EUCLIDIS

OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

SUPPLEMENTUM:

ANARITII IN DECEM LIBROS PRIORES ELEMENTORUM EUCLIDIS COMMENTARII EDIDIT M. CURTZE.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCXCIX.

ANARITII

IN DECEM LIBROS PRIORES

ELEMENTORUM EUCLIDIS

COMMENTARII.

EX INTERPRETATIONE GHERARDI CREMONENSIS

IN CODICE CRACOVIENSI 569 SERVATA

EDIDIT

MAXIMILIANUS CURTZE,

PROFESSOR THORUNIENSIS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCXCIX.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

ALTISSIMO AC SERENISSIMO DUCI ASCANIAE

FRIDERICO

HUMILLIME SUMMAQUE CUM OBSERVANTIA DEDICATUM.

PRAEFATIO.

Cum tempore aestivo anni 1896 beneficio Amplissimae Academiae Regiae Scientiarum Berolinensis occasio mihi oblata esset publicas Germaniae Austriaeque bibliothecas perscrutandi ad promovendam scientiam operum ad geometriam imprimis medii aevi pertinentium, bibliothecam quoque Universitatis Cracoviensis adii, ibique in codice 569 in versionem incidi GHERARDI CREMONENSIS Commentariorum, quos edidit Arabice ABÛ'L ʿABBÂS AL-FAḌL BEN ḤÂTIM AN-NAIRÎZÎ, ANARITIUS ab interprete nominatus, ad decem libros priores Elementorum EUCLIDIS. Quae versio iamdiu ab hominibus doctis frustra quaesita maximum mihi gaudium afferebat. Intercedente Illustrissimo Ministro, qui rebus ecclesiasticis etc. praeest, codex ille Thorunium missus est, ut eo in Bibliotheca Gymnasii Regii uti possem. Hic totos commentarios exscripsi.

Illustrissimo Ministro nec minus Amplissimae Academiae, cuius ope iter illud feci, et hoc loco gratias agere quam maximas et fas est, et animus me urget. Quae Illustrissima Academia iterum beneficium suum eo augere decrevit, quod magnam partem impensarum imprimendi suo sumptu suppeditavit.

Quae de codice manuscripto dicenda sint, quaeque de opere ipso, quod pro cognoscenda scientia mathematica antiquitatis classicae maximi momenti esse demonstrabitur, in prolegomenis declarabimus.

Hic demum gratias summas agere cupio viro cel. B. G. TEUBNERO, qui commendationi amici et sui et mei, MAURITII CANTORIS, obsecutus lubentissime hos commentarios *„Bibliothecae“* suae inserere decrevit, nec non viris doctissimis J. L. HEIBERGIO et H. MENGIO, quorum auctoritate hunc librum supplementum editionis suae EUCLIDIS nominare licet.

Scripsi Thorunii, mense Martio anni 1899.

Maximilianus Curtze.

PROLEGOMENA.

Commentarios, quos in paginis sequentibus edimus, scripsit ABÛ'L 'ABBÂS AL-FADL BEN HATIM AN-NAIRÎZÎ ad decem priores libros Elementorum EUCLIDIS [1]), et GHERARDUS CREMONENSIS eos ex Arabico Latine vertit saeculo duodecimo.[2]) Eos maximi esse momenti inde apparet, quod in iis continentur commentarii, quos SIMPLICIUS ad introductionem primi libri [3]), quos GEMINUS

1) In libro *Kitâb al-Fihrist*, quem edidit IBN ABÎ JA'KUB AN-NADÎM anno 987 p. Chr. (anno Hegirae 377), de AN-NAIRIZIO legimus (Das Mathematiker-Verzeichnis im Fihrist des IBN ABÎ JA'KUB AN-NADÎM übersetzt von Dr. H. SUTER) p. 35: „ABÛ'L 'ABBÂS AL-FADL BEN HATIM AN-NAIRÎZÎ gehörte zu denen, auf deren Autorität man sich gerne bezog in der Astronomie, namentlich in der beobachtenden. Er schrieb: Das grofse Buch der Tafeln. Das kleine Buch der Tafeln. Ueber die Gebetsrichtung (nach Mekka). Einen Commentar zum Quadripartitum des PTOLEMAIOS. Ueber die atmosphärischen Erscheinungen, für AL-MU'TADID verfafst. Das Buch der Beweise und der Herstellung von Instrumenten, mit welchen entfernte Gegenstände deutlich gemacht werden.“ SUTER addit in nota (p. 67): „Weitere Angaben über sein Leben habe ich nicht gefunden, da er aber für AL-MU'TADID ein Werk verfafst hat, so mufs er ums Jahr 900 zur Zeit TÂBITS gelebt haben.“ Porro p. 16 sub verbo EUCLIDES inveniuntur verba: „Ferner commentierte es“ (id est librum elementorum EUCLIDIS) „AN-NAIRÎZÎ“; sub verbo PTOLEMAIOS quoque (p. 20) legimus: „Es wurde schon gesagt, dafs auch AL-HIDSIHADSIH BEN MATAR dieses Werk (scilicet Almagestum) übersetzt hat, welche Uebersetzung von AN-NAIRÎZÎ umgearbeitet (commentiert) wurde.“

2) Videas B. BONCOMPAGNIUM in libro, qui inscribitur: *Della vita e delle opere di* GHERARDO CREMONESE *traduttore del secolo duodecimo e di* GHERARDO DA SABIONETTA *astronomo del secolo decimoterzo.* Roma 1851 (p. 4—5): „Haec vero sunt nomina librorum, quos transtulit: .... Liber ANARITII super EUCLIDEM.“

3) Fihrist l. l. p. 21: „SIMPLIKIOS der Grieche. Er verfafste: Einen Commentar zum Anfang des Buches des EUKLEIDES, welcher eine Einleitung in die Geometrie bildet.“

ad quintum postulatum, quos HERO ad primos octo libros Elementorum scripsisse feruntur[1]), qui Graece scripti prorsus perierunt. Commentarios AN-NAIRIZII redactor primae versionis Arabicae EUCLIDIS, ALHADSCHDSCHADSCH BEN JÛSUF BEN MATHAR, suae editioni interposuit. Cum autem huius editionis non nisi libri 1—6 servati sint unico codice Leidensi 399, 1, quem O. L. BESTHORNIUS et J. L. HEIBERGIUS Arabice et Latine edendum curant[2]), neque hi toti, cum in primo libro plura folia interciderint notas SIMPLICII ad definitiones 22 priores primi libri EUCLIDIS continentes, noster codex plurimi faciendus est, qui et hanc partem Commentarii SIMPLICII et commentarios ad libros 7—10 EUCLIDIS contineat.

Codicis Leidensis 399, 1 primus, quod sciam, PAULUS TANNERY mentionem fecit in libro, qui inscribitur *„La géométrie grecque"* [3]), et partem commentarii HERONIS franco-gallico sermone vulgavit. Quae autem de autenticitate excerptorum Heronianorum et his similibus dixit, non omnibus partibus sibi constare editio completa commentariorum demonstrabit. Nam, ut exemplum afferam, ex contextu AN-NAIRIZII statim sequi mihi videtur, illum commentarios ipsos HERONIS in manibus habuisse, quod TANNERY l. l. negat.[4]) Praeter nostrum codicem fortasse etiam *Manuscriptum Digby* 168[18] vel totum AN-NAIRIZII opus vel fragmentum eius servasse nuper admonuit MAURITIUS STEINSCHNEIDER.[5])

---

1) Ibidem p. 16: „Dieses Buch (die Elemente des EUKLEIDES) commentierte dann, indem er seine Schwierigkeiten zu lösen suchte, HERON."

2) Codex Leidensis 399, 1. EUCLIDIS Elementa ex interpretatione AL-HADSCHDSCHADSCHII cum commentariis AL-NAIRIZII. Arabice et Latine ediderunt notisque instruxerunt R. O. BESTHORN et J. L. HEIBERG. Pars I. Hauniae MDCCCXCVII.

3) La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons. Essai critique par PAUL TANNERY. Première Partie. Histoire générale de la géométrie élémentaire. Paris 1887, p. 165—178: Chapitre XIII: HÉRON *sur* EUCLIDE.

4) L. l. p. 174: „Est-il probable que le Commentaire de HÉRON ait encore subsisté intégralement chez les Arabes et soit tombé entre les mains de NIRIZI vers l'an 900 de notre ère? Je n'hésite pas à répondre non."

5) Videas: Miscellen zur Geschichte der Mathematik. Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin. 11. SIMPLICIUS, der Mathematiker (Bibliotheca Mathematica. Stockholm 1892. T. VI)

Codex igitur 569 (DD. IV. 19) Bibliothecae Universitatis Cracoviensis est pergamenus in folio latus 20, altus 27 centimetra. Scriptus est longis versibus (64 pro pagina) una eademque manu XIV saeculi. Paginae impares imparibus numeris 1—401 numerantur, pares autem paginae numeris carent. Adduntur tria folia vacua, ut totus numerus paginarum sit 408 = 204 foliorum. Primum autem et ultimum folium a bibliopega solum talia addita sunt, qualia hodie *„Schutzblätter“* nominare solemus, neque cum aliquo folio primae vel ultimae quaternionis cohaerent. Quaterniones singulae in ultimis paginis talibus notis insignitae sunt, quales SCHUM in sua Codicum Amplonianorum descriptione *„Eckwortcustoden“* nominavit.[1]) Primum folium olim involucro agglutinatum fuisse certa vestigia adsunt, quare in prima pagina scripta legi non possunt. Hoc autem prius factum esse constat, quam codex hodierno tegumento ligneo corio impressionibus ornato cooperto non ante saeculum XVI exeuntem munitus est. Quae in secunda pagina scripta leguntur, quaedam ad historiam codicis spectantia praebent. Ad indicem enim contentorum in codice alia manus adscripsit:

Hec scriptura est Doctoris MATHIE DE MIECHOW,

eademque manu additur:

Datus pro Libreria Universitatis studij Cracovieñ per Venerabłem Dominum Doctorem MATHIAM DE MIECHOW *Canonicum Cracovieñ.*

Ad hanc notam clarissimus vir IOANNES BROSCIUS haec adscripsit:

p. 7—8: „Ms. Digby 168[28] (Catalog v. MAKRAY p. 175) enthält ein Stück: De expositione lib. EUCLIDIS de geometria secundum AUARIZIUM (sic) beginnend: „SANBELICHIUS etc.“; letzterer Namen ist ohne Zweifel eine aus dem Arabischen stammende Umschreibung von SIMPLICIUS. In dem Namen AUARIZIUS steckt höchst wahrscheinlich ANARITIUS, d. i. der bekannte Commentator NEIRIZI; in der Liste der Übersetzungen GERARD's VON CREMONA, Nr. 15 heifst es *„Liber anaritii super Euclidem tr. I“*. Eine Handschrift dieser Übersetzung ist allerdings bis jetzt noch nicht nachgewiesen. Sollte Ms. Digby ein Fragment derselben enthalten?

1) WILHELM SCHUM, Beschreibendes Verzeichniss der Amplonianischen Handschriften-Sammlung zu Erfurt. Berlin 1887. p. 1 not. 1.

Hec scriptura est NICOLAI DE WICHYHA *Doctoris Medicinae. Ego* JOHANNES BROSCIUS *Curzeloviensis acceperam istum librum a Clarissimo Domino* VALENTINO FONTANA *anno 1614.* Vide *privilegium Astrologi ordinarij, in quo auxit causam ipsius pie memorie Dominus* MATHIAS MIECHOWITA, *ubi mentionem fecit huius et aliorum librorum. Deus illi intribuat in æterna beatitudine.*

Ex possessione igitur professoris Cracoviensis MATHIAE DE MIECHOWO codex ille ad usum professoris astronomie, eo tempore VALENTINI FONTANAE, bibliothecae universitatis donatus est. Sed non ante annum 1614 FONTANA eum JOHANNI BROSCIO, illo tempore Bibliothecario universitatis, tradidit. Ex quo tempore ergo manuscriptum certe in Bibliotheca Universitatis servatur.[1])

Contenta in codice haec sunt (pp. 3—6) vacant.

1) p. 7—80: Expositio ANARITII X primorum librorum geometriae EUCLIDIS;
2) p. 80—99: Libri XI—XV EUCLIDIS (ex interpretatione ATELHARDI);
3) p. 99—102: Liber de crepusculis matutino et vespertino, quem fecit ALI HOMADI[2]) translatus a Mgr̄o CREMONENSI Toleti de arabico in latinum.;
4) p. 103—132: Libri III THEODOSII de sphaeris[3]);
5) p. 132—235: Liber JEBER, quo corrigitur Almagestis PTOLOMEI[4]);
6) p. 235—245: Liber MESSEHALAC de causa motus orbis et natura eius[5]);
7) p. 245—261: Liber ALACEN de aspectibus[6]);
8) p. 261—262: Liber TIDEI de ymagine speculi[7]);

1) De vita et scriptis MATHIAE DE MIECHOWO, VALENTINI FONTANAE et JOHANNIS BROSCII videas librum JOHANNIS NEPOMUCENI FRANKE: JAN BROŻEK (J. BROSCIUS) *Akademik Krakowski 1585—1652,* Kraków 1884.

2) ALI HOMADI idem est cum IBN AL HEITHAM, id est ALHAZEN. De libro de crepusculis videas BONCOMPAGNIUM l. l. p. 5, l. 30.

3) Translatus ab eodem GHERARDO. Videas BONCOMPAGNIUM l. l. p. 5, l. 2.

4) Ex versione eiusdem GHERARDI. Cfr. BONCOMP. l. l. p. 5, l. 22.

5) Hic quoque ex translatione GHERARDI. Cfr. ibid. p. 5, l. 23.

6) Ut BONCOMPAGNIUS l. l. demonstrat, etiam a GHERARDO versus.

7) Translatus a GHERARDO. BONCOMP. l. l. p. 5, l. 14.

9) p. 263—296: Optica seu perspectiva Ptolomei (est versio Eugenii Amiracei Siculi de Arabico[1]);

10) p. 299—402: Euclidis Geometria ex editione Campani. Subito in libri XI propositione XXIX abrumpitur verbis: *sed non super lineam unam. Sitque.*

Qui scripsit librum, eum de mathematica pauca vel nihil scivisse verisimillimum est. Male enim saepe verba et sensum interpretis mutilavit et detorsit. Ut exempla afferam, pro *erigitur* scripsit $\overline{eit}\ \overset{i}{g}$, id est *erit igitur*, pro *centum* saepius *centrum*. Pro *et altera* scripsit *et latera, super filium* pro *superfluum*, *queretetur* pro *queretur*, rectamque lectionem *quesitam* pluries in *que scitam* convertit. Innumerabiles paene sunt omissiones per homoeoteleuta, quae vocantur, iterationesque eiusdem verbi vel verborum. Figurae quoque, quamquam optime videntur delineatae, pessime tamen depictae sunt. Neque enim proportio partium servata est, neque forma earum semper textui accommodata. Exempli gratia quadrata paene semper rectangulis, saepius quoque parallelogrammis descripta sunt, ut in figura propositionis Heronianae, qua docetur tres lineas auxiliares in theoremate Pythagorico ductas in eodem puncto se secare (videas p. 83).

