱ μὲν ἐπὶ τὴν ΒΔ καταγόμεναι τεταγμένως τῇ ΑΓ ἔσονταί τε καὶ φανοῦνται παράλληλοι, αἱ δ' ἐπὶ τὴν ΑΓ καταγόμεναι διαχθήσονται μὲν ἀπὸ τοῦ Κ, φανοῦνται δὲ τῇ ΒΔ παράλληλοι, καὶ ταὐτὰ φανεῖται περὶ τὴν ὁρωμένην ἔλλειψιν, ἃ καὶ τῇ τοῦ κώνου τομῇ συμβέβηκεν.*

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΖ ΖΓ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΖΓ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΘΖΒ τῇ ὑπὸ ΘΖΔ ἴση· φαίνεται ἄρα ἴση ἡ μὲν ΑΘ τῇ ΘΓ, ἡ δὲ ΒΘ

---

1. *γὰρ τὰ* $\overline{\Delta K}$ A^1, *Ζ* add. A^2 (BS) 6. *ἴση* add. A^1 super vs. (BS) 10. $\overline{NA}$ A^1 in marg. (BS) *ὁ* $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ A, coniunx. BS, item vs. 19 13. *διὰ* om. *Co* 15. *τὰ* $\overline{BK}$ — *τὰ* $\overline{B\Delta}$ A, distinx. BS 17. *ἡ ΑΘΓ*] *ἡ* $\overline{A\Theta}$ A^1B^3, *ἡ* $\overline{\alpha\gamma}$ B^1S, corr. A^2 (qui *Γ* superscr.) *Co* 24. *ταὐτὰ Hu* auctore *Co* pro *ταῦτα*

$\zeta\varkappa : \gamma\vartheta = \zeta\varkappa : \vartheta\eta$; itaque (*elem.* 5, 9)

$\gamma\vartheta = \vartheta\eta$. Et, *quia anguli* $\gamma\zeta\vartheta$ $\vartheta\zeta\eta$ *aequales sunt, propter elem.* 6, 3 est

$\gamma\vartheta : \vartheta\eta = \gamma\zeta : \zeta\eta$; itaque

$\gamma\zeta = \zeta\eta$. Et quia $\gamma\vartheta = \vartheta\eta$, et $\gamma\zeta = \zeta\eta$, et communis $\zeta\vartheta$*), est igitur

$\angle\, \gamma\vartheta\zeta = \angle\, \zeta\vartheta\eta$; itaque uterque rectus;

ergo propter parallelas $\vartheta\eta$ $\zeta\varkappa$ etiam angulus $\vartheta\zeta\varkappa$ rectus est (*elem.* 1, 29).

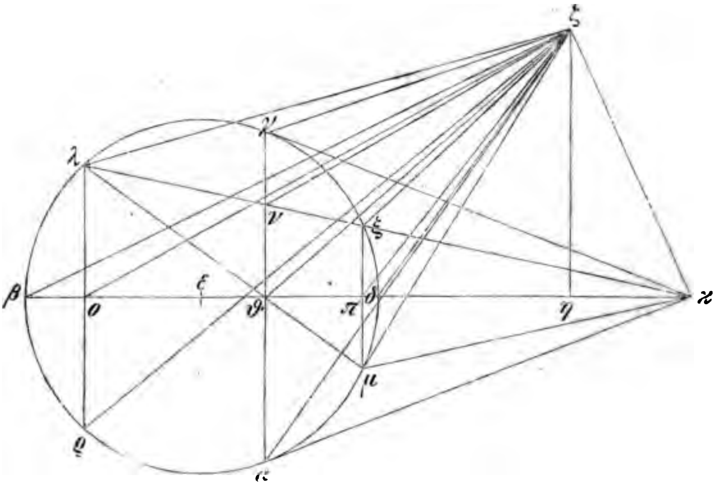
LI. Hoc praemonstrato sit circulus $\alpha\beta\gamma\delta$ circa centrum Prop. 53
ε, oculus autem in puncto ζ non sit in circuli plano, et $\zeta\eta$ perpendicularis a ζ ad circuli planum ducta non cadat in centrum ε, et iuncta $\eta\delta\varepsilon$ producatur ad β $\varkappa$, et a puncto ζ ad β δ iungantur $\zeta\beta$ $\zeta\delta$, et angulus $\beta\zeta\delta$ bifariam secetur rectâ $\zeta\vartheta$, et ducatur ipsi $\beta\delta$ perpendicularis recta $\alpha\vartheta\gamma$, ac circulum tangentes $\varkappa\alpha$ $\varkappa\gamma$; dico oculo in ζ *posito* circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ visum iri ellipsim centrum habentem punctum ϑ (non, ut nonnulli opinantur, punctum ε); axes autem coniugatos fore $\alpha\gamma$ $\beta\delta$; atque ordinatas, quae ad $\beta\delta$ deducuntur, ipsi $\alpha\gamma$ parallelas et futuras et apparituras esse, ordinatas autem, quae ad $\alpha\gamma$ applicantur, a puncto quidem $\varkappa$ deductum iri, sed ipsi $\beta\delta$ parallelas apparituras esse; denique eadem in conspectu ellipsis visum iri quae in coni sectione contingunt[1]).

Iungantur enim $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$; aequales igitur sunt anguli $\alpha\zeta\vartheta$ $\vartheta\zeta\gamma$. Sed etiam anguli $\beta\zeta\vartheta$ $\vartheta\zeta\delta$ aequales sunt (*ex hypothesi*);

*) His verbis Pappus Euclidis elem. primi propositionem 8 citat (conf. supra p. 565 adnot. **).

1) Multa et in hac propositione et in ea demonstratione quae sequitur uberius explicanda commentariisque illustranda esse videntur. Et pauca quidem attulit Commandinus, quaedam etiam nos breviter significavimus; alia autem, quae quasi in transcursu absolvi non possint, futuro alicui interpreti relinquimus pertractanda. Figuram repetivimus ex codicum auctoritate, nisi quod omnem eius positionem correximus, quae apud Commandinum talis exstat qualem codices exhibent.

101 τῇ ΘΔ. λέγω δὴ ὅτι καί, ἥτις ἂν διαχθῇ ὡς ἡ ΛΘΜ, φανεῖται διχοτομουμένη κατὰ τὸ Θ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἵ τε ΛΚ ΚΜ ΜΞ καὶ αἱ ΜΖ ΖΞ ΖΝ ΖΛ καὶ ἔτι ἡ ΖΚ. ἐπεὶ οὖν διὰ τὰς ἐφαπτομένας ἐστὶν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς



ΚΔ, ἡ ΒΘ πρὸς ΘΔ, καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΖΘ ἴση τῇ ὑπὸ ΘΖΔ, ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΘΖΚ γωνία (τοῦτο γὰρ προδέδεικται). καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τῶν Β Ζ Κ ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν πρὸς τὸ διὰ τῶν Α Ζ Γ ἐπίπεδον (καὶ γὰρ ἡ ΑΓ ὀρθή ἐστιν τῷ διὰ τῶν Β Ζ Κ ἐπιπέδῳ, καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῇ ΘΖ ὀρθὴ ἦκται ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΖΚ), ἡ ἄρα ΖΚ τῷ διὰ τῶν Α Ζ Γ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΝΖΚ γωνία. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΛΚ πρὸς ΚΞ, ἡ ΛΝ πρὸς ΝΞ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΛΖΝ γωνία τῇ ὑπὸ ΝΖΞ· ἴση ἄρα φαίνεται ἡ ΛΝ τῇ ΝΞ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΛΖ πρὸς ΖΞ, ἡ ΛΝ πρὸς ΝΞ, ἀλλ' ἡ μὲν ΖΞ τῇ ΖΜ ἴση ἐστίν (ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΜΞ γίνεται παράλληλος τῇ ΑΓ), ὡς δὲ ἡ ΛΝ πρὸς ΝΞ, ἡ ΛΘ πρὸς ΘΜ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΛΖΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΖΜ· ἴση ἄρα φαίνεται ἡ ΘΛ τῇ ΘΜ. ὁμοίως δὲ καί, ἥτις ἂν ἄλλη διὰ τοῦ Θ διαχθῇ, φανήσεται διχοτομουμένη κατὰ τὸ Θ· κέντρον ἄρα φαίνεται τῆς ἐλλείψεως τὸ Θ, καὶ συζυγεῖς ἄξονες οἱ ΑΓ ΒΔ, ergo $\alpha\vartheta$ ipsi $\vartheta\gamma$, et $\beta\vartheta$ ipsi $\vartheta\delta$ aequales apparent (*Eucl. optic. posit.* 7). Iam dico,

quaecunque recta, velut $\lambda\vartheta\mu$, *per circulum* ducatur, eam dimidiatam in puncto ϑ apparituram esse.

Iungantur enim rectae $\lambda\nu\xi\varkappa$ $\varkappa\mu$ $\mu\pi\xi$, item $\mu\zeta$ $\zeta\xi$ $\zeta\nu$ $\zeta\lambda$, denique $\zeta\varkappa$. Iam quia propter tangentes $\varkappa\alpha$ $\varkappa\gamma$ (*infra VII propos.* 154) est $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, et anguli $\beta\zeta\vartheta$ $\vartheta\zeta\delta$ aequales sunt, angulus igitur $\vartheta\zeta\varkappa$ rectus est (hoc enim supra *propos.* 52 demonstravimus). Iam quia planum per β ζ $\varkappa$ transiens perpendiculare est ad planum quod per α ζ γ transit (*propter elem.* 11 *defin.* 4; etenim recta $\alpha\gamma$ perpendicularis est ad planum per β ζ $\varkappa$ transiens, et rectae $\vartheta\zeta$, *id est* communi *utriusque plani* sectioni, perpendicularis in uno plano ducta est $\zeta\varkappa$), recta igitur $\zeta\varkappa$ ipsi $\alpha\zeta\gamma$ plano perpendicularis est[2]; itaque angulus $\nu\zeta\varkappa$ rectus (*elem.* 11 *defin.* 3). Atque est $\lambda\varkappa : \varkappa\xi = \lambda\nu : \nu\xi$*); ergo anguli $\lambda\zeta\nu$ $\nu\zeta\xi$ aequales sunt (*propter propos.* 52 *conversam*); itaque rectae $\lambda\nu$ $\nu\xi$ aequales apparent. Atque est (*elem.* 6, 3)

$\lambda\zeta : \zeta\xi = \lambda\nu : \nu\xi$, et, quia $\xi\mu$ ipsi $\gamma\alpha$ parallela est,
$\zeta\xi = \zeta\mu$; *itaque*
$\lambda\zeta : \zeta\mu = \lambda\nu : \nu\xi$. Sed est (*propter parallelas*)
$\lambda\nu : \nu\xi = \lambda\vartheta : \vartheta\mu$; ergo
$\lambda\zeta : \zeta\mu = \lambda\vartheta : \vartheta\mu$; *itaque* (*elem.* 6, 3)
$\angle\, \lambda\zeta\vartheta = \angle\, \vartheta\zeta\mu$.

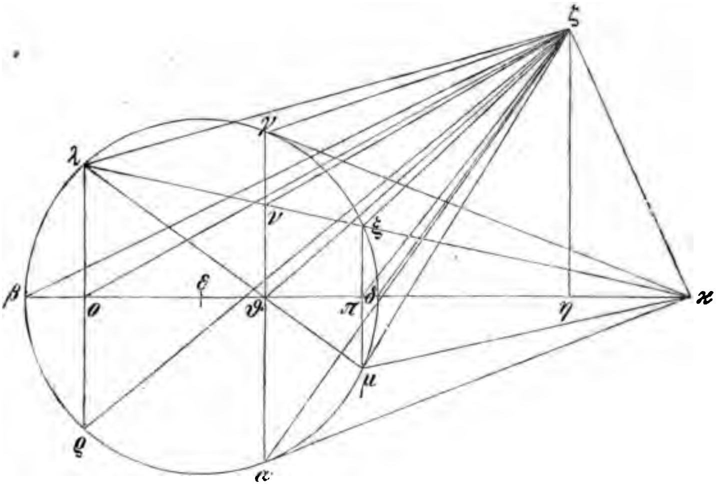
Ergo rectae $\lambda\vartheta$ $\vartheta\mu$ aequales apparent. Similiter etiam, quaecunque alia recta per ϑ ducetur, dimidiata in ipso ϑ apparebit. Itaque

centrum ellipsis videbitur ϑ, et axes coniugati $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, et rectae ipsi $\alpha\gamma$ parallelae bifariam secabuntur rectà $\beta\delta$, rectae autem a $\varkappa$ ductae apparebunt bifariam sectae rectà $\alpha\gamma$,

2) *) Vide append. ad hanc propositionem.

3. post *αἱ* $\overline{MZ}$ additum in A ξ del. prima m. 7. *τῶν* $\overline{BZK}$ ABS ac similiter vs. 8. 9. 11, distinx. *Hu* 12. *ἡ* $\overline{\Lambda N}$ *Co Sca* pro *ἡ* $\overline{\Lambda M}$ 15. *ἡ* $\overline{\Lambda N}$] *ἡ* $\overline{N\Lambda}$ A[s]S, *ἡ* $\overline{\eta\lambda}$ B cod. Co, corr. *Co* 20. *φαίνεται*] *φαίνεῖται* *Hu* 21. *οἱ* $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ ABS, *οἱ* $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\gamma\alpha}$ *Sca*, corr. *Co*

καὶ αἱ μὲν τῇ ΑΓ παράλληλοι διχοτομηθήσονται ὑπὸ τῆς ΒΔ, αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ Κ διαγόμεναι δίχα τεμνόμεναι φα-
102 *νοῦνται ὑπὸ τῆς ΑΓ, ὥσπερ ἡ ΔΞ ἀπεδείχθη. λέγω δὴ ὅτι φαίνονται τῇ ΒΔ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ Κ διαγόμεναι. διήχθω γὰρ λόγου χάριν ἡ ΔΚ, καὶ κάθετος ἡ ΔΟ,*



καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ρ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΖ ΖΠ ΖΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΞ, τουτέστιν ὡς ἡ ΡΔ πρὸς τὴν ΞΜ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΞΖ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ μὲν ΔΖ τῇ ΖΡ, ἡ δὲ ΞΖ τῇ ΖΜ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΡ τῇ ὑπὸ ΞΖΜ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΟ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΞΖΠ· ἡ ἄρα ΟΔ ἴση φαίνεται τῇ ΠΞ, ὥστε παράλληλοι φανοῦνται αἱ ΔΞ ΒΔ [ἐπειδὴ αἱ μεταξὺ αὐτῶν κάθετοι ἴσαι φαίνονται].

103 *νβ'. Τούτου δεδειγμένου παραδοξότερόν τι πρόβλημα δυνατὸν ἀποδεῖξαι προτείνοντας οὕτως.*

Θέσει ὄντος κύκλου καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ σημείου δοθέντος ἐντὸς τῆς περιφερείας τόπον εὑρεῖν τῇ ὄψει, ἀφ' οὗ τὸν κύκλον ἔλλειψιν ὄψεται κέντρον ἔχουσαν τὸ δοθὲν ἐντὸς τῆς περιφερείας σημεῖον.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ περὶ κέντρον τὸ Ε, τὸ δὲ δοθὲν ἐντὸς αὐτοῦ σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ergo $\alpha\vartheta$ ipsi $\vartheta\gamma$, et $\beta\vartheta$ ipsi $\vartheta\delta$ aequales apparent (*Eucl. optic. posit.* 7). Iam dico,

quaecunque recta, velut $\lambda\vartheta\mu$, *per circulum* ducatur, eam dimidiatam in puncto ϑ appariturum esse.

Iungantur enim rectae $\lambda\nu\xi\varkappa$ $\varkappa\mu$ $\mu\pi\xi$, item $\mu\zeta$ $\zeta\xi$ $\zeta\nu$ $\zeta\lambda$, denique $\zeta\varkappa$. Iam quia propter tangentes $\varkappa\alpha$ $\varkappa\gamma$ (*infra VII propos.* 154) est $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, et anguli $\beta\zeta\vartheta$ $\vartheta\zeta\delta$ aequales sunt, angulus igitur $\vartheta\zeta\varkappa$ rectus est (hoc enim supra *propos.* 52 demonstravimus). Iam quia planum per β ζ $\varkappa$ transiens perpendiculare est ad planum quod per α ζ γ transit (*propter elem.* 11 *defin.* 4; etenim recta $\alpha\gamma$ perpendicularis est ad planum per β ζ $\varkappa$ transiens, et rectae $\vartheta\zeta$, *id est* communi *utriusque plani* sectioni, perpendicularis in uno plano ducta est $\zeta\varkappa$), recta igitur $\zeta\varkappa$ ipsi $\alpha\zeta\gamma$ plano perpendicularis est[2]; itaque angulus $\nu\zeta\varkappa$ rectus (*elem.* 11 *defin.* 3). Atque est $\lambda\varkappa : \varkappa\xi = \lambda\nu : \nu\xi$*); ergo anguli $\lambda\zeta\nu$ $\nu\zeta\xi$ aequales sunt (*propter propos.* 52 *conversam*); itaque rectae $\lambda\nu$ $\nu\xi$ aequales apparent. Atque est (*elem.* 6, 3)

$$\lambda\zeta : \zeta\xi = \lambda\nu : \nu\xi, \text{ et, quia } \xi\mu \text{ ipsi } \gamma\alpha \text{ parallela est,}$$
$$\zeta\xi = \zeta\mu; \textit{ itaque}$$
$$\lambda\zeta : \zeta\mu = \lambda\nu : \nu\xi. \text{ Sed est } (\textit{propter parallelas})$$
$$\lambda\nu : \nu\xi = \lambda\vartheta : \vartheta\mu; \text{ ergo}$$
$$\lambda\zeta : \zeta\mu = \lambda\vartheta : \vartheta\mu; \textit{ itaque } (\textit{elem. } 6,\ 3)$$
$$\angle\, \lambda\zeta\vartheta = \angle\, \vartheta\zeta\mu.$$

Ergo rectae $\lambda\vartheta$ $\vartheta\mu$ aequales apparent. Similiter etiam, quaecunque alia recta per ϑ ducetur, dimidiata in ipso ϑ apparebit. Itaque

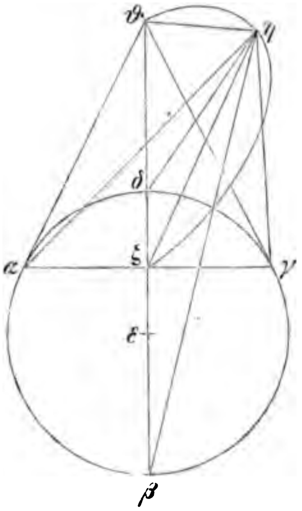
centrum ellipsis videbitur ϑ, et axes coniugati $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, et rectae ipsi $\alpha\gamma$ parallelae bifariam secabuntur rectâ $\beta\delta$, rectae autem a $\varkappa$ ductae apparebunt bifariam sectae rectâ $\alpha\gamma$,

2) *) Vide append. ad hanc propositionem.

---

3. post $\alpha\hat{\iota}$ *MZ* additum in A ξ del. prima m. 7. $\tau\tilde{\omega}\nu$ $\overline{BZK}$ ABS ac similiter vs. 8. 9. 11, distinx. *Hu* 12. $\dot{\eta}$ $\varLambda N$ *Co Sca* pro $\dot{\eta}$ $\overline{\varLambda M}$ 15. $\dot{\eta}$ $\varLambda N$] $\dot{\eta}$ $\overline{N\varLambda}$ A[s]S, $\dot{\eta}$ $\overline{\eta\lambda}$ B cod. *Co*, corr. *Co* 20. $\varphi\alpha\acute{\iota}\nu\epsilon\tau\alpha\iota$] $\varphi\alpha\nu\epsilon\tilde{\iota}\tau\alpha\iota$ *Hu* 21. $o\grave{\iota}$ $\overline{AB}$ $\overline{\varGamma\varLambda}$ ABS, $o\grave{\iota}$ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\gamma\alpha}$ *Sca*, corr. *Co*

δέον ἔστω τόπον εὑρεῖν, ἀφ' οὗ ὁ κύκλος ἔλλειψις ὀφθήσεται κέντρον ἔχουσα τὸ Ζ σημεῖον. ἐπιζευχθεῖσα ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ ΖΕ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα, καὶ ὀρθὴ αὐτῇ ἀπὸ τοῦ Ζ ἤχθω ἡ ΑΓ, καὶ ἀπὸ τῶν Α Γ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν αἱ ΑΘ ΘΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΖΘ ἡμικύκλιον γεγράφθω ὀρθὸν πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον τὸ ΖΗΘ· λέγω δὴ ὅτι, ὁποῖον ἂν ληφθῇ σημεῖον ἐφ' ὅλης τῆς ΖΗΘ περιφερείας, πρὸς αὐτῷ τεθεῖσα ἡ ὄψις ἔλλειψιν ὄψεται τὸν κύκλον κέντρον ἔχουσαν τὸ Ζ.



Εἰλήφθω γὰρ τὸ Η σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΒ ΗΖ ΗΔ ΗΘ. ἐπεὶ οὖν διὰ τὰς ἐφαπτομένας ἐστὶν ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΗΘ γωνία, ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΒΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΔ· ἴση ἄρα φαίνεται ἡ ΒΖ τῇ ΖΔ. φανερὸν δὴ ὅτι καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΖΓ ἴση φαίνεται. καὶ τοῖς προγεγραμμένοις ὁμοίως δειχθήσεται τῆς φαινομένης ἐλλείψεως κέντρον τὸ Ζ σημεῖον καὶ συζυγεῖς ἄξονες οἱ ΑΓ ΒΔ.

Εἰς τὰ φαινόμενα Εὐκλείδου.

104 *νγ'. Ἐπὶ τοῦ β' θεωρήματος τῶν Εὐκλείδου φαινομένων παρεῖται καὶ διὰ τῆς ἀποδείξεως, ἐὰν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ τῶν τροπικῶν ᾖ ἢ ἐπί τινος αὐτῶν, ποσάκις ὁ ζῳδιακὸς πρὸς ὀρθὰς ἔσται πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἐν μιᾷ περιφορᾷ. διὸ ἀποδείξομεν ἡμεῖς ὅτι, ἐὰν μὲν ὁ πό-*

---

6. *τῶν* $\overline{ΑΓ}$ A, distinx. BS   8. *αἱ* $\overline{ΑΘ}$ $\overline{ΟΓ}$ AB, corr. S   21. *πρὸς ΘΔ*] Θ corr. A² pro alia nescio qua littera   22. *ἡ ὑπὸ ΒΗΖ*] *ΗΖ*

circulus ellipsis videatur, cuius centrum sit ζ. Iungatur $\zeta\varepsilon$, quae in utramque partem producatur, eique perpendicularis a ζ ducatur $\alpha\gamma$, et ab α γ in circuli plano tangentes ducantur $\alpha\vartheta$ $\gamma\vartheta$, et in recta $\zeta\vartheta$ describatur semicirculus $\zeta\eta\vartheta$ ad circuli $\alpha\beta\gamma\delta$ planum perpendicularis; iam dico, si quodvis punctum in tota $\zeta\eta\vartheta$ circumferentia[1]) sumatur in eoque oculus constituatur, circulum visum iri ellipsim, cuius centrum est ζ.

Sumatur enim punctum η, et iungantur $\eta\beta$ $\eta\zeta$ $\eta\delta$ $\eta\vartheta$. Iam quia propter tangentes $\alpha\vartheta$ $\gamma\vartheta$ est $\beta\vartheta : \vartheta\delta = \beta\zeta : \zeta\delta$ (*VII propos. 154*), et angulus $\zeta\eta\vartheta$ rectus est, aequales igitur erunt anguli $\beta\eta\zeta$ $\zeta\eta\delta$ (*propter propos. 52 conversam*); ergo rectae $\beta\zeta$ $\zeta\delta$ aequales apparent. Atque item, *iunctis* $\alpha\eta$ $\eta\gamma$, manifestum est rectas $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ aequales apparere. Et similiter atque in superioribus demonstrabitur eius quae apparet ellipsis centrum esse ζ axesque coniugatos $\alpha\gamma$ $\beta\delta$.

IN EUCLIDIS PHAENOMENA.

LIII. In secundo theoremate Euclidis phaenomenon *interpretes* demonstrare omiserunt, si horizontis polus vel inter tropicos vel in alterutro ipsorum sit, quotiens zodiacus in una *mundi* conversione rectus sit ad horizontem[2]). Quapropter nos *iam* demonstrabimus,

1) Nimirum ipsis punctis ζ ϑ exceptis, quae sunt in circuli $\alpha\beta\gamma\delta$ plano.

2) Comparantibus Euclidis phaenomena, quae nostra aetate exstant ex libris manuscriptis edita, non satis liquet, quid maxime omissum esse Pappus conqueratur. Sin vero quis in codicum scriptura, quae supra p. 474, 11 occurrit, illud δὶς retineri velit, quasi Pappus scripserit "quotiens bis rectus sit etc.", ne sic quidem ea quam statim notavimus difficultas levari videtur. Conf. etiam p. 601 adnot. 1.

---

corr. A[2] (A[1] iterum incerta) 23. τῆς $\overline{Z\varDelta}$ ABS, corr. *Sca* δὴ A[1] ex δὲ 23. 24. καὶ ἡ $\overline{\varDelta Z}$ ABS, corr. *Co Sca* 26. οἱ $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\varDelta}$ ABS, corr. *Co Sca* 27. titulum add. S 28. $\overline{N\Gamma}$ A[1] in marg. (BS) $\overline{B}$ A, δευτέρου BS 31. ζωιδιακὸς A, ζωδιακὸς BS, item posthac p. 596. 598

λος τοῦ ὁρίζοντος ἐπί τινος τῶν τροπικῶν ᾖ, ἅπαξ ὁ ζῳδιακός ἐστιν ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἐν μιᾷ περιφορᾷ, ἐὰν δὲ μεταξὺ τῶν τροπικῶν, δίς.

105 *Ἔστω γὰρ ὁρίζων μὲν ὁ ΑΒΘ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΓΗ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΒΘ, μεσημβρινὸς δὲ ὁ ΑΔΕ, ζῳδιακὸς δὲ ὁ ΒΖΗ, ὁ δὲ τοῦ ΑΒΘ ὁρίζοντος πόλος ἔστω ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τὸ Δ· λέγω ὅτι ἐν μιᾷ περιφορᾷ ὁ ΒΖΗ ἅπαξ ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΘ ὁρίζοντα.*

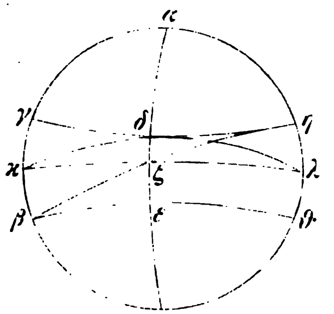
Ἐπεὶ γὰρ ἐν μιᾷ περιφορᾷ τὸ Η τὴν ΗΓ περιφέρειαν διέρχεται καὶ τὴν συνεχῆ αὐτῆς τὴν ὑπὸ γῆν καὶ ἐπὶ τὸ Η παραγίνεται, ἐν δὲ τῇ εἰρημένῃ διεξόδῳ τὸ Η ἅπαξ ἐπὶ τὸν Δ πόλον παραγίνεται καὶ ὁ ζῳδιακὸς θέσιν λαμβάνει τὴν ἐπὶ τοῦ ΚΔΑ, καὶ ἔσται ἅπαξ ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα· διὰ γὰρ τῶν πόλων ἐστὶν αὐτοῦ.

106 *Ὁμοίως δὴ καί, ἐὰν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τοῦ χειμερινοῦ κύκλου ᾖ, ὡς ὁ Ε, ἅπαξ ἔσται ὁ ζῳδιακὸς ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. [φανερὸν γὰρ ὅτι οἱ δύο πόλοι τοῦ ὁρίζοντος οὐκ εἰσὶν ἐν τῷ τροπικῷ, ἤτοι τῷ θερινῷ ἢ τῷ χειμερινῷ· οὐ γὰρ τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας δέχεται ἐλάσσων τις κύκλος τοῦ μεγίστου· ὥστε ἑκάτερος τῶν τροπικῶν μὴ ὢν διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τοὺς β' πόλους τοῦ ὁρίζοντος οὐ δέχεται· ὥστε τὸ Η ὑπόγειον γινόμενον οὐχ ἥξει διὰ τοῦ ἑτέρου πόλου τοῦ ὁρίζοντος, ἀλλ' ἑκάτερος τῶν τροπικῶν ἕνα δέχεται πόλον. ἐπεὶ γὰρ τὸ Η τῷ Β ἐστὶν κατὰ διάμετρον καὶ θέσιν ἔχει τὸ Η κατὰ τὸ Δ τὸν πόλον, καὶ τὸ Β ἄρα ὑπὸ γῆν τόπον ἕξει ἐν τῷ χειμερινῷ κατὰ τὸ διάμετρον τοῦ Δ τὸν ἕτερον πόλον τοῦ ὁρίζοντος· ὅτι κατὰ διάμετρόν ἐστιν τὸ Η τοῦ Β· ὥστε οὐδὲ ἐν τῷ ἑτέρῳ τῶν τροπικῶν εἰσιν οἱ δύο πόλοι τοῦ ὁρίζοντος, ἀλλ' ἑκάτερος ἐν ἑκατέρῳ τῶν τροπικῶν.]*

---

5. *ὁ ΒΘ* Co pro *ὁ ΒΕ* 9. *φοραῖ* et superscr. *περι* A[1] 13. *τοῦ ΚΔΑ* Co pro *τοῦ ΚΔΘ* 14. *διὰ — αὐτοῦ*] conf. adnot. ad Lat. 17. *φανερὸν — 30. τροπικῶν*] haec ad Pappi opus interpres quidam recentior addidisse videtur 22. *γενόμενον* coni. *Hu* 25. 26. *κατὰ τὸν Δ πόλον* et 27. *κατὰ διάμετρον* alius quivis scriptor prudentior quam hic interpolator scripsisset

si polus horizontis in alterutro tropicorum sit, zodiacum semel in una conversione rectum esse ad horizontem, sin autem inter tropicos, bis.



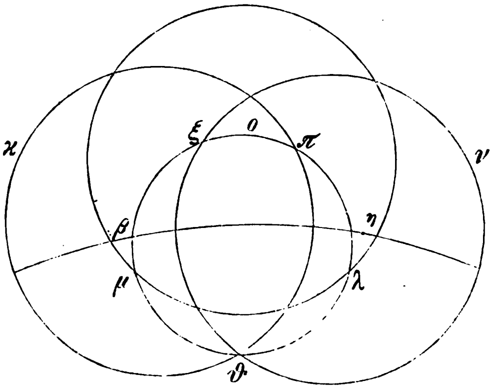
Sit enim horizon $\alpha\beta\vartheta$, et Prop. 55
aestivus tropicus $\gamma\eta$, hiemalis $\beta\vartheta$, et meridianus $\alpha\delta\varepsilon$, zodiacus $\beta\zeta\eta$, polus autem horizontis sit in aestivo tropico punctum δ; dico in una conversione circulum $\beta\zeta\eta$ semel rectum esse ad horizontem $\alpha\beta\vartheta$.

Quoniam enim punctum η in una *mundi* conversione et circumferentiam $\eta\gamma$ et eam sub terra quae ipsi continua est percurrit et *rursus* ad η pervenit, in hoc autem cursu punctum η semel ad polum δ pervenit zodiacusque positionem $\varkappa\delta\lambda$ sumit, hic igitur semel ad horizontem rectus erit; nam *semel tantum* per polos eius transit[1]).

Similiter etiam, si polus horizontis, velut ε, in hiemali tropico sit, zodiacus semel rectus erit ad horizontem. [Nam manifestum est duos horizontis polos non esse in uno tropico, aut aestivo aut hiemali. Neque enim sphaerae diametrum circulus ullus minor maximo in se recipit; quapropter uterque tropicorum, quippe qui non transeat per centrum sphaerae, duos horizontis polos non recipit; itaque punctum η, cum sub terram venerit, non per alterum horizontis polum ibit, sed uterque tropicorum unum tantummodo polum recipit. Nam quia punctum η ipsi β per diametrum oppositum est positionemque ad polum δ sumit, ergo etiam punctum β, cum sub terram venerit, in hiemali tropico locum habebit ad polum qui ipsi δ per diametrum oppositus est (scilicet η ipsi β ad diametrum est *oppositum*); itaque in neutro tropicorum duo horizontis poli sunt, sed unus in utroque.]

1) Sive ab ipso Pappo sive ab interprete aliquo Graeca διὰ γὰρ τῶν πόλων ἐστὶν αὐτοῦ scripta sunt, his citatur Theodosii sphaeric. 1 propositio 15.

107 νδ΄. Ἔστω δὴ ὁ πόλος μεταξὺ τῶν τροπικῶν, ὡς ὁ Θ· λέγω ὅτι ὁ ζῳδιακὸς δὶς γίνεται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἐν μιᾷ περιφορᾷ.



Προσαναγεγράφθω γὰρ ὁ ζῳδιακὸς κύκλος, καὶ ἔστω ὁ ΒΜΗ, ἔστω δὲ καθ' οὗ φέρεται παραλλήλου κύκλου τὸ Θ σημεῖον ὁ ΜΛΟ. τοῦ δὴ Λ ἐπὶ τὸν Θ πόλον παραγενομένου ὁ ΗΜΒ ζῳδιακὸς θέσιν λαβὼν τὴν ἐπὶ τοῦ ΝΘΞ ὀρθὸς γίνεται τὸ πρῶτον πρὸς τὸν ὁρίζοντα. πάλιν τοῦ Μ τὴν ΜΟΘ περιφέρειαν διελθόντος κατὰ τὴν συστροφὴν καὶ ἐπὶ τὸν Θ πόλον παραγενομένου ὁ ζῳδιακὸς θέσιν λαβὼν τὴν ἐπὶ τοῦ ΚΘΠ ὀρθὸς τὸ δεύτερον ἔσται πρὸς τὸν ὁρίζοντα. [μόνα γὰρ τὰ Μ Λ σημεῖα τῶν ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου καὶ τοῦ παραλλήλου (τὰ Μ Λ κατὰ τοῦ ΜΟΛ κύκλου φέρεται), καὶ δὶς μόνον ποιήσει τὸν ζῳδιακὸν κύκλον ὀρθὸν πρὸς τὸν ὁρίζοντα διὰ τοῦ Θ ἐλθόντα πόλου ἐν μιᾷ περιφορᾷ κόσμου· ἑκάτερον γὰρ τῶν Μ Λ ἐν μιᾷ στροφῇ ὅλον τὸν κύκλον τὸν ΜΟΛ διέρχεται· ὥστε καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς περιφερείας σημεῖα τοῦ κύκλου διέρχεται ἐν μιᾷ στροφῇ τὰ Μ Λ· ὥστε καὶ τὸ Θ σημεῖον διέρχεται ἐν μιᾷ στροφῇ ἑκάτερον τῶν Μ Λ.]

108 νε΄. Ἐπὶ δὲ τοῦ ιβ΄ θεωρήματός φησιν ὁ Εὐκλείδης "τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν

LIV. Iam sit *horizontis* polus, velut *ϑ*, inter tropicos; dico zodiacum in una *mundi* conversione bis rectum fieri ad horizontem. Prop. 56

Describatur enim circulus zodiacus *βμη* *), sitque *μλο* parallelus circulus in quo punctum *ϑ* fertur. Iam cum punctum *λ* ad *ϑ* polum pervenit, zodiacus *βμη*, sumptâ positione *νϑξ*, primum fit rectus ad horizontem (*Theod. sphaer. 1, 15*). Rursus cum punctum *μ* in *mundi* conversione circumferentiam *μοϑ* percurrerit et ad polum *ϑ* pervenerit, zodiacus, sumptâ positione *κϑπ*, iterum rectus erit ad horizontem. [Nam *in ea zodiaci positione quam primum descripsimus* puncta zodiaci *μ λ* sola sunt communia cum circulo parallelo, eaque bis tantummodo in una mundi conversione per polum *ϑ* transeuntia zodiacum rectum ad horizontem efficient; nam utrumque punctorum *μ λ* in una conversione totum circulum *μολ* percurrit; itaque omnia puncta quae sunt in circuli circumferentia in una conversione per *μ λ* transeunt; quapropter etiam punctum *ϑ* in una conversione per utrumque punctorum *μ λ* transit.]

LV. In theoremate XII Euclides "semicirculi" inquit "qui post cancrum est aequales circumferentiae occidunt inaequa-

*) Figuram talem fere exhibemus qualem ex corruptis codicum lineis restituere conatus est Commandinus. At vero alia ratio emendatior restat ut quaeratur, cuius difficultas non tam in lineis recte ducendis, quam in litteris geometricis convenienter ad contextum scriptoris distribuendis posita est. Conf. adnot. 1 ad propos. 58.

---

1. $\overline{N\Delta}$ A[1] in marg. (BS) 6. ὁ *ΜΛΟ*] ὁ $\overline{M\Lambda\Theta}$ ABS cod. *Co*, ὁ *ΜΟΛ* *Co* *δὴ* *Hu* auctore *Co* pro *δὲ* 9. *διελόντος* A[1], corr. A[2] 9. 10. *τὴν στροφὴν* coni. *Hu* 11. *ἐπὶ τοῦ ΚΘΠΓ* voluit *Co* *δεύτερον* S, $\overline{B}^{\wedge}$ A, *β* B 12. *μόνα* — 20. *τῶν Μ Λ*] haec eidem interpreti, qui paulo supra nonnulla addidit, tribuenda esse videntur 12. *τὰ Μ Λ*] *τὰ* $\overline{\Lambda O}$ A, distinx. BS, *τὰ Λ Μ* *Co* 13. 14. *τὰ Μ Λ* — *φέρεται* del. *Hu* 15. *τὰ* $\overline{M\Lambda}$ et 16. *τῶν* $\overline{M\Lambda}$ A, distinx. BS 16. *πόλου* *Hu* auctore *Co* pro *πόλον* 19. *τὰ* $\overline{M\Lambda}$ et 20. *τῶν* $\overline{M\Lambda}$ A, distinx. B (*τὰ* $\overline{\lambda}$ $\overline{\mu}$ et *τῶν* $\overline{\lambda}$ $\overline{\mu}$ S) 21. $\overline{NE}$ A[1] in marg. (BS) $\overline{IB}$ A, $\overline{\iota\beta}^{ov}$ B, *δωδεκάτου* S

ἀνίσοις χρόνοις δύνουσιν, καὶ ἐν μεγίστοις αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ, ἐν ἴσοις δὲ χρόνοις αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ". ζητεῖται δὲ διὰ τί περὶ μὲν τῆς καταδύσεως τούτων τῶν περιφερειῶν λέγει, περὶ δὲ τῆς ἀνατολῆς οὐκέτι. ἐπαναβέβηκε γὰρ ἡ ζήτησις [καὶ ἀνετράπη] εἰς τοὺς ἀνατολικοὺς διορισμούς, ἔστιν δὲ ὅλη ἡ πραγματεία τοιαύτη· εὑρεῖν οἴκησιν ἐν ᾗ λόγου χάριν ὁ καρκίνος τῷ λέοντι ἐν
109 *ἴσοις χρόνοις ἀνατέλλει [πρὸς τὸ ἄνω]. Ἵππαρχος δὲ ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν ιβʹ ζῳδίων ἀναφορᾶς συναποδείκνυσιν δι᾽ ἀριθμῶν ὅτι οὐχ ὥσπερ δύνουσιν αἱ ἴσαι περιφέρειαι τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου ἔχουσαί τινα πρὸς ἀλλήλας χρόνου σύγκρισιν, οὕτως καὶ αὗται ἀνατέλλουσιν. εἶναι γάρ τινας οἰκήσεις, ἐν αἷς τῶν ἴσων περιφερειῶν τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου αἰεὶ αἱ ἔγγιον τοῦ ἰσημερινοῦ ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλουσιν τῶν πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν. διὰ τοῦτο οὖν καὶ αὐτὸς ἐπὶ τῶν ἴσον ἀπεχουσῶν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ εἴρηκεν ἐν ἴσοις χρόνοις καὶ τὰς ἀνατολὰς γίνεσθαι. τοῦτο δὲ συμφανὲς ἐκ τῶν ἐν τοῖς φαινομένοις δεικνυμένων. ὁμοίως δὲ καὶ "τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερώ" φησιν "ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλουσιν, καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς, ἐν ἐλάττοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ, ἐν ἴσοις δὲ αἱ ἴσον ἀπ-*
110 *έχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ". περὶ δὲ δύσεως αὐτῶν οὐθὲν λέγει· ὁ γὰρ λόγος τῆς ἀποδείξεως ἐμπίπτει εἰς τοὺς ἀνατολικοὺς διορισμούς, καὶ ἔστιν ἤδη πραγματεία περὶ τού-*

---

1. *μεγίστοις*] *πλείστοις μὲν* Euclides a Gregorio editus 2. post *τροπικῶν* add. *ἐν ἐλάσσοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων* Eucl. 3. *χρόνοις* om. Eucl. 4. post *ἰσημερινοῦ* add. *κύκλου καὶ δύνουσιν καὶ ἀνατέλλουσιν* Eucl. 6. *καὶ ἀνετράπη* et 9. *πρὸς τὸ ἄνω* interpolatori tribuit *Hu* 10. *ζωιδίων* A, *ζωδίων* BS 13. *αὗται* BS, *αυται* A, *αἱ αὐταὶ* coni. *Hu* 15. *αιει η εγγειον* (sine spir. et acc.) A, *αἰεὶ ἡ ἔγγιον* BS, *αἱ* corr. *Hu* 17. *ἴσον* B, *ἴσων* A²S 23. post *συναφαῖς* add. *τῶν τροπικῶν* Eucl. phaenom. 13 *ἐλάττονι* S 25. post *ἰσημερινοῦ* add. *κύκλου καὶ ἀνατέλλουσιν καὶ δύνουσιν* Eucl.

libus temporibus, ac maximis quidem temporibus eae quae prope contactus sunt tropicorum, minimis autem eae quae prope aequinoctialem sunt, aequalibus denique eae quae ab aequinoctiali aequaliter distant". Ambigitur autem, cur de occasu quidem earum circumferentiarum dicat, sed de ortu non item[1]). Etenim illa quaestio *aliorum cura etiam* ad orientales determinationes provecta hunc in modum tractatur:

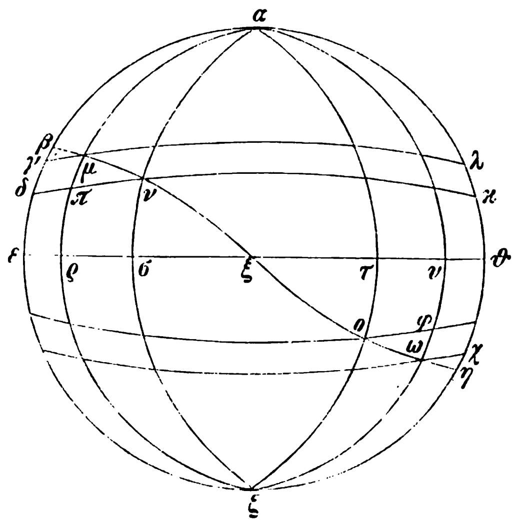
inveniatur exempli gratia habitatio, in qua cancer aequali tempore ac leo oriatur.

Hipparchus quidem in libro de XII signorum ascensione per numeros ostendit semicirculi qui post cancrum est aequales circumferentias, quae inter se temporis comparationem quandam habent, non perinde oriri atque occidere. Nam habitationes quasdam esse, in quibus semicirculi qui post cancrum est eae aequales circumferentiae, quae aequinoctiali propiores sunt, maiore tempore oriantur quam illae quae sunt ad contactus tropicorum. Quapropter ipse quoque de iis circum-

1) Comparantibus phaenomena, quae sub Euclidis titulo a Gregorio edita sunt, cum iis quae Pappus et hoc loco et paulo post (cap. 109 sq.) scribit gravior sine dubio incidit haesitatio. Nam secundum Gregorii editionem in clausula duodecimi theorematis pariter de ortu ac de occasu circumferentiarum aequaliter ab aequinoctionali distantium, et similiter in clausula tertiidecimi theorematis de utroque agitur; at Pappus ab Euclide in duodecimo de ortu, in tertiodecimo de occasu commemoratum esse negat. Ergo ambigitur, utrum Pappus eadem, quae nos apud Gregorium, in suo olim codice legerit nec tamen plene citaverit, an vero aliam Euclidis phaenomenon formam in manibus habuerit. Ac mihi quidem clausulae illae, quas e Gregorii editione in adnotatione ad Graeca p. 600, 4 et 25 adscripsi, ab eo Euclidis codice quo Pappus usus est afuisse videntur. At contra si statueris Pappum ea ipsa quidem legisse, sed in citando omisisse, tamen iudicium de toto hoc Pappi loco non immutatur. Nam quod apud Gregorium legimus semicirculi eius qui post cancrum, itemque illius qui post capricornum est aequales circumferentias aequaliter ab aequinoctionali distantes aequalibus temporibus et occidere et oriri, id nihil facit ad eam quaestionem quam hoc loco Pappus proponit, num semicirculi qui est post cancrum aequalis circumferentia quae proxima contactui tropici est, ut maximo tempore occidit, ita etiam maximo oriatur, itemque semicirculi post capricornum etc., ut maximo tempore oritur, ita etiam occidat. Incredibiliter etiam omnis huius quaestionis difficultas augetur illo loco qui paulo post cap. 113 legitur. Quem equidem multis de causis spurium esse iudico aliaque genuina illic periisse opinor; at forsitan alii existant qui illa quoque ab ipso Pappo scripta, sed a librariis passim corrupta esse existiment. Ne multa, absolvi quaestio non potest nisi peculiari eaque longiore disputatione instituta.

του γεγραμμένη Μενελάῳ τῷ Ἀλεξανδρεῖ, περὶ ἧς ὕστερον ἐπισκεψόμεθα. ἐὰν μέντοι διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων ᾖ ὁ ὁρίζων, οὕτως δειχθήσεται.

111 *Ἔστω ὁρίζων διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων ὁ ΑΒΓΔΖΘ, καὶ τοῦ ζῳδιακοῦ τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον τὸ ΒΞΗ, καὶ μέγιστος τῶν παραλλήλων ὁ ΘΞΕ, καὶ διῃρήσθω τὸ ΒΝΞ τεταρτημόριον εἰς ἴσα κατὰ τὰ Μ Ν, καὶ διὰ τοῦ Α καὶ ἑκατέρου τῶν Μ Ν μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν· ἥξουσιν δὴ καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου πόλου.*



ἔστωσαν οἱ ΑΜΖ ΑΝΖ, καὶ διὰ τῶν Μ Ν παράλληλοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΔΝΚ ΓΜΛ. καὶ ἐπεὶ ἕκαστον τῶν ΑΜΖ ΑΝΖ ἡμικυκλίων ἐφαρμόζει τῷ ΑΔΖ δυτικῷ ἡμικυκλίῳ (ἅμα γὰρ δύνει ἡ ΜΒ καὶ ἡ ΓΜ περιφέρεια, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἡ ΜΓ δύνει, ἐν τούτῳ τὸ Μ σημεῖον ἔσται διεληλυθὸς τὴν ΜΓ περιφέρειαν), ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Μ διέρχεται τὴν ΜΓ περιφέρειαν, ἐν τούτῳ δύνει ἡ ΜΒ περιφέρεια.

112 *πάλιν δὴ τοῦ ΑΜΖ λαβόντος τὴν τοῦ ὁρίζοντος θέσιν τὰ Μ Π ἅμα ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος, καὶ τοῦ Ν σημείου γενομένου ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος δεδύκασιν αἱ ΠΝ*

ferentiis quae aequaliter ab aequinoctiali distant docuit aequalibus temporibus earum etiam ortus fieri, idque manifestum est ex iis quae in phaenomenis demonstrantur. Similiter etiam "semicirculi" inquit *Euclides theoremate XIII* "qui post capricornum est aequales circumferentiae oriuntur inaequalibus temporibus, ac maximis quidem *temporibus* eae quae prope contactus sunt *tropicorum*, minoribus autem eae quae deinceps sequuntur, minimis eae quae prope aequinoctialem sunt, aequalibus denique eae quae ab aequinoctiali aequaliter distant". At de occasu earum nihil disserit. Nam demonstrationis ratio in orientales determinationes cadit, quo de argumento iam a Menelao Alexandrino commentarius scriptus est, de quo posthac videbimus[2]). Si tamen horizon per polos parallelorum transeat, hac demonstratione utemur.

Sit per polos parallelorum horizon $\alpha\beta\gamma\delta\zeta\vartheta$, et zodiaci semicirculus, qui est post cancrum, $\beta\xi\eta$, et maximus parallelorum $\vartheta\xi\varepsilon$, et quadrans $\beta\nu\xi$ in aequales partes dividatur in punctis μ ν, et per α et utrumque punctorum μ ν describantur maximi circuli $\alpha\mu\zeta$ $\alpha\nu\zeta$; hi igitur etiam per alterum polum transibunt. Iam per μ ν paralleli describantur circuli $\gamma\mu\lambda$ $\delta\nu\kappa$. Et quia uterque semicirculorum $\alpha\mu\zeta$ $\alpha\nu\zeta$ cum semicirculo occidentali $\alpha\delta\zeta$ congruit (nam circumferentiae $\beta\mu$ $\gamma\mu$ simul occidunt, et quo tempore ipsa $\gamma\mu$ occidit, eodem punctum μ circumferentiam $\gamma\mu$ percurrit, *ac similiter idem de circumf.* $\alpha\nu\zeta$ *demonstratur*), quo igitur tempore punctum μ circumferentiam $\mu\gamma$ percurrit, eodem circumferentia $\mu\beta$ occidit. Rursus, cum semicirculus $\alpha\mu\zeta$ positionem horizontis sumpsit, puncta μ π simul sunt in horizonte, et cum punctum ν ad horizontem pervenit, circum-

Prop. 57

2) Nihil quod ad hoc argumentum pertineat sequitur in iis Pappi collectionis reliquiis quae ad nostram aetatem pervenerunt.

1. ἀλεξανδρωι et ει super vs. A[1] 3. ὁ om. BS οὕτω A[s]BS 5. ζωιδιακοῦ A, ζωδιακοῦ BS 6. ὁ $\overline{O\Xi E}$ ABS, corr. *Co* 7. τετάρτη μόριον A, coniunx. BS 7. 8. τὰ $\overline{MN}$ A, distinx. BS 8. τῶν $\overline{MN}$ AB, τῶν $\bar{\nu}$ $\bar{\mu}$ S 10. τῶν $\overline{MN}$ A, distinx. BS 11. ἑκάτερον coni. *Hu* 18. τὰ $\overline{M\Pi}$ A, distinx. BS

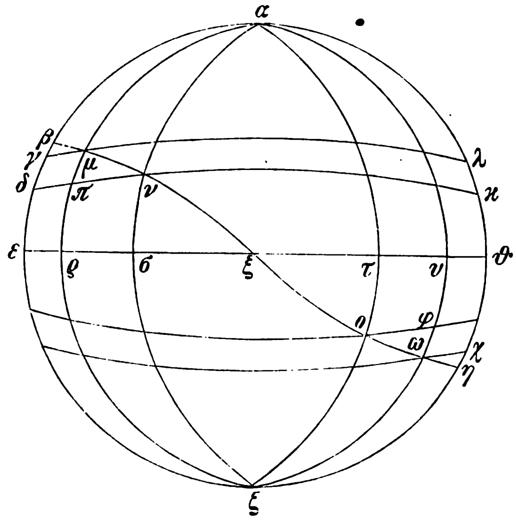
ΝΜ περιφέρειαι· ἅμα ἄρα δύνει ἡ ΝΠ περιφέρεια καὶ ἡ ΝΜ. ἐν ᾧ δὲ ἡ ΠΝ δύνει, τὸ Ν ἔσται τὴν ΝΠ διεληλυθός· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Ν τὴν ΝΠ περιφέρειαν διέρχεται, ἐν τούτῳ ἡ ΝΜ περιφέρεια δύνει. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν ᾧ τὸ Ξ τὴν ΞΣ περιφέρειαν διέρχεται, ἐν τούτῳ ἡ ΝΞ περιφέρεια δύνει. ἐπεὶ δὲ διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων γεγραμμένοι εἰσὶν μέγιστοι κύκλοι, ὁμοίας ἀπολήψονται τῶν παραλλήλων κύκλων περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΜΓ τῇ ΔΠ καὶ ΡΕ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΝΠ τῇ ΣΡ. ἐπεὶ δὲ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΜ ΜΝ ΝΞ, καὶ διὰ τῶν πόλων μέγιστοι κύκλοι γεγραμμένοι εἰσίν, μείζων ἄρα ἡ μὲν ΕΡ τῆς ΣΡ, ἡ δὲ ΡΣ τῆς ΣΞ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Ρ τὴν ΡΕ περιφέρειαν διέρχεται ἤπερ τὸ Σ τὴν ΣΡ, καὶ τὸ Σ τὴν ΣΡ ἢ τὸ Ξ τὴν ΞΣ. ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν τὸ Ρ τὴν ΡΕ περιφέρειαν διέρχεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Μ τὴν ΜΓ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Σ τὴν ΣΡ, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Ν τὴν ΝΠ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Μ τὴν ΜΓ περιφέρειαν διέξεισιν ἤπερ τὸ Ν τὴν ΝΠ, τὸ δὲ Ν τὴν ΝΠ ἤπερ τὸ Ξ τὴν ΞΣ. ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν τὸ Μ τὴν ΜΓ διέξεισιν, ἐν τούτῳ ἡ ΜΒ περιφέρεια δύνει, ἐν ᾧ δὲ τὸ Ν τὴν [ἴσην τῇ] ΝΠ περιφερείᾳ διέξεισιν, ἐν τούτῳ ἡ ΜΝ δύνει, ἐν ᾧ δὲ τὸ Ξ τὴν ΞΣ διέξεισιν, ἐν τούτῳ ἡ ΝΞ περιφέρεια δύνει· ἐν πλείονι μὲν ἄρα χρόνῳ ἡ ΜΒ δύνει, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἡ ΜΝ, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ ΝΞ.

113 [*Ὁμοίως δὴ καὶ τὰ ἐπὶ τοῦ ΞΗ τεταρτημορίου δειχθήσεται. ὅτι δὲ καὶ ἐν πλείονι ἀνατέλλει ἡ μὲν ΜΒ τῆς ΜΝ, ἡ δὲ ΜΝ τῆς ΝΞ, οὕτως δειχθήσεται. τετμήσθω καὶ τὸ ΞΗ τεταρτημόριον ὁμοίως τῷ ΞΒ κατὰ τὰ Ο Ω σημεῖα, καὶ διὰ τοῦ Α πόλου καὶ τῶν Ο Ω σημείων μέ-*

---

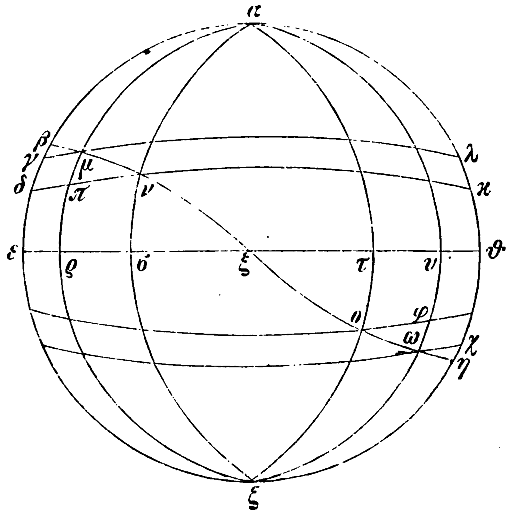
8. *αὐτῶν* A^s^BS   10. *ἡ δὲ* $\overline{ΝΠ}$ A²BS, *ἡ δὲ* $\overline{ΗΠ}$ A¹   *αἱ* $\overline{ΒΜ}$ $\overline{ΜΠ}$ A, corr. BS   12. *τῆς ΣΞ* *Co* pro *τῆς* $\overline{ΕΞ}$ 20. 21. *ἴσην τῇ* om. *Co*   25. *Ὁμοίως* — p. 608, 3. *ἡ ΝΞ* interpolatori tribuit *Hu*   25. *τετάρτη μορίου* A, coniunx. BS   27. *οὕτω* A^s^BS   28. *τετάρτη μόριον* A, coniunx. BS   *τὰ* $\overline{ΟΩ}$ et 29. *τῶν* $\overline{ΟΩ}$ A, distinx. BS

ferentiae $\nu\pi$ $\nu\mu$ occiderunt; ergo ipsae $\nu\pi$ $\nu\mu$ simul occidunt. Sed quo tempore circumferentia $\nu\pi$ occidit, punctum ν ipsam $\nu\pi$ percurrit; ergo quo tempore punctum ν circumferentiam $\nu\pi$ percurrit, eodem ipsa $\nu\mu$ occidit. Similiter etiam, quo tempore punctum ξ circumferentiam $\xi\sigma$ percurrit, eodem ipsa $\xi\nu$ occidit. Sed quia per polos parallelorum maximi circuli descripti sunt, hi similes eorum parallelorum circumferentias, quae inter ipsos interiiciuntur, abscindent (*Theodos. sphaer.* 2, 10); ergo est circumf. $\mu\gamma \sim \pi\delta \sim \varrho\varepsilon$, et $\nu\pi \sim \sigma\varrho$. Sed quia *ex hypothesi* $\beta\mu$ $\nu\mu$ $\nu\xi$ aequales, et per polos maximi circuli descripti sunt, circumferentia igitur $\varepsilon\varrho$ maior est quam $\varrho\sigma$, et $\varrho\sigma$ maior quam $\sigma\xi$ (*supra propos.* 21, *Theodos.* 3, 6);



ergo punctum ϱ maiore tempore circumferentiam $\varrho\varepsilon$ percurrit quam σ ipsam $\sigma\varrho$, et *rursus* σ maiore tempore ipsam $\sigma\varrho$ quam ξ ipsam $\xi\sigma$. Sed quo tempore ϱ circumferentiam $\varrho\varepsilon$, eodem μ ipsam $\mu\gamma$ percurrit, et quo σ circumferentiam $\sigma\varrho$, eodem ν ipsam $\nu\pi$; ergo μ maiore tempore circumferentiam $\mu\gamma$ percurrit quam ν ipsam $\nu\pi$, et ν maiore ipsam $\nu\pi$ quam ξ ipsam $\xi\sigma$. Sed quo tempore μ circumferentiam $\mu\gamma$ percurrit, eodem ipsa $\mu\beta$ occidit, et quo tempore ν circumferentiam $\nu\pi$ percurrit, eodem $\nu\mu$ occidit, denique quo ξ ipsam $\xi\sigma$, eodem $\xi\nu$ occidit; maiore igitur tempore circumferentia $\mu\beta$, minore $\nu\mu$, minimo $\nu\xi$ occidit.

γιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΖΟΛ ΖΩΛ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται μείζων ἢ ὁμοία ἡ μὲν ΘΥ τῆς ΥΤ, ἡ δὲ ΥΤ τῆς ΤΞ, καὶ τῶν παραλλήλων ἄρα τῷ μεγίστῳ αἱ περιφέρειαι· μείζων ἄρα ἐστὶν ἢ ὁμοία ἡ μὲν ΧΩ τῆς ΦΟ, ἡ δὲ ΦΟ τῆς ΞΤ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Ω τὴν ΩΧ διέξεισιν ἤπερ τὸ Ο τὴν ΟΦ, καὶ τὸ Ο τὴν ΟΦ ἤπερ τὸ Ξ τὴν ΞΤ. ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν τὸ Ω τὴν ΩΧ, ἐν τούτῳ ἡ ΩΗ περιφέρεια ἀνατέλλει, ἐν ᾧ δὲ τὸ Φ τὴν ἴσην τῇ ΦΟ, ἡ ΟΩ ἀνατέλλει, ἐν ᾧ δὲ τὸ Ξ τὴν ἴσην τῇ ΤΞ διέξεισιν,



ἐν τούτῳ ἡ ΞΟ περιφέρεια ἀνατέλλει· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ μὲν ΗΩ περιφέρεια ἀνατέλλει τῆς ΩΟ περιφερείας, ἡ δὲ ΩΟ τῆς ΟΞ ἀνατέλλει. ἀλλ' ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἑκάστη τῶν ΗΩ ΩΟ ΟΞ ἑκάστῃ τῶν ΒΜ ΜΝ ΝΞ ἀνα-

3. ἄρα om. *Co*, γὰρ fortasse voluit interpolator 4. τῆς ΦΟ *Co* pro τῆς ΦΘ 5. τῆς (ante ΞΤ) *Hu* pro τῆι τὸ Ω] scribi oportebat τὸ Χ 6. τὸ Ο] oportebat τὸ Φ utroque loco 7. τὸ Ω] oportebat τὸ Χ 8. τὸ Φ] τὸ Ο *Co* ἴσην τῇ om. *Co*, item proximo vs. 9. τὸ Ξ] oportebat τὸ Τ 12. ἀνατέλλει ipse Pappus hoc loco non repetivisset 13. ΟΞ (ante ἑκάστῃ) *Co* pro ΟΘΞ

Similiter demonstrabimus aequalium circumferentiarum semicirculi qui post capricornum est eam quae hiemali contactui tropici est propior maiore tempore oriri quam illam quae remotior est[1]).

[Similiter ea quae in quadrante $\xi\eta$ contingunt demonstrabuntur. Sed oriri etiam $\mu\beta$ maiore tempore quam $\nu\mu$, et $\nu\mu$ maiore quam $\xi\nu$, sic demonstrabitur. Similiter ac $\beta\xi$ etiam quadrans $\xi\eta$ *in aequales partes* secetur in punctis o ω, et per polum α ac puncta o ω describantur maximi circuli $\alpha o \zeta$ $\alpha\omega\zeta$. Iam similiter *ac supra* circumferentia $\vartheta\nu$ demonstrabitur maior esse eâ quae ipsi $\nu\tau$ similis est[2]), et $\nu\tau$ maior eâ quae ipsi $\tau\xi$ similis[3]); ergo $\chi\omega$ maior est eâ quae ipsi φo similis, et φo maior eâ quae ipsi $\tau\xi$ similis est; itaque maiore tempore punctum ω circumferentiam $\omega\chi$ percurrit[4]) quam o ipsam $o\varphi$, et o maiore ipsam $o\varphi$ quam ξ ipsam $\xi\tau$. Sed quo tempore ω circumferentiam $\omega\chi$ *percurrit*, eodem ipsa $\omega\eta$ oritur, et quo φ eam quae ipsi φo aequalis est *percurrit*[5]), eodem ωo oritur, et quo ξ eam quae ipsi $\tau\xi$ aequalis est percurrit, eodem ξo oritur; ergo maiore tempore circumferentia $\eta\omega$ quam ωo, et maiore ipsa ωo quam $o\xi$ oritur. Sed aequalibus temporibus oriuntur $\eta\omega$ ac $\mu\beta$, ωo

1) Ex scriptoris verbis quae cap. 114 sequuntur colligitur hoc loco in Graeco contextu aut talia fere qualia supra inseruimus aut plenam demonstrationem similem illi quae statim antecedit casu infelici periisse. Quam lacunam, ut equidem existimo, postea explere conatus est interpolator quidam, qui insulse admodum ea composuit, quae supra uncis notavimus.

2) Sic ad verbum convertimus ea Graeca quorum structura redit ad schema περιφέρεια περιφερείας μείζων ἢ ὁμοία, velut Autolycus libro de sphaera quae movetur propos. 9 ἡ ΓΖ περιφέρεια τῆς ΕΗ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία, et λοιπὴ ἡ ΖΘΓ λοιπῆς τῆς ΚΕ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὁμοία, aliaque similiter scripsit (conf. indicem sub ὅμοιος et ὁμοιότης). Verum interpolator quid in hac demonstratione eo dicendi genere efficere voluerit, non satis liquet.

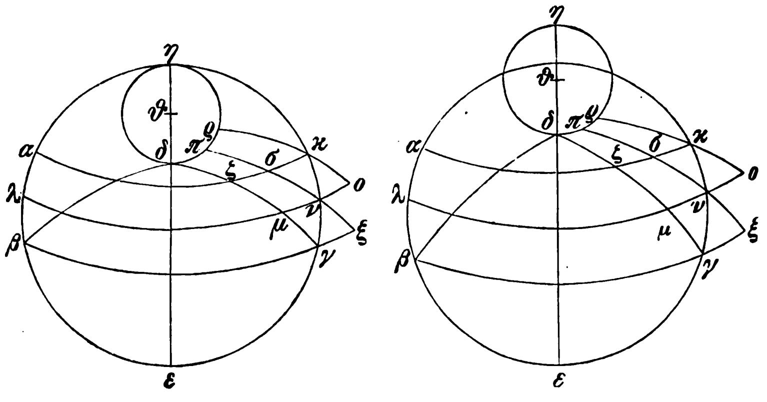
3) Sequuntur in Graecis pauca verba, quorum sententia est "et parallelorum igitur maximo circumferentiae", quae corrupta esse apparet. Fortasse interpolator dicere voluit "nam hae circumferentiae in maximo parallelorum *abscissae sunt secundum propos. 21 huius libri*".

4) Oportebat, nisi fallor, scribi "punctum χ circumferentiam $\chi\omega$", et similiter in proximis. Redit tamen idem dicendi genus infra cap. 123 sq.

5) Quidni brevius et aptius "φ ipsam φo percurrit", id quod etiam Commandinus praetulit?

τέλλει (ἡ μὲν ΗΩ τῇ ΒΜ, ἡ δὲ ΩΟ τῇ ΜΝ, ἡ δὲ ΞΟ τῇ ΝΞ· τοῦτο γὰρ καὶ ἐν τῷ στοιχείῳ δέδεικται)· ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείστῳ χρόνῳ ἡ ΜΒ, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ ΝΞ.]

114 νϛ'. Δέδεικται μὲν ὅτι τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου τῶν ἴσων περιφερειῶν ἡ ἔγγιον τῆς θερινῆς συναφῆς τοῦ τροπικοῦ τῆς ἀπώτερον ἐν πλείονι χρόνῳ δύνει, τοῦ δὲ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμικυκλίου τῶν ἴσων περιφερειῶν ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἡ ἔγγιον τῆς χειμερινῆς συναφῆς τοῦ τροπικοῦ τῆς ἀπώτερον. εἰ δέ τις ἐπιζητοίη εἰ καὶ τὸ ἀνάπαλιν γίνεται ὥστε ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλειν τὰς ἐν τῷ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίῳ ἴσας περιφερείας αἰεὶ τὰς ἔγγιον τῆς ἀπώτερον τῆς θερινῆς συναφῆς τοῦ τροπικοῦ, τοῦτο δή, ῥητέον, οὐκ ἐν πάσῃ οἰκήσει συμβαίνειν [τοῦτο] δυνατόν ἐστιν· δειχθήσεται γὰρ ἐπί τινων ὁριζόντων παρθένος μὲν λέοντος ὀρθοτέρα ἀναφερομένη, ἀνάπαλιν δὲ ὁ λέων παρθένου ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλων, καὶ λέων μὲν καρκίνου ὀρθότερος ἀναφερόμενος καὶ ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλων.



115 Ὅτι μὲν οὖν ἐν παντὶ κλίματι, ὅπου ἀνατολαὶ καὶ δύσεις εἰσὶν τοῖς ιβ' ζῳδίοις, ὀρθοτέρα ἀναφέρεται λέοντος παρθένος, δειχθήσεται οὕτως.

Ἔστω ὁρίζων ὁ ΑΒΓ, θερινὸς δὲ ὁ ΔΗ, καὶ ἐπὶ μὲν ac $\mu\nu$, ξo ac $\nu\xi$, sicut in elemento demonstratum est[6]); maximo igitur tempore $\mu\beta$, minimo $\nu\xi$ oritur.]

LVI. *Itaque* demonstratum est primum: aequalium circumferentiarum semicirculi qui post cancrum est eam quae aestivo contactui tropici est propior maiore tempore occidere quam illam quae remotior, tum: aequalium circumferentiarum semicirculi qui post capricornum est eam quae hiemali contactui tropici est propior maiore tempore oriri quam illam quae remotior est. Iam si quis insuper quaerat, fiatne etiam contraria ratione, ut aequalium circumferentiarum semicirculi qui post cancrum est eae semper quae aestivo contactui tropici propiores sunt maiore tempore oriantur quam remotiores, hoc quidem dicamus non in omni habitatione posse contingere. Nam demonstrabimus in quibusdam horizontibus virginem rectiorem ascendere quam leonem, et contra leonem maiore tempore oriri quam virginem, et leonem rectiorem ascendere ac maiore tempore oriri quam cancrum. Sed

in omni climate, ubi duodecim signis ortus et occasus est, virginem rectiorem ascendere quam leonem Prop. 58
sic demonstrabitur[1]).

Sit horizon $\alpha\beta\gamma$, et aestivus tropicus $\delta\eta$, qui in primo

6) Recte Commandinus adnotat verbis ἐν τῷ στοιχείῳ Euclidis phaenomena designari. Quod mirum videtur; sed nos interpolatori quidem libenter id concedimus. Qui si eam phaenomenon formam, quae nunc exstat, in manibus habuit, theorema XII, at certe invito Pappo, citare potuit; si non, obscurum admodum est, quod ad theorema provocaverit.

1) Figuras ad similitudinem earum quae in codicibus exstant, quamvis diu dubitassemus, describi necesse fuit, quoniam alia forma nulla cum verbis scriptoris congruere visa est.

---

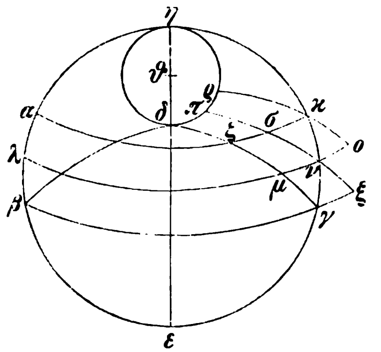
3. πλείστωι AB, πλείονι S cod. *Co* post πλείστῳ addi oportebat μὲν post ἡ *MB* add. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἡ *MN Co* 4. $\overline{N\varsigma}$ A[1] in marg. (BS) 5. ἔγγειον et 8. 12. εγγειον A, corr. BS 14. τοῦτο del. *Hu* 15. ὀρθοτέραν A, sed ν deletum 16. παρθένοι *Hu* auctore *Co* pro παρθένωι 17. ὀρθότερον ABS, corr. *Hu* 20. ζωιδίοις A, ζωδίοις BS 22. ὁ $\overline{ABK}$ ABS, corr. *Co* (nisi forte *ABΓK* Pappus scripsit)

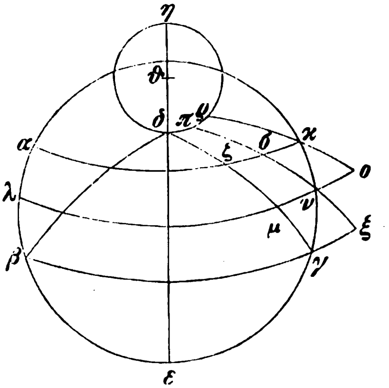
τῆς α′ πτώσεως ἐφαπτέσθω τοῦ ὁρίζοντος, ἐπὶ δὲ τῆς β′
πτώσεως τεμνέτω τὸν ὁρίζοντα, πόλος δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ
Θ, καὶ διὰ τοῦ Θ καὶ τῶν τοῦ ὁρίζοντος πόλων μέγιστος
κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΘΕ· ἔσται ἄρα μεσημβρινὸς καὶ ὀρ-
θὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα [διὰ γὰρ τῶν πόλων αὐτοῦ ἐστιν
γεγραμμένος]. γεγράφθω δὴ καὶ διὰ τοῦ Δ ζῳδιακὸς κύ-
κλος ὁ ΒΔΓ, καὶ ἔστω ὁ ΒΓ ἰσημερινὸς κύκλος [ὡς καὶ
ἔστιν]. ἐπεὶ οὖν οἱ ΔΗ ΒΔΓ ἐφάπτονται ἀλλήλων, διὰ
δὲ τῆς ἀφῆς τοῦ Δ καὶ τῶν πόλων τοῦ ἑνὸς τοῦ ΔΗ [τοῦ
Θ] γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ μεσημβρινὸς ὁ ΗΘΔΕ,
καὶ διὰ τῶν τοῦ ἑτέρου πόλων τοῦ ΒΔΓ ἥξει καὶ ὀρθὸς
ἔσται πρὸς αὐτόν, ὥστε καὶ ὁ ζῳδιακὸς ὀρθὸς ἔσται πρὸς
τὸν μεσημβρινόν· καὶ διὰ τῶν πόλων ἄρα. [ἔστιν δὲ καὶ
ὁ ὁρίζων καὶ ὁ ἰσημερινὸς διὰ τῶν πόλων τοῦ μεσημβρι-
νοῦ, ὥστε καὶ ἡ κοινὴ τομὴ τῶν τριῶν κύκλων, ὁρίζοντος,
ζῳδιακοῦ, ἰσημερινοῦ, τὰ Β Γ σημεῖά ἐστιν κατὰ διάμετρον
116 ὄντα, ὥστε ἰσημερινός ἐστιν ὁ ΒΓ κύκλος.] διῃρήσθω ἡ
ΔΓ εἰς γ′ ἴσα κατὰ τὰ Ζ Μ, διὰ δὲ τῶν Ζ Μ κύκλοι
παράλληλοι γεγράφθωσαν οἱ ΔΖΚ ΛΜΟ· ἔστιν ἄρα καρ-
κίνου μὲν δωδεκατημόριον τὸ ΔΖ, λέοντος δὲ τὸ ΖΜ, παρ-
θένου δὲ τὸ ΜΓ. ὅταν μὲν δὴ ἡ ΜΓ ἀνατέλλῃ, ὁ ζῳδια-
κὸς ἕξει θέσιν τινά· ἐχέτω τὴν ΠΝΞ. ὅταν δὲ ἡ ΖΜ
ἀνατέλλῃ, ὁ ζῳδιακὸς θέσιν ἕξει τινά· ἐχέτω τὴν ΡΚΟ.
διὰ δὴ τὸ ἐν τῷ β′ τῶν σφαιρικῶν Θεοδοσίου κα′ θεώ-

---

1. *πτώσεως* add. *Hu* auctore *Co* 2. *τὸ* S, om. AB 5. 6. *διὰ γὰρ — γεγραμμένος* addidit interpolator, Theodosii sphaer. 1 propos. 15 huc pertinere significans 6. *ζωιδιακὸς* A, *ζωδιακὸς* BS, item posthac cap. 115—119 7. 8. *ὡς καὶ ἔστιν* interpolatori tribuit *Hu* 8. *ΒΔΓ Co* pro $\overline{B\Gamma}$ 9. *ἀφῆς* AB, corr. S (eadem scripturae varietas redit p. 616, 2; sed *ἀφὰς* etiam AB exhibent p. 544, 23) 9. 10. *τοῦ Θ* si ipse Pappus scripsisset, non antea posuisset pluralem *τῶν πόλων* 10. *ὁ* $\overline{H\Theta}$ $\overline{\Delta E}$ A, coniunx. BS 13. *ἔστιν — 17. κύκλος* interpolatori tribuit *Hu* 16. *τὰ* $\overline{B\Gamma}$ A, distinx. BS 18. *γ′*] $\overline{B}$ A(B), *δύο* S cod. *Co*, *τρία Co* *τὰ* $\overline{ZM}$ — *τῶν* $\overline{ZM}$ A, distinx. BS 20. *δωδεκάτη μόριον* A, coniunx. BS, item p. 612, 5 24. *B* A, *δευτέρῳ* BS $\overline{K\Delta}$ AB, *εἰκοστὸν πρῶτον* S, *κβ′* voluit *Co*

casu horizontem tangat, in secundo autem horizontem secet, et polus eius ϑ, et per ϑ ac polos horizontis maximus circulus $\eta\vartheta\varepsilon$ describatur; hic igitur et meridianus erit et ad horizontem perpendicularis (*Theodos. sphaer.* *1, 15*). Describatur etiam per δ zodiacus $\beta\delta\gamma$, sitque $\beta\gamma$ circulus aequinoctialis. Iam quia circuli $\delta\eta$ $\beta\delta\gamma$ se invicem tangunt, et

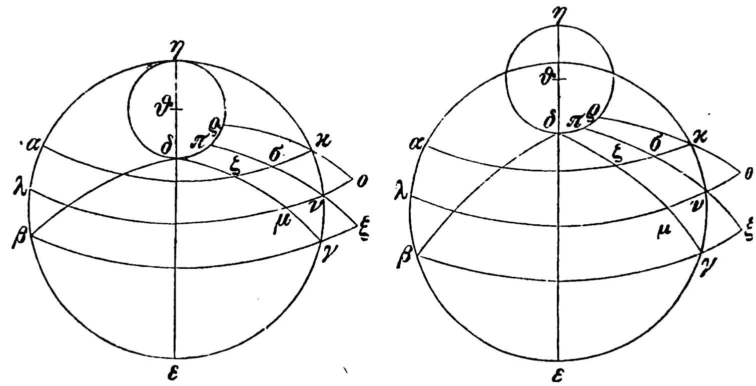




per contactum δ ac polos unius, scilicet $\delta\eta$, maximus circulus meridianus $\eta\vartheta\delta\varepsilon$ descriptus est, hic etiam per polos alterius, videlicet $\beta\delta\gamma$, transibit (*sphaer.* *2, 5*) ad eumque perpendicularis erit (*ibid.* *1, 15*); quare etiam zodiacus ad meridianum perpendicularis erit; itaque etiam per polos *eius transibit.* [Sed etiam horizon atque aequinoctialis per polos meridiani transeunt; ergo in communi sectione trium circulorum, horizontis, zodiaci, aequinoctialis, sunt puncta β γ, eaque secundum diametrum opposita; quapropter $\beta\gamma$ *re vera, sicut ab initio supposuimus*, aequinoctialis circulus est.] Dividatur *quadrans* $\delta\gamma$ in tres partes aequales in punctis ζ μ, per quae circuli paralleli $\alpha\zeta\varkappa$ $\lambda\mu o$ describantur; cancri igitur signum obtinebit circumferentiam $\delta\zeta$, leonis $\zeta\mu$, virginis $\mu\gamma$. Iam si circumferentia $\mu\gamma$ orietur, zodiacus positionem quandam habebit: habeat eam quae *in figura significatur circumferentiā* $\pi\nu\xi$; et si $\zeta\mu$ orietur, zodiacus *aliam* quandam positionem habebit: habeat ipsam $\varrho\varkappa o$. Ergo propter Theodosii sphaericorum *libri* II theorema 21 *) zodiacus, cum positionem

*) In ea Theodosii sphaericorum forma, quae ad nostram aetatem pervenit, est theorema vicesimum secundum, ac similiter illud duodecimum, quod Pappus paulo post citat, in nostris editionibus est decimum tertium.

ρημα ὀρθότατός ἐστιν, τουτέστιν μετεωρότατος [ὁ ΒΔΓ] πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ὁ ζῳδιακὸς θέσιν ἔχων τὴν ΒΔΓ, αἰεὶ δ' ὁ ἔγγιον τῆς Δ συναφῆς τῆς θερινῆς τῆς ἀπώτερον ἧσσον κέκλιται· ὀρθότερος ἄρα ἐστὶν ὁ ΠΝΞ τοῦ ΡΚΟ.



καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ΝΞ δωδεκατημόριον ἀνατέλλει, ὅ ἐστιν τῆς παρθένου, τοῦ ζῳδιακοῦ θέσιν ἔχοντος τὴν ΠΝΞ, τὸ δὲ ΚΟ ἀνατέλλει, ὅπερ ἐστὶν τοῦ λέοντος, τοῦ ζῳδιακοῦ θέσιν ἔχοντος τὴν ΡΚΟ, ὀρθοτέρα ἄρα ἡ παρθένος ἀναφέρεται λέοντος ἐπὶ τούτων τῶν οἰκήσεων, ἐφ' ὧν πάντα τὰ
117 *μέρη τοῦ ζῳδιακοῦ ἀνατέλλει τε καὶ δύνει. καὶ φανερὸν ὅτι αἱ θέσεις τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου ὀρθῶς ἔχουσιν τῷ ιβ' τοῦ β'· ὅμοιαι γάρ εἰσιν αἱ περιφέρειαι αἱ ΔΠ ΖΣ ΜΝ ΓΞ, καὶ ἴσαι αἱ ΠΣ ΡΚ ΣΝ ΚΟ, ὥστε στρεφομένης τῆς σφαίρας ἁρμόζειν ἐν ἴσῳ χρόνῳ [τῷ αὐτῷ] τὰ σημεῖα ἐπὶ τὰ σημεῖα, καθ' ὃ καὶ ἐν τῷ περὶ κινουμένης σφαίρας δείκνυται, καὶ τὰς μεταξὺ περιφερείας ἴσας ἐπὶ τὰς ἴσας [καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου]. δεῖ δὲ τὴν ἴσην τῇ ΜΓ ἀνατέλλουσαν μεταξὺ πάλιν εἶναι τῶν αὐτῶν παραλλήλων, διότι ἡ τῆς ΜΓ ἀναφορὰ ἡ αὐτὴ λαμβάνεται τῇ ΝΞ· οὐ προοδεύεται δὲ τὸ θεώρημα τοῦτο οὐκ-*

---

1. 2. aut *τουτέστιν* — *ὁρίζοντα*, aut saltem *ὁ ΒΔΓ* add. interpolator

βδγ habebit, rectissimus erit, id est maxime sublimis ad horizontem, et *in ea* semper *positione,* quae propior est aestivo contactui *δ*, minus erit inclinatus[2]) quam *in ea* quae *a contactu δ* remotior est; itaque circulus *πνξ* rectior est quam *ϱκο*. Et quia signum *νξ*, quod est virginis, oritur zodiaco positionem *πνξ* habente, et *κο*, quod leonis est, oritur zodiaco positionem *ϱκο* habente, rectior igitur virgo leone ascendit in iis habitationibus, in quibus omnes zodiaci partes oriuntur atque occidunt. Et positiones zodiaci, *quemadmodum descriptae sunt,* recte se habere manifestum est ex *sphaericorum libri* II *theoremate* 12**). Nam circumferentiae *δπ ζσ μν γξ* similes, et *πσ ϱκ σν κο* aequales sunt; itaque in conversione sphaerae aequali tempore puncta *π σ ν ξ* cum punctis *δ ζ μ γ* congruunt, sicut etiam *Autolycus* in libro de sphaera quae movetur demonstrat[3]), et aequales circumferentiae *inter parallelos* interiectae cum aequalibus. Circumferentiam autem *μγ*, cum oritur, rursus inter eosdem parallelos esse propterea necesse est, quia ascensio circumferentiae *μγ* eadem sumitur atque ipsius *νξ*; neque vero theorema procedit in maiore ele-

2) Id est "planum zodiaci cum horizontis plano maiorem angulum efficiet". Eodem igitur sensu *ἧσσον κέκλιται* Pappus scripsit, quo Theodosius l. c. eum circulum, qui minorem angulum cum plano alterius efficit, *μᾶλλον κεκλιμένον* vocat. In definitionibus Euclides elem. 11 def. 7 et Theodosius sphaer. 1 def. 6 nihil nisi quid sit *ὁμοίως κεκλίσθαι* exponunt.

**) In nostris Theodosii editionibus est theorema tertium decimum. Conf. supra adnot. *.

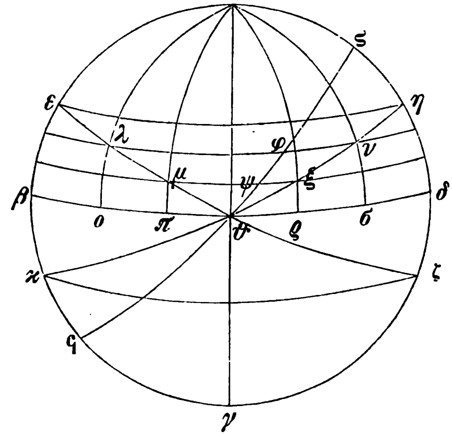
3) Propos. 2: *Ἐὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα, πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὰς ὁμοίας περιφερείας διεξέρχεται τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται*, et idem media in demonstratione: *λέγω οὖν ὅτι ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε παραγίγνεται καὶ τὸ Δ ἐπὶ τὸ Ζ* etc.

---

2. ὁ BS, om. A   3. *ἔγγειον* A, corr. BS   5. *ἐπεὶ* add. *Hu*   8. ἡ S, om. AB   11. 12. *τῶι ΙΒ τοῦ Β* A, *τῷ ιβ' τοῦ β'* B(S), *τῷ ιγ' τοῦ β'* voluit *Co*   14. *τῷ αὐτῷ* om. *Co*   16. 17. *ἴσας ἐπὶ — περιφέρεια* add. A[2] in marg. (BS)   17. *καὶ μεταξὺ — κύκλου* tribuit *Hu* interpolatori, qui haec scribere voluerit: *τοῦ ζῳδιακοῦ τὰς μεταξὺ τῶν παραλλήλων*   ὁ] ἡ coni. *Co*

ἔτι ἐν μείζονι ἐξάρματι, ὅταν ὁ ὁρίζων μειζόνων ἐφάπτηται ἢ ὧν ὁ ζῳδιακὸς ἐφάπτεται.

118 νζʹ. Ἔστω δὲ νῦν τοὺς ὁρίζοντας εὑρεῖν τῶν οἰκήσεων, ἐν οἷς τὰ ὀρθότερα ἀναφερόμενα τοῦ ζῳδιακοῦ δωδεκατημόρια ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ ἀνενεχθήσεται τῶν πλαγιωτέρων ἀναφερομένων.



Ἐκκείσθω μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ ὁρίζων διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων, καὶ ἔστωσαν πόλοι τὰ Α Γ, καὶ δι᾽ αὐτῶν μέγιστος ὁ ΑΘΓ, τουτέστιν μεσημβρινός, καὶ ἔστω θερινὸν μὲν ἡμικύκλιον τὸ ΕΗ, χειμερινὸν δὲ τὸ ΚΖ, ζῳδιακοῦ θέσις ὁτὲ μὲν ἡ ΕΘΖ, ὁτὲ δὲ ἡ ΗΘΚ, ἀνατολικῶν ὄντων μερῶν τῶν πρὸς τοῖς Η Δ Ζ, καὶ διῃρήσθω τὸ ΕΘ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζῴδια κατὰ τὰ Λ Μ· λέγω ὅτι ὀρθοτέρα ἡ ΜΘ τῆς ΛΜ ἀναφέρεται.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ὁρίζων ἐστὶν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, τουτέστιν τοῦ ἰσημερινοῦ, ὀρθός ἐστιν πρὸς τὸν αὐτόν, ὥστε καὶ ὁ ἰσημερινὸς ὀρθός ἐστιν τῷ ὁρίζοντι· καὶ διὰ τῶν πόλων ἄρα τοῦ ὁρίζοντός ἐστιν ὁ ἰσημερινός. ἔστιν δὲ καὶ ὁ μεσημβρινὸς διὰ τῶν πόλων τοῦ ὁρίζοντος, ὥστε ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ εἰσιν οἱ πόλοι τοῦ ὁρίζοντος. καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἰσημερινὸς φερόμενος ἀεὶ διὰ τῶν πόλων τοῦ ὁρίζοντος, ὁ δὲ ζῳδιακὸς κατὰ δύο σημεῖα μόνα [κριοῦ ἀρχὴ καὶ ζυγοῦ] διὰ τῶν κοινῶν τομῶν τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ μεσημβρινοῦ, ὥστε καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τὸν πόλον περιφέρεια τεταρτημορίου vatione, cum horizon maiores *circulos* tangit quam quos zodiacus tangit.

LVII. Nunc autem horizontes earum habitationum inveniantur, in quibus zodiaci signa, quae rectiora ascendunt, minore tempore oriantur quam quae obliquiora ascendunt. Prop. 59

Exponatur maximus circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, qui sit horizon per polos parallelorum *transiens,* et sint poli α γ, per quos maximus circulus, id est meridianus, $\alpha\vartheta\gamma$ *describatur,* sitque $\varepsilon\eta$ semicirculus aestivi *tropici,* $\varkappa\zeta$ hiemalis, et zodiaci positio sit interdum $\varepsilon\vartheta\zeta$, interdum $\eta\vartheta\varkappa$, ac partes orientales sint ad puncta η δ ζ, et dividatur quadrans $\varepsilon\vartheta$ in *tres aequales partes, i. e.* tria zodiaci signa, in punctis λ μ; dico circumferentiam $\mu\vartheta$ rectiorem ascendere quam $\lambda\mu$ *).

Nam quia horizon per polos sphaerae, id est *per polos* circuli aequinoctialis, transit, perpendicularis igitur est ad eundem [itaque aequinoctialis ad horizontem perpendicularis est]; ergo aequinoctialis etiam per polos horizontis transit. Verum etiam meridianus per polos horizontis transit; itaque communis sectio circulorum aequinoctialis et meridiani est *ea recta quae* per polos horizontis *ducitur* [et aequinoctialis quidem semper per polos horizontis fertur, zodiacus autem in duobus tantum punctis per communem sectionem aequinoctialis et meridiani *transit*]; ergo ab horizonte ad polum est circum-

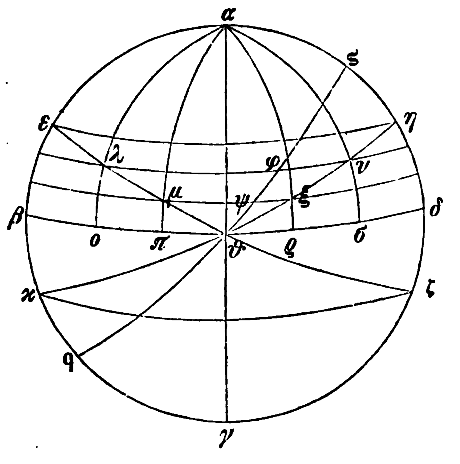
*) Haec extrema, ut in Graecis significavimus, nostra coniectura addidimus. Omnino hinc incipit latissima genuinae scripturae corruptela, cum et interpolata nonnulla et alia aliis rationibus depravata sint. Quae nos, partim Commandino auctore, utcunque in Latinum sermonem convertimus, Graeca autem, quae probabili coniectura sanari non possent, intacta relinquere quam temere immutare maluimus.

3. $\overline{NZ}$ A[1] in marg. (BS) 8. 9. ὁ $\overline{ΑΒΔ}$ ABS, corr. *Co* 12. τὰ $\overline{ΛΓ}$ A, distinx. BS 21. ἡ $\overline{ΗΘ}$ ABS, corr. *Co* 23. τοῖς $\overline{ΗΔΖ}$ A, distinx. BS τετάρτη μόριον A, coniunx. BS 24. τὰ ζώιδια A, τὰ ζώδια BS, τρία ἴσα coni. *Hu* κατὰ add. *Co* τὰ $\overline{ΛΜ}$ A, distinx. BS 24. 25. λέγω — ἀναφέρεται add. *Hu* 28. ὥστε — ὁρίζοντι propter ταυτολογίαν suspecta videntur 34. κριοῦ — ζυγοῦ interpolatori tribuit *Hu* (ἅ ἐστιν κριοῦ etc. voluit *Co*) διὰ *Co* pro ὁ 36. τετάρτη μορίου A, coniunx. BS, item p. 616, 3 init.

[μοιρῶν Ϙ′]. καὶ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τὰ Ε Η Κ Ζ ὄντα τῶν ἀφῶν σημεῖα τῶν τροπικῶν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν τεταρτημορίου, ὥστε τὸ τεταρτημόριον τὸ ἀπὸ τῶν Ε Η Κ Ζ ἐπὶ τὸ τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ
119 καὶ τοῦ πόλου τοῦ ὁρίζοντος κοινὸν σημεῖον τὸ Θ. καὶ διὰ τῶν Λ Μ Θ παράλληλοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΛΝ ΜΞ ΒΘΔ· ἔσται δὴ ὁ ΒΘΔ ἰσημερινός, ὡς προείρηται. γεγράφθωσαν διὰ τοῦ Λ πόλου καὶ ἑκάστου τῶν Λ Μ Ξ Ν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΛΟ ΛΠ ΛΡ ΛΣ. καὶ ἐπειδὴ τῷ ιβ′ τοῦ β′ τῶν σφαιρικῶν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΕΛ ΗΝ καὶ ΛΜ ΝΞ, καὶ αἱ ΜΘ ΞΘ, διῄρηνται δὲ ἴσαι, εἰς τὰ ζῴδιά εἰσιν διαιρεθεῖσαι καὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἔστιν τὸ Ε καρκίνου O ἡγούμενον τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ τὸ Η καρκίνου O ἑπόμενον τῷ ἡμικυκλίῳ, ὥστε τὰ μὲν Λ Μ Θ σημεῖα ἕπεται τῷ Ε, τὰ δὲ Ν Ξ Θ ἡγεῖται τοῦ Η, ὥστε εἶναι τὰ ὁμόζωνα ζῴδια καὶ εἶναι τὸ Θ σημεῖον κριοῦ O κατὰ τὸ Η καὶ ζυγοῦ O κατὰ τὸ Ε. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΟ τῆς ΟΠ, ἡ δὲ ΟΠ τῆς ΠΘ, ὁμοίως δὲ καὶ ἡ μὲν ΔΣ τῆς ΣΡ, ἡ δὲ ΣΡ τῆς ΡΘ· ἔσται ἄρα ἡ ΟΘΣ τῆς ΠΘΡ μείζων ἢ διπλῆ, τουτέστιν τῇ ὁμοιότητι ἡ ΛΝ τῆς ΜΞ. ἔστω δὴ τῆς ΜΞ διπλῆ τῇ ὁμοιότητι ἡ ΛΦ, διὰ δὲ τῶν Φ Θ μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ςΦΘϘ. ἔσται

1. ΜΟϘ A(B), μοιρῶν ἐννενήκοντα S, interpolatori tribuit *Hu* τὰ ΕΗ ΚΖ AB Paris. 2368, distinx. S 2. ὄντα σημεῖα τῶν τροπικῶν, ἀφ᾽ ὧν ἐπὶ τὸν etc. coni. *Co* ἀφῶν S, ἀφῶν A, ἀφ᾽ ὧν B 3. ὥστε τὸ] ὥστ᾽ ἔστιν coni. *Hu* auctore *Co* τετάρτη μόριον A, coniunx. BS τὸ (ante ἀπὸ) A[2] pro τὸν 3. 4. τῶν ΕΗ ΚΖ ABS, distinx. *Hu* 6. τῶν ΛΜΘ A, distinx. B (τῶν λ ϑ μ S) 6. 7. οἱ ΛΜ ΝΞ ABS, corr. *Co* 7. δὴ ὁ ΒΟΔ ABS, corr. idem 8. 9. τῶν ΛΜ ΝΞ AB, distinx. S, corr. *Hu* 9. 10. καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ δωδέκατον *Hu* 10. ΙΒ τοῦ Β A, ιβ τοῦ β′ B, δωδεκάτῳ τοῦ δευτέρου S, ιγ′ τοῦ β′ voluit *Co* 11. 12. διῄρηται δὲ εἰς ἴσα ἡ ΕΘ, καὶ ἡ ΗΘ ἄρα εἰς τὰ ζῴδιά ἐστιν διαιρεθεῖσα, καὶ ἔστιν τὸ Ε etc. coni. *Hu* 11. ζώιδια εἰσιν A, ζώδια εἰσὶ BS 13. 14. Ο — Ο ABS, ἀρχόμενον coll. cap. 127, vel ἀρκτικὸν coll. cap. 121 coni. *Hu*, item paulo post vs. 17 14. τοῦ ἡμικυκλίου ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 14. 15. τὰ μὲν ΛΜΘ — τὰ δὲ ΝΞΘ A, distinx. BS 16. εἶναι τὰ] εἶναί τινα vel εἶναι ς′ coni. *Hu* ζωιδια

ferentia quadrantis. Et sunt in horizonte tropicorum puncta $\varepsilon\ \eta\ \varkappa\ \zeta$ [a quibus ad meridianum est quadrantis circumferentia]; ergo quadrans est a punctis $\varepsilon\ \eta\ \varkappa\ \zeta$ ad ϑ commune punctum aequinoctialis circuli et meridiani, quod idem horizontis polus est.



Iam per $\lambda\ \mu\ \vartheta$ describantur circuli paralleli $\lambda\nu\ \mu\xi\ \beta\vartheta\delta$; ergo $\beta\vartheta\delta$ aequinoctialis erit, ut supra diximus. *Porro* per polum α ac singula puncta $\lambda\ \mu\ \xi\ \nu$ describantur maximi circuli $\alpha o\ \alpha\pi\ \alpha\varrho\ \alpha\sigma$. Et quia propter *theorema* 12 **) *libri* II sphaericorum est $\varepsilon\lambda = \eta\nu$, et $\lambda\mu = \nu\xi$, et $\mu\vartheta = \xi\vartheta$, atque *ex constructione quadrans* $\varepsilon\vartheta$ *in punctis* $\lambda\ \mu$ in aequales partes divisus est, *quadrans etiam* $\eta\vartheta$ in *tres aequales partes, i. e. tria* signa divisus est [et est ε principium cancri praecedens semicirculum, et η principium cancri semicirculum sequens, quapropter puncta $\lambda\ \mu\ \vartheta$ ipsum ε sequuntur, et $\vartheta\ \xi\ \nu$ ipsum η praecedunt; itaque *bina* signa sunt in eadem zona, et punctum ϑ arietis principium est versus η, idemque librae principium versus ε]. Ergo est $\beta o > o\pi > \pi\vartheta$, ac similiter $\delta\sigma > \sigma\varrho > \varrho\vartheta$ (*supra propos. 21, Theodos. sphaer. 3, 6*); itaque $o\vartheta\sigma > 2\pi\vartheta\varrho$, id est similitudine $\lambda\nu > 2\mu\xi$. Sit similitudine $\lambda\varphi = 2\mu\xi$, et per $\varphi\ \vartheta$ describatur maximus circulus $\varsigma\varphi\vartheta$q; hic igitur ad horizon-

**) In nostris Theodosii editionibus est theorema tertium decimum. Conf. supra p. 611 adnot. *.

(sine acc.) A, ζώδια BS 17. ζυγοῦ AS, συζύγου B cod. *Co* 19. ἡ δὲ CP τῆς CΘ A[s]S, corr. B 22. τῶν ΦΘ A, distinx. BS *δὴ οὗτος ὀρθὸς τῷ ΑΒΓΔ ὁρίζοντι (τὸ γὰρ Θ ἐστὶν πόλος τοῦ ὁρίζοντος).*

120 *Λέγω οὖν ὅτι, ἐὰν ὁρίζοντα ὑποστησώμεθα ἤτοι τὸν ϛΦΘϚ ἢ τὸν ΗΘΚ (ὃς ἐφάπτεται τοῦ ΕΗ θερινοῦ τροπικοῦ ἐν τῇ μεταξὺ τῶν ϛ Η πιπτούσῃ οἰκήσει), δειχθήσεται παρθένος λέοντος ὀρθοτέρα ἀναφερομένη, ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένου λέων ἀνατέλλων.*

Ἐπείπερ [ἐν πλείονι χρόνῳ] ὑπεστησάμην ὁρίζοντα τοιοῦτον μὴ μειζόνων ἐφαπτόμενον ἤπερ εἰσὶν οἱ τροπικοὶ κύκλοι, φανερὸν οὖν ὅτι διὰ τὸ προαποδεδειγμένον παρ-
121 *θένος λέοντος ὀρθοτέρα ἀνενεχθήσεται. ὑποκείσθω πρότερον ὁ ΗΘΚ ὁρίζων, καὶ ἔστω αὐτοῦ ἀνατολικώτερον ἡμικύκλιον τὸ ΗΘΚ, τοῦ μεσημβρινοῦ ὄντος τοῦ ΑΒΓΔ ὀρθοῦ τοῖς παραλλήλοις καὶ τῷ ΗΘΚ· ἀρκτικὸς ἄρα τοῦ ΗΘΚ ὁρίζοντος ὁ ΕΗ θερινὸς τροπικός. καὶ ἔσται καρκίνου μὲν δωδεκατημόριον τὸ ΕΛ, λέοντος δὲ τὸ ΛΜ, παρθένου δὲ τὸ ΜΘ· ὀρθοτέρα ἄρα ἡ ΜΘ τῆς ΛΜ ἀναφέρεται.*

122 *Λέγω ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἡ ΛΜ τῆς ΜΘ.*

Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται μείζων ἡ διπλῇ τῇ ὁμοιότητι ἡ ΛΝ τῆς ΜΞ, καὶ ἐν ᾧ μὲν χρόνῳ τὸ Λ τὴν ΛΝ διεξελήλυθεν, ἀνατέλλει ἡ ΛΘ (τοῦ γὰρ Λ ἀρξαμένου ἀπὸ τοῦ Ν ἀνατολῆς ὁρίζοντος διαπορεύεσθαι τὴν ΝΛ, ἡ ΛΘ ἀνενεχθήσεται· ἔστιν γὰρ τὸ Θ ἐν τῇ ἀνατολῇ τοῦ ὁρίζοντος), ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ τὸ Μ τὴν ΞΜ διαπορεύεται, ἀνατέλλει ἡ

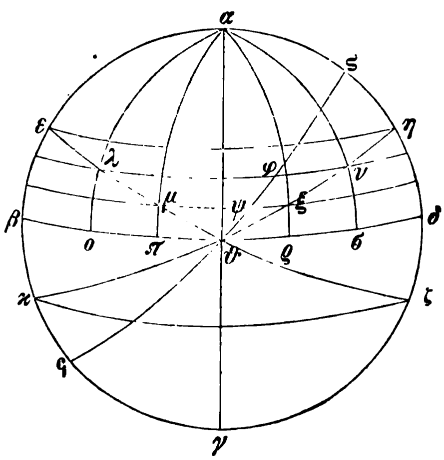
---

1. *οὗτος* B, *ουτος* A, *οὕτως* S *τῶι* $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΓΔ}$ A, coniunx. BS 5. *τῶν* $\overline{ϛΗ}$ A, distinx. BS 6. *ὀρθοτέρα* *Hu* auctore *Co* pro *ὀρθοτάτη* 7. *λέων*] *ὁ λέων* *Co*, om. ABS 8. *ἐπείπερ*] *ἐπεὶ γάρ* *Hu* auctore *Co* *ἐν πλείονι χρόνῳ* del. *Co* 9. *ἐφαπτόμενων* et o superscr. A[1] 10. *οὖν*] *ἄρα* *Hu* 12. *ἀνατολικὸν* coni. *Hu* 16. *δωδεκάτη μόριον* A, coniunx. BS 17. *παρθένου — τῆς* $\overline{ΛΜ}$ bis scripta in AB, sed in A altera scriptura deleta 19. post *λέγω* add. *δή* S 24. *ἀνατολῆς ὁρίζοντος*] distinctius *τῆς ἀνατολῆς τοῦ ὁρίζοντος* scriptor cap. 128 posuit

tem $\alpha\beta\gamma\delta$ perpendicularis erit (quoniam ϑ polus horizontis est).

Iam dico, si horizontem supponamus vel circulum $\varsigma\varphi\vartheta\text{G}$ vel $\eta\vartheta\varkappa$ (qui quidem aestivum tropicum $\varepsilon\eta$ tangit in ea habitatione quae inter ς η cadit), demonstrari virginem rectiorem ascendere quam leonem, et maiore tempore leonem oriri quam virginem.

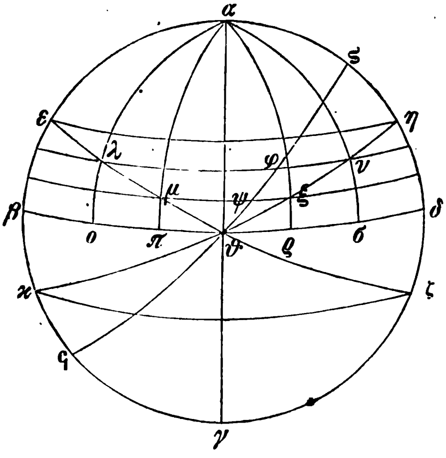
Quoniam talem horizontem non maiores circulos tangere supposui, quam sunt tropici, propter illa igitur quae supra (*propos. 58*) demonstravimus manifestum est virginem rectiorem ascendere quam leonem. Supponatur primum circulus $\eta\vartheta\varkappa$ horizon, cuius orientalis semicirculus sit $\eta\vartheta\varkappa$, et meridianus $\alpha\beta\gamma\delta$ perpendicularis ad parallelos et ad circulum $\eta\vartheta\varkappa$; ergo aestivus tropicus $\varepsilon\eta$ principium est horizontis $\eta\vartheta\varkappa$, et cancri signum obtinebit circumferentiam $\varepsilon\lambda$, leonis $\lambda\mu$, virginis $\mu\vartheta$; ergo $\mu\vartheta$ rectior quam $\lambda\mu$ ascendit.



Iam dico maïore tempore circumferentiam $\lambda\mu$ quam $\mu\vartheta$ oriri.

Quoniam enim $\lambda\nu$ similitudine maior quam dupla $\mu\xi$ demonstrata est, et quo tempore punctum λ circumferentiam $\nu\lambda$ percurrit, eodem circumferentia $\vartheta\lambda$ oritur (nam cum λ ab horizontis orientalis puncto ν incipiet circumferentiam $\nu\lambda$ percurrere, ipsa $\vartheta\lambda$ orietur; est enim ϑ in horizonte orientali), et quo tempore μ circumferentiam $\xi\mu$ percurrit, ipsa $\vartheta\mu$ ori-

ΜΘ (διὰ τὰ αὐτά), φανερὸν ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἢ διπλασίῳ ἀνατέλλει ἡ ΛΘ τῆς ΜΘ, ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ χρόνος τῆς ἀνατολῆς τῆς ΛΜ ἢ τῆς ΜΘ (ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ χρόνου τῆς ΛΘ ἀφαιρεθῇ ὁ χρόνος τῆς ΜΘ ἐλάσσων ἢ τὸ ἥμισυ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασίων ὁ τῆς ΛΘ, λοιπὸν γίνεται ὁ χρόνος τῆς ΛΜ μείζων ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ΛΘ μείζων ὢν τοῦ χρόνου τῆς ΜΘ ἐλάσσονος ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ΛΘ).



123 Πάλιν ἔστω ἕτερος ὁ ϚΦΘϘ ὁρίζων, τοῦ ΑΒΓΔ μεσημβρινοῦ ὀρθοῦ ὄντος τοῖς παραλλήλοις καὶ τῷ ϚΦΘϘ ὁρίζοντι (ὅτι ὁ Θ πόλος ἐστὶν τοῦ μεσημβρινοῦ, ὥστε ὀρθοί εἰσιν πρὸς ἀλλήλους)· λέγω ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΛΜ τῆς ΜΘ ἀναφέρεται.

Ἐπεὶ γὰρ ἀφῄρηται ἡ ΛΦ διπλῇ τῇ ὁμοιότητι τῆς ΜΞ, φανερὸν ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ διπλῇ τῇ ὁμοιότητι ἡ ΛΦ τῆς ΜΨ (φανερὸν γὰρ ὅτι μεταξύ ἐστιν τὸ Ψ τῶν Μ Ξ· ὅτι μὲν γὰρ διὰ τῶν Μ Ξ οὐχ ἥξει ἡ ΘΦϚ, φανερόν· γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων αἱ ΘΜ ΞΘ ἐλάσσονες [γὰρ] ἡμικυκλίων ὅλων τῶν ΕΜΘΖ ΗΞΘΚ, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἀλλ' οὐδ' ἔξω τῶν Μ Ξ· ἥξει γὰρ καὶ διὰ τοῦ Φ, ὡς ὑπόκειται, ὁ διὰ τῶν Θ Ψ γραφεὶς καὶ τεμεῖ πάλιν τοὺς ΕΛΖ ΗΞΚ μεγίστους κατὰ σημεῖον ἕτερον, καὶ ἔσται ἡ κοινὴ τομὴ ἐλάσσων ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ Ε, ὅπερ ἀδύνατον· μεταξὺ ἄρα ἐστὶν τὸ Ψ τῶν Μ Ξ). ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν τὸ Λ τὴν ΦΛ περιφέρειαν κινεῖται ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Φ τῆς ἀνατολῆς τοῦ ὁρίζοντος, ἡ ΛΘ ἀναtur (*quod* similiter *ac praecedens demonstratur*), manifestum *igitur* est tempus quo $\lambda\vartheta$ oritur maius esse duplo tempore quo $\mu\vartheta$ *oritur;* itaque maiore tempore $\lambda\mu$ quam $\mu\vartheta$ oritur (nam quia *demonstravimus*

tempus ortûs $\lambda\vartheta >$ 2 temp. ort. $\mu\vartheta$, est igitur temp. ort. $\mu\vartheta < \frac{1}{2}$ temp. ort. $\lambda\vartheta$; itaque subtrahendo temp. ort. $\lambda\vartheta$ — temp. ort. $\mu\vartheta > \frac{1}{2}$ temp. ort. $\lambda\vartheta$, id est temp. ort. $\lambda\mu > \frac{1}{2}$ temp. ort. $\lambda\vartheta$, *eoque magis* $>$ temp. ort. $\mu\vartheta$).

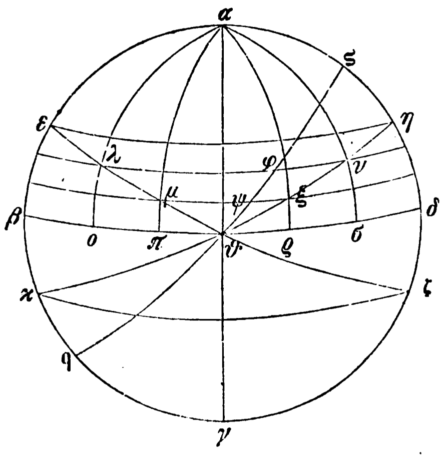
Rursus sit alius circulus $\varsigma\varphi\vartheta\text{Ϙ}$ horizon, et meridianus $\alpha\beta\gamma\delta$ perpendicularis ad parallelos et ad horizontem $\varsigma\varphi\vartheta\text{Ϙ}$ (quia ϑ polus meridiani est; itaque circuli inter se perpendiculares); dico *in hoc etiam casu* circumferentiam $\lambda\mu$ maiore tempore quam $\mu\vartheta$ oriri.

Nam quia abscissa est circumferentia $\lambda\varphi$ similitudine dupla ipsius $\mu\xi$ (*supra p. 617 extr.*), manifestum est circumferentiam $\lambda\varphi$ similitudine maiorem esse quam duplam $\mu\psi$ (apparet enim punctum ψ inter μ ξ cadere; nam circumferentia $\vartheta\varphi\varsigma$ manifesto non per ipsa μ ξ transibit, quoniam sic $\vartheta\mu$ $\vartheta\xi$ diametri maximorum circulorum fierent, cum circumferentiae $\vartheta\mu$ $\vartheta\xi$ minores sint totis semicirculis $\varepsilon\mu\vartheta\zeta$ $\eta\xi\vartheta\varkappa$, id quod fieri non potest; sed neque extra μ ξ *punctum* ψ *cadit;* nam circulus per ϑ ψ descriptus ex hypothesi etiam per φ transibit; itaque, *si* ψ *extra* μ ξ *caderet,* circulus $\varphi\psi$ maximos circulos $\varepsilon\lambda\zeta$ $\eta\xi\varkappa$ in alio puncto *ac* ϑ secaret, et communis sectio inde ab ε minor esset semicirculo, id quod fieri non potest; ergo inter μ ξ punctum ψ cadit). Sed quo tempore punctum λ ab horizontis orientalis puncto φ incipiens per circumferentiam $\varphi\lambda$ fertur, eodem circumferentia $\vartheta\lambda$ ori-

---

9. ἥμισυ BS, L′ A 16. *ἐλάσσονος Hu* auctore *Co* pro *ἐλάσσων* 17. ἥμισυ S, L′ AB 19. ὁ add. *Hu* 26. 27. *τῶν* $\overline{M\Xi}$ A, distinx. BS, item posthac 27. ἡ $\overline{\Theta\Phi C}$ ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 28. *διάμετρος* AB[3], corr. B[1]S 29. *ἐλάσσονες Co* pro *ἐλάσσονος* γὰρ del. *Hu* $\overline{EM}$ $\overline{\Theta Z}$ ABS, coniunx. *Co* $\overline{H\Xi\Theta K}$ A, $\overline{\eta\xi}$ $\overline{\vartheta\varkappa}$ B, $\overline{\nu\xi}$ $\overline{\vartheta\varkappa}$ S 31. ὁ add. *Hu* *τῶν Θ Ψ*] *τῶν* $\overline{\Theta\Phi}$ A, distinx. BS, corr. *Hu* 33. *τομὴ Co* pro *τὸ* *ἐλάσσονος* ABS, *τὸ ἔλασσον τοῦ Co*, corr. *Hu* 35. *ἀλλ' ἐπεὶ ἐν* coni. *Hu* ' *κινεῖται* et η super ει A[1]

τέλλει, ἐν ᾧ δὲ τὸ Μ τὴν ΜΨ περιφέρειαν κινεῖται ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ψ τῆς ἀνατολῆς τοῦ ὁρίζοντος, ἡ ΜΘ ἀνατέλλει· φανερὸν ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἡ ΛΜ τῆς ΜΘ, ὡς προεδείχθη.



Τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ ἐφωδεύσαμεν ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἡ ΕΛ τῆς ΛΜ, καὶ ὀρθοτέρα ἡ ΛΜ περιφέρεια, ἥτις ἐστὶν τοῦ λέοντος, ἀναφερομένη ἤπερ ἡ ΕΛ, ἥτις ἐστὶν τοῦ καρκίνου.

124 Δέδεικται οὖν τὰ προτεθέντα, κατὰ δὲ Πτολεμαῖον ἐν ὀρθῇ σφαίρᾳ καὶ πρώτῳ κλίματι καὶ δευτέρῳ συμφώνως ὁ καρκίνος ἐν πλείονι χρόνῳ ἀναφέρεται τοῦ λέοντος, μετὰ δὲ μοίρας ιϛ' κζ' ἐξάρματος πόλου τοῦ δευτέρου κλίματος ἕως τοῦ γ' κλίματος ἐν πλείονι ὁ λέων ἀνατέλλει τοῦ καρκίνου, ὥστε ἀσύμφωνον εἶναι. περὶ δὲ τοῦ ὀρθότερον [εἶναι] τὸ τοῦ λέοντος ἤπερ τὸ τοῦ καρκίνου ἀναφέρεσθαι δειχθήσεται πάλιν τῷ κα' τοῦ δευτέρου τῶν σφαιρικῶν [τῷ προτέρῳ λήμματι].

125 νη'. Ἔστω διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, πόλοι δὲ τῆς σφαίρας οἱ Α Β, ἕτερος δὲ μέγιστος κύκλος ὁ ΓΔ λοξὸς μὲν πρὸς τοὺς παραλλήλους ὀρθὸς δὲ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ, καὶ διῃρήσθω τὸ ΓΧ τεταρτημόριον εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Σ Τ, καὶ διὰ τῶν Σ Τ Χ γεγράφθωσαν κύκλοι παράλληλοι, καὶ ἔστωσαν κοιναὶ τομαὶ αὐτῶν τε καὶ τοῦ ΑΒΓΔ αἱ ΔΓ ΛΚ καὶ ΗΘ ΕΖ (γίνονται δὴ καὶ

11. ἐφοδεύσομεν voluit Co 15. ὀρθοτάτη ABS, corr. *Hu* auc-

tur, et quo tempore punctum μ ab horizontis orientalis puncto ψ incipiens per circumferentiam $\psi\mu$ fertur, eodem ipsa $\vartheta\mu$ oritur; ergo ex iis quae supra (*p. 619. 621*) demonstravimus manifestum est circumferentiam $\lambda\mu$ maiore tempore quam $\mu\vartheta$ oriri.

Eadem ratione usi sumus, *ut demonstraremus* maiore tempore circumferentiam $\varepsilon\lambda$ quam $\lambda\mu$ oriri, et circumferentiam $\lambda\mu$, quae est leonis, rectiorem ascendere quam $\varepsilon\lambda$, quae est cancri.

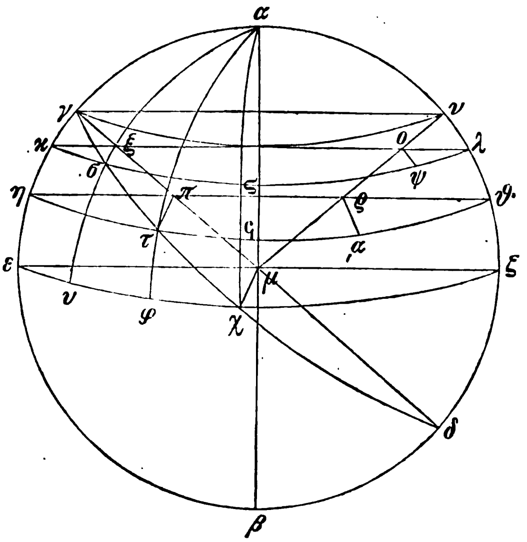
Sic igitur ea quae proposita sunt demonstravimus; sed secundum Ptolemaeum convenienter *nostrae quidem rationi* in recta sphaera et primo ac secundo climate cancer maiore tempore quam leo oritur; at post $16^0\,27'$ elevationis poli secundi climatis usque ad tertium clima leo maiore *tempore* oritur quam cancer, quod *cum nostra demonstratione* discrepat. Sed leonis *signum* rectius ascendere quam cancri rursus Theodosii sphaericorum *libri* II *theoremate* 21 demonstrabitur (*supra p. 611*).

LVIII. Sit per polos sphaerae circulus $\alpha\gamma\beta\delta$, et sint sphaerae poli α β, sitque alius maximus circulus $\gamma\delta$ obliquus ad parallelos et perpendicularis ad ipsum $\alpha\gamma\beta\delta$, et quadrans $\gamma\chi$ in tres aequales partes dividatur in punctis σ τ, et per σ τ χ describantur circuli paralleli, sintque circulorum $\gamma\chi\delta$ $\kappa\sigma\lambda$ $\eta\tau\vartheta$ $\varepsilon\chi\zeta$ et circuli $\alpha\gamma\beta\delta$ communes sectiones $\gamma\delta$ $\kappa\lambda$ $\eta\vartheta$ $\varepsilon\zeta$ (quae quidem etiam diametri fiunt), et sit $\gamma\nu$ parallela Prop. 60*)

*) "Hoc theorema videtur quodammodo supervacaneum; quod enim in eo demonstratur, satis superque demonstratum iam fuit" *Co.* Accedit quod in ipsa Graecorum verborum compositione multa reperiuntur, e quibus scriptor posterioris quam Pappi aetatis cognoscatur.

---

lore *Co* 22. μοίρας S, $\overset{o}{M}$ AB $\overline{I\varsigma}$ $\overline{KZ}$ AS, $\overline{\iota\varsigma}$ κζ′ B 23. ἔσωστοῦ $\hat{Z}$ A, om. B1, ἕως τοῦ ζ′ B3, ἔσω τοῦ $\bar{\zeta}$ S, *usque ad tertium Co* 24. εἶναι om. *Co* 27. τῷ προτέρῳ λήμματι interpolatori tribuit *Hu* (ὥσπερ καὶ τῷ πρ. λ. voluit *Co*) 28. $\overline{NH}$ A1 in marg. (BS) 28. 29. ὁ *ΑΓΒΔ* coni. *Hu* (item posthac) 29. οἱ $\overline{AB}$ A, distinx. BS 31. τὸν $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ — τετάρτη μόριον A, coniunx. BS τὸ *ΓΧ Hu* pro τὸ $\overline{\Gamma\Delta}$ 32. τὰ $\overline{CT}$ καὶ διὰ τῶν $\overline{CTX}$ A, distinx. BS 34. τοῦ $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ A, coniunx. BS δὴ *Hu* pro δὲ *διάμετροι), ἔστω δὲ παράλληλος τῇ ΚΛ ἡ ΓΝ (ὁ ἄρα περὶ τὴν ΓΝ παράλληλος κύκλος ὀρθός ἐστιν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ * * * ἡ ΓΝ· ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ Γ), καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ· φημὶ δὴ ὅτι τῆς κατὰ τὴν ΠΡ εὐθεῖαν περιφερείας ἐν τῷ ΗΘ κύκλῳ ἡ κατὰ τὴν ΞΟ εὐθεῖαν περιφέρεια (ἥτις ἔχει βάσιν τὴν ἴσην τῇ ΞΟ) μείζων ἐστὶν ἢ διπλασίων τῇ ὁμοιότητι.*



Νενοήσθωσαν γὰρ αἱ κοιναὶ τομαὶ πάντων τῶν κύκλων· ἔσονται δὴ αἱ ΣΞ ΠΤ ΧΜ κάθετοι ἐπὶ τὴν ΓΔ καὶ ἐπὶ τὰς ΚΛ καὶ ΗΘ καὶ ΕΖ. γεγράφθωσαν δὴ διὰ τῶν Σ Τ Χ καὶ τοῦ Α μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΑΥ ΑΦ ΑΧ· δῆλον δὴ ὅτι δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα ἡμικύκλια τῶν παραλλήλων κύκλων ἡ ΑΧ. ἤχθωσαν δὲ καὶ ἀπὸ τῶν Ο Ρ πρὸς ὀρθὰς ταῖς ΚΛ ΗΘ ἐν τοῖς τῶν ἡμικυκλίων ἐπιπέδοις ἥ τε ΟΨ καὶ ἡ Ρ͵Α· ἔσονται δὴ αὗται ἴσαι ταῖς ΣΞ ΠΤ, ὥστε ἔσονται αἱ κατὰ τὰς ΟΞ ΠΡ εὐθείας περιφέρειαι αἱ ΣΨ καὶ Τ͵Α. ὅτι οὖν ἡ ΣΨ

1. ἡ $\overline{ΓΗ}$ AB, sed in A *H* vix differt a *N*, unde ἡ $\overline{γν}$ S 2. παρ-

ipsi $\varkappa\lambda$ (ergo circulus parallelus circa $\gamma\nu$ *descriptus* ad ipsum $\alpha\gamma\beta\delta$ perpendicularis est, *et communis sectio* est $\gamma\nu$; nam in punctis γ ν *circulorum circumferentiae* se invicem tangunt), et iungatur $\mu\nu$; iam dico circumferentiam, quae est secundum rectam ξo (*id est*, quae basim ipsi ξo aequalem habet) similitudine maiorem esse quam duplam circumferentiam, quae in circulo $\eta\vartheta$ est secundum rectam $\pi\varrho$**).

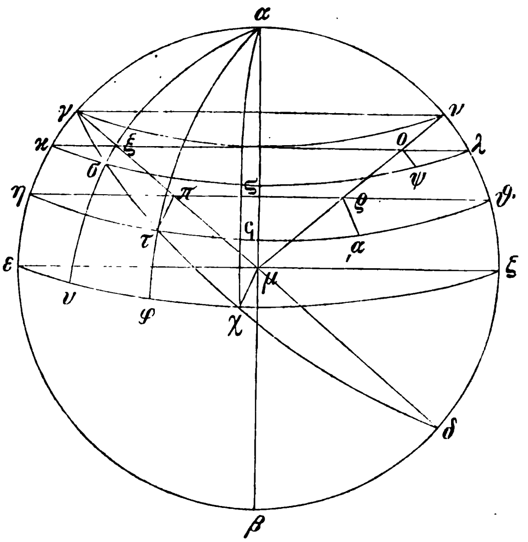
Intellegantur enim communes sectiones omnium circulorum; rectae igitur $\sigma\xi$ $\tau\pi$ $\chi\mu$ perpendiculares erunt ad rectas $\gamma\delta$ $\varkappa\lambda$ $\eta\vartheta$ $\varepsilon\zeta$ (*elem. 11 propos. 19, defin. 4*). Iam per puncta σ τ χ et α describantur maximorum circulorum circumferentiae $\alpha\upsilon$ $\alpha\varphi$ $\alpha\chi$; apparet igitur circumferentiam $\alpha\chi$ bifariam secare circulorum parallelorum semicirculos eos qui *maximo circulo* $\alpha\gamma\beta\delta$ abscinduntur (*Theodos. sphaer. 2, 9*). Ducantur ab o ϱ in semicirculorum $\varkappa\lambda$ $\eta\vartheta$ planis rectae $o\psi$ $\varrho_{,}\alpha$ perpendiculares ad rectas $\varkappa\lambda$ $\eta\vartheta$; hae igitur ipsis $\xi\sigma$ $\pi\tau$ aequales erunt[1]; ergo circumferentiae $\sigma\psi$ $\tau_{,}\alpha$ erunt secundum rectas ξo $\pi\varrho$***). Iam dico circumferentiam $\sigma\psi$ similitudine maiorem esse quam duplam $\tau_{,}\alpha$; ergo etiam dimidiam $\sigma\psi$,

**) Tacite igitur scriptor haec supponit: sphaerae ac circuli $\alpha\gamma\beta\delta$ centrum esse μ, et ξ π ϱ o esse puncta sectionis rectarum $\gamma\mu$ $\mu\nu$ $\varkappa\lambda$ $\eta\vartheta$ in plano circuli $\alpha\gamma\beta\delta$.

1) Scilicet in circulo $\varkappa\sigma\psi\lambda$ diametri portio ξo rectâ $\alpha\mu$ bifariam secatur atque ipsum sectionis punctum circuli centrum est; ergo perpendiculares $\xi\sigma$ $o\psi$ aequaliter a centro distant, itaque propter elem. 3, 14 aequales sunt.

***) Id est, rectae, quae circumferentias $\sigma\psi$ $\tau_{,}\alpha$ subtendunt, aequales erunt rectis ξo $\pi\varrho$.

ἄλληλος κύκλος *Hu*, Ὁ ≐ A, ϴ̊ ≐ B, κύκλος παράλληλος S, θερινὸς παράλληλος coni. *Co* τὸν $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS 3. *** ἡ ΓΝ — τὸ Γ] *continget enim in C*, omisso ἡ ΓΝ *Co*, καὶ κοινὴ τομὴ ἡ ΓΝ· ἐφάψονται (scil. αἱ περιφέρειαι) γὰρ κατὰ τὰ Γ Ν *Hu* 11. τῶν CTX A, distinx. BS 11. 12. αἱ $\overline{A\Phi}$ $\overline{AX}$, $\overline{AY}$ ABS, transposuit *Co* 14. τῶν $\overline{OP}$ A, distinx. BS ταῖς $\overline{K\Lambda}$ $\overline{N}$ $\overline{\Theta}$ A, $\overline{\nu\vartheta}$ coniunx. BS, *HΘ* corr. *Hu* 15. ἥ τε $\overline{OT}$ ABS, corr. *Co* δὴ *Hu* pro δὲ (*quae erunt aequales Co*) 17. $\Sigma\Psi'$ *Co* utroque loco pro $\overline{CII}$ καὶ $T_{,}A$] καὶ $T\Omega$ coni. *Hu*, ac similiter posthac *περιφέρεια τῆς Τ͵Δ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ ὁμοιότητι [τῆς Τ͵Δ]· ὅτι ἄρα καὶ ἡμίσεια ἡ ϚΣ περιφέρεια τῆς ΤϘ περιφερείας μείζων ἐστὶν ὁμοιότητι ἢ διπλασίων. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΣϚ τῇ ΥΧ ὁμοία, ἡ δὲ ΤϘ τῇ ΦΧ [ἡ δὲ ΥΧ τῆς ΤϘ μείζων]· ὁμοιότητι ἄρα ἡ ΥΧ περιφέρεια τῆς ΦΧ μείζων ἐστὶν [ὁμοιότητι] ἢ διπλασίων.*



ἔστιν δέ, ἐπείπερ ἴση ἐστὶν ἡ ΣΤ τῇ ΤΧ περιφερείᾳ, καὶ διὰ τοῦ πόλου καὶ τῶν Τ Χ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγραμμένοι εἰσίν· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς σφαιρικοῖς ἀποδέδεικται.

126 *νθ΄. Καὶ τὸ παραλειφθὲν δὲ εἰς τὸ ιβ΄ καὶ ιγ΄.*

Τῶν ἐν τῷ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίῳ περιφερειῶν ἡ τυχοῦσα περιφέρεια ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἢ δύνει, τῶν δὲ ἐν τῷ λοιπῷ ἡμικυκλίῳ, ὅ ἐστιν μετὰ τὸν αἰγόκερω, ἡ τυχοῦσα ἐν πλείονι χρόνῳ δύνει ἢ ἀνατέλλει.

Ἔστω γὰρ ἐν σφαίρᾳ ὁρίζων ὁ ΑΒΓ, ζῳδιακοῦ δὲ τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον ἐν τῷ φανερῷ ἡμισφαιρίῳ ΑΔΖ (τὸ Α ἄρα καρκίνου ○ ἡγούμενον τοῦ ἡμικυκλίου ἐπὶ τῇ δύσει), καὶ ἔστω θερινοῦ τροπικοῦ τὸ ὑπὲρ γῆν τμῆμα τὸ ΑΗΓ, καὶ ἀφῃρήσθω τις τοῦ ζῳδιακοῦ περι-

id est circumferentiam $\sigma\varsigma$, similitudine maiorem quam $\tau\alpha$, *id est* quam duplam $\tau\text{Ϟ}$. Atque est

$\sigma\varsigma \sim \upsilon\chi$, et

$\tau\text{Ϟ} \sim \varphi\chi$; dico igitur similitudine esse

$\upsilon\chi > 2\,\varphi\chi$.

Est vero; quoniam *ex hypothesi* circumferentiae $\sigma\tau$ $\tau\chi$ aequales, et per polum et puncta τ χ maximi circuli descripti sunt; hoc enim in *Theodosii* sphaericis (*3*, *6*) demonstratum est[2].

LIX. Iam *sequitur* illud quod praetermissum esse *diximus* ad theoremata XII et XIII *demonstranda* (*supra p. 601. 603*).

Circumferentiarum, quae sunt in semicirculo post cancrum, quaelibet maiore tempore oritur quam occidit, earum autem, quae sunt in altero semicirculo, id est post capricornum, quaelibet maiore tempore occidit quam oritur. Prop. 61

Sit enim in sphaera horizon $\alpha\beta\gamma$, et in aperto hemisphaerio zodiaci semicirculus, qui post cancrum est, $\alpha\delta\zeta$ (ergo α cancri principium est praecedens semicirculum in occasu), et sit aestivi tropici portio super terram $\alpha\eta\gamma$, et abscindatur quaedam zodiaci circumferentia $\delta\varepsilon$*); dico circumferentiam $\delta\varepsilon$ maiore tempore oriri quam occidere[1]).

2) Conf. supra propos. 21. Ceterum recte Commandinus adnotat a scriptore huius loci analyticam demonstrandi formam adhibitam esse.

*) Hoc loco scriptor tacite supponit punctum δ inter α ε positum esse, quemadmodum ex figura perspicitur.

1) Figuram delineavimus similem ei quae antiquitus tradita est. Conferatur tamen illa quoque forma quam Commandinus finxit.

---

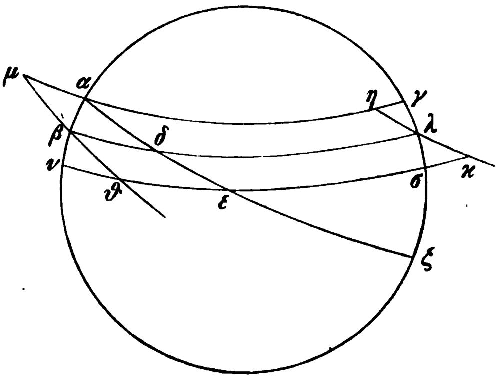
1. η διπλῆ super vs. add. A[1] 2. τῆς TA del. *Hu* auctore *Co* TA ὅτι ἄρα A[2] in rasura ἡ ϛΣ *Hu* pro ἡ $\overline{\text{ϛ}T}$ 3. τῆς $T\text{Ϟ}$ *Hu* auctore *Co* pro τῆς $\overline{A\text{Ϟ}}$ 5. ἡ δὲ — μείζων del. *Co* 6. ὁμοιότητι del. *Hu* auctore *Co* 8. τῶν $\overline{TX}$ A, distinx. BS 10. $\nu\vartheta^{ov}$ add. B(S) παραληφθὲν S $\acute{I}\acute{B}$ καὶ $\acute{I}\acute{\Gamma}$ A, δωδέκατον καὶ τρισκαιδέκατον BS 15. ζωιδιακοῦ A, ζωδιακοῦ BS, item vs. 19 et p. 628, 17 17. $\overline{O}$ ABS, ἀρχῇ coll. cap. 129 med., vel ἀρκτικὸν coll. cap. 121 coni. *Hu*, "videtur nota illa *O* significare principium signi, quemadmodum et in omnibus tabulis apud Latinos" *Co* ἡγουμένου ABS, corr. *Co* 19. τὸ $AH\Gamma$ *Hu* pro τὸ AH

φέρεια ἡ ΕΔ· λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλει ἢ δύνει.

127 Γεγράφθωσαν γὰρ διὰ τῶν Δ Ε παράλληλοι κύκλοι οἱ ΒΔΛ ΝΘΕΚ· [γίνεται ἄρα μείζων ἢ ὁμοία ἡ μὲν ΔΛ τῆς ΣΕ, ἡ δὲ ΕΝ τῆς ΔΒ]· προανατέλλει ἄρα τὸ Δ ἡγούμενον τοῦ Ε ἑπομένου, ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Λ, τοῦ Ε ἀρξαμένου ἀπὸ τοῦ Σ, ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία ἡ ΔΛ τῆς ΕΣ, ὅτι καὶ ὁ χρόνος ἐστὶν μείζων [προανατέλλει, καὶ ὅτι τὸ Δ τοῦ Ε προδύνει κατὰ τὸ Β ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Δ καὶ τὸ Ε δύνει κατὰ τὸ Ν ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ε· ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ χρόνος τοῦ Δ ἢ τοῦ Ε]· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὁμοία ἡ ΒΔ τῆς ΕΝ. γεγράφθωσαν δὴ διὰ τῶν Β Λ μέγιστοι κύκλοι ἐφαπτόμενοι τοῦ ΛΗΓ οἱ ΘΒΜ ΚΛΗ· ἡ ἄρα ΔΕ περιφέρεια ἀνατελεῖ μὲν θέσιν ἔχουσα τὴν ΚΛ, ὅταν τὸ Κ τὴν ΚΣ περιφέρειαν διέλθῃ, δύσεται δὲ θέσιν ἔχουσα τὴν ΒΘ, ὅταν τὸ Θ τὴν ΘΝ περιφέρειαν διέλθῃ (καὶ γὰρ αἱ θέσεις εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου τοῦ ζῳδιακοῦ αἱ ΛΔΕ ΜΒΘ ΗΛΚ, μεταξὺ ὁμοίας περιφερείας ἔχουσαι τάς τε ΛΗ ΔΛ ΕΚ καὶ τὰς ΜΛ ΒΔ ΘΕ· ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία ἡ μὲν ΔΛ τῆς ΕΣ, ἡ δὲ ΕΝ τῆς ΒΔ, ὡς καὶ ἐδείχθη). ἔτι τε ἴσαι εἰσὶν αἱ ΗΚ ΛΕ ΜΘ (ἑκατέρα γὰρ τῶν ΜΘ ΗΚ ἴση ἐστὶν τῇ ΛΕ), ὥστε καὶ ἐφαρμόζει καὶ ἅμα τὰ Κ Λ Η ἐπὶ τὰ Ε Δ Λ ἥξει. ὁμοίως καὶ τὰ Ε Δ Λ ἐπὶ τὰ Θ Β Μ ἥξει [ἴσαι γάρ εἰσιν καὶ αἱ ΚΛ

3. τῶν $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 3. 4. οἱ $\overline{B\Delta}$ $\overline{\Lambda\Theta}$ $\overline{EK}$ ABS, corr. *Co* 4. 5. γίνεται — τῆς ΔΒ interpolatori tribuit *Hu* 6. 7. τὸ δὲ $\overline{E}$ ἀρξάμενον ABS, corr. *Hu* 8. προανατέλλει — 11. τοῦ Ε interpolatori tribuit *Hu* 10. post ἀπὸ τοῦ Ε add. φανερὸν *Hu* 12. τῶν $\overline{B\Lambda}$ A, distinx. BS 13. τοῦ ΛΗΓ *Hu* pro τοῦ $\overline{\Lambda\Pi}$ οἱ $\overline{\vartheta\beta\mu}$ B, οἱ $\overline{\Theta B\Lambda}$ A[s]S 14. ἀνατέλλει ABS, corr. *Hu* 17. καὶ γὰρ — 24. ἥξει forsitan ab eodem interpolatore, qui absurda illa ἴσαι γάρ etc. scripsit, addita sint 18. ΗΛΚ *Co* pro $\overline{HK\Lambda}$ 23. καὶ (ante ἅμα) *Hu* pro ἔτι τὰ $\overline{K\Lambda H}$ AB, distinx. S τὰ $\overline{E\Delta\Lambda}$ A, distinx. BS, item proximo vs. 24. τὰ $\overline{\Theta BM}$ A, distinx. BS ἅμα ante ἥξει add. B ἴσαι γάρ — p. 630, 1. περιφερείας interpolatori tribuit *Hu*

Describantur enim per δ ε paralleli circuli $\beta\delta\lambda$ $\nu\vartheta\varepsilon\sigma\varkappa$, ergo punctum δ, praecedens ipsum ε, quod sequitur, et incipiens ab λ, prius oritur quam ε, quod a σ incipit; itaque

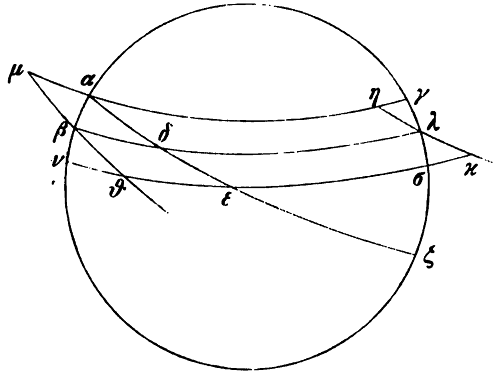


circumferentia $\delta\lambda$ similitudine maior est quam $\varepsilon\sigma$, quoniam etiam tempus maius est [2]. Ergo circumferentia $\beta\delta$ similitudine minor est quam $\nu\varepsilon$. Iam per puncta β λ describantur maximi circuli $\vartheta\beta\mu$ $\varkappa\lambda\eta$, circulum $\alpha\eta\gamma$ tangentes [3]; ergo circumferentia $\delta\varepsilon$, positionem $\lambda\varkappa$ habens, orietur eo tempore quo punctum $\varkappa$ circumferentiam $\varkappa\sigma$ percurret, eademque, positionem $\beta\vartheta$ habens, occidet eo tempore quo ϑ circumferentiam $\vartheta\nu$ percurret (etenim $\alpha\delta\varepsilon$ $\mu\beta\vartheta$ $\eta\lambda\varkappa$ positiones sunt eiusdem circuli, *scilicet* zodiaci, quae *propter Theodosii sphaer. 2, 13* inter se similes circumferentias habent, *scilicet* $\alpha\eta \sim \delta\lambda \sim \varepsilon\varkappa$, et $\mu\alpha \sim \beta\delta \sim \vartheta\varepsilon$; itaque similitudine maior est $\delta\lambda$ quam $\varepsilon\sigma$, et $\nu\varepsilon$ quam $\beta\delta$, ut iam demonstravimus). Atque aequales sunt $\eta\varkappa$ $\alpha\varepsilon$ $\mu\vartheta$ (nam et $\mu\vartheta$ et $\eta\varkappa$ ipsi $\alpha\varepsilon$ aequalis est); itaque etiam inter se congruunt, eodemque momento $\varkappa$ ad ε,

2) Provocat igitur scriptor ad Autolyci de sphaera quae movetur propositionem 3: *Ἐὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα, ἃς ἐν ἴσῳ χρόνῳ περιφερείας διεξέρχεται σημεῖά τινα τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται, αὗται ὅμοιαί εἰσιν.*

3) Nimirum $\alpha\eta\gamma$ tropicus hiemalis est, quem zodiacus in tribus deinceps positionibus $\eta\lambda\varkappa$ $\alpha\delta\zeta$ $\mu\beta\vartheta$ tangere dicitur, id quod paulo post sive ipse Pappus sive interpolator quidam paucis significat.

ΕΔ ΘΒ, ὥστε ἐφαρμόζειν τὰς ΚΛ ΕΔ ΘΒ περιφερείας]. *λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΚΣ περιφέρεια τῆς ΝΘ περιφερείας.*



128 *Ἐπεὶ γὰρ ὁμοία ἡ μὲν ΔΛ τῇ ΕΚ, ἡ δὲ ΔΒ τῇ ΕΘ, ἔσται καὶ ὅλη ἡ ΛΒ ὅλῃ τῇ ΘΚ ὁμοία. ἡ δὲ ΛΒ τῆς ΣΝ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα τῆς ΝΣ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. καὶ εἰσὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἡ ΚΘ τῆς ΝΣ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΘΣ· λοιπὴ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΚΣ [ὁ ἀνατολικὸς τῆς ΔΕ περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου] τῆς ΘΝ. καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ ιαʹ Εὐκλείδου φαινομένων [ἐν ᾧ χρόνῳ] αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει ἡ ἑτέρα δύνει, καὶ ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα δύνει ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, τῇ ΔΕ ἄρα ἡ ἴση περιφέρεια κατὰ διάμετρον λαμβάνεται ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ τῷ ἀπὸ αἰγόκερω Ο, καὶ δειχθήσεται ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ δύνει ἢ ἀνατέλλει [ὁ γὰρ χρόνος τοῦ ἑτέρου ἡμικυκλίου τῆς ἀνατολῆς μείζων ἐστὶν ἢ ὁ τῆς δύσεως].*

129 *ξʹ. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐπὶ τῆς δευτέρας πτώσεως τοῦ θεωρήματος τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμικυκλίου ὑπὲρ γῆν τὸ ΛΕΖ, καὶ ἀφῃρήσθω τις τυχοῦσα περιφέρεια ἡ ΔΕ· λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ἐν πλείονι χρόνῳ δύνει ἢ ἀνατέλλει.*

1. τὰς $\overline{ΚΛΕ}$ $\overline{ΔΘΒ}$ ABS, distinx. *Co* 5. δὲ $\overline{ΛΒ}$ A² pro δὲ $\overline{*Β}$

λ ad δ, η ad α pervenient[4]). Similiter etiam ε ad ϑ, δ ad β, α ad μ *simul* pervenient. Dico circumferentiam $\sigma\varkappa$ maiorem esse quam $\nu\vartheta$.

Quoniam enim $\delta\lambda$ ipsi $\varepsilon\varkappa$, et $\beta\delta$ ipsi $\vartheta\varepsilon$ similis est, erit *igitur* tota $\beta\lambda$ toti $\vartheta\varkappa$ similis. Sed $\beta\lambda$ similitudine maior est quam $\nu\sigma$**); ergo etiam $\vartheta\varkappa$ similitudine maior est quam $\nu\sigma$. Et sunt eiusdem circuli *portiones*; ergo $\vartheta\varkappa$ maior est quam $\nu\sigma$. Communis auferatur $\vartheta\sigma$; restat igitur $\sigma\varkappa$ maior quam $\nu\vartheta$ [*id est*, tempus quo $\delta\varepsilon$ oritur maius est tempore quo eadem occidit]. Et quia propter *theorema* XI Euclidis phaenomenon ex aequalibus et secundum diametrum oppositis *zodiaci* circumferentiis quo tempore una oritur altera occidit, et quo tempore una occidit altera oritur, circumferentia igitur ipsi $\delta\varepsilon$ aequalis ac secundum diametrum opposita sumitur in altero semicirculo qui a capricorno principium habet, eaque maiore tempore occidere quam oriri demonstrabitur.

LX. Iisdem suppositis *sit* in altero theorematis casu semicirculi qui est post capricornum *portio* supra terram $\alpha\varepsilon\zeta$, et abscindatur quaelibet circumferentia $\delta\varepsilon$; dico circumferentiam $\delta\varepsilon$ maiore tempore occidere quam oriri.

4) Accuratius sic fere scribendum erat: "ac propter Theodosii sphaer. 2, 13 est $\eta\lambda = \alpha\delta = \mu\beta$, et $\lambda\varkappa = \delta\varepsilon = \beta\vartheta$; itaque $\eta\lambda\varkappa$ $\alpha\delta\varepsilon$ $\mu\beta\vartheta$ inter se congruent" etc.

**) Theodosii sphaer. 2, 20 citat Commandinus; at nobis aut figurae delineatio aut Graeca verba corrupta esse videntur.

---

5. 6. τῆι $\overline{CN}$ AB, τῇ $\overline{\nu\sigma}$ S, corr. *Hu* auctore *Co* 7. μείζων S. Μ͵ AB[1], ἡ B[3] 9. 10. ὁ ἀνατολικὸς — χρόνου interpolatori tribuit *Hu* (rectius eadem ponebantur post τῆς ΘΝ) 10. διὰ τὸ *Hu* pro τοῦ ΙΑ A, ια' B, ἑνδεκάτου S 11. ἐν ᾧ χρόνῳ del. *Hu*, τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου secundum Euclidem coni. *Co* 11. 12. αἱ — οὖσαι] τῶν ἴσων τε καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν Eucl. 13. καὶ ἐν ᾧ χρόνῳ] ἐν ᾧ δὲ Eucl. 12. 13. ἑτέρα ἀνατέλλει — δύνει (ante ἡ ἑτέρα) add. A[2] in marg. (BS) 13. τῇ *Hu* auctore *Co* pro τῆς 15. $\overline{O}$ ABS, om. *Co*, ἀρξαμένῳ vel ἀρκτικῷ coll. cap. 127 et 121 coni. *Hu* 16. 17. ὁ γὰρ — δύσεως interpolatori tribuit *Hu* 17. ἢ BS, om. A 18. ξον add. B(S) 20. γῆν B Paris. 2368, τὴν A[1], γὴν A[2]S

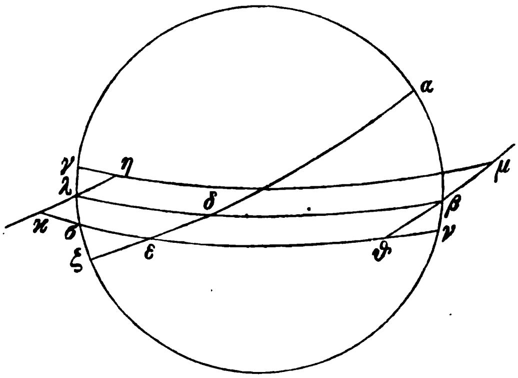
Κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτά. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ ἀρχή ἐστιν καρκίνου ἑπόμενον τῷ ἡμικυκλίῳ, καὶ τὸ Ζ ἡγούμενον αἰγόκερω ἀρχή, ἔστιν ἄρα τὸ Ζ δυτικὸν καὶ τὸ Δ ἀνατολικόν· ἡ ΔΕ ἄρα ἀνατέλλει μὲν θέσιν ἔχουσα τὴν ΒΘ, ὅταν τὸ Θ τὴν ΝΘ διέλθῃ [ὥστε καὶ ἀνατέλλει τὸ Δ ἑπόμενον τῇ ΔΕ περιφερείᾳ, ὃν τρόπον πρὸς τῇ ἀνατολῇ κατὰ τὸ Β, καὶ τοῦ Ε ἡγουμένου ὄντος ὑπὲρ γῆν κατὰ τὸ Θ, ὅταν τὴν ΘΝ περιφέρειαν διέλθῃ ἀπὸ τῆς ἀνατολῆς τοῦ Ν], δύνει δὲ θέσιν ἔχουσα τὴν ΚΛ, ὅταν τὸ Κ τὴν ΚΣ διέλθῃ [ὥστε καὶ ἔδυνεν τὸ Ε ἡγούμενον τῆς ΔΕ περιφερείας προδυνούσης τῆς ΚΣ περιφερείας τοῦ Δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ Δ]. καὶ ἐδείχθη πρότερον ἡ ΣΚ τῆς ΝΘ μείζων, ὥστε ὁ χρόνος ὁ δυτικός ἐστιν μείζων ἢ ὁ ἀνατολικὸς τῆς ΕΔ περιφερείας, ὁ τῆς ΣΚ τῆς ΘΝ.

130 *Ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἱκανὰ τοῦ συντάγματος Εὐκλείδου τῶν φαινομένων μόνον ἕνεκεν, ὅτι δὲ τὰ περὶ τὰς ἀνατολὰς καὶ δύσεις τῶν τοῦ ζῳδιακοῦ δωδεκατημορίων ἀτελῆ καθέστηκεν, οἶμαι καὶ αὐτόν σε μὴ ἀγνοεῖν. ἕκαστα δὲ τούτων ἀπαραλείπτως ἔνεστί σοι καὶ ῥᾳδίως ἐντυγχάνοντι τοῖς ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου πεπραγματευμένοις περὶ τούτων συντάγμασιν ἐπιγινώσκειν.*

---

2. *ἐπόμενομ**, eraso ε, A, corr. BS *τοῦ ἡμικυκλίου.* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 5. *ὥστε* — 9. *τοῦ Ν* interpolatori tribuit *Hu* 5. 6. *τοῦ Δ ἑπομένου* coni. *Co* 8. *ὅταν* add. *Hu* auctore *Co* 9. *ἔχουσα Hu* pro *ἔχον* 10. *ὥστε* — 12. *τοῦ Δ* interpolatori tribuit *Hu* 10. *τὸ Ε ἡγούμενον*] *ἡγουμένης* ABS, *τοῦ Ε ἡγουμένου* coni. *Co*, corr. *Hu* 12. *ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ Δ* coni. *Co* 18. *ζωιδιακοῦ* A, *ζωδιακοῦ* BS *δωδεκάτη μορίων* A, coniunx. B (*δωδεκατημορίου* S) 20. *καὶ* add. *Hu* auctore *Co* 22. post *ἐπιγινώσκειν* add. *παππου αλεξανδρε̄ συναγωγˢ ϛ πᵉ εχει δε των ενᵀ μικρῶι αστρονομουμενω θεωρηματ̄ απόρων λυσεις* A[3] (*τέλος τοῦ ϛου τῆς συναγωγῆς παππου τοῦ ἀλεξανδρέως* B, *τέλος τοῦ ἕκτου τῶν συναγωγῶν Πάππου* S)

Construantur enim eadem. Iam quia α principium cancri est semicirculum sequens, et ζ, *semicirculum* praecedens, principium capricorni, occidentale igitur est ζ et orientale α.



Ergo circumferentia $\delta\varepsilon$ oritur positionem $\beta\vartheta$ habens, cum punctum ϑ ipsam $\nu\vartheta$ percurrit, occidit autem positionem $\lambda\varkappa$ habens, cum punctum $\varkappa$ ipsam $\sigma\varkappa$ percurrit. Et supra demonstravimus $\sigma\varkappa$ maiorem quam $\nu\vartheta$; itaque maiore tempore $\sigma\varkappa$ *occidit* quam $\nu\vartheta$ *oritur, id est,* tempus occasus circumferentiae $\delta\varepsilon$ maius est tempore ortus.

Sed haec satis *sint,* quantum de solo Euclidis phaenomenon libro *agitur;* at vero ea quae ad ortus et occasus zodiaci signorum pertinent imperfecta illum reliquisse te ipsum non ignorare arbitror. Quorum quidque, si Ptolemaei libros de his rebus conscriptos adieris, plene ac facile tibi cognoscere licebit.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ Ζ.

Περιέχει δὲ λήμματα τοῦ ἀναλυομένου.

1 *Ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος, Ἑρμόδωρε τέκνον, κατὰ σύλληψιν ἰδία τίς ἐστιν ὕλη παρεσκευασμένη μετὰ τὴν τῶν κοινῶν στοιχείων ποίησιν τοῖς βουλομένοις ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων, καὶ εἰς τοῦτο μόνον χρησίμη καθεστῶσα. γέγραπται δὲ ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν, Εὐκλείδου τε τοῦ στοιχειωτοῦ καὶ Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου καὶ Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου, κατὰ ἀνάλυσιν καὶ σύνθεσιν ἔχουσα τὴν ἔφοδον. ἀνάλυσις τοίνυν ἐστὶν ὁδὸς ἀπὸ τοῦ ζητουμένου ὡς ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ἐπί τι ὁμολογούμενον συνθέσει· ἐν μὲν γὰρ τῇ ἀναλύσει τὸ ζητούμενον ὡς γεγονὸς ὑποθέμενοι τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοπούμεθα καὶ πάλιν ἐκείνου τὸ προηγούμενον, ἕως ἂν οὕτως ἀναποδίζοντες καταντήσωμεν εἴς τι τῶν ἤδη γνωριζομένων ἢ τάξιν ἀρχῆς ἐχόντων· καὶ τὴν τοιαύτην ἔφοδον ἀνάλυσιν καλοῦμεν, οἷον ἀνάπαλιν λύσιν. ἐν δὲ τῇ συνθέσει ἐξ ὑποστροφῆς τὸ ἐν τῇ ἀναλύσει καταληφθὲν ὕστατον ὑποστησάμενοι γεγονὸς ἤδη, καὶ ἑπόμενα τὰ ἐκεῖ [ἐνταῦθα] προηγούμενα κατὰ φύσιν τάξαντες καὶ ἀλλήλοις ἐπισυνθέντες, εἰς τέλος ἀφικνούμεθα τῆς τοῦ ζητουμένου κατασκευῆς· καὶ τοῦτο καλοῦμεν σύνθεσιν.*

2 *Διττὸν δ' ἐστὶν ἀναλύσεως γένος, τὸ μὲν ζητητικὸν τἀληθοῦς, ὃ καλεῖται θεωρητικόν, τὸ δὲ ποριστικὸν τοῦ προταθέντος [λέγειν], ὃ καλεῖται προβληματικόν. ἐπὶ μὲν*

1— p. 640, 2. *σημείου* ed. David. Gregorius in praef. ad Euclidis quae supersunt omnia, Oxoniae 1703; de Edmundi Halley editione vide nostram praef. vol. I p. xix 1. 2. *παππου αλεξανδρε̄ συναγωγης ζ περιέχει δε λημματα τοῦ αναλυομένου* A[3] (*ΠΑΠΠΟΥ ἀλεξανδρέως συναγωγῶν μαθηματικῶν τὸ ἕβδομον. περιέχει δὲ λήμματα τοῦ ἀναλυομένου* SV et, ut videtur, B) 2. *τοῦ ἀναλυομένου τόπου* Gregorius et *Ha* 11. *ἐστὶν ἔφοδος* V 13. *ἐν* ante *συνθέσει* add. S Gregor. *Ha* *γὰρ* om. Gregor. et *Ha* 14. *ὀῦ τοῦ* | *τοῦτο*

Pappi Alexandrini collectionis liber VII.

Continet lemmata loci de resolutione.

Locus qui ἀναλυόμενος dicitur, Hermodore fili, ut paucis comprehendam, est propria quaedam materia in eorum usum parata qui, absolutis communibus elementis, in linearum constructione facultatem problematum quae proponuntur solvendorum[1]) sibi comparare volunt, estque ad hoc solum ea disciplina utilis. Quae quidem tractata a tribus viris, Euclide elementorum scriptore, Apollonio Pergaeo, Aristaeo maiore, procedit per resolutionem et compositionem. Resolutio igitur est ea via ac ratio, qua a quaesito tamquam concesso per ea quae deinceps consequuntur perducimur ad id quod compositione conceditur[2]). Nam in resolutione, id quod quaeritur tamquam factum supponentes, illud unde hoc contingit et rursus, quid illi antecesserit, consideramus, donec ita regredientes in aliquid, quod iam cognitum sit vel in numero principiorum habeatur, incidimus, atque eiusmodi rationem, quoniam veluti retro fit solutio, ἀνάλυσιν vocamus. In compositione autem vicissim illud, quod in resolutione ultimum effecimus, utpote iam factum praemittentes, eaque quae illic praecedunt secundum rei naturam sequentia collocantes et alterum alteri copulantes postremo constructionem quaesiti absolvimus, idque σύνθεσιν appellamus.

Duo autem sunt resolutionis genera, quorum alterum, quoniam in vero inquirendo versatur, θεωρητικόν *sive speculativum* dicitur, alterum inveniendo proposito inservit ac προβληματικόν vocatur. In speculativo igitur genere primum

1) Conf. Vincent. p. 16 (commentarii in praef. vol. I p. XXI citati).

2) Conf. schol. in Euclid. elem. 13, 1 (vol. II p. 303 ed. August), Nesselmann, *Geschichte der Algebra* I p. 59 sq., Herm. Hankel, *Geschichte der Mathematik*, Lipsiae 1874, p. 137 sqq.

A, corr. BS 18. τῇ (ante συνθέσει) om. *Ge* 20. ἑπόμενα τὰ *Hu* pro τὰ ἑπόμενα ἐνταῦθα del. *Hu* 24. τὸ μὲν γὰρ Gregorius 26. προτεθέντος Gregorius et *Ha* invitis ABS λέγειν del. *Hu* *οὖν τοῦ θεωρητικοῦ γένους τὸ ζητούμενον ὡς ὂν ὑποθέμενοι καὶ ὡς ἀληθές, εἶτα διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶν καὶ ὡς ἔστιν καθ' ὑπόθεσιν προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον, ἐὰν μὲν ἀληθὲς ᾖ ἐκεῖνο τὸ ὁμολογούμενον, ἀληθὲς ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, ἐὰν δὲ ψεύδει ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ψεῦδος ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον. ἐπὶ δὲ τοῦ προβληματικοῦ γένους τὸ προταθὲν ὡς γνωσθὲν ὑποθέμενοι, εἶτα διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶν προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον, ἐὰν μὲν τὸ ὁμολογούμενον δυνατὸν ᾖ καὶ ποριστόν, ὃ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθέν, δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ προταθέν, καὶ πάλιν ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, ἐὰν δὲ ἀδυνάτῳ ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ἀδύνατον ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα.*

[Διορισμὸς δέ ἐστιν προδιαστολὴ τοῦ πότε καὶ πῶς καὶ ποσαχῶς δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα.]

Τοσαῦτα μὲν οὖν περὶ ἀναλύσεως καὶ συνθέσεως.

3 *Τῶν δὲ προειρημένων τοῦ ἀναλυομένου βιβλίων ἡ τάξις ἐστὶν τοιαύτη· Εὐκλείδου δεδομένων βιβλίον α', Ἀπολλωνίου λόγου ἀποτομῆς β', χωρίου ἀποτομῆς β',* διωρισμένης τομῆς *δύο, ἐπαφῶν δύο, Εὐκλείδου πορισμάτων τρία, Ἀπολλωνίου νεύσεων δύο, τοῦ αὐτοῦ τόπων ἐπιπέδων δύο, κωνικῶν η', Ἀρισταίου τόπων στερεῶν πέντε, Εὐκλείδου τόπων* τῶν *πρὸς ἐπιφανείᾳ δύο, Ἐρατοσθένους περὶ μεσοτήτων δύο. γίνεται βιβλία λγ', ὧν τὰς περιοχὰς μέχρι τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν ἐξεθέμην σοι πρὸς ἐπίσκεψιν, καὶ τὸ πλῆθος τῶν τόπων καὶ τῶν διορισμῶν καὶ τῶν πτώσεων καθ' ἕκαστον βιβλίον, ἀλλὰ καὶ τὰ λήμματα τὰ ζητούμενα, καὶ οὐδεμίαν ἐν τῇ πραγματείᾳ τῶν βιβλίων καταλέλοιπα ζήτησιν, ὡς ἐνόμιζον.*

---

2. 3. *ἀληθῶν καὶ* B[s]S, *ἀληθῶς καὶ* A   3. *καὶ ὡς ὄντων καθ' ὑπ.* *Hu*   8. *προτεθὲν* Gregorius et *Ha*, item vs. 12   9. *ἀληθῶς* AB, corr. S   15. 16. *Διορισμὸς — πρόβλημα* interpolatori tribuit *Hu*   16. *καὶ* (inepte repetitum ex vs. 14) del. Gregorius et *Ha*   20. 21. *ἀποτομῆς* $\overline{B}$ *δύο· ἐπαφῶν δύο* A(B), *ἀποτομῆς δύο, ἐπαφῶν δύο* S, corr. *Ha*   24. *τόπων πρὸς ἐπιφάνειαν* ABS, corr. *Hu* coll. IV

id quod quaeritur re vera ita se habere statuimus, tum per ea quae deinceps consequuntur, tanquam vera sint et per hypothesim firmata, ad aliquid concessum progredimur, quod quidem si verum sit, verum etiam erit id quod quaerimus, et demonstratio vice versa resolutioni respondebit; contra si in aliquid quod falsum esse constat inciderimus, falsum etiam erit id quod quaerimus. In problematico autem genere, cum id quod propositum est tamquam cognitum subiecimus, iam per ea quae deinceps consequuntur, tamquam vera sint, ad aliquid concessum progredimur; quod concessum si fieri et suppeditari possit (quod mathematici datum appellant), fieri etiam propositum poterit et rursus demonstratio vice versa resolutioni respondebit; contra si in aliquid quod falsum esse constat inciderimus, itidem problema fieri non poterit.

[Determinatio est praevia *quaedam* distinctio, quando et qua ratione et quot modis problema fieri possit.]

Haec quidem de resolutione et compositione dicta sunt.

Illorum librorum, *quibus* de *loco ἀναλυομένῳ sive resoluto agitur,* ordo hic est. Euclidis datorum liber unus, Apollonii de proportionis sectione libri duo, de spatii sectione duo, de sectione determinata duo, de tactionibus duo, Euclidis porismatum libri tres, Apollonii inclinationum libri duo, eiusdem locorum planorum duo, conicorum octo, Aristaei locorum solidorum libri quinque, Euclidis locorum qui sunt ad superficiem libri duo[1]), Eratosthenis de medietatibus libri duo. Omnino igitur sunt libri triginta tres, quorum argumenta usque ad Apollonii conica tibi inspicienda proposui, et numerum locorum, determinationum, casuum, qui sunt in unoquoque libro, nec minus lemmata quae requiruntur, *attuli,* neque ullam quaestionem in eorum librorum tractatione a me omissam esse existimo.

1) Conf. supra IV propos. 28.

---

cap. 51. 58 25. *λγ′ Ηα,* $\overline{ΛΒ}$ A(BS) 27. *καὶ τὸ πλῆθος* — 29. *ζητούμενα* forsitan interpolata sint 30. *κατα δὲ λοιπὰ* A(B), corr. S

4 *Περιέχει δὲ τὸ πρῶτόν βιβλίον, ὅπερ ἐστὶν τῶν δεδομένων, ἅπαντα θεωρήματα ἐνενήκοντα· ὧν πρῶτα μὲν καθόλου ἐπὶ μεγεθῶν [διαγράμματα] κγ', τὸ δὲ δ' καὶ κ' ἐν εὐθείαις ἐστὶν ἀνάλογον ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ιδ' ἐν εὐθείαις ἐστὶν θέσει δεδομέναις. τὰ δὲ τούτοις ἑξῆς ι' ἐπὶ τριγώνων ἐστὶν τῷ εἴδει δεδομένων ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ζ' ἐπὶ τυχόντων ἐστὶν εὐθυγράμμων χωρίων εἴδει δεδομένων ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ς' ἐν παραλληλογράμμοις ἐστὶ καὶ παραβολαῖς εἴδει δεδομένων χωρίων. τῶν δὲ ἐχομένων ε' τὸ μὲν πρῶτον γραφόμενόν ἐστιν, τὰ δὲ δ' ἐπὶ τριγώνων χωρίων, ὅτι αἱ διαφοραὶ τῶν δυνάμεων τῶν πλευρῶν πρὸς ταῦτα τὰ τρίγωνα χωρία λόγον ἔχουσιν δεδομένον. τὰ δὲ ἑξῆς ζ' ἕως τοῦ ο' καὶ γ' ἐν δυσὶ παραλληλογράμμοις, ὅτι διὰ τὰς ἐν ταῖς γωνίαις ὑποθέσεις ἐν δεδομένοις ἐστὶν λόγοις πρὸς ἄλληλα· ἔνια δὲ τούτων ἐπιλόγους ἔχει ὁμοίους ἐν δυσὶ τριγώνοις. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς ς' διαγράμμασιν ἕως τοῦ ο' καὶ θ' δύο μέν ἐστιν ἐπὶ τριγώνων, δ' δὲ ἐπὶ πλειόνων εὐθειῶν ἀνάλογον οὐσῶν. τὰ δὲ ἑξῆς γ' ἐπὶ δύο εὐθειῶν [ἀνάλογον οὐσῶν, τὰ δ' ἔστιν] δοθέν τι περιεχουσῶν χωρίον. τὰ δὲ ἐπὶ πᾶσιν η' ἕως* τοῦ Ϙ' *ἐν κύκλοις δείκνυται*

---

1. in marg. *δεδομενα* $\bar{\alpha}$ add. A[3]; verum Pappus ipse et hic et infra, ubicunque librorum appellationes contextui inseruit (ut hoc loco *τὸ πρῶτον βιβλίον, ὅπερ ἐστὶν τῶν δεδομένων*), titulis superscribendis abstinuit; posuit autem eiusmodi titulos inde a cap. 21 huius edit. 2. *πρῶτον* ABS Gregor., corr. V *Ha* 3. etsi, quot sunt theoremata, tot etiam figurae, tamen *διάγράμματα* alienum est ab hoc loco, quia *θεωρήματα* statim praecessit $\bar{\Delta}$ *καὶ τὸ* $\bar{\kappa}$ ABS, $\overline{\kappa\delta}$ V[2], corr. *Hu* 5. 6. *τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις* V 6. *ι'* add. Gregor. et *Ha* *τριγώνου* AB, corr. S 9. *ἐστὶ Hu* pro *ἔτι* 11. *γραφόμενόν ἐστιν*] "*est in lineis*" *Co*; conf. Euclid. dat. prop. 62: *ἐὰν δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον καὶ ἀναγραφῇ ἀπὸ μὲν μιᾶς δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος* cet., quae cum fugerent Halleium, *γραφόμενον* asterisco notavit et sic vertit: "*e quinque autem sequentibus primum iam descriptum est*" *τὰ δὲ δ'*] in datorum recensione, quam nostri codices praebent, sunt quinque, nempe prop. 63—67 (conf. infra) 13. 14. *ἕως τοῦ ο' καὶ γ'*] in nostris datorum editionibus usque ad prop. 74 (conf. ad vs. 11) 17. 18. *ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς ς' — δ'*] in nostris datorum editionibus sunt

DATORUM LIBER.