In textu constituendo et lacunas codicis supplendo textus Besthornii Heibergii primi libri et commentarius Procli[2]) ad hunc librum Euclidis maximum afferebant auxilium, usuque scribendi Gherardiano semel cognito et in sequentibus libris ab Heibergio nondum vulgatis lacunas implere malasque lectiones rectificare non tam difficile erat. In definitionibus, petitionibus et axiomatibus Euclidis declarandis textus quoque ipse Euclidis ab auctore affertur et in initio primi libri et in omnibus, in quibus tales occurrunt. In theorematibus vero et problematibus, quos commentat auctor, solae additiones, non textus ipse propositionum, sed numeri tantum earum adscri-

---

1) Editus est liber a Gilberto Govi sub titulo: *L'ottica di* Claudio Tolomeo *da* Eugenio Ammiraglio di Sicilia, *scrittore del secolo XII ridotta in latino sovra la traduzione araba di uno testo greco imperfetto ora per la prima volta conforme a un codice della Bibl. Ambrosiana pubblicata.* Torino 1885.

2) Usus sum editione Friedleinii: Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii. Lipsiae M. DCCC. LXXIII.

buntur. In notis igitur addidimus textum propositionum secundum lectionem editionis Erhardi Ratdolt Venetiis 1482 versionis Campani [1]) quae cum et ipsa ex fonte Arabico defluxerit, melius cum versione ab An-Nairizio adhibita consensisse videtur quam textus Graecus Heibergii.

Cum adhuc in octavo libro duae additiones Heronis adferantur, commentarios eius usque ad hunc librum se extendisse verisimillimum videtur. Quae deinde in libro nono et in prima parte decimi leguntur etiam ex fonte Graeco manasse patet. In secunda autem parte decimi libri solum Arabem sentimus, quod et forma elocutionis — ut: *si deus voluerit* — et usu notarum numerorum, quae Arabicae dicuntur, et algebrae evidentissime demonstratur, ut paene credas duo separata opera a Gherardo in unum opus consociata esse. Praeterea hoc verisimilius fit, cum in fine primae partis libri decimi et ante initium secundae duae propositiones libri noni, XIIIma et XXXVIIIIma, id est ultima, addantur genuinae versionis Euclideae, fortasse unicum fragmentum interpretationis Gherardianae Euclidis. Has duas propositiones, ut fas erat, nono libro suo quamque loco addere placuit.

Quae ad textum codicis addenda putavimus, uncis fractis ⟨ ⟩ inclusimus, reiicienda vero uncis quadratis [ ] circumdata sunt. Unci rotundi ( ) nihil aliud sunt nisi interpunctionis signa, neque ad rem criticam pertinent. Lacunas, quas supplere non potuimus, serie punctorum .... determinavimus, lineola verticali | finis paginarum codicis adnotatur. In varia lectione eorum, quae uncis inclusimus, et lacunarum iterum mentionem facere supervacanenum putavimus. In adnotationibus loca Procli et aliorum ad textum An-Nairizii declarandum utilia laudavimus.

In sua versione Gherardus paene nunquam superlativo utitur, sed solo comparativo cum sensu superlativi. Exempli gratia p. 5, l. 22 legimus: *brevior dimensio* pro *brevissima dimensio*, et ibidem 1, 34: *cum breviori linea* pro *cum brevissima*

---

1) Preclariſſimū opus elementoꝝ Euclidis megarēſis vna cū cō/|mentis Campani pſpicaciſſimi in artē geometriā incipit felicit'.• In fine: ℂ Opus elementorū euclidis megarenſis in geometriā artē Jn id quoqȝ Campa/|ni pſpicaciſſimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impreſſor | ſolertiſſimus. venetijs impreſſit. Anno ſalutis. M. cccc. lxxxij. Octauis. Caleñ. | Juñ. Lector. Vale.

linea. Eodem modo utuntur fere omnes mathematici scriptores medii aevi, huiusque usus memor esse debet, qui in eorum studia incumbit. Nominibus auctorum Graecorum GHERARDUS ea forma utitur, quae apud Arabes vulgata erat, quare legimus ASAMITHES pro ARCHIMEDE, SAMBELICHIUS pro SIMPLICIO, AGANIS pro GEMINO, YRINUS pro HERONE.

Ex commentariis HERONIS ille, quem ad secundum librum scripsit, maxime ei proprius esse videtur, qui modos illos docet, quos hodie „*Klammerauflösen*" et „*Absondern*" nominare solemus. Quos modos in adnotationibus modernis signis denotavimus. AN-NAIRIZIUS quoque in libro quarto *analysim demonstrationis* primus adhibuisse videtur, qua docetur, quomodo auctor elementorum solutiones problematum et demonstrationes theorematum invenerit. Hic quoque ea, quae de constructione ABÛL WEFAE in adnotatione 1 ad pag. 75 dicta erant, revocanda sunt. ABÛL WEFÂ, qui natus est anno p. Chr. 940, auctor esse non potest constructionis, cuius AN-NAIRIZIUS meminit, qui circa annum 900 p. Chr. floruit. Haec igitur constructio, quae una circuli apertura conficitur, ex Graeco fonte manasse ipsique fortasse HERONI adscribenda esse videtur. Quae res eo verisimilior fit, quod etiam constructio HERONIS ad propositionem undecimam primi libri (v. p. 55) addita una circini apertura conficitur. Hinc ergo efficitur, quod KUTTA l. l. negat, Graecos problemata una apertura circini soluta confecisse, quamquam ille locus Collectionis PAPPI, quo MAURITIUS CANTOR in hac re usus est, ut recte admonuit KUTTA, ad huiusmodi constructiones non pertinet.

Cum in itinere illo Monachii essemus, nobis communicavit vir celeberrimus FR. BOLL fragmenta quaedam saeculi X, cooperculo codicis Bibliothecae Universitatis Regiae Monacensis depromta, quae statim ad EUCLIDEM pertinere intelleximus, sed nescivimus, sitne commentarius an quid aliud. Liberalitate Bibliothecae Monacensis factum est, ut fragmentis illis in Bibliotheca Gymnasii Regii Thoruniensi uti potuerimus, et ibi cognovimus versionem esse EUCLIDIS e Graeco textu factam verbum pro verbo reddendo. Auctor autem versionis litteris ad figuras ab EUCLIDE positis pro numerorum notis habitis semper et in figuris et in contextu litteras per numeros transtulit, exempli gratia *T* per tringentos, ζ per septem exprimendo. Fragmenta illa his prolegomenis inserere placet, textum quoque Graecum non HEIBERGII sed Theoninum editionis ab AUGUST factae addere[1]), quia ex tali exemplari versum esse facile intelligitur. Fragmentum ergo Bibliothecae Regiae Universitatis Monacensis 2° 757 insignitum duobus constat foliis pergamenis, primo quidem 332^{mm} alto et 215^{mm} lato, secundo autem 218^{mm} alto et 188^{mm} lato, binis columnis scriptis, 30 versibus pro columna. Secundo folio a bibliopega in superiore latere una linea et angulus externus abscissus est, sed abscissa facile suppleri possunt. Multa autem, quia folia cooperculo agglutinata fuerant, ita evanuerunt, ut vix vel omnino legi non possunt. Primum folium primo libro est excerptum, secundum secundo. Forma elocutionis interpretem Italum indicare videtur. Quis enim nisi Italus *Capitolo nono* inscripserit paragrapho? Qui vertit Euclidem, eum de Graeca lingua perpauca tantummodo cognovisse patet, neque de mathematicis bene instructus videtur. Saeculo autem decimo hominem certe non indoctum Euclidem ex ipso Graeco textu vertisse haud sane contemnendum videtur, nec supervacaneum videbitur, hoc fragmentum talis versionis publici iuris facere. Est igitur textus fragmenti ille.

---

1) *Ευκλειδου Στοιχεια* Euclidis Elementa graece edita ab E. F. August. Pars I. Berolini 1821.

Euclidis *Elementa ed.* August *I p. 35, l. 10 sq.*

[Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ, ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα τῆς] ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ· [λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.]

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καὶ ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ. ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ. καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἡ γὰρ ΑΒ

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis. Fol. 1ᵃ.

| ſecundo & tertio et in col. 1
ipſiſ utriſq; quȩ pri
mo quarto ſecundo
tertio ex ſegregatur
enī quȩ primo & quar
to utriuſq; parteſ ad
quinto ſeptimo signo
&enī de ſecundo quȩ
tertio primo ab inui
cem ueni& quȩ ſecun
do & quinto quȩ aū quo
ſecundo & quarto
ab inuicem ueniunt
quȩ tertio & primo
ab inuicem .. er ..
dico eſſe ab inuicem qu .
rum primo quinto
ſecundo tertio primo
quarto ſecundo p
rimo inuicem ȩqua
les quȩ quinto ſecund .
tertio primo quo
quarto ſecundo ter

secundo et tertio et in ipsis utrisque quae primo quarto secundo tertio. Ex-segregatur enim quae primo et quarto utriusque partes ad quinto septimo signo, etenim de secundo quae tertio primo ab invicem veniet quae secundo et quinto, quae autem quo secundo et quarto ab invicem veniunt quae tertio et primo.

Abinvicem⟨num⟩er⟨um⟩ dico esse ab invicem quorum [primo] quinto secundo tertio primo quarto secundo primo ⟨septimo⟩, invicem aequales quae quinto secund⟨o⟩ tertio primo quo quarto secundo tertio septimo. Quod enim in ipsis *διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.*

τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον,

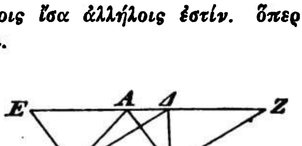
ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. Τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

tio ſeptimo quod enim
IN ipſiſ gratib; ſunt
quę ſecundo tertio
& in ipſiſ ęqualeſ
quę ſecundo tertio
quinto ſeptimo eſt
autem quidem quiNto
| ſecundo tertio pri
mo ſ . b . . . a . . .
tera NOſ q . . . . . leſ
ter . . . ſec . . . .
ſecundo ɿ . . . quadr
angulo quę . . . .
o ſecundo Numeruſ
eiuſ quaſi dimidiuſ
qui autem quarto
ſecundo tertio & ſep
timo ab inuicem q . .
tera noſ qdem pr . . .
quarto ſecundo tri
. . gulo . . . . .
quarto tertio pro
pter aſeſ quaſi dimi
diuſ . . ɿc ſ . . . ęqua
leſ Noſ . . . . ęqua
liſ quē ęqualeſ prim

gradibus sunt quae secundo tertio et in ipsis aequales quae secundo tertio. quinto septimo. Est autem quidem quinto secundo tertio primo ⟨ab invicem⟩ littera nos [q⟨uae col. 2 aequa⟩les ter⟨tio⟩ secundo], ⟨primo⟩ secundo tertio quadrangulo, quae ⟨enim prim⟩o secundo numerus eius quasi dimidius. Qui autem quarto secundo tertio et septimo ab invicem q⟨uae lit⟩tera nos quidem pr⟨imo⟩ quarto secundo tri⟨an⟩gulo, ⟨quae enim⟩ quarto tertio propter asses quasi dimidius. ⟨Quae sunt⟩ aequales nos ⟨sunt⟩ aequalis. Quae aequales primo esse ⟨quo⟩ primo secundo ⟨tertio⟩ triangulo quae quarto secundo tertio triangulo.

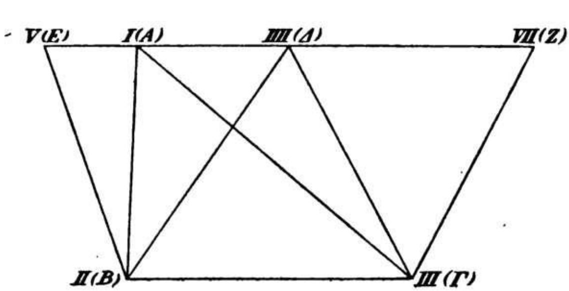
Euclidis *Elementa ed.* August.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

o eſſe . . . . . . primo
ſecundo . . . . tri
angulo quę quarto
ſecundo tertio tri
angulo ☾ quę autem
triangula quę in
ipſiſ gradib; ſunt
ęqualia
& in ipſiſ ab utrūq
a
utrūqueq; ſt ē quod opor
t& oſtendere. | *fol. 1b*



Quae autem triangula, quae in ipsis gradibus sunt, et in ipsis ab utrumque aequalia utrumque sunt. Quod oportet ostendere.

Πρότασις λη'.

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ.

λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα

Cap. xxxviii.

Quadrangula
u
quo ęqualiſ
gradiſ ſunt Et
alt'niſ
in ipſiſ utraque ęqua
ia ·i· ad inuicem
leſ alterutrum ſunt
y
℄ ęrint triangula
quę primo ſecundo
& tertio quarto
quinto & ſeptimo
in utraque gradi
b; quorum ſecun
do tertio quinto
& ſeptimo quidem
in ipſiſ utriuſque
quę ſecundo & ſep
timo primo quar
to ſcito quod ęqua
liſ ſint quo primo
ſecundo tertio tri
angulum quę quar
to quinto & ſepti |
mo triangulo deſepa

col. 2

Capitolo XXXVIII.

Quadrangula quo aequalis gradus sunt et in ipsis utraque aequalia alterutrum sunt.

Erunt triangula quae primo secundo et tertio, quarto quinto et septimo in utraque gradibus quorum secundo tertio, quinto et septimo, quidem in ipsis utriusque quae secundo et septimo, primo quarto, scito, quod aequales sint quo primo secundo tertio triangulum quae quarto quinto et septimo triangulo.

Deseparantur enim quae

Euclidis *Elementa ed.* August.

τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ

παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ. καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ,

ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ. καὶ ἔστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

rantur enim quę pri mo & quarto quorū ambob; partib; quo octauo & Nono & ꝑ m . . . ſtabit ſecun · do & quo tertio & pri mo utriuſque coniun gitur quę ſecundo oc tauo quod aū ſepti mo quarto & quin to pteſ inuicem con iunguntur quo ſepti mo & nono utriuſqu; littera ē de ambob; quę ſecundo tertio primo quarto quin to ſeptimo Nono & ęqualiſ ſunt quę ſe cundo tertio primo quod autem ſeptimo Nono quod autem ęqualis grados suNT quę ſecundo tertio

primo et quarto quorum ambobus partibus quo octavo et nono, et perm⟨anet⟩ stabit secundo et quo tertio et primo utriusque coniungitur quae secundo octavo, quod autem septimo quarto et quinto partes invicem coniunguntur quo septimo et nono.