Primus liber, qui est datorum, omnino theoremata nonaginta[1]) continet. Quorum priora viginti tria omnino sunt de magnitudinibus; quartum autem et vicesimum est in rectis lineis proportionalibus sine positione. Sequuntur quattuordecim in rectis lineis positione datis. Proxima decem de triangulis sunt specie datis sine positione; proxima septem de quibuslibet spatiis rectilineis specie datis sine positione; proxima sex in parallelogrammis sunt et applicationibus spatiorum specie datorum. Eorum autem quinque quae deinceps sequuntur primum quidem est in lineis, quattuor autem de triangulorum areis demonstrant differentias laterum secum multiplicatorum ad ipsas triangulorum areas proportionem habere datam. Proxima septem usque ad septuagesimum tertium in binis parallelogrammis demonstrant *haec parallelogramma* iuxta angulorum hypotheses proportionem datam inter se habere; quaedam autem ex his epilogos similes habent in binis triangulis. Proximorum sex diagrammatum usque ad septuagesimum nonum duo sunt de triangulis, quattuor de pluribus rectis lineis proportionalibus; proxima tria de binis rectis lineis datum spatium comprehendentibus. Denique postrema octo usque ad nonagesimum in circulis vel

1) In ea datorum recensione, quae ad nostram aetatem pervenit, sunt theoremata nonaginta quinque. Quae praeterea differant inter hanc recensionem et illam quam Pappus exponit, vide in adnotationibus ad Graeca verba.

---

sex diagrammata sive prop. 75—83; ergo Pappi *ἕως τοῦ ο′ καὶ ϑ′* est nunc prop. 83, ac Pappi *δύο ἐπὶ τριγώνων* nunc prop. 75 et 76; reliqua non conveniunt; nam sequuntur in nostris editionibus prop. 77 de duabus figuris specie datis, prop. 78 de datae figurae ad rectangulum ratione data, prop. 79 et 80 de triangulis, denique prop. 81—83 de pluribus rectis proportionalibus; hae igitur tres propositiones respondent quattuor illis quas Pappus significat: *δ′ δὲ ἐπὶ πλειόνων εὐϑειῶν ἀνάλογον οὐσῶν*   19. *τὰ δὲ ἑξῆς γ′*] in nostris editionibus quattuor, nempe prop. 84—87   20. *ἀνάλογον — ἔστιν* del. *Hu*   *δοϑέν τι Ha*, *δοϑεντε* A(B), *δοϑένται* S   *χωρίων* A(BS), corr. Gregor. et *Ha*   21. *τοῦ* add. *Hu*   *ϛ′*] in nostris editionibus est prop. 95

τοῖς μὲν μεγέθει μόνον δεδομένοις, τοῖς δὲ καὶ θέσει. [ἀγομένων εὐθειῶν ἐστιν διὰ δεδομένου σημείου τὰ γενόμενα δεδομένα.]*

5 *Τῆς δ' ἀποτομῆς τοῦ λόγου βιβλίων ὄντων β' πρότασίς ἐστιν μία ὑποδιῃρημένη· διὸ καὶ μίαν πρότασιν οὕτως γράφω· διὰ τοῦ δοθέντος σημείου εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν τέμνουσαν ἀπὸ τῶν τῇ θέσει δοθεισῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τοῖς ἐπ' αὐτῶν δοθεῖσι σημείοις λόγον ἐχούσας τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι. τὰς δὲ γραφὰς διαφόρους γενέσθαι καὶ πλῆθος λαβεῖν συμβέβηκεν, ὑποδιαιρέσεως γενομένης, ἕνεκα τῆς τε πρὸς ἀλλήλας θέσεως τῶν δεδομένων εὐθειῶν καὶ τῶν διαφόρων πτώσεων τοῦ δεδομένου σημείου καὶ διὰ τὰς ἀναλύσεις καὶ συνθέσεις αὐτῶν τε καὶ τῶν διορισμῶν.*
6 *ἔχει γὰρ τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον τῶν λόγου ἀποτομῆς τόπους ζ', πτώσεις κδ', διορισμοὺς δὲ ε', ὧν τρεῖς μέν εἰσιν μέγιστοι, δύο δὲ ἐλάχιστοι· καὶ ἔστι μέγιστος μὲν κατὰ τὴν τρίτην πτῶσιν τοῦ ε' τόπου, ἐλάχιστος δὲ κατὰ τὴν δευτέραν τοῦ ϛ' τόπου καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν τοῦ ζ' τόπου, μέγιστοι δὲ οἱ κατὰ τὰς τετάρτας τοῦ ϛ' καὶ τοῦ ζ' τόπου. τὸ δὲ δεύτερον βιβλίον λόγου ἀποτομῆς ἔχει τόπους ιδ', πτώσεις δὲ ξγ', διορισμοὺς δὲ τοὺς ἐκ τοῦ πρώτου· ἀπάγεται γὰρ ὅλον εἰς τὸ πρῶτον.*

Λήμματα δὲ ἔχει τὰ λόγου ἀποτομῆς κ', αὐτὰ δὲ τὰ δύο βιβλία τῶν λόγου ἀποτομῆς θεωρημάτων ἐστὶν ρπα', κατὰ δὲ Περικλέα πλειόνων ἢ τοσούτων.

7 *Τῆς δ' ἀποτομῆς τοῦ χωρίου βιβλία μέν ἐστιν δύο, πρόβλημα δὲ κἀν τούτοις ἕν, ὑποδιαιρούμενον δίς· καὶ τούτων μία πρότασίς ἐστιν τὰ μὲν ἄλλα ὁμοίως ἔχουσα τῇ προτέρᾳ, μόνῳ δὲ τούτῳ διαφέρουσα τῷ δεῖν τὰς ἀποτεμνομένας δύο εὐθείας ἐν ἐκείνῃ μὲν λόγον ἐχούσας δο-*

---

2. 3. *ἀγομένων — δεδομένα* del. *Hu* (interpolator eas propositiones respexit quae in nostris editionibus sunt 92. 93. 95) 2. *αγομένωι* A(B), *διαγομένων* S, *ὅτι διαγομένων Ha* *ἐστιν* om. Gregor. et *Ha* *σημείου*] desinit Gregor. 5. *οὕτω* A^s^B^s^S *Ha* 11. *διδομένων* ABV. corr. S 12. *διδομένου* ABS, corr. *Ha* 18. *καὶ* add. *Ha* *τὴν*

magnitudine tantum, vel etiam positione datis demonstrantur. [* rectis lineis per datum punctum ductis ea quae fiunt e segmentis data sunt.]

DE PROPORTIONIS SECTIONE LIBRI DUO.

Duorum librorum de sectione proportionis una est propositio subdivisa; quare hanc unam propositionem sic describo: "per datum punctum rectam lineam ducere a duabus rectis positione datis segmenta abscindentem, quae *pertinentia* usque ad puncta in iisdem rectis data, eandem proportionem ac quae data est habeant". Verum multas variasque figuras, facta subdivisione, haec propositio habet propter rectarum datarum inter se positionem et diversos dati puncti casus, denique propter analyses synthesesque et horum casuum et determinationum. Etenim liber primus de proportionis sectione locos habet septem, casus viginti quattuor, determinationes quinque, quarum tres sunt maximae, duae minimae; estque maxima ad tertium casum quinti loci, minima ad secundum sexti loci et ad secundum septimi loci, tum maximae ad quartos casus sexti et septimi loci. Secundus autem liber de proportionis sectione habet locos quattuordecim, casus sexaginta tres, determinationes easdem ac primus liber; nam ad hunc totus refertur.

Lemmata libri de proportionis sectione habent viginti; iidem duo libri de proportionis sectione continent theoremata CLXXXI, vel etiam plura secundum Periclem.

DE SPATII SECTIONE LIBRI DUO.

De spatii sectione libri quidem sunt duo, problema vero in his quoque unum, quod duas subdivisiones habet. Et una quidem horum librorum propositio superiori in ceteris similis est; sed hoc solum differt, quod in illa duas rectas abscissas effici necesse est, quae datam proportionem habe-

---

αὐτὴν idem pro τῆς αὐτῆς   20. ιδ' idem pro $\overline{\varkappa\delta}$ 24. ἐστὶν A^{s}V, ἐστὶ B^{s}S *Ha Ge*   26. χωρι˘ απο|τομ $\overline{α}$ in marg. add. A^3

θέντα ποιεῖν, ἐν δὲ ταύτῃ χωρίον περιεχούσας δοθέν. ῥηθήσεται γὰρ οὕτως· διὰ τοῦ δοθέντος σημείου εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν τέμνουσαν ἀπὸ τῶν δοθεισῶν θέσει δύο εὐθειῶν πρὸς τοῖς ἐπ' αὐτῶν δοθεῖσι σημείοις χωρίον περιεχούσας ἴσον τῷ δοθέντι. καὶ αὕτη δὲ διὰ τὰς αὐτὰς

8 αἰτίας τὸ πλῆθος ἔσχηκε τῶν γραφομένων. ἔχει δὲ τὸ μὲν α' βιβλίον χωρίου ἀποτομῆς τόπους ζ', πτώσεις κδ', διορισμοὺς ζ', ὧν δ' μὲν μέγιστοι, τρεῖς δὲ ἐλάχιστοι· καὶ ἔστι μέγιστος μὲν κατὰ τὴν δευτέραν πτῶσιν τοῦ πρώτου τόπου, καὶ ὁ κατὰ τὴν πρώτην πτῶσιν τοῦ β' τόπου, καὶ ὁ κατὰ τὴν β' τοῦ δ', καὶ ὁ κατὰ τὴν τρίτην τοῦ ϛ' τόπου, ἐλάχιστος δὲ ὁ κατὰ τὴν τρίτην πτῶσιν τοῦ τρίτου τόπου, καὶ ὁ κατὰ τὴν δ' τοῦ δ' τόπου, καὶ ὁ κατὰ τὴν πρώτην τοῦ ἕκτου τόπου. τὸ δὲ δεύτερον βιβλίον τῶν χωρίου ἀποτομῆς ἔχει τόπους ιγ', πτώσεις δὲ ξ', διορισμοὺς δὲ τοὺς ἐκ τοῦ πρώτου· ἀπάγεται γὰρ εἰς αὐτό.

Θεωρήματα δὲ ἔχει τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον μη', τὸ δὲ δεύτερον οϛ'.

9 Ἑξῆς δὲ τούτοις ἀναδέδοται τῆς διωρισμένης τομῆς βιβλία β', ἃν ὁμοίως τοῖς πρότερον μίαν πρότασιν πάρεστιν λέγειν, διεζευγμένην δὲ ταύτην· τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον εὐθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν, ὥστε τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν πρὸς τοῖς ἐπ' αὐτῆς δοθεῖσι σημείοις ἤτοι τὸ ἀπὸ μιᾶς τετράγωνον ἢ τὸ ὑπὸ δύο ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθέντα λόγον ἔχειν ἤτοι πρὸς τὸ ἀπὸ μιᾶς τετράγωνον ἢ πρὸς τὸ ὑπὸ μιᾶς ἀπολαμβανομένης καὶ τῆς ἔξω δοθείσης ἢ πρὸς τὸ ὑπὸ δύο ἀπολαμ-

---

4. ἐπ' *Ha* pro ἀπ'   7. $\bar{\alpha}$ A, πρῶτον BS   8. $\bar{\Delta}$ A, τέσσαρες BS   10. β' *Ha*, $\hat{\Delta}$ A(B), τετάρτου S   15. ξ' *Ha*, $\bar{Z}$ A(BS).   16. αὐτόν AB *Ha*, corr. S   19. cap. 9 et 10 ante Halleium ediderat Wilebrordus Snellius in libro qui inscribitur Apollonius Batavus, Lugodini 1608   δὲ add. Snellius   ἀναδέδονται ABS, corr. *Hu*   26. τετράγωνον ἢ πρὸς τὸ ὑπὸ μιᾶς auctore Simsono add. *Hu*; his nondum receptis prius ἀπὸ in ὑπὸ mutaverat Snellius (conf. adnot. ad Latina)

ant, in hac autem, quae datum rectangulum comprehendant. Sic enim dicetur: "per datum punctum rectam lineam ducere a duabus rectis positione datis segmenta abscindentem, quae *pertinentia* usque ad puncta in iisdem rectis data rectangulum aequale dato comprehendant". Haec etiam propositio iisdem de causis magnum figurarum numerum accepit. Primus liber de spatii sectione habet locos septem, casus viginti quattuor, determinationes septem, quarum quattuor maximae, tres minimae sunt. Maximae sunt ad secundum casum primi loci, ad primum casum secundi loci, ad secundum quarti, ad tertium sexti loci; minimae ad tertium casum tertii loci, ad quartum quarti loci, ad primum sexti loci. Secundus autem liber de spatii sectione habet locos tredecim, casus sexaginta, determinationes easdem ac primus liber, ad quem refertur.

Theoremata primus liber habet XXXXVIII, secundus LXXVI.

SECTIONIS DETERMINATAE LIBRI DUO.

Deinceps editi sunt libri duo de sectione determinata, quorum perinde ac superiorum una propositio, sed ea bipertita, enuntiari potest hoc modo: "datam rectam infinitam in uno puncto secare, ut, abscissis rectis inter hoc punctum et puncta in eâdem rectâ data, vel quadratum ex una *abscissa* vel rectangulum, quod duabus abscissis continetur, datam proportionem vel ad quadratum ex una *abscissa* [1]) vel ad rectangulum, quod unâ abscissâ et aliâ extrinsecus datâ, vel ad id, quod duabus abscissis continetur, habeat, sive ad

1) "Vel ad quadratum ex reliqua intercepta" Simsonus (Opera quaedam reliqua, Glasguae 1776) p. IX, ad quae adnotavit haec: "Hunc casum textui Graeco addidimus, nam sine eo essent tantum quinque problemata in libro primo; si autem dicatur problema secundum posse in duo partiri prout punctum inveniendum requiritur esse inter vel extra duo puncta data, ut in sequentibus huius libri I fit, essent hoc modo tantum quindecim epitagmata in libro primo, Pappus autem numerat sexdecim. Et praeterea non verisimile est Apollonium problema hoc primum omisisse". Hanc Simsoni coniecturam egregie codicis scriptura, quae mutilata quidem est, sed ἀπὸ etiamnunc exhibet, confirmari apparet ex adnotatione ad Graeca.

βανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἐφ' ὁπότερ' ἂν χρῇ τῶν δοθέντων σημείων. καὶ ταύτης ἅτε δὶς διεζευγμένης καὶ περισκελεῖς διορισμοὺς ἐχούσης διὰ πλειόνων ἡ δεῖξις γέγονεν ἐξ ἀνάγκης. [δείκνυσι δὲ ταύτην Ἀπολλώνιος μὲν πάλιν ἐπὶ ψιλῶν τῶν εὐθειῶν τριβακώτερον πειρώμενος, καθάπερ καὶ ἐπὶ τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν πρώτων στοιχείων Εὐκλείδου, καὶ ταύτην πάλιν εἰσαγωγικώτερον ἐπανα-
10 *γράφων δείξας τε καὶ εὐφυῶς διὰ τῶν ἡμικυκλίων.] ἔχει δὲ τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον προβλήματα ϛ', ἐπιτάγματα ιϛ', διορισμοὺς ε', ὧν μεγίστους μὲν δ', ἐλάχιστον δὲ ἕνα· καὶ εἰσὶν μέγιστοι μὲν ὅ τε κατὰ τὸ δεύτερον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλήματος καὶ ὁ κατὰ τὸ γ' τοῦ δ' προβλήματος καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ ε' καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον* τοῦ ἕκτου, ἐλάχιστος δὲ ὁ κατὰ τὸ τρίτον *ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.* τὸ *δὲ δεύτερον διωρισμένης τομῆς ἔχει προβλήματα τρία, ἐπιτάγματα θ', διορισμοὺς γ'· ὧν εἰσιν ἐλάχιστοι μὲν ὅ τε κατὰ τὸ τρίτον τοῦ πρώτου καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ δευτέρου, μέγιστος δὲ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ τρίτου προβλήματος.*

Λήμματα δὲ ἔχει τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον κζ', τὸ δὲ δεύτερον κδ'. θεωρημάτων δέ ἐστιν τὰ δύο βιβλία διωρισμένης τομῆς πγ'.

11 *Ἑξῆς δὲ τούτοις τῶν ἐπαφῶν ἐστιν βιβλία δύο. προτάσεις δὲ ἐν αὐτοῖς δοκοῦσιν εἶναι πλείονες. ἀλλὰ καὶ τούτων μίαν τίθεμεν οὕτως ἔχουσαν· ἐξῆς σημείων καὶ εὐθειῶν καὶ κύκλων τριῶν ὁποιωνοῦν θέσει δοθέντων κύκλον ἀγαγεῖν δι' ἑκάστου τῶν δοθέντων σημείων (εἰ δοθείη) ἐφαπτόμενον ἑκάστης τῶν δοθεισῶν γραμμῶν. ταύτης διὰ πλήθη τῶν ἐν ταῖς ὑποθέσεσι δεδομένων ὁμοίων ἢ ἀνομοίων κατὰ μέρος διαφόρους προτάσεις ἀναγκαῖον γίνεσθαι*

---

1. *ὁπότερ' ἂν Hu*, *ὁπότερα* ABS Snellius, *ὁποτέρᾳ Ha* 1. 2. *χρῇ τῶν* Snellius pro *χρηστῶν* 3. *περισκελις* (sine acc.) A, corr. BS 4. *δείκνυσι* — 8. *ἡμικυκλίων* interpolatori tribuit *Hu* 4. 5. *μὲν πάλιν* om. *Ha* 7. *ταῦτα* Snellius 8. *δείξας τε Ha*, *δείξαντος* AS, *δείξας* B Snellius 8—19. conf. infra cap. 119 10. *δὲ* ante *ε'* add. Bc S Snellius 11. *μέγιστον* AB, corr. S 12—15. *καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον ἐπί-*

puncta quae ab hac sive quae ab altera parte data sunt necesse est *spectare*". Huius quoque propositionis, quippe quae bipertita sit ac perobscuras determinationes habeat, demonstrationem pluribus verbis fieri necesse fuit. [Hanc rursus Apollonius demonstrat trita ratione per solas rectas rem experiens, sicut etiam in secundo libro primorum Euclidis elementorum *fit,* ac rursus ad institutionem magis accomodate eandem *tractavit* accuratius figuras describens et demonstrationibus usus idque ingeniose per semicirculos.] Primus liber habet problemata sex, epitagmata *sive punctorum dispositiones* sedecim, determinationes quinque, quarum quattuor sunt maximae, minima una. Suntque maximae ad secundum epitagma secundi problematis, ad tertium quarti problematis, ad tertium quinti, ad tertium sexti; minima autem ad tertium epitagma tertii problematis. Secundus liber de sectione determinata habet problemata tria, epitagmata novem, determinationes tres, quarum minimae sunt ad tertium *epitagma* primi *problematis* et ad tertium secundi; maxima autem ad tertium tertii problematis.

Lemmata habet primus liber XXVII, secundus XXIV. Insunt in duobus libris de sectione determinata theoremata LXXXIII.

TACTIONUM LIBRI DUO.

Deinceps sequuntur tactionum duo libri, in quibus cum plures propositiones inesse videantur, nos tamen hic etiam unam ponimus huiusmodi: "punctis, rectis lineis, circulis ternis quibuscunque deinceps positione datis circulum ducere per singula data puncta (siquidem puncta data sint), qui singulas datas lineas contingat". Ex hac autem, quoniam in hypothesibus permulta vel similia vel dissimilia data sunt, singillatim diversas propositiones decem fieri necesse est.

ταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος, omissis reliquis, Snellius 13. 14. *τοῦ ἕκτου· ἐλάχιστος δὲ ὁ κατὰ τὸ γʹ* add. *Ha* 25. *ἑξῆς* abundare videtur, *ἐκ* coni. *Ca* 26. 27. *κύκλων ἀγαγεῖν* A, corr. BS 28. *ἐφαπτόμενος* ABS, corr. *Ha* *δέκα· ἐκ τῶν τριῶν γὰρ ἀνομοίων γενῶν τριάδες διάφοροι ἄτακτοι γίνονται ι'. ἤτοι γὰρ [τὰ] δεδομένα τρία σημεῖα ἢ τρεῖς εὐθεῖαι ἢ δύο σημεῖα καὶ εὐθεῖα ἢ δύο εὐθεῖαι καὶ σημεῖον ἢ δύο σημεῖα καὶ κύκλος ἢ δύο κύκλοι καὶ σημεῖον ἢ δύο εὐθεῖαι καὶ κύκλος ἢ δύο κύκλοι καὶ εὐθεῖα ἢ σημεῖον καὶ εὐθεῖα καὶ κύκλος ἢ τρεῖς κύκλοι. τούτων δύο μὲν τὰ πρῶτα δέδεικται ἐν τῷ δ' βιβλίῳ τῶν πρώτων στοιχείων· ὃ παρεῖμεν γράφειν· τὸ μὲν γὰρ τριῶν δοθέντων σημείων μὴ ἐπ' εὐθείας ὄντων τὸ αὐτό ἐστιν τῷ περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι, τὸ δὲ γ' δοθεισῶν εὐθειῶν μὴ παραλλήλων οὐσῶν (ἀλλὰ τῶν τριῶν συμπιπτουσῶν) τὸ αὐτό ἐστιν τῷ εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι· τὸ γὰρ δύο παραλλήλων οὐσῶν καὶ μιᾶς ἐμπιπτούσης ὡς μέρος ὂν τῆς τοῦ β' ὑποδιαιρέσεως προγράφεται ἐν τούτοις πάντων. καὶ τὰ ἑξῆς ϛ' ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, τὰ δὲ λειπόμενα δύο, τὸ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν καὶ κύκλου, ἢ τριῶν δοθέντων κύκλων, μόνον ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ διὰ τὰς πρὸς ἀλλήλους θέσεις τῶν κύκλων τε καὶ εὐθειῶν πλείονας οὔσας καὶ πλειόνων διορισμῶν δεομένας.*

12 *Ταῖς προειρημέναις ἐπαφαῖς ὁμογενὲς πλῆθός ἐστιν προβλημάτων παραλειπόμενον ὑπὸ τῶν ἀναδιδόντων, καὶ προσανέδωκα ἐν τοῖς πρότερον τῶν εἰρημένων δύο βιβλίων· εὐσυνοπτόν τε γὰρ καὶ εἰσαγωγικὸν μᾶλλον ἦν ἐντελὲς δὲ καὶ συμπληρωτικὸν τοῦ γένους τῶν ἐπαφῶν. πάλιν μιᾷ*

---

1. *δέκα Ha* pro *δὲ καὶ* *τριάδες Ha*, *τρίαδε* A, *τρία δὲ* BS (*triadis differentiae Co*) 2. *τὰ* del. *Hu* *διδόμενα* ABV, corr. cod. Paris. 2368 S 3. *εὐθεῖαι* (post *τρεῖς*) B[s] *Ha*, *εὐθείας* AS *εὐθεῖα καὶ δύο εὐθεῖαι* A, corr. *Co* 5. *ἢ δύο εὐθεῖαι καὶ κύκλος* post *ἢ σημεῖον καὶ εὐθεῖα καὶ κύκλος* transponunt *Co* et *Ha* 7. *δ'*] *$\overline{\Delta}$ A, *τετάρτῳ* BS 8. *ὃ παρεῖμεν γράφειν Hu*, *ὁπερημεν γράφων* A(S), *ὁ περι μεν γραφων* B, *ὅπερ ἦν μὲν γράφων Ha*, *ὃ παρίη γράφων* coni. *Ge* 9. *εὐθείας* recte AS, *εὐθεῖαν* B[s] *Ha* 11. *ἀλλὰ τῶν τριῶν συμπιπτουσῶν* abundare videntur 14. *μέρος ὄντος τοῦ $\overline{ϛ}$ ὑποδιαιρέσεως* ABS, corr. *Ha*, nisi quod *τοῦ* omisit, quod restituit *Ge* 15. *ἐν τούτοις πάντων καὶ τῶν ἑξῆς* coni. *Ca*, *ἐν τούτοις· πάντα καὶ τὰ ἑξῆς Ha* 18. 19. *διὰ — δεομένας*] conf. Haumann p. 61 sq. 20. *Ταῖς* — p. 648, 13. *πτῶσιν*] haec forsitan alius scriptor mathematicorum peritus Pappi collec-

Nam ex tribus dissimilibus generibus triades diversae inordinatae existunt numero decem. Etenim data sunt

I. aut tria puncta	*VI.* aut duo circuli et punctum
II. aut tres rectae	*VII.* aut duae rectae et circulus
III. aut duo puncta et recta	*VIII.* aut duo circuli et recta
IV. aut duae rectae et punctum	*IX.* aut punctum et recta et circulus
V. aut duo puncta et circulus	*X.* aut tres circuli.

Horum duo prima demonstrata sunt in quarto primorum elementorum libro (*propos. 5 et 4*); id quod describere supersedimus. Nam "tribus datis punctis", quae non sunt in recta linea, idem est ac circa datum triangulum circulum circumscribere; illud autem "tribus datis rectis lineis", quae non parallelae sunt (sed tres in unum concurrunt), idem est atque in datum triangulum circulum inscribere; ac praeterea hoc "si duae parallelae sunt et una cum his concurrit" tamquam pars subdivisionis secundi *problematis* in his omnium primum ponitur. Deinceps in primo libro sex problemata (*scilicet casus III, IV, V, VI, VIII, IX superioris tabulae*) sequuntur; restant autem duo; nam et hoc "duabus datis rectis et circulo" (*vide supra casum VII*) et illud "tribus datis circulis" (*vide supra X*) tantum in secundo libro *tractata sunt,* quia plures sunt et circulorum et rectarum inter se positiones eaeque pluribus determinationibus indigent.

His tactionibus similia sunt permulta problemata ab editoribus omissa, quae equidem in introductione duorum quos dixi librorum superaddidi; *haec* enim *institutio* et facilis intellectu erat et aptius *in reliquam disciplinam* introducebat eademque omne tactionum genus plane absolvebat. Rursus

---

tioni addiderit 20. *ὁμογενὴς* ABS, corr. *Ha* 21. *ὑπὸ Hu* pro *ἀπὸ* 21. 22. *καὶ προσανεδωκαν τισι πρότερον* A, *καὶ προσανέδωκάν τισι πρότερόν τε* BS, *προσανέδωκαν δέ τινες προτέρῳ Ha*, *καὶ προσανέδωκεν ἂν τις τῷ προτέρῳ* Friedleinius *Literarisches Centralblatt* 1871 p. 711, corr. *Hu* 23. *τε* om. *Ha* *μᾶλλον ἂν ἦν* Friedleinius l. c. *ἐντελές τε Ha* *περιλάβωμεν ἅπαντα προτάσει, ἥτις τῆς προειρημένης λείπουσα μὲν ὑποθέσει περιττεύουσα δὲ ἐπιτάγματι οὕτως ἔχει· ἐκ σημείων καὶ εὐθειῶν καὶ κύκλων ὁποιωνοῦν δύο δοθέντων κύκλον γράψαι τῷ μεγέθει δοθέντα διὰ τοῦ δοθέντος σημείου ἢ τῶν δοθέντων παραγινόμενον (εἰ δοθείη) ἐφαπτόμενον δὲ ἑκάστης τῶν δεδομένων γραμμῶν. αὕτη περιέχει προβλημάτων ἤδη τὸ πλῆθος ἕξ· ἐκ τριῶν γὰρ διαφόρων τινῶν δυάδες ἄτακτοι διάφοροι γίνονται τὶ πλῆθος ϛ′· ἤτοι γὰρ δύο δοθέντων σημείων ἢ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἢ δύο δοθέντων κύκλων ἢ σημείου καὶ εὐθείας ἢ σημείου καὶ κύκλου ἢ εὐθείας καὶ κύκλου τὸν δεδομένον τῷ μεγέθει κύκλον ἀγαγεῖν δεῖ, ὡς εἴρηται, ταῦτα δὲ ἀναλῦσαι καὶ συνθεῖναι καὶ διορίσασθαι κατὰ πτῶσιν.*

Ἔχει δὲ τὸ πρῶτον τῶν ἐπαφῶν προβλήματα ζ′, τὸ δὲ δεύτερον προβλήματα δ′.

Λήμματα δὲ ἔχει τὰ δύο βιβλία κα′, αὐτὰ δὲ θεωρημάτων ἐστὶν ξ′.

13 *Μετὰ δὲ τὰς ἐπαφὰς ἐν τρισὶ βιβλίοις πορίσματά ἐστιν Εὐκλείδου [πολλοῖς] ἄθροισμα φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων, [καὶ] τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως παρεχομένης πλῆθος. [οὐδὲν*

1. *περιλαβὼν* ABS, corr. *Hu*   3. *ἐκ* alienum est ab integri sermonis Graeci usu, *ἑξῆς* coniicit idque ad *οὕτως ἔχει* refert Haumannus p. 48   5. *ἢ τῶν δοθεν|* A(BS), corr. *Co*   *εἰ Ha* pro *ἢ*   7. *ἕξ Ha*, *sex Co* pro *ἤξει*   8. *διαφορῶν τινων* AS et, ut videtur, B, accentum corr. *Ha*   *δυάδες* idem pro *δυάδος*   *διαφοραὶ* AS et, ut videtur, B, *διάφοραι Ha*, corr. *Ca*   9. 10. *σημείων ἢ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἢ δύο δοθέντων* om. A^1, in marg. add. A^2(BS)   10. 11. *καὶ εὐθείας ἢ σημείου* B^s *Ha*, *καὶ εὐθεια η σημεῖα* A(S)   11. *τὸν δεδομένον* B^s *Ha*, *τὸ δεδομένον* AS   12. *δεῖ Ha* pro *δύο*   *ταῦτα δὲ*] *καὶ ταὐτὰ Ha*   13. *διορίζεσθαι Ha*   16. 17. numeros *κα′* et *ξ* in dubitationem vocat *Ca*, tuetur Haumann p. 62 sq.   *θεωρήματα Ha*   18 sqq.] de porismatis quae cap. 13—17 leguntur, ea duorum certe scriptorum manus, non unius Pappi, produnt, id quod nos uncis appositis significavimus, quamquam in singulis verbis ac sententiis aut servandis aut expellendis multas dubitandi causas relinqui nos non fugit   20. *καὶ τῶν γενομένων* (*et des conséquences des hypothèses*) Breton p. 211, *τῶν γενῶν*, deleto *καὶ*, *Hu* (conf. Vincent p. 23. 31)

omnia una propositione comprehendamus, cuius hypothesis magis quam superioris contracta est, sed superaddita condicio ad constructionem hoc modo[1]: "punctis, rectis lineis, circulis quibuscunque binis datis circulum magnitudine datum ducere, qui per datum punctum vel data puncta (siquidem puncta data sint) transeat ac singulas datas lineas contingat". Haec igitur propositio problemata numero sex continet; nam ex tribus quibusdam diversis δυάδες *sive paria* inordinata diversa fiunt numero sex, siquidem, aut duobus datis punctis aut duabus datis rectis aut duobus datis circulis aut *datis* puncto et recta aut puncto et circulo aut recta et circulo, circulum magnitudine datum ducere oportet, sicut dictum est. Haec autem et resolvenda sunt et componenda et determinanda (*sive faciendae sunt analyses, syntheses, determinationes*) in singulis quibusque casibus.

Primus tactionum liber problemata septem, alter quattuor habet.

Lemmata insunt in duobus libris XXI, theoremata LX.

PORISMATUM LIBRI TRES[2].

Post tactiones tribus libris porismata Euclidis continentur, collectio artis studiique plenissima ad solvenda difficiliora problemata, quorum porismatum ea est natura, ut eorum genera infinita sint multitudine. [Nihil iis quae ab Euclide

1) Conf. W. Berkhan, *das Problem des Pappus von den Berührungen*, Halae 1857; C. Hellwig, *das Problem des Apollonius*, Halae 1856.

2) Praeter auctores, qui in praefatione nostrae editionis vol. I citati sunt (Breton: p. XV sq., Chasles: p. XVII, Simson: p. XX, Vincent: p. XXI), de Euclidis porismatis egerunt Aug. Richter, *Porismen nach Simson bearbeitet*, Elbing 1837; Ch. Housel, *les porismes d'Euclide* in *Journal de mathématiques pures et appliquées par J. Liouville, deuxième série, tome* I, *a.* 1856 p. 193—209; M. Cantor, *über die Porismen des Euklid und deren Divinatoren*, in *Schlömilch*, *Zeitschr. für Mathematik und Physik*, 1857 p. 17 sqq., et 1861, *Literaturzeitung*, p. 3 sqq.; Th. Leidenfrost, *die Porismen des Euklid*, *Programm der Realschule zu Weimar*, 1863; Fr. Buchbinder, *Euclids Porismen und Data*, *Programm der Kgl. Landesschule Pforta*, 1866.

προστεθείκασι τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου γραφεῖσι πρώτου, χωρὶς εἰ μή τινες τῶν πρὸ ἡμῶν ἀπειρόκαλοι δευτέρας γραφὰς ὀλίγοις αὐτῶν παρατεθείκασιν, ἑκάστου μὲν πλῆθος ὡρισμένον ἔχοντος ἀποδείξεων, ὡς ἐδείξαμεν, τοῦ δ' Εὐκλείδου μίαν ἑκάστοτε θέντος τὴν μάλιστα ὑπεμφαίνουσαν. ταῦτα δὲ λεπτὴν καὶ φυσικὴν ἔχει θεωρίαν καὶ ἀναγκαίαν καὶ καθολικωτέραν καὶ τοῖς δυναμένοις ὁρᾶν καὶ πορίζειν ἐπιτερπῆ.] ἅπαντα δὲ αὐτῶν τὰ εἴδη οὔτε θεωρημάτων ἐστὶν οὔτε προβλημάτων ἀλλὰ μέσον πως τούτων ἐχούσης ἰδέας [ὥστε τὰς προτάσεις αὐτῶν δύνασθαι σχηματίζεσθαι ἢ ὡς θεωρημάτων ἢ ὡς προβλημάτων], παρ' ὃ καὶ συμβέβηκε τῶν πολλῶν γεωμετρῶν τοὺς μὲν ὑπολαμβάνειν αὐτὰ εἶναι τῷ γένει θεωρήματα τοὺς δὲ προβλήματα, ἀπο-
14 βλέποντας εἰς τὸ σχῆμα μόνον τῆς προτάσεως. τὴν δὲ διαφορὰν τῶν τριῶν τούτων ὅτι βέλτιον ᾔδεσαν οἱ ἀρχαῖοι, δῆλον ἐκ τῶν ὅρων· ἔφασαν γὰρ θεώρημα μὲν εἶναι τὸ προτεινόμενον εἰς ἀπόδειξιν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου, πρόβλημα δὲ τὸ προβαλλόμενον εἰς κατασκευὴν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου, πόρισμα δὲ τὸ προτεινόμενον εἰς πορισμὸν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου. [μετεγράφη δὲ οὗτος ὁ τοῦ πορίσματος ὅρος ὑπὸ τῶν νεωτέρων μὴ δυναμένων ἅπαντα πορίζειν, ἀλλὰ συγχρωμένων τοῖς στοιχείοις τούτοις καὶ δεικνύντων αὐτὸ μόνον τοῦθ' ὅτι ἔστι τὸ ζητούμενον,. μὴ ποριζόντων δὲ τοῦτο καὶ ἐλεγχομένων ὑπὸ τοῦ ὅρου καὶ

4. τοῦ *Ha* pro τὴν 5. ἑκάστοτε *Hu* pro ἑκάστου ὑπεμφαίνουσαν *Ha* pro ἀπεμφαίνουσαν 9. μέσον *Hu* pro μέσην 10. ἰδέας A(B), ἰδέαν S 11. ἢ ὡς ante θεωρημάτων] τέως ABS, ὡς V², corr. *Sca* et *Ha* παρὸ AS, distinxit V (item B^s) 14. εἰς τὸ σχῆμα vel εἰς τὸ σχηματικὸν *Hu* pro τῷ σχήματι 14. 15. τὴν δὲ διαφορᾶς AB, corr. SV, τὰς δὲ διαφορὰς *Ha* 15. ηἴδεσαν A(BS), ᾔδεισαν *Ha* 17. προτινομένου A¹, corr. A³(BS) 19. προτεινόμενον] fortasse παραγινόμενον 23. ὅτι ἔστι *Hu* (*que la chose cherchée existe* Chasles p. 16), ὅτι ἐστὶ A^sBS, ὅ τι ἐστὶ voluit *Ha*, cum verteret *quid sit quod quaeritur* 24—p. 652, 1. τοῦτο· καὶ ἐλεγχόμενοι ὑπὸ τοῦ ὅρου καὶ τῶν διδασκομένων ἔγραψαν ἀπὸ τοῦ cet. *Ha*, et *quoiqu'ils fussent condamnés, tant par la définition que par les propositions mêmes, ces géomètres donnèrent — cette définition* Chasles p. 16

primo scripta sunt addiderunt, nisi quod ante nostram aetatem *mathematici* quidam inepti ad pauca illius *problemata alias suas quasi* secundarias descriptiones[1]) adiunxerunt, cum unumquodque *problema* definitum numerum demonstrationum habeat, ut ostendimus, Euclides autem ubique unam eamque evidentissimam posuerit. Verum haec subtilem et naturalem doctrinam eamque necessariam et generaliorem et iis qui *singula* perspicere et suppeditare possunt[2]) admodum iucundam habent.] Omnia autem horum genera speciem neque theorematum neque problematum, sed eam quae medium inter haec locum obtineat, repraesentant [ut propositiones eorum vel theoremata vel problemata perhiberi possint], quamobrem etiam factum est, ut plurimi geometrae ea inter theoremata referenda esse existiment, alii inter problemata, cum *utrique* ad formam tantum propositionis respiciant. Sed inter haec tria quid intersit, melius cognovisse veteres apparet e definitionibus. Etenim theorema esse dixerunt id quod ad demonstrationem ipsius propositi protenditur, problema autem id quod ad constructionem ipsius propositi constituitur, denique porisma id quod ad investigationem ipsius propositi adhibetur[3]). [Haec porismatis definitio a recentioribus immutata est, qui, cum omnia suppeditare non possent[4]), his elementis utentes tantum "esse id quod quaeritur" demonstrarunt[5]), minime autem idem investigaverunt; sed eos errare et *ipsa* definitio et *omnis mathematica* disci-

1) Vincent. p. 23: "*quelques doubles rédactions*", et conf. eundem p. 31.

2) Chasles p. 15: "*à ceux qui savent voir et trouver*", Vincent p. 23: "*à ceux qui savent voir et déduire des conséquences*".

3) Chasles l. c.: "*le porisme est une proposition où l'on demande de trouver ce qui est proposé*", Vincent l. c.: "*le porisme est une chose proposée en vue du parti à tirer de ce qui est proposé*".

4) Vincent l. c.: "*ne pouvant pas tout pénétrer* (*pour aller au delà*)".

5) Vincent p. 32: "*ὅ ἐστι τὸ ζητούμενον me paraît être une formule terminale et conclusive de la solution des problèmes, analogue à ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, de même que ὅπερ ἔδει δεῖξαι est la formule conclusive des theorèmes. Ainsi les géomètres qui manquaient de sagacité, arrivés à la conclusion ὅ ἐστι τὸ ζητούμενον, s'arrêtaient là sans chercher plus loin; mais les habiles, τοῦτο πορίζοντες, examinaient s'il n'y avait pas quelque chose à remarquer et à déduire*".

τῶν διδασκομένων. ἔγραψαν δὲ ἀπὸ συμβεβηκότος οὕτως· πόρισμά ἐστιν τὸ λεῖπον ὑποθέσει τοπικοῦ θεωρήματος. τούτου δὲ τοῦ γένους τῶν πορισμάτων εἶδός ἐστιν οἱ τόποι, καὶ πλεονάζουσιν ἐν τῷ ἀναλυομένῳ· κεχωρισμένον δὲ τῶν πορισμάτων ἤθροισται καὶ ἐπιγράφεται καὶ παραδίδοται διὰ τὸ πολύχυτον εἶναι μᾶλλον τῶν ἄλλων εἰδῶν. τῶν γοῦν τόπων ἐστὶν ἃ μὲν ἐπιπέδων, ἃ δὲ στερεῶν, ἃ

15 *δὲ γραμμικῶν, καὶ ἔτι τῶν πρὸς μεσότητας.] συμβέβηκε δὲ καὶ τοῦτο τοῖς πορίσμασιν, τὰς προτάσεις ἔχειν ἐπιτετμημένας διὰ τὴν σκολιότητα πολλῶν συνήθως συνυπακουομένων, ὥστε πολλοὺς τῶν γεωμετρῶν ἐπὶ* μὲν *μέρους ἐκδέχεσθαι, τὰ δὲ ἀναγκαιότερα ἀγνοεῖν τῶν σημαινομένων. [περιλαβεῖν δὲ πολλὰ μιᾷ προτάσει ἥκιστα δυνατὸν ἐν τούτοις, διὰ τὸ καὶ αὐτὸν Εὐκλείδην οὐ πολλὰ ἐξ ἑκάστου εἴδους τεθεικέναι· ἀλλὰ δείγματος ἕνεκα* ἐκ *τῆς πολυπληθείας ἔνια ὀλίγα πρὸς ἀρχὴν (δεδομένον) τοῦ πρώτου βιβλίου τέθεικεν ὁμοειδῆ, πάντ' ἐκείνου τοῦ δαψιλεστέρου*

16 *εἴδους τῶν τόπων, ὡς ι' τὸ πλῆθος.] διὸ καὶ περιλαβεῖν ταύτας μιᾷ προτάσει ἐνδεχόμενον εὑρόντες οὕτως ἐγράψαμεν· ἐὰν ὑπτίου ἢ παρυπτίου τρία τὰ ἐπὶ μιᾶς σημεῖα [ἢ παραλλήλου ἕτερα τὰ* δύο] *δεδομένα ᾖ, τὰ δὲ λοιπὰ πλὴν*

---

4. *κεχωρισμένων Ha* (at *κεχωρισμένον* intellegitur *τὸ εἶδος*)   7. *ἐστιν δέκα ἃ μὲν* ABS, *δέκα* del. *Ha*   8. *ἔτι* B^s *Ha*, *ἐπὶ* AS   10. *διὰ τὴν*] immo *εἴς τινα Hu*   11. *μὲν* add. *Hu*   12. *ἐκδέχεσθαι Ha* pro *ἐκδέχεται*   *ἀναγκαιότατα* exspectatur; at conf. infra cap. 27 med.   13. *ηδιστα* A(BS); corr. *Sca* et *Ha* (codicum scripturam tuetur Vincentius p. 20)   15. *δείγματα Ge*   *ἐκ* add. *Hu*   *πολυπληθιας* (sine acc.) A, corr. BS   16. *ἔνια* Breton p. 289, *ἐν ἧι* A(BS), *ἓν ᾗ* E. Littré apud Bretonum p. 214   *'ὀλίγα προσαρκεῖν δεδομένα* coni. Vincent p. 20   post *δεδομένον* lacuna in A, *δεδομένων Ge*, del. *Hu*   17. *πάντ' Hu*, *πᾶν* AB *Ha*, *παρ'* S Breton p. 212   19. *ἐν* ante *μιᾷ* add. *Ha*   20. *σημεῖα* pro *σημεῖον Ha*   21. ad *παραλλήλου* item atque antea ad *ὑπτίου* et *παρυπτίου* cogitatione adde *σχήματος*; verum quia haec omnis hypothesis *ἢ παραλλήλου ἕτερα τὰ δύο* aliena est a generali propositionis sensu, hic quoque interpolatoris manus deprehenditur (ceterum conf. adnot. ad Latina)   *ἑτέρᾳ Ha*, qui transpositis verbis totum locum sic dedit: *ἐὰν ὑπτίου ἢ παρυπτίου ἢ παραλλήλου ἑτέρᾳ τρία τὰ*

plina evincit[1]). Qui accidens quiddam spectantes definierunt: "porisma est id quod deficiente hypothesi differt a theoremate locali" [2]). Huius porismatum generis species quaedam sunt loci *geometrici*, qui abunde occurrunt in *loco qui ἀναλυόμενος vocatur*. Sed hoc *argumentum*, quia diffusius est ceteris generibus, separatim a porismatis collectum est et proprio titulo traditur. Locorum igitur alii sunt plani, alii solidi, alii lineares; alii denique ad medias proportiones *spectant.*] Verum hoc etiam in porismatis contingit, ut propositiones in compendium contractas habeant, cum propter contortiorem formam multa tacite supplenda omitti soleant; unde multi geometrae ex parte tantum ea percipiunt, praecepta autem maxime necessaria ignorant. [Minime in his *porismatis* fieri potest, ut plura una propositione contineantur, siquidem ipse etiam Euclides non multa e singulis generibus posuit; sed exempli gratia e tanto numero pauca quaedam eaque inter se cognata initio primi libri posuit, quae omnia ex illo uberiore locorum genere repetita decem sunt numero]. Quocirca nos, cum haec una propositione comprehendi posse cognoverimus, sic scripsimus[3]): "si in systemate quattuor rectarum, quarum binae se secant, tria puncta in una recta [vel duo, si duae parallelae sint] data sint, reliqua autem

1) Vincent. p. 23: "*convaincus par la définition* (*précitée*) *et par ce qui est enseigné*". Aliter Chasles, cuius interpretationem ad Graeca p. 650, 24 adscripsimus.

2) Chasles p. 16: "*ce qui constitue le porisme est ce qui manque à l'hypothèse d'un théorème local* (*en d'autres termes, le porisme est inférieur, par l'hypothèse, au théorème local; c'est à dire que quand quelques parties d'une proposition locale n'ont pas dans l'énoncé la détermination qui leur est propre, cette proposition cesse d'être regardée comme un théorème et devient un porisme*". Latius de difficillima hac quaestione agit Vincentius p. 32—34.

3) Conf. Vincent p. 24. 36—38.

ἐπὶ μιᾶς σημεῖα δεδομένα ᾖ (at conf. superiorem adnot.) *δύο* add. *Hu* auctore Simsono p. 348

ἑνὸς ἅπτηται θέσει δεδομένης εὐθείας, καὶ τοῦθ' ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας. τοῦτ' ἐπὶ τεσσάρων μὲν εὐθειῶν εἴρηται μόνων, ὧν οὐ πλείονες ἢ δύο διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου εἰσίν, ἀγνοεῖται δὲ ἐπὶ παντὸς τοῦ προτεινομένου πλήθους ἀληθὲς ὑπάρχον οὕτως λεγόμενον· ἐὰν ὁποσαιοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ πλείονες ἢ δύο διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου, πάντα δὲ ἐπὶ μιᾶς αὐτῶν δεδομένα ᾖ, καὶ τῶν ἐπὶ ἑτέρας ἕκαστον ἅπτηται θέσει δεδομένης εὐθείας, ἢ καθολικώτερον οὕτως· ἐὰν ὁποσαιοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ πλείονες ἢ δύο διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου, πάντα δὲ τὰ ἐπὶ μιᾶς αὐτῶν σημεῖα δεδομένα ᾖ, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ πλῆθος ἐχόντων τρίγωνον ἀριθμὸν ἡ πλευρὰ τούτου ἕκαστον ἔχῃ σημεῖον ἁπτόμενον εὐθείας θέσει δεδομένης, τῶν τριῶν μὴ πρὸς γωνίαις ὑπαρχόντων τριγώνου χωρίου, ἕκαστον λοιπὸν σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας.

17 *τὸν δὲ στοιχειωτὴν οὐκ εἰκὸς ἀγνοῆσαι τοῦτο, τὴν δ' ἀρχὴν μόνην τάξαι· καὶ ἐπὶ πάντων δὲ τῶν πορισμάτων φαίνεται ἀρχὰς καὶ σπέρματα μόνα [πληθῶν πολλῶν καὶ μεγάλων] καταβεβλημένος, ὧν τὰ γένη οὐ κατὰ τὰς τῶν ὑποθέσεων διαφορὰς διαστέλλειν δεῖ, ἀλλὰ κατὰ τὰς τῶν συμβεβηκότων καὶ ζητουμένων. [αἱ μὲν ὑποθέσεις ἅπασαι διαφέρουσιν ἀλληλῶν εἰδικώταται οὖσαι, τῶν δὲ συμβαινόντων καὶ ζητουμένων ἕκαστον ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ὂν πολλαῖς ὑποθέσεσι διαφόροις συμβέβηκε* διαιρεῖσθαι.]

18 *Ποιητέον οὖν ἐν μὲν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ ταῦτα τὰ γένη τῶν ἐν ταῖς προτάσεσι ζητουμένων [ἐν ἀρχῇ μὲν τοῦ ζ' διάγραμμα τοῦτο]·*

---

2. *τουτ' ἔστιν* A(BS), corr. *Ha* 3. *μόνον* Breton p. 212 5. *οὕτω* $A^s B^s$S 11. *σημεῖα* BS, *σημείων* A 12. *τὸ πλῆθος* abundare videtur (conf. ad vs. 18) 13. *ἔχῃ Hu* pro *ἔχει* 14. *ὧν τριῶν μὴ πρὸς γωνίαν ὑπάρχον* ABS, corr. *Hu* 18. *πληθῶν πολλῶν καὶ μεγάλων* interpolatori tribuit *Hu* (pro *πληθῶν* sanum erat *εἰδῶν* vel *γενῶν*) 19. *καταβεβλημένας* ABS, *καταβεβληκέναι Ha*, corr. *Hu* *ὧν τὰ γένη Hu*, *ων· ενη* A(BS), *ὧν ἕκαστον Ha* 21. *διαφεροῦσιν* A, *διαφοροῦσιν* BS, corr. *Ha* 23. *ἕκαστον ἓν* B^s *Ha*, *εκάστην εν* A(S) 24. *διαιρεῖσθαι Hu*, *τῶι ταῦτα γενη* A(BS), om. *Ha*, qui sic vertit: *multis diversisque hypothesibus contingit;* ac conferantur Simson p. 349 et Chasles p. 18 26. 27. *ἐν ἀρχῇ — τοῦτο* interpolatori tribuit *Hu*, *ἐν ἀρχῇ μὲν τούτου*

praeter unum *singulas* rectas positione datas tangant[1]), etiam hoc *unum* rectam positione datam tanget". Hoc de quattuor tantum rectis dictum est, quarum non amplius binae per idem punctum transeunt; ignorant autem *plerique* idem quovis rectarum numero proposito verum esse, si sic enuntietur: "si quotcunque rectae inter se secent, non plures quam binae per idem punctum, omnia autem in una harum *rectarum puncta* data sint et eorum quae in alia *recta* sunt unum quodque rectam positione datam tangat", vel generalius sic: "si quotcunque rectae inter se secent, non plures quam binae per idem punctum, omniaque in unâ harum *rectarum* puncta data sint, reliqua autem numerum triangularem[2]) efficiant, cuius latus quot puncta habet, tot *puncta* singulas rectas positione datas tangant, modo ne terna ad angulos spatii trianguli sint (*i. e. dummodo terna in recta linea sint*), quodque reliquum punctum tanget rectam positione datam". Scriptorem autem elementorum ea non ignoravisse, sed initia tantum posuisse veri simile est, qui quidem omnino in porismatum *doctrina* principia modo et semina [multarum magnarumque rerum] iecisse videtur; genera autem eorum non secundum hypothesium, sed accidentium et quaesitorum differentias distinguenda sunt. [Hypotheses quidem omnes, quippe quae specialissimae sint, differunt inter sese; quidquid autem accidens ac quaesitum est, quamvis unum idemque sit, in multas hypotheses diversas distingui solet[3]).]

In primo igitur libro haec genera eorum quae in propositionibus quaeruntur statuenda sunt [initio septimae *sectionis* hoc diagramma est]:

1) Schema *ὕπτιον* et *παρύπτιον* quid sit, et quale schema *παράλληλον* interpolator significaverit, explicat Simsonus de porismatibus p. 348 (vide nostrae edit. indicem). Idem Graeca *τὰ δὲ λοιπὰ ἅπτηται θέσει δεδομένης* sic interpretatur: "unum tangat unam, aliud tangat aliam rectam positione datam, et sic deinceps".

2) De numeris triangularibus latius disserit Nicomachus introduct. arithm. II, 8.

3) Conf. Vincent p. 38 sq.

(scil. *τοῦ βιβλίου*) *ζήτει τὸ διάγραμμα* coni. Vincent p. 39 (et conf. Breton p. 287 sq.) 26. *τὸ ζ′* cod. Paris. 2368, *τὸ ἕβδομον* SV *ἐὰν ἀπὸ δύο δεδομένων σημείων πρὸς θέσει δεδομένην εὐθεῖαι κλασθῶσιν, ἀποτέμνῃ δὲ μία ἀπὸ θέσει δεδομένης εὐθείας πρὸς τῷ ἐπ' αὐτῆς δεδομένῳ σημείῳ, ἀποτεμεῖ καὶ ἡ ἑτέρα ἀπὸ ἑτέρας λόγον ἔχουσαν δοθέντα·*

ἐν δὲ τοῖς ἑξῆς·

ὅτι τόδε τὸ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης εὐθείας·

ὅτι λόγος τῆσδε πρὸς τήνδε δοθείς·

ὅτι λόγος τῆσδε πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι ἥδε θέσει δεδομένη ἐστίν·

ὅτι ἥδε ἐπὶ δοθὲν νεύει·

ὅτι λόγος τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος·

ὅτι λόγος τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε κατηγμένην·

ὅτι λόγος τοῦδε τοῦ χωρίου πρὸς τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆσδε·

ὅτι τοῦδε τοῦ χωρίου ὃ μέν τι δοθέν ἐστιν, ὃ δὲ λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι τόδε τὸ χωρίον ἢ τόδε μετά τινος χωρίου δοθέντος ἐστίν, ἐκεῖνο δὲ λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι [ἥδε] μεθ' ἧς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα, λόγον ἔχει πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος·

ὅτι τὸ ὑπὸ δοθέντος καὶ τῆσδε ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ δοθέντος καὶ τῆς ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος·

---

2. *εὐθεῖαι Hu* pro *εὐθεῖαν* *ἀποτεμνη δὲ μίαν* A(BS), corr. *Ha* auctore *Co* 3. *δεδομένων σημειων* A(B), corr. S 4. *ἔχουσαν* B^3 *Ha*, *ἔχουσα* AS 11. *ὅτι λόγος τῆς δε προς τινα ἀπὸ τουδε ὡς δοθέντος* repetunt A (B, nisi quod hic *τοῦ* $\overline{\text{δη}}$ *ὡς*, S), del. V *ἕως Ha* pro *ὡς* 12. *κατηγμένης* ABS, corr. *Ha* 15. *ὅ μέν — ὅ δὲ* V, *ὅ μὲν — ὅδε* S, *ὁ μέν — ὁ δὲ* AB 15. 16. *λόγον ἔχει πρὸς τὸ ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ δοθείσης* voluisse videtur Chasles (vide adnot. 3 ad Latina) 19. *ἥδε* (ante *μεθ' ἧς*) del. *Hu* 20. *ἕως Ha* pro *ὡς* 21. *ὑπὸ τοῦ δοθέντος Ha* post *καὶ τῆσδε* repetunt *καὶ τὸ ὑποδοθέντος καὶ τῆσδε* A(BS), del. *Co* 21. 22. *ὑποδοθέντι* A(BS), corr. *Ha* 22. *τῆς* add. *Ha*

I. Si a duobus punctis datis rectae *ducantur et* rectam positione datam secent, una autem a recta positione data inde a puncto dato segmentum abscindat, etiam altera ab alterâ segmentum, quod datam proportionem habeat, abscindet.

Tum in iis quae sequuntur:

II. Hoc punctum tangere *rectam* positione datam.

III. Proportionem huius *rectae* ad hanc datam esse.

IV. Proportionem huius *rectae* ad segmentum *datam esse*[1]).

V. Hanc *rectam* positione datam esse.

VI. Hanc *rectam* ad datum *punctum* vergere[2]).

VII. Proportionem huius *rectae* ad segmentum, *quod* ab hoc *puncto* ad *alterum* datum *pertinet, datam esse.*

VIII. Proportionem huius *rectae* ad alteram, quae ab hoc *puncto* ducta est, *datam esse.*

IX. Proportionem huius rectanguli ad *rectangulum, quod* ex data *recta* et hac *construitur, datam esse.*

X. Huius rectanguli partem quandam (*ipsam quoque rectangulam*) datam esse, alteram *partem* ad segmentum proportionem *datam* habere[3]).

XI. Hoc rectangulum vel hoc cum quodam spatio dato *datum* esse, illud autem proportionem *datam* habere ad segmentum[4]).

XII. Hanc *rectam*, quae *coniuncta* cum altera ad eandem *alteram* habet proportionem datam, *etiam* ad quandam *rectam*, *quae* ab hoc *puncto* ad datum *punctum pertinet*, habere proportionem *datam*[5]).

1) Conf. Vincent p. 40.

2) "*Que telle droite passe par un point donné*" Vincent p. 26, Chasles p. 18. Conf. etiam Chasles p. 141, Simson. p. 418 sqq.

3) Vix recte *Ha* et Simsonus vertunt: "Quod huius rectanguli unum latus datum est, alterum vero rationem habet ad rectam abscissam". Probabilius Bretonus p 217: "*que tel rectangle équivaut à un rectangle constant, plus un autre rectangle qui varie proportionnellement à une certaine abscisse*", et Vincentius p. 26: "*que tel espace est* (*décomposable en deux parties dont*) *l'une est donnée et dont l'autre est* (*à la première*) *dans un rapport d'apotome*". Rursus aliter Chasles p. 19: "*que tel rectangle équivaut à un rectangle donné plus le rectangle formé sur telle abscisse et sur une droite donnée*".

4) Obscura haec atque, ut plerisque interpretibus videtur, mutilata. Vincentius p. 26 locum sic convertit: "*que tel espace pris seul ou avec un certain espace* (*est décomposable en deux parties dont l'une est donnée et dont*) *l'autre est* (*à un espace donné*) *dans un rapport d'apotome*". Ceterum conf. mox genus XVI.

5) Sic verba difficillima interpretanda esse duxi, cum vulgo haec potius Graeca conversa reperiantur: ὅτι συναμφότερος ἥδε καὶ ἡ πρὸς

ὅτι λόγος τῆσδε καὶ τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος·

ὅτι ἥδε ἀποτέμνει ἀπὸ θέσει δεδομένων δοθὲν περιεχούσας.

19 *Ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ ὑποθέσεις μὲν ἕτεραι, τῶν δὲ ζητουμένων τὰ μὲν πλείονα τὰ αὐτὰ τοῖς ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, περισσὰ δὲ ταῦτα·*

ὅτι τόδε τὸ χωρίον ἢ τόδε μετὰ δοθέντος *λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν·*

ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ τῶνδε πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ συναμφοτέρων τῶνδε καὶ συναμφοτέρων τῶνδε πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι τὸ ὑπὸ τῆσδε καὶ συναμφοτέρου τῆσδέ τε καὶ τῆς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα καὶ τὸ ὑπὸ τῆσδε καὶ τῆς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι λόγος συναμφοτέρου πρός τινα ἀπὸ *τοῦδε ἕως δοθέντος·*

ὅτι δοθὲν τὸ ὑπὸ τῶνδε.

20 *Ἐν δὲ τῷ τρίτῳ βιβλίῳ αἱ μὲν πλείονες ὑποθέσεις ἐπὶ ἡμικυκλίων εἰσίν, ὀλίγαι δὲ ἐπὶ κύκλου καὶ τμημάτων· τῶν δὲ ζητουμένων τὰ μὲν πολλὰ παραπλησίως τοῖς ἔμπροσθεν, περισσὰ δὲ ταῦτα·*

---

1. *ἕως Ha* pro *ὡς* 8. *ἢ τόδε μετὰ δοθέντος Hu* pro *ἤτοι* (conf. proximam adnot.) 9. post *ἀποτομήν* add. *μετὰ δοθέντος λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν* A² in marg. BS, quae recepit *Ha* addito *ἢ* ante *μετὰ* 10. *ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ τῶνδε* B^s *Ha*, *ὅτι λόγον* cet. AS 11. *συναμφοτέρου τῶνδε καὶ συναμφοτέρων* ABS², *συναμφοτέρου τῶνδε καὶ συναμφοτέρου* S¹V *Ha*, corr. *Hu* 17. *ὅτι λόγος* B^s *Ha*, *ὅτι λόγου* AS *συναμφοτέρου τῆσδε* voluit *Ha* "*utriusque simul sumptae*" interpretans *ἀπὸ* add. *Ha* 18. *ἀποτομήν* add. *Hu*

XIII. Triangulum, cuius vertex est datum *punctum* et basis haec *recta,* aequale esse triangulo, cuius vertex datum *punctum* et basis est abscissa inde ab hoc *puncto* ad datum *punctum* [1]).

XIV. Proportionem summae huius *rectae* et huius ad portionem quandam, *quae* ab hoc *puncto* ad datum *punctum pertinet, datam esse.*

XV. Hanc *rectam* a duabus *rectis* positione datis *segmenta* abscindere, quae latera dati *rectanguli* sint [2]).

In secundo libro aliae quidem sunt hypotheses; quaesita autem pleraque eadem atque in primo libro. Accedunt tamen haec:

XVI. Hoc rectangulum vel hoc cum *altero* dato ad segmentum proportionem *datam* habere.

XVII. Rectanguli, cuius latera sunt haec *recta* et haec, proportionem ad segmentum *datam esse.*

XVIII. Rectanguli, cuius alterum latus est summa harum *rectarum,* alterum summa harum, proportionem ad segmentum *datam esse.*

XIX. Rectangulum, cuius alterum latus haec *recta* est, alterum summa huius et alterius ad quam haec proportionem datam habet, coniunctum cum eo rectangulo, cuius latera sunt haec *recta* et altera ad quam haec proportionem datam habet, proportionem *datam* habere ad segmentum.

XX. Summae horum duorum rectangulorum [3]) ad segmentum quoddam, *quod* ab hoc *puncto* ad datum *punctum pertinet,* proportionem *datam esse.*

XXI. Rectangulum, cuius latera hae *rectae* sunt, datum esse.

In tertio libro plurimae hypotheses de semicirculis sunt, paucae tantum de circulis et segmentis. Iterum quaesita plurima similia sunt prioribus; accedunt tamen haec:

ἣν ἥδε cet.; nam sic *Ha:* "Quod recta una cum alia, ad quam est in ratione data" cet., ac similiter reliqui, velut Vincent l. c.: "*que telle droite plus une autre droite avec laquelle telle autre droite est dans un rapport donné, est elle même dans un certain rapport avec un certain segment compris entre tel point et un point donné*".

1) Sic secundum Brotonum, Vincentium, Chaslesium; Halleius interpretando pro *δοθέντος* bis intellexit *δοθείσης.*

2) Conf. Simson. p. 431 sq., Chasles p. 174 sq.

3) Halleium summam duarum r e c t a r u m statuisse ad Graeca adnotatum est, qua ab opinione non discesserunt Simsonus p. 351 et Vincentius p. 27; ad *συναμφοτέρου* tacite *τοῦδε τοῦ χωρίου* suppleverunt itaque r e c t a n g u l o r u m summam intellexerunt Breton p. 217 et Chasles p. 20.

ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ τῶνδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶνδε·

ὅτι λόγος τοῦ ἀπὸ τῆσδε πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι τὸ ὑπὸ τῶνδε τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος·

ὅτι τὸ ἀπὸ τῆσδε τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ ἀπολαμβανομένης ὑπὸ καθέτου ἕως δοθέντος·

ὅτι συναμφότερος ἥδε καὶ πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν·

ὅτι ἔστιν τι δοθὲν σημεῖον ἀφ᾽ οὗ αἱ ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τούσδε δοθὲν περιέξουσι τῷ εἴδει τρίγωνον·

ὅτι ἔστιν τι δοθὲν σημεῖον ἀφ᾽ οὗ αἱ ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τόνδε ἴσας ἀπολαμβάνουσι περιφερείας·

ὅτι ἥδε ἤτοι ἐν παραθέσει ἐστὶν ἢ μετά τινος εὐθείας ἐπὶ δοθὲν νευούσης δοθεῖσαν περιέχει γωνίαν.

Ἔχει δὲ τὰ τρία βιβλία τῶν πορισμάτων λήμματα λη΄, αὐτὰ δὲ θεωρημάτων ἐστὶν ρϙα΄.

Τόπων ἐπιπέδων δύο.

21 *Τῶν τόπων καθόλου οἱ μέν εἰσιν ἐφεκτικοί, ὡς καὶ Ἀπολλώνιος πρὸ τῶν ἰδίων στοιχείων λέγει σημείου μὲν*

---

2. *ὅτι λόγον τοῦ ἀπὸ τῆσδε* ABS, corr. *Ha* *πρὸστο αποτομήν* A(BS), corr. *Ha* 3. *τῆς* add. *Ha* 5. *ὑπὸ δοθείσης* *Hu* pro *ὑπὸ δοθέντος* ex Halleii ac reliquorum interpretum sententia 7. post *συναμφότερος* add. *ἥδε* *Hu* (ac similiter vertit *Ha*); longe aliter Bretonus aliique, quorum interpretationi haec Graeca respondent: *ὅτι τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων τῶνδε καὶ τῆς πρὸς ἣν ἥδε* cet. (conf. adnot. 2 ad Latina) 10. *ἐπὶ τούσδε* *Hu* ex Simsoni p. 455 ratione, *ἐπὶ το* (sine acc.) A(BS), *ἐπὶ τόδε* *Ha*, *ἐπὶ τόνδε* Simson. l. c. 11. *ὅτι ἔστιν δοθὲν* A, *ὅτι ἐστὶ δοθὲν* BS, *τι* add. *Ha* 12. *ἐπὶ τόδε* ABS *Ha*, corr. *Hu* ex ratione Simsoni p. 463 13. *ἥδε ἤτοι ἐν* *Ha*, *ηδεντοι* AB, *ἠδ᾽ ἐν τῇ* SV Paris. 2368 *ἐστὶν* *Hu* pro *ἔσται* 14. *τὸ* ante *δοθὲν* add. *Ha* 18. *ὡς* *Hu*, ** *οὓς* A, *οὓς* BS vulgo 19. *ἰδίων* om. *Ha*

XXII. Rectanguli, quod est sub his *rectis*, ad rectangulum, quod est sub his, proportionem *datam esse.*

XXIII. Quadrati, quod ab hac *recta* est, proportionem ad segmentum *datam esse.*

XXIV. Rectangulum, quod est sub his *rectis*, *aequale esse* rectangulo, cuius latera sunt data *recta* et abscissa ab hoc *puncto* ad datum *punctum.*

XXV. Quadratum, quod ab hac recta est, *aequale esse* rectangulo, cuius latera sunt data *recta*[1]) et abscissa a catheto ad datum *punctum.*

XXVI. Summam huius *rectae* et alterius, ad quam haec proportionem datam habet[2]), ad segmentum proportionem *datam* habere.

XXVII. Esse aliquod datum punctum, a quo ductae ad hos *circulos*[3]) *rectae* datum specie triangulum continebunt.

XXVIII. Esse aliquod datum punctum, a quo ductae ad hunc *circulum*[4]) *rectae* aequales arcus abscindunt.

XXIX. Hanc *rectam* aut parallelam esse aut cum recta quadam, quae ad datum *punctum* vergit, datum angulum continere[5]).

Tres porismatum libri habent lemmata XXXVIII; theoremata in iis insunt ·CLXXI.

LOCORUM PLANORUM LIBRI DUO.

Loci in universum partim *ἑφεκτικοί sive fixi*, ut iam Apollonius in exordio suorum elementorum puncti locum punc-

1) Rectangulum eiusque alterum latus datam rectam, i. e. τῷ ὑπὸ δοθείσης, omnes secundum Halleium interpretes intellexerunt. Quod codex habet τῷ ὑπὸ δοθέντος, id significaret: *aequale esse triangulo, cuius vertex datum punctum et basis est abscissa a catheto* cet.

2) Sic ex mea coniectura interpretatus sum, eademque Halleii fuit sententia, qui sic dedit: "Quod rectae .... una cum illa ad quam .... datam habet rationem, simul sumptae" cet., quod genus non idem est ac supra XII, etiamsi secundum vulgarem interpretationem illud accipiamus. Contra Breton p. 218, Vincent p. 27, Chasles p. 21 liberius tractata codicis scriptura (vide adnot. ad Graeca) rectangulum intulerunt; nam Chasles (ac similiter ante hunc Breton et Vincent) sic convertit: '*Que le rectangle qui a pour cotés la somme de deux droites et une droite en rapport donné avec telle autre droite*" cet.

3) Sic ex ratione Simsoni p. 455 sqq.; contra Halleius "ad puncta quaevis"; τάδε igitur intellexit, quamvis τόδε in Graeco contextu scriberet. Vincent p. 27. 41 sq. (quem sequitur Chasles) sic interpretatur: "*qu'il existe un point donné tel que les droites menées de ce point à deux points donnés comprennent un angle donné d'espèce*".

4) Vide Simsonum p. 463 sqq.; contra Vincent p. 27: "*qu'il existe un point donné tel que les droites menées de ce point à deux points donnés interceptent des arcs égaux*".

5) Conf. Simsonum p. 471 sqq., Vincent p. 42.

τόπον σημεῖον, γραμμῆς δὲ τόπον γραμμήν, ἐπιφανείας δὲ ἐπιφάνειαν, στερεοῦ δὲ στερεόν, οἱ δὲ διεξοδικοί, ὡς σημείου μὲν γραμμήν, γραμμῆς δ' ἐπιφάνειαν, ἐπιφανείας δὲ στερεόν, οἱ δὲ ἀναστροφικοί, ὡς σημείου μὲν ἐπιφάνειαν,
22 *γραμμῆς δὲ στερεόν. [τῶν δὲ ἐν τῷ ἀναλυομένῳ οἱ μὲν τῶν θέσει δεδομένων ἐφεκτικοί εἰσιν, οἱ δὲ ἐπίπεδοι λεγόμενοι καὶ οἱ στερεοί. γραμμικοὶ διεξοδικοί εἰσιν σημείων, οἱ δὲ πρὸς ἐπιφανείαις ἀναστροφικοὶ μέν εἰσιν σημείων, διεξοδικοὶ δὲ γραμμῶν· οἱ μέντοι γραμμικοὶ ἀπὸ τῶν πρὸς ἐπιφανείαις δείκνυνται. λέγονται δὲ ἐπίπεδοι μὲν τόποι οὗτοί τε περὶ ὧν ἐπάγομεν καὶ καθόλου ὅσοι εἰσὶν εὐθεῖαί τε καὶ γραμμαὶ ἢ κύκλοι· στερεοὶ δὲ ὅσοι εἰσὶν κώνων τομαὶ παραβολαὶ ἢ ἐλλείψεις ἢ ὑπερβολαί· γραμμικοὶ δὲ τόποι λέγονται ὅσοι γραμμαί εἰσιν οὔτε εὐθεῖαι οὔτε κύκλοι οὔτε τινὲς τῶν εἰρημένων κωνικῶν τομῶν. οἱ δὲ ὑπὸ Ἐρατοσθένους ἐπιγραφέντες τόποι πρὸς μεσότητας ἐκ τῶν προειρημένων εἰσὶν τῷ γένει, ἀπὸ δὲ τῆς ἰδιότητος τῶν ὑποθέσεων * ἐκείνοις.]*

23 *Οἱ μὲν οὖν ἀρχαῖοι εἰς τὴν τῶν ἐπιπέδων [τούτων] τόπων τάξιν ἀποβλέποντες ἐστοιχείωσαν· ἧς ἀμελήσαντες οἱ μετ' αὐτοὺς προσέθηκαν ἑτέρους, ὡς οὐκ ἀπείρων τὸ πλῆθος ὄντων, εἰ θέλοι τις προσγράφειν τὰ τῆς τάξεως ἐκείνης ἐχόμενα. θήσω οὖν τὰ μὲν προσκείμενα ὕστερα, τὰ δ' ἐκ τῆς τάξεως πρότερα, μιᾷ περιλαβὼν προτάσει ταύτῃ·*

ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἀχθῶσιν ἤτοι ἀπὸ ἑνὸς δεδομένου σημείου ἢ ἀπὸ δύο, καὶ ἤτοι ἐπ' εὐθείας ἢ παράλληλοι ἢ δεδομένην περιέχουσαι γωνίαν, καὶ ἤτοι λόγον

---

1. *γραμμήν Ha* pro *γραμμή* 2. *ἐπιφάνειαν* idem pro *ἐπιφάνεια* 3. *δ'* add. *Hu* 5. *τῶν δὲ* — 18. *ἐκείνοις* interpolatori tribuit *Hu* 6. *τῶι θέσει* AS, *τῶ θέσει* B, corr. *Ha* *οἱ δὲ διεξοδικοὶ οἱ ἐπίπεδοι* cet. voluisse videtur interpolator 7. *στερεοὶ καὶ γραμμικοὶ Ha* 8. *ἐπιφανείας* BS vulgo 9. 10. *ἀπὸ τῶν* om. V 10. *ἐπιφάνειαν Ha* 11. *καὶ* ante *καθόλου* et 12. *τε καὶ* om. *Ha* 14. *ὅσαι* B[s] *Ha* 15. *τινὲς Hu* pro *τις* 18. lacunam ante *ἐκείνοις* statuit *Ha*, latine vertit "*diversa sunt ab illis*", unde *ἀνόμοιοι ἐκείνοις* coni. *Hu* 19. *εἰς τὴν* add. *Hu* *τούτων τόπων* ABS, *τόπων τούτων Ha*, *τούτων* e

tum, lineae locum lineam, superficiei superficiem, solidi solidum esse dicit, partim *διεξοδικοί sive progredientes,* ut puncti locum lineam, lineae superficiem, superficiei solidum *idem appellat,* partim denique *ἀναστροφικοί sive circumvertentes,* ut puncti superficiem, lineae autem solidum. [Eorum qui in analytica *demonstratione inveniuntur* alii sunt fixi in *rectis* positione datis, alii ii qui plani et solidi vocantur. Lineares sunt progredientes ex punctis; ii autem, qui ad superficies *spectant,* circumvertentes sunt ex signis vel progredientes ex lineis. Lineares tamen ex iis qui ad superficies *spectant* demonstrantur. Plani autem loci et ii appellantur, de quibus agimus, et omnino quotcunque sunt rectae et lineae vel circuli; solidi autem, quotcunque sunt conorum sectiones, parabolae vel ellipses vel hyperbolae. Lineares denique loci appellantur, quotcunque lineae neque rectae sunt neque circulares neque conicae quas modo diximus sectiones. Loci vero, quos Eratosthenes "ad medietates" inscripsit, genere quidem *referendi* sunt ad superiores, sed propter peculiarem hypothesium naturam illis *sunt dissimiles.*]

Veteres quidem locorum planorum ordinem in conficiendis elementis respexerunt. Quo neglecto posteriores alios *locos* addiderunt, quasi non infiniti numero essent, si quis *omnia* quae ex ordine illo pendent conscribere vellet. Iam vero ea quae adiecta sunt ponam posteriora, reliqua ex ordine priora, eaque hac una propositione comprehendam:

I. Si duae rectae ducantur vel ab uno dato puncto vel a duobus eaeque vel unam rectam efficiant vel parallelae sint1) vel datum angulum contineant, ac vel *datam* inter se

1) Brevius Bretonus p. 299: "*dans la même direction*", scilicet ab uno puncto *ἐπ' εὐθείας*, a duobus *παράλληλοι*.

---

dittographia ortum esse existimat *Hu* 22. *τὰ Hu* pro *οὗ* 23. *προκείμενα* ABS *Ha*, *ea quae adiecta sunt* Simsonus p. xv, corr. *Ge* 24. *δ' ἐκ τῆς* ASV, *δὲ ἐκ τῆς* B, *δὲ τῆς Ha* 25. *ἀχθῶσιν* om. *Ha* 27. *γωνίαι* AB, corr. S ἔχουσαι πρὸς ἀλλήλας ἢ χωρίον περιέχουσαι δεδομένον, ἅπτηται δὲ τὸ τῆς μιᾶς πέρας ἐπιπέδου τόπου θέσει δεδομένου, ἅψεται καὶ τὸ τῆς ἑτέρας πέρας ἐπιπέδου τόπου θέσει δεδομένου ὁτὲ μὲν τοῦ ὁμογενοῦς, ὁτὲ δὲ τοῦ ἑτέρου, καὶ ὁτὲ μὲν ὁμοίως κειμένου πρὸς τὴν εὐθεῖαν, ὁτὲ δὲ ἐναντίως. ταῦτα δὲ γίνεται παρὰ τὰς διαφορὰς τῶν ὑποκειμένων.

24 Τὰ δὲ προσκείμενα ἐν ἀρχῇ μὲν ὑπὸ Χαρμάνδρου γ′ συμφωνεῖ ταῦτα·

ἐὰν εὐθείας τῷ μεγέθει δεδομένης τὸ ἓν πέρας ᾖ δεδομένον, τὸ ἕτερον ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας κοίλης·

ἐὰν ἀπὸ δύο δεδομένων σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι δεδομένην περιέχουσαι γωνίαν, τὸ κοινὸν αὐτῶν σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας κοίλης·

ἐὰν τριγώνου χωρίου μεγέθει δεδομένου ἡ βάσις θέσει καὶ μεγέθει δεδομένη ᾖ, ἡ κορυφὴ αὐτοῦ ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας·

25 Ἕτερα δὲ τοιαῦτα·

ἐὰν εὐθείας τῷ μεγέθει δεδομένης καὶ παρά τινα θέσει δεδομένην εὐθεῖαν ἠγμένης τὸ ἓν πέρας ἅπτηται θέσει δεδομένης εὐθείας, ἅψεται καὶ τὸ ἕτερον εὐθείας θέσει δεδομένης·

ἐὰν ἀπό τινος σημείου ἐπὶ θέσει δεδομένας δύο εὐθείας παραλλήλους ἢ συμπιπτούσας καταχθῶσιν ἐν δεδομέναις γωνίαις ἤτοι λόγον ἔχουσαι πρὸς ἀλλήλας δεδομένον ἢ ὧν ἡ μία μεθ᾽ ἧς πρὸς ἣν ἡ ἑτέρα λόγον ἔχει δοθέντα δεδομένη ἐστίν, ἅψεται τὸ σημεῖον θέσει δεδομένης εὐθείας·

---

8. *μὲν* om. *Ha* 9. *συμφρονεῖ* S *ταῦτα*] fortasse *ταύτῃ* 14. *γωνίαι* et *σημείων* AB, corr. S 22. *θέσει* om. *Ha* 25. post *καταχθῶσιν* add. *ἤτοι ἐπ᾽ εὐθείας ἢ* *Hu* auctore Simsono (vide Latina) 25. 26. *δεδομενη γωνια* (sine acc.) A, *δεδομένῃ γωνίᾳ* BS, corr. *Ha* 26. *ἔχουσιν* A, *ἔχουσι* BS, corr. *Ha*

proportionem habeant vel datum rectangulum comprehendant, unius autem *harum rectarum* terminus tangat locum planum positione datum: etiam alterius *rectae* terminus tanget locum planum positione datum modo eiusdem generis, modo diversum, et modo similiter positum respectu rectae, modo contrarium[1]. Haec autem fiunt secundum differentias eorum quae subiiciuntur (*i. e. hypothesium*).

Cum his conveniunt tria a Charmandro initio adiecta:

II. Si rectae magnitudine datae unus terminus datus sit, alter tanget *circuli* circumferentiam concavam positione datam.

III. Si a duobus datis punctis inflectantur rectae datum continentes angulum, commune earum punctum tanget *circuli* circumferentiam concavam positione datam.

IV. Si trianguli spatii magnitudine dati basis positione et magnitudine data sit, vertex eius tanget rectam positione datam.

Sequuntur alia id genus:

V. Si rectae magnitudine datae, quae parallela cuidam rectae positione datae ducta est, unus terminus tangat rectam positione datam, etiam alter tanget rectam positione datam.

VI. Si a quodam puncto ad duas rectas positione datas *vel* parallelas vel inter se occurrentes ducantur *vel in eadem recta vel*[2]) in datis angulis, eaeque vel datam proportionem inter se habeant vel quarum una simul cum ea, ad quam altera habet proportionem datam, data est[3]): punctum tanget rectam positione datam[4]).

1) Haec ne Graeci quidem mathematicorum studiosi intellegere potuerunt nisi cognitis ipsis Apollonii propositionibus: nobis recentioribus conferendus est Apollonii locorum planorum liber primus a Simsono restitutus p. 3—33 (*Ca* p. 36—72).

2) Haec addit Simsonus p. 35 (*Ca* p. 74).

3) "Vel quarum una maior vel minor est altera data quam in ratione" explicandi gratia addit Simsonus p. 44 et 45 (*Ca* p. 84 et 87).

4) Totam hanc propositionem distinguit atque illustrat Simsonus p. 35—48 (*Ca* p. 74—94). Eandem Bretonus p. 300 sic vertit: "*Si d'un point on mène à deux droites données des obliques sous des angles donnés, et que ces obliques soient entre elles dans un rapport constant, ou bien qu'en ajoutant à l'une d'elles une longueur en raison constante avec la seconde, on obtienne une somme constante, le lieu de ce point sera une ligne droite donnée de position*".

καὶ ἐὰν ὦσιν ὁποσαιοῦν εὐθεῖαι θέσει δεδομέναι, καὶ ἐπ᾿ αὐτὰς ἀπό τινος σημείου καταχθῶσιν εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ κατηγμένης μετὰ τοῦ ὑπὸ δοθείσης καὶ ἑτέρας κατηγμένης ἴσον τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ ἄλλης κατηγμένης καὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας·

ἐὰν ἀπό τινος σημείου ἐπὶ θέσει δεδομένας παραλλήλους καταχθῶσιν εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις ἤτοι ἀποτέμνουσαι πρὸς τοῖς ἐπ᾿ αὐτῶν δοθεῖσι σημείοις εὐθείας λόγον ἐχούσας ἢ χωρίον περιέχουσαι δεδομένον ἢ ὥστε τὰ ἐπ᾿ αὐτῶν τῶν κατηγμένων δεδομένα εἴδη ἢ τὴν ὑπεροχὴν τῶν εἰδῶν ἴσην εἶναι δεδομένῳ χωρίῳ, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας.

26 *Τὸ δὲ δεύτερον βιβλίον περιέχει τάδε·*

ἐὰν ἀπὸ δύο δεδομένων σημείων εὐθεῖαι κλασθῶσιν, καὶ ᾖ τὰ ἀπ᾿ αὐτῶν δοθέντι χωρίῳ διαφέροντα, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας·

ἐὰν δὲ ὦσιν ἐν λόγῳ δοθέντι, ἤτοι εὐθείας ἢ περιφερείας·

ἐὰν ᾖ θέσει δεδομένη εὐθεῖα καὶ ἐπ᾿ αὐτῆς δοθὲν σημεῖον καὶ ἀπὸ τούτου διαχθεῖσά τις πεπερασμένη, ἀπὸ δὲ τοῦ πέρατος ἀχθῇ πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τὴν θέσει δεδομένην, *καὶ ᾖ τὸ ἀπὸ τῆς διαχθείσης ἴσον τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ ἧς ἀπολαμβάνει ἤτοι πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ ἢ πρὸς ἑτέρῳ δοθέντι σημείῳ ἐπὶ τῆς θέσει δεδομένης, τὸ πέρας τῆσδε ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας·*

---

5. *ἄλλης*] *ἑτέρας Ha* 8. *ἤτοι*, quod in ABS vs. 10 ante *λόγον* legitur, huc transposuit Simsonus p. XII 9. *σημείοις Ha* pro *σημείων* 10. post *ἐχούσας* add. *δοθέντα Ha* *ἢ χωρίον* — 12. *χωρίῳ* uncis seclusit *Ha* *περιέχουσαι* Simsonus pro *περιεχούσας* 11. *ἐπ᾿ Ha* pro *ἀπ᾿* 12. *ἴσην Ha* pro *ἴσον* 22. *πρὸς ὀρθὰς Ha* pro *καὶ* *θέσει Ha* pro *θέσιν* *δεδομένην* add. *Ha* 24. *ἤτοι Ha*, *η καὶ* ABS Paris. 2368, *ἢ* V 25. post *σημείῳ* repetunt *η πρὸς ἑτέρωι δοθέντι* A(BS), del. *Ha* 25. 26. *τὸ πέρας* — *δεδομένης* om. A¹, in marg. add. A²(BS) 26. *τῆσδε*] *τῆς διαχθείσης Ha*

VII. Si quotcunque rectae positione datae sint ad easque a quodam puncto ducantur rectae in datis angulis, sitque summa duorum rectangulorum, quorum alterum datâ *rectâ* et *unâ* ductâ, alterum datâ et alterâ ductâ continetur, aequalis rectangulo, quod datâ et aliâ (*tertiâ*) ductâ continetur, et sic in ceteris: punctum tanget rectam positione datam.

VIII. Si a quodam puncto ad parallelas positione datas ducantur rectae in datis angulis eaeque vel ad puncta in ipsis data abscindant rectas *datam* proportionem habentes vel spatium *rectangulum*[1]) datum comprehendant vel eiusmodi sint, ut summa vel differentia figurarum datarum, quae super ipsas ductas constructae sunt, aequalis sit spatio dato: punctum tanget rectam positione datam[2]).

Secundo libro haec cóntinentur:

I. Si a duobus punctis datis rectae inflectantur et quadrata, quae ab his fiunt, dato spatio differant, punctum *concursus harum rectarum* tanget rectam positione datam[3]).

II. Si vero *hae rectae* sint in proportione data, *punctum concursus tanget* vel rectam vel *circuli* circumferentiam *positione datam*[4]).

III. Si recta positione data et in ea punctum datum sit, unde ducta sit quaedam *recta* terminata, ab huius autem termino ducatur perpendicularis ad *rectam* positione datam, et sit quadratum, quod a *primo* ductâ fit, aequale rectangulo, quod datâ *rectâ* et abscissâ vel inter *perpendicularem et* datum punctum vel inter *eandem et* aliud datum punctum in recta positione data continetur: terminus illius *primo ductae* tanget *circuli* circumferentiam positione datam[5]).

1) Graecum χωρίον omnino *spatium* vel *ebene Figur* interpretantur Simsonus p. XVI (*Ca* p. 28) et Gerhardtus p. 25; sed ipsum rectangulum spatium intellegunt Simsonus p. 98 (*Ca* p. 182) et Bretonus p. 300.

2) Totam propositionem distinguit et illustrat Simsonus p. 93—115 (*Ca* p. 175—207); neque omittenda est Bretoni p. 301 adnotatio.

3) Vide Simsonum p. 118 sq. (*Ca* p. 209 sq.) et Bretonum p. 301.

4) V. Simson. p. 120—124 (*Ca* p. 211—222), Breton l. c., Chasles p. 269—272.

5) V. Simson. p. 125—134 (*Ca* p. 223—233).

ἐὰν ἀπὸ δύο δοθέντων σημείων εὐθεῖαι κλασθῶσιν, καὶ ᾖ τὸ ἀπὸ τῆς μιᾶς τοῦ ἀπὸ τῆς ἑτέρας δοθέντι μεῖζον ἢ ἐν λόγῳ, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας·

ἐὰν ἀπὸ ὁσωνοῦν δεδομένων σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι πρὸς ἑνὶ σημείῳ, καὶ ᾖ τὰ ἀπὸ πασῶν εἴδη ἴσα δοθέντι χωρίῳ, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας·

ἐὰν ἀπὸ δύο δοθέντων σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου παρὰ θέσει ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολαμβάνῃ ἀπὸ θέσει δεδομένης εὐθείας πρὸς δοθέντι σημείῳ, καὶ ᾖ τὰ ἀπὸ τῶν κεκλασμένων εἴδη ἴσα τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, τὸ πρὸς τῇ κλάσει σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας·

ἐὰν ἐν κύκλῳ θέσει δεδομένῳ δοθέν τι σημεῖον ᾖ καὶ δι' αὐτοῦ ἀχθῇ τις εὐθεῖα καὶ ἐπ' αὐτῆς ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ᾖ τὸ ἀπὸ τῆς ἄχρι τοῦ δοθέντος ἐντὸς σημείου ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης ἤτοι μόνον ἢ τοῦτό τε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἐντὸς δύο τμημάτων, τὸ ἐκτὸς σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας·

καὶ ἐὰν τοῦτο μὲν τὸ σημεῖον ἅπτηται θέσει δεδομένης εὐθείας, ὁ δὲ κύκλος μὴ ὑπόκειται, τὰ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ δεδομένου σημεῖα ἅψεται θέσει δεδομένης περιφερείας τῆς αὐτῆς.

---

2. *δοθέντι Ha* pro *δοθὲν* *μείζων ἧι ἐν* A(B), corr. S 5. *ἴσα Ha* pro *ἴσον* 8. *παρὰ τὴν θέσει ἀχθεῖσα* "*ducatur recta positione datae normalis*" *Ha*, qui pro *normalis* voluit *parallela* (sic recte Simsonus p. XVII) *ἀπολαμβάνῃ Hu* pro *ἀπολαμβανομένη* 10. *ἴσα Ha* pro *ἴσον* 11. *σημείωι* A(B), corr. S 13. *ἐντὸς κύκλου θέσει δεδομένου Ha* *δοθέντι* AS et, ut videtur, B, distinxit *Ha* *σημείωι ἧι* A(BS), corr. prima manus in S 16. *ὑπὸ Ha* pro *ἀπὸ* 17. 18. *ἤτοι — τμημάτων*] horum verborum cum iustus locus sit vs. 16 post *σημείου*, non abest interpolationis suspicio 17. *ἤτοι Hu*, *η τῶι* A(BS), *ἢ τὸ* Simsonus p. XIII *μόνωι ἢ τούτωι τε καὶ τῶι* A(BS), corr. Simsonus p. XIII et 194 sq. 20. *καὶ ἐὰν* — 23. *τῆς αὐτῆς* fortasse ab interpolatore addita sunt 20. *τὸ* om. *Ha* 21. *ὑπόκειται*] conf. supra p. 514, 6 cum adnot. *ἐφ' ἑκατέρᾳ Ha* 22. *σημεῖα Ha* pro *σημείου*

IV. Si a duobus datis punctis rectae inflectantur sitque quadratum, quod ab una fit, comparatum cum quadrato, quod ab altera fit, dato *spatio* maius quam in proportione: punctum *concursus harum rectarum* tanget *circuli* circumferentiam positione datam[1]).

V. Si a quotcunque datis punctis inflectantur rectae ad unum punctum sintque species (*i. e. figurae specie datae*), quae ab omnibus describuntur, aequales dato spatio: punctum tanget *circuli* circumferentiam positione datam[2]).

VI. Si a duobus datis punctis inflectantur rectae, a puncto autem *concursus* recta ducatur parallela *rectae positione datae*, eaque ab *alia* recta positione data auferat *segmentum*, cuius *alter* terminus datum punctum est, sitque summa figurarum specie datarum, quae ab inflexis fiunt, aequalis rectangulo, quod datâ et abscissâ continetur: punctum concursus *rectarum* inflexarum tanget *circuli* circumferentiam positione datam[3]).

VII. Si intra circulum positione datum punctum aliquod datum sit et per id ducatur recta quaedam in eaque sumatur punctum aliquod extra *circulum*, ac sit quadratum, quod ex *recta ab hoc puncto* ad punctum intra datum *pertinente* fit, aequale rectangulo, quod totâ *hac rectâ* et *parte* extra *circulum* abscissâ continetur, vel solum (*scil. quadratum*) vel summa ipsius et rectanguli, quod segmentis duobus interioribus continetur: externum punctum tanget rectam positione datam[4]).

VIII. Si hoc punctum tangat rectam positione datam, circulus autem non suppositus sit, puncta ad utramque partem a dato *puncto* tangent eandem *circuli* circumferentiam positione datam[5]).

1) V. Simson. p. 136—144 (*Ca* p. 236—243) et Breton. p. 302. Graeca verba μεῖζον ἢ ἐν λόγῳ, nota ex Euclidis datis, Bretonus apte sic interpretatur: "*le premier quarré doit être plus grand d'un espace donné que le quarré qui est au second quarré dans la raison donnée*". Conf. praef. vol. I p. XXIV.

2) V. Simson. p. 159—177 (*Ca* p. 263—287).

3) V. Simson. p. 182—193 (*Ca* p. 310—321). Bretonus p. 302 locum difficillimum sic interpretatur: "*Le lieu du point tel, que la somme des aires des polygones respectivement semblables à deux polygones donnés, construits sur les droites menées de ce point à deux points fixes, soit égale au rectangle construit sur une droite donnée et sur la distance du pied de la perpendiculaire abaissée du même point sur une droite fixe à un point donné sur cette droite, est une circonférence de cercle donnée de position*".

4) V. Simson. p. 194—201 (*Ca* p. 322—331), Breton. p. 302.

5) Liberius haec tractat Simsonus p. 201 sqq. (*Ca* p. 331 sqq.). Etiam Bretoni p. 302 sq. interpretatio difficultatem horum verborum declarat.

Ἔχει δὲ τὰ τόπων ἐπιπέδων δύο βιβλία θεωρήματα ἤτοι διαγράμματα ρμζʹ, λήμματα δὲ ηʹ.

Νεύσεων δύο.

27 *Νεύειν λέγεται γραμμὴ ἐπὶ σημεῖον, ἐὰν ἐπεκβαλλομένη ἐπ᾿ αὐτὸ παραγίνηται. [καθόλου δὲ τὸ αὐτό ἐστιν, ἐάν τε ἐπὶ δοθὲν νεύειν σημεῖον λέγηται, ἐάν τέ ἐστίν τι ἐπ᾿ αὐτῆς δοθέν, ἐάν τε διὰ δοθέντος ἐστὶν σημείου. ἐπέγραψαν δὲ ταῦτα νεύσεις ἀπὸ ἑνὸς τῶν εἰρημένων.] προβλήματος δὲ ὄντος καθολικοῦ τούτου*

δύο δοθεισῶν γραμμῶν θέσει, θεῖναι μεταξὺ τούτων εὐθεῖαν τῷ μεγέθει δεδομένην νεύουσαν ἐπὶ δοθὲν σημεῖον,

ἐπὶ ταύτης τῶν ἐπὶ μέρους διάφορα τὰ ὑποκείμενα ἐχόντων ἃ μὲν [ἦν] ἐπίπεδα, ἃ δὲ στερεά, ἃ δὲ γραμμικά, τῶν ἐπιπέδων ἀποκληρώσαντες τὰ πρὸς πολλὰ χρησιμώτερα ἔδειξαν τὰ προβλήματα ταῦτα·

θέσει δεδομένων ἡμικυκλίου τε καὶ εὐθείας πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, ἢ δύο ἡμικυκλίων ἐπ᾿ εὐθείας ἐχόντων τὰς βάσεις, θεῖναι δοθεῖσαν τῷ μεγέθει εὐθεῖαν μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν, νεύουσαν ἐπὶ γωνίαν ἡμικυκλίου·

καὶ ῥόμβου δοθέντος καὶ ἐπεκβεβλημένης μιᾶς πλευρᾶς, ἁρμόσαι ὑπὸ τὴν ἐκτὸς γωνίαν δεδομένην τῷ μεγέθει εὐθεῖαν νεύουσαν ἐπὶ τὴν ἀντικρὺς γωνίαν·

καὶ θέσει δοθέντος κύκλου, ἐναρμόσαι εὐθεῖαν μεγέθει δεδομένην νεύουσαν ἐπὶ δοθέν.

28 *τούτων δὲ ἐν μὲν τῷ πρώτῳ τεύχει δέδεικται τὸ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἡμικυκλίου καὶ εὐθείας, ἔχον πτώσεις δʹ, καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ κύκλου ἔχον πτώσεις δύο, καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ ῥόμβου πτώσεις ἔχον βʹ, ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ τεύχει τὸ ἐπὶ τῶν δύο*

4. *γραμμὴν* S *Ge* *ἐπεκβαλλομενη** A 5. *παραγίνηται* B[s] *Ha*, *παραγίνεται* AS 5. *καθόλου* — 8. *εἰρημένων* interpolatori tribuit *Hu* 7. *σημεῖον* ABS, corr. V 12. *ἐπὶ τούτου* coni. Horsley 13. *ἦν* del. *Hu* 14. *τῶν δ᾿ ἐπιπέδων Ha* *χρησιμωτέραν* ABV, corr. secunda manus in Paris. 2368 (S) 15. *ἔδειξαν τὰ Hu*, *ἔδειξαντε* A, *ἔδειξάν τε* BS, *ἔδειξαν Ha* 20. *ἐπεμβλημένης* AB, *ἐπεμβεβλημένης* S, corr. *Ha* *μόνης* ante *μιᾶς* add. *Ha* 25. *τεύχει*] *βιβλίῳ* B pr. m. 26. *εὐ-*

Libri duo locorum planorum continent theoremata sive diagrammata CXXXXVII, lemmata VIII.

INCLINATIONUM LIBRI DUO.

Inclinare *sive vergere* dicitur linea ad punctum, si producta ad id perveniat. [Omnino idem est, sive ad datum punctum *linea* inclinare dicitur, sive in ea *punctum* quoddam datum est, sive per datum punctum transit; verum has *promiscue* inclinationes ab uno eorum quae dicta sunt appellaverunt.] Iam cum problema generale hoc esset:

I. duabus lineis positione datis, inter eas ponere rectam magnitudine datam, quae ad datum punctum inclinet,

cumque illa quae in ea *recta* particularia sunt diversas hypotheses haberent partim planas, partim solidas, partim etiam lineares, e planis elegerunt ea quae ad multas res utilia essent, haecque problemata demonstraverunt.

II. Si semicirculus et recta ad basim perpendicularis, vel duo semicirculi in *eadem* recta bases habentes dati sint, ponere rectam magnitudine datam inter illas duas lineas, quae ad angulum semicirculi inclinet.

III. Rhombo dato unoque latere producto, sub externo angulo rectam magnitudine datam inserere, quae ad angulum oppositum inclinet[1].

IV. Circulo positione dato, inserere rectam magnitudine datam, quae ad datum *punctum* inclinet.

Quorum *problematum distributio haec est:* in primo libro problema de uno semicirculo et recta, quod quattuor[2] casus habet, tum de circulo, quod duo casus habet, denique de rhombo, quod duo casus habet, demonstrata sunt; in se-

1) "Sed et problema de recta, magnitudine data, angulo interiori per oppositum angulum subiicienda, ab Apollonio resolutum esse ex Papp. lib. 7 prop. 73 liquido constat". Horsley praef. p. 2.

2) Quinque casus demonstrat Horsley p. 3—5, quare in Graecis πέντε legendum esse censet.

θείας *Ha* pro εὐθεῖαν $\overline{\Delta}$ A, τέσσαρας BS, πέντε coni. Horsley
28. τὸ add. *Ha*

ἡμικυκλίων, τῆς ὑποθέσεως πτώσεις ἐχούσης ι'· ἐν δὲ ταύταις ὑποδιαιρέσεις πλείονες διοριστικαὶ ἕνεκα τοῦ δεδομένου μεγέθους τῆς εὐθείας.

29 *[Τὰ μὲν οὖν ἐν τῷ ἀναλυομένῳ τόπῳ ἐπίπεδα ταῦτ' ἔστιν ἃ καὶ πρότερα δείκνυται, χωρὶς τῶν Ἐρατοσθένους μεσοτήτων· ὕστατα γὰρ ἐκεῖνα. τοῖς δὲ ἐπιπέδοις ἐφεξῆς τὴν τῶν στερεῶν ἡ τάξις ἀπαιτεῖ θεωρίαν· στερεὰ δὲ καλοῦσι προβλήματα οὐχ ὅσα ἐν στερεοῖς σχήμασι προτείνεται, ἀλλ' ὅσα διὰ τῶν ἐπιπέδων μὴ δυνάμενα δειχθῆναι διὰ τῶν τριῶν κωνικῶν γραμμῶν δείκνυται, ὥστε ἀναγκαῖον πρότερον περὶ τούτων γράφειν. ἦν μὲν οὖν ἀναδεδομένα κωνικῶν στοιχείων πρότερον Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου ε' τεύχη, ὡς ἂν ἤδη δυνατοῖς οὖσι τοῖς ταῦτα παραλαμβάνουσιν ἐπιτομώτερον γεγραμμένα.]*

Ἔχει δὲ τὰ τῶν νεύσεων βιβλία δύο θεωρήματα μὲν ἤτοι διαγράμματα ρκε', λήμματα δὲ λη'.

Κωνικῶν η'.

30 *Τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν Ἀπολλώνιος ἀναπληρώσας καὶ προσθεὶς ἕτερα δ' παρέδωκεν η' κωνικῶν τεύχη. Ἀρισταῖος δέ, ὃς γέγραφε τὰ μέχρι τοῦ νῦν ἀναδιδόμενα στερεῶν τόπων τεύχη ε' συνεχῆ τοῖς κωνικοῖς, ἐκάλει [καὶ οἱ πρὸ Ἀπολλωνίου] τῶν τριῶν κωνικῶν γραμμῶν τὴν μὲν ὀξυγωνίου, τὴν δὲ ὀρθογωνίου, τὴν δὲ ἀμβλυγωνίου κώνου τομήν. ἐπεὶ δ' ἐν ἑκάστῳ τῶν τριῶν τούτων κώνων διαφόρως τεμνομένων αἱ γ' γίνονται γραμμαί, διαπορήσας, ὡς φαίνεται, Ἀπολλώνιος τί δήποτε ἀποκλη-*

---

4. *Τὰ μὲν* — 14. *γεγραμμένα* interpolatori tribuit *Hu* 4. *ἐπίπεδα Ha* pro *ἐπιπέδωι* *τοῦτ' Ha* 5. *δείκνυνται Ha* 6. *ὕστερα* S 7. *ταξεις* (sine acc.) A, corr. BS 11. *ἀναδεδομένα Hu* pro *ἀναδιδομένων* 13. *ὡς ἂν τοῖς ἤδη δυνατοῖς οὖσι ταῦτα παραλαμβάνειν Ha, ὡς ἂν ἤδη δυνατοῖς οὖσι τὰ τοιαῦτα παραλαμβάνειν Hu* 15. *δύο βιβλία Hu* *μὲν* om. *Ha* 18. *ἀναπλώσας* AB, corr. Paris. 2368 SV 20. *ἀρισταιας* (sine acc.) A, corr. S *γέγραφε Hu, γράφει* ABS, *ἔγραψε Ge* *τὰ Ha, καὶ* BS, om. A 22. *καὶ οἱ πρὸ Ἀπολλωνίου* del. *Hu* 24. *ἐπειδὴ ἐν Ha* 25. *κώνων* idem pro *κωνικῶν*

cundo libro problema de duobus semicirculis, cuius hypothesis decem casus[1]) habet; suntque in his complures subdivisiones determinativae propter datam rectae magnitudinem.

[Haec igitur plana in loco de resolutione reperiuntur, quae etiam priora demonstrata sunt praeter Eratosthenis medietates, quae ultimum locum obtinent. Sed post plana deinceps solidorum contemplationem ordo requirit. Iam solida problemata non tam ea vocantur, quae in solidis figuris proponuntur, sed quae, cum per plana demonstrari non possint, per tres conicas lineas demonstrantur, quapropter de his prius scribere necesse est. Ac conicorum elementorum prius Aristaei maioris quinque libri editi erant, in eorum usum qui eiusmodi *problemata* iam percipere valerent, compendiosius conscripti.]

Duo inclinationum libri theoremata sive diagrammata CXXV, lemmata XXXVIII habent.

CONICORUM LIBRI OCTO.

Euclidis quattuor conicorum libros Apollonius ita complevit, ut quattuor aliis additis *omnino* octo conicorum volumina *studiosis mathematicorum* traderet. *Ante hunc* Aristaeus, qui solidorum locorum volumina quinque, adhuc usque prostantia, tamquam supplementum conicorum doctrinae scripsit, [perinde atque ii qui ante Apollonium fuerant] trium conicarum linearum primam coni acutanguli, secundam rectanguli, tertiam obtusanguli sectionem appellaverat. Sed quoniam in quovis horum conorum genere, prout secantur, tres illae lineae existunt, Apollonium haesitavisse apparet, qua tandem distinc-

1) "Semicirculorum nempe status quintuplex: circulis contingentibus intus, contingentibus extrinsecus, nullibi occurrentibus altero incluso, nullibi occurrentibus incluso neutro, secantibus. In statu autem unoquoque gemina erit semicirculorum positio: ad partes baseos aut easdem aut contrarias. En tibi decem, ni fallor, hypotheseos casus, quos Pappus innuit". Horsley praef. p. 3.

* * *γραμμαι* A 26. *ἀποκληρώσαντες* diserte enotatum est ex A, *ἀποπληρώσαντες* BSV Paris. 2368, *ἀποκληρώσαντο* *Ha*

ρώσαντες οἱ πρὸ αὐτοῦ ἣν μὲν ἐκάλουν ὀξυγωνίου κώνου τομὴν δυναμένην καὶ ὀρθογωνίου καὶ ἀμβλυγωνίου εἶναι, ἣν δὲ ὀρθογωνίου εἶναι δυναμένην ὀξυγωνίου τε καὶ ἀμβλυγωνίου, ἣν δὲ ἀμβλυγωνίου δυναμένην εἶναι ὀξυγωνίου τε καὶ ὀρθογωνίου, μεταθεὶς τὰ ὀνόματα καλεῖ τὴν μὲν ὀξυγωνίου καλουμένην ἔλλειψιν, τὴν δὲ ὀρθογωνίου παραβολήν, τὴν δὲ ἀμβλυγωνίου ὑπερβολήν, ἑκάστην ἀπό τινος ἰδίου συμβεβηκότος. χωρίον γάρ τι παρά τινα γραμμὴν παραβαλλόμενον ἐν μὲν τῇ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐλλεῖπον γίνεται τετραγώνῳ, ἐν δὲ τῇ ἀμβλυγωνίου ὑπερβάλλον τετραγώνῳ, ἐν δὲ τῇ ὀρθογωνίου οὔτε ἐλλεῖπον οὔθ' ὑπερβάλ-
31 *λον. [τοῦτο δ' ἔπαθεν μὴ προσεννοήσας ὅτι κατά τινα ἰδίαν πτῶσιν τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸν κῶνον (καὶ γεννῶντος τρεῖς γραμμὰς) ἐν ἑκάστῳ τῶν κώνων ἄλλη καὶ ἄλλη τῶν γραμμῶν γίνεται, ἣν ὠνόμασεν ἀπὸ τῆς ἰδιότητος τοῦ κώνου. ἐὰν γὰρ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἀχθῇ παράλληλον μιᾷ τοῦ κώνου πλευρᾷ, γίνεται μία μόνη τῶν τριῶν γραμμῶν, ἀεὶ ἡ αὐτή, ἣν ὠνόμασεν ὁ Ἀρισταῖος ἐκείνου τοῦ τμηθέντος κώνου τομήν.]*

32 *Ὁ δ' οὖν Ἀπολλώνιος οἷα περιέχει τὰ ὑπ' αὐτοῦ γραφέντα κωνικῶν η' βιβλία λέγει κεφαλαιώδη θεὶς προδήλωσιν ἐν τῷ προοιμίῳ τοῦ πρώτου ταύτην· "περιέχει δὲ τὸ μὲν πρῶτον τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ πλεῖον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξητασμένα παρὰ τὰ ὑπὸ τῶν ἄλλων γεγραμμένα. τὸ δὲ δεύτερον τὰ περὶ τὰς διαμέτρους καὶ τοὺς ἄξονας τῶν τομῶν [καὶ τῶν ἀντικειμένων] συμβαίνοντα καὶ*

---

4. *εἶναι δυναμένην* B *ὀξυγώνιοντε* A, corr. BS 7. *ἀπό* SV, *δ' ἀπό* A, *δὲ ἀπό* B[s] *Ha*, *γ' ἀπό Hu* 10. *ἐν δὲ τῇ ἀμβλ. — τετραγώνῳ* om. B[1] *Ha* 12. *τοῦτο δ' ἔπαθεν* (scil. *ὁ Ἀρισταῖος*) — 19. *τομήν* interpolatori tribuit *Hu* 12. *δεπαθὲν* A, distinxerunt et acc. corr. BS *προσνοήσας* ABS, *προνοήσας Ha*, corr. *Hu* 13. *ἰδίαν Hu* pro *μίαν* 13. 14. verba *καὶ γεννῶντος τρεῖς γραμμὰς* alter interpolator interpolato iam loco inseruisse videtur 14. *ἄλλην καὶ ἄλλην* ABS, corr. *Ha* 15. *ὠνόμασεν Hu* pro *ὠνόμασαν* 17. *μια μονη* (sine acc.) A, corr. BS 18. *ἐκεῖνος Ha* 20. *Ὁ γοῦν Hu* 22. *περι-*

tione usi priores *mathematici* aliam acutanguli coni sectionem vocavissent, quae et rectanguli et obtusanguli esse posset, aliam rectanguli, quae et acutanguli et obtusanguli posset esse, aliam denique obtusanguli, quae posset esse et acutanguli et rectanguli. Quapropter mutatis nominibus eam *sectionem* quae acutanguli dicebatur, ellipsim, quaeque rectanguli, parabolam, denique quae obtusanguli, hyperbolam, singulas a peculiari quodam accidente nuncupavit. Etenim rectangulum ad rectam quandam applicatum in sectione acutanguli coni deficit (*ἐλλείπει*) quadrato, in *sectione* obtusanguli excedit (*ὑπερβάλλει*) quadrato, denique in *sectione* rectanguli *coni applicatum* (*παραβαλλόμενον*) neque deficit neque excedit[1]. [Sed hoc accidit *Aristaeo*, quoniam non animadvertit per peculiarem quendam casum planitiei conum secantis[2] in quovis cono singulas lineas existere, quas e proprietate coni appellavit. Nam si planities secans uni coni lateri parallela ducitur, una tantum illarum trium linearum semperque eadem existit, quam Aristaeus illius secti coni sectionem appellavit.]

Iam vero Apollonius, quae octo conicorum libris ab ipso conscriptis contineantur, dicit in exordio primi libri hanc praeviam explicationem summatim proponens: "Continet primus liber generationes trium *coni* sectionum et earum quae oppositae dicuntur, tum principalia illarum accidentia, uberius et magis in universum quam ab aliis, qui de eo argumento scripserunt, elaborata. Secundus liber *complectitur* ea quae ad diametros et axes sectionum [et oppositarum] pertinent,

1) Vide Apollonii conic. 1 prop. 11—13, et conf. H. Balsam, *des Apollonius sieben Bücher über Kegelschnitte*, Berolini 1861, p. 18—23; Herm. Hankel, *Geschichte der Mathematik*, p. 98 sq. 150.

2) Sequuntur in codice verba *καὶ γεννῶντος τρεῖς γραμμάς* "*et tres lineas efficientis*", de quibus v. adnot. ad Graeca.

ἔχει δὲ τὸ cet.] vide Apollonium ab Halleio editum p. 8   23. *τῶν ἀντικειμένων Ha* ex Apollonio pro *τὰς ἀντικειμένας*   24. *καὶ* ex Apollonio add. *Ha*   25. *ἐξειργασμένα* Apollonius   27. *καὶ τῶν ἀντικειμένων* non leguntur apud Apoll.

τὰς ἀσυμπτώτους, καὶ ἄλλα γενικὴν καὶ ἀναγκαίαν χρείαν παρεχόμενα πρὸς τοὺς διορισμούς· τίνας δὲ διαμέτρους ἢ τίνας ἄξονας καλῶ εἰδήσεις ἐκ τούτου τοῦ βιβλίου. τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παντοῖα χρήσιμα [τὰ] πρός τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλείονα καὶ καλὰ καὶ ξένα κατανοήσαντες εὕρομεν μὴ συντιθέμενον ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ δʹ γραμμὰς τόπον, ἀλλὰ μόριόν τι αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ εὐτυχῶς· οὐ γὰρ δυνατὸν ἄνευ τῶν προειρημένων τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν. τὸ δὲ δʹ, ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ συμπίπτουσιν, καὶ ἐκ περισσοῦ, ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου τομὴ κύκλου περιφερείᾳ [κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλει] καὶ ἀντικείμεναι ἀντικειμέναις κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσιν. τὰ δὲ λοιπὰ δʹ περιουσιαστικώτερα· ἔστι γὰρ τὸ μὲν περὶ ἐλαχίστων καὶ μεγίστων ἐπὶ πλεῖον, τὸ δὲ περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων τομῶν, τὸ δὲ διοριστικῶν θεωρημάτων, τὸ δὲ κωνικῶν προβλημάτων διωρισμένων".

33 *Ἀπολλώνιος μὲν ταῦτα. ὃν δέ φησιν ἐν τῷ τρίτῳ τόπον ἐπὶ γʹ καὶ δʹ γραμμὰς μὴ τετελειῶσθαι ὑπὸ Εὐκλείδου, οὐδ' ἂν αὐτὸς ἠδυνήθη οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς [ἀλλ' οὐδὲ μικρόν τι προσθεῖναι τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου γραφεῖσιν] διά γε μόνων τῶν προδεδειγμένων ἤδη κωνικῶν ἄχρι τῶν κατ' Εὐκλείδην, ὡς καὶ αὐτὸς μαρτυρεῖ λέγων ἀδύνατον εἶναι*
34 *τελειωθῆναι χωρὶς ὧν αὐτὸς προγράφειν ἠναγκάσθη. [ὁ δὲ Εὐκλείδης ἀποδεχόμενος τὸν Ἀρισταῖον ἄξιον ὄντα ἐφ' οἷς ἤδη παραδεδώκει κωνικοῖς, καὶ μὴ φθάσας ἢ μὴ θελήσας ἐπικαταβάλλεσθαι τούτων τὴν αὐτὴν πραγματείαν, ἐπιει-*

---

1. *αλλας· ἐνικὴν* A(BS), ex Apoll. corr. *Ha* 4. *πολλὰ καὶ παράδοξα θεωρήματα χρήσιμα πρός τε* cet. Apoll. *τὰ* expunctum in V del. *Hu* 5. 6. *ὧν τὰ πλεῖστα καλὰ καὶ ξένα. ἃ καὶ κατανοήσαντες συνείδομεν* Apoll. 6. *καὶ* ante *καλὰ* cum Apollonio om. V *Ha* 8. *τι*] *τὸ τυχὸν* Apoll. 9. *τῶν προσευρημένων ἡμῖν* Apoll. 11. *συμβάλλουσι* Apoll. *ἄλλα* ante *ἐκ περισσοῦ* ex Apoll. add. *Ha* 12. *πρὸς* AB, corr. S 13. 14. *κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια καὶ ἔτι ἀντικείμεναι* cet. Apoll. 13. *περιφερεια* (sine acc.) A, corr. BS *κατὰ*

item *doctrinam de rectis* asymptotis aliaque quae et generalem et necessarium usum ad determinationes praebent: quos autem appellem diametros et quos axes, ex hoc libro cognosces. Tertius liber multa et varia *theoremata continet* utilia ad solidorum locorum compositiones et determinationes, quorum cum plurima et egregia et insolita esse cognovissemus, ab Euclide locum ad tres et quattuor lineas non compositum esse invenimus, nisi quod particulam quandam, ac ne hanc quidem feliciter, *attigit*. Neque enim fieri poterat, ut sine iis quae diximus *theorematis* compositio absolveretur. Quartus liber *demonstrat,* quot modis conorum sectiones et inter sese et circuli circumferentiae occurrant, atque insuper, quorum neutrum a superioribus explicatum est, in quot punctis coni sectio circuli circumferentiae et oppositae *sectiones* oppositis occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundantiorem scientiam pertinent. Etenim quintus de minimis et maximis uberius agit, sextus de aequalibus similibusque *coni* sectionibus, septimus de theorematis, quae determinandi vim habent, octavus de conicis problematis determinativis".

Haec igitur Apollonius. Sed quod in tertio libro locum ad tres et quattuor lineas ab Euclide confectum esse negat, neque ipse neque alius quisquam per ea tantum conica *theoremata,* quae usque ad Euclidis aetatem demonstrata erant, *illum locum solvere* potuisset, ut ipse testatur negans sine iis, quae ipse antea demonstrare coactus fuerit, *illa* absolvi posse. [Euclides cum probaret Aristaeum iam propter ea quae ediderat conica auctoritatem *quandam* assecutum, neque aut illum praevenire aut eiusdem disciplinae fundamenta statim post

---

πόσα σημεῖα συμβάλλει del. *Hu* 15. *περι ους αστικώτερα* A(B), corr. S 16. *μεγίστων τῶν* ABS, *τῶν* del. *Ha* 17. *τομῶν κώνου· τὸ δὲ περὶ διοριστικῶν* Apoll. 18. *προβλημάτων κωνικῶν* Apoll. 20. *τελειωθῆναι Ha* 21. *οὔτ' ἂν — οὔτ' Ha* 21. 22. *ἀλλ' οὐδὲ — γραφεῖσιν* del. *Hu* 25. *ὁ δὲ Εὐκλείδης* — p. 678, 15. *τοιοῦτός ἐστιν* scholiastae cuidam historiae quidem veterum mathematicorum non imperito, sed qui dicendi genere languido et inconcinno usus sit,, tribuit *Hu* 26. *ἀριστέα* ABS, corr. *Ha* 27. *παραδέδωκε* B[s] *Ha*, *παρεδεδώκει Ge* 28. *τούτῳ Hu*

*κέστατος ὢν καὶ πρὸς ἅπαντας εὐμενὴς τοὺς καὶ κατὰ πο-
σὸν συναύξειν δυναμένους τὰ μαθήματα, ὡς δεῖ, καὶ μη-
δαμῶς προσκρουστικὸς ὑπάρχων, καὶ ἀκριβὴς μὲν οὐκ ἀλα-
ζονικὸς δὲ καθάπερ οὗτος, ὅσον δυνατὸν ἦν δεῖξαι τοῦ
τόπου διὰ τῶν ἐκείνου κωνικῶν ἔγραψεν, οὐκ εἰπὼν τέλος
ἔχειν τὸ δεικνύμενον· τότε γὰρ ἦν ἀναγκαῖον ἐξελέγχειν,
νῦν δ' οὐδαμῶς, ἐπείτοι καὶ αὐτὸς ἐν τοῖς κωνικοῖς ἀτελῆ*
35 *τὰ πλεῖστα καταλιπὼν οὐκ εὐθύνεται. προσθεῖναι δὲ τῷ
τόπῳ τὰ λειπόμενα δεδύνηται προφαντασιωθεὶς τοῖς ὑπὸ
Εὐκλείδου γεγραμμένοις ἤδη περὶ τοῦ τόπου καὶ συσχολά-
σας τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου μαθηταῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πλεῖστον
χρόνον, ὅθεν ἔσχε καὶ τὴν τοιαύτην ἕξιν οὐκ ἀμαθῆ. οὗτος
δὲ ὁ ἐπὶ γ' καὶ δ' γραμμὰς τόπος, ἐφ' ᾧ μέγα φρονεῖ
προσθεὶς χάριν ὀφείλειν εἰδέναι τῷ πρώτῳ γράψαντι, τοι-*
36 *οὗτός ἐστιν.] ἐὰν γάρ, θέσει δεδομένων τριῶν εὐθειῶν,
ἀπό τινος [τοῦ αὐτοῦ] σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὰς τρεῖς
ἐν δεδομέναις γωνίαις εὐθεῖαι, καὶ λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ ὑπὸ
δύο κατηγμένων περιεχομένου ὀρθογωνίου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
λοιπῆς τετράγωνον, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένου
στερεοῦ τόπου, τουτέστιν μιᾶς τῶν τριῶν κωνικῶν γραμ-
μῶν. καὶ ἐὰν ἐπὶ δ' εὐθείας θέσει δεδομένας καταχθῶσιν
εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις, καὶ λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ ὑπὸ
δύο κατηγμένων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν λοιπῶν δύο κατηγμένων,
ὁμοίως τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης κώνου τομῆς.*
37 *[ἐὰν μὲν γὰρ ἐπὶ δύο μόνας, ἐπίπεδος ὁ τόπος δέδεικται·]
ἐὰν δὲ ἐπὶ πλείονας τεσσάρων, ἅψεται τὸ σημεῖον τόπων
οὐκέτι γνωρίμων, ἀλλὰ γραμμῶν μόνον λεγομένων [ποδα-
πῶν δὲ ἢ τινα ἐχουσῶν ἴδια οὐκέτι], ὧν μίαν οὐδέ τινα*

---

7. *ἐπίτοι* A, corr. BS 10. *συσχολάσας Hu* pro *σχολάσας* 11. *ὑπ' Εὐκλείδῃ Hu* 12. *τοιαύτην Hu* pro *τοσαύτην* *οὐκ ἂν παθῆ* A(BS), *εἰκαιοπαθῆ Hu* Fleckeiseni annal. 1873 p. 224, corr. Friedleinius *Literarisches Centralblatt* 1871 p. 712 14. *ὀφείλειν Hu* pro *ὀφείλων* 16. *τοῦ αὐτοῦ* del. *Hu* 19. *ἅψεται Ha* pro *ἅπτεται* 22. *λόγοις* A; sed *ι* erasum est 24. *ἅπτεσθαι* ABS, *ἅπτεται* V, corr. *Ha* 25. *ἐὰν μὲν γὰρ — δέδεικται* et 27. 28. *ποδαπῶν — οὐκέτι* interpolatori tribuit *Hu* 27. 28. *ποδαπῶν δὲ ἢ τίνα ἐχουσῶν ἴδια*

illum iacere vellet, quippe qui modestissimus esset et benignus erga omnes qui vel mediocriter mathematicam disciplinam promovere possent, ut necesse est, ac neutiquam importunus, sed accuratus quidem, nec tamen gloriosus sicut ille, quantum de eo *quem diximus* loco per illius conica demonstrari poterat, conscripsit ita ut demonstrationem nondum ad finem perductam esse concederet. Nam sic eum reprehendi necesse fuisset, nunc vero minime, siquidem ipse quoque *Apollonius*, quod in conicis plurima imperfecta reliquit, non incusatur. Attamen *Apollonius* huic loco ea quae desiderabantur potuit adiungere, cum et antea ad eas res animo concipiendas instructus esset iis libris, quos iam de eodem loco Euclides scripserat, et Euclidis discipulorum consuetudine diutissime Alexandriae uteretur, unde etiam animi habitum illum non indocilem habuit. Sed hic ad tres et quattuor lineas locus, quo magnopere gloriatur *simul* addens ei qui primus conscripserit gratiam habendam esse, sic se habet.] Si enim, tribus rectis positione datis, a quodam puncto ad has tres in datis angulis rectae ducantur, et proportio rectanguli sub duabus ductis contenti ad quadratum ex reliqua data sit, punctum continget locum solidum positione datum, id est unam e tribus lineis conicis. Et si ad quattuor rectas positione datas rectae ducantur in datis angulis, et proportio rectanguli sub duabus ductis contenti ad rectangulum sub duabus reliquis ductis contentum data sit, similiter punctum continget coni sectionem positione datam. [Nam si ad duas tantum *rectas positione datas rectae ducantur in datis angulis*, planum locum esse demonstratum est *supra cap. 25, VI.*] Sin vero ad plures quam quattuor *rectas positione datas rectae ducantur in datis angulis*, punctum continget locos, qui *vulgari ratione* iam cognosci non possunt, sed lineae tantum

---

margini olim interpolator adscripsisse, *οὐκέτι* autem casu ex priore *οὐκέτι* repetitum esse videtur 28. *οὐδέ τινα Hu* pro *οὐδὲ τὴν πρώτην καὶ* (scilicet *τὴν πρώτην* corruptum est ex *τὴν α̅*, quod pro *τινα* librarius aliquis legit)

συμφανεστάτην εἶναι δοκοῦσαν συντεθείκασιν ἀναδείξαντες
38 *χρησίμην οὖσαν. αἱ δὲ προτάσεις αὐτῶν εἰσιν· ἐὰν ἀπό*
τινος σημείου ἐπὶ θέσει δεδομένας εὐθείας πέντε κατα-
χθῶσιν εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις, καὶ λόγος ᾖ δεδο-
μένος τοῦ ὑπὸ τριῶν κατηγμένων περιεχομένου στερεοῦ
παραλληλεπιπέδου ὀρθογωνίου πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν λοιπῶν
δύο κατηγμένων καὶ δοθείσης τινὸς περιεχόμενον παραλ-
ληλεπίπεδον ὀρθογώνιον, ἅψεται τὸ σημεῖον θέσει δεδο-
μένης γραμμῆς. ἐάν τε ἐπὶ ϛʹ, καὶ λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ
ὑπὸ τῶν τριῶν περιεχομένου προειρημένου στερεοῦ πρὸς
τὸ ὑπὸ τῶν λοιπῶν τριῶν, πάλιν τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει
δεδομένης. ἐὰν δὲ ἐπὶ πλείονας τῶν ϛʹ, οὐκέτι μὲν ἔχουσι
λέγειν, ἐὰν λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ ὑπὸ τῶν δʹ περιεχομένου
τινὸς πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν λοιπῶν, ἐπεὶ οὐκ ἔστι τι περιεχό-
39 *μενον ὑπὸ πλειόνων ἢ τριῶν διαστάσεων. συγκεχωρήκασι*
δὲ ἑαυτοῖς οἱ βραχὺ πρὸ ἡμῶν ἑρμηνεύειν τὰ τοιαῦτα, μηδὲ
ἓν μηδαμῶς διάληπτον σημαίνοντες, τὸ ὑπὸ τῶνδε περι-
εχόμενον λέγοντες ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆσδε τετράγωνον ἢ ἐπὶ τὸ
ὑπὸ τῶνδε. παρῆν δὲ διὰ τῶν συνημμένων λόγων ταῦτα
καὶ λέγειν καὶ δεικνύναι καθόλου καὶ ἐπὶ τῶν προειρημέ-
40 *νων προτάσεων καὶ ἐπὶ τούτων τὸν τρόπον τοῦτον· ἐὰν*
ἀπό τινος σημείου ἐπὶ θέσει δεδομένας εὐθείας καταχθῶ-
σιν εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις, καὶ δεδομένος ᾖ λόγος
ὁ συνημμένος ἐξ οὗ ἔχει μία κατηγμένη πρὸς μίαν καὶ
ἑτέρα πρὸς ἑτέραν, καὶ ἄλλη πρὸς ἄλλην, καὶ ἡ λοιπὴ
πρὸς δοθεῖσαν, ἐὰν ὦσιν ζʹ, ἐὰν δὲ ηʹ, καὶ ἡ λοιπὴ πρὸς
λοιπήν, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης γραμμῆς· καὶ
ὁμοίως ὅσαι ἂν ὦσιν περισσαὶ ἢ ἄρτιαι τὸ πλῆθος. τού-
των, ὡς ἔφην, ἑπομένων τῷ ἐπὶ τέσσαρας τόπῳ οὐδὲ ἓν
41 *συντεθείκασιν ὥστε τὴν γραμμὴν εἰδέναι. [ταῦθ᾽ οἱ βλέ-*

9. *ἐὰν δὲ* Paris. 2368 SV 10. *προειρημένου Hu* pro *καὶ εἰρημένου* 13. *ἐὰν* add. *Hu* 16. *δ᾽ ἐν ἑαυτοῖς Hu* 17. et 19. *ὑπὸ τῶν δʹ Ha* 22. *εὐθείας* om. *Ha* 23. post *καὶ* repetunt *δεδομέναις γωνίαις καὶ* AB *ὁ* ante *λόγος* add. B[s] *Ha* 24. *μια κατηγμένην* A, corr. BS post *μίαν* add. *κατηγμένην Ha* 28. *αἴτιαι* A, corr. Paris. 2368 SV (*ἄρτιοι Ha* et ex silentio B) 30. *τεθείκασιν* A, sed super vs. *οὖν* add. pr. m., unde *οὖν τεθείκασιν* BS, corr. *Hu* *τοῦθ᾽ Ha*

vocantur [quales vero sint quasque proprietates habeant, non item *liquet*]. Quarum unam quandam, quae nequaquam inter maxime conspicuas esse videtur, composuerunt (*sive synthetice constituerunt*) eiusque utilitatem demonstraverunt. His autem propositionibus ea *quae diximus* constant: Si a quodam puncto ad rectas quinque positione datas ducantur rectae in datis angulis, sitque data proportio parallelepipedi solidi rectanguli sub tribus ductis contenti ad parallelepipedum rectangulum sub duabus reliquis et datâ quadam contentum, punctum continget lineam positione datam. Et si ad sex *rectas ducantur*, sitque data proportio solidi quod diximus sub tribus contenti ad id quod reliquis tribus continetur, iterum punctum continget lineam positione datam. Sin vero ad plures quam sex *ducantur*, non amplius dicere licet "si proportio data sit *solidi* cuiusdam sub quattuor *rectis* contenti ad id quod sub reliquis tribus continetur", quoniam nihil est quod sub pluribus quam tribus dimensionibus contineatur. Verum ii qui paulo ante nos fuerunt sibi ipsi concesserunt, ut eiusmodi res interpretarentur neque tamen quidquam perspicue proferrent, cum rectangulum sub his *rectis* contentum cum quadrato ab hac vel cum rectangulo sub his *contento* multiplicarent. At vero per compositas proportiones haec et enuntiare et generaliter demonstrare licebat non solum in superioribus propositionibus, sed etiam in his de quibus nunc agimus hunc in modum: Si a quodam puncto ad rectas positione datas ducantur rectae in datis angulis, ac data sit proportio composita ex ea, quam una ducta habet ad unam, eaque, quam altera ad alteram, tum ea, quae alia ad aliam, denique ea, quam reliqua ad datam, si sint septem, sin vero octo, reliqua ad reliquam: punctum continget lineam positione datam. Ac perinde quotcunque vel pares numero vel impares *rectae ducentur*. Etsi haec, ut dixi, locum ad quattuor *rectas* sequuntur, nihil admodum ita composuerunt (*sive synthetice demonstrarunt*), ut illa linea cognosci posset. [Haec

(invitis ABS) *ταῦθ' οἱ* — p. 682, 20. *στοιχείων* interpolatori tribuit *Hu*; exciderunt autem eodem loco pauciora plurave genuina Pappi verba

πόντες ἥκιστα ἐπαίρονται, καθάπερ οἱ πάλαι καὶ τῶν τὰ κρείττονα γραψάντων ἕκαστοι· ἐγὼ δὲ καὶ πρὸς ἀρχαῖς ἔτι τῶν μαθημάτων καὶ τῆς ὑπὸ φύσεως προκειμένης ζητημάτων ὕλης κινουμένους ὁρῶν ἅπαντας, αἰδούμενος ἐγὼ καὶ δείξας γε πολλῷ κρείσσονα καὶ πολλὴν προφερόμενα ὠφέλειαν. . . ἵνα δὲ μὴ κεναῖς χερσὶ τοῦτο φθεγξάμενος ὧδε
42 *χωρισθῶ τοῦ λόγου, ταῦτα δώσω τοῖς ἀναγνοῦσιν· ὁ μὲν τῶν τελείων ἀμφοιστικῶν λόγος συνῆπται ἔκ τε τῶν ἀμφοισμάτων καὶ τῶν ἐπὶ τοὺς ἄξονας ὁμοίως κατηγμένων εὐθειῶν ἀπὸ τῶν ἐν αὐτοῖς κεντροβαρικῶν σημείων, ὁ δὲ τῶν ἀτελῶν ἔκ τε τῶν ἀμφοισμάτων καὶ τῶν περιφερειῶν, ὅσας ἐποίησεν τὰ ἐν τούτοις κεντροβαρικὰ σημεῖα, ὁ δὲ τούτων τῶν περιφερειῶν* λόγος συνῆπται *δῆλον ὡς ἔκ τε τῶν κατηγμένων καὶ ὧν περιέχουσιν αἱ τούτων ἄκραι, εἰ καὶ εἶεν πρὸς τοῖς ἄξοσιν ἀμφοιστικῶν, γωνιῶν. περιέχουσι δὲ αὗται αἱ προτάσεις, σχεδὸν οὖσαι μία, πλεῖστα ὅσα καὶ παντοῖα θεωρήματα γραμμῶν τε καὶ ἐπιφανειῶν καὶ στερεῶν, πάνθ' ἅμα καὶ μιᾷ δείξει καὶ τὰ μήπω δεδειγμένα καὶ τὰ ἤδη ὡς καὶ τὰ ἐν τῷ δωδεκάτῳ τῶνδε τῶν στοιχείων.*]

Ἔχει δὲ τὰ η' βιβλία τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν θεωρήματα ἤτοι διαγράμματα υπζ', λήμματα δὲ [*ἤτοι λαμβανόμενά ἐστιν εἰς αὐτὰ*] *ο'.*

* * *

1. *ἥκιστα πειρῶνται Hu* 2. *ἕκαστον* AS, *ἕκαστα* B, *ἕκαστος Ha*, corr. *Hu* *ἔτι Hu* pro *ἐπὶ* 3. *καὶ τῆς — ζητημάτων* om. A[1], in marg. add. A[2](BS) 5. *πολλῷ Ha* pro *πολλῶν* 7. *ἀναγινώσκουσιν* Graecus scriptor voluisse videtur, *ἀγνοοῦσιν* edidit *Ha* 8. *ἀμφοιν* (sine acc.) *στίχων* A(BS), corr. *Ha* 12. *ὅσας Ha* pro *ὅσα* *ἐν αὐτοῖς Ha* 13. *τῶν* om. *Ha* *λόγος συνῆπται* add. *Hu* * εις τε τῶν* A(BS), corr. *Ha* 15. 16. *περιέχουσαι δὲ ταυτη* A(BS), corr. *Ha* 18. *μὴ προδεδειγμένα Ha* 19. *ἤδη ὡς Ha*, *ηδεως* A (*ἡδέως* BS) *δεκάτῳ* V *τῶνδε* BS, *των δε* A, del. *Ha* 21. *η' Ha*, *ε̄* A, *πέντε* BS *ἀπολλωνίωι* A, corr. BS 22. 23. *ἤτοι λαμβ. — αὐτὰ* interpolatori tribuit *Hu* (propter similitudinem eorum quae p. 670, 2 et 672, 16 Pappus ipse scripsit, cuius a dicendi genere alienum est etiam *εἰς αὐτά* pro *ἐν αὐτοῖς*: nam agitur de lemmatis, quae insunt in libris, non quae ad libros adsumpta sunt)

qui perspiciunt minime *ad eiusmodi conatum* inducuntur, perinde ac veteres et quicunque *praeterea* emendatius scripserunt. Sed equidem cum *fere* cunctos in ipsis initiis et rerum mathematicarum et quaestionum physicarum [1]) versari viderem, cumque eius rei me puderet et ipse demonstravissem multo meliora quaeque magnam utilitatem afferrent . . . sed ne inanibus quasi manibus hoc protulerim, antequam ab hac disputatione discedo, haec offero legentibus· Figurae perfecta rotatione genitae proportionem habent compositam et ex rotantibus et ex rectis similiter ad axes ductis a gravitatis centris quae in rotantibus sunt. *Figurae* imperfecta *rotatione genitae proportionem habent compositam* et ex rotantibus et ex arcubus quos centra in his gravitatis descripserunt. Sed horum arcuum proportionem apparet compositam esse et ex ductis *ad axes* et ex angulis quos harum extremitates continent, si ad axes figurarum rotatione genitarum sint [2]). Verum hae propositiones, quae paene ad unam redigi possunt, mirum quanta quamque varia theoremata et linearum et superficierum et solidorum continent ita, ut una eademque demonstratione *probentur* omnia et quae nondum et quae iam demonstrata sunt, velut ea quae in duodecimo libro horum elementorum reperiuntur.]

Libri octo Apollonii conicorum continent theoremata sive diagrammata CCCCLXXXVII; lemmata LXX.

* * *

1) Proprie: *materiae quaestionum a natura propositae.*

2) Locum vergentis iam Graecitatis aetate conscriptum eaque de causa impeditissimum sic interpretatur Halleius: "Figurae perfecto gyro genitae rationem habent compositam ex ratione gyrantium et ex illâ rectarum similiter ad axes ductarum ab ipsarum gyrantium gravitatis centris. Ratio vero incompleto gyro genitarum fit ex ratione gyrantium et arcuum quos descripsere earundem centra gravitatis. Manifestum autem est horum arcuum rationem componi ex ratione ductarum ad axes et ex illa angulorum quos continent ductarum extremitates, si ad axes genitarum aestimantur". Quae praeterea recentiores mathematici in eo genere invenerint, v. apud Baltzer, *Elemente der Mathematik* II p. 265 edit. IV.

43 α'. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ Γ πρὸς Δ, καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν ΑΒ εἰς τὸν τῆς Γ πρὸς τὴν Δ λόγον. ἔκλινα πρὸς τὴν ΑΒ εὐθεῖαν ἐν γωνίᾳ τυχούσῃ εὐθεῖαν τὴν ΑΕ, καὶ τῇ μὲν Γ ἴσην ἀφεῖλον τὴν ΑΖ, τῇ δὲ Δ τὴν ΖΗ, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΒΗ ταύτῃ παράλληλον ἤγαγον τὴν ΖΘ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς ΖΗ, ἴση δέ ἐστιν ἡ μὲν ΑΖ τῇ Γ, ἡ δὲ ΖΗ τῇ Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· διῄρηται ἄρα κατὰ τὸ Θ σημεῖον, ὅπερ: ~

44 β'. Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΒΓ Δ, εὑρεῖν ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἄλλην τινὰ πρὸς τὴν Δ.

Πάλιν ἔκλινά τινα εὐθεῖαν τὴν ΓΕ ἐν τυχούσῃ γωνίᾳ, καὶ τῇ Δ ἴσην ἀπεθέμην τὴν ΓΖ. ἐπέζευξα τὴν ΒΖ καὶ ταύτῃ παράλληλον ἤγαγον τὴν ΗΑ. γίνεται οὖν πάλιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΓΖ, τουτέστιν πρὸς τὴν Δ· εὕρηται ἄρα ἡ ΖΗ.

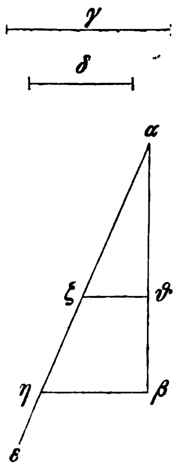
Ὁμοίως κἂν ἡ τρίτη δοθῇ, τὴν τετάρτην εὑρήσομεν.

45 γ'. Ἐχέτω τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι καὶ κατὰ σύνθεσιν τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ.

Πεποιήσθω γὰρ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως ἄλλο τι τὸ Η πρὸς τὸ ΕΖ· καὶ τὸ Η ἄρα πρὸς τὸ ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ· μεῖζόν ἄρα ἐστὶν τὸ Η τοῦ ΔΕ. κείσθω αὐτῷ ἴσον τὸ ΘΕ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΘΕ πρὸς τὸ ΕΖ,

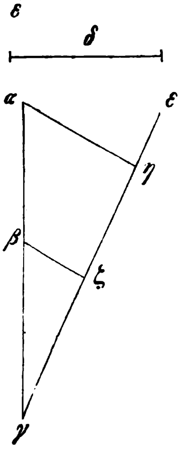
1. α' add. BS 3. ὁ Γ] $\overline{ΟΓ}$ A (sed O m. sec. in rasura), ὁ τῆς Γ Ha 4. εκλεινα (sine spir. et acc.) A, corr. BS 5. $\overline{αε}$ ABV, $\overline{αχ}$ Paris. 2368 S, ΑΗ Ha ἴση A, corr. BS 12. Β A[1] in marg. (BS) 14. εκλεινα (sine spir. et acc.) A, ἔκλινα BS ΓΕ Hu, $\overline{ΓΘ}$ AS, $\overline{γο}$ B, ΓΗ Ha 15. 16. καὶ ταύτῃ Ha, η και αυτηι (sine spir. et acc.) A, ἣ καὶ αὐτῇ S, καὶ αὐτῇ B 16. τὴν ΑΗ Ha 17. πρὸς τὴν $\overline{ΓΒ}$ ABS, corr. Ha 20. γ' add. B[s]V, β' add. S τὸ ΑΒ] scil. μέγεθος, et similiter posthac; conf. p. 688, 10 22. πρὸς τὸ $\overline{ΖΙ}$ A, corr. BS 27. τὸ ante ΕΖ add. S

LEMMATA IN LIBROS DE SECTIONE PROPORTIONIS ET SPATII.



I. Datam rectam in datam proportionem secare. Prop. 1

Sit data recta $\alpha\beta$, et data proportio $\gamma : \delta$, et necesse sit rectam $\alpha\beta$ secare in proportionem $\gamma : \delta$. Ad rectam $\alpha\beta$ sub quovis angulo inclino rectam $\alpha\varepsilon$ et rectae γ aequalem aufero $\alpha\zeta$, rectaeque δ *aequalem* $\zeta\eta$, et, iunctâ $\beta\eta$, huic parallelam duco $\zeta\vartheta$. Quoniam est $\alpha\vartheta : \vartheta\beta = \alpha\zeta : \zeta\eta$, et $\alpha\zeta = \gamma$, et $\zeta\eta = \delta$, est igitur $\alpha\vartheta : \vartheta\beta = \gamma : \delta$. Ergo *recta* $\alpha\beta$ *in datam proportionem* in puncto ϑ divisa est, q. e. d.

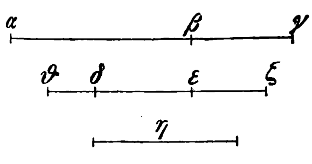


II. Tribus datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ δ, invenire aliam quandam, quae ad δ eandem proportionem atque $\alpha\beta : \beta\gamma$ habeat. Prop. 2

Rursus rectam quandam $\gamma\varepsilon$ sub quovis angulo inclino et rectae δ aequalem facio $\gamma\zeta$. Iungo $\beta\zeta$ eique parallelam duco $\alpha\eta$. Rursus igitur est $\alpha\beta : \beta\gamma = \eta\zeta : \zeta\gamma = \eta\zeta : \delta$; itaque inventa est $\zeta\eta$ *ad* δ *in eadem proportione atque* $\alpha\beta : \beta\gamma$.

Similiter etiam, si tertia data sit, quartam inveniemus.

III. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; dico etiam componendo esse $\alpha\gamma : \gamma\beta > \delta\zeta : \zeta\varepsilon$. Prop. 3



Fiat enim ut $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, ita aliud quiddam, *scilicet* η, ad $\varepsilon\zeta$; ergo est $\eta : \varepsilon\zeta > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; itaque (*elem.* 5, *10*) $\eta > \delta\varepsilon$. Ponatur $\vartheta\varepsilon = \eta$. Quoniam $\alpha\beta : \beta\gamma =$

συνθέντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΖΘ πρὸς τὸ ΖΕ. τὸ δὲ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ· *καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ.*

46 *δ'. Πάλιν δὴ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι καὶ τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΕΖ.*

Πάλιν γὰρ ἐπεὶ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ, ἐὰν ποιῶ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως ἄλλο τι πρὸς τὸ ΕΖ, ἔσται ἔλασσον τοῦ ΔΕ. ἔστω τὸ ΕΘ· γίνεται ἄρα καὶ ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ. τὸ δὲ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ· τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ.

47 *ε'. Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΕΖ.*

Πεποιήσθω γὰρ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως ἄλλο τι πρὸς τὸ ΕΖ· φανερὸν δὴ ὅτι μεῖζον ἔσται τοῦ ΔΕ. ἔστω τὸ ΗΕ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΕΗ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΕΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΕΗ, τουτέστιν ἤπερ τὸ ΒΓ πρὸς ΕΖ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΕΖ.

Τὰ δ' αὐτά, κἂν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ὅτι καὶ ἐναλλάξ. ἔσται γὰρ καὶ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως ἄλλο τι πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι ἔλασσον τοῦ ΔΕ. τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά.

48 *ϛ'. Τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ· ὅτι ἀναστρέψαντι τὸ ΓΑ πρὸς τὸ ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΕ.*

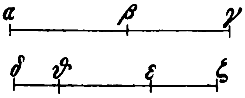
Πεποιήσθω γὰρ ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ

---

1. 2. *συνθέντι — πρὸς τὸ ΖΕ* (ante *τὸ δὲ*) om. *Ha* 2. 3. *μείζονα — ἤπερ τὸ* $\overline{\delta\zeta}$ *πρὸς τὸ* $\overline{\zeta\varepsilon}$ add. BS 5. *δ'* add. BS 15. $\overline{E}$ A[1] in marg. (BS) 20. *πρὸς τὸ ΗΕ Ha*, item vs. 22 25. *ἔχει* A, sed *ἔχῃ* corr. pr. man. 27. *ὅτι πρὸς ἐλάσσονα τοῦ* $\overline{\Delta E}$ ABS, corr. *Co* (*φανερὸν δὴ*

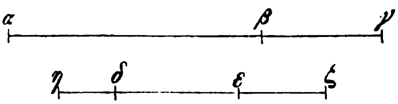
$\vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, componendo igitur est $\alpha\gamma : \gamma\beta = \vartheta\zeta : \zeta\varepsilon$. Sed est $\vartheta\zeta > \delta\zeta$ *quia* $\vartheta\varepsilon > \delta\varepsilon$); *itaque* (*elem. 5, 8*) $\vartheta\zeta : \zeta\varepsilon > \delta\zeta : \zeta\varepsilon$; ergo etiam $\alpha\gamma : \gamma\beta > \delta\zeta : \zeta\varepsilon$.

IV. Sit contra $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; dico item *componendo* esse $\alpha\gamma : \gamma\beta < \delta\zeta : \zeta\varepsilon$. Prop. 4



Rursus enim, quoniam $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, si faciam, ut $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, ita aliud quiddam ad $\varepsilon\zeta$, hoc erit minus quam $\delta\varepsilon$*). Sit $\varepsilon\vartheta$; ergo est etiam $\alpha\gamma : \gamma\beta = \vartheta\zeta : \zeta\varepsilon$. Sed est $\vartheta\zeta : \zeta\varepsilon < \delta\zeta : \zeta\varepsilon$; ergo $\alpha\gamma : \gamma\beta < \delta\zeta : \zeta\varepsilon$.

V. Sit rursus $\alpha\beta : \beta\gamma > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; dico etiam vicissim esse $\alpha\beta : \delta\varepsilon > \beta\gamma : \varepsilon\zeta$. Prop. 5



Fiat enim, ut $\alpha\beta : \beta\gamma$, ita aliud quiddam ad $\varepsilon\zeta$; apparet igitur id maius esse quam $\delta\varepsilon$ (*supra propos. 3*). Sit $\eta\varepsilon$; ergo vicissim est $\alpha\beta : \eta\varepsilon = \beta\gamma : \varepsilon\zeta$. Sed est (*elem. 5, 8*) $\alpha\beta : \delta\varepsilon > \alpha\beta : \eta\varepsilon$, id est $> \beta\gamma : \varepsilon\zeta$; ergo etiam $\alpha\beta : \delta\varepsilon > \beta\gamma : \varepsilon\zeta$.

Item, si $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, dico vicissim *esse* $\alpha\beta : \delta\varepsilon < \beta\gamma : \varepsilon\zeta$**). Erit enim, ut $\alpha\beta : \beta\gamma$, ita aliud quiddam ad $\varepsilon\zeta$. *Apparet* id minus esse quam $\delta\varepsilon$. Reliqua similiter *ac supra*.

VI. Sit $\alpha\gamma : \gamma\beta > \delta\zeta : \zeta\varepsilon$; dico convertendo esse $\gamma\alpha : \alpha\beta < \zeta\delta : \delta\varepsilon$. Prop. 6

Fiat enim, ut $\alpha\gamma : \gamma\beta$, ita $\delta\zeta$ ad aliud quiddam; erit

*) Hoc similiter atque in tertia propositione demonstrari voluit scriptor. Idem valet de similibus locis qui in proximis lemmatis sequuntur.

**) Conf. supra III propos. 3.

ὅτι ἔλασσον τοῦ ΔE coni. *Ge*; sed φανερὸν δὴ compendio dictionis omisit scriptor) 28. ϛ' add. BS 29. ἀναστρέψαντι τὸ $\overline{EA}$ A, corr. BS

ΔΖ πρὸς ἄλλο τι· ἔσται δὴ πρὸς ἔλασσον τοῦ ΖΕ. ἔστω πρὸς τὸ ΖΗ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΓΑ πρὸς τὸ ΑΒ, οὕτως τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΗ. τὸ δὲ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΕ· καὶ τὸ ΓΑ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΕ.

Ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ· ἀναστρέψαντι ἄρα *τὸ ΓΑ πρὸς τὸ ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΔΕ. ἔσται γὰρ ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ΔΖ πρὸς μεῖζόν τι μέγεθος τοῦ ΖΕ. καὶ τὰ λοιπὰ φανερά.*

49 *ζʹ. Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι ἀνάπαλιν τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ.*

Πεποιήσθω γὰρ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΔΕ πρός τι· ἔσται δὴ πρὸς ἔλασσον τοῦ ΕΖ. ἔστω πρὸς τὸ ΕΗ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ, οὕτως τὸ ΗΕ πρὸς τὸ ΕΔ. τὸ δὲ ΗΕ πρὸς τὸ ΕΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ· καὶ τὸ ΓΒ ἄρα πρὸς τὸ ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ.

Ὁμοίως δὴ κἂν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ *ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ, ἀνάπαλιν τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ. ἔσται γὰρ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ΔΕ πρὸς μεῖζόν τι τοῦ ΕΖ· τὰ δὲ λοιπὰ φανερά.*

Καὶ φανερὸν ἐκ τούτων ὅτι, ἐὰν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἔχῃ ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ, καὶ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ· ἐὰν δὲ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ, καὶ τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΕΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ.

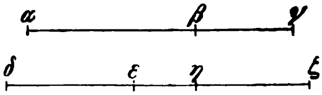
50 *ηʹ. Ἐχέτω τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἤπερ τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΕΖ· ὅτι καὶ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΔΖ.*

Πεποιήσθω γὰρ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ, οὕτως τὸ

---

4. 5. *καὶ τὸ ΓΑ ἄρα — πρὸς τὸ ΔΕ* add. *Sca* (item *Co*, nisi quod

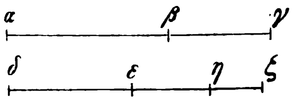
igitur ad minus quam $\zeta\varepsilon$. Sit ad $\zeta\eta$; convertendo igitur est $\gamma\alpha : \alpha\beta = \zeta\delta : \delta\eta$. Sed est $\zeta\delta : \delta\eta < \zeta\delta : \delta\varepsilon$; ergo etiam $\gamma\alpha : \alpha\beta < \zeta\delta : \delta\varepsilon$.



Similiter etiam sit $\alpha\gamma : \gamma\beta < \delta\zeta : \zeta\varepsilon$; ergo convertendo est $\gamma\alpha : \alpha\beta > \zeta\delta : \delta\varepsilon$. Erit enim, ut $\alpha\gamma : \gamma\beta$, ita $\delta\zeta$ ad maiorem quandam magnitudinem quam $\zeta\varepsilon$. Ac reliqua manifesta sunt.

VII. Rursus sit $\alpha\beta : \beta\gamma > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; dico e contrario esse Prop. 7
$\gamma\beta : \beta\alpha < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$.

Fiat enim, ut $\alpha\beta : \beta\gamma$, ita $\delta\varepsilon$ ad aliquid; erit igitur ad minus quam $\varepsilon\zeta$. Sit ad $\varepsilon\eta$; e contrario igitur est $\gamma\beta : \beta\alpha = \eta\varepsilon : \varepsilon\delta$. Sed est $\eta\varepsilon : \varepsilon\delta < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$; ergo etiam $\gamma\beta : \beta\alpha < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$.



Similiter etiam, si sit $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, e contrario est $\gamma\beta : \beta\alpha > \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$. Erit enim, ut $\alpha\beta : \beta\gamma$, ita $\delta\varepsilon$ ad maius aliquid quam $\varepsilon\zeta$; reliqua autem manifesta sunt.

Atque hoc etiam ex his apparet, si sit $\alpha\beta : \beta\gamma > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, esse etiam $\zeta\varepsilon : \varepsilon\delta > \gamma\beta : \beta\alpha$; sin vero sit $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, esse etiam $\zeta\varepsilon : \varepsilon\delta < \gamma\beta : \beta\alpha$.

VIII. Sit $\alpha\beta : \delta\varepsilon > \beta\gamma : \varepsilon\zeta$; dico esse etiam $\alpha\beta : \delta\varepsilon >$ Prop. 8
$\alpha\beta + \beta\gamma : \delta\varepsilon + \varepsilon\zeta$, *id est* $> \alpha\gamma : \delta\zeta$.

Fiat enim, ut $\alpha\beta : \delta\varepsilon$, ita $\beta\gamma$ ad aliquid; erit igitur ad

---

καὶ τὸ ΑΓ ἄρα) 7. ἄρα add. *Ha* 11. ζ' add. BS 13. πρὸς $\overline{ΕΔ}$ AB, τὸ add. S 15. ἔστω *Hu* pro ὥστε (ὡς coni. *Co*) 17. *ΗΕ* (post οὕτως τὸ) *Ha* pro $\overline{ΕΗ}$ πρὸς τὸ $\overline{εδ}$ ἐλάσσονα S *Ha*, τὸ om. AB 18. 19. καὶ τὸ *ΓΒ* ἄρα — πρὸς τὸ *ΕΔ* add. *Co Sca* 20. πρὸς τὸ *ΒΓ* add. *Co Sca* 22. πρὸς τὸ $\overline{εδ}$ S, τὸ om. AB 23. οὕτως] ουτος (sine spir. et acc.) A, οὕτω BS 25. ἐκ τούτου *Ha* 26. ἔχει A, corr. BS 31. η' add. BS

ΒΓ πρός τι· ἔσται δὴ πρὸς ἔλασσον τοῦ ΕΖ. ἔστω πρὸς τὸ ΗΕ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ὅλην τὴν ΔΗ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ΔΖ· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ.

Καὶ φανερὸν ὅτι ὅλη ἡ ΑΓ πρὸς ὅλην τὴν ΔΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ.

Κἂν ἐλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης.

51 θʹ. *Ἐχέτω δὴ πάλιν ὅλη ἡ ΑΓ πρὸς ὅλην τὴν ΔΖ μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ· ὅτι καὶ λοιπὴ ἡ ΒΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ.*

Πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ, *οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΗ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΗΖ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ. ἡ δὲ ΒΓ πρὸς τὴν* ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν *ΖΗ· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ.*

Ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσονα, ἡ λοιπὴ ἐλάσσονα.

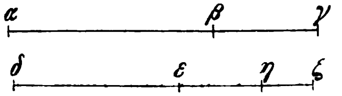
52 ιʹ. *Ἔστω μεῖζον μὲν τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ἴσον δὲ τὸ Δ τῷ Ε· ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ Ε.*

Κείσθω γὰρ τῷ Γ ἴσον τὸ ΒΖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΖ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε. ἀλλὰ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΒΖ πρὸς τὸ Γ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ Ε.

---

2. post *πρὸς ὅλην τὴν ΔΗ* add. *ἐστὶν* A³BS 4. *ἤπερ πρὸς τὴν ΔΗ* ABS, corr. *Sca* (idem voluit *Co*) *καὶ ἡ α ΑΒ ἄρα* A, sed *α* deletum 8. *ἐλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης Co, ελασσον τὸ μέρος μεῖζον ὅλης* A(BS), *ἐλάσσονα τὰ μέρη, μείζονα ὅλαι,* h. e. *ἐὰν δύο εὐθειῶν τὰ μέρη πρὸς ἄλληλα ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἤπερ τῶν αὐτῶν τὰ ἕτερα μέρη, ὅλαι αἱ εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας μείζονα λόγον ἕξουσιν ἤπερ τὰ προειρημένα μέρη, Hu* (conf. etiam cap. 51 extr.) 9. *θʹ* add. BS 13. *Πεποιήσθω — τὴν ΔΖ* add. *Co*, *ἔστω* et cetera perinde add. *Sca* 15. 16. *ΕΖ μείζονα — πρὸς τὴν* (ante *ΖΗ*) add. *Co Sca* 18. *ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων* ABS, *ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων Co*, corr. *Hu* *ἡ λοιπὴ ἐλάσσονα Hu, η λοιπη μείζων* A(BS), *ἡ λοιπὴ ἐλάσσων* (debuit *τῆς λοιπῆς ἐλάσσων*) *Co* 19. *ιʹ* add. BS

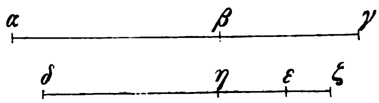
minus quam $\varepsilon\zeta$. Sit ad $\varepsilon\eta$; ergo etiam est tota ad totam[1]) $\alpha\gamma : \delta\eta = \alpha\beta : \delta\varepsilon$. Sed est $\alpha\gamma : \delta\eta > \alpha\gamma : \delta\zeta$; ergo etiam $\alpha\beta : \delta\varepsilon > \alpha\gamma : \delta\zeta$.



Et apparet esse totam ad totam $\alpha\gamma : \delta\zeta < \alpha\beta : \delta\varepsilon$.

Et si partium *duarum rectarum proportio* minor *sit quam alterarum partium*, maior *erit proportio* totarum *rectarum quam illarum priorum partium* (*vel: si sit* $\alpha\beta : \delta\varepsilon < \beta\gamma : \varepsilon\zeta$, *erit* $\alpha\beta + \beta\gamma : \delta\varepsilon + \varepsilon\zeta$, *id est* $\alpha\gamma : \delta\zeta > \alpha\beta : \delta\varepsilon$).

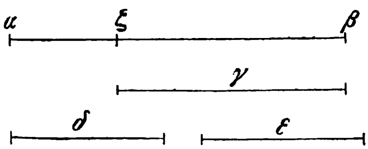
IX. Rursus sint rectae $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ earumque partes $\alpha\beta$ $\delta\varepsilon$, Prop. 9
et sit $\alpha\gamma : \delta\zeta > \alpha\beta : \delta\varepsilon$; dico subtrahendo esse $\beta\gamma : \varepsilon\zeta > \alpha\gamma : \delta\zeta$.



Fiat enim, ut $\alpha\gamma$ ad $\delta\zeta$, ita $\alpha\beta$ ad $\delta\eta$; ergo etiam subtrahendo $\beta\gamma : \eta\zeta = \alpha\gamma : \delta\zeta$. Sed est $\beta\gamma : \varepsilon\zeta > \beta\gamma : \eta\zeta$; ergo etiam $\beta\gamma : \varepsilon\zeta > \alpha\gamma : \delta\zeta$.

Sin vero tota ad totam minorem *proportionem habeat quam pars ad partem, etiam* reliqua *ad reliquam* minorem *proportionem habebit quam tota ad totam* (*vel: si sit* $\alpha\gamma : \delta\zeta < \alpha\beta : \delta\varepsilon$, *erit etiam* $\beta\gamma : \varepsilon\zeta < \alpha\gamma : \delta\zeta$).

X. Sit $\alpha\beta > \gamma$, et $\delta = \varepsilon$; dico esse $\alpha\beta : \gamma > \delta : \varepsilon$. Prop. 10



Ponatur enim $\beta\zeta = \gamma$; est igitur $\beta\zeta : \gamma = \delta : \varepsilon$. Sed est $\alpha\beta : \gamma > \beta\zeta : \gamma$; ergo etiam $\alpha\beta : \gamma > \delta : \varepsilon$.

1) Sic ad Graeci sermonis similitudinem brevitatis causa scripsimus et hoc loco et paucis aliis qui sequuntur, ubi Pappus elementorum quinti propositionem 12 adhibuit, ex qua in proportionibus, ut unum antecedentium ad unum sequentium, ita est summa antecedentium ad summam consequentium.

Καὶ φανερὸν ὅτι, ἂν ἔλασσον τὸ ΑΒ τοῦ Γ, τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, διὰ τὸ ἀνάπαλιν.

53 ια'. Ἀλλὰ ἔστω μεῖζον μὲν τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ἔλασσον δὲ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ· ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ.

Φανερὸν μὲν οὖν καὶ ἄνευ ἀποδείξεως· εἰ γὰρ ὄντος ἴσου τοῦ ΔΕ τῷ Ζ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ, ἐλάσσονος ὄντος πολλῷ μείζονα λόγον ἕξει. διὰ ἀποδείξεως δὲ οὕτως· ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστιν τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ἐὰν ποιῶ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ, οὕτως ἄλλο τι πρὸς τὸ Ζ, ἔσται μεῖζον τοῦ Ζ, ὥστε καὶ τοῦ ΔΕ. ἔστω οὖν [αὐτῷ ἴσον] τὸ ΗΕ· τὸ ΗΕ ἄρα πρὸς τὸ Ζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ. ἀλλ' ὡς τὸ ΗΕ πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ.

Καὶ φανερὸν ὅτι, ὅπου τὸ ἔλασσον, ἀεὶ ἐλάσσονα.

Καὶ ὅτι μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ τοῦ ὑπὸ τῶν Γ ΔΕ· ἴσον γὰρ αὐτῷ ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν Γ ΕΗ, ὅ ἐστιν μεῖζον τοῦ ὑπὸ τῶν Γ ΔΕ.

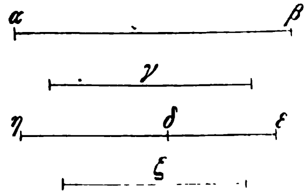
54 ιβ'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ· ὅτι πάντα μὲν τὰ μεταξὺ τῶν Α Γ σημείων εἰς ἐλάσσονας λόγους διαιρεῖ τὴν ΑΒ τοῦ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, πάντα δὲ τὰ μεταξὺ τῶν Γ Β εἰς μείζονας.

Εἰλήφθω γὰρ σημεῖα ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Γ τὰ Δ Ε. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων μὲν ἡ ΔΑ τῆς ΑΓ, μείζων δὲ ἡ ΔΒ τῆς ΒΓ, ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ ἐλάσ-

4. ια' Bs, idem paulo supra ante Καὶ φανερὸν add. SV 5. τὸ ΔΕ τοῦ Ζ Co, τὸ Δ τοῦ Ε ABV, τὸ δ τοῦ υ S 6. ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ Co pro ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ Ε 7. ἄνευ Co pro διὰ 12. πρὸς τὸ Ζ Ha auctore Co pro πρὸς τὸ ΖΕ 13. αὐτῷ ἴσον del. Hu 17. ἀεὶ ελαττονα A(BS), καὶ ἐλάσσονα Hu 18. 19. τῶν ΑΒΖ τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΔΕ — τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΗ A, distinx. V (Bs, τῶν α β ζ ac reliqua similiter S) 20. μεῖζον τοῦ ὑπὸ Bs Sca (idem voluit Co), μεῖζον τὸ ὑπὸ ASV τῶν ΓΔΕ A, distinx. V (Bs, τῶν γ δ ε S)

Et manifestum est, si sit $\alpha\beta < \gamma$, esse $\alpha\beta : \gamma < \delta : \varepsilon$, propter inversam rationem.

XI. Sed sit $\alpha\beta > \gamma$, et $\delta\varepsilon < \zeta$; dico esse $\alpha\beta : \gamma > \delta\varepsilon : \zeta$. Prop. 11

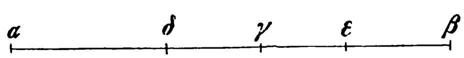


Manifestum est vel sine demonstratione; nam si (*propter superius lemma*) aequaliter positis $\delta\varepsilon$ et ζ, est $\alpha\beta : \gamma > \delta\varepsilon : \zeta$, erit, facto $\delta\varepsilon$ minore quam ζ, multo $\alpha\beta : \gamma > \delta\varepsilon : \zeta$. Demonstratio autem sic se habet: quoniam est $\alpha\beta > \gamma$, si fecerim, ut $\alpha\beta$ ad γ, ita aliud quiddam ad ζ, hoc erit maius quam ζ; ergo etiam maius quam $\delta\varepsilon$. Sit igitur $\eta\varepsilon$; ergo $\eta\varepsilon : \zeta > \delta\varepsilon : \zeta$. Sed erat $\eta\varepsilon : \zeta = \alpha\beta : \gamma$; ergo etiam $\alpha\beta : \gamma > \delta\varepsilon : \zeta$.

Et apparet, ubi *est primum* minus *quam secundum, et tertium maius quam quartum, proportionem* semper minorem esse (*vel: si sit* $\alpha\beta < \gamma$, *et* $\delta\varepsilon > \zeta$, *esse* $\alpha\beta : \gamma < \delta\varepsilon : \zeta$).

Apparet etiam, *suppositis iisdem atque initio huius propositionis*, esse $\alpha\beta \cdot \zeta > \gamma \cdot \delta\varepsilon$; est enim $\alpha\beta \cdot \zeta = \gamma \cdot \varepsilon\eta$, et $\gamma \cdot \varepsilon\eta > \gamma \cdot \delta\varepsilon$ (*infra propos. 16*).

XII. *Sit* recta $\alpha\beta$, eaque secetur in γ; dico omnia inter α et γ puncta rectam $\alpha\beta$ in minores proportiones dirimere quam $\alpha\gamma : \gamma\beta$, omnia autem inter γ et β in maiores. Prop. 12



Sumantur enim ad utramque puncti γ partem puncta δ et ε. Quoniam est $\delta\alpha < \alpha\gamma$, et $\delta\beta > \beta\gamma$, erit (*propter superius lemma*) $\delta\alpha : \alpha\gamma < \delta\beta : \beta\gamma$. Vicissim igitur (*propter huius libri propos. 5*)

---

21. ιβ' add. BS ἔστω ante ἡ $\overline{AB}$ add. *Ha* καὶ δίχα τετμήσθω V² 22. τῶν $\overline{\varDelta\Gamma}$ σημείων A, corr. BS 24. τῶν $\overline{\Gamma B}$ A, distinx. BS εἰς μείζονας B^s *Sca* (idem voluit *Co*), εἰς μείζονα ASV 25. ἐφ' ἑκατέρᾳ *Ha* τὰ $\overline{\varDelta E}$ A, distinx. BS 27. δὲ ante $\varDelta A$ πρὸς τὴν $A\Gamma$ add. ASV, del. *Sca* (om. B^s), ἡ $\varDelta A$ ἄρα πρὸς τὴν $A\Gamma$ coni. *Co* 28. καὶ ante ἐναλλάξ add. *Ha*, ἄρα post idem add. *Co*

σονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Α Γ σημείων.

Πάλιν ἐπεὶ μείζων μέν ἐστιν ἡ ΕΑ τῆς ΑΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΕΒ τῆς ΒΓ, ἡ ΕΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν μεταξὺ τῶν Γ Β λαμβανομένων σημείων.