Utriusque littera est de ambobus quae secundo tertio primo, quarto quinto septimo nono. Et aequales sunt quae secundo tertio primo quod autem septimo nono, quod autem aequalis gradus sunt quae secundo tertio, quinto et septimo et in ipsis uterque secundo septimo, octavo

	quinto & ſeptimo & in ipſiſ uterque ſecun do ſeptimo octauo & Nono ſunt quidem quo ſecundo tertio primo ab inuicht	et nono. Sunt quidem quo secundo tertio primo ab invicem.
I p. 55, l. 27 sqq.	*Fol. 2ᵃ*	
[τὸ δὲ ΠΑ τῷ] ΡΖ. Ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΑ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΜΑ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ	. . . . centiſſimo & ſeptimo quadrageſſimo & oc tuageſſimo quo octua giſſimo & triceſſimo eſt ęqualiſ minuſ adimpl& enī quę quadrageſſimo & treciſſimo ab inuicę pinctū & qui primo & octauo quidē quo centiſſimo & ſeptimo	⟨quae autem octuagissimo et tricessimo quo⟩ centissimo et septimo. Quadragessimo et octuagessimo quo octuagissimo et tricessimo est aequalis. Minus adimplet enim quae quadragissimo et tricessimo ab invicem pinctum. et qui primo et octavo quidem quo centissimo et septimo aequalis est.
ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ, ΠΑ, ΡΖ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·	ęqualis ē illa quarta enī quę primo & octauo qua dragiſſimo & octuagiſſimo Octuagiſſimo & triceſſimo Centiſſimo & ſexuagiſſimo ęquales ab inuiceſ ſunt quę	Illa quarta enim quae primo et octavo, quadragissimo et octuagissimo, octuagissimo et tricessimo, centissimo et sexuagissimo aequales ab invices sunt.
τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστὶ τετραπλάσια. Ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα	autem quattuor enim de primo & octauo eſt qua	Quae autem

EUCLIDIS *Elementa ed.* AUGUST.	*Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.*	
τὰ ΓΚ, ΚΔ, ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια.	druplum manifestena ſunt enī & illa quattuor quę tertio & uiciſſimo ui ciſſimo & quarto octauo & centiſſimo Centeſſimo & quinquagiſſimo d&er tio & uiciſſimo quadru	quattuor enim de primo et octavo est quadruplum. Manifestena sunt enim et illa quattuor quae tertio et vicissimo, vicissimo et quarto, octavo et centissimo, centissimo et quinquagissimo de tertio et vicissimo quadruplicatum.
τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περιέχει τὸν ΣΤΥ γνώμονα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστίν, ἴση γὰρ καὶ ἡ ΚΒ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τέτρακις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ τετραπλάσιόν	plicatum quę aū octauum quę aн̄ hab& quorū ducentiſ ſimo tricentiſſimo qua dringentiſſimo ſcito qua druplicatum est de primo | col. 2 . . . . & uiciſſimo . . . . mo & ſecund . . . . . o & quarto ęſt . qua leſ illa ſecunc . ı& ui ciſſima quę ſecunda & quarta quod autē quadragineſ quę ſub primo & ſecundo ſecu .	Quae autem octavum quae ante habet quorum ducentissimo tricentissimo quadringentissimo scito quadruplicatum est de primo ⟨et vicissimo. Et quae primo⟩ et vicessimo ⟨quae sub pri⟩mo et secund⟨o, secund⟩o et quarto est, ⟨ae⟩quales illa secun⟨da⟩ et vicessima quae secunda et quarta. Quod autem quadragines sub primo et secundo, secu⟨n⟩do et quarto
ἐστι τοῦ ΑΚ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τετραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΥ γνώμων·	do & quarto quadrı. plum eſt quę primo	

	& uiceſſimo monstr. tũ ē ęnim de primo & uiceſſimo quadru plũ ſicut triceſſimo (Ntef) & quadrageſſimo (N Nti) ſcito	quadr⟨u⟩plum est quae primo et vicessimo. Monstr⟨a⟩tum est enim de primo et vicessimo quadruplum sicut tricentessimo et quadringentessimo scito.
τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι.	quod aũ quadragen (in) tiſſimo quę ſub primo & ſecundo ſecundo & quarto ęqualiſ eſt quoducentiſſimo & tri centiſſimo & quadrin gentiſſimo ſcito	Quod autem quadringentissimo quae sub primo et secundo, secundo et quarto aequalis est quo ducentissimo et tricentissimo et quadringentissimo scito.
Κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΘ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ·	enĩ com muniſ iacebit quo ſexu agiſſimo & nono quod eſt ęqualiſ quod a pri mo & tertio quadrаɴ gulo	Enim communis iacebit quo sexuagissimo et nono, quod est aequalis quod a primo et tertio quadrangulo.
τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι καὶ τῷ ΞΘ.	quod aũ quadra giis quę ſub primo & ſecundo ſecundo & quart.	Quod autem quadragies quae sub primo et secundo secundo et quart⟨o⟩
	Fol. 2b	
	. . . . aduerſum p . . . . & tertium qua	⟨contentum directis angulis⟩ adversum p⟨rimum⟩ et tertium qua-

Euclidis *Elementa ed.* August	*Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.*	
Ἀλλὰ ὁ ΣΤΥ	dr . . . ulo ęqualiſ eſt q . ę ducentiſſimo & tricentiſſimo & quadringentiſſimo ſcito enim quo ſexuagiſſimo & Nono ſed ille ducentiſſimo & tricentiſſimo & quadringentiſſimo ſcito quo ſexuagiſſimo & nono totum eſt quo primo & quinto ſeptimo & quarto quatrangulo quod eſt a primo & quarto	dr⟨ang⟩ulo aequalis est q⟨u⟩ae ducentissimo et tricentissimo et quadringentissimo scito enim quo sexuagissimo et nono. Sed ille ducentissimo et tricentissimo et quadringentissimo scito quo sexuagissimo et nono totum est quo primo et quinto septimo et quarto quadrangulo, quod est a primo et quarto.
γνώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΔ.		
τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνῳ.	quod autē quadragenis quę ſub primo & ſecundo ſecundo & quarto aduerſum primū & tertium ęqualiſ eſt quod a primo & quarto	Quod autem quadragenis quae sub primo et secundo, secundo et quarto adversum primum et tertium aequalis est quod a primo et quarto quadrangulo. Aequalis autem illa secunda et quarta quae secunda tertia. Quod

ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

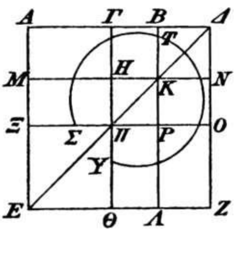
Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς

quadrangulo ęqua
liſ aū illa ſecunda
& quarta quę ſecun
da tertia quod autē
quadragieſ quę ſub
primo & ſecundo ſe | col. 2
. . . .
tum directiſ angul . .
aduerſuſ primo & ter . . .
quadrangulo ęqualiſ eſ .
quę a primo & quarto hoc
eſt quod a primo & ſecundo
& ſecundo & tertio ſicut ab
uniuſ diſcribto quadran
gulo ſi enī dericta picta
ſciſa ſicut conuenit quo
quadragenis ſub totum
& uniuſ ſciſſuriſ circum
datum trianguliſ aduer
ſuſ quominuſ ſciſum qua
drangulū ęqualiſ eſt quę
autem ad totum & quę dic
tum ſciſum ſicut ab uniuſ

autem quadragies quae sub primo et secundo, se⟨cundo et tertio conten⟩tum directis angul⟨is⟩ adversus primo et ter⟨tio⟩ quadrangulo aequalis es⟨t⟩ quae a primo et quarto, hoc est quod a primo et secundo et secundo et tertio sicut ab unius descripto quadrangulo. Si enim directa picta scissa, sicut convenit, quo quadragenis sub totum et unius scissuris circumdatum triangulis adversus quominus scissum quadrangulum aequalis est quae autem ad totum et quae dictum scissum sicut ab unius

Eucleidis *Elementa ed.* August.

ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



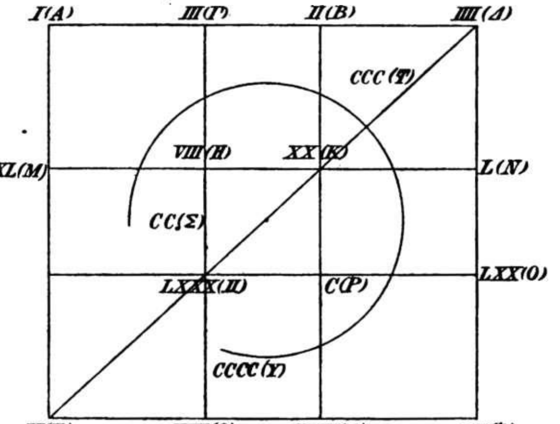
· *Πρότασις ϑ'.*

Ἐὰν εὐϑεῖα γραμμὴ τμηϑῇ

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

deſcribtū quadrangulo quod oport& oſtendere

descriptum quadrangulo. Quod oportet ostendere.



20 Cap. nono

Si directa pincta ſciſſa.

Capitolo nono.

Si directa pincta scissa.

In prima columna textum Graecum, in secunda formam ipsum fragmenti, in tertia textum illius cum additionibus necessariis talem posuimus, qualis principio fuisse nobis videbatur. Interpretem codicem litteris maiusculis scriptum in manibus habuisse statim patet. Quo enim alio modo intelligi potest versio illa (fol. 1^b, 21—22): *„quod autem septimo nono"*, nisi in codice legebatur TΩIΔEZΘ, et interpres ΔЄ pro particula δὲ posuit, vel (fol. 2^a, 14—15) illa: *„quadruplum sicut tricentissimo et quadringentissimo"*, nisi codex praebuit KAIOCTY, et OC in ΩC transmutatum est? Eodem modo fol. 1^b, l. 16 et 19 in *ΗΒΓΑ* interpres litteram *H* pro articulo ἡ admisit. Sed de his hactenus. Philologis, non mathematico de his tractandum erit.

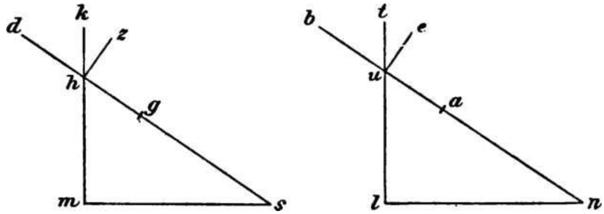
Eodem tempore, quo An-Nairizius, Ahmed ben Jûsuf vixit. Is in epistola de proportione et proportionalitate scripta fragmentum Heronis servavit una cum altero fragmento Archimedis. Bene igitur nobis visum est, hoc quoque fragmentum his prolegomenis addere secundum lectionem Codicis 5277 Bibliothecae Vindobonensis Palatinae. Haec epistola, quam idem Gherardus ex Arabico vertit[1]), qui et An-Nairizium in Latinam transtulit linguam, nihil aliud est nisi commentarius ad quintum librum Elementorum Euclidis et ad illam Menelai propositionem, quae *„figura sectoris"* nominatur, et qua in astronomia et trigonometria sphaerica semper utebantur geometrae usque ad saeculum XVI. Fragmentum illud eiusmodi est.

Ex codice Vindobonensi Palatino 5277 (Philos. 68) fol. 309^b sq.

In carastone quoque, cum fuerit perpendicularis eius equidistans superficiei horizontis, erit proportio longioris duarum partium ipsius ad breviorem earum sicut proportio gravioris ponderis ad levius pondus. Et in chorda divisa cum portante erit proportio longioris sectionis ad minorem sicut proportio vocis minoris ad vocem longiorem, cum percutiuntur cum una re et una potentia. Iam ergo ostendimus diffinitionem proportionalitatis ei, qui huius declarationis ordinem assecutus est, et quid nomen eius significet ei, qui hunc consequitur ordinem, ne, qui hanc consyderat epistolam, ab hac scientia sit vacuus. Arsamides quoque ponderum proportionem diffinivit dicens: *„Pondera proportionalia diversa sunt, quae uno ponde-*

1) Videas Boncompagnium l. l. p. 5, l. 8.

rantur angulo". Per quod voluit intelligi, ut, cum primum ponderum ponitur in una lance trutinae et secundum eorum in altera lance, et suspenditur trutina suspensorio suo, erit angulus, quem circumdat statera et suspensorium trutinae, unus ad tertium et quartum, cum tertium fuerit positum loco primi, et quartum in loco secundi. Et similiter si quintum in loco primi et tertii ponatur, et sextum in loco secundi et quarti. Et cum primum etiam et secundum in duabus lancibus ponatur, tertium et quartum in duabus lancibus alterius trutinae, et quintum et sextum in duabus lancibus trutinae tertiae, anguli, qui sunt inter suspensoria trutinarum et stateras earum, sunt etiam uni. Per hoc autem, quod in verbis eius invenitur, scilicet *ex diversis,* | voluit intelligi, quod cum primum pon- 310
derum fuerit aequale secundo, statera trutinae erit cum suspensorio ipsius coniuncta, neque erit inter ea angulus. YRINUS autem diffinivit proportionem dicens: „*Pondera proportionalia diversa sunt ea, quae cum appensa fuerint, erunt lineae ordinatae unicuique antecedenti earum et consequenti super aequales angulos superficiei horizontis*". Quod etiam in nullis separatur ab eo, secundum quod ARSAMIDES ponderum proportionem diffinivit. Ostendam igitur illud, et ponam duas ex perpendicularibus trutinarum *ab, gd* dispositas quatuor ponderibus *a, b, g, d,* et sit proportio *a* ad *b* sicut *g* ad *d*, et sit una-



queque earum in dua media divisa super duo puncta *u* et *h*, et duae staterae earum sint duae lineae erectae *u* et *h*, et duo suspensoria earum sint duae lineae *tu*, *kh*, quarum quaelibet secundum rectitudinem usque ad horizontis superficiem ad duo puncta *l* et *m* producatur, et protrahantur duae perpendiculares *ab* et *gd* secundum rectitudinem, donec occurrant superficiei horizontis in duobus punctis *n* et *s*. Manifestum est igitur, quod duae lineae *tl*, *km* sunt duae perpendiculares supra horizontis superficiem; et protraham etiam in superficie horizontis duas lineas *ln*, *ms*. Et quia, secundum quod dixit Yrinus, angulus *anl* est aequalis angulo *gsm*, et duo anguli *uln*, *hms* sunt recti, erunt duo trianguli *uln*, *hms* similes, et duo anguli *aul*, *ghm* erunt aequales, igitur duo anguli *tub*, *khd* sunt equales. Cum igitur minuerimus eos ex duobus rectis angulis *eub*, *zhd*, remanebunt duo anguli *eut*, *zhk* aequales, qui sunt duo anguli ponderum, quos Arsamides diffinivit. Et illud est, quod volui demonstrare.[1])

Quae dicta sunt ab Ahmed ben Jûsuf neque in Heronis neque in Archimedis operibus, quae quidem exstant, invenire potuimus. Archimedeum fortasse in libro περὶ ζύγων hodie deperdito insertum fuit.

---

1) In hoc fragmento *carasto* est *libra romana (die römische Schnellwage)*, *statera* vel *trutina* est *libra mercatorum*, *perpendiculum trutinae* est *Wagebalken*, *statera* = *Zünglein der Wage*, *lances* = *Wagschalen*.

ANARITII

IN DECEM LIBROS PRIORES

ELEMENTORUM EUCLIDIS

COMMENTARII.

7 | INCIPIT EXPOSITIO ANARITII X PRIMORUM LIBRORUM GEOMETRIE ⟨EUCLIDIS⟩.

Dixit Euclides: *Punctum est, quod partem non habet.*

Supra hoc dixit Sambelichius[1]): Punctum est principium quantitatum, et unde auguntur, et ipsum solum est, quod non dividitur, habens situm. Cum ergo in sui habitudine fuerit firmum et postea motum, ac si a primo situ ad alium situm velociter cucurrerit, provenit ex eo una tantum dimensio et sui cursus quantitas habens unam dimensionem. Quia enim ipsum non dimittat, non provenit tunc nisi ex eo una tantum dimensio, que est longitudo tantum. Linea quoque cum se moverit, si eius motus sequens motum puncti, augebit solam sui longitudinem tantum. Linea enim non fit nisi ex motu puncti. Si autem linea in se ipsa moveatur, et de suo primo situ ad alium primum situm fuerit mota, accidit ex sua remotione alia dimensio, que vocatur latitudo, et provenit ex ea quantitas habens duas dimensiones, que vocatur superficies, eo quod sicut illud, quod sunt corpora, est expansum, et illud est, quod corporibus ⟨est⟩ naturale. Superficies ergo si moveatur linee sequens motionem, augebit se solam tantum. Si autem tota moveatur a suo primo situ ad alium situm, provenit etiam dimensio tercia, que vocatur profunditas, et fit ex ea corpus, quod, cum sit tres habens dimensiones, undique a superficiebus comprehenditur.