55 *ιγʹ. Ἐὰν εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τμηθῇ δίχα κατὰ τὸ Γ, πάντων τῶν λαμβανομένων σημείων μέγιστον ἀποτέμνει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ τὸ Γ σημεῖον.*

Ἐὰν γὰρ ληφθῇ σημεῖον τὸ Δ, γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ· ὥστε μεῖζόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ. *τὰ δὲ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα.*

56 *Λέγω δ' ὅτι καὶ αἰεὶ τὸ ἔγγιον τοῦ Γ τοῦ ἀπώτερον μεῖζον χωρίον ποιεῖ.*

Εἰλήφθω γὰρ καὶ ἕτερον σημεῖον τὸ Ε μεταξὺ τῶν Α Δ· δεικτέον ὅτι μεῖζόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ, ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ ἄρα μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ. ὧν τὸ ἀπὸ ΔΓ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΓΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ μεῖζόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ.

57 *ιδʹ. Εἰ γὰρ εἴη τὸ Α μετὰ τοῦ Β ἴσον τῷ Γ μετὰ τοῦ ΔΕ, καὶ ἔλασσον τὸ Β τοῦ ΔΕ, μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ Α τοῦ Γ.*

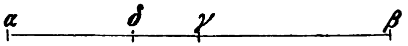
---

2. *τῶν* $\overline{ΑΓ}$ A, distinx. BS 7. *ἔχειν* A, corr. BS 8. *μεταξὺ καὶ τῶν* ABS, *καὶ* del. *Hu* *τῶν* $\overline{ΓΒ}$ A, distinx. BS 10. *ιγʹ* add. BS 15. 16. *τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ* add. *Hu* 17. *ἀπωτέρου Ha* 18. *μείζονα* AB, corr. S 19. 20. *τῶν* $\overline{ΑΔ}$ A, distinx. BS, *τῶν* $\overline{α}\ \overline{γ}$· *sit autem τὸ* $\overline{δ}$ *propius τῷ* $\overline{γ}$ *quam τὸ* $\overline{ε}$ V2 20. *ὑπὸ τῶν* $\overline{ΑΔΒ}$ *τοῦ*

est $\alpha\delta : \delta\beta < \alpha\gamma : \gamma\beta$. Similiter demonstrabimus idem de omnibus inter α et γ punctis.

Rursus quoniam est $\varepsilon\alpha > \alpha\gamma$, et $\varepsilon\beta < \beta\gamma$, erit $\varepsilon\alpha : \alpha\gamma > \varepsilon\beta : \beta\gamma$; vicissim igitur est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta > \alpha\gamma : \gamma\beta$. Similiter idem de omnibus punctis *demonstratur*, quae inter γ et β sumuntur.

XIII. Si sit recta $\alpha\beta$, eaque bifariam secetur in γ, omnium Prop. 13
punctorum quae *in eadem recta praeterea* sumuntur punctum γ efficit maximum $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta$.

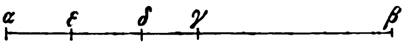


Si enim sumatur punctum δ, fit (*propter elem.* 2, 5)

$$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \delta\gamma^2 = \alpha\gamma^2$$
$$= \alpha\gamma \cdot \gamma\beta;$$

ergo est $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta > \alpha\delta \cdot \delta\beta$. Eadem etiam de *omnibus* aliis *punctis demonstrantur.*

Sed dico etiam, quodcunque punctum propius est γ, id Prop. 14
semper maius rectangulum efficere quam remotius *punctum.*



Sumatur enim etiam aliud punctum ε inter α et δ. Demonstrandum est esse $\alpha\delta \cdot \delta\beta > \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$. Quoniam est, *ut supra,*

$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \delta\gamma^2 = \alpha\gamma^2$, atque etiam
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \varepsilon\gamma^2 = \alpha\gamma^2$, est igitur
$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \delta\gamma^2 = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \varepsilon\gamma^2$.

In quibus est $\delta\gamma^2 < \varepsilon\gamma^2$; restat igitur $\alpha\delta \cdot \delta\beta > \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$.

XIV. Si enim sit $\alpha + \beta = \gamma + \delta\varepsilon$, et $\beta < \delta\varepsilon$, erit $\alpha > \gamma$. Prop. 15

---

bis scripta sunt in A 22. 23. ἔστιν δὲ καὶ — τῶι ἀπὸ τῆς $\overline{ΑΓ}$ om. A[1], add. A[2] in marg. (BS) 22. τὸ add. V[2] 25. post ὧν τὸ ἀπὸ ΔΓ repetunt ἴσον ἐστὶ τῷ — ὧν τὸ ἀπὸ et tum pro ΔΓ ponunt $\overline{δζ}$ SV, item ὧν τὸ ἀπὸ δζ e suo codice affert *Co* 27. ἔστι ABS 28 — p. 696, 4. haec propositio a scholiasta quodam non ultra prima mathematicorum elementa progresso adiecta esse videtur 28. ιδ' add. BS 29. 30. μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ ΔΕ τοῦ Β· ὅτι μεῖζον τὸ Α τοῦ Γ coni. *Co*

Κείσθω γὰρ τῷ Β ἴσον τὸ ΔΖ· τὸ Α ἄρα μετὰ τοῦ ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ΔΕ μετὰ τοῦ Γ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ Α ἴσον ἐστὶν τοῖς Γ ΖΕ, ὥστε μεῖζόν ἐστιν τὸ Α τοῦ Γ.

58 *ιϛ΄. Ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· ὅτι μεῖζόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν Α Δ τοῦ ὑπὸ τῶν Β Γ.*

Πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ε· καὶ ἡ Γ ἄρα πρὸς τὴν Ε μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν Δ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ Ε τῆς Δ. καὶ κοινὸν ὕψος ἡ Α· ἔλασσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν Ε Α τοῦ ὑπὸ τῶν Α Δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν Α Ε ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν Β Γ. ἔλασσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν Β Γ τοῦ ὑπὸ τῶν Α Δ, ὥστε μεῖζόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν Α Δ τοῦ ὑπὸ τῶν Β Γ.

Ὁμοίως καὶ ἐὰν ἐλάσσων γίνηται, ἔλασσον καὶ τὸ χωρίον τοῦ χωρίου.

59 *Ἀλλὰ δὴ ἔστω πάλιν μεῖζον τὸ ὑπὸ τῶν Α Δ τοῦ ὑπὸ τῶν Β Γ· ὅτι ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ.*

Κείσθω γὰρ τῷ ὑπὸ τῶν Α Δ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν Β Ε· γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τὸ ὑπὸ τῶν Β Ε τοῦ ὑπὸ τῶν Β Γ, ὥστε καὶ ἡ Ε τῆς Γ μείζων. ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Δ. ἡ δὲ Ε πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β.

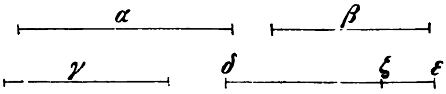
Ὁμοίως καὶ ἀναστρέψαντι.

60 *ιζ΄. Δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ, καὶ τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ ΒΔ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ· ὅτι ἡ ΓΕ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.*

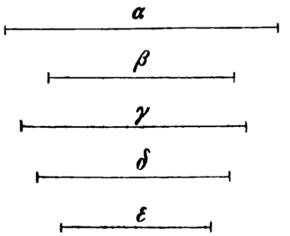
---

3. *τοῖς* $\overline{ΓΖΕ}$ A, distinx. BV (*τοῖς* $\bar{γ}$ $\bar{ζ}$ $\bar{ε}$ S) 5. *ιε΄* add. BS 6. 7. $\overline{ΑΔ}$ — $\overline{ΒΓ}$, et similiter toto hoc et proximo capite $\overline{ΕΑ}$ — $\overline{ΑΔ}$ cet. A, distinx. BS 15. *ἐλάσσων*] *ἔλασσον* ABS, *ἐλάσσων ὁ λόγος* Ha *γίνηται* Ha 22. *ὥστε καὶ ἡ* $\overline{Β}$ ABS, corr. *Co Sca* 22—24. *ὡς δὲ ἡ* $\overline{Α}$ *πρὸς τὴν* $\overline{Δ}$ *οὕτως ἡ* $\overline{Β}$ *πρὸς τὴν* $\overline{Ε}$. *ἡ δὲ* $\overline{Β}$ *πρὸς τὴν* $\overline{Ε}$ *μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν* $\overline{Γ}$. *καὶ ἡ* $\overline{Α}$ *ἄρα* (*ἡ δ' ἄρα* B, *καὶ ἡ* $\bar{δ}$ *ἄρα* SV)

Ponatur enim $\delta\zeta = \beta$; ergo $\alpha + \delta\zeta = \delta\varepsilon + \gamma$. Subtrahatur commune $\delta\zeta$; restat igitur $\alpha = \gamma + \zeta\varepsilon$, ita ut sit $\alpha > \gamma$.



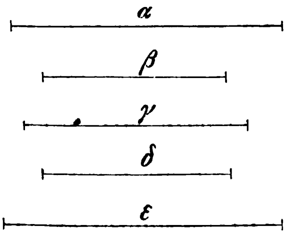
XV. Sit $\alpha : \beta > \gamma : \delta$; dico esse $\alpha \cdot \delta > \beta \cdot \gamma$. Prop. 16



Fiat enim $\gamma : \varepsilon = \alpha : \beta$; ergo etiam $\gamma : \varepsilon > \gamma : \delta$, itaque (*elem.* 5, 10) $\varepsilon < \delta$. Et communis sit altitudo α (*sive: multiplicetur et* ε *et* δ *cum* α); erit igitur $\alpha \cdot \varepsilon < \alpha \cdot \delta$. Sed est $\alpha \cdot \varepsilon = \beta \cdot \gamma$; ergo $\beta \cdot \gamma < \alpha \cdot \delta$, itaque $\alpha \cdot \delta > \beta \cdot \gamma$.

* Similiter etiam, si minor *proportio* fiat, minus *erit* spatium spatio (*vel, si sit* $\alpha : \beta < \gamma : \delta$, erit $\alpha \cdot \delta < \beta \cdot \gamma$).

Sed rursus sit $\alpha \cdot \delta > \beta \cdot \gamma$; dico esse $\alpha : \beta > \gamma : \delta$.



Ponatur enim $\beta \cdot \varepsilon = \alpha \cdot \delta$; ergo fit $\beta \cdot \varepsilon > \beta \cdot \gamma$, itaque etiam $\varepsilon > \gamma$. Sed est $\alpha : \beta = \varepsilon : \delta$, atque $\varepsilon : \delta > \gamma : \delta$; ergo etiam $\alpha : \beta > \gamma : \delta$.

Similiter etiam vice versa, *si minus sit spatium spatio, proportio minor erit.*

XVI. *Sint* duae rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, earumque media proportionalis sit $\beta\delta$, et ponatur $\delta\varepsilon = \alpha\delta$; dico $\gamma\varepsilon$ differentiam esse, qua summa rectarum $\alpha\beta + \beta\gamma$ eam rectam superat, cuius quadratum aequale est quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel brevius: dico esse* $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma - 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$). Prop. 17

πρὸς τὴν Γ A(BS), corr. *Co* *al Ha* 26. ις' add. BS εὐθεῖαι ἔστωσαν

Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ ΑΒΓ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ ὑπερέχει τῇ ΓΕ, ἡ ΓΕ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ· συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒΕ δύο εἰσὶν αἱ ΒΔ, δύο δὲ αἱ ΒΔ δύνανται τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἡ ΓΕ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.

61 ιζʹ. Ἔστω δὴ πάλιν ἡ τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἡ ΒΔ, καὶ κείσθω τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΔΕ· ὅτι ἡ ΓΕ σύγκειται ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΒΓ καὶ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΓΕ ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν ΓΔ ΔΕ, ἴση δέ ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΔΕ, ἡ ΓΕ ἄρα ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν ΑΔ ΔΓ, τουτέστιν ἐκ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΒΓ καὶ δύο τῶν ΒΔ. δύο δὲ αἱ ΒΔ δύνανται τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἡ ΓΕ ἄρα ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΒΓ καὶ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.

62 ιηʹ. Πάλιν τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ἡ ΒΔ, καὶ τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ· ὅτι ἡ ΑΕ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ τῆς. δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΒΓ.

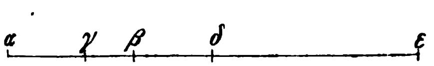
Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ ΑΒΓ συναμφοτέρου τῆς ΕΒΓ ὑπερέχει τῇ ΑΕ, συναμφότερος δὲ ἡ ΕΒΓ δύο εἰσὶν αἱ ΒΔ, τουτέστιν ἡ δυναμένη τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, ἡ ΑΕ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.

63 ιθʹ. Πάλιν τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ ΒΔ, καὶ τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ· ὅτι ἡ ΑΕ ἐστὶν ἡ συγκει-

10. ιζʹ add. BS καὶ B^s *Ha*, om. ASV 16. τῆς *Hu* pro τῶν 21. ιηʹ et 30. ιθʹ add. BS

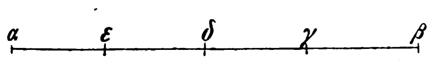
Quoniam summa rectarum $\alpha\beta + \beta\gamma$ superat summam $\alpha\beta + \beta\varepsilon$ rectâ $\gamma\varepsilon$, est igitur $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma - (\alpha\beta + \beta\varepsilon)$ *). Sed est $\alpha\beta + \beta\varepsilon = \alpha\delta + \delta\beta + \beta\varepsilon$, *sive* (*quoniam est* $\delta\varepsilon = \alpha\delta$) $= \beta\delta + \beta\varepsilon + \varepsilon\delta = 2\beta\delta$. Sed *quia ex hypothesi est* $\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, *sive* $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$, *fit igitur* [1]) $(2\beta\delta)^2 = 4\alpha\beta \cdot \beta\gamma$; ergo $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma - 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$.

XVII. Iam rursus sit $\beta\delta$ media *proportionalis* rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et ponatur $\delta\varepsilon = \alpha\delta$; dico $\gamma\varepsilon$ compositam esse ex $\alpha\beta + \beta\gamma$ et ea recta, cuius quadratum aequale est quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel: esse* $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma + 2\sqrt{\alpha\beta . \beta\gamma}$). Prop. 18



Quoniam est $\gamma\varepsilon = \gamma\delta + \delta\varepsilon$, et $\delta\varepsilon = \alpha\delta$, est igitur $\gamma\varepsilon = \alpha\delta + \delta\gamma$, id est $= \alpha\beta + \beta\gamma + 2\beta\delta$. Sed est, *ut in superiore lemmate*, $(2\beta\delta)^2 = 4\alpha\beta \cdot \beta\gamma$; ergo $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma + 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$.

XVIII. Rursus sit $\beta\delta$ media proportionalis rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; dico $\alpha\varepsilon$ differentiam esse, qua summa rectarum $\alpha\beta + \beta\gamma$ eam rectam superat, cuius quadratum aequale est quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel: dico esse* $\alpha\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma - 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$). Prop. 19



Quoniam est $\alpha\beta + \beta\gamma - (\varepsilon\beta + \beta\gamma) = \alpha\varepsilon$, et $\varepsilon\beta + \beta\gamma = \varepsilon\delta + \delta\gamma + 2\gamma\beta = 2\delta\gamma + 2\gamma\beta$ **) $= 2\delta\beta$, id est (*propos. 17*) $= 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$, est igitur $\alpha\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma - 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$.

XIX. Rursus sit $\beta\delta$ media proportionalis rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; dico $\alpha\varepsilon$ compositam esse ex summa $\alpha\beta +$ Prop. 20

*) Brevius nostrae aetatis mathematici dixerint: *quoniam est* $\gamma\varepsilon = \gamma\beta - \varepsilon\beta$, *communi additâ rectâ* $\alpha\beta$ *fit* $\gamma\varepsilon = \alpha\beta + \gamma\beta - (\alpha\beta + \varepsilon\beta)$.

1) "Quia $\overline{\beta\delta}$ est media proportionalis τῶν $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\beta\gamma}$, τὸ ἀπὸ τῆς $\overline{\beta\delta}$ est aequale τῷ ὑπὸ τῶν $\overline{\alpha\beta\gamma}$. ergo τὸ ἀπὸ τῆς διπλασίας $\overline{\beta\delta}$ est aequale ei quod fit quater ex $\overline{\alpha\beta\gamma}$" V^2, et similiter *Co*.

**) Addita sunt media secundum *Co*.

μένη ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ καὶ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΕ σύγκειται ἐκ τῶν ΑΔ ΔΕ, ἴση δέ ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΔΓ, ἡ ΑΕ ἄρα σύγκειται ἐκ τῶν ΑΔ ΔΓ, τουτέστιν συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ καὶ δύο τῶν ΒΔ. δύο δὲ αἱ ΒΔ δύνανται τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἡ ΑΕ ἄρα ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ καὶ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.

[Ταῦτα λαμβάνεται εἰς τὴν τοῦ λόγου ἀποτομήν· ταῦτα καὶ εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομὴν λαμβάνεται, διαφερόντως μόνον.]

Πρόβλημα εἰς τὸ δεύτερον λόγου ἀποτομῆς, χρήσιμον εἰς τὴν τοῦ ιγ' τόπου ἀνακεφαλαίωσιν.

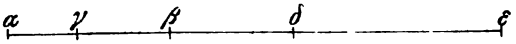
64 Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΒΓ, λαβεῖν ἐπεκβαλόντα τὴν ΑΔ δοθὲν τὸ Δ ποιοῦν τὸν τῆς ΒΔ πρὸς ΔΑ λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ἡ ΑΒΓ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ. [ἄλλως οὐχ οἷόν τε συστῆναι, εἰ μὴ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΒ ΑΓ ἴση ᾖ τῇ ΕΑ ὑπεροχῇ, ὅλη δὲ ἡ ΔΑ ὅλῃ τῇ ΑΒ, καὶ ἔτι τὰς ΕΑ ΑΓ ΓΒ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὴν ΓΒ τῆς ΔΕ διπλασίαν εἶναι.]

Ἔστω γεγονός, καὶ ἡ ὑπεροχὴ ἔστω ἡ ΑΕ (ἐν γὰρ τοῖς ἐπάνω εὕρομεν αὐτήν)· ἔστιν οὖν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΕ· καὶ ἐναλλὰξ καὶ διελόντι καὶ χωρίον χωρίῳ τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΓ ΕΑ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔΕ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΕΑ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔΕ. καὶ παρὰ δοθεῖσαν τὴν ΓΕ παράκειται ὑπερβάλλον τετραγώνῳ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Δ.

---

7. τῆς ΑΒΓ *Hu* pro τῶν ΑΒΓ 9. Ταῦτα — 11. μόνον interpolatori tribuit *Hu* 12 — p. 704, 6] haec a posteriore scriptore addita esse suspicatur *Ge* 14. ἐπεκβαλοντα (sine acc.) A(B), ἐπεκβάλλοντα S 18. ἄλλως — 22. εἶναι del. *Ha* 18. ουχοιονται A(B), corr. S 25. καὶ (ante χωρίον) add. *Ha* 29. τετράγωνον ABS, corr. *Ha* ἐστὶ καὶ τὸ Δ *Ha*

$\beta\gamma$ et ea recta, cuius quadratum aequale est quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel: esse* $\alpha\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma + 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$).

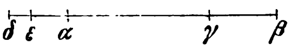


Quoniam est $\alpha\varepsilon = \alpha\delta + \delta\varepsilon$, et $\delta\varepsilon = \delta\gamma$, est igitur $\alpha\varepsilon = \alpha\delta + \delta\gamma = \alpha\beta + \beta\gamma + 2\beta\delta$. Sed est, *ut supra lemm. XVI*, $(2\beta\delta)^2 = 4\,\alpha\beta \cdot \beta\gamma$; ergo $\alpha\varepsilon = \alpha\beta + \beta\gamma + 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$.

[Haec *lemmata* ad sectionem proportionis sumuntur; praeterea ad sectionem spatii, diversum tamen in modum, sumuntur haece.]

Problema ad secundum librum de sectione proportionis, utile ad summariam repetitionem loci decimi tertii.

Duabus datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ et producta $\beta\alpha$ ad δ, sumere Prop. 21
datum punctum δ faciens proportionem $\beta\delta : \delta\alpha$ eandem quam $\gamma\delta$ habet ad differentiam, qua summa rectarum $\alpha\beta + \beta\gamma$ superat eam rectam, cuius quadratum aequale est quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel: faciens proportionem* $\beta\delta : \delta\alpha = \gamma\delta : \alpha\beta + \beta\gamma - 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$)[1].



Factum iam sit, ac differentia sit $\alpha\varepsilon$ (quam supra *lemm. XVIII* invenimus); est igitur $\beta\delta : \delta\alpha = \gamma\delta : \alpha\varepsilon$, et vicissim $\beta\delta : \gamma\delta = \delta\alpha : \alpha\varepsilon$, et dirimendo $\beta\gamma : \gamma\delta = \delta\varepsilon : \varepsilon\alpha$, itaque *aequale* rectangulum rectangulo $\beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha = \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$. Datum autem est $\beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha$; ergo etiam $\gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$ datum, quod ad datam $\gamma\varepsilon$ applicatur excedens quadrato[2]; datum igitur est punctum δ.

1) Sequuntur in codice haec aliena a proposito: "Aliter constitui non potest, nisi si sit summa $\delta\beta + \alpha\gamma$ aequalis differentiae $\varepsilon\alpha$, et tota $\delta\alpha$ toti $\alpha\beta$, praeterea *oportet* rectas $\varepsilon\alpha$ $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$ inter se proportionem habere eandem quam quadratus numerus ad quadratum numerum *habet*, et $\gamma\beta$ esse duplam $\delta\varepsilon$".

2) Scilicet, quia est $\gamma\delta = \gamma\varepsilon + \varepsilon\delta$, rectangulum $\gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$ superat rectangulum $\gamma\varepsilon \cdot \delta\varepsilon$ quadrato ex $\delta\varepsilon$; data igitur est recta $\delta\varepsilon$ datumque punctum δ propter Euclidis dat. propos. 59. 27. Excedens, quod dicitur, quadratum significat formulam quadratae aequationis. Quoniam enim punctum δ ita inveniatur necesse est, ut sit $\beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha = \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon = (\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta) \cdot \delta\varepsilon$, si pro $\delta\varepsilon$ notam x ponemus, erit $x^2 + \gamma\varepsilon \cdot x = \beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha$. Conf. Herm. Hankel, *Geschichte der Mathematik* p. 98 sq.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω ἡ ὑπεροχὴ ἡ ΕΑ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΕΑ ἴσον πάλιν τῇ ΓΕ παραβεβλήσθω ὑπερβάλλον τετραγώνῳ τὸ ὑπὸ ΓΔΕ· λέγω ὅτι τὸ ζητούμενον σημεῖόν ἐστιν τὸ Δ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΕΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔΕ, ἀνάλογον καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ ἐστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΕΑ, ἥτις ἐστὶν ἡ ὑπεροχή. τὰ δ' αὐτά, κἂν ζητῶμεν λαβεῖν σημεῖον ποιοῦν ὡς τὴν ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως τὴν ΓΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ καὶ τῆς δυναμένης τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, ὅπερ: ~

65 [*Τὸ πρῶτον λόγου ἀποτομῆς ἔχει τόπους ζ', πτώσεις κδ', διορισμοὺς δὲ ε', ὧν τρεῖς μὲν μέγιστοι, δύο δὲ ἐλάχιστοι· καὶ ἔστιν μέγιστος μὲν κατὰ τὴν τρίτην πτῶσιν τοῦ ε' τόπου, ἐλάχιστος δὲ κατὰ τὴν β' τοῦ ἕκτου τόπου καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν τοῦ ζ', μέγιστοι δὲ οἱ κατὰ τὰς τετάρτας τοῦ ἕκτου καὶ τοῦ ἑβδόμου. τὸ δεύτερον λόγου ἀποτομῆς* ἔχει τόπους ιδ', πτώσεις δὲ ξγ', διορισμοὺς δὲ τοὺς ἐκ

66 τοῦ πρώτου· ἀπάγεται γὰρ ὅλον εἰς τὸ πρῶτον. τὸ πρῶτον χωρίου ἀποτομῆς *ἔχει τόπους ζ', πτώσεις κδ', διορισμοὺς ζ', ὧν δ' μὲν μέγιστοι, τρεῖς δὲ ἐλάχιστοι· καὶ ἔστιν μέγιστος μὲν ὁ κατὰ τὴν δευτέραν τοῦ πρώτου τόπου καὶ ὁ κατὰ τὴν πρώτην* τοῦ β' τόπου καὶ ὁ κατὰ τὴν β' *τοῦ δ' τόπου καὶ ὁ κατὰ τὴν τρίτην τοῦ ἕκτου, ἐλάχιστοι δὲ ὁ κατὰ τὴν τρίτην τοῦ τρίτου τόπου καὶ ὁ κατὰ τὴν δ' τοῦ δ' καὶ ὁ κατὰ τὴν πρώτην τοῦ ϛ'. τὸ δεύτερον χωρίου ἀποτομῆς ἔχει τόπους ιγ', πτώσεις ξ', διορισμοὺς δὲ τοὺς ἐκ τοῦ πρώτου· ἀπάγεται γὰρ εἰς αὐτό.*]

67 [*Ἐπιστήσειεν ἄν τις διὰ τί ποτε μὲν τὸ λόγου ἀποτομῆς δεύτερον ἔχει τόπους ιδ', τὸ δὲ τοῦ χωρίου ιγ'. ἔχει δὲ διὰ τόδε, ὅτι ὁ ζ' ἐν τῷ τοῦ χωρίου ἀποτομῆς τόπος παραλείπεται ὡς φανερός· ἐὰν γὰρ αἱ παράλληλοι ἀμφό-*

---

2. *πάλιν τῇ ΓΕ* B[s] *Ha*, *πάλιν τὴν* $\overline{ΓΕ}$ AS, *παρὰ τὴν* $\overline{γε}$ V 10. *ὅπερ* BS, *ὃ* A 11. cap. 65 sq. repetita sunt e cap. 6 et 8 15. *τὴν αὐτὴν Ha* pro *τῆς αὐτῆς* 17. *ἔχει τόπους* — 19. *ἀποτομῆς* ex cap. 6 et 8 add. *Ha* 22. *τοῦ δευτέρου τόπου καὶ ὁ κατὰ τὴν δευτέραν* add. *Ha* 22. 23. post *τοῦ δ' τόπου* repetunt *καὶ ὁ κατὰ τὴν πρώτην τοῦ*

Componetur autem hoc modo: Sit differentia $\varepsilon\alpha$, et rursus rectangulo $\beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha$ aequale rectangulum $\gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$ applicetur ad rectam $\gamma\varepsilon$ excedens quadrato; dico punctum quod quaeritur esse δ. Quoniam est $\beta\gamma \cdot \varepsilon\alpha = \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem igitur est $\beta\gamma : \gamma\delta = \delta\varepsilon : \varepsilon\alpha$, et componendo $\beta\delta : \delta\gamma = \delta\alpha : \alpha\varepsilon$, et vicissim $\beta\delta : \delta\alpha = \gamma\delta : \varepsilon\alpha$, quae quidem (*scil.* $\varepsilon\alpha$) est differentia. Idem etiam *contingit*, si punctum sumere velimus, quod faciat, ut $\beta\delta : \delta\alpha$, ita $\gamma\delta$ ad eam rectam, quae ex summa $\alpha\beta + \beta\gamma$ eaque recta componitur, cuius quadratum aequale sit quattuor rectangulis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ (*vel: quod faciat* $\beta\delta : \delta\alpha = \gamma\delta : \alpha\beta + \beta\gamma + 2\sqrt{\alpha\beta \cdot \beta\gamma}$), q. e. d.

[Primus liber de proportionis sectione locos habet septem, casus viginti quattuor, determinationes quinque, quarum tres sunt maximae, duae minimae. Estque maxima ad tertium casum quinti loci, minima ad secundum sexti et ad secundum septimi; tum maximae ad quartos *casus* sexti et septimi *loci.* Secundus liber de proportionis sectione *habet locos quattuordecim, casus sexaginta tres, determinationes easdem ac primus liber; nam ad hunc totus refertur. Primus liber de spatii sectione* habet locos septem, casus viginti quattuor, determinationes septem, quarum quattuor maximae, tres minimae sunt. Maximae sunt ad secundum casum primi loci, ad primum *secundi loci, ad secundum* quarti loci, ad tertium sexti; minimae ad tertium *casum* tertii loci, ad quartum quarti, ad primum sexti. Secundus liber de spatii sectione habet locos tredecim, casus sexaginta, determinationes easdem ac primus liber, ad quem refertur.]

[Sed quaerat quispiam, qua tandem de causa secundus de proportionis sectione liber locos quattuordecim, *secundus* autem de spatii *sectione* tredecim *tantum* habeat. Verum id inde evenit, quod in *secundo libro* de spatii sectione septimus locus tamquam manifestus omittitur; nam si duae paral-

---

$\overline{\Delta}$ *τόπου* AB 26. *ξ Ha*, $\overline{Z}$ AS, *ἕπτα* B *δὲ Ha* pro $\overline{\Delta}$ 28. *τὸ λόγου Ha* pro *τοῦ λόγου* 29. *δεύτερον* B[s] *Ha*, *δευτέρου* AS *τοῦ* om. *Ha* 30. *τοῦ* del. *Hu* 31. *παραλέλειπται* SV *τεραι ἐπὶ τὰ πέρατα πίπτωσιν, οἷα ἂν διαχθῇ, δοθὲν ἀποτέμνει χωρίον· ἴσον γὰρ γίνεται τῷ ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν περάτων καὶ τῆς ἀμφοτέρων τῶν ἐξ ἀρχῆς τῇ θέσει δοθεισῶν εὐθειῶν συμβολῆς. ἐν δὲ τῷ λόγου ἀποτομῆς οὐκέτι ὁμοίως· διὰ τοῦτο οὖν προέχει τόπον ἕνα εἰς τὸ ἕβδομον τοῦ δευτέρου, καὶ τὰ λοιπὰ ὄντα τὰ ὄντα.*]

Διωρισμένης τομῆς πρῶτον.

Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ πέμπτου προβλήματος.

68 *α΄. Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ ἐπ' αὐτῆς τρία σημεῖα τὰ Γ Δ Ε, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΔΕ, ἀνάλογον ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ὅλην τὴν ΒΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ἀνάπαλιν. πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ὅλην τὴν ΓΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, ὥστε καὶ ὁ συνημμένος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΓΕ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΑΕ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΔ. ἀλλ' ὁ μὲν συνημμένος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΓΕ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΑΕ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ ἐστίν, ὁ δὲ συνημμένος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ καὶ ἐξ οὗ ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ ὁ τῆς ΒΔ πρὸς ΔΕ ἐστίν· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ, ὅπερ: ∼

Ἄλλως τὸ αὐτό.

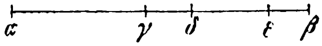
69 *β΄. Ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, ἀνάλογον καὶ ὅλη πρὸς ὅλην ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ. συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος*

lelae in terminos *datos* cadant, quaecunque recta ducta fuerit, abscindet datum rectangulum; id enim aequale est illi rectangulo, quod continetur rectis quae sunt inter terminos et concursum duarum rectarum ab initio positione datarum. Sed in *secundo libro* de proportionis sectione aliter res se habet, eaque de causa *hic liber* uno loco, scilicet septimo, abundat; reliqua autem conveniunt.]

LEMMATA IN SECTIONIS DETERMINATAE LIBRUM PRIMUM.

Lemma utile ad primum epitagma quinti problematis.

I. Sit recta $\alpha\beta$ in eaque tria puncta $\gamma\ \delta\ \varepsilon$, et sit $\alpha\delta \cdot \delta\gamma$ Prop. 22
$= \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$; dico esse $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.



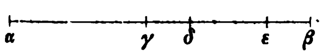
Quoniam enim est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem est $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, et tota ad totam $\alpha\varepsilon : \beta\gamma = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, et e contrario $\beta\gamma : \alpha\varepsilon = \delta\gamma : \varepsilon\delta$. Rursus quoniam est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem igitur est $\alpha\delta : \delta\varepsilon = \beta\delta : \delta\gamma$, et tota ad totam $\alpha\beta : \gamma\varepsilon = \beta\delta : \delta\gamma$. Sed erat $\beta\gamma : \alpha\varepsilon = \delta\gamma : \varepsilon\delta$, ita ut sit per formulam compositae proportionis $\frac{\alpha\beta}{\gamma\varepsilon} \cdot \frac{\beta\gamma}{\alpha\varepsilon} = \frac{\beta\delta}{\delta\gamma} \cdot \frac{\delta\gamma}{\varepsilon\delta}$, sive

$$\alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \beta\delta : \delta\varepsilon, \text{ q. e. d.}$$

Similiter demonstratur esse $\alpha\delta : \delta\gamma = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$.

Aliter idem.

II. Quoniam est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem igitur



est $\varepsilon\delta : \delta\gamma = \alpha\delta : \delta\beta$, et tota ad totam $\alpha\varepsilon : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\beta$.

---

1. οἷα ἂν *Hu* auctore *Co* pro οἷα ἐὰν 3. καὶ om. *Ge* 5. οὐκέτι] *non adhuc — contingit Co*, οὐκ ἔστι coni. *Ge* 5. 6. voluisse videtur scriptor τόπῳ ἑνί, τουτέστιν ἑβδόμῳ . . . τὰ λοιπά ἐστι τὰ αὐτά 5. εἰς τὸν *Ge* 6. ἕβδομον *Ha* pro δεύτερον 10. $\overline{\alpha}$ A[1] in marg. (S), om. B[s] 11. τὰ $\overline{\Gamma\Delta E}$ A, distinx. BS 19. 20. καὶ ὅλη — πρὸς $\Delta\Gamma$ om. Paris. 2368 SV cod. *Co*, καὶ ὅλη ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $\overline{\alpha\delta}$ πρὸς τὴν $\overline{\delta\varepsilon}$ οὕτως ἡ $\overline{\beta\delta}$ πρὸς $\overline{\delta\gamma}$ B, καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ πρὸς $\overline{\gamma\varepsilon}$ V[2] 20. ἄρα ἡ $\overline{\Delta B}$ A, corr. *Co* ἐστιν ὡς ἡ $\overline{BA}$ A, corr. *Co* 21. καὶ ὡς ἡ $\overline{B\Gamma}$ ABV[2] *Co*, καὶ ὡς ἡ $\overline{\beta\delta}$ S 24. ἔκ τε B[c], ἐκ AB[1]S 28. πρὸς $\overline{\Delta\Gamma}$ καὶ A[1]V[2], πρὸς $\overline{\Delta E\Gamma}$ καὶ A[3]BS 30. πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\overline{A\Delta\Gamma}$ AS, corr. BV[2] 32. $\overline{B}$ A[1] in marg. (BS)

ἡ ΑΕ ΓΒ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΕ ΓΒ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ὅλην τὴν ΓΒ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΓ· ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΕ ΓΒ καὶ τῆς ΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΕ ΓΒ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ· ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΕ ΓΒ καὶ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΕ ΓΒ καὶ τῆς ΔΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Ἄλλως εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ πέμπτου προβλήματος, πρότερον προθεωρηθέντων τῶν ἑξῆς δύο.

70 γ΄. Ἔστω ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΓΔ τυχὸν τὸ Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΕΓ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετραγώνου ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ ἄρα μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετραγώνῳ, τουτέστιν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΕΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΖ τετραγώνῳ. καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΕΓ.

71 δ΄. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ Ε σημεῖον ἐκτὸς τῆς ΑΔ· ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΓ.

Τετμήσθω πάλιν ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ζ· τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΖΕ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΒΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΒΔΓ καὶ τοῦ

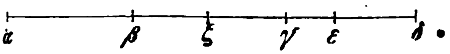
5. τὴν ΓΒ] τὴν $\overline{\beta\gamma}$ S, τὴν om. AB   10. καὶ τῆς $\overline{ΒΔ}$ πρὸς τοῦ

Componendo est $\alpha\varepsilon + \gamma\beta : \gamma\beta = \alpha\beta : \beta\delta$; ergo $(\alpha\varepsilon + \gamma\beta) \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$. Rursus quoniam est $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, est igitur tota ad totam $\alpha\varepsilon : \gamma\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$. Ergo e contrario $\gamma\beta : \alpha\varepsilon = \delta\gamma : \varepsilon\delta$, et componendo $\alpha\varepsilon + \gamma\beta : \alpha\varepsilon = \varepsilon\gamma : \varepsilon\delta$; *itaque* $(\alpha\varepsilon + \gamma\beta) \cdot \varepsilon\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$. Demonstravimus autem $(\alpha\varepsilon + \gamma\beta) \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$; ergo vicissim *facta proportione* $(\alpha\varepsilon + \gamma\beta) \cdot \beta\delta : (\alpha\varepsilon + \gamma\beta) \cdot \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, id est $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.

Aliter in primum epitagma quinti problematis, duobus lemmatis demonstrandi causa praemissis.

III. Sit recta $\alpha\beta = \gamma\delta$, et in $\gamma\delta$ quodvis punctum ε; dico esse $\alpha\gamma \cdot \gamma\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$. Prop. 23

Secetur recta $\beta\gamma$ bifariam in puncto ζ; ergo est (*propter elem.* 2, 5) $\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\zeta^2 = \zeta\delta^2$. Eadem ratione est etiam

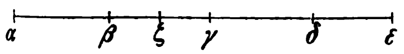


$$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \zeta\varepsilon^2 = \zeta\delta^2; \text{ ergo}$$
$$\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\zeta^2 = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \zeta\varepsilon^2, \text{ id est}$$
$$= \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\zeta^2\,{}^{*)}.$$

Subtrahatur commune $\gamma\zeta^2$; restat igitur $\alpha\gamma \cdot \gamma\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.

IV. Iisdem suppositis sit punctum ε extra $\alpha\delta$; dico rursus esse $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\delta \cdot \delta\gamma$. Prop. 24

Rursus $\beta\gamma$ bifariam secetur in ζ; ergo est (*propter elem.* 2, 6)



$$\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\zeta^2 = \zeta\varepsilon^2, \text{ itaqua } (\textit{quia etiam } \alpha\zeta = \gamma\delta)$$
$$\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\zeta^2 = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \delta\zeta^2, \text{ id est}$$
$$= \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\delta \cdot \delta\gamma + \gamma\zeta^2.$$

*) Elem. 2, 6 citat *Co*; "quia quadratum ἀπὸ τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$ est aequale ei quod fit ex $\overline{\beta\varepsilon\gamma}$ et quadrato τῆς $\overline{\gamma\zeta}$" adnotat V[2].

ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $\overline{AE}$ $\overline{\Gamma B}$ AB, om. Paris. 2368 SV cod. *Co*, corr. V[2] *Co* 15. γʹ add. BS 20. διὰ ταῦτα AB, διὰ τὰ αὐτὰ S 21. ἀπὸ τῆς $\overline{Z}$ ABS, corr. V τετραγωνον A(B), corr. S 26. 27. καὶ τὸ ὑπὸ A, corr. BS 28. $\overline{\delta}$ A[1] in marg. (BS) 29. 30. ἴσον. τῶι ὑπὸ τῶν $\overline{A\Delta E}$ A(BS), corr. V[2] *Co* 33. 34. τῶι ὑπὸ $\overline{A\Delta E}$ A(BS), corr. V[2] *Co* 34. τουτἔστιν τῶι ὑπὸ $\overline{B\Gamma\Delta}$ A(BS), corr. V[2] *Co* ἀπὸ ΓΖ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΓΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΔΓ.

72 εʹ. Τούτων προτεθεωρημένων δεῖξαι ὅτι, ἐὰν τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον τῷ ὑπὸ ΔΒΕ, γίνεται ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ.

Κείσθω γὰρ τῇ ΓΕ ἴση ἡ ΖΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΔΒΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΖΒΕ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΖ ΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΖΒΕ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ. ἀλλὰ ταῦτα διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσα ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΖΓΕ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΒΕ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. ἔξωθεν τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΒΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΕΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ.

73 ϛʹ. Ἐὰν ᾖ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ δύο διαχθῶσιν ὡς ΑΔ ΑΕ, ὥστε τὰς ὑπὸ ΒΑΓ ΔΑΕ γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι, γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ.

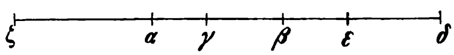
Ἐὰν γὰρ περιγράψωμεν κύκλον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, καὶ ἐκβληθῶσιν αἱ ΕΑ ΓΑ ἐπὶ τὰ Ζ Η, μεταβαίνει τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΒΓΔ εἰς τὸ ὑπὸ τῶν ΗΓΑ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ εἰς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕΑ, καὶ δεήσει ἐναλλὰξ ζητῆσαι, εἰ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΗΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ. τοῦτο δὲ ταὐτόν ἐστιν τῷ

---

2. τῶι ὑπὸ τῶν $\overline{ΑΔΕ}$ A(BS), corr. V[2] *Co* 3. $\bar{ε}$ A[1] in marg. (BS) 4. post ἴσον add. ἡ V[2] ἡ $\overline{ΔΒ}$ πρὸς $\overline{ΒΓ}$ ABS, corr. *Co* 8. ἄρα τὸ ὑπὸ $\overline{ΔΖΒ}$ ABS, corr. V[2] *Co* 12. ἔξωθεν τὸ ὑπὸ τῶν Δ $\overline{ΖΔΕ}$ A, sed prius Δ delevit prima m. 14. ΑΕΓ] $\overline{ΔΕΓ}$ ABS, corr. V[2] *Co* 15. ἐστὶν] ἄρα coni. *Co* ὡς ἡ $\overline{ΑΒ}$ AS, corr. BV[2] *Co* οὕτω A[a]BS 15. 16. ΖΔΕ — ὑπὸ τῶν add. V[2] *Co* 18. ἴσον ἐστιν τῶν A, corr. BS 19. ὑπὸ (ante ΑΕΓ) add. *Hu* 20. ϛʹ add. BS ὡς] αἱ B 25. ἐπὶ

Subtrahatur commune $\gamma\zeta^2$; restat igitur $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\delta \cdot \delta\gamma$.

V. His praemissis demonstrandum est, si sit $\alpha\beta \cdot \beta\gamma =$ $\delta\beta \cdot \beta\varepsilon$, esse $\alpha\delta \cdot \delta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \delta\beta : \beta\varepsilon$. Prop 25



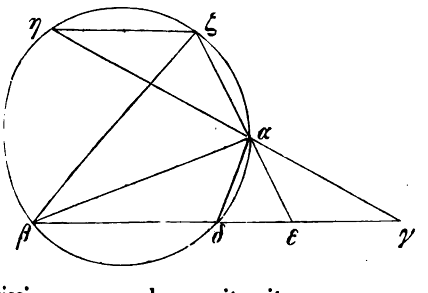
Ponatur enim $\zeta\alpha = \gamma\varepsilon$. Quoniam igitur est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \delta\beta \cdot \beta\varepsilon$, addatur commune $\zeta\beta \cdot \beta\varepsilon$; ergo summa rectangulorum $\zeta\beta \cdot \beta\varepsilon + \delta\beta \cdot \beta\varepsilon$, *id est* $\zeta\delta \cdot \beta\varepsilon = \zeta\beta \cdot \beta\varepsilon + \alpha\beta \cdot \beta\gamma$. Sed est propter superius *lemma III* (*propos. 23*)

$$\zeta\beta \cdot \beta\varepsilon + \alpha\beta \cdot \beta\gamma = \zeta\gamma \cdot \gamma\varepsilon, \text{ id est } = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma; \text{ ergo}$$
$$\zeta\delta \cdot \beta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma.$$

Iam extrinsecus *adsumpto* rectangulo $\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$ *fiat proportio ad utrumque;* est igitur

$$\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon : \zeta\delta \cdot \beta\varepsilon$$
$$= \delta\varepsilon : \beta\varepsilon. \text{ Componendo est}$$
$$\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \delta\beta : \beta\varepsilon.$$ Sed est propter superius *lemma IV* (*propos. 24*)
$$\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\delta \cdot \delta\gamma; \text{ ergo}$$
$$\alpha\delta \cdot \delta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \delta\beta : \beta\varepsilon.$$

VI. Si sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, duaeque $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$ ita ducantur, Prop. 26
ut anguli $\beta\alpha\gamma + \delta\alpha\varepsilon$ duobus rectis aequales sint, fit $\beta\gamma \cdot \gamma\delta : \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \gamma\alpha^2 : \alpha\varepsilon^2$.



Si enim circa triangulum $\alpha\beta\delta$ circulum describamus, rectaeque $\varepsilon\alpha$ $\gamma\alpha$ ad *circumferentiae* puncta ζ η producantur, pro $\beta\gamma \cdot \gamma\delta$ substituitur $\eta\gamma \cdot \gamma\alpha$, pro $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ autem $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha$, et vicissim quaerendum erit, sitne $\eta\gamma \cdot \gamma\alpha : \gamma\alpha^2 = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha : \varepsilon\alpha^2$, idque

---

τὰ ZH A, distinx. BS 27. εἰ om. S, εἰ ἔστιν coni. Co 29. ἀπὸ τῆς ΘΕΔ AB, corr. S τὸ αυτόν A, τὸ αὐτό BS, corr. Hu ζητεῖν, εἰ ἔστιν ὡς ἡ ΗΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ. εἰ ἄρα ἔστιν, ἡ ΗΖ παράλληλός ἐστιν τῇ ΒΓ. ἔστιν δέ· ἐπεὶ γὰρ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΔΑΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΗ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΑΕ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΖΒΔ ἐκτὸς τετραπλεύρου, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΗ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΖΗ· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΔ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΖΗ γωνίᾳ. καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΒΓ. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. εἰ ἄρα: ~

Ἄλλως τὸ αὐτό.

74 ζʹ. Ἔστωσαν ἐν τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΔΑΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Ε τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΕΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΖΕ γωνίᾳ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕΗ τῷ ἀπὸ ΑΕ. ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς μὲν ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΒΕ, ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΗΕ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ, ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς ΖΕ καὶ ἐκ τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς ΗΕ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΒ πρὸς ΒΕ καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΕ. ἀλλ' ὁ μὲν συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς ΖΕ καὶ τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς ΗΕ ὁ τοῦ ἀπὸ ΓΑ ἐστὶν πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΕ ΗΕ, τουτέστιν πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ, ὁ δὲ συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΒ πρὸς ΒΕ καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΕ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ὑπὸ ΒΓ

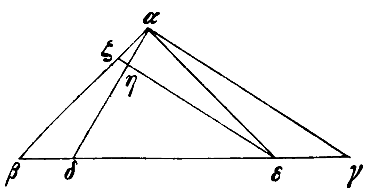
---

2. εἰ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ cet. ABS, accentum et interpunctionem corr. *Hu* (longe aliter *Co*: εἰ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ παράλληλος τῇ ΒΓ, γίνεται ὡς ἡ ΗΓ πρὸς τὴν ΓΑ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ. ἔστι δέ cet.) 5. 6. ἐκτὸς τετραπλεύρου ABS, ἐντὸς τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τετραπλεύρου βζαδ V2 8. παράλληλος om. AB cod. *Co*, add. Paris. 2368 SV 9. ἐζητοῦμεν S, ἐζητεῖτο μεν A(B) 11. ζʹ add. BS Ἔστω ABS, corr. Paris. 2368[2] V[2] 12. 13. γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔΕ coni. *Co*, itemque cum codice sub finem demonstrationis, quae falsa esse apparet 13. οὕτω add. *Ge* 18. συνημμένης A, corr. BS 19. καὶ ἐκ τοῦ τῆς ΓΑ A[s]S, καὶ ἐκ τοῦ τῆς γδ B cod. *Co*

idem est ac si quaeras, sitne $\eta\gamma : \gamma\alpha = \zeta\varepsilon : \varepsilon\alpha$. Si igitur ita esse *statuitur, dirimendo fit* $\eta\alpha : \alpha\gamma = \zeta\alpha : \alpha\varepsilon$; *ergo triangulum* $\eta\alpha\zeta$ *simile triangulo* $\gamma\alpha\varepsilon$, *et* $\eta\zeta$ parallela *rectae* $\varepsilon\gamma$, *id est* rectae $\beta\gamma$. *Sic* est autem. Quoniam enim anguli $\beta\alpha\gamma + \delta\alpha\varepsilon$ duobus rectis aequales sunt, est $\angle\,\delta\alpha\varepsilon = \angle\,\beta\alpha\eta$. Sed est $\angle\,\delta\alpha\varepsilon = \angle\,\zeta\beta\delta$, *quia ipse* $\delta\alpha\varepsilon$ *est* extra quadrilaterum $\beta\zeta\alpha\delta$ *circulo inscriptum* [1]), et $\angle\,\beta\alpha\eta = \angle\,\beta\zeta\eta$, *quia sunt in eodem segmento* [2]); ergo etiam $\angle\,\zeta\beta\delta = \angle\,\beta\zeta\eta$. Et sunt *hi anguli* alterni; ergo est $\eta\zeta \parallel \beta\gamma$. Hoc autem quaerebatur. Si igitur cet.

Aliter idem.

VII. Sint in triangulo $\alpha\beta\gamma$ anguli $\beta\alpha\gamma + \delta\alpha\varepsilon$ duobus rectis aequales; dico esse $\beta\gamma \cdot \gamma\delta : \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \gamma\alpha^2 : \alpha\varepsilon^2$. Prop. 27



Ducatur per ε $\varepsilon\zeta \parallel \alpha\gamma$; ergo $\angle\,\delta\alpha\varepsilon = \angle\,\alpha\zeta\varepsilon$ *); *itaque triangulum* $\alpha\eta\varepsilon$ *simile triangulo* $\zeta\alpha\varepsilon$, *et* $\alpha\varepsilon : \varepsilon\eta = \zeta\varepsilon : \alpha\varepsilon$ **); ergo $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta = \alpha\varepsilon^2$. Quoniam igitur *propter parallelas* $\alpha\gamma$ $\zeta\varepsilon$ est $\alpha\gamma : \zeta\varepsilon = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, et $\gamma\alpha : \eta\varepsilon = \gamma\delta : \delta\varepsilon$, per formulam igitur compositae proportionis est $\frac{\alpha\gamma}{\zeta\varepsilon} \cdot \frac{\gamma\alpha}{\eta\varepsilon} = \frac{\gamma\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\gamma\delta}{\delta\varepsilon}$. Sed est

$$\frac{\gamma\alpha}{\zeta\varepsilon} \cdot \frac{\alpha\gamma}{\eta\varepsilon} = \gamma\alpha^2 : \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta, \text{ id est } = \gamma\alpha^2 : \alpha\varepsilon^2, \text{ et}$$

1) Nimirum angulus $\zeta\alpha\delta$ et cum angulo $\delta\alpha\varepsilon$ (propter rectam $\zeta\varepsilon$) et cum $\zeta\beta\delta$ (propter elem. 3, 22) duos rectos efficit (*Co*). Similiter V², qui tamen in demonstrando miris ambagibus utitur, quas hic repetere non attinet.

2) Haec addit V²; elem. 3, 21 citat *Co*.

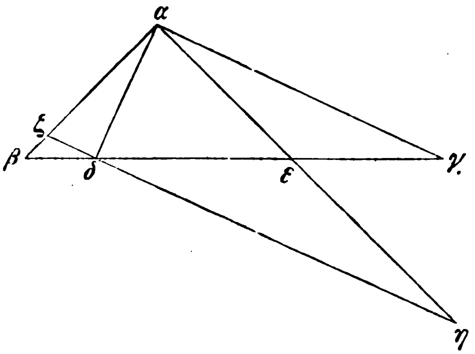
*) Quoniam angulus $\beta\alpha\gamma$ et cum angulo $\delta\alpha\varepsilon$ (ex hypothesi) et cum $\alpha\zeta\varepsilon$ (propter parallelas $\alpha\gamma$ $\zeta\varepsilon$) duos rectos efficit (*Co*).

**) Addita haec secundum *Co*; similitudinem triangulorum demonstrat etiam V²: "quia angulus $\overline{\zeta\varepsilon\alpha}$ est communis duorum triangulorum $\overline{\zeta\varepsilon\alpha}$ $\overline{\eta\varepsilon\alpha}$ et anguli $\overline{\eta\alpha\varepsilon}$ $\overline{\alpha\zeta\eta}$ aequales, triangula sunt similia".

25 — 712, 2. τοῦ ὑπὸ $\overline{ΒΓ}$ $\overline{ΒΕ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{ΓΔ}$ $\overline{ΔΕ}$ ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν $\overline{ΓΒΕ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ (τῶν add. B) $\overline{ΓΔΕ}$ ABS, corr. *Sca* V² (nisi quod V² in priore parte brevius: τοῦ ὑπὸ $\overline{βγδ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{βεδ}$)

ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕ ΔΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ.

75 η΄. Ἔστω πάλιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν ΒΑΕ ΓΑΔ γωνία ὀρθή· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ.



Ἤχθω διὰ τοῦ Δ τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ καθ᾽ ὃ συμπίπτει τῇ ΑΕ, ἔστω τὸ Η σημεῖον· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΖ. ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΔΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΑ τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΔΗ. ἀλλὰ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΔΗ συνῆπται λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΔΗ, τουτέστιν ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΖΔ, τουτέστιν ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ὁ δὲ συνημμένος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ὑπὸ ΒΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ τετράγωνον.

76 θ΄. Τούτου ὄντος ἄλλως τὸ προγεγραμμένον λῆμμα· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Δ τυχοῦσά τις εὐθεῖα ἡ ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον ὑποκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΓΖ ΕΖ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν

$\frac{\gamma\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\gamma\delta}{\delta\varepsilon} = \beta\gamma \cdot \gamma\delta : \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; ergo

$\beta\gamma \cdot \gamma\delta : \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \gamma\alpha^2 : \alpha\varepsilon^2$.

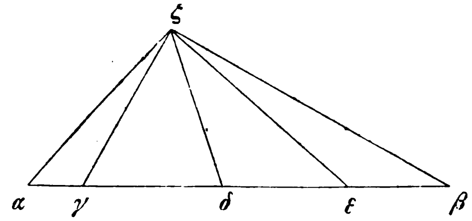
VIII. Sint rursus anguli $\beta\alpha\varepsilon$ et $\gamma\alpha\delta$ recti; dico esse Prop. 28
$\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \gamma\alpha^2 : \alpha\delta^2$.

Ducatur per δ $\zeta\eta \parallel \alpha\gamma$, sitque η punctum concursus cum *producta* $\alpha\varepsilon$; ergo rectus est angulus $\alpha\delta\zeta$. Sed etiam angulus $\zeta\alpha\eta$ (*id est* $\beta\alpha\varepsilon$) rectus est; ergo $\zeta\delta \cdot \delta\eta = \alpha\delta^2$ *); est igitur *per proportionem* $\gamma\alpha^2 : \zeta\delta \cdot \delta\eta = \gamma\alpha^2 : \alpha\delta^2$. Sed est

$$\gamma\alpha^2 : \zeta\delta \cdot \delta\eta = \frac{\gamma\alpha}{\delta\eta} \cdot \frac{\gamma\alpha}{\zeta\delta}$$
$$= \frac{\gamma\varepsilon}{\varepsilon\delta} \cdot \frac{\gamma\beta}{\beta\delta} \text{ **)}$$
$$= \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon; \text{ ergo est}$$

$\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \gamma\alpha^2 : \alpha\delta^2$.

IX. Hoc cum ita sit, *primum* lemma, quod supra scrip- Prop. 29
tum est, esse $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, aliter *demonstrari potest.*



Ducatur a puncto ζ quaevis recta $\zeta\delta$, sitque $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \delta\zeta^2$, *atque, ut in primo lemmate,* $\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, et iungantur $\alpha\zeta$ $\gamma\zeta$ $\varepsilon\zeta$ $\beta\zeta$. Quoniam igitur est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \delta\zeta^2$, *per proportionem est* $\alpha\delta : \delta\zeta = \delta\zeta : \delta\gamma$;

*) Quia perpendicularis est $\alpha\delta$ in triangulo orthogonio $\zeta\alpha\eta$. (Elem. 6, 8 et 17 citat *Co.*)

**) Est enim $\gamma\alpha : \delta\eta = \gamma\varepsilon : \varepsilon\delta$ propter similitudinem triangulorum $\alpha\gamma\varepsilon$ et $\delta\eta\alpha$; tum $\gamma\alpha : \zeta\delta = \gamma\beta : \beta\delta$, quia "propter parallelas $\overline{\zeta\delta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ triangula $\alpha\beta\gamma$ $\zeta\beta\delta$ sunt similia", ut adnotat V².

2. οὕτως τὸ ἀπὸ $\overline{\Gamma\Delta}$ A, corr. BS 4. η' add. V ὑπὸ τῶν $\overline{B\Delta E}$ AB, corr. S 5. 6. πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\overline{\Delta BE}$ ABS, corr. *Sca* V² *Co* 21. οὕτω add. *Ge* 22. ἀλλὰ ὁ — ὑπὸ $\overline{Z\Delta H}$ bis scripta sunt in A, sed altera expuncta 30. ϑ' add. V 35. αἱ $\overline{\alpha\zeta}$ V² pro αἱ $\overline{\Delta Z}$ (corr. etiam *Co* in Lat. vers.)

ΓΖΔ ἴση ἐστὶν τῇ Α γωνίᾳ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΔΖΕ γωνίᾳ τῇ Β ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ Α· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖΕ ἴση ἐστὶν ταῖς Α Β γωνίαις. ἀλλὰ αἱ Α Β μετὰ τῆς ὑπὸ ΑΖΒ γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΖΒ ΓΖΕ ἄρα γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. γίνεται δὴ διὰ τὸ προγεγραμμένον λῆμμα ὡς τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ (ἴσον γάρ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΒΔΕ τῷ ἀπὸ ΔΖ)· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸ β' ἐπίταγμα τοῦ αὐτοῦ προβλήματος.

77 *ι'. Πάλιν ὄντος ἴσου τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΔΕ τῷ ὑπὸ ΒΔΓ, δεῖξαι ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΑ.*

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΓ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς ὅλην τὴν ΓΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς λοιπὴν τὴν ΑΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΕ· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ὅς ἐστιν ὁ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΓΕ καὶ τοῦ τῆς ΕΒ πρὸς τὴν ΑΓ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΑ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΑ, ὅπερ: ~

---

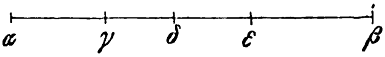
4. 5. *ταῖς* $\overline{AB}$ — *αἱ* $\overline{AB}$ A, distinx. BS 7. *εἰσί* A^a^BS 8. *οὕτως* (*οὕτω* BS) *τὸ ὑπὸ* $\overline{ΑΒΓ}$ — 10. *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{ΖΕ}$ bis scripta in ABS, corr. V² *Co* 10. *γάρ* V² et Simsonus p. 9 pro *ἄρα* (cuius emendationis ignarus *Co* verba *ἴσον* — *ἀπὸ ΔΖ* delevit) 14. *ι'* add. V 28. *ἄρα* add. *Co* *πρὸς τὴν* $\overline{ΔΕ}$ AB, corr. S *Co* 29. *ΕΓΑ, ὅπερ:* ~] $\overline{ΕΓΑΟ}$: ~ A, $\overline{εγα}$. *ὅπερ ἔδει:* ~ BS

ergo communi angulo $\alpha\delta\zeta$ *triangula* $\alpha\delta\zeta$ *et* $\zeta\delta\gamma$ *sunt similia*[1]), est igitur $\angle\,\gamma\zeta\delta = \angle\,\zeta\alpha\delta$. Rursus quoniam est $\beta\delta\cdot\delta\varepsilon = \delta\zeta^2$, *itaque triangula* $\beta\delta\zeta$ *et* $\zeta\delta\varepsilon$ *similia sunt*, est igitur $\angle\,\varepsilon\zeta\delta = \angle\,\zeta\beta\delta$. Sed *demonstravimus* etiam $\angle\,\gamma\zeta\delta = \angle\,\zeta\alpha\delta$; ergo sunt $\angle\,\gamma\zeta\delta + \varepsilon\zeta\delta$, *id est* $\angle\,\gamma\zeta\varepsilon = \angle\,\zeta\alpha\delta + \zeta\beta\delta$. Sed anguli $\zeta\alpha\delta + \zeta\beta\delta + \alpha\zeta\beta$ duobus rectis aequales sunt; ergo item anguli $\alpha\zeta\beta + \gamma\zeta\varepsilon$ duobus rectis aequales. Iam propter superius lemma *sextum* fit $\beta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2 = \alpha\beta\cdot\beta\gamma : \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$. Sed quoniam *ex hypothesi* est $\beta\delta\cdot\delta\varepsilon = \delta\zeta^2$ *et proportione facta* $\beta\delta : \delta\zeta = \delta\zeta : \delta\varepsilon$, *fit igitur* (*propter elem. 6, 20 coroll. 2*) $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\delta^2 : \delta\zeta^2$. *Sed quoniam propter similitudinem triangulorum* $\beta\delta\zeta$ et $\zeta\delta\varepsilon$ *est* $\beta\delta : \delta\zeta = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$ *itemque quadrata* $\beta\delta^2 : \delta\zeta^2 = \beta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2$, *est igitur*[2]) $\beta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2 = \beta\delta : \delta\varepsilon$. *Sed erat etiam* $\beta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2 = \alpha\beta\cdot\beta\gamma : \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$; ergo est

$$\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta\cdot\gamma : \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma.$$

Lemma utile ad secundum epitagma eiusdem problematis.

X. Rursus, si sit $\alpha\delta\cdot\delta\varepsilon = \beta\delta\cdot\delta\gamma$, demonstretur fieri $\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta\cdot\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma\cdot\gamma\alpha$. Prop. 30



Quoniam enim est *ex hypothesi* $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\delta : \delta\gamma$, ergo etiam tota ad totam $\alpha\beta : \gamma\varepsilon = \beta\delta : \delta\varepsilon$. Rursus quoniam *vicissim* est $\beta\delta : \alpha\delta = \delta\varepsilon : \delta\gamma$, subtrahendo igitur est $\beta\varepsilon : \alpha\gamma = \varepsilon\delta : \delta\gamma$. Sed erat $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta : \gamma\varepsilon$; ergo per formulam compositae proportionis est

$$\frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon}\cdot\frac{\varepsilon\delta}{\delta\gamma} = \frac{\alpha\beta}{\gamma\varepsilon}\cdot\frac{\beta\varepsilon}{\alpha\gamma}, \text{ sive}$$

$$\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta\cdot\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma\cdot\gamma\alpha, \text{ q. e. d.}$$

1) Similiter demonstrationem complet *Co*; elem. sexti propos. 16 et 6 citat Simsonus p. 8; brevius eadem significat V^2.

2) Addita est huius demonstrationis prior pars secundum V^2 (cum quo consentit Simsonus p. 8), altera secundum *Co*. Adnotat omnino V^2 haec: "quia ex hypothesi id quod fit ex $\overline{\beta\delta\varepsilon}$ est aequale τῶ ἀπὸ $\overline{\delta\zeta}$, est ut $\overline{\beta\delta}$ ad $\overline{\delta\varepsilon}$, ita quadratum τῆς $\overline{\beta\delta}$ ad quadratum τῆς $\overline{\delta\zeta}$. sed τὸ ἀπὸ $\overline{\beta\delta}$ ad quadratum τῆς $\overline{\delta\zeta}$ est sicut τὸ ἀπὸ $\overline{\beta\zeta}$ ad τὸ ἀπὸ $\overline{\zeta\varepsilon}$, quia, ut $\overline{\delta\beta}$ ad $\overline{\beta\zeta}$, ita $\overline{\delta\zeta}$ ad $\overline{\zeta\varepsilon}$, καὶ ἐναλλάξ; ergo cet."

Ἄλλως τὸ αὐτό.

78 ια΄. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΕΒ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ. καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΑΓ ΕΒ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΕΒ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΑ ἐστὶν [ὡς εἷς τῶν λόγων] ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ. καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΕΒ ΑΓ καὶ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΕΓΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΕΒ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΕΒ καὶ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΕΒ καὶ τῆς ΓΔ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΑ, ὅπερ: ~

Ἄλλως τὸ αὐτὸ προθεωρηθέντος τοῦδε.

79 ιβ΄. Οὔσης ἴσης τῆς ΑΒ τῇ ΓΔ, ἐὰν ληφθῇ τι σημεῖον τὸ Ε, δεῖξαι ὅτι ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΕΓ.

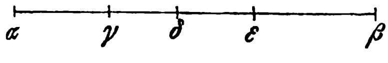
Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΖ, τὸ δ᾽ ὑπὸ ΑΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΖ· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ τετραγώνου ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΒΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΕΖ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΓΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΕΓ.

80 ιγ΄. Τούτου προτεθεωρημένου ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ· ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΑΖ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμέ-

Aliter idem.

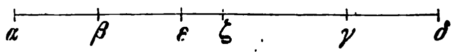
XI. Quoniam est $\alpha\delta : \delta\beta = \gamma\delta : \delta\varepsilon$, subtrahendo igitur est $\alpha\gamma : \varepsilon\beta = \alpha\delta : \delta\beta$. Et componendo est $\alpha\gamma + \varepsilon\beta : \varepsilon\beta = \alpha\beta : \beta\delta$; ergo $(\alpha\gamma + \varepsilon\beta) \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon$.



Rursus quoniam *inversa ratione* est $\beta\delta : \delta\alpha = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, subtrahendo igitur est $\beta\varepsilon : \gamma\alpha = \varepsilon\delta : \delta\gamma$. Et componendo est $\beta\varepsilon + \gamma\alpha : \gamma\alpha = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$; ergo $(\beta\varepsilon + \gamma\alpha) \cdot \gamma\delta = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\alpha$. Sed demonstratum est etiam $(\alpha\gamma + \varepsilon\beta) \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon$; ergo *proportione facta* $(\alpha\gamma + \varepsilon\beta) \cdot \beta\delta : (\alpha\gamma + \varepsilon\beta) \cdot \gamma\delta = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon : \varepsilon\gamma \cdot \gamma\alpha$, id est $\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon : \varepsilon\gamma \cdot \gamma\alpha$, q. e. d.

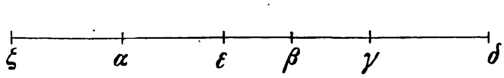
Aliter idem, his demonstrandi causa praemissis.

XII. Si sit $\alpha\beta = \gamma\delta$, et sumatur punctum aliquod ε, de- Prop. 31
monstretur esse $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.



Bifariam secetur $\beta\gamma$ in puncto ζ; ergo est (*elem.* 2, 5) $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\zeta^2 = \delta\zeta^2$, et $\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\zeta^2 = \delta\zeta^2$, ita ut sit etiam $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\zeta^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\zeta^2$, id est (*quoniam* $\beta\zeta = \zeta\gamma$) $= \alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \varepsilon\zeta^2$. Subtrahatur commune $\varepsilon\zeta^2$; restat igitur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.

XIII. Hoc demonstrato sit $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \delta\beta \cdot \beta\varepsilon$; dico esse Prop. 32
$\delta\beta : \beta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.



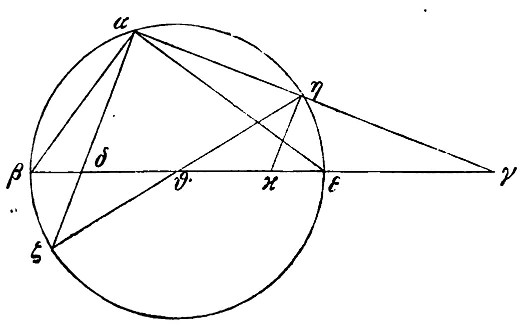
Ponatur $\zeta\alpha = \gamma\delta$; per superius igitur *lemma* fit

---

2. ια' add. BS 3. πρὸς λοιπὴν τῆς A, corr. BS 5. ἡ $\overline{ΑΓΕΒ}$ et 6. τῆς $\overline{ΑΓΕΒ}$ A, distinx. BS 9. ὡς εἰς τῶν λόγων A, ὡς εἶς τ. λ. BS, del. *Co* 14. 15. ἴσον τῷ — καὶ τῆς ΒΔ add. *Co* (eadem add. V[2], nisi quod καὶ ante ὡς ἄρα omittit) 19. ιβ' ante προθεωρηθέντος add. BS τοῦδε BS, τοῦ $\overline{ΔΕ}$ A 20. ἐὰν A[3]BS, ἐν A[1] 21. ἐστὶ A[2]BS τὸ (post ἐστὶν) BS, τῶι A 26. $\overline{ΕΖ}$ $\overline{ΤΕ}$ τραγώνου A, corr. BS 31. ιγ' add. BS 32. ἴσον τῶν ὑπὸ τῶν $\overline{ΔΒ}$ AB, corr. S 33. τῶν ΑΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν add. V[2] *Co*

νον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ΖΒΔ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΖΓΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐπεὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ, ὁπότερα ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ΖΒΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΖΓΔ, ὅ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΑΓΔ, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΖΕ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ, ἀνάλογον καὶ διελόντι ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΓΒ ἐστίν, τουτέστιν ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΒΓ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΖΕ πρὸς ὅλην τὴν ΕΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕ ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΕΒ, τουτέστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

81 ιδʹ. Προθεωρηθέντος καὶ τοῦδε ἄλλως τὸ αὐτὸ δειχθήσεται. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ διήχθωσαν ἐντὸς αἱ ΑΔ ΑΕ ποιοῦσαι ἑκατέραν τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΓΑΔ γωνίαν ὀρθήν· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ τετράγωνον.



Περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΒΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΓΑΔ γωνία, διάμετρός ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΒΕ ΖΗ τοῦ κύκλου, ὥστε κέντρον ἐστὶν τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ἴση

$\zeta\beta \cdot \beta\delta = \zeta\gamma \cdot \gamma\delta + \alpha\beta \cdot \beta\gamma$. Sed quoniam est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \delta\beta \cdot \beta\varepsilon$, utrumque subtrahatur ex $\zeta\beta \cdot \beta\delta$ (*id est aequatio* $\varepsilon\beta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$ *ex altera* $\zeta\beta \cdot \beta\delta = \zeta\gamma \cdot \gamma\delta + \alpha\beta \cdot \beta\gamma$); restat igitur

$$\zeta\varepsilon \cdot \beta\delta = \zeta\gamma \cdot \gamma\delta, \text{ id est}$$
$$= \alpha\delta \cdot \delta\gamma.$$

Rursus quoniam est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \delta\beta \cdot \beta\varepsilon$, per proportionem est

$\alpha\beta : \varepsilon\beta = \delta\beta : \beta\gamma$, et dirimendo

$\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \delta\gamma : \gamma\beta$, id est

$= \zeta\alpha : \beta\gamma$; ergo etiam tota ad totam (*elem.* 5, 12)

$\zeta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon : \varepsilon\beta$; itaque

$\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha$. Sed demonstratum est

$\zeta\varepsilon \cdot \beta\delta = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$; ergo *proportione facta* vicissim est

$\zeta\varepsilon \cdot \beta\delta : \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \alpha\delta \cdot \delta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, id est

$\delta\beta : \beta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.

XIV. Hoc quoque perspecto superius *lemma octavum* aliter demonstrabitur. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et intra ducantur rectae $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$, quae singulos angulos $\beta\alpha\varepsilon$ $\gamma\alpha\delta$ rectos efficiant; dico fieri $\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \gamma\alpha^2 : \alpha\delta^2$. Prop. 33

Describatur circa $\alpha\beta\varepsilon$ triangulum circulus $\alpha\beta\zeta\eta$ et iungatur $\zeta\eta$. Quoniam igitur singuli anguli $\beta\alpha\varepsilon$ $\gamma\alpha\delta$ recti sunt, diametri circuli sunt $\beta\varepsilon$ $\zeta\eta$, ita ut centrum sit ϑ. Iam quia est $\zeta\vartheta = \vartheta\eta$, *fit igitur, ductâ* $\eta\kappa \parallel \alpha\zeta$, $\angle\, \delta\zeta\vartheta = \angle\, \kappa\eta\vartheta$, *ideoque* $\delta\zeta = \kappa\eta$, *ac porro* $\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\delta : \eta\kappa$, *et, quoniam* $\eta\kappa = \delta\zeta$*), est igitur

*) Latius haec, quae omisit Graecus scriptor, demonstrat *Co.*

2. 3. *ἔστιν τῶι τὸ ὑπὸ* A, *το* del. BS 3. *ὁπότερα* B, *ὁποτέρα* A⁸S, *ἑκάτερον Hu* *τοῦ ὑπὸ τῶν ZBΔ*] intellexit scriptor et ipsum rectangulum *ZBΔ* et huic aequalem summam rectangulorum *ZΓΔ* et *ΑΒΓ* 10. 11. *τὸ ὑπὸ τῶν* $\overline{ZEBA}$ A, corr. BS 12. $\overline{ZEB\Delta}$ *πρὸς* A, distinx. BS 13. *οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν* $\overline{A\Lambda\Gamma}$ A, corr. BS 15. *ιδʹ* add. BS *Προθεωρηθέντος* A² ex *Προθεω**θέντος* *αὐτὸ*] *προγεγραμμένον* coni. *Hu* 16. *Ἔστω*] *ἔσται ἔστω* A, corr. BS 21. *Περιγεγράφθω* A, corr. BS 23. *εκατερα* A³ in rasura

ἐστὶν ἡ ΖΘ τῇ ΘΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΖ, καὶ ἀνάπαλιν. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΒΓΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ. ὡς δὲ ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΒΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΑ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ τετράγωνον, ὅπερ: ~

82 *ιε'. Τούτου ὄντος ἄλλως τὸ προγεγραμμένον· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΕ.*

Ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ ὀρθὴ ἡ ΔΖ, καὶ ὁποτέρῳ τῶν ὑπὸ ΑΔΕ ΒΔΓ ἴσον κείσθω τὸ ἀπὸ ΔΖ τετράγωνον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΖΓ ΖΕ ΖΒ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν ΑΖΕ ΓΖΒ γωνία· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΓ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΕ.

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ ϛ' προβλήματος.

83 *ιϛ'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ' αὐτῆς τρία σημεῖα τὰ Γ Δ Ε, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΓΒΔ· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΒΔ, ἀνάλογον καὶ λοιπὸν πρὸς λοιπὸν καὶ ἀναστρέψαντι

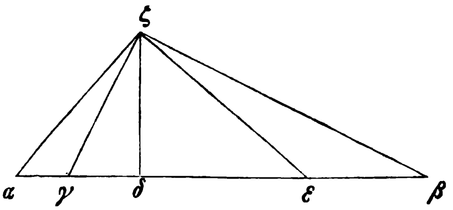
---

4. *ὑπὸ τῆς* $\overline{\beta\gamma\varepsilon}$ BS 5. 6. *τὸ ὑπὸ τῶν* $\overline{Z\Delta A}$ *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{\Delta A}$ *τουτ' ἔστιν* bis scripta sunt in A(B) 7. *τὸ ὑπὸ* $\overline{B\Gamma E}$ *πρὸς* bis scripta sunt in A 9. *ὅπερ*] o A, om. BS 10. *ιε'* add. BS 11. *ΑΒΕ* Co pro $\overline{AB\Gamma}$ 13. *καὶ ἑκατέρῳ* Hu 15. ad *ΖΓ* inter lineas add. $\overline{Z\Delta}$ A[4], quod recepit B 18. post *ΑΓΕ* add. *τουτέστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν* $\overline{E\Gamma A}$ A(B) 23. *ιϛ'* add. BS 23. 24. *τὰ* $\overline{\Gamma\Delta E}$ A, distinx. BS

$\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\delta : \delta\zeta$ et, e contrario
$\gamma\eta : \gamma\alpha = \zeta\delta : \delta\alpha$, itaque
$\alpha\gamma \cdot \gamma\eta : \gamma\alpha^2 = \zeta\delta \cdot \delta\alpha : \delta\alpha^2$, id est (*elem. 3, 36 et 35*)
$\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \gamma\alpha^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon : \delta\alpha^2$, et vicissim
$\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \gamma\alpha^2 : \alpha\delta^2$, q. e. d.

XV. Hoc cum ita sit, aliter superius *lemma decimum*, esse $\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon : \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, *demonstrabitur.* Prop. 34

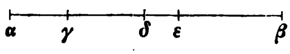
Erigatur in puncto δ rectae $\alpha\beta$ perpendicularis $\delta\zeta$, sitque $\delta\zeta^2 = \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon = \beta\delta \cdot \delta\gamma$, et ducantur $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ $\zeta\varepsilon$ $\zeta\beta$. Ergo *ex hypothesi* (*propter elem. 10, 33 lemma*) singuli anguli $\alpha\zeta\varepsilon$ $\gamma\zeta\beta$ recti sunt. Iam propter superius *lemma* fit $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon : \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon = \beta\zeta^2 : \zeta\gamma^2$. Sed est (*propter elem. l. c.*) $\beta\zeta^2 = \beta\gamma \cdot \beta\delta$, *et* $\zeta\gamma^2 = \beta\gamma \cdot \gamma\delta$*); *ergo* $\beta\zeta^2 : \zeta\gamma^2 = \beta\delta : \delta\gamma$, itaque etiam $\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta \cdot \beta\varepsilon : \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon$.



In primum epitagma sexti problematis.

XVI. Sit recta $\alpha\beta$, inque ea tria puncta γ δ ε, et sit $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$; dico fieri $\alpha\beta : \beta\varepsilon = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Prop. 35

Quoniam enim est $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$, per proportionem igitur est



$\alpha\beta : \beta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, et subtrahendo
$\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \alpha\beta : \beta\delta$, tum convertendo
$\alpha\gamma : \alpha\gamma - \delta\varepsilon = \alpha\beta : \alpha\delta$, *denique e contrario* 1)

*) Elementorum lemma, quod bis citavimus supra, cum fugeret interpretem Vossianum, Commandinum, Simsonum p. 13 sq., hi ex similitudine triangulorum variis rationibus partimque per ambages eadem, quae brevius supra scripta sunt, demonstraverunt.

1) Sic contractam Pappi demonstrationem explet V[2] multo aptius quam *Co*, qui in ambages illabitur.

ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν ΑΓ ΕΔ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΕΔ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ. διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ τῶν ΑΓ ΕΔ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ *τῆς τῶν ΑΓ ΕΔ* ὑπεροχῆς *καὶ* ⸢*τῆς ΑΒ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ.*

Ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τοῦ *συνημμένου.*

84 ιζ'. *Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΔ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ· ὥστε ὁ συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΓ καὶ τοῦ τῆς ΓΒ πρὸς ΒΕ, ὅς ἐστιν ὁ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΕ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΑΔ πρὸς ΓΕ καὶ τοῦ τῆς ΑΓ πρὸς ΔΕ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ τοῦ ὑπὸ ΔΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ.*

Ἄλλως.

85 ιη'. *Γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΕ ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΕ, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ΒΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ* ΓΖ *ΔΖ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΒΖ, τέμνει δὲ ἡ ΒΑ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΒΕ*

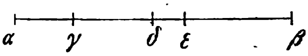
---

1. 2. *ἡ τῶν* $\overline{ΑΓ}$ $\overline{ΕΒ}$ *ὑπεροχὴ — ἡ* $\overline{ΒΑ}$ *πρὸς τὴν* $\overline{ΑΔ}$ ABS, corr. V[2] *Co* 2. *τῆς* add. *Hu* (idem ante *ὑπὸ Ge*) *τῶν* $\overline{ΑΓΕΒ}$ A(BS), corr. V[2] *Co* 4. *ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ*] *ἡ* $\overline{ΑΕ}$ *πρὸς τὴν* $\overline{ΕΔ}$ ABS, *ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ Co*, corr. V[2] 9. *τὸ ὑπὸ* add. V[2] *τῶν* $\overline{ΑΓΕΔ}$

$\alpha\gamma - \delta\varepsilon : \alpha\gamma = \alpha\delta : \alpha\beta$. Ergo est
$(\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \alpha\beta = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma$. Rursus quoniam est
$\alpha\beta : \beta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, subtrahendo igitur est
$\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \gamma\beta : \beta\varepsilon$. Dirimendo est $\alpha\gamma - \delta\varepsilon : \delta\varepsilon = \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta$; ergo
$(\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \varepsilon\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Sed demonstratum est
$(\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \alpha\beta = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma$; vicissim igitur est
$(\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \alpha\beta : (\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \beta\varepsilon = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, id est
$\alpha\beta : \beta\varepsilon = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$.

Aliter idem per formulam compositae proportionis.

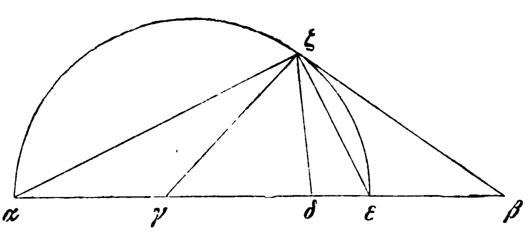
XVII. Quoniam est $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\beta : \beta\varepsilon$, subtrahendo igitur est $\alpha\delta : \gamma\varepsilon = \alpha\beta : \beta\gamma$. Rursus quoniam est $\alpha\beta : \beta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, subtrahendo igitur est $\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \gamma\beta : \beta\varepsilon$; ita ut sit per formulam compositae proportionis



$$\frac{\alpha\beta}{\beta\gamma} \cdot \frac{\gamma\beta}{\beta\varepsilon} = \frac{\alpha\delta}{\gamma\varepsilon} \cdot \frac{\alpha\gamma}{\delta\varepsilon},$$ id est
$\alpha\beta : \beta\varepsilon = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$.

Aliter.

XVIII. Describatur in $\alpha\varepsilon$ semicirculus $\alpha\zeta\varepsilon$, et ducatur



tangens $\beta\zeta$, et iungantur $\alpha\zeta$ $\gamma\zeta$ $\delta\zeta$ $\varepsilon\zeta$. Quoniam igitur *circulum* tangit $\beta\zeta$, secat autem $\beta\alpha$, est $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \beta\zeta^2$. Sed

A, distinx. BS 10. ὑπεροχῆς add. *Ge* 15. το αυτοῦ συνημμένου A(S), τὸ αὐτὸ συνημμένον B, corr. V[2] *Co* 16. ιζ′ add. BS 22. ὅς] ὁ A, ὅ B, corr. S 24. ὅς] ὁ A[1], ad quod ς add. A[4] 27. ιη′ add. BS 28. $\overline{\Gamma Z}$ add. V[2] *Co* 29. ἐφάπτηται A, corr. BS δὲ ἡ $\overline{B\Delta}$ ABS, δὲ ἡ $\overline{\beta\delta\alpha}$ V[2], corr. *Co* τῷ ὑπὸ ΓΒΔ ἴσον ὑπόκειται· καὶ τὸ ὑπὸ ΓΒΔ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΖ τετραγώνῳ· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΖ γωνίᾳ. ὧν ἡ ὑπὸ ΒΖΕ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΖΑΓ γωνίᾳ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΕ γωνία λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΖΓ γωνίᾳ ἴση ἐστίν· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΔΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ.

Λῆμμα εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ ἕκτου προβλήματος.

86 ιθʹ. Ὄντος πάλιν ἴσου τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΒΔ δεῖξαι ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΕ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ λοιπὴ ἡ ΑΔ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ. καὶ ἀνάπαλιν· ὥστε ὁ συνημμένος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΕ καὶ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΑΔ, ὅς ἐστιν τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΕ.

Ἄλλως τὸ αὐτό.

87 κʹ. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ, λοιπὴ ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ. ἀναστρέψαντί ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχήν, οὕτως [ἐστὶν] ἡ ΓΒ πρὸς τὴν

1. $\overline{ΓΒΔ}$ ἄρα A[1] ex $\overline{ΓΒΑ}$ ἄρα 5. τῇι ὑπὸ $\overline{ΔΖΓ}$ A[1]BS, corr. vetusta m. in A (V[2] *Sca*) 10. τρίτον et ἕκτου *Hu* auctore Simsono p. 19 pro πρῶτον et πρώτου 11. ιθʹ add. BS 15. post ἐστὶν add. ωσεις τῶν λοιπῶν A, ὡς εἰς τ. λ. BS 18. 19. ἡ $\overline{ΓΒ}$ πρὸς τὴν $\overline{ΒΕ}$ καὶ ἐξ

suppositum est $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$; itaque est $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\zeta^2$, *ac per proportionem* $\gamma\beta : \beta\zeta = \beta\zeta : \beta\delta$ *); ergo *propter similitudinem triangulorum* (*elem. 6, 6*) $\angle\, \beta\zeta\delta = \angle\, \beta\gamma\zeta$. Et *quoniam est* $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \beta\zeta^2$, *rursus propter similitudinem triangulorum* est

$\angle\, \beta\zeta\varepsilon = \angle\, \zeta\alpha\gamma$; subtrahendo igitur

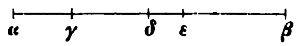
$\angle\, \beta\zeta\delta - \beta\zeta\varepsilon = \angle\, \beta\gamma\zeta$ (*sive* $\zeta\alpha\gamma + \alpha\zeta\gamma$) $- \zeta\alpha\gamma$, *id est*

$\angle\, \delta\zeta\varepsilon = \angle\, \alpha\zeta\gamma$.

Ergo *propter libri VI propos. 12* est $\delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2$. Sed *propter similitudinem triangulorum* $\alpha\zeta\beta$ *et* $\zeta\varepsilon\beta$ *est* $\alpha\beta : \beta\zeta = \alpha\zeta : \zeta\varepsilon$, *sive* $\alpha\beta^2 : \beta\zeta^2 = \alpha\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2$, *ac rursus propter eandem similitudinem* $\alpha\beta : \beta\zeta = \beta\zeta : \beta\varepsilon$, *ideoque* $\alpha\beta^2 : \beta\zeta^2 = \alpha\beta : \beta\varepsilon$, *ergo*[1]) est $\alpha\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2 = \alpha\beta : \beta\varepsilon$, itaque $\alpha\beta : \beta\varepsilon = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$.

Lemma in tertium epitagma sexti problematis.

XIX. Si rursus sit $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$, demonstretur fieri $\gamma\beta : \beta\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$. Prop. 36



Quoniam enim est $\alpha\beta : \beta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, subtrahendo igitur est $\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \gamma\beta : \beta\varepsilon$. Eadem ratione, *quoniam est* $\alpha\beta : \beta\gamma = \beta\delta : \beta\varepsilon$, subtrahendo est $\alpha\delta : \gamma\varepsilon = \beta\delta : \beta\varepsilon$, et e contrario $\gamma\varepsilon : \alpha\delta = \varepsilon\beta : \beta\delta$, ita ut sit per formulam compositae proportionis

$\frac{\gamma\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon\beta}{\beta\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\delta\varepsilon} \cdot \frac{\gamma\varepsilon}{\alpha\delta}$, id est

$\gamma\beta : \beta\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$.

Aliter idem.

XX. Quoniam est $\alpha\beta : \beta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, subtrahendo igitur est $\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \gamma\beta : \beta\varepsilon$. Convertendo est $\alpha\gamma : \alpha\gamma - \delta\varepsilon = \gamma\beta : \gamma\varepsilon$;

*) Haec praeter *Co* explicat etiam V².

1) Addita haec secundum *Co;* brevius eadem V² et Simsonus p. 16.

οὐ ὂν ἔχει bis scripta sunt in ABS, corr. V² *Co* 20. πρὸς τὴν $\overline{BE}$ ὁ αὐτός ABS, corr. V² *Co* 21. 22. καὶ ἡ $\overline{B\Gamma}$ πρὸς τὴν $\overline{B\Delta}$ ὅς ABS, corr. V² Co 26. κ' add. BS 28. 29. πρὸς τὴν $\overline{A\Delta\Gamma E}$ ABS, τῶν add. V², $A\Gamma$ ΔE corr. V² *Co* 29. ἐστὶν del. *Hu*

ΓΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΓ. πάλιν ἐπεὶ λοιπὴ ἡ ΑΓ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΕ γίνεται ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, διελόντι ὡς ἡ τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΔΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΔΒ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΔΒ, τουτέστιν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔΕ, ὅπερ: ~

Ἄλλως τὸ αὐτό.

88 κα΄. Γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΓΔ ἡμικύκλιον τὸ ΓΖΔ, ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΒΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΓΖ ΔΖ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΓΒΔ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΓΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ΒΖ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΖ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΕ γωνίᾳ τῇ Α ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΒΖΔ τῇ ὑπὸ ΖΓΒ ἴση ἐστίν· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΔ γωνία λοιπῇ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ ἴση ἐστίν· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔΕ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ· ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔΕ.

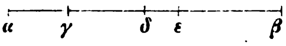
89 κβ΄. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ' αὐτῆς δύο σημεῖα τὰ Γ Δ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ.

Κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΔΕ· διελόντι ἄρα γίνεται ὡς

---

2. ΑΓΔΕ A, distinx. BS, item vs. 6 7. 8. τῆς τῶν ΑΒΓΔΕ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΔΒ τουτέστιν ABS, corr. V[2] Co 9. οὕτω A[s]BS 10. ὅπερ V, ο A, ὅπερ ἔδει Paris. 2368 S, om. B 12. κα΄ add. BS 13. ἡ ΒΖ V[2] Co pro ἡ ΓΖ καὶ inter lineas add. A[1] ΓΖ et ΕΖ add. Co 15. ἐστὶ A[s]BS, item vs. 20 24. κβ΄ add. BS 24. 25. τὰ ΓΔ A, distinx. BS 25. ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ ABS, ἡ αγ πρὸς τὴν βγ V[2], corr. Co

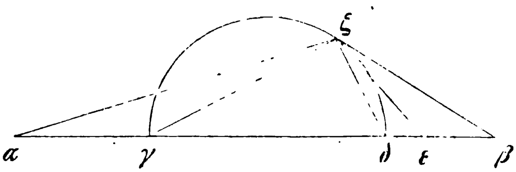
ergo est $\alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon = (\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \gamma\beta$. Rursus quoniam subtrahendo fit $\alpha\gamma : \delta\varepsilon = \alpha\beta : \beta\delta$, dirimendo est



$\alpha\gamma - \delta\varepsilon : \delta\varepsilon = \alpha\delta : \delta\beta$; itaque $\alpha\delta \cdot \delta\varepsilon = (\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \delta\beta$. Ergo $(\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \gamma\beta : (\alpha\gamma - \delta\varepsilon) \cdot \delta\beta = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$, id est $\gamma\beta : \beta\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$, q. e. d.

Aliter idem.

XXI. Describatur in recta $\gamma\delta$ semicirculus $\gamma\zeta\delta$; ducatur tangens $\beta\zeta$, iunganturque $\alpha\zeta$ $\gamma\zeta$ $\delta\zeta$ $\varepsilon\zeta$. Iam quia *ex hypothesi* est $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$, atque etiam (*secat enim* $\beta\gamma$ *et tangit* $\beta\zeta$) $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\zeta^2$, ergo $\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \beta\zeta^2$, *et per proportionem* $\alpha\beta : \beta\zeta = \beta\zeta : \beta\varepsilon$. Ergo *propter similitudinem triangulorum*



$\alpha\beta\zeta$ $\zeta\beta\varepsilon$ est $\angle\, \beta\zeta\varepsilon = \angle\, \beta\alpha\zeta$. Sed *quoniam etiam est* $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\zeta^2$, *eadem ratione propter similitudinem triangulorum* $\zeta\beta\delta$ $\gamma\beta\zeta$ est $\angle\, \beta\zeta\delta = \angle\, \zeta\gamma\beta$, *sive* $\angle\, \beta\zeta\varepsilon + \varepsilon\zeta\delta = \angle\, \beta\alpha\zeta + \alpha\zeta\gamma$; subtrahendo igitur est $\angle\, \varepsilon\zeta\delta = \angle\, \alpha\zeta\gamma$. Ergo *propter libri VI propos. 12 extr.*[1]) est $\gamma\zeta^2 : \zeta\delta^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$. Sed *propter similitudinem triangulorum* $\gamma\beta\zeta$ *et* $\zeta\beta\delta$ *est*

$\gamma\zeta : \zeta\delta = \gamma\beta : \beta\zeta = \beta\zeta : \beta\delta$, *itaque*

$\gamma\zeta^2 : \zeta\delta^2 = \gamma\beta^2 : \beta\zeta^2$, *sive, quia* $\gamma\beta$ $\beta\zeta$ $\beta\delta$ *proportionales sunt,*

$= \gamma\beta : \beta\delta$.

Ergo est $\gamma\beta : \beta\delta = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon : \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$.

XXII. *Sit* recta $\alpha\beta$, inque ea duo puncta γ δ; sit autem Prop. 37
$\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$; dico esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$.

Ponatur $\varepsilon\delta = \delta\gamma$; dirimendo igitur est

1) Hunc alterum propositionis supra citatae casum indicavit Simsonus p. 20 coll. p. 16; reliquorum quae in hoc lemmate demonstrando addidimus auctor est *Co*

ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΒ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΓΑΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΔ*, τουτέστιν πρὸς τὸ ὑπὸ *ΕΔΓ*. ὡς δὲ ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΒ*, οὕτως ἐστὶν κοινοῦ ὕψους παραληφθείσης τῆς *ΑΕ* τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΑΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΕ ΓΒ*· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΑΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΓΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν *ΕΔΓ*· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΕ ΓΒ* τῷ ὑπὸ τῶν *ΕΔΓ*. ἀνάλογον καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ *ΑΔ* πρὸς τὴν *ΔΕ*, τουτέστιν πρὸς τὴν *ΔΓ*, οὕτως ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΓ*· καὶ ὅλη ἄρα ἡ *ΑΒ* πρὸς ὅλην τὴν *ΒΔ* ἐστὶν ὡς ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΓ*· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΑΒΓ* ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς *ΒΔ*, ὅπερ: ～

90 κγ΄. Ἔστω δὴ πάλιν ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΓ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΓ*· ὅτι γίνεται ἴσον τὸ ὑπὸ *ΑΒΓ* τῷ ἀπὸ *ΒΔ* τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ *ΓΔ* ἴση ἡ *ΔΕ*· κατὰ διαίρεσιν ἄρα γίνεται ὡς ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΒ*, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν *ΕΑΓ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν *ΕΑ ΒΓ*, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν *ΕΑΓ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΔΕ*· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΕ ΒΓ* τῷ ὑπὸ τῶν *ΓΔΕ*. ἀνάλογον καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ *ΑΔ* πρὸς τὴν *ΔΕ*, τουτέστιν πρὸς τὴν *ΔΓ*, οὕτως ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΓΒ*· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ *ΑΒ* πρὸς λοιπὴν τὴν *ΔΒ* ἐστὶν ὡς ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΓΒ*· τὸ ἄρα ὑπὸ *ΑΒΓ* ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ *ΒΔ* τετραγώνῳ.

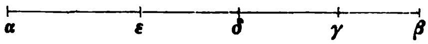
91 κδ΄. Εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, καὶ ἐπ᾽ αὐτῆς τρία σημεῖα τὰ *Γ Δ Ε*, ἔστω δὲ ὡς τὸ ὑπὸ *ΒΑΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΒΔΕ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΓ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΔ*· ὅτι γίνεται καὶ ὡς τὸ ὑπὸ *ΑΒΔ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΑΕΔ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΒΓ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΕ*.

Εἰλήφθω γὰρ ἰσότητος σημεῖον τὸ *Ζ*, ὥστε ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΖΔ* τῷ ὑπὸ *ΒΖΕ*· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΑΖ*

---

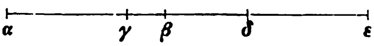
1. οὕτω A[a]BS ὑπὸ *ΓΑΕ* V[2] *Co* pro ὑπὸ *$\overline{ΓΔ}$* 3. ἐστὶ A[a]BS κοινὸν ὕψος ABS, corr. V[2] *Co* 4. τῶν *$\overline{ΑΕΓΒ}$* A, distinx. BS 5. 6. *ΑΕ ΓΒ* — τῶν (ante *ΕΔΓ*) add. V[2] (minus recte post *ΕΔΓ* add. *Co*: οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΑΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς *ΑΕΓΒ*) 9. ἄρα add. *Hu* 11. ἀπὸ add. V[2] *Co*, τῆς add. V[2] 12. κγ΄ add. BS 17. τῶν *$\overline{ΕΑΒΓ}$* ABS, distinx. *Co* 20. ἡ *ΔΒ* V[2] *Co* pro ἡ *$\overline{ΑΓ}$* 20. 21. πρὸς τὴν *ΒΓ* *Co*

$$\alpha\gamma : \gamma\beta = \alpha\delta^2 - \delta\gamma^2 : \delta\gamma^2, \textit{ sive propter elem. 2, 6}$$
$$= \gamma\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \delta\gamma^2, \text{ id est } (\textit{quia } \delta\gamma = \varepsilon\delta)$$
$$= \gamma\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma.$$



Sed adsumpta communi altitudine $\alpha\varepsilon$ (*sive multiplicata proportione cum* $\alpha\varepsilon$) est $\alpha\gamma : \gamma\beta = \gamma\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \alpha\varepsilon \cdot \gamma\beta$, itaque $\gamma\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \alpha\varepsilon \cdot \gamma\beta = \gamma\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma$; ergo $\alpha\varepsilon \cdot \gamma\beta = \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma$. Per proportionem est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\delta = \delta\gamma : \gamma\beta$, et componendo $\alpha\delta : \delta\varepsilon = \delta\beta : \beta\gamma$, itaque (quia $\delta\varepsilon = \delta\gamma$) tota $\alpha\delta + \delta\beta$ ad totam $\delta\gamma + \gamma\beta$, *id est* $\alpha\beta : \beta\delta = \delta\beta : \beta\gamma$; ergo est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$, q. e. d.

XXIII. Iam sit rursus $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$; *sed sit* $\alpha\beta < \alpha\delta$; dico esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$. Prop. 38

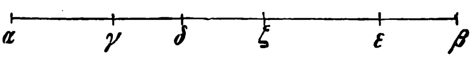


Ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; dirimendo igitur fit

$$\alpha\gamma : \gamma\beta = \alpha\delta^2 - \delta\gamma^2 : \delta\gamma^2, \text{ id est, } \textit{ut supra demonstravimus,}$$
$$\varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \varepsilon\alpha \cdot \beta\gamma = \varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon; \text{ ergo}$$
$$\varepsilon\alpha \cdot \beta\gamma = \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon.$$

Per proportionem est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\delta = \delta\gamma : \gamma\beta$, et dirimendo $\alpha\delta : \delta\varepsilon = \delta\beta : \gamma\beta$, itaque (quia $\delta\varepsilon = \delta\gamma$) subtrahendo $\alpha\beta : \beta\delta = \delta\beta : \gamma\beta$; ergo est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$.

XXIV. *Sit* recta $\alpha\beta$, inque ea tria puncta $\gamma\ \delta\ \varepsilon$; sit autem $\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2$; dico fieri $\alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$. Prop. 39



Sumatur enim aequalitatis punctum ζ ita, ut sit $\alpha\zeta \cdot \zeta\delta = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$*). Ergo propter *superius* lemma *I extr.* in *sectionem* determinatam est $\alpha\zeta : \zeta\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$. Sed *ex*

*) Secetur $\alpha\varepsilon$ in puncto ζ ita, ut sit $\alpha\beta : \delta\varepsilon = \alpha\zeta : \zeta\varepsilon$; ergo subtrahendo est $\beta\zeta : \zeta\delta = \alpha\zeta : \zeta\varepsilon$, itaque $\alpha\zeta \cdot \zeta\delta = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$ (*Co*).

21. ἄρα ἡ *ΑΒ* V² *Co* pro ἄρα ἡ $\overline{ΓΒ}$ 22. ὡς ἡ *ΔΒ Co*, ὡς ἡ *ΒΔ* V² pro ὡς ἡ $\overline{ΑΓ}$ 24. κδ' add. BS 24. 25. τὰ $\overline{ΓΔΕ}$ A, distinx. BS

πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ (λῆμμα γὰρ ἐν διωρισμένῃ). ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΒΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΔ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΒΖΕ, ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΖΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ. ὡς δέ ἐστιν ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ.

Ἄλλως τὸ αὐτό.

92 κε'. Γεγράφθω ἐπὶ τῶν ΑΕ ΔΒ εὐθειῶν ἡμικύκλια τὰ ΑΖΕ ΔΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΖΓ ΖΔ ΖΕ ΖΒ. ἐπεὶ οὖν αἱ ὑπὸ ΑΖΒ ΔΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΒΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΕ, οὕτως ἦν τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, ὥστε καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΔ· δίχα ἄρα τέτμηται ἡ ὑπὸ ΑΖΔ γωνία τῇ ΖΓ εὐθείᾳ. ἀλλὰ καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΒΖ ἐπὶ τὸ Η, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΑ γωνίᾳ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΕΖΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ τῶν ΓΖΗ γωνίᾳ ἴση ἐστίν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΕ, καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπό. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ

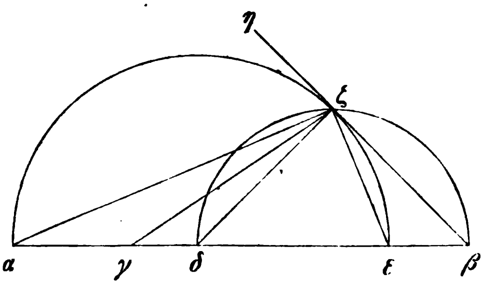
---

1. ὑπὸ $\overline{ΒΑΕ}$ A[s]S, ὑπὸ τῶν $\overline{βαε}$ B 2. 3. πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{βδε}$ V *Co*, πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{ΒΑΕ}$ ABS, om. Paris. 2368 3. ἐστὶ A[s]BS 11. haec demonstratio ab alio scriptore addita esse videtur 12. κε' add. V 13. τὰ $\overline{ΑΖ}$ $\overline{ΕΔ}$ $\overline{ΖΒ}$ AB, corr. S 21. 22. ἐπὶ τὸ $\overline{Ν}$ AB, corr. S 24. ἔστιν ἄρα add. BS (conf. p. 708, 18. 712, 1. 27. 714, 29. 724, 22. 730, 6. 732, 17) 25. καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπό scriptor huius loci brevius posuit pro καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, ut recte adnotant V[2] et *Co*; neque tamen, id quod *Co* vult, scriptura codicis pro corrupta habenda est

hypothesi est $\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2$; ergo etiam $\alpha\zeta : \zeta\delta = \alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2$, itaque *propter lemma XXII* est $\alpha\zeta \cdot \zeta\delta$, id est $\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \zeta\gamma^2$. Ergo *propter lemma XXIII conversum*[1]) est $\beta\zeta : \zeta\varepsilon = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$. Sed *propter lemma I* est $\beta\zeta : \zeta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; ergo etiam $\alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$.

Aliter idem.

XXV. Describantur in rectis $\alpha\varepsilon$ $\delta\beta$ semicirculi $\alpha\zeta\varepsilon$ $\delta\zeta\beta$, iunganturque $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ $\zeta\delta$ $\zeta\varepsilon$ $\zeta\beta$. Quoniam igitur anguli $\alpha\zeta\beta + \delta\zeta\varepsilon$ (*id est* $\alpha\zeta\varepsilon + \delta\zeta\beta$) duobus rectis aequales sunt, *propter lemma VI* est $\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon : \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$



$= \alpha\zeta^2 : \zeta\delta^2$, sive *ex hypothesi* $= \alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2$.

Ergo $\alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2 = \alpha\zeta^2 : \zeta\delta^2$, itaque etiam $\alpha\gamma : \gamma\delta = \alpha\zeta : \zeta\delta$. Ergo *propter elem. 6, 3* angulus $\alpha\zeta\delta$ rectâ $\zeta\gamma$ bifariam sectus est. Sed productâ $\beta\zeta$ ad η etiam anguli $\delta\zeta\varepsilon$ et $\eta\zeta\alpha$, *quia commune complementum* $\alpha\zeta\delta$ *habent*, inter se aequales sunt; itaque *etiam* angulorum summae aequales, *id est* $\varepsilon\zeta\gamma = \gamma\zeta\eta$. Est igitur $\beta\gamma : \gamma\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$ *), itemque quadrata. Sed *prop-*

1) Hoc lemma citat *Co*; ipsam demonstrationem addit Simsonus p. 26 sq. (ac similiter V²) sic fere: quoniam est $\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \zeta\gamma^2$, per proportionem est $\beta\zeta : \zeta\gamma = \zeta\gamma : \zeta\varepsilon$, sive tota ad totam $\beta\gamma : \gamma\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\gamma$. Est autem (elem. 6, 20 coroll. 2) $\beta\zeta : \zeta\varepsilon = \beta\zeta^2 : \zeta\gamma^2$, et, quia $\beta\zeta^2 : \zeta\gamma^2 = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$, est igitur $\beta\zeta : \zeta\varepsilon = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$.

*) Quia trianguli $\beta\zeta\varepsilon$ angulus exterior $\varepsilon\zeta\eta$ rectâ $\gamma\zeta$ bifariam divisus est. Theorema constituit et demonstrat Simsonus, *the elements of Euclid* lib. 6 prop. A (p. 186 edit. 24, Londini 1884): *If the outward angle of a triangle made by producing one of its sides, be divided into two equal angles by a straight line which also cuts the base produced, the segments between the dividing line and the extremities of the base, have the same ratio which the other sides of the triangle have to another* cet.

ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ὅπερ: ~

93 κϛʹ. Ἔστω πάλιν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ.

Εἰλήφθω πάλιν ἰσότητος σημεῖον τὸ Ζ, ὥστε ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΒ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΖΕ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΖΕ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΖΒ, τῷ ἀπὸ ΖΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ. ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, ὅπερ: ~

Ἄλλως τὸ αὐτό.

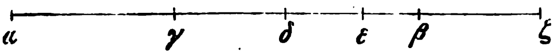
94 κζʹ. Γεγράφθω περὶ τὰς ΑΕ ΓΒ ἡμικύκλια τὰ ΑΖΕ ΓΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΓΖ ΔΖ ΕΖ ΒΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΖΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΒ γωνίᾳ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΑΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ, οὕτως ἦν τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, ὥστε καὶ ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ

---

3. ὅπερ BS, ὁ A   4. κϛʹ add. BS   8. 9. ἴσον εἶναι add. *Hu*   12. καὶ ὡς ἄρα — 14. ΔΕ om. S *Co*   17. ὑπὸ ΓΒΕ *Co* pro ὑπὸ ΓΒ   19. ὅπερ BS, ο A   20. hoc lemma idem scriptor, qui XXV, addidisse videtur   21. κζʹ add. BS   ΑΖΕ corr. A^1 ex ΑΕΖ (tamen αεζ migravit in B)   25. ὑπὸ ΑΕΒ *Hu* auctore *Co* pro ὑπὸ ΔΕΒ   28. 29. ὥστε καὶ — τὴν ΖΕ om. S *Co*

ter lemma VI est $\beta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; ergo etiam $\alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\gamma^2 : \gamma\varepsilon^2$, q. e. d.

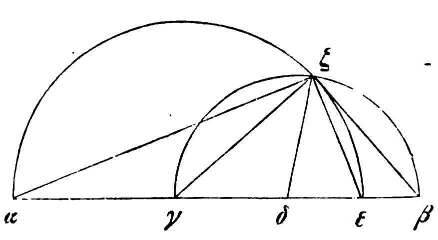
XXVI. Sit rursus $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\delta^2 : \delta\varepsilon^2$; dico fieri Prop. 40
$\varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$.



Sumatur rursus aequalitatis punctum ζ ita, ut sit $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon$ **). Ergo *propter lemma XIX* est $\gamma\zeta : \zeta\varepsilon = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$. Sed *ex hypothesi* est $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\delta^2 : \delta\varepsilon^2$, itaque $\gamma\zeta : \zeta\varepsilon = \gamma\delta^2 : \delta\varepsilon^2$. Ergo *propter lemma XXII* est $\gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \zeta\delta^2$, sive *ex constructione* $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \zeta\delta^2$; itaque *propter idem lemma conversum*[1]) est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$. Sed *quia in recta* $\alpha\zeta$ *tria sunt puncta estque* $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon$, *propter lemma XVI* est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon$; est igitur $\alpha\varepsilon \cdot \alpha\gamma : \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$, q. e. d.

Aliter idem.

XXVII. Describantur in rectis $\alpha\varepsilon$ $\gamma\beta$ semicirculi $\alpha\zeta\varepsilon$ $\gamma\zeta\beta$, iunganturque $\alpha\zeta$ $\gamma\zeta$ $\delta\zeta$ $\varepsilon\zeta$ $\beta\zeta$. Est igitur, *quia* $\angle\, \gamma\zeta\varepsilon$ *commune complementum est*, $\angle\, \alpha\zeta\gamma = \angle\, \varepsilon\zeta\beta$. Ergo *propter libri VI propos. 12 extr.* est $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2$. Sed *ex hypothesi* erat $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\delta^2 : \delta\varepsilon^2$; est igitur $\gamma\delta^2 : \delta\varepsilon^2 = \gamma\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2$, itaque etiam $\gamma\delta : \delta\varepsilon = \gamma\zeta : \zeta\varepsilon$. Ergo *propter elem. 6, 3* est $\angle\, \gamma\zeta\delta = \angle\, \delta\zeta\varepsilon$. Sed, *ut supra demonstravimus*, est



**) Aequalitatis punctum ζ in productâ $\alpha\beta$ ita sumitur, ut sit $\gamma\zeta : \zeta\beta = \alpha\gamma : \varepsilon\beta$; erit igitur tota ad totam $\alpha\zeta : \zeta\varepsilon = \gamma\zeta : \zeta\beta$, ideoque $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon$. Conf. Simson. p. 29 sq. 178 sq.

1) Vide append.

γωνίᾳ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΖΕ γωνίᾳ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΔ γωνία ὅλη τῇ ὑπὸ ΒΖΔ γωνίᾳ ἴση ἐστίν· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΒ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ, *οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, ὅπερ:* ~

Λήμματα χρήσιμα εἰς τὸ δεύτερον διωρισμένης τομῆς.

95 *α΄. Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τρία σημεῖα τὰ Γ Δ Ε, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, καὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΕ ΓΒ ἴση κείσθω ἡ Ζ· ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Ζ ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΓΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΔΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, ἀνάλογον [καὶ ἀνάπαλιν] καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΒΓ ΑΕ, τουτέστιν ἡ Ζ, πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ζ ΑΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ. πάλιν ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΕ πρὸς ὅλην τὴν ΓΒ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΑΕ ΓΒ πρὸς τὴν ΓΒ, τουτέστιν ὡς ἡ Ζ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ζ ΓΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ. τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν· γίνεται ἄρα τέσσαρα.

96 *β΄. Ἔστω νῦν πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, καὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΕ ΓΒ ἴση κείσθω ἡ Ζ· ὅτι πάλιν γίνεται τέσσαρα, τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Ζ ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν* ΒΑΕ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΓΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν

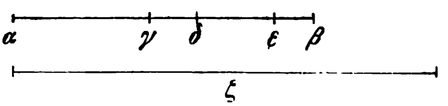
---

2. *ὑπὸ ΑΖΔ* V[2] pro *ὑπὸ* $\overline{\Gamma Z \Delta}$ (idem in Latina versione significavit *Co*) 3. *ἀπὸ ΑΖ* V[2] pro *ἀπὸ* $\overline{\Delta Z}$ (idem in Lat. vers. *Co*) 5. *ὑπὸ ΕΑΓ Ge* auctore *Co* pro *ὑπὸ* $\overline{A E \Gamma}$ 6. *ἔστιν ἄρα — ὑπὸ ΓΒΕ* add. *Ge* auctore *Co* (de formula *ἔστιν ἄρα ὡς* conf. adnot. ad p. 730, 24) 9. *α΄* add. BS *τὰ* $\overline{\Gamma \Delta E}$ ABS, distinx. V 12. *τῶν* $\overline{Z A \Delta}$ ABV[2], *τῶν ζαθ* S, distinx. *Hu* 13. *τῶν* $\overline{Z \Gamma \Delta}$ ABS *τῶν ΒΓΕ* V[2] *Co* pro *τῶν*

$\angle\, \alpha\zeta\gamma = \angle\, \varepsilon\zeta\beta$, itaque etiam angulorum summae aequales sunt, *id est* $\alpha\zeta\delta = \beta\zeta\delta$. Ergo *propter elem. l. c.* est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \alpha\delta : \delta\beta$, *sive* $\alpha\zeta^2 : \zeta\beta^2 = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$. Sed *propter libri VI propos. 12* est $\alpha\zeta^2 : \beta\zeta^2 = \varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon$; ergo $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma : \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$, q. e. d.

LEMMATA UTILIA AD SECUNDUM LIBRUM DETERMINATAE SECTIONIS.

I. Sit recta $\alpha\beta$, et *in ea* tria puncta $\gamma\ \delta\ \varepsilon$ *ita sumantur*, ut sit $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, ac ponatur recta $\zeta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$; dico fieri $\zeta \cdot \alpha\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$, et $\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$,. et $\zeta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, et $\zeta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$. Prop. 41



Quoniam enim est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem est $\delta\gamma : \varepsilon\delta = \delta\beta : \alpha\delta$ *), et tota ad totam $\gamma\beta : \alpha\varepsilon = \delta\beta : \alpha\delta$, et componendo $\gamma\beta + \alpha\varepsilon : \alpha\varepsilon = \alpha\beta : \alpha\delta$, id est $\zeta : \alpha\varepsilon = \alpha\beta : \alpha\delta$; ergo est $\zeta \cdot \alpha\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$. Rursus quia *per proportionem* est $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, *et* tota ad totam $\alpha\varepsilon : \gamma\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, componendo est $\alpha\varepsilon + \gamma\beta : \gamma\beta = \gamma\varepsilon : \gamma\delta$, id est $\zeta : \gamma\beta = \gamma\varepsilon : \gamma\delta$; ergo $\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$. Eadem etiam in reliquis *demonstrantur;* fiunt igitur quattuor *quae dicta sunt.*

II. Sit nunc rursus $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et ponatur recta $\zeta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$; dico rursus fieri quattuor, *scilicet* $\zeta \cdot \alpha\delta =$ Prop. 42

*) Sic secundum Simsonum p. 33; contra interpolator qui καὶ ἀνάπαλιν addidit, per ambages voluit "per proportionem $\varepsilon\delta : \delta\gamma = \alpha\delta : \delta\beta$, et e contrario $\delta\gamma : \varepsilon\delta = \delta\beta : \alpha\delta$".

$\overline{AB\Gamma}$ 13. 14. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $ZB\varDelta$ — τῶν $AB\Gamma$ om. B[1]S cod. *Co* 13. τῶν $\overline{ZB\varDelta}$ A 14. τῶν $\overline{Z\varDelta E}$ ABS 16. τὸ ὑπὸ τῶν $\overline{\alpha\delta\gamma}$ B, τῶι ὑπὸ τῶν $\overline{A\varDelta\Gamma}$ A, τῷ ὑπὸ τῶν $\alpha\gamma\delta$ S cod. *Co* τῷ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\delta\varepsilon}$ BS, τὸ etc. AV 17. καὶ ἀνάπαλιν del. Simsonus p. 33, ἄρα coni. *Hu* 18. ἡ $\overline{B\Gamma AE}$ A, distinx. BS 19. τῶν $\overline{ZA\varDelta}$ ABS, distinx. *Hu* 20. τῶν BAE V[2] *Co* pro τῶν $\overline{B\varDelta E}$ 21. τὴν $\varDelta\Gamma$ V[2] *Co* pro τὴν $\overline{A\Gamma}$ 22. πρὸς τὴν om. A[1], add. in marg. A[3] 24. τῶν $\overline{Z\Gamma\varDelta}$ ABS 26. β' add. BS τῶν $A\varDelta\Gamma$ *Co* pro τῶν $\overline{A\Gamma\varDelta}$ 27. συναμφότερα A, corr. BS 28. τῶν $\overline{ZA\varDelta}$ et similiter posthac usque ad cap. 110 ABS, distinx. *Hu* (partim etiam V vel V[2]) 29. BAE — ὑπὸ τῶν add. *Co*

ΒΓΕ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΔΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, ἀνάλογον καὶ ἀνάπαλιν καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπὴν καὶ συνθέντι ἔστιν ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ ΑΕ ΓΒ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. συναμφότερος δὲ ἡ ΑΕ ΓΒ ἴση ἐστὶν τῇ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ζ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ζ ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΒ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ. συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΑΕ ΓΒ, τουτέστιν ὡς ἡ Ζ, πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ζ ΓΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ. τὰ δ' αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δύο δείξομεν· γίνεται ἄρα τέσσαρα.

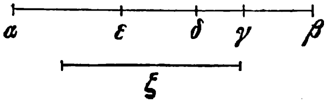
97 *γ'. Ἔστω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ· ὅτι πάλιν, ἐὰν τῇ τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχῇ ἴση τεθῇ ἡ Ζ, γίνεται τέσσαρα, τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Ζ ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ, τὸ δὲ ὑπὸ* Ζ ΓΔ τῷ ὑπὸ *ΒΓΕ, τὸ δὲ ὑπὸ Ζ ΒΔ τῷ ὑπὸ ΑΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ Ζ ΔΕ τῷ ὑπὸ ΑΕΓ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, ἀνάλογον καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπὴν καὶ ἀναστρέψαντι ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχήν, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ. ἡ δὲ τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχή ἐστιν ἡ Ζ· τὸ ἄρα ὑπὸ Ζ ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ ΒΑΕ. πάλιν ἐπεὶ λοιπὴ ἡ ΑΕ πρὸς λοιπὴν τὴν ΒΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς, τουτέστιν τῆς Ζ καὶ τῆς ΓΔ, ἴσον τῷ ὑπὸ

---

1. *τῶν* $\overline{ZB\Delta}$ A[1] ex *τῶν* $\overline{**\Delta}$ 4. *καὶ ἀνάπαλιν* hoc loco minus abundat quam p. 734, 17; tamen del Simsonus p. 35 4. 5. *λοιπὰ πρὸς λοιπὰ καὶ συνθέσεις* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 12. *ἡ* $\overline{\alpha\varepsilon}$ $\overline{\beta\gamma}$, *τουτέστιν* S 14. *τῶν ΒΓΕ Co* pro *τῶν* $\overline{BE\Gamma}$ 16. *γ'* add. BS *τὸ σημεῖον*, scil. *Δ* (vide Latina), *τὰ σημεῖα*, scil. *Ε Γ Δ* extra totam (?) *ΑΒ*, coni. *Co*, *τὰ σημεῖα*, scil. *Γ Δ* extra totam *ΑΕ + ΕΒ*, coni. *Ge* 17. *τῶν ΑΔΓ*

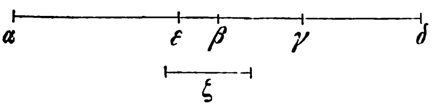
$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$, et $\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, et $\zeta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, et $\zeta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$.



Quoniam enim est $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem est $\alpha\delta : \beta\delta = \delta\varepsilon : \delta\gamma$, et e contrario $\beta\delta : \alpha\delta = \delta\gamma : \delta\varepsilon$, et subtrahendo $\gamma\beta : \alpha\varepsilon = \beta\delta : \alpha\delta$, et componendo $\alpha\varepsilon + \gamma\beta : \alpha\varepsilon = \beta\alpha : \alpha\delta$. Sed est $\alpha\varepsilon + \gamma\beta = \zeta$; ergo $\zeta : \alpha\varepsilon = \beta\alpha : \alpha\delta$; itaque $\zeta \cdot \alpha\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$. Rursus quia *per proportionem* est $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, subtrahendo igitur est $\alpha\varepsilon : \gamma\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$. Componendo est $\alpha\varepsilon + \gamma\beta : \gamma\beta = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$, id est $\zeta : \gamma\beta = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$; ergo $\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$. Eadem etiam in reliquis duobus demonstrabimus; fiunt igitur quattuor *quae dicta sunt.*

III. Sed *sint puncta* $\varepsilon\ \beta$ *inter* $\alpha\ \gamma$, *et* extra totam $\alpha\varepsilon + \varepsilon\beta + \beta\gamma$ sit punctum δ, ac *rursus* sit $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$; dico rursus, si ponatur recta $\zeta = \alpha\varepsilon - \beta\gamma$, fieri quattuor, scilicet $\zeta \cdot \alpha\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$, et $\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, et $\zeta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, et $\zeta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$. Prop. 43

Quoniam enim $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, per proportionem igitur est $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, et subtrahendo $\alpha\varepsilon : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\beta$, et convertendo $\alpha\varepsilon : \alpha\varepsilon - \beta\gamma = \alpha\delta : \alpha\beta$. Sed differentia $\alpha\varepsilon - \beta\gamma$ est ζ; ergo $\zeta \cdot \alpha\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$. Rursus quia *propter superiora* est subtrahendo $\alpha\varepsilon : \beta\gamma = \varepsilon\delta : \delta\gamma$, dirimendo est $\alpha\varepsilon - \beta\gamma : \beta\gamma = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$; ergo $(\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \gamma\delta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, id est $\zeta \cdot \gamma\delta =$



Co pro τῶν $\overline{\Delta A\Gamma}$ ἴσον add. idem $\overline{B\Delta E}$ A[1] ex B** 18. τῶν $\overline{\Delta E}\ \overline{\Gamma B}$ AB, corr. S 20. $Z\ \Gamma\Delta$ τῷ ὑπὸ add. *Co* (idem praeterea τῶν ante $Z\ \Gamma\Delta$) 23. λοιπὰ πρὸς λοιπὰ ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 25. τῶν $\overline{\Delta E\Gamma B}$ A, distinx. BS 26. 27. πάλιν επι λοιπὴν A(B), corr. S 28. τῶν $\overline{\Delta E\Delta\Gamma}$ A(BS), corr. in Lat. versione *Co* 29. 30. τῶν $\overline{\Delta EB\Gamma}$ A, distinx. BS 30. τουτέστι A[s]BS *τῶν ΒΓΕ. τὰ δὲ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δύο δείξομεν· γίνεται ἄρα τέσσαρα.*

98 *δʹ. Τούτου δ' ἂν δειχθέντος ῥᾳδίως εὑρεθείη τὰ εἰς τὸ πρῶτον διωρισμένης· τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.*

Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Ζ ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΔΕ τῷ ὑπὸ ΑΕΓ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ Ζ ΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ Ζ ΔΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ πρώτου προβλήματος.

99 *ϛʹ. Ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν* ΑΔΓ τῷ ὑπὸ τῶν *ΒΔΕ, καὶ τυχὸν σημεῖον ἔστω τὸ Ζ· ὅτι, ἐὰν συναμφοτέρῳ τῇ ΔΕ ΓΒ ἴση τεθῇ ἡ Η, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ.*

Ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν Η ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἡ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΕΖ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΕΖ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΖ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΓΖ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΖΕ· ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΓΖ τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΒ ΖΕ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΖΕ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ, ὅπερ: ~

3. δʹ add. BS 4. ὅτι Co pro οὕτως 13. hoc et quae sequuntur lemmata alio ordine ab ipso olim Pappo disposita esse videntur ϛʹ add. BS 14. ΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν add. Co 14. ἔστω om. S συναμφότερος AB, corr. S 15. τῇ ΔΕΓΒ A, distinx. BS 20. ᾧ Ge auctore Co pro ὡς 22. τοῦ ὑπὸ τῶν ΔΕΓΖ A BS, corr. Co τοῦ, τὸ S 24. τῶν ΓΖΕ Co pro τῶν ΒΖΕ 26. τῶν ΑΖΓ Co pro τῶν ΑΖΕ τῷ add. S

τῶν ΒΓΕ. τὰ δὲ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δύο δείξομεν· γίνεται ἄρα τέσσαρα.

98 δ'. Τούτου δ' ἂν δειχθέντος ῥᾳδίως εὑρεθείη τὰ εἰς τὸ πρῶτον διωρισμένης· τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Ζ ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ ΔΕ τῷ ὑπὸ ΑΕΓ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ Ζ ΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ Ζ ΔΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ πρώτου προβλήματος.

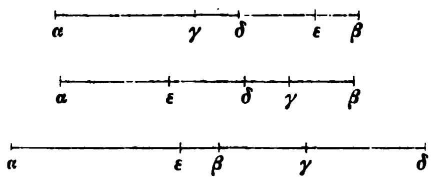
99 ε'. Ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, καὶ τυχὸν σημεῖον ἔστω τὸ Ζ· ὅτι, ἐὰν συναμφοτέρῳ τῇ ΑΕ ΓΒ ἴση τεθῇ ἡ Η, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ.

Ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν Η ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἡ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΕΖ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΕΖ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΖ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΓΖ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΖΕ· ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΓΖ τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΒ ΖΕ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΖΕ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΖΕ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ, ὅπερ: ~

3. δ' add. BS 4. ὅτι *Co* pro οὕτως 13. hoc et quae sequuntur lemmata alio ordine ab ipso olim Pappo disposita esse videntur ε' add. BS ΑΔΓ τῷ ὑπὸ τῶν add. *Co* 14. ἔστω om. S συναμφότερος AB, corr. S 15. τῆι ΑΕΓΒ A, distinx. BS 20. ᾧ *Ge* auctore *Co* pro ὡς 22. τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΓΖ A(BS), corr. *Co* τοῦ] τὸ S 24. τῶν ΓΖΕ *Co* pro τῶν ΒΖΕ 26. τῶν ΑΖΓ *Co* pro τῶν ΑΖΕ τῷ add. S

$\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$. Eadem etiam in reliquis duobus demonstrabimus; fiunt igitur quattuor *quae dicta sunt.*

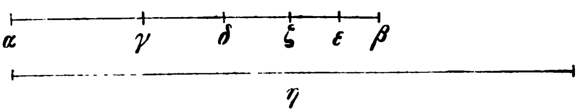
IV. Hoc autem demonstrato facile inveniantur *lemmata* Prop. 44
I X XIX (*propos. 22. 30. 36*) ad primum *librum sectionis* determinatae: "iisdem suppositis dico fieri $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$".



Quoniam enim *tribus quae antecedunt lemmatis* demonstratum est $\zeta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, et $\zeta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, est igitur $\zeta \cdot \beta\delta : \zeta \cdot \delta\varepsilon$, id est $\beta\delta : \delta\varepsilon = \alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$*).

In primum epitagma primi problematis.

V. Sit rursus $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et quodvis punctum ζ Prop. 45
inter δ *et* ε**); dico, si ponatur $\eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$, esse $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \eta \cdot \delta\zeta$.



Quoniam enim supra (*propos. 41*) demonstratum est $\eta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, subtrahatur commune $\eta \cdot \zeta\varepsilon$; restat igitur $\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma - \eta \cdot \zeta\varepsilon$. Sed, communi subtracto $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta$ *ex differentia* $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma - \eta \cdot \zeta\varepsilon$, est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma - \eta \cdot \zeta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta - \gamma\beta \cdot \zeta\varepsilon$, et, communi subtracto $\gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon$ *ex diff.* $\alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta - \gamma\beta \cdot \zeta\varepsilon$, $\alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta - \gamma\beta \cdot \zeta\varepsilon = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$; ergo est $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \eta \cdot \delta\zeta$, q. e. d.

*) In comparandis propositionibus 30 et 36 (quas citat Simsonus p. 38) notae figurarum ex ordine mutandae sunt.

**) Addit Simsonus p. 39.

Ἄλλο εἰς τὸ τρίτον τοῦ δευτέρου.

100 ϛʹ. Ἔστω τὸ σημεῖον μεταξὺ τῶν Ε Β τὸ Ζ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ.

Ἐπεὶ γὰρ προαποδέδεικται τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΕΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἴσον τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΕΓ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΕΖ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΕΖ. ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ· γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ Η ΔΖ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΑΕ ΓΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΒ ΕΖ. ἀλλὰ πάλιν τὸ ὑπὸ ΓΒ ΕΖ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΓΖΕ καὶ τῷ ὑπὸ ΕΖΒ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΖΕ ὅλον [ἄρα] ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖΓ, εἴχομεν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΑΖΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΕΖΒ.

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

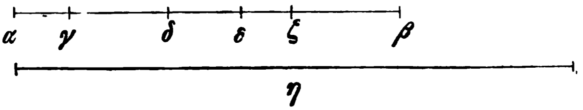
101 ζʹ. Ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς ΑΒ τὸ Ζ· δεῖξαι ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΒ ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΒΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν Η ΒΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἴσον τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΒΖ, τουτέστιν τῷ τε ὑπὸ ΑΕ ΒΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΒΖ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΒΖ ὅλον [ἄρα] ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖ ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ Η ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΖ ΓΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ ΒΖ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΖ ΓΒ μετὰ τοῦ

1. *δευτέρου Hu* auctore Simsono p. 40 pro *τρίτου* 2. ϛʹ add. BS *Ἔστω μετὰ τὸ σημεῖον* ABS, corr. *Ge* auctore *Co* *τὸ Ζ* del. *Hu* 3. *τῶν ΑΖΓ Co* pro *τῶν ΑΖΔ* 6. *Η ΔΖ Co* pro *ΗΒΖ* 9. *τὸ ὑπὸ ΗΔΖ* AB *Co*, *τὸ ὑπὸ ηζδ* S cod. *Co* 11. post *μετὰ τοῦ* repetunt *ὑπὸ ΑΕ ΓΖ μετὰ τοῦ* ABV, *ἀπὸ αε γζ μετὰ τοῦ* S 12. *ἄρα* del. *Hu* 13. *ἴσον* om. *Ge* *ὑπὸ ΑΖΓ Co* in Lat. versione pro *ὑπὸ ΑΓΖ* 16. ζʹ add. BS *ἐκτὸς Co* pro *ἐπὶ* (conf. cap. 104) *τὸ Ζ* del. *Hu* 19. *τῷ ὑπὸ τῶν αβγ* B[1] (*τῷ τε* et cetera perinde S) 21. *Η* (ante *ΒΖ τουτέστιν*) inter lin. add. A[1] 22. *ὑπὸ ΓΒΖ Co* pro *ὑπὸ ΒΖ* 23. *ἄρα* del. *Hu*

Aliud in tertium *epitagma* secundi *problematis*.

VI. Sit punctum ζ inter ε *et* β; dico esse $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$ Prop. 46
$= \eta \cdot \delta\zeta$.



Quoniam enim supra (*lemm. I*) demonstratum est $\eta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, commune addatur $\eta \cdot \varepsilon\zeta$; ergo

$\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \eta \cdot \varepsilon\zeta$, *sive, quia ex hypothesi* (*lemm. V*) *est* $\eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$,

$= \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta + \gamma\beta \cdot \varepsilon\zeta$, sive compositis $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta$,

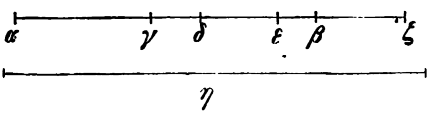
$= \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta + \gamma\beta \cdot \varepsilon\zeta$, sive, quia est $\gamma\beta \cdot \varepsilon\zeta = \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$,

$= \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta + \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$, sive compositis $\alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta + \gamma\zeta \cdot \zeta\varepsilon$,

$= \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$.

In primum epitagma tertii problematis.

VII. Sit rursus extra $\alpha\beta$ punctum ζ; demonstretur esse Prop. 47
$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta : \zeta\beta = \eta \cdot \delta\zeta$.



Quoniam enim *propter lemma I* est $\eta \cdot \delta\beta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, commune addatur $\eta \cdot \beta\zeta$; ergo

$\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \eta \cdot \beta\zeta$, id est, *quia ex hypothesi* (*lemm. V*) *est* $\eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$,

$= \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta + \gamma\beta \cdot \beta\zeta$, sive compositis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \gamma\beta \cdot \beta\zeta$,

$= \alpha\zeta \cdot \gamma\beta + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta$. Sed *quoniam est*

$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \alpha\zeta \cdot \gamma\beta + \alpha\zeta \cdot \zeta\beta$

$= \alpha\zeta \cdot \gamma\beta + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$*), est *igitur*

*) Addita haec secundum *Co.*

ὑπὸ ΔΕ ΒΖ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΖΒ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἄρα ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΖΒ.

Εἰς τὸ δεύτερον ἐπίταγμα τοῦ πρώτου προβλήματος.

102 *η΄. Ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΔΒ, σημεῖον ἔστω τὸ Ζ μεταξὺ τῶν Δ Γ, καὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΔΕ ΓΒ ἴση κείσθω ἡ Η· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖΒ τοῦ ὑπὸ ΔΖΓ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν Η ΖΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΔΖ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΒ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΓΖ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓΒ τοῦ ὑπὸ τῶν Η ΖΓ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ ΒΓΖ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΓΒ τοῦ ὑπὸ ΔΕ ΖΓ· ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΖ ΓΒ τοῦ ὑπὸ ΔΕ ΖΓ, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΕΖΓ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΖΒ τοῦ ὑπὸ ΔΖΓ· καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖΒ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΔΖΓ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.

Εἰς τὸ δεύτερον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλήματος.

103 *θ΄. Ἀλλὰ ἔστω τὸ σημεῖον μεταξὺ τῶν Γ Β τὸ Ζ· ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΒΓΕ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΓΖ, ὅ ἐστιν τῷ τε ὑπὸ ΔΕ ΓΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΓΖ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΕΓΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΕΖ ΓΒ·

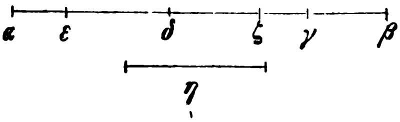
---

1. 2. *τῶν ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΖΒ* Co pro *τῶν* $\overline{\Delta Z\Gamma}$ *τοῦ ὑπὸ τῶν* $\overline{EBZ}$ 2. *τῶν Η ΔΖ* Co pro *τῶν* $\overline{HBZ}$ 4. *πρώτου* Hu auctore Simsono p. 42 pro *αὐτοῦ* (quod ex $\overline{A}^{του}$ corruptum esse videtur)   5. *η΄* add. BS   6. *τῶν* $\overline{\Delta\Gamma}$ AB, distinx. S   *συναμφότερος* AB, corr. S   7. *τῶν* $\overline{EZB}$ A[3] ex *τῶν* $\overline{E**}$ 14. *ΔΕ ΖΓ* Co pro $\overline{AB}$ $\overline{Z\Gamma}$ 15. *προστεθέντος* Co pro *ἀφαιρεθέντος*   16. *τὸ ὑπὸ ΕΖΒ* Co pro

$$\alpha\zeta \cdot \gamma\beta + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta; \text{ ergo}$$
$$\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta.$$

In secundum epitagma primi problematis.

VIII. Sit $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \varepsilon\delta \cdot \delta\beta$, punctum ζ inter δ *et* γ, ac ponatur $\eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$; dico esse $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta - \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \eta \cdot \delta\zeta$. Prop. 48



Quoniam enim *propter lemma II* est $\eta \cdot \delta\gamma = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, commune subtrahatur $\eta \cdot \zeta\gamma$; restat igitur

$\eta \cdot \delta\zeta = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta - \eta \cdot \zeta\gamma$. Sed ex hac differentia commune subtrahatur $\beta\gamma \cdot \gamma\zeta$; est igitur

$$\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta - \eta \cdot \zeta\gamma = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta - \beta\gamma \cdot \gamma\zeta - (\eta \cdot \zeta\gamma - \beta\gamma \cdot \gamma\zeta)$$
$$= \varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta - \alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma.$$

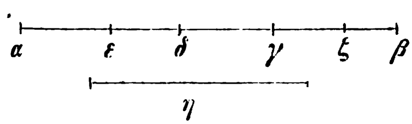
Sed ad differentiam $\varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta - \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta$ commune addatur $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma$; est igitur

$$\varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta - \alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma = \varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma - (\alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma)$$
$$= \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta - \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma.$$

Ergo etiam est $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta - \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \eta \cdot \delta\zeta$.

In secundum epitagma secundi problematis.

IX. Sed sit punctum ζ inter γ *et* β; dico fieri $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \eta \cdot \delta\zeta$. Prop. 49



Quoniam enim est, *ut supra*, $\eta \cdot \delta\gamma = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, commune addatur $\eta \cdot \gamma\zeta$; est igitur

$$\eta \cdot \delta\zeta = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \eta \cdot \gamma\zeta, \text{ sive, } \textit{quia ex hypothesi (lemm. VIII) est } \eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta,$$
$$= \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta + \gamma\beta \cdot \gamma\zeta, \text{ sive compositis } \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \gamma\beta \cdot \gamma\zeta,$$

τὸ ὑπὸ $\overline{EZ\Delta}$ 17. ἄρα τὸ ὑπὸ ABS, corr. V 20. ϑʹ add. BS τῶν $\overline{\Gamma B}$ A, distinx. BS τὸ *Z* del. *Hu* 21. τοῦ ὑπὸ *BZE Co* pro τοῦ ὑπὸ $\overline{AZE}$ 26. $\overline{AE\Gamma Z}$ A, distinx. BS, item p. 744, 4 *γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ ΕΖ ΓΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ ἴσον τῷ ὑπὸ Η ΔΖ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΕΖ ΓΒ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΕΖΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΖΕ, τὸ δὲ ὑπὸ ΕΓΖ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.*

Εἰς τὸ δεύτερον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

104 *ι'. Ἔστω δὴ τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς ΑΒ τὸ Ζ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν Η ΔΖ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν Η ΒΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν *ΗΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΒΖ, ὅ ἐστιν τῷ τε ὑπὸ ΑΕ ΖΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΒΖ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΒΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖ ΓΒ· τὸ* ἄρα *ὑπὸ ΑΖ ΓΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΗΔΖ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ ὑπεροχή ἐστιν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ· καὶ τὸ ὑπὸ ΑΖΓ* ἄρα *τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΔΖ, ὅπερ: ~*

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ πρώτου προβλήματος.

105 *ια'. Ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΕ, καὶ τῇ τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῇ ἴση κείσθω ἡ Η, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Ζ μεταξὺ τῶν Ε Β· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ* ὑπὸ *ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῆς Η καὶ τῆς ΖΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΒΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΒΖ, ὅ

---

1. *τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ Co* pro *τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΓΖ* 7. *ι'* add. BS *τὸ Ζ* del. *Hu* 9. *Η ΔΖ Co* in Lat. versione pro *ΗΖΑ* 11. 12. *Η ΒΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν* add. *Co* 13. *ἐστιν τό τε* A, corr. BS *καὶ τὸ* AB, corr. S 14. *ἐστὶ* A[s]BS 14. 15. *ὑπὸ ΑΖ ΓΒ Co* pro *ὑπὸ ΑΗ ΓΒ* 16. *ὑπὸ Η ΔΖ Co* pro *ὑπὸ ΗΑΖ* *τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ Ge* auctore *Co* pro *τὸ ὑπὸ ΑΖ ΔΓ* 17. *ᾗ* add. BS 18. *ἄρα* add. *Hu* 19. *ὅπερ*] *ο* A, *ὅπερ ἔδει* BS 21. *ια'* add. BS 22. *καὶ τὴν — ὑπεροχὴ* A,

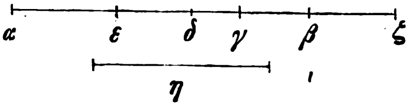
$\eta \cdot \delta\zeta = \varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta$, sive, quia est $\varepsilon\zeta \cdot \gamma\beta = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma + \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$,

$= \varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma + \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta$, sive compositis $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\zeta$,

$= \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$.

In secundum epitagma tertii problematis.

X. Iam sit punctum ζ extra $\alpha\beta$; dico esse $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta = \eta \cdot \delta\zeta$. Prop. 50.



Quoniam enim *propter lemma II* est $\eta \cdot \delta\beta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, commune addatur $\eta \cdot \beta\zeta$; est igitur

$\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \eta \cdot \beta\zeta$, sive, *quia ex hypothesi* (*lemm. VIII*) *est* $\eta = \alpha\varepsilon + \gamma\beta$, et compositis $\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \gamma\beta \cdot \beta\zeta$,

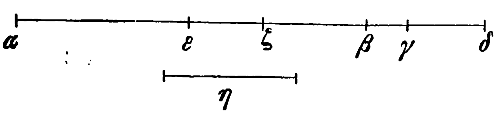
$= \alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta$. Sed, *ut supra* (*lemmm. VII*) *demonstravimus*, est

$\alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$; ergo etiam

$\eta \cdot \delta\zeta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$, q. e. d.

In tertium epitagma primi problematis.

XI. Sit $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et recta $\eta = \alpha\varepsilon - \beta\gamma$, ac sumatur punctum aliquod ζ inter ε *et* β; dico esse $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta = \eta \cdot \zeta\delta$. Prop. 51



Quoniam enim *propter lemma III* est $\eta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, commune addatur $\eta \cdot \beta\zeta$; est igitur

$\eta \cdot \zeta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \eta \cdot \beta\zeta$, id est

---

corr. BS 23. τῶν $\overline{EB}$ A, distinx. BS 24. ὑπὸ ante *EZB* add. *Ge* 25. τῷ ὑπὸ *ΑΒΓ* *Co* pro τῶι ὑπὸ $\overline{ΑΓΒ}$

ἐστιν τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΒΓ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ ἐστὶν καὶ τὸ ὑπὸ ΖΒ ΒΓ· γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΖ ΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΒ ΒΖ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΖ. τὸ δὲ ὑπὸ ΓΒ ΒΖ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ· τὸ οὖν ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΖ ΓΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΖΔ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλήματος.

106 ιβ'. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ Ζ σημεῖον μεταξὺ τῶν Β Γ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῆς Η καὶ τῆς ΖΔ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ Η ΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΓΒ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΖΓ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΖΔ τῷ ὑπὸ ΕΓΒ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΖΓ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ Η ΖΓ τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ἐστὶν ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΖΓ, τὸ δὲ ὑπὸ ΕΓΒ τὸ ὑπὸ ΒΓΖ ἐστὶν καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ· γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον τῷ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΓΖ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΓΖ. τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΓΖ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΖ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕ ΓΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΕ ΓΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΕΖ ΓΒ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΕΖ ΒΓ τό τε ὑπὸ ΕΖ ΖΓ ἐστὶν καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ ΖΒ, τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΕ ΖΓ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖΓ. εἴχομεν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ Η ΖΔ, ὅπερ: ~

---

3. οὖν τὸ ὑπὸ ΗΖ ΖΔ ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 5. τῶν ΑΕ ΓΒ *Co* pro τῶν ΑΓ ΓΒ 6. ὑπὸ ΑΕ ΖΒ *Co* pro ὑπὸ ΑΕΖ οὖν om. S cod. *Co*, unde ἄρα post Η ΖΔ add. *Co* 7. ΑΕΖΒ A, distinx. BS 8. τὸ ὑπὸ ΑΖΒ A[1], ad quae nescio quae manus postea

$\eta \cdot \zeta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \beta\zeta$, sive, quia est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \zeta\beta \cdot \beta\gamma$,

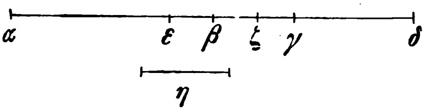
$= \alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \beta\gamma \cdot \beta\zeta + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \beta\zeta$, id est

$= \alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta$.

Sed, *ut supra* (*sub finem lemmatis VII*) *demonstravimus*, est $\alpha\zeta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \beta\zeta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$; ergo etiam $\eta \cdot \zeta\delta = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma - \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$, q. e. d.

In primum epitagma secundi problematis.

XII. Iisdem suppositis sit punctum ζ inter β et γ; dico esse $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta = \eta \cdot \zeta\delta$. Prop. 52



Quoniam enim *propter lemma III* est $\eta \cdot \gamma\delta = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta$, commune addatur $\eta \cdot \zeta\gamma$; est igitur

$\eta \cdot \zeta\delta = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta + \eta \cdot \zeta\gamma$, sive, quia *ex hypothesi* est $\eta \cdot \zeta\gamma = (\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \zeta\gamma$, et $\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta = \varepsilon\zeta \cdot \beta\gamma + \zeta\gamma \cdot \beta\gamma$,

$= \varepsilon\zeta \cdot \beta\gamma + \zeta\gamma \cdot \beta\gamma + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \zeta\gamma$

$= \varepsilon\zeta \cdot \beta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma$

$= \varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta + \alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma$, sive compositis $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \zeta\gamma$,

$= \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \varepsilon\zeta \cdot \zeta\beta$, q. e. d.

Γ addidit, distinx. BS   μετὰ τοῦ $\overline{AEZ}$ ABS, corr. *Hu* auctore *Co*   10. ὅπερ BS, ο A   12. $\overline{IB}$ A[1] in marg. (BS)   13. τῶν $\overline{B\Gamma}$ A, distinx. BS   14. ἐστὶ A[s]BS   τῆς *H Hu* pro τῶν $\overline{H}$ 16. τὸ ὑπὸ $\overline{HZ}$ λόγον ἄρα AB, τὸ ὑπὸ $\overline{\eta\zeta}$. ἀνάλογον ἄρα S, corr. *Co*   18. τῶν $\overline{AEB\Gamma}$ A. distinx. BS   20. ἴσον τῶι ὑπὸ $\overline{EZB}$ A(BS), corr. *Co*   21. τῶν $\overline{AEB\Gamma}$ A, distinx. BS   22. 23. τὸ δὲ ὑπὸ — τῆς ΓZ add. *Co*   23. ὑπὸ $\overline{AE\Gamma Z}$ A, distinx. BS, item vs. 24   26. ἐστιν καὶ τὸ ὑπὸ $\overline{B\Gamma}$ $\overline{\Gamma Z}$ A(BS), ἔστι καὶ τὸ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\gamma\beta}$ e suo codice affert *Co*, ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ *BΓ BZ Ge*, corr. *Co*   ὑπὸ *EZΓ Co* pro ὑπὸ $\overline{BZ\Gamma}$ 26. 27. ὑπὸ $\overline{AEZ\Gamma}$ A, distinx. BS   27. τὸ ὑπὸ $\overline{AZ\Gamma}$ A[s]S *Co*, τὸ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\zeta}$ B cod. *Co*

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

107 *ιγʹ. Ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον μεταξὺ τῶν Γ Δ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἐλλείπει τῷ ὑπὸ Η ΖΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ Η ΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΓΒ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ Η ΓΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ὑπεροχή ἐστιν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΓΒ τοῦ ὑπὸ Η ΓΖ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΔΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΓΖ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΓΒ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΔΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΓΖ, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΖΓΒ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ τοῦ ὑπὸ ΔΕ ΓΖ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ τοῦ ὑπὸ ΔΕ ΓΖ, *κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΕΖΓ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΕΖΒ τοῦ ὑπὸ ΔΖΓ· ὥστε τὸ ὑπὸ ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἐλλείπει τῷ ὑπὸ τῆς Η καὶ τῆς ΖΔ.*

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

108 *ιδʹ. Ἀλλὰ ἔστω ἐκτὸς τὸ Ζ σημεῖον· ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ ΔΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.*

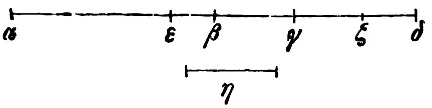
Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΗΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΓΒ, ἀμφότερα ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ Η ΓΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΔΖ ἡ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ Η ΓΖ τοῦ ὑπὸ ΕΓΒ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ Η ΓΖ τοῦ ὑπὸ ΕΓΒ, *κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΒΓΖ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΔΕ ΓΖ τοῦ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ· ἡ γὰρ τῶν ΔΕ ΒΓ ὑπεροχὴ μετὰ τῆς ΒΓ ἡ ΔΕ ἐστίν. ᾧ δὲ πάλιν ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΔΕ ΓΖ*

---

2. *ιγʹ* add. BS   *τῶν ΓΔ* A, distinx. BS   7. *ὑπὸ τῆς* Co pro *ὑπὸ καὶ*   *τῶν ΔΕΓΒ* A, distinx. BS   8. *ὡς δὲ* A, corr. BS   post *ὑπερέχει* rasura duarum fere litterarum in A   *τὸ ὑπὸ ΕΓΒ* Co pro *τὸ ὑπὸ ΔΓΒ*   10. *τὸ ὑπὸ ΔΕΓΖ* A, *τὸ ὑπὸ δε γζ* BS, *τοῦ* pro *τὸ* corr. V   10. 11. *ᾧ δὲ — ΔΕ ΓΖ* add. *Hu*   16. *ιδʹ* add. BS   17. *τῶι ὑπὸ ΗΔΖ* A[3] ex *τῶι ὑπὸ Η***   19. *λοιπὸν* Co pro *ὅλον*   21. *ᾧ δὲ — ΕΓΒ* add. *Hu*   22. 23. *ὑπὸ ΔΕΓΖ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒΓ* A, distinx. BS   23. *γὰρ* Co pro *ἄρα*   *τῶν ΔΕΒΓ* A, distinx. B, *τῶν δε γβ* S *Ge*   24. *τὸ ὑπὸ ΔΕΓΖ* A, distinx. BS

In tertium epitagma tertii problematis.

XIII. Sit rursus punctum ζ inter γ et δ; dico esse $\varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta$ Prop. 53
$-\ \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma = \eta\cdot\zeta\delta$.



Quoniam *propter lemma III* est $\eta\cdot\gamma\delta = \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta$, commune subtrahatur $\eta\cdot\gamma\zeta$; restat igitur

$$\eta\cdot\zeta\delta = \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta - \eta\cdot\gamma\zeta, \text{ id est } (\textit{ex hypoth. lemm. XI})$$
$$= \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta - (\alpha\varepsilon - \beta\gamma)\cdot\gamma\zeta.$$

Sed ad hanc differentiam commune addatur $\zeta\gamma\cdot\gamma\beta$; est igitur

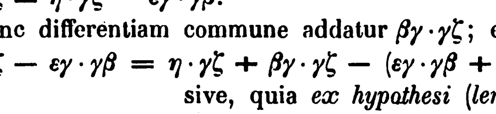
$$\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta - (\alpha\varepsilon - \beta\gamma)\cdot\gamma\zeta = \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta + \zeta\gamma\cdot\gamma\beta - [(\alpha\varepsilon - \beta\gamma)\cdot\gamma\zeta + \beta\gamma\cdot\gamma\zeta]$$
$$= \varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma - \alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta.$$

Sed ad differentiam $\varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma - \alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta$ commune addatur $\varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma$; est igitur

$$\varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma - \alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta = \varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma - (\alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma)$$
$$= \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta - \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma. \text{ Itaque } \textit{etiam}$$
$$\eta\cdot\zeta\delta = \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta - \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma.$$

In tertium epitagma tertii problematis.

XIV. Sed sit extra $\alpha\delta$ punctum ζ; dico vice versa esse Prop. 54
$\alpha\zeta\cdot\zeta\gamma - \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta = \eta\cdot\delta\zeta$.



Quoniam enim *propter lemma III* est $\eta\cdot\gamma\delta = \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta$, utrumque subtrahatur ab $\eta\cdot\gamma\zeta$; restat igitur

$$\eta\cdot\delta\zeta = \eta\cdot\gamma\zeta - \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta.$$

Sed ad hanc differentiam commune addatur $\beta\gamma\cdot\gamma\zeta$; est igitur

$$\eta\cdot\gamma\zeta - \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta = \eta\cdot\gamma\zeta + \beta\gamma\cdot\gamma\zeta - (\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta + \beta\gamma\cdot\gamma\zeta),$$

sive, quia *ex hypothesi* (*lemm. XI*) est $\eta = \alpha\varepsilon - \beta\gamma$,

$$= \alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta - \varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma.$$

τοῦ ὑπὸ ΕΖ ΒΓ, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΕΖΓ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΔΖ.

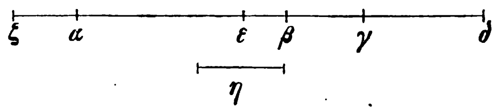
Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

109 ιε'. Πάλιν ἔστω τὸ Ζ σημεῖον μεταξὺ τῶν Α Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ Η ΖΔ.

Ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Η ΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΒΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ Η ΖΒ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΖ ΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΖΒΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΖΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΒΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕ ΒΖ· τὸ ὑπὸ ΑΕ ΒΖ ἄρα ἐστὶν τό τε ὑπὸ ΒΖΕ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΖΒ, ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖΓ· τὸ οὖν ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ Η ΖΔ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

110 ιϛ'. Ἔστω δὴ πάλιν ἐκτὸς τὸ Ζ σημεῖον· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΖΓ τοῦ ὑπὸ ΕΖΒ ἐλλείπει τῷ ὑπὸ Η ΖΔ.



Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Η ΑΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΑΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ Η ΑΖ· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ Η ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΒΑΕ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΓΒ

---

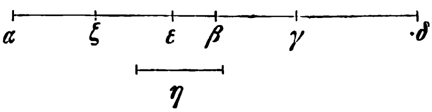
1. τὸ ὑπὸ $\overline{EZ}$ — $\overline{B\Gamma}$ ABS, τοῦ corr. *Ge* 2. τὸ ὑπὸ $\overline{A Z}$ $\overline{Z\Gamma}$ τοῦ ὑπὸ $\overline{EZ}$ ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 4. Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλ. coni. Simsonus p. 49. 163 ἐπίταγμα A[4] ex ἐπὶ 5. ιε' add. BS *Πάλιν* om. S τῶν $\overline{AE}$ A, distinx. BS 10. ὑπὸ $\overline{AZB\Gamma}$ A, distinx. BS 11. τῶν $\overline{AEB\Gamma}$ A, distinx. BS 12. τῶι ὑπὸ $\overline{AEBZ}$ A, distinx. BS τὸ ὑπὸ ΑΕ ΒΖ add. *Co* 13. ὑπὸ ΒΖΕ *Co* pro ὑπὸ $\overline{BZ\Gamma}$ 13. 14. μετὰ τοῦ ὑπὸ $\overline{AZB}$ A[1]B, μετὰ τοῦ ὑπὸ $\overline{A\Delta B}$

Sed rursus ad differentiam $\alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta - \varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma$ commune addatur $\varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma$; est igitur

$$\alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta - \varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma = \alpha\varepsilon\cdot\gamma\zeta + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma - (\varepsilon\zeta\cdot\beta\gamma + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\gamma)$$
$$= \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma - \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta.$$ Ergo *etiam*
$$\eta\cdot\delta\zeta = \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma - \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta.$$

In tertium epitagma tertii problematis, *vel potius, ut videtur, in primum secundi.*

XV. Sit rursus punctum ζ inter α et ε; dico esse $\alpha\zeta\cdot\zeta\gamma$ Prop. 55
$+ \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta = \eta\cdot\zeta\delta$.



Quoniam *propter lemma III* est $\eta\cdot\beta\delta = \alpha\beta\cdot\beta\gamma$, commune addatur $\eta\cdot\beta\zeta$; est igitur

$$\eta\cdot\zeta\delta = \alpha\beta\cdot\beta\gamma + \eta\cdot\beta\zeta,$$ sive, quia est $\alpha\beta\cdot\beta\gamma = \alpha\zeta\cdot\beta\gamma + \zeta\beta\cdot\beta\gamma$, *et ex hypothesi* (*lemm. XI*) $\eta = \alpha\varepsilon - \beta\gamma$,
$$= \alpha\zeta\cdot\beta\gamma + \zeta\beta\cdot\beta\gamma + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma)\,\beta\zeta$$
$$= \alpha\zeta\cdot\beta\gamma + \alpha\varepsilon\cdot\beta\zeta,$$ sive, quia est $\alpha\varepsilon\cdot\beta\zeta = \alpha\zeta\cdot\zeta\beta + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta$, et compositis $\alpha\zeta\cdot\beta\gamma + \alpha\zeta\cdot\zeta\beta$,
$$= \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma + \varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta,$$ q. e. d.

In tertium epitagma tertii problematis.

XVI. Iam sit rursus punctum ζ extra $\alpha\delta$; dico esse Prop. 56
$\varepsilon\zeta\cdot\zeta\beta - \alpha\zeta\cdot\zeta\gamma = \eta\cdot\zeta\delta$.

Quoniam enim *propter lemma III* est $\eta\cdot\alpha\delta = \beta\alpha\cdot\alpha\varepsilon$, commune addatur $\eta\cdot\alpha\zeta$; est igitur

$$\eta\cdot\zeta\delta = \beta\alpha\cdot\alpha\varepsilon + \eta\cdot\alpha\zeta,$$ *sive, quia ex hypothesi* (*lemm. XI*) *est* $\eta = \alpha\varepsilon - \beta\gamma$,
$$= \beta\alpha\cdot\alpha\varepsilon + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma)\cdot\alpha\zeta,$$ id est

---

mutavit vetusta m. in A (et sic S), corr. *Co* 15. ὅπερ BS, ο A
17. ιϛ' add. BS 20. ὑπὸ *H AZ* (ante ὅλον) *Co* pro ὑπὸ $\overline{HA\Delta}$
21. τῶν $\overline{AE\Gamma B}$ A, distinx. BS

ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΒΑΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΖ ὅλον ἐστὶν *τὸ ὑπὸ ΖΒ ΑΕ λεῖπον τῷ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ Η ΖΔ ἡ ὑπεροχή ἐστιν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΒΖ ΑΕ τοῦ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ. ἀλλὰ ᾧ τὸ ὑπὸ ΖΒ ΑΕ τοῦ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ ΒΖΑ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ ΒΖΕ τοῦ ὑπὸ ΓΖΑ· τὸ οὖν ὑπὸ ΒΖΕ τοῦ ὑπὸ ΓΖΑ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ Η ΖΔ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΓΖΑ τοῦ ὑπὸ ΒΖΕ ἐλλείπει τῷ ὑπὸ Η ΖΔ, ὅπερ: ~*

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ πρώτου προβλήματος.

111 *ιζʹ. Ἔστω ἡ ΑΒ ἴση τῇ ΓΔ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε μεταξὺ τῶν Β Γ σημείων· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΕ ΕΔ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΑΓΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΑΕ ΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΕ ΕΓ, τουτέστιν τῷ τε ὑπὸ ΒΕ ΕΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΒ ΕΓ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΑΕ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕ ΕΔ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ὑπερέχει τῷ τε ὑπὸ ΕΓ ΑΒ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΕΓ ΓΔ (ἴσαι γάρ εἰσιν αἱ ΑΒ ΓΔ), καὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ ΓΔ. ἀλλὰ τό τε ὑπὸ ΕΓ ΓΔ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕ ΓΔ *γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ΑΓ ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕ ΕΔ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΑΓ ΓΔ.*

Εἰς τὸ πρῶτον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλήματος.

112 *ιηʹ. Ἔστω ἡ ΑΒ ἴση τῇ ΓΔ, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον μεταξὺ τῶν Γ Δ τὸ Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΕ ΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ* ὑπὸ ΑΓΔ.

---

1. 2. *ἀλλὰ τὸ ὑπὸ — ὅλον ἐστὶν* add. *Hu* (pro his *τουτέστιν* voluerat Simsonus p. 50; longe aliter, at vix rectius, *Co*: *πάλιν κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΒΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΖ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΖΑΕ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΑΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΑΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΒ ΑΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΒ ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ Η ΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ, ὥστε καὶ* cet.; conf. adnot. ad Latina) 3. *λεῖπον τῷ Hu* pro *λοιπὸν τὸ* 3. 4. *ὥστε καὶ — τοῦ ὑπὸ ΖΑ ΒΓ* bis scripta sunt in ABS, corr. V 3. *καὶ τὸ* A[1] ex *καὶ τὰ* 4. *$\overline{ΒΖΑΕ}$ τοῦ ὑπὸ $\overline{ΖΑΒΓ}$* A, distinx. BS 5. *ᾧ*

$\eta \cdot \zeta\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \alpha\zeta - \beta\gamma \cdot \alpha\zeta$, sive *compositis* $\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$
$+ \alpha\varepsilon \cdot \alpha\zeta$*),

$= \zeta\beta \cdot \alpha\varepsilon - \zeta\alpha \cdot \beta\gamma$.

Sed ad hanc differentiam addatur commune $\beta\zeta \cdot \zeta\alpha$; est igitur

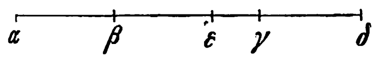
$$\zeta\beta \cdot \alpha\varepsilon - \zeta\alpha \cdot \beta\gamma = \zeta\beta \cdot \alpha\varepsilon + \beta\zeta \cdot \zeta\alpha - (\zeta\alpha \cdot \beta\gamma + \beta\zeta \cdot \zeta\alpha)$$

$= \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon - \gamma\zeta \cdot \zeta\alpha$; ergo *etiam*

$\eta \cdot \zeta\delta = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon - \gamma\zeta \cdot \zeta\alpha$, q. e. d.

In tertium epitagma primi problematis.

XVII. Sit $\alpha\beta = \gamma\delta$, et quodvis punctum ε inter β et γ; Prop. 57
dico esse $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta - \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$



$= \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$.

Quoniam enim est

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\delta$, id est

$= \alpha\beta \cdot \varepsilon\gamma + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\delta$, est igitur

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta - \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\beta \cdot \varepsilon\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\delta$, id est, quia $\alpha\beta = \gamma\delta$,

$= \varepsilon\gamma \cdot \gamma\delta + \alpha\varepsilon \cdot \gamma\delta$, sive

$= \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$.

In primum epitagma secundi problematis.

XVIII. Sit $\alpha\beta = \gamma\delta$ et sumatur punctum aliquod ε inter γ *et* δ; dico esse $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$. Prop. 58

*) Haec ego addidi vestigiis antiquae scripturae accurate insistens; aliter *Co* ad aequationem $\eta \cdot \zeta\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + (\alpha\varepsilon - \beta\gamma) \cdot \alpha\zeta$ addit commune $\zeta\alpha \cdot \beta\gamma$, ita ut sit

$$\eta \cdot \zeta\delta + \zeta\alpha \cdot \beta\gamma = \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$$
$$= \zeta\beta \cdot \alpha\varepsilon; \text{ ergo}$$
$$\eta \cdot \zeta\delta = \zeta\beta \cdot \alpha\varepsilon - \zeta\alpha \cdot \beta\gamma.$$

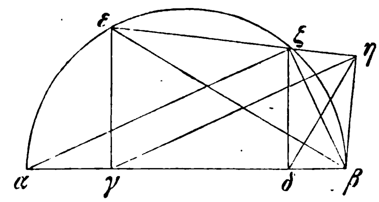
---

add. *Co* $\overline{ZBAE}$ τοῦ ὑπὸ $\overline{ZABΓ}$ A, distinx. BS 6. καὶ *Co* pro ὡι καὶ 8. τὸ ὑπὸ ΓΖΑ *Co* pro τὸ ὑπὸ $\overline{ΓΖ}$ ἀπὸ 9. ὅπερ BS, ο A 11. ιζ' add. BS ἴση add. *Co* 16. ὑπὸ $\overline{AE}$ $\overline{EΔ}$ *Co* pro ὑπὸ $\overline{AΓΔ}$ 18. 19. ὑπὸ ΑΕ ΓΔ. ἀλλὰ *Co* pro ὑπὸ $\overline{AΓ}$ $\overline{ΓΔΑ}$ 19. τό τε — ΔΕ ΓΔ add. *Co* 22. δευτέρου *Hu* auctore Simsono p. 53 pro πρώτου 23. ιη' add. BS ἴση add. *Co* 24. τῶν $\overline{ΓΔ}$ A, distinx. BS 25. ἐστὶ τῷ BS, ἐστιν τῶν A ὑπὸ ΑΓΔ — p. 754, 1. ἴσον ἐστὶ τῷ add. *Co*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ *τε ὑπὸ τῶν ΑΓ ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΕ ΕΔ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΓ ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΕ ΕΔ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΓΕ ΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΔ ΓΕ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ (ἴσαι γάρ εἰσιν καὶ ὅλαι αἱ ΑΓ ΒΔ), τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΓΕ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΓ ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕ ΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΕ ΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΓΔ.*

Λῆμμα χρήσιμον εἰς τοὺς μοναχοὺς τοῦ τε πρώτου καὶ δευτέρου καὶ τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος.

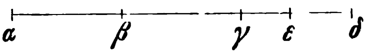
113 *ιθ'. Ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ ΑΕΒ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΒΑ, καὶ ὀρθῶν τῶν ΓΕ ΔΖ, καὶ ἀχθείσης εὐθείας τῆς ΕΖΗ, καὶ ἐπ' αὐτῆς καθέτου τῆς ΒΗ, γίνεται τρία· τὸ μὲν ὑπὸ ΓΒ ΒΔ* ἴσον *τῷ ἀπὸ ΒΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ ΔΒ τῷ ἀπὸ ΖΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΔ ΓΒ τῷ ἀπὸ ΕΗ.*



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΗΓ ΗΔ ΑΖ ΖΒ. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Ζ, καὶ κάθετος ἡ ΖΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΖ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΒ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΔΗΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΖ, ἐὰν ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΒ, τῇ ὑπὸ ΒΕΖ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΒΓΗ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἄρα ἴση τῇ ΒΓΗ· ὥστε τὸ ὑπὸ ΓΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΗ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλον τὸ ὑπὸ ΑΒΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΒΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ

---

2. *κοινὸν* Co pro *καὶ κοινὸν*   5. *μὲν ὑπὸ ΓΕ ΕΔ* Co pro *μὲν ὑπὸ* $\overline{ΓΕ}$ $\overline{ΕΒ}$ 10. 11. vide adnot. 2 ad Latina   12. *ιθ'* add. BS   *ὄντος τοῦ τρίτου ἐπι*** τῆς* $\overline{ΒΑ}$ A(B), corr. S   13. *ὀρθῶν*] *αὐτῇ πρὸς ὀρθὰς* coni. *Hu*; at conf. infra p. 758, 6   *τῶν* $\overline{ΓΕΔΖ}$ A, distinx. BS   15. *ἴσον* add. *Hu*   *ὑπὸ* $\overline{ΑΓΔΒ}$ A, distinx. BS   16. *ὑπὸ* $\overline{ΑΔΓΒ}$ A, distinx. BS   18. $\overline{ΗΓ}$ $\overline{ΗΔ}$ $\overline{ΑΖ}$ $\overline{ΕΔ}$ $\overline{ΔΗ}$ $\overline{ΑΗ}$ $\overline{ΖΒ}$ ABS, corr. *Hu*



Quoniam enim est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, commune addatur $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$; est igitur

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, sive compositis $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$,

$= \alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \beta\delta \cdot \gamma\varepsilon$, id est, quia $\beta\delta = \alpha\gamma$,

$= \alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, sive

$= \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$.

In tertium epitagma tertii problematis[1]).
(*Vide infra propos. 63.*)

Lemma utile ad rationem singularem tertii epitagmatis primi problematis[2]).

XIX. Si sit semicirculus $\alpha\varepsilon\beta$ in diametro $\alpha\beta$, in eaque Prop 59
perpendiculares rectae $\gamma\varepsilon$ $\delta\zeta$, et ducatur recta $\varepsilon\zeta\eta$, in eaque perpendicularis $\beta\eta$, tria fiunt: *est enim* $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\eta^2$, et $\alpha\gamma \cdot \delta\beta = \zeta\eta^2$, et $\alpha\delta \cdot \gamma\beta = \varepsilon\eta^2$.

Iungantur enim $\eta\gamma$ $\eta\delta$ $\alpha\zeta$ $\zeta\beta$. Quoniam igitur rectus est $\angle\, \alpha\zeta\beta$, et *in* $\alpha\beta$ perpendicularis $\delta\zeta$, *propter elem. 6, 8* est $\angle\, \delta\zeta\beta = \angle\, \beta\alpha\zeta$. Sed primum, *quoniam recti sunt anguli* $\beta\delta\zeta$ *et* $\zeta\eta\beta$, *ideoque in circulo sunt puncta* δ ζ η β (*elem. 3, 22*), *in segmento igitur* $\delta\beta$*) est $\angle\, \delta\zeta\beta = \angle\, \delta\eta\beta$ (*elem. 3, 21*); tum iunctâ $\varepsilon\beta$ *in segmento* $\zeta\beta$**) est $\angle\, \beta\alpha\zeta = \angle\, \beta\varepsilon\zeta$, et *in segmento* $\beta\eta$ $\angle\, \beta\varepsilon\zeta = \angle\, \beta\gamma\eta$; ergo etiam est $\angle\, \delta\eta\beta = \angle\, \beta\gamma\eta$. Ergo, *communi angulo* $\gamma\beta\eta$ *triangula* $\gamma\beta\eta$ *et* $\eta\beta\delta$ *sunt similia*[3]), *ideoque* $\gamma\beta : \beta\eta = \eta\beta : \beta\delta$, *sive* $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\eta^2$. Sed est etiam $\alpha\beta \cdot \beta\delta = \beta\zeta^2$, *unde si subtrahatur* $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\eta^2$, restat

1) Hanc propositionem hic interserit Simsonus p. 53 sq.

2) Sic dedi secundum Simsonum p. 54; Graeca perturbata sunt ac fortasse hunc in modum restituenda: *Λήμματα χρήσιμα εἰς τοὺς μοναχοὺς τῶν τρίτων ἐπιταγμάτων τοῦ τε πρώτου καὶ δευτέρου καὶ τρίτου προβλήματος*, ita ut hic titulus spectet ad propos. 59—62 et 64. Quo concesso, ne quid desit, etiam proprium huius lemmatis titulum addere licet: *Εἰς τὸν μοναχὸν τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος τοῦ πρώτου προβλήματος.*

*) Addita haec secundum *Co.*

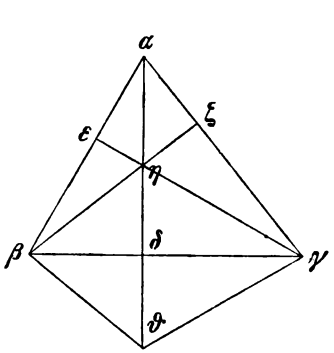
**) "Quia sunt in eodem segmento circuli $\overline{\zeta\beta}$" V[2].

3) Idem significat V[2].

ἀπὸ ΖΗ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΕ τετραγώνῳ, ὧν τὸ ὑπὸ ΓΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΗ, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΔ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΗ τετραγώνῳ· γίνεται ἄρα τρία.

Εἰς τὸν μοναχὸν τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος τοῦ δευτέρου προβλήματος.

114 κ΄. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΔ ΒΖ ΓΕ, ἔστω δὲ ἡ μὲν ΑΔ ἐπὶ τῆς ΒΓ κάθετος, ἐν κύκλῳ δὲ τὰ Α Ζ Ε Η σημεῖα· ὅτι ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Ζ Ε γωνίαι.



Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ, καὶ τῇ ΗΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΘ ΘΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Θ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΗΓ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΖΗΕ. ἀλλ' ἦν ἡ ὑπὸ ΖΗΕ μετὰ τῆς Α δυσὶν ὀρθαῖς ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΘΓ ἄρα μετὰ τῆς Α δυσὶν ὀρθαῖς ἴση ἐστίν· ἐν κύκλῳ ἄρα ἔστιν τὰ Α Β Θ Γ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΘ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΗΓΔ. εἰσὶν δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ Η κατὰ κορυφὴν ἴσαι ἀλλήλαις· λοιπὴ ἄρα ἡ Δ ἴση τῇ πρὸς τῷ Ε. ὀρθὴ δέ ἐστιν ἡ Δ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ πρὸς τῷ Ε σημείῳ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία ὀρθή ἐστιν· ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς Ζ Ε σημείοις, ὅπερ: ~

Ὁ μοναχὸς πρώτου προβλήματος τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος.

115 κα΄. Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΔ, οὕτως τὸ

5. ἐπιτάγματος τοῦ δευτέρου add. *Hu* auctore Simsono p. 55 7. κ΄ add. BS αἱ ΑΔ ΒΕ ΓΖ A, corr. V[2] 8. 9. τὰ ΑΖ ΕΗ A, τὰ ζ ε S, corr. BV[2] (nisi quod V[2] τὰ ζ α ε η) 9. σημεῖον A, corr. BS τοῖς ΖΕ A, distinx. BS 12. ἐπεζεύχθωσαν αἱ *Hu* pro ἐπεζεύχθω ἡ 13. 14. τῆι ὑπὸ ΒΗ ΗΓ AB, corr. S 15. ἀλλ' ἦν ἡ *Hu* pro ἀλλὰ μὴ 19. τὰ ΑΒ ΒΓ σημεῖα AB, τὰ α β γ σημεῖα S, corr. *Co* 23. λοιπὴ

$\alpha\gamma \cdot \beta\delta = \zeta\eta^2$. Rursus quoniam est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\varepsilon^2$***), si hinc subtrahatur $\gamma\beta \cdot \beta\delta = \beta\eta^2$, restat $\alpha\delta \cdot \gamma\beta = \varepsilon\eta^2$. Fiunt igitur tria *quae diximus*.

In rationem singularem tertii epitagmatis secundi problematis.

XX. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et ducantur $\alpha\delta$ $\beta\zeta$ $\gamma\varepsilon$, sit autem $\alpha\delta$ perpendicularis in $\beta\gamma$, et in circulo sint puncta α ζ η ε; dico angulos ad puncta ε *et* ζ rectos esse. Prop. 60

Producatur $\alpha\delta$, et ponatur $\delta\vartheta = \eta\delta$, iunganturque $\beta\vartheta$ $\vartheta\gamma$; ergo *aequalia ac similia sunt triangula* $\vartheta\delta\gamma$ *et* $\eta\delta\gamma$, *itemque* $\vartheta\delta\beta$ *et* $\eta\delta\beta$, *ideoque* $\angle\,\beta\vartheta\gamma = \angle\,\beta\eta\gamma = \angle\,\zeta\eta\varepsilon$. Sed anguli $\zeta\eta\varepsilon + \varepsilon\alpha\zeta$ *ex hypothesi* duobus rectis aequales sunt; ergo etiam anguli $\beta\vartheta\gamma + \varepsilon\alpha\zeta$ duobus rectis aequales, itaque puncta α β ϑ γ in circulo sunt. Ergo *in segmento* $\beta\vartheta$ est $\angle\,\beta\alpha\eta = \angle\,\beta\gamma\vartheta$, et, *propter similitudinem triangulorum* $\vartheta\delta\gamma$ *et* $\eta\delta\gamma$, $\angle\,\beta\gamma\vartheta = \angle\,\eta\gamma\delta$. Sed etiam ad verticem η anguli $\varepsilon\eta\alpha$ *et* $\delta\eta\gamma$ aequales sunt; ergo *in triangulis* $\alpha\varepsilon\eta$ *et* $\gamma\delta\eta$ est etiam $\angle\,\alpha\varepsilon\eta = \angle\,\gamma\delta\eta$. Rectus autem est $\angle\,\gamma\delta\eta$; rectus igitur etiam $\angle\,\alpha\varepsilon\eta$. Eadem ratione etiam angulum $\alpha\zeta\eta$ rectum esse *demonstratur*; recti igitur sunt anguli ad puncta ε *et* ζ, q. e. d.

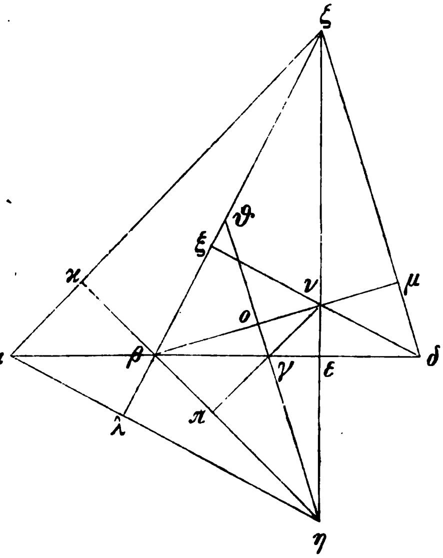
Ratio singularis tertii epitagmatis primi problematis[1]).

XXI. Tribus datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\delta$, si fiat $\alpha\beta \cdot \beta\delta : \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$ Prop. 61

***) "Quia ducta recta $\overline{\alpha\varepsilon}$ angulus $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$ est rectus, cum sit in semicirculo" V²; eadem manus pallidiore atramento aliam demonstrationem addit, quae ad alterum lemmatis casum, si sit $\gamma\varepsilon = \delta\zeta$, pertinet.

1) V. Simsonum p. 56. 157 sq., qui propositionem sic constituit: "Ratio autem minima determinatur ita. Ostensum fuit .... datis in recta linea quatuor punctis A B C D, si fiat ut rectangulum ABD ad ipsum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC, fore E punctum quod facit rationem rectanguli AED ad rectangulum BEC singularem et minimam. Nunc vero ostendendum est rationem hanc eandem esse ei quam habet quadratum ex AD ad quadratum excessus quo recta linea quae potest rectangulum AC BD excedit eam quae potest rectangulum AB CD".

V² *Co* pro *λοιπὸν* *πρὸς τῷ* $\bar{\varepsilon}$ V² pro *πρὸς τῶι* $\overline{Z}$, item vs. 24 24. *σημεῖον* A, corr. BS 25. *ταῦτα δὴ* AB, *τὰ αὐτά*, omisso *δή*, S *καὶ ἡ* BS, *καὶ μὴ* A *πρὸς τῷ* $\bar{\zeta}$ V² pro *πρὸς τῶι* $\overline{E}$ 27. *τοῦ* ante *πρώτου* add. *Ge*, *τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος τοῦ πρώτου προβλήματος* coni. *Hu* *πρωτον* (sine acc.) A(V), corr. BS 28. *κα'* add. BS ὑπὸ *ΒΘΗ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΒΘΗ ΒΗΘ* γωνίαι, τουτέστιν (ἐὰν ἐκβληθῇ ἡ *ΒΚ*) ἡ ὑπὸ *ΚΒΖ* γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ *ΛΔΚ* γωνίᾳ· ὥστε ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὰ *Λ Δ Β Κ* σημεῖα· διὰ ἄρα τὸ προγεγραμμένον γίνονται ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς *Κ Λ* σημείοις γωνίαι. ἤχθω δὴ κάθετος ἐπὶ τὴν *ΖΔ* ἡ *ΒΜ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΔΝ* καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ *Ξ*· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τῆς *ΖΑ* καὶ παράλληλος τῇ *ΗΑ*. πάλιν δὲ ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΗΓ* ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ *Ο*· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τῆς *ΒΝ* (καὶ γὰρ ἡ *ΖΔ* ἐπὶ τῆς *ΜΒ*).· ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ *ΑΓΒ* ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς *ΓΗ*, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *ΒΗΓ* γωνίᾳ τῇ *ΗΑΓ* ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ *ΒΗΓ* ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ *ΓΝΒ* ἐν κύκλῳ, ἡ δὲ ὑπὸ *ΗΑΒ* ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ *ΒΔΝ* ἐν παραλλήλῳ· καὶ ἡ ὑπὸ *ΒΝΓ*



---

2. ἐστὶ A[a]BS 3. τὰ $\overline{ΛΔ}$ $\overline{ΒΚ}$ et 7. τοῖς $\overline{ΚΛ}$ A, distinx. BS 13. κάθετος ἄρα — 18. 19. ἐπὶ τὸ *Ο* om. A[1], in marg. add. A[2] 14. ἐπὶ τὴν $\overline{ζλ}$ S 16—19. ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΗΓ* ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ *Ο*] hoc loco Pappus vel quisquis ex Apollonio haec excerpsit (neque vero arbitror Apollonium ipsum) oblitus est iam in superiori demonstratione rectam *ΗΓ* productam esse ad *Θ*; conf. Latina 19. 20. κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τῆς $\overline{ΒΗ}$ AB, corr. S 21. καὶ γὰρ ἡ *ΖΔ* Co pro καὶ γὰρ ἡ $\overline{ΗΘ}$ 21. 22. ἐπὶ τῆς *ΜΒ* Hu auctore Co pro ἐπὶ τῆς $\overline{ΝΒ}$ 24. τῇ ὑπὸ *ΓΝΒ* Co in Lat. versione pro τῆι ὑπὸ $\overline{ΓΗΒ}$ ἡ δὲ ὑπὸ $\overline{ΗΑΓ}$ ABS, corr. V

que $\eta\beta$ *rectam* $\alpha\zeta$ in $\varkappa$, *et* $\zeta\beta$ *rectam* $\alpha\eta$ *in* λ; ergo est $\angle\beta\vartheta\eta + \beta\eta\vartheta = \angle\varkappa\beta\zeta$. *Erat autem*

$\angle\beta\vartheta\eta = \angle\beta\zeta\delta = \angle\zeta\alpha\beta$, *et*

$\angle\beta\eta\vartheta$ (*sive* $\beta\eta\gamma$) $= \angle\beta\alpha\eta$; *ergo compositis angulis* $\zeta\alpha\beta + \beta\alpha\eta$ *est*

$\angle\varkappa\beta\zeta = \angle\varkappa\alpha\lambda$.

Sed *anguli* $\varkappa\beta\lambda + \varkappa\beta\zeta$ *duos rectos efficiunt; ergo etiam anguli* $\varkappa\beta\lambda + \varkappa\alpha\lambda$ *duobus rectis aequales*, itaque in circulo sunt puncta $\alpha\ \lambda\ \beta\ \varkappa$. Ergo propter superius *lemma XX* anguli ad $\varkappa$ et λ recti sunt. Iam ducatur ad $\zeta\delta$ perpendicularis $\beta\mu$ *secetque rectam* $\varepsilon\zeta$ *in* ν, et iungatur $\delta\nu$ producaturque ad ξ *punctum sectionis cum* $\beta\zeta$. Ergo $\delta\xi$ perpendicularis est ad $\zeta\lambda$ *) eademque parallela rectae $\eta\lambda$. Secet $\eta\vartheta$ rectam $\beta\nu$ in puncto o; ergo ηo perpendicularis est ad $\beta\nu$ (est enim $\zeta\delta$ ad $\beta\mu$ *perpendicularis, et ex* constructione $\eta\vartheta \parallel \zeta\delta$). Iam quia est $\alpha\gamma\cdot\gamma\beta = \gamma\eta^2$, est igitur, *ut supra demonstravimus*, $\angle\beta\eta\gamma = \angle\eta\alpha\gamma$. Sed *productâ* $\nu\gamma$ *ad* π *punctum concursûs cum* $\beta\eta$, *quia in triangulo* $\beta\nu\eta$ *est* $\beta\varepsilon$ *perpendicularis ad* $\nu\eta$, *et* ηo *ad* $\beta\nu$, *perpendicularis igitur est* $\nu\pi$ *ad* $\beta\eta$ (*vide adnot.* *). *Ergo propter similitudinem triangulorum* $\beta o\eta$ *et* $\beta\pi\nu$ (*vide ibid.*) *puncta* $o\ \pi\ \eta\ \nu$ *sunt* in circulo, *et in segmento* πo est $\angle\pi\eta o = \angle\pi\nu o$, *sive* $\angle\beta\eta\gamma = \angle\gamma\nu\beta$. Porro est $\angle\eta\alpha\beta = \angle\beta\delta\nu$ in parallelis $\eta\alpha\ \delta\xi$. Ergo, *si comprehendamus priora*

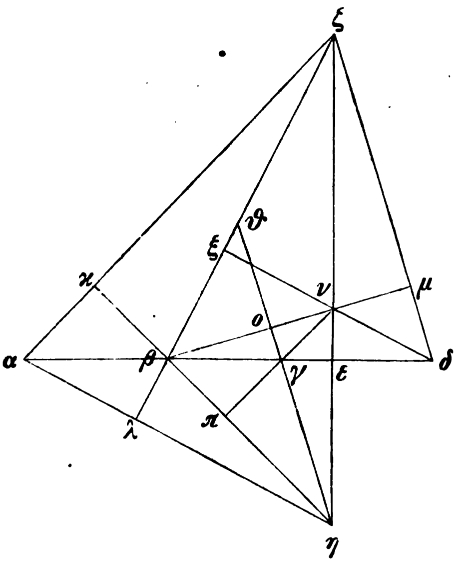
$\angle\beta\eta\gamma = \angle\eta\alpha\gamma$, *et* $\angle\beta\eta\gamma = \angle\gamma\nu\beta$, *et*

$\angle\eta\alpha\beta$ (*sive* $\eta\alpha\gamma$) $= \angle\beta\delta\nu$, *inde efficitur esse*

$\angle\gamma\nu\beta = \angle\beta\delta\nu$.

*) Quia in triangulo oxygonio perpendiculares e verticibus ad latera ductae in unum punctum concurrunt, hinc sequitur rectam, quae per punctum concursûs duarum perpendicularium transit, perpendicularem esse ad tertium trianguli latus. Hoc Apollonius compendiosa, quae supra legitur, scriptura significavisse videtur. Prolixam eamque falsam demonstrationem temptaverat Commandinus; breviorem et aptiorem apposuit Simsonus p. 171, quae, quoniam veterum mathematicorum rationi plane accommodata est, digna videtur quae hic, paucis tantum mutatis, repetatur: *Quoniam anguli* $\delta\mu\nu$ *et* $\delta\varepsilon\nu$ *recti sunt, puncta* $\delta\ \varepsilon\ \nu\ \mu$ *sunt in circuli circumferentia. Sed quia triangulis orthogoniis* $\delta\beta\mu$ *et* $\delta\zeta\varepsilon$ *communis est angulus* $\beta\delta\zeta$, *reliquus igitur* $\delta\beta\mu$ *reliquo* $\delta\zeta\varepsilon$ *aequalis est, sive* $\angle\varepsilon\beta\mu = \angle\varepsilon\zeta\mu$; *ergo puncta* $\beta\ \varepsilon\ \mu\ \zeta$ *in circuli circumferentia sunt. Ergo, iunctâ* $\varepsilon\mu$, *in segmento* $\mu\nu$ *erit* $\angle\mu\delta\nu = \angle\mu\varepsilon\nu$ (*sive* $\mu\varepsilon\zeta$) *et, in segmento* $\mu\zeta$, $\angle\mu\varepsilon\zeta = \angle\mu\beta\zeta$. *Ergo in triangulis* $\zeta\delta\xi$ *et* $\zeta\beta\mu$ *anguli* $\zeta\delta\xi$ *et* $\zeta\beta\mu$ *aequales sunt, et iisdem communis est angulus* $\beta\zeta\delta$; *itaque reliqui anguli* $\zeta\xi\delta$ *et* $\zeta\mu\beta$ *aequales sunt. Sed erat* $\beta\mu$ *perpendicularis ad* $\zeta\delta$; *ergo etiam* $\delta\xi$ *perpendicularis est ad* $\zeta\lambda$.

ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΔΝ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΝ τετραγώνῳ. ἐπεὶ δὲ ἐν τριγώνῳ τῷ ΒΔΖ κάθετος ἦκται ἡ ΔΝΞ, καὶ κεκλασμέναι πρὸς αὐτῇ εἰσιν αἱ ΖΝ ΝΒ, ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ ΖΔ ΔΒ ὑπεροχὴ ἴση τῇ τῶν ἀπὸ ΖΝ ΝΒ ὑπεροχῇ. ἀλλὰ ἡ τῶν ἀπὸ ΖΔ ΔΒ ὑπεροχή ἐστιν τὸ ὑπὸ ΑΒΔ· καὶ ἡ τῶν ἀπὸ τῶν ΖΝ ΝΒ ἄρα ὑπεροχή ἐστιν τὸ ὑπὸ ΑΒΔ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ ΒΝ· ἡ ΝΖ ἄρα ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ. πάλιν ἐπεὶ ἡ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΝ ΝΒ ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῇ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΓ ΓΒ ὑπεροχῇ, ἀλλὰ ἡ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΓ ΓΒ ὑπεροχή ἐστιν τὸ ὑπὸ ΑΒ ΒΓ,



καὶ ἡ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΝ ΝΒ ἄρα ὑπεροχή ἐστιν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ ΒΝ· ἡ ΝΗ ἄρα ἐστὶν ἡ δυναμένη ὅλον τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΝ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΖΗ ἴση ἐστὶν τῇ τε δυναμένῃ τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ *καὶ τῇ δυνα-*

---

1. *ἄρα ὑπὸ ΔΒΓ* Co pro *ἄρα ὑπὸ* $\overline{\text{ΒΔΓ}}$ 2. *ἐπεὶ* BS, *ἐπι* (sine acc.) A 5. *ἀπὸ ΖΝ ΝΒ* Co in Lat. versione pro *ἀπὸ* $\overline{\text{ΖΜ}}$ $\overline{\text{ΝΒ}}$ 7. *καὶ ἡ τῶν ἀπὸ* — 10. *ΑΒΔ* in marg. add. A[2] 7. 8. *ἀπὸ τῶν* $\overline{ζν}$ $\overline{νβ}$ B, *ἀπὸ τῶν* $\overline{\text{ΖΗ}}$ $\overline{\text{ΗΒ}}$ AS 9. *ἐστι* A[3]BS 13. 14. *δυναμένη τοῦ ὑπὸ* AB, corr. S 16. 17. *ἀπὸ τῶν ΗΝ ΝΒ Hu* auctore Simsono p. 171 sq., *ἀπὸ τῶν* $\overline{\text{ΗΗ}}$ $\overline{\text{ΗΒ}}$ A, *ἀπὸ τῶν* $\overline{νη}$ $\overline{ηβ}$ BS 19. *ἀπὸ τῶν* $\overline{ηγ}$ $\overline{γβ}$ S, *ἀπὸ τῶν* $\overline{\text{ΝΓ}}$ $\overline{\text{ΓΒ}}$ A(B) 21. 22. *ἀπὸ τῶν ΗΓ ΓΒ Hu* auctore Simsono p. 172, *ἀπὸ τῶν* $\overline{\text{ΗΓ}}$ *ἡ* A, *ἀπὸ τῶν* $\overline{νγ}$ BS, *ἀπὸ τῶν* $\overline{ηγ}$ Paris.

Ergo *triangula* $\beta\nu\gamma$ *et* $\beta\delta\nu$, *communi angulo* $\nu\beta\delta$, *sunt similia, ideoque* $\delta\beta : \beta\nu = \beta\nu : \beta\gamma$, *sive* $\delta\beta \cdot \beta\gamma = \beta\nu^2$. Sed quoniam in triangulo $\beta\delta\zeta$ perpendicularis ducta est $\delta\nu\xi$, et ad hanc inflexae sunt rectae $\zeta\nu$ $\nu\beta$, est igitur $\zeta\delta^2 - \delta\beta^2 = \zeta\nu^2 - \nu\beta^2$**). Sed *quia ex constructione est*

$\alpha\delta \cdot \delta\beta = \zeta\delta^2$, *et propter elem. 2, 3 idem* $\alpha\delta \cdot \delta\beta$
$= \alpha\beta \cdot \beta\delta + \delta\beta^2$, est *igitur*
$\zeta\delta^2 - \delta\beta^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta$; ergo etiam
$\zeta\nu^2 - \nu\beta^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta$. Sed *demonstravimus* esse $\nu\beta^2 = \delta\beta \cdot \beta\gamma$; ergo
$\zeta\nu^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta + \delta\beta \cdot \beta\gamma$
$= \alpha\gamma \cdot \beta\delta$, *sive*
$\zeta\nu = \sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta}$.

Rursus *eadem*, *qua supra*, *ratione* est $\eta\nu^2 - \nu\beta^2 = \eta\gamma^2 - \gamma\beta^2$. *Sed quia, ut supra demonstravimus, est*

$\alpha\gamma \cdot \gamma\beta = \eta\gamma^2$, *et propter elem. 2, 3 idem* $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta$
$= \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \beta\gamma^2$, *est igitur*
$\eta\gamma^2 - \beta\gamma^2 = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$; *ergo etiam*
$\eta\nu^2 - \nu\beta^2 = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$. *Sed demonstravimus* esse $\nu\beta^2 = \delta\beta \cdot \beta\gamma$; ergo
$\eta\nu^2 = \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \delta\beta \cdot \beta\gamma$
$= \alpha\delta \cdot \beta\gamma$, *sive*
$\eta\nu = \sqrt{\alpha\delta \cdot \beta\gamma}$. Sed est, *ut modo demonstravimus*, $\zeta\nu = \sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta}$; ergo $\zeta\nu + \nu\eta$, *id est*
$\zeta\eta = \sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta} + \sqrt{\alpha\delta \cdot \beta\gamma}$.

**) Rursus lemma aliquod breviter significat Apollonius, quod sic fere restituit *Co*: Est $\zeta\delta^2 = \zeta\xi^2 + \xi\delta^2$, et $\delta\beta^2 = \beta\xi^2 + \xi\delta^2$; ergo $\zeta\delta^2 - \delta\beta^2 = \zeta\xi^2 - \beta\xi^2$. Item demonstratur esse $\zeta\nu^2 - \nu\beta^2 = \zeta\xi^2 - \beta\xi^2$. Ergo $\zeta\delta^2 - \delta\beta^2 = \zeta\nu^2 - \nu\beta^2$.

2368 23. *τὸ ὑπὸ ΑΒ ΒΓ*] *τὸ ὑπὸ ΕΓΒ* *Ge* auctore *Co*, quamquam verum iam dudum Simsonus demonstraverat 24. *ἀπὸ τῶν ΗΝ ΝΒ* *Hu* auctore Simsono pro *ἀπὸ τῶν* $\overline{ΝΗ}$ $\overline{ΗΒ}$ 25. *τὸ ὑπὸ ΔΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ ΒΝ* *Hu* auctore Simsono pro *τὸ ὑπὸ* $\overline{ΔΒΓ}$ *ἴσον τῶι ἀπὸ* $\overline{ΒΗ}$ 26. *τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ* *Co* in Lat. versione pro *τὸ ὑπὸ* $\overline{ΑΔ}$ $\overline{ΔΓ}$ 27. 28. *ὅλη ἄρα — τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ* add. *Hu* 28 — p. 766, 4. *καὶ τῇ — ΑΓ ΒΔ* om. *Co* et post hunc reliqui *μένῃ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ. ἐπειδὴ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΚΗ γωνία, καὶ κάθετος ἡ ΑΕ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΖΕΗ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς* ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ἔστιν ὁ μὲν τοῦ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΔ λόγος* [*ὁ*] *μοναχὸς καὶ ἐλάσσων, ἡ δὲ ΖΗ ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΓ ΒΔ* καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ· *ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΓ ΒΔ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ.*

Εἰς τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος.

117 κγ'. *Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΓΔ, μεῖζον δὲ ὑπὸ ΒΕΓ τοῦ ὑπὸ ΑΒΔ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΕΓ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΒΔΓ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΒΕΓ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΒΓΕ καὶ τῷ ἀπὸ ΕΓ, τουτέστιν καὶ τῷ ὑπὸ ΓΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΓΔ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΒΓΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΓΔ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΔ ΓΕ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΓ ΓΕ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΓΕ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΕΔ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΓ ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΓ ΓΔ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ ΕΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ ὅλον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕΔ· γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ ΒΕΓ ἴσον τῷ τε ὑπὸ ΑΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΓΔ, ὅ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΒΔ ΔΓ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΒΕΓ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΒΔΓ, ὅπερ: ~

---

1. *ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ Hu* pro *ὑπὸ τῶν ΑΒΓΔ* 2. *ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ Co* in Lat. versione pro *ἄρα ὑπὸ ΚΕΒ* 5. 6. *ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς* add. *Co* 8. *ὁ μὲν ὑπὸ* A[1], *τοῦ* ante *ὑπὸ* add. A[2] *ὁ* del. *Hu* 9. *ἡ δὲ ΖΗ Hu* pro *ἡ δὲ ΕΖΗ* (*ἡ δὲ ΖΕΗ* coni. *Co:* immo debebat *ἡ δὲ ΖΝΗ*) 10. *τὸ ὑπὸ ΑΓ ΒΔ Co* pro *τὸ ὑπὸ ΑΒΓΔ* *καὶ τῆς — ΑΔ ΒΓ* add. *Co* *ἄρα Hu*, *ἄρα εστιν* A(BS) 12. *τὸ ὑπὸ ΑΓ ΒΔ* AB *Co*, *τὸ ὑπὸ αγ εδ* S 13. *τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ Co* pro *τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΔ* 15. *κγ'* add. BS

Porro, quoniam rectus est angulus $\zeta\kappa\eta$, et $\alpha\varepsilon$ perpendicularis *ad* $\zeta\eta$, *propter similitudinem triangulorum* $\alpha\zeta\varepsilon$ *et* $\eta\beta\varepsilon$ (*utrumque enim simile triangulo* $\alpha\beta\kappa$) est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\zeta = \eta\varepsilon : \varepsilon\beta$, *sive* $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta$; ergo (*facta proportione ad* $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$) est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Sed, *quia parallelae sunt* $\zeta\delta$ $\eta\gamma$, *est* $\zeta\varepsilon : \varepsilon\delta = \eta\varepsilon : \varepsilon\gamma$, *et tota ad totam* $\zeta\eta : \gamma\delta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$; *tum, quia rectangula* $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta$ *et* $\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$ *latera habent proportionalia*, est (*propter elem. 6, 20 coroll. 1*) $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta : \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \zeta\varepsilon^2 : \varepsilon\delta^2 = \zeta\eta^2 : \gamma\delta^2$. Ergo est etiam $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \zeta\eta^2 : \gamma\delta^2$, et est ratio $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ singularis ac minima. Est autem, *ut supra demonstravimus*,

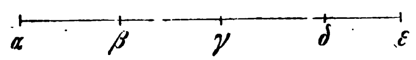
$$\zeta\eta = \sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta} + \sqrt{\alpha\delta \cdot \beta\gamma};$$

ergo singularis ac minima ratio eadem est ac

$$\left(\sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta} + \sqrt{\alpha\delta \cdot \beta\gamma}\right)^2 : \gamma\delta^2.$$

In tertium epitagma tertii problematis [1]).

XXIII. Sit $\alpha\beta = \gamma\delta$, et $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma > \alpha\beta \cdot \beta\delta$, *hoc est, sit punctum* ε *in* $\alpha\delta$ *producta* [2]); dico esse $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma - \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\delta \cdot \delta\gamma$. Prop. 63



Quoniam (*propter elem. 2, 3*) est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \varepsilon\gamma^2 = \beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\gamma \cdot \gamma\delta$, estque $\beta\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \varepsilon\gamma \cdot \gamma\delta = \beta\delta \cdot \gamma\varepsilon = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon$, ergo $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Sed est $\alpha\gamma \cdot \gamma\varepsilon = \alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \alpha\gamma \cdot \gamma\delta$, et $\alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Factum igitur est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \alpha\gamma \cdot \gamma\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \beta\delta \cdot \delta\gamma$; itaque est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma - \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\delta \cdot \delta\gamma$, q. e. d.

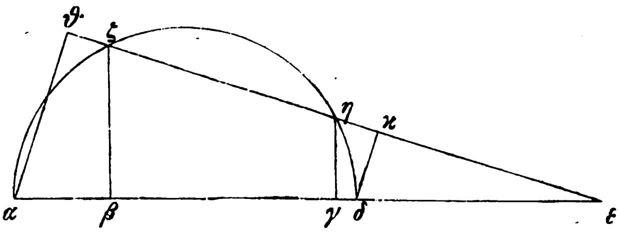
1) Hanc propositionem inter lemma XVIII et XIX collocat Simsonus p. 58 sq.; idem hanc aliam esse demonstrationem superioris propos. 24 adnotat.

2) Addit Simsonus p. 58.

16. τοῦ ὑπὸ $\overline{\text{αβδ}}$ S, τοῦ ὑπὸ $\overline{\text{ΑΕΔ}}$ AB 17. τῷ ὑπὸ $\overline{\text{βγδ}}$ S 18. γὰρ τὸ BS, γὰρ τοῦ A 21. $\overline{\text{ΒΔΓΕ}}$ A, distinx. BS 22. τε ὑπὸ *ΔΓΕ* Co pro τε ὑπὸ $\overline{\text{ΓΔΕ}}$ 22. 23. μὲν ὑπὸ *ΔΓΕ* Co pro μὲν ὑπὸ $\overline{\text{ΒΓΕ}}$ 23. 24. καὶ τῷ ὑπὸ *ΔΓ ΓΔ* Co pro καὶ τῶι ὑπὸ *ΔΓ ΓΕ* 26. 27. τὸ ὑπὸ *ΒΔ ΔΓ*, ὥστε τὸ ὑπὸ *ΒΕΓ* Co pro τὸ ὑπὸ $\overline{\text{ΒΔ}}$ $\overline{\text{ΔΓ}}$ ὥστε τὸ ὑπὸ $\overline{\text{ΒΕ}}$

Μοναχὸς τοῦ τρίτου ἐπιτάγματος τοῦ τρίτου *προβλήματος.*

118 κδʹ. *Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ* ΒΓ *ΓΔ, καὶ προστιθεμένης τινὸς* ΔΕ, *ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ· λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστιν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ.*



Γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΔ ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΗΔ, καὶ τῇ ΑΔ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ΒΖ ΓΗ. ἐπεὶ οὖν γεγένηται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΕ *πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΔ ἴσον ἐστὶν ἐν ἡμικυκλίῳ τῷ ἀπὸ ΒΖ, τῷ δὲ ὑπὸ ΑΓΔ ἴσον τὸ ἀπὸ ΓΗ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΒΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. καὶ μήκει· καὶ εἰσὶν παράλληλοι αἱ ΒΖ ΓΗ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Ζ Η Ε. ἔστω ἡ ΖΗΕ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΑΘ ΔΚ. ἐπεὶ οὖν μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΖΕΗ* ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕΔ, *ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ.* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ, *οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ τὸ ἀπὸ ΗΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΕ*

1. *ἐπιτάγματος τοῦ τρίτου* add. *Hu* auctore Simsono p. 57 2. κδʹ add. BS *ΑΒ ΒΓ ΓΔ καὶ Hu* auctore Simsono pro ΑΒ ΓΔ ΕΖ 3. *ΔΕ* add. *Hu* auctore eodem 4. *τὸ ἀπὸ ΕΓ Co* pro *τὸ ἀπὸ* ΕΔΛ 7. 8. *ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ Co* pro *ὑπὸ τῶν* ΑΕ ΒΔ 8. *ὑπὸ* ΑΒΓΔ

Singularis ratio tertii epitagmatis tertii problematis [1]).

XXIV. Tribus datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\delta$, et additâ quadam $\delta\varepsilon$, si fiat $\alpha\beta\cdot\beta\delta : \alpha\gamma\cdot\gamma\delta = \beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2$, singularis ac maxima ratio est $\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\delta : \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$; iam dico in eadem proportione esse $\alpha\delta^2 : (\sqrt{\alpha\gamma\cdot\beta\delta} + \sqrt{\alpha\beta\cdot\gamma\delta})^2$. Prop. 64

Describatur in $\alpha\delta$ semicirculus $\alpha\zeta\eta\delta$, et ad $\alpha\delta$ perpendiculares ducantur $\beta\zeta$ $\gamma\eta$. Quoniam igitur *ex hypothesi* factum est $\alpha\beta\cdot\beta\delta : \alpha\gamma\cdot\gamma\delta = \beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2$, atque est, ut in semicirculo, $\alpha\beta\cdot\beta\delta = \beta\zeta^2$, et $\alpha\gamma\cdot\gamma\delta = \gamma\eta^2$, est igitur $\beta\zeta^2 : \gamma\eta^2 = \beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2$, itemque ipsae rectae $\beta\zeta : \gamma\eta = \beta\varepsilon : \varepsilon\gamma$. Suntque parallelae $\beta\zeta$ $\gamma\eta$; ergo recta est linea quae per ζ η ε transit *). Sit $\zeta\eta\varepsilon$ eaque producatur, et ad eam perpendiculares ducantur $\alpha\vartheta$ $\delta\varkappa$. Iam quia singularis ac maxima ratio est $\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\delta : \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$, estque *ex constructione* [2]) $\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\delta = \zeta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta$, singularis igitur ac maxima ratio est $\zeta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta : \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$. Sed *quia, ut* inter parallelas $\beta\zeta$ et $\gamma\eta$, *haec rectangula habent latera proportionalia, est igitur* (*elem.* **6, 20** *coroll.* **1**)

$\zeta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta : \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \eta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2$, id est, quia anguli ϑ γ recti, *itaque in circulo sunt puncta* ϑ α γ η, *estque* $\vartheta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta = \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$, *sive* $\eta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon : \varepsilon\vartheta$,

1) Simsonus p. 188 propositionem sic constituit: "Ratio autem maxima determinatur ita. Ostensum fuit, Datis in recta linea quatuor punctis A B C D, si fiat, additâ quadam DE, ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex CE, fore E punctum quod facit maximam rationem rectanguli AED ad rectangulum BEC. Ostendendum nunc est rationem hanc eandem esse ei quam habet quadratum ex AD ad quadratum rectae lineae quae componitur ex ea quae potest rectangulum AC BD et ex ea quae potest contentum AB CD".

*) Vide supra IV propos. 13 p. 211. 213.

2) Scilicet puncta α ζ η δ sunt in circuli circumferentia et productae $\alpha\delta$ $\zeta\eta$ concurrunt in ε extra circulum.

A, distinx. BS 9. 10. ἡμικύκλια τὸ $\overline{AZ}$ $\overline{H\Delta}$ καὶ τῆς $\overline{A\Delta}$ ὀρθῆς AB, corr. S 11. *BE* add. *Co*, lacuna trium fere litterarum in A(BS) 16. διὰ τῶν $\overline{ZH}$ A(B), διὰ τῶν $\bar{\eta}$ $\bar{\zeta}$ S, corr. *Co* in Lat. versione 18. post λόγος add. ὁ αὐτὸς A[1]BS, del. A[2] 19. τὸ ὑπὸ $\overline{ZEH}$ A[2]S, τὸ ὑπὸ $\overline{ZEN}$ A[1]B 20. ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ *AEΔ* add. *Co* 21. 22. ὡς δὲ — ὑπὸ *BEΓ* add. *Co* 23. πρὸς τὸ ἀπὸ *EΓ* *Co* pro πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{H\Gamma}$

πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΘ (ἐν κύκλῳ γὰρ τὰ Θ Α Γ Η σημεῖα, ἐπειδήπερ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Θ Γ σημείοις γωνίαι). ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΘ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ ἐν παραλλήλῳ· ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ ΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. ἡ δὲ ΘΚ ἐστὶν ἡ δυναμένη τε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ καὶ ἡ τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ, ὥστε ὁ μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ.

119 *Τὸ πρῶτον διωρισμένης τομῆς ἔχει προβλήματα ϛʹ, ἐπιτάγματα ιϛʹ, διορισμοὺς δὲ εʹ, ὧν μέγιστοι μὲν δʹ, ἐλάχιστος δὲ αʹ. καὶ εἰσὶν μέγιστοι μὲν ὅ τε κατὰ τὸ βʹ ἐπίταγμα τοῦ βʹ προβλήματος καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ τετάρτου προβλήματος καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ πέμπτου καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ ἕκτου, ἐλάχιστος δὲ ὁ κατὰ τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος. τὸ δὲ δεύτερον διωρισμένης ἔχει προβλήματα τρία, ἐπιτάγματα θʹ, διορισμοὺς γʹ, ὧν ἐλάχιστοι μὲν δύο, μέγιστος δὲ αʹ. καὶ εἰσὶν ἐλάχιστοι μὲν ὅ τε κατὰ τὸ τρίτον τοῦ πρώτου καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ δευτέρου, μέγιστος δὲ ὁ κατὰ τὸ γʹ τοῦ γʹ προβλήματος.*

Νεύσεων πρῶτον.

Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸ πρῶτον πρόβλημα.

120 *αʹ. Ἔστω μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΓΖ.*

Καὶ τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΒ ΓΔ δίχα καθ' ἑκάτερα τῶν Η Θ σημείων· φανερὸν δὴ ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΗΒ τῆς ΘΔ. ἐπεὶ οὖν ἴσον μέν ἐστιν τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ, μεῖζον δὲ τὸ ἀπὸ ΗΒ τοῦ ἀπὸ ΘΔ, μεῖζον

---

1. *πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΘ* Co pro *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{ΕΔ}$ *τὰ* $\overline{ΘΑ}$ $\overline{ΓΗ}$ A, distinx. BS 2. *τοῖς* $\overline{ΘΓ}$ A, distinx. BS 3. *ἀπὸ* add. *Hu* 6. *τε τὸ Hu* pro $\overline{τό}$ *τε* *καὶ ἡ Hu* pro *καὶ* 7. *τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ* Co pro *τὸ ὑπὸ* $\overline{ΑΒΓ}$ 9. *ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ* Co in Lat. versione, *ὑπὸ τῶν*

$= \alpha\varepsilon^2 : \varepsilon\vartheta^2$, sive, *quia* inter parallelas $\alpha\vartheta$ $\delta\varkappa$ *est* $\alpha\varepsilon : \varepsilon\vartheta = \alpha\delta : \varkappa\vartheta$,

$= \alpha\delta^2 : \vartheta\varkappa^2$.

Ergo singularis ac minima ratio est $\alpha\delta^2 : \vartheta\varkappa^2$. Sed est

$\vartheta\varkappa = \vartheta\eta + \eta\varkappa$, *sive, quia propter superius lemma XIX est* $\vartheta\eta^2 = \alpha\gamma \cdot \beta\delta$ *atque* $\eta\varkappa^2 = \alpha\beta \cdot \gamma\delta$,

$= \sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta} + \sqrt{\alpha\beta \cdot \gamma\delta}$;

itaque singularis ac maxima ratio est

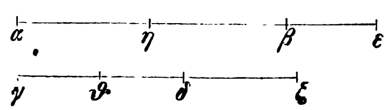
$$\alpha\delta^2 : (\sqrt{\alpha\gamma \cdot \beta\delta} + \sqrt{\alpha\beta \cdot \gamma\delta})^2.$$

Primus liber sectionis determinatae habet problemata sex, epitagmata sedecim, determinationes quinque, quarum maximae sunt quattuor, minima una. Suntque maximae ad secundum epitagma secundi problematis, ad tertium quarti problematis, ad tertium quinti, ad tertium sexti; minima autem ad tertium epitagma tertii problematis. Secundus liber *sectionis* determinatae habet problemata tria, epitagmata novem, determinationes tres, quarum minimae sunt duae, maxima una. Suntque minimae ad tertium *epitagma* primi *problematis* et ad tertium secundi, maxima autem ad tertium tertii problematis.

LEMMATA IN INCLINATIONUM LIBRUM PRIMUM.

Lemma utile ad primum problema.

I. Sit $\alpha\beta > \gamma\delta$, et $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$; dico esse $\alpha\varepsilon > \gamma\zeta$. Prop. 65



Bifariam secetur $\alpha\beta$ in puncto η, et $\gamma\delta$ in ϑ; apparet igitur esse $\eta\beta > \vartheta\delta$. Iam quia *ex hypothesi* est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$, et $\eta\beta > \vartheta\delta$, est igitur

---

$\overline{AB\Gamma\Delta}$ A, ὑπὸ τῶν $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ BS   10. τῶν $\overline{AB\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS   11—22. conf. supra cap. 10   12. 13. ἐλάχιστοι δὲ $\overline{\alpha}$ A, ἐλάχιστος δὲ εἷς BS   16. ἐλάχιστοι δὲ οἱ ABS, corr. *Ge* auctore *Co*   18. τρία A[2] ex τρι*   21. τὸ γ′ *Hu* pro τὸν   25. $\overline{\alpha}$ A[1] in marg. (BS)   ἡ $\overline{\alpha\beta}$ S, ἡ $\overline{A\Gamma}$ AB   28. τῶν $\overline{\Theta}$ σημείων AB (in A ι super σ additum videtur), τῶν $\overline{\vartheta}$ $\overline{\eta}$ σημείων S, corr. *Hu*   δὴ ὁ**τι A ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΒ, τοῦ ὑπὸ ΓΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΔ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΗΕ, τὸ δὲ ὑπὸ ΓΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΖΘ· μεῖζον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ ΗΕ τοῦ ἀπὸ ΘΖ, ὥστε μείζων ἐστὶν ἡ ΗΕ τῆς ΘΖ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΗ τῆς ΓΘ μείζων· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλης τῆς ΓΖ ἐστὶν μείζων.

Ὁμοίως δὲ καί, ἐὰν ἐλάσσων ᾖ ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ, ἐλάσσων ἔσται ὅλη ἡ ΑΕ ὅλης τῆς ΓΖ.

121 β'. Ἔστω μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε· φανερὸν μὲν οὖν ὅτι δυνατόν ἐστιν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕ ΕΔ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν. τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΓΕΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΕ, τὸ δὲ ἀπὸ ΓΕ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ. παραβεβλήσθω, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΒ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΖ τῆς ΖΒ· πάλιν δὴ φανερὸν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΖ τῆς ΓΕ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΖ τῆς ΕΔ.

Ἡ μὲν γὰρ ΑΖ τῆς μείζονος μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια, ἡ δὲ ΓΕ τῆς ἐλάσσονός ἐστιν ἡμίσεια [ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΖΒ]· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῆς ΓΕ, ὅπερ: ~

122 γ'. Ἔστω δὴ πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΖΒ τῷ ὑπὸ ΓΕΔ, καὶ ἐλάσσων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἔτι ἐλάσσων μὲν ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ, ἡ δὲ ΒΖ τῆς ΖΑ· ὅτι καὶ ἡ ΑΖ τῆς ΓΕ ἐλάσσων ἐστίν.

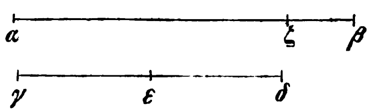
Τετμήσθωσαν δὲ δίχα αἱ ΓΔ ΑΒ κατὰ τὰ Η Θ σημεῖα· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΑΘ τῆς ΓΗ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΑΘ τοῦ ἀπὸ ΓΗ ἐστὶν ἔλασσον. ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΘ

1. 2. *ΗΒ, τοῦ ὑπὸ ΓΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ* add. *Co* 3. *τὸ δὲ ὑπὸ* $\overline{ΖΔ}$ *μετὰ* ABS, corr. *Co* in Lat. versione 4. *ἐστὶ* (ante *τῷ ἀπὸ*) ABS 5. *ὥστε μεῖζον* A, corr. BS 9. 10. *τῆς ὅλης* A, transpos. BS 11. *β'* add. BS 17. 18. *ἔλασσον δὲ* A, corr. BS 19. *τῆς μείζονός ἐστιν ἡμισεῖα* A(BS), corr. *Co* 20. *ἐστιν ἡμισείας* A cod. *Co*, corr. BS *Co* 20. 21. *ὡς δὲ — τὴν ΖΒ* ut aliena a simplicitate manifestae

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \eta\beta^2 > \gamma\zeta \cdot \zeta\delta + \vartheta\delta^2$. Sed est *propter elem. 2, 6*
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \eta\beta^2 = \eta\varepsilon^2$, et
$\gamma\zeta \cdot \zeta\delta + \vartheta\delta^2 = \vartheta\zeta^2$; ergo etiam
$\eta\varepsilon^2 > \vartheta\zeta^2$,
ita ut sit $\eta\varepsilon > \vartheta\zeta$. Sed est etiam $\alpha\eta > \gamma\vartheta$; ergo etiam tota $\alpha\varepsilon$ maior est totâ $\gamma\zeta$.

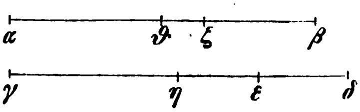
Similiter etiam, si sit $\alpha\beta < \gamma\delta$, et $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$, tota $\alpha\varepsilon$ minor erit totâ $\gamma\zeta$.

II. Sit $\alpha\beta > \gamma\delta$, et bifariam secetur $\gamma\delta$ in ε; apparet Prop. 66
igitur fieri posse, ut rectangulo $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale *rectangulum* ad rectam $\alpha\beta$ applicetur [1]). Est enim $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \gamma\varepsilon^2$, et $\gamma\varepsilon^2 < \left(\frac{\alpha\beta}{2}\right)^2$. Applicatum sit rectangulum $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta$, sitque $\alpha\zeta > \zeta\beta$.



Rursus igitur apparet esse $\alpha\zeta > \gamma\varepsilon$, et $\zeta\beta < \varepsilon\delta$. Est enim $\alpha\zeta$ maior dimidiâ parte maioris, et $\gamma\varepsilon$ est dimidia pars minoris; ergo $\alpha\zeta > \gamma\varepsilon$, q. e. d.

III. Sit rursus $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, et $\alpha\beta < \gamma\delta$, ac prae- Prop. 67
terea $\delta\varepsilon < \varepsilon\gamma$, et $\beta\zeta < \zeta\alpha$; dico esse etiam $\alpha\zeta < \gamma\varepsilon$.



Bifariam secetur $\gamma\delta$ in puncto η, et $\alpha\beta$ in puncto ϑ; ergo est $\alpha\vartheta < \gamma\eta$, itaque etiam $\alpha\vartheta^2 < \gamma\eta^2$. Sed *propter elem. 2, 5* est $\alpha\vartheta^2$

1) Id est, rectangulum construatur, cuius laterum uni angulo adiacentium summa sit $= \alpha\beta$. Conf. etiam p. 775 adnot. 1.

argumentationis del. *Hu* 21. 22. μείζων — τῆς *ΓΕ* auctore *Co* add. *Hu* 22. ὅπερ] ὁ A, ὅπερ ἔδει BS 23. γ' add. BS 24. ἡ ante ἡ *ΑΒ* additum in AB del. S ἔτι *Co* pro ὅτι 25. ἡ δὲ *ΒΖ* *Co* pro ἐστιν δὲ ἡ $\overline{BZ}$ ελασσον (sine spir. et acc.) A, corr. BS 26. post ἐστὶν add. ἡ δὲ *ΖΒ* τῆς *ΕΔ* μείζων *Co* 27. τὰ $\overline{H\Theta}$ A, distinx. BS 28. ἔλασσον ἄρα A, corr. BS ὥστε *Hu* pro ἔστω 29. ἀπὸ *ΑΘ* *Co* pro ἀπὸ $\overline{AZ}$ ἄρα *ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν* ΑΖΒ *καὶ* τῷ ἀπὸ ΖΘ, τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ *ΓΕΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΗΕ· καὶ τὸ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΘ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΕ. ὧν τὸ ὑπὸ ΑΖΒ* ἴσον ὑπόκειται *τῷ ὑπὸ ΓΕΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΖ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΗΕ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΗΕ. ἦν δὲ καὶ ἡ ΑΘ τῆς ΓΗ ἐλάσσων· ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ ὅλης τῆς ΓΕ ἐστὶν ἐλάσσων. ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων.*

123 δ΄. *Ἔστω δὴ πάλιν μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ τετμήσθω ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε τὴν ΔΕ τῆς ΕΓ μὴ εἶναι ἐλάσσονα· φανερὸν μὲν οὖν ὅτι* δυνατόν *ἐστιν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.*

Ἐπεὶ γὰρ μή ἐστιν ἐλάσσων ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ μείζων. καὶ εἰ μὲν ἴση, *ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΕΔ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΓΔ, ὥστε ἔλασσον τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ, εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἔλασσόν ἐστιν τὸ ὑπὸ ΓΕΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ (καὶ γὰρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΓΔ ἐστὶν ἔλασσον). δυνατὸν ἄρα ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.*

Παραβεβλήσθω, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖΒ, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἔστω ἡ ΑΖ· ὅτι δὴ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΒ τῆς ΓΕ.

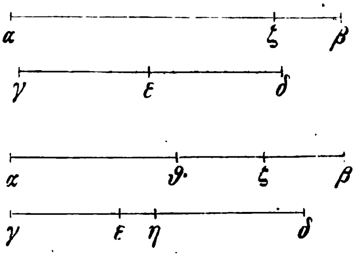
Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ οὐκ ἔστιν ἐλάσσων, ἤτοι ἄρα ἴση ἐστὶν ἢ μείζων. ἔστω πρότερον ἴση ἡ ΔΕ τῇ ΕΓ.

---

1. 2. *τῶν* $\overline{\alpha\zeta\beta}$ *καὶ τῷ ἀπὸ* $\overline{\zeta\vartheta}$ *τὸ δὲ ἀπὸ* $\overline{\gamma\eta}$ *ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ* add. B, *ΑΖΒ καὶ τῷ ἀπὸ ΘΖ* et reliqua perinde add. *Co* 4. *μετὰ τοῦ ἀπὸ* $\overline{ΗΘ}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione *ἴσον* add. *Hu* auctore *Co* 6. *ἐλάσσονος ἄρα* AB, corr. S 9. δ΄ add. BS 10. 11. *εἶναι ἔλασσον* A, corr. BS 11. *δυνατόν* add. *Co* 12. *τετραγώνῳ Co* pro *τετράγωνον* 13. *μὴ*] *οὐκ Ge* *ελασσον* (sine spir. et acc.) A(B), corr. S 14. *ἴση* add. *Co* *ἴσον τοῦ* A, corr. BS, *ἴσον ἐστὶ τὸ Ge* 15. 16. *τῆς ΓΔ — ἡμισείας* om. S cod. *Co* 15. *ἔλασσον*] *ἐλάσσονος* AB, *ἔλασσόν ἐστι Co* 16. *εἰ δὲ Co* pro *ἡ δὲ* *ἔλασσόν Co* pro *ἐλάσσονός* 17. *καὶ γὰρ* B correctus, *καὶ* $\overline{Γ}$ AB¹S 18. *δυνατὸν Co* pro *δὲ* 19. *ὑπὸ τῶι* $\overline{ΓΕΔ}$ A, corr. BS *ἴσον Co* pro *ἴση* *παρὰ*

$= \alpha\zeta \cdot \zeta\beta + \zeta\vartheta^2$, et $\gamma\eta^2 = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \eta\varepsilon^2$; ergo etiam $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta + \zeta\vartheta^2 < \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \eta\varepsilon^2$. In quibus secundum hypothesin est $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; ergo reliquum $\zeta\vartheta^2$ minus est reliquo $\eta\varepsilon^2$, itemque $\zeta\vartheta < \eta\varepsilon$. Sed erat etiam $\alpha\vartheta < \gamma\eta$; ergo tota $\alpha\zeta$ minor est totâ $\gamma\varepsilon$. Item reliqua $\zeta\beta$ maior reliquâ $\varepsilon\delta$.

IV. Iam sit rursus $\alpha\beta > \gamma\delta$, ac $\gamma\delta$ in puncto ε ita secetur, ut $\delta\varepsilon$ non minor sit quam $\varepsilon\gamma$; apparet igitur fieri posse, ut rectangulo $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale *aliquod rectangulum* deficiens quadrato ad rectam $\alpha\beta$ applicetur. Prop. 68



Quoniam enim $\delta\varepsilon$ non minor est quam $\varepsilon\gamma$, aut aequalis est *ipsi* $\varepsilon\gamma$ aut *eâdem* maior. Ac *primum*, si aequalis est, rectangulum $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale est quadrato a dimidia $\gamma\delta$, ideoque minus quam quadratum a dimidia $\alpha\beta$; sin vero $\delta\varepsilon$ maior est *quam* $\varepsilon\gamma$, multo minus est rectangulum $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ quam quadratum a dimidia $\alpha\beta$ (quippe etiam *propter elem. 6, 27* minus est quam quadratum a dimidia $\gamma\delta$). Potest igitur rectangulo $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale *rectangulum* deficiens quadrato ad rectam $\alpha\beta$ applicari [1]).

Applicatum sit rectangulum $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta$, sitque $\alpha\zeta$ maius segmentum; dico esse $\zeta\beta < \gamma\varepsilon$.

Quoniam enim $\delta\varepsilon$ non minor est quam $\varepsilon\gamma$, aut aequalis igitur est *ipsi* $\varepsilon\gamma$ aut *eâdem* maior. Sit primum $\delta\varepsilon = \varepsilon\gamma$.

1) Hoc sequitur ex elem. 6, 28; quamquam, si omnia explanare vellem, longa disputatione opus esset. Ne multa, dato rectangulo $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale construendum est eiusmodi, ut summa laterum uni angulo adiacentium aequalis sit datae rectae $\alpha\beta$. Si igitur minus latus x appellamus, est $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\beta \cdot x - x^2$. Hinc rationem geometricam, quam Graecorum disciplina requirit, non difficile est constituere.

τῆς $\overline{AB}$ ABS, mendum notavit V², corr. *Co* 20. τετραγώνῳ *Co* pro τετράγωνον 22. δή *Co* pro δὲ 23. τῆς $\overline{\Gamma E}$ bis scripta in A 24. ἔλασσον (sine acc.) A, corr. BS *ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἔστι τῆς μὲν ΑΒ μείζων ἢ ἡμίσεια ἡ ΑΖ, τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἡ ΔΕ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῆς ΔΕ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΖΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΖΒ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΒ τῆς ΓΕ.*

124 *Ἔστω δὲ μείζων ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡ δὲ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Θ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἔστι τῆς μὲν ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΘΒ, τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἡ ΓΗ, μείζων ἄρα ἡ ΘΒ τῆς ΓΗ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΘΒ τοῦ ἀπὸ ΓΗ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΘΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΖΒ καὶ τῷ ἀπὸ ΖΘ, τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΓΕΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ· μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΘ τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΗ. ὧν τὸ ὑπὸ ΑΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΖ μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΕΗ, ὥστε μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΕΗ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΘ ~~τῆς~~ ΔΗ μείζων· ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ ὅλης τῆς ΔΕ μείζων ἐστίν. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΖΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΖΒ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΒ τῆς ΓΕ, ὅπερ: ~*

Εἰς τὸ ϛʹ πρόβλημα.

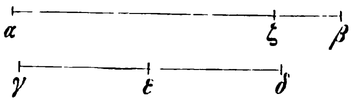
125 *εʹ. Ἔστω ἐλάσσων μὲν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ· ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΓΖ.*

Τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΑΒ ΓΔ κατὰ τὰ Θ Η σημεῖα· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΗΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕΒ, τὸ δὲ ἀπὸ ΘΒ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΗΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΒ,

---

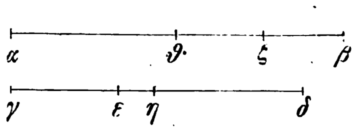
2. *ἢ* (ante *ἡμισ.*) S, om. AB 4. *πρὸς τὴν* $\overline{ΔΕ}$ *οὕτως ἡ* $\overline{ΓΕ}$ ABS, corr. *Hu* *καὶ* om. BS 5. *ἐστὶν ἡ* $\overline{ΖΘ}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 9. *ἡμίσεια — ἡμίσεια* *Co* pro *ἄρα — ἄρα* 12. $\overline{ΖΘ}$ *τὸ δὲ ἀπὸ* bis scripta in ABS, mendum notavit V[2], corr. *Co* 13. *ὑπὸ* add. *Ge* *ἄρα* A ex *δρα* 14. *τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ* *Co*, *τὸ ὑπὸ* $\overline{ΑΕΔ}$ AB, *τῷ ὑπὸ* $\overline{αεδ}$ S 19. *τὴν* $\overline{ΔΕ}$ *οὕτως ἡ* $\overline{ΑΒ}$ ABS, *τὴν ΔΕ οὕτως ἡ ΓΕ* *Co*,

Quoniam igitur est $\alpha\beta > \gamma\delta$, et $\alpha\zeta > \frac{1}{2}\alpha\beta$, ergo est $\alpha\zeta > \delta\varepsilon$,



et, *quia factum est* $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, est $\alpha\zeta : \gamma\varepsilon = \delta\varepsilon : \zeta\beta$; ergo *propter elem.* 5, 14 est etiam $\gamma\varepsilon > \zeta\beta$, itaque $\zeta\beta < \gamma\varepsilon$.

Sit autem $\delta\varepsilon > \varepsilon\gamma$, et bifariam secetur $\gamma\delta$ in puncto η, et $\alpha\beta$ in puncto ϑ. Quoniam igitur est $\alpha\beta > \gamma\delta$,



et $\vartheta\beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$, et $\gamma\eta = \frac{1}{2}\gamma\delta$, ergo est $\vartheta\beta > \gamma\eta$, itaque etiam $\vartheta\beta^2 > \gamma\eta^2$: Sed est *propter elem.* 2, 5

$\vartheta\beta^2 = \alpha\zeta \cdot \zeta\beta + \vartheta\zeta^2$, et

$\gamma\eta^2 = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\eta^2$; ergo

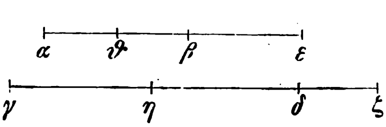
$\alpha\zeta \cdot \zeta\beta + \vartheta\zeta^2 > \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\eta^2$; in quibus *secundum constructionem* est $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, quibus subtractis restat

$\vartheta\zeta^2 > \varepsilon\eta^2$; ergo $\vartheta\zeta > \varepsilon\eta$.

Verum est etiam $\alpha\vartheta > \delta\eta$; ergo $\alpha\vartheta + \vartheta\zeta > \delta\eta + \eta\varepsilon$, id est $\alpha\zeta > \delta\varepsilon$. Sed est *secundum constructionem* $\alpha\zeta : \gamma\varepsilon = \delta\varepsilon : \zeta\beta$; ergo *propter elem.* 5, 14 est $\gamma\varepsilon > \zeta\beta$, itaque $\zeta\beta < \gamma\varepsilon$, q. e. d.

In sextum problema.

V. Sit $\alpha\beta < \gamma\delta$, et $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$; dico esse $\alpha\varepsilon < \gamma\zeta$. Prop. 69



Bifariam secetur $\alpha\beta$ in puncto ϑ, et $\gamma\delta$ in puncto η; ergo est $\vartheta\beta < \eta\delta$. Quoniam igitur est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$, et $\vartheta\beta^2 < \eta\delta^2$, ergo est

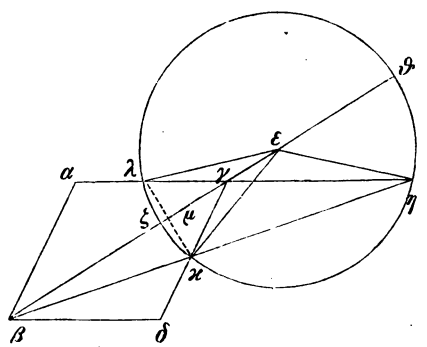
---

corr. *Hu* 20. 21. καὶ ἡ ΓΕ — τῆς ΓΕ *Co* pro καὶ ἡ $\overline{ΑΕ}$ — τῆς $\overline{ΑΕ}$ 23. ε′ add. BS 24. ὑπὸ $\overline{ΓΖ}$ ὅτι AB, corr. S 25. αἱ $\overline{ΑΒΓΔ}$ κατὰ τὰ ΘΗ A, distinx. BS 26. ἔλασσον A, corr. BS ὅ ἐστιν τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΓΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΔ, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ ΗΖ· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΘ τῆς ΗΖ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΛΘ τῆς ΓΗ ἐλάσσων· ὅλη ἄρα ἡ ΛΕ ὅλης τῆς ΓΖ ἐστὶν ἐλάσσων.

Ὁμοίως κἂν μείζων ᾖ, ἡ ὅλη τῆς ὅλης.

Παραθεωρούμενον ἐν τῷ η′ προβλήματι.

126 ς′. Ῥόμβου ὄντος τοῦ ΑΔ, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓΕ, ἐὰν τῶν ΒΕ ΕΓ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ ΕΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΕΖ κύκλος γραφῇ ὁ ΖΗΘ, καὶ ἐκβληθῇ ἡ ΔΓΗ, ἔσται εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν Η Κ Β.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΛΕ ΕΚ ΒΚ ΚΗ ΗΕ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΛΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΓΚ γωνίᾳ καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου εἰσίν, αἱ ΛΓ ΓΚ ἴσαι εἰσίν (λῆμμα γάρ). ἀλλὰ καὶ ἡ ΛΕ τῇ ΕΚ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΛΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΚΕ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΓΛΕ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΗΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΕ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΚΕ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΚΕ τῇ ὑπὸ ΓΒΚ· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΚ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΗΕ.

---

1. τοῦ ὑπὸ ΑΖΔ μετὰ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 5. ᾖ, ἡ *Ge*, ἢ A[8]S, ᾗ B 7. ς′ add. BS 8. ἡ ΕΖ *Co* pro ἡ ΒΖ 10. τῶν ΗΚΒ A, distinx. BS 11. ἐπεζεύχθω A, corr. BS 13. ΗΕ add. *Hu*, ΕΗ hoc loco add. Horsley p. 20, idem ante ΒΚ, deletis ΛΕ ΕΚ, add. *Co* 19. διάμετροι AB, corr. S 21. 22. λῆμμα γάρ olim glossa ad marginem fuisse videtur 23. τῆι ΕΚ A[1] ex τῆς ΕΚ 24. ὑπὸ ΓΚ ἴση AB, corr. S 25. ΓΗΘ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΘ AB, corr. S 26. 27. post τῇ ὑπὸ ΓΒΚ add. ἴση V[2] 27. ΓΒΚ (ante καὶ ἡ) A[2] ex Γ**

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \vartheta\beta^2 < \gamma\zeta \cdot \zeta\delta + \eta\delta^2$, id est *propter elem. 2, 6* $\vartheta\varepsilon^2 < \eta\zeta^2$, itaque $\vartheta\varepsilon < \eta\zeta$.

Verum est etiam $\alpha\vartheta < \gamma\eta$; ergo $\alpha\vartheta + \vartheta\varepsilon < \gamma\eta + \eta\zeta$, *id est* $\alpha\varepsilon < \gamma\zeta$.

Similiter etiam, si sit $\alpha\beta > \gamma\delta$, *demonstrabitur esse* totam $\alpha\varepsilon$ maiorem totâ $\gamma\zeta$.

Theorema suppletum in octavo problemate.

VI. Si sit rhombus $\alpha\delta$, eiusque diametrus *ultra angulum* Prop. 70
γ *producta* $\beta\gamma\varepsilon$ [1]), et si rectarum $\beta\varepsilon$ $\varepsilon\gamma$ media proportionalis sumatur $\varepsilon\zeta$, et centro ε radioque $\varepsilon\zeta$ circulus describatur $\zeta\eta\vartheta$, et producatur $\lambda\gamma\eta$, recta linea erit quae per puncta η $\varkappa$ β transibit.

Iungantur enim $\lambda\varepsilon$ $\varepsilon\varkappa$ $\beta\varkappa$ $\varkappa\eta$ $\eta\varepsilon$. Quoniam igitur, *ut in rhombo,* anguli $\lambda\gamma\zeta$ $\zeta\gamma\varkappa$ aequales iidemque ad utramque partem circuli diametri sunt, rectae $\lambda\gamma$ $\gamma\varkappa$, *utpote iuxta hos aequales angulos ad circumferentiam circuli ductae*, inter se aequales sunt [2]). Sed est etiam $\lambda\varepsilon = \varepsilon\varkappa$; ergo est $\angle\, \gamma\lambda\varepsilon = \angle\, \gamma\varkappa\varepsilon$. Sed est etiam $\angle\, \gamma\lambda\varepsilon = \angle\, \gamma\eta\varepsilon$; ergo etiam $\angle\, \gamma\eta\varepsilon = \angle\, \gamma\varkappa\varepsilon$. Sed, *quia ex hypothesi est* $\varepsilon\beta : \varepsilon\zeta = \varepsilon\zeta : \varepsilon\gamma$, *et* $\varepsilon\varkappa = \varepsilon\zeta$, *in similibus igitur triangulis* $\beta\varepsilon\varkappa$ *et* $\varkappa\varepsilon\gamma$ [3]) est etiam $\angle\, \varkappa\beta\varepsilon$ (sive $\gamma\beta\varkappa$) $= \angle\, \gamma\varkappa\varepsilon$; ergo etiam $\angle\, \gamma\beta\varkappa = \angle\, \gamma\eta\varepsilon$. Sed est etiam

1) Scriptura codicis οὗ διάμετρος ἡ ΒΓΕ rhombum quendam $\alpha\varepsilon\delta\beta$ designare videtur. At vero ex demonstratione, quae sequitur, sponte apparet rhombi angulum esse γ, non ε; ideoque ipsam rhombi diametrum significari $\beta\gamma$, in eaque producta esse punctum ε. Iam prior ista opinio, quam falsam esse dixi, etiam per figuram in codicibus tradita est, quae rhombum $\alpha\varepsilon\delta\beta$ et ipsum ε circuli centrum exhibet. Contra Horsleius p. 19 veram rationem invenit, quae quidem ex ipsis etiam Graecis verbis, modo brevitatis interdum sane obscurae veterum mathematicorum recordemur, eo quo supra posui modo elici potest.

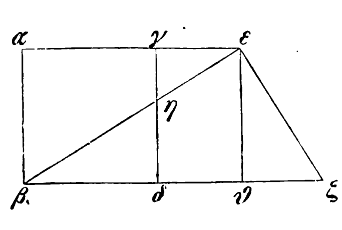
2) Verbis in codice additis λῆμμα γάρ libentius caremus. Nam etsi tale quoddam lemma olim exstitisse minime negaverim, tamen scriptor brevitatis studiosus id perinde, ac plurima alia silentio omisisse videtur. Demonstrationem autem lemmatis supra significavi, quam qua ratione veteres peregerint, ambiguum est. Nostrates quidem per quartum congruentiae theorema triangula $\lambda\varepsilon\gamma$ et $\varkappa\varepsilon\gamma$ aequalia ac similia esse statim intellegunt; at in Graecis initium theorematis factum esse puto a ducta $\lambda\mu\varkappa$, unde, adhibita elem. 3 propositione 3, apagogica ratione comprobatum esse censeam triangula $\lambda\mu\gamma$ $\varkappa\mu\gamma$ orthogonia esse etc.

3) Addita haec secundum V^2; similiter Horsley p. 20.

ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΚ ἴση ἐστίν· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΗ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΓΚΒ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΓΕΗ μετὰ τῆς ὑπὸ ΓΚΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΚΒ ἄρα μετὰ τῆς ὑπὸ ΓΚΗ γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὥστε εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Β Κ Η σημείων.

[Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸ ἐπὶ τετραγώνων ποιούντων τὰ αὐτὰ τῷ ῥόμβῳ.]

127 *ζ'. Ἔστω τετράγωνον τὸ ΑΔ, καὶ ἤχθω ἡ ΒΗΕ, καὶ αὐτῇ ὀρθὴ ἤχθω ἡ ΕΖ· ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΗΕ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετραγώνῳ.*



Ἤχθω διὰ τοῦ Ε τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΘ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΘ γωνία. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΗ γωνία ὀρθή· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΗ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΒΗ γωνία, τῇ ὑπὸ ΖΕΘ γωνίᾳ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΘΕ γωνία ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΔΗ ἴση, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΕΘ τῇ ΒΔ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΗΒ. ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ τετραγώνοις, ὧν τὸ ὑπὸ ΖΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΒΗ (ἐν κύκλῳ γάρ ἐστιν τὰ Δ Ζ Ε Η σημεῖα), λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΒΕΗ καὶ τῷ ἀπὸ ΕΖ τετραγώνῳ, τουτέστιν καὶ τῷ ἀπὸ ΒΗ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΒΕΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΒΗ τετραγώνου τὸ ὑπὸ ΕΒΗ ἐστὶν μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ

4. *γωνίας* Ge pro *γωνία* 5. *τῶν* $\overline{ΒΚΗ}$ A, distinx. BS 7. 8. *ἐπι τετράγωνον* (super vs. *πρόβλημα* add. man. rec.) *ποιοῦν τα* | *αὐτὰ τῶι ῥόμβωι* A(B), *δ' πρόβλημα ποιοῦν τὰ αὐτὰ τῷ ῥόμβῳ* S, corr. Hu 9. *ζ'* add. BS 10. *ὀρθηι* (sine acc.) A, corr. BS 21. *τὰ* $\overline{ΔΖΘΗ}$ A cod. Co, distinx. B, corr. S Co 26—28. *ἀλλὰ τῷ — τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΕΒΗ μετὰ τοῦ* cet. Ge non perspecta Graecorum verborum structura 27. *ἐστιν ἄρα μετὰ* A, sed *ἄρα* expunctum

$\angle\, \eta\gamma\varepsilon = \angle\, \beta\gamma\varkappa$ (*uterque enim angulo* $\lambda\gamma\beta$ *aequalis est*)[4]; ergo *in triangulis* $\varkappa\beta\gamma$ *et* $\varepsilon\eta\gamma$ est etiam $\angle\, \gamma\varkappa\beta = \angle\, \gamma\varepsilon\eta$. Sed, *quia erat* $\angle\, \gamma\eta\varepsilon = \angle\, \gamma\varkappa\varepsilon$, *propter elem. 3, 21 igitur in circulo sunt puncta* $\varkappa\ \gamma\ \varepsilon\ \eta$, *itaque*[5]) anguli $\gamma\varepsilon\eta + \gamma\varkappa\eta$ duobus rectis aequales sunt. *Sed erat* $\angle\, \gamma\varepsilon\eta = \angle\, \gamma\varkappa\beta$; ergo etiam anguli $\gamma\varkappa\beta + \gamma\varkappa\eta$ duobus rectis aequales sunt, itaque recta est linea quae per puncta $\beta\ \varkappa\ \eta$ transit.

[Lemma utile ad *problema* de quadratis quorum summa rhombo aequalis est[1]).]

VII. Sit quadratum $\alpha\delta$, et ducatur $\beta\eta\varepsilon$, eique perpendicularis $\varepsilon\zeta$; dico esse $\gamma\delta^2 + \eta\varepsilon^2 = \delta\zeta^2$. Prop. 71

Ducatur per ε rectae $\gamma\delta$ parallela $\varepsilon\vartheta$; rectus igitur est angulus $\gamma\varepsilon\vartheta$. Sed est etiam angulus $\zeta\varepsilon\eta$ rectus; ergo angulus $\gamma\varepsilon\eta$, id est angulus $\delta\beta\eta$, angulo $\zeta\varepsilon\vartheta$ aequalis est. Sed est etiam $\zeta\vartheta\varepsilon$ recto $\beta\delta\eta$ aequalis, estque $\varepsilon\vartheta$ rectae $\beta\delta$ aequalis; ergo *in triangulis* $\zeta\varepsilon\vartheta$ $\eta\beta\delta$ etiam rectae $\varepsilon\zeta$ $\beta\eta$ aequales sunt. Sed quoniam est

$$\beta\zeta^2 = \beta\varepsilon^2 + \varepsilon\zeta^2, \text{ sive}$$

$$\beta\zeta\cdot\beta\delta + \beta\zeta\cdot\zeta\delta = \beta\varepsilon\cdot\beta\eta + \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta + \varepsilon\zeta^2,$$

et *quia, rectis angulis* $\eta\varepsilon\zeta$ *et* $\eta\delta\zeta$, in circulo sunt puncta $\delta\ \zeta\ \varepsilon\ \eta$, itaque[2]) $\beta\zeta\cdot\beta\delta = \beta\varepsilon\cdot\beta\eta$; his igitur subtractis restat

$$\beta\zeta\cdot\zeta\delta = \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta + \varepsilon\zeta^2$$
$$= \beta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta + \beta\eta^2.$$

Sed est *propter elem. 2, 3* $\beta\varepsilon\cdot\varepsilon\eta = \beta\eta\cdot\eta\varepsilon + \eta\varepsilon^2$, *ideoque*

4) "Quia anguli $\overline{\eta\gamma\varepsilon}$ $\overline{\lambda\gamma\zeta}$ sunt κατὰ κορυφήν et anguli $\overline{\lambda\gamma\zeta}$ $\overline{\zeta\gamma\varkappa}$ aequales" V² ac similiter *Co* et Horsley.

5) Sic demonstratio quam brevissime suppleta est. Multo prolixius Horsley p. 20 sq.: "Producta enim $\varkappa\gamma$ circulo iterum in ν occurrat, et iungatur $\varepsilon\nu$. Propter angulos $\nu\gamma\vartheta$ $\eta\gamma\vartheta$ aequales, aequales erunt $\gamma\nu$ $\gamma\eta$. Sed $\varepsilon\nu = \varepsilon\eta$, et $\varepsilon\gamma$ triangulis utrisque $\varepsilon\gamma\nu$ $\varepsilon\gamma\eta$ latus commune. Angulus igitur $\nu\varepsilon\gamma = \eta\varepsilon\gamma$, ac proinde $\vartheta\varepsilon\nu = \vartheta\varepsilon\eta$, et arcus $\nu\vartheta$ arcui $\eta\vartheta$ aequalis. Angulus igitur $\gamma\varkappa\eta$ seu $\nu\varkappa\eta$ angulo $\vartheta\varepsilon\eta$ aequalis. Duo igitur $\gamma\varepsilon\eta$ $\gamma\varkappa\eta$ duobus $\gamma\varepsilon\eta$ $\eta\varepsilon\vartheta$ ac proinde duobus rectis aequales sunt".

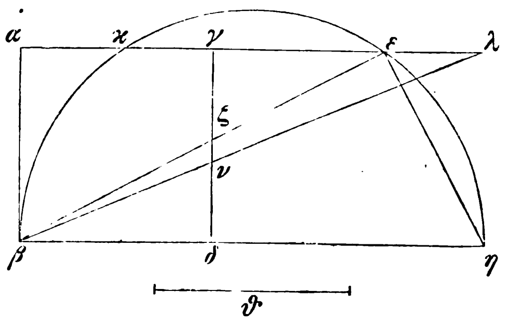
1) Vide append.

2) Quomodo hoc ex elem. 3, 36 veteres derivaverint, breviter significavimus supra p. 491 adnot. **.

ΕΒΗ, τουτέστιν ὑπὸ ΖΒΔ, καὶ τῷ ἀπὸ ΗΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ ΒΔΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΖΔ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ ΗΕ, τουτέστιν τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΗΕ τετραγώνοις.

Πρόβλημα ὡς Ἡράκλειτος.

128 *η΄. Τετραγώνου ὄντος θέσει τοῦ ΑΔ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν ΕΖ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Β.*



Γεγονέτω, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου τῇ ΒΕ ὀρθογώνιος ἤχθω ἡ ΕΗ. ἐπεὶ οὖν τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΖΕ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΗ τετραγώνῳ, δοθέντα δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΖΕ (δοθέντα γὰρ ἑκάτερα τῷ μεγέθει), δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΔΗ· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ τῷ μεγέθει· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΒΗ δέδοται τῷ μεγέθει. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει· δέδοται ἄρα τῇ θέσει τὸ ἐπὶ τῆς ΒΗ ἡμικύκλιον. καὶ ἔρχεται διὰ τοῦ Ε· τὸ Ε ἄρα θέσει περιφερείας ἅπτεται. ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς ΑΕ· δοθὲν ἄρα ἐστίν. ἀλλὰ καὶ τὸ Β ἐστὶν δοθέν· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΕ.

129 *Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω τὸ μὲν τετράγωνον τὸ ΑΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ Θ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ Θ ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΗ τετράγωνον· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΔ τῆς ΔΓ, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΗΔ ΔΒ μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΔΓ· τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ΒΗ ἡμικύκλιον γραφόμενον ὑπερπεσεῖται τὸ Γ σημεῖον. γεγράφθω,*

$$\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\eta + \beta\eta^2 = \beta\eta \cdot \eta\varepsilon + \beta\eta^2 + \eta\varepsilon^2, \textit{ sive (elem. l. c.)}$$
$$= \varepsilon\beta \cdot \beta\eta + \eta\varepsilon^2; \text{ ergo est}$$
$$\beta\zeta \cdot \zeta\delta = \varepsilon\beta \cdot \beta\eta + \eta\varepsilon^2, \text{ id est, } \textit{ut supra demonstravimus,}$$
$$= \zeta\beta \cdot \beta\delta + \eta\varepsilon^2. \text{ Commune subtrahatur } \beta\delta \cdot \delta\zeta; \text{ restat igitur}$$
$$\delta\zeta^2 = \beta\delta^2 + \eta\varepsilon^2, \text{ id est}$$
$$= \gamma\delta^2 + \eta\varepsilon^2.$$

Problema, ut Heraclitus.

VIII. Si sit quadratum $\alpha\delta$, efficere, ut data $\varepsilon\zeta$, *cuius terminus* ε *sit in productâ* $\alpha\gamma$, *alter autem terminus in recta* $\gamma\delta$, inclinet ad punctum β. Prop. 72

Factum iam sit, et a puncto ε rectae $\beta\varepsilon$ perpendicularis ducatur $\varepsilon\eta$. Quoniam igitur *propter superius lemma* est $\gamma\delta^2 + \zeta\varepsilon^2 = \delta\eta^2$, et data sunt $\gamma\delta^2$ $\zeta\varepsilon^2$ (utraque enim rectarum $\gamma\delta$ $\zeta\varepsilon$ magnitudine data est), datum est igitur etiam $\delta\eta^2$. Data est igitur $\delta\eta$ magnitudine; ergo etiam tota $\beta\eta$ magnitudine data est. Sed eadem etiam positione; ergo semicirculus super $\beta\eta$ positione datus est, qui, *quoniam angulus* $\beta\varepsilon\eta$ *rectus est,* per punctum ε transit. Ergo punctum ε positione circumferentiam tangit. Sed etiam rectam $\alpha\varepsilon$ positione *tangit;* ergo datum est (*dat.* 25). Sed etiam β datum est; positione igitur data est $\beta\varepsilon$.

Componetur autem problema hoc modo. Sit quadratum $\alpha\delta$, et data recta ϑ, et $\gamma\delta^2 + \vartheta^2 = \delta\eta^2$. Est igitur $\eta\delta > \delta\gamma$, itaque etiam $\eta\delta \cdot \delta\beta > \delta\gamma^2$. Ergo semicirculus super $\beta\eta$ descriptus punctum γ superabit. Describatur, sitque $\beta\varkappa\varepsilon\eta$, et produca-

---

2. τὸ ὑπὸ $\overline{BZ\Delta}$ ABS, τὸ ὑπὸ $\overline{\zeta\delta\beta}$ V², corr. *Co* 3. τῶν $\overline{B\Delta HE}$ — τῶν $\overline{\Gamma\Delta HE}$ A, distinx. BS 6. η′ add. BS θέσει om. *Co* τοῦ $A\Delta$ ποιεῖν] τοῦ $\overline{A\Delta\Theta}$ εἶναι ABS, τοῦ $A\Delta$ ἐκβάλλειν $A\Gamma$ ἐπὶ τὸ E καὶ ποιεῖν *Co* 8. ὀρθογώνιος] ὀρθογώνιον εὐθεῖα γὰρ ABS, ὀρθογώνιος εὐθεῖα, omisso γὰρ, *Ge*, ὀρθὴ, omissis εὐθεῖα γὰρ, *Co* 9. ἴσα add. *Co* 11. δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα τῶν $\Gamma\Delta$ ZE τῷ μεγέθει *Hu*, nisi forte haec parenthesis delenda est 15. περιφέρεια A cod. *Co*, corr. BS *Co* 16. 17. εὐθεῖα τῆς $\overline{AE}$ δοθεῖσα ἄρα — δοθεῖσα θέσει ABS, corr. *Co* 20. τῶν $\overline{\Gamma\Delta\Theta}$ ABS et sic posthac, distinx. *Co*

καὶ ἔστω τὸ ΒΚΕΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΓ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΔ ΕΖ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΗΔ τετραγώνῳ. τῷ δὲ ἀπὸ ΔΗ ἴσα ἐτέθη τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ Θ τετράγωνα· ἴσα ἄρα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ Θ τετράγωνα τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΕΖ, ὥστε ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ Θ τῷ ἀπὸ ΕΖ τετραγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Θ τῇ ΕΖ. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΕΖ· ἡ ΕΖ ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ μόνη. διήχθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΒΛ. εἰ δὴ καὶ ἡ ΒΛ ποιεῖ τὸ πρόβλημα, ἔσται ἴση ἡ ΝΛ τῇ ΕΖ. μείζων δὲ ἡ ΖΒ τῆς ΝΒ· ὅλη ἄρα ἡ ΒΛ ἐλάσσων ἔσται τῆς ΒΕ, ὅπερ ἄτοπον· ἔστιν γὰρ μείζων· οὐκ ἄρα ἡ ΒΛ ποιεῖ τὸ πρόβλημα· ἡ ΒΕ ἄρα μόνη.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπιγνῶμεν, ποτέρα αὐτῶν μείζων, δείξομεν οὕτως· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΛΒ τῆς ΒΕ, ἡ δὲ ΒΖ τῆς ΒΝ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΝΛ τῆς ΖΕ μείζων ἐστίν. καὶ φανερὸν ὅτι αἰεὶ ἡ ἔγγιστα τοῦ Γ σημείου τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων.

Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸν τοῦ θ′ προβλήματος διορισμόν, ὡς ἐν τοῖς ἀρχαίοις.

130 *θ′. Ἔστω ἴση ἡ ΒΑ τῇ ΑΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον· ὅτι ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ΒΓ πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ σημείου διαγομένων εὐθειῶν.*

Διήχθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΕΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Ζ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΓΒ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, τουτέστιν ἡ Γ, τῆς ὑπὸ ΒΖΕ, δυνατόν ἐστιν τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσην ἀπὸ τῆς Γ ἀφελεῖν.

---

2. *ἐπεζεύχθω* A, corr. BS 2. 3. *τετράγωνον ἴσον ἄρα ἐστιν* A (B cod. *Co*), corr. S *Co* 3. post *ΗΔ τετραγώνῳ* add. *διὰ τὸ ζ′* cod. Paris. 2368 m. rec. S 7. *ἡ ΕΖΒ ἄρα* A, corr. BS 10. 11. *ἡ ΗΛ* AB cod. *Co*, corr. S *Co* 12. *ἔσται τῆς Hu* pro *ἐστὶν τῆς*· 14. post *αὐτῶν* add. *τῶν νλ ζε* cod. Paris. 2368 m. rec. S 16. *τῆς ΖΗ μείζων* AB, *τῆς ζν μείζων* in suo codice legit *Co*, corr. S *Co* *ἐστί* A^{s}BS 19. *προβλήματος Hu* auctore Horsleio p. 7 pro *θεωρήματος* 21. *θ′* add. BS 23. *διαγομένων* S, *αιαγομένων* A(B) 25. 26. *τῆς ὑπὸ ΒΕΖΕ* A, *τῆς βζε*, omisso *ὑπὸ*, B^{s}S

tur $\alpha\gamma$ ad ε, et iungantur $\beta\varepsilon$ $\varepsilon\eta$. Est igitur *propter superius lemma* $\gamma\delta^2 + \zeta\varepsilon^2 = \delta\eta^2$. At suppositum est $\delta\eta^2 = \gamma\delta^2 + \vartheta^2$; ergo est $\vartheta^2 = \zeta\varepsilon^2$, itaque $\vartheta = \zeta\varepsilon$. Estque data ϑ; *itaque data etiam* $\zeta\varepsilon$; ergo $\zeta\varepsilon$ problema efficit.

Iam dico solam $\zeta\varepsilon$ *problema efficere*. Ducatur enim alia *quaedam* $\beta\lambda$ *infra punctum* ε. Si igitur etiam $\beta\lambda$ problema efficit, erit $\nu\lambda = \zeta\varepsilon$. Sed est $\beta\nu < \beta\zeta$ *); ergo tota $\beta\lambda$ minor erit quam $\beta\varepsilon$, quod absurdum est; est enim maior [1]). Ergo $\beta\lambda$ non efficit problema; itaque sola $\beta\varepsilon$.

Verum ut etiam cognoscamus, utra harum rectarum maior sit, sic demonstrabimus. Quoniam maior est $\lambda\beta$ quam $\beta\varepsilon$, et $\beta\zeta$ quam $\beta\nu$, reliqua igitur $\nu\lambda$ maior est quam $\zeta\varepsilon$ **). Et apparet, quo quaeque recta propius accedit punctum γ, eo hanc ipsam minorem esse quam remotiorem [2]).

Lemma utile ad noni problematis determinationem, ut apud veteres *reperitur*.

IX. Sit $\beta\alpha = \alpha\gamma$, et $\beta\gamma$ bifariam secetur in puncto δ; dico $\beta\gamma$ minimam esse omnium rectarum quae per punctum δ ducuntur [3]). Prop. 73

Ducatur enim etiam alia quaedam $\varepsilon\zeta$, et producatur $\alpha\beta$ ad punctum ζ; dico esse $\varepsilon\zeta > \gamma\beta$. Quoniam angulus $\alpha\beta\gamma$, id est $\alpha\gamma\beta$, maior est quam angulus $\beta\zeta\varepsilon$, ab angulo $\alpha\gamma\beta$ potest angulus aequalis angulo $\beta\zeta\varepsilon$ auferri. Sit $\angle\, \delta\gamma\eta = \angle\, \beta\zeta\varepsilon$;

*) "Quia angulus $\overline{\beta\nu\zeta}$ est obtusus eo quod angulus $\bar{\delta}$ est rectus" V[2]; respicit igitur triangulum $\beta\nu\zeta$ et Eucl. elem. 1, 19.

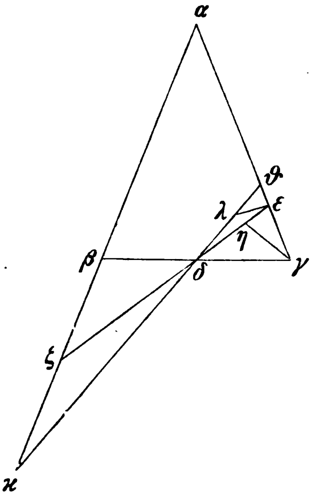
1) "Quia angulus $\bar{\alpha}$ est rectus, angulus $\overline{\beta\varepsilon\lambda}$ est obtusus. ergo $\beta\lambda$ maior quam $\beta\varepsilon$" V[2]. Ad incredibiles ambages aberrat *Co*.

**) Scilicet si esset $\lambda\beta = \beta\varepsilon$, foret $\nu\lambda > \zeta\varepsilon$; ergo, quoniam est $\lambda\beta > \beta\varepsilon$, multo est $\nu\lambda > \zeta\varepsilon$.

2) Ex hac determinatione derivatur etiam is casus, quem scriptor supra omisit, scilicet si in eâdem figurâ recta $\beta\lambda$ ducatur intra puncta γ et ε.

3) "In omni triangulo isoscele rectarum omnium, quae per punctum baseos medium ductae lateribus intercipiuntur, basis minima est" Horsley p. 12.

ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΓΗ γωνία· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΗ. μείζων δὲ ἡ ΖΔ τῆς ΔΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΔΗ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΖΔ τῆς ΔΒ, τουτέστιν τῆς ΔΓ, ἀλλὰ ἡ ΔΓ τῆς ΔΗ μείζων ἐστίν, μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΔΗ. *ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΖΔ ΔΒ ΔΓ ΔΗ, καὶ ἔστιν μεγίστη μὲν ἡ ΖΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΔΗ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΒΓ, ὥστε ἡ ΒΓ, ἐλάσσων οὖσα τῆς ΖΗ, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ΕΖ. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ διαγομένων εὐθειῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΓ.*



Ἡ ΒΓ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ διαγομένων εὐθειῶν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ἔγγιστα αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν. διήχθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΘΚ, καὶ τῇ Κ γωνίᾳ ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΔΕΛ (δυνατὸν γάρ). πάλιν δὴ μείζων ἡ μὲν ΚΔ τῆς ΖΔ, ἡ δὲ ΕΔ τῆς ΛΔ, ὥστε ὅλη ἡ ΚΛ μείζων ἐστὶν τῆς ΕΖ· πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ΘΚ τῆς ΕΖ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΘΚ. ἐλάσσων μὲν ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ διαγομένων εὐθειῶν, ἡ δὲ ἔγγιστα αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων.

131 *ι'. Τούτου ὄντος, φανερὸς ὁ διορισμός. ἐὰν γὰρ ἐκθώμεθα τὸν ῥόμβον τὸν ΑΒΓΔ, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΑΔ ἀγάγω αὐτῇ ὀρθὴν τὴν ΕΖ συμπίπτουσαν ταῖς ΑΓ ΑΒ κατὰ τὰ Ε Ζ, δεῖ με διορίζεσθαι πότερον μεγίστη ἐστὶν ἢ ἐλάσσων πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ διαγομένων εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ διαγώνιός ἐστιν ἡ ΑΔ, καὶ τῇ ΑΔ ὀρθὴ ἡ ΕΖ,*

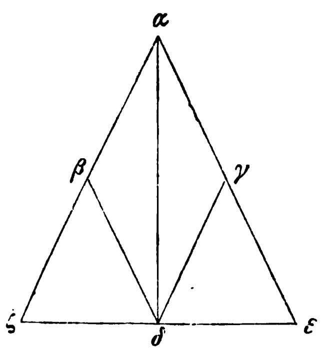
---

1. *αὐτῇ* BS, *αυτη* A, *αὐτὴ Ge* 7. 8. *μεγίστη — ἡ ΔΗ* add. *Co*, *μεγίστη μὲν* ac cetera perinde add. *Hu* 9. 10. *εὐθεῖαι αι αναλογον*

est igitur $\zeta\delta : \delta\beta = \gamma\delta : \delta\eta$. Est autem $\zeta\delta > \delta\beta$; ergo $\gamma\delta > \delta\eta$. Quoniam igitur est $\zeta\delta > \delta\beta$, id est $> \delta\gamma$, et $\delta\gamma > \delta\eta$, maxima igitur est $\zeta\delta$, et minima $\delta\eta$. Quoniam igitur quattuor rectae in proportione sunt *ita, ut sit* $\zeta\delta : \delta\beta = \delta\gamma : \delta\eta$, estque maxima $\zeta\delta$ et minima $\delta\eta$, *propter elem. 5, 25* est $\zeta\delta + \delta\eta > \beta\delta + \delta\gamma$, *sive* $\zeta\eta > \beta\gamma$; itaque $\beta\gamma$, quippe quae minor sit quam $\zeta\eta$, multo minor erit quam $\zeta\varepsilon$. Similiter demonstrabimus omnium rectarum, quaecunque per punctum δ ducuntur, minimam esse $\beta\gamma$.

Minima igitur $\beta\gamma$ est omnium rectarum, quaecunque per punctum δ ducuntur. Iam dico etiam propiorem quamque minorem esse remotiore. Ducatur enim etiam alia quaedam $\varkappa\vartheta$, et construatur $\angle\, \delta\varepsilon\lambda = \angle\, \delta\varkappa\zeta$ (quod fieri potest). Iam rursus est $\varkappa\delta > \zeta\delta$, et $\varepsilon\delta > \delta\lambda$, *et sunt in proportione* $\varkappa\delta : \zeta\delta = \varepsilon\delta : \delta\lambda$; itaque, *ut supra*, $\varkappa\delta + \delta\lambda > \zeta\delta + \delta\varepsilon$, *sive* $\varkappa\lambda > \zeta\varepsilon$. Multo igitur maior est $\varkappa\vartheta$ quam $\zeta\varepsilon$, itaque $\zeta\varepsilon$ minor quam $\varkappa\vartheta$. Ergo $\beta\gamma$ minima est omnium rectarum, quaecunque per punctum δ ducuntur, et propior quaeque minor remotiore.

X. Quod cum ita sit, manifesta est determinatio. Prop. 74



Si enim ponam rhombum $\alpha\beta\delta\gamma$, et iungam $\alpha\delta$, eique perpendicularem ducam $\varepsilon\zeta$, quae *productas* $\alpha\gamma$ $\alpha\beta$ in punctis ε ζ secet, determinandum mihi est, sitne $\varepsilon\zeta$ maxima an minima omnium rectarum, quae per punctum δ ducuntur. Et quoniam diagonalis est $\alpha\delta$, eique perpendicularis $\varepsilon\zeta$, factum mihi

A(B), corr. S 11. ἔστι A[a]BS 13. *μείζον* A, corr. BS 14. *οὖσα Co*, ἔστιν A (ἔστὶ BS) 14. 15. *ἐλάσσων ἐστὶ τῆς* $\overline{\zeta\eta}$· *πολλῷ ἄρα ἐλάσσων* S 17. *διὰ Ge* auctore *Co* pro *ἀπὸ* 20. 21. *Ἡ ΒΓ — εὐθειῶν* om. *Co* 24. 25. *τῆς* $\overline{A\Delta}$ *ὥστε* AB, corr. S 28. *ἡ δὲ* S, *αἱ δὲ* AB, *αἰεὶ δ' ἡ* coni. *Hu* 29. *ι'* add. BS *ἐκθῶμαι Hu* 30. *τὸν ΑΒΔΓ Hu* 32. *κατὰ τὰ* $\overline{EZ}$ AV, *κατὰ τὸ* $\overline{\varepsilon\zeta}$ B, distinx. Paris. 2368 S *μεγίστης* ABS, corr. V *γέγονέ μοι ἰσοσκελὲς τρίγωνον τὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχον τὴν ΕΔ τῇ ΔΖ. διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον λῆμμα γίνεται ἡ ΕΖ ἐλάσσων πασῶν τῶν διὰ τοῦ Δ διαγομένων εὐθειῶν, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων.*

Νεύσεων δεύτερον.

132 *α'. Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς ΑΒ, διήχθω τυχοῦσα ἡ ΔΕ, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετοι αἱ ΑΔ ΒΕ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΗΕ.*

Εἰλήφθω τὸ τοῦ ἡμικυκλίου κέντρον τὸ *Θ, καὶ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ταῖς ΑΔ ΒΕ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΚ τῇ ΚΗ. ἐπεὶ δὲ τρεῖς εἰσιν παράλληλοι αἱ ΑΔ ΘΚ ΒΕ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΘ τῇ ΘΒ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΚ τῇ ΚΕ. ὧν ἡ ΖΚ τῇ ΚΗ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΖ λοιπῇ τῇ ΗΕ ἐστὶν ἴση.*

Καὶ φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν.

133 *β'. Ἔστω πάλιν ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς ΑΒ, καὶ ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΓΔ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ κάθετοι ἐπ' αὐτὴν αἱ ΑΕ ΒΖ· ὅτι πάλιν ἴση ἡ ΕΔ τῇ ΔΖ.*

Ἔστω τὸ κέντρον τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ταῖς ΑΕ ΒΖ (γίνονται γὰρ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Δ γωνίαι). ἐπεὶ οὖν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΑΕ ΗΔ ΒΖ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΔ τῇ ΔΖ, ὅπερ : ~

Εἰς τὸ ε' πρόβλημα.

134 *γ'. Ἔστω δύο ἡμικύκλια ἐπὶ τῆς ΑΓ τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΓΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ διήχθω ἡ ΒΓ· ὅτι ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΗΓ.*

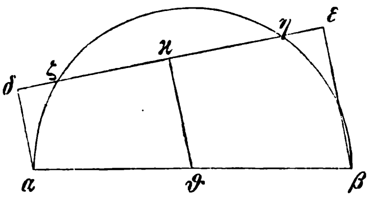
---

2. *προσγεγραμμένον* A, corr. BS 4. *αιει εγγειον* A, corr. BS *αὐτῆς* om. Paris. 2368 5. *δεύτερον* AB, *πρῶτον* S cod. *Co* 6. *α̅* A[1] in marg. (BS) 6. 7. ad *τυχοῦσα* add. *ἐφαπτομένη* V[2] ac tum post *αἱ ΑΔ ΒΕ* "sintque $\overline{\zeta}$ $\overline{\eta}$ aequaliter distantia a contactu $\overline{\varkappa}$", quae aliena sunt a proposito 7. post *ΑΔ ΒΕ* add. $\overline{\vartheta\eta}$ B, $\overline{\vartheta\varkappa}$ cod. *Co* *ὅτι* add. *Ge* 9. *τὸ τοῦ* $\overline{\Theta}$ ABS, *τὸ κέντρον τὸ Θ* *Co*, *τὸ τοῦ κύκλου κέντρον τὸ* $\overline{\vartheta}$ V[2], corr. *Hu* *καὶ* add. *Ge* auctore *Co* 12. *αἱ* $\overline{ΑΔΘ}$ $\overline{ΚΒΕ}$ A, distinx. BS 14. *λοιπῆι τῆι* $\overline{ΗΘ}$ A(B), corr. S 16. *β'* add. BS

est isosceles triangulum $\varepsilon\alpha\zeta$ aequalibus lateribus $\varepsilon\alpha$ $\alpha\zeta$. Propter superius igitur lemma est $\varepsilon\zeta$ minima omnium rectarum, quae per punctum δ ducuntur, et semper propior est minor remotiore.

LEMMATA IN INCLINATIONUM LIBRUM SECUNDUM.

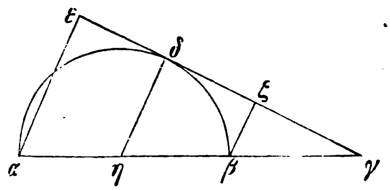
I. *Sit* semicirculus super $\alpha\beta$, *et* ducatur quaelibet recta Prop. 75 $\delta\varepsilon$ *ita, ut semicirculum secet in punctis* ζ *et* η, in eaque perpendiculares $\delta\alpha$ $\varepsilon\beta$; dico esse $\delta\zeta = \eta\varepsilon$.



Sumatur semicirculi centrum ϑ, et rectae $\delta\varepsilon$ perpendicularis ducatur $\varkappa\vartheta$; haec igitur parallela est rectis $\alpha\delta$ $\beta\varepsilon$, et est *propter elem.* 3, 3 $\zeta\varkappa = \varkappa\eta$. Sed quia tres parallelae sunt $\alpha\delta$ $\vartheta\varkappa$ $\beta\varepsilon$, *est igitur* $\alpha\vartheta : \vartheta\beta = \delta\varkappa : \varkappa\varepsilon$, et *quoniam* est $\alpha\vartheta = \vartheta\beta$, est igitur $\delta\varkappa = \varkappa\varepsilon$. Et erat $\zeta\varkappa = \varkappa\eta$; restat igitur $\delta\zeta = \eta\varepsilon$.

Et apparet esse etiam $\delta\eta = \zeta\varepsilon$.

II. Sit rursus semicirculus super $\alpha\beta$, et tangens duca- Prop. 76 tur $\gamma\delta$ producaturque *ad punctum* ε, sintque huic rectae perpendiculares $\varepsilon\alpha$ $\zeta\beta$; dico rursus esse $\varepsilon\delta = \delta\zeta$.



Sit *semicirculi* centrum η, et iungatur $\delta\eta$, quae, quoniam anguli ad δ recti sunt, parallela est rectis $\varepsilon\alpha$ $\zeta\beta$. Iam quia tres sunt parallelae $\alpha\varepsilon$ $\eta\delta$ $\beta\zeta$, estque $\alpha\eta = \eta\beta$, est igitur etiam $\varepsilon\delta = \delta\zeta$, q. e. d.

In quintum problema.

III. Sint super $\alpha\gamma$ duo semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\alpha\delta =$ Prop. 77 $\zeta\gamma$, et a puncto γ ducatur recta $\gamma\eta\varepsilon\beta$; dico esse $\beta\varepsilon = \eta\gamma$.

20. ταῖς $\overline{AE}$ $\overline{EZ}$ ABS, corr. V² (item *Co* in Lat. versione) 25. γ' add. BS

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΓΖ, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶν τὰ ἡμικύκλια. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῶν ἡμικυκλίων τὸ Θ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΕΗ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ. ἐπεζεύχθω οὖν ἡ ΑΒ. καὶ ἐπεὶ παράλληλοί εἰσιν αἱ ΑΒ ΘΚ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ. ὧν ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ ἴση ἐστίν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΗΓ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

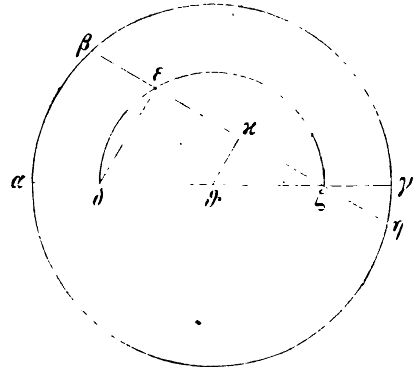
Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ ἡ ΒΗ τῇ ΕΓ ἐστὶν ἴση.

135 δ'. Ἔστω δὴ πάλιν τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἡμικύκλια, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἤχθω ἐφαπτομένη τοῦ ΔΕΖ ἡ ΓΕ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Β· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσης οὔσης τῆς ΑΔ τῇ ΖΓ.

Φανερὸν ὅτι περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον εἰσὶν τὰ ἡμικύκλια. εἰλήφθω πάλιν τὸ κέντρον τῶν ἡμικυκλίων τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ ΑΒ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία. ἀλλὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Β· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΕΗ. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΓΗ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ ἕβδομον.

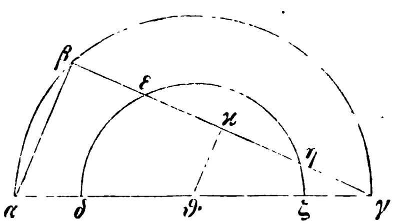
136 ε'. Ἔστω πάλιν τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἡμικύκλια, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΖΓ, καὶ προσαναγεγράφθω ὁ μείζων κύκλος, καὶ διὰ τοῦ Ζ ἤχθω τις ἡ ΒΗ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΖΗ.



Ἔστω τὸ κέντρον τὸ Θ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΒΗ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΚ τῇ ΚΗ. ἐπεζεύχθω δὴ ἡ ΕΔ.

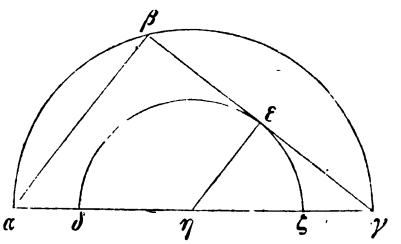
3. τὴν ΕΗ] τῶν $\overline{ΕΗ}$ A, τῶν $\overline{εν}$ B, τῆς $\overline{ηε}$ S, τὴν ηε *Ge* 8. Φανερὸν — ἴση in ABS ante ὅπερ inserta transposuit *Hu* 9. δ' et 19. ε' add. BS 21. προσαναγεγράφθω *Hu*, προσαναγεγραμμένος ABS, προσαναγεγραμμένος ἔστω Friedlein *Literarisches Centralblatt* a. 1874 p. 744, προσαναπεπληρώσθω *Ge* 23. τοῦ $\overline{ΖΔ}$ AB, τοῦ $\overline{δζ}$ S cod. *Co*, corr. V[2] *Co*

Quoniam enim est $\alpha\delta = \gamma\zeta$, semicirculi circa idem centrum sunt. Iam sumatur centrum ϑ, et a puncto ϑ rectae $\varepsilon\eta$ perpendicularis ducatur $\varkappa\vartheta$; est igitur *propter elem.* 3, 3 $\varepsilon\varkappa = \varkappa\eta$. Iungatur $\alpha\beta$. Iam quia parallelae sunt $\alpha\beta$ $\vartheta\varkappa$, estque $\alpha\vartheta = \vartheta\gamma$, est igitur $\beta\varkappa = \varkappa\gamma$*). Et erat $\varepsilon\varkappa = \varkappa\eta$; restat igitur $\beta\varepsilon = \eta\gamma$, q. e. d.



Et apparet esse etiam $\beta\eta = \varepsilon\gamma$.

IV. Sint rursus semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et a puncto γ ducatur $\gamma\varepsilon$ tangens semicirculum $\delta\varepsilon\zeta$ producaturque ad β *punctum sectionis cum altero semicirculo;* dico esse $\beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, *manente superiore hypothesi, qua statuimus* esse $\alpha\delta = \zeta\gamma$. Prop. 78



Apparet semicirculos circa idem centrum esse. Rursus sumatur semicirculorum centrum η, et iungantur $\eta\varepsilon$ $\alpha\beta$. Recti igitur sunt anguli ad ε et β, itaque parallelae sunt $\alpha\beta$ $\eta\varepsilon$. Et est $\alpha\eta = \eta\gamma$; ergo est etiam $\beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, q. e. d.

In septimum problema.

V. Sint rursus semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\alpha\delta = \zeta\gamma$, et compleatur maior circulus, et *in eo circulo* per ζ ducatur recta quaedam $\beta\eta$ *secans semicirculum* $\delta\varepsilon\zeta$ *in puncto* ε; dico esse $\beta\varepsilon = \zeta\eta$. Prop. 79

Sit centrum ϑ, et a puncto ϑ rectae $\beta\eta$ perpendicularis ducatur $\vartheta\varkappa$; est igitur *propter elem.* 3, 3 $\beta\varkappa = \varkappa\eta$. Iun-

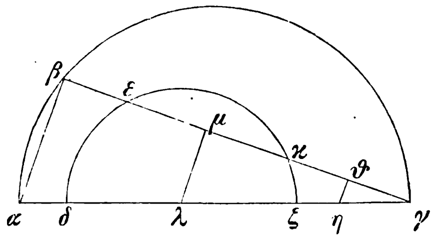
*) Hic ad ambages aberravit scriptor; est enim in ipso semicirculo $\alpha\beta\gamma$, parallelis non adhibitis, $\beta\varkappa = \varkappa\gamma$. Quam demonstrandi rationem recte sequitur Horsley p. 27.

ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν αἱ ΔΕ ΘΚ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΔΘ τῇ ΘΖ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΚ τῇ ΚΖ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΒΚ ὅλῃ τῇ ΚΗ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν, ὅπερ: ~

Φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΕΗ ἴση ἐστίν.

Εἰς τὸ θʹ.

137 *ςʹ. Ἔστω δύο ἡμικύκλια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΖΗ, καὶ διαχθείσης τῆς ΒΓ ἀπὸ τοῦ Η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΚΘ.*



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΚΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΔΛ τῇ ΛΖ, ὅλη ἄρα ἡ ΑΛ ὅλῃ τῇ ΛΗ ἴση ἐστίν. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΑΒ ΜΛ ΘΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΜΘ. ὧν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ ἴση ἐστίν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΚΘ ἴση ἐστίν.

Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ ἡ ΒΚ τῇ ΕΘ ἴση ἐστίν.

138 *ζʹ. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφαπτέσθω ἡ ΒΓ τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου· ὅτι πάλιν ἡ ΒΕ τῇ ΕΘ ἴση ἐστίν.*

Πάλιν εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΕ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΒΓ. καὶ γεγόνασιν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΑΒ ΕΛ ΗΘ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΛ τῇ ΛΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΕΘ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ ηʹ.

139 *ηʹ. Ἔστω δύο ἡμικύκλια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω*

---

2. *ἴση ἄρα* Co pro *ὅλη γάρ* (*ἴση* pro *ὅλη* corr. etiam V[2]) 5. post *ἡ ΒΖ* add. *τῇι ΕΖ ἐστιν* A(B), del. S post *ἴση ἐστίν* repetunt *ὅπερ* ABS 7. ς A[1] in marg. (BS) 8. *κείσθω ἡ ΖΕ* AB, corr. S

gatur $\varepsilon\delta$. Quoniam igitur $\delta\varepsilon$ $\vartheta\kappa$ parallelae sunt, et $\delta\vartheta = \vartheta\zeta$, est igitur etiam $\varepsilon\kappa = \kappa\zeta$ *). Sed erat etiam $\beta\kappa = \kappa\eta$; restat igitur $\beta\varepsilon = \zeta\eta$, q. e. d.

Apparet esse etiam $\beta\zeta = \varepsilon\eta$.

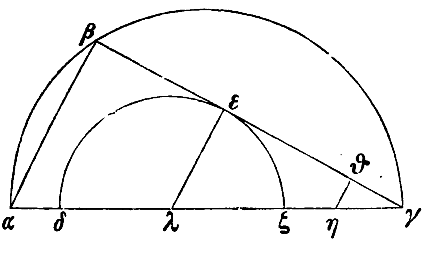
In nonum *problema*.

VI. Sint duo semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et ponatur $\zeta\eta = \alpha\delta$; Prop. 80
ducatur $\beta\gamma$ *secans semicirculum* $\delta\varepsilon\zeta$ *in punctis* ε *et* κ, et ipsi $\beta\gamma$ perpendicularis ducatur $\vartheta\eta$; dico esse $\beta\varepsilon = \kappa\vartheta$.

Sumatur semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum λ, et a puncto λ rectae $\varepsilon\kappa$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\varepsilon\mu = \mu\kappa$. Sed quoniam est $\alpha\delta = \zeta\eta$, et $\delta\lambda = \lambda\zeta$, tota igitur $\alpha\lambda$ toti $\lambda\eta$ aequalis est. Suntque tres parallelae $\alpha\beta$ $\lambda\mu$ $\eta\vartheta$; ergo etiam $\beta\mu = \mu\vartheta$. Et erat $\varepsilon\mu = \mu\kappa$; restat igitur $\beta\varepsilon = \kappa\vartheta$.

Apparet esse etiam $\beta\kappa = \varepsilon\vartheta$.

VII. Iisdem suppositis tangat $\beta\gamma$ semicirculum $\delta\varepsilon\zeta$ *in* Prop. 81
puncto ε; dico rursus esse $\beta\varepsilon = \varepsilon\vartheta$.



Rursus sumatur semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum λ, et iungatur $\lambda\varepsilon$; haec igitur perpendicularis est rectae $\beta\gamma$. Et factae sunt tres parallelae $\alpha\beta$ $\lambda\varepsilon$ $\eta\vartheta$, estque $\alpha\lambda = \lambda\eta$; ergo etiam $\beta\varepsilon = \varepsilon\vartheta$, q. e. d.

In octavum (*vel fortasse decimum*) *problema*.

VIII. Sint duo semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\alpha\delta < \gamma\zeta$, et Prop. 82

*) Eadem ratione ac supra propos. 77 ad ambages descendit scriptor, quod ad h. l. recte notat *Co*.

14. 15. ἡ $\overline{AH}$ AB, corr. S 19. τῇ AH *Co* pro τῆι $\overline{AH}$ 21. τῆι $\overline{MA}$ ἴση A(B), corr. S 24. ζ' add. BS ἐφάπτεται ABS, corr. V² *Co* 28. αἱ $\overline{AB}$ $\overline{EK}$ $\overline{H\Theta}$ AB, corr. S 29. καὶ ἡ $\overline{\Delta E}$ AB, corr. S ὅπερ BS, ὅ A 30. *Εἰς τὸ* $\overline{H}$ A, εἰς τὸ ὄγδοον BS, εἰς τὸ ι' coni. *Hu* 31. η' add. V

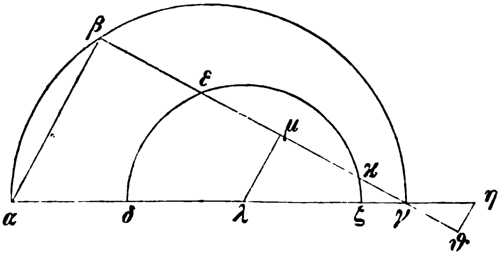
ἐλάσσων ἡ ΑΔ τῆς ΓΖ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΓΗ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΒΑΚΓ κύκλος, καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΒΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ Η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΘΚ.

Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΕΖ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΛ τῇ ΛΓ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΗΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΛ λοιπῇ τῇ ΛΗ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶ τρεῖς παράλληλοι αἱ ΔΕ ΛΜ ΗΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΜΘ· ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἡ ΘΒ τῇ ΕΚ ἴση ἐστίν.

Εἰς τὸ ιζ'.

140 θ'. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω μείζων ἡ ΑΔ τῆς ΖΓ, καὶ αὐτῇ ἴση κείσθω ἡ ΖΗ, καὶ διαχθείσης τῆς ΒΓΘ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΚΘ.



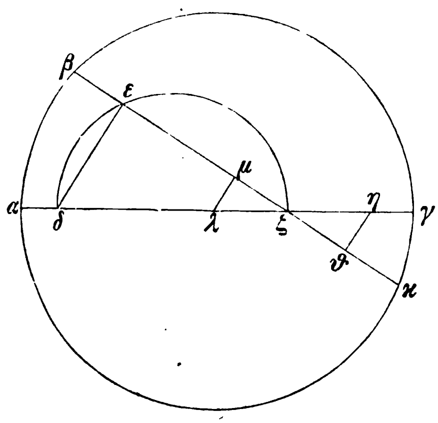
Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ΕΚ κάθετος ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΔΛ τῇ ΛΖ, ὅλη ἄρα ἡ ΑΛ ὅλῃ τῇ ΛΗ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν πάλιν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΒΑ ΜΛ ΗΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΜΘ. ὧν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπὴ τῇ ΚΘ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἡ ΒΚ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση.

---

2. ὁ $\overline{ΒΑ}$ $\overline{ΚΓ}$ A, coniunx. BS   3. ἡ ante τυχοῦσα additum in ABS del.

ponatur $\gamma\eta = \alpha\delta$, et compleatur circulus $\beta\alpha\varkappa\gamma$, ducaturque quaelibet $\beta\varkappa$ *per punctum* ζ, eique perpendicularis a puncto η recta $\eta\vartheta$; dico esse $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$.



Sumatur circuli $\alpha\beta\gamma$ centrum λ, ab eoque rectae $\varepsilon\zeta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, et $\alpha\delta = \eta\gamma$, restat igitur $\delta\lambda = \lambda\eta$. Suntque tres parallelae $\delta\varepsilon$ $\lambda\mu$ $\vartheta\eta$; ergo est etiam $\varepsilon\mu = \mu\vartheta$ *). Sed erat etiam $\beta\mu = \mu\varkappa$; restat igitur $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$.

Apparet esse etiam $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$.

In decimum septimum *problema*.

IX. Iisdem suppositis sit $\alpha\delta > \zeta\gamma$, ponaturque $\zeta\eta = \alpha\delta$, Prop. 83
et ducatur recta $\beta\gamma\vartheta$, *semicirculum* $\delta\varepsilon\zeta$ *secans in punctis* ε *et* $\varkappa$, eique perpendicularis $\eta\vartheta$; dico esse $\beta\varepsilon = \varkappa\vartheta$.

Sumatur semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum λ, ab eoque rectae $\varepsilon\varkappa$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\alpha\delta = \zeta\eta$, et $\delta\lambda = \lambda\zeta$, est etiam $\alpha\lambda = \lambda\eta$. Suntque tres parallelae $\beta\alpha$ $\mu\lambda$ $\eta\vartheta$; est igitur etiam $\beta\mu = \mu\vartheta$ **). Sed erat $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$; restat igitur $\beta\varepsilon = \varkappa\vartheta$, q. e. d.

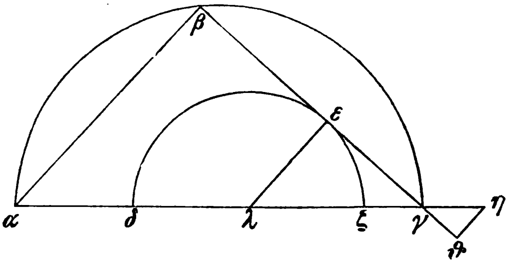
Apparet esse etiam $\beta\varkappa = \varepsilon\vartheta$.

*) Est enim $\delta\lambda : \varepsilon\mu = \lambda\zeta : \mu\zeta$, et $\lambda\zeta : \mu\zeta = \zeta\eta : \zeta\vartheta = \lambda\zeta + \zeta\eta : \mu\zeta + \zeta\vartheta$; est igitur $\delta\lambda : \varepsilon\mu = \lambda\eta : \mu\vartheta$, et quoniam est $\delta\lambda = \lambda\eta$, est etiam $\varepsilon\mu = \mu\vartheta$.

**) Demonstratio eadem est atque in superiore adnotatione.

Hu 4. *καὶ* ante *ἡ* $\overline{BE}$ additum in AB del. S 8. *ἄρα ἡ* $\overline{\Delta\Delta}$ AB, corr. S 9. *εἰσὶ* A⁸BS, *εἰσὶν* *Hu* 12. *καὶ ἡ* $\overline{EB}$ AB, corr. S 14. *ϑ'* add. BS 16. *ὅτι* A⁸S, *ἐπεὶ* B cod. *Co* 17. *τοῦ* $\overline{\Delta EZH}$ A[1], corr. A[2] 24. *Φανερὸν — ἴση* in ABS ante *ὅπερ* inserta transposuit *Hu*

141 ι′. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφαπτέσθω ἡ ΒΓ τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΘ.



Εἰλήφθω πάλιν τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΕ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΒΘ· ὥστε τρεῖς εἰσιν παράλληλοι αἱ ΑΒ ΛΕ ΗΘ, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΛ τῇ ΛΗ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΕΘ.

Πρόβλημα χρήσιμον εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ ιζ′.

142 ια′. Θέσει ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ ΑΒΓ, καὶ δοθέντος τοῦ Δ, γράψαι διὰ τοῦ Δ ἡμικύκλιον ὡς τὸ ΔΕΖ, ἵνα, ἐὰν ἐφαπτομένη ἀχθῇ ἡ ΒΓ, ἴση γένηται ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Γεγονέτω· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΕΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, οὕτως ἐστίν, ἐὰν κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου ληφθῇ τὸ Η, καὶ ἐπιζευχθῇ ἡ ΗΕ, τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΕΓ ἡ τῶν ἀπὸ ΕΗ ΗΓ ἐστὶν ὑπεροχή· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ. κείσθω τῇ ΔΑ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ τετμήσθω ἡ ΔΓ δίχα κατὰ τὸ Κ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΗΘ πρὸς λοιπὸν

---

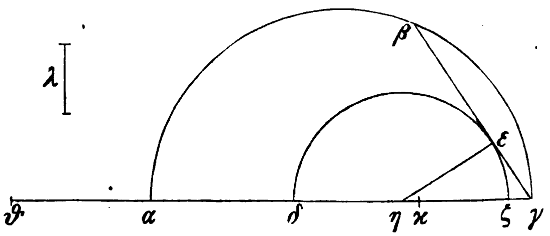
1. ι′ add. BS 6. τῆι ΛΘ ἴση A(B), corr. S 8. ια′ add. V
10. ἀχθῆι ἡ ἡ ΒΓ A, corr. BS ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ, neque, ut exspectabamus, τῇ ΑΔ ἡ ΒΕ scriptor similiter posuit ac p. 800, 9. 806, 26
15. ἐπιζεῦχθαι ΗΕ A, ἐπεζευχθῇ ἡ ηε B (nescio qua manu) S, corr. *Ge*

X. Iisdem suppositis recta $\beta\gamma$ semicirculum $\delta\varepsilon\zeta$ tangat *in puncto* ε; dico esse $\beta\varepsilon = \varepsilon\vartheta$. Prop. 84

Sumatur rursus semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum λ, et iungatur $\lambda\varepsilon$; ergo haec perpendicularis est rectae $\beta\vartheta$. Itaque sunt tres parallelae $\alpha\beta$ $\lambda\varepsilon$ $\vartheta\eta$, estque $\alpha\lambda = \lambda\eta$; ergo etiam $\beta\varepsilon = \varepsilon\vartheta$.

Problema utile ad synthesin decimi septimi *problematis*.

XI. Positione dato semicirculo $\alpha\beta\gamma$, et *in diametro* $\alpha\gamma$ dato puncto δ, per punctum δ describatur semicirculus $\delta\varepsilon\zeta$ ita, ut, si tangens $\beta\varepsilon\gamma$ ducatur, recta $\beta\varepsilon$ ipsi $\alpha\delta$ aequalis fiat. Prop. 85



Factum iam sit; est igitur $\alpha\delta : \varepsilon\gamma = \beta\varepsilon : \varepsilon\gamma$; ergo etiam $\beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\delta^2 : \varepsilon\gamma^2$. Sed, si semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum η sumatur, iungaturque $\eta\varepsilon$, est[1]) $\beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\eta^2 : \eta\gamma^2$. Sed est

$$\varepsilon\gamma^2 = \eta\gamma^2 - \eta\varepsilon^2, \text{ id est } = \eta\gamma^2 - \delta\eta^2;$$

est igitur (*si pro $\beta\varepsilon^2$ reposueris $\alpha\delta^2$*) $\alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2 = \alpha\eta^2 : \eta\gamma^2$. Ponatur $\vartheta\alpha = \alpha\delta$, et bifariam secetur $\delta\gamma$ in puncto $\varkappa$. Iam quia $\alpha\eta^2 : \eta\gamma^2 = \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2$, per subtractionem igitur est

$$\begin{aligned}\alpha\eta^2 : \eta\gamma^2 &= \alpha\eta^2 - \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - (\eta\gamma^2 - \delta\eta^2)\\ &= \alpha\eta^2 - \alpha\delta^2 : \delta\eta^2, \textit{ sive, quia propter elem. 2, 6}\\ &\qquad \textit{est } \alpha\eta^2 = \alpha\delta^2 + \vartheta\eta\cdot\delta\eta,\\ &= \vartheta\eta\cdot\delta\eta : \delta\eta^2, \text{ id est}\\ &= \vartheta\eta : \delta\eta; \text{ ergo est}\end{aligned}$$

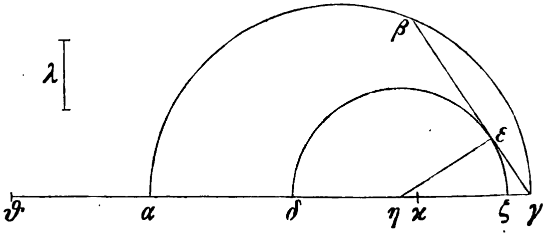
1) Scilicet in similibus triangulis $\alpha\beta\gamma$ et $\eta\varepsilon\gamma$ est $\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\eta : \eta\gamma$.

---

15. 16. τὸ ἀπὸ $\overline{\Delta H}$ πρὸς AB cod. *Co*, corr. S *Co* 16. ἡ τῶν ἀπὸ ΔH *Hu* 18. οὕτω add. *Ge* 22. λοιπὴ πρὸς ante λοιπὸν ἄρα add. ABS, del. *Co*

τὸ ἀπὸ ΗΔ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΗΔ, ἐστὶν [ὡς εἷς τῶν λόγων] ὡς τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν, τουτέστιν πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ ΗΚ. κείσθω οὖν τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ ἴσον τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ Λ, δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ ΑΔ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ Λ, ὥστε καὶ τὸ ἅπαξ. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΓΔ· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ Λ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΗΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν τὸ δὶς ὑπὸ Λ ΔΓ, πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ ΗΚ, τουτέστιν ἡ Λ πρὸς ΗΚ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΗΚ ἴσον τῷ ὑπὸ Λ ΗΔ. καὶ εἰσὶν αἱ τρεῖς αἱ ΘΔ ΔΚ Λ δοθεῖσαι· ἀπῆκται ἄρα εἰς διωρισμένης α΄· δεδομένων τριῶν εὐθειῶν τῶν ΘΔ ΔΚ Λ τεμεῖν τὴν ΔΚ κατὰ τὸ Η, καὶ ποιεῖν λόγον τοῦ ὑπὸ ΘΗΚ πρὸς τὸ ὑπὸ Λ ΗΔ ἴσου πρὸς ἴσον. τοῦτο δὲ φανερόν, καὶ ἔστιν ἀδιόριστον. δοθὲν ἄρα τὸ Η, καὶ κέντρον τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου· θέσει ἄρα τὸ ἡμικύκλιον. καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Γ ἦκται ἐφαπτομένη ἡ ΒΓ· θέσει ἄρα ἡ ΒΓ [τὸ δ' αὐτὸ ἁρμόσει τοῦ σημείου κάτω], ὅπερ: \~

143 ιβ΄. *Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω τὸ*



μὲν ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τὸ Δ· καὶ δέον ἔστω ποιεῖν τὸ πρόβλημα. κείσθω τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ ἴσον

---

1. ἡ ΘΝ πρὸς AB, corr. S   1. 2. ὡς εἷς τῶν λόγων del. *Hu*   3. post τουτέστιν add. τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ Λ *Co*   ὑπὸ ΔΓ ΗΚ *Co*, ὑπὸ ΔΓΗ AB, ὑπὸ δγλ S   3. 4. κείσθω — ὑπὸ ΔΓ Λ om. S cod. *Co*   4. ὑπὸ ΔΓΛ A (ὑπὸ δγα B), distinx. *Ge*   5. ὑπὸ ΔΓΛ ABS, distinx. *Co*   6. ἄρα ἐστὶ A[8]BS   8. ὑπὸ ΛΔΓ A, distinx. BS   9. τουτέστιν

$$\vartheta\eta : \eta\delta = \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2, \text{ id est}$$
$$= \alpha\delta^2 : 2\,\delta\gamma \cdot \eta\varkappa\,^{*}).$$

Iam ponatur $2\,\delta\gamma \cdot \lambda = \alpha\delta^2$, datum autem est $\alpha\delta^2$; ergo etiam $2\,\delta\gamma \cdot \lambda$ datum, ideoque etiam $\delta\gamma \cdot \lambda$. Et est data $\delta\gamma$; ergo etiam recta λ data est. Sed quoniam est

$$\vartheta\eta : \eta\delta = \alpha\delta^2 : 2\,\delta\gamma \cdot \eta\varkappa, \text{ id est}$$
$$= 2\,\lambda \cdot \delta\gamma : 2\,\delta\gamma \cdot \eta\varkappa, \text{ id est}$$
$$= \lambda : \eta\varkappa, \text{ ergo est}$$
$$\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa = \lambda \cdot \eta\delta.$$

Suntque tres rectae $\vartheta\delta$ $\delta\varkappa$ λ datae; reductum igitur est *problema* ad *determinatae sectionis libri primi probl. III epitagma II*[1]): "Datis tribus rectis $\vartheta\delta$ $\delta\varkappa$ λ secetur $\delta\varkappa$ in puncto η ita, ut fiat $\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa : \lambda \cdot \eta\delta$ in proportione aequalis ad aequale (*id est* $\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa = \lambda \cdot \eta\delta$)". Hoc autem manifestum; et est *problema* indeterminatum. Datum igitur est punctum η, idque centrum est semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$; ergo etiam semicirculus positione *datus est.* Et a dato puncto γ tangens $\beta\gamma$ ducta est; positione igitur $\beta\gamma$ *data est*[2]), q. e. d.

XII. Componetur autem problema sic. Sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, et *in diametro* $\alpha\gamma$ datum punctum δ, et oporteat efficere problema. Ponatur $2\,\delta\gamma \cdot \lambda = \alpha\delta^2$, et $\alpha\vartheta = \alpha\delta$, et $\delta\gamma$ bifa-

*) Etenim quia $\delta\zeta$ bifariam secatur in puncto η, et $\zeta\gamma$ additur in eâdem rectâ, propter elem. 2, 6 est $\eta\gamma^2 - \delta\eta^2 = \delta\gamma \cdot \gamma\zeta$. Sed est $\zeta\gamma = \delta\gamma - \delta\zeta$, et $\eta\varkappa = \frac{1}{2}\,\delta\gamma - \frac{1}{2}\,\delta\zeta$, itaque $\zeta\gamma = 2\,\eta\varkappa$; ergo $\delta\gamma \cdot \gamma\zeta = 2\,\delta\gamma \cdot \eta\varkappa$ (*Co*).

1) Restituit hoc Apollonii problema Simsonus, opera quaedam reliqua, p. 73—75: "Datis in recta linea tribus punctis B A C invenire quartum D inter puncta B A, quod faciet rectangulum a segmento DA et datâ rectâ E ad rectangulum BDC in ratione data".

2) Verba dubia τὸ δ' αὐτὸ cet., quae in Graeco codice addita sunt, *Co* vertit: "Idem autem congruet, si punctum infra sumatur". At punctum δ infra rectam $\alpha\gamma$ locum non habere facile apparet. Restat igitur ut interpolator semicirculum $\delta\varepsilon\zeta$ infra esse significaverit. At ne hoc quidem statui posse docet Horsley p. 73.

$\overline{H\Delta}$ AB, corr. S 10. ὑπὸ $\overline{\Delta H\Delta}$ ABS, distinx. *Co*, item vs. 13 $\overline{\Theta\Delta}$ $\overline{\Delta K\Delta}$ A, distinx. BS, item vs. 12 11. ἄρα add. *Ge* *διωρισμένης α' Hu*, διωρισμένης ABS, *διωρισμένην Co* 14. *ἀδιόριστον Hu* auctore *Co* pro ἀδιόριστος 16. ἐφάπτεται AB, corr. S 18. *κάτω* S, *κατα* (sine acc.) AB, *κάτω ληφθέντος* coni. *Hu* auctore *Co;* sed tota parenthesis delenda esse videtur: vide adnot. 2 ad Latina 19. *ιβ'* add. BS 20. *τὸ Δ · καὶ δέον* add. BS τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ Λ, καὶ τῇ μὲν ΔΑ ἴση κείσθω ἡ ΑΘ, ἡ δὲ ΔΓ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Κ σημεῖον, καὶ τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΘΔ ΔΚ Λ, τετμήσθω ἡ ΔΚ κατὰ τὸ Η καὶ ποιείτω λόγον τοῦ ὑπὸ Λ ΗΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗΚ ἴσον πρὸς ἴσον, καὶ περὶ κέντρον τὸ Η ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΔΕΖ· λέγω ὅτι τὸ ΔΕΖ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Ἤχθω γὰρ ἐφαπτομένη τοῦ ἡμικυκλίου ἡ ΒΓ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΘΗΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ Λ ΗΔ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΘΗ πρός τὴν ΗΔ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν ΗΚ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΘΗΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΔ, τουτέστιν ἡ τῶν ἀπὸ ΗΑ ΑΔ ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΔ, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἐστὶν τὸ δὶς ὑπὸ Λ ΔΓ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΔΓ ΗΚ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν· καὶ ὡς ἄρα ἡ τῶν ἀπὸ ΗΑ ΑΔ ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ὑπεροχήν, τουτέστιν πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΓΗ ΗΕ ὑπεροχήν, τουτέστιν πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΔ τῷ ἀπὸ ΒΕ, ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. καὶ φανερὸν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΕΓ. ἔχομεν γὰρ ὡς τὴν ΘΗ πρὸς τὴν ΗΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ· μείζων δὲ ἡ ΘΗ τῆς ΗΔ· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΕΓ, ὥστε

1. ὑπὸ $\overline{\Delta\Gamma\Lambda}$ et similiter posthac ABS, distinx. *Co* 3. τετμήσθω ἡ $\overline{\Delta H}$ AB, corr. S 4. 5. πρὸς τοῦ $\overline{\Theta HK}$ AB, corr. S 9. ἡ $\overline{A\Delta}$* A[2] ex ἡ $\overline{A\Delta\Gamma}$ 11. ἡ Λ πρὸς] ἐστὶν AB, ἐστὶν ἡ $\overline{\lambda}$ πρὸς S 14. δὲ ἡ $\overline{HA}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co* δὶς ὑπὸ $\overline{\Lambda\Delta\Gamma}$ AB, δὶς ὑπὸ $\overline{\lambda\delta\gamma}$ Paris. 2368 S, distinx. V 15. ὑπὸ $\overline{\Delta\Gamma HK}$ A, distinx. BS 18. τῶν ἀπὸ $\overline{\Gamma H\Delta}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 29. post ἀπὸ ΕΓ

riam secetur in puncto $\varkappa$, et datis tribus rectis $\vartheta\delta$ $\delta\varkappa$ λ, secetur $\delta\varkappa$ in puncto η ita, ut fiat $\lambda \cdot \eta\delta = \vartheta\eta \cdot \eta\varkappa$, et circa centrum η semicirculus describatur $\delta\varepsilon\zeta$; dico *semicirculum* $\delta\varepsilon\zeta$ efficere problema.

Ducatur enim $\beta\gamma$ tangens semicirculum *in puncto* ε; dico esse $\beta\varepsilon = \alpha\delta$. Quoniam enim est $\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa = \lambda \cdot \eta\delta$, per proportionem est

$$\vartheta\eta : \eta\delta = \lambda : \eta\varkappa.$$

Sed est *multiplicando*

$$\vartheta\eta : \eta\delta = \vartheta\eta \cdot \eta\delta : \eta\delta^2, \text{ id est } \textit{propter elem. 2, 6}$$
$$= \alpha\eta^2 - \alpha\delta^2 : \eta\delta^2.$$

Sed est *multiplicando*

$$\lambda : \eta\varkappa = 2\,\delta\gamma \cdot \lambda : 2\,\delta\gamma \cdot \eta\varkappa, \text{ id est}$$
$$= \alpha\delta^2 : \delta\gamma \cdot \gamma\zeta\,^{*)}, \textit{ sive propter elem. 2, 6}$$
$$= \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2; \text{ ergo etiam}$$
$$\alpha\eta^2 - \alpha\delta^2 : \eta\delta^2 = \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2; \text{ est igitur } \textit{propter elem. 5, 12}$$
$$\alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2 = \alpha\eta^2 : \eta\gamma^2. \text{ Sed est}$$
$$\eta\gamma^2 - \delta\eta^2 = \gamma\eta^2 - \eta\varepsilon^2, \text{ id est}$$
$$= \varepsilon\gamma^2; \text{ ergo etiam}$$
$$\alpha\eta^2 : \eta\gamma^2 = \alpha\delta^2 : \varepsilon\gamma^2. \text{ Sed est}$$
$$\alpha\eta^2 : \eta\gamma^2 = \beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2\,^{**)}; \text{ ergo}$$
$$\beta\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\delta^2 : \varepsilon\gamma^2; \text{ itaque}$$
$$\beta\varepsilon^2 = \alpha\delta^2, \text{ et } \beta\varepsilon = \alpha\delta.$$

Et apparet esse $\beta\varepsilon > \varepsilon\gamma$. Habemus enim $\vartheta\eta : \eta\delta = \alpha\delta^2 : \varepsilon\gamma^2$ ***); sed est $\vartheta\eta > \eta\delta$; ergo etiam $\alpha\delta^2 > \varepsilon\gamma^2$, itaque $\alpha\delta$ *sive*

*) Vide supra p. 799 extr., et ibidem adnot. *.

**) Vide supra adnot. 1 ad p. 797.

***) Est enim, ut ex superioribus apparet,

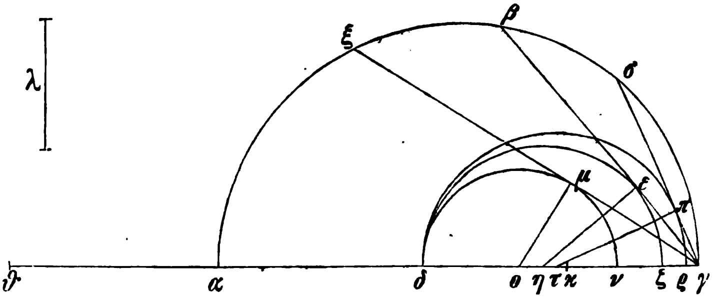
$$\vartheta\eta : \eta\delta = \alpha\eta^2 - \alpha\delta^2 : \eta\delta^2$$
$$= \alpha\delta^2 : \eta\gamma^2 - \delta\eta^2$$
$$= \alpha\delta^2 : \varepsilon\gamma^2.$$

---

add. ἀναβαίνει δὲ ἐπὶ ἐπισκεπτομένων A, eadem sine ἐπὶ BS, del. *Co*
30. ἄρα add. *Co*

μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΕΓ· πολλῷ ἄρα τῆς ΖΓ μείζων ἐστίν· τὸ ΔΕΖ ἄρα ἡμικύκλιον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. γεγράφθω γάρ τι καὶ ἕτερον ΔΜΝ, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ΓΜΞ. εἰ δὴ καὶ τὸ ΔΜΝ



ποιεῖ τὸ πρόβλημα, ἔσται ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΜΞ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΔΜΝ ἡμικυκλίου τὸ Ο, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΜ. ἔσται ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶν ΘΟΚ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Λ ΔΟ, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον (ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μεῖζον)· οὐκ ἄρα τὸ ΔΜΝ ἡμικύκλιον ποιεῖ τὸ πρόβλημα. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τοῦ ΔΕΖ· τὸ ΔΕΖ ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

144 Ἵνα δὲ καὶ ἐπιγνῶμεν πότερον αὐτῶν μεῖζον ἀποτέμνει, δείξομεν οὕτως. ἐπεὶ ἐν τῇ διωρισμένῃ δέδεικται ἔλασσον τὸ ὑπὸ τῶν Λ ΔΟ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΟΚ, ἀνάλογον ἡ Λ πρὸς ΟΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΟ πρὸς ΟΔ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Λ πρὸς ΚΟ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΟ ΟΓ ὑπεροχήν (δέδεικται γάρ), ὡς δὲ ἡ ΘΟ πρὸς ΟΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ τῶν ἀπὸ ΟΑ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΔ· καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἄρα πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΟ ΟΓ ὑπεροχὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ τῶν ἀπὸ ΟΑ ΑΔ

---

4. ἐφαπτομένη ΗΓΜΞ A, corr. BS 8. τῶι ὑπὸ τῶν ΑΔΟ ABS, corr. Co 9. μείζων AB, corr. S ἄρα τὸ ΔΜΗ ABS, corr. V 11. τὸ ΔΕΖ (ante ἄρα) *Hu* pro τὸ ΔΖΕ ἄρα *Co*, ἐστιν A, ἐστὶ BS ποιεῖ AB, ποιοῦν S 14. τῶν ΑΔΟ ABS, distinx. *Ge* ἀνάλογος

$\beta\varepsilon > \varepsilon\gamma$. Multo igitur maior est $\alpha\delta$ quam $\zeta\gamma$ *), itaque semicirculus $\delta\varepsilon\zeta$ problema efficit.

Dico etiam *semicirculum* $\delta\varepsilon\zeta$ solum *efficere problema.* Describatur enim alius *semicirculus* $\delta\mu\nu$. Si igitur etiam *semicirculus* $\delta\mu\nu$ problema efficit, erit $\alpha\delta = \mu\xi$. Et sumatur semicirculi $\delta\mu\nu$ centrum o, et iungatur $o\mu$. Erit secundum analysin $\vartheta o \cdot o\varkappa = \lambda \cdot \delta o$, id quod absurdum est (nam in determinata *sectione* est demonstratum $\vartheta o \cdot o\varkappa > \lambda \cdot \delta o$ **); ergo semicirculus $\delta\mu\nu$ non efficit problema. Similiter demonstrabimus neque alium ullum *semicirculum* praeter $\delta\varepsilon\zeta$ *id efficere;* ergo *semicirculus* $\delta\varepsilon\zeta$ solus problema efficit.

Sed ut etiam cognoscamus, uter semicirculus maius *tangentis segmentum* abscindat, sic demonstrabimus. Quoniam in determinata *sectione* est demonstratum esse $\lambda \cdot \delta o < \vartheta o \cdot o\varkappa$, per proportionem *propter huius libri propos. XVI* est

$$\lambda : o\varkappa < \vartheta o : o\delta.$$

Sed, ut supra (*p. 799 in rectis* $\vartheta\eta$ $\delta\eta$ $\eta\varkappa$) demonstratum est, *fit multiplicando*

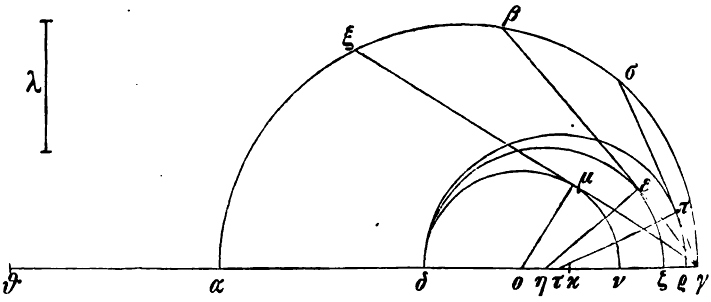
$$\lambda : o\varkappa = 2\delta\gamma \cdot \lambda : 2\delta\gamma \cdot o\varkappa$$
$$= \alpha\delta^2 : \delta\gamma \cdot \gamma\nu, \text{ sive propter elem. } 2, 6$$
$$= \alpha\delta^2 : o\gamma^2 - \delta o^2, \text{ et rursus multiplicando}$$
$$\vartheta o : o\delta = \vartheta o \cdot o\delta : o\delta^2, \text{ sive propter elem. } 2, 6$$
$$= \alpha o^2 - \alpha\delta^2 : o\delta^2; \text{ ergo est}$$

*) Demonstrat hoc *Co* ductâ a $\delta\gamma$ perpendiculari ad ε.

**) Hic Pappum idem Apollonii problema, quod supra p. 799, adn. 1 citavimus, respexisse oportet. Iam vero, etsi in demonstratione a Simsono restituta id ipsum quod Pappus significat non comparet, tamen idem recta ratione addi posse facile intellegitur. Sed ut iis Graecis reliquiis, quae nunc exstant, innitamur, auctore Commandino breviter rem sic demonstremus: Est secundum Papp. VII propos. 14 $\vartheta o \cdot o\varkappa > \vartheta\eta \cdot \eta\varkappa$, tum ex hypothesi $\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa = \lambda \cdot \delta\eta$, denique $\lambda \cdot \delta\eta > \lambda \cdot \delta o$ (quia $\delta\eta > \delta o$); ergo $\vartheta o \cdot o\varkappa > \lambda \cdot \delta o$.

ABS, corr. *Hu* 16. ἡ *Λ* πρὸς *ΚΟ Co* pro ἡ $\overline{ΚΟ}$ πρὸς $\overline{Λ}$ 17. ἀπὸ *ΔΟ ΟΓ Co* pro ἀπὸ *ΔΘ ΟΓ* 18. 19. ἀπὸ $\overline{ΟΑΔ}$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{ΟΑ}$ ABS, corr. *Co* 19. τὴν τῶν ἀπὸ $\overline{ΟΑ}$ $\overline{ΔΓ}$ A, τὴν τῶν ἀπὸ $\overline{οδ}$ $\overline{δγ}$ B Paris. 2368 V, τὸ τῶν ἀπὸ $\overline{αδ}$ $\overline{δγ}$ S ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΔ. καὶ πάντα πρὸς πάντα, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΓ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΓΟ ΟΔ ὑπεροχήν, τουτέστιν πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΜ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΜ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΞΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΓ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΜ τῆς ΑΔ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ μεταξὺ τῶν Α Β σημείων γινόμεναι εὐθεῖαι μείζονές εἰσιν τῆς ΑΔ, αἱ δὲ μεταξὺ τῶν Β Γ ἐλάσσονες. ἐὰν γὰρ πάλιν γράψωμεν ἡμικύκλιον τὸ ΔΠΡ, καὶ ἐφαπτομένη ἀχθῇ ἡ ΣΠΓ, καὶ



τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευασθῇ, τὸ μὲν κέντρον ἔσται τοῦ ΔΠΡ ἡμικυκλίου τὸ Τ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ Η· ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μεῖζον ἔσται τὸ ὑπὸ ΘΗΚ τοῦ ὑπὸ ΘΤΚ, καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ μείζων ἔσται πάλιν ἡ ΑΔ τῆς ΣΠ, ὥστε τὰ μὲν ἔγγιστα τοῦ Α τὰς ἐφαπτομένας ἔχοντα μείζω ποιεῖ τῆς ΑΔ, τὰ δὲ ἀπώτερον ἐλάσσω.

Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν γράψαι διὰ τοῦ Δ ἡμικύκλια, ἵνα ἡ ἐφαπτομένη ἑκάστου αὐτῶν προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὴν τοῦ μείζονος ἡμικυκλίου περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς τοῦ μείζονος ἡμικυκλίου περιφερείας ἴσην ποιῇ τῇ ΑΔ, καὶ πάλιν μείζω καὶ ἐλάσσω.

---

1. 2. *τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΓ* add. *Hu* 2. *μείζονα λόγον ἔχει* add. et *ἤπερ* pro *ὡς* corr. *Co* 4. *τὸ ἄρα — ἀπὸ ΓΜ* om. *Ge* (quae coniectura ut aliqua ratione probaretur, supra *πάντα*

$$\alpha\delta^2 : o\gamma^2 - \delta o^2 < \alpha o^2 - \alpha\delta^2 : o\delta^2, \text{ et summâ factâ[1]) } < \alpha o^2 : o\gamma^2;$$

ergo, quia est $o\gamma^2 - \delta o^2 = o\gamma^2 - o\mu^2 = \mu\gamma^2$, *et* (*propter similitudinem triangulorum* $\alpha\xi\gamma$ $o\mu\gamma$) $\alpha o^2 : o\gamma^2 = \xi\mu^2 : \mu\gamma^2$, *his igitur substitutis est*

$$\alpha\delta^2 : \mu\gamma^2 < \xi\mu^2 : \mu\gamma^2; \text{ ergo}$$
$$\alpha\delta < \xi\mu, \textit{ sive } \xi\mu > \alpha\delta.$$

Similiter demonstrabimus omnia tangentium segmenta, quae *circumferentiae* $\alpha\beta\gamma$ inter α β occurrunt, maiora esse quam $\alpha\delta$, omnia autem, quae inter β γ, minora. Etenim si rursus describamus semicirculum $\delta\pi\varrho$ *maiorem quam* $\delta\varepsilon\zeta$, et tangentem $\sigma\pi\gamma$ ducamus, eademque quae supra construamus, centrum τ semicirculi $\delta\pi\varrho$ erit ultra η *centrum semicirculi* $\delta\varepsilon\zeta$. Sed, *ut* in *determinata sectione est demonstratum*[2]), erit $\vartheta\eta \cdot \eta\varkappa > \vartheta\tau \cdot \tau\varkappa$, et eadem ratione rursus erit $\alpha\delta > \sigma\pi$; itaque *omnino semicirculi*, qui tangentes propiores ad punctum α habent, segmenta maiora quam $\alpha\delta$ faciunt, qui autem remotiores, minora.

Possunt igitur per δ semicirculi ita describi, ut recta, quae quemque eorum tangit, producta ad maioris semicirculi circumferentiam vel segmentum inter contactum et maiorem semicirculum aequale faciat rectae $\alpha\delta$, vel rursus segmenta maiora, vel minora.

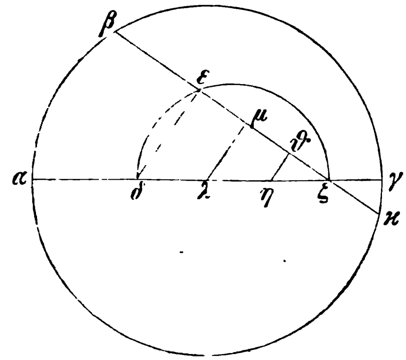
1) Graeca *πάντα πρὸς πάντα* secundum Euclid. elem. 5, 12 significant summam *τῶν ἡγουμένων*, id est $\alpha\delta^2 + \alpha o^2 - \alpha\delta^2 = \alpha o^2$, ad summam *τῶν ἑπομένων*, id est $o\gamma^2 - \delta o^2 + o\delta^2 = o\gamma^2$. Facile autem ex Euclidis propositione, quam modo citavimus, effici potuit, si sit $a : b \gtrless c : d$, esse $a : b \gtrless a + c : b + d$, quod in rectis quidem lineis supra demonstravit Pappus libri VII propos. 8.

2) Vide adnot. ** ad p. 803.

πρὸς πάντα· ὥστε cet. scripta esse oportuit) 5. *τὸ ἀπὸ* $\overline{\Lambda\Theta}$ *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{\Theta\Gamma}$ A[1]B, *τὸ ἀπὸ* $\overline{\Lambda\Theta}$ *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{O\Gamma}$ A per rasuram S 6. *μεῖζον* A, corr. BS 8. 9. *τῶν* $\overline{AB}$ A, distinx. BS 10. *τῶν* $\overline{BE}$ *ἐλάσσονες* A(BS), corr. *Co* 13. *τὸ ὑπὸ* $\overline{\Delta\Pi P}$ *ἡμικύκλιον* ABS, corr. *Co* in Lat. versione 14. 15. *τὸ ὑπὸ* $\overline{\Lambda A T}$ *τοῦ ὑπὸ* $\overline{OTK}$ ABS, corr. *Co* 15. *καὶ* add. *Hu* 17. *μεῖζον* A, *μείζονα* BS, corr. *Hu* *τῆς* $\Lambda\Delta$ *Co* pro *τὴν* $\overline{\Lambda\Delta}$ 20. *περιφέρειαν* et 21. *περιφερείας* add. *Hu* auctore *Co* 20. 21. *τὴν μεταξὺ — ἡμικυκλίου* S, om. A[1], *τῆς μεταξὺ — ἡμικυκλίου* A[3] in marg. B 22. *ἐλάσσων* AB, corr. S

Εἰς τὸ ιθʹ.

145 ιγʹ. Ἔστω πάλιν τὰ ἡμικύκλια, μείζων δʼ ἡ ΑΔ τῆς ΓΖ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΓΗ, καὶ διαχθείσης τῆς ΒΕΖ ἀπὸ τοῦ Η ἐπʼ αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΖ ἐπὶ τὸ Κ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΕΚ.



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΒΚ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΒ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΛ τῇ ΛΓ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΗΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΛ λοιπῇ τῇ ΛΗ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΔΕ ΛΜ ΗΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΜΘ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση. φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ἡ ΒΘ τῇ ΕΚ, ὅπερ: ~

Πρόβλημα εἰς τὸ αὐτό.

146 ιδʹ. Ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ ΑΒΓ, καὶ σημείου τοῦ Δ, γράψαι ἐπὶ τῆς ΑΓ διὰ τοῦ Δ ἡμικύκλιον, ἵνα, ἐὰν ἐφαπτομένη ἀχθῇ ἡ ΖΒ, ἴση ᾖ ἡ ΑΔ τῇ ΖΒ.

Γεγονέτω. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΖΒ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ τῷ ἀπὸ ΖΒ, τουτέστι τῷ ὑπὸ ΑΖΓ. ἐὰν ἄρα τῷ ἀπὸ ΑΔ ἴσον παρὰ τὴν ΑΓ παραβάλωμεν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ, ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖΓ, καὶ ἀγάγω ὀρθὴν τὴν

---

2. ιγʹ add. V μείζων δὲ ἡ S, μείζονα ἡ AB 3. 4. τῆς ΒΕΖ Co, τῆς ΒΗΚ ABS, τῆς βεκ V cod. Co 5. τὰ ΒΓ ἡμικύκλια ABS, corr. Co 8. τοῦ ΑΒΓ A² in rasura 9. 10. τὸ Α καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τῶν ΒΚ AB, corr. S 11. ἤχθω ἡ ΑΜ A, corr. BS 15. 16. ἄρα

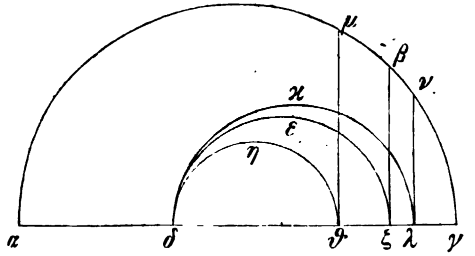
In problema undevicesimum.

XIII. Sint rursus semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et $\alpha\delta > \gamma\zeta$, et ponatur $\gamma\eta = \alpha\delta$, et ductâ $\beta\varepsilon\zeta$ huic perpendicularis a puncto η ducatur $\eta\vartheta$, et compleatur circulus $\alpha\beta\gamma$, producaturque $\beta\zeta$ ad punctum $\varkappa$ *in circumferentia circuli*; dico esse $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$. Prop. 86

Sumatur circuli $\alpha\beta\gamma$ centrum λ, ab eoque rectae $\beta\varkappa$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur *propter elem.* 3, 3 $\beta\mu = \mu\varkappa$. Iam quia est $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, et $\alpha\delta = \eta\gamma$, reliqua igitur $\delta\lambda$ reliquae $\lambda\eta$ aequalis est. Suntque tres parallelae $\delta\varepsilon$ $\lambda\mu$ $\eta\vartheta$; est igitur $\varepsilon\mu = \mu\vartheta$. Sed erat $\beta\mu = \mu\varkappa$; ergo etiam reliqua $\beta\varepsilon$ reliquae $\vartheta\varkappa$ aequalis est. Apparet igitur esse $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$, q. e. d.

Problema in idem.

XIV. Si sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, et punctum δ, describatur in diametro $\alpha\gamma$ per punctum δ semicirculus ita, ut, si tangens $\zeta\beta$ ducatur, sit $\alpha\delta = \zeta\beta$ *). Prop. 87



Factum sit. Iam quia est $\alpha\delta = \zeta\beta$, est etiam

$$\alpha\delta^2 = \zeta\beta^2 = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma.$$

Si igitur ad rectam $\alpha\gamma$ quadrato ab $\alpha\delta$ aequale rectangulum deficiens quadrato, velut $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma$, applicaverimus [1]), et perpendicularem $\zeta\beta$ duxeri-

*) Secundum Horsleium p. 84 problema sic accuratius constituendum est: Semicirculo $\alpha\beta\gamma$ et basi $\alpha\gamma$ positione datis, datoque puncto δ inter α et dati semicirculi centrum o, semicirculus $\delta\varepsilon\zeta$ ita describatur, ut ducta tangente $\zeta\beta$ aequales sint $\zeta\beta$ $\alpha\delta$. Et conf. adnot. ad p. 796, 10.

1) Id est, positâ $\zeta\gamma = x$, si fecerimus $(\alpha\gamma - x)\, x = \alpha\delta^2$.

ἡ $\overline{AΔ}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co* 22. post τῇ *EK* add. *ἴση ἐστὶν Ge* 24. ιδʹ add. V 25. 26. *ἴση ᾖι ἡ ΑΔ* ante *ἐὰν* — *ἡ* $\overline{ZB}$ scripta sunt in ABS, transposuit *Hu* 28. *τουτέστι* ABS, *τουτέστιν Hu* 29. *παραβάλλωμεν* S, *παραβάλω Hu*

ΖΒ, καὶ ἐπὶ τῆς ΔΖ ἡμικύκλιον γράψω τὸ ΔΕΖ, ἐφάπτεται ἡ ΒΖ τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ ἔσται ἴση τῇ ΑΔ. τοῦτο δὲ γίνεται, ὁπόταν ἡ ΑΔ ἐλάσσων ᾖ ἢ ἡμίσεια τῆς ΔΓ.

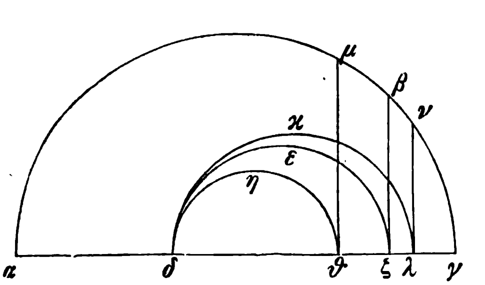
Εὑρημένου δὴ τούτου, ἐὰν διὰ τοῦ Δ ἕτερα ἡμικύκλια γράψω, ὡς τὰ ΔΗΘ ΔΚΛ, καὶ ἐφαπτόμεναι ἀχθῶσιν αἱ ΘΜ ΛΝ, ἔσται ἡ μὲν ΘΜ μείζων τῆς ΑΔ, ἡ δὲ ΛΝ ἐλάσσων. [ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ ἐλάσσων ἐστίν, ἡ ΘΜ ἄρα ἔσται μεταξὺ τῶν Δ Γ. ἐπὶ μὲν οὖν τὸ Ζ οὐ πεσεῖται, ἐπεὶ συμβήσεται ἴσην γίνεσθαι τὴν ΑΔ τῇ ΖΓ, ὅπερ ἄτοπον, μεταξὺ δὲ τῶν Γ Ζ πολλῷ μᾶλλον οὐκ ἔστιν, ἐπεὶ πάλιν συμβαίνει ἐλάσσονα εἶναι τὴν ΑΔ τῆς ΖΓ, ὅπερ ἄτοπον (ἔστιν γὰρ καὶ μείζων, ὡς ἐν τῷ ἐξ ἀρχῆς ὑπόκειται προβλήματι)· ἔσται ἄρα μεταξὺ τῶν Ζ Δ τὸ Θ. μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΔΘΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΜΘ, τοῦ ὑπὸ ΔΖΓ, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ ΖΒ· μεῖζον ἄρα καὶ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, ὥστε μείζων ἡ ΘΜ τῆς ΑΔ. ἡ δὲ ΛΝ μεταξὺ τῶν Γ Ζ. ἐπειδὴ ἔλασσόν ἐστιν τὸ ὑπὸ ΔΛΓ τοῦ ἀπὸ ΑΔ (ἐπεὶ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΖΓ), ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΛΝ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΝ τῆς ΑΔ. ὁμοίως καὶ πᾶσαι αἱ ἐπὶ ταύτῃ ὡς πρὸς τὸ Γ ἠγμέναι εὐθεῖαι.] καὶ καθόλου προσιόντων μὲν τῶν ἡμικυκλίων τῷ Γ σημείῳ ἡ ἐφαπτομένη ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ΑΔ, ἀποχωρούντων δὲ ἀεὶ μείζων· δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΔΓ, μένοντος τοῦ Δ, ἡμικύκλια γράψαι, ἵνα ὁτὲ μὲν αἱ ἐφαπτόμεναι αὐτῶν ἴσαι ὦσιν τῇ ΑΔ, ὁτὲ δὲ μείζονες, ὁτὲ δὲ ἐλάσσονες.

---

1. ἐφάψεται *Hu* 3. ἢ̓ ἢ̑ S, ἡ̓ A, ἢ̑ B, ἢ̓ ἢ̑ ἡ *Ge*, ἢ̓ ἤπερ ἡ *Hu* 7. ἐπεὶ γὰρ — 20. εὐθεῖαι] haec iam Commandino suspecta fuerunt eademque ab Horsleio p. 85 ut "luce clariora" omissa; sine dubio sunt et interpolata et praeterea scripturae vitiis corrupta: nos in Graeco contextu codicis notas servavimus, in Latina autem versione probabiles emendationes posuimus 7. ἡ ΘΔ τῆς ΔΓ coni. *Hu* 8. μεταξὺ τῶν $\overline{ΔΓ}$ A, distinx. BS ἐπεὶ μὲν AB, corr. S 9. ἐπι συμβήσεται A(B), corr. S τὴν ΑΔ τῇ ΖΓ] τὴν ΘΓ τῇ ΖΓ *Co*, τὴν ΘΔ τῇ ΔΖ *Hu* 10. τῶν $\overline{ΓΖ}$ A, distinx. BS, item vs. 16. 17 11. συνέβαινεν ἂν *Hu* 11. 12. εἶναι τῆς ΘΔ τὴν ΔΖ, ὅπερ *Hu* 13. προβληθέντι *Hu* τῶν $\overline{ΖΔ}$ A, distinx. BS 14. τὰ ἀπὸ $\overline{ΜΘ}$ ABS, corr.

mus, et super $\delta\zeta$ semicirculum $\delta\varepsilon\zeta$ descripserimus, recta $\zeta\beta$ et hunc semicirculum tanget et rectae $\alpha\delta$ aequalis erit. Hoc autem fit, si $\alpha\delta$ minor sit quam dimidia $\alpha\gamma$.

Hoc igitur invento, si per δ alios semicirculos, velut $\delta\eta\vartheta$ *minore quam* $\delta\zeta$ *diametro, et* $\delta\varkappa\lambda$ *maiore quam* $\delta\zeta$ *diametro,* describamus, et tangentes $\vartheta\mu$ $\lambda\nu$ ducantur, erit $\vartheta\mu > \alpha\delta > \lambda\nu$.

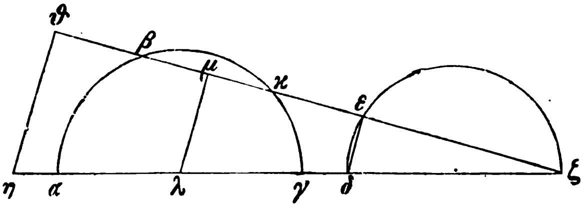


[Quoniam enim est $\delta\vartheta < \delta\gamma$, recta $\vartheta\mu$ igitur inter puncta δ et γ cadet. Iam in punctum ζ non cadet; sic enim esset $\vartheta\delta = \delta\zeta$, quod absurdum est. At inter puncta ζ et γ multo minus cadere potest, sic enim esset $\delta\zeta < \delta\vartheta$, quod absurdum est (est enim $\delta\zeta > \delta\vartheta$, ut initio suppositum est). Erit igitur punctum ϑ inter δ et ζ. Est autem *propter huius libri lemma XIV* $\alpha\vartheta \cdot \vartheta\gamma > \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma$, id est $\vartheta\mu^2 > \zeta\beta^2$. Et est $\zeta\beta^2 = \alpha\delta^2$; ergo etiam $\vartheta\mu > \alpha\delta$. Sed recta $\lambda\nu$ est inter puncta ζ et γ. Quoniam igitur est $\alpha\lambda \cdot \lambda\gamma < \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma$, estque $\alpha\lambda \cdot \lambda\gamma = \lambda\nu^2$, et $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \zeta\beta^2 = \alpha\delta^2$, ergo est $\lambda\nu^2 < \alpha\delta^2$, itaque $\lambda\nu < \alpha\delta$. Similiter etiam omnes tangentes, quae praeterea versus punctum γ ducuntur, *minores sunt quam* $\alpha\delta$.] Et omnino, prout semicirculi puncto γ appropinquant, tangens minor fit quam $\alpha\delta$, et prout recedunt, semper maior. Possunt igitur in diametro $\alpha\gamma$, manente puncto δ, semicirculi ita describi, ut modo tangentes aequales sint rectae $\alpha\delta$, modo eâdem maiores, modo minores.