21. naturale] n'r. — 23. tanta.

1) Sambelichius = Simplicius.

Exemplum subiciam, quod sit huiusmodi, scilicet quod superficies, que mota fuit, antequam movetur, fuit superficies quadrata, que fit superior cubi superficies, qui ex motu provenit, et sic superficies, ⟨si⟩ finitus est motus superficiei, cubi inferior. Quatuor ergo linee, que comprehendunt quadratum, fecerunt quatuor reliquas superficies, que comprehendunt cubum. Declaratum est igitur, quod corpus undique a superficiebus comprehenditur. Si ergo corpus moveatur, impossibile est, quod non eius motus sit sequens unam suarum superficierum, ideo et in se ipsum augetur, et non accidit magnitudini alia dimensio. Et sequitur necessario, quod sit magnitudo dimensionum a rectis angulis, eo quod sit finita. Linee vero, quarum unam super aliam erigi possibile est super rectos angulos tres tantum sunt, ideo et sunt tres dimensiones, scilicet longitudo, latitudo et profunditas. Quapropter locales etiam dimensiones fuerint tres, scilicet a sursum in iusum, a dextra in sinistram, ab anteriori ad posterius.

Dixit propterea Sambelichius: Punctum ideo negando Euclides diffinivit, diminutione superficiei a corpore, et diminutione linee a superficie, et diminutione puncti a linea. Cum ergo corpus sit tres habens dimensiones, punctus necessario nullam earum habet, nec habet partem.

Vera enim causa, ob quam negando diffinivit, est, quia causa dimensionum ipsum est, et oportet, quod causa sit magis propinqua ad hoc, ut non dimittatur quantitas, eo quod ipsa sit magis propinqua uni, qui est causa tocius. Et quia res magis simplex est causa eius, qui est post ipsam, cum fuerint ambo unius generis, scilicet habentes situm, ideo punctum, quod in linea est, intenditur, quod est sicut finis, quod proprie geometre sciunt. Et magis simplex quam linea necesse habet partem, donec ad hoc deductum sit, ut non dividatur; et similiter etiam unitas complet tres ex eo a tribus. Punctum vero, quod est causa linee, eo quod sit sublimius et simplicius dimensioni-

10. duarum superficierum. — 18. sinistra. — 31. Geometre.

bus, dicitur non habere partem. Non tamen dicitur non habere partem nisi ideo, quod non habet ⟨genus⟩ dimensionem habentis, neque omnino sit unius et eiusdem generis cum eis, que habent dimensiones. Motus enim habet continuitatem et dimensionem; non tamen habet eas nisi ex quantitate. Similiter quoque superficies non habet eas nisi ex motu: ergo finis motus et instans non ob aliud sunt non habentia partem et dimensionem nisi propter punctum. Punctum ergo prius et posterius est indivisum et indimensum. Manifestum quoque est, quod punctum, quod est magis simplex quam linea, non diminuit aliquid eorum, que habent dimensiones, cum partitur ea, neque auget ea, eo quod non habet partem et est finis eorum. Si quis autem puncti virtutem scire quesierit, quod est magis simplex quam linea, in sensibilibus imaginetur centrum tocius et polos.

Preter hanc vero multe alie diffinitiones puncto attribute fuerunt.

Herundes[1]) vero dixit, quod punctum est principium omnium quantitatum indivisum. Et forsitan non ob aliud sic diffinivit, nisi ut esset diffinitionis conversio manifesta.

Aposedanius[2]) autem dixit, quod punctum est extremitas non habens dimensionem, aut extremitas linee.

Sed diffinitio magis propinqua intentioni est, ut dicatur, quod punctum est, quod non habet dimensionem quantitatis continue, habens situm. In hac enim diffinitione appositum est maius genus, quod est quantitas, quam continuum divisivit, per quod punctum separatur ab unitate. Hoc est, quod, licet unitas sit indivisa, est tamen quantitatis discrete. Hoc autem pro-

13. parte. — 14. que si erit. — 28. habentis.

1) Quis sit Herundes nescio. An Heronas? — 2) Nescio etiam, quis sit Aposedanius.

pinquum commune, quod est situm, separat punctum a tempore et motu et ab eorum extremitatibus; et ex hoc, quod diximus, separamus punctum a superficie, et lineam a corpore, qualiter situm. Quasi ⟨si⟩ loco huius dicti: „non habens dimensionem" diceretur per ipsum, est sicut extremitas, aut separetur aliam et a superficie ⟨et⟩ a corpore, quoniam nullam horum habet dimensionem.

Quidam vero alii[1]) diffiniunt punctum dicentes: punctum esse unitatem habentem situm, sicut diffiniunt unitatem dicentes: esse punctum non habens situm. Quam diffinitionem dederunt, non ut esset vera, sed transmutationem faciendo. Hoc ideo est, quod continua et discreta diversificantur in situ, ergo finis motus et instans magis propinqua puncto quam unitas propter communitatem, que est inter ea secundum continuitatem, que non est in unitate.

Ego autem dico, quod unitas est res carens partibus et situ, et principium quantitatis discrete.

Dixit Euclides: *Linea est longitudo sine latitudine.*

Supra hoc vero dixit Sambelichius: Linea habet principium, ex quo ipsa fuit, quod est punctum, et ipsa est principium superficiei. Quia vero ipsa fuit ex principio indiviso, est longitudo; et quia ipsa est principium latitudinis, est sine latitudine. Linea quoque ab aliis separata est ⟨non⟩ cum diffinitione negativa, sed cum qua est affirmata.

Heromides[2]) autem diffinivit lineam dicens: eam esse quantitatem, que habet unam dimensionem. Alii autem diffinient eam dicentes: eam esse extremitatem quantitatis continue habentis situm, quam separat punctum, que manifeste apparet in sensibilibus, scilicet inter lucem et umbram.[3])

---

1. situm] satum. — 11. qua diffinitione. — 14. istans. — 31. qua.

---

1) Proclus 95, 21 sq. hoc Pythagoraeis tribuit. — 2) Heromidem idem esse ac Herundem verisimillimum est. Confer etiam Proclum 97, 7—8. — 3) Proclus, 100, 14 sq.

Dixit EUCLIDES: *Due extremitates linee sunt duo puncta.*

Supra hoc SAMBELICHIUS dixit: Non dixit EUCLIDES, quod quilibet linea sit finita punctis. Impossibile tunc est, quod sit linea infinita. Non tamen iudicare de his verbis attinet geometris, quia hoc tantum magistro naturalis scientie convenit. Geometre tamen quandoque ponunt lineas esse infinitas, linea quoque circonflexa est infinita. EUCLIDES autem noluit intelligere nisi, quod linee finite finiuntur punctis, quemadmodum superficies finiuntur lineis, et, ut omnino dicam, sicut finitur omne illud, quod est unius generis, per id, quod est minus illo secundum unam dimensionem. Et non dixit hoc nisi propter sectionem quantitatum et eorum augmentum. Hoc est, quod, cum fuerint fines linearum puncta, manifestum est, quod, cum punctum diviserit lineam, non inveniat ex eo dimensionem, et etiam quod, ⟨si⟩ linee sese contingant in punctis, nihil augmenti ex illo contactu recipiunt. Geometre vero probantur verba ista: „recipiunt et contingunt".

Dixit EUCLIDES: *Linea recta est, que est posita super equale, quod est inter omnia duo puncta cadentia super ipsam.* Ac si vellet dicere illud, quod AXIMITHES[1] intellexit, hoc est: brevior dimensio, que contingit illud, quod est inter duo puncta.

Supra hoc SAMBELICHIUS: EUCLIDES vult intelligere cum dicere: „que est ⟨posita super⟩ equale, quod est inter omnia duo puncta," dimensionem, que est inter duo puncta duarum extremitatum suarum, quia, cum nos posuerimus duo puncta, que sunt sicut linee extremitates (non enim diffinivit in hoc loco ⟨nisi⟩ finitam), et accipimus dimensionem, que est inter ea. Hoc si positum esset, lineam non esse inter ea, erit illa dimensio equalis linee, cuius illa puncta sunt extremitates. Si enim vellemus mensurare dimensiones, que sunt inter quedam puncta et alia, cum linea mensuremus, cum breviori linea, que est brevior viis, que sunt inter res separatas, neque me-

1) AXIMITHES = ARCHIMEDES.

tiremur cum linea, in qua sit cavitas. Et ideo diffinivit eam Asamithes[1]) dicens: *Linea recta est brevior lineis, quarum extremitates sunt eedem*, et vult dicere, quod sit brevior linea, que coniungit, quod est inter duo puncta. Mensuratio eius non fiet nisi cum linea recta, quoniam ipsa so|la est diffinita, hoc est, quod nulla 8 aliarum harum invenitur diffinita. Possibile enim est nobis coniungere punctum puncto cum lineis curvis et circonflexis et compositis, quorum alie sunt minores aliis, quod semper fieri possibile est. Euclides vero ⟨postquam⟩ diffinivit lineam et dixit, quod est longitudo sine latitudine, processerit deinde ad loquendum de speciebus. Species autem linee sunt tres, scilicet quod earum alie sunt recte, alie circonflexe, alie medie inter rectas ⟨et⟩ circonflexas, que sunt, ac si ex eis forent composite. Harum vero, que sunt medie, quedam sunt inordinate, quam ob rem non indigent eis geometre, sicut sectiones piramidum, que sunt formate ad aliam similitudinem, et alie infinite; quedam sunt, quibus geometre utuntur, sicut sectiones piramidum, que sunt alternate et que sunt addite, et que sunt diminute[2]), et linee, que sunt leulavi^{e}(!), et alii linee multe, in quibus sunt multe res mirabiles. Euclides vero, quia scivit utilitatem et mensuram prologi, non diffinivit nisi rectam et circonflexam, que sunt simplices.

Plato[3]) vero diffinivit rectam lineam dicens: *Linea recta est, cuius medium duas ipsius extremitates cooperit.* Cum enim aliquis fixerit oculum supra unum punctum duarum extremitatum, et voluerit videre aliam extremitatem, et posuerit oculum in loco puncti, inveniet, quod illud, quod est in medio, cooperit extremitatem

1. et ideo *bis*. — 9. aliis] alii. — 13. tres] int'. — 21. *Quid sit vox* leulavi^{e} *nescio*.

1) Asamithes est etiam Archimedes. Cfr. Proclum 110, 10—11. — 2) Parabola, Hyperbola, Ellipsis. — 3) Proclus 109, 21—22.

aliam, que est post ipsum. Hec autem diffinitio loco indicis posita, scilicet quod non ideo, quia medium cooperit duas extremitates, est linea recta, sed quia linea recta est, ideo medium cooperit duas extremitates, quod est ideo, quod visus transit secundum rectitudinem.

Alii vero diffinierunt eam dicentes[1]): Linea recta est cuius quelibet partes possibile est supponi partibus undique. Hoc est, quod partes circuli licet supponentur alie aliis, non tamen super punctum et ubique et si ponatur curvitas extrinseca unius partis eius super curvitatem extrinsecam alterius partis ipsius, contingent se in uno puncto, sicut circuli se contingent et non cooperient. Si autem intrinseca curvitas intrinsece curvitate obviando adiungatur non superponendo, contingeret eam in duobus punctis, et non cooperient se.

Alii autem diffinierunt eam dicentes[2]): Linea recta est, que, cum due ipsius extremitates, figuntur, figitur et non movetur a suo motu, sicut meguar.[3]) Linee enim circonflexe, licet earum extremitates sicut poli figantur, non propter hoc tamen remanent, quin moveantur de loco ad locum, sicut medietas circuli, que est inter duos polos. Si licet ymaginemus lineam rectam mobilem duabus suis extremitatibus fixis, non tamen de loco suo moveretur. Ideoque alii diffinierunt eam dicentes: Linea recta est, quecumque ⟨super⟩ duas ipsius extremitates rotata non movetur de loco suo ad alium locum. Circonferentia vero circuli etsi moveatur super unam suarum extremitatum, que est centrum, non tamen movebitur de loco ad locum; sed si moveatur super duo puncta, sicut super duos polos, movebitur de loco suo. Oportet nos itaque scire, quod diffinitio linee recte, quam Euclides dedit, brevior est et

1—2. Hoc autem diffinit loco indicis positum. — 2. quia] quod. — 7. cuiusq₃ partes. — 14. adiungantur.

1) Proclus 110, 20—21. — 2) Proclus 110, 21—22. — 3) Meguar Arabice est axis.

magis conveniens omnibus diffinitionibus, quas alii dederunt. Quod ideo est, quod quidam eorum assumpserunt diffinitionem loco indicis, et alii assumpserunt diffinitionem secundum relationem, quam habent alie ⟨ad⟩ alias. Ex hoc ergo videtur nobis, quod linea recta est magis simplex et antiquior circonflexis. Linea enim recta ad invicem cooperit aliam, secundum quod posita fuerit, in aliis vero lineis non contingit sic. Linea quoque recta et media et sola, alie vero linee, que non sunt recte, simul habent curvaturam exterius. Sed cum linea recta terminatur res et mensuratur; ipsa enim est minor linea lineis, quarum extremitates sunt sue extremitates, alie vero linee non sunt sic.

Dixit EUCLIDES: *Superficies est, que habet longitudinem et latitudinem.*

Supra hoc SAMBELICHIUS inquit: Processit EUCLIDES ad loquendum de secunda specie specierum quantitatis, scilicet de superficie, quam diffinivit secundum eundem modum cum affirmatione et negatione. Id est, quod, cum dixit: „habens longitudinem et latitudinem", dixit cum affirmatione, non habet profunditatem. Hoc videns vero diffinivit superficiem dicens: „superficies est quantitas habens duas dimensiones", quemadmodum diffiniens corpus dixit: „esse quantitatem habentem tres dimensiones." Nomen autem superficiei in lingua Greca determinatum est ex apparitione[1]) scilicet quod est hoc, quod apparet in corpore. Corpus enim non apparet, donec ipsa videatur.

Dixit EUCLIDES: *superficiei extremitates sunt linee.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Si linea, cum de suo situ primo mota fuerit, fecit superficiem, ita etiam ex eius extremitatibus, quia mote fuerunt, provenerunt linee, que continent superficiem. Ex quo voluit intelligi, quod, cum

2. quedam.

1) ἐπιφανεία.

linea mota fuerit ⟨de⟩ suo situ, provenit superficies, cui acciderunt duo termini, qui sunt due linee, que proveniunt ex duabus extremitatibus linee propter ipsius motu. Duo autem termini, qui remanent, sunt due dimensiones, quarum una continet locum linee primum, et secunda, que occupat locum, ubi fiunt motus. Hoc est, quod Euclides in hoc loco non fuit locutus nisi de superficie finita, et de infinita et rotunda nihil dixit.

Dixit Euclides: *Superficies plana est illa, que est posita supra dimensionem, que est equalis ei, quod est inter duas lineas rectas, que sunt supra ipsam.* Ac si vellet dicere, est brevior superficies que coniungit inter duas rectas lineas.