Ge auctore *Co* 16. $\overline{AN}$ add. *Co* 18. ἐλάσσων A, corr. BS 19. ἡ AN *Co* pro ἡ $\overline{AN}$ 20. ἐπὶ ταύτῃ vel ἔπειτα *Hu* pro ἐπὶ τὰ πρὸς τῷ $\overline{\gamma}$ BS ἠγμέναι *Hu* pro μέρη 22. ἡ ἐφαπτομένη *Hu* pro οὗ ἐφάπτεται 23. 24. ἐπὶ μὲν τῆς $\overline{A\Gamma}$ διὰ τοῦ $\overline{\Delta}$ ABS, corr. *Hu* 24. ἡμικύκλιον AS, ἡμικυκλίου B, corr. *Ge* αἱ A[1] ex εἰ

Εἰς τὸ κα'.

147 ιε'. Ἔστω ἡμικύκλια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΑΗ, καὶ διαχθείσης τῆς ΖΒ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΒ τῇ ΚΕ.



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΒΖ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, ὅλη ἄρα ἡ ΗΛ ὅλῃ τῇ ΛΔ ἴση ἐστίν. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΗΘ ΛΜ ΔΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΜΕ. ὧν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΒ τῇ ΚΕ ἴση ἐστίν, ὅπερ: ~

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΒΕ ἴση ἐστίν.

148 ιϛ'. Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐφαπτέσθω ἡ ΒΖ κατὰ τὸ Β· ὅτι πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΘΒ τῇ ΒΕ.

Εἰλήφθω γὰρ πάλιν τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Β ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἐν τρισὶν παραλλήλοις ταῖς ΗΘ ΒΚ ΔΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΚ τῇ ΚΔ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΒ τῇ ΒΕ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ κγ'.

149 ιζ'. Ἔστω τὰ ἡμικύκλια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΑΗ, καὶ διαχθείσης τῆς ΕΘ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΒ τῇ ΚΔ.

---

2. ιε' add. V τὰ ΑΒΓΔ ΕΖ A, distinx. BS 6. ἐπὶ τὴν ΒΖ A² Co, ἐπὶ τῶν βζ BS 11. λοιπὴ Ge auctore Co pro λοιπὸν 12. Φανερὸν — ἐστίν in ABS ante ὅπερ inserta transposuit Hu

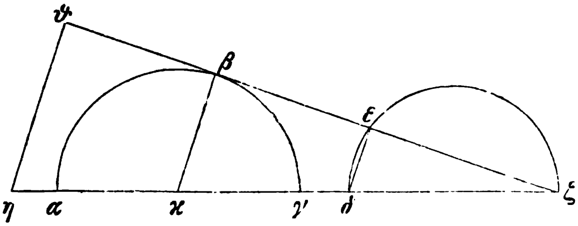
In problema vicesimum primum.

XV. Sint semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$; ponatur $\alpha\eta = \gamma\delta$, et, ductâ rectâ $\zeta\varepsilon\varkappa\beta\vartheta$, huic perpendicularis ducatur $\eta\vartheta$; dico esse $\vartheta\beta = \varkappa\varepsilon$. Prop. 88

Sumatur semicirculi $\alpha\beta\gamma$ centrum λ, ab eoque rectae $\beta\zeta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur *propter elem. 3., 3* $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\eta\alpha = \gamma\delta$, et $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, etiam tota $\eta\lambda$ toti $\lambda\delta$ aequalis est. Suntque tres parallelae $\eta\vartheta$ $\lambda\mu$ $\delta\varepsilon$; est igitur $\vartheta\mu = \mu\varepsilon$. Hinc subtrahantur aequales $\beta\mu$ $\mu\varkappa$; restat igitur $\vartheta\beta = \varkappa\varepsilon$, q. e. d.

Apparet esse etiam $\vartheta\varkappa = \beta\varepsilon$.

XVI. Iisdem suppositis recta $\zeta\varepsilon\beta\vartheta$ tangat *semicirculum* $\alpha\beta\gamma$ in puncto β; dico rursus esse $\vartheta\beta = \beta\varepsilon$. Prop. 89



Sumatur enim rursus semicirculi $\alpha\beta\gamma$ centrum $\varkappa$, ab eoque ad β iungatur $\varkappa\beta$; haec igitur perpendicularis est rectae $\beta\zeta$. Iam quia in tribus parallelis $\eta\vartheta$ $\varkappa\beta$ $\delta\varepsilon$ est $\eta\varkappa = \varkappa\delta$, est igitur etiam $\vartheta\beta = \beta\varepsilon$, q. e. d.

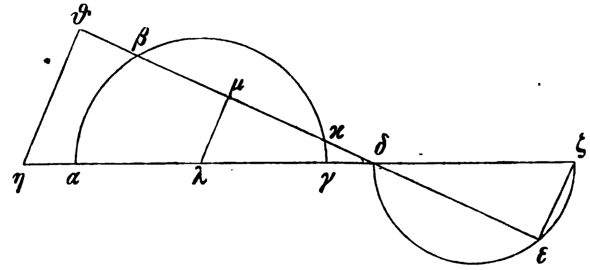
In problema vicesimum tertium.

XVII. Sint semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et ponatur $\alpha\eta = \gamma\delta$, et, ductâ rectâ $\varepsilon\delta\varkappa\beta\vartheta$, huic perpendicularis ducatur $\eta\vartheta$; dico esse $\vartheta\beta = \varkappa\delta$. Prop. 90

---

13. ιϛʹ add. BS 14. ἡ $\overline{EB}$ τῆι $\overline{BE}$ A, ἡ $\overline{\varepsilon\beta}$ τῇ $\overline{\varepsilon\vartheta}$ BS, ἡ $\overline{\varepsilon\beta}$ τῇ $\overline{\beta\vartheta}$ V², corr. *Co* 17. ἄρα add. *Hu* auctore *Co* 18. ταῖς $H\Theta BK\Delta E$ A, distinx. BS 21. ιζʹ add. V τὰ $\overline{AB\Gamma\Delta}$ $\overline{EZ}$ A, distinx. BS καὶ τῆι $\overline{\Gamma Z}$ AB, corr. S 22. ἐπ᾽ αὐτῆς ABS, corr. *Ge* 23. ἡ $\overline{\Theta K}$ τῆι $\overline{KE}$ ABS, corr. *Co*

Εἰλήφθω τὸ τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τὸ Λ, καὶ κάθετος ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ ἴση



ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, ὅλη ἄρα ἡ ΗΛ ὅλῃ τῇ ΛΔ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΗΘ ΛΜ ΕΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΜΔ· ὧν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΒ λοιπῇ τῇ ΚΔ ἐστὶν ἴση [κἂν ἐφάπτηται, φανερόν· ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπιζευχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἀφήν], ὅπερ: ~

Εἰς τὸ κδ'.

150 *ιη'. Ἔστω δύο ἡμικύκλια ὡς τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, καὶ διήχθω ἡ ΖΒ· ὅτι γίνεται ἴση καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΕΗ.*

Ἔστιν δὲ φανερόν· ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΔΕ, γίνεται ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνία διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι. καὶ ἔστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐν ἡμικυκλίῳ τῷ ΑΒΓ ἡ ΔΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΗ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ κε'.

151 *ιθ'. Τῶν αὐτῶν ὄντων ἔστω μείζων ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ, καὶ τῇ ΔΓ ἴση κείσθω ἡ ΔΗ, καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΖ ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΕΚ.*

Ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ, τὸ ἄρα κέντρον τοῦ

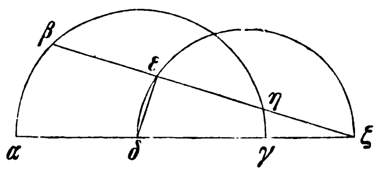
3. τῆι ΓΖΗ ἡ δὲ ΑΒ, τῇ γζ· ἡ δὲ cod. Co, corr. S Co 4. τῆι ΑΖ ἐστὶν AB cod. Co, corr. S Co 5. τῆι ΜΕ ὧν ABS, corr. Co

Sumatur semicirculi $\alpha\beta\gamma$ centrum λ, et *ducatur* $\lambda\mu$ perpendicularis *rectae* $\beta\varkappa$; est igitur *propter elem. 3, 3* $\beta\mu = \mu\varkappa$. Quoniam est $\eta\alpha = \gamma\delta$, et $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, tota igitur $\eta\lambda$ toti $\lambda\delta$ aequalis est. Suntque tres parallelae $\eta\vartheta$ $\lambda\mu$ $\varepsilon\zeta$; est igitur $\vartheta\mu = \mu\delta$ *). Hinc subtrahantur aequales $\beta\mu$ $\mu\varkappa$; restat igitur $\vartheta\beta = \varkappa\delta$, q. e. d.

[Apparet, si *recta* $\varepsilon\delta\beta\vartheta$ *semicirculum* $\alpha\beta\gamma$ tangat, *similiter atque in lemm. XVI esse* $\vartheta\beta = \beta\delta$.]

In problema vicesimum quartum.

XVIII. Sint duo semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\alpha\delta = \delta\gamma$, et ducatur recta $\zeta\eta\varepsilon\beta$; dico esse $\beta\varepsilon = \varepsilon\eta$. Prop. 91



At vero manifestum est; etenim si iungatur $\delta\varepsilon$, angulus $\delta\varepsilon\zeta$, ut in semicirculo, rectus est. Et a centro semicirculi $\alpha\beta\gamma$ ducta est $\delta\varepsilon$ perpendicularis *rectae* $\beta\eta$ (*elem. 3, 3*); ergo est $\beta\varepsilon = \varepsilon\eta$, q. e. d.

In problema vicesimum quintum.

XIX. Iisdem suppositis sit $\alpha\delta > \delta\gamma$, et ponatur $\alpha\eta = \delta\gamma$, ducaturque *recta* $\zeta\varkappa\varepsilon\beta$, *et* ei perpendicularis $\eta\vartheta$; dico esse $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$. Prop. 92

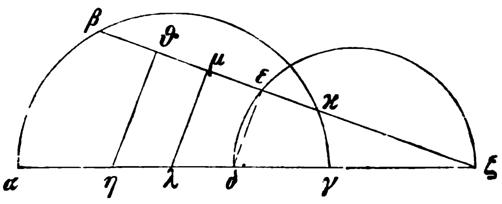
Quoniam est $\alpha\delta > \delta\gamma$, centrum igitur semicirculi $\alpha\beta\gamma$

*) Supervacanea demonstratione hic utitur scriptor; nam acquiescere debebat in duabus parallelis $\eta\vartheta$ $\lambda\mu$.

---

in Lat. versione 6. λοιπὸν ἄρα ἡ $\overline{\Theta B}$ λοιπὸν AB, corr. V cod. *Co* (λοιπὴ ἄρα ἡ $\overline{\beta\vartheta}$ λοιπῇ S) τῆι $\overline{K}$ ἐστὶν A[1], τῆι $\overline{KE}$ ἐστὶν A[2]BS, corr. *Co* 7. 8. κἂν — ἀφήν del. *Co* 10. ιη′ add. V τὰ $\overline{AB\Gamma\Delta}$ $\overline{EZ}$ A, distinx. BS (sed B pro τὰ habet τὸ) 14. ἡ ὑπὸ $\overline{\Delta E\Gamma}$ ABV, ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\gamma}$ Paris. 2368 S, corr. *Co* 15. ἡ $\overline{H\Delta E}$ AB, corr. S 18. ιθ′ add. V

ΔΒΓ ἡμικυκλίου ἐστὶ μεταξὺ τῶν Α Δ. ἔστω τὸ Λ, καὶ πάλιν κάθετος ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ



δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΛ λοιπῇ τῇ ΛΔ ἴση ἐστίν. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΗΘ ΛΜ ΔΕ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΜΕ. ἦν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΘ λοιπῇ τῇ ΕΚ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ κϛ'.

152 *κ'. Ἔστω ἡ ΑΔ ἐλάσσων τῆς ΔΓ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΓΗ, καὶ κάθετος ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΚΘ.*

Ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ, τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου τὸ κέντρον ἐστὶ μεταξὺ τῶν Δ Η. ἔστω τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΖΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΓΗ, ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΛ λοιπῇ τῇ ΛΗ ἴση ἐστίν. καὶ εἰσὶν *τρεῖς παράλληλοι αἱ ΔΕ ΛΜ ΗΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΜΘ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΚΘ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~*

Εἰς τὸ κθ'.

153 *κα'. Ὄντων δύο ἡμικυκλίων τῶν ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ μείζονος οὔσης τῆς ΑΔ τῆς ΔΓ, ἐὰν τῇ ΔΓ ἴση τεθῇ ἡ ΑΗ,*

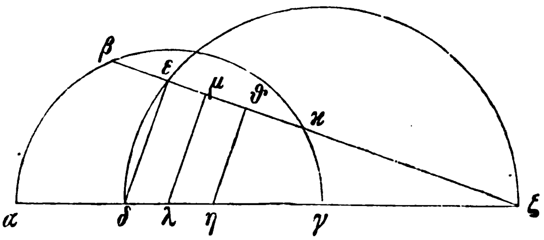
---

1. *ἐστὶ* A[a]BS *τῶν* $\overline{ΑΔ}$ *ω τὸ* $\overline{Λ}$ A, *τῶν* $\overline{αδ}$ *ἐν τὸ* $\overline{λ}$ B, *τῶν* $\bar{α}$ $\bar{δ}$ *ὡς τὸ* $\overline{λ}$ S, corr. *Hu* 4. *λοιπῇ* add. V *τῆι* $\overline{ΑΔ}$ *ἴση* AB, corr. S 5. *αἱ* $\overline{ΗΘ\text{-}ΛΜ}$ $\overline{ΔΕ}$ A, distinx. BS 9. *κ'* add. BS 12. *τῆς* $\overline{ΓΔ}$ AB,

est inter α et δ. Sit λ, rursusque *rectae* $\beta\zeta$ perpendicularis *ducatur* $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra,* $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\alpha\eta = \delta\gamma$, et $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, per subtractionem igitur restat $\eta\lambda = \lambda\delta$. Suntque tres parallelae $\eta\vartheta$ $\lambda\mu$ $\delta\varepsilon$; est igitur etiam $\vartheta\mu = \mu\varepsilon$. Sed erat $\beta\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$, q. e. d.

In problema vicesimum sextum.

XX. Sit $\alpha\delta < \delta\gamma$, et $\eta\gamma = \alpha\delta$, et $\eta\vartheta$ perpendicularis Prop. 93
rectae $\beta\zeta$; dico esse $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$.



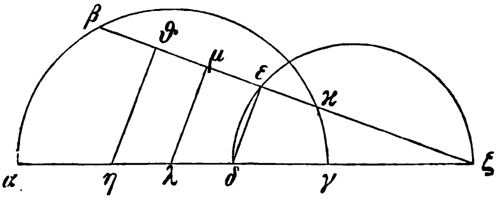
Quoniam enim est $\alpha\delta < \delta\gamma$, centrum semicirculi $\alpha\beta\gamma$ est inter δ et η. Sit λ, ab eoque rectae $\beta\zeta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\alpha\delta = \eta\gamma$, et $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, per subtractionem igitur restat $\delta\lambda = \lambda\eta$. Suntque tres parallelae $\delta\varepsilon$ $\lambda\mu$ $\eta\vartheta$; est igitur $\varepsilon\mu = \mu\vartheta$. Sed erat $\beta\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$, q. e. d.

In problema undetricesimum (*vide propos. 92*).

XXI. Si sint duo semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et $\alpha\delta > \delta\gamma$, ac

---

corr. S 13. ἐστὶ (sic) ABS τῶν $\overline{\Delta H}$ A, distinx. BS 16. τῆι $\overline{\Delta H}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co* 16. 17. ἡ δὲ — ἴση ἐστὶν add. *Co* 17. εἰσὶν add. *Hu* 18. ὅλη ἡ $\overline{EM}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co* 21 — p. 818, 7. "in Graecis codicibus sequuntur duo lemmata, quae cum nihil aliud contineant, nisi quod in duobus praecedentibus demonstratur, supervacanea visa sunt, quare nos ea consulto omisimus" *Co* 22. κα′ add. BS 23. τῆς $\overline{A\Delta}$ τῆι $\overline{\Delta\Gamma}$ ABS *Ge*, corr. V ἐὰν τῇ $\overline{\delta\gamma}$ BS, om. A[1], εαν τη $\overline{\Delta}$ $\overline{\Gamma}$ super versum add. A[3] *καὶ διαχθείσης τῆς ΖΒ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἀχθῇ ἡ ΗΘ, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΒ τῇ ΚΕ.*



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΒΖ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΛ τῇ ΛΓ, ἡ δὲ ΔΗ τῇ ΔΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΛ λοιπῇ τῇ ΛΔ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΗΘ ΛΜ ΔΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΜ τῇ ΜΕ. ὧν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΒ λοιπῇ τῇ ΚΕ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

Φανερὸν ὡς καὶ ἡ ΘΚ τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση.

Εἰς τὸ λα'.

154 κβ'. *Ἔστω τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἡμικύκλια, καὶ πάλιν ἔστω ἐλάσσων ἡ ΑΔ τῆς ΔΓ, καὶ διήχθω ἡ ΖΕΒ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΓΗ, καὶ ἐπὶ τὴν ΖΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ·* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΚΘ.

Φανερὸν γὰρ ὅτι ἡ ΗΘ *οὔτε ἐπὶ τὸ Κ πίπτει οὔτε μεταξὺ τῶν Ζ Κ. ἐὰν τὸ κέντρον ληφθῇ τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΒΖ κάθετος ἀχθῇ ἡ ΛΜ, ἔσται ἴση ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ. ἀλλὰ καὶ διὰ τὸ τρεῖς εἶναι παραλλήλους τὰς ΔΕ ΛΜ ΗΘ ἴση γίνεται ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ (ἴση γὰρ ἡ ΔΛ τῇ ΛΗ). εἴη ἂν καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΜΕ ἴση, ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπὶ τὸ Κ πίπτει. πολλῷ*

---

1. καὶ ante ἐπ' αὐτὴν add. ABS, del. *Ge* 4. ἐπὶ τὴν ΕΖ ABS, corr. idem 6. ἡ δὲ ΑΝ AB, corr. S 6. 7. τῆι ΑΔ ἐστὶν ABS, corr. *Ge* 10. Φανερὸν — ἴση in ABS ante ὅπερ inserta transposuit *Hu*, item p. 818, 7. 23 11. τὸ add. BS 12. κβ' add. BS 13. ἡ ΑΔ τῆι ΔΓ A, corr. BS 14. ἐπὶ τῆς ΖΒ ABS, corr. *Ge*

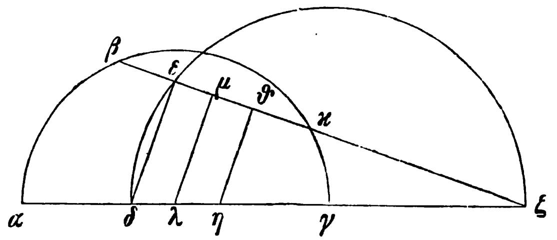
ponatur $\alpha\eta = \delta\gamma$, et, ductâ rectâ $\zeta\varkappa\varepsilon\beta$, huic perpendicularis ducatur $\eta\vartheta$, dico esse $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$.

Sumatur semicirculi $\alpha\beta\gamma$ centrum λ, ab eoque rectae $\beta\zeta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam est $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, et $\alpha\eta = \delta\gamma$, per subtractionem igitur restat $\eta\lambda = \lambda\delta$. Suntque tres parallelae $\eta\vartheta$ $\lambda\mu$ $\delta\varepsilon$; est igitur $\vartheta\mu = \mu\varepsilon$. Sed erat $\beta\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$, q. e. d.

Apparet esse etiam $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$.

In problema tricesimum primum (*vide propos. 93*).

XXII. Sint semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et sit rursus $\alpha\delta < \delta\gamma$, ducaturque recta $\zeta\varkappa\varepsilon\beta$, et ponatur $\eta\gamma = \alpha\delta$, rectaeque $\beta\zeta$ perpendicularis ducatur $\eta\vartheta$; dico esse $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$.



Apparet enim rectam $\eta\vartheta$ neque in punctum $\varkappa$ neque inter $\varkappa$ et ζ cadere. *Iam supponamus rectam $\eta\vartheta$ cadere in punctum $\varkappa$.* Si *semicirculi $\alpha\beta\gamma$* centrum λ sumatur, ab eoque rectae $\beta\zeta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$, erit, *ut supra*, $\beta\mu = \mu\varkappa$. Sed quia tres sunt parallelae $\delta\varepsilon$ $\lambda\mu$ $\eta\vartheta$, et $\delta\lambda = \lambda\eta$, esset etiam (*quia $\eta\vartheta$ in $\varkappa$ cadere supposuimus*) $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$; ergo etiam esset $\beta\mu$ aequalis rectae $\varepsilon\mu$, *scilicet* maior minori, quod fieri non potest. Ergo *recta $\eta\vartheta$* non cadit in punctum $\varkappa$. Multo autem magis *manifestum est rectam $\eta\vartheta$* non inter

---

15. ὅτι ἡ EB τῇ $K\Theta$ ἴση ἐστίν add. *Ge*, corr. *Hu* 16. ἡ $\overline{H\Theta}$ add. Horsley 17. τῶν $\overline{ZK}$ A, distinx. BS 20. γὰρ ἡ $\overline{\Lambda\Lambda}$ AB, corr. S 22. ἄρα S, ἐστιν AB

δὲ μᾶλλον ὅτι οὐδὲ μεταξὺ τῶν Ζ Κ· [τῶν] ἐκτὸς ἄρα. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΗΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΑ λοιπῇ τῇ ΔΗ ἴση ἐστίν. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΔΕ ΛΜ ΗΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΜΘ. ὧν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΒ λοιπῇ τῇ ΚΘ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ∼

Φανερὸν δὲ καὶ ὡς ἡ ΕΚ τῇ ΒΘ ἐστὶν ἴση.

Εἰς τὸ λδ'.

155 κγ'. Ἔστω τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἡμικύκλια, μείζων ἔστω ἡ ΔΓ τῆς ΓΖ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΖΗ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΔΕΖΚ κύκλος, διήχθω ἡ ΒΓΘ, καὶ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὴν ΒΘ κάθετος ἤχθω [φανερὸν ὅτι ἐκτὸς πίπτει τοῦ κύκλου· παράλληλος γάρ γίνεται τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΑΒ ὑποπίπτει, καὶ ἡ ΗΘ ἄρα ὑποπίπτει. ἔστω] ἡ ΗΘ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΘΚ.

Ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΓ τῆς ΓΖ, τὸ τοῦ ΔΕΖ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστιν τῶν Δ Γ. ἔστω τὸ Λ, καὶ κάθετος ἡ ΛΜ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΔΛ τῇ ΛΖ, ὅλη ἄρα ἡ ΑΛ ὅλῃ τῇ ΛΗ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσὶν τρεῖς παράλληλοι αἱ ΑΒ ΛΜ ΗΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΜΘ. ὧν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ λοιπῇ τῇ ΚΘ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ∼

Φανερὸν ὡς καὶ ἡ ΒΚ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση.

156 κδ'. Ἔστω πάλιν τὰ ἡμικύκλια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ μείζων ἡ ΔΓ τῆς ΓΖ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΖΗ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΔΕΖΚ κύκλος, καὶ διήχθω ἡ ΕΒΚ,

---

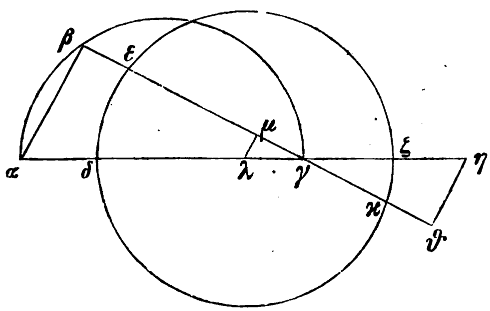
1. τῶν $\overline{ZK}$ A, distinx. BS Ζ Κ πίπτει· ἐκτὸς coni. *Hu* 2. ἐπεὶ δὲ ἴση add. *Ge* 7. vide ad p. 816, 10 9. κγ' add. BS τὰ $\overline{ΑΒΓΔΕΖ}$ A, distinx. BS 11. ΔΕΖΚ add. *Co* 12. ἐπὶ τὴν ΒΘ *Hu* pro ἐπὶ τὴν $\overline{ΒΓ}$ 12. φανερὸν — 14. ἔστω del. *Hu* 14. ὑποπίπτει] ἐκτὸς πίπτει utroque loco coni. *Co* ἔστω ἡ ΗΘ del. *Co* 16. 17. τοῦ ΔΕΖ κύκλου coni. *Co* 17. κέντρον AV cod. *Co*, om. B[s]S τῶν $\overline{ΔΓ}$ A, distinx. B, τῶν $\bar{γ}$ $\bar{δ}$ S cod. *Co* 21. ἴσαι A, corr. BS 22. ὅπερ BS, ὅ A 23. vide ad p. 816, 10 24. κδ' add. BS τὰ $\overline{ΑΒΓΕΔΖ}$ A, corr. BS

puncta $\varkappa$ et ζ cadere; ergo extra *rectam* $\varkappa\zeta$ *cadit.* Sed quoniam est $\alpha\lambda = \lambda\gamma$, et $\alpha\delta = \eta\gamma$, per subtractionem igitur restat $\delta\lambda = \lambda\eta$. Suntque tres parallelae $\delta\varepsilon$ $\lambda\mu$ $\eta\vartheta$; est igitur $\varepsilon\mu = \mu\vartheta$. Sed erat $\beta\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\beta\varepsilon = \vartheta\varkappa$, q. e. d.

Apparet esse etiam $\beta\vartheta = \varepsilon\varkappa$.

In problema tricesimum quartum.

XXIII. Sint semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$; sit $\delta\gamma > \gamma\zeta$, et *producatur* $\alpha\zeta$, *ac* ponatur $\zeta\eta = \alpha\delta$, et compleatur circulus $\delta\varepsilon\zeta\varkappa$; ducatur recta $\beta\varepsilon\gamma\varkappa\vartheta$, eique perpendicularis ab η ducatur $\eta\vartheta$ [*quam* extra circulum cadere apparet; nam parallela est rectae $\alpha\beta$, quae quidem extra cadit; ergo etiam $\eta\vartheta$ extra cadit]; dico esse $\beta\varepsilon = \varkappa\vartheta$. Prop. 94



Quoniam est $\delta\gamma > \gamma\zeta$, semicirculi $\delta\varepsilon\zeta$ centrum est inter puncta δ et γ. Sit λ, et *rectae* $\beta\vartheta$ perpendicularis $\lambda\mu$. Iam quia est $\alpha\delta = \zeta\eta$, et $\delta\lambda = \lambda\zeta$, tota igitur $\alpha\lambda$ toti $\lambda\eta$ aequalis est. Suntque tres parallelae $\alpha\beta$ $\lambda\mu$ $\vartheta\eta$; est igitur $\beta\mu = \mu\vartheta$*). Sed est *propter elem. 3, 3* $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\beta\varepsilon = \varkappa\vartheta$, q. e. d.

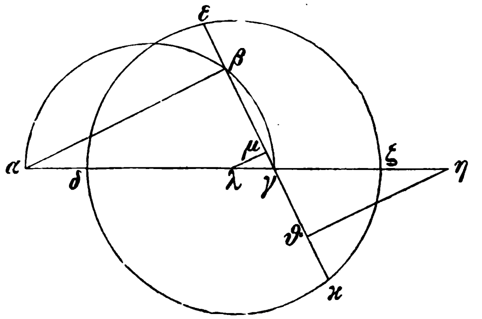
Apparet esse etiam $\beta\varkappa = \varepsilon\vartheta$.

XXIV. Sint rursus semicirculi $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\delta\gamma > \gamma\zeta$, Prop. 95
et ponatur $\zeta\eta = \alpha\delta$, et compleatur circulus $\delta\varepsilon\zeta\varkappa$, et ducatur recta $\varepsilon\beta\gamma\varkappa$**) et huic perpendicularis a puncto η ducatur $\eta\vartheta$

*) Conf. supra p. 795 adnot. *.

**) Apparet ipsa notarum collocatione significari proprium huius problematis casum. Punctum enim β, quod est in semicirculi $\alpha\beta\gamma$ circumferentia, inter ε et γ esse oportet.

καὶ ἀπὸ τοῦ Η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΗΘ [φανερὸν δὲ ὅτι ἐντὸς πίπτει τοῦ κύκλου, ἐπεὶ καὶ ἡ παράλληλος αὐτῇ ἡ ΑΒ ἐντός]· δεῖξαι ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΘΚ.



Ἔστω τὸ κέντρον τὸ Λ, καὶ πάλιν κάθετος ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ τῇ ΜΚ. ἐπεὶ δὲ ἐν τρισὶ παραλλήλοις ταῖς ΑΒ ΛΜ ΗΘ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΛ τῇ ΛΗ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΜΘ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΕΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΒ λοιπῇ τῇ ΚΘ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ~

157 Τὸ πρῶτον τῶν νεύσεων ἔχει προβλήματα ϑ', διορισμοὺς τρεῖς· καὶ εἰσὶν οἱ τρεῖς ἐλάσσονες ὅ τε κατὰ τὸ πέμπτον καὶ ὁ κατὰ τὸ ζ' πρόβλημα καὶ ὁ κατὰ τὸ ϑ'. τὸ δεύτερον νεύσεων ἔχει προβλήματα με', διορισμοὺς τρεῖς, τόν τε κατὰ τὸ ιζ' πρόβλημα καὶ τὸν κατὰ τὸ ιϑ' καὶ τὸν κατὰ τὸ κγ'· καὶ εἰσὶν οἱ τρεῖς ἐλάσσονες.

Ἐπαφῶν πρῶτον.

Εἰς τὸ ε' πρόβλημα.

158 α'. Δύο παράλληλοι αἱ ΑΒ ΓΔ, καὶ κύκλος ἐφαπτέσθω ὁ ΕΖ κατὰ τὰ Ε Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· ὅτι διάμετρός ἐστιν τοῦ ΕΖ κύκλου.

Εἰλήφθω σημεῖα ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τὰ Η Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ ΗΖ ΕΘ ΘΖ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΑΕ τέμνει δὲ ἡ ΕΖ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνία τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ. διὰ ταὐτὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΗΖ

1. φανερὸν — 3. ἐντός, etsi rectius scripta sunt quam similia illa

[quam intra circulum cadere apparet, quia etiam $\alpha\beta$, quae rectae $\eta\vartheta$ parallela est, intra cadit]; demonstretur esse $\varepsilon\beta = \vartheta\varkappa$.

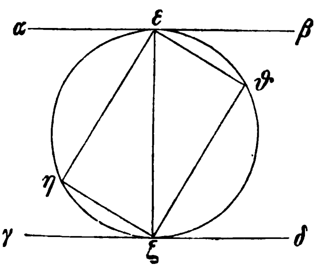
Esto *circuli* $\delta\varepsilon\zeta\varkappa$ centrum λ, et rursus *rectae* $\varepsilon\varkappa$ perpendicularis $\lambda\mu$; est igitur, *ut supra*, $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$. Sed quoniam inter tres parallelas $\alpha\beta$ $\lambda\mu$ $\vartheta\eta$ est $\alpha\lambda = \lambda\eta$, est igitur $\beta\mu = \mu\vartheta$. Sed erat etiam $\varepsilon\mu = \mu\varkappa$; ergo per subtractionem restat $\varepsilon\beta = \vartheta\varkappa$, q. e. d.

Primus inclinationum liber habet problemata novem[1]), determinationes tres; suntque hae *omnes* minimae, ad quintum problema, ad septimum, ad nonum. Secundus inclinationum liber habet problemata quadraginta quinque, determinationes tres, easque ad problema XVII, ad XIX, ad XXIII; suntque hae tres minimae.

LEMMATA IN TACTIONUM LIBRUM PRIMUM.

In problema quintum.

I. *Sint* duae parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, quas circulus $\varepsilon\zeta$ tangat Prop. 96
in punctis ε et ζ, et iungatur $\varepsilon\zeta$; dico *rectam* $\varepsilon\zeta$ circuli $\varepsilon\zeta$ diametrum esse.

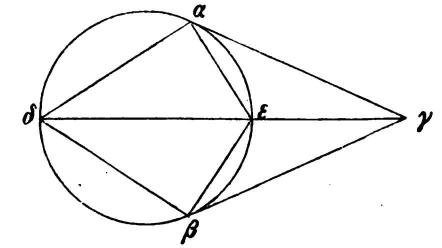


Sumantur in circuli circumferentia puncta η ϑ, et iungantur $\varepsilon\eta$ $\eta\zeta$ $\varepsilon\vartheta$ $\vartheta\zeta$. Iam quia *circulum* tangit $\alpha\varepsilon$ et secat $\varepsilon\zeta$, *propter elem. 3, 32* angulus $\alpha\varepsilon\zeta$ aequalis est angulo $\varepsilon\vartheta\zeta$ qui est in alterno segmento. Eadem de causa est etiam angulus $\delta\zeta\varepsilon$ aequalis alterno $\varepsilon\eta\zeta$. *Est autem inter parallelas $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$* $\angle\ \alpha\varepsilon\zeta$

1) Conf. supra p. 671 cum adnot. 2.

quae cap. 155 reperiuntur, tamen aliena esse ab hoc loco censet *Hu* 11. 12. ταῖς $\overline{AB\Lambda M}$ $\overline{H\Theta}$ A, distinx. BS 18. διωρισμένους A, corr. BS 19. ὅ τε *Hu* pro ὄντες ὁ 25. titulum *Εἰς τὸ ε' πρόβλημα* in suspicionem vocat Haumannus p. 63 sq. 26. α' add. BS αἱ $\overline{AB\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS 27. κατὰ τὰ $\overline{EZ}$ et 29. 30. τὰ $\overline{H\Theta}$ A, distinx. BS 32. τῶι $\overline{E}$ ἐναλλάξ ABS, corr. V *Co* 33. ταὐτὰ *Hu* pro ταῦτα τῆι ὑπὸ $\overline{\Delta ZE}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co* *ἐναλλάξ· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΖ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΗΖ γωνίᾳ. καὶ εἰσὶν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα αὐτῶν, ὥστε ἡμικύκλιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΕΘΖ ΕΗΖ· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τοῦ ΕΖ κύκλου, ὅπερ: ~*

159 β'. *Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΔ, καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτοῦ αἱ ΒΓ ΓΑ, καὶ τετμήσθω ἡ Γ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· ὅτι ἐπὶ τῆς ΓΔ τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ ΑΒΔ κύκλου.*



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ ΑΕ ΔΒ ΒΕ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΑΓ τέμνει δὲ ἡ ΓΔ, τὸ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΓΑ· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ γωνίᾳ. διὰ ταὐτὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΕΓ γωνίᾳ. ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΔΒΕ γωνίᾳ, ὥστε ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα αὐτῶν· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒΔ κύκλου· ἐπὶ τῆς ΓΔ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ ΑΒΔ κύκλου.

Εἰς τὸ ιβ'.

160 γ'. *Ἔστωσαν δύο κύκλοι ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων οἱ ΑΒ ΒΓ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ διήχθω ἡ ΑΒΓ, ἔστω δὲ ἐπ' αὐτῆς τὸ τοῦ ΑΒ κύκλου κέντρον· ὅτι καὶ τὸ τοῦ ΒΓ κύκλου κέντρον ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΑΒΓ.*

Ἤχθω γὰρ ἀμφοτέρων τῶν κύκλων ἐφαπτομένη ἡ ΔΒΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία· καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΓ ἐστὶν ὀρθή. καὶ ἐφάπτεται ἡ ΔΕ τοῦ ΒΓ κύ-

---

3. *ημικύκλιά* AS, *καὶ ἡμικύκλιά* B *Ge*, corr. *Hu*   *τῶν* A^2V, om. BS *Ge*   5. *β'* add. BS   7. *τοῦ ΑΒΓ καὶ* ABS, corr. *Hu* auctore *Co*   14. *ἐστὶ* A^3BS   15. *τῆι ὑπὸ ΑΓΔ* AS, *τῇ ὑπὸ γαδ* B, corr. *Co*   16. *ταὐτὰ Hu* pro *ταῦτα*   16. 17. *ἡ ὑπὸ ΔΑΕ γωνία ἴση ἐστιν τῆι ὑπὸ ΒΓΔ* A(BS), corr. *Co*   17. *γωνίᾳ* (ante *ἀλλὰ*) B, *γωνία* A, om. S   17. 18. *ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ΕΑΓ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία Co*   18. *ἐστὶν*

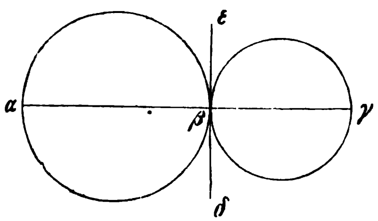
$= \angle\, \varepsilon\zeta\delta$; ergo est etiam $\angle\, \varepsilon\vartheta\zeta = \angle\, \varepsilon\eta\zeta$. Et horum angulorum summa duos rectos efficit (*elem.* 3, 22); ergo uterque rectus est; itaque utrumque *segmentorum* $\varepsilon\vartheta\zeta$ et $\varepsilon\eta\zeta$ semicirculus est. Ergo $\varepsilon\zeta$ diametrus est circuli $\varepsilon\zeta$, q. e. d.

II. Sit circulus $\alpha\beta\delta$, et tangant eum $\beta\gamma$ $\alpha\gamma$, et angulus γ rec- Prop.
tà $\gamma\varepsilon\delta$ bifariam secetur; dico in recta $\gamma\delta$ esse centrum circuli $\alpha\beta\delta$. 97*)

Iungantur $\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ $\delta\beta$ $\beta\varepsilon$. Iam quia *circulum* tangit $\alpha\gamma$ et secat $\gamma\delta$, est $\alpha\gamma^2 = \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$ (*elem.* 3, 36); *per proportionem igitur est* $\delta\gamma : \alpha\gamma = \alpha\gamma : \gamma\varepsilon$, *et communi angulo* $\alpha\gamma\delta$ *similia sunt triangula* $\alpha\gamma\delta$ $\varepsilon\gamma\alpha$; ergo est $\angle\, \delta\alpha\gamma = \angle\, \alpha\varepsilon\gamma$. Eadem de causa est $\angle\, \delta\beta\gamma = \angle\, \beta\varepsilon\gamma$. Sed *quia tangentes* $\gamma\alpha$ $\gamma\beta$ *aequales sunt*[1]), *et ex hypothesi* est $\angle\, \alpha\gamma\delta = \angle\, \beta\gamma\delta$, *communi igitur latere* $\gamma\varepsilon$ *in triangulis* $\alpha\varepsilon\gamma$ *et* $\beta\varepsilon\gamma$ *est etiam* $\angle\, \alpha\varepsilon\gamma$ (*id est* $\delta\alpha\gamma$)$' = \angle\, \beta\varepsilon\gamma$ (*id est* $\delta\beta\gamma$), *et* $\angle\, \varepsilon\alpha\gamma = \angle\, \varepsilon\beta\gamma$; itaque *subtrahendo* est etiam $\angle\, \delta\alpha\varepsilon = \angle\, \delta\beta\varepsilon$; ergo, *quia quadrilaterum* $\delta\alpha\varepsilon\beta$ *circulo est inscriptum*, uterque horum *angulorum* rectus est; est igitur $\delta\varepsilon$ diametrus circuli $\alpha\beta\delta$; itaque in recta $\gamma\delta$ centrum est circuli $\alpha\beta\delta$.

In problema duodecimum.

III. Sint duo circuli $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ se tangentes *extra*[2]) in Prop.
puncto β, et ducatur recta $\alpha\beta\gamma$, sitque in ea circuli $\alpha\beta$ cen- 98
trum; dico etiam circuli $\beta\gamma$ centrum esse in recta $\alpha\beta\gamma$.



Ducatur enim recta $\delta\beta\varepsilon$ utrumque circulum tangens. Rectus igitur est angulus $\alpha\beta\delta$ (*elem.* 3, 18); ergo etiam eius supplementum angulus $\delta\beta\gamma$ rectus est. Et tangit $\delta\varepsilon$ circulum

*) Quae huic propositioni respondet conversa, eam a scriptore propositionis 154 adhibitam esse demonstravimus in append. ad VI propos. 53 sub finem.

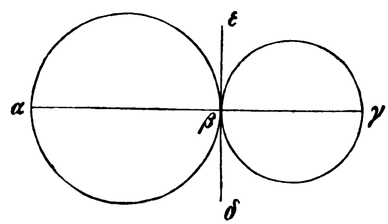
1) Nimirum propter elem. 3, 36 est et $\gamma\alpha^2$ et $\gamma\beta^2 = \delta\gamma \cdot \gamma\varepsilon$. Conf. supra p. 491 adnot. **.

2) Addidit *Ca* p. 36; idem "intra" in propos. 100.

τῇι ὑπὸ A(B), corr. S   καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\Delta A\Gamma}$ ABS, corr. *Co*   23. γ′ add. BS   28. ἡ ὑπὸ $\overline{AB\Gamma\Delta}$ γωνία AB, corr. S *κλου· τὸ ἄρα κέντρον τοῦ ΒΓ κύκλου ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΑΒΓ ὁμοίως ὡς καὶ τοῦ ΑΒ.*

Ἄλλως.

161 δʹ. *Ἔστωσαν πάλιν αἱ ΑΒ ΒΓ κύκλων διάμετροι· ὅτι οἱ ΑΒ ΒΓ κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων.*



Ἤχθω πάλιν ἐφαπτομένη [ἡ] τοῦ ΑΒ κύκλου ἡ ΔΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία, καὶ ἐφεξῆς ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία ὀρθή ἐστιν. καὶ ἔστιν τοῦ ΒΓ κύκλου κέντρον ἐπὶ τῆς ΒΓ· ἡ ΔΕ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓ κύκλου· ἀλλὰ καὶ τοῦ ΑΒ κατ' αὐτὸ τὸ Β· καὶ ὁ ΑΒ ἄρα τοῦ ΒΓ κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Β σημεῖον [ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς].

162 εʹ. *Δύο κύκλοι ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων οἱ ΑΒ ΒΓ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ διήχθω ἡ ΑΓΒ, ἔστω δὲ ἐπ' αὐτῆς τὸ κέντρον τοῦ ΑΒ κύκλου· ὅτι καὶ τοῦ ΒΓ τὸ κέντρον ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΒΓ.*

Ἤχθω ἐφαπτομένη τῶν κύκλων ἡ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒ κύκλου, καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΒΑ γωνία. καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ ΒΓ· ἐπὶ τῆς ΒΓ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ ΒΓ κύκλου.

Φανερὸν δὲ καὶ οὕτως· εἰ γὰρ διαχθείη ἡ ΒΖΗ, καὶ ἐπιζευχθείησαν αἱ ΓΖ ΑΗ, γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ τῶν ΒΖΓ ΑΗΒ γωνίᾳ. καὶ ἔστιν

---

1. *ἐπὶ τῆς ΒΓ* ABS, corr. *Hu* 2. *ὡς* add. *Hu* 4. *δʹ* add. BS *διάμετροι* om. B cod. *Co* 7. *ἡ* del. *Hu* 8. *ἄρα* add. *Hu* 11—13. *καὶ ἔστιν ἐν εκατερα κέντρον η ΒΓ* A(B), *καὶ ἔστιν ἐν ἑκατέρᾳ κέντρον τῶν α β γ* S, *καὶ ἐστὶν ἑκάτερον κέντρον τῶν ΑΒ ΒΓ κύκλων ἐπὶ τῆς ΑΒΓ* Ca, *καὶ ἐστὶν ἐν ἑκατέρᾳ κέντρον τῶν ΑΒ ΒΓ* Haumannus, corr. *Hu* 17. *εʹ* add. BS 21. *καὶ* add. S 22. *ΔΒΑ γωνία Hu* pro *ΔΒΓ γωνία* 23. *ἡ ΒΓ Co, τῆς ΒΕ* AB, *τῆς β* S, *τῆς Β ἡ ΒΓ* Ca *ἐπὶ τὴν ΒΓ τὸ κέντρον ἄρα* ABS, corr. *Co* 24. 25. *διαχθῆ — ἐπεζεύχθωσαν* A(BS), corr. *Hu* 25. *ἡ ὑπὸ ΕΒΓ Ca* pro *ἡ ὑπὸ ΔΒΖ* 26. *ὑπὸ τῶν ΕΖΓΑ ΗΒ γωνίαι* A (B cod. *Co*), corr. S

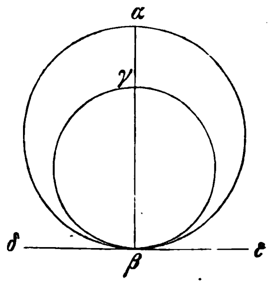
$\beta\gamma$; ergo circuli $\beta\gamma$ centrum est in recta $\alpha\beta\gamma$ perinde ac circuli $\alpha\beta$.

Aliter.

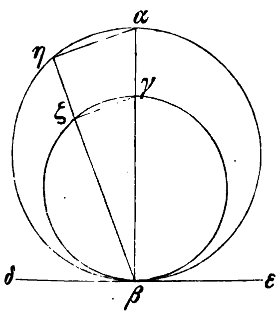
IV. Sint rursus circulorum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ diametri $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ *in eâdem rectâ, sitque punctum β inter α et γ*; dico circulos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ se tangere *in puncto* β*). Prop. 99

Ducatur rursus $\delta\varepsilon$ tangens circulum $\alpha\beta$ *in puncto* β; rectus igitur est angulus $\alpha\beta\delta$, itemque eius supplementum angulus $\delta\beta\gamma$ rectus est. Et est circuli $\beta\gamma$ centrum in recta $\beta\gamma$; ergo $\delta\varepsilon$ circulum $\beta\gamma$ tangit *in puncto* β; sed etiam circulum $\alpha\beta$ in eodem puncto β; ergo etiam circulus $\alpha\beta$ circulum $\beta\gamma$ tangit in puncto β.

V. *Sint* duo circuli $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in puncto β se tangentes *intra*, et ducatur recta $\alpha\gamma\beta$, sitque in ea circuli $\alpha\beta$ centrum; dico etiam circuli $\beta\gamma$ centrum esse in recta $\alpha\gamma\beta$. Prop. 100



Ducatur $\delta\varepsilon$ utrumque circulum tangens. Iam quia $\delta\varepsilon$ circulum $\alpha\beta$ tangit, et $\alpha\beta$ per centrum transit, rectus est angulus $\delta\beta\alpha$. Et ducta est a puncto tactionis recta $\beta\gamma$, *rectusque est angulus* $\delta\beta\gamma$; ergo in recta $\beta\gamma$ est centrum circuli $\beta\gamma$.

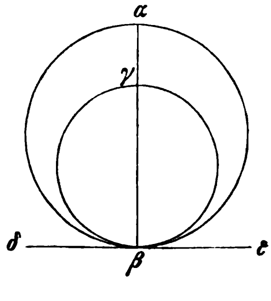


Manifestum est etiam sic. Si ducatur recta $\beta\zeta\eta$, iunganturque $\gamma\zeta$ $\alpha\eta$, fiet *propter elem. 3, 32* $\angle\, \varepsilon\beta\gamma = \angle\, \gamma\zeta\beta = \angle\, \alpha\eta\beta$. Et, *quia ex hypothesi circuli $\alpha\beta$ centrum est in recta* $\alpha\beta$, rectus est angulus $\alpha\eta\beta$; ergo etiam $\gamma\zeta\beta$ rectus est; itaque in recta $\beta\gamma$ est centrum circuli $\beta\gamma$. Et similiter, si *centrum* circuli $\beta\gamma$ in recta

*) "Sint $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ circulorum diametri in eadem recta e diversis partibus puncti β, quod commune habent, sitae: ostendendum est circulos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in puncto β extra se contingere" *Ca* p. 37.

ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΔΗΒ γωνία· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνία, ὥστε ἐπὶ τῆς ΒΓ τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ ΒΓ. καὶ ὁμοίως, κἂν τοῦ ΒΓ δοθῇ ἐπὶ τῆς ΑΒ, δείξομεν ὅτι καὶ τοῦ ΑΒ.

163 ϛ΄. Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν διάμετροι αἱ ΑΒ ΒΓ· ὅτι οἱ κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων.



Ἤχθω τοῦ ΑΒ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ ΔΒΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία. καὶ ἔστιν διάμετρος ἡ ΒΓ· ἡ ΔΕ ἄρα ἐφαπτομένη τοῦ ΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Β σημεῖον. [εἰ γὰρ ἐκβληθείη ἡ ΓΖ ἐπὶ τὸ Δ, γένοιτο ἂν τὸ ὑπὸ ΓΔΖ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΒ, διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ Ζ γωνίαν, οὔσης τῆς πρὸς τῷ Β ὀρθῆς.] ἀλλὰ γὰρ καὶ τοῦ ΑΒ κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Β· καὶ ὁ ΑΒ ἄρα κύκλος τοῦ ΒΓ κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Β [ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς].

Εἰς τὸ ιϛ΄.

164 ζ΄. Ἔστωσαν δύο κύκλοι ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων οἱ ΑΒΓ ΔΕΒ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Β διήχθωσαν αἱ ΓΒΔ ΑΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΔΕ· ὅτι παράλληλοι αἱ ΑΓ ΔΕ.

Ἤχθω γὰρ τῶν κύκλων ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ ΖΗ κατὰ τὸ Β σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΒΖ τέμνει δὲ ἡ ΒΑ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΔΕ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΒΗ γωνίᾳ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΔΒ γωνίᾳ. καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ, ὅπερ: ~

4. ϛ΄ add. BS 11. εἰ γὰρ — 15. ὀρθῆς del. *Co* (conf. etiam adnot. * ad Latina) 13. τῶι ἀπὸ $\overline{ΑΒ}$ ABS, corr. *Ca* 20. ζ΄ add. BS 20. 21. οἱ $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΓΔ}$ $\overline{ΕΒ}$ A, corr. BS 24. εὐθεῖα ἡ ΖΒΗ, omissis κατὰ τὸ Β σημεῖον, *Hu* 27. ταὐτὰ *Hu* pro ταῦτα τῇ ὑπὸ $\overline{εδβ}$ S *Co*

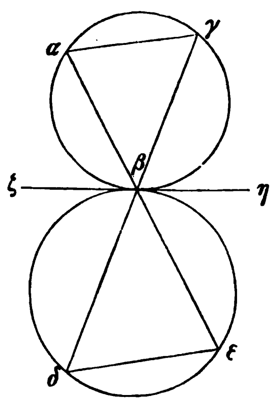
$\alpha\beta$ datum sit, *in eadem recta* circuli $\alpha\beta$ centrum esse demonstrabimus.

VI. Sed rursus sint diametri $\alpha\beta$ $\beta\gamma$; dico circulos se tangere[1]. Prop. 101

Ducatur recta $\delta\beta\varepsilon$ circulum $\alpha\beta$ tangens; rectus igitur est angulus $\alpha\beta\varepsilon$. Et est $\beta\gamma$ diametrus *circuli* $\beta\gamma$; ergo $\delta\varepsilon$ hunc circulum tangit in puncto β. Sed eadem circulum $\alpha\beta$ in puncto β tangit; ergo etiam circulus $\alpha\beta$ circulum $\beta\gamma$ tangit in puncto β*).

In problema decimum sextum.

VII. Sint duo circuli $\alpha\beta\gamma$ $\delta\beta\varepsilon$ se tangentes *extra* in puncto β, et per β ducantur rectae $\gamma\beta\delta$ $\alpha\beta\varepsilon$, iunganturque $\alpha\gamma$ $\delta\varepsilon$; dico rectas $\alpha\gamma$ $\delta\varepsilon$ parallelas esse[2]. Prop. 102



Ducatur enim recta $\zeta\eta$ utrumque circulum in puncto β tangens. Iam quia tangit $\beta\zeta$ secatque $\beta\alpha$, *propter elem. 3, 32* est $\angle\, \alpha\beta\zeta = \angle\, \alpha\gamma\beta$. Eadem de causa est etiam $\angle\, \eta\beta\varepsilon = \angle\, \beta\delta\varepsilon$. Sed *ad verticem* β est $\angle\, \alpha\beta\zeta = \angle\, \varepsilon\beta\eta$; ergo est etiam $\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \beta\delta\varepsilon$; suntque *hi anguli* alterni; ergo recta $\alpha\gamma$ parallela est ipsi $\delta\varepsilon$, q. e. d.

1) Hoc loco scriptor non solum eas, quas solet, hypotheseos partes, sed etiam alias omisit, quae ex propos. 100 efficiuntur: rectae $\alpha\beta$ partem esse $\gamma\beta$, et circulos in puncto β se tangere intra. Conf. *Ca* p. 38.

*) Ex verbis εἰ γὰρ ἐκβληθείη cet., quae a Graeco contextu seclusimus, hanc demonstrationem concinnavit *Ca* p. 38: "Patet vero etiam ita: Si producatur recta aliqua $\gamma\zeta$, donec rectae $\delta\beta$, quae circulum $\alpha\beta$ in β contingit, in δ occurrat, fiet, quia angulus ζ rectus est aeque ac angulus β, rectangulum $\gamma\delta \cdot \delta\zeta$ aequale quadrato ex $\delta\beta$. Recta igitur $\delta\varepsilon$ contingit circulum $\beta\gamma$; eadem autem in eodem puncto β contingit etiam circulum $\alpha\beta$. Circulus $\alpha\beta$ igitur circulum $\beta\gamma$ in puncto β intra contingit".

2) Conf. supra IV propos. 8 adnot. 2.

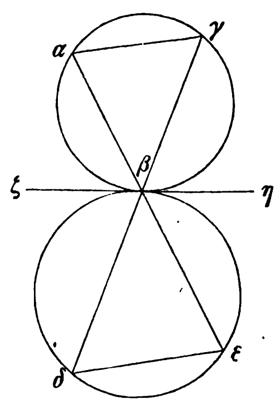
---

28. 29. ἀλλὰ — *ΕΒΗ* γωνίᾳ om. S cod. *Co* 29. καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{ΑΒΓ}$ AB cod. *Co*, corr. S *Co*

165 *η'. Κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΑ, καὶ διὰ τοῦ Α διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν Β γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΑΓ γωνίᾳ· ὅτι ἐφάπτεται ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Α σημεῖον.*

Εἰ μὲν οὖν ἡ ΑΓ διὰ τοῦ κέντρου ἐστίν, φανερὸν ἔσται· γίνεται γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία διὰ τὸ καὶ τὴν Β γωνίαν εἶναι ὀρθήν· τοῦτο δὲ προδέδεικται. εἰ δὲ μή, ἔστω τὸ κέντρον τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΗ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΕΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΗΑΓ γωνία ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῇ ὑπὸ ΗΒΓ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΗ γωνίᾳ ἴση ἐστίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΗ. καὶ ἔστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΖΑ· ἐφαπτομένη ἄρα ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· τοῦτο γὰρ προγέγραπται.

166 *θ'. Τούτου ὄντος ἀνάστροφον τοῦ πρὸ αὐτοῦ. παραλλήλου οὔσης ΑΓ τῇ ΔΕ, δεῖξαι ὅτι ἐφαπτόμενοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΒ ἀλλήλων κατὰ τὸ Β σημεῖον.*

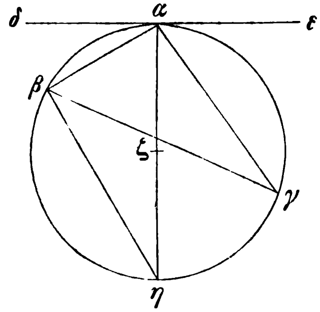


Ἤχθω πάλιν τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ ΖΗ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία τῇ Γ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἡ δὲ Γ τῇ Δ ἐναλλὰξ ἴση ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ Δ. διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον ἐφάπτεται ἡ ΖΗ τοῦ ΔΒΕ κύκλου. ἀλλὰ καὶ τοῦ ΑΒΓ κατὰ τὸ Β· καὶ ὁ ΑΒΓ

---

1. *η'* add. BS *ἐπεζεύχθωσαν αἱ Ca* pro *ἐπεζεύχθω ἡ* *ΓΑ* om. AB cod. *Co*, add. S (*ΑΓ* add. *Co*) 2. *διὰ Hu* pro *ἀπὸ* *διήχθη* A, corr. BS *ἡ ΔΕ Hu* pro *ἡ* $\overline{ΑΕ}$ 3. *τὴν* $\overline{Β}$ AB *Co*, *τὴν* $\overline{γ}$ cod. *Co*, *τὴν* $\overline{αβγ}$ S 4. *τοῦ* $\overline{ΑΒ}$ *κύκλου* ABS, corr. *Co* 14. *ἡ ΖΑ Hu* pro *ἡ* $\overline{ΑΖ}$ 15. *ἐφάπτεται* coni. *Co* (at conf. statim vs. 19) 17. *θ'* add. BS *ἀναστρόφον* B, *ἀναστρόφιον* A, *ἀντίστροφον* S 24. *ἡ ὑπὸ* BS,

VIII. *Sit* circulus $\alpha\beta\gamma$, et iungantur $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$, et per punctum α ducatur recta $\delta\varepsilon$ ita, ut angulus $\varepsilon\alpha\gamma$ angulo $\alpha\beta\gamma$ aequalis sit; dico rectam $\delta\varepsilon$ tangere circulum $\alpha\beta\gamma$ in puncto α. Prop. 103



Primum, si recta $\alpha\gamma$ per centrum transit, manifestum est; fit enim angulus $\varepsilon\alpha\gamma$ rectus, quia etiam angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus est; id autem iam *in elementis* (*3, 16 coroll.*) demonstratum est. Sin vero *recta* $\alpha\gamma$ non *transit per centrum*, sit centrum ζ, et iungatur $\alpha\zeta$ producaturque ad η, et iungatur $\beta\eta$. Rectus igitur est angulus $\alpha\beta\eta$. Iam quia *ex hypothesi* est

$\angle\, \varepsilon\alpha\gamma = \angle\, \alpha\beta\gamma$, et in eodem segmento $\eta\gamma$
$\angle\, \eta\alpha\gamma = \angle\, \eta\beta\gamma$, summâ igitur factâ est
$\angle\, \varepsilon\alpha\gamma + \eta\alpha\gamma = \angle\, \alpha\beta\gamma + \eta\beta\gamma$, *id est*
$\angle\, \varepsilon\alpha\eta = \angle\, \alpha\beta\eta$.

Rectus autem est angulus $\alpha\beta\eta$; ergo etiam angulus $\varepsilon\alpha\eta$ rectus est. Et per centrum ζ ducta est $\alpha\eta$; ergo $\delta\varepsilon$ tangit circulum $\alpha\beta\gamma$ *in puncto* α; hoc enim iam *in elementis* (*3, 16 coroll.*) demonstratum est.

IX. Quod cum ita sit, conversum superius lemma *septimum sic se habet*. Si sit $\alpha\gamma$ parallela rectae $\delta\varepsilon$, demonstretur circulos $\alpha\beta\gamma$ $\delta\beta\varepsilon$ se tangere in puncto β *). Prop. 104

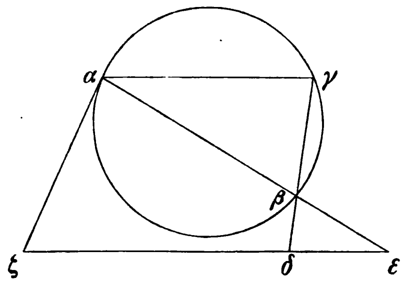
Ducatur rursus recta $\zeta\eta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens *in puncto* β; est igitur $\angle\, \alpha\beta\zeta = \angle\, \alpha\gamma\beta$ (*elem. 3, 32*). Sed est *ad verticem* β $\angle\, \alpha\beta\zeta = \angle\, \varepsilon\beta\eta$, et, quia alterni sunt, $\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \beta\delta\varepsilon$; ergo est etiam $\angle\, \varepsilon\beta\eta = \angle\, \beta\delta\varepsilon$. Iam propter superius lemma recta $\zeta\eta$ circulum $\delta\beta\varepsilon$ tangit *in puncto* β; sed eadem $\zeta\eta$ *ex*

*) Rursus, ut supra propos. 101, quam brevissime Pappus hypothesin significavit; supplevit reliqua *Ca* p. 48: "Si rectae $\alpha\gamma$ $\delta\varepsilon$ sint parallelae (ductis scilicet per punctum β, duobus circulis $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\beta$ commune, rectis quibuscunque $\gamma\beta\delta$ $\alpha\beta\varepsilon$, quae ex una parte puncti β uni circulorum in punctis α γ, ex altera vero alteri in punctis δ ε occurrant, iunctisque rectis $\alpha\gamma$ $\delta\varepsilon$), dico circulos $\alpha\gamma\beta$ $\delta\varepsilon\beta$ in puncto β (extra) se contingere".

ἡ πὸ A¹, ὑπὸ (deleto ἡ) A²   26. ὥστε add. *Hu*   27. ἡ ὑπὸ $\overline{ABE}$ AB, corr. S   29. τοῦ $\overline{ABE}$ κύκλου AB, corr. S *ἄρα κύκλος τοῦ ΒΔΕ κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Β σημεῖον.*

Πρόβλημα εἰς τὸ αὐτό.

167 *ι'. Θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ ΑΒΓ, καὶ δύο δοθέντων τῶν Δ Ε, ἀπὸ τῶν Δ Ε ἂν κλασθῇ ἡ ΔΒΕ καὶ ἐκβληθῇ, ποιεῖν παράλληλον τὴν ΑΓ τῇ ΔΕ.*



Γεγονέτω· καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ΖΑ. ἐπεὶ οὖν παράλληλος ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ, ἴση ἐστὶν ἡ Γ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ Γ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΖΑΕ (ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει)· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΕ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Α Β Δ Ζ σημεῖα· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΖΕΔ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΑΕΒ (ἴσον γάρ ἐστιν τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης)· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΖ. καὶ δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΖ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Ε· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ζ. ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ Ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἦκται ἡ ΖΑ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΖΑ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Ζ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Α. ἀλλὰ καὶ τὸ Ε δοθέν· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ. θέσει δὲ καὶ ὁ κύκλος· δοθὲν ἄρα τὸ Β σημεῖον. ἔστιν δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν Δ Ε δοθέν· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΔΒ ΒΕ τῇ θέσει.

168 *Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω ὁ μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὰ δὲ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ Δ Ε. κεί-*

4. *ι'* add. BS *δύο* ABV cod. *Co*, om. Paris. 2368 S 5. *τῶν ΔΕ* utroque loco A, distinx. BS *κλασθῇ Co* pro *δοθῆι* 8. *ἡ ΖΑ Co*, *ΖΗ* (omisso *ἡ*) A, *ἡ ζη* BS 17. *τὰ ΑΒΔΖ* A, distinx. BS 21. *ἄρα καὶ ἡ ΒΖ* ABS, corr. *Co* 22. *δὴ* add. *Co* 23. 24. *τὸ*

constructione circulum $\alpha\beta\gamma$ *tangit* in puncto β; ergo etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ circulum $\delta\beta\varepsilon$ in puncto β tangit.

Problema in idem (*Apollonii probl. XVI*).

X. Circulo $\alpha\beta\gamma$ positione dato, datisque duobus punctis δ ε, ex his rectae $\delta\beta$ $\varepsilon\beta$ ita inflectantur, ut eaedem productae efficiant rectam $\alpha\gamma$ parallelam ipsi $\delta\varepsilon$*). Prop. 105

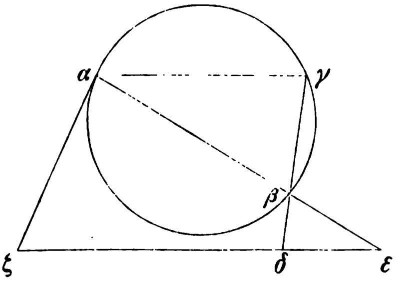
Factum iam sit, et ducatur $\zeta\alpha$ tangens *circulum in puncto* α. Iam quia parallelae sunt $\alpha\gamma$ $\delta\varepsilon$, est $\angle\, \alpha\gamma\delta = \angle\, \gamma\delta\varepsilon$. Sed, quia *circulum* tangit $\zeta\alpha$ secatque $\alpha\beta$, *propter elem. 3, 32* est $\angle\, \alpha\gamma\delta = \angle\, \zeta\alpha\varepsilon$; ergo est etiam $\angle\, \zeta\alpha\varepsilon = \angle\, \gamma\delta\varepsilon$, *sive* $\angle\, \zeta\alpha\beta = \angle\, \beta\delta\varepsilon$. *Sed anguli* $\beta\delta\varepsilon + \beta\delta\zeta$, *id est* $\zeta\alpha\beta + \beta\delta\zeta$ *duobus rectis aequales sunt;* itaque puncta α β δ ζ sunt in circuli circumferentia; est igitur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$. Sed datum est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$ (hoc enim *propter elem. 3, 36* est aequale quadrato ab ea recta, quae *ex* ε *ducta circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit) [1]; ergo etiam $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ datum est. Et data est $\delta\varepsilon$; data igitur etiam $\varepsilon\zeta$ (*dat. 57*). Sed etiam positione. Et est datum ε; ergo etiam ζ datum est (*dat. 27*). Iam a dato puncto ζ ducta est recta $\zeta\alpha$ circulum $\alpha\beta\gamma$ positione datum tangens *in puncto* α; ergo $\zeta\alpha$ positione data est ac magnitudine (*dat. 91*). Et est datum ζ; ergo etiam α datum est. Sed etiam ε datum est; ergo recta $\alpha\varepsilon$ positione *data* est (*dat. 26*). Sed etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ positione *datus est;* ergo etiam punctum β datum (*dat. 25*). Sed etiam puncta δ ε data sunt; ergo etiam rectae $\delta\beta$ $\beta\varepsilon$ positione *datae* sunt.

Componetur problema sic. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, et *sint* data puncta δ ε. Ponatur quadrato ab ea recta, quae *ex* ε *ducta*

*) Id est: punctum β in circuli circumferentia ita sumatur, ut, si rectae $\delta\beta$ $\varepsilon\beta$ ad γ et α, altera puncta sectionis circumferentiae, producantur, recta $\alpha\gamma$ sit parallela datae $\delta\varepsilon$.

1) Conf. infra adnotat. ** ad propos. 107.

$\overline{AB\Gamma}$ ἐφάπτεται πρὸς εὐθεῖαν ἦκται ἡ $\overline{Z\Lambda N}$ ABS, corr. *Co* 28. τῶν $\overline{\Delta E}$ et 31. τὰ $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 31. καὶ ante κείσθω add. *Ge* (at conf. supra p. 798. 21) *σθω τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον τὸ ὑπὸ τῆς ΔΕ καὶ ἄλλης τινὸς τῆς ΕΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΖΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΒ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ.*



Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΖΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΖΕΔ· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Α Β Δ Ζ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ *ὑπὸ ΖΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΔΕ γωνίᾳ. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΕ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΔΕ γωνίᾳ. καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΔΕ.*

Εἰς τὸ ιζʹ.

169 *ιαʹ. Ἔστωσαν δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΑΔΕ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ διήχθωσαν ἀπὸ τοῦ Α εὐθεῖαι αἱ ΑΔΒ ΑΕΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ ΒΓ· ὅτι παράλληλοί εἰσιν αἱ ΔΕ ΒΓ.*

Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ ΖΗ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ ΖΑΒ γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΓΒ ΑΕΔ, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΑΕΔ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ.

Ἀλλὰ παράλληλος ἔστω ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ· *ὅτι ἐφάπτονται οἱ ΑΒΓ ΑΔΕ κύκλοι ἀλλήλων.*

---

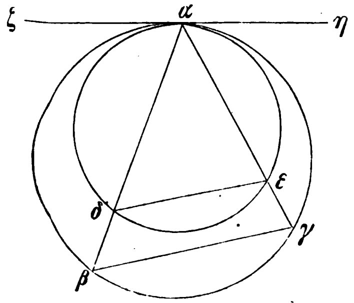
1. ad *ἐφαπτομένης* super vs. add. *ἀπὸ τοῦ ε̄* Paris. 2368 rec. man. et S   *τὸ ὑπὸ* B Paris. 2368 V, *τοῦ ὑπὸ* A, *τὸ ἀπὸ* S   9. *ἀλλὰ καὶ* — 11. *ἐφαπτομένης* bis scripta in A   13. *ἐν κύκλωι* AB cod. *Co*, *ἴση* S   14. 15. *τὰ — ἄρα ἐστὶν* add. *Co*   20. *τῆι ΔΖ* ABS, corr. *Co* in

circulum $\alpha\beta\gamma$ tangit, aequale rectangulum, quod rectâ $\delta\varepsilon$ et aliâ quadam $\varepsilon\zeta$ continetur, et a ζ ducatur recta $\zeta\alpha$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens *in puncto* α, et iungatur recta $\alpha\beta\varepsilon$, itemque iuncta $\delta\beta$ producatur ad γ, et iungatur $\alpha\gamma$; dico hanc parallelam esse rectae $\delta\varepsilon$.

Quoniam enim *ex hypothesi* rectangulum $\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$ aequale est quadrato ab ea recta, quae *ex* ε *ducta circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit, at vero etiam rectangulum $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$ aequale est quadrato ab eadem tangente (*elem.* 3, 36), est igitur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; ergo in circuli circumferentia sunt puncta $\alpha\ \beta\ \delta\ \zeta$, itaque $\angle\, \zeta\alpha\varepsilon = \angle\, \beta\delta\varepsilon$ (*quia hi anguli commune supplementum* $\beta\delta\zeta$ *habent*). Sed etiam angulus $\zeta\alpha\varepsilon$ *sive* $\zeta\alpha\beta$ aequalis est angulo $\alpha\gamma\beta$ in alterno segmento (*elem.* 3, 32); ergo est etiam $\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \beta\delta\varepsilon$. Suntque hi anguli alterni; ergo recta $\alpha\gamma$ ipsi $\delta\varepsilon$ parallela est.

In problema decimum septimum.

XI. Sint duo circuli $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\delta\varepsilon$ in puncto α se tangentes *intra*, et ducantur ex α rectae $\alpha\delta\beta$ $\alpha\varepsilon\gamma$, et iungantur $\delta\varepsilon$ $\beta\gamma$; Prop. 106



dico parallelas esse $\delta\varepsilon$ $\beta\gamma$.

Ducatur a puncto α recta $\zeta\eta$ *utrumque circulum* tangens; ergo *propter elem.* 3, 32 est $\angle\, \zeta\alpha\beta = \angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \alpha\varepsilon\delta$; est igitur $\delta\varepsilon$ parallela rectae $\beta\gamma$.

Sed sit $\delta\varepsilon$ parallela rectae $\beta\gamma$ *); dico circulos $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\delta\varepsilon$ *in puncto* α se tangere *intra*.

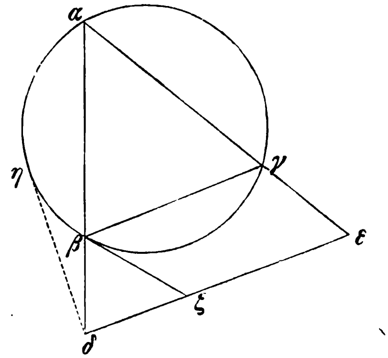
*) Propositionem complet *Ca* p. 78: "ductis nempe per punctum α, duobus circulis $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\delta\varepsilon$ commune, rectis quibuscunque $\alpha\delta\beta$ $\alpha\varepsilon\gamma$, quae ex eadem puncti α parte uni circulorum in punctis β γ, alteri vero in punctis δ ε occurrant, iunctisque rectis $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$".

Lat. versione 21. $\acute{I}\acute{Z}$ A² (*Ca*), $\acute{I}\acute{\Delta}$ A¹(BS) 22. $\iota\alpha'$ add. BS $A\Delta E$ Co pro $\overline{\Delta E\Delta}$ 25. αἱ $\overline{\Delta EB\Gamma}$ A, distinx. BS 30. Ἀλλὰ — τῇ $B\Gamma$ add. *Co*

Ἤχθω γὰρ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΖΗ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΑΔ γωνία τῇ Γ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ Γ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ Ε· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ Ε γωνίᾳ, ὥστε ἐφαπτομένη ἡ ΖΗ τοῦ ΑΔΕ κύκλου (τοῦτο γὰρ προδέδεικται) · οἱ ΑΒΓ ΑΔΕ ἄρα κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον.

Πρόβλημα εἰς τὸ αὐτό.

170 ιβʹ. *Θέσει ὄντος κύκλου τοῦ ΑΒΓ, καὶ δύο δοθέντων τῶν Δ Ε, κλᾶν τὴν ΔΑΕ καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν ΒΓ τῇ ΔΕ.*



Γεγονέτω· καὶ ἀπὸ τοῦ Β ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΒΖ τέμνει δὲ ἡ ΒΓ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΓ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΖΒ, τῇ Α· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ Α Β Ζ Ε σημεῖα· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΔΒ τῷ ὑπὸ ΕΔΖ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ (ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης)· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Δ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ζ. ἀπὸ δὴ δοθέντος σημείου τοῦ Ζ [τῇ] θέσει [δὲ] δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ΖΒ· δέδοται ἄρα ἡ ΖΒ τῇ θέσει. ἀλλὰ καὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος θέσει· δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Β σημεῖον. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Δ δοθέν· θέσει ἄρα ἐστὶν

---

3. *ἐστὶ* A^3BS 5. 6. *οἱ — σημεῖον* add. *Hu* auctore *Co* 8. *ιβʹ* add. BS *Θέσει δοθέντος Ca* auctore *Co* (at conf. cap. 174. 182, Haumann. p. 52) 9. *τῶν* $\overline{\Delta E}$ ABS, distinx. *Ca* *κλᾶν Ca* (*κλάσαι Co*), $\overline{K\Lambda}$ *ἂν* A(BS) *δοθεῖσαν* ante *τὴν ΔΑΕ* additum in ABS del. *Co* 15. *ἡ* (ante *ὑπὸ ΖΒΓ*) *Ca* pro *τῆι* 18. *ἐστὶ* A^3BS *τὰ* $\overline{AB}$ *EZ* A, distinx. BS, corr. *Hu* 21. 22. *δὲ τὸ ὑπὸ* $\overline{\Lambda AMB}$ A(BS), corr. *Co* 22. *γὰρ τὸ* AB, corr. S 23. *ἐφαπτομένης Co* pro $\overline{BZ}$ *δοθέντι* (*ἐφα-*

Ducatur enim $\zeta\eta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens in puncto α; ergo est $\angle\, \zeta\alpha\beta$ *sive* $\zeta\alpha\delta = \angle\, \alpha\gamma\beta$. Sed *ex hypothesi* est $\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \alpha\varepsilon\delta$; ergo etiam $\angle\, \zeta\alpha\delta = \angle\, \alpha\varepsilon\delta$, itaque recta $\zeta\eta$ circulum $\alpha\delta\varepsilon$ tangit *in puncto* α (id enim supra *lemm. VIII* demonstratum est); ergo circuli $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\delta\varepsilon$ in puncto α se tangunt *intra*.

Problema in idem.

XII. Positione dato circulo $\alpha\beta\gamma$, datisque duobus punctis δ ε, inflectantur *ex his punctis* rectae $\delta\beta\alpha$ $\varepsilon\gamma\alpha$ ita, ut fiat recta $\beta\gamma$ parallela ipsi $\delta\varepsilon$*). Prop. 107

Factum iam sit, et a puncto β ducatur tangens $\beta\zeta$. Iam quia tangit $\beta\zeta$ secatque $\beta\gamma$, *propter elem. 3, 32* est

$\angle\, \zeta\beta\gamma = \angle\, \beta\alpha\gamma$, id est *propter parallelas* $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$

$\angle\, \delta\zeta\beta = \angle\, \beta\alpha\gamma$ *sive* $\beta\alpha\varepsilon$.

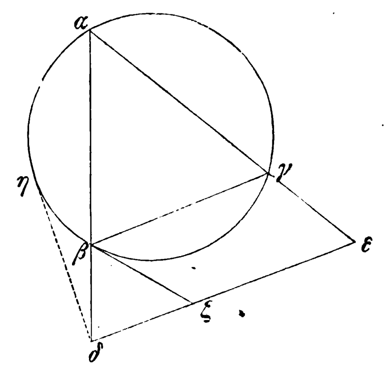
Ergo *anguli* $\beta\alpha\varepsilon + \beta\zeta\varepsilon$ *duobus rectis aequales sunt, itaque* puncta α β ζ ε sunt in circuli circumferentia; est igitur $\alpha\delta \cdot \delta\beta = \varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$. Sed datum est $\alpha\delta \cdot \delta\beta$ (hoc enim *propter elem. 3, 36* est aequale quadrato a tangente $\delta\eta$)**); ergo etiam $\varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$ datum est. Et est data $\delta\varepsilon$; data igitur etiam $\delta\zeta$ (*dat. 57*). Sed etiam positione. Et est datum δ; ergo etiam ζ datum est (*dat. 27*). Iam a dato puncto ζ ducta est $\zeta\beta$ circulum positione datum tangens *in puncto* β; ergo $\zeta\beta$ positione data est (*dat. 91*). Sed etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ positione

*) Id est: punctum α in circuli circumferentia ita sumatur, ut rectae $\delta\alpha$ $\varepsilon\alpha$, quae, antequam in α concurrant, circumferentiam in punctis β et γ secuerint, efficiant rectam $\beta\gamma$ parallelam datae $\delta\varepsilon$. Conf. adnot. 1 ad p. 831.

**) Perspicuitatis causa rectam $\delta\eta$, quae e puncto δ ducta circulum $\alpha\beta\gamma$ tangit, et in figura addidi et in Latina versione suis notis appellavi, cum Graeco scriptori, qui Apollonii libros manibus teneret, huius problemate XVII innitenti breviter τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης scribere liceret. Ac profecto idem nobis beneficium contingit Apollonii de tactionibus libros ab Haumanno restitutos p. 93 sq. comparantibus (nisi forte sunt qui spreta insigni auctoritate suae socordiae indulgere malint). Datum est autem quadratum a $\delta\eta$ propter dat. 91; atque ex synthesi, quae statim sequitur, apparet, cur Graecus scriptor ad hanc datorum propositionem, non ad 92, provocaverit.

πτομένης, τουτέστιν δοθέντι coni. *Hu*, ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Δ *Ca*, *BZ* δοθείσης *Ge*); conf. p. 836, 5. 6 · 26. τῇ et δὲ del. *Hu* 28. ἄρα ἐστὶ A*BS ἡ ΒΔ. θέσει δὲ καὶ ὁ κύκλος· δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Α. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Ε δοθέν· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΔΑ ΑΕ τῇ θέσει.

171 Συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω ὁ μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὰ δὲ δοθέντα σημεῖα τὰ Δ Ε, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Α, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΒΓ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΔΕ.



Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΑΔΒ, ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Α Β Ζ Ε σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Α γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΓΒΖ (ἐφάπτεται γὰρ ἡ ΒΖ τέμνει δὲ ἡ ΒΓ), τῇ ὑπὸ ΒΖΔ. καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΔΕ.

Πρόβλημα εἰς τὸ ιη΄.

172 ιγ΄. Θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ ΑΒΓ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Δ Ε, ἀπὸ τῶν Δ Ε κλᾶν τὴν ΔΑΕ καὶ ποιεῖν τῇ ΔΕ παράλληλον τὴν ΒΓ.

---

1. ἡ ΒΔ Co pro ἡ $\overline{ΑΔ}$ ἐστὶ A[a]BS τὸ Α Co, τὸ $\overline{Λ}$ AB, τὸ $\bar{δ}$ S 2. δοθεῖσα Co pro δοθὲν 5. τὰ $\overline{ΔΕ}$ A, distinx. BS 7. ἐφαπτομένη add. Ca auctore Co 8. ἡ ΔΒ καὶ Co, ἡ $\overline{ΔΒΚ}$ AB, ἡ $\overline{δβγ}$ cod. Co, ἡ $\overline{δβ}$ S 13. 14. τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΑΔΒ add. Hu (latius secundum propos. 105 Co: ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ τῷ ὑπὸ ΕΔΖ) 14. 15. ἐν κύκλῳ — σημεῖα add. Co 19. τῇ Ca auctore Co pro τὴν 20. παράλληλος add. V Co 24. ιγ΄ add. BS 25. τῶν $\overline{ΔΕ}$ utroque loco A, distinx. BS κλᾶν τὴν Ca (κλάσαι τὴν Co), $\overline{ΚΛ}$ αν δο^θ τὴν A, $\overline{κλ}$ ἂν δοθῇ τὴν BS

datus[1]); ergo *etiam* β datum est. Sed etiam δ datum est; ergo recta $\beta\delta$ positione *data est* (*dat.* 26). Sed etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ positione *datus est;* ergo etiam punctum α datum (*dat.* 25). Sed etiam punctum ε datum est; ergo rectae $\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ positione datae sunt.

Componetur problema sic. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, et *sint* data puncta δ ε, et quadrato a tangente $\delta\eta$ aequale ponatur rectangulum $\varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$, et a ζ ducatur recta $\zeta\beta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens *in puncto* β, et iungatur $\delta\beta$ producaturque ad α, iunganturque $\alpha\varepsilon$ (*circumferentiam secans in* γ) et $\beta\gamma$; dico rectam $\beta\gamma$ parallelam esse ipsi $\delta\varepsilon$.

Quoniam enim rectangulum $\varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$ aequale est quadrato a tangente $\delta\eta$ (*ex hypothesi*), id est rectangulo $\alpha\delta \cdot \delta\beta$ (*elem.* 3, 36), in circuli igitur circumferentia sunt puncta α β ζ ε. Est igitur $\angle\, \delta\alpha\varepsilon = \angle\, \beta\zeta\delta$ (*quia hi anguli commune supplementum* $\beta\zeta\varepsilon$ *habent*). Sed quia *circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit $\zeta\beta$ secatque $\beta\gamma$, *propter elem.* 3, 32 est $\angle\, \zeta\beta\gamma = \angle\, \beta\alpha\gamma$ *sive* $\delta\alpha\varepsilon$; *ergo etiam* $\angle\, \zeta\beta\gamma = \angle\, \beta\zeta\delta$. Suntque hi anguli alterni; ergo recta $\beta\gamma$ ipsi $\delta\varepsilon$ parallela est.

Problema in *Apollonii problema* duodevicesimum.

XIII. Circulo $\alpha\beta\gamma$ positione dato, datisque *intra hunc* duobus punctis δ ε, ab his rectae $\delta\alpha$ $\varepsilon\alpha$ ita inflectantur, ut *eaedem in alteram partem productae* efficiant rectam $\beta\gamma$ parallelam ipsi $\delta\varepsilon$ *). Prop. 108

1) Pro Graecis ἀλλὰ καὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος θέσει, perinde ac supra in propos. 105 et infra 109 exspectamus καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Ζ. Sed eadem ratione scriptor in proximo problemate (propos. 108) ad circulum $\alpha\beta\gamma$ recurrit; respicit igitur demonstrationem, quae in datorum propositione 91 exstat (p. 470, 1 ed. Peyrard.). Quamquam non dubium est, quin rectius secundum dat. 91. 27, positione et magnitudine datâ rectâ $\zeta\beta$ datoque puncto ζ, datum esse punctum β conclusurus fuerit. Camererus et hic et passim alibi nescio quas discrepantias in datis citandis admisit.

*) Id est: punctum α in circuli circumferentia ita sumatur, ut, si rectae $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$ ad β et γ, altera puncta sectionis circumferentiae, producantur, recta $\beta\gamma$ parallela sit datae $\delta\varepsilon$. Praeterea conf. Haumann. p. 94 sq.

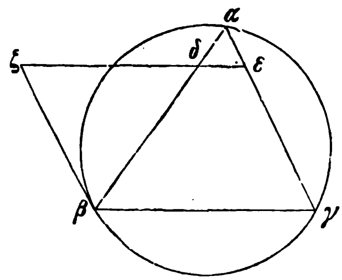
ΔΑΕ Co pro $\overline{ΑΔΕ}$ 26. τὴν $\overline{ΔΕ}$ παράλληλον τῇ $\overline{ΒΓ}$ ABS, τὴν ΒΓ παράλληλον τῇ ΔΕ Co, corr. *Hu*

Γεγονέτω· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΒΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΑ γωνία τῇ Γ, τουτέστιν τῇ Ε· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Β Ζ Α Ε σημεῖα· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔΑ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΖΔΕ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΒΔΑ (ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ Δ εἰς θέσει δεδομένον κύκλον διῆκται ἡ ΑΔΒ)· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΔΕ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΔ. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Δ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ζ. ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ Ζ θέσει δεδομένου *κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ΖΒ· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΒ. θέσει δὲ καὶ ὁ κύκλος· δοθὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ Β σημεῖον. ἀλλὰ καὶ τὸ Δ δοθέν· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ. θέσει δὲ καὶ ὁ κύκλος· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Α σημεῖον. ἔστιν δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν Δ Ε δοθέν· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΔΑ ΑΕ τῇ θέσει.*

173 *Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω ὁ μὲν τῇ θέσει δεδομένος κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὰ δὲ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ Δ Ε, καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΑΔΒ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔΒ ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΒΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕΑ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΑ γωνία τῇ πρὸς τῷ Ε (ἐν κύκλῳ γάρ ἐστιν τὰ Α Ζ Β Ε σημεῖα), ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΑ ἴση ἐστὶν τῇ Γ (ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει), καὶ ἡ Γ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ Ε· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΔΕ, ὅπερ: ∼*

2. 3. *ἡ ὑπὸ ΖΒΑ Hu* pro *ἡ ὑπὸ* $\overline{ZB\Delta}$ 4. *τὰ* $\overline{BZ}$ $\overline{AE}$ A, distinx. BS 6. *τοῦ* $\overline{A}$ *εἰς θέσει δεδομένην γωνίαν διῆκται* ABS, corr. *Ca* 7. *ἔστι* A^sBS 8. 9. *δοθὲν ἄρα — δεδομένου* add. *Co* 10. post *κύκλου* add. *ἄρα* S cod. *Co* 12. *ἐστὶν ἡ* $\overline{BA}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 14. *ἑκατέρα τῶν* $\overline{\Delta E}$ *δοθέντων δοθὲν ἄρα* A(BS), corr. *Co* 18. *τὰ* $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 19. *καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ Hu* pro *τουτέστιν* (nonnulla deesse suspicabatur *Co*) 21. *ἡ ὑπὸ ΖΒΑ Hu* pro *ἡ ὑπὸ* $\overline{ZB\Delta}$; item vs. 22 *πρὸς τῶι* $\overline{E}$ AB cod. *Co*, *ὑπὸ δεα* S 22. *τὰ* $\overline{AB}$ $\overline{EZ}$ A, distinx. BS, corr. *Hu* 24. post *ἄρα* add. *ἴση* S 25. *ὅπερ* V, *ο* A, *ὅπερ ἔδει* B^sS

Factum iam sit, et a puncto β *ad productam* $\varepsilon\delta$ ducatur $\beta\zeta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens; est igitur *propter elem.* 3, 32 $\angle\, \zeta\beta\alpha = \angle\, \beta\gamma\alpha$, id est (*propter parallelas* $\zeta\varepsilon$ $\beta\gamma$) $= \angle\, \zeta\varepsilon\alpha$. *Sed anguli* $\zeta\beta\alpha$ $\zeta\varepsilon\alpha$ *sunt in eodem segmento* $\zeta\alpha$; ergo *propter elem.* 3, 21 puncta ζ β ε α sunt in circuli circumferentia; est igitur $\beta\delta \cdot \delta\alpha = \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$ (*elem.* 3, 35). Sed datum est $\beta\delta \cdot \delta\alpha$ (nam a dato puncto δ *utroque versus*

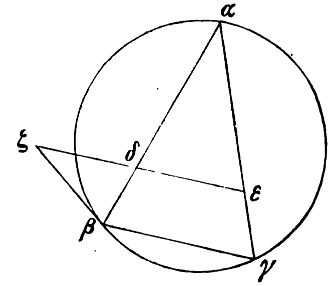


ad circuli positione dati circumferentiam ducta est recta $\alpha\delta\beta$ *propter dat.* 93); ergo etiam $\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$ datum est. Et data est $\delta\varepsilon$; ergo etiam $\zeta\delta$ data (*dat.* 57). Et est datum δ; ergo etiam ζ datum (*dat.* 27). Iam a dato puncto ζ ducta est $\zeta\beta$ circulum positione datum tangens; ergo $\zeta\beta$ positione *data* est (*dat.* 91). Sed etiam circulus *positione datus est;* ergo etiam punctum β datum (*ibid.*). Sed etiam δ datum; ergo etiam $\beta\delta$ positione *data est* (*dat.* 26). Sed etiam circulus positione *datus est;* ergo punctum α datum (*dat.* 25). Verum etiam puncta δ ε data sunt; ergo rectae $\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ positione datae sunt.

Componetur problema sic. Sit circulus positione datus $\alpha\beta\gamma$, et *sint* duo puncta δ ε *intra circulum* data, et ducatur quaelibet recta $\alpha\delta\beta$ *circumferentiam secans in punctis* α *et* β, et rectangulo $\alpha\delta \cdot \delta\beta$ ponatur aequale rectangulum $\varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$, et a ζ ducatur recta $\zeta\beta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangens *in puncto* β, et iungatur recta $\gamma\varepsilon\alpha$ *circumferentiam secans in* γ *et* α. Iam quia *propter elem.* 3, 21 est $\angle\, \zeta\beta\alpha = \angle\, \zeta\varepsilon\alpha$ (nam *propter elem.* 3, 35 puncta α ζ β ε sunt in circuli circumferentia), ac *propter elem.* 3, 32 etiam angulo $\beta\gamma\alpha$ angulus $\zeta\beta\alpha$ aequalis est (tangit enim $\zeta\beta$ secatque $\beta\alpha$ *circulum*), est igitur etiam $\angle\, \beta\gamma\alpha = \angle\, \zeta\varepsilon\alpha$; ergo recta $\beta\gamma$ parallela est ipsi $\delta\varepsilon$, q. e. d.

Πρόβλημα εἰς τὸ ιϑ'.

174 ιδ'. Θέσει ὄντος τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ δύο δοθέντων τῶν Δ Ε, κλᾶν ἀπ' αὐτῶν τὴν ΔΑΕ, ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΔΕ.



Γεγονέτω· καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ΒΖ. γίνεται οὖν πάλιν ἐν κύκλῳ τὰ Α Ζ Β Ε σημεῖα, καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΔΒ τῷ ὑπὸ ΕΔΖ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΖ. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Δ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ζ, ὥστε θέσει ἡ ΒΖ. ἀλλὰ καὶ ὁ κύκλος· δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Β. ἀλλὰ καὶ τὰ Δ Ε· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΔΑ ΑΕ. ὁμοίως γὰρ τοῖς πρότερον δείξομεν, καὶ ὁμοίως ἡ σύνθεσις τῷ πρὸ αὐτοῦ.

Εἰς τὸ κδ'.

175 ιε'. Ἀπτέσθωσαν δύο κύκλοι ἀλλήλων οἱ ΑΒ ΒΓ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὰ κέντρα αὐτῶν τὰ Δ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΔΒ ΓΕ ΕΒ, ἔστω δὲ παράλληλος ἡ ΑΔ τῇ ΓΕ· ὅτι εὐθεῖαί εἰσιν αἱ διὰ τῶν Δ Β Ε, Α Β Γ.

Ἤχθω γὰρ τῶν ΑΒ ΒΓ κύκλων ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΖΗ, ἐκ δὲ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΔΒ, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΖ γωνία. διὰ ταὐτὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΕ γωνία ἐστὶν ὀρθή· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν

2. ιδ' add. BS Θέσει δοθέντος *Ca* auctore *Co* καὶ add. *Ca* 3. τῶν $\overline{\Delta E}$ ABS, distinx. *Ca* κλᾶν *Ca*, $\overline{K\Lambda}$ αν A(BS) ἀπ' αὐτῶν vel ἀπὸ τῶν Δ Ε *Hu*, δοθεντων A(BS), ἀπὸ τῶν δοθέντων *Ca* 7. τὰ $\overline{AZBE}$ A, distinx. BS 16. ἐστὶ A^{s}BS τὰ $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 20. ιε' add. BS 21. τὰ $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 22. $\overline{\epsilon\beta}$ (ante ἔστω) S, $\overline{EBA}$ AB 23. τῶν $\overline{\Delta B}$ $\overline{EA}$ $\overline{B\Gamma}$ AB, τῶν $\overline{\delta\beta\epsilon}$ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ S, distinx. *Hu* 24. ἤχθωσαν AB, corr. S 24. 25. εὐθεῖα — μὲν om. S cod. *Co* ἡ εὐθεῖαι ἡ $\overline{ZHN}$ AB, corr. *Ca* (nisi quod omisit εὐθεῖα) 26. ἐστὶν ἡ $\overline{AB}$ AB, corr. S 27. ταὐτὰ *Hu* pro ταῦτα

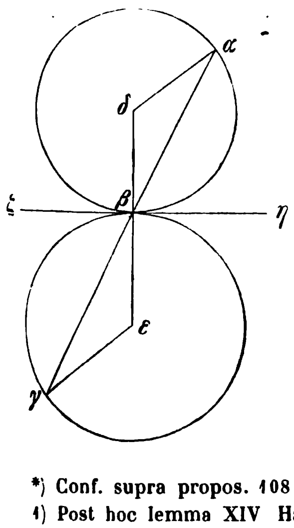
Problema in *Apollonii problema* undevicesimum.

XIV. Circulo $\alpha\beta\gamma$ positione dato, datisque *intra hunc* duobus punctis δ ε, ab his rectae $\delta\alpha$ $\varepsilon\alpha$ ita inflectantur, ut *eaedem in alteram partem productae* efficiant rectam $\beta\gamma$ parallelam ipsi $\delta\varepsilon$*). Prop. 109

Factum iam sit, et ducatur (*ut supra*) tangens $\beta\zeta$. Rursus igitur puncta α ζ β ε in circuli circumferentia sunt, estque $\alpha\delta \cdot \delta\beta = \varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$. Sed datum est $\alpha\delta \cdot \delta\beta$; ergo etiam $\varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$ datum. Et est data $\delta\varepsilon$; ergo etiam $\delta\zeta$ data est *magnitudine.* Sed eadem etiam positione *data est.* Et est datum punctum δ; ergo etiam ζ datum est; itaque recta $\beta\zeta$ positione *data est.* Sed etiam circulus; ergo *etiam* punctum β datum est. Sed etiam puncta δ ε; ergo rectae $\delta\alpha$ $\alpha\varepsilon$ positione datae sunt. Haec enim similiter ac superiora (*propos. 108*) demonstrabimus, itemque compositio similis est priori[1]).

In problema vicesimum quartum.

XV. Duo circuli $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in puncto β se tangant *extra,* et sumantur eorum centra δ ε iunganturque $\alpha\delta$ $\delta\beta$ $\beta\varepsilon$ $\varepsilon\gamma$, sint autem parallelae $\alpha\delta$ $\varepsilon\gamma$; dico rectas lineas esse et eam quae per δ β ε et quae per α β γ transit. Prop. 110



Ducatur enim recta $\zeta\eta$ circulos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ tangens *in puncto* β. Iam quia tangit $\zeta\eta$, et e centro est $\delta\beta$, angulus igitur $\delta\beta\zeta$ rectus est. Eadem de causa etiam angulus $\zeta\beta\varepsilon$ rectus est; recta igitur est linea quae per puncta δ β ε transit. Sed quo-

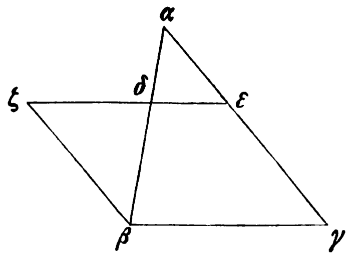
*) Conf. supra propos. 108 et Haumann. p. 95 sq.

1) Post hoc lemma XIV Haumannus p. 68 inserendum esse putat lemma XXI cum titulo εἰς τὸ κ' πρόβλημα, tum lemma XXIII cum titulo εἰς τὸ αὐτό.

ἡ διὰ τῶν Δ Β Ε. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΔΒ, ἡ δὲ ΕΓ τῇ ΕΒ, ἔστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΕΒ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς Δ Ε αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΕ. καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ ΔΒΕ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ διὰ τῶν Α Β Γ, ὅπερ: ~

Εἰς τὸ κε΄.

176 *ις΄. Ἴσης οὔσης τῆς μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, τῆς δὲ ΑΔ τῇ ΔΕ, καὶ παραλλήλου οὔσης τῆς ΔΕ τῇ ΒΓ, δεῖξαι ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Ε Γ σημείων.*



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΓ, καὶ τῇ ΑΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΒ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΕ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΑΒ ὅλῃ τῇ ΖΕ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΖΕ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ παράλληλος· καὶ ἡ ΓΕ ἄρα τῇ ΒΖ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΒΖ παράλληλός ἐστιν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕΓ· τοῦτο γὰρ φανερόν.

Ἐπαφῶν δεύτερον.

Εἰς τὸ λα΄.

177 *ιζ΄. Ἐὰν ᾖ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ δύο προβληθῶσιν αἱ ΒΔ ΔΓ ἴσαι οὖσαι, ἡ δὲ ΒΔ ἐφάπτηται, ὅτι καὶ ἡ ΔΓ ἐφάπτεται.*

Τοῦτο δὲ φανερόν· ἂν γὰρ διαχθῇ ἡ ΔΑ, τὸ ὑπὸ ΑΔΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΒ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΔΒ τῷ ἀπὸ ΔΓ

---

1. *ἡ διά — ἴση ἐστὶν* bis scripta in S (cum quo consentit A[3]) *τῶν* $\overline{ΔΒΕ}$ ABS, distinx. *Hu* 3. *γωνίας* bis scriptum in A *τὰς* $\overline{ΔΕ}$ A, distinx. BS 6. *τῶν* $\overline{ΑΒΓ}$ A, distinx. BS 8. *ις΄* add. V 9. *τῆς* $\overline{ΖΕ}$ *τῆι* $\overline{ΒΓ}$ AB, corr. S 10. *τῶν* $\overline{ΑΕΓ}$ A, distinx. BS 17. *ὅλῃ* om. AB, add. S 20. 21. *καὶ παράλληλος — ἡ ΑΕ τῇ ΒΖ* om. S, unde magis etiam hunc locum inconcinnis coniecturis pertur-

niam est $\alpha\delta = \delta\beta$, et $\gamma\varepsilon = \varepsilon\beta$, est igitur $\alpha\delta : \delta\beta = \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta$. Iam *propter parallelas* $\alpha\delta$ $\varepsilon\gamma$ aequales sunt anguli $\alpha\delta\beta$ $\beta\varepsilon\gamma$, quibus cum proportionales rectae adiaceant, *in similibus triangulis* $\alpha\beta\delta$ $\gamma\beta\varepsilon$ anguli $\delta\beta\alpha$ $\varepsilon\beta\gamma$ aequales sunt. Et est recta $\delta\beta\varepsilon$; ergo etiam recta est quae per α β γ transit[1]), q. e. d.

In problema vicesimum quintum.

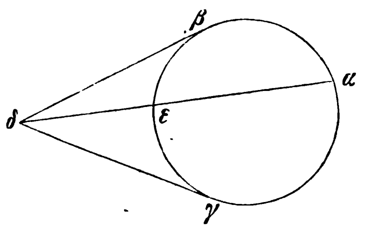
XVI. Si sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\alpha\delta = \delta\varepsilon$, et $\delta\varepsilon \parallel \beta\gamma$, demonstretur rectam esse quae per puncta α ε γ transit. Prop. 111

Iungantur $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\gamma$, et rectae $\alpha\varepsilon$ parallela ducatur $\zeta\beta$, et producatur $\varepsilon\delta$ ad ζ; est igitur $\delta\zeta = \delta\beta$ (*quia* $\delta\alpha : \delta\varepsilon = \delta\beta : \delta\zeta$, *et* $\delta\alpha = \delta\varepsilon$). Sed *ex hypothesi* est $\alpha\delta = \delta\varepsilon$; ergo tota $\alpha\beta$ toti $\zeta\varepsilon$ aequalis est. Sed *ex hypothesi* est $\alpha\beta = \beta\gamma$; ergo etiam $\beta\gamma = \zeta\varepsilon$. Verum *ex constructione* est $\beta\gamma \parallel \zeta\varepsilon$; ergo etiam $\gamma\varepsilon \parallel \beta\zeta$ (*elem. 1, 33*). Sed est etiam $\alpha\varepsilon \parallel \beta\zeta$; ergo rectam esse $\alpha\varepsilon\gamma$ apparet[2]).

LEMMATA IN TACTIONUM LIBRUM SECUNDUM.

In problema tricesimum primum.

XVII. Si sit circulus $\alpha\beta\gamma$, et *e puncto* δ ducantur duae rectae $\delta\beta$ $\delta\gamma$ inter se aequales, et $\delta\beta$ *circulum* tangat, dico etiam $\delta\gamma$ *circulum* tangere. Prop. 112



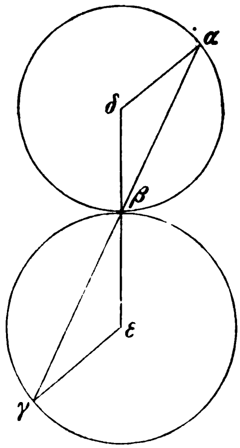
Hoc vero perspicuum est; etenim si recta $\delta\varepsilon\alpha$, *circumferentiam in* ε *et* α *secans,* ducatur, est $\alpha\delta \cdot \delta\varepsilon = \delta\beta^2$ (*elem. 3, 36*). Sed, *quia ex hypothesi est* $\delta\beta =$

1) Hoc loco scriptor aut elem. libri I propositionem 15 conversam tacite significavit, aut sic argumentatus est: est $\angle\, \delta\beta\alpha = \angle\, \varepsilon\beta\gamma$, ideoque anguli $\gamma\beta\zeta + \delta\beta\alpha$ uni recto, sive $\gamma\beta\delta + \delta\beta\alpha$ duobus rectis aequales sunt; ergo propter elem. 1, 14 recta est $\gamma\beta\alpha$.

2) Elem. 1, 29 et 14 citat *Ca* p. 97; complet demonstrationem *Co* sic fere: anguli $\beta\gamma\varepsilon + \delta\varepsilon\gamma$ duos rectos efficiunt, estque $\angle\, \beta\gamma\varepsilon = \angle\, \beta\zeta\varepsilon$; sed ob triangulorum similitudinem etiam $\angle\, \beta\zeta\varepsilon = \angle\, \alpha\varepsilon\delta$; ergo anguli $\alpha\varepsilon\delta + \delta\varepsilon\gamma$ duos rectos efficiunt etc.

bavit *Ca* 22. ἡ add. BS 23. Ἐπαφῶν δεύτερον add. *Hu* (conf. Haumann. p. 107. 113. 117 sq.) 25. ιζ' add. BS 26. ἡ δὲ $\overline{BΔ}$ ἐφάπτεται ABS, corr. *Hu* ἴσον ἐστίν· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΕ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΓ· ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΔΓ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

178 ιη'. Δύο κύκλοι οἱ ΑΒ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Β διήχθω τις ἡ ΑΒΓ, καὶ δύο παράλληλοι αἱ ΑΔ ΕΓ νεύουσαι ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων· ὅτι οἱ ΑΒ ΒΓ κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων κατὰ τὸ Β σημεῖον.



Εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Δ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΒ ΒΕ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Δ Β Ε· παράλληλος γάρ ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΓΕ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΒ, καὶ γίνεται δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν Α τῇ Γ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς Δ Ε τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ἰσογώνια ἄρα ἐστὶν τὰ τρίγωνα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΕ. καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ ΑΒΓ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΔΒΕ. ἐπεὶ δὲ εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν κέντρων καὶ τῆς ἁφῆς, ἐφάπτονται ἄρα οἱ ΑΒ ΒΓ κύκλοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Β σημεῖον.

Εἰς τὸ νβ'.

179 ιθ'. Ἔστω ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΓΔ παράλληλος, ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, οὔσης ἀμβλείας μὲν τῆς ὑπὸ τῶν ΑΓΔ, ὀξείας δὲ τῆς ὑπὸ ΒΔΓ· ὅτι παραλληλόγραμμόν ἐστιν τὸ ΑΔ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀμβλεῖα μέν ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ ΒΔΓ, αἱ ἀπὸ τῶν Α Β ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετοι ἀγόμεναι ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ Α ἐκτὸς τοῦ Γ, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Β ἐντὸς τοῦ Δ πίπτουσιν·

3. ιη' add. BS 8. τὰ $\overline{ΔΕ}$ A, distinx. BS 9. 10. τῶν $\overline{ΔΒΕ}$ ABS, distinx. *Ca* p. 98 10. γάρ *Co* pro ἄρα 11. 12. ἡ $\overline{ΑΔ}$ πρὸς $\overline{ΑΒ}$ ABS, corr. *Co* 15. τὰς $\overline{ΔΕ}$ A, distinx. BS 25. ιθ' add. BS ἡ ante ΑΓ om. AB, add. S 29. τῶν $\overline{ΑΒ}$ A, distinx. BS 30. πίπτουσιν *Hu* auctore *Co* pro πιπτέτωσαν

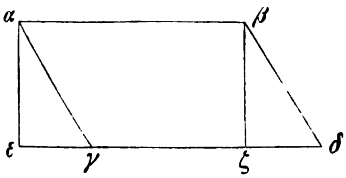
$\delta\gamma$, est igitur $\delta\gamma^2 = \delta\beta^2 = \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$. Ergo $\delta\gamma$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangit (*elem.* 3, 37).

XVIII. Sint duo circuli $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et per punctum β quaelibet recta $\alpha\beta\gamma$ *a circumferentia circuli* $\alpha\beta$ *ad circumferentiam alterius* ducatur, et *ducantur* parallelae $\alpha\delta$ $\varepsilon\gamma$ ad centra circulorum vergentes[1]; dico circulos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in puncto β se tangere. Prop. 113

Sumantur circulorum centra δ ε, et iungantur $\delta\beta$ $\beta\varepsilon$; recta igitur est quae per δ β ε transit. Etenim *ex hypothesi* $\alpha\delta$ $\varepsilon\gamma$ parallelae sunt, estque $\alpha\delta : \delta\beta = \gamma\varepsilon : \varepsilon\beta$, et fiunt duo triangula angulos $\delta\alpha\beta$ et $\varepsilon\gamma\beta$ aequales habentia, quorum circa alteros angulos $\alpha\delta\beta$ et $\gamma\varepsilon\beta$ latera proportionalia sunt; aequiangula igitur sunt triangula; ergo angulus $\alpha\beta\delta$ angulo $\gamma\beta\varepsilon$ aequalis est. Et est recta $\alpha\beta\gamma$; ergo etiam $\delta\beta\varepsilon$ recta est[2]. Sed quoniam recta est quae per centra et punctum concursûs transit, circuli igitur $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in puncto β se tangunt.

In problema quinquagesimum secundum.

XIX[3]. Sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et aequales $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, sitque angulus $\alpha\gamma\delta$ obtusus et $\beta\delta\gamma$ acutus; dico parallelogrammum esse $\alpha\beta\delta\gamma$. Prop. 114



Quoniam enim angulus $\alpha\gamma\delta$ obtusus et $\beta\delta\gamma$ acutus est, perpendicularis ab α ad $\gamma\delta$ ducta extra punctum γ, itemque perpendicularis ex β intra

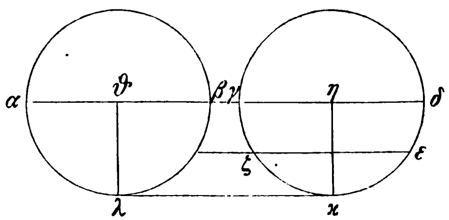
1) Ipsa hypothesis, nec minus quae sequitur demonstratio nonnulla habet, quibus iure offendas. Nam unum punctum β utrique circulo commune esse tacite supponitur, quod nisi esset, aut non parallelae essent $\alpha\delta$ $\varepsilon\gamma$, aut alterutrum punctorum δ ε non esset centrum; at si unum punctum β circulis commune esse sumitur, eosdem se tangere demonstratur in elem. 3, 13. Ergo hoc lemma integrum servatum esse negaverim.

2) Conf. supra p. 843 adnot. 1.

3) Lemmata XIX XX XXII ab interpolatore addita esse suspicatur Haumannus p. 69.

καὶ ἔστωσαν αἱ ΑΕ ΒΖ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΒΖ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ παράλληλος, καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Ε Ζ σημείοις γωνίαι· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΖΔ τῇ ΕΓ, ὥστε καὶ ὅλη ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση.

180 *κʹ. Δύο ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒ ΓΔ, καὶ διὰ τῶν κέντρων ἡ ΑΔ, καὶ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἐκβληθεῖσα τέμνει καὶ τὸν ΑΒ κύκλον.*



Εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Η Θ, καὶ ἀπὸ τῶν Η Θ σημείων τῇ ΑΔ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ΗΚ ΘΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ *ΗΚ τῇ ΘΛ. ἀλλὰ καὶ παράλληλος· καὶ ἡ ΚΛ* ἄρα *τῇ ΗΘ ἴση ἐστὶν καὶ παράλληλος, ὥστε ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Κ Λ γωνίαι. καὶ εἰσὶν ἐκ τῶν κέντρων αἱ ΗΚ ΘΛ· ἡ ΚΛ ἄρα ἐφάπτεται τῶν κύκλων. φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ ΓΔ ἐφαπτομένη καὶ τοῦ ΑΒ ἐφάπτεται· ἡ ἄρα τὸν ΓΔ τέμνουσα ἡ ΕΖ καὶ τὸν ΑΒ τέμνει ἐκβληθεῖσα (ἐπεὶ καὶ μεταξὺ τῶν Β Λ ἔσται, ὡς ἡ ΕΖ τῶν Γ Κ ἐστὶν μεταξύ).*

181 *καʹ. Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΔΑ τῇ ΑΕ, μείζων δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· ὅτι ἐκβληθεῖσα ἡ ΔΕ συμπίπτει τῇ ΒΓ.*

Κείσθω τῇ ΓΕ ἴση ἡ ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ· παράλ-

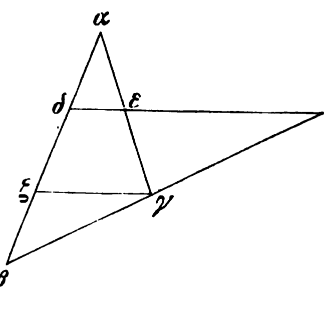
---

3. *αἱ* om. AB, add. S *τοῖς ΕΖ* A, distinx. BS 4. *καὶ ἡ ΖΔ* A[s]S *Co*, *καὶ ἡ βδ* B cod. *Co* *τῆι ΑΓ ὥστε* AB cod. *Co*, corr. S *Co* *ὅλη* ante *τῇ ΓΔ ἐστὶν* add. V 6. *κʹ* add. BS *οἱ ΑΒ ΒΓ* AB, *οἱ αβ δγ* S, corr. *Hu* 10—12. *τὰ ΗΘ — τῶν ΗΘ* A, distinx. BS 14. *ΗΚ ΘΛ* add. *Co* 14. 15. *καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ* add. *Co* 15. 16. *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ* add. *Co* 18. *ἄρα* add. *Co* 19. *τοῖς ΚΛ* A, distinx. BS 21. *ἡ τοῦ ΔΕ* AB cod. *Co*, *ἡ τοῦ δγ* S, corr. *Co* *ἐφαπτομένη* B[s]S, *ἐφάπτεται* A cod. *Co* 21. 22. *καὶ τοῦ ΑΒ ἐφάπτεται* bis scripta sunt in A, unde *ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ ἐφάπτεται* B,

punctum δ cadit; sintque eae perpendiculares $\alpha\varepsilon$ $\beta\zeta$. Est igitur $\alpha\varepsilon \parallel \beta\zeta$; sed *ex hypothesi* etiam $\alpha\beta \parallel \gamma\delta$; *ergo parallelogrammum est* $\alpha\beta\zeta\varepsilon$, *ideoque* $\alpha\varepsilon = \beta\zeta$; *sed ex hypothesi etiam* $\alpha\gamma = \beta\delta$, et anguli ε ζ recti sunt; ergo est $\varepsilon\gamma = \zeta\delta$*), itaque etiam $\varepsilon\gamma + \gamma\zeta = \gamma\zeta + \zeta\delta$, *id est* $\varepsilon\zeta = \gamma\delta$. Ergo etiam $\alpha\beta$, *quae in parallelogrammo* $\alpha\beta\zeta\varepsilon$ *rectae* $\varepsilon\zeta$ *aequalis est*, rectae $\gamma\delta$ est aequalis, *itaque parallelogrammum est* $\alpha\beta\delta\gamma$ (*elem.* 1, 33).

XX. *Sint* duo aequales circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et per centra *ducatur* recta $\alpha\delta$ *circumferentiam secans in punctis* α β γ δ, et *ducatur in circulo* $\gamma\delta$ parallela *diametro* $\gamma\delta$ recta $\varepsilon\zeta$; dico hanc productam circulum $\alpha\beta$ secare. Prop. 115

Sumantur circulorum centra η ϑ, et ab his ducantur $\eta\varkappa$ $\vartheta\lambda$ perpendiculares rectae $\alpha\delta$, et iungatur $\varkappa\lambda$. Sunt igitur aequales $\eta\varkappa$ $\vartheta\lambda$; sed eaedem etiam parallelae; itaque anguli $\varkappa$ λ recti sunt. Et ex centris ductae sunt $\eta\varkappa$ $\vartheta\lambda$; ergo $\varkappa\lambda$ utrumque circulum tangit. Iam apparet rectam *hac ratione ductam*, si circulum $\gamma\delta$ tangit, eandem etiam circulum $\alpha\beta$ tangere; ergo recta $\varepsilon\zeta$ circulum $\gamma\delta$ secans, si producatur, etiam circulum $\alpha\beta$ secat (etenim inter puncta β λ perinde erit atque $\varepsilon\zeta$ inter puncta γ $\varkappa$ est).



XXI. Sit $\delta\alpha = \alpha\varepsilon$, et $\beta\delta > \gamma\varepsilon$, et iungatur $\delta\varepsilon$; dico rectam $\delta\varepsilon$ productam occurrere rectae $\beta\gamma$ *productae*. Prop 116

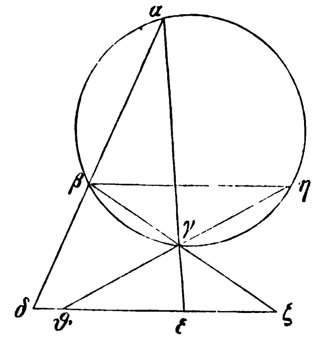
Ponatur $\delta\zeta = \varepsilon\gamma$, et iungatur $\gamma\zeta$; haec igitur rectae $\delta\varepsilon$ parallela est, eademque

*) Non quartum, quod nunc dicunt, congruentiae theorema, sed elem. 1 propos. 47 scriptor adhibuisse videtur, ex quo efficitur esse $\varepsilon\gamma^2 = \zeta\delta^2$ etc.

ἐφάπτεται καὶ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$ S 23. 24. ἐπεὶ καὶ — ἐστὶν μεταξὺ interpolata esse videntur (delentur ab Haumanno p. 53) 23. ἐπεὶ *Hu* pro δὲ 23. 24. τῶν $\overline{BA}$ — τῶν $\overline{\Gamma K}$ A, distinx. BS 24. post μεταξὺ add. ἡ $\overline{EZ}$ μείζων ABS, del. *Co* 25. lemma κα' post superius lemma ιδ' reponendum esse putat Haumann. p. 68 κα' add. BS ληλος ἄρα ἐστὶν τῇ ΔΕ, καὶ συμπίπτει τῇ ΒΓ· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα συμπίπτει τῇ ΒΓ.

Πρόβλημα εἰς τὸ αὐτό.

182 κβ'. Θέσει ὄντος κύκλου τοῦ ΑΒΓ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν Δ Ε Ζ ἐπ' εὐθείας, κλᾶν τὴν ΔΑΕ καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν ΒΓ τῇ ΓΖ.



Γεγονέτω· καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία, τουτέστιν ἡ Α, τῇ ὑπὸ ΓΘΖ γωνίᾳ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΔΕΘ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΑΕΓ (ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ Ε ἐφαπτομένης)· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΘ. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΘ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει· καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Ε· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Θ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Ζ δοθέν· γέγονεν δή μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν Θ Ζ κλᾶν τὴν ΘΓΖ καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν ΒΗ τῇ ΘΕΖ· τοῦτο δὲ προγέγραπται. δοθὲν ἄρα τὸ Γ. ἀλλὰ καὶ τὸ Ε δοθέν· θέσει ἄρα ἡ ΓΕ. ἀλλὰ καὶ ὁ κύκλος δοθείς· δοθὲν ἄρα τὸ Α. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Δ δοθέν· θέσει ἄρα καὶ ἡ ΔΑ, ὅπερ: ~

183 Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω ὁ μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὰ δὲ δοθέντα ἐπ' εὐθείας τρία σημεῖα

---

4. κβ' add. BS δοθέντος Ca (at conf. supra p. 834, 8. 840, 2) καὶ add. Co 5. τῶν $\overline{ΔΕΖ}$ A, distinx. BS κλᾶν Ca (κλάσαι Co) pro κᾶν δοθεῖσαν 9. 10. ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΓ ἐκβεβλήσθω Hu 10. καὶ add. Ge 12. 13. post ΓΘΖ γωνίᾳ add. Co ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΓΒΔ (sic) σημεῖα 19. ἄρα καὶ ἡ $\overline{ΖΘ}$ ABS, corr. Co in Lat. versione 22. κλᾶν Ca (κλάσαι Co) pro $\overline{ΚΛ}$ ἂν τὴν ΘΓΖ add. Co τῆι $\overline{ΘΚΖ}$ ABS, τῇ ΘΖ Ca, corr. Co 28. ὁ $\overline{ΑΒΓΔ}$ AB, corr. S

cum recta $\beta\gamma$ concurrit; ergo etiam $\delta\varepsilon$ *producta* rectae $\beta\gamma$ *productae* occurrit[1]).

Problema in idem *Apollonii problema*[2]).

XXII. Circulo $\alpha\beta\gamma$ positione dato, tribusque in eadem recta datis punctis δ ε ζ, *a punctis* δ ε rectae $\delta\alpha$ $\varepsilon\alpha$, *circumferentiam in punctis* β α γ *secantes, ita* inflectantur, ut recta sit quae per β γ ζ transit. Prop. 117

Factum iam sit, et per β rectae $\delta\zeta$ parallela ducatur $\beta\eta$, et iuncta $\eta\gamma$ producatur ad ϑ *punctum sectionis rectae* $\delta\zeta$; angulus igitur $\beta\eta\gamma$, sive (*quia in eodem segmento est*) $\beta\alpha\gamma$, aequalis est angulo $\gamma\vartheta\zeta$. *Sed anguli* $\gamma\vartheta\zeta + \gamma\vartheta\delta$ *duobus rectis aequales sunt; ergo item anguli* $\beta\alpha\gamma$ (*sive* $\delta\alpha\gamma$) $+ \gamma\vartheta\delta$; *in circuli igitur circumferentia sunt puncta* α γ ϑ δ, itaque est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$. Datum autem est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$ (aequale enim est quadrato ab ea recta, quae ex ε *ducta circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit)[3]); ergo etiam $\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$ datum est. Et est data $\delta\varepsilon$; ergo etiam $\varepsilon\vartheta$ *magnitudine* data (*dat.* 57). Sed *eadem* etiam positione; et est datum ε; ergo etiam ϑ datum (*dat.* 27). Sed etiam ζ datum est; problema igitur eo reductum est, ut a duobus datis punctis ϑ ζ inflectantur rectae $\vartheta\gamma$ $\zeta\gamma$, fiatque $\beta\eta$ parallela rectae $\vartheta\varepsilon\zeta$; hoc autem supra (*lemm.* X) demonstratum est. Datum igitur est γ. Sed etiam ε datum; ergo etiam $\gamma\varepsilon$ positione *data est* (*dat.* 26). Sed etiam circulus *positione* datus; ergo etiam α datum (*dat.* 25). Sed etiam δ datum, ergo etiam $\delta\alpha$ positione *data est,* q. e. d.

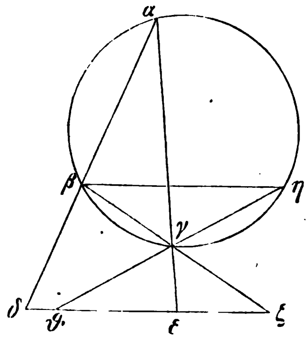
Componetur problema sic. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, et data in eâdem rectâ tria puncta δ ε ζ, et quadrato ab ea recta, quae

1) Procli commentarium in elem. 1, 29 (p. 372 ed. Friedlein.) citat *Co,* ipsorum elementorum libri I propos. 17 et 29 et axioma 11 *Ca.*

2) Hoc lemma ab interpolatore additum esse suspicatur Haumannus p. 69.

3) Quadratum ab ea quae supra dicitur tangente datum est propter Euclid. dat. 91; ceterum quae causa sit, cur scriptor illius potius quadrati mentione omissa non ad dat. 92 provocaverit, significavimus p. 835 adnot. ** extr.

τὰ Δ Ε Ζ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΔΕΘ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Θ Ζ, εἰς τὸν κύκλον ἀπὸ τῶν Θ Ζ κεκλάσθω ἡ ΘΓΖ, ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν ΒΗ τῇ ΘΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Α· *λέγω ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Β Δ.*



Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ΑΕΓ ΔΕΘ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ Ε ἐφαπτομένης, ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕΓ τῷ ὑπὸ ΔΕΘ· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Δ Θ Γ Α σημεῖα. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΘΖ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἐν κύκλῳ, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΘΖ γωνίᾳ. καὶ ἔστιν ἐν κύκλῳ τὰ Α Γ Θ Δ σημεῖα· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, ὅπερ: ~

Μένει δ' αὐτοῦ καὶ τὰ πτωτικά· ἀπάγεται γὰρ εἰς τὰ πτωτικὰ τοῦ ἑπταχαιδεκάτου.

184 *κγ'. Ἔστωσαν δύο κύκλοι οἱ ΑΒ ΓΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΖ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ κέντρου τοῦ ΓΔ κύκλου· ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Η διαγομένη τέμνουσα τὸν ΓΔ κύκλον ἐκβληθεῖσα καὶ τὸν ΑΒ τέμνει.*

---

1. *τὰ* $\overline{ΔEZ}$ A, distinx. BS *ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ Ε ἐφαπτομένης* coni. *Co* 2. *τῶν* $\overline{ΘZ}$ A, distinx. BS, item vs. 3 3. *ἡ ΘΓΖ Co* pro *εὐθεῖα* 4. 5. *καὶ ἐπεζεύχθω — τὸ Α* add. *Co* 5. *τῶν* $\overline{ΑΒΔ}$ A, distinx. BS 9. *τὸ* (ante *ὑπὸ ΑΕΓ*) A[1] ex *τῶι* 10. 11. *τὰ* $\overline{ΔΘ}$ $\overline{ΓΑ}$ A, distinx. BS 14. *ἐν κύκλῳ Ca, ἐν κύκλωι ἀλ* A, *ἐν κύκλῳ ἀλλ'* BS, *ἐν κύκλου τμήματι Hu* 16. *ὑπὸ ΓΘΖ Hu* pro *ὑπὸ ΓΘΕ* 17. 18. *τὰ* $\overline{ΑΓΔΘ}$ A, distinx. BS, corr. *Hu* 19. *μενει δαυτου* (sine acc.) A 20. *τοῦ ἑπτακαιδεκάτου Hu* (conf. supra lemma XII), *του εις τουτο ἀπάγεται* A(B), *τοῦ εἰκοστοῦ τὸ ἀπάγεται* S, *τοῦ εἰς τὸ ιϛ' Ca* (restat ut quaeratur, quinam praeterea problematis Apolloniani numerus probabiliter huc referri possit; neque hoc omittam, in *ἀπάγεται*, quod extremum codex habet, fortasse latere *Ἀπολλωνίου*) 21. lemma *κγ'*

ex ε *ducta circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit, aequale ponatur rectangulum $\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$, et datis duobus punctis ϑ ζ, ab his ad circuli circumferentiam rectae $\vartheta\gamma$ $\zeta\gamma$ ita inflectantur, ut $\beta\eta$ parallela sit rectae $\vartheta\zeta$ (*lemm.* X), et iungatur $\varepsilon\gamma$ producaturque ad α *alterum punctum sectionis circumferentiae;* dico rectam esse quae per puncta α β δ transit.

Quoniam enim et rectangulum $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$ et (*ex constructione*) rectangulum $\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$ aequale est quadrato ab ea recta, quae ex ε *ducta circulum* $\alpha\beta\gamma$ tangit, est igitur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$; ergo in circuli circumferentia sunt puncta δ ϑ γ α. Et quia *propter parallelas* $\beta\eta$ $\vartheta\zeta$ angulus $\beta\eta\gamma$ angulo $\gamma\vartheta\zeta$, atque, *ut* in eodem circuli segmento, angulus $\beta\eta\gamma$ angulo $\beta\alpha\gamma$ aequalis est, angulus igitur $\beta\alpha\gamma$ est aequalis angulo $\gamma\vartheta\zeta$; *itaque anguli* $\beta\alpha\gamma + \gamma\vartheta\delta$ *duos rectos efficiunt* (*quoniam propter rectam* $\delta\vartheta\zeta$ *item anguli* $\gamma\vartheta\zeta + \gamma\vartheta\delta$). Et, *quia* puncta α γ ϑ δ in circuli circumferentia sunt, *item anguli* $\delta\alpha\gamma + \gamma\vartheta\delta$ *duos rectos efficiunt; ergo angulus* $\beta\alpha\gamma$ *angulo* $\delta\alpha\gamma$ *aequalis est*, itaque $\alpha\beta$ in eadem recta est ac $\beta\delta$*), q. e. d.

Casus problematis non mutantur; etenim ad casus septimidecimi reducuntur.

XXIII. Sint duo circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et producatur $\alpha\delta$, fiatque, ut $\varepsilon\eta$ ad $\eta\zeta$, ita radius circuli $\alpha\beta$ ad radium circuli $\gamma\delta$; dico, si recta *quaelibet* ab η ducta circulum $\gamma\delta$ secet, eandem productam circulum $\alpha\beta$ secare [1]). Prop. 118

*) Rectius, puto, scriptor $\alpha\beta$ et $\alpha\delta$ in eadem recta esse dixisset. Apparet autem demonstrationem apagogicam cogitatione supplendam esse. Nam si $\alpha\beta$ non congrueret cum $\alpha\delta$, angulus $\beta\alpha\gamma$ aut maior aut minor esset quam $\delta\alpha\gamma$ etc.

1) Multa in hoc lemmate vitiosa esse eiusque propositionem sic restituendam esse censet *Ca* p. 110: "Dati sint duo circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ non ex eodem centro descripti, sintque centra eorum ε ζ iungaturque recta $\varepsilon\zeta$: dico sumi posse in ipsa recta $\varepsilon\zeta$, et, si circuli sint inaequales, maior nempe circulus $\alpha\beta$, minor vero circulus $\gamma\delta$, sumi posse praeterea in recta $\varepsilon\zeta$ ultra ζ producta punctum η tale, ut sit $\varepsilon\eta$ ad $\eta\zeta$ in eadem ratione ac radius circuli $\alpha\beta$ ad radium circuli $\gamma\delta$, ductâque ex puncto η rectâ quacunque, quae secet alterutrum circulorum, v. g. circulum $\gamma\delta$, dico eandem productam secare etiam alterum circulum $\alpha\beta$".

---

una cum $\varkappa\alpha'$ post superius lemma $\iota\delta'$ reponendum esse putat Haumann. p. 68 $\varkappa\gamma'$ add. BS ἔστω A, corr. BS 22. πρὸς τὴν $\overline{H\varDelta}$ ABS, corr. *Co*

*Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Ε Ζ σημεῖα, καὶ ἀπὸ τοῦ Η τοῦ ΓΔ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ, καὶ τῇ ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΚ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΖ, οὕτως ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΖΘ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Η Θ Κ. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ Θ γωνία· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ Κ γωνία, ὥστε, εἰ τοῦ ΓΔ ἐφάπτεται ἡ ἀπὸ τοῦ Η, ἐκβληθεῖσα καὶ τοῦ ΑΒ ἐφάψεται. ἀλλὰ αἱ τέμνουσαι τὸν ΓΔ μεταξὺ τῶν Δ Θ εἰσίν· ἐκβαλλόμεναι ἄρα μεταξὺ τῶν Κ Β ἔσονται. καὶ ἔστιν ἐφαπτομένη ἡ ΗΚ· τέμνει ἄρα ἡ μεταξὺ τῶν Β Κ, Δ Θ. ἀλλὰ ἡ αὐτὴ καὶ τὸν ΓΔ τέμνει· ἡ ἄρα τὸν ΓΔ τέμνουσα καὶ τὸν ΑΒ τέμνει ἀγομένη ἀπὸ τοῦ Η σημείου.

Τὸ πρῶτον τῶν ἐπαφῶν ἔχει προβλήματα ἑπτά, τὸ δεύτερον προβλήματα δ′.

Ἐπιπέδων τόπων α′ β′.

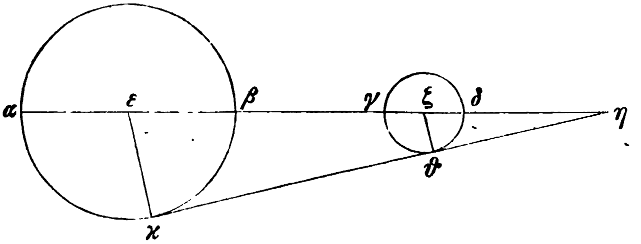
Εἰς τὸν τοῦ δευτέρου πρῶτον τόπον.

185 α′. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ διήχθω [τυχοῦσα] ἡ ΑΔ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· ὅτι γίνεται ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΓ τῷ ἀπὸ ΑΔ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΓΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΕ, καὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΕ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἦν τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΑ ΓΕ τῷ ἀπὸ ΓΑ· ἀνάλογον ἄρα αἱ

1. τὰ $\overline{EZ}$ A, distinx. BS 2 ἤχθω ἡ $\overline{HZ}$ A[1], Θ super Ζ corr. A[2] 3. καὶ τῇ ΖΘ add. *Hu* 5. 6. τῶν $\overline{H\Theta K}$ καὶ ἔστιν ὀρθὴ $\overline{H\Theta}$ A, distinx. BS 8. ἀλλὰ αἱ *Hu* pro ἀλλὰ καὶ 8. 9. τῶν $\overline{\Delta\Theta}$ — τῶν $\overline{KB}$ A, distinx. BS 10. 11. τῶν $\overline{BK}$ $\overline{Z\Theta}$ A, distinx. BS, corr. *Co* 11. καὶ τὸν ΓΔ *Hu* pro καὶ τὸν $\overline{AB}$ 13. 14. conf. supra p. 648; 14. 15 ἔχει add. *Hu* 15. επιπεδ͡ τοπ͡ $\bar{α}$ $\bar{β}$ A, α′ om. BS 17. α′ add. BS τυχοῦσα auctore Simsono (Apollon. loc. plan. p. 120) del. *Hu* 25. ἄρα αἱ *Hu* pro ἄρα καὶ

Sumantur enim circulorum centra ε ζ, et ab η ducatur $\eta\vartheta$ circulum $\gamma\delta$ tangens *in puncto* ϑ, et iungatur $\zeta\vartheta$, eique parallela ducatur $\varepsilon\varkappa$. Iam quia est $\varepsilon\eta : \eta\zeta = \varepsilon\varkappa : \zeta\vartheta$, recta igitur est quae per η ϑ $\varkappa$ transit[2]). Et est rectus angulus $\zeta\vartheta\eta$;



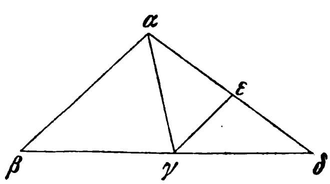
ergo etiam $\varepsilon\varkappa\eta$ rectus est; itaque, si recta ab η ducta circulum $\gamma\delta$ tangit, eadem producta etiam circulum $\alpha\beta$ tanget. Sed rectae circulum $\gamma\delta$ secantes sunt inter puncta δ et ϑ; productae igitur inter β et $\varkappa$ erunt. Et tangit *circulum* $\alpha\beta$ recta $\eta\varkappa$; secat igitur *eundem* recta quae est inter puncta δ ϑ, β $\varkappa$. Sed eadem etiam circulum $\gamma\delta$ secat; ergo recta a puncto η ducta, circulum $\gamma\delta$ secans, *producta* etiam circulum $\alpha\beta$ secat.

Primus tactionum liber problemata septem, secundus problemata quattuor habet.

LEMMATA IN LOCORUM PLANORUM LIBROS I ET II.

In primum secundi libri locum.

I. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et ducatur recta $\alpha\delta$ ita, ut sit $\beta\delta : \delta\gamma = \beta\alpha^2 : \alpha\gamma^2$; dico esse $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta^2$. Prop. 119



Ducatur per γ recta $\gamma\varepsilon$ parallela ipsi $\alpha\beta$; ergo est $\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \gamma\varepsilon = \alpha\beta^2 : \alpha\beta \cdot \gamma\varepsilon$. Sed *ex hypothesi* erat $\beta\delta : \delta\gamma = \beta\alpha^2 : \alpha\gamma^2$; est igitur $\alpha\beta \cdot \gamma\varepsilon = \alpha\gamma^2$. Ergo in proportione sunt $\beta\alpha : \alpha\gamma = \alpha\gamma : \gamma\varepsilon$; *et sunt eaedem* circa aequales angulos alternos; *similia* igitur *sunt*

2) Hoc Pappus demonstrat IV propos. 13. Conf. infra p. 871 adnot. *.

περὶ ἴσας γωνίας τὰς ἐναλλάξ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΑΔ τῇ Β, ὥστε ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΔΓ τῷ ἀπὸ ΔΑ.

Τὸ δὲ ἀναστρεφόμενον φανερόν.

Εἰς τὸν δεύτερον τόπον.

186 *β'. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ κάθετος ἡ ΔΑ· ὅτι μὲν ἡ τῶν ἀπὸ ΒΑ ΑΓ ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν ἀπὸ ΒΔ ΔΓ ὑπεροχῇ· ἐὰν δὲ ἡ ΒΓ δίχα τμηθῇ κατὰ τὸ Ε, ἡ τῶν ἀπὸ ΒΔ* ΔΓ ὑπεροχή *ἐστιν τὸ δὶς ὑπὸ ΒΓ ΕΔ.*

Ὅτι μὲν οὖν ἡ τῶν ἀπὸ ΒΑ ΑΓ ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῇ τῶν ἀπὸ ΔΒ ΔΓ ὑπεροχῇ, φανερόν· ἔστιν γὰρ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΒ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ ΑΔ, *τὸ δὲ ἀπὸ ΑΓ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ· ᾧ ἄρα ὑπερέχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ ΑΓ, τούτῳ ὑπερέχει τὰ ἀπὸ ΑΔ ΔΒ τῶν ἀπὸ ΑΔ ΔΓ. κἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΑΔ, λοιπὸν ἄρα ᾧ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ ΒΔ τοῦ ἀπὸ ΔΓ, τούτῳ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ ΑΓ. ὅτι καὶ ἡ τῶν ἀπὸ ΒΔ ΔΓ ὑπεροχή ἐστιν τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ ΔΕ, οὕτως· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἡ ΒΔ ἄρα ἴση ἐστὶν συναμφοτέρῳ τῇ ΓΕΔ· καὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕΔ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕΔ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ὑπερέχει τῷ τετράκις ὑπὸ ΓΕΔ, τουτέστιν τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ ΔΕ· ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ ΒΔ ΔΓ ὑπεροχή ἐστιν τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΓ ΔΕ.*

---

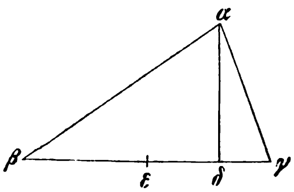
1. *ἴσην γωνίαν* AB, corr. S 2. *ὑπὸ ΒΑΓ* ABS, corr. V[2] *Co* 3. *ἀναστρεφόμενον* B[1], *ἀναγραφόμενον* AB[c]S 5. *β'* add. BS 6. *ἡ* add. BS *βα αγ* B[c] *Co*, *ΒΔ ΑΓ* AB[1]S *ἐστὶ* A[s]BS 7. *ὑπεροχῇ* S, *ὑπεροχης* (sine acc.) A(B) *κατὰ* add. *Ge* 8. *ΔΓ ὑπεροχή* add. *Co*, qui praeterea coni. *ἡ τῶν ἀπὸ ΒΑ ΑΓ ὑπεροχή*, idque comprobat Simsonus p. 117 (*Ca* p. 208) *ἔσται τὸ δὶς Hu* 9. *ΒΑΑΓ* A, distinx. BS 11. *ἀπὸ τῶν ΑΒ* ABS, *ἀπὸ τοῦ ΑΒ* minus recte coni. *Co* idque recepit *Ca*, *τῶν* altera coniectura del. *Co* *ἀπὸ τῶν ΒΔ τὸ* AB, *αδ* add. SV (et Paris. 2368 correctus ex *αγ*) 12. *ᾧ* S, *ὡς* AB 14. *καὶ ἀφῃρήσθω* S 15. *τοῦ ἀπὸ ΔΒ* ABS, sed in V *δβ* punctis notatum, *ΔΓ* corr. *Ca* auctore *Co* post *τοῦ ἀπὸ ΑΓ* add. ABS *τῶν δὲ ἀπὸ ΒΔ ΔΓ τὸ δὶς ὑπὸ ΒΓ ΕΔ. ὥστε καὶ τῶν ἀπὸ ΑΒ ΑΓ*, del. *Hu* 16. *ὅτι δὲ καὶ Hu* (conf. vs. 9) 18. *συναμφοτέρῳ* S, *συναμφότερος* AB *τὸ ἀπὸ ΒΔ* recte AB, *τὸ ἀπὸ εδ* S 21. *τῷ δὶς* BS, *τὸ δὶς* A

triangula $\beta\alpha\gamma$ $\alpha\gamma\varepsilon$, *et* angulus $\gamma\alpha\varepsilon$ *sive* $\gamma\alpha\delta$ angulo $\alpha\beta\gamma$ aequalis est; *itaque*, *communi angulo* δ, *etiam triangula* $\alpha\beta\delta$ $\gamma\alpha\delta$ *similia sunt*, ita ut sit $\beta\delta : \delta\alpha = \alpha\delta : \delta\gamma$, *ideoque* $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta^2$ *).

Inversio autem manifesta est.

In secundum locum.

II. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et perpendicularis *ad basim ducatur* $\alpha\delta$; dico esse $\beta\alpha^2 - \alpha\gamma^2 = \beta\delta^2 - \delta\gamma^2$ **), et, si $\beta\gamma$ bifariam secetur in ε, $\beta\delta^2 - \delta\gamma^2 = 2\beta\gamma \cdot \varepsilon\delta$. Prop. 120



Primum apparet esse $\beta\alpha^2 - \alpha\gamma^2 = \beta\delta^2 - \delta\gamma^2$. Est enim $\alpha\beta^2 = \beta\delta^2 + \alpha\delta^2$, et $\alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 + \delta\gamma^2$; ergo est $\alpha\beta^2 - \alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 + \delta\beta^2 - (\alpha\delta^2 + \delta\gamma^2)$. Et subtrahatur $\alpha\delta^2$; restat igitur $\beta\delta^2 - \delta\gamma^2 = \alpha\beta^2 - \alpha\gamma^2$. Tum *si* $\beta\gamma$ *bifariam secetur in* ε, esse $\beta\delta^2 - \delta\gamma^2 = 2\beta\gamma \cdot \delta\varepsilon$ sic *demonstratur*. Quoniam est $\beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, est igitur

$$\beta\delta = \gamma\varepsilon + \varepsilon\delta, \text{ itaque}$$
$$\beta\delta^2 = (\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta)^2, \textit{ id est}$$
$$= \gamma\varepsilon^2 + \varepsilon\delta^2 + 2\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta, \textit{ sive, quia est } \gamma\varepsilon = \gamma\delta + \delta\varepsilon,$$
$$= \gamma\delta^2 + 2\,\delta\varepsilon^2 + 2\gamma\delta \cdot \delta\varepsilon + 2\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta.$$

Sed *propter elem.* 2, 3 *est* $\delta\varepsilon^2 + \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$; *est igitur*

$$(\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta)^2 = \gamma\delta^2 + 4\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta, \textit{ sive}$$
$$(\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta)^2 - \gamma\delta^2 = 4\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta.$$

Sed erat $(\gamma\varepsilon + \varepsilon\delta)^2 = \beta\delta^2$, *et* $\gamma\varepsilon = \frac{1}{2}\beta\gamma$; est igitur

$$\beta\delta^2 - \gamma\delta^2 = 2\beta\gamma \cdot \varepsilon\delta \text{ ***}).$$

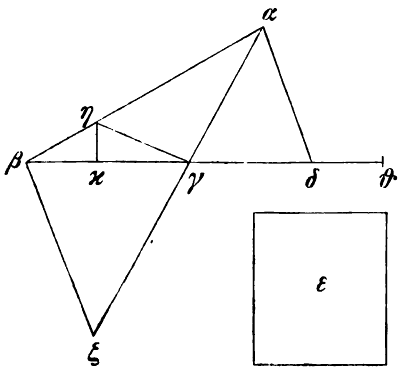
*) Quae Graecus scriptor omisit, ea secundum Simsonum p. 120 (*Ca* p. 211) supra suppleta sunt. Similiter V2 ad Graeca *αἱ περὶ ἴσας γωνίας τὰς ἐναλλάξ* adnotat: "*αἱ* $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\gamma\varepsilon}$. quia angulus ad δ est communis triangulorum $\overline{\beta\alpha\delta}$ $\overline{\gamma\alpha\delta}$ et angulus $\overline{\gamma\alpha\delta}$ aequalis angulo $\overline{\beta}$. ergo reliquus $\overline{\beta\alpha\delta}$ aequalis reliquo $\overline{\alpha\gamma\delta}$. est ergo sicut $\overline{\beta\delta}$ ad $\overline{\delta\alpha}$ sic $\overline{\delta\alpha}$ ad $\overline{\delta\gamma}$. ergo *τὸ ὑπὸ* $\overline{\beta\delta\gamma}$ aequale *τῷ ἀπὸ* $\overline{\delta\alpha}$".

**) Hinc facile efficitur illud lemma, quod supra p. 765 adnot. ** (ubi haec ipsa Pappi propositio citanda erat) auctore Commandino supplevimus.

***) Quae in Graeco contextu desunt addita secundum *Co.*

Εἰς τὸν αὐτόν, ἐὰν μὴ ὁ λόγος ἴσου πρὸς ἴσον.

187 *γʹ. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τὸ ἀπὸ ΒΑ τοῦ ἀπὸ ΑΓ δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ, δοθέντι μὲν τῷ Ε, ἐν λόγῳ δὲ τῷ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ· ὅτι μεῖζόν ἐστιν τὸ ὑπὸ ΔΒΓ τοῦ Ε χωρίου.*



Ἀφῃρήσθω γὰρ τὸ δοθὲν χωρίον τὸ ὑπὸ ΑΒΗ· λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΒΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ λόγος ἐστὶν δοθεὶς ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ. κείσθω τῷ ὑπὸ ΒΑΗ ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΑΓ· λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΖΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν τῆς ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΖΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Ζ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΑΔ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ Ζ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΑΗΓ γωνίᾳ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΓΑΔ γωνίᾳ. μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΘ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ· καὶ τῆς ὑπὸ ΓΗΑ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΘ γωνία· ὥστε μεῖζόν ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΔΒΓ τοῦ ὑπὸ ΑΒΗ, τουτέστιν τοῦ Ε [τοῦ δοθέντος] χωρίου.

Εἰς τὸν τρίτον τόπον.

188 *δʹ. Ἐὰν ᾖ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ διαχθῇ τις ἡ ΑΔ δίχα τέμνουσα τὴν ΒΓ, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετράγωνα διπλάσιά ἐστιν τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τετραγώνων.*

Ἤχθω κάθετος ἡ ΑΕ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ τετρά-

---

2. *γʹ* add. BS 3. *δοθέντι Ge* auctore *Co* pro *δοθέντος* *δοθέντι* idem pro *δοθὲν* *ἐν* add. *Hu* 4. *ΔΒΓ Co* pro $\overline{Β Δ Γ}$ 6. 7. *γὰρ τῷ δοθέντι χωρίῳ ἴσον τὸ ὑπὸ* cet. *Hu* 8. *λοιποῦ Co* pro *λοιπὸν* 12. *πρὸς τὴν ΔΓ Co* pro *πρὸς τὴν* $\overline{ΑΓ}$ 14. *λοιποῦ Co*

In eundem *locum*, si non sit proportio aequalis *magnitudinis* ad aequalem.

III. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et sit quadratum ex $\beta\alpha$ comparatum cum quadrato ex $\alpha\gamma$ dato *spatio* maius quam in proportione, *nempe* dato *spatio* ε, in proportione autem rectae $\beta\delta$ ad $\delta\gamma$; dico rectangulum $\delta\beta \cdot \beta\gamma$ maius esse quam spatium ε (*vel brevius sic: sit triangulum* $\alpha\beta\gamma$, *datum spatium* ε, *data proportio* $\beta\delta : \delta\gamma$, *sitque* $\beta\alpha^2 - \varepsilon : \alpha\gamma^2 = \beta\delta : \delta\gamma$; *erit* $\delta\beta \cdot \beta\gamma > \varepsilon$). Prop. 121

Subtrahatur enim dato spatio ε *aequale* rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\eta$; est igitur

$$\beta\alpha\,(\beta\alpha - \beta\eta) : \alpha\gamma^2 = \beta\delta : \delta\gamma, \text{ sive}$$

$$\beta\alpha \cdot \alpha\eta : \alpha\gamma^2 = \beta\delta : \delta\gamma, \text{ quae est data proportio.}$$

Ponatur $\zeta\alpha \cdot \alpha\gamma = \beta\alpha \cdot \alpha\eta$; est igitur $\zeta\alpha \cdot \alpha\gamma : \alpha\gamma^2$, id est $\zeta\alpha : \alpha\gamma = \beta\delta : \delta\gamma$. Ergo parallelae sunt $\alpha\delta$ $\beta\zeta$*), itaque $\angle\,\beta\zeta\alpha = \angle\,\gamma\alpha\delta$. Sed *quia ex constructione est* $\zeta\alpha \cdot \alpha\gamma = \beta\alpha \cdot \alpha\eta$, *id est* $\zeta\alpha : \alpha\beta = \eta\alpha : \alpha\gamma$, *propter elem. 6, 6* est $\angle\,\beta\zeta\alpha = \angle\,\alpha\eta\gamma$; ergo $\angle\,\alpha\eta\gamma = \angle\,\gamma\alpha\delta$. Estque $\angle\,\alpha\delta\vartheta > \angle\,\gamma\alpha\delta$; ergo etiam $\angle\,\alpha\delta\vartheta > \angle\,\alpha\eta\gamma$, ita ut sit $\delta\beta \cdot \beta\gamma > \alpha\beta \cdot \beta\eta$**), hoc est maius *dato* spatio ε.

In tertium locum.

IV. *Si sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et $\alpha\delta$ ducatur basim $\beta\gamma$ bifariam secans, dico esse $\beta\alpha^2 + \alpha\gamma^2 = 2\,(\alpha\delta^2 + \delta\gamma^2)$. Prop. 122

Ducatur *ad basim* perpendicularis $\alpha\varepsilon$. Sunt autem *prop-*

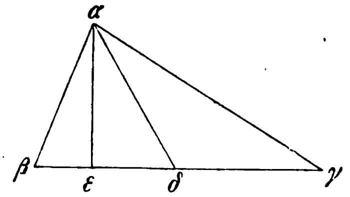
*) Quia est $\zeta\alpha - \alpha\gamma : \alpha\gamma = \beta\delta - \delta\gamma : \delta\gamma$, id est $\zeta\gamma : \alpha\gamma = \beta\gamma : \delta\gamma$, sive $\zeta\gamma : \gamma\beta = \alpha\gamma : \gamma\delta$, unde secundum elem. 6, 6 et 1, 27 efficitur rectas $\beta\zeta$ $\alpha\delta$ parallelas esse (*Co*).

**) Facto angulo $\alpha\eta\kappa$ aequali angulo $\alpha\delta\vartheta$ Commandinus demonstrat, quia anguli $\alpha\eta\kappa + \alpha\delta\kappa$ aequales duobus rectis sint, puncta $\alpha\ \eta\ \kappa\ \delta$ esse in circuli circumferentia, itaque (id quod sequitur ex elem. 3, 36) esse $\alpha\beta \cdot \beta\eta = \delta\beta \cdot \beta\kappa$, tum, quia sit $\beta\gamma > \beta\kappa$, esse $\delta\beta \cdot \beta\gamma > \delta\beta \cdot \beta\kappa$, ergo etiam $\delta\beta \cdot \beta\gamma > \alpha\beta \cdot \beta\eta$.

---

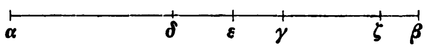
pro λοιπὸν   20. ἡ $\overline{HZ}$ γωνία AB, corr. S   22. δ' ἐστὶν *Hu*
23. τῆς ὑπὸ $\overline{\Gamma H \Delta}$ AB, corr. S   24. τοῦ ὑπὸ $\overline{\Delta B}$ $\overline{H}$ A, coniunx. BS
25. τοῦ δοθέντος interpretamentum esse videtur   27. δ' add. BS
Ἐὰν ᾖ om. S   30. *BE EΓ Co* pro *ΔE EΓ*

γωνα διπλάσιά ἐστιν τῶν ἀπὸ τῶν ΒΔ ΕΔ τετραγώνων·



ἔστιν δὲ καὶ τὸ δὶς ἀπὸ ΑΕ μετὰ τοῦ δὶς ἀπὸ ΔΕ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ μετὰ τοῦ δὶς ἀπὸ ΑΕ ἴσα ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ ΒΑ ΑΓ διπλάσιά ἐστιν τῶν ἀπὸ ΒΔ ΔΑ τετραγώνων, τουτέστιν τῶν ἀπὸ ΓΔ ΔΑ τετραγώνων.

189 ε'. Λόγου ὄντος τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, καὶ χωρίου τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ, ἐὰν τῶν ΔΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ ΒΕ, δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΕ τοῦ ἀπὸ ΕΓ μεῖζόν ἐστιν τῷ ὑπὸ ΓΑ ΑΔ ἢ ἐν λόγῳ τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.



Πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἄλλη τις ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΓ· διελόντι ἄρα ἐστὶν καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΕ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς ὅλην τὴν ΒΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ὡς δὲ ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΓ ἐκ τοῦ εἶναι μέσην ἀνάλογον· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΓΕ. χωρίον χωρίῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΖ ΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ. τὸ δὲ ὑπὸ ΑΖ ΓΕ τοῦ ὑπὸ ΑΕΓ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΖΕΓ. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΑΖ ΕΓ τοῦ ὑπὸ ΑΕΓ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ τοῦ ὑπὸ ΑΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΓ ΔΕ τοῦ ὑπὸ ΑΕΓ μεῖζόν ἐστιν τῷ ὑπὸ ΖΕΓ.

---

2. δὶς ὑπὸ ΑΕ ABS, corr. *Ge* auctore *Co* 9. ΒΔ ΔΑ] ΑΔ ΔΑ ABS, ΑΔ ΔΒ *Co*, ΒΔ ΑΔ *Ca* ΓΔ ΔΑ *Co*, ΓΔΕΑ A(BS), ΓΔ ΑΔ *Ca* 10. ε' add. BS 10. 11. χωρίου τὸ A, corr. BS 17. διελόντι ἄρα ἐστὶν καὶ *Hu*, ἀνάλογον ἄρα ἐστιν κατὰ διαίρεσιν A(BS); conf. p. 860, 12 (scilicet, postquam διελόντι in ἀνάλογον corruptum est, scholiasta quidam additis verbis κατὰ διαίρεσιν veram sententiam conatus est restituere) 24. χωρίῳ ἄρα τὸ coni. *Hu* 25. post τὸ δὲ add. τετράκις ABS, del. *Co* 26. ὑπὸ ΑΖ ΕΓ — 28. ἄρα add. *Co*; contra

ter elem. 2, 9 $\beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 = 2\beta\delta^2 + 2\varepsilon\delta^2$; atque *in triangulo orthogonio* $\alpha\varepsilon\delta$ sunt

$2\alpha\varepsilon^2 + 2\varepsilon\delta^2 = 2\alpha\delta^2$, et *in triangulo orthogonio* $\beta\varepsilon\alpha$

$\beta\varepsilon^2 + \alpha\varepsilon^2 = \beta\alpha^2$, *itemque in triangulo* $\alpha\varepsilon\gamma$

$\alpha\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 = \alpha\gamma^2$, *itaque summâ factâ*

$\beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 + 2\alpha\varepsilon^2 = \beta\alpha^2 + \alpha\gamma^2$; ergo, *si pro* $\beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2$ *id quod supra positum est substituimus,*

$\beta\alpha^2 + \alpha\gamma^2 = 2\beta\delta^2 + 2\varepsilon\delta^2 + 2\alpha\varepsilon^2$, *sive rursus ex superioribus*

$= 2\beta\delta^2 + 2\alpha\delta^2$, sive, *quia est* $\beta\delta = \delta\gamma$,

$= 2(\alpha\delta^2 + \delta\gamma^2)$.

V. Si sit *data* proportio $\alpha\beta : \beta\gamma$, et rectangulum $\gamma\alpha\cdot\alpha\delta$, Prop. 123 *)
et rectarum $\delta\beta$ $\beta\gamma$ media proportionalis sumatur $\beta\varepsilon$, demonstretur quadratum ex $\alpha\varepsilon$, comparatum cum quadrato ex $\varepsilon\gamma$, rectangulo $\gamma\alpha\cdot\alpha\delta$ maius esse quam in proportione $\alpha\beta : \beta\gamma$ (*vel brevius sic: esse* $\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha\cdot\alpha\delta : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\gamma$).

Fiat enim

$\zeta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$; dirimendo igitur est

$\alpha\gamma : \gamma\beta = \zeta\gamma : \gamma\varepsilon$; suntque totae (*elem.* 5, 12)

$\alpha\zeta : \beta\varepsilon = \alpha\gamma : \gamma\beta$; vicissim igitur

$\zeta\alpha : \alpha\gamma = \varepsilon\beta : \beta\gamma$.

Sed quia *ex hypothesi* est $\delta\beta : \beta\varepsilon = \beta\varepsilon : \beta\gamma$, *id est dirimendo* $\delta\varepsilon : \varepsilon\beta = \varepsilon\gamma : \gamma\beta$, *et vicissim* $\delta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \varepsilon\beta : \beta\gamma$, est igitur

$\zeta\alpha : \alpha\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\gamma$; itaque per multiplicationem

$\alpha\zeta\cdot\varepsilon\gamma = \alpha\gamma\cdot\delta\varepsilon$. Sed, *quia* $\alpha\zeta = \alpha\varepsilon + \varepsilon\zeta$, *ideoque*

$\alpha\zeta\cdot\varepsilon\gamma - \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \zeta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$, item est

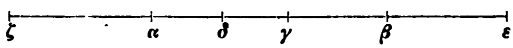
$\alpha\gamma\cdot\delta\varepsilon - \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \zeta\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$. Sed est [1])

*) Propositiones 123 et 124 duo casus eius propositionis sunt quam Simsonus p. 136—146 (*Ca* p. 236—248) pertractat.

1) Explicanda haec auctore Simsono p. 145 (*Ca* p. 245) sic fere: est $\alpha\varepsilon = \alpha\delta + \delta\varepsilon$; ergo $\alpha\gamma\cdot\alpha\varepsilon = \alpha\gamma\cdot\alpha\delta + \alpha\gamma\cdot\delta\varepsilon$; sed est propter elem. 2, 3 $\alpha\gamma\cdot\alpha\varepsilon = \alpha\varepsilon^2 + \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma$; ergo $\alpha\varepsilon^2 + \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \alpha\gamma\cdot\alpha\delta + \alpha\gamma\cdot\delta\varepsilon$, sive $\alpha\gamma\cdot\delta\varepsilon - \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha\cdot\alpha\delta$.

Ca neque haec recepit et postea vs. 28. μεῖζόν ἐστιν — p. 860, 1. τοῦ ὑπὸ *ΑΕΓ* delevit 28. *ΑΓΔΕ* A, distinx. BS; item p. 860, 1 *ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ τοῦ ὑπὸ ΔΕΓ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ ΔΕ τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΕ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ μεῖζόν ἐστιν τῷ ὑπὸ ΖΕΓ.* τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΓ *λόγον ἔχει* πρὸς *τὸ ἀπὸ ΕΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, ὥστε τὸ ἀπὸ ΔΕ τοῦ ἀπὸ ΕΓ μεῖζόν ἐστιν τῷ ὑπὸ ΓΑΔ ἢ ἐν λόγῳ τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.*

190 *ς'. Λόγος τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, χωρίον τὸ ὑπὸ ΓΑΔ. ἐὰν τῶν ΔΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ ΒΕ, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ μεῖζόν ἐστιν τῷ ὑπὸ ΓΑΔ ἢ ἐν λόγῳ τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.*



Πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἄλλη τις ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΓΕ. διελόντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπήν ἐστιν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΓ. ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ὡς δὲ ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΓΕ. χωρίον χωρίῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΑ ΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΔ ΑΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΔΕΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΕ ἴσον ἐστὶν ὅλῳ τῷ τε ὑπὸ ΖΕΓ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΓΑΔ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΔΕ τοῦ ἀπὸ ΕΓ μεῖζον τῷ ὑπὸ ΓΑΔ ἢ ἐν λόγῳ τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· τὸ γὰρ ὑπὸ ΖΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον.

---

2. *τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ* Co pro *τοῦ ὑπὸ ΔΕΓ* 3. *τῷ ὑπὸ ΖΕΓ Co* pro *τῶι ὑπὸ ΖΕ* 3. 4. *τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΓ* add. *Co* 4. *ἔχον S πρὸς* add. *Co* 7. *ς'* add. BS 8. *τῶν ΔΒ ΒΓ Co, τῶν ΔΑΔΒ* A(BS) 9. *τῷ ὑπὸ ΓΑΔ Co* pro *τῶι ὑπὸ ΒΑΔ* 12. *ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΓΕ*] *ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΒ* ABS, *ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΓ Co* 13. *ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΒΕ Co* pro *ὡς ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΕ* 15. *οὕτως ἡ δε* B[1], *οὕτως ἡ ΕΔΕ* A, *οὕτως ἡ εδ* B[c]S 16. 17. *οὕτως ἡ ΔΕ Co, οὕτως ἡ ΔΓ* ABS, *οὕτως ἡ ΕΔ Ca* 17. *χωρίῳ ἄρα τὸ* coni. *Hu* 18. *τῷ ὑπὸ ΕΔ ΑΓ Co, τῶι ὑπὸ ΕΔΓ* ABS, *τῷ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ Ca* 18. 19. *τὸ ὑπὸ ΔΕΓ*

$\alpha\gamma \cdot \varepsilon\delta - \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta$; ergo
$\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$. Sed *ex constructione erat*
$\zeta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$, *id* est
$\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\gamma$, itaque
$\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\gamma$.

VI. *Sit data* proportio $\alpha\beta : \beta\gamma$, et rectangulum $\gamma\alpha \cdot \alpha\delta$. Si rectarum $\delta\beta$ $\beta\gamma$ media proportionalis sumatur $\beta\varepsilon$, dico quadratum ex $\alpha\varepsilon$, comparatum cum quadrato ex $\varepsilon\gamma$, rectangulo $\gamma\alpha \cdot \alpha\delta$ maius esse quam in proportione $\alpha\beta : \beta\gamma$ (*vel brevius sic:* esse $\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta : \varepsilon\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\gamma$). Prop. 124

Fiat enim
$\zeta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$; dirimendo igitur est
$\zeta\gamma : \gamma\varepsilon = \alpha\gamma : \beta\gamma$, et subtrahendo $\zeta\gamma - \alpha\gamma : \gamma\varepsilon - \beta\gamma$, *id est*
$\zeta\alpha : \beta\varepsilon = \alpha\gamma : \beta\gamma$. Vicissim est
$\zeta\alpha : \alpha\gamma = \beta\varepsilon : \beta\gamma$. Sed est *ex hypothesi*
$\beta\varepsilon : \beta\gamma = \delta\beta : \beta\varepsilon$, *ideoque*
$= \beta\varepsilon + \delta\beta : \beta\gamma + \beta\varepsilon$, *id est*
$= \delta\varepsilon : \varepsilon\gamma$; itaque
$\zeta\alpha : \alpha\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\gamma$; ergo per multiplicationem
$\zeta\alpha \cdot \gamma\varepsilon = \varepsilon\delta \cdot \alpha\gamma$. Communia addantur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\alpha \cdot \alpha\delta$, *et pro* $\varepsilon\delta \cdot \alpha\gamma$ *substituatur summa* $\delta\gamma \cdot \alpha\gamma + \gamma\varepsilon \cdot \alpha\gamma$; ergo sunt

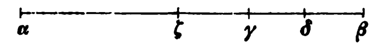
$$\zeta\alpha \cdot \gamma\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\alpha \cdot \alpha\delta = \delta\gamma \cdot \alpha\gamma + \gamma\varepsilon \cdot \alpha\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\alpha \cdot \alpha\delta.$$

Sed est $\zeta\alpha \cdot \gamma\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, *et in altera parte* $\delta\gamma \cdot \alpha\gamma + \gamma\alpha \cdot \alpha\delta = \alpha\gamma^2$, *et hoc* $\alpha\gamma^2 + \gamma\varepsilon \cdot \alpha\gamma = \alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon$, *et hoc* $\alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon^2$. Ergo
$\zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \gamma\alpha \cdot \alpha\delta = \alpha\varepsilon^2$, *sive*
$\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma$, ita ut sit *in proportione*

$$\alpha\varepsilon^2 - \gamma\alpha \cdot \alpha\delta : \varepsilon\gamma^2 = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma : \varepsilon\gamma^2 = \zeta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma.$$

Co pro τὸ ὑπὸ $\overline{\varDelta E\Gamma}$ 19. τὸ ἀπὸ AE Co pro τὸ ἀπὸ $\overline{\varDelta E}$, item vs. 20. 21 21. τοῦτου ἀπὸ $\overline{E\Gamma}$ μείζων A, corr. BS

191 ζʹ. *Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ δύο σημεῖα τὰ Γ Δ· ὅτι, ἐὰν τὸ ἀπὸ ΑΔ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ συντεθῇ, γίνεται τό τε ἀπὸ ΑΓ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ καὶ ἔτι τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.*



Τῷ γὰρ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ λόγῳ ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ΖΔ πρὸς τὴν ΔΒ· καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπὰ ἡ ΑΖ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΔ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΖ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ὥστε τὸ μὲν λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΖΔΒ, τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ *ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΓΒ, τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς [αὐτῆς] ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΖ ΔΓ. ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ ΑΔ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΒΑΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΖ ΓΔ. καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ ΔΑΓ· ὅτι λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΔΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΓ ΔΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΖ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ ΑΖ ΓΔ· ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΔΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ, τουτέστιν ὅλον τὸ ὑπὸ ΖΔ ΓΒ, ἴσον ἐστὶν*

---

1. *ζʹ* add. BS *τὰ* $\overline{\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS *ἐὰν* add. *Co* 3. *πρὸς τὴν ΓΒ Co, πρὸς τὴν* $\overline{\Gamma\Delta}$ ABS, *πρὸς τὴν ΒΓ Ca* *συντεθῇ Hu* pro *συντεθήσεται* 5. *τὸν λόγον* A, corr. BS 7. 8. *Τῷ γὰρ — λόγῳ Ca, τῶι γὰρ — λόγον ἔχον* A, *τὸ γὰρ — λόγον ἔχον* BS, *τῷ γὰρ λόγον ἔχοντι Co* 10. *συνθέντι Co* pro *συντεθήσεται* *καὶ τὰ λοιπὰ*] *καὶ λοιπὴ Hu* 15. *τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ* add. *Co* 17. *αὐτῆς* del. *Hu* auctore *Co* *τὸ ὑπὸ* $\overline{AZ\Delta\Gamma}$ A, distinx. BS 18. *τοῦ ὑπὸ ΒΔΖ*] *τοῦ ὑπὸ* $\overline{\Delta\Gamma Z}$ ABS, *τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ Co* 19. *καὶ* (ante *κοινὸν*) om. S 19. 20. *τὸ ὑπὸ ΔΑΓ*] *τοῦ ὑπὸ* $\overline{\Delta A\Gamma}$ A, *τοῦ ὑπὸ* $\overline{\gamma\alpha\delta}$ B, *τὸ ὑπὸ* $\overline{\gamma\alpha\delta}$ S 21. *ὑπὸ* $\overline{A\Gamma\Delta B}$ et 22. *ὑπὸ* $\overline{AZ\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS (at vs. 21 *ὑπὸ* $\overline{AZ}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ ex silentio quidem A) 22. 23. *ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ* $\overline{Z\Delta\Gamma}$ *μετὰ τοῦ ὑπὸ* $\overline{Z\Delta}$ $\overline{BA}$ ABS, corr. *Co* 23. *τουτέστιν Hu* pro *γίνεται*

VII. *Sit* recta $\alpha\beta$, inque ea duo puncta γ δ; dico, si quadratum ex $\alpha\delta$ et id spatium, quod ad quadratum ex $\delta\beta$ proportionem $\alpha\gamma : \gamma\beta$ habet, componantur, effici quadratum ex $\alpha\gamma$ et spatium, quod ad quadratum ex $\gamma\beta$ proportionem $\alpha\gamma : \gamma\beta$ habeat, atque insuper spatium, quod ad quadratum ex $\gamma\delta$ proportionem $\alpha\beta : \beta\gamma$ habeat (*vel brevius sic: dico esse* $\alpha\delta^2 + \frac{\delta\beta^2 \cdot \alpha\gamma}{\beta\gamma} = \alpha\gamma^2 + \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \frac{\gamma\delta^2 \cdot \alpha\beta}{\beta\gamma}$, *vel, si* $\zeta\delta : \delta\beta = \alpha\gamma : \gamma\beta$ *ponatur, esse* $\alpha\delta^2 + \beta\delta \cdot \delta\zeta = \alpha\gamma^2 + \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \alpha\zeta \cdot \gamma\delta = \beta\alpha \cdot \alpha\gamma + \alpha\zeta \cdot \gamma\delta$). Prop. 125*)

Fiat enim

$\zeta\delta : \delta\beta = \alpha\gamma : \gamma\beta$; ergo componendo est

$\zeta\beta : \beta\delta = \alpha\beta : \beta\gamma$, et subtrahendo $\alpha\beta - \zeta\beta : \beta\gamma - \beta\delta$, *id est*

$\alpha\zeta : \gamma\delta = \alpha\beta : \beta\gamma$, id est

$\alpha\zeta \cdot \gamma\delta : \gamma\delta^2 = \alpha\beta : \beta\gamma$,

ita ut rectangulum $\zeta\delta \cdot \delta\beta$ ad quadratum ex $\delta\beta$, itemque rectangulum $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta$ ad quadratum ex $\gamma\beta$ habeant proportionem $\alpha\gamma : \gamma\beta$, et rectangulum $\alpha\zeta \cdot \gamma\delta$ ad quadratum ex $\gamma\delta$ proportionem $\alpha\beta : \beta\gamma$. Iam *dico* esse

$\alpha\delta^2 + \beta\delta \cdot \delta\zeta = \alpha\gamma^2 + \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \alpha\zeta \cdot \gamma\delta$, *sive, quia propter elem. 2, 3 est* $\alpha\gamma^2 + \alpha\gamma \cdot \gamma\beta = \beta\alpha \cdot \alpha\gamma$,

$= \beta\alpha \cdot \alpha\gamma + \alpha\zeta \cdot \gamma\delta$. Subtrahatur commune $\delta\alpha \cdot \alpha\gamma$, *scilicet* $\alpha\delta^2 - \delta\alpha \cdot \alpha\gamma = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$ (*elem. 2, 2*), *et* $\beta\alpha \cdot \alpha\gamma - \delta\alpha \cdot \alpha\gamma = \alpha\gamma \cdot \delta\beta$; *apparet* restare

$\alpha\delta \cdot \delta\gamma + \zeta\delta \cdot \delta\beta = \alpha\gamma \cdot \delta\beta + \alpha\zeta \cdot \gamma\delta$. Sed subtrahatur commune $\alpha\zeta \cdot \gamma\delta$; *apparet* igitur esse

$\zeta\delta \cdot \delta\gamma + \zeta\delta \cdot \delta\beta = \alpha\gamma \cdot \delta\beta$, id est compositis $\delta\gamma + \delta\beta$

*) V. Simson. p. 153 sq. (*Ca* p. 255—257), qui ceteros quoque eiusdem propositionis casus demonstrat.