Supra hoc Sambelichius: Processit Euclides loquendo de genere superficiei communi et transit ad species ipsius, que sunt multe, sicut species linee. Quarum quedam sunt superficies simplices et quedam superficies composite. Compositarum item alie sunt ordinate et alie inordinate. Sed superficies simplices sunt, quarum sunt recte linee; aut quarum linee sunt rotunde; ⟨aut⟩ in quibus coniunguntur due species linearum. Compositarum vero ordinata est, que est sicut semicirculi et earum partes, et universaliter, quas linee comprehendunt ordinate. Inordinate vero sunt quas inordinate comprehendunt linee composite. Euclides tamen non assumpsit de speciebus superficierum nisi tantum planam, quemadmodum fecit in lineis, et quod prius diffinivit ex eis, est superficies plana, quam eodem modo diffinivit, quo lineam rectam. Linea enim recta ita se habet ad lineas ut superficies plana ad superficies. Dimensio enim superficiei plane est equalis dimensioni, que est inter lineas rectas, que ipsam comprehendunt et est dimensio terminata, que est brevior dimensionibus. Quod si etiam accidat, ut latera ipsius non sint equidistantia, sed fuerit dimensio, que est inter has, diversa in suis diversis partibus, erit etiam hec diffinitio vera. Hoc est, quod, si

21. vero que est ordinata et.

assumptum fuerit spatium brevius, quod est inter lineas, que sunt ipsius fines, in quacumque parte ipsius fuerit, licet spatium brevius, quod est inter eas, in quibusdam locis sit maius et in aliis minus, superficies tamen, que est inter lineas illas, illi spatio est equalis.

Alii autem diffinierunt superficiem planam dicentes: Superficies plana est, in qua possibile protrahi ab omni puncto ad omne punctum lineam rectam. Hec quoque diffinitiones omnes diffiniunt superficiem planam omnem, et non solum superficiem, quam recte continent linee, quam Euclides diffinire voluit, cum dixit, quod est equale spatio, quod est inter rectas lineas, quod ipse comprehendunt. Superficiem igitur rotundam linee recte non comprehendunt; superficies quoque compositas non tantum recte comprehendunt linee. Oportet autem nos scire, antiquos consuevisse nominare omne planum superficiem, et posuisse in divisione oppositum corpori. Euclides vero non posuit planum nisi pro specie superficiei, et voluit cum eo, secundum hoc, quod videtur ex dictis eius in diffinitione superficiei, ut esset illud quod linee recte comprehendunt. Sed secundum hoc, quod videtur ex hoc, quod alias superficies dimisit, non voluit nisi, quod omnis superficies, super quam recta linea posita fuerit quolibet modo, sit coniuncta cum ea absque dimensione, ad hoc, ut fieret opposita in divisione superficiei sperice et medie, scilicet simplici et composite. Et dimisit omnes alias superficies sicut superficiem columpne et piramidis, eo quod alii intelligguntur, et voluit intelligere superficies planas, que sunt in cubo et basibus columpnarum et piramidum. Quod si quis voluerit reducere hanc diffinitionem ad hoc, ut non solum sit superficierum, quas recte comprehendunt linee, sed etiam superficierum rotundarum et mediarum, immutat ex ea parum. Dicat ergo: Superficies plana est, cuius spatium est equale spatio linee, quod ipsam

---

11. quod Euclides. — 31. superficies. — 32. immutat] innuat.

comprehendit, aut spatio linearum, que ipsam comprehendunt. Ergo hec diffinitio erit rectarum et non rectarum.

Dixit Euclides: *Angulus superficialis est inclinatio duarum linearum in una superficie sibi obvientium non secundum rectitudinem positarum.*

9 Supra hoc | Sambelichius: Postquam Euclides tractavit de linea et superficie, incipit loqui de angulo superficiali, quoniam est medius eorum, et dixit, quod est inclinatio duarum linearum in una superficie sibi concurrentium et non secundum rectitudinem coniunctarum. Quare dixit „in ⟨una⟩ superficie“, ⟨est⟩ eo, quod, si due ⟨linee⟩ secundum hunc modum fierent in corpore aut in duabus superficiebus, non esset ex eis angulus superficialis, sed diceretur, quod esset angulus superficialis in potentia. Similiter quoque [superficies] „Ex duabus vero lineis“ dixit, quia impossibile est angulum superficialem ex una linea fieri, neque est possibile, ut ex pluribus quam duabus fiat, sed erunt multi anguli. „Duas vero lineas“ dixit et nihil plus, et non dixit „duas lineas rectas“ ideo, ut hec diffinitio comprehenderet omnes species angulorum superficialium: eos scilicet, quos due recte comprehendunt linee, et quos due circonflexe comprehendunt linee. Tales sunt scilicet angulus, qui fit ex duabus lineis circonflexis a parte gibbosa, et alius a parte curva. Species generum angulorum, qui fiunt ex linea recta et circonflexa, qui dicuntur cornei[1]), sunt due: prima species est, cum angulus fit ex linea recta coniuncta circonflexe a parte gibbosa; secunda, cum fit angulus ex linea recta coniuncta circonflexe a parte curva, sicut ex portionibus circuli. Angulorum preterea sunt multe species secundum coniunctionem linearum compositarum. Euclides vero hic angulum superficialem universaliter diffinivit. Ideo vero posuit

25. alia. — 30. proportionibus.

1) κερατοειδής. Cfr. Proclum 104, 18.

in diffinitione: „sibi obviantium“, quia si tales due fierent separate, non proveniret ex eis angulus; et similiter, si concursus eorum foret secundum rectitudinem, non fieret ex eis angulus, et hoc est, quod due linee sic coniuncte fierent una linea, et non fieret ex eis angulus.

Dixit quoque, quod due linee sic posite, quarum una ab altera declinat, sit angulus. Quidam putant secundum hoc, quod dicitur in hac diffinitione, quod acutus recto sit minor, et maius et minus sunt in quantitate, ergo angulus est quantitas. Angulus quoque habet qualitatem, scilicet quia expansio et acuitas, que sunt in angulis, sunt qualitates. Angulo preterea accidit, ut dividatur in duo media, quod contingit in 9ª figura tercie partis libri Euclidis; sed divisum in duo media non est nisi quantitas. Preterea angulus dividitur cum linea, ac si esset longitudo et latitudo. Verumptamen secundum hoc, quod queque superficies dividitur cum linea in longitudine et latitudine, et angulus dividitur in longitudine de puncto ad punctum, et non dividitur in latitudine, quoniam angulus non minuitur propter partes, que proveniunt propter lineas, que protrahuntur super duas lineas angulum comprehendentes: ideoque verum, quod angulus non habet latitudinem. Angulus quoque corporeus non habet profunditatem, eo quod secundum profunditatem non dividitur. Amplius etiam quantitas cum duplatur, remanet quantitas; angulus vero rectus cum duplatur, non remanet angulus: ergo angulus non est quantitas. Forsitan tamen Euclides ideo diffinivit ipsum per illud, quod manifeste invenitur in eo, scilicet relationem, quoniam procul dubio angulus est medius inter lineam et superficiem, quantum ad quantitatem vel in quantitatem. Ideoque Apollonius[1]) diffinivit universaliter angulum breviori diffinitione et

1. quia simile due. — 29. relatio. — 31. Appollonius.

1) Proclus 123, 15 sq. et 124, 18 sq.

convenientiori, qua signatur, quod ipse sit medius in quantitate, cum dixit: quod angulus est coniunctio superficiei aut corporis ad unum punctum, que comprehenditur a linea curva aut superficie acuta. Ex hoc significavit, quod est quantitas, et significavit, quod eius species est medietas, cum dixit, quod coniunguntur ad unum punctum, et quod comprehendit linea curva aut superficies acuta. Tum vero socius AGANIS[1]) eo quod vidit APOLLONIUM excepisse postea diffinitionem suam, cum dixit, quod non convenit, ut hec sit universalis diffinitio, sed convenit ad constringendas species et numerandas, diffinivit hoc modo angulum dicens: Angulus est quantitas habens dimensiones, cuius extremitates perveniunt ad unum punctum. Iste quidem ex hoc, quod dixit: „habens dimensiones“ coniunxit communitatem, que est inter snperficialem et corporeum, et intellexit inseparationem, que est inter eos, et voluit, ut ex verbis eius intelligeretur, quod angulus superficialis habet longitudinem et latitudinem, et est habens duas dimensiones. Et forsitan convenientius est, ut angulus ponatur medians in quantitate, scilicet ut superficialis sit medius inter superficiem et lineam, et corporeus sit medius inter superficiem et corpus. Et forsitan aliquis diffiniet angulum et dicet: Angulus est quantitas, quam comprehendit vicinior quantitas quantitatibus, que eo simpliciores existunt, ad unum pervenientes punctum. Eo autem in hac diffinitione dictum est „simpliciores“, quoniam, si fuerit angulus superficialis, ipse tunc medius inter illud, quod habet unam dimensionem, et illud, quod habet duas, ergo comprehendunt eum linee; et si fuerit corporeus, comprehendunt eum superficies. Et quod dictum est in

4. comprehenduntur. — 9. Appollonium.

1) AGANIS = GEMINUS.

diffinitione: „comprehendit eum“, ideo additum est, ut significetur inclinatio comprehendentium. Linee enim recte cum ad unum concurrunt punctum, si ⟨non⟩ secundum rectitudinem coniunguntur, inclinationem comprehendunt. Angulus vero superficialis est quantitas, quam due comprehendunt linee ad unum concurrentes punctum, quarum comprehensione in uno puncto ......, quia, licet linee non comprehendunt angulum undique, aut superficies non comprehendunt undique, sicut fit in aliis figuris, tamen flexio illa et inclinatio est aliqua comprehensio: dicimus enim, quod introitus portus comprehendit navem.

Dixit Euclides: *Quando due linee, que angulum comprehendunt, fuerint recte, angulus dicetur rectilineus.*

Supra hoc Sambelichius: Quia Euclides diffinivit angulum universali diffinitione, rediit ad specificandum, et significavit secundum hoc, quod dixit in una specie, quid in reliquis speciebus sit dicendum. Quoniam intelligitur ex his verbis, quod, si fuerint due linee, que continent angulum, circonflexe, nominabitur angulus, cuius duo latera sunt circumflexa; et si fuerint linee, que ipsum comprehendunt, composite, anguli latera dicuntur composita, secundum divisionem, que precessit.

Dixit Euclides: *Cum linea recta super rectam erigitur lineam, et fuerint duo anguli, qui sunt in utraque parte, equales, uterque eorum est rectus, et linea erecta dicitur perpendicularis super illam lineam.*

Supra hoc Sambelichius: Quia anguli species duobus modis diversificantur, uno secundum speciem comprehendentis, alio secundum magnitudinem sui ipsius, et Euclides iam dixerat differentias eius secundum illud, quod ipsum comprehendit, dixit hic differentias superficiales secundum quantitatem ipsius. Angulus ergo rectus ⟨est⟩, quem due recte comprehendunt linee, quarum queque

1. comprehendentis. — 4. inclinationem] inter. — 17. intelligit. — 23. rectam erit igitur. — 24. utrique. — 27. Qui anguli.

super aliam erecta, ut nulla in eis sit inclinatio, ideoque rectus vocatur, et meruit diffinitionem equalitatis. Et ideo, cum fuerit linea erecta super aliquam lineam non inclinata, neque super extremitatem linee alterius erecta, sed in alio loco, et proveniunt ex duabus lineis duo anguli, et fuerint equales: quilibet eorum erit rectus. Sed cum linea fuerit super aliam inclinata, et provenit ex illa inclinatione unus duorum angulorum maior recto et alter minor recto, erunt ergo maior et minor secundum hoc, ac si essent relata ad equalitatem, scilicet, quod maior aut minor equalitate. Et ideo sunt anguli recti diffiniti, quia equales sunt; anguli vero alii, qui sunt maiores aut minores rectis, non sunt diffiniti, et illud est ideo, quod inclinatio diversificatur secundum augmentum et diminutionem alternatim, id est, quantum augetur maior, tantum minuitur minor. Angulus autem, qui est maior recto, dicitur expansus; et qui est minor, dicitur acutus. Et licet diversitas inprimis appareat in angulis, quos recte linee comprehendunt, ita tamen in reliquis angulis necessario contingit proportionaliter.

Dixit Euclides: *Linea erecta dicitur perpendicularis super lineam, super quam est erecta.*

Supra hoc Sambelichius: Quia res graves, que descendunt a superioribus ad inferiora, naturaliter habent pervenire ad centrum tocius, ideo est earum descensus cum equalitate absque inclinatione, ideoque eorum motus secundum rectum fit angulum. Quapropter linea erecta faciens angulos super lineam, super quam est erecta, ⟨equales⟩, vocatur perpendicularis super lineam, super quam ipsa est erecta, quia eius descensus est, ac si naturaliter ad centrum descendere vellet. Et hec linea vocatur perpendicularis, cum imaginatur descendens, et vocatur erecta, cum imaginatur surgens.

Dixit Euclides: *Angulus expansus est angulus maior recto, et angulus acutus est minor recto.*

Hoc vero declaratum est in capitulo, quod precessit.

Dixit Euclides: *Terminus est finis rei.*

Supra hoc SAMBELICHIUS[1]: Non vult dicere EUCLIDES absolute, quod terminus fit finis cuiuslibet rei, scilicet noluit dicere in hoc loco de puncto, sed voluit dicere terminum, quod dividit unam rem ab alia, qui sit quantitas, punctum vero termini. Et sic et hanc nostram distinctionem confirmat illud, quod dixit EUCLIDES post hoc.

Dixit EUCLIDES: *Figura est, que termino* | *vel terminis* 10
comprehenditur.

Supra hoc SAMBELICHIUS: Iam declaratum est, quod ex necessitate debet habere quantitatem, scilicet quod punctum non comprehendit figuram, neque unum neque plura, quoniam ipsum caret dimensione. Hec autem diffinitio comprehendit figuras superficiales et corporales, eeque sunt simplices et composite. Manifestum est ergo, quod possibile est, ut sit figura, quam una linea comprehendit circonflexa, aut due superficies circonflexe. Similiter quoque possibile est, ut unam rem comprehendant quantitas recta et quantitas circonflexa, que utreque aut erunt linee aut superficies. Sed quantitatum rectarum, sive sint linee, sive sint superficies, non continent una earum sive due figuram, et pauciores, quas possibile est comprehendere figuram, sunt tres. Et est sciendum, quod, cum dicimus „figuram“, non intelligimus tantum lineas, que comprehendunt superficiem, sed volumus intelligere lineas simul cum eo, quod ipse comprehendunt, et similiter etiam in corporibus.

Dixit EUCLIDES: *Circulus est figura plana, quam una linea comprehendit, ad quam omnes linee ab uno punctorum, que sunt in ea, protracte sunt equales, quod punctum vocatur centrum.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Quia EUCLIDES voluit diffinire species figure, incipit a simpliciori, que est ea, quam una comprehendit linea ex simplicibus. Inveniuntur tamen

3. noluit dicere] ne cuit dicere. — 19. Sed quantitates. — 25. simul] similiter.

1) PROCLUS 136, 2—8.

multe alie figure, que neque sunt circuli, et ab una comprehenduntur linea, sicut sector piramidis, qui vocatur sector diminutus, et ei similes. Illa autem linea non est simplex, immo composita. Superficies vero, quarum latera sunt recta, comprehenduntur a lineis simplicibus, que sunt plures duabus. Apparet itaque ex eo, quod in diffinitione circuli dicitur, quod ipse sit figura plana, quod sic separatur a figuris, que non sunt figurate, sicut sunt superficies, que imaginantur infinite, et alie, que ab una parte sunt finite et ab alia infinite. Separavit etiam ipsam a lineis et corporibus, et etiam separavit ipsam per illud, quod dixit, quod comprehenditur ab una linea, a figura, quam plures quam una comprehendunt linee, sive sint similes sive dissimiles. Cum residuo diffinitionis separavit ipsum a sectore piramidis[1]), qui vocatur diminutus, et ab aliis figuris ei similibus, quas una linea, sed composita comprehendit, scilicet quod non invenitur in sectore diminuto punctum unum, a quo omnes linee recte ad circonferentiam protrahuntur equales. Quoniam spatium, quod est inter duos pedes circini, ex cuius circumductione fit circulus, est linea recta, que est inter centrum et circumferentiam, et cum una extremitatum fuerit fixa et alia circumducta, proveniet superficies circuli: unde videtur mihi, quod, cum hanc dedit diffinitionem, qualiter fieret circulus, dicere voluit. In diffinitione autem addit, quod est punctum intra figuram, ut doceret centrum, et ut sciretur, quod punctum datum intra figuram est semper centrum, quoniam extra circulum inveniatur punctum, a quo omnes linee ad circonferentiam protracte sunt equales, et est illud, quod vocatur polus. Sed non est unum tantum, et unum tantum est in utraque duarum partium. Dico etiam, quod inveniuntur in unaquaque duarum partium circuli extra puncta infinita, a quibus linee ad circonferentiam protracte sunt equales.[2])

7. quod sic] qui sic. — 13. a figura] et figura. — 16. quas] que.

1) Proclus 152, 7 sq. — 2) Proclus 152, 10—153, 9.

Quod autem dixit Sambelichius, est propter circulos, qui sunt in spera, quia non inveniuntur puncta illorum circulorum in superficie spere in duabus partibus nisi duo, sed si perpendicularis, que est supra centrum, ab utraque parte in infinitum protrahatur, linee, que ab infinitis punctis, que sunt in linea ab utraque parte, ad circonferentiam protrahuntur, sunt equales. Quod autem circonferentiam nominavimus circulum, non proprie, sed transsumptive fecimus. Quod tamen factum est propter sectionem, que circonferentie accidit, et quia etiam inveniemus Euclidem nominasse circonferentiam circulum, ubi dixit, quod circulus non secet circulum nisi in duobus punctis. Nunc ergo opus ⟨est⟩, ut diffiniamus hunc circulum dicentes, ipsum esse figuram absolute aut superficiem; sed oportet, ut diffiniamus simul dicentes, quod ipsi est terminus unus et una linea comprehendens figuram, intra quam est punctum unum, a quo omnes linee protracte et ad ipsum provenientes sunt equales. In precedentibus autem ostensum est, quod figura est id solum, quod comprehenditur. Unde, licet hec diffinitio comprehendenti tantum conveniens figure, cum non est, nisi videtur figura (enim non provenit figura nisi ideo, quod est comprehensa): est ergo inquirendum, quare in lineis linea recta sit simplicior linea circonflexa, et in rotundis figuris sit ⟨circonflexa⟩ simplicior rectis. Hoc autem ideo est, quoniam invenimus circulum ab una comprehendi linea; linea vero, cum est recta, non comprehendit figuram. Ob hoc ergo dicemus, quod propter hanc causam linea recta facta est non comprehendens figuram, scilicet quod ipsa est simplicior lineis, nam sola non comprehendit superficiem: quod ipsa est valde contraria uni superficiei rotunde, quantum ad se est, ac si esset eius nature, cuius est superficies, adeo, ut sit aliquo modo sicut figura, etsi non comprehenderet figuram. Circonferentia enim sola per se sine superficie vide-

2. non] vero. — 15. sicut dicentes. — ipse. — 20—21. convenientis figura. — 32. ea.

tur quasi figura. Ideo geometre eas, etsi sunt linee, fecerunt loco figure, cum dixerunt, quod circulus non secat circulum nisi in duobus punctis. Nolunt enim intelligere, cum dicunt circulum, nisi circonferentiam, et cum protrahunt in ipso lineas, et ponunt ei centrum, faciunt ita, ac si esset superficies. Ideoque videtur mihi, quod, cum EUCLIDES diffinivit lineam rectam et figuram, quam recte comprehendunt linee, et in circulo pretermisit diffinire circonferentiam et diffinivit figuram rotundam, scilicet circulum, ideo fecit, ut doceat, quod linea rotunda est aliquo modo figura, et etiam, quia circulus non fit nisi propter motum linee, que protrahitur a centro ad circonferentiam cum fixitate centri, et tunc fit circonferentia. Ergo ipsa non fit nisi eo modo, quo fit superficies, et non fit eo modo, quo linea; scilicet quia ex linea recta, cum ipsa movetur, per se provenit superficies, et etiam, quia linea circonflexa, cum exterius habet gibbositatem et interius concavitatem, facit existimari, quod sit figura, licet non habet latitudinem, propter hoc, quod habet formam de foris et formam intus.

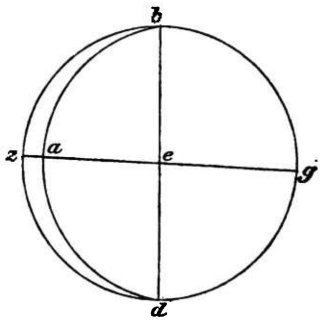
Preterea querendum est nobis, quare EUCLIDES in diffinitione figurarum premisit circulum figuris, quarum latera sunt recta, et in ordine figurarum, cum de iis locutus est, premisit figuras, quarum latera sunt recta, circulis. Dicam ergo breviter, scilicet quod figure rotunde cariores sunt figuris, quarum latera sunt recta, et oportuit, ut premittentur probationes figurarum, quarum latera sunt recta. Et etiam, si aliquis querere voluit causam huius, dicam, quod forsitan ista est, quia figure, quarum latera sunt recta, magis note res sunt circulis. Cum aliquis circulos metiri voluerit, non poterit eos mensurare nisi cum figuris rectilineis, ideo quod proportio unius circulorum ad alterum est sicut proportio quadrati unius diametrorum ad aliud.

2. fecerunt] fuerunt. — figura. — 3. Nolunt] volunt. — 18. exstimari. — 20. de formis. — 30. *Post* note *Mscpt. addit* et c^{u}to.

Dixit Euclides: *Diametrus circuli est linea recta, que transit per centrum circuli, cuius due extremitates perveniunt ad circonferentiam, et dividit circulum in duo media.*

Supra hoc Sambelichius: Diametrus Greca lingua ideo vocatur diametrus, quia transit per totum spatium circuli, ac si metiretur ipsum. Mensura enim est per totam rem transire. Et etiam ideo dicitur diametrus Greca lingua, quia dividit circulum in duo media. Non aliqua linearum, que in circulo cadunt, est diameter, neque nominatur hoc nomine. Sed quod diametrus est, qui dividat circulum in duo media et non in duas diversas partes, probatur ab eis hoc modo[1]):

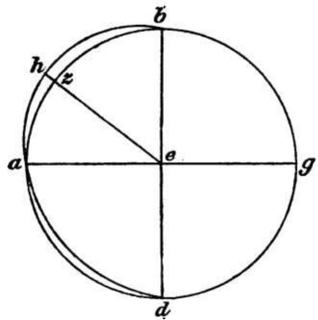
Ponam circulum *abgd*, cuius centrum sit punctum *e*, et diametrus ipsius linea *bd*: dico ergo, quod medietas circuli, que est *bgd*, est equalis medietate circuli, que est *bad*. Probatio huius, quoniam, si non fuerit equalis, aut erit minor aut maior Ponamus igitur prius, si possibile est, ut sit maior. Protraham ergo a centro *e* lineam rectam ad arcum *bgd*, quoquomodo accidit, sitque linea *eg*. Cum medietas circuli, que est *bgd*, superposita fuerit alie medietati, que est *bad*, excedit eam, quia fit maior ea, et sit superatio similis protractioni *bzd*. Linea ergo *ge* posita est super lineam *ez*, et quia punctum *e* est centrum circuli *abgd*, ergo linea *eg* est equalis linea *ea*. Sed linea *eg* est equalis linee *ez*, ergo linea *ez* est equa-



21. igitur] autem.

1) Proclus 157, 10—27.

lis linee *ea*, maior scilicet equalis minori, quod est impossibile. Ergo medietas circuli, que est *bgd*, non superat medietatem circuli, que est *bad*. Dico etiam, quod non est minor ea, neque cadit intra ipsum. Probatio eius, quoniam reducam formam figure, ut erat prius, et ponam medietatem circuli, que est *bgd*, cum supraponitur, minorem medietati circuli, que est *bzd*, et reducitur eius situs super *bad*. Ergo fit etiam linea *eg* equalis linee *ez* et linee *ea*: ergo erit linea *ea* equalis linee *ez*, minor scilicet maiori equalis, quod est impossibile. Quod si quis dixerit, quod medietas, que est *bgd*, cum supraponitur alie medietati circuli, que est *bad*, non cadit tota intus, nec tota extra, sed secat eam in puncto *a*, sicut in alia figura signatum. Linea tamen *eg* supraponitur linee *ea*, et in hoc non erit diversitas aliqua; linea enim *eg* non egreditur arcum *bad*, ne-



11 que retrahitur | infra ipsum. Et protraham etiam a centro *e* lineam *eh*, et ponam, ut secet arcum *bad* in puncto *z*: ergo erit linea *ez* equalis linee *ea*. Sed linea *ea* est equalis linee *eh*, ergo linea *ez* est equalis linee *eh*, quod est impossibile. Et quia medietas circuli, cum supraponatur alii medietati, non cadit extra neque intra, neque secat eam, sed undique cooperit eam, ergo est ei equalis.

Dixit Euclides: *Semicirculus est figura, que comprehenditur a diametro et medietate circonferentie; et portio circuli est, que continetur a recta linea et portione arcus circonferentie aut maiore semicirculo aut minore.*

Supra hoc Sambelichius: Quod hoc, quod dicitur, semicirculus sit medietas circuli, vere ⟨est⟩, manifestum est ex hiis, que prediximus; quod autem sit figura comprehensa a linea composita ex recta et circonflexa, verum est; sic enim diffinivit eam post simplices figuras.

Dixit Euclides: *Figure rectarum linearum sunt, quas recte comprehendunt linee. Sed trilatera figura est, quam tres comprehendunt linee* ⟨*recte*⟩: *et quadrilatera, quam quatuor comprehendunt linee recte; et plura habens latera est, quam plures quam quatuor comprehendunt linee.*

Supra hoc Sambelichius: Postquam Euclides fuit locutus de simpliciori figura, que est, quam una circonflexa comprehendit linea, que est simplex una, et de figura, quam comprehendunt linea recta et linea circonflexa, processit ad figuras rectilineas, et incipit a figura, quam tria continent latera. Id est, quod circulum comprehendit una linea, et semicirculum comprehendunt due linee, figuram vero, cuius latera sunt recta, non comprehendit una linea tantum, neque due tantum.[1] Quomodo enim potest esse, ut una linea recta comprehendat ipsam, cum ipsa in rectitudine nullam ⟨est⟩ in se habens curvitatem, neque in suis partibus, neque comprehendat aliquid? Manifestum est ergo hoc in una recta linea. Sed quod due recte linee non comprehendunt superficiem, hoc est unum ex his, que premittuntur, ideoque declarabo in loco, ubi Euclides ipsum ponit. Prima figurarum rectilinearum est habens tria latera, secunda quatuor latera, tertia habens multa latera.

Dixit Euclides: *Figurarum tria habentium latera alia est triangulus tria habens latera equalia, qui dicitur triangulus equilaterus; alia est triangulus duorum equalium laterum, qui est, cuius duo latera sunt equalia; alia est, cuius tria latera sunt diversa.*

Supra hoc Sambelichius: Diversorum laterum triangulus[2]) ideo vocatus est, quod eius motus est tortuosus. Sicut enim equalitas est causa, quare aliquid est stabile,

---

9. locutus] accutus. — 32. totuosus.

---

1) Proclus 163, 21 sq. — 2) σκαληνόν. Male vertit Gherardus.

ita diversitas est causa motus; et ideo, si aliquis incedere voluerit, si fuerint ipsius duo crura diversa, necessario claudicabit.[1])

Dixit EUCLIDES: *Etiam figurarum trilaterarum alia est triangulus orthogonius, et est ille, qui habet unum rectum angulum; alia est ambligonius, qui unum angulum habet obliquum; alia est oxigonius, cuius omnes anguli sunt acuti.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Quia figurarum rectilinearum essentia fuit ex rectis lineis et ex angulis, qui ab illis lineis comprehenduntur, ideo fuerunt earum differentie duobus modis, et ideo, postquam dixit EUCLIDES differentiam, que provenit ex lateribus, rediit ad dicendum differentiam, que provenit ex angulis. Et quia ex geometria ostensum est, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis, manifestum est ex hoc, quod possibile est, in triangulo unum rectum angulum esse, et quod sit in eo unus expansus, licet sit maior eo; et erunt in eo ex angulis acutis ad minus duo aut omnes tres. Ideoque dixit EUCLIDES, quod triangulus orthogonius est, cuius unus angulus est rectus, et etiam tunc unusquisque duorum reliquorum erit minor recto; et similiter dixit de triangulo ambligonio. De triangulo vero oxigonio dixit, quod omnes eius anguli sunt acuti. Et possibile est, ut iste tres differentie sint in illo, cuius latera sunt, diversa, et in illo, cuius latera duo sunt equalia. In illo autem, cuius omnia latera sunt equalia, quia latera sunt equalia, sunt omnes eius anguli equales, ergo omnes sunt acuti necessario.

Dixit EUCLIDES: *Figurarum quadrilaterarum alia est quadratum, cuius omnia latera sunt equalia, et omnes eius anguli recti, alia est tetragonus longus, cuius anguli sunt recti, sed latera non sunt equalia; alia est rhombus, cuius omnia latera sunt equalia, sed anguli non sunt recti; et alia est rhomboides, id est similis rhombo, cuius omnia*

7. exigonius. — 32 et 34. rombus *et* romboides.

1) PROCLUS 168, 22 sq.

latera ex adverso posita sunt equalia, et anguli similiter ex adverso constituti sunt equales, latera tamen omnia non sunt equalia, et anguli non sunt recti. Alie figure vero omnes quadrilatere dicuntur trapezie.

Supra hoc SAMBELICHIUS: Figurarum quadrilaterarum est illa, cuius omnia latera et omnes anguli sunt equales, et est illa, qui proprie dicitur quadratum propter equalitatem, que est in ea; et illa, cuius anguli sunt equales et latera diversa, sicut figura, que vocatur tetragonus longus. Ipsius enim longitudo a latitudine est diversa et augmentatur super ipsam, neque equatur ei, sicut fit in quadrato; et etiam vocatur hec figura, cuius longitudo est augmentata[1]), longitudo enim ipsius rei extense assimiliatur. Et earum sunt, quarum latera sunt equalia, et anguli sunt non equales, sicut illa, que vocatur rhombus, que est sicut quadratum a duabus partibus compressum, ed ideo duo anguli ipsius facti sunt acuti et alii duo expansi, quorum expansio tanta fuit, quanta fuit acutorum contractio; et earum est illa, cuius latera et anguli diversificantur. Non enim unumquodlibet laterum ipsius est cuilibet lateri inequale, neque unusquilibet angulus unicuique angulo inequalis, sed unumquodque laterum eius est inequale duobus lateribus, que ei sunt viciniores, et similiter unusquisque angulorum eius est inequalis duobus angulis sibi vicinioribus, et vocatur similis rhombo, et est longior a duabus partibus compressus.

Et dixit EUCLIDES: *Si fuerint figure alie ab istis quadrilatere, vocantur trapezie.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Figure iste vocantur trapezie, eo quod sunt inordinate, quas ASAMITHES similiter nominavit.[2]) EUCLIDES tamen in *libro divisionum* invertitur,

---

16. rombus. — 17. compressum] comprehensum. — 20. unum quod est laterum. — 21. lateri] latera. — 26. rombo. — compressus] comprehensus.