τῷ ὑπὸ ΑΓ ΔΒ. ἔστιν δέ· ἀνάλογον γὰρ αἱ ΑΓ ΓΒ, ΖΔ ΔΒ εἰσὶν εὐθεῖαι.

192 η'. Θέσει καὶ μεγέθει εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τυχὸν τὸ Γ· ὅτι ἐστὶν δοθὲν ἐπὶ τῆς ΑΒ, ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΓ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ δοθέντα ἴσον ἐστὶν δοθέντι καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ τε δοθέντος καὶ τοῦ Γ δοθέντα.

Πεποιήσθω γὰρ ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ δοθείς· ὥστε δοθέν ἐστιν τὸ Δ σημεῖον. ἐπεὶ δὲ εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΑΒ, καὶ δύο σημεῖα τὰ Δ Γ, τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ἀπὸ ΑΔ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ. καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΒΔ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΓ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, τουτέστιν δοθέντα, ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΒΑΔ, τουτέστιν δοθέντι, καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, τουτέστιν δοθέντα.

Ὁμοίως καί, ἐὰν [τὸ δοθὲν] τὸ Γ ἐκτὸς ᾖ τῆς ΑΒ εὐθείας, τῇ αὐτῇ ἀκολουθίᾳ δείξομεν.

---

1. 2. αἵ τε ΑΓ ΓΒ καὶ ΖΔ ΔΒ coni. *Hu* 2. ΔΒ *Co* pro ΑΒ 3. η' add. BS καὶ μεγέθει add. *Ca* auctore Simsono p. 155 3. 4. καὶ τυχὸν τὸ Γ δοθὲν ἐπὶ τῆς ΑΒ. ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΓ cet. coni. *Co* 5. δοθέντα — δοθέντι *Co* pro δοθὲν — δοθὲν 6. τῶι λόγωι A(B), corr. S τοῦ τε *Hu*, τοῦτο A, τοῦ BS 7. καὶ τοῦ ὑπὸ ΓΔ δοθέντος ABS, καὶ τοῦ ἀπὸ γδ δοθέντος Paris. 2368, καὶ τοῦ Γ δοθέντος *Ca*, δοθέντα corr. *Hu* 11. τὰ ΔΓ A, distinx. BS 14. πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ *Co* pro πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ 15. ἔτι *Co* pro ἐν τῶι λόγωι A, corr. BS πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ *Co*, πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ ABS, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ *Ca* 16. 17. καὶ τὸ λόγον — τὸ ὑπὸ ΑΔΒ del. *Co* 16. καὶ τὸ λόγον ἔχον *Ge*, καὶ τῶι λόγον ἔχοντι ABS, τὸ δὲ λόγον ἔχον *Ca* πρὸς τὸ ἀπὸ

$\zeta\delta \cdot \gamma\beta = \alpha\gamma \cdot \delta\beta$. Est vero *sic*, quoniam ex constructione sunt

$\alpha\gamma : \gamma\beta = \zeta\delta : \delta\beta$.

VIII. *Sit* recta $\alpha\beta$ positione et magnitudine data in eaque punctum quodvis γ; dico in $\alpha\beta$ punctum datum esse ita, ut summa quadrati ex $\alpha\gamma$ et spatii, quod ad quadratum ex $\gamma\beta$ datam proportionem habet, aequalis sit summae dati spatii et eius spatii, quod ad quadratum ex segmento inter datum punctum et γ *aliam* datam proportionem habet (*vel sic: si datae proportioni aequalis fiat* $\alpha\delta : \delta\beta$, *ideoque datum sit et punctum* δ *et rectangulum* $\beta\alpha \cdot \alpha\delta$, *denique si fiat spatium* $\varepsilon : \gamma\beta^2 = \alpha\delta : \delta\beta$, *et spatium* $\zeta : \delta\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\delta$, *esse* $\alpha\gamma^2 + \varepsilon = \beta\alpha \cdot \alpha\delta + \zeta$). Prop. 126

Fiat enim datae proportioni aequalis $\alpha\delta : \delta\beta$; itaque etiam proportio $\alpha\delta : \delta\beta$ data est, datumque *et* punctum δ *et rectangulum* $\beta\alpha \cdot \alpha\delta$ (*dat.* 7). *Porro secundum superius lemma fiat rectangulum* $\varepsilon : \gamma\beta^2 = \alpha\delta : \delta\beta$, *et rectangulum* $\zeta : \delta\gamma^2 = \alpha\beta : \beta\delta$, *et rectangulum* $\eta : \delta\beta^2 = \alpha\delta : \delta\beta$. Sed quoniam recta est $\alpha\beta$, in eaque duo puncta δ γ, erit *propter superius lemma*

$$\alpha\gamma^2 + \varepsilon = \alpha\delta^2 + \eta + \zeta.$$

Estque $\eta = \alpha\delta \cdot \delta\beta$, *itaque, ut in superiore lemmate,* $\alpha\delta^2 + \eta = \beta\alpha \cdot \alpha\delta$; ergo $\alpha\gamma^2 + \varepsilon = \beta\alpha \cdot \alpha\delta + \zeta$.

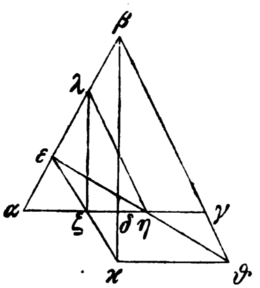
Similiter etiam, si punctum γ sit extra rectam $\alpha\beta$ (*nempe in producta* $\alpha\beta$ *ultra* β), eodem tenore *theorema* demonstrabimus.

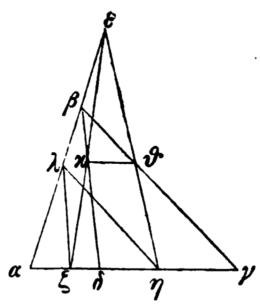
ΔΒ Ca pro *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{ΑΓ}$ 17. *τῷ τῆς ΑΔ Ca, τῶν τῆς* $\overline{ΑΒ}$ A, *τῷ τῆς* $\overline{\alpha\beta}$ BS 19. *δοθέντα* add. *Ca* auctore Simsono p. 155 (*δοθέντι* Co), *ἴσον ἐστὶ* add. *Co* 20. *τῶι λόγωι* A, corr. BS 21. *τὸ ἀπὸ ΔΓ Co, τὸ ἀπὸ ΑΓ* ABS, *τὸ ἀπὸ ΓΔ Ca* 22. *δοθέντα Ca* auctore Simsono p. 155, *δοθέν* ABS, *δοθέντι Co* 23. aut *τὸ δοθὲν* delendum aut *τυχὸν* legendum esse videtur

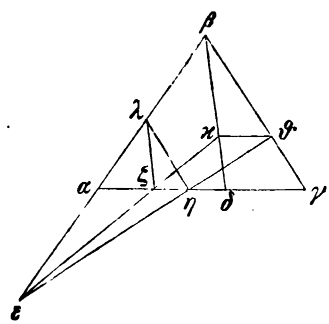
Πορισμάτων α' β' γ'.

Τοῦ πρώτου εἰς τὸ πρῶτον πόρισμα.

193 *α'. Ἔστω καταγραφὴ ἡ ΑΒΓΔΕΖΗ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΚ· ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΘΚ τῇ ΑΓ.*







Ἤχθω διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΔ παράλληλος ἡ ΖΛ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΖ, τουτέστιν ἐν παραλλήλῳ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΛ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΗ τῇ ΒΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΛ, οὕτως ἐν παραλλήλῳ ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ, καὶ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ· *καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΑΓ.*

194 *Διὰ δὲ τοῦ συνημμένου οὕτως. ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΖ*

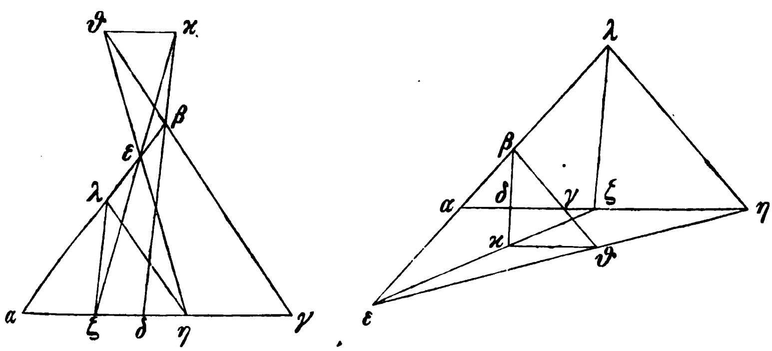
---

1. *Α' Β' Γ'* AB, *τρία* S   3. *α* in A vs. 2 ante *Τοῦ πρώτου* servatum est, *α'* ante *Ἔστω* in BS   *ἡ* (post *ὡς*) add. BS   15. *ἄρα ἐστὶν ἡ* $\overline{ΔΗ}$ AB, corr. A[1] super vs. S   18. *καὶ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ* add. *Co*

LEMMATA IN PORISMATUM LIBROS I II III.

In libri primi primum porisma.

I. Sit figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta$, sitque $\alpha\zeta : \zeta\eta = \alpha\delta : \delta\gamma$, et ducatur $\vartheta\varkappa$; dico parallelas esse rectas $\alpha\gamma$ $\vartheta\varkappa$. Prop. 127



Ducatur per ζ rectae $\beta\delta$ parallela $\zeta\lambda$. Quoniam igitur est $\alpha\zeta : \zeta\eta = \alpha\delta : \delta\gamma$, e contrario est $\zeta\eta : \alpha\zeta = \delta\gamma : \alpha\delta$, et componendo $\alpha\eta : \alpha\zeta = \alpha\gamma : \alpha\delta$, et vicissim $\alpha\eta : \alpha\gamma = \alpha\zeta : \alpha\delta$, *denique e contrario*

$$\alpha\gamma : \alpha\eta = \alpha\delta : \alpha\zeta, \text{ id est propter parallelas } \beta\delta\ \lambda\zeta$$
$$= \alpha\beta : \alpha\lambda.$$

Ergo parallelae sunt $\beta\gamma$ $\lambda\eta$; est igitur propter parallelas $\beta\varkappa$ $\lambda\zeta$

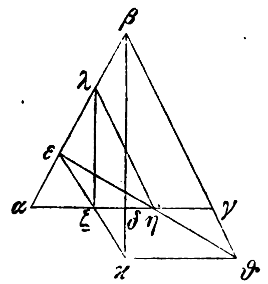
$$\varepsilon\beta : \beta\lambda = \varepsilon\varkappa : \varkappa\zeta, \text{ et propter parallelas } \beta\vartheta\ \lambda\eta$$
$$= \varepsilon\vartheta : \vartheta\eta;$$

ergo, quia $\varepsilon\varkappa : \varkappa\zeta = \varepsilon\vartheta : \vartheta\eta$, parallelae sunt $\varkappa\vartheta$ $\alpha\gamma$.

Per formulam compositae proportionis sic. Quoniam est

PROPOS. 127: Simson p. 398 sq., Breton p. 219 sq., Chasles p. 74. 87. 108 sqq., Vincent p. 33 sqq. Propositionem et hanc et proximas accuratius enuntiat Simsonus; quas cum omnes repetere alienum sit ab hac editione, exempli gratia hanc unam afferamus: "Si in recta linea fuerint puncta α ζ δ η γ, ita ut $\alpha\zeta$ sit ad $\zeta\eta$, ut $\alpha\delta$ ad $\delta\gamma$, et ad rectam lineam $\alpha\beta$ inflectantur $\zeta\varepsilon$ $\eta\varepsilon$, et ad eandem inflectantur $\delta\beta$ $\gamma\beta$, et inflexae a punctis ζ δ sibi mutuo occurrant in $\varkappa$, inflexae vero a punctis η γ occurrant in ϑ, et $\vartheta\varkappa$ iungatur, erit $\varkappa\vartheta$ parallela ipsi $\alpha\gamma$". Figurae quinque, ut hic descriptae sunt, exstant in codicibus.

πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ. συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντί ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ. ἀλλ' ὁ μὲν τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΖ συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ καὶ τοῦ τῆς ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ· ὁ ἄρα συνημμένος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ καὶ ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ καὶ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ. καὶ κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ λόγος· λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΑΓ.



Εἰς τὸ δεύτερον πόρισμα.

195 β'. Καταγραφὴ ἡ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, ἔστω δὲ παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΔΒ, ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΖ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Θ Κ Ζ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Η παρὰ τὴν ΔΕ ἡ ΗΛ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘΚ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Λ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΖ, ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ. ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΗΛ (διὰ τὸ εἶναι δύο παρὰ δύο, καὶ ἐναλλάξ)· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΗΛ. καὶ ἔστι

2. ὡς ἡ $\overline{ΝΖ}$ AB, corr. S 3. ἡ add. BS 3. 4. πρὸς τὴν $\overline{ΑΖ}$ ABS, corr. *Co* 13. κοινὸς S super vs., κ° AB, χ̊ S cod. *Co* 14. πρὸς add. S λοιπὸς *Co* 15. ὁ αὐτός add. *Co* 16. παράλληλος *Co* pro λόγος 18. β' add. BS ἡ $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΓΔ}$ $\overline{ΕΖΗΘ}$ A, coniunx. BS 20. τῶν $\overline{ΘΚΖ}$ A, distinx. BS 21. ἐπιζευχθεῖσα *Hu* auctore *Co* pro ἐπεζεύχθω 22. post ἐπὶ τὸ Λ in A rasura est

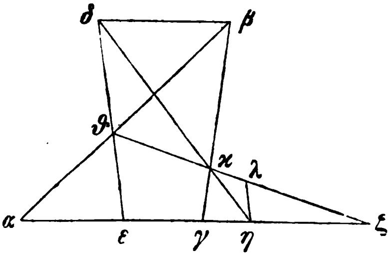
$\alpha\zeta : \zeta\eta = \alpha\delta : \delta\gamma$, e contrario est $\zeta\eta : \alpha\zeta = \delta\gamma : \alpha\delta$, *et* componendo $\alpha\eta : \alpha\zeta = \alpha\gamma : \alpha\delta$, et vicissim $\alpha\eta : \alpha\gamma = \alpha\zeta : \alpha\delta$, *et e contrario* $\alpha\gamma : \alpha\eta = \alpha\delta : \alpha\zeta$, et convertendo $\alpha\gamma : \gamma\eta = \alpha\delta : \delta\zeta$. Sed est [1])

$$\frac{\alpha\delta}{\delta\zeta} = \frac{\alpha\beta}{\beta\lambda} = \frac{\alpha\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\beta\varepsilon}{\beta\lambda} = \frac{\alpha\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon\vartheta}{\vartheta\eta} = \frac{\alpha\beta}{\beta\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon\varkappa}{\varkappa\zeta};$$

et *dividendo* tollatur communis proportio $\alpha\beta : \beta\varepsilon$; relinquitur igitur $\varepsilon\varkappa : \varkappa\zeta = \varepsilon\vartheta : \vartheta\eta$; sunt igitur parallelae $\varkappa\vartheta$ $\alpha\gamma$.

In secundum porisma.

II. Figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta$, sintque parallelae $\alpha\zeta$ $\delta\beta$, ac sit Prop. 128
$\alpha\varepsilon : \varepsilon\zeta = \gamma\eta : \eta\zeta$; dico rectam esse quae per ϑ $\varkappa$ ζ transit.



Ducatur per η rectae $\delta\varepsilon$ parallela $\eta\lambda$, et iuncta $\vartheta\varkappa$ producatur ad λ. Quoniam igitur est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\zeta = \gamma\eta : \eta\zeta$, vicissim est

$$\alpha\varepsilon : \gamma\eta = \varepsilon\zeta : \eta\zeta.$$

Sed propter parallelas $\vartheta\delta$ $\eta\lambda$ est

$\eta\lambda : \delta\vartheta = \eta\varkappa : \varkappa\delta$, *et* propter parallelas $\delta\beta$ $\gamma\eta$
$\eta\varkappa : \varkappa\delta = \gamma\eta : \beta\delta$; *ergo etiam*
$\eta\lambda : \delta\vartheta = \gamma\eta : \beta\delta$, *et vicissim*
$\eta\lambda : \gamma\eta = \delta\vartheta : \beta\delta$, *sive* propter parallelas $\delta\beta$ $\alpha\varepsilon$
$= \vartheta\varepsilon : \alpha\varepsilon$. *Ergo e contrario est*
$\alpha\varepsilon : \varepsilon\vartheta = \gamma\eta : \eta\lambda$, *et* vicissim
$\alpha\varepsilon : \gamma\eta = \varepsilon\vartheta : \eta\lambda$.

Ergo etiam (*quia erat* $\alpha\varepsilon : \gamma\eta = \varepsilon\zeta : \eta\zeta$) est
$\varepsilon\zeta : \eta\zeta = \varepsilon\vartheta : \eta\lambda$.

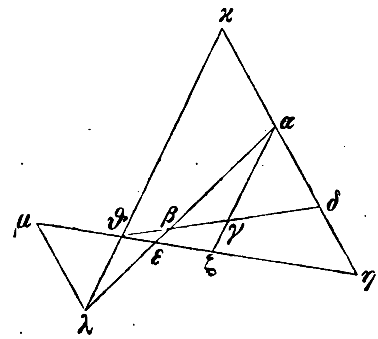
1) Media argumentationis membra hoc loco omissa facile suppleantur ex priore demonstratione (p. 867).

PROPOS. 128: vide append.

---

sex octove litterarum 26. καὶ ἐναλλὰξ διὰ τὸ εἶναι δύο παρὰ δύο A[1] in rasura BS, transposuit *Hu* 27. ἐστὶ A[2]BS παράλληλος ἡ ΕΘ τῇ ΗΛ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Θ Λ Ζ, τουτέστιν ἡ διὰ τῶν Θ Κ Ζ, ὅπερ: ~

196 γ'. Εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΑ ΔΑ διήχθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΘΕ ΘΔ· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΘΕ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΒ ΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ.



Ἤχθω διὰ μὲν τοῦ Θ τῇ ΖΓΑ παράλληλος ἡ ΚΛ, καὶ αἱ ΔΑ ΑΒ συμπιπτέτωσαν αὐτῇ κατὰ τὰ Κ Λ σημεῖα, διὰ δὲ τοῦ Λ τῇ ΔΑ παράλληλος ἡ ΛΜ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΕΘ ἐπὶ τὸ Μ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΛ, ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΘΛ πρὸς τὴν ΘΜ (καὶ γὰρ ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΘΗ ἐν παραλλήλῳ), δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΕ ΗΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΘΜ. ἄλλο δέ τι τυχὸν τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΘΗ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΗΘ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖ ΘΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΘ, τουτέστιν ἡ ΘΜ πρὸς ΘΗ, τουτέστιν ἡ ΛΘ πρὸς τὴν ΘΚ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡς ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΘΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΒ ΓΔ· ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται ὡς ἡ ΛΘ πρὸς τὴν ΘΚ, οὕτως τὸ

2. Θ Λ Ζ, τουτέστιν ἡ διὰ τῶν Θ Κ Ζ Hu, ΘΛΖ A(B), ϑ κ λ ζ S (conf. etiam cap. 198 extr.) ὅπερ BS, ο A 3. γ' add. BS 10. 11. τὰ ΚΛ A, distinx. BS 12. τῆι ΔΑ A² ex τῆι ΑΔ 12. 13. ἡ ΛΜ καὶ] fortasse διαχθεῖσα ἡ ΛΜ 18. 19. καὶ γὰρ — ἐν παραλλήλῳ corrupta putant Co et Ge, at vide Simson. p. 380 sq. 22. τυχὸν] forsitan legendum sit ἔχομεν; at eadem ratione redit τυχὸν infra cap. 204. 205 26. ὑπὸ ΘΔΒΓ A, distinx. BS 27. ἀνάπαλιν Co pro ἀνάλογον

Et sunt parallelae $\varepsilon\vartheta$ $\eta\lambda$; recta igitur est quae per puncta ϑ λ ζ*), id est ϑ $\varkappa$ ζ transit, q. e. d.

III. In tres rectas lineas $\alpha\beta$ $\gamma\alpha$ $\delta\alpha$ ducantur duae rec- Prop.
tae $\vartheta\varepsilon$ $\vartheta\delta$; dico esse $\vartheta\varepsilon \cdot \eta\zeta : \vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon = \vartheta\beta \cdot \delta\gamma : \vartheta\delta \cdot \beta\gamma$. 129

Ducatur [1]) per ϑ rectae $\zeta\gamma\alpha$ parallela $\varkappa\lambda$, et *huic* recta $\delta\alpha$ *producta* occurrat in $\varkappa$, itemque recta $\alpha\beta$ in λ, et per λ rectae $\delta\alpha$ parallela *ducatur* $\lambda\mu$, cui $\varepsilon\vartheta$ *producta* occurrat in μ. Quoniam igitur *propter parallelas* $\alpha\zeta$ $\lambda\vartheta$ est

$\varepsilon\zeta : \zeta\alpha = \varepsilon\vartheta : \vartheta\lambda$, et propter parallelas $\alpha\zeta$ $\varkappa\vartheta$ et $\varkappa\eta$ $\mu\lambda$

est $\alpha\zeta : \zeta\eta = \varkappa\vartheta : \vartheta\eta = \lambda\vartheta : \vartheta\mu$,

itaque

$\alpha\zeta : \zeta\eta = \vartheta\lambda : \vartheta\mu$, ex aequali igitur est

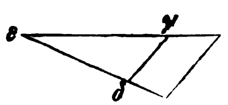
$\varepsilon\zeta : \zeta\eta = \varepsilon\vartheta : \vartheta\mu$;

ergo $\zeta\eta \cdot \varepsilon\vartheta = \varepsilon\zeta \cdot \vartheta\mu$. Sed *fiat proportio ad* aliud rectangulum $\varepsilon\zeta \cdot \vartheta\eta$; est igitur

$$\begin{aligned}\zeta\eta \cdot \varepsilon\vartheta : \varepsilon\zeta \cdot \vartheta\eta &= \varepsilon\zeta \cdot \vartheta\mu : \varepsilon\zeta \cdot \vartheta\eta, \text{ id est}\\ &= \vartheta\mu : \vartheta\eta, \text{ id est}\\ &= \lambda\vartheta : \vartheta\varkappa.\end{aligned}$$

Eadem ratione [2]) *fit* etiam $\varkappa\vartheta : \vartheta\lambda = \vartheta\delta \cdot \beta\gamma : \vartheta\beta \cdot \gamma\delta$; e contrario igitur fit

*) Vide supra IV cap. 21. Etenim, ut omittamus illum trium circulorum contactum, de quo est libri IV propositio 13, in eadem propositione conversa, id est cap. 21, demonstratio deducitur ad huiusmodi lemma: Si duae parallelae, velut $\alpha\varkappa$ $\gamma\delta$, rectam $\alpha\varepsilon$ in punctis α γ secent, sitque $\alpha\varkappa : \gamma\delta = \alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma$, dico puncta $\varkappa$ δ ε in eâdem rectâ esse. Quod illic primum ratione apagogica, tum (p. 212. 213) auxilio parallelogrammi ostenditur. Idem lemma adhibitum esse in VII libri propos. 64 et 118 supra p. 769 adnot. * et 853 adnot. 2 commemoravimus; praeterea conf. infra propos. 130 sq.



PROPOS. 129: Simson p. 380 sqq., Breton p. 221 sq., Chasles p. 75 sq. 82. 87 sq. 101 sq. cet., idem *Aperçu historique* p. 33 sqq. edit. Paris. secundae (p. 31 sqq. versionis German.), Baltzer *Elemente* II p. 365 sqq. edit. IV.

1) Rursus, ut supra ad propos. 127, plures figuras exhibent codices, e quibus una tantummodo (scilicet secunda in cod. et apud Commandinum, quinta apud Gerhardtum) litterarum ordinem $\zeta\gamma\alpha$ in contextu traditum servat. Hanc igitur descripsimus; reliquarum quinque speciem satis accuratam praebet Commandinus. Sunt hi diversi eiusdem propositionis casus, at neutiquam omnes qui fingi possunt; velut septimam figuram a nobis addi necesse fuit in append. ad propos. 139, octavam in append. ad propos. 143.

2) Demonstrat haec singillatim Simsonus p. 381 productâ $\beta\vartheta$ ad ν punctum concursus cum $\lambda\mu$.

ὑπὸ ΘΒ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ. ὡς δὲ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΚ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΕΘ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΕΘ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΘ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΒ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ.

197 *Διὰ δὲ τοῦ συνημμένου οὕτως. ἐπεὶ τοῦ ὑπὸ ΘΕ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ συνῆπται λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΖ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΗΘ, καὶ ἔστιν ὡς μὲν ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΖΔ, ὡς δὲ ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΘΚ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΕ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΕΖ συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΖΔ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΘΚ. ὁ δὲ συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΘΔ πρὸς τὴν ΖΔ καὶ τοῦ τῆς ΖΔ πρὸς τὴν ΘΚ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΘΔ πρὸς τὴν ΘΚ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΘΕ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ, οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΘΚ. διὰ ταὐτὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΒ ΓΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΘΔ. καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΘΒ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ, οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΘΚ. ἦν δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΘΕ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ,* οὕτως ἡ ΘΛ πρὸς τὴν ΘΚ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΕ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ, *οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΒ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ.*

198 δ'. *Καταγραφὴ ἡ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛ, ἔστω δὲ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΖ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔ ΕΖ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Θ Η Ζ σημείων.*

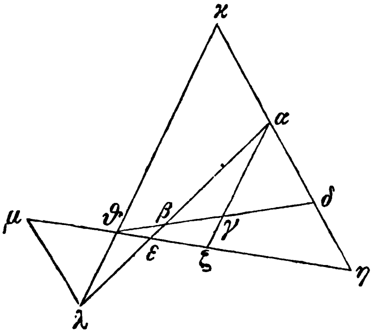
Ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΖ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔ ΕΖ, ἐναλλάξ ἐστιν

---

2. 3. *πρὸς τὸ ὑπὸ* $\overline{EZH\Theta}$ A, distinx. BS, item posthac in eodem lemmate quaternas litteras coniunctas habet A 3. *ὑπὸ* ante *ΕΖ ΗΘ* add. S 7. *πρὸς τὴν* $\overline{EZ}$ *καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ* $\overline{ZH}$ bis scripta in ABS, corr. *Co* 16. *ταὐτὰ Hu* pro *ταῦτα* 18. 19. *οὕτως ἡ* $\overline{\Delta\Theta}$ *πρὸς τὴν* $\overline{\Theta K}$ *την δὲ καὶ* A(B), corr. S 20. *οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς τὴν ΘΚ* add. *Ge* 20. 21. *καὶ ὡς — ὑπὸ τῶν ΘΗ ΖΕ* add. *Co* (in quibus *τῶν* ante *ΘΗ ΖΕ* del. *Ge*) 23. δ' add. BS $\overline{AB\Gamma\Delta EZ}$ $\overline{\Theta HIK\Delta}$ A(BS), corr. *Co* 24. *ὑπὸ* $\overline{AZB\Gamma}$ A, distinx. BS *ὑπὸ* $\overline{AB\Gamma Z}$ A, distinx.

$\vartheta\beta \cdot \gamma\delta : \vartheta\delta \cdot \beta\gamma = \lambda\vartheta : \vartheta\varkappa$; ergo secundum ea quae *modo* demonstrata sunt

$\zeta\eta \cdot \varepsilon\vartheta : \varepsilon\zeta \cdot \vartheta\eta = \vartheta\beta \cdot \gamma\delta : \vartheta\delta \cdot \beta\gamma$.



Per formulam compositae proportionis sic. Quoniam est

$$\frac{\vartheta\varepsilon \cdot \eta\zeta}{\vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon} = \frac{\vartheta\varepsilon}{\zeta\varepsilon} \cdot \frac{\eta\zeta}{\eta\vartheta},$$

estque (*propter parallelas* $\vartheta\lambda$ $\alpha\zeta$) $\vartheta\varepsilon : \zeta\varepsilon = \vartheta\lambda : \zeta\alpha$, et (*propter parallelas* $\alpha\zeta$ $\varkappa\vartheta$) $\eta\zeta : \eta\vartheta = \zeta\alpha : \vartheta\varkappa$, est igitur

$$\frac{\vartheta\varepsilon \cdot \eta\zeta}{\vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon} = \frac{\vartheta\lambda}{\zeta\alpha} \cdot \frac{\zeta\alpha}{\vartheta\varkappa} = \frac{\vartheta\lambda}{\vartheta\varkappa}.$$

Eadem ratione est etiam

$$\frac{\vartheta\delta \cdot \beta\gamma}{\vartheta\beta \cdot \gamma\delta} = \frac{\vartheta\varkappa}{\vartheta\lambda}, \text{ et e contrario } \frac{\vartheta\beta \cdot \gamma\delta}{\vartheta\delta \cdot \beta\gamma} = \frac{\vartheta\lambda}{\vartheta\varkappa};$$

ergo secundum ea quae modo demonstrata sunt

$$\frac{\vartheta\varepsilon \cdot \eta\zeta}{\vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon} = \frac{\vartheta\beta \cdot \gamma\delta}{\vartheta\delta \cdot \beta\gamma}.$$

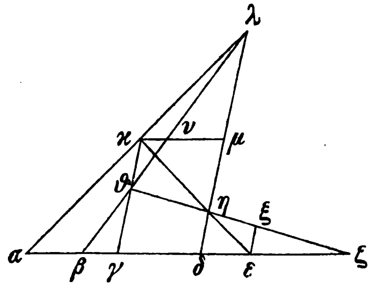
IV. Figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta\varkappa\lambda$ *), sit autem $\alpha\zeta \cdot \beta\gamma : \alpha\beta \cdot \gamma\zeta =$ Prop. 130
$\alpha\zeta \cdot \delta\varepsilon : \alpha\delta \cdot \varepsilon\zeta$; dico rectam esse quae per ϑ η ζ transit.

Quoniam est $\alpha\zeta \cdot \beta\gamma : \alpha\beta \cdot \gamma\zeta = \alpha\zeta \cdot \delta\varepsilon : \alpha\delta \cdot \varepsilon\zeta$, vicissim *igitur* est

PROPOS. 130: Simson p. 382 sq., Breton p. 222 sq., Chasles p. 74 sq. 88. 102. 108 sqq., idem *Aperçu historique* p. 36. 376 sqq. (p. 33. 325 sqq. versionis German.).

*) Quattuor punctorum dispositiones, scilicet $\alpha\varepsilon\delta\gamma\beta\zeta$, $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$, $\alpha\varepsilon\gamma\delta\beta\zeta$, $\alpha\beta\delta\gamma\varepsilon\zeta$, et octo figuras exhibent codices, quas vide apud Commandinum; quintam dispositionem $\alpha\varepsilon\beta\zeta\gamma\delta$ addit Chasles; nos cum Bretono repetivimus eam tantum figuram, quae secunda est in codicibus; quae quidem una praeter punctorum seriem $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$ etiam in altera recta ordinem $\vartheta\eta\zeta$ exhibet.

B, ὑπὸ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\zeta\gamma}$ S οὕτω A[s]BS 25. ὑπὸ $\overline{ΑΔΕΖ}$ A, distinx. BS, item vs. 28 τῶν $\overline{ΘΗΖ}$ A, distinx. BS ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖ ΔΕ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔ ΕΖ. ἀλλ' ὁ μὲν τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΔΕ συνῆπται λόγος, ἐὰν διὰ τοῦ Κ τῇ ΑΖ παράλληλος ἀχθῇ ἡ ΚΜ, ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΓ πρὸς ΚΝ καὶ τῆς ΚΝ πρὸς ΚΜ καὶ ἔτι τοῦ τῆς ΚΜ πρὸς ΔΕ, ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔ ΕΖ συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ καὶ τοῦ τῆς ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ. κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ΝΚ πρὸς ΚΜ· λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΚΝ, τουτέστιν τοῦ τῆς ΘΓ πρὸς τὴν ΚΘ, καὶ τοῦ τῆς ΚΜ πρὸς τὴν ΔΕ, τουτέστιν τοῦ τῆς ΚΗ πρὸς τὴν ΗΕ· εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν Θ Η Ζ.



Ἐὰν γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ ΘΓ παράλληλον ἀγάγω τὴν ΕΞ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘΗ ἐκβληθῇ ἐπὶ τὸ Ξ, ὁ μὲν τῆς ΚΗ πρὸς τὴν ΗΕ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΚΘ πρὸς τὴν ΕΞ, ὁ δὲ συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ καὶ τοῦ τῆς ΘΚ πρὸς τὴν ΕΞ μεταβάλλεται εἰς τὸν τῆς ΘΓ πρὸς ΕΞ λόγον, καὶ ὁ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΕ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΕΞ· παραλλήλου οὔσης τῆς ΓΘ τῇ ΕΞ εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Θ Ξ Ζ (τοῦτο γὰρ φανερόν), ὥστε καὶ ἡ διὰ τῶν Θ Η Ζ εὐθεῖά ἐστιν.

199 ε'. Ἐὰν ᾖ καταγραφὴ ἡ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, γίνεται ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. ἔστω οὖν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Η Θ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Η τῇ ΑΔ παράλληλος ἡ ΚΛ. ἐπεὶ

---

2. 3. ὑπὸ $\overline{ΑΒΓΖ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{ΑΔΕΖ}$ A, distinx. BS, item vs. 10. 11 5. τοῦ add. BS 7. 8. πρὸς $\overline{ΚΗ}$ καὶ τῆς $\overline{ΚΝ}$ A, πρὸς κη καὶ τῆς $\overline{κη}$ S, corr. B 9. τοῦ τῆς Co pro τὸ τῆς 13. πρὸς τὴν $\overline{ΔΕ}$

$$\frac{\alpha\zeta \cdot \beta\gamma}{\alpha\zeta \cdot \delta\varepsilon} = \frac{\beta\gamma}{\delta\varepsilon} = \frac{\alpha\beta \cdot \gamma\zeta}{\alpha\delta \cdot \varepsilon\zeta} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\delta} \cdot \frac{\gamma\zeta}{\varepsilon\zeta}.$$

Sed si per $\varkappa$ rectae $\alpha\zeta$ parallela ducatur $\varkappa\mu$, *quae rectam* $\beta\lambda$ *secet in* ν, est

$$\frac{\beta\gamma}{\delta\varepsilon} = \frac{\beta\gamma}{\varkappa\nu} \cdot \frac{\varkappa\nu}{\varkappa\mu} \cdot \frac{\varkappa\mu}{\delta\varepsilon}; \text{ est igitur}$$

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha\delta} \cdot \frac{\gamma\zeta}{\varepsilon\zeta} = \frac{\beta\gamma}{\varkappa\nu} \cdot \frac{\varkappa\nu}{\varkappa\mu} \cdot \frac{\varkappa\mu}{\delta\varepsilon}.$$

Dividendo tollatur ab altera parte proportio $\alpha\beta : \alpha\delta$, ab altera quae huic aequalis est $\varkappa\nu : \varkappa\mu$; relinquitur igitur

$$\frac{\gamma\zeta}{\varepsilon\zeta} = \frac{\beta\gamma}{\varkappa\nu} \cdot \frac{\varkappa\mu}{\delta\varepsilon} = \frac{\gamma\vartheta}{\vartheta\varkappa} \cdot \frac{\varkappa\eta}{\eta\varepsilon};$$

recta igitur est quae per ϑ η ζ transit.

Etenim si per ε rectae $\vartheta\gamma$ parallelam ducam $\varepsilon\xi$, et iuncta $\vartheta\eta$ producatur ad ξ, est

$$\frac{\varkappa\eta}{\eta\varepsilon} = \frac{\vartheta\varkappa}{\varepsilon\xi}, \text{ et } \frac{\gamma\vartheta}{\vartheta\varkappa} \cdot \frac{\vartheta\varkappa}{\varepsilon\xi} = \frac{\gamma\vartheta}{\varepsilon\xi}, \text{ itaque } \frac{\gamma\zeta}{\varepsilon\zeta} = \frac{\gamma\vartheta}{\varepsilon\xi}.$$

Et quia $\gamma\vartheta$ $\varepsilon\xi$ parallelae sunt, recta igitur est quae per ϑ ξ ζ transit (hoc enim manifestum est[1]); itaque etiam quae per ϑ η ζ transit recta est.

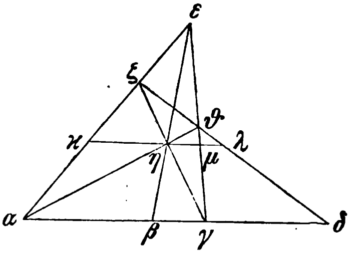
V. Si sit figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta$, *et reliqua similiter ac supra* Prop. 131
(*propos. 127*) *supponantur,* fit $\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$. Iam *vero supponatur* esse $\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$; dico rectam esse quae per α η ϑ transit.

Ducatur per η rectae $\alpha\delta$ parallela $\varkappa\lambda$, *quae rectam* $\varepsilon\gamma$

1) Conf. supra p. 871 adnot. *.

PROPOS. 131: Breton p. 223 sq., Chasles p. 74 sq. 88. 103. 108 sqq., idem *Aperçu historique* p. 36 edit. Parisinae secundae (p. 33 versionis German.), Baltzer *Elemente* II p. 370.

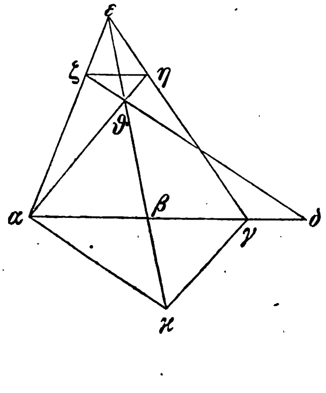
ABS, corr. *Co* $\varkappa o\iota\nu\grave{o}\varsigma$ V et super vs. S, $\varkappa^o$ ABS 14. $\tau\tilde{\varphi}\ \tau\tilde{\eta}\varsigma\ \overline{\eta\varkappa}$ S cod. *Co* (recte $\overline{NK}$ AB), item vs. 16. $\tau\grave{\eta}\nu\ \varkappa\eta$ S $\lambda o\iota\pi\grave{o}\varsigma$ *Ge* 17. $\tau o\tilde{v}$ add. *Hu* 18. $\delta\iota\grave{\alpha}\ \tau\tilde{\omega}\nu\ \overline{\Theta HK}$ A(BS), corr. *Co* 19. $\tau\tilde{\eta}\iota\ \overline{B\Gamma}\ \pi\alpha\varrho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda o\nu$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione $\tau\grave{\eta}\nu\ E\Xi$ *Co* pro $\tau\grave{\eta}\nu\ \overline{EZ}$ 20. $\grave{\epsilon}\pi\iota\zeta\varepsilon v\chi\vartheta\varepsilon\tilde{\iota}\sigma\alpha\ \acute{\eta}$ *Hu* auctore *Co* pro $\grave{\epsilon}\pi\iota\zeta\varepsilon v\chi\vartheta\varepsilon\acute{\iota}\sigma\eta\varsigma\ \tau\tilde{\eta}\varsigma$ 23. $\mu\varepsilon\tau\alpha\beta\acute{\alpha}\lambda\lambda\varepsilon\tau\alpha\iota$ *Hu* auctore *Co* pro $\mu\varepsilon\tau\alpha\beta\alpha\lambda\lambda\acute{o}\mu\varepsilon\nu o\varsigma$ $\varepsilon\grave{\iota}\varsigma\ \tau\grave{o}\ \tau\tilde{\eta}\varsigma$ AB, corr. S 25. $\pi\varrho\grave{o}\varsigma\ \tau\grave{\eta}\nu\ E\Xi$ *Co* pro $\pi\varrho\grave{o}\varsigma\ \tau\grave{\eta}\nu\ \overline{\Theta Z}$ 26. $\tau\tilde{\omega}\nu\ \overline{\Theta\Xi Z}$ A, distinx. BS 27. $\tau\tilde{\omega}\nu\ \overline{\Theta HZ}$ A, distinx. BS 28. ε' add. BS 31. $\tau\tilde{\omega}\nu\ \overline{AH\Theta}$ A, distinx. BS *οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΛΗ, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΚΗ πρὸς τὴν ΗΜ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΛΗ, οὕτως ἡ ΚΗ πρὸς τὴν ΗΜ, καὶ λοιπὴ ἡ ΗΛ πρὸς λοιπὴν τὴν ΛΜ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΛΗ, τουτέστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ. ἐναλλὰξ ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΗΛ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΛΜ, τουτέστιν ἡ ΔΘ πρὸς ΘΛ. καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ΗΛ τῇ ΑΔ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Α Η Θ σημείων· τοῦτο γὰρ φανερόν.*



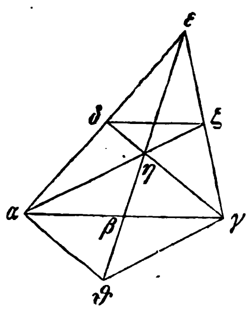
200 *ϛʹ. Πάλιν ἐὰν ᾖ καταγραφή, καὶ παράλληλος ἡ ΔΖ τῇ ΒΓ, γίνεται ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ. ἔστω οὖν ἴση· ὅτι παράλληλος.*

Ἔστιν δέ· ἐὰν γὰρ ἐπὶ τῆς ΕΒ θῶ τῇ ΗΒ ἴσην τὴν ΒΘ, καὶ ἐπιζεύξω τὰς ΑΘ ΘΓ, γίνεται παραλληλόγραμμον τὸ ΑΘΓΗ, καὶ διὰ τοῦτό ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΕ (ἑκατέρων γὰρ τῶν εἰρημένων ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΘΗ πρὸς τὴν ΗΕ λόγος), ὥστε παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΑΓ.

201 *ζʹ. Ἔστω καταγραφή, καὶ τῶν ΔΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ ΒΑ· ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ.*



Ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΒ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΔΖ εὐθείᾳ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΚ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΒΘ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, *secet in* μ. Quoniam igitur est $\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma$, et $\alpha\delta : \delta\gamma = \varkappa\lambda : \lambda\eta$, et $\alpha\beta : \beta\gamma = \varkappa\eta : \eta\mu$, est igitur $\varkappa\lambda : \lambda\eta = \varkappa\eta : \eta\mu$, et per subtractionem proportionis $\eta\lambda : \lambda\mu = \varkappa\lambda : \lambda\eta$; id est $\alpha\delta : \delta\gamma = \eta\lambda : \lambda\mu$. Vicissim est $\alpha\delta : \eta\lambda = \delta\gamma : \lambda\mu = \delta\vartheta : \vartheta\lambda$. Et sunt parallelae $\eta\lambda$ $\alpha\delta$; recta igitur est quae per puncta α η ϑ transit; hoc enim manifestum est[1]).



VI. Rursus si sit figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta$, et parallelae $\delta\zeta$ $\beta\gamma$, fit $\alpha\beta = \beta\gamma$. Iam *supponatur* esse $\alpha\beta = \beta\gamma$; dico parallelas esse $\delta\zeta$ $\beta\gamma$. Prop. 132

Sunt vero; nam si in *producta* $\varepsilon\beta$ faciam $\beta\vartheta = \eta\beta$, et iungam $\alpha\vartheta$ $\vartheta\gamma$, fit parallelogrammum $\alpha\vartheta\gamma\eta$*). Et propterea est $\alpha\delta : \delta\varepsilon = \gamma\zeta : \zeta\varepsilon$ (quoniam utraque proportio est $= \vartheta\eta : \eta\varepsilon$), itaque parallelae sunt $\delta\zeta$ $\alpha\gamma$.

VII. Sit figura $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta$, et rectarum $\beta\gamma$ $\beta\delta$ media proportionalis $\alpha\beta$; dico parallelas esse $\zeta\eta$ $\alpha\gamma$. Prop. 133

Producatur $\varepsilon\beta$, et per α rectae $\zeta\delta$ parallela ducatur $\alpha\varkappa$, iungaturque $\gamma\varkappa$. Iam quia est $\beta\gamma : \alpha\beta = \alpha\beta : \beta\delta$, et $\alpha\beta : \beta\delta = \varkappa\beta : \beta\vartheta$ (*in similibus triangulis* $\alpha\beta\varkappa$ $\delta\beta\vartheta$), est igitur $\beta\gamma : \alpha\beta$

1) Conf. supra p. 871, adnot. *.

PROPOS. 132: Simson p. 859, Breton p. 224, Chasles p. 74 sq. 89. 103 sqq., idem *Aperçu historique* l. c.

*) Nimirum quia diametri $\alpha\gamma$ $\vartheta\eta$ sese dimidias secant. Si ad Euclidem refugimus, demonstrandum est esse triangulum $\alpha\beta\eta \simeq \gamma\beta\vartheta$, et triangulum $\gamma\beta\eta \simeq \alpha\beta\vartheta$ (elem. 1, 4), quo facto reliqua sequuntur ex 1, 27.

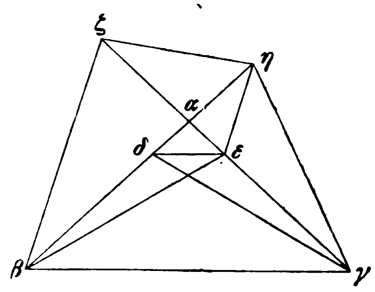
PROPOS. 133: Breton p. 224, Chasles p. 74 sq. 89. 104 sqq.

---

2. 3. *οὕτως ἡ* $\overline{ΚΛ}$ *πρὸς τὴν* $\overline{ΛΜ}$ ABS, corr. *Co* 8. *ὡς δὲ ἡ* $\overline{ΛΕ}$ ABS, corr. *Ge* 5. 6. *ἡ* $\overline{ΗΛ}$ *πρὸς τὴν* $\overline{ΛΜ}$ ABS, corr. *Ge* 7—10. *καὶ λοιπὴ — πρὸς τὴν ΛΗ* del. *Co* 9. 10. *ἐστὶν ὡς ἡ* $\overline{ΚΜ}$ *πρὸς τὴν* $\overline{ΛΜ}$ ABS, corr. *Ge* 11. 12. *πρὸς τὴν* $\overline{ΛΓ}$ *ἀνάλογον ἐστιν — πρὸς τὴν* $\overline{ΗΔ}$ ABS, corr. *Co* 14. *ἔστι* A[s]BS *τῇ ΑΔ Co* pro *τῆι* $\overline{ΔΘ}$ 15. *τῶν* $\overline{ΑΗΘ}$ A, distinx. BS 16. *ϛ'* add. BS 19. *ἐπὶ τῆς ΕΒ Hu* pro *τὴν* $\overline{ΕΒ}$, del. *Co* 22. *ἑκατερα* AB, *ἑκατέρᾳ* S, corr. *Hu* 23. *λόγος* BS, *λόγον* A 25. *ζ'* add. BS *καὶ Co* pro *κατὰ τῶν* $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΒΓ}$ *μέση* ABS, *τῶν ΑΒ ΒΓ τρίτη Co* (rectius *τῶν ΓΒ ΑΒ τρίτη* Bretonus), corr. *Hu* 26. *ἡ ΒΑ Hu* pro *ἡ* $\overline{ΒΔ}$ 28. *ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΒ Co* pro *ἐκβληθεῖσα ἡ* $\overline{ΑΒ}$ 36. *τὴν ΒΑ Co* pro *τὴν* $\overline{ΒΔ}$

οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΒΘ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΚΓ. ἔστιν οὖν πάλιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΕ (ἑκατέρων γὰρ τῶν εἰρημένων λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΚΘ πρὸς τὴν ΘΕ), ὥστε παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ.

202 *η'. Ἔστω βωμίσκος ὁ ΑΒΓΔΕΖΗ, καὶ ἔστω παράλληλος ἡ μὲν ΔΕ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΕΗ τῇ ΒΖ· ὅτι καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΓΗ παράλληλός ἐστιν.*



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΔΓ ΖΗ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΔΒΕ τρίγωνον τῷ ΔΓΕ τριγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΑΕ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΕ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΓΔΑ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΖ τῇ ΕΗ, ἴσον ἐστὶν τὸ ΒΖΕ τρίγωνον τῷ ΒΖΗ τριγώνῳ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΖ τρίγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΕ τρίγωνον λοιπῷ τῷ ΑΗΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΓΔ ἄρα τρίγωνον τῷ ΑΖΗ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΓΗ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΓΔΗ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΓΖΗ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. καὶ ἔστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΓΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΗ τῇ ΔΖ.

203 *θ'. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐν αὐτῷ διήχθωσαν αἱ ΑΔ ΑΕ, καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ κεκλάσθω ἡ ΖΘΗ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΓ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ· ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΚΛ τῇ ΒΓ.*

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΓ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως

---

1. ἡ ΑΘ Co pro ἡ ΔΘ 2. πρὸς τὴν ΖΕ Co pro πρὸς τὴν $\overline{ΖΓ}$
3. ἑκατέρων Hu, ἑκατέρᾳ A¹BS 4. πρὸς τὴν ΘΕ Co pro πρὸς τὴν

$= \varkappa\beta : \beta\vartheta$; ergo parallelae sunt $\alpha\vartheta$ $\varkappa\gamma$ (*propter similitudinem triangulorum* $\alpha\beta\vartheta$ $\gamma\beta\varkappa$). Iam rursus est $\alpha\zeta : \zeta\varepsilon = \gamma\eta : \eta\varepsilon$ (utraque enim proportio est $= \varkappa\vartheta : \vartheta\varepsilon$), itaque parallelae sunt $\zeta\eta$ $\alpha\gamma$.

VIII. Sit figura arae inaequalibus lateribus exstructae Prop. 134
similis, *quae βωμίσκος vocatur* [1]), in eaque $\delta\varepsilon$ parallela rectae $\beta\gamma$, et $\varepsilon\eta$ rectae $\beta\zeta$; dico etiam $\delta\zeta$ rectae $\gamma\eta$ parallelam esse.

Iungantur $\beta\varepsilon$ $\delta\gamma$ $\zeta\eta$; ergo triangulum $\delta\varepsilon\beta$ aequale est triangulo $\delta\varepsilon\gamma$. Commune addatur $\delta\varepsilon\alpha$ triangulum; totum igitur $\alpha\beta\varepsilon$ triangulum toti $\alpha\gamma\delta$ triangulo aequale est. Rursus quia $\beta\zeta$ $\varepsilon\eta$ parallelae sunt, aequalia sunt triangula $\beta\zeta\varepsilon$ $\beta\zeta\eta$. Commune subtrahatur $\beta\zeta\alpha$ triangulum; reliquum igitur $\alpha\beta\varepsilon$ triangulum reliquo $\alpha\eta\zeta$ aequale est. Sed erat triangulum $\alpha\beta\varepsilon$ aequale triangulo $\alpha\gamma\delta$; ergo etiam triangulum $\alpha\gamma\delta$ triangulo $\alpha\eta\zeta$ aequale est. Commune addatur $\alpha\gamma\eta$ triangulum; ergo totum $\gamma\delta\eta$ toti $\gamma\zeta\eta$ aequale est. Et sunt *haec triangula* in eadem basi $\gamma\eta$; ergo $\delta\zeta$ rectae $\gamma\eta$ parallela est.

IX. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, in eoque ducantur rectae $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$, Prop. 135
et rectae $\beta\gamma$ parallela ducatur $\zeta\eta$, et *a rectae* $\delta\varepsilon$ *puncto* ϑ ducantur $\vartheta\zeta$ $\vartheta\eta$, sitque $\beta\vartheta : \vartheta\gamma = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$; dico parallelam esse $\varkappa\lambda$ rectae $\beta\gamma$.

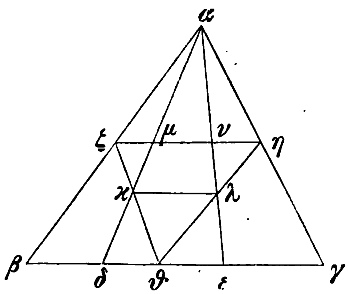
Quoniam est $\beta\vartheta : \vartheta\gamma = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$, per subtractionem proportionis igitur est $\beta\delta : \varepsilon\gamma = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$. Sed *propter paralle-*

PROPOS. 134: Breton p. 224 sq., Chasles p. 78. 89. 119 sq., idem *Aperçu historique* p. 36 (p. 34 versionis German.).

1) Distinctius, ut videtur, scriptor dicere potuit "sint duo triangula, inaequali altitudine, $\beta\zeta\gamma$ $\beta\eta\gamma$, sitque $\eta\varepsilon \parallel \zeta\beta$, et $\varepsilon\delta \parallel \gamma\beta$" etc.; sed brevitatis causa, figuram plene constructam intuens, βωμίσκος (vid. ind.) praetulit. Propria quae sit lemmatis ratio, docet Chasles ad porisma XVIII.

PROPOS. 135: Breton p. 225, Chasles p. 78. 89 sq. 108 sqq. 120 sq.

$\overline{B\Theta}$ 5. τῇ $A\Gamma$ Bretonus pro τῆι $\overline{A\Delta}$ 6. η' add. BS ὁ ABS, ἡ *Ge* 17. 18. τῇ BZ ἡ $\overline{EH}$ coni. *Hu* 20. ἀφαιρήσθω A, corr. BS 22. 23. ἐστὶν ἴσον — τῶι $\overline{AZH}$ τριγώνωι om. A¹, add. A² in marg. (BS) 26. ἐστὶν τῇ ΓH ἡ ΔZ coni. *Hu* 27. ϑ' add. BS 29. ἡ $Z\Theta H$ *Co* pro ἡ $\overline{ZH}$ 32. λοιπὸν ἄρα A, corr. BS ἐστὶν ἡ ΖΜ πρὸς ΝΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΜ πρὸς ΝΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ. ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΖΜ πρὸς τὴν ΔΘ, οὕτως ἡ ΝΗ πρὸς τὴν ΘΕ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΖΜ πρὸς τὴν ΔΘ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ ἡ ΖΚ πρὸς τὴν ΚΘ, ὡς δὲ ἡ ΗΝ πρὸς τὴν ΘΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΗΛ πρὸς τὴν ΛΘ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΚ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΗΛ πρὸς τὴν ΛΘ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΗΖ, ὥστε καὶ τῇ ΓΒ.



204 ι'. Εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΑΕ ΔΑΗ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου δύο διήχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΔΘ ΘΕ, ἔστω δὲ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΓ ΒΘ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΕ ΖΗ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Γ Δ Ζ.

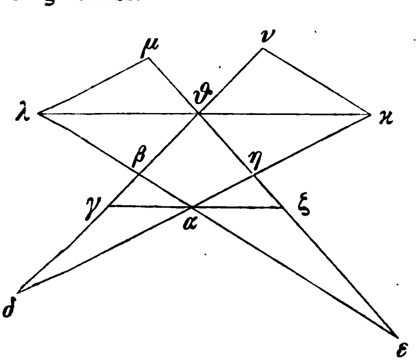
Ἤχθω διὰ τοῦ Θ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΚΛ καὶ συμπιπτέτω ταῖς ΑΒ ΑΔ κατὰ τὰ Κ Λ σημεῖα, καὶ διὰ τοῦ Λ τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΘ ἐπὶ τὸ Μ, διὰ δὲ τοῦ Κ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΝ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΘ ἐπὶ τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν διὰ τὰς παραλλήλους γίνεται ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΝ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΔΓ ΘΝ. ἄλλο δέ τι τυχὸν τὸ ὑπὸ ΔΓ ΒΘ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΔΘ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΓ ΒΘ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΔ ΘΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΓ ΒΘ, τουτέστιν ἡ ΘΝ πρὸς

---

1. καὶ ὡς — πρὸς ΝΗ add. Co   8—10. καὶ ὡς ἄρα — πρὸς τὴν ΛΘ quater scripta sunt in A, bis in S, semel in V (item B[s])   13. ι' add. BS   14. διήχθω A, corr. BS   16. 17. τὸ ὑπὸ ΘΕΖΗ — τῶν ΓΑΖ A, distinx. BS   19. τὰ ΚΛ A, distinx. BS   22. ἐκβεβλήσθω Hu pro ἐκβληθῆι   22. 23. τὰς παραλληλα (sine acc.) A, τὰ παράλληλα B, corr. S   24. 25. τῶι ὑπὸ τῶν ΔΓΘΗ A(BS), corr. Co in Lat. versione   25. τυχὸν] conf. supra ad p. 870, 22   27. ὑπὸ ΓΔΘΝ A, distinx. BS; item posthac in eodem lemmate ac perinde in

las $\zeta\eta$ $\beta\gamma$ est $\beta\delta : \varepsilon\gamma = \zeta\mu : \nu\eta$; ergo etiam $\zeta\mu : \nu\eta = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$. Vicissim est $\zeta\mu : \delta\vartheta = \nu\eta : \vartheta\varepsilon$. Sed propter parallelas $\zeta\eta$ $\delta\varepsilon$ est $\zeta\mu : \delta\vartheta = \zeta\varkappa : \varkappa\vartheta$, itemque $\nu\eta : \vartheta\varepsilon = \eta\lambda : \lambda\vartheta$; ergo etiam $\zeta\varkappa : \varkappa\vartheta = \eta\lambda : \lambda\vartheta$; ergo recta $\varkappa\lambda$ parallela est rectae $\zeta\eta$, itaque etiam rectae $\beta\gamma$.

X. In duas rectas $\beta\alpha\varepsilon$ $\delta\alpha\eta$ a puncto ϑ ducantur duae rectae $\vartheta\delta$ $\vartheta\varepsilon$, et *in his puncta* γ ζ *ita sumantur, ut* sit $\delta\vartheta \cdot \beta\gamma : \delta\gamma \cdot \beta\vartheta = \vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon : \vartheta\varepsilon \cdot \zeta\eta$; dico rectam esse quae per γ α ζ transit. Prop. 136



Ducatur per ϑ rectae $\gamma\alpha$ parallela $\varkappa\lambda$, quae cum rectis $\delta\alpha$ $\alpha\beta$ *productis* concurrat in punctis $\varkappa$ λ, et per λ rectae $\delta\alpha$ parallela ducatur $\lambda\mu$, et producatur $\varepsilon\vartheta$ ad μ, per $\varkappa$ autem rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\varkappa\nu$, et producatur $\delta\vartheta$ ad ν.

Iam quia propter parallelas $\vartheta\varkappa$ $\gamma\alpha$ est

$\delta\vartheta : \vartheta\varkappa = \delta\gamma : \gamma\alpha$, *itemque propter binas parallelas* $\gamma\alpha$ $\vartheta\varkappa$ *et* $\beta\alpha$ $\nu\varkappa$

$\vartheta\varkappa : \vartheta\nu = \gamma\alpha : \gamma\beta$, *ex aequali igitur est* 1)

$\delta\vartheta : \vartheta\nu = \delta\gamma : \gamma\beta$;

ergo $\delta\vartheta \cdot \gamma\beta = \delta\gamma \cdot \vartheta\nu$. Sed *fiat proportio ad* aliud rectangulum $\delta\gamma \cdot \beta\vartheta$; est igitur

$$\delta\vartheta \cdot \beta\gamma : \delta\gamma \cdot \beta\vartheta = \delta\gamma \cdot \vartheta\nu : \delta\gamma \cdot \beta\vartheta, \text{ id est } = \vartheta\nu : \beta\vartheta.$$

PROPOS. 136 (id est reciproca ad propos. 129): Simson p. 408—411, Breton p. 218 adn. 226 sq., Chasles p. 75 sq. 90. 108 sqq. 122 sq. 124 sq., Baltzer *Elemente* II p. 373.

1) Addita haec secundum Simsonum p. 409.

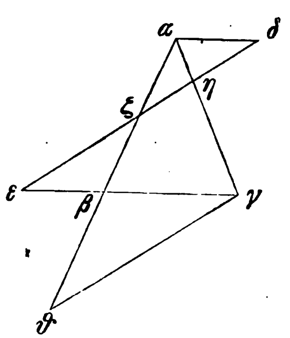
---

proximis duobus quaternae litterae plerumque coniunctae comparent in A

ΘΒ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΘΔ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΓ ΒΘ, ὑπόκειται τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΕ ΖΗ, ὡς δὲ ἡ ΘΝ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΘΛ, τουτέστιν ἐν παραλλήλῳ ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΘΜ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΜ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΕ ΖΗ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΘΗ ΖΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΜ ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΘΕ ΖΗ τῷ ὑπὸ ΘΜ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΜ πρὸς τὴν ΘΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ. συνθέντι καὶ ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΜΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΛΕ πρὸς τὴν ΕΛ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΕ πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΖ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΖ τῇ ΚΛ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΛ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΛΖ, ὅπερ: ~

Τὰ δὲ πτωπικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἐστιν ἀναστρόφιον.

205 ια'. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΑΔ, καὶ διαχθεῖσα ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ε σημεῖον· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ.



Ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ ΔΕ παράλληλος ἡ ΓΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΖΗ, ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΗ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΘΓ πρὸς τὴν ΖΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΘ ΔΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΕΔ ΖΗ. ἄλλο δέ τι τυχὸν τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΔ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΗ πρὸς

4. ἡ ΗΘ Co pro ἡ $\overline{\text{ΝΘ}}$ 7. 8. τὸ ὑπὸ — καὶ et 8. ἄρα add. Co

Sed ex hypothesi est $\delta\vartheta \cdot \beta\gamma : \delta\gamma \cdot \beta\vartheta = \vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon : \vartheta\varepsilon \cdot \zeta\eta$, estque *propter parallelas* $\nu\varkappa$ $\lambda\beta$

$$\vartheta\nu : \beta\vartheta = \varkappa\vartheta : \vartheta\lambda, \text{ id est propter parallelas } \eta\varkappa\ \lambda\mu$$
$$= \eta\vartheta : \vartheta\mu, \text{ id est}$$
$$= \vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon : \vartheta\mu \cdot \zeta\varepsilon; \text{ ergo etiam}$$
$$\vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon : \vartheta\varepsilon \cdot \zeta\eta = \vartheta\eta \cdot \zeta\varepsilon : \vartheta\mu \cdot \zeta\varepsilon; \text{ itaque}$$
$$\vartheta\varepsilon \cdot \zeta\eta = \vartheta\mu \cdot \zeta\varepsilon; \text{ ergo etiam}$$
$$\vartheta\mu : \vartheta\varepsilon = \eta\zeta : \zeta\varepsilon. \text{ Componendo est}$$
$$\mu\varepsilon : \vartheta\varepsilon = \varepsilon\eta : \varepsilon\zeta, \text{ et vicissim}$$
$$\mu\varepsilon : \varepsilon\eta = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta. \text{ Sed } \textit{propter parallelas } \lambda\mu\ \alpha\eta \text{ est}$$
$$\mu\varepsilon : \varepsilon\eta = \lambda\varepsilon : \varepsilon\alpha; \text{ ergo etiam}$$
$$\lambda\varepsilon : \varepsilon\alpha = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta;$$

ergo parallelae sunt $\alpha\zeta$ et $\lambda\vartheta$ *sive* $\lambda\varkappa$. Sed *ex constructione* etiam $\gamma\alpha$ $\lambda\varkappa$ *parallelae sunt;* ergo recta est quae per γ α ζ transit, q. e. d.

Casus huius *lemmatis,* quod est reciprocum *ad lemma III,* similiter se habent ac supra (*propos. 129 adnot. 1*).

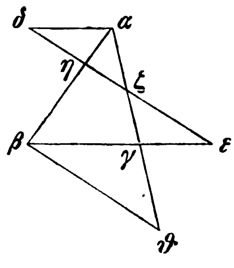
XI. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et rectae $\beta\gamma$ parallela $\alpha\delta$, et ducatur $\delta\varepsilon$, quae *rectas* $\alpha\gamma$ $\alpha\beta$ *secet in* η ζ *ac* cum $\beta\gamma$ *productā* concurrat in puncto ε; dico esse $\varepsilon\delta \cdot \zeta\eta : \varepsilon\zeta \cdot \eta\delta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$. Prop. 137

Ducatur per γ rectae $\delta\varepsilon$ parallela $\gamma\vartheta$, et $\alpha\beta$ producatur ad ϑ. Iam quia *propter parallelas* $\gamma\vartheta$ $\eta\zeta$ est $\gamma\alpha : \alpha\eta = \gamma\vartheta : \zeta\eta$, et *propter parallelas* $\varepsilon\gamma$ $\alpha\delta$ est $\gamma\alpha : \alpha\eta = \varepsilon\delta : \delta\eta$, est igitur etiam $\varepsilon\delta : \delta\eta = \gamma\vartheta : \zeta\eta$, itaque $\gamma\vartheta \cdot \delta\eta = \varepsilon\delta \cdot \zeta\eta$. Sed *fiat proportio ad* aliud rectangulum $\varepsilon\zeta \cdot \eta\delta$; est igitur

PROPOS. 137: Simson p. 411 sq., Breton p. 227, Chasles p. 75 sq. 82. 90. 114 sq. cet., idem *Aperçu historique* p. 34 (p. 31 sq. versionis German.).

---

13. *ἀλλὰ καὶ ἡ* $\overline{\Gamma\Lambda}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 13. 14. *ἡ* $\overline{\Gamma\Lambda Z O}$ *O* A, corr. V (*ἡ* $\overline{\gamma\alpha\zeta}$. *ὅπερ ἔδει* B[s]S) 17. *ια'*, sed id ante *Τὰ δὲ πτωτικὰ*, add. BS 19. *πρὸς τὸ ὑπὸ* $\overline{\varepsilon\zeta}$ $\overline{\eta\lambda}$ S cod. *Co* (recte $\overline{EZ}$ $\overline{H\Lambda}$ AB), item p. 884, 5



τὸ ὑπὸ *ΔΗ ΕΖ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΓΘ ΔΗ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΗ ΕΖ*, τουτέστιν ἡ *ΓΘ* πρὸς *ΕΖ*, τουτέστιν ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΕ*. ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ *ΔΕ ΖΗ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΕΖ ΗΔ*, οὕτως ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΕ*. τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ *ΑΔ* παράλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ *Δ* ἐκτὸς τοῦ *Γ* ἀχθῇ ἡ *ΔΕ*.

206 ιβ'. Ἀποδεδειγμένων νῦν τούτων ἔσται δεῖξαι ὅτι, ἐὰν παράλληλοι ὦσιν αἱ *ΑΒ ΓΔ*, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες αἱ *ΑΔ ΑΖ ΒΓ ΒΖ*, καὶ ἐπιζευχθῶσιν αἱ *ΕΔ ΕΓ*, [ὅτι] γίνεται εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν *Η Μ Κ*.

Ἐπεὶ γὰρ τρίγωνον τὸ *ΔΑΖ*, καὶ τῇ *ΔΖ* παράλληλος ἡ *ΑΕ*, καὶ διῆκται ἡ *ΕΓ* συμπίπτουσα τῇ *ΔΖ* κατὰ τὸ *Γ*, διὰ τὸ προγεγραμμένον γίνεται ὡς ἡ *ΔΖ* πρὸς τὴν *ΖΓ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΓΕ ΗΘ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΓΗ ΘΕ*. πάλιν ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστιν τὸ *ΓΒΖ*, καὶ τῇ *ΓΔ* παράλληλος ἦκται ἡ *ΒΕ*, καὶ διῆκται ἡ *ΔΕ* συμπίπτουσα τῇ *ΓΖΔ* κατὰ τὸ *Δ*, γίνεται ὡς ἡ *ΓΖ* πρὸς τὴν *ΖΔ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΔΕ ΔΚ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΚ ΛΕ*· ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται ὡς ἡ *ΔΖ* πρὸς τὴν *ΖΓ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΔΚ ΛΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΕ ΛΚ*. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ *ΔΖ* πρὸς τὴν *ΖΓ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΓΕ ΗΘ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΓΗ ΘΕ*· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ *ΓΕ ΗΘ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΓΗ ΘΕ*, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ *ΔΚ ΛΕ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΕ ΚΛ* [ἀνῆκται εἰς τὸ πρὸ ἑνός]. ἐπεὶ οὖν εἰς δύο εὐθείας τὰς *ΓΜΛ ΔΜΘ* δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ *ΕΓ ΕΔ*, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ *ΓΕ ΗΘ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΓΗ ΘΕ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΔΚ ΕΛ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΕ ΛΚ*, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν *Η Μ Κ*· τοῦτο γὰρ προδέδεικται.

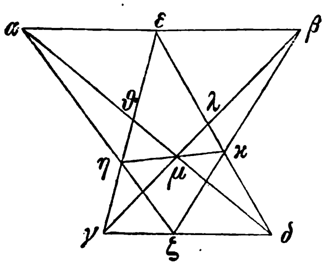
---

8. 9. ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ $\overline{Γ}$ διὰ τὴν εὐθεῖαν ABS, ἐκτὸς τοῦ Γ ὡς ἐπὶ τὸ Ε ἀχθῇ ἡ ΔΕ *Co*, in quibus ὡς ἐπὶ τὸ Ε del. *Hu* 10. ιβ' add. BS νῦν del. B[1], οὖν coni. *Hu* 13. ὅτι del. *Hu* (superius ὅτι ante ἐὰν del. *Ge*) τῶν $\overline{ΗΜΚ}$ A, distinx. BS 18. τῇ ΓΖ παράλληλος coni. *Hu* 26. ἀνῆκται εἰς τὸ πρὸ ἑνός del. *Hu* (lemma decimum significavit interpolator) 26. 27. τὰς $\overline{ΓΜΔ}$ ABS, corr. *Co* in

$$\varepsilon\delta \cdot \zeta\eta : \varepsilon\zeta \cdot \eta\delta = \gamma\vartheta \cdot \delta\eta : \varepsilon\zeta \cdot \eta\delta, \text{ id est}$$
$$= \gamma\vartheta : \varepsilon\zeta, \text{ id est } \textit{propter parallelas } \gamma\vartheta\ \zeta\varepsilon$$
$$= \gamma\beta : \beta\varepsilon.$$

Eadem ratione, si ad contrariam partem ducatur $\alpha\delta$ parallela *rectae* $\beta\gamma$, et a δ extra γ ducatur $\delta\varepsilon$, *eique parallela* $\beta\vartheta$, *demonstratur esse* $\varepsilon\delta \cdot \zeta\eta : \varepsilon\zeta \cdot \eta\delta = \beta\gamma : \gamma\varepsilon$.

XII. Iam his demonstratis ostendendum erit, si parallelae sint $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et in eas incidant quaedam rectae $\alpha\delta$ $\alpha\zeta$ $\beta\gamma$ $\beta\zeta$, *quarum* $\alpha\delta$ $\beta\gamma$ *concurrant in* μ *), et *a quovis rectae* $\alpha\beta$ *puncto inter* α *et* β *sumpto* ducantur $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\delta$, *quarum* $\varepsilon\gamma$ *cum* $\alpha\zeta$ *concurrat in* η *et* $\varepsilon\delta$ *cum* $\beta\zeta$ *in* $\varkappa$, rectam esse quae per η μ $\varkappa$ transit. Prop. 138



Quoniam enim triangulum est $\delta\alpha\zeta$, et rectae $\delta\zeta$ parallela $\alpha\varepsilon$, et ducta est $\varepsilon\gamma$ cum $\delta\zeta$ *productâ* concurrens in γ, propter superius lemma *XI* fit $\delta\zeta : \zeta\gamma = \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon$. Rursus quia est triangulum $\gamma\beta\zeta$, et rectae $\gamma\zeta$ parallela $\varepsilon\beta$, et ducta est $\varepsilon\delta$ cum recta $\gamma\zeta\delta$ concurrens in δ, fit $\gamma\zeta : \zeta\delta = \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda : \delta\varkappa \cdot \lambda\varepsilon$. E contrario igitur est

$\delta\zeta : \zeta\gamma = \delta\varkappa \cdot \lambda\varepsilon : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$. Sed erat etiam
$\delta\zeta : \zeta\gamma = \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon$; ergo etiam
$\gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon = \delta\varkappa \cdot \lambda\varepsilon : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$.

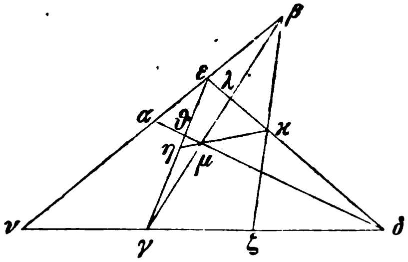
Iam quia in duas rectas $\gamma\mu\lambda$ $\delta\mu\vartheta$ duae rectae $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\delta$ ductae sunt, estque $\gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon = \delta\varkappa \cdot \lambda\varepsilon : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$, recta igitur est quae per η μ $\varkappa$ transit; hoc enim supra *lemmate X* demonstratum est.

PROPOS. 138: Simson p. 413 sq., Breton p. 228, Chasles p. 77. 90. 124 sq. 130, idem *Aperçu historique* p. 36 (p. 34 versionis German.), Baltzer *Elemente* II p. 380.

*) Haec addita secundum Simsonum, reliqua a nobis; praeterea totam propositionem alia eaque explicatiore ratione enuntiat Simsonus.

Lat. versione 28. πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{\Gamma E}$ $\overline{\Theta E}$ ABS, corr. *Co* in Lat. versione 28. 29. οὕτως τὸ ὑπὸ $\overline{\Delta K}$ $\overline{\Delta\text{-}\Delta}$ A, sed corr. pr. manus 30. τῶν $\overline{HMK}$ A, distinx. BS

207 ιγ'. Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν αἱ ΑΒ ΓΔ παράλληλοι, ἀλλὰ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ν· ὅτι πάλιν εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Η Μ Κ.



Ἐπεὶ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΑΝ ΑΖ ΑΔ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Γ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΓΕ ΓΔ, γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΓΕ ΗΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΓΝ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΝΔ ΓΖ. πάλιν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Δ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΒΝ ΒΓ ΒΖ δύο εἰσὶν διηγμέναι αἱ ΔΕ ΔΝ, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΝΓ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΔ ΖΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΚ ΕΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΝΓ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΔ ΓΖ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΓΕ ΗΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΕ ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΔΚ ΕΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ [ἀπῆκται εἰς ὃ καὶ ἐπὶ τῶν παραλλήλων]. διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Η Μ Κ.

208 ιδ'. Ἔστω παράλληλος ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΔΕ ΓΒ, καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ΒΗ τὸ Ζ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΒ ΗΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΒ ΓΗ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Ζ Δ.

Ἤχθω διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΔΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ Θ, διὰ δὲ τοῦ Θ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΘΚ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Κ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΒ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΒ ΓΗ, ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἐστὶν ἥ τε ΔΘ πρὸς τὴν ΓΗ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΘ ΒΖ πρὸς τὸ ὑπὸ

1. ιγ' add. BS 2. κατὰ τὸ $\overline{Η}$ ABS, corr. Co 3. τῶν $\overline{ΗΜΚ}$ A, distinx. BS, item vs. 22 7. 8. τοῦ $\overline{Κ}$ — αἱ $\overline{ΓΕ}$ $\overline{ΝΔ}$ ABS, corr. Co 9. 10. ὑπὸ $\overline{ΓΕΗΘ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{ΓΗΘΕ}$ A, distinx. BS, item vs.

XIII. At ne sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, sed convergant in puncto ν; dico rursus rectam esse quae per η μ $\varkappa$ transit. Prop. 139

Quoniam in tres rectas $\alpha\nu$ $\alpha\zeta$ $\alpha\delta$ ab eodem puncto γ duae rectae $\gamma\varepsilon$ $\gamma\delta$ ductae sunt, *propter superius lemma III*[1]) fit $\gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon = \gamma\nu \cdot \zeta\delta : \nu\delta \cdot \gamma\zeta$. Rursus quia ab eodem puncto δ in tres rectas $\beta\nu$ $\beta\gamma$ $\beta\zeta$ duae ductae sunt $\delta\varepsilon$ $\delta\nu$, *propter idem lemma* est

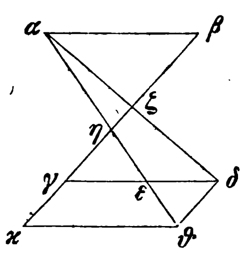
$\nu\gamma \cdot \zeta\delta : \nu\delta \cdot \zeta\gamma = \delta\varkappa \cdot \varepsilon\lambda : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$. Sed demonstratum est

$\nu\gamma \cdot \zeta\delta : \nu\delta \cdot \zeta\gamma = \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon$; ergo etiam

$\gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon = \delta\varkappa \cdot \varepsilon\lambda : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$.

Igitur propter superius *lemma X*[2]) recta est quae per η μ $\varkappa$ transit.

XIV. Sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et ducantur $\alpha\varepsilon$ $\gamma\beta$, et punctum ζ in $\beta\eta$ *ita sumatur*, ut sit $\delta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \gamma\beta \cdot \eta\zeta : \zeta\beta \cdot \gamma\eta$; dico rectam esse quae per α ζ δ transit. Prop. 140



Ducatur per δ rectae $\beta\gamma$ parallela $\delta\vartheta$, et producatur $\alpha\varepsilon$ ad ϑ, et per ϑ rectae $\delta\gamma$ parallela ducatur $\vartheta\varkappa$, producaturque $\beta\gamma$ ad $\varkappa$. Iam quia *ex hypothesi* est

$\delta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \gamma\beta \cdot \eta\zeta : \zeta\beta \cdot \gamma\eta$, et *propter parallelas* $\delta\vartheta$ $\eta\gamma$ est

$\delta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \delta\vartheta : \gamma\eta = \delta\vartheta \cdot \beta\zeta : \gamma\eta \cdot \beta\zeta$,

PROPOS. 139: Simson p. 414 sq., Breton p. 228 sq., Chasles p. 77. 91 cet. (ut ad propos. 138).

1) Vide append.

2) Litterae geometricae sic inter se respondent:

lemm. X:	Θ	B	Γ	Δ	A	H	Z	E
XIII:	ε	ϑ	η	γ	μ	λ	$\varkappa$	δ.

PROPOS. 140, sive conversa 137: Simson p. 415 sq., Breton p. 229 sq., Chasles p. 77. 91. 149 sq.

18. 19 12. 13. τῶν $\overline{N\Delta\Gamma Z}$ A, distinx. BS 20. 21. ἀπῆκται — παραλλήλων del. *Hu* 20. ἀνῆκται *Ge* 21. εἶσο καὶ ABS, forsitan εἰς τὸ δέκατον voluerit interpolator 23. ιδʹ add. BS 24. ἐπὶ BS, ἐπεὶ A τῆς $\overline{ZH}$ AS cod. *Co*, τῆς $\overline{\eta\zeta}$ B, corr. *Co* 26. τῶν $\overline{AZ\Delta}$ A, distinx. BS 28. εκβληθῇ A(B), ἐκβληθήτω SV, corr. *Ge* 31. τὸ ὑπὸ $\overline{B\Gamma}$ $\overline{ZH}$ ABS, corr. *Co* 31. ἐστὶν del. *Hu*

τῶν ΓΗ ΒΖ, ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΖΗ τῷ ὑπὸ ΔΘ ΒΖ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΗΖ, *τουτέστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΗΖ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΗ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΖΗ, τουτέστιν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΖΗ. ἀλλ' ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΒΗ ἐν παραλλήλῳ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΗ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΖΗ. καὶ εἰσὶν παράλληλοι αἱ ΔΘ ΖΗ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Α Ζ Δ σημείων.*

209 ιε'. *Τούτου προτεθεωρημένου ἔστω παράλληλος ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΖ ΖΒ ΓΕ ΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ ΗΚ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Μ Δ.*

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΜ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΒΓΖ [ἐκτὸς] ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ παράλληλος ἦκται ἡ ΒΕ, καὶ διῆκται ἡ ΔΕ, γίνεται ὡς ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΛ ΚΔ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΚ ΛΕ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕ ΗΘ (εἰς τρεῖς γὰρ εὐθείας τὰς ΓΛ ΔΘ ΗΚ δύο εἰσὶν διηγμέναι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Ε αἱ ΕΓ ΕΔ)· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΓ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΕ ΗΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΕ. καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν Θ Μ Δ· διὰ

---

3. *πρὸς τὴν ΗΖ* add. *Hu* coll. vs. 5 (brevius scribi poterat *οὕτως ἡ ΔΘ, τουτέστιν ἡ ΓΚ, πρὸς τὴν ΗΖ*) 4. *καὶ ὅλῃ* A, corr. BS 7. *εὐθειαι* (sine acc.) A(B), corr. S 8. *τῶν* $\overline{ΑΖΔ}$ A[3] ex *τῶν* $\overline{ΑΖ*}$, distinx. BS 9. *ιε'* add. BS 11. *ἐπεζεύχθω* A, corr. BS 12. *διὰ τῶν* $\overline{ΗΜΚ}$ A(BS), corr. *Co* 13. *ἡ* $\overline{λμ}$ S cod. *Co* (recte *ἡ* $\overline{ΔΜ}$ AB) *καὶ* add. *Co* *ἐπὶ τὸ* $\overline{Κ}$ ABS, corr. *Co* 14. *ἐκτὸς* del. *Hu* auctore Simsono 15. *διῆκται ἡ* $\overline{ΔΒ}$ AB, *διῆκται ἡ* $\overline{βδ}$ S, *ducitur ED Co*, corr. *Hu* 16. *πρὸς ΖΔ Co* (in Lat. versione) pro *πρὸς* $\overline{ΖΓ}$ 17. 18. *πρὸς τὸ ὑπὸ* $\overline{ΔΚΛΒ}$ A(BS), *πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΛ ΚΛ Co*, corr. *Hu* 19. *γὰρ* add. *Hu* auctore *Co* *τὰς* $\overline{ΓΛΔΘΗΚ}$ A, distinx. BS 22. *καὶ ἔστιν* cet.] immo *εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Α Θ Δ διὰ τὸ προγεγραμμένον. καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν Θ Μ Δ· εὐθεῖα ἄρα καὶ ἡ διὰ τῶν Α Μ Δ* (vel *ὥστε καὶ ἡ διὰ — ἐστὶν εὐθεῖα*) *διὰ τῶν* $\overline{ΗΜΚ}$ A(BS), corr. *Hu* (*διὰ τῶν Δ Μ Θ Co*)

est igitur $\gamma\beta \cdot \eta\zeta = \delta\vartheta \cdot \beta\zeta$; itaque per proportionem est

$$\gamma\beta : \beta\zeta = \delta\vartheta : \eta\zeta, \text{ id est}$$
$$= \gamma\varkappa : \eta\zeta; \text{ ergo etiam tota ad totam}$$
$$\varkappa\beta : \beta\eta = \gamma\varkappa : \eta\zeta = \delta\vartheta : \eta\zeta.$$

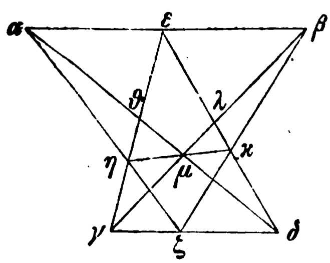
Sed inter parallelas $\alpha\beta$ $\varkappa\vartheta$ est $\varkappa\eta : \eta\beta = \vartheta\eta : \eta\alpha$, *ideoque componendo*

$\varkappa\beta : \beta\eta = \vartheta\alpha : \alpha\eta$. *Sed erat* $\varkappa\beta : \beta\eta = \delta\vartheta : \zeta\eta$; *ergo*

$\vartheta\alpha : \alpha\eta = \delta\vartheta : \zeta\eta$.

Et sunt parallelae $\delta\vartheta$ $\zeta\eta$; recta igitur est quae per α ζ δ transit[1]).

XV. Hoc demonstrato sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, inque eas incidant rectae $\alpha\zeta$ $\zeta\beta$ $\gamma\varepsilon$ $\varepsilon\delta$, et iungantur $\beta\gamma$ $\eta\varkappa$; dico rectam esse quae per α μ δ transit[2]). Prop. 141



Iungatur $\delta\mu$ producaturque ad ϑ *punctum concursûs cum* $\gamma\varepsilon$. Iam quia a vertice β trianguli $\beta\gamma\zeta$ rectae $\gamma\delta$ parallela ducta est $\beta\varepsilon$, et *inter parallelas* ducta $\delta\varepsilon$, *propter lemma XI* fit

$$\gamma\zeta : \zeta\delta = \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda : \varepsilon\lambda \cdot \varkappa\delta.$$

Sed, quia in tres rectas $\gamma\lambda$ $\delta\vartheta$ $\eta\varkappa$ (*id est* $\mu\gamma$ $\mu\eta$ $\mu\vartheta$) ab eodem puncto ε ductae sunt $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\delta$, *propter lemma III* est

$$\delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda : \varepsilon\lambda \cdot \varkappa\delta = \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon : \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta \text{*)};$$

ergo etiam

$$\delta\zeta : \zeta\gamma = \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon;$$

ergo propter superius *lemma recta est quae per* α ϑ δ *transit*.

1) Conf. supra p. 871 adnot. *.

PROPOS. 141: Simson p. 416 sq., Breton p. 230, Chasles p. 77. 91 sq. 141, idem *Aperçu historique* p. 36 (p. 34 versionis German.).

2) Explicatius Simson p. 416: "sit $\alpha\beta$ parallela rectae $\gamma\delta$, et a punctis α β inflectantur ad $\gamma\delta$ rectae $\alpha\zeta$ $\beta\zeta$; a punctis vero γ δ ad $\alpha\beta$ inflectantur $\gamma\varepsilon$ $\delta\varepsilon$, sitque η intersectio ipsarum $\alpha\zeta$ $\gamma\varepsilon$, et $\varkappa$ intersectio reliquarum $\beta\zeta$ $\delta\varepsilon$, et ducatur $\beta\gamma$, quae occurrat iunctae $\eta\varkappa$ in μ; erunt α μ δ puncta in recta linea".

*) Vide append.

τὸ προγεγραμμένον ἄρα καὶ ἡ διὰ τῶν Α Μ Δ ἐστὶν εὐθεῖα.

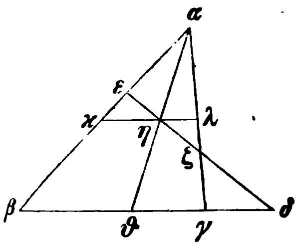
210 ιϛ'. Εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΑΓ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Δ δύο διήχθωσαν αἱ ΔΒ ΔΕ, καὶ ἐπ' αὐτῶν εἰλήφθω σημεῖα τὰ Η Θ, ἔστω δὲ ὡς τὸ ὑπὸ ΕΗ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΗΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΘ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ ΓΘ· ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Α Η Θ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Η τῇ ΒΔ παράλληλος ἡ ΚΛ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΕΗ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΘ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ ΓΘ, ἀλλὰ ὁ τοῦ ὑπὸ ΕΗ ΖΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΗΖ συνῆπται λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΗΕ πρὸς ΕΔ, τουτέστιν ἡ ΚΗ πρὸς ΒΔ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΔΖ πρὸς ΖΗ, τουτέστιν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΛ, ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΒΘ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ ΓΘ συνῆπται λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΒ πρὸς ΒΔ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ, καὶ ὁ ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΗ ἄρα πρὸς ΒΔ καὶ τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς ΗΛ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΒΔ καὶ τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΘ. ὁ δὲ τῆς ΚΗ πρὸς ΒΔ συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΗ πρὸς ΒΘ καὶ τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΒΔ· ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΗ πρὸς ΒΘ καὶ τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΒΔ καὶ ἔτι τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς ΗΛ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΒΔ καὶ τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΘ. κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΒΔ λόγος· λοιπὸς ἄρα ὁ συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΗ πρὸς ΒΘ καὶ τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς ΗΛ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΓΘ, τουτέστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΗΛ καὶ τοῦ τῆς ΗΛ πρὸς τὴν ΘΓ. καὶ πάλιν κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΗΛ λόγος· λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς ΚΗ πρὸς τὴν ΒΘ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΗΛ πρὸς τὴν ΘΓ. καὶ ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΚΗ πρὸς τὴν ΗΛ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς τὴν

1. τῶν $\overline{ΑΜΔ}$ A, distinx. BS 3. ιϛ' add. BS 4. διήχθη A, corr. BS 5. τὰ $\overline{ΗΘ}$ A, distinx. BS δὲ *Hu* pro δὴ 7. τῶν $\overline{ΑΗΘ}$ A, distinx. BS 10. ὁ add. BS, τοῦ *Ge* 16. ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ ABS, corr. *Co* in Lat. versione ἔκ τε τοῦ add. *Hu* (nec tamen persanatus locus esse videtur, nisi καὶ ὁ συνημμένος ἄρα ἔκ τε τοῦ τῆς

Et *ex constructione* recta est quae per ϑ μ δ transit; ergo etiam recta est quae per α μ δ transit.

XVI. In duas rectas $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ ab eodem puncto δ ducantur duae rectae $\delta\beta$ $\delta\varepsilon$, et in his sumantur duo puncta ϑ η, sit autem $\varepsilon\eta \cdot \zeta\delta : \delta\varepsilon \cdot \eta\zeta = \beta\vartheta \cdot \gamma\delta : \beta\delta \cdot \gamma\vartheta$; dico rectam esse quae per α η ϑ transit. Prop. 142



Ducatur [1]) per η rectae $\beta\delta$ parallela $\varkappa\lambda$. Iam quia est $\varepsilon\eta \cdot \zeta\delta : \delta\varepsilon \cdot \eta\zeta = \beta\vartheta \cdot \gamma\delta : \beta\delta \cdot \gamma\vartheta$, ac per formulam compositae proportionis

$$\frac{\varepsilon\eta \cdot \zeta\delta}{\delta\varepsilon \cdot \eta\zeta} = \frac{\eta\varepsilon}{\varepsilon\delta} \cdot \frac{\delta\zeta}{\zeta\eta} = \frac{\varkappa\eta}{\beta\delta} \cdot \frac{\gamma\delta}{\eta\lambda},$$

itemque

$$\frac{\beta\vartheta \cdot \gamma\delta}{\beta\delta \cdot \gamma\vartheta} = \frac{\beta\vartheta}{\beta\delta} \cdot \frac{\delta\gamma}{\gamma\vartheta},$$ ergo etiam est

$$\frac{\varkappa\eta}{\beta\delta} \cdot \frac{\gamma\delta}{\eta\lambda} = \frac{\beta\vartheta}{\beta\delta} \cdot \frac{\delta\gamma}{\gamma\vartheta}.$$ Sed est

$$\frac{\varkappa\eta}{\beta\delta} = \frac{\varkappa\eta}{\beta\vartheta} \cdot \frac{\beta\vartheta}{\beta\delta};$$ ergo $$\frac{\varkappa\eta}{\beta\vartheta} \cdot \frac{\beta\vartheta}{\beta\delta} \cdot \frac{\gamma\delta}{\eta\lambda} = \frac{\beta\vartheta}{\beta\delta} \cdot \frac{\delta\gamma}{\gamma\vartheta}.$$

Dividendo tollatur communis proportio $\beta\vartheta : \beta\delta$; relinquitur igitur

$$\frac{\varkappa\eta}{\beta\vartheta} \cdot \frac{\gamma\delta}{\eta\lambda} = \frac{\delta\gamma}{\gamma\vartheta} = \frac{\delta\gamma}{\eta\lambda} \cdot \frac{\eta\lambda}{\gamma\vartheta}.$$

Et rursus tollatur communis proportio $\delta\gamma : \eta\lambda$; relinquitur igitur $\varkappa\eta : \beta\vartheta = \eta\lambda : \gamma\vartheta$. Et vicissim est $\varkappa\eta : \eta\lambda = \beta\vartheta : \vartheta\gamma$,

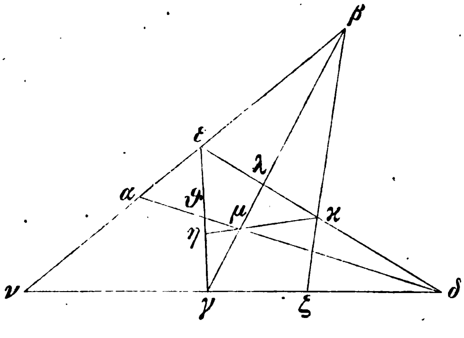
PROPOS. 142 (id est propos. 136 aliter demonstrata): Simson p. 409—411, Breton p. 230 sq., Chasles p. 76. 92. 142 sq. 150 cet., Baltzer *Elemente* II p. 373.

1) Rursus ex plurimis, quae fingi possunt figuris, unam tantum adscripsimus; duas exhibet codex, scilicet hanc ipsam et alteram cum punctorum in basi dispositione β δ γ ϑ, quae cum ad lemma XVII valeat, repetita est a nobis in appendice ad propos. 143; tertiam addit Commandinus cum dispositione β ϑ δ γ; quarta supra est in lemm. X, quod litteris convenienter mutatis dat seriem ϑ β γ δ. Conf. etiam infra propos. 144 cum append.

KH πρὸς *BΔ* cet. scripseris) 18. πρὸς $\overline{ΘΔ}$ καὶ τοῦ τῆς $\overline{ΑΓ}$ ABS, corr. *Co* 23. κοινὸς BS super vs., κ° ABS, item vs. 28 24. ὁ τῆς $\overline{ΘΒ}$ AB, corr. S

ΘΓ, καὶ εἰσὶν αἱ ΚΛ ΒΓ παράλληλοι· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Λ Η Θ σημείων.

211 *ιζʹ. Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω παράλληλος ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, ἀλλὰ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ν.*



Ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Δ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΒΝ ΒΓ ΒΖ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΔΕ ΔΝ, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΝΔ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΓ ΔΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΛ ΚΔ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΕΔ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΛ ΚΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΕΘ ΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓ ΘΗ (πάλιν γὰρ εἰς τρεῖς τὰς ΓΛ ΔΘ ΗΚ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Ε δύο ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΓ ΕΔ)· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΕΘ ΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓ ΘΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΝΔ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΓ ΖΔ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν Λ Θ Δ· καὶ ἡ διὰ τῶν Λ Μ Δ ἄρα εὐθεῖά ἐστιν.

212 *ιηʹ. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΔ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΔΕ ΖΗ, ἔστω δὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΒ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΓ· ὅτι, ἐὰν ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΔ, γίνεται εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν Θ Κ Γ.*

Ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΒ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, κοινὸς [ἄρα] προσκείσθω ὁ τῆς ΓΕ πρὸς ΕΒ λόγος ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τοῦ ὑπὸ ΕΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ

---

2. τῶν ΛΗΘ A, distinx. BS 3. ιζʹ BS, ΙΗ A[1] in marg. 7. 8. τὰς βη B[s]S cod. *Co* (recte τὰς ΒΝ A) 16. 17. τὸ ὑπὸ εϑ γν S cod. *Co* (recte τὸ ὑπὸ ΕΘ ΓΗ AB) 17. πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓ ΘΝ ABS, corr. *Co*, item vs. 19. 20 19. ἄρα τὸ ὑπὸ εϑ γν S cod. *Co* (recte AB, ut supra) 20. τὸ ὑπὸ ΝΛ ΓΖ πρὸς bis scripta in A ΔΖ (ante διὰ) *Co* δὴ add. *Ge* 21. 22. τῶν ΛΘΔ — τῶν ΛΜΔ A, distinx. BS 23. ιηʹ add. BS 24. ὡς τὰ ἀπὸ AB, corr. S 26. τῶν ΘΚΓ A, distinx. BS, item p. 894, 12 28. κοινὸν AB[1], corr. B[c]S ἄρα del. *Hu*

suntque parallelae $\varkappa\lambda$ $\beta\gamma$; recta igitur est quae per puncta α η ϑ transit[1]).

XVII. At ne sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, sed convergant in puncto ν (*ceteris ut in lemmate XV manentibus*). Prop. 143

Iam quia ab eodem puncto δ in tres rectas $\beta\nu$ $\beta\gamma$ $\beta\zeta$ duae rectae $\delta\varepsilon$ $\delta\nu$ ductae sunt, *propter lemma III* est

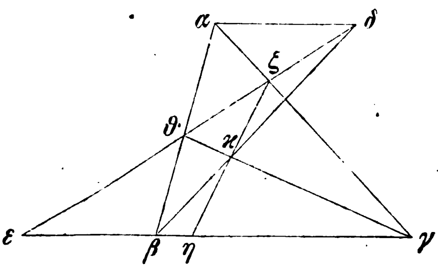
$\nu\delta\cdot\gamma\zeta : \nu\gamma\cdot\delta\zeta = \delta\varepsilon\cdot\varkappa\lambda : \varepsilon\lambda\cdot\varkappa\delta$ *). Sed rursus, quia in tres rectas $\gamma\lambda$ $\delta\vartheta$ $\eta\varkappa$ (*id est* $\mu\lambda$ $\mu\delta$ $\mu\varkappa$) ab eodem puncto ε duae $\varepsilon\gamma$ $\varepsilon\delta$ ductae sunt, est

$\varepsilon\delta\cdot\varkappa\lambda : \varepsilon\lambda\cdot\varkappa\delta = \varepsilon\vartheta\cdot\gamma\eta : \varepsilon\gamma\cdot\vartheta\eta$ **); ergo etiam

$\varepsilon\vartheta\cdot\gamma\eta : \varepsilon\gamma\cdot\vartheta\eta = \nu\delta\cdot\gamma\zeta : \nu\gamma\cdot\delta\zeta$.

Iam propter superius *lemma* recta est quae per α ϑ δ transit**); ergo etiam recta est quae per α μ δ transit.

XVIII. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et rectae $\beta\gamma$ parallela ducatur $\alpha\delta$, et ducatur *utcunque* $\delta\varepsilon$, *quae rectis* $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ *occurrat in* ϑ ζ; *sit autem in* $\beta\gamma$ *punctum* η, quod faciat $\varepsilon\beta^2 : \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, *et iungatur* $\zeta\eta$, *cui occurrat* iuncta $\beta\delta$ *in* $\varkappa$***); dico rectam esse quae per ϑ $\varkappa$ γ transit. Prop. 144



Quoniam est $\varepsilon\beta^2 : \varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, utraque proportio multiplicetur per $\frac{\gamma\varepsilon}{\varepsilon\beta}$, *vel potius*, quod ad idem redit, per $\frac{\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta}{\varepsilon\beta\cdot\beta\gamma}$; est igitur

1) Demonstrationem sic fere explet Simson p. 411: Quoniam est $\varkappa\eta : \eta\lambda = \beta\vartheta : \vartheta\gamma$, componendo erit $\varkappa\lambda : \lambda\eta = \beta\gamma : \gamma\vartheta$. Sed est $\alpha\lambda : \lambda\varkappa = \alpha\gamma : \gamma\beta$; igitur ex aequali $\alpha\lambda : \lambda\eta = \alpha\gamma : \gamma\vartheta$. Et parallelae sunt $\lambda\eta$ $\gamma\vartheta$; ergo (propter lemma p. 871 adnot. *) in recta linea sunt α η ϑ puncta.

PROPOS. 143: Simson p. 417 sq., Breton p. 231 sq., Chasles p. 77. 92. 141, idem *Aperçu historique* p. 36 (p. 34 versionis German.).

*) Vide casum secundum in append. ad propos. 139.

**) Vide append.

PROPOS. 144: Simson p. 426 sq., Breton p. 232 sq., Chasles p. 79. 92 sq. 148 sq.

***) Sic auctore Simsono enuntiationem distinctiorem reddidimus.

ΕΒΓ· δι' ἴσου ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΓ λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΗ πρὸς ΗΓ καὶ τοῦ τοῦ ὑπὸ ΕΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΓ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΕΓ πρὸς ΕΒ· ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΓ συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΓ πρὸς ΕΒ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ τοῦ ὑπὸ ΕΓ ΒΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒ ΓΗ. ὡς δὲ ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἐστὶν διὰ τὸ προγεγραμμένον λῆμμα τὸ ὑπὸ ΔΖ ΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΕ ΒΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΕΒ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΔΖ ΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΘ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Θ Κ Γ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς πτωτικοῖς τῶν ἀναστροφίων.

213 ιθ'. *Εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΑΒ ΑΓ ΑΔ ἀπό τινος σημείου τοῦ Ε δύο διήχθωσαν αἱ ΕΖ ΕΒ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΘΗ· ὅτι γίνεται καὶ ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ.*

Ἤχθω διὰ τοῦ Η τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΛΚ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΗΚ, ὡς δὲ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ, οὕτως [ἐστὶν] ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΗΛ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΗΛ. ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΚΗ πρὸς τὴν ΗΛ. ὡς δὲ ἡ ΚΗ πρὸς τὴν ΗΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ. ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ.

Τὰ δὲ πτωτικὰ ὁμοίως.

214 κ'. *Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσας ἔχοντα τὰς Α Δ γωνίας· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον.*

---

1. *δι' ἴσου* — 5. *συνῆπται*] vide append. 3. *καὶ τῶι τοῦ* ABS, *τῶι* del. *Ge*, corr. *Hu* 5. *τοῦ ἀπὸ Hu* pro *ἀπὸ τοῦ* *συνῆκται* A, corr. BS 9. 10. *τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΖ ΘΕ* ABS, corr. Simsonus p. 427, item vs. 11 10. *ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΕΒΗ* A, distinx. BS *πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗ ΘΒ* ABS, corr. *Co* in Lat. versione 14. *ιθ'*

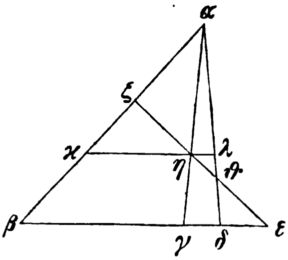
$$\frac{\varepsilon\beta^2}{\varepsilon\beta\cdot\beta\gamma} = \frac{\beta\eta}{\eta\gamma}\cdot\frac{\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta}{\varepsilon\beta\cdot\beta\gamma}, \text{ id est } \frac{\varepsilon\beta}{\beta\gamma} = \frac{\beta\eta}{\eta\gamma}\cdot\frac{\varepsilon\gamma}{\varepsilon\beta} = \frac{\beta\eta\cdot\varepsilon\gamma}{\eta\gamma\cdot\varepsilon\beta}.$$

Sed propter superius lemma *XI* est

$$\frac{\varepsilon\beta}{\beta\gamma} = \frac{\delta\zeta\cdot\vartheta\varepsilon}{\delta\varepsilon\cdot\zeta\vartheta}; \text{ ergo etiam } \frac{\beta\eta\cdot\varepsilon\gamma}{\eta\gamma\cdot\varepsilon\beta} = \frac{\delta\zeta\cdot\vartheta\varepsilon}{\delta\varepsilon\cdot\zeta\vartheta}.$$

Sed in duas rectas $\varkappa\beta$ $\varkappa\zeta$ *ab eodem puncto* ε *ductae sunt* $\varepsilon\beta\eta$ $\varepsilon\zeta\delta$, *et in his sumpta puncta* γ ϑ, *quae faciant (ut modo demonstratum est)* $\varepsilon\gamma\cdot\beta\eta : \varepsilon\beta\cdot\eta\gamma = \varepsilon\vartheta\cdot\zeta\delta : \varepsilon\delta\cdot\zeta\vartheta$; ergo propter ea quae inter casus reciprocorum demonstrata sunt recta est quae per ϑ $\varkappa$ γ transit [1]).

XIX. In tres rectas $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ a quodam puncto ε duae ducantur $\varepsilon\zeta$ $\varepsilon\beta$, sitque $\varepsilon\zeta : \zeta\eta = \vartheta\varepsilon : \vartheta\eta$; dico esse etiam $\varepsilon\beta : \beta\gamma = \varepsilon\delta : \delta\gamma$. Prop. 145



Ducatur per η rectae $\beta\varepsilon$ parallela $\varkappa\lambda$. Iam quia est
$\varepsilon\zeta : \zeta\eta = \varepsilon\vartheta : \vartheta\eta$, et *propter parallelas* $\beta\varepsilon$ $\varkappa\eta$
$\varepsilon\zeta : \zeta\eta = \varepsilon\beta : \varkappa\eta$, et *propter parallelas* $\eta\lambda$ $\delta\varepsilon$
$\varepsilon\vartheta : \vartheta\eta = \varepsilon\delta : \eta\lambda$, est etiam
$\varepsilon\beta : \varkappa\eta = \varepsilon\delta : \eta\lambda$, *et* vicissim
$\varepsilon\beta : \varepsilon\delta = \varkappa\eta : \eta\lambda$.

Sed *propter parallelas* $\varkappa\lambda$ $\beta\delta$ est $\varkappa\eta : \eta\lambda = \beta\gamma : \gamma\delta$; ergo
$\varepsilon\beta : \varepsilon\delta = \beta\gamma : \gamma\delta$, *et* vicissim
$\varepsilon\beta : \beta\gamma = \varepsilon\delta : \delta\gamma$.

Alii autem casus similiter *demonstrantur*.

XX. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequalibus angulis α δ; dico esse $\beta\alpha\cdot\alpha\gamma : \varepsilon\delta\cdot\delta\zeta = \Delta\ \alpha\beta\gamma : \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$. Prop. 146

1) Vide append.

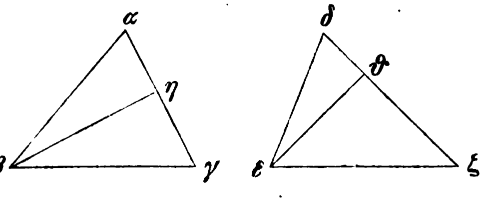
PROPOS. 145: Simson p. 513 sq., Breton p. 233, Chasles p. 77. 93. 210 sq. 277. 320.

PROPOS. 146: Simson p. 515 sq., Breton p. 233 sq., Chasles p. 77. 93. 247. 295. 307.

---

add. BS 18. ἤχθη AB, corr. S 21. ἐστὶν del. *Hu* 29. $\varkappa'$ add. BS $\overline{\Delta EZ}$] *E* puncto notatum in A 29. 30. τὰς $\overline{\Delta\Delta}$ A, distinx. BS 31. πρὸς τὸ $\overline{E\Delta Z}$ ABS, corr. V

Ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΒΗ ΕΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Α γωνία τῇ Δ, ἡ δὲ Η τῇ Θ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ



πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ, ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΕΔΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΔΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ. καὶ ἐναλλάξ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ, οὕτως ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον (ἑκατέρα γὰρ τῶν ΒΗ ΕΘ κάθετός ἐστιν ἑκατέρου τῶν εἰρημένων τριγώνων)· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, οὕτως ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον.

215 κα'. Ἔστωσαν δὴ αἱ Α Δ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ὅτι πάλιν γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΑ, καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΗ. ἐπεὶ οὖν αἱ Α Δ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΓΑΗ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΑΗ γωνία τῇ Δ. ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ ΗΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, οὕτως τὸ ΑΗΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον. ἴση δέ ἐστιν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΑΒ, τὸ δὲ ΗΑΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον.

216 κβ'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἐπ' αὐτῆς δύο σημεῖα τὰ Γ Δ, ἔστω δὲ τὸ δὶς ὑπὸ ΑΒ ΓΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΒ· ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ ΔΒ τετραγώνοις.

Ducantur perpendiculares $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$. Iam quia est $\angle\,\alpha = \angle\,\delta$, et $\angle\,\eta = \angle\,\vartheta$, est igitur $\alpha\beta : \beta\eta = \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$. Sed est

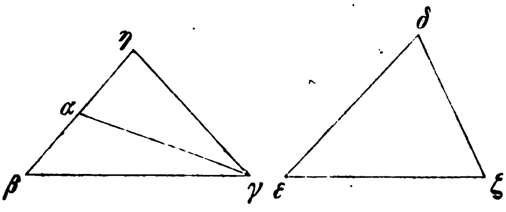
$$\frac{\alpha\beta}{\beta\eta} = \frac{\alpha\beta\cdot\alpha\gamma}{\beta\eta\cdot\alpha\gamma},\ \text{et}\ \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon\vartheta} = \frac{\delta\varepsilon\cdot\delta\zeta}{\varepsilon\vartheta\cdot\delta\zeta};\ \text{est igitur}$$

$$\frac{\alpha\beta\cdot\alpha\gamma}{\beta\eta\cdot\alpha\gamma} = \frac{\delta\varepsilon\cdot\delta\zeta}{\varepsilon\vartheta\cdot\delta\zeta},\ \text{et vicissim}\ \frac{\alpha\beta\cdot\alpha\gamma}{\delta\varepsilon\cdot\delta\zeta} = \frac{\beta\eta\cdot\alpha\gamma}{\varepsilon\vartheta\cdot\delta\zeta}.$$

Sed quia *in triangulis* $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ perpendiculares sunt $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$, *et bases* $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$, est

$$\frac{\beta\eta\cdot\alpha\gamma}{\varepsilon\vartheta\cdot\delta\zeta} = \frac{\Delta\,\alpha\beta\gamma}{\Delta\,\delta\varepsilon\zeta};\ \text{ergo etiam}\ \frac{\beta\alpha\cdot\alpha\gamma}{\varepsilon\delta\cdot\delta\zeta} = \frac{\Delta\,\alpha\beta\gamma}{\Delta\,\delta\varepsilon\zeta}.$$

XXI. Iam sint anguli $\alpha + \delta$ duobus rectis aequales; Prop. 147
dico rursus esse $\beta\alpha\cdot\alpha\gamma : \varepsilon\delta\cdot\delta\zeta = \Delta\,\alpha\beta\gamma : \Delta\,\delta\varepsilon\zeta$.



Producatur $\beta\alpha$, fiatque $\alpha\eta = \beta\alpha$, et iungatur $\gamma\eta$. Iam quia anguli $\alpha + \delta$ duobus rectis aequales sunt, itemque anguli $\beta\alpha\gamma + \gamma\alpha\eta$, est igitur $\angle\,\gamma\alpha\eta = \angle\,\delta$. Ergo *propter superius lemma* est $\eta\alpha\cdot\alpha\gamma : \varepsilon\delta\cdot\delta\zeta = \Delta\,\alpha\eta\gamma : \Delta\,\delta\varepsilon\zeta$. Sed est $\eta\alpha = \alpha\beta$, et $\Delta\,\eta\alpha\gamma = \Delta\,\alpha\beta\gamma$ (*elem. 6, 1*); ergo est $\beta\alpha\cdot\alpha\gamma : \varepsilon\delta\cdot\delta\zeta = \Delta\,\alpha\beta\gamma : \Delta\,\delta\varepsilon\zeta$.

XXII. *Sit* recta $\alpha\beta$, in eaque duo puncta γ δ, sitque Prop. 148
$2\,\alpha\beta\cdot\gamma\delta = \gamma\beta^2$; dico esse etiam $\alpha\delta^2 = \alpha\gamma^2 + \delta\beta^2$.

PROPOS. 147: Simson p. 516 sq., Breton p. 234 sq., Chasles p. 77. 93 sq. 295.
PROPOS. 148: Simson p. 432 sq., Breton p. 235, Chasles p. 79. 94. 323.

---

1. *αἱ* $\overline{BH}$ $\overline{H\Theta}$ ABS, corr. V 3. *τὴν* $\overline{BE}$ *οὕτως* ABS, corr. *Co* 7. 8. *ὑπὸ* $\overline{E\Theta\Delta Z}$ *καὶ* A, distinx. BS 10. *ἑκαστέρα* A, corr. BS 14. *κα'* add. BS *αἱ* $\overline{A\Delta}$ A, distinx. BS, item vs. 18 17. *ἐκβεβλήσθω Hu* pro *ἐκβληθῇ* *ἴση ἡ* $\overline{AB}$ AB, corr. S 19. *αἱ ὑπὸ* $\overline{BA\Gamma}$ $\overline{\Gamma AH}$ *γωνία* A, *ἡ — γωνία* B, corr. S 20. post *ὀρθαῖς* add. *ἴσαι Hu* *γωνίαι τῆι* $\overline{\Delta}$ A, corr. BS 23. *τῶι* $\overline{A\Theta\Gamma}$ *τριγώνωι* ABS, corr. *Co* 26. *κβ'* add. BS 26. 27. *τὰ* $\overline{\Gamma\Delta}$ et 28. *τῶν* $\overline{A\Gamma\Delta B}$ A, distinx. BS

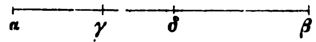
Ἐπεὶ γὰρ τὸ δὶς ὑπὸ ΑΒ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΓΒ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ δὶς ὑπὸ ΒΔΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ τετραγώνοις. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΓΔ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ ΑΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΑΓ τετράγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ ΔΒ τετραγώνοις.

217 *κγ'. Ἔστω τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ ΒΔ τετραγώνῳ· ὅτι γίνεται τρία, τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔΓ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΔ ΔΓ, τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔΓ καὶ τῆς ΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΓ τετραγώνῳ, τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔΓ καὶ τῆς ΒΑ ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΒΔ, ἀνάλογον καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἐστὶν ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ ΓΔ ΔΑ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔ ΔΓ καὶ τῆς ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ. πάλιν ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΔ πρὸς ὅλην τὴν ΔΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ, συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΑΔΓ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔΓ καὶ τῆς ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΓ. πάλιν ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΔ πρὸς ὅλην τὴν ΔΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΓΔΑ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΔΓ καὶ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ.

---

1. ὑπὸ $\overline{ΑΒΓΔ}$ A, distinx. BS ἐστὶ A^{3}BS τοῖς ἀπὸ $\overline{ΓΒ}$ A, corr. BS 7. ὅλον — τετράγωνον bis scripta in A 9. κγ' add. BS 10. τρία BS, $\overline{Γ}$ A συναμφοτέρου τῆς $\overline{ΑΔ}$ $\overline{ΕΓ}$ ABS, συναμφ. τῆς ΑΔ ΔΓ Co, corr. Hu 11. τῶι ὑπὸ $\overline{ΑΔ}$ $\overline{ΔΤ}$ A, corr. BS 11. 12. συναμφοτέρου τῆς $\overline{ΑΔΓ}$ AB, συναμφ. τῆς $\overline{αδ}$ $\overline{εγ}$ S, συναμφ. τῆς ΑΔ ΔΓ Co 12. καὶ τῆς $\overline{ΒΓ}$ AB, καὶ τῆς $\overline{βδ}$ S cod: Co 13. τῆς $\overline{ΑΔΓ}$ ABS, τῆς ΑΔ ΔΓ Co 15. ἀνάλογον Co pro ἀνάπαλιν 19. ἐστὶ τῷ S, ἐστὶ τὸ AB 20. ὅλῃι ἡ $\overline{ΑΔ}$ A, corr. BS ὡς $\overline{δβ}$ S 21. ἡ



Quoniam enim est

$2\alpha\beta \cdot \gamma\delta = \gamma\beta^2$, commune subtrahatur $2\beta\delta \cdot \delta\gamma$; restat igitur

$$2\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \gamma\delta^2 + 2\beta\delta \cdot \delta\gamma + \delta\beta^2 - 2\beta\delta \cdot \delta\gamma$$

$= \gamma\delta^2 + \delta\beta^2$. Commune subtrahatur $\gamma\delta^2$; restat igitur, *quia est*

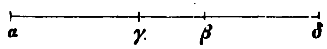
$$2\alpha\delta \cdot \delta\gamma = 2(\alpha\gamma + \gamma\delta)\,\delta\gamma = 2\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + 2\gamma\delta^2,$$

$2\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\delta^2 = \delta\beta^2$. Commune addatur $\alpha\gamma^2$; est igitur

$\alpha\gamma^2 + 2\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + \gamma\delta^2 = \alpha\gamma^2 + \delta\beta^2$, *id est*

$$\alpha\delta^2 = \alpha\gamma^2 + \delta\beta^2.$$

XXIII. Sit $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$; dico *haec* tria fieri, primum $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\delta = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, tum $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\gamma = \delta\gamma^2$, denique $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\alpha = \alpha\delta^2$. Prop. 149



Quoniam enim est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$, per proportionem fit

$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, et tota ad totam (*elem.* 5, 12)

$\alpha\delta : \delta\gamma = \beta\delta : \beta\gamma$, et e contrario

$\gamma\delta : \delta\alpha = \gamma\beta : \beta\delta$, et componendo

$\alpha\delta + \delta\gamma : \delta\alpha = \gamma\delta : \delta\beta$, itaque $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\delta = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$.

Rursus, quia, *ut statim demonstravimus*, est

$\alpha\delta : \delta\gamma = \delta\beta : \beta\gamma$, componendo fit

$\alpha\delta + \delta\gamma : \delta\gamma = \delta\gamma : \gamma\beta$, itaque $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\gamma = \delta\gamma^2$.

Rursus, quia *ex hypothesi* est

$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, *et* tota ad totam

$\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\delta$, e contrario fit

$\gamma\delta : \delta\alpha = \delta\beta : \beta\alpha$, et componendo

$\gamma\delta + \delta\alpha : \delta\alpha = \delta\alpha : \alpha\beta$, itaque $(\alpha\delta + \delta\gamma)\,\beta\alpha = \alpha\delta^2$.

PROPOS. 149: Simson p. 433 sq., Breton p. 235 sq., Chasles p. 79 sq. 94. 240. 245. 289.

ΑΔ ΔΓ et 22. 23. *τῆς ΑΔ ΔΓ Co* 25. *ἡ ΓΔΑ Hu*, *ἡ.$\overline{ΓΔ}$ $\overline{ΔΑ}$* A(B), *ἡ $\overline{γδ}$ $\overline{δα}$* S *Co* 26. *ἄρα ὑπὸ Ge* auctore *Co* pro *ἄρα ἀπὸ* 27. *τῆς ΑΔ ΔΓ Co*

218 κδ΄. *Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ δύο σημεῖα τὰ Γ Δ, καὶ ἔστω τὸ ἀπὸ ΓΔ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ ΑΓ ΔΒ· ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΓΒ τετραγώνοις.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ δὶς ὑπὸ ΑΓ ΔΒ, τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ ΑΓΒ *ἴσον ἐστὶν τῷ τε ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓΔ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΑΓ· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ ΑΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΔ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΒΓ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΓΒ τετραγώνοις.*

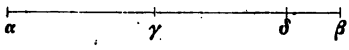
219 κε΄. *Ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ· ὅτι γίνεται τρία, τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΔ ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΔΓ, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΑ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνῳ.*

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΓ, λοιπὴ πρὸς λοιπὴν καὶ διελόντι ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. πάλιν ἐπεὶ λοιπὴ ἡ ΑΔ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΓ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ, διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως

1. *κδ΄* add. BS *τὰ* $\overline{\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS 2. *δὶς ὑπὸ* $\overline{A\Gamma B}$ *διότι* ABS, corr. *Co* 3. *ἀπὸ τῶν* $\overline{A\Delta\Gamma B}$ A, distinx. BS 5. *τῶι δὶς ὑπὸ* $\overline{A\Gamma A B}$ A(BS), corr. *Co* 6. *τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ ΑΓΒ* add. *Co* 10. *ἐστὶ* A²BS 12. *κε΄* add. BS 13. *τρία* BS, $\overline{\Gamma}$ A 14—16. *τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν* $\overline{A\Delta\Gamma}$ *ὑπεροχῆς καὶ τῆς* $\overline{B\Delta}$ *ἴσον τῶι ἀπὸ τῆς* $\overline{A\Gamma}$ *τετραγώνωι τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν* $\overline{A\Delta}$ $\overline{A\Gamma}$ ABS, corr. *Co* 18. 19. *ἡ* $\overline{B\Delta}$ *πρὸς τὴν* $\overline{\Delta\Gamma}$ ABS, corr. *Co* 19. *λοιπηι πρὸς* A, corr. BS *ἄρα Hu* pro *οὖν* 22. *τῷ*] *τῶν* A, corr. BS *ἐπεὶ λοιπηι* (sine acc.) A, corr. BS 23. *τὴν* (ante *ΔΓ*) add. BS 24. *ἡ τῶν* $\overline{A\Delta\Gamma}$ ABS, corr. *Co*

XXIV. Sit recta $\alpha\beta$ et *in ea* duo puncta γ δ, sitque $\gamma\delta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\delta\beta$; dico esse $\alpha\beta^2 = \alpha\delta^2 + \gamma\beta^2$. Prop. 150

Quoniam enim est



$\gamma\delta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\delta\beta$, fit igitur (*communi addito* $2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta$)

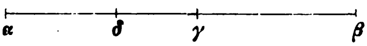
$2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta + \gamma\delta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\beta$. Commune addatur $\alpha\gamma^2$; est igitur

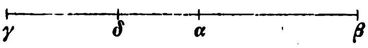
$\alpha\gamma^2 + 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta + \gamma\delta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\beta + \alpha\gamma^2$, *id est*

$\alpha\delta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\beta + \alpha\gamma^2$. Commune addatur $\gamma\beta^2$; est igitur

$$\alpha\delta^2 + \gamma\beta^2 = \alpha\gamma^2 + 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\beta + \gamma\beta^2$$
$$= \alpha\beta^2.$$

XXV. Sit $\alpha\beta\cdot\beta\gamma = \beta\delta^2$; dico *haec* tria fieri, primum $(\alpha\delta - \delta\gamma)\,\beta\delta = \alpha\delta\cdot\delta\gamma$, tum $(\alpha\delta - \delta\gamma)\,\beta\gamma = \delta\gamma^2$, denique $(\alpha\delta - \delta\gamma)\,\beta\alpha = \alpha\delta^2$; *vel, si sit $\alpha\delta < \delta\gamma$, primum fieri $(\delta\gamma - \alpha\delta)\,\beta\delta = \alpha\delta\cdot\delta\gamma$ cet.*[1]). Prop. 151





Quoniam enim *proportione facta* est $\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, per subtractionem proportionis fit

$\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\delta$, et dirimendo

$$\begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma\\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix} : \delta\gamma = \alpha\delta : \beta\delta;\ \text{ergo} \begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma\\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix}\beta\delta = \alpha\delta\cdot\delta\gamma.$$

Rursus quia per subtractionem proportionis (*vide supra*) est

$\alpha\delta : \delta\gamma = \beta\delta : \beta\gamma$, dirimendo fit

$$\begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma\\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix} : \delta\gamma = \delta\gamma : \beta\gamma;\ \text{ergo} \begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma\\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix}\beta\gamma = \delta\gamma^2.$$

Rursus quia, *ut supra demonstravimus*, est

$\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\beta : \beta\delta$, fit e contrario

PROPOS. 150: Simson p. 434, Breton p. 236, Chasles p. 79. 94. 328 sq.

PROPOS. 151: Simson p. 435 sq., Breton p. 236 sq., Chasles p. 79 sq. 94. 240 sq. 289.

1) Hunc casum eique convenientem figuram recte addidit Simsonus; nam Graeca ἡ τῶν $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ ὑπεροχή utrumque et $\alpha\delta - \delta\gamma$ et $\delta\gamma - \alpha\delta$ significant.

ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ἀνάπαλιν καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνῳ.

220 κϛ'. Ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΔΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΕΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΓΔΕ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ, διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΑ ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕ ΒΓ τῷ ὑπὸ ΓΔΕ. ἀνάλογον καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ, τουτέστιν πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς λοιπὴν τὴν ΒΔ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετραγώνῳ.

221 κζ'. Ἔστω δὲ πάλιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετραγώνῳ.

Κείσθω γὰρ ὁμοίως τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΔΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΑΕ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΕΔΓ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΔ. καὶ γίνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΑ ΓΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕ ΓΒ τῷ ὑπὸ ΕΔΓ. ἀνάλογον καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ, τουτέστιν πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΔ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετραγώνῳ.

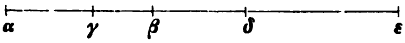
---

2. τῶν ΑΔΔΓ A, distinx. BS 5. κϛ' add. BS 9. τοῦ ὑπὸ ΓΔΕ Co pro τὸ ὑπὸ ΓΔΕ 12. ὑπὸ ΕΑ ΒΓ] ὑπὸ ΕΑ ΘΕ A, ὑπὸ εα θγ B, corr. S 13. 14. ὑπὸ ΑΕΒΓ A, distinx. BS 14. ἀνάλογον Co pro ἀναπάλιν, item vs. 27 17. πρὸς τὴν ΒΓ Co pro πρὸς τὴν ΔΓ 18. ἀπὸ τῆς ΒΑ AB, corr. S 19. κζ' add. BS 21. ἴση

$\delta\gamma : \alpha\delta = \beta\delta : \alpha\beta$, et dirimendo

$\begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma \\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix} : \alpha\delta = \alpha\delta : \alpha\beta$; ergo $\begin{Bmatrix}\alpha\delta - \delta\gamma \\ \delta\gamma - \alpha\delta\end{Bmatrix} \beta\alpha = \alpha\delta^2$.

XXVI. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$; dico esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$. Prop. 152



Ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; est igitur *propter elem.* 2, 6

$\alpha\varepsilon \cdot \alpha\gamma + \gamma\delta^2 = \alpha\delta^2$. Quoniam igitur est $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$, dirimendo fit

$\alpha\beta - \beta\gamma : \beta\gamma = \alpha\delta^2 - \delta\gamma^2 : \delta\gamma^2$, *sive*

$\alpha\gamma : \beta\gamma = \alpha\varepsilon \cdot \alpha\gamma : \delta\gamma^2$, id est

$\alpha\varepsilon \cdot \alpha\gamma : \alpha\varepsilon \cdot \beta\gamma = \alpha\varepsilon \cdot \alpha\gamma : \delta\gamma^2$; est igitur

$\alpha\varepsilon \cdot \beta\gamma = \delta\gamma^2$, id est $= \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$. Per proportionem est

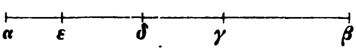
$\alpha\varepsilon : \varepsilon\delta = \gamma\delta : \beta\gamma$, et dirimendo

$\alpha\delta : \delta\varepsilon = \beta\delta : \beta\gamma$, id est

$\alpha\delta : \delta\gamma = \beta\delta : \beta\gamma$; ergo per subtractionem proportionis

$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, itaque $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$.

XXVII. Sit rursus $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$; dico esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$. Prop. 153



Similiter enim ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; est igitur *propter elem.* 2, 6

$\alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon + \gamma\delta^2 = \alpha\delta^2$. Et, *quia est* $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta^2 : \delta\gamma^2$, dirimendo fit

$\alpha\gamma : \beta\gamma = \alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon : \delta\gamma^2$, id est

$\alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon : \alpha\varepsilon \cdot \beta\gamma = \alpha\gamma \cdot \alpha\varepsilon : \delta\gamma^2$; est igitur

$\alpha\varepsilon \cdot \beta\gamma = \delta\gamma^2$, id est $= \gamma\delta \cdot \delta\varepsilon$. Per proportionem est

$\alpha\varepsilon : \varepsilon\delta = \gamma\delta : \beta\gamma$, et componendo

$\alpha\delta : \varepsilon\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, id est

$\alpha\delta : \delta\gamma = \beta\delta : \beta\gamma$; ergo tota ad totam (*elem.* 5, 12)

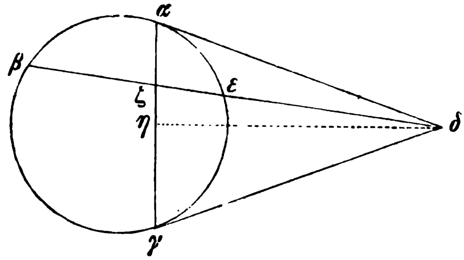
$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$, itaque $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \beta\delta^2$.

PROPOS. 152: Simson p. 517 sq., Breton p. 237 sq., Chasles p. 79 sq. 94. 305.

PROPOS. 153: Simson p. 518, Breton p. 238, Chasles p. 79 sq. 95. 268. 305.

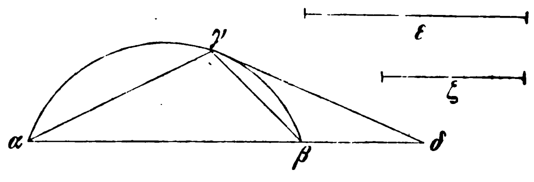
A, corr. BS 22. τῆς $\overline{ΓΔ}$ ἴση AB[1], corr. B[c]S 23. τοῦ (ante ὑπὸ $ΕΔΓ$) *Hu* pro τὸ ὑπὸ $ΕΔΓ$] litteras $ΔΓ$ in rasura exhibet A post ἴσον add. ἐστὶ S 25. τὸ ὑπὸ $ΕΔΓ$ — οὕτως add. *Co*

222 *κη΄. Κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθωσαν αἱ ΑΔ ΔΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ, καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΔΒ· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΕ.*



Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΑ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΖΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΖΕ, τὸ δὲ ἀπὸ ΔΑ ἴσον τῷ ὑπὸ ΒΔΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΖΕ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΔΕ. ἐὰν δὲ ᾖ τοῦτο, γίνεται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΕ.

223 *κθ΄. Τμήματος δοθέντος τοῦ ἐπὶ τῆς ΑΒ, κλάσαι εὐθεῖαν τὴν ΑΓΒ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.*



Γεγονέτω, καὶ διήχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐφαπτομένη ἡ ΓΔ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ. λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ δοθείς, ὥστε καὶ ὁ τῆς ΑΔ πρὸς *τὴν ΒΔ δοθείς. καὶ ἔστιν δοθέντα τὰ Α Β· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Δ, ὥστε καὶ τὸ Γ δοθέν.*

---

1. *κη΄* add. BS *ἐφάπτεται* A, *ἐφάπτονται* BS, corr. *Co* 2. *τυχοῦσα ἡ* $\overline{AB}$ ABS, corr. Simson p. 518 12. 14. *ἴσον τῷ*] *ἐστὶν το* A, *ἐστὶ τὸ* BS, *ἐστὶ τῷ* V, *ἴσον ἐστὶ τῷ Sca* 14. post *τὸ ἄρα* repetunt *τὸ* AB, del. S 17. *κθ΄* add. BS 19. *ἐφαπτομένηι* A, corr. BS 21. 22. *τὸ ἀπὸ ΓΒ — ΑΔ πρὸς* add. *Co* 22. *δοθεὶς Sca* pro *δοθέν* 22. 23. *δοθέντα τὰ Α Β Hu* auctore Simsono p. 458 pro *δύο* 23. *τὸ Γ δοθέν Hu* auctore Simsono pro *τὸ* $\overline{B\Delta}$ *ὅθεν*

XXVIII. Circulum $\alpha\beta\gamma$ tangant $\alpha\delta$ $\delta\gamma$, et iungatur $\alpha\gamma$, ducaturque quaelibet $\delta\beta$, *quae circumferentiam in* ε *et* β, *rectam* $\alpha\gamma$ *in* ζ *secet;* dico fieri $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$. Prop. 154

Quoniam enim est $\alpha\delta = \delta\gamma$, *ductâ perpendiculari* $\delta\eta$ *ad* $\alpha\gamma$, *est etiam* $\alpha\eta = \eta\gamma$, *itaque propter elem. 2, 5*

$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\eta^2 = \alpha\eta^2$, *et communi addito* $\eta\delta^2$

$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\eta^2 + \eta\delta^2 = \alpha\eta^2 + \eta\delta^2$, *id est*[1])

$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\delta^2 = \alpha\delta^2$.

Sed est $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$ (*elem. 3, 35*), et $\alpha\delta^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$ (*ibid. 36*); ergo

$\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$.

Verum si hoc sit, fit etiam $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$; *subtrahantur enim aequalia* $\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$ *ex* $\beta\delta \cdot \delta\zeta$, *id est ex*

$\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \beta\zeta \cdot \delta\varepsilon + \zeta\delta^2 = \beta\delta \cdot \zeta\varepsilon + \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$*); *restat*

$\beta\zeta \cdot \delta\varepsilon = \beta\delta \cdot \zeta\varepsilon$, *id est* $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$.

XXIX. *Circuli* segmento dato in recta $\alpha\beta$, inflectantur rectae $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$ in data proportione. Prop. 155

Factum iam sit, et ducatur a γ tangens $\gamma\delta$; *est igitur* $\alpha\delta \cdot \delta\beta = \delta\gamma^2$ (*elem. 3, 36*), *sive per proportionem*

$\alpha\delta : \delta\gamma = \delta\gamma : \delta\beta$, *itaque propter elem. 6, 20 coroll. 2*

$\alpha\delta^2 : \delta\gamma^2 = \alpha\delta : \delta\beta$. *Sed quia propter aequales angulos* $\delta\alpha\gamma$ $\delta\gamma\beta$ (*elem. 3, 32*) *similia sunt triangula* $\alpha\delta\gamma$ $\gamma\delta\beta$, *est igitur* $\alpha\delta : \delta\gamma = \alpha\gamma : \gamma\beta$, *itemque quadrata*

$\alpha\delta^2 : \delta\gamma^2 = \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2$; ergo est

$\alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2 = \alpha\delta : \delta\beta$.

Sed est data proportio $\alpha\gamma : \gamma\beta$, *itemque* $\alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2$; data igitur etiam proportio $\alpha\delta : \delta\beta$. Et data sunt puncta α β; ergo etiam δ datum, *itemque tangens* $\delta\gamma$ (*dat. 91*); itaque etiam punctum γ.

PROPOS. 154: Simson p. 518 sq., Breton p. 238 sq., Chasles p. 80. 95. 262. 273. 278. 317. Et conf. append. ad libri VI propos. 53.

1) Addita haec et proxima secundum Simsonum p. 519.

*) Scilicet, quia $\beta\delta = \beta\zeta + \zeta\delta$, et $\zeta\delta = \zeta\varepsilon + \varepsilon\delta$, fit $\beta\delta \cdot \delta\zeta = \beta\zeta \cdot \zeta\delta + \zeta\delta^2 = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \beta\zeta \cdot \delta\varepsilon + \zeta\delta^2 = \beta\delta \cdot \zeta\varepsilon + \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$.

PROPOS. 155: Simson p. 453 sqq., Breton p. 239 sq., Chasles p. 81. 95. 251. 294. Nonnulla in hoc problemate partim Commandino, partim Simsono auctoribus addita sunt.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω τὸ μὲν τμῆμα τὸ *ΑΒΓ*, ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς *Ε* πρὸς τὴν *Ζ*, καὶ πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ *Ε* πρὸς τὸ ἀπὸ *Ζ*, οὕτως ἡ *ΑΔ* πρὸς τὴν *ΔΒ*, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ *ΔΓ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΓ ΓΒ*· λέγω ὅτι αἱ *ΑΓ ΓΒ* ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ *Ε* πρὸς τὸ ἀπὸ *Ζ*, οὕτως ἡ *ΑΔ* πρὸς τὴν *ΔΒ*, ὡς δὲ ἡ *ΑΔ* πρὸς τὴν *ΔΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΓ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΒ* (διὰ τὸ ἐφάπτεσθαι τὴν *ΓΔ*), καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *Ε* πρὸς τὸ ἀπὸ *Ζ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΓ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΓΒ*· ὥστε καὶ ὡς ἡ *Ε* πρὸς τὴν *Ζ*, οὕτως ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΒ*· ἡ *ΑΓΒ* ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

224 λʹ. Κύκλος οὗ διάμετρος ἡ *ΑΒ*, καὶ ἀπὸ τυχόντος ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ *ΔΕ*, διήχθω ἡ *ΔΖ*, ἐπεζεύχθω ἡ *ΕΖ* καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ καθ' ὃ συμπίπτει τῇ διαμέτρῳ ἔστω τὸ *Η*· ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ *ΑΗ* πρὸς τὴν *ΗΒ*, οὕτως ἡ *ΑΘ* πρὸς τὴν *ΘΒ*.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΔΑ ΑΕ ΑΖ*. ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διαμέτρου κάθετος ἡ *ΔΕ*, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΔΑΒ* τῇ ὑπὸ ΒΑΕ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ *ΘΖΒ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΒΑΕ* ἴση ἐστὶν τῇ ἐκτὸς τετραπλεύρου τῇ ὑπὸ *ΒΖΗ*· καὶ τῇ ὑπὸ *ΘΖΒ* ἄρα γωνίᾳ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΖΗ*· καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ *ΑΖΒ* γωνία· διὰ δὴ τὸ λῆμμα γίνεται ὡς ἡ *ΑΗ* πρὸς τὴν *ΗΒ*, οὕτως ἡ *ΑΘ* πρὸς τὴν *ΘΒ*.

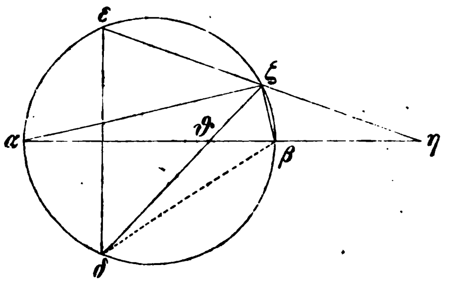
225 λαʹ. Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς *ΑΒ*, καὶ ἀπὸ τῶν *Α Β*

2. ὁ (post λόγος) om. A[1], add. A[2]BS   τῆς $\overline{E}$ πρὸς AB *Co Sca*, τῆς $\overline{\vartheta}$ πρὸς S cod. *Co*   4. ἐπεζεύχθωι A[1], corr. man. secunda vel alia recentior   10. οὕτως τὸ A[2] (οὕτω τὸ BS), οὕτωσε A[1] ante rasuram, ut videtur, οὕτως ἐστὶν τὸ coni. *Hu*   ἀπὸ (ante *ΑΓ*) om. A[1]B, add. A[2] super vs. S   13 sqq. hinc usque ad cap. 232 aut omnia aut pleraque lemmata ab aliis mathematicis Pappi collectioni addita esse videntur (conf. adnot. ad propos. 162)   13. λʹ add. BS   14. καὶ ante διήχθω et ante ἐπεζεύχθω add. *Ge*   19. 20. ὑπὸ *ΒΑΕ* — *ΔΑΒ* τῇ add. *Co*   20. ἴσηι A, corr. BS   22. 23. ἡ ὑπὸ *ΒΖΗ* *Sca*, τῶι ὑπὸ $\overline{BZH}$ AB, τῇ ὑπὸ $\overline{\beta\zeta\eta}$ S   23. 24. δή τι λῆμμα coni. *Hu*   25. *ΘΒ* *Hu* pro $\overline{B\Theta}$ 26. λαʹ add. BS   τῶν $\overline{AB}$ A, distinx. BS

Componetur problema sic. Sit circuli segmentum $\alpha\beta\gamma$, et *data* proportio $\varepsilon : \zeta$, fiatque $\alpha\delta : \delta\beta = \varepsilon^2 : \zeta^2$, et ducatur tangens $\delta\gamma$, iunganturque $\alpha\gamma\ \gamma\beta$; dico rectas $\alpha\gamma\ \gamma\beta$ problema efficere.

Quoniam enim est $\varepsilon^2 : \zeta^2 = \alpha\delta : \delta\beta$, et $\alpha\delta : \delta\beta = \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2$ (tangit enim $\gamma\delta$; *ac vide singula supra*); ergo etiam est $\varepsilon^2 : \zeta^2 = \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2$, itaque $\varepsilon : \zeta = \alpha\gamma : \gamma\beta$; ergo rectae $\alpha\gamma\ \gamma\beta$ problema efficiunt.

XXX. *Sit* circulus eiusque diametrus $\alpha\beta$, et ad eam a quovis *circumferentiae puncto ducatur* perpendicularis *chorda* $\delta\varepsilon$; ducatur *alia chorda* $\delta\zeta$ *diametrum secans in* ϑ, et iungatur $\varepsilon\zeta$ producaturque ad η punctum concursûs cum diametro; dico esse $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$. Prop. 156



Iungantur $\delta\alpha\ \alpha\varepsilon\ \alpha\zeta$. Iam quia in diametro perpendicularis est $\delta\varepsilon$, *propter elem.* 3, 3. 1, 4 anguli $\delta\alpha\beta\ \beta\alpha\varepsilon$ aequales sunt. Sed est

$\angle\ \delta\alpha\beta = \angle\ \delta\zeta\beta$ (*sive* $\vartheta\zeta\beta$) in eodem segmento, et

$\angle\ \beta\alpha\varepsilon = \angle\ \beta\zeta\eta$ exteriori quadrilateri *circulo inscripti* $\beta\zeta\varepsilon\alpha$; ergo etiam

$\angle\ \vartheta\zeta\beta = \angle\ \beta\zeta\eta$.

Et est rectus angulus $\alpha\zeta\beta$; itaque propter lemma [1]) fit $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$.

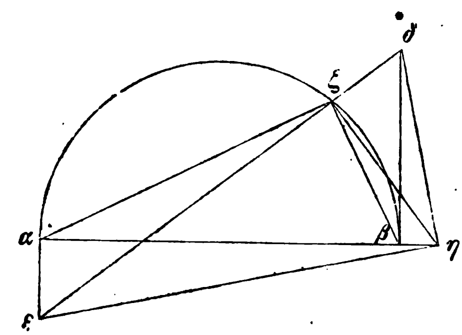
XXXI. *Sit* semicirculus in recta $\alpha\beta$, et a punctis $\alpha\ \beta$ Prop. 157

PROPOS. 156: Simson p. 461 sq., Breton p. 240, Chasles p. 81. 95 sq. 256. 266 sqq. 278.

1) Lemma hoc, quod scriptor significat, cum inter Pappi reliquias non exstet, restitutum est a Commandino et Simsono: vide append.

PROPOS. 157: Simson p. 519 sqq., Breton p. 240 sq., Chasles p. 81. 96. 279. 295. Littera γ et in figura omissa et in propositione supervacanea (vide adnot. ad p. 908, 1) indicat hanc demonstrationem partem fuisse alius latioris.

σημείων τῇ *ΑΒ* πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαι γραμμαὶ ἤχθωσαν αἱ *ΒΔ ΑΕ*, καὶ ἤχθω τυχοῦσα ἡ *ΔΕ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Ζ* τῇ *ΔΕ* πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἡ *ΖΗ* συμπιπτέτω τῇ *ΑΒ* κατὰ τὸ *Η*· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΕ ΒΔ* ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν *ΑΗΒ*.



Ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ *ΕΑ* πρὸς τὴν *ΑΗ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* πρὸς τὴν *ΒΔ*. περὶ ἴσας γωνίας ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί. ὅτι ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν *ΑΗΕ* γωνία τῇ ὑπὸ τῶν *ΒΔΗ* γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ *ΑΗΕ* ἴση ἐστὶν ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῇ ὑπὸ *ΑΖΕ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΒΔΗ* πάλιν ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῇ ὑπὸ *ΒΖΗ*· ὅτι ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΑΖΕ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΒΖΗ* γωνίᾳ. ἔστιν δέ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ *ΑΖΒ ΕΖΗ* γωνιῶν.

226 λβ'. Τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* ἴσην ἔχον τὴν *ΑΒ* τῇ *ΑΓ*, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ *ΑΒ* ἐπὶ τὸ *Δ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Δ* διήχθω ἡ *ΔΕ* ποιοῦσα ἴσον τὸ *ΒΔΕ* τρίγωνον τῷ *ΑΒΓ* τριγώνῳ· ὅτι, ἐὰν δίχα τμηθῇ μία τῶν ἴσων πλευρῶν ἡ πρὸς τῷ ἴσῳ τριγώνῳ τῇ *ΒΖ*, γίνεται ὡς συναμφότερος ἡ *ΖΒ ΒΗ* πρὸς τὴν *ΖΗ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΖ* τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ *ΖΘ* τετράγωνον.

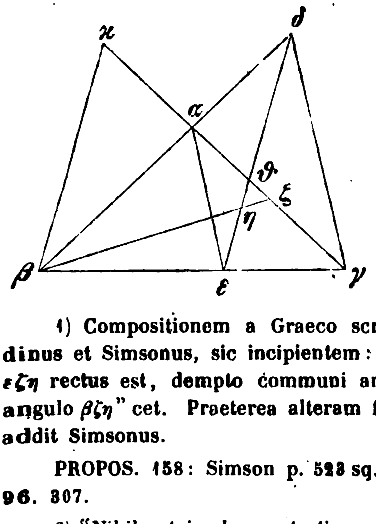
Ἤχθω διὰ τοῦ *Β* τῇ *ΔΕ* παράλληλος ἡ *ΒΚ*, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ *ΑΓ* ἐπὶ τὸ *Κ*. ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς συναμφό-

1. *τῇ ΑΒ Hu* pro *τῇι* $\overline{ΑΓΒ}$ (littera *Γ* recte inferri non potuit nisi vs. 2. *τυχοῦσα ἡ ΑΓΕ*, ubi tamen aptius fuerit *ἡ ΑΖΕ*) 3. *συμπιπτέτω Hu* pro *συμπίπτει* 22. *λβ'* add. BS *τῇ ΑΓ Co* pro $\overline{τῇι}$ $\overline{ΒΓ}$ 25. *μιᾷ — ἡ πρὸς* B 26. *ἡ ΖΒ ΒΗ Ge* auctore *Co*, *ἡ* $\overline{ΒΖΗ}$ A[1], litterarum seriem corr. A[2] positis notis '' super *B*, ' super *Z*, ''' su-

ipsi $\alpha\beta$ perpendiculares ducantur rectae $\beta\delta$ $\alpha\varepsilon$, et ducatur quaelibet $\delta\varepsilon$, et a puncto ζ ipsi $\delta\varepsilon$ perpendicularis recta $\zeta\eta$ concurrat cum $\alpha\beta$ in η; dico esse $\alpha\varepsilon \cdot \beta\delta = \alpha\eta \cdot \eta\beta$.

Sit ita; ergo *per proportionem* est $\alpha\varepsilon : \alpha\eta = \eta\beta : \beta\delta$. *Et* circa aequales angulos latera sunt proportionalia; ergo est, *iunctis* $\eta\varepsilon$ $\eta\delta$, $\angle\, \alpha\eta\varepsilon = \angle\, \beta\delta\eta$. Sed *propter rectos angulos* $\varepsilon\alpha\eta$ $\varepsilon\zeta\eta$ *puncta* ε α ζ η *sunt in circulo* (*elem.* 3, 31), *ideoque, ut* in eodem segmento, est $\angle\, \alpha\eta\varepsilon = \angle\, \alpha\zeta\varepsilon$; et rursus *puncta* δ ζ β η *sunt in circulo, ideoque, ut* in eodem segmento, $\angle\, \beta\delta\eta = \angle\, \beta\zeta\eta$. Est igitur $\angle\, \alpha\zeta\varepsilon = \angle\, \beta\zeta\eta$. Est vero; nam uterque angulus cum angulo $\varepsilon\zeta\beta$ rectum efficit[1]).

XXXII. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$ latera $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ aequalia habens[2]), et producatur $\beta\alpha$ ad δ, et a δ ducatur $\delta\varepsilon$ triangulum $\beta\delta\varepsilon$ triangulo $\alpha\beta\gamma$ aequale faciens; dico, si unum ex aequalibus lateribus, quod est ad triangulum aequale, bifariam secetur a recta $\beta\zeta$, fieri Prop. 158



$\zeta\beta + \beta\eta : \zeta\eta = \alpha\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$.

Sit ita, et ducatur per β rectae $\delta\varepsilon$ parallela $\beta\varkappa$, et producatur $\gamma\alpha$ ad $\varkappa$; ergo *propter parallelas* $\beta\varkappa$ $\eta\vartheta$ est

$\varkappa\zeta : \zeta\vartheta = \beta\zeta : \zeta\eta$, *itemque*

$2\varkappa\zeta : \zeta\vartheta = 2\beta\zeta : \zeta\eta$, *et dirimendo*

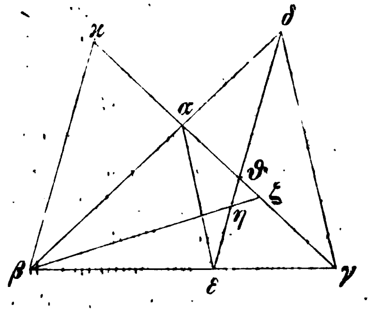
1) Compositionem a Graeco scriptore omissam addunt Commandinus et Simsonus, sic incipientem: "Quoniam uterque angulorum $\alpha\zeta\beta$ $\varepsilon\zeta\eta$ rectus est, dempto communi angulo $\varepsilon\zeta\beta$ erit angulus $\alpha\zeta\varepsilon$ aequalis angulo $\beta\zeta\eta$" cet. Praeterea alteram figuram cum punctorum serie α η β addit Simsonus.

PROPOS. 158: Simson p. 528 sq., Breton p. 241 sq., Chasles p. 79. 96. 307.

2) "Nihil est in demonstratione quod pendet ex aequalitate laterum $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$; tenet enim in quocunque triangulo. Propositio igitur sine dubio est corrupta" Simson, cui adstipulatur Chasles p. 96. 307.

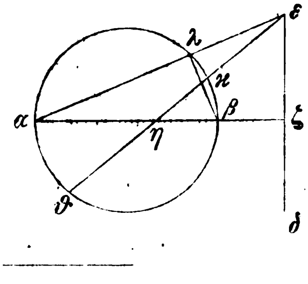
---

per *H*, ἡ $\overline{\zeta\beta\eta}$ BS 80. συναμφοτέρα B, item A, nisi quod de accentu non constat, corr. S *τερος ἡ ΖΚ ΚΘ πρὸς τὴν ΖΘ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΖΚ ΚΘ καὶ τῆς ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ* ΑΖ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ *ΖΘ τετράγωνον· τὸ ἄρα*



ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΖΚ ΚΘ καὶ τῆς ΖΘ, τουτέστιν ἡ τῶν ἀπὸ ΖΚ ΚΘ ὑπεροχή, ἴση ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΖ· ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ ΚΖ ΖΑ ὑπεροχή ἐστιν τὸ ἀπὸ ΚΘ. ἀλλὰ ἡ τῶν ἀπὸ ΚΖ ΖΑ ὑπεροχή ἐστιν τὸ ὑπὸ ΓΚΑ· ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΚΑ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΘΚ· ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ, τουτέστιν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΚΑ, τουτέστιν ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἔστιν δέ· παράλληλος γάρ ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΔΓ, ἐπειδὴ τὸ ΔΒΕ τρίγωνον ἴσον ἐστὶν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, κοινοῦ δ' ἀφαιρουμένου τοῦ ΑΒΕ λοιπὸν τὸ ΔΑΕ λοιπῷ τῷ ΑΓΕ ἐστὶν ἴσον, καὶ ἔστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως.

227 λγ'. *Κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ἐπὶ τυχοῦσαν τὴν ΔΕ κάθετος, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΖΒ ἴσον κείσθω τὸ ἀπὸ ΖΗ τετράγωνον· ὅτι, οἷον ἐὰν ληφθῇ σημεῖον ὡς τὸ Ε, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευχθεῖσα ἐκβληθῇ ἐπὶ τὸ Θ, γίνεται καὶ τὸ ὑπὸ ΘΕΚ ἴσον τῷ ἀπὸ ΕΗ τετραγώνῳ.*



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΒΛ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ Λ γωνία. ἔστιν δὲ καὶ ἡ Ζ ὀρθή· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΛ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΖΒ καὶ τῷ ἀπὸ ΖΕ τετραγώνῳ. ἀλλὰ

3. *ΑΖ τετρ. πρὸς τὸ ἀπὸ* add. *Co* *τὸ ἄρα*] *τὸ ΔΕ* A, *τὸ δὲ* BS, corr. *Co* 4. 5. *συναμφοτέρου τῆς ΖΚΘ* ABS, corr. *Co* 6. *ἡ τῶν ἀπὸ ΖΚΚΘ* A, distinx. BS 7. 8. *ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ ΚΖΖΑ* A, distinx. BS 17. *δ'* add. *Hu* 20. *λγ'* add. BS

$\varkappa\zeta + \varkappa\vartheta : \zeta\vartheta = \beta\zeta + \beta\eta : \zeta\eta$. *Sed ex hypothesi est*
$\beta\zeta + \beta\eta : \zeta\eta = \alpha\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$; *ergo*
$\varkappa\zeta + \varkappa\vartheta : \zeta\vartheta = \alpha\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$, id est
$(\varkappa\zeta + \varkappa\vartheta)\,\zeta\vartheta : \zeta\vartheta^2 = \alpha\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$; ergo est
$(\varkappa\zeta + \varkappa\vartheta)\,\zeta\vartheta = \alpha\zeta^2$. *Sed fingatur recta dupla ipsius* $\varkappa\vartheta$; *est igitur propter elem. 2, 6*
$(2\varkappa\vartheta + \vartheta\zeta)\,\vartheta\zeta + \varkappa\vartheta^2 = \zeta\varkappa^2$, id est
$(\varkappa\zeta + \varkappa\vartheta)\,\vartheta\zeta = \zeta\varkappa^2 - \varkappa\vartheta^2$; est igitur
$\zeta\varkappa^2 - \varkappa\vartheta^2 = \alpha\zeta^2$, itaque
$\zeta\varkappa^2 - \alpha\zeta^2 = \varkappa\vartheta^2$. Sed, *quia ex constructione est* $\alpha\zeta = \zeta\gamma$, *propter elem. 2, 6* est
$\zeta\varkappa^2 - \alpha\zeta^2 = \gamma\varkappa\cdot\varkappa\alpha$; ergo
$\gamma\varkappa\cdot\varkappa\alpha = \varkappa\vartheta^2$; est igitur
$\gamma\varkappa : \varkappa\vartheta = \varkappa\vartheta : \varkappa\alpha$, id est, *quia propter* $\beta\varkappa\ \varepsilon\vartheta$ *parallelas* $\gamma\varkappa : \varkappa\vartheta = \gamma\beta : \beta\varepsilon$, *et propter* $\beta\varkappa\ \vartheta\delta$ *parallelas* $\varkappa\vartheta : \varkappa\alpha = \delta\beta : \beta\alpha$,
$\gamma\beta : \beta\varepsilon = \delta\beta : \beta\alpha$.

Sic autem *haec proportio* (*quam effecimus ratione analytica statuentes esse* $\zeta\beta + \beta\eta : \zeta\eta = \alpha\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$) *re vera* se habet; nam *porro hinc sequitur parallelas esse* $\alpha\varepsilon$ $\delta\gamma$; sunt *vero* parallelae, quia *ex constructione* triangulum $\delta\beta\varepsilon$ triangulo $\alpha\beta\gamma$ aequale est, et communi dempto triangulo $\alpha\beta\varepsilon$ reliquum $\alpha\varepsilon\delta$ reliquo $\alpha\varepsilon\gamma$ aequale est; suntque in eadem basi, *et cet.* [1]).

XXXIII. Sit circulus circa diametrum $\alpha\beta$, et producatur Prop. 159
$\alpha\beta$ ad punctum ζ, rectaeque $\alpha\zeta$ perpendicularis sit $\delta\varepsilon$, sitque $\alpha\zeta\cdot\zeta\beta = \zeta\eta^2$; dico, utcumque sumatur punctum ε, si recta hinc ad η iuncta eademque producta *circuli circumferentiam in punctis $\varkappa$ et ϑ secet*, fieri $\vartheta\varepsilon\cdot\varepsilon\varkappa = \varepsilon\eta^2$.

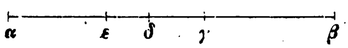
Iungantur $\alpha\varepsilon$ $\lambda\beta$; rectus igitur est angulus λ. Sed etiam angulus ζ rectus est; ergo *propter similitudinem triangulorum $\alpha\lambda\beta$ $\alpha\zeta\varepsilon$ est*
$\alpha\lambda : \alpha\zeta = \alpha\beta : \alpha\varepsilon$, *sive*
$\alpha\lambda\cdot\alpha\varepsilon = \alpha\beta\cdot\alpha\zeta$. *Sed quia est* $\alpha\varepsilon^2 = \alpha\zeta^2 + \zeta\varepsilon$, *fit etiam*

1) Et analysim brevius adumbravit scriptor (conf. infra adnot. ad propos. 162) et omisit, ut in superiore lemmate, compositionem, quam postea addiderunt iidem qui supra citati sunt.

PROPOS. 159: Breton p. 242 sq., Chasles p. 81. 97. 263.

τὸ μὲν ὑπὸ ΑΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΘΕΚ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΖΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΖΗ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΕΚ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ τετραγώνοις, τουτέστιν τῷ ἀπὸ ΕΗ τετραγώνῳ.

228 λδ'. Ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον· ὅτι γίνεται τρία, τὸ μὲν ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΕΓ τετραγώνῳ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔΕ τῷ ὑπὸ ΑΔΓ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ τῷ ὑπὸ ΕΒΔ.



Ἐπεὶ γάρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, συνθέντι καὶ τὰ ἡμίση τῶν ἡγουμένων καὶ ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΕΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΓ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΔΕ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΔΓ. πάλιν τὸ ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΓ τετραγώνῳ. ἀμφότερα ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ τετραγώνου· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΕΒΔ.

Ἀλλὰ ἔστω νῦν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΓΑ κατὰ τὸ Ε· ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΔΕ τετράγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΕ τετραγώνῳ. ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ.

1. τὸ μὲν A rec. ex τὸ με** 3. ἀπὸ τῶν ΕΖΗ ABS, corr. Co 5. λδ' add. BS 14. ὡς ἡ ΑΕ ABS, corr. Co οὕτως add. Ge 15. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ ABS, corr. Co 16. τὸ ἀπὸ ΔΕ Co pro τὸ ἀπὸ ΓΕ 17. 18. πάλιν τὸ ἀπὸ ΑΕΔ — τῶι ἀπὸ ΑΓ ABS, corr. Co 20. ὑπὸ τῶν ΕΒΔ Co pro ὑπὸ τῶν ΕΒΓ 22. ὡς om. AB, add. S 27. καὶ ἀναστρέψαντι add. Co

$\alpha\varepsilon^2 - \alpha\lambda \cdot \alpha\varepsilon = \alpha\zeta^2 - \alpha\beta \cdot \alpha\zeta + \zeta\varepsilon^2$, *id* est

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\lambda = \alpha\zeta \cdot \zeta\beta + \zeta\varepsilon^2$.

Sed est $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\lambda = \vartheta\varepsilon \cdot \varepsilon\varkappa$, et *ex constructione* $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \zeta\eta^2$; est igitur

$\vartheta\varepsilon \cdot \varepsilon\varkappa = \zeta\eta^2 + \zeta\varepsilon^2$, id est

$= \varepsilon\eta^2$.

XXXIV. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, et bifariam secetur $\alpha\gamma$ in puncto ε; dico tria fieri, primum $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, tum $\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, denique $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$. Prop. 160

Quoniam enim est $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, componendo est

$\alpha\gamma + 2\beta\gamma : \beta\gamma = \alpha\gamma : \delta\gamma$, et dimidiando antecedentes *magnitudines*

$\varepsilon\gamma + \beta\gamma : \beta\gamma = \varepsilon\gamma : \delta\gamma$, et convertendo

$\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \varepsilon\gamma : \varepsilon\delta$; ergo est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$.

Tum ex hac aequatione commune subtrahatur $\delta\varepsilon^2$; est igitur $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta - \delta\varepsilon^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et *propter elem. 2, 5* $\varepsilon\gamma^2 - \delta\varepsilon^2 = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$; ergo

$\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$.

Rursus, quia est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, utrumque subtrahatur ex $\beta\varepsilon^2$; est igitur $\beta\varepsilon^2 - \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$, et *propter elem. 2, 6* $\beta\varepsilon^2 - \varepsilon\gamma^2 = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$; ergo

$\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$.

Sed sit nunc $\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, et $\alpha\gamma$ in ε bifariam secetur; dico esse $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$.

Quoniam enim est $\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, commune addatur $\delta\varepsilon^2$; est igitur $\beta\delta \cdot \delta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 = \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta$, et *propter elem. 2, 5* $\alpha\delta \cdot \delta\gamma + \delta\varepsilon^2 = \gamma\varepsilon^2$; ergo

$\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \gamma\varepsilon^2$. Per proportionem igitur est

$\beta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \gamma\varepsilon : \varepsilon\delta$, et convertendo duplicandoque antecedentes

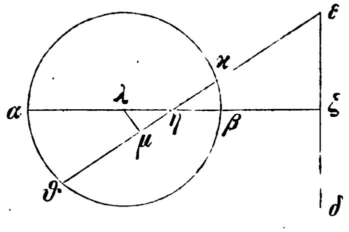
$2\beta\varepsilon : \beta\gamma = \alpha\gamma : \delta\gamma$, et dirimendo (*est scilicet* $2\beta\varepsilon = \alpha\gamma + 2\beta\gamma$)

$(\alpha\gamma + 2\beta\gamma - \beta\gamma) : \beta\gamma = \alpha\gamma - \delta\gamma : \delta\gamma$, *id est*

$\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$.

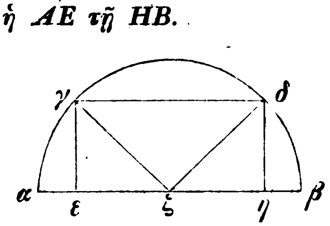
PROPOS. 160: Simson p. 306 sq., Breton p. 243 sq., Chasles p. 79 sq. 97. 262. 267. 274. 307 sq. 317.

229 λε'. *Τούτων ὄντων ἔστω κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ, ἔστω δὲ ἐπὶ τυχοῦσαν τὴν ΔΕ κάθετος, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΒ· ὅτι πάλιν, οἷον ἐὰν ἐπὶ τῆς ΕΔ σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΗ ἐκβληθῇ ἐπὶ τὸ Θ, γίνεται ὡς ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΚ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΚ.*



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΕΘ κάθετος ἤχθω ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΜ τῇ ΜΘ. ἐπεὶ δὲ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν Μ Ζ γωνιῶν, ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὰ Ε Ζ Λ Μ σημεῖα· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΗΛ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΕΗΜ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΗΛ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ (διὰ τὸ εἶναι ὡς τὴν ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ, οὕτως τὴν ΑΗ πρὸς τὴν ΗΒ, καὶ τέτμηται ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Λ)· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΗΜ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ, τουτέστιν (ἐν κύκλῳ γάρ) τῷ ὑπὸ τῶν ΘΗΚ. καὶ τέτμηται δίχα ἡ ΘΚ κατὰ τὸ Μ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον γίνεται ὡς ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΚ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΚ.

230 λϛ'. *Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς ΑΒ, καὶ παράλληλος τῇ ΑΒ ἡ ΓΔ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΓΕ ΔΗ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΗΒ.*



Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΖ ΖΔ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΖΔ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τῷ

1. λε' add. BS 4. *ἐπὶ τῆς ΕΔ* Hu auctore Co pro *ἐπὶ τῆς ΓΔ* 5. *ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΗ ἐκβεβλήσθω* ABS, corr. Hu auctore Co (*ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΗ καὶ ἐκβληθῇ* Ge) 13. 14. *τῶν ΜΖ — τὰ ΕΖ ΛΜ* A, distinx. BS 15. 16. *τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΗΛ ἴση* A, corr. BS 18. 19. *καὶ τε-*

XXXV. His ita se habentibus sit circulus circa diametrum $\alpha\beta$, et producatur $\alpha\beta$ *ad* ζ, sitque $\alpha\zeta$ perpendicularis ad quamlibet rectam $\delta\varepsilon$, et fiat $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\zeta : \zeta\beta$; dico, utcumque in recta $\delta\varepsilon$ punctum ε sumatur, si iuncta $\varepsilon\eta$ *circumferentiam secet in* $\varkappa$ *eademque* producatur ad ϑ *alterum punctum sectionis circumferentiae,* rursus [1]) fieri $\vartheta\varepsilon : \varepsilon\varkappa = \vartheta\eta : \eta\varkappa$. Prop. 161

Sumatur circuli centrum λ, ab eoque ad $\varepsilon\vartheta$ perpendicularis ducatur $\lambda\mu$; est igitur $\varkappa\mu = \mu\vartheta$ (*elem.* 3, 3). Sed quoniam uterque angulorum μ ζ rectus est, in circulo sunt puncta ε ζ μ λ*); est igitur $\zeta\eta \cdot \eta\lambda = \varepsilon\eta \cdot \eta\mu$. Sed quia *ex hypothesi* est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \alpha\eta : \eta\beta$, et recta $\alpha\beta$ in puncto λ bifariam secta est, *propter superius lemma* est $\zeta\eta \cdot \eta\lambda = \alpha\eta \cdot \eta\beta$; ergo etiam

$\varepsilon\eta \cdot \eta\mu = \alpha\eta \cdot \eta\beta$, id est, quia in circulo *rectae* $\alpha\beta$ $\vartheta\varkappa$ *inter se secant,*

$= \vartheta\eta \cdot \eta\varkappa$.

Et secta est $\vartheta\varkappa$ bifariam in puncto μ; ergo propter id quod supra (*lemm. XXXIV extr.*) demonstratum est fit $\vartheta\varepsilon : \varepsilon\varkappa = \vartheta\eta : \eta\varkappa$.

XXXVI. *Sit* semicirculus in recta $\alpha\beta$, et ipsi $\alpha\beta$ parallela $\gamma\delta$, et perpendiculares ducantur $\gamma\varepsilon$ $\delta\eta$; dico esse $\alpha\varepsilon = \eta\beta$. Prop. 162

Sumatur circuli centrum ζ, et iungantur $\gamma\zeta$ $\zeta\delta$; est igitur $\gamma\zeta = \zeta\delta$, itaque $\gamma\zeta^2 = \zeta\delta^2$. Sed est $\gamma\zeta^2 = \gamma\varepsilon^2 + \varepsilon\zeta^2$,

PROPOS. 161: Simson p. 507 sq., Breton p. 244 sq., Chasles p. 80. 97. 262. 273. 278.

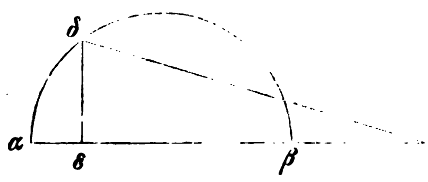
1) Haec vox vix ad lemma XXXIII aut XXX referri posse, sed aliam quandam propositionem nunc perditam spectare videtur.

*) "Nam, si iunctâ $\varepsilon\lambda$ circa ipsam circulus describatur, per μ ζ puncta transibit" *Co.*

PROPOS. 162: Simson p. 525 sq. (qui haec addit "observare licet insignem differentiam inter demonstrationem huius et praecedentis propositionis 158; praecedens enim nimis videtur esse brevis, et quaedam in ea supplenda sunt, haec autem instar elementorum admodum est explicita; idem autem in multis aliis Pappi [conf. supra p. 823 adnot. *] observandum est"), Breton p. 245, Chasles p. 81. 98. 279. 296.

τμῆσθαι τὴν *AB* *Hu* 20. 21. τουτέστι τῷ ὑπὸ τῶν *ΘΗΚ*· ἐν κύκλῳ γάρ coni. *Ge* auctore *Co* 21. δὴ add. *Ge* 24. λς′ add. BS *μὲν ἀπὸ ΓΖ τετραγώνῳ ἴσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΓΕ ΕΖ τετράγωνα, τῷ δὲ ἀπὸ ΔΖ τετραγώνῳ ἴσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΔΗ ΗΖ τετράγωνα· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΕ ΕΖ ἄρα τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΗ ΗΔ τετραγώνοις. ὧν τὸ ἀπὸ ΓΕ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΗ τετραγώνῳ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον λοιπῷ τῷ ἀπὸ ΖΗ τετραγώνῳ ἐστὶν ἴσον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΖΗ. ἔστιν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΖ ὅλῃ τῇ ΖΒ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΕ λοιπῇ τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση, ὅπερ: ～*

231 λζʹ. *Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς ΑΒ, καὶ ἀπὸ τυχόντος τοῦ Γ διήχθω ἡ ΓΔ, καὶ κάθετος ἤχθω ἡ ΔΕ· ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΓ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΓΒ καὶ τῆς ΑΕ.*



Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ἀπὸ ΔΓ, τουτέστιν τοῖς ἀπὸ ΔΕ ΕΓ, καὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΓΒ καὶ τῆς ΑΕ· ὅτι ἄρα κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ ΓΑΕ λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ἀπὸ ΔΕ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΑΕΒ, καὶ τῷ ἀπὸ ΓΕ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ ΓΒ. κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ἀπὸ ΓΕ ὅτι λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΕΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ ΒΓ. ἔστιν δέ.

Εἰς τὸ πόρισμα τοῦ αʹ βιβλίου.

232 ληʹ. *Θέσει ὄντος παραλληλογράμμου τοῦ ΑΔ, ἀπὸ δοθέντος τοῦ Ε διαγαγεῖν τὴν ΕΖ καὶ ποιεῖν ἴσον τὸ ΖΓΗ τρίγωνον τῷ ΑΔ παραλληλογράμμῳ.*

Γεγονέτω. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶν τὸ ΖΓΗ τρίγωνον τῷ

---

4. *ἀπὸ τῶν* $\overline{ΖΗΗΔ}$ A, distinx. BS 9. *ὅπερ* BS, *ο* A 10. *λζ* add. BS *ἐπὶ τῆς* $\overline{ΑΒΓ}$ AB, *ἐπὶ τῆς* $\overline{αδβ}$ S, corr. *Co* 11. *ἤχθω ἡ* $\overline{ΔΘ}$ AB, corr. S 12. *τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου* et 14. *ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΓ* retinuit *Ge* ex S (recte, ut supra editum, AB) 18. 19. *συναμφοτέρου*

et $\zeta\delta^2 = \delta\eta^2 + \eta\zeta^2$; ergo $\gamma\varepsilon^2 + \varepsilon\zeta^2 = \delta\eta^2 + \eta\zeta^2$. Subtrahantur aequalia $\gamma\varepsilon^2 = \delta\eta^2$; restat igitur $\varepsilon\zeta^2 = \zeta\eta^2$, itaque $\varepsilon\zeta = \zeta\eta$. Sed est etiam $\alpha\zeta = \zeta\beta$; per subtractionem igitur est $\alpha\varepsilon = \eta\beta$, q. e. d.

XXXVII. *Sit* semicirculus in recta $\alpha\beta$, et a quolibet *productae diametri* puncto γ ducatur *per semicirculum* $\gamma\delta$, et *diametro* perpendicularis ducatur $\delta\varepsilon$; dico esse $\alpha\gamma^2 - \gamma\delta^2 = (\alpha\gamma + \gamma\beta)\,\alpha\varepsilon$. Prop. 163

Sit ita; est igitur

$$\alpha\gamma^2 = \gamma\delta^2 + (\alpha\gamma + \gamma\beta)\,\alpha\varepsilon, \text{ id est}$$
$$= \delta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 + (\alpha\gamma + \gamma\beta)\,\alpha\varepsilon, \text{ id est}$$
$$= \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\beta + \varepsilon\gamma^2 + (\alpha\gamma + \gamma\beta)\,\alpha\varepsilon.$$

Ergo communi subtracto $\alpha\gamma\cdot\alpha\varepsilon$ restat

$$\alpha\gamma\cdot\gamma\varepsilon = \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\beta + \varepsilon\gamma^2 + \alpha\varepsilon\cdot\beta\gamma.$$

Communi subtracto $\varepsilon\gamma^2$ restat

$$\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma = \alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\beta + \alpha\varepsilon\cdot\beta\gamma.$$

Est autem, *quoniam ex constructione est* $\varepsilon\gamma = \varepsilon\beta + \beta\gamma$.

In porisma primi libri.

XXXVIII. Parallelogrammo $\alpha\gamma\delta\beta$ positione dato, a dato *in productâ* $\beta\delta$*) puncto ε ducatur recta $\varepsilon\eta\zeta$ ita, ut triangulum $\zeta\gamma\eta$ parallelogrammo $\alpha\gamma\delta\beta$ aequale fiat. Prop. 164

Factum iam sit. Quia igitur triangulum $\zeta\gamma\eta$ parallelo-

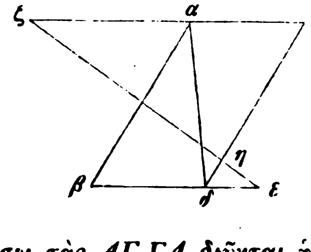
PROPOS. 163: Simson p. 526, Breton p. 246, Chasles p. 98. 245.

PROPOS. 164: Simson p. 527—530, Breton p. 246 sq., Chasles p. 79. 98. 284.

*) Hoc secundum figuram, qualis in codicibus adumbrata est, addidimus; eademque, ut ceteros taceam, est Chaslesii sententia. Simsonus autem Halleium de sectione spatii (p. 144 sq.) secutus problema demonstrat utcumque "dato puncto ε in angulo qui deinceps est angulo $\alpha\gamma\delta$".

τῆς $\overline{ΑΓΒ}$ ABS, corr. *Co* 20. *κοινοῦ Hu* pro *καὶ* 22. *τε ἀπὸ* $\overline{ΔΕ}$ *Co* pro *τε ἀπὸ* $\overline{ΑΕ}$ *τῶι ὑπὸ* $\overline{ΑΕΒ}$ *καὶ* A, corr. BS 23. *ὑπὸ* $\overline{ΑΕΓΒ}$ et 25. *ὑπὸ* $\overline{ΑΕΒΓ}$ A, distinx. BS 26. *εἰς* (A² pro *εἰ*) *τὸ πόρισμα* $\overline{Α}$ *βιβλίου* A, *εἰς τὸ πόρισμα τοῦ πρώτου βιβλίου* B, *εἰς τὸ πόρισμα* cum nota corruptelae et tum *εἰς τὸ πρῶτον τῶν κωνικῶν* S 27. *λη′*] *α′* BS, om. A

ΑΔ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΑΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΑΓΔ τριγώνου, καὶ τὸ ΖΓΗ ἄρα τρίγωνον διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΑΓΔ τριγώνου.



ὡς δὲ τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, διὰ τὸ εἶναι περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν τὴν Γ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΖΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓΔ. δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΑΓΔ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΓΗ. καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Ε εἰς θέσει τὰς ΑΓ ΓΔ διῆκται ἡ ΕΖ εἰς χωρίον ἀποτομήν· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὸ μὲν τῇ θέσει παραλληλόγραμμον τὸ ΑΔ, τὸ δὲ δοθὲν τὸ Ε. διήχθω ἀπὸ τοῦ Ε εἰς θέσει τὰς ΖΓ ΓΔ εὐθεῖα ἡ ΕΖ ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ΖΓΗ ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ ΑΓΔ, καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ τῇ ἀναλύσει δείξομεν ἴσον τὸ ΖΓΗ τρίγωνον τῷ ΑΔ παραλληλογράμμῳ· ἡ ΕΖ ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα. φανερὸν οὖν ὅτι μόνη, ἐπεὶ κἀκείνη μόνη.

* * *

233 *α΄. Ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον. εἰ μὲν οὖν ἰσοσκελής ἐστιν ὁ κῶνος, φανερὸν ὅτι πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὸν ΑΒ κύκλον προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, εἰ δὲ σκαληνός, ἔστω εὑρεῖν τίς μεγίστη καὶ τίς ἐλαχίστη.*

---

2. *τοῦ $\overline{αδγ}$ τριγώνου* S 2. 3. *καὶ τὸ ΖΓΗ — ΑΓΔ τριγώνου* add. A^2 in marg. (BS) 5. *εἶναι* add. *Hu* 10. *ἀπὸ* et 11. *ἡ ΕΖ* add. *Hu* auctore *Co* 11. *ἡ ΕΖ εἰς χωρίου ἀποτομήν*] pro his secundum illa quae in compositione sequuntur in promptu est coniicere: *ἡ ΕΖ χωρίον ἀποτέμνουσα τὸ ὑπὸ ΖΓΗ ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ ΑΓΔ*; verum ne expellamus libros de sectione spatii disertis verbis citatos et brevitatem paene contortam concedamus Graeco scriptori res notas gnaris lectoribus significanti 15. *εἰς θέσει τὰς $\overline{ΖΓΗ}$* ABS, corr. *Co* 16. *δοθεντινι χωρίωι τῶι διπλάσιον* A(BS), corr. *Co* 17. *τὴν ἀνάλυσιν* ABS, corr. *Co* 22. *α΄*] *β΄* BS, om. A *ὁ $\overline{ΑΒΓ}$ κύκλος* ABS, corr. *Co* 26. *δέον* ante *ἔστω* add. *Hu*

grammo $\alpha\gamma\delta\beta$ aequale, et idem parallelogrammum duplum est trianguli $\alpha\gamma\delta$, ergo etiam triangulum $\zeta\gamma\eta$ duplum est trianguli $\alpha\gamma\delta$. Sed, quia haec triangula sunt circa eundem angulum γ, *propter superius lemma XX* est $\Delta\,\zeta\gamma\eta : \Delta\,\alpha\gamma\delta = \zeta\gamma\cdot\gamma\eta : \alpha\gamma\cdot\gamma\delta$. Sed datum est $\alpha\gamma\cdot\gamma\delta$; ergo etiam $\zeta\gamma\cdot\gamma\eta$ datum. Et a dato puncto ε ad positione datas $\alpha\gamma$ $\gamma\delta$ ducta est $\varepsilon\zeta$ *abscindens rectas* $\zeta\gamma$ $\gamma\eta$, *quae continent spatium aequale dato spatio, videlicet duplo ipsius* $\alpha\gamma\cdot\gamma\delta$ *), *estque problema deductum* ad spatii sectionem [1]. Ergo positione data est $\varepsilon\zeta$.

Componetur *problema* sic. Sit parallelogrammum positione datum $\alpha\gamma\delta\beta$, et datum punctum ε. Ducatur ab ε ad positione datas $\zeta\gamma$ $\gamma\delta$ recta $\varepsilon\zeta$ abscindens *rectas* $\zeta\gamma$ $\gamma\eta$, *quae continent* spatium $\zeta\gamma\cdot\gamma\eta$ aequale dato spatio, *videlicet* duplo ipsius $\alpha\gamma\cdot\gamma\delta$; et eadem ratione atque in analysi demonstrabimus triangulum $\zeta\gamma\eta$ parallelogrammo $\alpha\gamma\delta\beta$ aequale esse; ergo recta $\varepsilon\zeta$ problema efficit, eademque, ut manifestum est, sola, quia illa quoque *quae in spatii sectione construitur* sola *illud problema efficit* [2].

* * *

LEMMATA IN CONICORUM LIBRUM I.

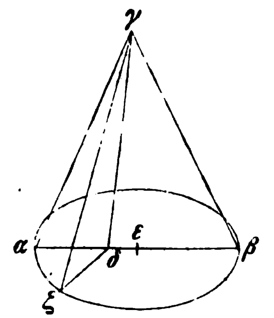
I **). Sit conus, cuius basis circulus $\alpha\beta$, et vertex punctum γ. Iam si isosceles conus est, omnes rectas quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur inter se aequales esse apparet; sin vero obliquus est, inveniatur, quae sit maxima quaeque minima. Prop. 165

*) Haec addit Simsonus p. 529 secundum ea quae statim in compositione sequuntur.

1) Est libri primi de sectione spatii ab Halleio restituti loci tertii casus primus (p. 145); sed commodius ad hoc Pappi problema conferetur Simsoni de porism. propositio LXXVIII (p. 527 sq.).

2) Sic Graeca in brevissimum concisa explicanda esse iudicavimus; demonstrantur autem ab eodem Simsono p. 528 sq.

**) Numeri lemmatum in hac quae sequitur Latina interpretatione secundum Halleium positi sunt.



Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος, καὶ πιπτέτω πρότερον ἐντὸς τοῦ ΑΒ κύκλου, καὶ ἔστω ἡ ΓΔ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Α Β σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΓΒ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΒΓ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΓ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὸν ΑΒ προσπιπτουσῶν.

Προσβεβλήσθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ τῆς ΔΖ. κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, καὶ εἰσὶν αἱ πρὸς τῷ Δ γωνίαι ὀρθαί· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΓΖ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΓΑ μείζων ἐστίν· ὥστε μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΓΒ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΓΑ.

234 β'. Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἡ ἀπὸ τοῦ Γ κάθετος ἀγομένη πιπτέτω ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ ΑΒ κύκλου, καὶ ἔστω ἡ ΓΑ, καὶ πάλιν ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΒΓ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΓ.

Ὅτι μὲν οὖν μείζων ἡ ΓΒ τῆς ΓΑ φανερόν, διήχθω δέ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΓΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ. ἐπεὶ διάμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ, μείζων ἐστὶν τῆς ΑΕ. καὶ αὐταῖς πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῆς ΓΕ. ὁμοίως καὶ πασῶν. καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ μείζων δειχθήσεται ἡ ΕΓ τῆς ΓΑ· ὥστε μεγίστη μὲν ἡ ΒΓ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΓΑ τῶν ἀπὸ τοῦ Γ σημείου πρὸς τὸν ΑΒ κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

235 γ'. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων πιπτέτω ἡ κάθετος ἐκτὸς τοῦ κύκλου, καὶ ἔστω ἡ ΓΔ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν

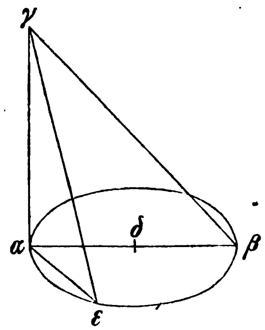
---

2. κύκλου ἐπίπεδον — 4. τοῦ $\overline{AB}$ add. A²BS 8. τὰ $\overline{AB}$ σημεῖα A, distinx. BS 10. ἐστιν ἡ ΓΒ Ha 14. ἡ $\overline{B\Delta}$ τῆς $\overline{\Delta Z}$ ABS, corr.

Ducatur enim a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ planum perpendicularis $\gamma\delta$, quae primum intra $\alpha\beta$ circulum cadat, et sumatur circuli centrum ε, et iuncta $\delta\varepsilon$ producatur in utramque partem secetque circumferentiam in punctis α β, et iungantur $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$; dico rectam $\beta\gamma$ maximam, $\alpha\gamma$ minimam esse omnium quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur.

Ducatur enim alia quaevis $\gamma\zeta$, iungaturque $\delta\zeta$; est igitur $\beta\delta > \delta\zeta$ (*elem.* 3, 7). Et communis est $\gamma\delta$, angulique ad δ recti; ergo est $\beta\gamma > \gamma\zeta$. Eadem ratione est etiam $\gamma\zeta > \gamma\alpha$; itaque maxima *omnium* est $\beta\gamma$, minima $\alpha\gamma$.

Sed rursus perpendicularis a puncto γ ducta in ipsam $\alpha\beta$ circuli circumferentiam cadat, sitque $\gamma\alpha$, et rursus ad circuli centrum δ ducatur $\alpha\delta$, quae producta circumferentiam secet in β, et iungatur $\beta\gamma$; dico maximam esse $\beta\gamma$, minimam $\alpha\gamma$. Prop. 166



Iam primum apparet esse $\gamma\beta > \gamma\alpha$; ducatur autem *ad circumferentiam* alia quaevis $\gamma\varepsilon$, et iungatur $\alpha\varepsilon$. Quia $\alpha\beta$ diametrus est, maior est quam $\alpha\varepsilon$ (*elem.* 3, 15). Et ipsis $\alpha\beta$ $\alpha\varepsilon$ perpendicularis est $\alpha\gamma$; ergo $\gamma\beta > \gamma\varepsilon$. Item $\gamma\beta$ maior est *ceteris* omnibus. Et eadem ratione demonstrabitur esse $\varepsilon\gamma > \gamma\alpha$; ergo $\beta\gamma$ maxima, $\alpha\gamma$ minima est omnium rectarum quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur.

Iisdem suppositis perpendicularis extra circulum cadat, sitque $\gamma\delta$, et ad circuli centrum ε ducta $\delta\varepsilon$ producatur *secetque circumferentiam in punctis* α β, et iungantur $\alpha\gamma$ $\beta\gamma$; iam Prop. 167

Ha 18. β'] γ' BS, om. A 19. τοῦ κύκλου *AB Ha* ἡ (ante *ΓΑ*) om. B *Ha* 26. ἄρα add. *Ha* 28. μεγίστης ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 31. γ'] δ' BS, om. A *αἱ ΑΓ ΒΓ· λέγω δὴ ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΒΓ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΓ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὸν ΑΒ κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.*

Ὅτι μὲν οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΓΑ φανερόν, λέγω δὲ ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὴν τοῦ ΑΒ κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν. προσπιπτέτω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ. ἐπεὶ οὖν διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΔ, μείζων ἐστὶν ἡ ΔΒ τῆς ΔΖ. καὶ ἔστιν αὐταῖς ὀρθὴ ἡ ΔΓ, ἐπεὶ καὶ τῷ ἐπιπέδῳ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΓΖ. ὁμοίως καὶ πασῶν. μεγίστη μὲν ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ, ὅτι δὲ καὶ ἡ ΑΓ ἐλαχίστη. ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΖ, καὶ ἔστιν αὐταῖς ὀρθὴ ἡ ΔΓ, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΓΖ. ὁμοίως καὶ πασῶν. ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ, μεγίστη δὲ ἡ ΒΓ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὴν τοῦ ΑΒ κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

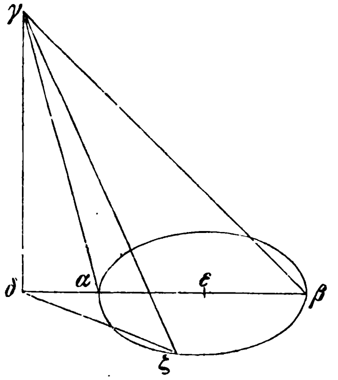
Εἰς τοὺς κωνικοὺς ὅρους.

236 *"Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν" εἰκότως ὁ Ἀπολλώνιος προστίθησιν "ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῇ", ἐπειδήπερ τοῦ τυχόντος κώνου γένεσιν δηλοῖ. εἰ μὲν γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, περισσὸν ἦν προσεκβάλλειν διὰ τὸ τὴν φερομένην εὐθεῖαν αἰεί ποτε ψαύειν τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἐπειδήπερ πάντοτε τὸ σημεῖον ἴσον ἀφέξειν ἔμελλεν τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. ἐπεὶ δὲ δύναται καὶ σκαληνὸς εἶναι ὁ κῶνος, ἔστιν δέ, ὡς προγέγραπται, ἐν κώνῳ σκαληνῷ μεγίστη τις καὶ ἐλαχίστη πλευρά, ἀναγκαίως προστίθησιν τὸ "προσεκβληθῇ", ἵνα αἰεὶ προσ-*

---

1. *δὴ ὅτι* AS, *ὅτι* B[s]V, *ὅτι δὴ Ha* 2. *τὸν* $\overline{ΑΒΓ}$ *κύκλον* ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 5. *δὲ Hu* pro *δὴ* 11. *ἐλάσσων Ha* pro *ἐλαχίστη*, item vs. 12 12. *ἔστι καὶ αὐταῖς Ha* 17 — p. 924, 3. hoc scholion non ab ipso Pappo scriptum esse videtur 18. numerum *ε'* praefigunt BS 19. *ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῇ* Apollon. conic. 1 defin. 1, *καὶ ἐφ' ἑκάτερα ἐκβληθῆι* ABS 22. *τὸ* add. *Hu* *αιει* (sine spir. et acc.) A

dico maximam esse $\beta\gamma$, minimam $\alpha\gamma$ omnium rectarum quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur.



Iam primum apparet esse $\beta\gamma > \gamma\alpha$; sed dico eandem $\beta\gamma$ maiorem esse omnibus quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur. Ducatur enim alia quaevis $\gamma\zeta$, et iungatur $\delta\zeta$. Iam quia $\beta\delta$ per centrum transit (*elem.* 3, 8), est $\beta\delta > \delta\zeta$. Et his ipsis perpendicularis est $\delta\gamma$, quoniam etiam plano *circuli perpendicularis est*; ergo $\beta\gamma > \gamma\zeta$. Item $\beta\gamma$ maior est *ceteris* omnibus Maxima igitur est $\beta\gamma$; sed *demonstretur* etiam minimam esse $\alpha\gamma$. Quia enim $\alpha\delta$ minor est quam $\delta\zeta$ (*elem.* 3, 8), et his ipsis perpendicularis $\delta\gamma$, minor igitur est $\alpha\gamma$ quam $\gamma\zeta$. Item etiam *ceteris* omnibus. Ergo $\alpha\gamma$ minima, $\beta\gamma$ maxima est omnium rectarum quae a puncto γ ad circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ducuntur.

In conicas definitiones.

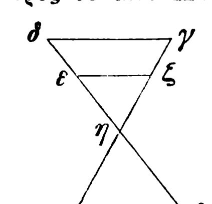
In conicorum I libri defin. I ad verba "si ab aliquo puncto ad circuli circumferentiam" iure Apollonius addit "in utramque partem producatur", quoniam cuiuslibet coni originem explicat. Nam si isosceles conus *esset,* supervacaneum esset *rectam* producere, quia haec ipsa, cum convertitur, circuli circumferentiam perpetuo tangeret, quippe cum punctum *manens* semper aequali intervallo a circuli circumferentia distaret. Sed quia etiam obliquus conus esse potest, in quo, ut supra demonstratum est, et maximum aliquod et minimum latus exstat, necessario illud "producatur" adiicit, ut quae minima

(*Ha*), ἀεί BS   24. δὲ A² ex δ*   27. προσεκβληθῇ *Ha* pro προσεκβεβλήσθω αιει (sine spir. et acc.) A (*Ha* BS) εκβληθεῖσα ἡ ἐλαχίστη [ἀεὶ τῆς μεγίστης] αὔξηται [προσεκβαλλομένης], ἕως ἴση γένηται τῇ μεγίστῃ καὶ ψαύσῃ κατ' ἐκεῖνο τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

237 δ'. Ἔστω γραμμὴ ἡ ΑΒΓ, καὶ θέσει ἡ ΑΓ, πᾶσαι δὲ αἱ ἀπὸ τῆς γραμμῆς ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετοι [ἀγόμεναι] οὕτως ἀγέσθωσαν, ὥστε τὸ ἀπὸ ἑκάστης αὐτῶν τετράγωνον ἴσον εἶναι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τῆς βάσεως τμημάτων ἀφ' ἑκάστης αὐτῶν τμηθέντων· λέγω ὅτι κύκλου περιφέρειά ἐστιν ἡ ΑΒΓ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἐστιν ἡ ΑΓ.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ σημείων τῶν Δ Β Ε κάθετοι αἱ ΔΖ ΒΗ ΕΘ· τὸ μὲν ἄρα ἀπὸ ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΖΓ, τὸ δὲ ἀπὸ ΒΗ τῷ ὑπὸ ΑΗΓ, τὸ δὲ ἀπὸ ΕΘ τῷ ὑπὸ ΑΘΓ. τετμήσθω δὴ δίχα ἡ ΑΓ κατὰ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΚ ΚΒ ΚΕ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΑΖΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΚ, ἀλλὰ τῷ ὑπὸ ΑΖΓ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΔΖ, τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΚ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΔΚ, ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΚ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ τῇ ΚΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΚ ΕΚ ἴση ἐστὶν τῇ ΑΚ ἢ τῇ ΚΓ· κύκλου ἄρα περιφέρειά ἐστιν ἡ ΑΒΓ τοῦ περὶ κέντρον τὸ Κ, τουτέστιν τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ.

238 ε'. Τρεῖς παράλληλοι αἱ ΑΒ ΓΔ ΕΖ, καὶ διήχθωσαν εἰς αὐτὰς δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΗΖΓ ΒΗΕΔ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ τετράγωνον.

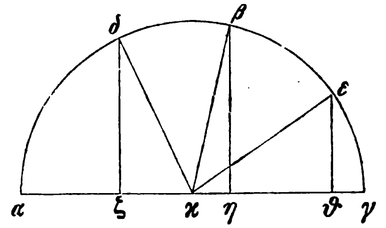


Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΕ, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΖΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΖ, ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΒ ΖΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΖ. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΖΕ πρὸς

4. ἀεὶ τῆς μεγίστης et προσεκβαλλομένης del. *Ha* 4. δ'] ϛ' BS, om. A 5. ἀγόμεναι BS, ἀγόμενοι A, del. *Hu* 7. ἀφ' *Ha*, ὑφ' A, ἐφ' B^sS 8. αὐτῶν τμηθέντων *Ha*, ἀπὸ τῶν τμηθέντων ABV, ἀπὸ

est usque eo producta augeatur, quoad maximae aequalis fiat et propterea circuli circumferentiam *semper* contingat.

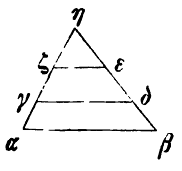
II. Sit linea $\alpha\beta\gamma$, et positione *data* $\alpha\gamma$, et omnes a linea $\alpha\beta\gamma$ ad rectam $\alpha\gamma$ perpendiculares ita ducantur, ut uniuscuiusque quadratum aequale sit rectangulo baseos segmentis, quae a singulis *perpendicularibus* efficiuntur, contento; dico lineam $\alpha\beta\gamma$ *dimidiam* circuli circumferentiam, eiusque diametrum $\alpha\gamma$ esse. Prop. 168



Ducantur enim a punctis δ β ε perpendiculares $\delta\zeta$ $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$; est igitur *ex hypothesi* $\delta\zeta^2 = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma$, et $\beta\eta^2 = \alpha\eta \cdot \eta\gamma$, et $\varepsilon\vartheta^2 = \alpha\vartheta \cdot \vartheta\gamma$. Iam $\alpha\gamma$ bifariam secetur in puncto $\varkappa$, et iungantur $\varkappa\delta$ $\varkappa\beta$ $\varkappa\varepsilon$. Iam quia *propter elem. 2, 5* est $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\varkappa^2 = \alpha\varkappa^2$, et *ex hypothesi* $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \delta\zeta^2$, est igitur $\delta\zeta^2 + \zeta\varkappa^2 = \alpha\varkappa^2$, id est $\delta\varkappa^2 = \alpha\varkappa^2$; itaque $\varkappa\delta = \alpha\varkappa$. Similiter demonstrabimus et $\beta\varkappa$ et $\varepsilon\varkappa$ aequalem esse rectae $\alpha\varkappa$ vel $\varkappa\gamma$; ergo linea $\alpha\beta\gamma$ est *dimidia* circumferentia circuli, cuius centrum $\varkappa$, id est circuli circa diametrum $\alpha\gamma$ *descripti*.

III. Tres parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ $\zeta\varepsilon$, in easque ducantur duae rectae $\alpha\eta\zeta\gamma$ $\beta\eta\varepsilon\delta$ *); dico esse $\alpha\beta \cdot \zeta\varepsilon : \gamma\delta^2 = \alpha\eta \cdot \eta\zeta : \eta\gamma^2$. Prop. 169

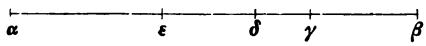
Quoniam enim est $\alpha\beta : \zeta\varepsilon = \alpha\eta : \eta\zeta$, *per multiplicationem* est igitur



*) Praeter illam quae p. 924 descripta est in codice exstat haec altera, quam si sequimur supra reponendum est "rectae $\alpha\gamma\zeta\eta$ $\beta\delta\varepsilon\eta$".

τῶν τμημάτων S 10. τῶν $\overline{\Delta BE}$ A, distinx. BS 13. δὴ] δὲ *Ha* 14. αἱ *ΚΔ Ha* 18. δὴ] δὲ *Hu* 20. τοῦ (ante περὶ κέντρον et ante περὶ διάμετρον) *Ha* pro τῆς 22. ε′] ζ′ BS, om. AV 23. αἱ $\overline{AH}$ $\overline{Z\Gamma}$ $\overline{BH}$ $\overline{E\Delta}$ A, corr. BS τὸ ἀπὸ ΓΔ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒ ΖΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ τετράγωνον, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ τετράγωνον.

239 ς'. Ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον· ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΕΓ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΔΓ τῷ ὑπὸ ΒΔΕ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ τῷ ὑπὸ ΕΒΔ.



Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, συνθέντι καὶ τὰ ἡμίση τῶν ἡγουμένων καὶ ἀναστρέψαντί ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΓΕ τετραγώνῳ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΕΔ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΔΕ. ἐπεὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΓ, ἑκάτερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ τετραγώνου· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΒΔ. γίνεται ἄρα τὰ τρία.

240 ζ'. Τὸ Α πρὸς τὸ Β τὸν συνημμένον λόγον ἐχέτω ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ Γ πρὸς τὸ Δ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὅτι καὶ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ τὸν συνημμένον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Β καὶ τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε.

Τῷ γὰρ τοῦ Ε πρὸς τὸ Ζ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τοῦ Δ πρὸς τὸ Η. ἐπεὶ οὖν ὁ τοῦ Α πρὸς τὸ Β συνῆπται ἔκ τε τοῦ τοῦ Γ πρὸς τὸ Δ καὶ τοῦ τοῦ Ε πρὸς τὸ Ζ, τουτέστιν τοῦ Δ πρὸς τὸ Η, ἀλλὰ ὁ συνημμένος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ Γ πρὸς τὸ Δ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὸ Δ πρὸς τὸ Η ἐστὶν ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸ Η, ὡς ἄρα τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Η. ἐπεὶ δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ τὸν συνημμένον

5. ς'] η' BS, om. A 7. γίνεται B[1], γίνονται AB[2]S *Ha* 12. πρὸς τὴν $\overline{\gamma\delta}$ SV 15. ἀφαιρείσθω AS, corr. B V m. rec., item vs. 17 17. δὲ τὸ ὑπὸ $\overline{ΒΑΔ}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* ἑκάτερον *Hu* pro ἀμφότερα 20. ζ'] θ' BS, om. A 21. ἐξ οὗ ὃν A[2]BS, ἐξουσιων (sine acc.) A[1] 25. ὁ τοῦ *Ha* pro τὸ λόγος ante συνῆπται add. *Ha* 26. τοῦ τοῦ *Ha* pro τοῦ τῆς τὸ (ante Δ) add. *Hu* τοῦ Ε

$\alpha\beta \cdot \zeta\varepsilon : \zeta\varepsilon^2 = \alpha\eta \cdot \eta\zeta : \eta\zeta^2$. Sed est etiam
$\zeta\varepsilon^2 : \gamma\delta^2 = \eta\zeta^2 : \eta\gamma^2$; ex aequali igitur
$\alpha\beta \cdot \zeta\varepsilon : \gamma\delta^2 = \alpha\eta \cdot \eta\zeta : \eta\gamma^2$.

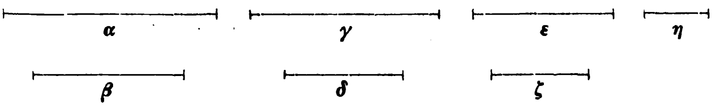
IV. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, et $\alpha\gamma$ bifariam secetur in puncto ε; dico esse $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, et $\alpha\delta \cdot \delta\gamma = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$. Prop. 170

Quoniam enim est
$\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, componendo fit
$\alpha\beta + \beta\gamma : \beta\gamma = \alpha\gamma : \gamma\delta$, et, *quoniam est* $\alpha\beta + \beta\gamma = \alpha\gamma + 2\,\beta\gamma$, *et ex hypothesi* $\varepsilon\gamma = \frac{1}{2}\alpha\gamma$, sumptis antecedentium dimidiis
$\varepsilon\gamma + \gamma\beta : \beta\gamma = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$, et convertendo
$\varepsilon\beta : \varepsilon\gamma = \varepsilon\gamma : \varepsilon\delta$; ergo est
$\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$. *Est autem* $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon + \varepsilon\delta^2$ (*elem.* 2, 3), *et* $\varepsilon\gamma^2 = \alpha\delta \cdot \delta\gamma + \varepsilon\delta^2$ (*elem.* 2, 5); *hinc* igitur communi subtracto $\varepsilon\delta^2$ restat
$\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$.

Sed quia est $\beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, utrumque subtrahatur ex $\beta\varepsilon^2$; *est autem* $\beta\varepsilon^2 = \beta\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\beta \cdot \beta\delta$ (*elem.* 2, 2) $= \alpha\beta \cdot \beta\gamma + \gamma\varepsilon^2$ (*elem.* 2, 6); restat igitur
$\varepsilon\beta \cdot \beta\delta = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$.

Fiunt igitur tria *quae supra proposita sunt*.

V. Sit $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}$; dico esse etiam $\frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\zeta}{\varepsilon}$. Prop. 171



Fiat enim $\frac{\delta}{\eta} = \frac{\varepsilon}{\zeta}$. Iam quia (*ex hypothesi*) est
$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\eta} = \frac{\gamma}{\eta}$, est igitur $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\eta}$. Sed quia est

πρὸς τὸ *Z Ha* pro τῆς $\overline{E}$ πρὸς $\overline{Z}$ 29. ὁ τοῦ *Γ* πρὸς τὸ *H* add. *Ha*
ὡς ἄρα *Ha*, ἄρα AB, ἄρα ὡς S

λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ Γ πρὸς τὸ Η καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὸ Η πρὸς τὸ Δ, ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ Γ πρὸς τὸ Η ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ τοῦ Α πρὸς τὸ Β, ὁ δὲ τοῦ Η πρὸς τὸ Δ ἐκ τοῦ ἀνάπαλιν ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ Ζ πρὸς τὸ Ε, καὶ τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ τὸν συνημμένον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Β καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε.

241 η'. Ἔστω δύο παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ ΔΖ ἰσογώνια, ἴσην ἔχοντα τὴν Β γωνίαν τῇ Ε γωνίᾳ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ὀρθαί εἰσιν αἱ Β Ε γωνίαι, φανερόν· εἰ δὲ μή, ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΑΗ ΔΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Β γωνία τῇ Ε, ἡ δὲ Η ὀρθὴ τῇ Θ, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΘ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗ ΒΓ, ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΘ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΔΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘ ΕΖ· ἔστιν ἄρα ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΗ ΒΓ, τουτέστιν τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον, πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘ ΕΖ, τουτέστιν πρὸς τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον.

242 θ'. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἔστω δὲ παράλληλος ἡ ΒΓ τῇ ΔΕ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΖΑΕ· ὅτι, ἐὰν ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΔΓ ΒΖ, γίνεται παράλληλος ἡ ΒΖ τῇ ΔΓ.

Τοῦτο δέ ἐστιν φανερόν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΕ, ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ ΔΓ ΒΖ.

243 ι'. Ἔστω τρίγωνον μὲν τὸ ΑΒΓ τραπέζιον δὲ τὸ ΔΕΖΗ,

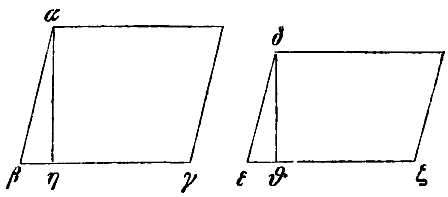
---

8. η'] ι' B Paris. 2368 V, om. AS 12. αἱ $\overline{BE}$ A, distinx. BS 13. αἱ $\overline{AH\Delta\Theta}$ A, distinx. BS 15. 16. ὡς ἡ $\overline{AB}$ Ha 18. ὑπὸ $\overline{AHB\Gamma}$ A, distinx. BS 19. ὑπὸ $\overline{\Delta\Theta EZ}$ A, distinx. BS 23. θ'] ια' BS, om.

$\frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\eta} \cdot \frac{\eta}{\delta}$, et demonstravimus esse $\frac{\gamma}{\eta} = \frac{\alpha}{\beta}$, et *ex hypothesi* inversà efficitur $\frac{\eta}{\delta} = \frac{\zeta}{\varepsilon}$, est igitur

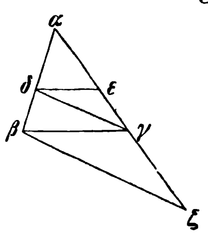
$$\frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\zeta}{\varepsilon}.$$

VI. Sint duo parallelogramma $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequiangula, et quidem sit $\angle\,\beta = \angle\,\varepsilon$; dico parallelogramma eandem inter se proportionem habere ac rectangula $\alpha\beta \cdot \beta\gamma : \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta$*). Prop. 172



Siquidem anguli β ε recti sunt, manifestum est; sin minus, ducantur perpendiculares $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$. Iam quia est $\angle\,\beta = \angle\,\varepsilon$, et $\angle\,\eta = \angle\,\vartheta$, est igitur $\Delta\,\alpha\beta\eta \sim \Delta\,\delta\varepsilon\vartheta$, itaque $\beta\alpha : \alpha\eta = \varepsilon\delta : \delta\vartheta$. Sed est $\beta\alpha : \alpha\eta = \beta\alpha \cdot \beta\gamma : \alpha\eta \cdot \beta\gamma$, et $\varepsilon\delta : \delta\vartheta = \varepsilon\delta \cdot \varepsilon\zeta : \delta\vartheta \cdot \varepsilon\zeta$; ergo vicissim $\alpha\beta \cdot \beta\gamma : \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta = \alpha\eta \cdot \beta\gamma$ (id est parallelogrammum $\alpha\beta\gamma$) : $\delta\vartheta \cdot \varepsilon\zeta$ (id est parallelogrammum $\delta\varepsilon\zeta$).

VII. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et $\delta\varepsilon \parallel \beta\gamma$, et ponatur $\alpha\varepsilon \cdot \alpha\zeta = \gamma\alpha^2$; dico, si iungantur $\delta\gamma$ $\beta\zeta$, has ipsas parallelas esse. Prop. 173



Hoc quidem manifestum est. Nam quia *ex hypothesi* est $\zeta\alpha : \alpha\gamma = \gamma\alpha : \alpha\varepsilon$, et propter parallelas $\beta\gamma$ $\delta\varepsilon$ est $\gamma\alpha : \alpha\varepsilon = \beta\alpha : \alpha\delta$, est igitur $\zeta\alpha : \alpha\gamma = \beta\alpha : \alpha\delta$; ergo parallelae sunt $\delta\gamma$ $\beta\zeta$.

VIII. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$ et trapezium $\delta\varepsilon\zeta\eta$, ita ut an- Prop. 174

*) Conf. adnot. ad VII propos. 162.

A 22. 24. τῇ ΒΓ ἡ ΔΕ coni. *Hu* 25. post παράλληλος add. ἐστιν AB, del. S *Ha* 28. οὕτως ἡ ΓΔ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 28. 29. ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΕ add. *Hu* auctore *Co* 31. αἱ ΒΖ ΔΓ *Ha* 32. ι'] ιβ' BS, om. A τραπέζειον A, corr. BS ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ΔΕΖΗ.

Ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΑΘ ΔΚ. ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ, ἡ δὲ Θ ὀρθὴ τῇ Κ ὀρθῇ ἴση, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΚ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΘ ΒΓ, ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΚ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΚ. καὶ ἔστιν τοῦ μὲν ὑπὸ ΑΘ ΒΓ ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τοῦ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΚ ἥμισυ τὸ ΔΕΖΗ τραπέζιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖΗ τραπέζιον.

244 Καὶ ἐὰν ᾖ [δὲ] τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ παραλληλόγραμμον τὸ ΔΖ, γίνεται ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖΗ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΔΕΖ, κατὰ τὰ αὐτά. καὶ φανερὸν ἐκ τούτων ὅτι τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ, ἐὰν ᾖ παραλληλόγραμμον τὸ ΔΖ καὶ ἴσον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, ἴσον γίνεται τῷ δὶς ὑπὸ ΔΕΖ, ἐπὶ δὲ τοῦ τραπεζίου ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΕΖ καὶ τῆς ΔΕ, ὅπερ: ~

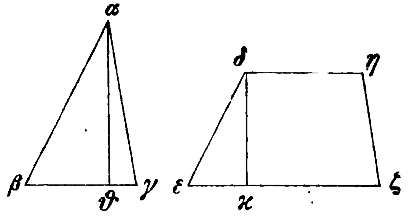
245 ια΄. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ διήχθω τις τυχοῦσα ἡ ΔΕ, καὶ αὐτῇ μὲν παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ, τῇ δὲ ΒΓ ἡ ΑΖ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ἀπὸ ΑΗ τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ τετράγωνον.

Κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΗΚ, τῷ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΖΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ ΘΛ.

---

1. post γωνίᾳ add. Ha ἡ δὲ ΔΗ τῇ ΕΖ παράλληλος   4. αἱ ΑΘΔΚ A, distinx. BS   ἐπεὶ οὖν ἴση coni. Hu   5. Θ ὀρθὴ] ὀρθὴ ABS, ὀρθὴ Θ Ha   8. ὡς δὲ ἡ ΔΔ ABS, corr. Ha auctore Co   10. τῆς ΔΗΕΖ A, distinx. BS   12. τὸ δὲ ὑπὸ Ha   καὶ τῆς ΑΚ ABS, corr. Ha auctore Co   14. καὶ ante τῆς ΔΗ ΕΖ add. A

gulus $\alpha\beta\gamma$ aequalis sit angulo $\delta\varepsilon\zeta$, *et parallelae sint* $\delta\eta$ $\varepsilon\zeta$; dico ut rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ ad rectangulum $(\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\delta\varepsilon$, ita esse triangulum $\alpha\beta\gamma$ ad trapezium $\delta\varepsilon\zeta\eta$.



Ducantur perpendiculares $\alpha\vartheta$ $\delta\varkappa$. Quoniam *ex hypothesi* est $\angle\, \alpha\beta\gamma = \angle\, \delta\varepsilon\zeta$, et ex constructione $\angle\,\vartheta = \angle\,\varkappa$, est igitur $\beta\alpha : \alpha\vartheta = \varepsilon\delta : \delta\varkappa$. Sed est $\beta\alpha : \alpha\vartheta = \beta\alpha \cdot \beta\gamma : \alpha\vartheta \cdot \beta\gamma$, et $\varepsilon\delta : \delta\varkappa = (\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\varepsilon\delta : (\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\delta\varkappa$; *ideoque vicissim* $\alpha\beta \cdot \beta\gamma : (\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\varepsilon\delta = \alpha\vartheta \cdot \beta\gamma : (\delta\eta \cdot \varepsilon\zeta)\,\delta\varkappa$. Et est rectanguli $\alpha\vartheta \cdot \beta\gamma$ dimidium triangulum $\alpha\beta\gamma$, et rectanguli $(\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\delta\varkappa$ dimidium trapezium $\delta\varepsilon\zeta\eta$; est igitur ut rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ ad rectangulum $(\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\varepsilon\delta$, ita triangulum $\alpha\beta\gamma$ ad trapezium $\delta\varepsilon\zeta\eta$.

Quodsi sit triangulum $\alpha\beta\gamma$ et parallelogrammum $\delta\varepsilon\zeta\eta$, fit ut $\alpha\beta\gamma$ triangulum ad $\delta\varepsilon\zeta\eta$ parallelogrammum, ita rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$ ad duplum rectangulum $\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta$, eadem ratione. Et hinc apparet, si parallelogrammum sit $\delta\varepsilon\zeta\eta$ idque triangulo $\alpha\beta\gamma$ aequale, esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = 2\,\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\zeta$; si vero trapezium, esse $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = (\delta\eta + \varepsilon\zeta)\,\delta\varepsilon$.

IX. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et productâ $\gamma\alpha$ *ad* δ ducatur quaelibet recta $\delta\vartheta\varepsilon$, eique parallela $\alpha\eta$, et rectae $\beta\gamma$ *parallela* $\alpha\zeta$; dico esse $\alpha\eta^2 : \beta\eta \cdot \eta\gamma = \delta\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\alpha^2$. Prop. 175

Ponatur $\alpha\eta \cdot \eta\varkappa = \beta\eta \cdot \eta\gamma$, et $\alpha\zeta \cdot \zeta\lambda = \delta\zeta \cdot \zeta\vartheta$, et iun-

16—23. haec ab interpolatore addita esse videntur 16. numerum ιγ′ praefigunt BS δὲ del. *Hu* 18. τὸ ὑπὸ *ΑΒΓ Hu* auctore *Co*, τὸ ὑπὸ $\overline{ΑΘΒΓ}$ A(BS), τὸ ὑπὸ *ΑΒ ΒΓ Ha*, item vs. 20 19. ἐκ τούτῳ typothetae errorem apud *Ha* repetivit *Ge* 20. 21. καὶ ἴσον τῷ *ΑΒΓ* τριγώνῳ add. *Ha* 22. τῷ ὑπὸ *Ha* auctore *Co*, τὸ δὶς ὑπὸ AS, τῷ δὶς ὑπὸ B 22. 23. τῆς $\overline{ΔΗΕΖ}$ A, distinx. BS 23. ὅπερ BS, ο A 24. ια′] ιδ′ BS, om. A 25. τυχοῦσα ἡ *ΔΘΕ Ha* auctore *Co* 26. δὲ $\overline{βγ}$ BS, $\overline{ΔΕΒΓ}$ A 27. τὸ ὑπὸ *ΔΖΘ Ha* auctore *Co* pro τὸ ὑπὸ $\overline{ΖΘ}$ 29. 30. *ΑΗΚ*, τῷ δὲ — ἴσον τὸ ὑπὸ add. *Co* 30. $\overline{ΔΖΔ}$ AB[c], $\overline{αζδ}$ B[1]S cod. *Co* *ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ Γ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΚΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΑΛ ἐν κύκλῳ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΖΘΛ, καὶ ἡ ὑπὸ ΗΚΒ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΖΘΛ γωνίᾳ. ἀλλὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία ἴση ἐστὶν τῇ πρὸς τῷ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἡ ΛΖ πρὸς τὴν ΖΘ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΛΗ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΒ, ὡς δὲ ἡ ΘΕ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ ἡ ΖΘ πρὸς ΖΛ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΛΗ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΛ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΛΗ πρὸς ΗΒ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΛ, ὡς δὲ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΚ, οὕτως ἄλλη τις ἡ ΛΖ πρὸς τὴν ἡγουμένην τὴν ΖΘ, δι' ἴσου ἄρα ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ ὡς ἡ ΛΗ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἡ ΛΖ πρὸς τὴν ΖΛ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΛΗ πρὸς ΗΚ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΛΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΗΚ, τουτέστιν πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ, ὡς δὲ ἡ ΛΖ πρὸς ΖΛ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΛΖΛ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΔΖΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΛΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΛ.*

246 *Διὰ δὲ τοῦ συνημμένου. ἐπεὶ ὁ μὲν τῆς ΛΗ πρὸς ΗΒ λόγος ἐστὶν ὁ τῆς ΘΕ πρὸς ΕΒ, τουτέστιν ὁ τῆς ΘΖ πρὸς ΖΛ, ὁ δὲ τῆς ΛΗ πρὸς τὴν ΗΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΔΕ πρὸς ΕΓ, τουτέστιν τῷ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΛ, ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΛΗ πρὸς ΗΒ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΛΗ πρὸς ΗΓ, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΛΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΘΖ πρὸς ΖΛ καὶ τοῦ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΛ, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ ΔΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΛ τετράγωνον.*

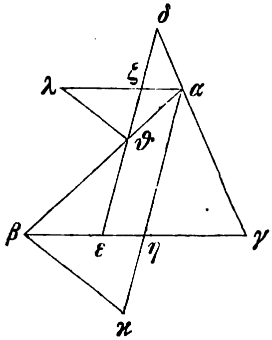
Τοῦ β'.

247 *α'. Δύο δοθεισῶν τῶν ΑΒ ΒΓ, καὶ εὐθείας τῆς ΔΕ, εἰς τὰς ΑΒ ΒΓ ἐναρμόσαι εὐθεῖαν ἴσην τῇ ΔΕ καὶ παράλληλον αὐτῇ.*

---

3. 4. *πρὸς τῶι $\overline{Γ}$ γωνία ἴση ἐστιν τῆι πρὸς τῶι $\overline{Κ}$* A(BS), corr. *Ha* 6. *ὡς ἡ $\overline{ΛΗ}$* A, corr. BS *πρὸς τὴν $\overline{βη}$ οὕτως* S 7. *ἐν παραλλήλῳ ἡ ΘΖ Hu* 19. *ὁ τῆς $\overline{ζθ}$* S 22. 23. *ἡ $\overline{ΑΗ}$ πρὸς $\overline{ΗΒ}$ καὶ τοῦ ὃν ἔχει* om. A[1], add. A[2]BS 27. *τοῦ $\overline{Β}$* add. in A manus rec., *τοῦ δευτέρου τῶν κωνικῶν* S, om. A[1]B 28. *α'* add. BS

gantur $\beta\varkappa$ $\vartheta\lambda$. Iam quia *ex constructione puncta* α γ $\varkappa$ β *in circuli circumferentia sunt, in eodem segmento* angulus $\alpha\gamma\beta$ angulo $\alpha\varkappa\beta$ aequalis est, itemque in *eodem* circuli $\delta\alpha\vartheta\lambda$ *segmento* angulus $\delta\alpha\lambda$ angulo $\delta\vartheta\lambda$ aequalis. *Et propter parallelas* $\beta\gamma$ $\lambda\alpha$ *est* $\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \delta\alpha\lambda$; ergo etiam $\angle\, \alpha\varkappa\beta = \angle\, \delta\vartheta\lambda$. Sed *propter parallelogrammum* $\alpha\eta\varepsilon\zeta$ etiam est $\angle\, \beta\eta\varkappa = \angle\, \lambda\zeta\vartheta$; ergo *in similibus triangulis* $\beta\eta\varkappa$ $\lambda\zeta\vartheta$ est $\beta\eta : \eta\varkappa = \lambda\zeta : \zeta\vartheta$. Sed quia *propter parallelas* $\alpha\eta$ $\vartheta\varepsilon$ est $\alpha\eta : \eta\beta = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\beta$, et propter parallelas $\beta\varepsilon$ $\zeta\alpha$ est $\vartheta\varepsilon : \varepsilon\beta = \vartheta\zeta : \zeta\alpha$, est igitur $\alpha\eta : \eta\beta = \vartheta\zeta : \zeta\alpha$. Iam quia est



$\alpha\eta : \eta\beta = \vartheta\zeta : \zeta\alpha$, et
$\eta\beta : \eta\varkappa = \lambda\zeta : \vartheta\zeta$, ex aequali igitur in perturbata proportione (*elem.* 5, 23) est
$\alpha\eta : \eta\varkappa = \lambda\zeta : \zeta\alpha$. Sed est
$\alpha\eta : \eta\varkappa = \alpha\eta^2 : \alpha\eta \cdot \eta\varkappa$, id est *ex constructione*
$= \alpha\eta^2 : \beta\eta \cdot \eta\gamma$, et
$\lambda\zeta : \zeta\alpha = \lambda\zeta \cdot \zeta\alpha : \zeta\alpha^2$, id est *ex constructione*
$= \delta\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\alpha^2$; est igitur
$\alpha\eta^2 : \beta\eta \cdot \eta\gamma = \delta\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\alpha^2$.

Per formulam compositae proportionis *sic*. Quia est
$\alpha\eta : \eta\beta = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\beta = \vartheta\zeta : \zeta\alpha$, et
$\alpha\eta : \eta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\gamma = \delta\zeta : \zeta\alpha$, est igitur
$\frac{\alpha\eta}{\eta\beta} \cdot \frac{\alpha\eta}{\eta\gamma} = \frac{\vartheta\zeta}{\zeta\alpha} \cdot \frac{\delta\zeta}{\zeta\alpha}$, id est
$\alpha\eta^2 : \beta\eta \cdot \eta\gamma = \delta\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\alpha^2$.

LEMMATA IN CONICORUM LIBRUM II.

I. Dato angulo $\alpha\beta\gamma$, et rectâ $\delta\varepsilon$ (*cuius terminus* δ *sit in* Prop.
recta $\alpha\beta$) *positione et magnitudine datâ*, construatur trianguli 176
$\alpha\beta\gamma$ latus $\alpha\gamma$ aequale et parallelum rectae $\delta\varepsilon$*).

*) Figura in codicibus tradita demonstrat omissam esse hanc propositionis partem "et pertineat $\delta\varepsilon$ ultra $\beta\gamma$". Reliquos, qui statui possunt, casus non curavit huius lemmatis scriptor. Ceterum conf. adnot. ad VII propos. 162.

Τοῦτο δὲ φανερόν. ἐὰν γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ ΑΒ παράλληλον ἀγάγωμεν τὴν ΕΓ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΔΕ παράλληλος ἀχθῇ ἡ ΓΑ, ἔσται, διὰ τὸ παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ ΑΓΕΔ, ἡ ΑΓ ἴση τῇ ΔΕ καὶ παράλληλος, καὶ ἐνήρμοσται εἰς τὰς δοθείσας εὐθείας τὰς ΑΒ ΒΓ.

248 *β'. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ παράλληλος ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ· ὅτι καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ ἐστὶν παράλληλος.*

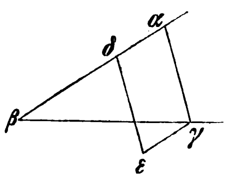
Ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ καὶ συμπιπτέτω ταῖς ΔΕ ΔΖ κατὰ τὰ Η Θ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ Β Ε γωνίαι, διὰ τὸ εἶναι δύο παρὰ δύο, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ Γ τῇ Ζ, τουτέστιν τῇ Θ, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ΕΖ ΗΘ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΔΘ.

249 *γ'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἔστωσαν ἴσαι αἱ ΑΓ ΔΒ, καὶ μεταξὺ τῶν Γ Δ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΔΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕΒ.*

Τετμήσθω ἡ ΓΔ δίχα [ὅπως ἂν ἔχῃ ὡς πρὸς τὸ Ε σημεῖον] κατὰ τὸ Ζ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΖΒ, ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ ΖΔ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΕΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΕ, τῷ δὲ ἀπὸ ΖΒ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΕ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ καὶ τοῦ ἀπὸ ΖΕ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΑΕΒ καὶ τῷ ἀπὸ ΖΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΔΒ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΕΒ.

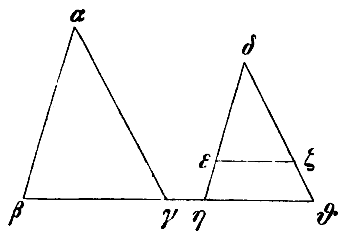
---

1. *διὰ τοῦ Ε Ha* auctore *Co* pro *διὰ τοῦ Γ* 4. *τὸ ΑΓ ΔΕ* A, *τὸ αγδε* BS, corr. *Ha* auctore *Co* 6. *β'* add. BS 10. 11. *κατὰ τὰ ΗΘ* A, distinx. S, *κατὰ τὰ ο θ* B 12. *αἱ ΒΕ* ABS, distinx. *Ha* 13. *καὶ* om. B³S 14. post *ΕΖ ΗΘ* add. *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ γωνία τῆι Η ἐπεὶ καὶ τῆι Β* ABS, om. *Co* 15. *τῇ ΔΖ Ge* 16. *γ'* add. BS *Ἔστω εὐθεῖα Ha* 17. *τῶν ΓΔ* A, distinx. BS 19. 20. *ὅπως* —



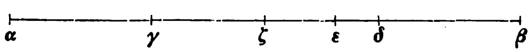
Hoc vero manifestum est. Nam si per ε rectae $\alpha\beta$ parallelam ducamus $\varepsilon\gamma$, et per γ rectae $\delta\varepsilon$ parallelam $\gamma\alpha$, facto parallelogrammo $\alpha\gamma\varepsilon\delta$ erit $\alpha\gamma$ *datae* rectae $\delta\varepsilon$ aequalis et parallela eademque trianguli $\alpha\beta\gamma$ latus.

II. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, et $\alpha\beta$ parallela rectae $\delta\varepsilon$, et $\beta\gamma$ rectae $\varepsilon\zeta$; dico etiam rectam $\alpha\gamma$ rectae $\delta\zeta$ parallelam esse. Prop. 177



Producatur $\beta\gamma$ secetque rectas $\delta\varepsilon$ $\delta\zeta$ in punctis η ϑ. Iam quia *ex hypothesi* est $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, et propter binas parallelas anguli β ε aequales sunt, etiam angulus γ aequalis est angulo ζ, id est angulo ϑ (quia parallelae sunt $\varepsilon\zeta$ $\eta\vartheta$); ergo $\alpha\gamma$ rectae $\delta\vartheta$ *sive* $\delta\zeta$ parallela est.

III. *Sit* recta $\alpha\beta$, et $\alpha\gamma = \delta\beta$, et inter γ δ sumatur quodvis punctum ε; dico esse $\alpha\delta \cdot \delta\beta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$. Prop. 178



Secetur $\gamma\delta$ bifariam in puncto ζ. Et quoniam *propter elem.* 2, 5 est

$$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \zeta\delta^2 = \zeta\beta^2, \text{ itemque}$$
$$\zeta\delta^2 = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \zeta\varepsilon^2, \text{ et}$$
$$\zeta\beta^2 = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \zeta\varepsilon^2, \text{ est igitur}$$
$$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \zeta\varepsilon^2 = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \zeta\varepsilon^2.$$

Commune auferatur $\zeta\varepsilon^2$; restat igitur

$$\alpha\delta \cdot \delta\beta + \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta.$$

σημεῖον del. *Hu* 19. ὡς πρὸς τὸ] τὸ πρὸς τὸ *Ha*, item p. 936, 4
25. ἀφαιρείσθω AS, ἀφαιρήσθω B, corr. *Ha*

250 δʹ. *Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἔστωσαν ἴσαι αἱ ΑΓ ΔΒ, καὶ μεταξὺ τῶν Γ Δ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ τῶν ΓΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΑΓ.*

Τετμήσθω γὰρ ἡ ΓΔ δίχα [ὅπως ἂν ἔχῃ ὡς πρὸς τὸ Ε σημεῖον] κατὰ τὸ Ζ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ ἴση ἐστίν· τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΖ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΖ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΔΑΓ καὶ τῷ ἀπὸ ΓΖ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΓΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΓΕΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΕΖ, καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΕΖ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΓΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΑΓ.

251 εʹ. *Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω ἴση ἡ μὲν Γ τῇ Ζ, μείζων δὲ ἡ Β τῆς Ε· ὅτι ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ.*

Συνεστάτω τῇ Ε γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΒΗ, ἔστιν δὲ καὶ ἡ Γ τῇ Ζ ἴση· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ. ἀλλὰ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς ΓΗ· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς ΓΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ.

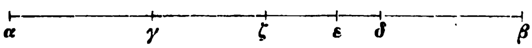
252 ϛʹ. *Ἐχέτω δὴ πάλιν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ, ἴση δὲ ἔστω ἡ Γ γωνία τῇ Ζ· ὅτι πάλιν γίνεται ἐλάσσων ἡ Β γωνία τῆς Ε γωνίας.*

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ, ἐὰν ἄρα ποιῶ ὡς τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως τὴν ΕΖ πρός τινα, ἔσται πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΖΔ. ἔστω πρὸς τὴν ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΗ, καὶ περὶ ἴσας

---

1. δʹ add. BS *Ἔστω εὐθεῖα Ha* 2. *τῶν* $\overline{\Gamma\Delta}$ A, distinx. BS 3. *τῶν* ante *ΑΕΒ* et ante *ΓΕΔ* om. *Ha* 4. 5. *ὅπως — σημεῖον* del. *Hu* 5. *ἴση* S, *ἴσον* AB 7. 8. *τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑΓ — τῷ ἀπὸ ΑΖ* om. *Co Ha* 8. *μετὰ τοῦ ἀπὸ* $\overline{\Theta Z}$ AB, corr. S 10. *καὶ* (ante *κοινὸν*) om. *Ha* 12. *τῷ τε ὑπὸ ΔΕΓ Ha* 13. εʹ add. *Ha* *τὰ* $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ $\overline{EZ}$ A, corr. BS 14. *πρὸς ΓΑ Ha* auctore *Co* pro *πρὸς* $\overline{\Gamma\Delta}$ 21. ϛʹ add. BS 24. *μείζονα Ha* pro *ἐλάσσονα* 25. *ὡς ἡ ΒΓ Ha* *πρὸς τὴν ΓΑ Ha* auctore *Co* pro *πρὸς τὴν* $\overline{\Gamma\Delta}$ 26. *οὕτως ἡ ΕΖ πρός τινα ἄλλην Ha* 27. *ἐπιζευχθῆι* ABS, corr. *Ha* *περὶ*] *πρὸς Ha*

IV. *Sit* recta $\alpha\beta$, et $\alpha\gamma = \delta\beta$, et inter γ δ sumatur Prop. 179
quodvis punctum ε; dico esse $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \delta\alpha \cdot \alpha\gamma$*).



Secetur enim $\gamma\delta$ bifariam in puncto ζ; ergo est etiam $\alpha\zeta = \zeta\beta$, itaque *propter elem.* 2, 5 est

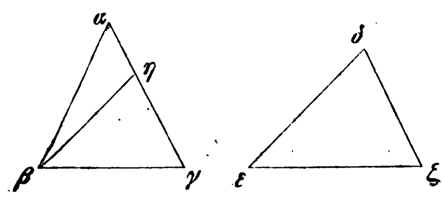
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \varepsilon\zeta^2 = \alpha\zeta^2$, itemque *propter elem.* 2, 6

$\delta\alpha \cdot \alpha\gamma + \gamma\zeta^2 = \alpha\zeta^2$, ita ut sit

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \varepsilon\zeta^2 = \delta\alpha \cdot \alpha\gamma + \gamma\zeta^2$. Sed *quia* est $\gamma\zeta^2 = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \varepsilon\zeta^2$, commune auferatur $\varepsilon\zeta^2$; restat igitur

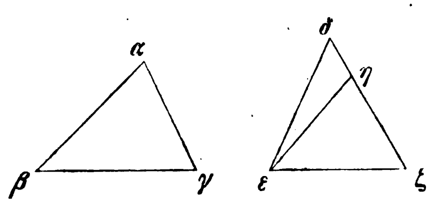
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta + \delta\alpha \cdot \alpha\gamma$.

V. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, sitque $\angle \gamma = \angle \zeta$, et Prop. 180
$\angle \beta > \angle \varepsilon$; dico esse $\beta\gamma : \gamma\alpha < \varepsilon\zeta : \zeta\delta$.



Construatur $\angle \gamma\beta\eta = \angle \varepsilon$, et est $\angle \gamma = \angle \zeta$; itaque $\beta\gamma : \gamma\eta = \varepsilon\zeta : \zeta\delta$. Sed, *quia est* $\gamma\alpha > \gamma\eta$, est $\beta\gamma : \gamma\alpha < \beta\gamma : \gamma\eta$; ergo etiam $\beta\gamma : \gamma\alpha < \varepsilon\zeta : \zeta\delta$.

VI. Iam rursus sit $\beta\gamma : \gamma\alpha > \varepsilon\zeta : \zeta\delta$, et $\angle \gamma = \angle \zeta$; Prop. 181
dico angulum β minorem esse quam ε.



Quoniam enim est $\beta\gamma : \gamma\alpha > \varepsilon\zeta : \zeta\delta$, si faciam $\varepsilon\zeta : x = \beta\gamma : \gamma\alpha$, erit $x < \zeta\delta$. Sit $\zeta\eta$, et iungatur $\varepsilon\eta$; et aequales sunt anguli quos

*) Hoc lemma idem est ac superius tertium, paulo aliter enuntiatum. Quapropter eandem figuram repetivimus omissa codicum auctoritate, qui ad hoc IV lemma punctum ε inter γ et ζ situm exhibent. Simillimam demonstrationem habet Eutocius ad Apollonii conic. p. 124 *Ha.*

γωνίας ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ, ἐλάσσονι οὔσῃ τῆς Ε.

253 ζʹ. Ἔστω ὅμοια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ οὕτως, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ· ὅτι γίνεται ὅμοιον καὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΘΖ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ καὶ τοῦ τῆς ΗΓ πρὸς ΓΑ, ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΖ πρὸς ΖΔ καὶ τοῦ τῆς ΘΖ πρὸς ΖΔ, ὧν ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΑ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΖ πρὸς ΖΔ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς ΗΓ πρὸς ΓΑ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΘΖ πρὸς ΖΔ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΓΗ τρίγωνον τῷ ΔΖΘ τριγώνῳ.

254 ηʹ. Διὰ μὲν οὖν τοῦ συνημμένου λόγου, ὡς προγέγραπται, ἔστω δὲ νῦν ἀποδεῖξαι μὴ προσχρησάμενον τῷ συνημμένῳ λόγῳ.

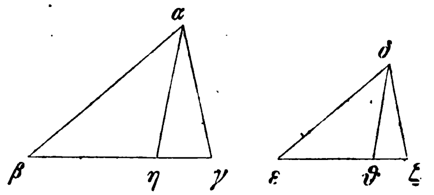
Κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ ΒΓΗ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΓΚ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΚ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ. τῷ δὲ ὑπὸ ΕΖΘ ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΔΖΛ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ. ὑπόκειται δὲ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΑΓΚ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΔΖΛ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΛΖ πρὸς ΖΔ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ διὰ τὴν ὁμοιότητα· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ, οὕτως ἡ

---

1. citatur elem. 6 propositio 4; sed significatur eadem conversa 2. *ἐλάσσονι οὔσῃ τῆς ΖΕΔ Ha*, *ἐλάσσονος οὔσης τῆς* $\overline{Ε}$ ABS 3. *ζʹ* add. BS 9. *ἀπὸ* add. *Ha* auctore *Co* 10. *πρὸς* $\overline{ΓΑ}$ A² ex *πρὸς* $\overline{Γ*}$ 12. *τοῦ τῆς ΖΘ Ha* 14. *λοιπὸς Ha* pro *λοιπὸν* 16. *τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΘΖ τριγώνῳ Ha* 17. *ηʹ* add. BS 22. *κείσθω τῶι ὑπὸ* AB, corr. S 25. *ὡς ἡ* $\overline{ΑΓ}$ *πρὸς* $\overline{ΓΚ}$ ABS, corr. *Ha* 26. 27. *η*

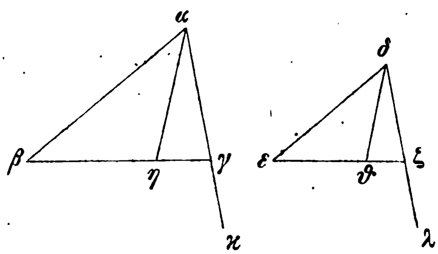
latera proportionalia complectuntur; ergo est $\angle \beta = \angle \zeta\varepsilon\eta$, itaque $< \angle \zeta\varepsilon\delta$.

VII. Sint similia triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, in quibus rectae $\alpha\eta$ Prop. 182
$\delta\vartheta$ ita ducantur, ut sit $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \gamma\alpha^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\delta^2$; dico etiam triangula $\alpha\eta\gamma$ $\delta\vartheta\zeta$ similia esse.



Quoniam enim est $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \gamma\alpha^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\delta^2$, et per formulam compositae proportionis $\frac{\beta\gamma}{\gamma\alpha} \cdot \frac{\eta\gamma}{\gamma\alpha} = \frac{\varepsilon\zeta}{\zeta\delta} \cdot \frac{\vartheta\zeta}{\zeta\delta}$, in quibus propter triangulorum similitudinem est $\beta\gamma : \gamma\alpha = \varepsilon\zeta : \zeta\delta$, *hac* igitur *proportione subtracta* restat $\eta\gamma : \gamma\alpha = \vartheta\zeta : \zeta\delta$. Et sunt *haec latera proportionalia* circa aequales angulos: ergo triangula $\alpha\gamma\eta$ $\delta\zeta\vartheta$ similia sunt.

VIII. Per formulam igitur compositae proportionis sic, ut Prop. 183
modo scriptum est: iam vero idem, non adhibita ea formula, demonstretur.



Ponatur $\alpha\gamma \cdot \gamma\varkappa = \beta\gamma \cdot \gamma\eta$, et $\delta\zeta \cdot \zeta\lambda = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$; est igitur $\beta\gamma : \gamma\varkappa = \alpha\gamma : \gamma\eta$, et $\varepsilon\zeta : \zeta\lambda = \delta\zeta : \zeta\vartheta$. Sed ex hypothesi est

$\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \delta\zeta^2$, id est
$\alpha\gamma \cdot \gamma\varkappa : \alpha\gamma^2 = \delta\zeta \cdot \zeta\lambda : \delta\zeta^2$, id est
$\varkappa\gamma : \gamma\alpha = \lambda\zeta : \zeta\delta$. Sed propter similitudinem *triangulorum* est etiam
$\beta\gamma : \gamma\alpha = \varepsilon\zeta : \zeta\delta$; itaque est
$\beta\gamma : \gamma\varkappa = \varepsilon\zeta : \zeta\lambda$. Sed demonstravimus esse $\beta\gamma : \gamma\varkappa = \alpha\gamma : \gamma\eta$, et $\varepsilon\zeta : \zeta\lambda = \delta\zeta : \zeta\vartheta$; ergo etiam

---

ΔZ πρὸς $\overline{Z\Delta}$ ABS, corr. *Ha* 28. post ὁμοιότητα add. τῶν τριγώνων *Ha* auctore *Co* 29. πρὸς ZΔ *Ha* auctore *Co* pro πρὸς $\overline{Z\Delta}$

ΔΖ πρὸς ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΓΗ τρίγωνον τῷ ΔΖΘ τριγώνῳ.

Ὁμοίως καὶ τὸ ΑΗΒ τῷ ΔΘΕ, ὅτι καὶ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΕΖ.

255 θ΄. Ἔστω ὅμοιον τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΑΗΒ τῷ ΔΕΘ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ.

Ἐπεὶ γὰρ διὰ τὴν ὁμοιότητα ἴση ἐστὶν ὅλη μὲν ἡ Α ὅλῃ τῇ Δ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΕΔΘ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΘΔΖ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΔ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἦν ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ· καὶ ὁ συνημμένος ἄρα τῷ συνημμένῳ ἐστὶν ὁ αὐτός· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ.

256 ι΄. Ἄλλως μὴ διὰ τοῦ συνημμένου. κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ ΒΓΗ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΓΚ, τῷ δὲ ὑπὸ ΕΖΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΔΖΛ. ἔσται πάλιν ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ. καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ τῷ ἐπάνω δείξομεν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ διὰ τὴν ὁμοιότητα· δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΓΑ, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΚΓΑ, ὅ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως ἡ ΛΖ πρὸς ΖΔ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΛΖΔ, ὅ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΕΖΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, ὅπερ: ~

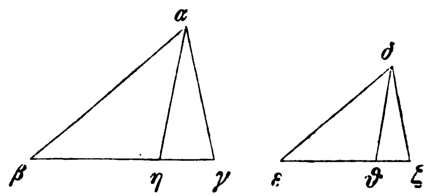
4. 5. ὁμοίως — ΔΕΖ interpolatori tribuit *Hu* 4. ὅτι] ὥστε *Ha* 6. θ΄ add. BS 8. τὸ ἀπὸ $\overline{\Delta Z}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* (vide vs. 16) 12. τὴν ante ΖΔ add. *Ha* 13. ἦν ἡ AS, καὶ B, ἦν om. *Co Ha* πρὸς ΖΔ *Ha* auctore *Co* pro πρὸς $\overline{ZA}$ 15. τὸ ὑπὸ $\overline{E\Theta Z}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 17. ι΄ add. BS 21. τοῖς ἐπάνω coni. *Hu* (conf. p. 942, 8) 22. οὕτως ἡ $\overline{EZ}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 23. 24. οὕτως ἡ $\overline{\Theta Z}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 25. πρὸς ΓΑ *Ha* auctore *Co* pro πρὸς $\overline{\Gamma\Lambda}$ τὸ (post ὅ ἐστιν) *Ha* pro τοῦ 26. οὕτως ἡ $\overline{AZ}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 28. ὅπερ ἔδει δεῖξαι S

$\alpha\gamma : \gamma\eta = \delta\zeta : \zeta\vartheta.$

Et sunt *haec latera proportionalia* circa aequales angulos; ergo triangula $\alpha\gamma\eta$ $\delta\zeta\vartheta$ similia sunt.

Item triangula $\alpha\eta\beta$ $\delta\vartheta\varepsilon$ similia sunt, quia etiam triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ *similia sunt etc.*

IX. Sit $\Delta\ \alpha\beta\gamma \sim \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$, et $\Delta\ \alpha\beta\eta \sim \Delta\ \delta\varepsilon\vartheta$; dico esse Prop. 184
$\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \gamma\alpha^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\delta^2.$



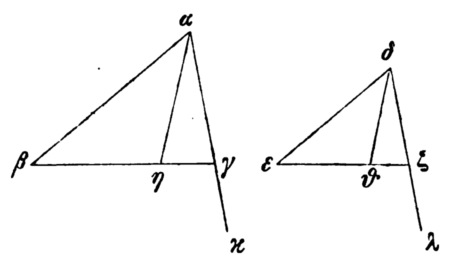
Quoniam enim propter similitudinem *triangulorum* est $\angle\ \beta\alpha\gamma = \angle\ \varepsilon\delta\zeta$, et $\angle\ \beta\alpha\eta = \angle\ \varepsilon\delta\vartheta$, per subtractionem igitur est $\angle\ \eta\alpha\gamma = \angle\ \vartheta\delta\zeta$. Sed est etiam $\angle\ \gamma = \angle\ \zeta$; ergo

$\eta\gamma : \gamma\alpha = \vartheta\zeta : \zeta\delta$. Sed erat etiam

$\beta\gamma : \gamma\alpha = \varepsilon\zeta : \zeta\delta$; ergo per formulam compositae proportionis est

$\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \gamma\alpha^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\delta^2.$

X. Aliter sine formula compositae proportionis. Ponatur Prop. 185



$\alpha\gamma \cdot \gamma\varkappa = \beta\gamma \cdot \gamma\eta$, et $\delta\zeta \cdot \zeta\lambda = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$. Rursus erit $\beta\gamma : \gamma\varkappa = \alpha\gamma : \gamma\eta$, et $\varepsilon\zeta : \zeta\lambda = \delta\zeta : \zeta\vartheta$. Et eadem ratione ac supra demonstrabimus esse $\alpha\gamma : \gamma\eta = \delta\zeta : \zeta\vartheta$; ergo etiam $\beta\gamma : \gamma\varkappa = \delta\zeta : \zeta\vartheta$, *id est*

$\beta\gamma : \gamma\varkappa = \varepsilon\zeta : \zeta\lambda$. Sed propter similitudinem *triangulorum* est etiam

$\beta\gamma : \gamma\alpha = \varepsilon\zeta : \zeta\delta$; ex aequali igitur est

$\varkappa\gamma : \gamma\alpha = \lambda\zeta : \zeta\delta$, id est

$\varkappa\gamma \cdot \gamma\alpha : \alpha\gamma^2 = \lambda\zeta \cdot \zeta\delta : \zeta\delta^2$, id est (*ex constructione*)

$\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \zeta\delta^2$, q. e. d.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, καὶ ἐὰν ᾖ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, καὶ ὅμοιον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, ὅτι καὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ ὅμοιον.

257 *ια΄. Ἔστω δύο ὅμοια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ.*

Τοῦτο δὲ φανερόν, ὅτι ὅμοιον γίνεται τοῖς πρὸ αὐτοῦ.

258 *ιβ΄. Ἔστω ἴση ἡ μὲν Β γωνία τῇ Ε, ἐλάσσων δὲ ἡ Α τῆς Δ· ὅτι ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσων ἡ Α γωνία τῆς Δ, συνεστάτω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς ΕΔ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΗ πρὸς ΕΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΔ· καὶ ἡ ΓΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΔ. καὶ πάντα δὲ τὰ τοιαῦτα τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ δείξομεν.

259 *ιγ΄. Ἔστω ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, καὶ ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΗΓ ἔστω ἴση, ἡ δὲ ΓΗ πρὸς ΗΑ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΔ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΖΘ τῆς ΘΕ.*

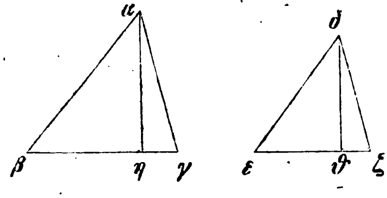
Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΒΗΓ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως ὑπόκειται τὸ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, καὶ τὸ ὑπὸ ΕΘΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ

---

1. *καὶ* om. *Ha* 5. *ια΄* et 9. *ιβ΄* add. BS 13. 14. *οὕτως ἡ ΗΕ* et *ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΕ Ha* 14. *ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ΕΗ* coni. *Hu* 16. *ἤπερ ΖΕ Ha* auctore *Co*, *ἤπερ ἡ $\overline{Z\Theta}$* ABS 17. *τὰ* bis scriptum in A 18. *ιγ΄* add. BS 23. *ἀπὸ* (post *ἀλλὰ τὸ*) add. *Ha* auctore *Co* 27. *ὑπεκειτο* (sine acc.) A(BS), corr. *Ha* *τὸ ὑπὸ $\overline{EZ\Theta}$* ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 27. 28. *τὸ ὑπὸ $\overline{EZ\Theta}$ ἄρα* AB, *ὡς τὸ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\zeta\vartheta}$ ἄρα* S, corr. *Ha* auctore *Co*

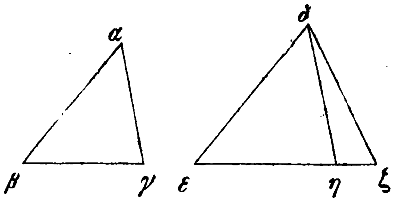
Similiter demonstrabimus, si sit $\beta\gamma\cdot\gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta\cdot\zeta\vartheta : \zeta\delta^2$, et $\Delta\ \alpha\beta\gamma \sim \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$, esse etiam $\Delta\ \alpha\beta\eta \sim \Delta\ \delta\varepsilon\vartheta$.

XI. Sint duo similia triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, et ducantur perpendiculares $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$; dico esse $\beta\eta\cdot\eta\gamma : \eta\alpha^2 = \varepsilon\vartheta\cdot\vartheta\zeta : \vartheta\delta^2$. Prop. 186



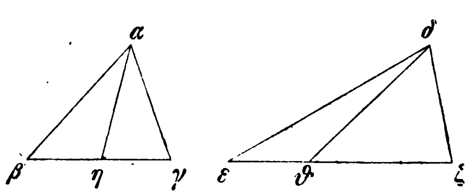
Hanc vero demonstrationem apparet similem esse superiori *quae est in lemmate IX. Etenim est* $\beta\eta : \eta\alpha = \varepsilon\vartheta : \vartheta\delta$, *et* $\gamma\eta : \eta\alpha = \zeta\vartheta : \vartheta\delta$, *ideoque per formulam compositae proportionis* $\beta\eta\cdot\eta\gamma : \eta\alpha^2 = \varepsilon\vartheta\cdot\vartheta\zeta : \vartheta\delta^2$.

XII. Sit $\angle\,\beta = \angle\,\varepsilon$, et $\angle\,\alpha < \angle\,\delta$; dico esse $\gamma\beta : \beta\alpha < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$. Prop. 187



Quoniam enim est $\angle\,\alpha < \angle\,\delta$, construatur $\angle\,\varepsilon\delta\eta = \angle\,\alpha$; est igitur $\gamma\beta : \beta\alpha = \eta\varepsilon : \varepsilon\delta$. Sed quia *propter elem. 5, 8* est $\eta\varepsilon : \varepsilon\delta < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$, est igitur etiam $\gamma\beta : \beta\alpha < \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$. Et omnia quae sunt eius generis eadem ratione demonstrabimus.

XIII. Sit $\beta\eta\cdot\eta\gamma : \alpha\eta^2 = \varepsilon\vartheta\cdot\vartheta\zeta : \delta\vartheta^2$, et $\beta\eta = \eta\gamma$, et $\gamma\eta : \eta\alpha < \zeta\vartheta : \vartheta\delta$; dico esse $\zeta\vartheta > \vartheta\varepsilon$. Prop. 188



Quoniam enim *ex hypothesi sequitur* esse $\gamma\eta^2 : \eta\alpha^2 < \zeta\vartheta^2 : \vartheta\delta^2$, estque $\gamma\eta^2 = \beta\eta\cdot\eta\gamma$, est igitur

$\beta\eta\cdot\eta\gamma : \alpha\eta^2 < \zeta\vartheta^2 : \vartheta\delta^2$. Sed ex hypothesi est $\beta\eta\cdot\eta\gamma : \alpha\eta^2 = \varepsilon\vartheta\cdot\vartheta\zeta : \delta\vartheta^2$; ergo

ΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ· μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΖΘ τοῦ ὑπὸ ΕΘΖ· ὥστε μείζων ἐστὶν ἡ ΖΘ τῆς ΘΕ.

Τοῦ γ'.

260 α'. Καταγραφὴ ἡ ΑΒΓΔΕΖΗ, ἔστω δὲ ἴση ἡ ΒΗ τῇ ΗΓ· ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΘΚ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΒΖ ΓΕ ἐπὶ τὰ Κ Θ σημεῖα. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΓ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΑ τῇ ΑΚ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΘΑ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΚΑ, τουτέστιν ἡ ΓΖ πρὸς ΖΑ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ.

261 β'. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, ἴσας ἔχοντα τὰς Α Δ γωνίας, ἴσον δὲ ἔστω τὸ ὑπὸ ΒΑΓ τῷ ὑπὸ ΕΔΖ· ὅτι καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον.

Ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΒΗ ΕΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΕΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΑ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ. ἴσον δέ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΒΑΓ τῷ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ τῷ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ. ἀλλὰ τοῦ μὲν ὑπὸ ΒΗ ΑΓ ἥμισύ ἐστιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τοῦ δὲ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ ἥμισύ ἐστιν τὸ ΔΕΖ τρίγωνον· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τὰ διπλᾶ αὐτῶν παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστίν.

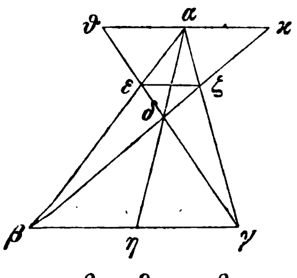
---

1. μείζων ἄρα A, corr. BS 1. 2. τοῦ ἀπὸ ΘΗ AS, τοῦ ἀπὸ θν B, corr. *Ha* auctore *Co* 3. Τοῦ τρίτου τῶν κωνικῶν BS 4. α' add. BS ἡ ΑΒ ΓΔ ΕΖΗ A, coniunx. BS ἔστω δὲ ἴση ἡ ΒΗ bis scripta in A 7. ἐπεὶ τὰ ΚΘ σημεῖα A, corr. BS 9. 10. πρὸς τὴν ΕΑ *Ha* auctore *Co* pro πρὸς τὴν ΓΑ 12. β' add. BS 12. 13. τὰ ΑΒΓΔΕΖ et τὰς ΑΔ A, distinx. BS 17. ΒΗ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΑ ΑΓ οὕτως τὸ ὑπὸ bis scripta in A (similiter S et, ut videtur, B) τὸ ὑπὸ ΒΑΓ *Ha* 18. ΕΔΖ. ἴσον δέ] ΗΔΖ (εδζ BS) ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΘ ΔΖ οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσον δέ

$\varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\delta^2 < \zeta\vartheta^2 : \vartheta\delta^2$; itaque *propter elem. 5, 8* est $\zeta\vartheta^2 > \varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta$, itaque $\zeta\vartheta > \vartheta\varepsilon$.

LEMMATA IN CONICORUM LIBRUM III.

I. Sit figura *$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta$, id est trianguli $\alpha\beta\gamma$ basis $\beta\gamma$* bifariam *secetur in η, et iungatur $\eta\alpha$, cuius per quodvis punctum δ ducantur $\beta\zeta$ $\gamma\varepsilon$, et iungatur* $\varepsilon\zeta$; dico esse $\varepsilon\zeta \parallel \beta\gamma$. Prop. 189

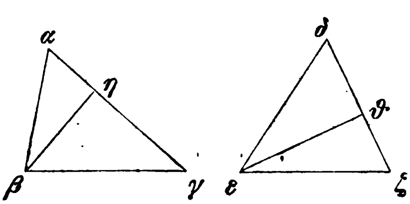


Ducatur per α rectae $\beta\gamma$ parallela $\vartheta\varkappa$, et producantur $\beta\zeta$ $\gamma\varepsilon$ ad puncta $\varkappa$ ϑ. Iam quia est $\beta\eta = \eta\gamma$, *propter similitudinem triangulorum* est etiam $\vartheta\alpha = \alpha\varkappa$; est igitur

$\beta\gamma : \vartheta\alpha = \beta\gamma : \varkappa\alpha$, id est

$\beta\varepsilon : \varepsilon\alpha = \gamma\zeta : \zeta\alpha$; ergo est $\varepsilon\zeta \parallel \beta\gamma$.

II. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, angulos α δ aequales habentia, sitque $\beta\alpha \cdot \alpha\gamma = \varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$; dico triangulum triangulo aequale esse. Prop. 190



Ducantur perpendiculares $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$; est igitur $\Delta\ \eta\beta\alpha \sim \Delta\ \vartheta\varepsilon\delta$, *ideoque* $\eta\beta : \beta\alpha = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\delta$; ergo etiam $\beta\eta \cdot \alpha\gamma : \beta\alpha \cdot \alpha\gamma = \vartheta\varepsilon \cdot \delta\zeta : \varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$. Sed *ex hypothesi* est $\beta\alpha \cdot \alpha\gamma = \varepsilon\delta \cdot \delta\zeta$; ergo etiam $\beta\eta \cdot \alpha\gamma = \vartheta\varepsilon \cdot \delta\zeta$. Sed est $\frac{1}{2}\beta\eta \cdot \alpha\gamma = \Delta\ \alpha\beta\gamma$, et $\frac{1}{2}\vartheta\varepsilon \cdot \delta\zeta = \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$; ergo etiam $\Delta\ \alpha\beta\gamma = \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$.

Apparet etiam parallelogramma, *utpote* horum *triangulorum* dupla, aequalia esse.

A(BS), corr. *Ha* 22. ἐστὶν ἴσον S 23. φανερὸν δὲ *Ha* παραλ-ληλογραμμα** A

262 *γʹ. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ παράλληλος ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον.*

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ, τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον.

263 *δʹ. Ἴσαι αἱ ΑΒ ΓΔ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε· ὅτι τὸ ὑπὸ ΓΕΒ τοῦ ὑπὸ ΓΑΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΔΕΑ.*

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα τῷ Ζ· τὸ Ζ ἄρα διχοτομία ἐστὶν καὶ τῆς ΑΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΓΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΒΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΖ, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΕΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΖ, καὶ ἔστιν τὸ ἀπὸ ΑΖ ἴσον τῷ ὑπὸ ΓΑΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΒΖ, κοινὸν ἐκκεκρούσθω τὸ ἀπὸ ΒΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΕΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΓΑΒ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΕΑ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΓΕΒ τοῦ ὑπὸ ΓΑΒ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΔΕΑ, ὅπερ: ~

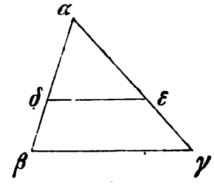
264 *εʹ. Ἐὰν δὲ τὸ σημεῖον ᾖ μεταξὺ τῶν Α Β σημείων, τὸ ὑπὸ ΓΕΒ τοῦ ὑπὸ ΓΑΒ ἔλασσον ἔσται τῷ αὐτῷ χωρίῳ, οὗπέρ ἐστιν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ ἀπόδειξις.*

Ἐὰν δὲ τὸ σημεῖον ᾖ μεταξὺ τῶν Β Γ, τὸ ὑπὸ ΓΕΒ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ ἔλασσον ἔσται τῷ ὑπὸ ΑΒΔ, τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ.

265 *ϛʹ. Ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, καὶ δύο σημεῖα τὰ Δ Ε· ὅτι τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν τῷ δὶς ὑπὸ ΑΔΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ ΑΕΓ καὶ δὶς τῶν ἀπὸ ΒΔ ΒΕ τετραγώνων.*

---

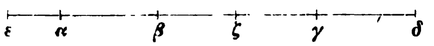
1. *γʹ* add. BS   *τῆς ΒΓ* AB, corr. S   2. *τὸ ἀπὸ *ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ* A, *τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ αδ* B, *τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ αδ* S   5. *τρίγωνον* (ante *διπλ.*) om. *Ha*   6. *διπλάσιον* B, item vs. 7   9. *τὸ ΑΒΓ τρίγωνον Ha* auctore *Co* pro *τὸ ἀπὸ ΑΒΓ*   10. *δʹ* add. BS   15. *καὶ ἔστιν*] *ἔστιν ἄρα καὶ* coni. *Hu*   16. *ἴσον τῶι ὑπὸ ΑΓΒ* ABS, corr. *Ha* auctore *Co*   17. 18. *τὸ ὑπὸ ΓΕΒ — ὥστε* bis scripta in ABS   18. *ὥστε καὶ τὸ Ha*   18. 19. *τοῦ ὑπὸ ΒΑΓ* ABS, corr. *Ha*



III. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et $\delta\varepsilon \parallel \beta\gamma$; dico esse $\beta\alpha^2 : \alpha\delta^2 = \Delta\ \alpha\beta\gamma : \Delta\ \alpha\delta\varepsilon$. Prop. 191

Quoniam enim similia sunt triangula, est igitur *propter elem. 6, 19* $\Delta\ \alpha\beta\gamma : \Delta\ \alpha\delta\varepsilon = \beta\alpha^2 : \alpha\delta^2$.

IV. Sit *recta* $\alpha\delta$, *et* $\alpha\beta = \gamma\delta$, et *in* $\delta\alpha$ *productá* quodvis punctum ε; dico esse $\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta - \gamma\alpha \cdot \alpha\beta = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha$. Prop. 192

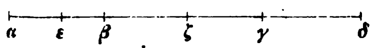


Bifariam secetur $\beta\gamma$ in puncto ζ; in eodem igitur puncto etiam $\alpha\delta$ bifariam secatur. Et quia *propter elem. 2, 6* est

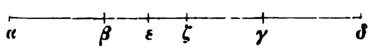
$$\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \beta\zeta^2 = \varepsilon\zeta^2, \text{ itemque}$$
$$\delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha + \alpha\zeta^2 = \varepsilon\zeta^2, \text{ et } \alpha\zeta^2 = \gamma\alpha \cdot \alpha\beta + \beta\zeta^2, \textit{ itaque}$$
$$\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \beta\zeta^2 = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha + \gamma\alpha \cdot \alpha\beta + \beta\zeta^2,$$

commune auferatur $\beta\zeta^2$; restat igitur

$$\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha + \gamma\alpha \cdot \alpha\beta, \text{ itaque}$$
$$\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta - \gamma\alpha \cdot \alpha\beta = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha, \text{ q. e. d.}$$



Sin vero punctum ε sit inter $\alpha\ \beta$, erit $\gamma\alpha \cdot \alpha\beta - \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha$, quod eadem ratione demonstratur. Prop. 193



At si punctum ε inter $\beta\gamma$ sit, erit $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta - \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \alpha\beta \cdot \beta\delta$, eadem ratione (*conf. supra propos. 178*). Prop. 194

V. Sit *recta* $\alpha\gamma$, *et* $\alpha\beta = \beta\gamma$, duoque *in recta* $\alpha\gamma$ puncta $\delta\ \varepsilon$; dico esse $4\,\alpha\beta^2 = 2\,(\alpha\delta \cdot \delta\gamma + \alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma + \beta\delta^2 + \beta\varepsilon^2)$. Prop. 195

---

auctore *Co* 20. ε′ add. BS *τὸ Ε σημεῖον Ha* auctore *Co*, item vs. 23 *τῶν* $\overline{AB}$ A, distinx. BS. 21. *τοῦ ὑπὸ ΓΑΒ* S[s] *Ha*, *τὸ ὑπὸ* $\overline{\Gamma AB}$ AB, *πρὸς τὸ ὑπὸ* $\overline{\gamma\alpha\beta}$ Paris. 2368 *ἐλάσσων* A, corr. BS post *χωρίῳ* add. *τῷ ὑπὸ ΔΕΑ Ha* auctore *Co* 22. *οὗπερ Ha* pro *ὅπερ* 23. *τῶν* $\overline{B\Gamma}$ A, distinx. BS *τὸ ὑπὸ ΓΕΒ Ha* auctore *Co* pro *τὸ ὑπὸ* $\overline{\Gamma E\Delta}$ 25. ϛ′ add. BS *τὰ* $\overline{\Delta E}$ A, distinx. BS 26. *τετράκις Ha* auctore *Co* pro *δεκάκις* 27. *τοῦ δὶς ὑπὸ* $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ BS, in A pro oblitterato $\overline{AE\Gamma}$ manus rec. scr. $\overline{KA\Gamma}$ *δὶς τῶν ἀπὸ Hu*, *δὶς ἀπὸ τῶν* ABS, *τοῦ δὶς ἀπὸ τῶν Ha*

Τοῦτο δὲ φανερόν· τὸ μὲν γὰρ δὶς ἀπὸ ΑΒ, διὰ τῶν διχοτομιῶν, ἴσον ἐστὶν τῷ τε δὶς ὑπὸ ΑΔΓ καὶ τῷ δὶς ἀπὸ ΔΒ, τὸ δὲ δὶς ἀπὸ ΑΒ ἴσον ἐστὶν τῷ τε δὶς ὑπὸ ΑΕΓ καὶ τῷ δὶς ἀπὸ ΕΒ τετραγώνῳ.

266 ζ'. Ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ σημεῖον τὸ Ε· ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΔ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓΔ.

Τετμήσθω δίχα ἡ ΒΓ κατὰ τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν τὸ δὶς ἀπὸ τῆς ΔΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε δὶς ὑπὸ ΑΓΔ καὶ δὶς ἀπὸ ΓΖ, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ δὶς ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶν τό τε δὶς ὑπὸ ΑΓΔ καὶ τὰ δὶς ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΕ τοῖς δὶς ἀπὸ τῶν ΔΖ ΖΕ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν δὶς ἀπὸ τῶν ΔΖ ΖΕ ἴσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΔ τετράγωνα, τοῖς δὲ δὶς ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΕ ἴσα ἐστὶν τὰ ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓΔ.

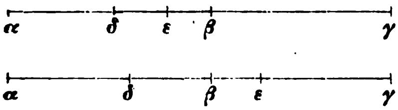
267 η'. Ἔστω τὸ ὑπὸ ΒΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΑ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΔΒ.

Κοινὸν γὰρ ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΓΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΑΓ ἴσον ἐστὶν τῇ τῶν ἀπὸ ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῇ, τουτέστιν τοῖς ὑπὸ τῶν ΔΑΓ ΑΓΔ. ἐπεὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΑΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΔΑΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ ΑΓ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ ΔΑΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΔΓΑ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΔΒ, ὅπερ: ~

268 θ'. Ἔστω τὸ ὑπὸ ΑΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΒ τετραγώνῳ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ.

---

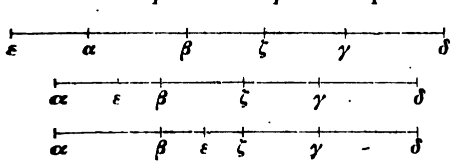
1. $\overline{αβ}$ *διὰ τῶν* BS, $\overline{ΑΒ}$ *δις ἀπὸ* A m. rec. super vetustiorem scripturam deletam 3. $\overline{δβ}$ *τὸ δὲ* B, $\overline{ΑΒ}$ *τῶι* (sine *δὲ*) A, $\overline{αβ}$ *τὸ δὲ* S 4. *τετραγώνῳ* erasum in A 5. *ζ'* add. BS 8. *δίχα ἡ ΒΓ* *Ha* auctore *Co*, *ἡ* $\overline{Β}$/ A, *ἡ* $\overline{βε}$ S 9. *ΔΖ* add. *Ha* auctore *Co* *τῷ* ante *δὶς ἀπὸ ΓΖ* add. *Ha* 10. *κοινοῦ* *Ha*, *ἀλλὰ κοινοῦ* ABS, *κοινοῦ ἄρα* coni. *Hu* $\overline{εζ}$ BS, // A 11. *τα δὶς ἀπὸ τῶν* $\overline{ΕΖΓ}$ AB, *τὸ δὶς ὑπὸ τῶν* $\overline{εζγ}$ S, corr. *Ha* 12. *τῶν* $\overline{δζ}$ $\overline{ζε}$ BS, /// // // A *δὶς* add. *Ha* auctore *Co*, item vs. 13 13. *δὲ* BS, $\overline{ΔΕ}$ A 14. *τῶν* $\overline{βε}$ $\overline{εγ}$ *τετράγωνα* BS, /// // // *τετρα*//// A 15. 16. *ἀπὸ τῶν* BS, /// /// A 17. *η'* add. BS 19. *ἀφαιρείσθω* ABS, corr. *Ha* *τὸ ἀπὸ* S, *τοῦ*



Hoc vero manifestum est; nam propter bifarias sectiones (*elem.* 2, 5) est

$$2\,\alpha\beta^2 = 2\,\alpha\delta\cdot\delta\gamma + 2\,\delta\beta^2, \text{ itemque}$$
$$2\,\alpha\beta^2 = 2\,\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\gamma + 2\,\varepsilon\beta^2.$$

VI. Sit *recta* $\alpha\delta$, *et* $\alpha\beta = \gamma\delta$, et *in rectâ* $\alpha\delta$ *ipsâ vel in eâdem productâ quodvis* punctum ε; dico esse $\alpha\varepsilon^2 + \varepsilon\delta^2 = \beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 + 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta$. Prop. 196



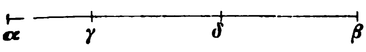
Bifariam secetur $\beta\gamma$ in puncto ζ. Quoniam *propter elem.* 2, 5 est

$2\,\delta\zeta^2 = 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta + 2\gamma\zeta^2$, communi addito $2\,\varepsilon\zeta^2$ est

$2\,(\delta\zeta^2 + \zeta\varepsilon^2) = 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta + 2\,(\gamma\zeta^2 + \zeta\varepsilon^2)$. Sed *propter elem.* 2, 10 *vel* 2, 9 est $2\,(\delta\zeta^2 + \zeta\varepsilon^2) = \alpha\varepsilon^2 + \varepsilon\delta^2$, et $2\,(\gamma\zeta^2 + \zeta\varepsilon^2) = \beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2$; ergo

$$\alpha\varepsilon^2 + \varepsilon\delta^2 = \beta\varepsilon^2 + \varepsilon\gamma^2 + 2\,\alpha\gamma\cdot\gamma\delta.$$

VII. Sit $\beta\alpha\cdot\alpha\gamma + \gamma\delta^2 = \alpha\delta^2$; dico esse $\gamma\delta = \delta\beta$. Prop. 197



Commune enim auferatur $\gamma\delta^2$; restat igitur

$$\beta\alpha\cdot\alpha\gamma = \alpha\delta^2 - \delta\gamma^2, \text{ id est } (elem.\ 2,\ 2)$$
$$= \delta\alpha\cdot\alpha\gamma + \alpha\delta\cdot\delta\gamma - \delta\gamma^2, \text{ sive, quia est } \alpha\delta\cdot\delta\gamma - \delta\gamma^2 = \alpha\gamma\cdot\gamma\delta,$$
$$= \delta\alpha\cdot\alpha\gamma + \alpha\gamma\cdot\gamma\delta.$$

Sed quia est $\beta\alpha\cdot\alpha\gamma = \delta\alpha\cdot\alpha\gamma + \beta\delta\cdot\alpha\gamma$, commune auferatur $\delta\alpha\cdot\alpha\gamma$; restat igitur

$\beta\delta\cdot\alpha\gamma = \alpha\gamma\cdot\gamma\delta$; ergo est $\gamma\delta = \delta\beta$, q. e. d.

VIII. Sit $\alpha\gamma\cdot\gamma\beta + \gamma\delta^2 = \delta\beta^2$; dico esse $\alpha\delta = \delta\beta$. Prop. 198

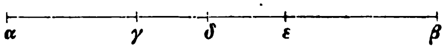
ἀπὸ AB λοιπὸν ἄρα τὸ add. *Hu*, τὸ ἄρα add. *Ha* 19. ὑπὸ *BAΓ* — 22. τὸ ὑπὸ *ΔAΓ* add. *Ha* auctore *Co* 21. ἐπεὶ δὲ τὸ *Hu*, τὸ δὲ *Ha* 23. ὑπὸ *AΓΔB* A, distinx. BS 24. ὅπερ] o A, om. BS 25. ϑ' add. BS ὑπὸ *AΓB Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ *ABΓ* 26. τῇ *ΔB* idem pro τῆι *AB*

Κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΔΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΕ, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ ΓΔ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΑΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΓΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΓΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΕΒ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΔ ὅλῃ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν.

269 *ι'. Ἔστω πάλιν τὸ ὑπὸ ΒΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΒ ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΔ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΔΒ.*

Κείσθω τῇ ΔΒ ἴση ἡ ΑΕ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΒΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ ΕΑ, ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ ΔΑΓ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔ ΑΓ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΕΑΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΑ, ὅ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΓΕΑ, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΔΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑ, τουτέστιν ἡ ΒΔ, τῇ ΔΓ.

270 *ια'. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἐφ' ἧς γ' σημεῖα τὰ Γ Δ Ε οὕτως, ὥστε ἴσην μὲν εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΕΓ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΕΔ τῷ ἀπὸ ΕΓ· ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ.*



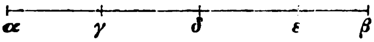
Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΑΕΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΓ, ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΓ.

271 *ιβ'. Ἔστω πάλιν τὸ ὑπὸ ΒΓΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΕ, ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ· ὅτι τὸ ὑπὸ* ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ *ΓΒΔ.*

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ΒΓΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΓΕ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ, τουτέστιν πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΕ, τουτέστιν ἡ ΑΓ, πρὸς τὴν ΓΔ· καὶ ὅλη πρὸς

---

2. *τοῦ Ha* auctore *Co* pro *τὸ* 3. *ὑπὸ ΑΓΒ* idem pro *ὑπὸ ΕΛΓ* et vs. 4 pro *ὑπὸ ΒΓΑ* 5. *τῇ ΔΕ* idem pro *τῆι ΓΕ* 6. *ι'* add. BS 9. post *τοῦ ἀπὸ ΔΒ* add. *ἴσον ἐστιν* A(BS), del. *Co* *τοῦ* (ante *ἀπὸ ΕΑ*) *Ha* auctore *Co* pro *τὸ* 10. *ἀφαιρείσθω* ABS, corr. *Ha* 14. *ια'* add. BS *Γ* A, *τρία* BS *τὰ ΓΔΕ* A, distinx. BS 15. *ὑπὸ ΑΕΔ Ha* auctore *Co* pro *ἀπὸ ΔΕ* 23. *ιβ'* add. BS 24. *ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ* add. *Ha* auctore *Co* *ΓΒΔ* A²B, *ΓΒΛ* A¹, *εβδ* S



Ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; ergo *propter elem. 2, 6* est

$\gamma\beta \cdot \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 = \delta\beta^2$, id est *ex constructione et hypothesi*

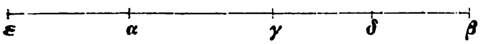
$\gamma\beta \cdot \beta\varepsilon + \gamma\delta^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \gamma\delta^2$, ita ut sit

$\gamma\beta \cdot \beta\varepsilon = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta$, itaque $\alpha\gamma = \varepsilon\beta$.

Sed etiam $\gamma\delta = \delta\varepsilon$; ergo tota $\alpha\delta$ toti $\delta\beta$ aequalis est.

IX. Sit rursus $\beta\alpha \cdot \alpha\gamma + \delta\beta^2 = \alpha\delta^2$; dico esse $\gamma\delta = \delta\beta$. Prop. 199

Ponatur $\varepsilon\alpha = \delta\beta$.



Quoniam *ex hypothesi et constructione* est

$\beta\alpha \cdot \alpha\gamma + \varepsilon\alpha^2 = \alpha\delta^2$, commune auferatur $\delta\alpha \cdot \alpha\gamma$; restat igitur

$\beta\delta \cdot \alpha\gamma + \varepsilon\alpha^2 = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, id est

$\varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma + \varepsilon\alpha^2 = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, sive, *quia* $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\gamma + \varepsilon\alpha^2 = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha$,

$\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\alpha = \alpha\delta \cdot \delta\gamma$, *id est per proportionem* [1])

$\varepsilon\gamma : \delta\gamma = \delta\alpha : \varepsilon\alpha$, *et componendo*

$\varepsilon\delta : \delta\gamma = \varepsilon\delta : \varepsilon\alpha$; ergo est $\gamma\delta = \varepsilon\alpha$, id est $= \delta\beta$.

X. Sit recta $\alpha\beta$, in qua tria puncta γ δ ε, ita ut sit Prop. 200
$\beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, et $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, dico esse $\beta\alpha : \alpha\gamma = \beta\delta : \delta\gamma$.

Quoniam enim est

$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\delta = \varepsilon\gamma^2$, per proportionem est

$\alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma = \varepsilon\gamma : \varepsilon\delta$, et convertendo

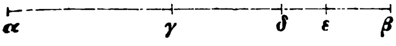
$\alpha\varepsilon : \alpha\gamma = \varepsilon\gamma : \gamma\delta$, et antecedentibus bis sumptis (*scilicet* $2\,\alpha\varepsilon = \alpha\varepsilon + \alpha\gamma + \gamma\varepsilon = \alpha\beta + \alpha\gamma$)

$\alpha\beta + \alpha\gamma : \alpha\gamma = \gamma\beta : \gamma\delta$, et dirimendo

$\beta\alpha : \alpha\gamma = \beta\delta : \delta\gamma$.

XI. Sit rursus $\beta\gamma \cdot \gamma\delta = \gamma\varepsilon^2$, et $\alpha\gamma = \gamma\varepsilon$; dico esse Prop. 201
$\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$.

Quoniam enim est



$\beta\gamma \cdot \gamma\delta = \gamma\varepsilon^2$, per proportionem est

$\beta\gamma : \gamma\varepsilon = \gamma\varepsilon : \gamma\delta$, id est

$\beta\gamma : \gamma\alpha = \alpha\gamma : \gamma\delta$, et, *propter elem. 2, 19* "*si sit* tota ad totam" *cet.*, *componendo*

1) Haec et proxima addita sunt secundum *Co.*

ὅλην καὶ ἀναστρέψαντι καὶ χωρίον χωρίῳ τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΓΒΔ.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔΓ· ἐὰν γὰρ ἀφαιρεθῇ τὸ ἀπὸ ΓΔ κοινὸν ἀπὸ τῆς τοῦ ἀπὸ ΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΔ ἰσότητος, γίνεται: ~

272 ιγʹ. Εἰς δύο παραλλήλους τὰς ΑΒ ΓΔ διά τε τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Ε τρεῖς διήχθωσαν αἱ ΑΕΔ ΒΕΓ ΖΕΗ· ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗΔ.

Διὰ τοῦ συνημμένου φανερόν· ὡς μὲν γὰρ ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΗΔ, ὡς δὲ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΗΓ, καὶ σύγκειται ἐκ τούτων τὰ χωρία· γίνεται ἄρα: ~

Ἔστιν δὲ καὶ οὕτως μὴ προσχρησάμενον τῷ συνημμένῳ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΓ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΖΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΖΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗΔ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΗΔ.

Τοῦ εʹ.

273 αʹ. Τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ κάθετος ἤχθω ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι, εἰ μὲν ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΔΓ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ, γίνεται ὀρθὴ ἡ Α γωνία, εἰ δὲ μεῖζον, ἀμβλεῖα, εἰ δὲ ἔλασσον, ὀξεῖα.

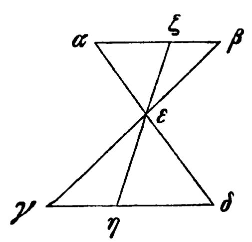
Ἔστω πρότερον ἴσον· ἀνάλογον ἄρα καὶ περὶ ἴσας γω-

1. ὑπὸ ΑΒΕ Ha auctore Co pro ὑπὸ $\overline{ΑΕΒ}$ 3. εστι extremo versu A(BS) 4. ἀπὸ ΓΔ Ha auctore Co pro ἀπὸ $\overline{ΑΔ}$ 5. πρὸς τὸ ὑπὸ $\overline{γβδ}$ S γίνεται τὰ λοιπὰ ἴσα Ha auctore Co 6. ιγʹ add. BS 7. αἱ BS, ἡ A 13. γίνεται ἄρα Hu, μὲν ῑ ἄρα ABS, constat igitur propositum Co, ἀνάλογον ἄρα ἐστί Ha 14. post οὕτως add.

$\beta\alpha : \alpha\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, *et per subtractionem proportionis*
$\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\alpha : \alpha\gamma$, et convertendo
$\beta\delta : \varepsilon\beta = \beta\alpha : \beta\gamma$, itaque rectangulum rectangulo *aequale, scilicet*
$\alpha\beta \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\delta$.

Apparet etiam esse $\alpha\delta \cdot \delta\varepsilon = \beta\delta \cdot \delta\gamma$; nam si ab aequatione $\gamma\varepsilon^2 = \beta\gamma \cdot \gamma\delta$ commune $\gamma\delta^2$ auferatur, restat *propter elem. 2, 5 et 2, 3* $\alpha\delta \cdot \delta\varepsilon = \beta\delta \cdot \delta\gamma$.

XII. In duas parallelas $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ per idem punctum ε tres Prop. 202
ducantur rectae $\alpha\varepsilon\delta$ $\beta\varepsilon\gamma$ $\zeta\varepsilon\eta$; dico esse $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta : \gamma\eta \cdot \eta\delta$.



Per formulam compositae proportionis manifestum est. Est enim $\frac{\alpha\varepsilon}{\varepsilon\delta} = \frac{\alpha\zeta}{\eta\delta}$, et $\frac{\beta\varepsilon}{\varepsilon\gamma} = \frac{\zeta\beta}{\eta\gamma}$, unde componuntur rectangulorum proportiones $\frac{\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta}{\alpha\zeta \cdot \zeta\beta} = \frac{\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta}{\gamma\eta \cdot \eta\delta}$; fit igitur *propositum*.

Potest autem sic etiam demonstrari, non adhibita formula compositae proportionis. Quoniam enim $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \delta\varepsilon : \varepsilon\gamma$, est igitur
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \varepsilon\beta^2 = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma : \varepsilon\gamma^2$. Sed est etiam
$\varepsilon\beta^2 : \beta\zeta^2 = \varepsilon\gamma^2 : \gamma\eta^2$; ex aequali igitur est
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \beta\zeta^2 = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \gamma\eta^2$. Sed est etiam
$\beta\zeta^2 : \beta\zeta \cdot \zeta\alpha = \gamma\eta^2 : \gamma\eta \cdot \eta\delta$; ex aequali igitur est
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta : \alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\delta : \gamma\eta \cdot \eta\delta$.

LEMMATA IN CONICORUM LIBRUM V.

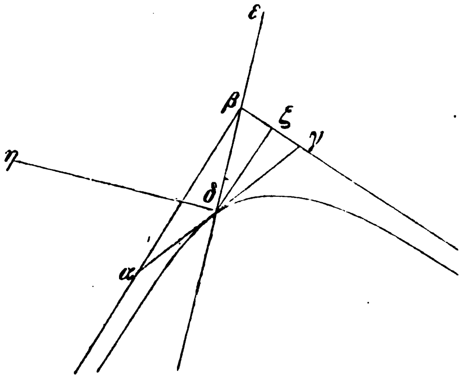
I. *Sit* triangulum $\alpha\beta\gamma$, et ducatur perpendicularis $\alpha\delta$; Prop. 203
dico, si sit $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta^2$, angulum α rectum esse, si autem *sit* $\beta\delta \cdot \delta\gamma > \alpha\delta^2$, obtusum, denique si $\beta\delta \cdot \delta\gamma < \alpha\delta^2$, acutum.

Sit primum $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta^2$; ergo *est* $\beta\delta : \delta\alpha = \alpha\delta : \delta\gamma$,

---

ἀποδεῖξαι *Ha* auctore *Co* 15. οὕτως ἡ *ΔΕ* et 17. ὡς τὸ ἀπὸ *ΕΒ Ha* auctore *Co* 22. ὑπὸ *ΓΗΔ* idem pro ὑπὸ $\overline{ΓΗΔ}$ 24. *Τοῦ πέμπτου τῶν κωνικῶν* BS 25. *α'* add. BS 27. *εἰ δὲ* (post *ἀμβλεῖα*) BS, ηδε A 29. *ἴσον Ha* auctore *Co* pro *ἴση* *νίας· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ, ὥστε ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία. ἀλλὰ ἔστω μεῖζον, καὶ αὐτῷ ἴσον κείσθω τὸ ἀπὸ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ· ἔσται ἄρα ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία. καὶ αὐτῆς μείζων ἡ Α γωνία· ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ Α γωνία. ἀλλὰ ἔστω πάλιν ἔλασσον, καὶ αὐτῷ ἴσον κείσθω τὸ ἀπὸ ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ ΖΓ· ἔσται δὴ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνία. καὶ αὐτῆς ἐλάσσων ἡ πρὸς τῷ Α γωνία· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ Α γωνία.*

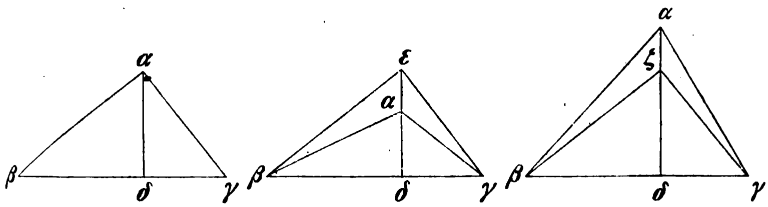
274 β΄. *Θέσει οὐσῶν δύο εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΒΓ, καὶ σημείου δοθέντος τοῦ Δ, γράψαι διὰ τοῦ Δ ὑπερβολὴν περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΑΒ ΒΓ.*



Γεγονέτω· κέντρον ἄρα αὐτῆς ἐστιν τὸ Β. ἐπεζεύχθω οὖν ἡ ΔΒ καὶ ἐκβεβλήσθω, διάμετρος ἄρα ἐστίν. κείσθω τῇ ΔΒ ἴση ἡ ΒΕ· δοθεῖσα ἄρα ἐστίν, ὥστε δοθέν ἐστιν τὸ Ε καὶ πέρας τῆς διαμέτρου. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν

2. *μείζων* AB, corr. S 3. *ἴση* A, corr. BS *αἱ* $\overline{\beta\varepsilon}$ $\overline{\varepsilon\gamma}$ BS, *αἱ* $\overline{BE}$ // A 6. *ἐλάσσων* AB, *ἐλάσσον* S, corr. in Paris. 2368 secunda manus 8. *ἐλάσσον* A, corr. BS *πρὸς το* $\overline{A}$ AB, corr. S 10. *β΄* add. BS post *οὐσῶν* add. *πρὸς ὀρθὰς Ha* (rectius forsitan post *ΑΒ ΒΓ* addantur *πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις*; et conf. adnot. ad Latina) 15. *δοθεν* (ante *ἄρα*) A(BS), corr. *Ha* (*δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Β Co*)

suntque haec latera proportionalia circa aequales angulos, *ideoque similia sunt triangula* $\beta\delta\alpha$ $\alpha\delta\gamma$; *ergo etiam triangula* $\alpha\beta\delta$



$\gamma\beta\alpha$ *similia, et* angulo $\beta\delta\alpha$ aequalis angulus $\beta\alpha\gamma$, itaque rectus est.

Sed sit $\beta\delta\cdot\delta\gamma > \alpha\delta^2$, et ponatur $\delta\varepsilon^2 = \beta\delta\cdot\delta\gamma$, iunganturque $\beta\varepsilon$ $\varepsilon\gamma$; erit igitur *propter praecedens* angulus $\beta\varepsilon\gamma$ rectus. Estque angulo $\beta\varepsilon\gamma$ maior angulus $\beta\alpha\gamma$, itaque obtusus.

Sed rursus sit $\beta\delta\cdot\delta\gamma < \alpha\delta^2$, et ponatur $\delta\zeta^2 = \beta\delta\cdot\delta\gamma$, iunganturque $\beta\zeta$ $\zeta\gamma$; erit igitur angulus $\beta\zeta\gamma$ rectus. Estque angulo $\beta\zeta\gamma$ minor angulus $\beta\alpha\gamma$, itaque acutus.

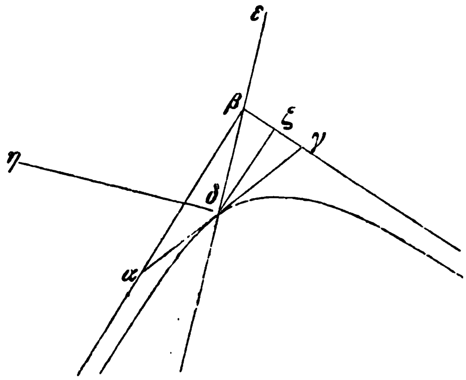
II. Duabus rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ *invicem perpendicularibus*[1] po- Prop. 204
sitione datis, datoque puncto δ, describatur per δ hyperbola circa[2] asymptotos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$.

Factum iam sit; centrum igitur hyperbolae erit β. Iam iungatur $\delta\beta$ producaturque; *haec* igitur diametrus est. Ponatur $\beta\varepsilon = \delta\beta$; ergo data est $\beta\varepsilon$, itaque datum punctum ε, id est diametri terminus. Ducatur a δ rectae $\beta\gamma$ perpendicula-

1) Verba *invicem perpendicularibus* Halleio auctore addita sunt, quoniam ea quae sequitur problematis resolutio hunc unum casum respicit. Sed tamen Apollonius conic. 1 propos. 53, postquam eundem casum demonstravit, alterum: μὴ ἔστω δὲ ἡ δεδομένη γωνία ὀρθή cet. statim subiungit, atque idem libro 2 propos. 4, neque aliter scriptor problematis quod supra IV propos. 33 legitur, generaliter duas rectas quemvis angulum continentibus datas esse supponunt. Ergo vix statui posse videtur integrum problematis contextum in hac Pappi collectione exstare, sed periisse alteram demonstrationis partem, quae de angulo non recto egerit, veri est simillimum.

2) Conf. supra IV propos. 31 adnot. 2.

ΒΓ κάθετος ἡ ΔΖ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Ζ. καὶ κείσθω τῇ ΒΖ ἴση ἡ ΖΓ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ Γ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΔ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Α· θέσει ἄρα ἐστίν. θέσει δὲ καὶ ἡ ΑΒ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Α. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Γ δοθέν· δέδοται ἄρα ἡ ΑΓ τῷ μεγέθει. καὶ ἔσται ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, διὰ τὸ καὶ τὴν ΒΖ τῇ ΖΓ ἴσην εἶναι.



ἔστω δὴ ὀρθία τοῦ πρὸς τῇ ΕΔ εἴδους ἡ ΔΗ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΔ ΔΓ δυνάμει ἐστὶν δʹ τοῦ ὑπὸ ΕΔΗ. ἀλλὰ καὶ τοῦ ἀπὸ ΑΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΕΔΗ τῷ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνῳ. δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ ΑΓ τετράγωνον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΗ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΕΔ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΗΔ, ὥστε δοθὲν τὸ Η. ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ τῶν ΕΔ ΔΗ ὀρθῶν ἀλλήλαις κειμένων, καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Δ ὑπὸ τῆς ΑΔΒ γωνίας γίνεται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΕΔ κορυφὴ δὲ τὸ Δ, αἱ δὲ καταγόμεναι κατάγονται ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ, δυνάμεναι τὰ παρὰ τὴν ΔΗ παρακείμενα, πλάτη ἔχοντα ἃ αὐταὶ ἀφαιροῦσιν ἀπὸ τῆς ἐπ' εὐθείας τῇ διαμέτρῳ πρὸς τῷ Δ, ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΕΔΗ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ τομή.

2. ἐπιζευχθεῖσα *Ha* auctore *Co* pro ἐπεζεύχθω 8. τέταρτον sive

ris $\delta\zeta$; datum igitur est punctum ζ*). Et ponatur $\zeta\gamma = \beta\zeta$; ergo etiam γ datum est. Et iuncta $\gamma\delta$ producatur ad α; positione igitur *data* est $\alpha\gamma$. Sed etiam $\alpha\beta$ *positione data;* datum igitur est α (*dat.* 25). Sed etiam γ datum est; ergo etiam magnitudine recta $\alpha\gamma$ data est. Et quia est $\beta\zeta = \zeta\gamma$ (*et parallelae* $\alpha\beta$ $\delta\zeta$), erit etiam $\alpha\delta = \delta\gamma$. Iam sit $\delta\eta$ rectum *latus* (*sive parametrus*) figurae quae est ad diametrum $\delta\varepsilon$**); est igitur

$$\alpha\delta^2 = \delta\gamma^2 = \tfrac{1}{4}\varepsilon\delta\cdot\delta\eta \text{ (conic. 2, 3); sed etiam}$$
$$= \tfrac{1}{4}\alpha\gamma^2; \text{ est igitur}$$
$$\varepsilon\delta\cdot\delta\eta = \alpha\gamma^2.$$

Et datum est $\alpha\gamma^2$; ergo etiam $\varepsilon\delta\cdot\delta\eta$ datum. Et data est $\varepsilon\delta$; ergo etiam $\eta\delta$ data, itaque *etiam* punctum η. Iam quia (*ut est in conic. I propos.* 53) duae rectae $\varepsilon\delta$ $\delta\eta$ in eodem plano ad rectos invicem angulos constructae positione datae sunt, et per datum punctum δ sub angulo $\alpha\delta\beta$ fit hyperbola, cuius diametrus est $\varepsilon\delta$ et vertex δ, rectarum autem sub dato angulo $\alpha\delta\beta$ ordinatim applicatarum quadrata aequalia sunt *spatiis* rectae $\delta\eta$ adiacentibus, quae quidem *spatia* latitudines habent eas quas ipsae abscindunt in producta diametro ad punctum δ, excedunt vero figuris similibus figurae $\varepsilon\delta\eta$, positione igitur data est sectio *conica*.

*) Nam propter Euclidis datorum propos. 28 positione data est $\delta\zeta$, et propter propos. 32 magnitudine data est $\beta\zeta$, ideoque punctum ζ.

**) Et haec verba et ea quae paulo post leguntur illustrantur Apollonii conicorum theorematis. Conf. p. 281 adnot. * ad IV propos. 33.

δ' add. *Co*, *τὸ τέταρτον Ha* 8. 9. *ἀλλὰ καὶ* — *ὑπὸ ΕΔΗ* om. A[1], add. A[2](BS) 11. *ἔστι* A[s]BS 12. *ὥστε Ha*, *καὶ ἔστι Co* pro *ἔστω* 13. *εὐθεῖαι ἐπιπέδων* ABS, corr. *Co* 14. *τοῦ Δ* add. *Co* *ὑπὸ τῆς ΑΔΒ γωνίας Ha* pro *τῆς ὑπὸ* $\overline{\mathit{Α Δ Β}}$ $\overline{\mathit{ΓΕ}}$ 16. *κατάγονται* delet et vs. 17. *δύνανται* coni. *Hu* 17. *τὴν ΔΗ Ha* auctore *Co* pro *τὴν* $\overline{\mathit{ΔΑ}}$ 18. *ἃ* add. *Ha* auctore *Co* *αυται* (sine spir. et acc.) A, *αὗται* BS, *ταυταὶ Ha*, corr. *Co* 18. 19. *τῇ διαμέτρῳ Hu* pro *τῆς διαμέτρου* 19. *ὑπὸ* A[s] *Co*, *ἀπὸ* BS cod. *Co*

275 *Συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστωσαν αἱ τῇ θέσει δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τὸ Δ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΒ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ αὐτῇ ἴση κείσθω ἡ ΒΕ, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ ΔΖ, καὶ τῇ ΒΖ ἴση κείσθω ἡ ΖΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΔ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Α, καὶ τῇ ΔΕ προσανήχθω ἡ ΔΗ, καὶ τῷ ἀπὸ ΑΓ ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΕΔΗ, καὶ γεγράφθω, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει ἐλέγομεν, περὶ διάμετρον ΔΕ ὑπερβολή· λέγω ὅτι ποιεῖ τὸ πρόβλημα.*

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΖ τῇ ΖΓ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ ΑΔ ΔΓ δʹ ἐστιν τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΕΔΗ, τουτέστιν τοῦ πρὸς τῇ ΕΔ διαμέτρῳ εἴδους. ἐὰν δὲ ᾖ τοῦτο, δέδεικται ἐν τῷ δευτέρῳ, ὅτι ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ ΑΒ ΒΓ τῆς ὑπερβολῆς.

276 *γʹ. Θέσει εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ δοθὲν τὸ Γ. διήχθω ἡ ΒΓ, κείσθω δοθεῖσα ἡ ΒΔ, ὀρθὴ ἀνήχθω ἡ ΔΕ· ὅτι τὸ Ε ἅπτεται [θέσει κώνου τομῆς] ὑπερβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ Γ.*

Ἤχθω κάθετος ἡ ΓΖ, καὶ τῇ ΒΔ ἴση κείσθω ἡ ΖΑ· *δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Α. ἀνήχθω ὀρθὴ ἡ ΑΗ· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ [συμπίπτουσα τῇ ΒΓ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Η]· καὶ θέσει δοθεισῶν τῶν ΒΑ ΑΗ καὶ σημείου δοθέντος τοῦ Γ ὑπερβολὴ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΗΑ ΑΒ ἐλεύσεται ἄρα καὶ διὰ τοῦ Ε, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΗ*

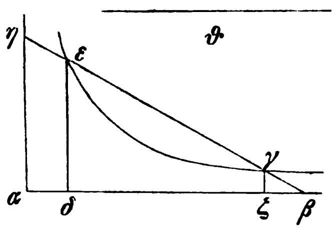
---

2. *αἱ* om. A, add BS *ἐπιζευχθεῖσα Hu* auctore *Co* et collato Apollonio con. 2, 4 pro *ἐπεζεύχθω*, item vs. 5 3. *ἡ ΒΔ καὶ ἐκβεβλήσθω Ha* 7. *καὶ* post *γεγράφθω* repetunt ABS, del. *Ha* *ἐλέγομεν Hu* pro *λέγομεν* 11. *ἑκάτερον Hu* pro *ἑκατέρα* *δʹ Hu*, *δυνάμει* $\overline{Δ}$ A(BS), *δυνάμει τὸ τέταρτόν Ha* 12. *τουτέστιν*] *καὶ ἔστι Ha* *τοῦ* (ante *ὑπὸ ΕΔΗ*) *Hu* pro *τῶν* 13. *διαμέτρου εἴδει* ABS, corr. *Co* *ἐὰν δὲ ᾖ*] *ἢ ὡς δυνάμει* S 16. *γʹ* add. BS *καὶ δοθὲν τὸ Γ Ha* pro *δοθεῖσα τὸ* $\overline{Γ}$ 17. *καὶ* ante *κείσθω* et *δὲ* ante *ἀνήχθω* add. *Ha* 18. *θέσει κώνου τομῆς* om. in Latina versione *Ha* 20. *καὶ — ἡ ΖΑ* add. *Co* 21. *τὸ Α Co* pro *τὸ* $\overline{Δ}$ 22. verba *συμπίπτουσα — κατὰ τὸ Η* suo loco posita fuerint post *ὀρθὴ ἡ ΑΗ*; sed ab ipso

Componetur problema, *similiter atque in conic. II propos. 4 demonstratur,* hoc modo. Sint duae rectae positione datae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, datumque punctum δ, et iuncta $\delta\beta$ producatur ad ε, ita ut sit $\beta\varepsilon = \delta\beta$, et ducatur perpendicularis $\delta\zeta$, ac rectae $\beta\zeta$ aequalis ponatur $\zeta\gamma$, et iuncta $\gamma\delta$ producatur ad α, et rectae $\delta\varepsilon$ aptetur $\delta\eta$ ita, ut sit $\varepsilon\delta \cdot \delta\eta = \alpha\gamma^2$, et diametro $\delta\varepsilon$ hyperbola, sicut in analysi diximus, describatur; dico *hanc lineam* problema efficere.

Quoniam est $\beta\zeta = \zeta\gamma$, est etiam $\alpha\delta = \delta\gamma$; ergo et $\alpha\delta^2$ et $\delta\gamma^2$ aequale est quartae parti quadrati ex $\alpha\gamma$, id est rectanguli sub $\varepsilon\delta$ $\delta\eta$, id est ipsius figurae ad diametrum $\varepsilon\delta$. Hoc autem si ita sit, demonstratum est in *conicorum* libri II *propos. 1 et 2* rectas $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ asymptotos hyperbolae esse.

III. *Sit* recta $\alpha\beta$ positione *data,* et datum punctum γ. Prop. 205
Ducatur *ad quodvis rectae $\alpha\beta$ punctum β* recta $\gamma\beta$, et fiat $\beta\delta$ aequalis *cuidam rectae magnitudine* datae, et *rectae $\beta\delta$* perpendicularis ducatur $\delta\varepsilon$, *quae productam $\beta\gamma$ secet in ε*; dico punctum ε tangere hyperbolam per punctum γ transeuntem.



Ducatur perpendicularis $\gamma\zeta$, rectaeque $\beta\delta$ aequalis ponatur $\zeta\alpha$; datum igitur est punctum α*). Erigatur perpendicularis $\alpha\eta$, *quae productam $\beta\varepsilon$ secet in η*; ergo positione data est $\alpha\eta$ (*dat. 29*); itaque datis positione rectis $\beta\alpha$ $\alpha\eta$ datoque puncto γ hyperbola *per* γ circa asymptotos $\eta\alpha$ $\alpha\beta$ *descripta* transibit etiam per punctum ε, quia est $\beta\gamma = \varepsilon\eta$ (est enim $\beta\delta = \zeta\alpha$, *ideoque $\beta\varepsilon = \gamma\eta$, unde communis*

*) Nam propter Euclid. dat. 30 positione data est $\gamma\zeta$, et propter 25 datum punctum ζ, ideoque propter 27 datum est α.

---

scriptore perinde omissa esse videntur quam illa, quae ad vs. 17 in Lat. versione addidimus ἐκβεβλήσθω ABS, ἥτις ἐκβεβλήσθω *Ha*, corr. *Hu* 24. τὰς *Hu* pro ἡ, om. *Ha* (ἐπεὶ καὶ ὅλη ἡ ΒΕ τῇ ΗΓ). καὶ ἔσται διὰ τὸ προγεγραμμένον.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν τῇ θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τὸ Γ, ἡ δὲ διηγμένη ἡ ΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα ἡ Θ, καὶ αὐτῇ ἴση ἔστω, καθέτου ἀχθείσης τῆς ΓΖ, ἡ ΖΑ, καὶ ὀρθὴ ἀνήχθω ἡ ΑΗ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΒΓ κατὰ τὸ Η, καὶ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΗΑ ΑΒ διὰ δοθέντος τοῦ Γ γεγράφθω ὑπερβολή· λέγω ὅτι ποιεῖ τὸ πρόβλημα, τουτέστιν ὅτι, ἂν κάθετος ἀχθῇ ἡ ΕΔ, ἴση γίνεται ἡ ΒΔ τῇ Θ. τοῦτο δὲ φανερὸν διὰ τὰς ἀσυμπτώτους· ἴση γὰρ ἡ ΕΗ τῇ ΓΒ, ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΖΒ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ, τουτέστιν ἡ Θ, ἴση ἐστὶν τῇ ΒΔ.

277 δʹ. Ἔστω ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ· ὅτι τῶν ΒΑ ΑΓ μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ΑΔ.

Κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΔΕ· κατὰ διαίρεσιν ἄρα γίνεται ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΓΒΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΓ ΕΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΓ ΕΒ τῷ ἀπὸ ΔΕ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΓΔΕ. ἀνάλογον καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, τουτέστιν πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΓ· ὅλη ἄρα πρὸς ὅλην ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΑΓ, ὥστε τῶν ΒΑ ΑΓ μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ΑΔ.

278 εʹ. Ἔστω τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον τῷ δὶς ἀπὸ ΑΓ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ.

Κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΑΔ· ἔσται ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΔΑ ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ παρὰ τὴν αὐτήν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΑ, τουτέστιν ἡ ΑΓ, τῇ ΓΒ.

---

1. ἡ add. *Hu* ΒΕ τῇ ΗΓ add. *Ha* auctore *Co* 3. δὲ S, δη A(B) 4. ἡ δὲ διηγμένη *Ha*, ἡ δὲ διάμετρος ABS, καὶ διήχθω *Co* 6. καὶ (post ΑΗ) add. *Hu* 7. τῇ ΒΓ] τῆι ΒΗ ABS, τῇ ΒΓ ἐκβληθείσῃ *Ha* 8. post δοθέντος repetit ἐντὸς ABS 9. οἶα (voluit οἷα) ante ἂν add. *Ha* 11. γὰρ add. *Ha* 13. δʹ add. *Ha* 17. τὴν ΓΑ *Ha* auctore *Co* pro τὴν ΓΔ 18. ὑπὸ ΑΓ ΕΒ *Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ ΑΓΕ

$\varepsilon\gamma$ *subtrahenda est*). Et fiet *demonstratio* secundum superius *lemma*.

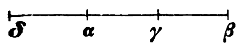
Componetur sic. Sit recta positione data $\alpha\beta$, et datum punctum γ, et recta *a puncto* γ *ad quodvis rectae* $\alpha\beta$ *punctum* ducta $\gamma\beta$, et data *alia sit* ϑ, eique aequalis, ducta $\gamma\zeta$ perpendiculari, *sit* $\zeta\alpha$, et perpendicularis ducatur $\alpha\eta$ secetque *productam* $\beta\gamma$ in η, et circa asymptotos $\eta\alpha$ $\alpha\beta$ per punctum datum γ describatur hyperbola; dico hanc efficere problema, id est, si *ab altero sectionis puncto* ε perpendicularis $\varepsilon\delta$ ducatur, aequalem fieri rectam $\beta\delta$ *datae* ϑ. Hoc vero manifestum est propter asymptotos: est enim $\varepsilon\eta = \gamma\beta$, itaque $\alpha\delta = \zeta\beta$; ergo etiam tota $\alpha\zeta = \beta\delta$, id est $\vartheta = \beta\delta$.

IV. Sit $\beta\alpha : \alpha\gamma = \beta\delta^2 : \delta\gamma^2$; dico rectarum $\beta\alpha$ $\alpha\gamma$ mediam proportionalem esse $\alpha\delta$. Prop. 206

Ponatur $\delta\varepsilon = \gamma\delta$; ergo est per diremptionem

$$\beta\alpha - \alpha\gamma : \alpha\gamma = \beta\delta^2 - \delta\gamma^2 : \varepsilon\delta^2, \text{ id est (elem 2, 6)}$$
$$\beta\gamma : \alpha\gamma = \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon : \varepsilon\delta^2, \text{ id est}$$
$$\gamma\beta \cdot \beta\varepsilon : \alpha\gamma \cdot \beta\varepsilon = \gamma\beta \cdot \beta\varepsilon : \varepsilon\delta^2; \text{ est igitur}$$
$$\alpha\gamma \cdot \beta\varepsilon = \varepsilon\delta^2, \text{ id est}$$
$$= \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma. \text{ Per proportionem est}$$
$$\beta\varepsilon : \varepsilon\delta = \delta\gamma : \alpha\gamma, \text{ et componendo}$$
$$\beta\delta : \varepsilon\delta = \alpha\delta : \alpha\gamma, \text{ id est}$$
$$\beta\delta : \delta\gamma = \alpha\delta : \alpha\gamma; \text{ ergo } \beta\delta + \alpha\delta : \delta\gamma + \alpha\gamma, \text{ id est}$$
$$\beta\alpha : \alpha\delta = \alpha\delta : \alpha\gamma; \text{ ergo rectarum } \beta\alpha\ \alpha\gamma \text{ media proportionalis est } \alpha\delta.$$

V. Sit $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = 2\,\alpha\gamma^2$; dico esse $\alpha\gamma = \gamma\beta$. Prop. 207



Ponatur $\delta\alpha = \alpha\gamma$; erit igitur $\gamma\delta \cdot \delta\alpha = \alpha\beta \cdot \beta\gamma$, et, *communi addito* $\delta\alpha \cdot \beta\gamma$, *fiet* $(\gamma\delta + \beta\gamma)\,\delta\alpha = (\alpha\beta + \delta\alpha)\,\beta\gamma$; *id est* $\delta\beta \cdot \delta\alpha = \delta\beta \cdot \beta\gamma$; ergo $\delta\alpha = \beta\gamma$, id est $\alpha\gamma = \gamma\beta$.

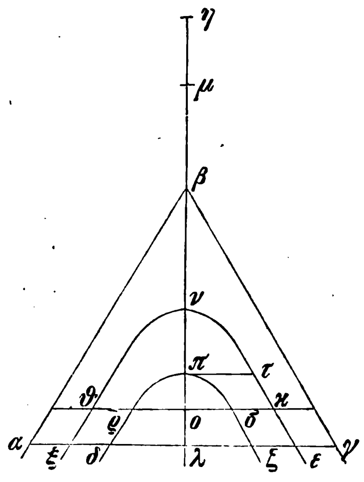
---

20. ἄρα ante ἐστὶν add. *Ha* 21. πρὸς τὴν ΔΕ, τουτέστιν om. *Ha*
23. ἀνάλογος ABS, corr. *Ha* 25. ε´ add. BS

279 *ϛ'. Περὶ τὰς αὐτὰς ἀσυμπτώτους τὰς ΑΒ ΒΓ ὑπερβολαὶ γεγράφθωσαν αἱ ΔΖ ΗΕ· λέγω ὅτι οὐ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις.*

Εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθω εἰς τομὰς εὐθεῖα ἡ ΑΔΕΖΓ· ἔσται δὴ διὰ μὲν τῆς ΔΖ τομῆς ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΖΓ, διὰ δὲ τῆς ΔΕ τομῆς ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΕΓ, ὥστε ἡ ΓΖ τῇ ΓΕ ἴση ἐστίν, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα συμβάλλουσιν αἱ τομαὶ ἀλλήλαις.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ εἰς ἄπειρον αὐξόμεναι ἔγγιον προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ αἰεὶ εἰς ἔλαττον ἀφικνοῦνται διάστημα.

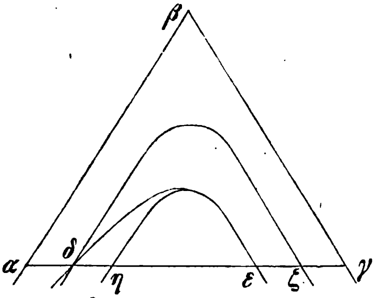


Ἤχθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ ΘΚ, καὶ ἔστω ἡ διάμετρος . . . ἧς πέρας ἔστω τὸ Μ . . . . . ἔσται ἄρα ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΜΛΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΞ, οὕτως ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΗΟΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΡ, οὕτως ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· ὥστε ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΜΛΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΞ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΗΟΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΡ, καὶ ἐναλλάξ. μεῖζον δέ ἐστιν τὸ ὑπὸ ΜΛΝ τοῦ ὑπὸ ΗΟΠ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΖ τῆς ΘΣ. καὶ ἔστιν διὰ τὰς τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΞΔ τῷ ὑπὸ ΣΘΡ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΔ τῆς ΘΡ, ὥστε αἰεὶ εἰς ἔλαττον ἀφικνοῦνται διάστημα.

---

1. ϛ' add. BS 2. *αἱ* $\overline{ΔΕ}$ $\overline{ΔΖ}$ ABS, corr. *Hu* 4. post *συμπιπτέτωσαν* add. *ἀλλήλαις Ha* 5. *διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ ΗΑ ΔΖ ΕΓ* ABS, corr. *Co* 10. *αἰεὶ* add. *Hu* *εἰς* add. *Ha* auctore *Co* 12. *ἑτέρα ἡ ΘΝΚ Ha* 13. hinc incipit demonstrationis corruptela, quae usque ad finem pertinet 13. 14. *διάμετρος ΜΝ, ἧς πέρας τὸ Μ. ἔστω καὶ τῆς ΔΠΖ διάμετρος ἡ ΠΗ· ἔσται* cet. *Ha* 18. *ὑπὸ ΗΟΠ Ha* pro *ὑπὸ ΜΟΠ*, item vs. 23 et 26. 27 20. *τὴν ὀρ-*

VI. Circa easdem asymptotos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ hyperbolae $\delta\zeta$ $\eta\varepsilon$*) describantur; nego has concurrere. Prop. 208



Si enim fieri possit, concurrant in puncto δ, et a δ ducatur sectionis causâ recta $\alpha\delta\varepsilon\zeta\gamma$. Ergo propter sectionem $\delta\zeta$ erit $\alpha\delta = \zeta\gamma$, et propter $\delta\varepsilon$ sectionem $\alpha\delta = \varepsilon\gamma$, ita ut sit $\gamma\zeta = \gamma\varepsilon$, quod esse non potest; ergo sectiones non concurrent.

Iam dico easdem in infinitum productas magis inter se appropinquare et ad minus intervallum procedere.

Ducatur enim alia quoque *hyperbolarum sectio* $\vartheta\varrho o\sigma\varkappa$, sitque *hyperbolae* $\xi\varepsilon$ diametrus $\nu\mu$**) terminusque μ, *et hyperbolae* $\delta\zeta$ *diametrus* $\pi\eta$; erit igitur ut $\mu\lambda \cdot \lambda\nu$ ad $\lambda\xi^2$, ita *diametrus* transversa ad *latus* rectum (*sive parametrum*), itemque ut $\eta o \cdot o\pi$ ad $o\varrho^2$, ita *diametrus* transversa ad *latus* rectum, ita ut sit $\mu\lambda \cdot \lambda\nu : \lambda\xi^2 = \eta o \cdot o\pi : o\varrho^2$, et vicissim $\mu\lambda \cdot \lambda\nu : \eta o \cdot o\pi = \lambda\xi^2 : o\varrho^2$. Sed est $\mu\lambda \cdot \lambda\nu > \eta o \cdot o\pi$; ergo etiam $\lambda\xi > o\varrho$ *ideoque* $\xi\zeta > \vartheta\sigma$. Et propter sectiones est $\zeta\xi \cdot \xi\delta = \sigma\vartheta \cdot \vartheta\varrho$ (*utrumque enim quadrato ex* $\pi\tau$ *aequale*); ergo est $\xi\delta < \vartheta\varrho$; itaque *sectiones hyperbolarum* semper ad minora intervalla procedunt. [Sed etiam *ad extremum* ad-

*) Hic et errorem sive scriptoris sive librariorum correximus et in figura veram hyperbolam $\eta\varepsilon$, quae a codicibus abest, addidimus.

**) Hinc usque corruptam et mancam scripturam, quantum fieri potuit, emendavit *Ha;* praeterea idem suo ingenio duas alias demonstrationes addidit.

θὴν AB, corr. S 21. ὡς om. AB, add. S 24. 25. καὶ ἐναλλάξ *Ha* pro ἐναλλάξ ἐστιν 25. μείζων AB, corr. S 26. ὑπὸ *MΛN Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ $\overline{ΛMN}$ 27. τῆς *ΘΣ Ha* pro τῆς $\overline{PΣ}$ 28. τὸ ὑπὸ $\overline{ZΔΞ}$ τῶι ὑπὸ $\overline{ΣPΘ}$ ABS, corr. *Ha*, qui praeterea addit ἕκαστον γὰρ τῷ ἀπὸ *ΠT* ἴσον

[ἀλλὰ καὶ παράκεινται· εἰ γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν ταῖς ἀσυμπτώτοις ἔγγιον προσάγει, δηλονότι καὶ ἑαυταῖς.]

280 ζ'. Ἔστω ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΘ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΓ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΑΒ, πρὸς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς ΑΗ κύβος μετὰ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον μετὰ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΕ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ (κοινὸν ὕψος ἡ ΑΒ), οὕτως τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΓ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΑΒ, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβον, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ (κοινὸν ὕψος ἡ ΔΕ), οὕτως τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΔΕ, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΕ κύβον· καὶ ταῦτα ἄρα ἀνάλογον καὶ ἐναλλάξ ἐστιν. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΕ κύβον, οὕτως ὅ τε ἀπὸ τῆς ΑΗ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον, καὶ ὁ ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον. ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον, οὕτως τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα· ἔστιν

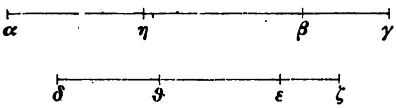
---

1. 2. *ἀλλὰ — ἑαυταῖς* interpolatori tribuit *Hu* 1. *παράκειται* ABS, corr. *Ha* 3. *ζ'* add. BS 8. post *ὁ* add. *τε* ABS, del. *Ha* 9. *ὃν Ha* auctore *Co* pro *ὅτι* 13. *ἀπὸ ΑΒ Co*, *ἀπὸ* $\overline{\Gamma E}$ A, *ἀπὸ* $\overline{\gamma\beta}$ BS cod. *Co* 14. *τὸ ἀπὸ* $\overline{Z\Delta\Theta}$ *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{\Delta\Theta}$ ABS, corr. *Co* 15. *κοινὸν Ha* pro *κύβου* 19. *ἀπὸ ΔΖ*] *ἀπὸ* $\overline{AZ}$ ABS, *ἀπὸ ΖΔ Ha* auctore *Co* 21. *ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος Ha*, *ὁ ἀπὸ τῆς* $\overline{AB}$ *καὶ* AB.

iacebunt; nam, si utraque magis appropinquabit asymptotis, manifesto etiam inter se *appropinquabunt.*]

VII. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, et $\beta\alpha : \alpha\eta = \varepsilon\delta : \delta\vartheta$; dico, ut solidum basim habens quadratum ex $\alpha\gamma$ altitudinemque $\alpha\beta$ ad solidum basim habens quadratum ex $\delta\zeta$ altitudinemque $\delta\varepsilon$, ita esse cubum ex $\alpha\eta$ una cum eo quod est ad cubum ex $\eta\beta$ in proportione quadrati ex $\alpha\gamma$ ad quadratum ex $\gamma\beta$ ad cubum ex $\delta\vartheta$ una cum eo quod est ad cubum ex $\vartheta\varepsilon$ in proportione quadrati ex $\delta\zeta$ ad quadratum ex $\zeta\varepsilon$; *vel brevius sic: dico esse* Prop. 209

$$\frac{\alpha\gamma^2 \cdot \alpha\beta}{\delta\zeta^2 \cdot \delta\varepsilon} = \frac{\alpha\eta^3 + \eta\beta^3 \cdot \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2}{\delta\vartheta^3 + \vartheta\varepsilon^3 \cdot \delta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2}.$$



Quoniam enim *e contrario et componendo* est $\gamma\alpha : \alpha\beta = \zeta\delta : \delta\varepsilon$; ergo etiam $\gamma\alpha^2 : \alpha\beta^2 = \zeta\delta^2 : \delta\varepsilon^2$. Multiplicetur prior proportio per $\alpha\beta$, altera per $\delta\varepsilon$; est igitur

$\alpha\gamma^2 \cdot \alpha\beta : \alpha\beta^3 = \delta\zeta^2 \cdot \delta\varepsilon : \delta\varepsilon^3$, et vicissim

$\alpha\gamma^2 \cdot \alpha\beta : \delta\zeta^2 \cdot \delta\varepsilon = \alpha\beta^3 : \delta\varepsilon^3$. Sed est *ex hypothesi et vicissim*

$\alpha\beta^3 : \delta\varepsilon^3 = \alpha\eta^3 : \delta\vartheta^3$, itemque, *quia ex proportione* $\alpha\beta : \delta\varepsilon = \alpha\eta : \delta\vartheta$ *subtrahendo fit* $\alpha\beta : \delta\varepsilon = \eta\beta : \vartheta\varepsilon$,

$= \eta\beta^3 : \vartheta\varepsilon^3$, vel, *quia ex hypothesi et componendo est* $\alpha\gamma : \gamma\beta = \delta\zeta : \zeta\varepsilon$,

$= \frac{\eta\beta^3 \cdot \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2}{\vartheta\varepsilon^3 \cdot \delta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2}$. *Ergo, comprehensis superioribus aequationibus est*

τὸ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ καὶ S 24. 25. ἀλλ' ὡς — κύβον add. *Co* 25. τὸν λόγον A, corr. BS 26. ὃν add. *Ha* auctore *Co* 27. ὃν τὸ BS, ὃν τα A 29. οὕτως add. *Ha* ἄρα ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΑΒ, πρὸς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς ΑΗ κύβος μετὰ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον μετὰ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ.

281 η΄. Ἔστω τὸ Α μετὰ τοῦ Β ἴσον τῷ Γ μετὰ τοῦ Δ· ὅτι ᾧ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ Δ τοῦ Β.

Ἔστω γὰρ ᾧ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Γ τὸ Ε· τὸ Α ἄρα ἴσον ἐστὶν τοῖς Γ Ε. κοινὸν προσκείσθω τὸ Β· τὰ Α Β ἄρα ἴσα ἐστὶν τοῖς Γ Ε Β. ἀλλὰ τὰ Α Β τοῖς Γ Δ ἴσα ὑπόκειται· καὶ τὰ Γ Δ ἄρα τοῖς Γ Ε Β ἴσα. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Γ· λοιπὸν ἄρα τὸ Δ ἴσον τοῖς Β Ε, ὥστε τὸ Δ τοῦ Β ὑπερέχει τῷ Ε· ᾧ ἄρα ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ Δ τοῦ Β.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν [ὅτι], ἐάν, ᾧ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Γ, τούτῳ ὑπερέχῃ καὶ τὸ Δ τοῦ Β, ὅτι τὰ Α Β ἴσα ἐστὶν τοῖς Γ Δ.

282 θ΄. Ἔστω δύο μεγέθη τὰ ΑΒ ΒΓ· ὅτι [ᾧ ὑπερέχει τὸ ΒΑ τοῦ ΑΓ τούτῳ] ὑπερέχει [καὶ] τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ΑΒ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ ΑΓ τὸν αὐτὸν τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ΓΒ τὸν αὐτόν.

Ἔστω γὰρ τὸ μὲν πρὸς τὸ ΑΒ λόγον τινὰ ἔχον τὸ ΔΕ, τὸ δὲ πρὸς τὸ ΑΓ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ ΔΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΖ πρὸς τὸ ΒΓ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν. καὶ ἔστιν τὸ ΕΖ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει τὸ ΔΕ τοῦ ΔΖ, τουτέστιν τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ΑΒ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ ΑΓ τὸν αὐτόν.

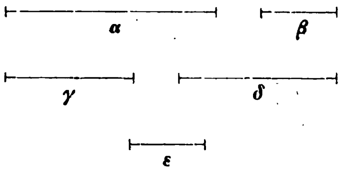
---

1. τὸ βάσιν B^{s}S, τὸ om. A *Ha* 5. ὃν add. *Ha* auctore *Co* 6. μετὰ τοῦ λόγον ἔχοντος *Ha* auctore *Co* pro καὶ τὸ λόγον ἔχον 8. η΄ add. BS 10. post τὸ Ε add. τοῦ $\overline{Α}$ AB, del. S 11. τοῖς $\overline{ΓΕ}$ A, distinx. BS 12. τοῖς $\overline{ΓΕΒ}$ A, distinx. BS, item vs. 13 τοῖς $\overline{ΓΔ}$ A, distinx. BS 13. ἀφαιρείσθω ABS, corr. *Ha* 14. τοῖς $\overline{ΒΓ}$ A^1, ut videtur, τοῖς $\overline{ΒΕ}$ A^2, distinx. BS 15. ὡς ἄρα AB, corr. S τοῦ Γ add. *Ha* auctore *Co* 17. ὅτι del. *Hu* 18. ὑπερέχῃ *Hu*

$$\frac{\alpha\gamma^2 \cdot \alpha\beta}{\delta\zeta^2 \cdot \delta\varepsilon} = \frac{\alpha\eta^3}{\delta\vartheta^3} = \frac{\eta\beta^3 \cdot \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2}{\vartheta\varepsilon^3 \cdot \delta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2},$$ ideoque factâ summâ duarum posteriorem proportionum

$$= \frac{\alpha\eta^3 + \eta\beta^3 \cdot \alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2}{\delta\vartheta^3 + \vartheta\varepsilon^3 \cdot \delta\zeta^2 : \zeta\varepsilon^2}.$$

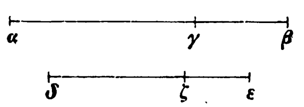
VIII. Sit $\alpha + \beta = \gamma + \delta$; dico esse $\alpha - \gamma = \delta - \beta$. Prop. 210



Sit enim $\varepsilon = \alpha - \gamma$; ergo $\alpha = \gamma + \varepsilon$. Commune addatur β; ergo $\alpha + \beta = \gamma + \varepsilon + \beta$. Sed ex hypothesi est $\alpha + \beta = \gamma + \delta$; ergo etiam $\gamma + \delta = \gamma + \varepsilon + \beta$. Commune auferatur γ; ergo $\delta = \varepsilon + \beta$, itaque $\varepsilon = \delta - \beta$; ergo $\alpha - \gamma = \delta - \beta$.

Similiter demonstrabimus, si sit $\alpha - \gamma = \delta - \beta$, esse $\alpha + \beta = \gamma + \delta$.

IX. Sint duae magnitudines $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$, earumque summa $\alpha\beta$ *); dico id quod ad $\alpha\beta$ proportionem aliquam habet maius esse quam illud quod ad $\alpha\gamma$ eandem proportionem habet eo quod ad $\gamma\beta$ eandem proportionem habet (*vel brevius sic: dico, si ponantur* $x : \alpha\beta = y : \alpha\gamma = z : \gamma\beta$, *esse* $x - y = z$). Prop. 211



Sit enim $\delta\varepsilon$ id quod ad $\alpha\beta$ proportionem aliquam habet, et illud quod ad $\alpha\gamma$ eandem proportionem habet sit $\delta\zeta$; est igitur

$$\frac{\delta\varepsilon}{\alpha\beta} = \frac{\delta\zeta}{\alpha\gamma} = \frac{\delta\varepsilon - \delta\zeta}{\alpha\beta - \alpha\gamma}, \text{ id est } \frac{\zeta\varepsilon}{\gamma\beta}.$$

*) Graeca *μεγέθη τὰ αβ βγ* id ipsum quod supra posuimus significant; sana igitur est scriptura quae in codicibus exstat.

---

pro *ὑπερέχει* 18. 19. *τὰ* $\overline{AB}$ — *τοῖς ΓΔ* A, distinx. BS 18. *ἴσα* S, *ἴσον* AB 20. *ϑ'* add. BS 20. 21. *ᾧ* — *τούτῳ* et *καὶ* del. *Hu*, *ἐὰν ὑπερέχει* (sic) *τὸ AB τοῦ ΑΓ, ὑπερέχει καὶ* cet. *Ha* 22. 23. *τὸ ἀπὸ* $\overline{AB}$ et *τὸ ἀπὸ* $\overline{ΓB}$ ABS, corr. *Co* 22. *πρὸς τὸν* $\overline{AΓ}$ A, corr. BS 25. *ἔχον τῶι* $\overline{ΔZ}$ ABS, corr. *Co* 27. *τὸ* $\overline{EZH}$ *ὑπεροχὴ* ABS, *H* del. *Co* (nisi forte articulum *ἡ* voluit scriptor)

283 *ι'. Τὸ Α τοῦ Γ ἐλάσσονι ὑπερεχέτω ἤπερ τὸ Δ τοῦ Β· ὅτι τὰ Α Β ἐλάσσονά ἐστιν τῶν Γ Δ.*

Ἔστω γὰρ ᾧ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Γ τὸ Ε, τὰ Α Β ἄρα ἴσα ἐστὶν τοῖς Γ Ε Β. ἐπεὶ δὲ τὸ Α τοῦ Γ ἐλάσσονι ὑπερέχει ἤπερ τὸ Δ τοῦ Β, τὸ δὲ Α τοῦ Γ ὑπερέχει τῷ Ε, τὸ Ε ἄρα ἔλασσόν ἐστιν τῆς τῶν Δ Β ὑπεροχῆς, ὥστε τὰ Ε Β ἐλάσσονά ἐστιν τοῦ Δ. κοινὸν προσκείσθω τὸ Γ· τὰ Γ Ε Β ἄρα ἐλάσσονά ἐστιν τῶν Γ Δ. ἀλλὰ τὰ Γ Ε Β ἴσα ἐδείχθη τοῖς Α Β· τὰ Α Β ἄρα ἐλάσσονά ἐστιν τῶν Γ Δ.

Ὁμοίως καὶ τὸ ἀναστρόφιον. καὶ τὰ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως ὁμοίως.

Τοῦ ς'.

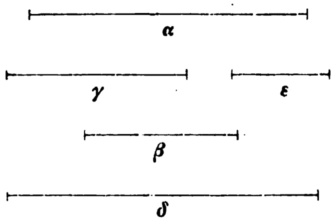
284 *α'. Ἔστω δύο τρίγωνα ἀμβλυγώνια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, ἀμβλείας ἔχοντα τὰς Γ Ζ γωνίας, καὶ ἴσας τὰς Α Δ ὀξείας, ὀρθαὶ ταῖς ΒΓ ΕΖ ἤχθωσαν αἱ ΓΗ ΖΘ, ἔστω δὲ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΕΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ· ὅτι ὅμοιόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.*

Γεγράφθω γὰρ ἐπὶ τῶν ΗΒ ΕΘ ἡμικύκλια· ἐλεύσεται δὴ καὶ διὰ τῶν Γ Ζ [ἐρχέσθω, καὶ ἔστω τὰ ΗΓΒ ΕΖΘ]· ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ ΑΓ ΔΖ τῶν ἡμικυκλίων ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν ἐφάπτονται, φανερὸν ὅτι γίνεται ὅμοια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τρίγωνα. ἐὰν γὰρ λάβω τὰ κέντρα τὰ Μ Ν, καὶ ἐπιζεύξω τὰς ΜΓ ΝΖ, ἔσονται ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΜΓΑ ΝΖΔ γωνίαι· καὶ εἰσὶν αἱ Α Δ γωνίαι ἴσαι· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΜΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΝΖ γωνίᾳ. καὶ τὰ ἡμίση· καὶ ἡ Β ἄρα

---

1. *ι'* add. BS 2. *τὰ* $\overline{AB}$ — *τῶν* $\overline{\Gamma\Delta}$ et similiter posthac A, distinx. BS 4. *ἐπεὶ δὲ τὸ Α Ha* auctore *Co* pro *ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ* 8 et 9. *τῶν Hu* auctore *Co* pro *τοῖς* 11. *ἐπὶ* om. *Ha* 13. *Τοῦ ἕκτου τῶν κωνικῶν* BS 14. *α'* add. BS 15. *τὰς* $\overline{\Gamma Z}$ — *τὰς* $\overline{A\Delta}$ A, distinx. BS 16. *ταῖς* $\overline{\gamma\beta}$ $\overline{\varepsilon\zeta}$ S *Ha* 20. *τῶν* $\overline{HBE\Theta}$ et 21. *τῶν* $\overline{\Gamma Z}$ A, distinx. BS 21. *ἐρχέσθω — ΕΖΘ* del. *Hu* *τὰ* $\overline{H\Gamma B}$ $\overline{BEZ}$

X. Sit $\alpha - \gamma < \delta - \beta$; dico esse $\alpha + \beta < \gamma + \delta$. Prop. 212

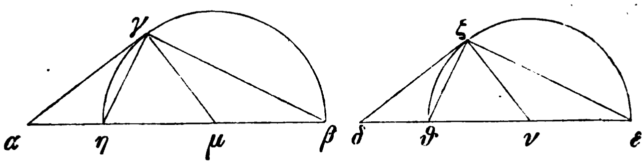


Sit enim $\varepsilon = \alpha - \gamma$; ergo est $\alpha + \beta = \gamma + \varepsilon + \beta$. Sed quia est $\alpha - \gamma < \delta - \beta$, et $\alpha - \gamma = \varepsilon$, est igitur $\varepsilon < \delta - \beta$, itaque $\varepsilon + \beta < \delta$. Commune addatur γ; est igitur $\gamma + \varepsilon + \beta < \gamma + \delta$. Sed demonstrata sunt $\gamma + \varepsilon + \beta = \alpha + \beta$; ergo $\alpha + \beta < \gamma + \delta$.

Similiter etiam conversum demonstrabimus: *si sit* $\alpha + \beta < \gamma + \delta$, esse $\alpha - \gamma < \delta - \beta$. Et similis *demonstratio erit,* si sit $\alpha < \gamma$.

LEMMATA IN CONICORUM LIBRUM VI.

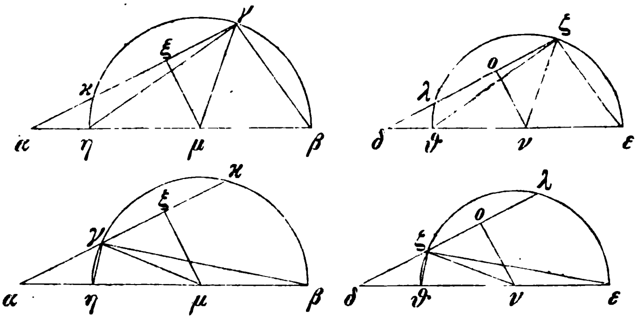
I. Sint duo triangula amblygonia $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, angulos ad γ ζ obtusos habentia et acutos ad α δ inter se aequales, *et* rectis $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$ perpendiculares ducantur $\gamma\eta$ $\zeta\vartheta$, sitque $\beta\alpha \cdot \alpha\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\delta \cdot \delta\vartheta : \delta\zeta^2$; dico esse $\Delta\ \alpha\beta\gamma \sim \Delta\ \delta\varepsilon\zeta$. Prop. 213



Describantur enim semicirculi in rectis $\eta\beta$ $\varepsilon\vartheta$; hi igitur per γ ζ transibunt; ergo rectae $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ aut semicirculos tangunt aut non. Primum si tangunt, apparet triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ similia esse. Nam si centra μ ν sumpsero, et iunxero $\mu\gamma$ $\nu\zeta$, recti erunt anguli $\mu\gamma\alpha$ $\nu\zeta\delta$. Et *ex hypothesi* aequales sunt anguli α δ; ergo etiam anguli $\alpha\mu\gamma$ $\delta\nu\zeta$ aequales. Atque etiam horum dimidiae partes, id est anguli $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequales

---

ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 22. ἢ οὗ A²BS, ηγου (sine spir. et acc.) A¹, ἢ γ' οὗ *Ha* 26. *αἱ ΑΔ* A, distinx. BS γωνία τῇ Ε ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ Α τῇ Δ· ὅμοια ἄρα ἐστὶν τὰ τρίγωνα.