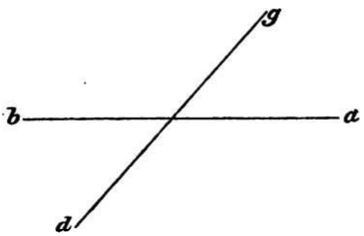
---

1) *Altera parte longior* apud Romanos. — 2) ARCHIMEDES *ed.* HEIBERG I, 40, 22 et alibi.

quod non nominamus figuras quadrilateras trapezias nisi illas, quarum duo latera, que sibi opponuntur, sunt equidistantes, et alia duo sibi equalia erunt. Alias vero vocamus similes trapezie.

Dixit EUCLIDES: *Linee recte equidistantes sunt, que, cum sint in una superficie, si utique etiam in infinitum protrahantur, non concurrunt in aliqua duarum partium.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Linee iste ideo vocate sunt equidistantes, quia spatium, quod est inter eas, custodiant, ac si semper forent in suo situ uno modo in dimensione, non enim concurrunt donec sint una linea, neque dilatantur ab invicem in tantum, ut spatium sit maius. Neque intelligitur in his lineis solum, quod non concurrunt. Possibile est enim, ut due linee non concurrant, quod contingit, cum earum una fuerit in plano, ut linea *ab*,



et alia sit in superficie in alto, ut linea *gd*. Has enim duas lineas, etsi in infinitum protrahantur, possibile est non concurrere, cum superficies fuerint equidistantes.[1]) Iste tamen due linee non sunt equidistantes, eo quod spatium, quod est inter eas, non est uno modo. Quia, si spatium, quod est inter eas, fuerit uno modo, erunt equidistantes, licet sint in duabus superficiebus. Iste autem licet non sint equidistantes, sequitur, quod, cum et in infinitum protracte fuerint, erit spatium, quod est inter eas, vel perpendicularis, que ab unaquaque illarum protrahitur ad suam comparem, equale semper et non

3. sibi equalia] sicuti ea. — 9. cum custodiant. — 11. sint una] sicut vera.

1) Nunc dicuntur „sich kreuzende Gerade". Cfr. etiam PROCLUM 175, 21 sq.

diversum. Hec autem due linee, quas prediximus, nominantur equidistantes in situ. Quod si quis dixerit, quod iste, qui diffinivit lineas equidistantes hac diffinitione, apposuit diffinitioni, quod indiget probationi, scilicet quod spatium, quod est inter duas equidistantes lineas, est perpendicularis super eas, et quod EUCLIDES declaravit hoc in figura 28ª prime partis[1]): dicam, quod non indiget diffinitione, ut in ea ponatur perpendicularis, sed sufficit, ut dicam in ea, quod spatium, quod est inter eas, est equale, neque appositum fuit in diffinitione nisi pro expositione. Philosophus tamen AGANIS diffinivit lineas equidistantes dicens: *Linee equidistantes sunt, que cum sint in una superficie, si utique in infinitum protrahantur, erit semper spatium, quod est inter eas, unum.*[2]) Qui tamen examinaverunt, quod equalitas spatii, quod est inter eas, sit causa, quare non concurrunt, si non fuerit in termino utriusque orationis „*una*". Et fortasse hoc, quod appositum est in diffinitione, scilicet „in una superficie" ⟨non tantum est necessarium, quoniam, cum spatium, quod est inter eas, sit equale, et una in alteram omnino non inclinat, sequitur, quod sint in una superficie⟩, que protracta est inter eas, licet etiam una sit in plana superficie et altera in alta. Spatium autem, quod in diffinitione ponitur, est brevior linea, que coniungit, quod est inter duas lineas, quod in precedentibus est dictum. Hoc quoque spatium, quod est inter duo opposita puncta, est linea recta, que coniungit, quod est inter ea. Linea enim recta est brevior lineis, quarum extremitates sunt extremitates eius, scilicet id, quod est inter duo puncta. Spatium autem, quod est inter punctum et lineam aut | inter punctum et superficiem, est 12

11. Aganiz.

1) Verba POSIDONII apud PROCLUM 176, 10 ab HEIBERGIO laudata ad hunc locum non pertinent. Interrogationis signum, quod ponit post „SIMPLICIUM" delendum est. — 2) PROCLUS 175, 21 sq., cfr. etiam 177, 24.

perpendicularis, que a puncto protrahitur ad eam, et est brevior linea, que est inter punctum et lineam aut inter punctum et superficiem. Spatium vero, quod est inter lineam et lineam, si fuerint equidistantes, erit equale utique, et est brevior spatiis, que sunt inter eas, et est perpendicularis super unamquamque earum. Videlicet quod, si non fuerint equidistantes, minores linee, que coniungunt, quod est inter eas, diversificantur secundum diversitatem punctorum in eis positorum. Hec quoque linea, quia protrahitur a puncto ad lineam, est perpendicularis super lineam, super quam protrahitur, et non est perpendicularis super lineam, super qua datum est punctum. Hec autem omnia necesse est geometricis probationibus probari.

Quod autem in diffinitione dicitur: „si protrahantur in duas partes", ideo necessarium fuit, quia due recte linee, que ab una parte coniunguntur, ab alia parte immo magis separantur, et non sunt equidistantes. Quod autem dixit: „eas protrahi in infinitum", non dixit ⟨nisi⟩ quantum ad imaginationem. Deberet enim utreque, quoniam earum protractio fieret in spatio, quod esset maius spatio, quod est inter nos et speram stellarum fixarum. Sed utrum sit, cum posuerimus earum protractionem in aliquo termino, ubi non coniunguntur, illud, quod est ultra, ubi non coniunguntur, et iudicemus, quod non coniunguntur. Hoc quoque fuit usus nunc in hoc, ut ad evitandum verborum multitudinem et comprehendendam brevitatem posuerunt hoc.

Et punctum est causa rerum continuarum, et unitas est causa rerum discretarum; et punctum est radix recte linee et circonflexe, et spera et piramis est radix corporum.[1])

---

8. coniunguntur.

---

1) Haec verba, quae glossam esse Heibergius credidit, tamen a Gherardo eodem loco legebantur, quare ab ipso auctore hic inserta esse videntur.

Dixit EUCLIDES[1]): *Ea, que premittuntur, sunt quinque. Primum est, ut linea recta a quolibet puncto ad quodlibet punctum protrahatur. Et quod linea protrahatur secundum coniunctionem et rectitudinem alterius linee finite. Et ut supra quodlibet centrum quodlibet spatium occupando circulus circumducatur. Et omnes recti anguli sunt equales. Et si linea recta super duas rectas lineas ceciderit, et provenerint duo anguli, qui sunt ab una parte minores duobus rectis, linee ille protracte coniungentur a parte, in qua sunt anguli minores duobus rectis.*

Supra hoc dixit SAMBELICHIUS: Postquam EUCLIDES dedit diffinitiones, ⟨que⟩ essentiam cuiuscumque rei diffinite significant, processit ad numerandum ea, que sunt premittenda. Sed ea, que premittuntur, sunt ea, que non sunt concessa; non tamen dimittetur discipulus, qui non cogatur concedere. Exempli gratia ut sit vis magisterii et quasi radix posita et concessa. Et hec radix aut erit impossibilis, sicut illud, quod ASAMITHES premisit et petiit, ut concederetur ei, scilicet, ut esset extra mundum (dixit enim, quod, si illud concederetur ei, ipse ostenderet, quod moveret terram, ubi dixit: „Puer concede mihi, quod sit possibile, me elevari et manere extra mundum, et ego faciam te videre, quod ego movebo terram.“[2]) Et hoc fuit, cum iactavit se invenisse „virtutem geometricam“. Et petiit, ut premitteretur istud, et poneretur sic esse, licet sit impossibile. Quod tunc fecit, ut post auferret doctrinam.), aut erit possibilis. Ergo ea, que premittuntur, aut erunt impossibilia, sicut prediximus, aut erunt possibilia, scita a magistro et discipulis ignota, que oportet premitti ab eis ante doctrinam

14. premittentia. — 17. quasi] cum.

1) EUCLIDES *ed.* CAMPANUS, f. a_2^r, 7: *Petitiones sunt quinque.*

2) PLUTARCHUS, *Marcellus* 14: *νεανιευσάμενος, ὥς φάσιν, ῥώμῃ τῆς ἀποδείξεως εἶπεν, ὡς, εἰ γῆν εἶχεν ἑτέραν, ἐκίνησεν ἂν ταύτην μεταβὰς εἰς ἐκείνην.* Cfr. etiam PAPPUM ed. HULTSCH III, 1060, 1—4.

in principio doctrine. Sed alia, que probantur, a magistro scita et discipulis ignota, que non tamen ponuntur pro rebus premittendis, quia non sunt principia, sed sunt probanda.

Ea autem, que premittuntur, non ob aliud querantur premitti, nisi quia sunt sua principia. Ergo eorum sunt quedam, que ob hoc solum petuntur premitti, quia sunt necessaria in doctrina, sicut prime tres petitiones[1]; et eorum sunt quedam, que parum sunt declaranda, donec concedantur et recipiantur per se. Differentia autem inter ea et inter per se nota est, quod per se nota ex quo concipiuntur, recipiuntur per se, sed petitiones sunt naturaliter medie inter per se nota et alia, quorum cause ignote sunt discipulis, sicut diffinitiones, que sunt medie inter probabilia, que ab omnibus recipiantur, et inter ⟨per⟩ se nota, quoniam petitiones note sunt, sed non omnibus nisi magistris tantum in unoquoque magisterio. Quidam vero existimant, quod iste petitiones geometrie, que premittuntur, non ob aliud premittuntur, nisi ut conservetur et concedatur materia. Non enim omnia possunt in ea perfici, que perficienda sunt, et habet animus, quod contradicet ex parte materie, et diceret: „impossibile est mihi, ut protraham lineam rectam super superficiem maris; et impossibile est mihi, ut protraham lineam rectam supra locum, in cuius medio est civitas aut flumen[2]; et impossibile est ⟨mihi⟩, ut protraham lineam rectam in infinitum: infinitum enim non reperitur." Sed qui ista dicunt, existimant, quod ista, que premittuntur, non sunt necessaria nisi ei, cuius geometria consistit in materia tantum, postea vero, qui dicet de equalitate rectorum angulorum, et quomodo reperit, quod premisit, hoc non facit nisi propter materiam, et similiter etiam in aliis petitionibus, que

2. ponetur. — 10. se per se.

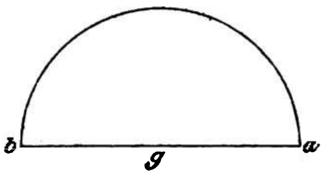
1) Geminus apud Proclum 185, 6 sq. — 2) Haec verba apud Besthorn-Heiberg, p. 15 desunt.

sequuntur. Melius est ergo, ut dicatur, quod petitiones sunt ea, que recipiuntur a discipulis, ex quo primum audit ea, quibus indigent probatione. Ergo quedam earum sunt impossibiles, quam ob rem gravis est earum receptio et non facilis, sicut trium primarum est facilis receptio, que tamen non ob aliud petuntur, nisi ut non concedatur, quatinus doctrina introducatur, sicut dixi. Quedam sunt, que sciuntur a magistris et recepta sunt ab eis, et discipulis sunt prius ignota et non manifesta, et ideo petunt a discipulis, ut concedat ea, sicut tria, que premittuntur. Utilitas autem trium primorum est, ut debilitas materie non prohibeat nobis probatione. Illa autem, que sunt post illa tria, sunt necessarie probationibus, que sequuntur.

Dixit EUCLIDES pro petitione: *Ut protraheretur linea recta a quolibet puncto ad quodlibet punctum.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Non dixit hoc EUCLIDES nisi, quia necessarium invenitur inter quelibet duo puncta, posita ipsius extremitates illa duo puncta, brevior dimensio inter ea, que cum protracta fuerit, erit linea recta, quia impossibile est, ut linea recta protrahatur transiens per tria puncta, ⟨nisi⟩ ut punctum, quod est in medio, fuerit cooperiens duo puncta, que sunt extrema, ⟨hoc est⟩, quod illa tria puncta sint in rectitudine posita.

Possibile quoque est, ut a quolibet puncto ad quodlibet punctum protrahatur arcus circuli. Cum enim protraximus lineam rectam, que coniungit, quod est inter duo puncta, sicut linea *bga*, et circumduximus circulum secundum spatium, quod est inter *g* et *a*, transibit ⟨circulus⟩ per punctum *b*.



Spatium enim, quod est inter *g* et *b*, est equale spatio, quod est inter *g* et *a*: ergo erit linea *ab* arcus

34. et est equale.

circuli.[1]) Et hoc necessario fuit premittendum, quod essentia materie geometrie consistit in imaginatione. Si enim fieret in corporibus habentibus materiam, superfluum esset, ut queretur premittenti, quod protrahat ⟨lineam rectam⟩ ab Ariete ad Libram.

Dixit Euclides: *Ut protrahatur linea recta, que coniungatur alii linee recte finite secundum rectitudinem.*[2])

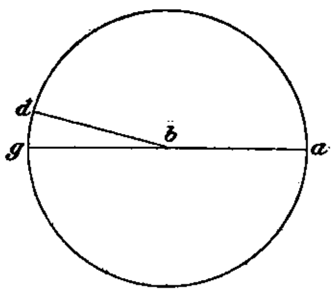
Supra hoc Sambelichius: Coniuncta sunt, quorum fines finis sunt idem; possibile est ergo, ut linea protrahatur ab extremitate alterius linee secundum rectitudinem ita, quod situs continue, et sit una recta linea; et etiam possibile est, ut sit linea protracta continue alii linee, et tamen non fit continuatio secundum rectitudinem, et hoc est, cum comprehendunt angulum; et est etiam possibile, ut due linee sint secundum rectitudinem, et non sint una linea, quod contingit, cum non coniungantur. Quod autem in diffinitione apponitur, ut sit linea finita, bene dictum est, quoniam, si esset infinita, non posset protrahi. Lineam autem finitam possibile est in infinitum protrahi, si necesse fuerit, quod ideo fit, ne linearum brevitas in aliquibus figuris nos impediat.

Quod vero linea recta, que alii linee recte finite coniuncta secundum rectitudinem protrahitur, fit cum ea linea una, hanc probationem probare possumus, ea tamen conditione, ut una ex petitionibus, que sequuntur, concedatur nobis, scilicet ut supra quodlibet centrum secundum magnitudinem cuiuslibet spatii describatur circulus. Dico igitur, quod, si ponam lineam rectam finitam, que sit *ab*, erit linea, que secundum illius continuitatem et rectitudinem protrahatur, una linea cum ea. Probatio eius. Quoniam, si non fuerit una linea

3. superfluum] super filium. — 4. queretur] que retetur. — 9. finis finis. — 25—26. concedant.