Ἀλλὰ δὴ μὴ ἐφαπτέσθωσαν, ἀλλὰ τεμνέτωσαν τὰ ἡμικύκλια κατά τινα σημεῖα τὰ Κ Λ, καὶ ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΜΞ ΝΟ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΚΞ τῇ ΞΓ, ἡ δὲ ΛΟ τῇ ΟΖ. ὅμοιον δὲ τὸ ΑΜΞ τῷ ΔΝΟ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΞΑ πρὸς ΑΜ, οὕτως ἡ ΟΔ πρὸς ΔΝ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΛΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΛΔ πρὸς ΔΖ· ὥστε καὶ ὡς ἡ ΞΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΟΔ πρὸς ΔΖ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΞΑ πρὸς ΑΜ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΟΔ πρὸς ΔΝ [διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων]· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΝ. καὶ παρὰ ἴσας γωνίας τὰς Α Δ ἀνάλογόν εἰσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΑΜΓ τῇ ὑπὸ τῶν ΔΝΖ γωνίᾳ. καὶ τὰ ἡμίση· καὶ ἡ Β ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ Ε. ἀλλὰ καὶ ἡ Α τῇ Δ καθ' ὑπόθεσιν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

285 Συμφανὲς δὲ τὸ ἀντίστροφον αὐτῷ· ὄντος ὁμοίου τοῦ ΑΒΓ τῷ ΔΕΖ, καὶ ὀρθῶν τῶν ὑπὸ ΒΓΗ ΕΖΘ, δεῖξαι ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· ἔστιν γὰρ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς

sunt. Atque *erant* etiam anguli α δ aequales; ergo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ similia sunt.

Sed iam rectae $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ non tangant semicirculos, sed eos secent in punctis $\varkappa$ λ, et ducantur perpendiculares $\mu\xi$ νo; est igitur $\varkappa\xi = \xi\gamma$, et $\lambda o = o\zeta$. Sunt autem *ex hypothesi et constructione* triangula $\alpha\mu\xi$ $\delta\nu o$ similia; est igitur

$\xi\alpha : \alpha\mu = o\delta : \delta\nu$. Sed quia *ex hypothesi* est

$\beta\alpha \cdot \alpha\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\delta \cdot \delta\vartheta : \delta\zeta^2$, est etiam (*elem.* 3, 36)

$\gamma\alpha \cdot \alpha\varkappa : \alpha\gamma^2 = \zeta\delta \cdot \delta\lambda : \delta\zeta^2$, id est

$\varkappa\alpha : \alpha\gamma = \lambda\delta : \delta\zeta$, *sive componendo*

$\varkappa\alpha + \alpha\gamma : \alpha\gamma = \lambda\delta + \delta\zeta : \delta\zeta$, *id est* $2\,(\alpha\varkappa + \varkappa\xi) : \alpha\gamma = 2\,(\delta\lambda + \lambda o) : \delta\zeta$ *), ita ut sit

$\xi\alpha : \alpha\gamma = o\delta : \delta\zeta$. Sed est etiam, *ut modo demonstravimus,*

$\xi\alpha : \alpha\mu = o\delta : \delta\nu$; ex aequali igitur est

$\gamma\alpha : \alpha\mu = \zeta\delta : \delta\nu$. Et sunt haec latera proportionalia circa aequales angulos α δ; est igitur

$\angle\, \alpha\mu\gamma = \angle\, \delta\nu\zeta$. Atque etiam dimidiae partes, id est

$\angle\, \alpha\beta\gamma = \angle\, \delta\varepsilon\zeta$. Sed est etiam $\angle\, \alpha = \angle\, \delta$ ex hypothesi; ergo est

$\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$.

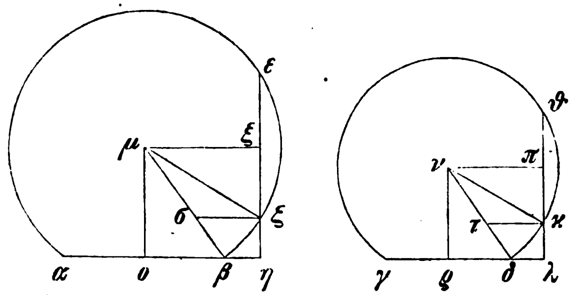
Manifestum autem est lemma conversum: si sint triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ similia, rectique anguli $\beta\gamma\eta$ $\varepsilon\zeta\vartheta$, demonstretur esse $\beta\alpha \cdot \alpha\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\delta \cdot \delta\vartheta : \delta\zeta^2$. Nam propter similitudinem triangulorum est $\beta\alpha : \alpha\gamma = \varepsilon\delta : \delta\zeta$, et $\eta\alpha : \alpha\gamma =$

*) Haec quae addidimus spectant ad priores figuras, in quibus puncta $\varkappa$ λ sunt inter α γ et δ ζ. In alteris figuris dicendum est: "id est $2\,(\alpha\gamma + \gamma\xi) : \alpha\gamma = 2\,(\delta\zeta + \zeta o) : \delta\zeta$".

3. τεμνέτω ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 5. τὰ $\overline{K\Lambda}$ A, distinx. BS 13. 14. διὰ — τριγώνων del. *Hu* 16. τὰς $\overline{\Lambda\Delta}$ A, distinx. BS 17. $\overline{\Delta NZ}$ γωνιῶν AB, corr. S 20. ὄντος *Hu* pro τοῦ ὄντος (τοῦ *ΑΒΓ* ὄντος ὁμοίου τῷ *ΔΕΖ Ha*) 23. ὑπὸ *ΕΔΘ Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ $\overline{E\Lambda\Theta}$.

ΔΖ, ὡς δὲ ἡ ΗΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς ΔΖ· καὶ ὁ συνημμένος.

286 β΄. *Ἔστω δύο ὅμοια τμήματα μείζονα ἡμικυκλίου τὰ ἐπὶ τῶν ΑΒ ΓΔ, καὶ ἤχθωσαν κάθετοι αἱ ΕΖΗ ΘΚΛ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ· δεικτέον ὅτι ὁμοία ἐστὶν ἡ ΒΖ περιφέρεια τῇ ΔΚ περιφερείᾳ.*



Εἰλήφθω τὰ κέντρα τὰ Μ Ν, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΜΞ ΜΟ ΝΠ ΝΡ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΒ ΝΔ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΟΜΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΡΝΔ γωνίᾳ (ἴσαι γάρ εἰσιν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν, ὥστε καὶ ἡμίσειαι). καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ Ο Ρ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΜΒΟ γωνία τῇ ὑπὸ ΝΔΡ γωνίᾳ. ἤχθωσαν ταῖς ΑΒ ΓΔ παράλληλοι αἱ ΖΣ ΚΤ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΖ ΝΚ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΜΣΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΝΤΚ γωνίᾳ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΞΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΠΛ πρὸς ΛΚ, ὥστε καὶ ὡς ἡ ΗΞ πρὸς ΞΖ, τουτέστιν ἡ ΜΒ πρὸς ΜΣ, τουτέστιν [ὡς] ἡ ΖΜ πρὸς ΜΣ, οὕτως ἡ ΛΠ πρὸς ΚΠ, τουτέστιν ἡ ΔΝ πρὸς ΝΤ, τουτέστιν ἡ ΚΝ πρὸς ΝΤ. *καὶ εἰσὶν αἱ μὲν ὑπὸ ΜΣΖ ΝΤΚ ἴσαι, αἱ δὲ ὑπὸ ΜΖΣ ΝΚΤ ὀξεῖαι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΣΜΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΤΝΚ· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΖ περιφέρεια τῇ ΔΚ περιφερείᾳ.*

287 γ΄. *Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, ὀρθὰς ἔχοντα τὰς Γ Ζ γωνίας, καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ ἐν ἴσαις γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΒΑΗ ΕΔΘ, ἔστω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΗ*

$\vartheta\delta : \delta\zeta$, unde *fit* formula compositae proportionis $\beta\alpha \cdot \alpha\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\delta \cdot \delta\vartheta : \delta\zeta^2$.

II. Sint duo similia *circulorum* segmenta maiora semi- Prop. 214
circulo in rectis $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et ducantur perpendiculares $\varepsilon\zeta\eta$ $\vartheta\kappa\lambda$ ita, ut sit $\varepsilon\eta : \eta\zeta = \vartheta\lambda : \lambda\kappa$; demonstretur circumferentiam $\beta\zeta$ circumferentiae $\delta\kappa$ similem esse[1]).

Sumantur centra μ ν, et ducantur perpendiculares $\mu\xi$ μo $\nu\pi$ $\nu\varrho$, iunganturque $\mu\beta$ $\nu\delta$; est igitur $\angle\, o\mu\beta = \angle\, \varrho\nu\delta$ (nam aequales sunt *centri* anguli in segmentis $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, itaque etiam dimidii). Et sunt recti anguli o ϱ; ergo etiam $\angle\, \mu\beta o = \angle\, \nu\delta\varrho$. Ducantur rectis $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ parallelae $\zeta\sigma$ $\kappa\tau$, et iungantur $\mu\zeta$ $\nu\kappa$; ergo etiam est $\angle\, \mu\sigma\zeta = \angle\, \nu\tau\kappa$. Sed quia *ex hypothesi* est

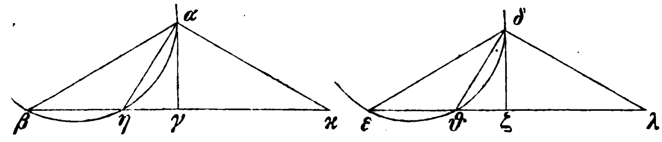
$\varepsilon\eta : \eta\zeta = \vartheta\lambda : \lambda\kappa$, est igitur (*ut in superiore lemmate*)
$\xi\eta : \eta\zeta = \pi\lambda : \lambda\kappa$, itaque *convertendo*
$\eta\xi : \xi\zeta = \lambda\pi : \pi\kappa$, id est *propter parallelas*
$\beta\mu : \mu\sigma = \delta\nu : \nu\tau$, id est (*quia* $\zeta\mu = \beta\mu$, *et* $\kappa\nu = \delta\nu$)
$\zeta\mu : \mu\sigma = \kappa\nu : \nu\tau$. Estque, *ut modo demonstravimus*,
$\angle\, \mu\sigma\zeta = \angle\, \nu\tau\kappa$, et minores recto sunt anguli $\mu\zeta\sigma$ $\nu\kappa\tau$; ergo *propter elem. 6, 7 similia sunt triangula, ideoque*
$\angle\, \sigma\mu\zeta = \angle\, \tau\nu\kappa$; ergo circumferentia $\beta\zeta$ circumferentiae $\delta\kappa$ similis est.

III. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, rectos angulos γ ζ ha- Prop. 215
bentia, et ducantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ sub aequalibus angulis $\beta\alpha\eta$ $\varepsilon\delta\vartheta$,

1) Figuras tales exhibemus, quales emendavit Halleius; in codicibus quattuor corruptae inveniuntur figurae, quarum speciem vide sis apud Commandinum.

1. *ὡς δὲ ἡ* $\overline{KA}$ et *οὕτως ἡ* $\overline{\Lambda\Delta}$ ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 3. *β'* add. BS 10. $\overline{MONII}$ A, distinx. BS 11. *ταῖς ἐν τοῖς τμήμασιν κατὰ μίαν καὶ* A(BS), corr. *Hu* 16. *ἡ ΘΛ Ha* auctore *Co* pro *ἡ* $\overline{E\Lambda}$ 17—20. *ὥστε καὶ ἡ ΗΞ πρὸς ΞΖ, τουτέστι ἡ ΜΒ ἤτοι ΖΜ πρὸς ΜΣ, οὕτως ἡ ΛΠ πρὸς ΠΚ, τουτέστι ἡ ΔΝ ἤτοι ΝΚ πρὸς ΝΤ Ha* 19. *ὡς* del. *Hu* 20. *τουτέστιν ἡ ΚΝ πρὸς ΝΤ* add. *Co* 21. $\overline{M\Sigma Z}$ $\overline{NT}$ *καὶ ἴσαι* A[1], corr. A[2]S (*μσζ ντ ἴσαι* B) 24. *γ'* add. BS *τρίγωνα* S, *ὀρθογώνια* AB *Ha* *τὰ* $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ $\overline{EZ}$ A, corr. BS 25. *τὰς* $\overline{\Gamma Z}$ A, distinx. BS

πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ· ὅτι ὅμοιόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.



Γεγράφθω γὰρ περὶ τὰ ΑΒΗ ΔΕΘ τρίγωνα τμήματα κύκλων τὰ ΒΗΑ ΕΘΔ [ὅμοια ἄρα ἐστίν]· ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ ΑΓ ΔΖ τῶν τμημάτων ἢ οὔ. ἐφαπτέσθωσαν πρότερον· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ μὲν ὑπὸ ΒΓΗ τῷ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν, ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ ΑΗ τὴν ΑΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΗΓΚ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΖΘ τῷ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν, ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν ΔΛ τῇ ΔΘ, τῷ ὑπὸ ΘΖΛ· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΚ, ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΖΛ. καὶ ὀρθαὶ αἱ ΑΓ ΔΖ· διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΚ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΔΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ ὑπὸ ΒΑΚ ΕΔΛ (ἴση γάρ ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΕΔΘ, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΗΑΚ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΘΔΛ)· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ ἄρα *ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ ὀρθαὶ αἱ Γ Ζ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, ὅπερ: ~*

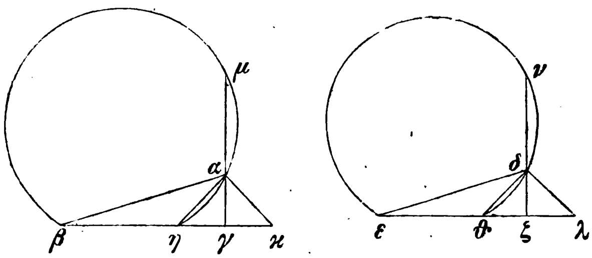
Ἀλλὰ δὴ μὴ ἐφαπτέσθωσαν αἱ ΑΓ ΔΖ, ἀλλὰ τεμνέτωσαν κατὰ τὰ Μ Ν σημεῖα. ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, τουτέστιν *ὡς ἡ ΜΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΝΖ πρὸς ΖΔ.*

---

2. *τῶι* ΑΒΓ *τρίγωνον* A[1], *τῶι* ΑΒΓ *τριγώνωι* A[2]BS, corr. et *τῷ* ΔΕΖ *τριγώνῳ* add. *Co* 4. 5. ΕΔΘ *τρίγωνον τμήματα κύκλων τὰ* ΒΑΗ ΒΔΘ A, in his *τρίγωνα* corr. BS, ΒΔΘ om. S cod. *Co*, initio ΔΕΘ et deinceps *τὰ* ΒΗΑ corr. *Ha*, extremum ΕΘΔ corr. *Hu* (ΕΔΘ *Co*, ΔΘΕ *Ha*) 5. *ὅμοια ἄρα ἐστίν* del. *Hu* *δὴ* add. *Co* 6. *ἐφαπτέσθω* ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 8. 9. ΑΚ *τὸ ὑπὸ* ABS, *τῷ* corr. *Co* 10. *τὴν* ΔΑ *τῆι* ΔΘ *τῶι ὑπὸ* ΖΛ ABS, corr. *Co* 11. *ἡ δὲ* ΕΖ *Co*

sitque $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \delta\zeta^2$; dico esse $\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$.

Describantur enim circa triangula $\alpha\beta\eta$ $\delta\varepsilon\vartheta$ circulorum segmenta $\beta\eta\alpha$ $\varepsilon\vartheta\delta$; iam rectae $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ aut segmenta tangunt aut non. Primum quidem tangant; est igitur *propter elem. 3, 36* $\beta\gamma \cdot \gamma\eta = \alpha\gamma^2$, et $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta = \delta\zeta^2$, id est, si rectae $\alpha\eta$ perpendicularem ducam $\alpha\varkappa$ rectaeque $\delta\vartheta$ perpendicularem $\delta\lambda$, $\beta\gamma \cdot \gamma\eta = \eta\gamma \cdot \gamma\varkappa$, et $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta = \vartheta\zeta \cdot \zeta\lambda$, ita ut sit $\beta\gamma = \gamma\varkappa$, et $\varepsilon\zeta = \zeta\lambda$. Et sunt perpendiculares $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$; ergo est $\angle\, \beta\alpha\varkappa = 2 \angle\, \beta\alpha\gamma$, et $\angle\, \varepsilon\delta\lambda = 2 \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Et est $\angle\, \beta\alpha\varkappa = \angle\, \varepsilon\delta\lambda$ (nam *ex hypothesi* est $\angle\, \beta\alpha\eta = \angle\, \varepsilon\delta\vartheta$, et *ex constructione* recti sunt anguli $\eta\alpha\varkappa$ $\vartheta\delta\lambda$); ergo est etiam $\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$. Sed etiam recti anguli γ ζ aequales sunt; est igitur $\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$, q. e. d.



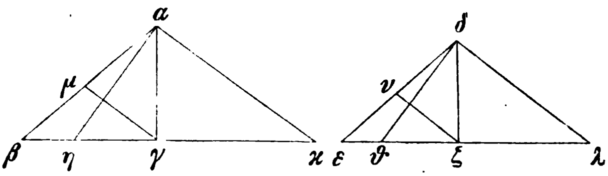
At rectae $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ non tangant *circulorum segmenta*, sed secent in punctis μ ν. Est igitur (*quia ex hypothesi* $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \delta\zeta^2$, *et* $\beta\gamma \cdot \gamma\eta = \mu\gamma \cdot \gamma\alpha$, *et* $\varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta = \nu\zeta \cdot \zeta\delta$) $\mu\gamma \cdot \gamma\alpha : \gamma\alpha^2 = \nu\zeta \cdot \zeta\delta : \zeta\delta^2$, id est $\mu\gamma : \gamma\alpha = \nu\zeta : \zeta\delta$. Et

---

pro ἡ δὲ $\overline{HZ}$ 12. ὀρθαὶ S, ὀρθὴ AB, πρὸς ὀρθὰς coni. *Hu* αἱ $A\Gamma$ ΔZ] αἱ Γ Z *Ha* 13. γωνία τῆς ὑπὸ (scilicet ante $E\Delta Z$) A[2] in rasura 14. ἴσαι αἱ ὑπὸ $\overline{ABK}$ AB, ἴσαι αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ S, corr. *Ha* auctore *Co* 16. καὶ αἱ] αἱ ἄρα *Ha* ἄρα hoc loco add. *Hu* 20. τὰ M N *Ha* pro τὰ $\overline{K\Lambda}$ 20. 21. οὖν — τουτέστιν add. *Ha* auctore *Co* (nisi quod ὑπὸ τῶν $M\Gamma\Lambda$ scripsit *Ha*, quod corr. *Hu*) 21. 22. ὡς ἡ $\overline{K\Gamma}$ — τῶν $\overline{\Delta Z\Lambda}$ — τουτέστιν ἡ $\overline{\Lambda Z}$ ABS, corr. *Ha* καὶ ἔστιν ὅμοια μείζονα τμήματα τὰ ΒΑΗ ΕΔΘ· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ περιφέρεια τῇ ΔΘ περιφερείᾳ· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ Β γωνία τῇ Ε· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἄλλως τὸ αὐτό.

288 δʹ. Ἔστω δύο τρίγωνα ὀρθὰς ἔχοντα τὰς Γ Ζ γωνίας, καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ ἐν ἴσαις γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΒΑΗ ΕΔΘ, ἔστω τε ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· ὅτι ὅμοιον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.



Ἤχθωσαν ταῖς ΑΗ ΔΘ ὀρθαὶ αἱ ΑΚ ΔΛ· ἴσον ἄρα τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ τῷ ὑπὸ ΗΓΚ, τὸ δὲ ἀπὸ ΔΖ τῷ ὑπὸ ΘΖΛ· ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΓΚ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΖΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΖΛ, τουτέστιν ἡ ΕΖ πρὸς ΖΛ. ἤχθωσαν ταῖς ΑΚ ΔΛ παράλληλοι αἱ ΓΜ ΖΝ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΜ πρὸς ΜΑ, οὕτως ἡ ΕΝ πρὸς ΝΔ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ μὲν αἱ πρὸς τοῖς Γ Ζ σημείοις, ἴσαι δὲ αἱ πρὸς τοῖς Μ Ν γωνίαι ταῖς ὑπὸ ΒΑΚ ΕΔΛ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

289 εʹ. Ἔστω δύο τρίγωνα ὀρθὰς ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Β Ε σημείοις γωνίας, καὶ διήχθωσαν αἱ ΒΗ ΕΘ ἐν ἴσαις γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΑΗΒ ΔΘΕ, ἔστω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ· δεικτέον ὅτι ὅμοιόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

---

1. ὅμοιον ABS, corr. *Co* τὰ add. *Ha* 3. τῇ Ε *Ha* pro τῆι Θ̄ 6. δʹ add. BS τὰς ΓΖ̄ A, distinx. BS 13. ὡς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ̄ A* *Co*,

sunt *ex constructione* segmenta *circulorum* $\beta\eta\alpha\mu$ $\varepsilon\vartheta\delta\nu$ similia *eaque* maiora *semicirculo; ergo propter superius lemma* circumferentia $\alpha\eta$ similis est circumferentiae $\delta\vartheta$, itaque angulus $\alpha\beta\gamma$ angulo $\delta\varepsilon\zeta$ aequalis, quapropter $\triangle\, \alpha\beta\gamma \sim \triangle\, \delta\varepsilon\zeta$.

Aliter idem.

Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, rectos angulos γ ζ habentia, et ducantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ sub aequalibus angulis $\beta\alpha\eta$ $\varepsilon\delta\vartheta$, sitque $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \alpha\gamma^2 = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \delta\zeta^2$; dico esse $\triangle\, \alpha\beta\gamma \sim \triangle\, \delta\varepsilon\zeta$.

Ducantur rectis $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ perpendiculares $\alpha\varkappa$ $\delta\lambda$; est igitur $\alpha\gamma^2 = \eta\gamma \cdot \gamma\varkappa$, et $\delta\zeta^2 = \vartheta\zeta \cdot \zeta\lambda$; ergo est *secundum hypothesim* $\beta\gamma \cdot \gamma\eta : \eta\gamma \cdot \gamma\varkappa = \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta : \vartheta\zeta \cdot \zeta\lambda$, id est $\beta\gamma : \gamma\varkappa = \varepsilon\zeta : \zeta\lambda$. Ducantur rectis $\alpha\varkappa$ $\delta\lambda$ parallelae $\gamma\mu$ $\zeta\nu$; ergo est etiam $\beta\mu : \mu\alpha = \varepsilon\nu : \nu\delta$. Et sunt recti anguli $\beta\gamma\alpha$ $\varepsilon\zeta\delta$, et anguli $\beta\mu\gamma$ $\varepsilon\nu\zeta$ aequales angulis $\beta\alpha\varkappa$ $\varepsilon\delta\lambda$ (*qui quidem inter se aequales sunt, quia ex hypothesi* $\angle\, \beta\alpha\eta = \angle\, \varepsilon\delta\vartheta$, *et recti anguli* $\eta\alpha\varkappa$ $\vartheta\delta\lambda$); ergo propter id quod demonstravimus est $\triangle\, \alpha\beta\gamma \sim \triangle\, \delta\varepsilon\zeta$ *).

IV. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, angulos β ε rectos habentia, et ducantur $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$ sub aequalibus angulis $\alpha\eta\beta$ $\delta\vartheta\varepsilon$, sitque $\alpha\eta \cdot \eta\gamma : \eta\beta^2 = \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\varepsilon^2$; demonstretur esse $\triangle\, \alpha\beta\gamma \sim \triangle\, \delta\varepsilon\zeta$. Prop. 216

*) Haec extrema demonstrationis pars neque integra a librariis tradita esse videtur neque satis certam explicationem habet. Nam verbis *διὰ τὸ προγεγραμμένον* superius lemma II scriptor significare videtur; at vero illius alia est ratio. Brevem et simplicem demonstrationem in promptu est suggerere. Est enim

$\beta\gamma : \gamma\varkappa = \varepsilon\zeta : \zeta\lambda = \varepsilon\nu : \nu\delta = \beta\mu : \mu\alpha$, id est vicissim

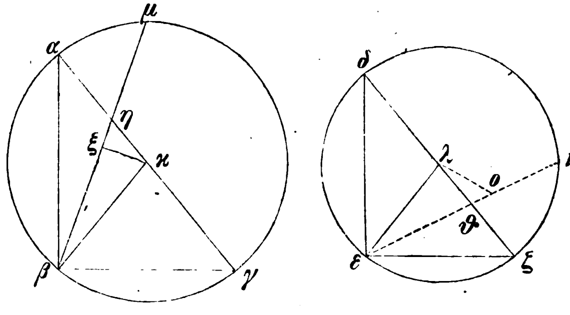
$\beta\gamma : \beta\mu = \gamma\varkappa : \mu\alpha = \varepsilon\zeta : \varepsilon\nu = \zeta\lambda : \nu\delta$, id est

$\beta\gamma : \beta\mu = \varepsilon\zeta : \varepsilon\nu$.

Suntque anguli $\beta\mu\gamma$ $\varepsilon\nu\zeta$ aequales (quoniam anguli $\beta\alpha\varkappa$ $\varepsilon\delta\lambda$ aequales); ergo propter elem. 6, 7 anguli $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequales sunt. Et recti sunt anguli $\beta\gamma\alpha$ $\varepsilon\zeta\delta$; ergo similia triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$.

ὡς τὸ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\varkappa}$ B³S cod. *Co* 15. *ἡ* EZ *Co* pro *ἡ* $\overline{\Theta Z}$ 15. 16. *ταῖς* $\overline{AK\Delta\Lambda}$ A, distinx. BS 18. post *ἴσαι δὲ* add. *καὶ* S *γωνίαι ταῖς* *Ha, καὶ τῶν αἱ* ABS, *καὶ γὰρ αἱ* vel *ἐπεὶ καὶ αἱ* Co 19. *ἔστι* extremo versu A 21. *ε′* add. BS 21. 22. *τοῖς* $\overline{BE}$ A, distinx. BS 23. *ὑπὸ* $\overline{AH}$ $\overline{B\Delta}$ $\overline{\Theta E}$ AB, corr. S

Περιγεγράφθωσαν κύκλοι, καὶ εἰλήφθω αὐτῶν τὰ κέντρα τὰ Κ Λ· φανερὸν δὴ ὅτι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶν Η Θ σημείων εἰσίν. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ μὲν Κ μεταξὺ τῶν Γ Η σημείων, τὸ δὲ Λ μεταξὺ τῶν Δ Θ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΒΗ ΕΘ ἐπὶ τὰ Μ Ν σημεῖα, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ

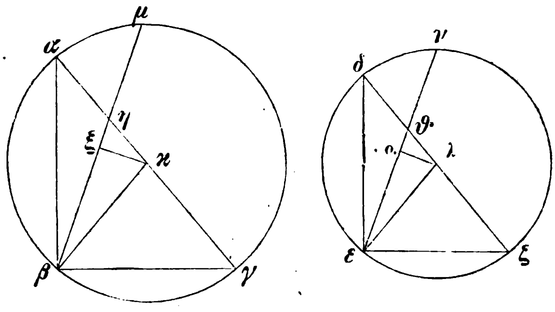


τὴν ΜΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΚΞ· πεσεῖται ἄρα μεταξὺ τῶν Η Β, ἀμβλεῖά τε γίνεται ἡ ὑπὸ ΛΗΒ γωνία καὶ ἔστιν ἴση τῇ ὑπὸ ΔΘΕ· ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΔΘΕ γωνία· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΘΝ, ὥστε ἡ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΕΝ κάθετος ἀγομένη πίπτει μεταξὺ τῶν Θ Ν. πιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΛΟ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΟ τῇ ΟΕ, ὥστε μείζων ἐστὶν ἡ ΝΟ τῆς ΘΕ· πολλῷ ἄρα ἡ ΝΘ τῆς ΘΕ ἐστὶν μείζων, καὶ τὸ ὑπὸ ΝΘΕ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΔΘΖ, μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΕΘ τετραγώνου. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΔΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΒ, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ἔστιν γὰρ καὶ ἔλασσον, ἐπειδήπερ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΜΗ τῆς ΗΒ καὶ τὸ ὑπὸ ΜΗΒ τοῦ ἀπὸ ΗΒ· οὐκ ἄρα τοῦ Κ κέντρου ὄντος μεταξὺ τῶν Η Γ, τὸ Λ ἔσται
290 *μεταξὺ τῶν Δ Θ. ἔστω οὖν μεταξὺ τῶν Θ Ζ, καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἤχθω ἡ ΛΟ κάθετος. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ*

---

1. *περιγεγράφθω κύκλος* ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 2. *τὰ* $\overline{K\Lambda}$ et similiter posthac *τῶν* $\overline{H\Theta}$, *τῶν* $\overline{\Gamma H}$ cet. A, distinx. BS 3. *εἰσὶν* *Ha* pro *εἶναι* 6. *πιπτέτω Ha* (conf. Latina) 6. 7. *μεταξὺ τὴν* $\overline{HB}$ A(B), corr. S 11. *ἡ* $\overline{\Lambda\Theta}$ *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ* $\overline{N\Theta}$ AB, *ἡ* $\overline{\vartheta\lambda}$ et cet. perinde S cod. *Co*, corr. *Co* *τῆι* $\overline{OE}$ *ὥστε* A²(BS) ex *τῆι* $*\overline{E}*$ *ωστε*

Circumscribantur circuli, et sumantur eorum centra $\varkappa$ λ, quae apparet ad easdem partes punctorum η ϑ esse. Nam si fieri possit, sit $\varkappa$ quidem inter puncta γ η, λ autem inter δ ϑ, et producantur $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$ ad puncta *circumferentiae* μ ν, et a $\varkappa$ rectae $\mu\beta$ perpendicularis ducatur $\varkappa\xi$. Haec igitur inter η β cadat, unde fit obtusus angulus $\alpha\eta\beta$ *), idemque *ex hypothesi* aequalis angulo $\delta\vartheta\varepsilon$; ergo hic quoque obtusus est. Acutus igitur est angulus $\delta\vartheta\nu$, ita ut recta ex λ ad $\varepsilon\nu$ perpendicularis ducta inter puncta ϑ ν cadat. Fiat ita, sitque λo; est igitur $\nu o = o\varepsilon$, ideoque $\nu o > \vartheta\varepsilon$, eoque magis $\nu\vartheta > \vartheta\varepsilon$, itemque $\nu\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon$, id est (*elem.* 3, 35) $\delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta > \vartheta\varepsilon^2$. Et *ex hypothesi* est $\delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\varepsilon^2 = \alpha\eta \cdot \eta\gamma : \eta\beta^2$; ergo absurdum est *esse* $\delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta$ *maius quam* $\vartheta\varepsilon^2$, quippe cum minus sit. Namque est $\mu\eta < \eta\beta$, itaque $\mu\eta \cdot \eta\beta$, *id est* $\alpha\eta \cdot \eta\beta < \eta\beta^2$; *ergo etiam* $\delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta < \vartheta\varepsilon^2$. Si igitur centrum $\varkappa$ inter puncta η γ sit, non inter puncta δ ϑ erit centrum λ.

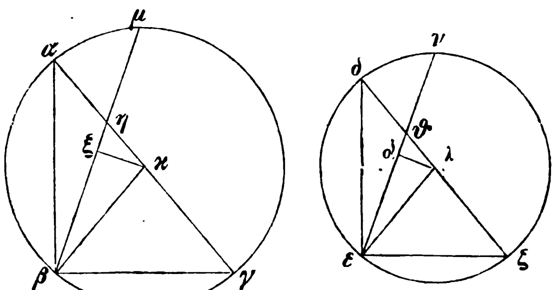


Iam sit inter puncta ϑ ζ, et eadem ratione ducatur λo perpendicularis. Quoniam *ex hypothesi* est

*) Graecum πεσεῖται ἄρα "*cadet igitur*" vitiosum esse apparet; nam fieri etiam potest, ut punctum ξ in ipsum η, aut inter η μ cadat. Recte igitur Halleius πιπτέτω scripsisse, itaque Graeco scriptori unius tantum casus demonstrationem ex pluribus qui fingi possunt tribuisse videtur.

12. ἡ *NO Co* pro ἡ $\overline{N\Theta}$ πολλῷ — τῆς $\overline{\Theta E}$ bis scripta sunt in A 13. τὸ ὑπὸ (ante $\Delta\Theta Z$) *Hu* pro τοῦ $\Delta\Theta Z$ *Co* pro $\overline{\Delta EZ}$ 16. καὶ om. *Ha* 19. μεταξὺ τῶν $\overline{\Delta E}$ A(BS), corr. *Co*

ΑΗΓ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΜΗΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΒ, τουτέστιν ὡς ἡ ΜΗ πρὸς ΗΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΘΖ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΝΘΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, τουτέστιν ἡ ΝΘ πρὸς ΘΕ, καὶ τέτμηνται αἱ ΒΜ ΝΕ δίχα τοῖς Ξ Ο, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΞ πρὸς ΞΗ, οὕτως ἡ ΕΟ πρὸς ΟΘ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΗΞ πρὸς ΞΚ, οὕτως ἡ ΘΟ πρὸς τὴν ΟΛ (ὀρθαὶ μὲν γὰρ αἱ Ξ Ο, ἴσαι δὲ αἱ πρὸς τοῖς Η Θ σημείοις γωνίαι)· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΞ πρὸς ΞΚ, οὕτως ἡ ΕΟ πρὸς ΟΛ.



καὶ περὶ ἴσας γωνίας· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΚΞ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΕΛΟ γωνίᾳ, ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΞΚΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΟΛΘ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΚΗ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΕΛΘ ἐστὶν ἴση. καὶ τὰ ἡμίση· καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῶν ΔΖΕ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ Β Ε γωνίαι· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

291 *Φανερὸν δὲ καὶ τὸ τούτῳ ἀναστρόφιον, ἐὰν ᾖ ὅμοιον τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΗΒΓ τῷ ΘΕΖ, ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ [διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων].*

292 *ϛʹ. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, ἴσας ἔχοντα τὰς Α Δ γωνίας μὴ ὀρθὰς δέ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ, ἔστω τε τὸ ὑπὸ τῶν ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΘ, καὶ ἔστω τῶν ΒΓ ΕΖ εὐθειῶν μείζονα τμήματα τὰ ΒΗ ΕΘ· λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστιν τὸ μὲν ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ, τὸ δὲ λοιπὸν τῷ λοιπῷ.*

$\alpha\eta \cdot \eta\gamma : \eta\beta^2 = \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\varepsilon^2$, id est
$\mu\eta \cdot \eta\beta : \eta\beta^2 = \nu\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon : \vartheta\varepsilon^2$, id est
$\mu\eta : \eta\beta = \nu\vartheta : \vartheta\varepsilon$,
et rectae $\beta\mu$ $\nu\varepsilon$ bifariam secantur in punctis ξ o, est igitur
$\beta\xi : \xi\eta = \varepsilon o : o\vartheta$ *). Sed *propter similitudinem triangulorum* $\eta\xi\varkappa$ $\vartheta o\lambda$ (recti enim sunt anguli ξ o et *secundum hypothesim* aequales anguli η ϑ) est etiam
$\eta\xi : \xi\varkappa = \vartheta o : o\lambda$; ex aequali igitur est
$\beta\xi : \xi\varkappa = \varepsilon o : o\lambda$. Suntque *haec latera proportionalia* circa aequales angulos; ergo
$\angle\, \beta\varkappa\xi = \angle\, \varepsilon\lambda o$. Sed est etiam, *ut modo demonstravimus*
$\angle\, \xi\varkappa\eta = \angle\, o\lambda\vartheta$; ergo etiam summae, *id est*
$\angle\, \beta\varkappa\eta = \angle\, \varepsilon\lambda\vartheta$. Itemque dimidii *anguli aequales sunt;* ergo (*elem.* 3, 20)
$\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \delta\zeta\varepsilon$. Et sunt recti anguli β ε; ergo
$\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$.

Manifesta est etiam conversa propositio: si sit triangulum $\alpha\beta\gamma$ simile triangulo $\delta\varepsilon\zeta$, et triangulum $\eta\beta\gamma$ *simile* triangulo $\vartheta\varepsilon\zeta$, fieri $\alpha\eta \cdot \eta\gamma : \eta\beta^2 = \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\varepsilon^2$.

V. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, angulos α δ aequales Prop. 217
neque tamen rectos habentia, et ducantur perpendiculares $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$, sitque $\beta\eta \cdot \eta\gamma : \alpha\eta^2 = \varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \delta\vartheta^2$, et sint rectarum $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$ maiora segmenta $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$; dico et triangulum $\alpha\beta\eta$ triangulo $\delta\varepsilon\vartheta$, et reliquum reliquo simile esse.

*) Est enim componendo, tum sumptis antecedentium dimidiis, e contrario, dirimendo, denique rursus e contrario

$$\mu\beta : \eta\beta = \nu\varepsilon : \vartheta\varepsilon \qquad \xi\eta : \beta\xi = o\vartheta : \varepsilon o$$
$$\beta\xi : \eta\beta = \varepsilon o : \vartheta\varepsilon \qquad \beta\xi : \xi\eta = \varepsilon o : o\vartheta.$$
$$\eta\beta : \beta\xi = \vartheta\varepsilon : \varepsilon o$$

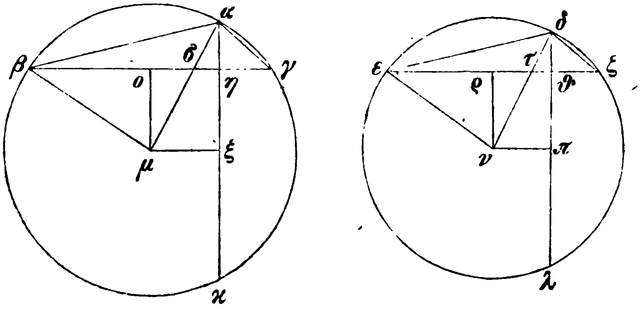
4. τέμνονται *Ha* 12. ὑπὸ *EΔΘ Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ $\overline{EΛO}$ ἡμίσεια AB *Ha*, corr. S 16. τὸ τούτῳ ἀναστρόφιον] τούτωι ἀναστρέφον τὸ ABS, τούτῳ ἀντίστροφον τὸ *Ha*, corr. *Hu* 19. διὰ — τριγώνων interpolatori tribuit *Hu* 20. ϛ', sed id paulo supra ante Φανερὸν, add. BS 21. τὰς $\overline{ΑΔ}$ A, distinx. BS ὀρθὰς δέ *Co*, ορθη τε A(BS) 22. ἔστω τε idem pro ὥστε

Περιγεγράφθωσαν κύκλοι, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΔΗ ΔΘ ἐπὶ τὰ Κ Λ σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Μ Ν, καὶ ἀπὸ αὐτῶν ἐπὶ τὰς ΔΚ ΒΓ ΔΛ ΕΖ κάθετοι αἱ ΜΞ ΜΟ ΝΠ ΝΡ. ἔστιν δὴ κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς προγεγραμμένοις ὡς ἡ ΚΗ πρὸς ΗΔ, οὕτως ἡ ΛΘ πρὸς ΘΔ, ὥστε καὶ ὡς ἡ ΔΞ πρὸς ΞΗ, οὕτως ἡ ΔΠ πρὸς ΠΘ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΜ ΔΝ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΞ πρὸς ΞΗ, οὕτως ἡ ΔΜ πρὸς ΜΣ, ὡς δὲ ἡ ΔΠ πρὸς ΠΘ, οὕτως ἡ ΔΝ πρὸς ΝΤ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΜ πρὸς ΜΣ, οὕτως ἡ ΔΝ πρὸς ΝΤ. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ΒΜ ΕΝ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ΒΔΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚΓ τμῆμα λοιπῷ τῷ ΕΛΖ τμήματι ὅμοιόν ἐστιν· αἱ ἄρα ἐν αὐτοῖς γωνίαι ἴσαι εἰσίν, καὶ εἰσὶν αὐτῶν καὶ ἡμίσειαι ἴσαι· αἱ ὑπὸ τῶν ΒΜΟ ΕΝΡ ἄρα γωνίαι ἴσαι εἰσίν [ἐπὶ τῆς πρώτης δυάδος τῶν πτώσεων, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐκ παρακειμένου δηλονότι ἐστὶν ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΒΜΟ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΝΡ· καὶ γὰρ αἱ ἐν τοῖς ΒΔΓ ΕΔΖ τμήμασιν γωνίαι]. γίνεται οὖν ὡς ἡ ΒΜ πρὸς ΜΟ, τουτέστιν ὡς ἡ ΔΜ πρὸς ΜΟ, οὕτως ἡ ΕΝ πρὸς ΝΡ, τουτέστιν ἡ ΔΝ πρὸς ΝΡ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΜ πρὸς ΜΣ, οὕτως ἡ ΔΝ πρὸς ΝΤ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΜΟ πρὸς ΜΣ, οὕτως ἡ ΡΝ πρὸς ΝΤ. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ μὲν αἱ Ο Ρ γωνίαι, ὀξεῖα δὲ ἑκατέρα τῶν Σ Τ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΟΜΣ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΡΝΤ γωνίᾳ. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΜΟ τῇ ὑπὸ ΕΝΡ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΜΣ ἄρα τῇ ὑπὸ τῶν ΕΝΤ ἐστὶν ἴση, ὥστε καὶ ἡ Γ γωνία τῇ Ζ ἐστὶν ἴση· ὅμοια ἄρα ἐστὶν πάντα πᾶσιν.

---

2. *τὰ* $\overline{K\Lambda}$ et 3. *τὰ* $\overline{MN}$ A, distinx. BS 3. *ἀπ' αὐτῶν* BS 4. *ἤχθωσαν* ante *κάθετοι* add. *Ha* *εἰσὶν δὴ* A(S), *εἰσὶ δὲ* B, *ἔστι δὲ* *Ha* 11. *ἐστι* A[s]BS 13. *καὶ ἡμίσειαι* *Hu* pro *κατὰ μίαν* 14. *ἐπὶ τῆς πρώτης* — 18. *γωνίαι* interpolatori tribuit *Hu* 16. *ἐστὶν ἴση* *Hu*, *ἐστὶν ὡς ἴση* ABS, *ἴση ἐστὶν* *Ha* *τῶν ΒΜΟ* *Ha* auctore *Co* pro *τῶν* $\overline{BM\Theta}$ 17. *ἐν τοῖς*] *ἐν ἴσοις* *Ha* 18. *πρὸς ΜΟ* *Ha* auctore *Co* pro *πρὸς* $\overline{M\Theta}$, item vs. 19 et 21 22. 23. *αἱ* $\overline{OP}$ — *τῶν* $\overline{\Sigma T}$ A, distinx. BS 24. *τῶν ΒΜΟ* *Co*, *τῶν* $\overline{BOM}$ AB, *τῶν ρομ* S cod. *Co* 25. *ὑπὸ* $\overline{ENP}$ *Co* pro *ὑπὸ* $\overline{EPN}$ 27. *παντάπασιν* AB, distinx. S

Circumscribantur circuli, et producantur rectae $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ ad *circumferentiarum* puncta $\varkappa$ λ, et sumantur circulorum centra μ ν, a quibus ad rectas $\alpha\varkappa$ $\beta\gamma$ $\delta\lambda$ $\varepsilon\zeta$ ducantur perpendiculares $\mu\xi$ μo $\nu\pi$ $\nu\varrho$. Est igitur eadem ratione ac supra



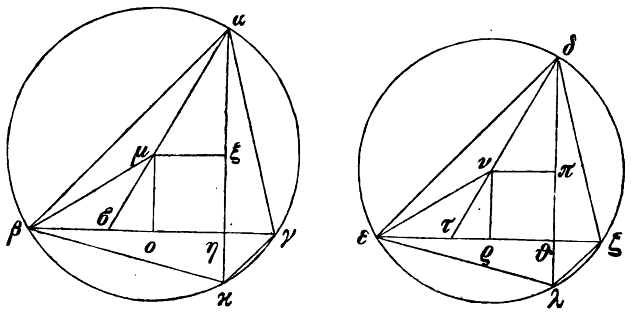
(*pag. 981 init.*) demonstratum est $\varkappa\eta : \eta\alpha = \lambda\vartheta : \vartheta\delta$, itaque etiam $\alpha\xi : \xi\eta = \delta\pi : \pi\vartheta$. Iungantur $\alpha\mu$ $\delta\nu$, *quae secent rectas* $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$ *in punctis* σ τ. Sed *propter parallelas* est $\alpha\xi : \xi\eta = \alpha\mu : \mu\sigma$, et $\delta\pi : \pi\vartheta = \delta\nu : \nu\tau$; ergo etiam $\alpha\mu : \mu\sigma = \delta\nu : \nu\tau$. Iungantur $\beta\mu$ $\varepsilon\nu$. Quoniam (*propter aequales angulos* $\beta\alpha\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$) segmentum $\beta\alpha\gamma$ segmento $\varepsilon\delta\zeta$ simile est, reliquum igitur segmentum $\beta\varkappa\gamma$ simile est reliquo $\varepsilon\lambda\zeta$; ergo in his *centri* anguli $\beta\mu\gamma$ $\varepsilon\nu\zeta$ aequales sunt, itemque dimidii $\beta\mu o$ $\varepsilon\nu\varrho$ aequales. *Et sunt recti anguli* o ϱ, *ideoque similia triangula* $\beta\mu o$ $\varepsilon\nu\varrho$; fit igitur

$\beta\mu : \mu o = \varepsilon\nu : \nu\varrho$, id est (*quia* $\alpha\mu = \beta\mu$, *et* $\delta\nu = \varepsilon\nu$)
$\alpha\mu : \mu o = \delta\nu : \nu\varrho$. Sed est, *ut supra demonstravimus*,
$\alpha\mu : \mu\sigma = \delta\nu : \nu\tau$; ex aequali igitur est
$\mu o : \mu\sigma = \nu\varrho : \nu\tau$.

Et sunt recti anguli o ϱ, et acuti anguli $\mu\sigma o$ $\nu\tau\varrho$; ergo *propter elem. 6, 7 similia sunt triangula, ideoque* est

$\angle\, o\mu\sigma = \angle\, \varrho\nu\tau$. Sed est etiam, *ut demonstravimus*
$\angle\, \beta\mu o = \angle\, \varepsilon\nu\varrho$; ergo etiam *summae, id est*
$\angle\, \beta\mu\sigma = \angle\, \varepsilon\nu\tau$. *Suntque hi centri anguli*; ergo etiam, *qui sunt in iisdem segmentis, circumferentiae anguli aequales sunt, id est*

293 *ζʹ. Δυνατὸν δὲ καί, τῆς μιᾶς πτώσεως [ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξειῶν] προγεγραμμένης τῆς δείξεως, τὸ λοιπὸν ἀποδοῦναι οὕτως. ὑποκείσθω γὰρ ἀποδεδεῖχθαι οὐσῶν ἴσων ἀμβλειῶν τῶν γωνιῶν τὸ πρότερον κατὰ τὸν προγεγραμμένον τρόπον, καὶ ἔστω, δυεῖν ὀξειῶν οὐσῶν ἴσων τῶν ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ, δεῖξαι ὅτι ὅμοια τὰ τρίγωνα. καὶ πάλιν περιγεγράφθωσαν οἱ κύκλοι καὶ ἐκβεβλημένων τῶν ΑΗ ΔΘ ἐπὶ τὰ Κ Λ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ ΚΓ ΕΛ ΛΖ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν καὶ αἱ ὑπὸ ΒΚΓ ΕΛΖ γωνίαι ἀμβλεῖαι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΑΗΚ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, τουτέστιν ἡ ΚΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΖ,*



τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΔΘΛ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, τουτέστιν ἡ ΛΘ πρὸς ΘΔ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ. καὶ εἰσὶν

---

1. *ζʹ* add. S *Δυνατὸν* et *πτώσεως Hu* pro *Δύναται* et *γωνίας* 1. 2. *ἢ τῶν — ὀξειῶν* del. *Hu* 2. *ὀξειῶν*] *οξειπ* A(BS), *τῶν ὀξειῶν Co* 3. *ἀποδεδειχέναι* ABS, corr. *Hu*, *ἀποδεδειχθέναι* typothetae errorem apud *Ha* repetivit *Ge*, item *ἐκβεβλημμένων* vs. 7 5. *δυεῖν* A²BS, *δυιν* A¹, *δεῖν Ha*, *δυοῖν Ge* *ἴσων οὐσῶν* S 6. *ὑπὸ ΒΑΓ Co* pro *ὑπὸ ΑΒΓ* (*ὑπὸ* om. *Ha*) 8. *τὰ ΚΛ* A, distinx. BS 9. *ΕΛΖ Ha* auctore *Co* pro *ΕΔΖ* 10. *τουτέστι* A³BS 11. *πρὸς ΗΑ Ha* pro *πρὸς ΚΑ* 14. *ἀπὸ ΘΛ Ha* auctore *Co* pro *ἀπὸ ΘΔ*

$\angle\, \alpha\gamma\beta = \angle\, \delta\zeta\varepsilon$. *Et ex hypothesi est*
$\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$; ergo est
$\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$, et $\Delta\, \alpha\beta\eta \sim \Delta\, \delta\varepsilon\vartheta$, et $\Delta\, \alpha\eta\gamma \sim \Delta\, \delta\vartheta\zeta$.

Talis igitur est demonstratio, obtusis suppositis angulis $\beta\alpha\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$; *quodsi hi anguli acuti sint, simili ratione primum demonstratur esse* $\alpha\mu : \mu\sigma = \delta\nu : \nu\tau$. *Et quia aequales sunt anguli* $\beta\alpha\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$, *etiam anguli* $\beta\mu o$ $\varepsilon\nu\varrho$, *id est dimidii centrorum anguli, aequales sunt. Tunc rursus eadem ratione ac supra demonstratur angulos* $o\mu\sigma$ $\varrho\nu\tau$ *aequales esse. Qui subtrahantur ab aequalibus* $\beta\mu o$ $\varepsilon\nu\varrho$; *restant igitur aequales* $\beta\mu\sigma$ $\varepsilon\nu\tau$. *Ergo etiam anguli* $\beta\mu\alpha$ $\varepsilon\nu\delta$ *aequales. Suntque hi centri anguli, et cetera perinde ac supra*[1].

Verum etiam, unius casus demonstratione absoluta, alter casus sic potest expediri. Supponatur enim eà quae supra scripta est ratione, si primum obtusi sint anguli, propositionem demonstratam esse, et propositum sit, si acuti sint anguli aequales $\beta\alpha\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$, demonstrare triangulorum similitudinem.

Rursus circumscribantur circuli, et rectis $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ ad $\varkappa$ λ productis iungantur $\beta\varkappa$ $\varkappa\gamma$ $\varepsilon\lambda$ $\lambda\zeta$; ergo, *quia secundum hypothesim segmenta* $\beta\alpha\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$ *similia sunt, etiam reliqua segmenta* $\beta\varkappa\gamma$ $\varepsilon\lambda\zeta$ *similia, ideoque* anguli obtusi $\beta\varkappa\gamma$ $\varepsilon\lambda\zeta$ aequales sunt. Et quia *ex hypothesi* est

$$\beta\eta \cdot \eta\gamma : \alpha\eta^2 = \varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \delta\vartheta^2, \text{ id est}$$
$$\alpha\eta \cdot \eta\varkappa : \alpha\eta^2 = \delta\vartheta \cdot \vartheta\lambda : \delta\vartheta^2, \text{ id est}$$
$$\eta\varkappa : \alpha\eta = \vartheta\lambda : \delta\vartheta, \text{ est igitur etiam}$$
$$\alpha\eta^2 : \eta\varkappa^2 = \delta\vartheta^2 : \vartheta\lambda^2. \text{ Sed est } \textit{ex hypothesi}$$
$$\beta\eta \cdot \eta\gamma : \alpha\eta^2 = \varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \delta\vartheta^2; \text{ ergo ex aequali est}$$
$$\beta\eta \cdot \eta\gamma : \eta\varkappa^2 = \varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \vartheta\lambda^2.$$

1) Hunc propositionis casum utique necessarium addidimus, qui librariorum culpa, non ipsius Graeci scriptoris neglegentia a codice abesse videretur. Et simile quid voluit scholiasta ille qui pag. 982, 14 sqq., loco sane alieno quaedam intexuit. Cuius verba ἐκ παρακειμένου hanc vim habere videntur: ex hypothesi est $\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \varepsilon\delta\zeta$; estque $\angle\, \beta\alpha\gamma = \frac{1}{2} \angle\, \beta\mu\gamma$, et $\angle\, \varepsilon\delta\zeta = \frac{1}{2} \angle\, \varepsilon\nu\zeta$; sed est etiam $\angle\, \beta\mu o = \frac{1}{2} \angle\, \beta\mu\gamma$, et $\angle\, \varepsilon\nu\varrho = \frac{1}{2} \angle\, \varepsilon\nu\zeta$; ergo $\angle\, \beta\mu o = \angle\, \varepsilon\nu\varrho$.

ἴσαι ἀμβλεῖαι αἱ ὑπὸ τῶν ΒΚΓ ΕΛΖ γωνίαι, καὶ κάθετοι αἱ ΚΗ ΛΘ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον, ὅμοιόν ἐστι τὸ μὲν ΒΚΗ τρίγωνον τῷ ΕΛΘ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΓΚΗ τῷ ΖΛΘ, ὥστε καὶ τὸ μὲν ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ ἐστὶν ὅμοιον, τὸ δὲ ΑΗΓ τῷ ΔΘΖ, ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ ὅλῳ τῷ ΔΕΖ ἐστὶν ὅμοιον.

294 η΄. Θέσει δεδομένων τῶν ΑΒ ΑΓ, ἀγαγεῖν παρὰ θέσει τὴν ΔΕ καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν ΔΕ.

Γεγονέτω, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ· παρὰ θέσει ἄρα ἐστίν. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ Α· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ. διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΔΕ. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΑΖ. ἀλλὰ καὶ θέσει· καὶ δοθέν ἐστιν τὸ Α· δοθὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ Ζ. διὰ δὴ δεδομένου τοῦ Ζ παρὰ θέσει τῇ ΑΒ ἦκται ἡ ΖΕ· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΕ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΑΓ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Ε. καὶ διὰ αὐτοῦ παρὰ θέσει ἦκται ἡ ΔΕ· θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ.

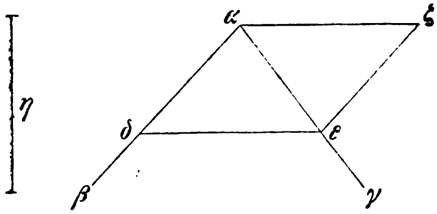
Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστωσαν αἱ μὲν τῇ θέσει δεδομέναι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΑΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα τῷ μεγέθει ἔστω ἡ Η, παρ' ἣν δὲ ἄγεται ἔστω ἡ ΑΖ, καὶ τῇ Η ἴση κείσθω ἡ ΑΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Ζ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΕ, διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΑΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΔ· λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΑΖ, ἀλλὰ ἡ ΑΖ τῇ Η ἐστὶν ἴση, τουτέστιν τῇ δοθείσῃ, καὶ ἡ ΔΕ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ Η τῇ δοθείσῃ· ἡ ΔΕ ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα. καὶ φανερὸν ὅτι μόνη· αἰεὶ γὰρ ἡ ἔγγιον τοῦ Α τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων.

1. κάθετος A, corr. BS 2. ἐστι A^{s}BS μὲν add. *Hu* 5. ὅμοιον AB *Co*, ἴσον S cod. *Co* τῷ ΔΘΖ *Ha* pro τῶι $\overline{ΔΖΘ}$ 7. η΄ add. BS 12. ἐστὶν ἡ $\overline{ΑΙΙ}$ AB, corr. S καὶ δοθεῖσά *Ha*, δοθεῖσα ἄρα ABS, δοθεῖσα δέ *Co* 13. ἡ $\overline{ΑΖ}$ A^2 ex ἡ $\overline{Α*}$ 16. καὶ ἡ ΑΓ *Ha* auctore *Co* pro καὶ ἡ $\overline{ΙΙΑΓ}$ 17. δι' αὐτοῦ S 21. δὲ ἄγεται *Hu*, δὲ ἄγονται ABS, δὲ ἄγεσθαι δεῖ *Ha* 22. 23. παράλληλος (ante ἤχθω ἡ ΖΕ) add. S 24. ὅτι ἡ $\overline{ΑΕ}$ ABS, corr. *Co* 28. ἀεὶ *Ha* ἔγγειον A, corr. BS τῷ Α *Ha*

Et sunt aequales anguli obtusi $\beta\varkappa\gamma$ $\varepsilon\lambda\zeta$, ac perpendiculares $\varkappa\eta$ $\lambda\vartheta$; ergo propter id quod supra (*p. 983. 985*) demonstravimus est $\Delta\, \beta\varkappa\eta \sim \Delta\, \varepsilon\lambda\vartheta$, et $\Delta\, \gamma\varkappa\eta \sim \Delta\, \zeta\lambda\vartheta$, ita ut sit etiam $\Delta\, \alpha\beta\eta \sim \Delta\, \delta\varepsilon\vartheta$, et $\Delta\, \alpha\eta\gamma \sim \Delta\, \delta\vartheta\zeta$ *), itaque his compositis $\Delta\, \alpha\beta\gamma \sim \Delta\, \delta\varepsilon\zeta$.

VI. Positione datis rectis $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ *angulum* $\beta\alpha\gamma$ *efficientibus* ducatur *inter anguli crura* recta $\delta\varepsilon$ parallela *rectae cuidam* positione *datae* eademque aequalis *alii rectae magnitudine* datae. Prop. 218



Factum iam sit, et per α rectae $\delta\varepsilon$ parallela ducatur $\alpha\zeta$; haec igitur *rectae* positione *datae* parallela est. Et est datum punctum α; positione igitur *data* est $\alpha\zeta$. Et per ε rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\varepsilon\zeta$; est igitur $\alpha\zeta = \delta\varepsilon$. Et est $\delta\varepsilon$ *magnitudine* data; ergo etiam $\alpha\zeta$ *magnitudine* data. Sed eadem etiam positione; et datum est punctum α; ergo etiam ζ datum (*dat. 27*). Iam per datum punctum ζ rectae positione *datae* $\alpha\beta$ parallela ducta est $\zeta\varepsilon$; positione igitur *data* est $\zeta\varepsilon$. Sed etiam $\alpha\gamma$ positione *data;* datum igitur est punctum ε (*dat. 25*). Et per hoc ducta est $\delta\varepsilon$ parallela *rectae* positione *datae;* positione igitur *data* est $\delta\varepsilon$.

Componetur problema sic. Sint rectae duae positione datae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$, et recta magnitudine data sit η, et illa, cui parallela ducenda est, sit $\alpha\zeta$, et rectae η aequalis ponatur $\alpha\zeta$, et per ζ rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\zeta\varepsilon$, et per ε rectae $\alpha\zeta$ parallela ducatur $\varepsilon\delta$; dico rectam $\delta\varepsilon$ problema efficere.

Quoniam enim est $\delta\varepsilon = \alpha\zeta$, et $\alpha\zeta = \eta$, id est datae, etiam $\delta\varepsilon$ datae η aequalis est; ergo $\delta\varepsilon$ problema efficit, eaque, ut manifestum est, sola; nam semper recta puncto α propior minor est remotiore.

*) Etenim propter angulorum in segmentis $\alpha\beta$ $\delta\varepsilon$ aequalitatem est $\Delta\, \beta\varkappa\eta \sim \Delta\, \alpha\gamma\eta$, et $\Delta\, \varepsilon\lambda\vartheta \sim \delta\zeta\vartheta$; ergo etiam $\Delta\, \alpha\gamma\eta \sim \Delta\, \delta\zeta\vartheta$, etc.

295 θ'. Ἔστω δύο ἐπίπεδα τὰ ΑΒΓ ΕΒΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΒΓ ἐφεστῶτα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ ὀρθά· λέγω ὅτι ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ εἰσὶν αἱ ΑΒ ΒΕ ΒΓ εὐθεῖαι.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΒΓ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὀρθὴ ἡ ΗΒ· καὶ τῷ ΕΒΖ ἄρα ἐπιπέδῳ ἔσται ὀρθὴ ἡ ΗΒ, ὥστε καὶ τῇ ΒΕ ἐστὶν ὀρθή. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ τῇ ΑΒ. ἔστι δὲ καὶ τῇ ΒΓ εὐθείᾳ ἡ ΒΗ ὀρθή· ἡ ΒΗ ἄρα τρισὶν εὐθείαις ταῖς ΑΒ ΒΕ ΒΓ ὀρθὴ ἐπὶ τῆς ἁφῆς τῆς Β ἐφέστηκεν· διὰ ἄρα τὸ ια' στοιχείων ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ αἱ ΑΒ ΒΕ ΒΓ εὐθεῖαι.

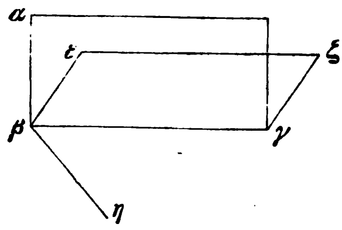
296 ι'. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, ὀρθὰς ἔχοντα τὰς Α Δ γωνίας, καὶ διήχθωσαν αἱ ΑΗ ΔΘ ἐν ἴσαις γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΑΗΒ ΔΘΕ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΓ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΖ· ὅτι ὅμοιόν ἐστιν τὸ μὲν ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΑΗΓ τῷ ΔΘΖ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΗ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ ΚΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΕΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΚΗ γωνίᾳ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΖ, ὡς δὲ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΚ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΕ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΚ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΚΗ γωνία τῇ Ζ γωνίᾳ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΚΗ γωνία ἴση τῇ Ε, καὶ εἰσὶν αἱ Ε Ζ ὀρθῇ

---

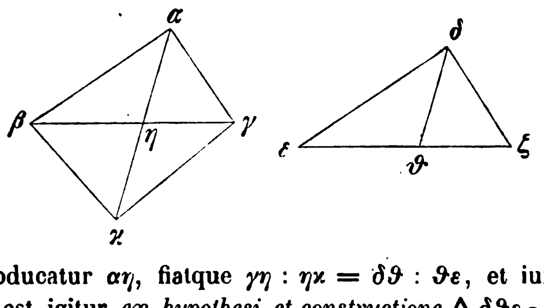
1. θ' add. BS τὰ ΑΒΓ ΕΒΖ *Ha*, τὰ $\overline{\text{ΒΔ}}$ $\overline{\text{ΒΖ}}$ AS, τὰ $\overline{\text{βγ}}$ $\overline{\text{βζ}}$ B, τὰ ΑΒΓ ΒΖ coni. *Hu* 2. ἐφεστῶτα τῷ *Ha* pro ἐφεστάτω 3. ὀρθά A[s] *Ha*, ὀρθῷ BS 5. ἐν A[s] *Ha*, καὶ BS 6. τῷ ΕΒΖ *Ha*, τῶι $\overline{\text{ΕΓ}}$ ABS, τῷ ΒΖ coni. *Hu* 8. ἔστι δὲ A[s]S (ἐστὶ δὲ B) post εὐθείᾳ add. $\overline{\text{ΔΗ}}$ AS, ἡ $\overline{\text{δη}}$ B 8. 9. ὀρθή· ἡ ΒΗ ἄρα add. *Ha* 10. τὸ στοιχεῖον ABS, τὸ δέκατον πρῶτον στοιχεῖον *Ha*, τὰ στοιχεῖα *Ge*, corr. *Hu* 12. ι' add. BS 13. τὰς $\overline{\text{ΑΔ}}$ A, distinx. S, τὰς $\overline{\text{α}}$ $\overline{\text{ζ}}$ B 15. ὅτι BS, λέγω ὅτι A[s] *Ha* 16. ΑΒΗ τρίγωνον — τῷ ΔΘΖ] $\overline{\text{ΑΒΓ}}$ τρίγωνον τῶι $\overline{\text{ΔΕΖ}}$ τριγώνωι τὸ δὲ ΑΗΓ τῶι $\overline{\text{ΔΘΖ}}$ καὶ ἔτι τὸ $\overline{\text{ΑΒΗ}}$ τρίγωνον τῶι ΔΕΘ τριγώνωι ABS, corr. *Ha*, qui praeterea addit καὶ ὅλον ὅλῳ 22. τῇ ante τεταραγμένῃ add. *Ha* 25. αἱ $\overline{\text{ΕΖ}}$ AB, distinx. S ὀρθῇ *Co* pro ὀρθαὶ

VII. Sint duo plana $\alpha\beta\gamma$ $\varepsilon\beta\zeta$ eandem basim $\beta\gamma$ habentia, super idem planum subiectum normaliter erecta; dico rectas $\alpha\beta$ $\beta\varepsilon$ $\beta\gamma$ in eodem plano esse. Prop. 219



Ducatur enim a puncto β in subiecto plano rectae $\beta\gamma$ perpendicularis $\beta\eta$; haec igitur plano $\varepsilon\beta\zeta$ perpendicularis erit; itaque etiam rectae $\beta\varepsilon$ perpendicularis est. Eadem ratione *demonstratur rectam* $\beta\eta$ rectae $\alpha\beta$ *perpendicularem esse*. Sed etiam rectae $\beta\gamma$ perpendicularis est $\beta\eta$; ergo tribus rectis $\alpha\beta$ $\beta\varepsilon$ $\beta\gamma$ perpendicularis in sectionis puncto β insistit recta $\beta\eta$; itaque propter elementorum librum XI (*propos.* 5) in uno plano sunt rectae $\alpha\beta$ $\beta\varepsilon$ $\beta\gamma$.

VIII. Sint duo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, angulos α δ rectos habentia, et ducantur $\alpha\eta$ $\delta\vartheta$ sub aequalibus angulis $\alpha\eta\beta$ $\delta\vartheta\varepsilon$, sitque $\beta\eta : \eta\gamma = \varepsilon\vartheta : \vartheta\zeta$; dico esse $\Delta\, \alpha\beta\eta \sim \Delta\, \delta\varepsilon\vartheta$, et $\Delta\, \alpha\eta\gamma \sim \Delta\, \delta\vartheta\zeta$. Prop. 220



Producatur $\alpha\eta$, fiatque $\gamma\eta : \eta\varkappa = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$, et iungantur $\beta\varkappa$ $\varkappa\gamma$; est igitur *ex hypothesi et constructione* $\Delta\, \delta\vartheta\varepsilon \sim \Delta\, \gamma\eta\varkappa$, *ideoque* $\angle\, \delta\varepsilon\vartheta = \angle\, \gamma\varkappa\eta$. Sed quia *ex hypothesi* est $\beta\eta : \eta\gamma = \varepsilon\vartheta : \vartheta\zeta$, et *ex constructione* $\gamma\eta : \eta\varkappa = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$, ex aequali igitur in perturbata proportione (*elem.* 5, 23) est $\beta\eta : \eta\varkappa = \delta\vartheta : \vartheta\zeta$. Suntque *haec latera proportionalia* circa aequales angulos; ergo *similia sunt triangula* $\beta\eta\varkappa$ $\delta\vartheta\zeta$, *ideoque* $\angle\, \beta\varkappa\eta = \angle\, \delta\zeta\vartheta$. Sed demonstravimus etiam esse $\angle\, \gamma\varkappa\eta = \angle\, \delta\varepsilon\vartheta$; estque angulorum $\delta\zeta\vartheta$ $\delta\varepsilon\vartheta$ summa aequalis recto; ergo *etiam* ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ γωνία ἐστὶν ὀρθή. ἀλλὰ καθ' ὑπόθεσιν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ὀρθή· ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν τὰ Α Β Γ Κ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΓ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΕΘ, τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ γωνία καθ' ὑπόθεσιν ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ ΔΘΕ γωνίᾳ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΘΖ ἐστὶν ὅμοιον.

Ἄλλως ἄμεινον.

297 ια'. Τετμήσθωσαν δίχα τοῖς Κ Λ σημείοις αἱ ΒΓ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ ΔΛ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΖ, συνθέντι καὶ τὰ ἡμίση τῶν ἡγουμένων καὶ ἀναστρέψαντι γίνεται ὡς ἡ ΓΚ, τουτέστιν ἡ ΑΚ, πρὸς ΚΗ, οὕτως ἡ ΛΖ, τουτέστιν ἡ ΔΛ, πρὸς ΛΘ. καὶ εἰσὶν ἴσαι μὲν αἱ πρὸς τοῖς Η Θ σημείοις γωνίαι, αἱ δὲ ὑπὸ ΚΑΗ ΛΔΘ ἑκατέρα ἅμα ὀξεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΛΘ γωνίᾳ. καὶ τὰ ἡμίση· καὶ ἡ Β ἄρα γωνία ἴση ἐστὶν τῇ Ε. ἀλλὰ καὶ ἡ Η γωνία τῇ Θ ἴση ἐστίν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΔΘΖ τριγώνῳ ἐστὶν ὅμοιον.

Τοῦ ζ' η'.

298 α'. Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΑΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΖΑ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΕΑΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΖΒΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΕΔΓ.

3. τὰ ΑΒ ΓΚ A, distinx. BS 4. ὑπὸ ΔΕΘ Co pro ὑπὸ ΔΖΘ (ὑπὸ ΔΕΖ Ha) 5. ὑπὸ ΔΘΕ Ha auctore Co pro ὑπὸ ΔΕΘ 7. post ὅμοιον add. καὶ ὅλον ὅλῳ Ha, item vs. 20 9. ια' add. BS τοῖς ΚΛ A, distinx. BS 11. συνθέντι Ha auctore Co pro συντεθήσεται 12. 13. ἡ ΠΓΚ τουτέστιν ως ἡ ΑΚ A(BS), corr. Ha partim auctore Co 15. ΛΔΘ Ha auctore Co pro ΔΛΘ 19. 20. τὸ ΑΚ τρίγωνον τῶι ΔΛΖ ABS, corr. Ha auctore Co 21. τοῦ Ζ Η A, τοῦ ἑβδόμου καὶ τοῦ ὀγδόου BS, ad quae τῶν κωνικῶν λήμματα add. S 22. α' add. BS 23. ἡ ΕΖΔ Co pro ἡ ΕΖ 23. 24. ὑπὸ ΖΓΒ καὶ τῶι ὑπὸ ΕΓΔ ABS, corr. Co

angulorum $\beta\varkappa\eta$ $\gamma\varkappa\eta$ *summa, id est* angulus $\beta\varkappa\gamma$ rectus est. Sed ex hypothesi etiam angulus $\beta\alpha\gamma$ rectus est; in circuli igitur *circumferentia* sunt puncta α β $\varkappa$ γ; ergo est in *segmento* $\alpha\gamma$

$\angle\ \alpha\varkappa\gamma = \angle\ \alpha\beta\gamma$, id est, *quia demonstravimus esse* $\angle\ \gamma\varkappa\eta$ *sive* $\alpha\varkappa\gamma = \angle\ \delta\varepsilon\vartheta$,

$\angle\ \delta\varepsilon\vartheta = \angle\ \alpha\beta\gamma$. Sed ex hypothesi est etiam

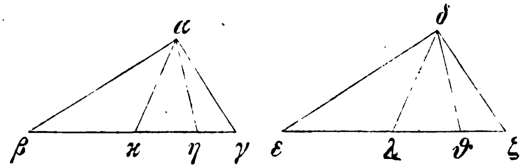
$\angle\ \alpha\eta\beta = \angle\ \delta\vartheta\varepsilon$; ergo est

$\Delta\ \alpha\beta\eta \sim \Delta\ \delta\varepsilon\vartheta$. Et eadem ratione *demonstratur* esse

$\Delta\ \alpha\eta\gamma \sim \Delta\ \delta\vartheta\zeta$.

Aliter melius.

Bifariam secentur $\beta\gamma$ $\varepsilon\zeta$ in punctis $\varkappa$ λ, et iungantur $\alpha\varkappa$ $\delta\lambda$. Iam quia *ex hypothesi* est $\beta\eta : \eta\gamma = \varepsilon\vartheta : \vartheta\zeta$, componendo fit



$\beta\gamma : \eta\gamma = \varepsilon\zeta : \vartheta\zeta$, et sumptis antecedentium dimidiis

$\gamma\varkappa : \eta\gamma = \zeta\lambda : \vartheta\zeta$, et convertendo

$\gamma\varkappa : \varkappa\eta = \zeta\lambda : \lambda\vartheta$, id est, *quia semicirculorum radii sunt* $\gamma\varkappa$ $\alpha\varkappa$ *et* $\zeta\lambda$ $\delta\lambda$,

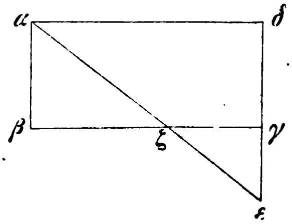
$\alpha\varkappa : \varkappa\eta = \delta\lambda : \lambda\vartheta$.

Et *ex hypothesi* aequales sunt anguli $\alpha\eta\varkappa$ $\delta\vartheta\lambda$, et acuti anguli $\varkappa\alpha\eta$ $\lambda\delta\vartheta$; ergo *propter elem. 6, 7 similia sunt triangula, ideoque* anguli $\alpha\varkappa\eta$ $\delta\lambda\vartheta$ aequales. Item dimidii, id est $\angle\ \alpha\beta\eta = \angle\ \delta\varepsilon\lambda$. Sed *ex hypothesi* etiam $\angle\ \alpha\eta\beta = \angle\ \delta\vartheta\varepsilon$; ergo $\Delta\ \alpha\beta\eta \sim \Delta\ \delta\varepsilon\vartheta$. Eadem ratione *demonstratur* etiam esse $\Delta\ \alpha\eta\gamma \sim \Delta\ \delta\vartheta\zeta$.

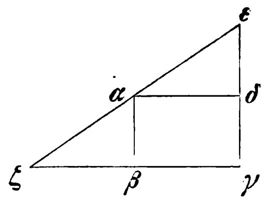
LEMMATA IN CONICORUM LIBROS VII ET VIII.

I. *Sit* parallelogrammum orthogonium $\alpha\beta\gamma\delta$, et *a producta* $\delta\gamma$ ducatur *quaevis* recta $\varepsilon\zeta\alpha$; dico esse $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\zeta = \gamma\beta \cdot \beta\zeta + \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma$. Prop. 221

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΓ ΓΖ, ὧν τὰ ἀπὸ τῶν ΕΑ ΑΖ τετράγωνα ἴσα ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΔ ΔΑ, τουτέστιν τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΔ ΓΒ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΖ, τουτέστιν τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΒΖ τετραγώνοις, λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΑΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΕΔ ΔΓ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΖΒ ΒΓ· καὶ τὸ ἅπαξ ἄρα ὑπὸ τῶν ΕΑΖ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ ΕΔΓ καὶ τῷ ὑπὸ ΖΒΓ, ὅπερ: ~



299 β'. Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΑΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΑΖ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΕΔ ΔΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΒΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΑΖ.



Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΓ ΓΖ, ἔστιν δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΑ ΑΖ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΔ ΔΓ ΓΒ ΒΖ, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΑΖ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΔΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒΖ, ὥστε καὶ τὸ ἅπαξ τῷ ἅπαξ.

300 γ'. Ἔστω μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ, καὶ ἔστω μείζω τμήματα τὰ ΑΕ ΓΖ· ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΓΖ.

Τετμήσθωσαν ὅλαι αἱ ΑΒ ΓΔ δίχα τοῖς Η Θ σημείοις· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΒ τῆς ΔΘ, ὥστε καὶ τὸ

---

2. ὧν BS, ων A, καὶ Co 4. τῶν $\overline{ΕΔ}$ $\overline{Γ}$ AB, τῶν $\overline{εδγ}$ S, corr. Co 6. post τετραγώνοις auctore Co add. Ha: ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΕΖ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ ΕΑΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΑ ΑΖ, τὰ δ' ἀπὸ ΓΕ ΓΖ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ ΕΔΓ καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ ΖΒΓ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ ΕΔ ΒΓ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΒΖ τετραγώνοις 9. ante $\overline{ΖΒ}$ $\overline{ΒΓ}$ in A additum Β, sed id del. prima m. 11. ὅπερ BS, ὁ A 12. β' add. BS 14. ὑπὸ ΕΑΖ A[s] Co, ὑπὸ $\overline{εδζ}$ BS cod. Co 18. τετραγώνων AB, corr. S 19. ΔΓ (post τῶν ΕΔ) Co pro $\overline{ΔΖ}$ 21. 22. τῶν ΓΒΖ Hu (τῶν ΖΒΓ Ha) auctore Co pro τῶν $\overline{ΖΓ}$ 22. καὶ τὸ ἅπαξ] καὶ τὸ ἀποαπαξ A(BS), corr. Ha τῷ] τοῖς coni. Hu 23. γ' add. BS

Quoniam enim est $\varepsilon\zeta^2 = \varepsilon\gamma^2 + \gamma\zeta^2$, et

$\varepsilon\alpha^2 + \alpha\zeta^2 = \varepsilon\delta^2 + \delta\alpha^2 + \alpha\beta^2 + \beta\zeta^2$, id est

$= \varepsilon\delta^2 + \beta\gamma^2 + \gamma\delta^2 + \beta\zeta^2$, *et propter elem. 2, 4 est* $\varepsilon\alpha^2 = \varepsilon\zeta^2 + \alpha\zeta^2 + 2\,\varepsilon\zeta\cdot\alpha\zeta$, *ideoque*

$\varepsilon\alpha^2 + \alpha\zeta^2 = \varepsilon\zeta^2 + 2\,\alpha\zeta^2 + 2\,\varepsilon\zeta\cdot\alpha\zeta$, *id est*

$= \varepsilon\zeta^2 + 2\,\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta$, *est igitur*

$2\,\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta = \varepsilon\delta^2 + \gamma\delta^2 + \beta\gamma^2 + \beta\zeta^2 - \varepsilon\zeta^2$. Sed est (*propter elem. l. c. et communi addito* $\gamma\delta^2$)

$\varepsilon\delta^2 + \gamma\delta^2 = \varepsilon\gamma^2 + 2\,\varepsilon\delta\cdot\delta\gamma$, *itemque* (*communi addito* $\beta\zeta^2$)

$\beta\gamma^2 + \beta\zeta^2 = \gamma\zeta^2 + 2\,\gamma\beta\cdot\beta\zeta$, *et primo demonstratum est* $\varepsilon\zeta^2 = \varepsilon\gamma^2 + \gamma\zeta^2$; ergo *subtractione facta* restat

$2\,\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta = 2\,\varepsilon\delta\cdot\delta\gamma + 2\,\gamma\beta\cdot\beta\zeta$, itaque

$\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta = \varepsilon\delta\cdot\delta\gamma + \gamma\beta\cdot\beta\zeta$, q. e. d.

II. *Sit* parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$, et *inter productas* $\gamma\beta$ $\gamma\delta$ ducatur *quaevis* recta $\zeta\alpha\varepsilon$; dico esse (*perinde ac supra*) $\varepsilon\delta\cdot\delta\gamma + \gamma\beta\cdot\beta\zeta = \varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta$. Prop. 222

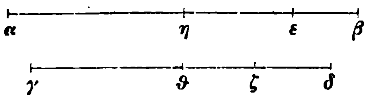
Quoniam enim est $\varepsilon\zeta^2 = \varepsilon\gamma^2 + \gamma\zeta^2$, et

$\varepsilon\alpha^2 + \alpha\zeta^2 = \varepsilon\delta^2 + \delta\gamma^2 + \gamma\beta^2 + \beta\zeta^2$; ergo *similiter ac supra demonstratur* esse

$2\,\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta = 2\,\varepsilon\delta\cdot\delta\gamma + 2\,\gamma\beta\cdot\beta\zeta$, itaque

$\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta = \varepsilon\delta\cdot\delta\gamma + \gamma\beta\cdot\beta\zeta$.

III. Sit $\alpha\beta > \gamma\delta$, et $\alpha\varepsilon\cdot\varepsilon\beta = \gamma\zeta\cdot\zeta\delta$, sintque maiora segmenta $\alpha\varepsilon$ $\gamma\zeta$; dico esse $\alpha\varepsilon > \gamma\zeta$. Prop. 223



Bifariam secentur totae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ in punctis η ϑ; est igitur $\eta\beta > \vartheta\delta$, itaque etiam

---

23. 24. *ἴσονη τῇ ὑπὸ $\overline{AEB}$ γωνία τῆι ὑπὸ $\overline{\Gamma Z\Delta}$* A(B), *ἴσον ἡ ὑπὸ* cet. cod. *Co*, *ἴση ἡ ὑπὸ* cet. Paris. 2368, *ἴση ῇ ἡ ὑπὸ* cet. S, corr. *Co* 24. *μείζω* B[s]S, *μείζων* A, *μείζονα Ha* *τμήματα τὰ* BS, *τμήματα αἱ* A[s] *Ha* 26. *αἱ ὅλαι αἱ* ABS, corr. *Ha* *τοῖς $\overline{H\Theta}$* A, distinx. BS 27. *τῆς $\overline{\Delta E}$ ὥστε καὶ τὰ* ABS, corr. *Co*

ἀπὸ ΗΒ μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΔΘ τετραγώνου. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΕΒ ἴσον τῷ ὑπὸ ΓΖΔ· καὶ τὸ ἀπὸ ΗΕ ἄρα μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἀπὸ ΘΖ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΕ τῆς ΘΖ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΔΗ μείζων τῆς ΓΘ· ὅλη ἄρα ἡ ΔΕ ὅλης τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν.

301 δʹ. Ἴσον τὸ ὑπὸ ΔΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ, ἴσων οὐσῶν τῶν ΔΒ ΓΔ· ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ ΔΕ ΓΖ ἴσα ἐστίν. (τὸ δ' ἐφεξῆς· τετμήσθωσαν γὰρ αἱ ΔΒ ΓΔ δίχα τοῖς Η Θ: ∼)

302 εʹ. Ἔστω μὲν μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΕ τῆς ΔΖ, οὔσης μείζονος τῆς μὲν ΑΒ τῆς ΒΕ, τῆς δὲ ΓΔ τῆς ΔΖ· ὅτι ἡ τῶν ΑΒ ΒΕ ὑπεροχὴ μείζων ἐστὶν τῆς τῶν ΓΔ ΔΖ ὑπεροχῆς.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, καὶ ἡ τῶν ΑΒ ΒΕ ὑπεροχὴ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς τῶν ΓΔ ΕΒ ὑπεροχῆς. ἀλλὰ ἡ τῶν ΓΔ ΕΒ μείζων ἐστὶν τῆς τῶν ΓΔ ΔΖ ὑπεροχῆς (ἐλάσσων γάρ ἐστιν ἡ ΕΒ τῆς ΔΖ), ὥστε ἡ τῶν ΑΒ ΒΕ ὑπεροχὴ πολλῷ μείζων ἐστὶν τῆς τῶν ΓΔ ΔΖ ὑπεροχῆς.

303 ϛʹ. Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΖ τετραπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΔΕ.

Ἐπεὶ γὰρ διπλῆ ἐστιν ἡ ΓΑ τῆς ΑΒ, κοινὸν ὕψος ἡ ΔΕ τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΑ ΔΕ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΔΕ. πάλιν ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ, κοινὸν ὕψος ἡ ΑΓ τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΓ ΔΖ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΓ ΔΕ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΔΕ διπλάσιόν ἐστιν· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΓ ΔΖ τετραπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ ΑΒ ΔΕ.

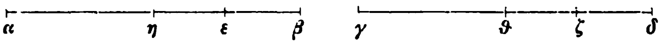
304 ζʹ. Ἔστω ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘΖ.

---

1. ἀπὸ $\overline{ΗΒ}$ AB, ἀπὸ $\overline{ηε}$ S cod. *Co*   μείζων A, μείζω BS, corr. *Co*   δὲ καὶ] δὲ καθ' υπόθεσιν coni. *Hu*   3. μεῖζον ἄρα A, corr. BS   τῆς ΘΖ *Ha* auctore *Co* pro τῆς $\overline{ΘΔ}$ ἔστι A[s]S (ἐστὶ B[s])
6. δʹ add. BS   7. ἴσα add. *Co*   7. 8. τὸ δεφης τμήματα γὰρ τῶι $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΓΔ}$ διχὰ τοῖς $\overline{ΗΘ}$: ∼ A, τὸ δ' ἐφ' ἧς τμήματα γὰρ τὰ $\overline{αβ}$ $\overline{γδ}$ δίχα τοῖς $\overline{η}$ $\overline{ϑ}$ B et similiter S, τετμήσθωσαν corr. *Co*, τὸ δ' ἐφεξῆς

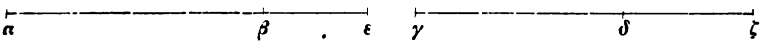
$\eta\beta^2 > \vartheta\delta^2$, *id est propter elem.* 2, 5
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta + \eta\varepsilon^2 > \gamma\zeta \cdot \zeta\delta + \vartheta\zeta^2$. Et *ex hypothesi* est
$\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$; ergo est
$\eta\varepsilon^2 > \vartheta\zeta^2$, itaque $\eta\varepsilon > \vartheta\zeta$. Sed est etiam $\alpha\eta > \gamma\vartheta$; ergo
$\alpha\eta + \eta\varepsilon > \gamma\vartheta + \vartheta\zeta$, *id est* $\alpha\varepsilon > \gamma\zeta$.

IV. Sit $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\beta = \gamma\zeta \cdot \zeta\delta$, **et aequales** $\alpha\beta$ $\gamma\delta$; **dico maiora** segmenta $\alpha\varepsilon$ $\gamma\zeta$ aequalia esse. Prop. 224



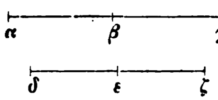
Nam bifariam secentur $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ in punctis η ϑ et cet.

V. Sit $\alpha\beta > \gamma\delta$, et $\beta\varepsilon < \delta\zeta$, atque $\alpha\beta > \beta\varepsilon$, et $\gamma\delta > \delta\zeta$; dico esse $\alpha\beta - \beta\varepsilon > \gamma\delta - \delta\zeta$. Prop. 225



Quoniam enim est $\alpha\beta > \gamma\delta$, est etiam $\alpha\beta - \beta\varepsilon > \gamma\delta - \beta\varepsilon$. Sed est $\gamma\delta - \beta\varepsilon > \gamma\delta - \delta\zeta$ (est enim $\beta\varepsilon < \delta\zeta$); ergo multo maior est differentia $\alpha\beta - \beta\varepsilon$ quam $\gamma\delta - \delta\zeta$.

VI. Sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$; dico esse $\alpha\gamma \cdot \delta\zeta = 4\,\alpha\beta \cdot \delta\varepsilon$. Prop. 226



Quoniam enim est $\alpha\gamma = 2\,\alpha\beta$, facta multiplicatione per $\delta\varepsilon$ est $\alpha\gamma \cdot \delta\varepsilon = 2\,\alpha\beta \cdot \delta\varepsilon$. Rursus quia $\delta\zeta = 2\,\delta\varepsilon$, facta multiplicatione per $\alpha\gamma$ est $\alpha\gamma \cdot \delta\zeta = 2\,\alpha\gamma \cdot \delta\varepsilon$. Sed est $\alpha\gamma \cdot \delta\varepsilon = 2\,\alpha\beta \cdot \delta\varepsilon$; ergo $\alpha\gamma \cdot \delta\zeta = 4\,\alpha\beta \cdot \delta\varepsilon$.

VII. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, et $\alpha\beta : \beta\eta = \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$; dico fieri $\alpha\beta \cdot \beta\eta : \alpha\eta \cdot \eta\gamma = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta : \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta$. Prop. 227

Hu, pro quibus *καὶ τὰ ἐφεξῆς* in fine add. *Ha* 9. *ε′* add. BS 13. 14. *ἡ ΑΒ — μείζων ἐστὶν* add. *Hu* auctore *Co*, qui sic dedit: *ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, μείζων ἄρα* (*ἔσται* add. *Ha*) *ἡ τῶν ΑΒ ΒΕ ὑπεροχὴ* cet. 15. *τῶν* $\overline{ΓΔΕΒ}$ A, distinx. BS 16. *γάρ* A^{s}S, *ἄρα* B 18. *ς′* add. BS *η δὲ* $\overline{δε}$ *τῇ* $\overline{δζ}$ S, *ἡ δὲ ΔΚ τῇ ΚΖ Ha* et sic idem toto hoc lemmate *K* ponit pro *E* *δὲ* om. A, add. BS 19. *ὑπὸ* $\overline{ΑΓΔΖ}$ A, distinx. BS 22. *τῆς ΔΕ Ge* auctore *Co* pro *τῆς* $\overline{ΖΕ}$ 24. *ἀλλὰ τὸ ὑπὸ* $\overline{ΑΓ}$ $\overline{ΔΖ}$ *τοῦ ὑπὸ* $\overline{ΑΓ}$ $\overline{ΔΕ}$ ABS, corr. *Co* 24. 25. *διπλάσιόν ἐστιν* add. *Hu* auctore *Co*, reliqua ipse *Co* 26. *ζ′* add. BS *η ΔΕ*] *ἡ ΔΚ Ha* et sic toto hoc lemmate *K* pro *E* 28. 29. *τῶν* $\overline{ΑΗΒ}$ *πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν* $\overline{ΑΒΓ}$ ABS, corr. *Co* 29. 30. *τῶν ΔΘΖ Co*, *τῶν* $\overline{ΔΕΖ}$ ABS, *τῶν ΖΘΔ Ha*

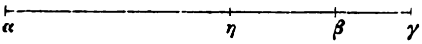
Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ, ἀναστρέψαντί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΘ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΘ. ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΕ. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΘ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΔΘ, καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπό, οὕτως τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπό. ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΒΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘΖ.

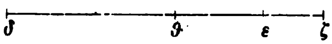
305 *η'. Ἔστω δοθέντα* συναμφότερα *τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, καὶ δοθεῖσα ἡ τῶν ἀπὸ ΑΒ ΒΓ ὑπεροχή· ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΑΒ ΒΓ.*

Κείσθω γὰρ τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΒΔ· δοθὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑΔ (ὑπεροχὴ γάρ ἐστιν τῶν ἀπὸ ΑΒ ΒΓ τετραγώνων). ἀλλὰ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑΔ δοθέν ἐστιν (ἐπεὶ καὶ τὸ ὑπὸ ΓΑΔ δοθέν ἐστιν)· δοθὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΑ ΑΔ, ὥστε δοθεῖσά ἐστι

---

4. *ἀπὸ ΕΘ* (ante *ἀλλὰ*) ABS, corr. *Ha* auctore *Co* 5. *ὑπὸ* B, *ἀπὸ* A^{s}S 6. *ὑπὸ* (ante *ΔΕΘ*) A, *ἀπὸ* B^{s}S cod. *Co* 7. *πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ* ABS, corr. *Co* 9. *καὶ συνθέντι Ha* pro *συνθέντι καὶ πρὸς ΑΒ* A^{s}S, *πρὸς τὴν αβ* B 11. *οὕτως ἡ ΕΔ Ge* auctore *Co* pro *οὕτως ἡ ΕΑ* 12. *πρὸς ΑΗ Ha* auctore *Co* pro *πρὸς ΔΗ* 13. 14. *καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ πρὸς τὸ ἀπὸ* ABS, corr. *Co*, idem formulam a scriptore breviter adumbratam sic explevit: *καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΓΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΖΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ* 15. *ἀπὸ ΔΘ Ha* auctore *Co* pro *ἀπὸ ΔΕ* 17. *πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕΖ* AB, *ὑπὸ* corr. S, *ΔΘΖ Co* 18. *η'* add. BS *συναμφότερα* add. *Ha* auctore *Co* 19. *καὶ δοθέντα ἡ* AB, corr. S 21. *ἄρα Co* pro *ὅτι ἄρα* 21. 22. *καὶ*





Quoniam enim est $\alpha\beta : \beta\eta = \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$, convertendo est $\alpha\beta : \alpha\eta = \delta\varepsilon : \delta\vartheta$, itaque etiam

$\alpha\beta^2 : \alpha\eta^2 = \delta\varepsilon^2 : \delta\vartheta^2$. Sed est etiam

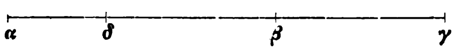
$\alpha\beta^2 : \alpha\beta \cdot \beta\eta = \delta\varepsilon^2 : \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$; ergo etiam

$\alpha\eta^2 : \alpha\beta \cdot \beta\eta = \delta\vartheta^2 : \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta$. Sed quia ex hypothesi est $\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, e contrario et componendo est $\alpha\gamma : \alpha\beta = \delta\zeta : \delta\varepsilon$. Sed est etiam $\alpha\beta : \alpha\eta = \varepsilon\delta : \delta\vartheta$; ex aequali igitur est $\alpha\gamma : \alpha\eta = \delta\zeta : \delta\vartheta$; itaque *dirimendo* $\eta\gamma : \alpha\eta = \vartheta\zeta : \delta\vartheta$; ergo etiam multiplicando

$\alpha\eta \cdot \eta\gamma : \alpha\eta^2 = \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta : \delta\vartheta^2$; ergo etiam

$\alpha\beta \cdot \beta\eta : \alpha\eta \cdot \eta\gamma = \delta\varepsilon \cdot \varepsilon\vartheta : \delta\vartheta \cdot \vartheta\zeta$.

VIII. Sit data et summa et differentia quadratorum ex $\alpha\beta$ $\beta\gamma$; dico ipsas $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ datas esse. Prop. 228

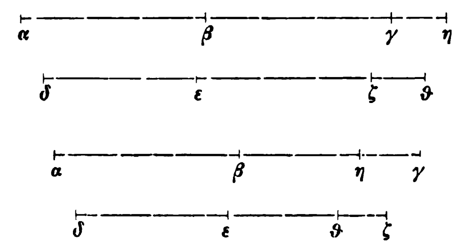


Puta iam inventas esse $\alpha\beta$ $\beta\gamma$; ac ponatur $\beta\delta = \beta\gamma$; ergo datum est $\alpha\gamma \cdot \alpha\delta$ (est enim *propter elem.* 2, 6 aequale *datae* differentiae $\alpha\beta^2 - \beta\gamma^2$). Sed datum est etiam duplum, *scilicet* $2\,\alpha\gamma \cdot \alpha\delta$, *cui addatur data summa* $\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$ *duplicata, id est* $\alpha\gamma^2 + \alpha\delta^2$*). *Sed propter elem.* 2, 4 est $\alpha\gamma^2 + \alpha\delta^2 + 2\,\alpha\gamma \cdot \alpha\delta = (\alpha\gamma + \alpha\delta)^2$; ergo datum est $(\alpha\gamma + \alpha\delta)^2$,

*) Sic demonstrationem a Graeco scriptore brevissime contractam et ne ab Halleio quidem, ut videtur, satis illustratam explevimus. Nimirum est data summa $\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$; ergo etiam dupla; et propter elem. 2, 10 est $2(\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2) = \alpha\gamma^2 + \alpha\delta^2$.

τὰ ἀπὸ τῶν ΓΑΔ ABS, corr. *Co*   22. 23. verba ὑπεροχὴ — τετραγώνων, quae in ABS post δοθέν ἐστιν (vs. 24) leguntur, huc transposuit *Ha*   25. ἀπὸ add. *Ha*   συναμφότερον ABS, συναμφοτέρας *Ha*, corr. *Hu*   δοθέν ἐστι ABS, corr. *Ha* συναμφότερος ἡ ΓΑ ΑΔ. καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΒΑ· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΑ, ὥστε καὶ ἡ ΒΓ δοθεῖσά ἐστιν.

306 θ'. Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ, ἔτι δὲ ἔστω ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ· ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖΘ.



Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΔ, ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἔσται ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘΕ. ἀλλὰ καὶ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΖ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖΘ· ἔσται ἄρα δι' ἴσου ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖΘ.

307 ι'. Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΒΕ· ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση μέν ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΕ, ἡ ΓΔ ἄρα μείζων ἐστὶν τῆς ΑΕ, ὥστε καὶ ἡ ΓΕ μείζων ἐστὶν τῆς ΑΔ. ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΔΒ τοῦ ὑπὸ ΓΕΒ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ τοῦ ὑπὸ ΒΑΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΓΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΑΕ.

---

1. συναμφοτέρου ABS, συναμφοτέρα *Ha*, corr. *Hu* ἡμίσεια δύο αἱ ΒΑ ABS, corr. *Co* 3. Θ A rec. in marg. (BS), eadem manus recentior proximos numeros initiis lemmatum in A addidit . ἴση add. S τῇ ΒΓ A rec. in marg. (B), τῇ ΓΔ A[1] (S cod. *Co*) ἡ δὲ ΔΚ τῇ ΚΖ et sic ubique *K* pro *E* *Ha* in hoc et proximo lemmate 4. οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς ΕΖ ABS, corr. *Co* 16. ὑπὸ (ante ΔΘΕ) B[a]S,

itaque etiam recta $\alpha\gamma + \alpha\delta$ data est. Et est $\alpha\beta = \frac{1}{2}(\alpha\gamma + \alpha\delta)$; ergo data est $\alpha\beta$, itaque etiam $\beta\gamma$ data est (*nam datâ* $\alpha\beta$ *datum etiam* $\alpha\beta^2$; *et est data summa* $\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$; *itaque etiam* $\beta\gamma^2$ *datum, et data ipsa* $\beta\gamma$).

IX. Sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$, atque $\gamma\beta : \beta\eta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$; Prop 229
dico esse $\alpha\eta \cdot \eta\beta : \beta\gamma \cdot \gamma\eta = \delta\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$.

Quoniam enim *ex hypothesi* est et

$\gamma\beta : \beta\eta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$, et

$\gamma\beta : \beta\alpha = \zeta\varepsilon : \varepsilon\delta$, *ex aequali igitur est*

$\beta\alpha : \beta\eta = \varepsilon\delta : \varepsilon\vartheta$, *et componendo*

$\alpha\eta : \eta\beta = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$; ergo etiam

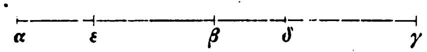
$\alpha\eta^2 : \alpha\eta \cdot \eta\beta = \delta\vartheta^2 : \delta\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon$. Sed *quia* (*ut modo demonstravimus*) *est* $\alpha\eta : \eta\beta = \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$, *et* (*ex hypothesi*) $\eta\beta : \beta\gamma = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, *ex aequali igitur est* $\alpha\eta : \beta\gamma = \delta\vartheta : \varepsilon\zeta$; *ergo* etiam

$\alpha\eta^2 : \beta\gamma^2 = \delta\vartheta^2 : \varepsilon\zeta^2$. Sed *quia ex hypothesi est* $\beta\gamma : \beta\eta = \varepsilon\zeta : \varepsilon\vartheta$, *est igitur* (*in priore casu e contrario et dirimendo et rursus e contrario, in altero casu convertendo*) $\beta\gamma : \gamma\eta = \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$; *ergo etiam*

$\beta\gamma^2 : \beta\gamma \cdot \gamma\eta = \varepsilon\zeta^2 : \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$; ergo ex aequali erit

$\alpha\eta \cdot \eta\beta : \beta\gamma \cdot \gamma\eta = \delta\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$.

X. Sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\beta\delta < \beta\varepsilon$; dico esse $\frac{\alpha\delta \cdot \delta\beta}{\beta\gamma \cdot \gamma\delta} < \frac{\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta}{\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}$. Prop. 230



Quoniam enim est $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\beta\delta < \beta\varepsilon$, est igitur $\gamma\delta > \alpha\varepsilon$, itaque etiam $\gamma\varepsilon > \alpha\delta$; ergo est

$\alpha\delta \cdot \delta\beta < \gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta$, et

$\beta\gamma \cdot \gamma\delta > \beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon$; ergo est (*elem. 5, 8*)

$$\frac{\alpha\delta \cdot \delta\beta}{\beta\gamma \cdot \gamma\delta} < \frac{\gamma\varepsilon \cdot \varepsilon\beta}{\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}.$$

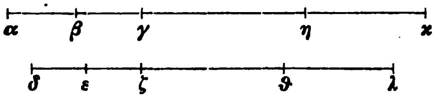
ἀπὸ A 22. *BE* — πρὸς τὸ ὑπὸ add. *Co* 27. ἐλάσσων A, corr. BS ἐστὶ A³BS 29. ὑπὸ *AΔB Co* pro ὑπὸ $\overline{\Delta AB}$

308 ια΄. Ἔστω δὲ νῦν τὸ τοῖς προηγουμένοις ἀναστρόφιον δεῖξαι. οὔσης ἴσης τῆς μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, τῆς δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ, ἔστω ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΘΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖΘ· δεῖξαι ὅτι γίνεται ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ.

Κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ ΑΗΒ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΗ ΑΚ, τῷ δὲ ὑπὸ ΔΘΕ ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΘ ΔΑ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΑΚ ΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ΑΚ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΔΑ ΖΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖΘ, τουτέστιν ἡ ΔΑ πρὸς ΕΖ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΕ πρὸς ΕΔ· αἱ ΑΚ ΒΓ ΒΚ ἄρα ταῖς ΔΑ ΕΖ ΕΑ ὁμοταγεῖς εἰσιν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ [τουτέστιν ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς ΖΕ]. ἐπεὶ δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΓΗ, ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΗΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΗΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΒΓ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. διὰ ταῦτα δὴ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ, οὕτως ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ διὰ τὴν ἀναλογίαν τῶν ὁμοταγῶν τμημάτων· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ. καὶ ἔστιν τὰ αὐτὰ

1. ἀναστρεφειν A(BS), ἀντίστροφον *Ha*, corr. *Hu* 3. ἔστω *Hu* pro καὶ ἔτι τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς bis scripta in A 6. τῶι μὲν — τὸ ὑπὸ AB, τὸ μὲν — τῷ ὑπὸ S cod. *Co* 7. post ΔΘΕ ἴσον add. ἐστὶν A(BS), ἔστω *Ha*, del. *Hu* ὑπὸ ΖΘ ΔΑ *Ha* auctore *Co*, ὑπὸ ΖΘΔ AB, ὑπὸ ζδϑ S 7. 8. ὑπὸ ΑΚ ΓΗ *Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ ΑΚ ΓΖ 9. 10. ὑπὸ ΔΑ ΖΘ et ἡ ΔΑ *Ha* auctore *Co* pro ὑπὸ ΔΑ ΖΘ et ἡ ΔΑ 11. αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΚ ἄρα ταῖς ΔΕ ΕΖ ΖΑ ABS, corr. *Hu* 12. 13. τουτέστιν — πρὸς ΖΕ ABS, del. *Hu*, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΚ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ *Ha* 14. τῶν ΑΚΓΗ A, distinx. BS 14. 15. ἀμφοτέρων ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΚΒ ABS, corr. *Co* 15. 16. τῶν ΒΑΗΚ ἴσον A(BS), τῶν ΒΗ ΚΚ ἴσον *Co*, τῶν ΗΚ ΗΒ ἴσον *Ha*, corr. *Hu* 16. 17. ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚΒΓ A, distinx. BS

XI. Iam vero propositum sit conversionem lemmatis superioris (*noni*) demonstrare. Sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$, atque $\alpha\eta \cdot \eta\beta : \beta\gamma \cdot \gamma\eta = \delta\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$; demonstretur fieri Prop. 231



$\gamma\beta : \beta\eta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$.

Ponatur[1]) $\gamma\eta \cdot \alpha\varkappa = \alpha\eta \cdot \eta\beta$, et $\zeta\vartheta \cdot \delta\lambda = \delta\vartheta \cdot \vartheta\varepsilon$; est igitur

$\gamma\eta \cdot \alpha\varkappa : \beta\gamma \cdot \gamma\eta = \zeta\vartheta \cdot \delta\lambda : \varepsilon\zeta \cdot \zeta\vartheta$, id est

$\alpha\varkappa : \beta\gamma = \delta\lambda : \varepsilon\zeta$. Sed *ex hypothesi* est etiam $\beta\gamma : \alpha\beta = \varepsilon\zeta : \delta\varepsilon$; *ergo ex aequali* $\alpha\varkappa : \alpha\beta = \delta\lambda : \delta\varepsilon$, *id est convertendo*

$\alpha\varkappa : \beta\varkappa = \delta\lambda : \varepsilon\lambda$; ergo, *quoniam ex aequali est* $\beta\gamma : \beta\varkappa = \varepsilon\zeta : \varepsilon\lambda$, ὁμοταγεῖς in eadem proportione sunt

$\alpha\varkappa : \beta\gamma : \beta\varkappa = \delta\lambda : \varepsilon\zeta : \varepsilon\lambda$.

Sed quoniam *ex constructione* est

$\alpha\eta \cdot \eta\beta = \alpha\varkappa \cdot \gamma\eta$, utrumque auferatur ab $\alpha\varkappa \cdot \eta\beta$; restat igitur

$\eta\varkappa \cdot \eta\beta = \alpha\varkappa \cdot \beta\gamma$; ergo est $\frac{\alpha\varkappa \cdot \beta\gamma}{\beta\varkappa^2} = \frac{\beta\eta \cdot \eta\varkappa}{\beta\varkappa^2}$. Eadem ratione est $\frac{\delta\lambda \cdot \varepsilon\zeta}{\varepsilon\lambda^2} = \frac{\varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\lambda}{\varepsilon\lambda^2}$. Et est propter proportionem **τῶν ὁμοταγῶν τμημάτων**, *quam modo demonstravimus*[2]), $\frac{\alpha\varkappa \cdot \beta\gamma}{\beta\varkappa^2} = \frac{\delta\lambda \cdot \varepsilon\zeta}{\varepsilon\lambda^2}$; ergo etiam

$\frac{\beta\eta \cdot \eta\varkappa}{\beta\varkappa^2} = \frac{\varepsilon\vartheta \cdot \vartheta\lambda}{\varepsilon\lambda^2}$. Et sunt eadem segmenta[3]) $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$; est igitur

1) Vide append.

2) Quoniam enim est $\alpha\varkappa : \beta\varkappa = \delta\lambda : \varepsilon\lambda$, et $\beta\gamma : \beta\varkappa = \varepsilon\zeta : \varepsilon\lambda$, multiplicando fit $\frac{\alpha\varkappa \cdot \beta\gamma}{\beta\varkappa^2} = \frac{\delta\lambda \cdot \varepsilon\zeta}{\varepsilon\lambda^2}$.

3) "Eadem segmenta" dicuntur $\beta\eta$ $\varepsilon\vartheta$, quia est $\beta\eta = \beta\varkappa - \eta\varkappa$, et $\varepsilon\vartheta = \varepsilon\lambda - \vartheta\lambda$, id est $\eta\varkappa = \beta\varkappa - \beta\eta$, et $\vartheta\lambda = \varepsilon\lambda - \varepsilon\vartheta$; ergo scriptor ex aequatione $\frac{\beta\eta\,(\beta\varkappa - \beta\eta)}{\beta\varkappa^2} = \frac{\varepsilon\vartheta\,(\varepsilon\lambda - \varepsilon\vartheta)}{\varepsilon\lambda^2}$ efficit esse $\frac{\beta\varkappa}{\beta\eta} = \frac{\varepsilon\lambda}{\varepsilon\vartheta}$.

18. *διὰ ταῦτα* A²BS, corr. *Hu* 18. 19. *τῶν* $\overline{A\Lambda}$ $\overline{EZ}$ ABS, corr. *Co*
22. *τῶν ὁμοιοτάτων* ABS, *similium Co*, *τῶν ὁμοιοταγῶν Ha*, corr. *Hu*
24. *τὸ ἀπὸ* $\overline{E\Theta\Lambda}$ *πρὸς τὸ ἀπὸ* $\overline{\Lambda E}$ ABS, corr. *Co*

τμήματα τὰ ΒΗ ΕΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΛΕ πρὸς ΕΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ.

309 ιβʹ. Ἔστω ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ, ἔτι δὲ ἡ ΒΓ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΘ· ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΕΖ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσω.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς ΖΘ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζω· ὥστε καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΘ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζω· καὶ ἡ ΗΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΔ πρὸς ΔΕ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσω. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· δι' ἴσου ἄρα ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΕΖ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσω.

310 ιγʹ. Ἔστω πάλιν ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ, ἔτι δὲ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΒ μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ· ὅτι καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΘ.

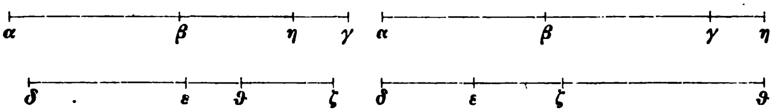
Ἐπεὶ γὰρ κατὰ ἀναστροφὴν καὶ διαίρεσιν ἡ ΗΒ πρὸς

---

1. τὰ ΒΗΕΘ A, distinx. BS 1. 2. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΒΛ οὕτως ἡ ΛΕ πρὸς ΕΘ ABS, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς ΕΛ *Co*, corr. *Ha* 2. 3. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΒ πρὸς ΒΓ οὕτως ἐστὶν ἡ ΘΕ πρὸς ΕΖ ABS, corr. *Hu*, ἀλλ' ἐδείχθη ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΚ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΛ· δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΒΗ οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ *Ha* 4. cap. 309—311 edidit M. Meibomius, dialogi de proportionibus pag. 154—156 (Hafniae 1655) ἴση add. *Co* ἡ δὲ ΔΚ τῇ ΚΖ *Ha* et sic ubique *K* pro *E* in hoc et proximo lemmate 5. πρὸς ΓΗ] πρὸς τὴν ΓΗ Meibomius suo ingenio, nullius codicis auctoritate; et sic etiam posthac articulos addidit 6. τῆς πρώτης BS, τῆς ΕΛ A 6. 7. πρὸς τὴν ΒΓ *Co* pro πρὸς τὴν ΗΓ 8. ἐλάσσων AB, corr. S, item vs. 16 et 20 10. 11. ἡ ΕΖ —

$\beta\varkappa : \beta\eta = \varepsilon\lambda : \varepsilon\vartheta$. *Et demonstravimus esse*
$\beta\varkappa : \beta\gamma = \varepsilon\lambda : \varepsilon\zeta$; ergo *ex aequali* est
$\gamma\beta : \beta\eta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$.

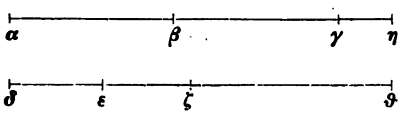
XII. Sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$, atque $\beta\gamma : \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$; dico esse in priore casu $\alpha\eta : \beta\gamma > \delta\vartheta : \varepsilon\zeta$, in altero $\alpha\eta : \beta\gamma < \delta\vartheta : \varepsilon\zeta$. Prop. 232



Quoniam enim est $\beta\gamma : \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$, in priore casu est $\beta\gamma : \beta\eta < \varepsilon\zeta : \varepsilon\vartheta$, itaque etiam $\alpha\beta : \beta\eta < \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$; ergo est [1]
$\alpha\beta : \alpha\beta + \beta\eta < \delta\varepsilon : \delta\varepsilon + \varepsilon\vartheta$, *id est*
$\alpha\eta : \alpha\beta > \delta\vartheta : \delta\varepsilon$. Et *ex hypothesi* est
$\alpha\beta : \beta\gamma = \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$; ex aequali igitur
$\alpha\eta : \beta\gamma > \delta\vartheta : \varepsilon\zeta$.

In altero casu, quia est $\beta\gamma : \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$, est *etiam*
$\beta\gamma : \beta\gamma + \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \varepsilon\zeta + \zeta\vartheta$, *id est*
$\beta\gamma : \beta\eta > \varepsilon\zeta : \varepsilon\vartheta$, itaque etiam
$\alpha\beta : \beta\eta > \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$; ergo est *similiter ac supra*
$\alpha\eta : \alpha\beta < \delta\vartheta : \delta\varepsilon$, itaque *perinde ac supra*
$\alpha\eta : \beta\gamma < \delta\vartheta : \varepsilon\zeta$.

XIII. Sit rursus $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$, atque $\alpha\eta : \eta\beta > \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$; dico esse etiam $\beta\gamma : \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$*). Prop. 233



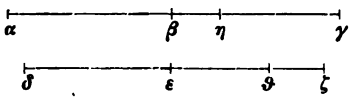
Quoniam enim est $\alpha\eta : \eta\beta > \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$, et convertendo (*VII prop. 6*)

1) Conf. libri VII propos. 3.
*) Vide append.

ἔχει ἤπερ add. *Co* 11. τῆς δευτέρας BS, τῆς $\overline{B}$ A 12. μείζων AB, corr. S, item vs. 14 14. καὶ ἡ *HΔ Ha* auctore *Co* pro καὶ ἡ $\overline{H\Delta}$ 17. post ἄρα add. ἐστὶν ABS, del. *Ha* auctore *Co* 21. μείζονα *Hu* pro ἐλάσσονα (conf. append.) 22. 23. ἤπερ ἡ *ΔΘ Ha* auctore *Co* pro ἤπερ ἡ $\overline{\Delta E}$ 25. κατ' ἀναστροφὴν Meibom.

τὴν ΒΑ, τουτέστιν τὴν ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΔ, τουτέστιν πρὸς τὴν ΕΖ, ἀναστρέψαντι καὶ διελόντι ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΘ.

311 *ιδʹ. Ἴση ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΖ, καὶ ἔτι ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΒ μείζονα λόγον ἐχέτω ἤπερ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ· ὅτι ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΖ.*



Ἐπεὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν ἡ ΑΒ, τουτέστιν ἡ ΒΓ, πρὸς τὴν ΒΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔΕ, τουτέστιν ἡ ΕΖ, πρὸς τὴν ΕΘ, ἀναστρέψαντι καὶ κατὰ διαίρεσιν ἡ ΒΗ πρὸς τὴν ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΖ.

Εἰς τοὺς πρὸς ἐπιφανείᾳ.

312 *αʹ. Ἐὰν ᾖ εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ παρὰ θέσει ἡ ΓΔ, καὶ ᾖ λόγος τοῦ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ, τὸ Γ ἅπτεται κωνικῆς γραμμῆς. ἐὰν οὖν ἡ μὲν ΑΒ στερηθῇ τῆς θέσεως, καὶ τὰ Α Β στερηθῇ τοῦ δοθέντος εἶναι, γένηται δὲ πρὸς θέσει εὐθεῖα ταῖς ΑΕ ΕΒ, τὸ Γ μετεωρισθὲν γίνεται πρὸς θέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐδείχθη.*

βʹ. Ἐὰν ᾖ θέσει εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ δοθὲν τὸ Γ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ διαχθῇ ἡ ΔΓ, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ

---

1. *τουτέστι πρὸς τὴν ΕΓ* Meibom. *ἐλάσσονα Hu* pro *μείζονα* 5. *Ἴση* BS, *Ἔστω ἴση* A[s] Meibom. *Ha* *ἡ μὲν* AB, *μὲν ἡ* S Meibom. *ἔτι* non satis expressum est in A ac simile formae *ἐστιν* 7. *ἐλάσσονα Co Ha, μείζονα* ABS Meibom. 7. 8. *ἤπερ ἡ ΕΘ Ha* pro *ἤπερ ἡ* $\overline{EB}$ 13. *καὶ* add. *Ha* auctore *Co* 14. *ἐλάσσονα*] *μείζονα* Meibom. suo ingenio 16. quae hinc usque ad exitum libri VII sequuntur aliena sunt a consilio eius scriptoris qui praefationem huius libri composuit: vide supra cap. 3 *τοὺς* (scil. *τόπους*) *Ge* pro *τὰς ἐπιφάνειαν* ABS, corr. *Hu* 17. *αʹ* add. BS *ᾖ* ante *εὐθεῖα* add. *Hu* *παραθέσει* ABS, distinx. *Hu* 20. *τὰ* $\overline{AB}$ A, distinx. BS, *ἑκάτερον τῶν Α Β Hu* 20. 21. *προσθέσει* ABS, distinx. *Hu*, item vs. 21. 22 23. *βʹ* add. BS 24. *πρὸς ὀρθὰς Hu* coll. p. 1012, 26 pro *παραθέσει*

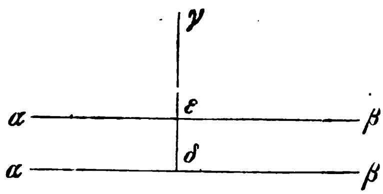
$\alpha\eta : \alpha\beta < \delta\vartheta : \delta\varepsilon$, et dirimendo [1])
$\beta\eta : \alpha\beta < \varepsilon\vartheta : \delta\varepsilon$, id est
$\beta\eta : \beta\gamma < \varepsilon\vartheta : \varepsilon\zeta$, est *igitur* convertendo (*VII propos. 6*)
$\beta\eta : \gamma\eta > \varepsilon\vartheta : \zeta\vartheta$, et dirimendo
$\beta\gamma : \gamma\eta > \varepsilon\zeta : \zeta\vartheta$.

XIV. *Sit* $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\delta\varepsilon = \varepsilon\zeta$, atque $\alpha\eta : \eta\beta > \delta\vartheta : \vartheta\varepsilon$; Prop. 234
dico esse $\beta\eta : \eta\gamma < \varepsilon\vartheta : \vartheta\zeta$.

Quoniam enim est
$\alpha\eta : \beta\eta > \delta\vartheta : \varepsilon\vartheta$, *et* dirimendo
$\alpha\beta : \beta\eta > \delta\varepsilon : \varepsilon\vartheta$, id est
$\beta\gamma : \beta\eta > \varepsilon\zeta : \varepsilon\vartheta$, est *igitur* convertendo
$\beta\gamma : \eta\gamma < \varepsilon\zeta : \vartheta\zeta$, et dirimendo
$\beta\eta : \eta\gamma < \varepsilon\vartheta : \vartheta\zeta$.

IN LOCOS AD SUPERFICIEM.

I. Si sit recta $\alpha\beta$, et $\gamma\delta$ parallela *rectae* positione *datae*, Prop. 235
sitque *data* proportio $\alpha\delta \cdot \delta\beta : \delta\gamma^2$, punctum γ tangit conicam lineam. Iam si recta $\alpha\beta$ positione privetur, et puncta α β desinant data esse, fiat autem recta *quaedam* πρὸς θέσει ad $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\beta$, punctum γ sublime elevatum fit πρὸς θέσει superficiei. Hoc autem demonstratum est[2]).



II. Si sit recta $\alpha\beta$ positione *data*, et in eodem plano Prop. 238 *)
datum punctum γ, et ducatur $\delta\gamma$, ac *datae* $\alpha\beta$ perpendicu-

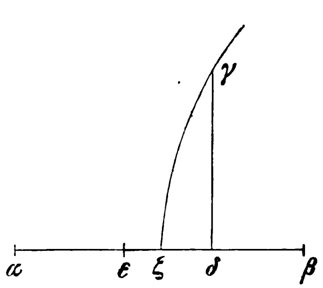
1) Vide append. ad VII propos. 4.

2) Quoniam Euclidis πρὸς ἐπιφανείᾳ τόπων libri, ad quos scriptor provocat, non exstant, Graeca verba sunt obscuriora neque figurae in codicibus traditae ratio satis perspicua. Longiorem demonstrationem supplevit *Co.*

*) Non hanc ipsam propositionem, sed eandem repetitam, quae infra p. 1012 sqq. sequitur, numerat Commandinus. Laudat huius theorematis elegantiam Chasles *Aperçu historique* p. 44 edit. II Paris. (p. 41 versionis German.).

ἡ ΔΕ, λόγος δὲ ἡ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΕ, τὸ Δ ἅπτεται θέσει κωνικῆς τομῆς. δείκνυται δὲ ὅτι γραμμῆς μέρος ποιεῖ τὸν τόπον. δειχθήσεται δὲ οὕτως, προγραφέντος τόπου τοῦδε.

314 γ'. Δύο δοθέντων τῶν Α Β, καὶ ὀρθῆς τῆς ΓΔ, λόγος ἔστω τοῦ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΔ ΔΒ· λέγω ὅτι τὸ Γ ἅπτεται κώνου τομῆς, ἐάν τε ᾖ ὁ λόγος ἴσος πρὸς ἴσον ἢ μείζων πρὸς ἐλάσσονα ἢ ἐλάσσων πρὸς μείζονα.

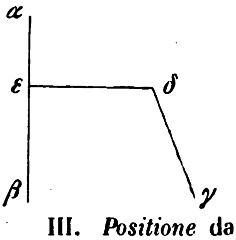


315 Ἔστω γὰρ πρότερον ὁ λόγος ἴσος πρὸς ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῖς ἀπὸ ΓΔ ΔΒ, κείσθω τῇ ΒΔ ἴση ἡ ΔΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΑΕ τῷ ἀπὸ ΔΓ. τετμήσθω δίχα ἡ ΑΒ τῷ Ζ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ. καὶ ἔστιν διπλῆ ἡ ΑΕ τῆς ΖΔ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΒΑΕ τὸ δίς ἐστιν ὑπὸ τῶν ΑΒ ΖΔ. καὶ ἔστιν ἡ διπλῆ τῆς ΑΒ δοθεῖσα· τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΖΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ· τὸ Γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ Ζ.

δ'. Συντεθήσεται δὴ ὁ τόπος οὕτως. ἔστω τὰ δοθέντα Α Β, ὁ δὲ λόγος ἔστω ἴσος πρὸς ἴσον, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα τῷ Ζ, τῆς δὲ ΑΒ διπλῆ ἔστω ἡ Ρ, καὶ θέσει οὔσης εὐθείας τῆς ΖΒ πεπερασμένης κατὰ τὸ Ζ, τῆς δὲ Ρ δεδομένης τῷ μεγέθει, γεγράφθω περὶ ἄξονα τὸν ΖΒ παραβολὴ ἡ ΗΖ, ὥστε, οἷον ἐὰν ἐπ' αὐτῆς σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ Γ, κάθετος δὲ ἀχθῇ ἡ ΓΔ, ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ Ρ ΖΔ

---

1. ἢ *Ge* auctore *Co* pro ἦν   τὸ $\overline{Ε}$ ἅπτεται ABS, corr. *Co*   2. δεικτέον δὲ *Hu*   2. 3. μέρος ποιεῖ τὸν τόπον add. *Ge*   3. τόπου immo τοῦ λήμματος   4. γ' add. BS   τῶν $\overline{ΑΒ}$ A, distinx. BS   5. ΓΔ ΔΒ *Co* pro $\overline{ΓΔΒ}$, item vs. 11 (at distincte $\overline{ΒΔ}$ $\overline{ΔΓ}$ ABS p. 1008, 12)   10. ἀπὸ $\overline{ΑΔ}$ τοῖς bis scripta in A   12. ἐστὶ A[s]BS   15. ἔστιν *Hu* auctore *Co* pro ἔσται   19. ὑπὸ δοθ καὶ τῆς $\overline{ΒΓ}$ ἴσον A, ὑπὸ δοθὲν καὶ τῆς $\overline{βγ}$ BS, corr. *Co*   20. παραβολὴ ἐρχομένη AS, * παραβολῆ



laris ducatur $\delta\varepsilon$, sitque *data* proportio $\gamma\delta : \delta\varepsilon$, punctum δ positione tangit conicam sectionem. Sed demonstrandum est partem lineae locum efficere, quod quidem efficietur hoc praemisso lemmate.

III. *Positione* datis duobus punctis α β, et perpendiculari $\gamma\delta$, sit *data* proportio $\frac{\alpha\delta^2}{\gamma\delta^2 + \delta\beta^2}$; dico punctum γ tangere coni sectionem, sive proportio sit *magnitudinis* aequalis ad aequalem, sive maioris ad minorem, sive minoris ad maiorem (*i. e. sive sit proportio* $= 1$ *sive* $\gtrless 1$). Prop. 236

Sit enim primum proportio aequalis ad aequale; et quia est $\alpha\delta^{2\prime} = \gamma\delta^2 + \delta\beta^2$, ponatur $\delta\varepsilon = \beta\delta$; est igitur *propter elem. 2, 6*

$$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \varepsilon\delta^2 = \alpha\delta^2, \textit{ id est ex hypothesi}$$
$$= \gamma\delta^2 + \delta\beta^2, \textit{ ideoque}$$

$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon = \gamma\delta^2$. Bifariam secetur $\alpha\beta$ puncto ζ; datum igitur est ζ. Estque $\alpha\varepsilon = 2\zeta\delta$ (*quoniam* $\alpha\varepsilon = \alpha\beta - \varepsilon\beta$, *id est* $2\beta\zeta - 2\beta\delta$), itaque

$$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon = 2\beta\alpha \cdot \zeta\delta; \textit{ ergo est}$$
$$2\beta\alpha \cdot \zeta\delta = \gamma\delta^2.$$

Et est data $\alpha\beta$; *ergo etiam* dupla $\alpha\beta$; ergo rectangulum, quod datà et $\zeta\delta$ continetur, aequale est quadrato ex $\gamma\delta$; itaque *propter Apollonii conic. 1, 11* punctum γ positione tangit parabolam per ζ transeuntem.

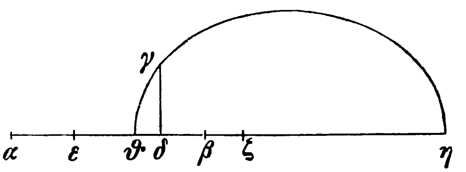
Componetur locus sic. Sint data puncta α β, et *data* proportio sit aequalis ad aequale, et recta $\alpha\beta$ bifariam secetur puncto ζ, et dupla $\alpha\beta$ sit recta ϱ, et cum recta $\zeta\beta$, quae terminatur in puncto ζ, positione *data* sit, et recta ϱ data magnitudine, *secundum conic. 1, 52* circa axem $\zeta\beta$ construatur parabola $\eta\zeta$, ita ut, si in ea quodvis punctum γ su-

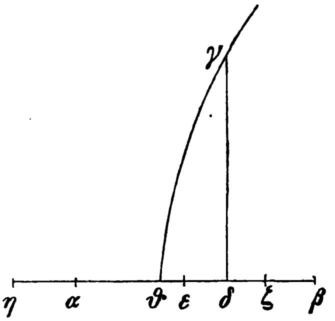
---

ἐρχομένη B, corr. *Co* 22. δ' add. BS 22. 23. *δοθέντα* $\overline{AB}$, distinx. BS 27. *ἐπ' αὐτῆς* AB *Co*, *ἀπ' αὐτῆς* S cod. *Co* 28. $\overline{PZ\varDelta}$ A[s], $\overline{\varrho}$ $\overline{\zeta}$ $\overline{\delta}$ BS τῷ ἀπὸ ΔΓ, καὶ ἤχθω ὀρθὴ ἡ ΒΗ· λέγω ὅτι τὸ ΓΗ μέρος τῆς παραβολῆς ἐστιν.

Ἤχθω γὰρ κάθετος ἡ ΓΔ, καὶ τῇ ΒΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΒΖ, ἡ δὲ ΕΒ τῆς ΒΔ, διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΖΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΑΕ ἴσον ἐστὶν τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΖΔ, τουτέστιν τῷ ἀπὸ ΔΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΕΔ ἴσον ὂν τῷ ἀπὸ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ· ἡ ΖΓΗ ἄρα γραμμὴ ποιεῖ τὸν τόπον.

316 ε΄. Ἔστω δὴ πάλιν τὰ δύο δοθέντα σημεῖα τὰ Α Β, καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ ΔΓ, λόγος δὲ ἔστω τοῦ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὰ ἀπὸ ΒΔ ΔΓ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα· λέγω ὅτι τὸ Γ ἅπτεται κώνου τομῆς, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλλείψεως, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὑπερβολῆς.

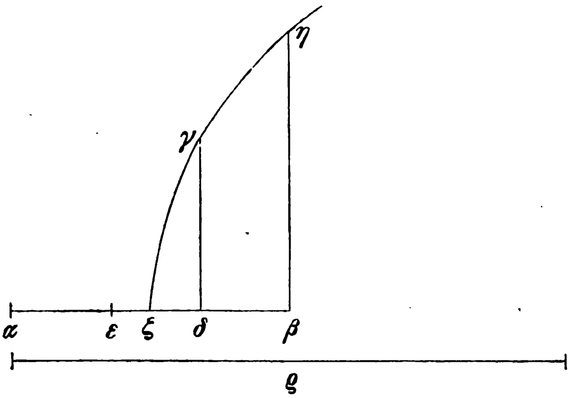




Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶν τοῦ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὰ ἀπὸ ΒΔ ΔΓ, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ· ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΔ τῆς ΔΕ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων ἐστὶν ἡ ΒΔ τῆς ΔΕ. κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΔΖ. ἐπεὶ λόγος ἐστὶν τοῦ ἀπὸ ΑΔ

3. καὶ τῆι $\overline{ΒΔ}$ AB *Co*, καὶ τῇ $\overline{γδ}$ S cod. *Co* 6. ἀπὸ add. *Ge* auctore *Co* 10. ε΄ add. BS τὰ $\overline{ΑΒ}$ A, distinx. BS 11. κατήχθω ὀρθὴ ἡ ΔΓ *Co* pro ἐφάπτεται ἡ $\overline{ΔΓ}$ καὶ ὀρθή 12. 13. ἐλάσσων πρὸς μείζονα — μείζων πρὸς ἐλάσσονα ABS (item infra p. 1010, 18. 19),

matur et perpendicularis $\gamma\delta$ ducatur, sit $\varrho \cdot \zeta\delta = \delta\gamma^2$, et ducatur perpendicularis $\beta\eta$; dico lineam $\gamma\eta$ partem parabolae esse.



Ducatur enim perpendicularis $\gamma\delta$, et ponatur $\delta\varepsilon = \beta\delta$. Iam quia est $\alpha\beta = 2\beta\zeta$, et $\varepsilon\beta = 2\beta\delta$, est etiam $\alpha\beta - \varepsilon\beta$, *id est* $\alpha\varepsilon = 2\zeta\delta$; ergo est

$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon = 2\beta\alpha \cdot \zeta\delta$, id est *ex constructione*
$= \delta\gamma^2$. Commune addatur $\varepsilon\delta^2 = \delta\beta^2$; est igitur
$\beta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \varepsilon\delta^2 = \gamma\delta^2 + \delta\beta^2$, *id est propter elem. 2, 6*
$\alpha\delta^2 = \gamma\delta^2 + \delta\beta^2$; ergo linea $\zeta\gamma\eta$ locum efficit.

IV. Iam sint rursus data duo puncta α β, et *a dato puncto* γ ducatur perpendicularis $\delta\gamma$, sit autem proportio $\frac{\alpha\delta^2}{\beta\delta^2 + \delta\gamma^2}$ in priore casu maioris ad minus, in altero minoris ad maius; dico punctum γ tangere coni sectionem, in priore casu ellipsim, in altero hyperbolam. Prop. 237 *)

Quoniam enim *data* proportio est $\frac{\alpha\delta^2}{\beta\delta^2 + \delta\gamma^2}$, huic aequalis fiat proportio $\frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2}$. Iam in priore casu est $\varepsilon\delta > \delta\beta$, in

*) Conf. supra IV propos. 34 p. 285.

---

corr. *Co* (eadem emendavit ille qui extremae demonstrationi scholion, quod in adnotatione ad p. 1010, 15 legitur, adscripsit) 19. $\overline{B\Delta}$ $\overline{\Delta\Gamma}$ *Ge* pro $\overline{B\Delta\Gamma}$ 21. 22. ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{\Delta E}$ ABS, corr. *Co* 22—29. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων ἐστὶν ἡ ΕΔ τῆς ΔΒ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΔ τῆς ΔΒ *Co* 25. 26. ἡ ΒΔ *Co* pro ἡ $\overline{BA}$ 29. post κείσθω add. ὅτι ABS, del. *Co* *πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΔ ΔΒ, καὶ ἔστιν αὐτῷ ὁ αὐτὸς ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, καὶ λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ λόγος ἐστὶν δοθείς. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶν τῆς ΕΔ πρὸς ΔΒ καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΔ, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΗ· καὶ ὅλης ἄρα τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ λόγος ἐστὶν δοθείς. πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶν τῆς ΕΔ πρὸς ΔΒ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΒΘ· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΘ ἐστὶν δοθείς [δοθὲν ἄρα τὸ Θ]· καὶ λοιπὸς ἄρα τῆς ΑΕ πρὸς ΘΔ λόγος ἐστὶν δοθείς· καὶ τοῦ ὑπὸ ΖΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΔΗ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ λόγος ἐστὶν δοθείς· καὶ τοῦ ὑπὸ ΗΔΘ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ λόγος ἐστὶν δοθείς. καὶ ἔστιν δύο δοθέντα τὰ Θ Η· ἐπὶ μὲν ἄρα τῆς πρώτης πτώσεως τὸ Γ ἅπτεται ἐλλείψεως, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὑπερβολῆς.*

317 *ς΄. Συντεθήσεται δὲ ὁ τόπος οὕτως. ἔστω τὰ μὲν δύο δοθέντα σημεῖα τὰ Α Β, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ΡΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΣ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα, καὶ τῇ ΡΤ ἴση κείσθω ἡ ΤΥ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΥΣ πρὸς τὴν ΣΤ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, πεποιήσθω δὲ καὶ ὡς ἡ ΡΤ πρὸς τὴν ΤΣ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς τὴν ΘΒ, καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὸν ΘΗ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἔλλειψις, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὑπερβολή, ὥστε, οἷον ἐὰν ἐπ' αὐτῆς ληφθῇ σημεῖον ὡς τὸ Γ, καὶ κάθετος ἀχθῇ ἡ ΓΔ, λόγον εἶναι τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΔΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ τὸν συνημμένον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΤΣ πρὸς ΣΥ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΤΣ πρὸς ΣΡ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΡΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΣ, κατήχθω ὀρθὴ ἡ ΒΚ· λέγω ὅτι ἡ ΘΚ ποιεῖ τὸ ἐπίταγμα.*

---

1. $\overline{ΓΔ}$ $\overline{ΔΒ}$ Co pro $\overline{ΓΔΒ}$ 2. λοιπὸς ἄρα τοῦ Co pro λοιπὸν ἄρα τὸ   3. δοθείς S cod. Co, δοθέντα AB   4. καὶ τῆς $\overline{ζβ}$ πρὸς $\overline{βδ}$ B Co, καὶ τῆς $\overline{ΖΔ}$ πρὸς $\overline{ΔΒ}$ καὶ τῆς $\overline{ΖΒ}$ πρὸς $\overline{ΒΔ}$ A, καὶ τῆς $\overline{ζδ}$ πρὸς $\overline{δβ}$ S cod. Co   5. καὶ τῆς ΑΖ ἄρα, deleto ὅλης, coni. *Hu*   6. 7. τῆς ΕΔ πρὸς ΔΒ δοθείς Co, τῆς $\overline{ΕΔ}$ πρὸς $\overline{ΔΘ}$ δοθέντα καὶ τῆς $\overline{ΕΒ}$ ἄρα πρὸς $\overline{ΒΔ}$ λόγος ἐστιν δοθέντα AB, δοθεὶς (nihil praeterea) S cod. Co

altero $\varepsilon\delta < \delta\beta$. Ponatur $\delta\zeta = \varepsilon\delta$. Quoniam *data* est proportio $\frac{\alpha\delta^2}{\beta\delta^2 + \delta\gamma^2}$, eique aequalis est $\frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2}$; ergo etiam quae subtrahendo fit proportio $\frac{\alpha\delta^2 - \varepsilon\delta^2}{\delta\gamma^2}$, *id est propter elem. 2, 6* $\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2}$, data est. Sed[1]) quia *data* est proportio $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$, itemque $\frac{\zeta\beta}{\beta\delta}$, huic aequalis ponatur $\frac{\alpha\beta}{\beta\eta}$; ergo etiam proportio $\frac{\alpha\zeta}{\delta\eta}$ data est. Rursus quia data est proportio $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$, huic aequalis fiat $\frac{\alpha\vartheta}{\beta\vartheta}$; ergo etiam proportio $\frac{\alpha\beta}{\beta\vartheta}$ data est; itaque etiam subtractione factâ proportio $\frac{\alpha\varepsilon}{\vartheta\delta}$ data est; ergo etiam proportio $\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}$ data est. Sed est data proportio $\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\gamma\delta^2}$; ergo etiam proportio $\frac{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}{\delta\gamma^2}$ data est. Et sunt duo data puncta ϑ η; in priore igitur casu punctum γ tangit ellipsim, in altero hyperbolam.

Componetur locus sic. Sint duo data puncta α β, et data proportio $\varrho\tau^2 : \tau\sigma^2$, in priore casu maioris ad minus, in altero minoris ad maius, et ponatur $\tau\upsilon = \varrho\tau$, fiatque $\alpha\beta : \beta\eta = \upsilon\sigma : \sigma\tau$, atque etiam $\alpha\vartheta : \vartheta\beta = \varrho\tau : \tau\sigma$, et circa axem $\vartheta\eta$ describatur in priore casu ellipsis, in secundo hyperbola, ita ut, si in utraque sumatur quodvis punctum γ, et perpendicularis $\gamma\delta$ ducatur, sit

$$\frac{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}{\delta\gamma^2} = \frac{\tau\sigma}{\sigma\upsilon} \cdot \frac{\tau\sigma}{\sigma\varrho} \cdot \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2} \text{ (est } \textit{autem } \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2} \text{ data proportio)},$$

et ducatur perpendicularis $\beta\varkappa$; dico lineam $\vartheta\varkappa$ efficere id quod praecipitur.

1) Quae hinc usque sequuntur in brevius a scriptore Graeco contracta, ea in appendice partim secundum Commandinum, partim nostra coniectura explicavimus.

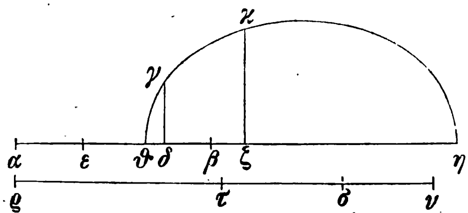
7. τῆς *ΑΘ* *Co* pro τῆς $\overline{AB}$ 8. ἐστιν A(B), om. S δοθείς S, δοθεν A(B) 8. 9. δοθὲν ἄρα τὸ *Θ* del. *Hu* 9. λοιπη A(B), corr. S ἄρα add. *Hu* πρὸς *ΘΔ* *Co* pro πρὸς $\overline{E\Delta}$ 11. ἐστὶ A³BS τοῦ δὲ BS, τὸ δὲ A 12. ἄρα add. *Hu* auctore *Co* 13. τὰ $\overline{\Theta H}$ A, distinx. BS 15. post ὑπερβολῆς add. μείζων πρὸς ἐλάσσονα ἐλάσσων πρὸς μείζονα ABS 16. ς′ add. BS 17. τὰ $\overline{AB}$ A, distinx. BS 17. 18. ὁ τοῦ ἀπὸ *PT* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΤΣ* *Co* pro ὁ τῆς $\overline{PT}$ πρὸς $\overline{T\Sigma}$ 18. 19. ἐλάσσων πρὸς μείζονα — μείζων πρὸς ἐλάσσονα ABS, corr. *Co* 29. τοῦ ἀπὸ *PT* *Co* pro τοῦ ἀπὸ $\overline{P\Sigma}$ 30. ὅτι ἡ *ΘΚ* idem pro ὅτι ἡ $\overline{BK}$

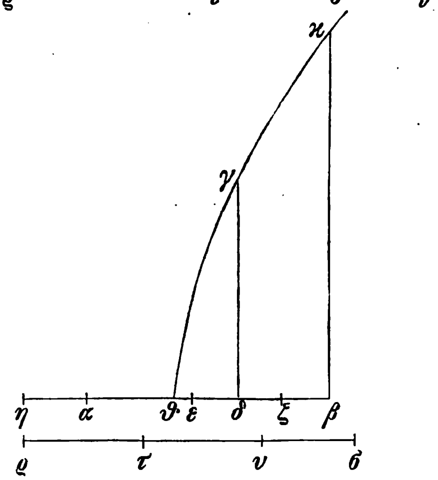
Ἤχθω γὰρ κάθετος ἡ ΓΔ, καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ὡς δὲ ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΒ, ὥστε ἔσται ὁ μὲν τῆς ΔΗ πρὸς τὴν ΔΖ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΗΒ πρὸς τὴν ΒΔ, τουτέστιν τῷ τῆς ΤΣ πρὸς ΣΥ, ὁ δὲ τῆς ΘΔ πρὸς ΔΕ λόγος ὁ αὐτὸς [ἐστὶν] τῷ τῆς ΤΣ πρὸς ΣΡ (τὸ αὐτὸ γὰρ ἐν τῇ ἀναλύσει ἀπεδείχθη), ὥστε τοῦ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΔΕ λόγος συνῆπται ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΤΣ πρὸς ΣΥ καὶ ἡ ΤΣ πρὸς ΣΡ· ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ τὸν συνημμένον ἔχει λόγον ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΤΣ πρὸς ΣΥ καὶ ἡ ΤΣ πρὸς ΣΡ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος, καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ΡΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΣ, καὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ συνῆπται ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΔΕ καὶ τὸ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ, καὶ ἔστιν ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΔΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΔΕ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ συνημμένῳ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΤΣ πρὸς ΣΥ καὶ ἡ ΤΣ πρὸς ΣΡ, λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τοῦ ἀπὸ ΡΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΣ, τουτέστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ. καὶ πάντα πρὸς πάντα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΔ ΔΒ, οὕτως ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΡΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΤΣ, τουτέστιν ὁ δοθεὶς λόγος, ὥστε τὸ ΘΚ μέρος τῆς τομῆς ποιεῖ τὸν τόπον.

318 ζʹ. Τούτων οὕτως ἐχόντων ἐλευσόμεθα ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς. ἔστω θέσει εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ δοθὲν τὸ Γ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ διήχθω ἡ ΔΓ, κάθετος ἡ ΔΕ, λόγος δὲ ἔστω τῆς ΓΔ πρὸς ΔΕ· λέγω ὅτι τὸ Δ ἅπτεται κώνου τομῆς, καὶ ἐὰν μὲν ὁ λόγος ᾖ ἴσος πρὸς ἴσον, παραβολῆς, ἐὰν δὲ

---

6. ἐστὶν del. *Hu* 7. τοῦτο γὰρ coni. *Hu* 9. ἐπεὶ BS, ἐπὶ A 10. τὸ ἀπὸ ΔΓ *Co* pro τὸ ἀπὸ $\overline{\Delta\Gamma}$ 11. 12. καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος add. *Co* 13. post ἀπὸ ΤΣ add. ἐλάσσων πρὸς μείζονα ABS καὶ add. *Hu* 17. 18. λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ $\overline{\Theta\Delta H}$ ABS, corr. *Co* 19. τουτέστι A³BS 20. ἀπὸ ΔΒ *Co* pro ἀπὸ $\overline{\Delta B}$ 21. πρὸς τὰ ἀπὸ ΓΔ ΔΒ *Co*, πρὸς τωι ἀπὸ $\overline{BH}$ A¹, πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{BH}$ A²BS (sed in B τὰ ex τὸ correctum esse videtur) 24. ζʹ add. BS 28. παραβολή ABS, corr. *Hu*





Ducatur enim perpendicularis $\gamma\delta$, et fiat $\frac{\zeta\beta}{\beta\delta} = \frac{\alpha\beta}{\beta\eta}$, et $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta} = \frac{\alpha\vartheta}{\vartheta\beta}$, ita ut sit[2] $\frac{\delta\eta}{\alpha\zeta} = \frac{\eta\beta}{\beta\alpha} = \frac{\tau\sigma}{\sigma\upsilon}$, et $\frac{\vartheta\delta}{\alpha\varepsilon} = \frac{\tau\sigma}{\sigma\varrho}$ (hoc enim in analysi demonstratum est), ita ut *per formulam compositae proportionis* sit

$$\frac{\vartheta\delta\cdot\delta\eta}{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon} = \frac{\tau\sigma}{\sigma\upsilon}\cdot\frac{\tau\sigma}{\sigma\varrho}.$$

Sed quia *ex constructione* $\vartheta\delta\cdot\delta\eta$ ad $\delta\gamma^2$ proportionem habet compositam e proportione $\tau\sigma : \sigma\upsilon$ et $\tau\sigma : \sigma\varrho$ et illâ quae data est, id est $\varrho\tau^2 : \tau\sigma^2$, et *quia* est

$$\frac{\vartheta\delta\cdot\delta\eta}{\delta\gamma^2} = \frac{\vartheta\delta\cdot\delta\eta}{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon}\cdot\frac{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2}, \text{ et } \frac{\vartheta\delta\cdot\delta\eta}{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon} = \frac{\tau\sigma}{\sigma\upsilon}\cdot\frac{\tau\sigma}{\sigma\varrho},$$

divisione igitur *facta* restat

$$\frac{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2} = \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2} = \frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2}, \text{ et } \frac{\zeta\alpha\cdot\alpha\varepsilon + \varepsilon\delta^2}{\delta\gamma^2 + \delta\beta^2} = \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2}; \text{ ergo est}$$

$$\frac{\alpha\delta^2}{\gamma\delta^2 + \delta\beta^2} \doteq \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2}; \text{ et est } \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2} \text{ data proportio,}$$

itaque linea $\vartheta\varkappa$, quae est pars *conicae* sectionis, locum efficit.

V. Haec cum ita se habeant, transibimus ad id quod ab initio propositum erat. Sit recta $\alpha\beta$ positione *data,* et in eodem plano datum punctum γ, et ducatur $\delta\gamma$, ac *datae rectae* $\alpha\beta$ perpendicularis recta $\delta\varepsilon$, sitque *data* proportio $\gamma\delta : \delta\varepsilon$; dico punctum δ coni sectionem tangere, et quidem, si proportio sit *magnitudinis* aequalis ad aequalem, parabolam, sin Prop. 238

2) Hinc rursus conf. append.

ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐλλείψεως, ἐὰν δὲ μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ὑπερβολῆς.

Ἔστω γὰρ πρότερον ὁ λόγος ἴσος πρὸς ἴσον, τουτέστιν ἔστω πρότερον ἴση ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ· δεῖξαι ὅτι τὸ Δ ἅπτεται παραβολῆς.

Ἤχθω κάθετος ἡ ΓΖ (θέσει ἄρα ἐστί), τῇ δὲ ΑΒ παράλληλος ἡ ΔΗ. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΕΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΓ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΔ τῇ ΖΗ, τὸ δὲ ἀπὸ ΔΓ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΔΗ ΗΓ, τὸ ἄρα ἀπὸ ΖΗ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΔΗ ΗΓ. καὶ ἔστιν θέσει ἡ ΖΓ, καὶ δύο δοθέντα τὰ Ζ Γ· τὸ Δ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς· τοῦτο γὰρ προδέδεικται.

η'. Συντεθήσεται δὴ οὕτως. ἔστω ἡ τῇ θέσει ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τὸ Γ, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ ΓΖ, καὶ θέσει οὔσης τῆς ΓΖ καὶ δύο δοθέντων τῶν Ζ Γ, εὑρήσθω παραβολὴ ἡ ΔΘ, ὥστε, οἷον ἐὰν ληφθῇ σημεῖον ὡς τὸ Δ, ἀχθῇ δὲ κάθετος ἡ ΔΗ, ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΖΗ τοῖς ἀπὸ ΔΗ ΗΓ· λέγω ὅτι ἡ ΔΘ γραμμὴ ποιεῖ *τὸν τόπον, τουτέστιν, οἷα τις ἂν διαχθῇ ὡς ἡ ΓΔ καὶ κάθετος ἡ ΔΕ, ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ.*

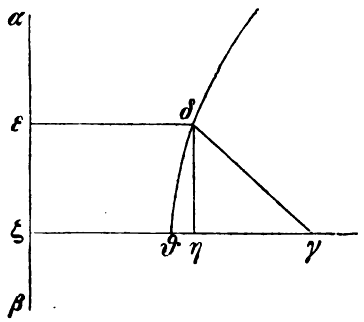
Ἤχθω κάθετος ἡ ΔΗ· διὰ ἄρα τῆς παραβολῆς ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΖΗ τοῖς ἀπὸ ΔΗ ΗΓ. καὶ ἔστιν τῇ μὲν ΖΗ ἴση ἡ ΕΔ, τοῖς δὲ ἀπὸ ΔΗ ΗΓ ἴσον τὸ ἀπὸ ΔΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΔΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ· ἡ ἄρα ΔΘ γραμμὴ ποιεῖ τὸν τόπον.

* * *

1. *ἐλάσσων* BS, *ελασσον* (sine spir. et acc.) A *ἐλλείπει* A(B), *ἔλλειψις* S, corr. *Hu* 2. *ὑπερβολή* ABS, corr. *Hu* 3. *γὰρ Hu*, *τῶν* AB, om. S 6. *ἐστὶ* A[s]BS, item vs. 9 9. *ἀπὸ* $\overline{ΔΗΓ}$ (ante *καὶ*) ABS, corr. *Co* (conf. initium vs. 9) 12. *η'* add. BS 14. *τῶν* $\overline{ΖΓ}$ A, distinx. BS 16. 17. *ἀπὸ* $\overline{ΔΗΓ}$ ABS, corr. *Co*, item vs. 21. 22 17. *ποιεῖ* add. *Ge* auctore *Co* 18. *οἷα τις ἂν*] *οἷά τις ἐὰν* A[s]BS, corr. *Hu* (nisi forte *οἷον ἄν τις* restituendum) *ὡς ἡ* $\overline{ΓΔ}$ AB, *ὡς ἡ* $\overline{γζ}$ S 20. *διὰ* A rec. ex *δ*** 20. 21. *ἴσον ἐστὶν τὸ Hu* pro *ἴση ἐστὶν παράλληλος* 24. post *γραμμὴ* add. *τομὴν* ABS, *quae est pars sectionis Co* (hic igitur voluit *τουτέστιν μέρος τῆς τομῆς*) post *τόπον* ultimam demonstrationis partem desiderari non fugit Commandinum; finem libri significat A[3] hunc in modum: *παππ̄ ἀλεξαν̄ συναγωγ̄ Ζ̄ ὂ π̄ ἔχει τ̂ τάξ̂ χτ̂ περιό*

minoris ad maiorem, ellipsim, sin maioris ad minorem, hyperbolam.

Sit enim primum proportio aequalis ad aequale, id est, sit primum $\gamma\delta = \delta\varepsilon$; demonstretur punctum δ tangere parabolam.



Ducatur *rectae* $\alpha\beta$ perpendicularis $\gamma\zeta$ (haec igitur *propter dat. 30* positione *data* est), et rectae $\alpha\beta$ parallela $\delta\eta$. Et quia *ex hypothesi* est $\varepsilon\delta^2 = \delta\gamma^2$, et *ex constructione* $\varepsilon\delta = \zeta\eta$, atque $\delta\gamma^2 = \delta\eta^2 + \eta\gamma^2$, est igitur $\zeta\eta^2 = \delta\eta^2 + \eta\gamma^2$. Et est positione *data* $\zeta\gamma$, et data duo puncta ζ γ; ergo punctum δ parabolam tangit; id enim supra (*lemm. III*) demonstratum est.

Componetur sic. Sit recta positione *data* $\alpha\beta$, et datum punctum γ, et ducatur *rectae* $\alpha\beta$ perpendicularis $\gamma\zeta$, et cum $\gamma\zeta$ positione ac duo puncta ζ γ data sint, inveniatur parabola $\delta\vartheta$, ita ut, si *in ea* quodvis punctum δ sumatur, ac perpendicularis $\delta\eta$ ducatur, sit $\zeta\eta^2 = \delta\eta^2 + \eta\gamma^2$; dico lineam $\delta\vartheta$ locum efficere, id est, si quaevis $\gamma\delta$ et perpendicularis $\delta\varepsilon$ ducatur, esse $\gamma\delta = \delta\varepsilon$.

Ducatur perpendicularis $\delta\eta$; ergo propter parabolae *constructionem* est $\zeta\eta^2 = \delta\eta^2 + \eta\gamma^2$. Et *ex constructione* est $\zeta\eta = \varepsilon\delta$, et $\delta\eta^2 + \eta\gamma^2 = \delta\gamma^2$; ergo est $\varepsilon\delta^2 = \delta\gamma^2$, itaque $\gamma\delta = \delta\varepsilon$; ergo linea $\delta\vartheta$ locum efficit[1]).

* * *

1) Extremam demonstrationis partem in codice deperditam supplevit Commandinus: vide append.

---

x τα λημμα̃ τ̃ αναλυομεν̃ τοπ̃, id est, ut in S legitur: *πάππου ἀλεξανδρέως συναγωγῆς ζ' ὃ περιέχει τὴν τάξιν καὶ τὴν περιοχὴν καὶ τὰ λήμματα τοῦ ἀναλυομένου τόπου*, haec omnia om. A^1B

Λῆμμα τοῦ ἀναλυομένου.

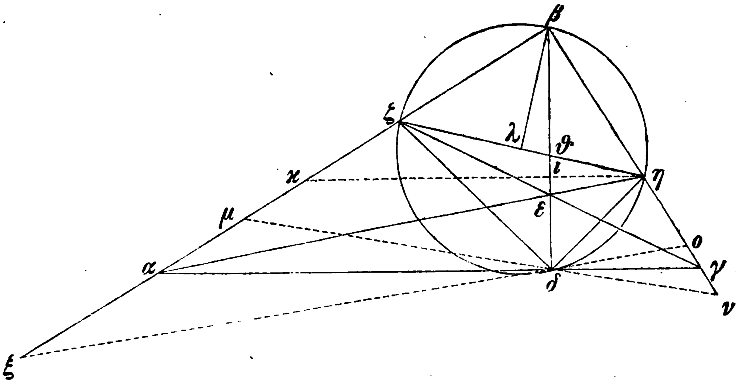
319 *Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΒ καὶ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕΗ ΓΕΖ ΒΕΔ· ὅτι ἡ ΒΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΑΓ.*

Ἐπεὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, καὶ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ. συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΖΒ πρὸς ΗΓ. ἀλλʼ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ· ὡς ἄρα ἡ ΖΒ πρὸς ΗΓ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ· ἴση ἄρα ἡ ΖΒ τῇ ΒΗ. [ὥστε ἐπιζευχθείσης τῆς ΖΗ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΘ τῇ ὑπὸ ΒΗΘ ἐστὶν ἴση. καὶ μείζων ἡ ΖΘ εὐθεῖα τῆς ΘΗ· ἐὰν γὰρ διὰ τοῦ Η τῇ ΑΓ παράλληλον ἀγάγωμεν τὴν ΗΙΚ, ἡ ὑπὸ ΒΘΗ γωνία ταῖς ἀπεναντίον ὑπὸ ΘΗΙ ΘΙΗ ἴση οὖσα μείζων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΗΘΙ, τουτέστι τῆς ὑπὸ ΖΒΘ ὀξείας, ὥστε καὶ λοιπὴν τὴν ὑπὸ ΗΒΘ ἐλάσσονα γίνεσθαι τῆς ὑπὸ ΖΒΘ. δίχα ἡ ΖΗ τῷ Δ· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΔΖ ΔΒ ΔΗ γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Δ, καὶ ἔσται ἐν κύκλῳ τὸ ΔΖΒΗ τετράπλευρον (τοῦτο γὰρ ἑξῆς). ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΔΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΔΗ, καὶ ἔστιν ἑκατέρα ἡμίσεια ὀρθῆς (καὶ γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ

1. cap. 319—321 om. *Co*, quae quidem omnia misere turbata esse apparet; nam postquam capitis 319 propositio ab inepto quodam scriptore falso demonstrari coepta est, genuina et recta demonstratio paene tota periit, quam alius quidem scriptor isque bene eruditus cap. 321 breviter adumbravit analytica ratione; praemisit autem lemma quoddam (cap. 320), quod iam initio primae demonstrationis (vs. 6—10) exstat 6. 7. *ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ — ὡς ἄρα* omisimus in versione Latina, eademque malimus abesse a Graeco contextu 6. *οὕτως* ante *ἡ ΑΖ*, idemque posthac ante *ἡ ΒΗ* etc. add. *Ge* 10. *ὥστε ἐπιζευχθείσης — 12. ἐστὶν ἴση* nullam per se suspicionem movent; at tamen ab his ipsis incipit demonstratio manifesto corrupta; nam rectam $\zeta\vartheta$ maiorem esse quam $\vartheta\eta$ neque ea quam legimus ratione demonstrari potest neque tres illos qui statui possunt casus perspexit scriptor, scilicet aut esse $\alpha\beta > \beta\gamma$ (unde sequitur $\zeta\vartheta > \vartheta\eta$) aut $= \beta\gamma$ aut $< \beta\gamma$; denique ι nota geometrica aliena est ab antiquis Graecis scriptoribus 18. *τῶν* (ante *ΔΖ*) B, om. A[s]S 19. *ἐν* om. AB, add. S 20. *τῆι ὑπὸ* $\overline{Z\Delta H}$ *καὶ* AS, corr. B

LEMMA LOCI ANALYTICI.

I. Sit triangulum orthogonium $\alpha\beta\gamma$, rectum angulum $\alpha\beta\gamma$ habens, sitque $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, iunganturque rectae $\alpha\varepsilon\eta$ $\gamma\varepsilon\zeta$ $\beta\varepsilon\delta$; dico $\beta\delta$ perpendicularem esse rectae $\alpha\gamma$.



Quoniam est

$\alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, componendo est

$\alpha\beta : \zeta\beta = \beta\gamma : \eta\gamma$, et vicissim

$\alpha\beta : \beta\gamma = \zeta\beta : \eta\gamma$. Sed *erat* $\alpha\beta : \beta\gamma = \beta\eta : \eta\gamma$; ergo

$\zeta\beta : \eta\gamma = \beta\eta : \eta\gamma$; itaque

$\zeta\beta = \beta\eta$.

[Ergo iunctâ rectâ $\zeta\vartheta\eta$ est etiam $\angle\, \beta\zeta\vartheta = \angle\, \beta\eta\vartheta$. Estque recta $\zeta\vartheta > \vartheta\eta$; nam si per η rectae $\alpha\gamma$ parallelam ducamus rectam $\eta\iota\varkappa$, angulus $\beta\vartheta\eta$, quippe qui aequalis sit summae oppositorum angulorum $\vartheta\eta\iota + \vartheta\iota\eta$, maior (?) est quam $\eta\vartheta\iota$, id est quam angulus $\zeta\beta\vartheta$ acutus (*an forte* $\zeta\vartheta\beta$?), ita ut etiam reliquus angulus $\eta\beta\vartheta$ minor sit quam $\zeta\beta\vartheta$. Bifariam *secetur* recta $\zeta\eta$ puncto λ; ergo *est* $\beta\lambda = \zeta\lambda = \eta\lambda$, *et* circulus, cuius centrum est λ radiusque $\lambda\beta$, transibit etiam per punctum δ, et quadrilaterum $\delta\zeta\beta\eta$ circulo inscriptum erit (id enim deinceps *demonstrabitur*). Aequales inter se sunt anguli $\beta\delta\zeta$ $\beta\delta\eta$ (*est enim* $\angle\, \beta\delta\zeta = \angle\, \beta\eta\zeta$, *et* $\angle\, \beta\delta\eta = \angle\, \beta\zeta\eta$); et est uterque dimidius rectus (nam etiam singuli $\beta\eta\zeta$ $\beta\zeta\eta$

ΒΗΖ ΒΖΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς). καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΔΗ· λέγω οὖν ὅτι ἡ ὑπὸ ΑΔΒ ὀρθή ἐστιν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων ὀρθῆς. ἔστω πρότερον μείζων ὀρθῆς, καὶ ἔστω ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΜ, τῶν ΗΓ ΜΔ ἐκβληθεισῶν καὶ συμπιπτουσῶν κατὰ τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τὸ ΜΒΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅμοιόν ἐστιν τῷ ΜΒΝ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ ἔστιν ἡμίσεια ὀρθῆς ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΔΖ ΖΔΜ, ὡς ἄρα ἡ ΜΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΝ, τουτέστιν ἡ ΒΗ πρὸς ΗΝ (δίχα γὰρ τέτμηται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΝ γωνία τῇ ΔΗ)· ὡς ἄρα ἡ ΜΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΝ. πάλιν ἐπεί, ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ ὑπόκειται, ἡ ΜΖ ἄρα πρὸς ΖΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΝ, ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ ὡς ἡ ΜΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΝ· οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΒΔΑ γωνία. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, διὰ τοῦ Δ τῇ ΔΒ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τὴν ΞΔΟ· ἔσται γὰρ πάλιν ὡς ἡ ΞΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΟ, καὶ δειχθήσεται *ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ πολλῷ ἐλάσσονα λόγον ἔχουσα ἤπερ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, ὅπερ ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ.*]

320 *Ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ καὶ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ· ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΒΗ.*

Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΖΒ πρὸς ΗΓ· ἴση ἄρα ἡ ΖΒ τῇ ΒΗ.

321 *Τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴ ἡ Β, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ καὶ ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΕΖ ΑΕΗ ΒΕΔ· ὅτι ἡ ΒΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΑΓ.*

Γεγονέτω· ὅμοια ἄρα τὰ ΑΒΔ ΒΔΓ τρίγωνα τῷ ὅλῳ ΑΒΓ καὶ ἀλλήλοις· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, τουτέστιν ἡ

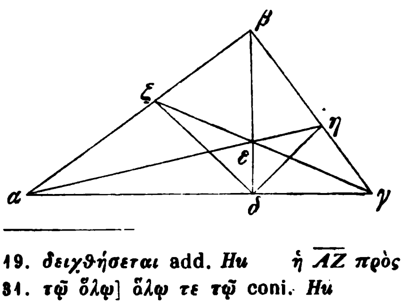
1. ἡμι[εστιν A, corr. BS 6. *ΜΒΝ τριγώνων* A, corr. BS 9. *ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ* (post *ἀλλ' ὡς*) bis scripta in A *ἡ ΒΔ Hu* pro *ἡ ΜΔ* 10. *γωνία τῆι ΒΗ* AB, corr. S 17. *τὴν ΞΔΟ*] *τῶν ΔΞΟ* AB, *τὴν* corr. S, alterum *Hu* 18. *πρὸς ΖΒ Hu* pro *πρὸς ΖΘ*

dimidii recti sunt[1]). Et rectus est (*ut in semicirculo*) angulus $\zeta\delta\eta$; iam dico angulum $\alpha\delta\beta$ rectum esse. Nam si non *rectus sit,* aut maior aut minor est recto. Sit prius maior recto; et sit rectus $\beta\delta\mu$, productis rectis $\eta\gamma$ $\mu\delta$ et concurrentibus in puncto ν. Iam quia triangulum orthogonium $\mu\delta\beta$ triangulo orthogonio $\mu\beta\nu$ simile est, et singuli $\beta\delta\zeta$ $\zeta\delta\mu$ dimidii recti sunt (*nam demonstravimus angulum* $\beta\delta\zeta$ *dimidium rectum esse; ergo ex hypothesi alter dimidius est* $\zeta\delta\mu$), est igitur (*propter elem. 6, 3*) $\mu\zeta : \zeta\beta = \mu\delta : \delta\beta$. Sed est $\mu\delta : \delta\beta = \delta\beta : \delta\nu$, id est $= \beta\eta : \eta\nu$ (nam etiam angulus $\beta\delta\nu$ rectà $\delta\eta$ bifariam sectus est); ergo $\mu\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\nu$. Rursus quia ex hypothesi est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, est igitur $\mu\zeta : \zeta\beta < \beta\eta : \eta\nu$, quod quidem fieri non potest; nam demonstravimus esse $\mu\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\nu$; ergo angulus $\beta\delta\alpha$ non maior est recto. Similiter demonstrabimus eundem non minorem recto esse, postquam per δ rectae $\delta\beta$ perpendicularem $\xi\delta o$ duxerimus; nam rursus erit $\xi\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta o$, unde efficietur esse $\alpha\zeta : \zeta\beta < \beta\eta : \eta o$, multoque $\alpha\zeta : \zeta\beta < \beta\eta : \eta\gamma$, quod quidem fieri non potest; nam ex hypothesi est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$.]

II. Sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$; dico esse $\zeta\beta = \beta\eta$. Quoniam est

$\alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, componendo est
$\alpha\beta : \zeta\beta = \beta\gamma : \eta\gamma$, et vicissim
$\alpha\beta : \beta\gamma = \zeta\beta : \eta\gamma$, id est
$\beta\eta : \eta\gamma = \zeta\beta : \eta\gamma$; ergo $\zeta\beta = \beta\eta$.

III. *Sit* triangulum orthogonium $\alpha\beta\gamma$, cuius rectus angulus β, et sit $\alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\zeta : \zeta\beta = \beta\eta : \eta\gamma$, et iungantur $\gamma\varepsilon\zeta$ $\alpha\varepsilon\eta$ $\beta\varepsilon\delta$; dico $\beta\delta$ rectae $\alpha\gamma$ perpendicularem esse.



Factum iam sit; ergo triangula $\alpha\delta\beta$ $\beta\delta\gamma$ et toti $\alpha\beta\gamma$ et sibi invicem similia sunt; ergo $\alpha\beta : \beta\gamma$,

19. δειχθήσεται add. *Hu*   ἡ $\overline{AZ}$ πρὸς $\overline{ZB}$ A rec. ex ἡ $A*$ πρὸς **
31. τῷ ὅλῳ] ὅλῳ τε τῷ coni. *Hu*

AZ πρὸς ZB, οὕτως ἡ AΔ πρὸς ΔB· ἡ ἄρα ὑπὸ AΔB γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ZΔ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ZΔB. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ BΔΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΔH· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἡ ὑπὸ BΔH· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ZΔH. ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ZBH· ἐν κύκλῳ ἄρα τὸ BZΔH τετράπλευρον. καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ ZΔB τῇ ὑπὸ BΔH ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ZB τῇ BH. [*ἔστιν δὲ διὰ τὸ προδειχθέν.*]

* * *

id est $\alpha\zeta : \zeta\beta = \alpha\delta : \delta\beta$; ergo angulus $\alpha\delta\beta$ rectâ $\zeta\delta$ bifariam sectus est (*elem. 6, 3*), itaque angulus $\zeta\delta\beta$ dimidius rectus est. Eadem ratione etiam angulus $\beta\delta\gamma$ rectâ $\delta\eta$ bifariam sectus est; ergo angulus $\beta\delta\eta$ dimidius rectus, itaque *totus* angulus $\zeta\delta\eta$ rectus est. Sed etiam angulus $\zeta\beta\eta$ rectus; ergo circulo inscriptum est quadrilaterum $\beta\zeta\delta\eta$. Et est angulus $\zeta\delta\beta$ angulo $\beta\delta\eta$ aequalis; ergo etiam (*propter elem. 3, 26. 29*) est $\zeta\beta = \beta\eta$. [Est vero propter id quod supra demonstravimus.]

* * *

3. *ἡ* (ante *ὑπὸ ZΔB*) add. BS   *διὰ ταῦτα* A^sBS, corr. *Hu*   6. *τὸ BΔZH* ABS, corr. *Hu*   7. sub finem periit synthesis problematis   8. post *προδειχθέν* add. B: *Τέλος τοῦ ἑβδόμου τῆς πάππου τοῦ ἀλεξ συναγωγῆς ὃ περιέχει τὴν τάξιν καὶ τὴν περιοχὴν καὶ τὰ λήμματα τοῦ ἀναλυομένου τόπου,* S: *Ἑβδόμου βιβλίου τέλος*

Typis expresserunt Breitkopf et Härtel Lipsienses.