1) Haec demonstratio longe alia est quam ea apud Besthorn-Heiberg p. 17. — 2) Interpretatio Gherardi non est vituperanda ut textus, quem Heiberg p. 17 dedit.

cum ea, que secundum continuitatem et rectitudinem protrahatur, protraham lineam *ab* in rectitudinem, et, si est possibile, sint linee *abg*, et *abd* recte. Circumducam ergo circulum supra centrum *b* secundum spatium, quod est inter *b* et *a*, qui sit circulus *agd*. Si ergo unaqueque duarum linearum *abg* et *abd* fuerit recta, unaqueque erit diameter, quoniam transit per centrum, et queque earum dividet circulum in



duo media: ergo arcus *agd* est equalis arcui *ag*, maior scilicet minori, | quod est impossibile. Ergo linea, que 13
protrahitur secundum continuitatem et rectitudinem linee *ab*, est una linea cum ea.[1])

Dixit Euclides: *Ut describatur circulus supra quodlibet punctum quodlibet occupando spatium.*

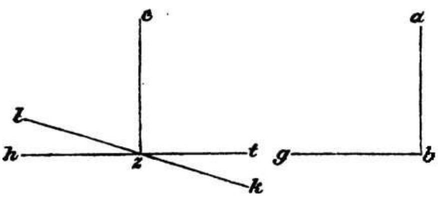
Supra hoc Sambelichius: Spatium vult intelligi hic illud, supra quod circumducatur circulus, et est utrique finitum. Manifestum, quod, si est possibile, ut a quolibet puncto protrahatur linea recta ad quodlibet punctum, et circulus est, qui fit, cum figitur unum duorum punctorum recte linee, quod est centrum circuli, et circumducitur aliud punctum, donec fiat circonferentia: ergo possibile, ut circumducatur supra quodlibet punctum quantumlibet occupando spatium circulus.[2])

Dixit Euclides: *Et ut omnes anguli recti sint equales.*

Supra hoc Sambelichius: Qui hec verba secundum logicam perscrutatus fuerit, apparebit ei hec veritas manifesta, et hoc est, quod, si anguli recti sunt, qui proveniunt

1) Haec demonstratio non est Arabis, ut Heibergius credit, sed iam apud Proclum 216, 1—9 legitur. Conferas etiam Euclidem Heibergii vol. V, 598—599, scholium 17. — 2) Heibergius p. 21 hic laudat Proclum 185, 19 sq.

ex linea ita erecta, ut non sit in ea inclinatio, et erectio, in qua non est inclinatio, neque augetur, neque minuitur, sed semper manet uno modo: ergo anguli recti sunt semper equales. Possibile quoque est, ut hoc ostendam per lineas geometricas hoc modo.[1]) Dico, quod est impossibile, ut sit angulus rectus maior recto angulo. Quod si possibile est, sint duo anguli recti diversi, qui sint anguli *abg*, *ezh*, et sit angulus *ezh* maior angulo *abg*.



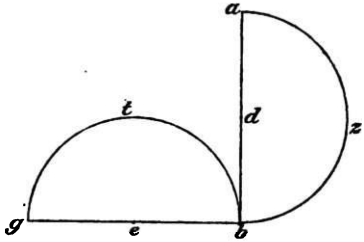
Manifestum est igitur, quod, cum posuerimus angulum *abg* super angulum *ezh*, et posuerimus lineam *ab* super lineam *ez*, cadet linea *bg* infra angulum *ezh*. Positum enim fuit, quod angulus *ezh* est maior angulo *abg*. Ponamus ergo, quod iam ceciderit intra ipsum, cuius situs est supra lineam *zl*. Erit ergo angulus *ezh* maior angulo *ezl*. Producam ergo lineam *zt* secundum rectitudinem linee *zh*: ergo erit angulus *ezh* equalis angulo *ezt*, quia sunt consequentes, quia linea *ez* cum fuerit erecta absque inclinatione, erunt duo anguli, qui sunt utrique, equales. Sed angulus *ezh* est maior angulo *ezl*, ergo angulus *ezt* est maior angulo *ezl*. Producam ergo lineam *zk* secundum rectitudinem linee *zl*, ergo erit angulus *ezk* equalis angulo *ezl*, quia sunt consequentes et recti. Sed angulus *ezt* est maior angulo *ezl*, et iam fuit ostensum, quod angulus *ezl* est equalis angulo *ezk*, ergo angulus *ezt* est maior angulo *ezk*; ergo minor est maior maiore, quod est impossibile. Impossibile est ergo, quod angulus rectus sit maior

11. posuerint. — 14. posuerint. — 32. sit *bis*.

1) Proclus 188, 20 sq. Figura Anaritii bene consentit cum Proclo; apud Besthorn-Heiberg p. 23 prorsus alia est.

recto angulo aut minor eo, ergo omnes anguli recti sunt equales.

Nec tamen omnes anguli equales sunt recti, nisi fuerint ad invicem se sequentes. Possibile enim equales angulos esse expansos et acutos. Nec etiam necesse est, ut omnes anguli, qui sunt equales rectis, sint recti, nisi hoc modo rectus angulus impositus fuerit arcubus, quia provenient anguli, quos arcus comprehendunt, recti transsumptive.[1]) Exempli causa[2]) ponatur angulus rectus, supra quem sint *a*, *b*, *g*. Ponam itaque duas notas super duas lineas *ab* et *bg*, quarum spatia, que sint inter eas et *b*, sint equalia, que sint puncta *d* et *e*, et circumducam supra duo centra *e* et *d* secundum spatia que sunt inter *d*, *b* et *b*, *e*, duos semicirculos, qui sint semicirculi *azb* et *btg*. Erit ergo angulus *abz* equalis angulo *gbt*, cum enim semicirculi fuerint equales, anguli eorum erunt equales. Ponam ergo angulum *abt* communem: erit ergo angulus totus *azbt* equalis angulo *abg*. Sed angulus *abg* est rectus: ergo angulus *azbt*, qui est lunaris[3]), est equalis angulo recto.



Dixit Euclides: *Quod si recta linea ceciderit supra duas rectas lineas, et fuerint duo anguli, qui sunt ab una parte, minores duobus rectis, ille due linee protracte ex parte, in qua sunt illi duo anguli, concurrent.*

Supra hoc Sambelichius: Hec petitio non valde est manifesta, ideo necessarium fuit, ut lineis declaretur, quod

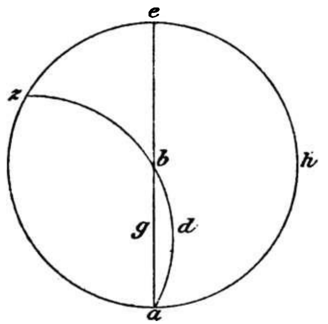
1) Pappus apud Proclum 189, 11 sq. — 2) Proclus 189, 21 sq., qui etiam descriptiones angulorum acutorum et obtusorum demonstrat. — 3) μονοειδής. Cfr. Proclum 190, 8.

Abthiniatus et Diodorus ostenderunt multis figuris et diversis.[1])

Dixit Anaritius: Hoc equidem exposuerimus et interponamus, quod Aganis addidit, post probationem figure 29[e].[2])

Dixit Euclides: *Due recte linee non comprehendunt superficiem.*

Supra hoc Sambelichius: Hec petitio non invenitur in antiquis scriptis, que ideo fuit dimissa, quoniam est manifesta, et ideo dixerunt, quod petitiones sunt quinque.



Moderni vero probant eam hoc modo. Dixerunt, quod, si est possibile, ut sint due recte linee comprehendentes superficiem, faciamus ergo, ut due recte linee *agb*, *adb* comprehendant superficiem, sicut apparet in figura. Producam itaque lineam *agb* et lineam *adb* secundum rectitudinem ad duo puncta *e*, *z*, et circumducam supra centrum *b* cum spatio *ba* circulum *azeh*. Ergo quia punctum *b* est centrum circuli *azeh*, erit unaqueque duarum linearum *agbe*, *adbz* diametrus circuli, ergo arcus *az* est equalis arcui *aze*, minor scilicet maiori, quod est impos-

---

1. Abthiniatus et Diodorus ostenderunt] Anaricius et d'unus ostenderit. *Veram lectionem ex editione Besthornii-Heibergii recepi.*

---

1) Hic nomina ex editione arabica-latina Besthornii-Heibergii in textum recepi, quales etiam Gherardus legisse videtur, ut sequitur ex alio loco ad propositionem 29[am], ubi repetuntur nomina. De Diodoro confer Hultschium in praefatione ad Pappum III, IX—XII. Sed quis sit Abthiniatus, prorsus latet.

2) Neque 26 debet legi, neque 28 ut dicunt Besthorn-Heiberg, sed, ut suo loco videbitur, Anaritius theoriam Gemini ad propositionem 29 addit.

sibile. Ergo due recte non comprehendunt superficiem. Quod si quis dixerit, arcus non est equalis arcui, sed quantitas *adbz* est equalis quantitati *agbe*, necessario concedet, quod angulus *had* est equalis angulo *hag*, quod est impossibile. Et ideo est necessarium, ut hoc concedat, quoniam, ⟨si⟩ semicirculi superponuntur, cooperiunt se, et etiam quia portio *adbz* est equalis portioni *agbe*, et punctum *b* est centrum, ergo unaqueque duarum portionum est semicirculus. Ergo erit pars *adbg* extra circulum.[1])

Dixit Euclides: *Propositiones per se note sunt: Res uni rei equales sunt equales. Et si equalibus equalia addantur, omnia erunt equalia. Et si de equalibus equalia demantur, que relinquntur, erunt equalia. Et cum inequalibus equalia addita fuerint, omnia erunt ⟨in⟩equalia. Et si de inequalibus demantur equalia, que relinquuntur, erunt ⟨in⟩equalia. Et quecumque sunt dupla unius rei, sunt ad invicem equalia. Et que, cum superponuntur vicissim, se cooperiunt, sunt equalia. Et omne totum est maius sua parte. Et due recte linee non comprehendunt superficiem neque locum.*

Supra hoc Sambelichius: Iam diximus in precedentibus, per se nota esse, que necesse est per se ⟨ab⟩ omnibus recipi, et ut per se demonstrantur absque modo.

Dixit Euclides: *Ea que sunt equalia uni re, sunt ad invicem equalia.*

Supra hoc Sambelichius: Si hec verba dicta fuerint ⟨de⟩ equalibus, essent vera et lucida ad intelligendum, sed si communiter dicta fuerint, non sint vera. Licet enim aliqua sint longiora aliqua re, non tamen necessario sequitur, quod unum sit longius alio; neque illi, qui sunt fratres unius hominis, sunt fratres necessario, quoniam

17. eq^{u} q' autem superponuntur. — 27. lucina. — 29. longiora] longicam.

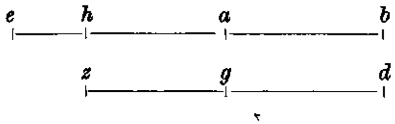
1) Demonstratio apud Gherardum melius quadrat, quam apud Besthorn-Heiberg. Sed confer etiam Proclum 238, 25 —239, 15, cuius loci Heibergius non facit mentionem.

unus fuerit frater eius ex parte matris, et alter ex parte patris. Et ideo oportet, ut relatio in hoc sit simplex et ab una et eadem parte accepta, et non a multis partibus diversis, quemadmodum in exemplo fratrum ostendimus, et neque accipiatur a maiori neque a minori, sicut diximus in his, que sunt longiora una re.

Dixit Euclides: *Si equalibus equalia addantur, omnia fieri equalia.*

Supra hoc Sambelichius: Licet huius intentio declaretur ex numeris manifeste, tamen per se manifesta est et recepta. Per se autem nota hec antiquitus non inveniuntur nisi tria.[1] In modernis vero scriptis inveniuntur tria addita, que non indigent expositione, et similiter ea, que sequuntur, quoniam sunt manifesta. Hec autem ideo posita fuerunt, ut non essent in geometria aliqua probata ex principiis non concessis.

Quidam[2] vero addidit pro per se noto, scilicet: Cum super equalia addita fuerint diversa, erit superfluitas summe super summam equalis superfluitati additi super additum, et probat hoc modo. Ponamus duas quantitates equales *ab*, *gd*, et addam supra eas duas quantitates diversas *ea*, *zg*, et sit *ea* maior: dico ergo, quod augmentum *eab* super *zgd* est equale augmento *ae* super *zg*. Probatio eius. Ut secam ex *ae* tantum, quantum est *zg*, sitque *ah*; et quia augmentum *eb* super *bh* et super *zd* est *eh*, et est illud augmentum *ae* super *ah* et super *gz*: ergo propter hoc est augmentum *be* super *zd* equale augmento *ea* super *gz*.



Et etiam, si augmenta fuerint super diversa equalia, erit superfluitas, que est inter ea post

1) Hero apud Proclum 196, 15 sq. — 2) Proclus 197, 6 sq. Pappum nominat, ut etiam in textu arabico legitur. Cfr. Besthorn-Heiberg p. 29.

augmentum equalis superfluitate, que erat inter ea ante augmentum. Exempli causa quoniam nos addidimus super diversas quantitates ea, gz duas quantitates equales ab, gd, ergo erit superfluitas eb super zd equalis superfluitati ea super gz; et hoc est illud, quod ante ostendimus.

Addidit etiam alia, scilicet quod superficies secat superficiem super lineam. Et, si superficies, que se secant fuerint plane, secabunt ⟨se⟩ superficies super rectam lineam. Et linea secat lineam super punctum (Huic enim indigemus in prima figura). Et possibile est, superficiem planam et lineam rectam, eo quod sint plane, in infinitum protrahi.[1])

Oportet nos preterea ante particularia premittere ista.[2]) Dico igitur, quod intentio geometrie est, sicut precessit ex his, que diximus, scilicet declaratio quantitatum et figurarum, et situs et proportionum u|nius ad 14
aliud. Et intentio in unoquoque istorum aut est theorica[3]) aut practica.[4]) Quod si eius intentio fuerit in eo ad dandam scientiam, nominatur theorica; et si fuerit eius intentio in eo ad demonstrandam operationem, vocatur practica. Theorica ergo est, cuius finis est aliquid ostendere, sicut figuram 4^{am} primi tractatus, et que ei sunt similes. Et iste figure sunt ille, in quarum fine consuetudo est dicere: „Et hoc est illud, quod demonstrare voluimus." Practica vero est, cuius finis est, secundum quod volumus aliquid operari. Et ille figure sunt, in quorum fine consuetudo ⟨est⟩ dicere: „Et istud est, quod facere voluimus." Quod si quis dixerit: quare ergo dicitis, geometrie intentionem esse ad indicandum scientiam solum, cum videamus ipsam simul cum scientia indicare operationem? dicemus, quod illarum ope-

9. secabunt superficiem. — 12. plana. — recta.

1) Item Pappus. Cfr. Proclum 198, 6—10 et Besthorn-Heiberg p. 31. — 2) De eis, quae sequuntur, vide Proclum 200, 12—213, 11. — 3) Θεώρημα. — 4) πρόβλημα.

rationum finis non tribuit nobis nisi scientiam. Dico ergo, quod opus figure, que docet facere triangulum equilaterum, non docet nisi scientiam et non opus manuum. Invenimus enim quosdam hoc bene scientes, qui non possunt hoc perficere illi modo, neque ei attribuere hanc formam. Quomodo vero necessario fiunt, et ingenium perficiendi dicere poterint. Possibile tamen est, geometriam esse principium aliarum doctrinarum practice, que manibus exequuntur. Opera[1]) enim, que sunt in geometria, sunt apud sapientes sicut ea, que premittuntur, ad declarationem aliorum.

Quidam quoque invenerunt in figuris[2]) unam differentiam, quam vocaverunt inventum[3]), sicut nostra intentio, quam habemus in prima figura tercie partis. Non enim intendimus ibi nisi invenire centrum circuli dati. Sed differentia, que est inter inventionem et operationem, est, quod inventionis finis non est nisi invenire rem, que iam est inventa, et non invenire rem, que iam inventa nunquam fuit; et differentia, que est inter eam et scientiam, est illud, quod scientia est, quod illud, quod scientia nobis tribuit, utrum, priusquam probent, inventum sit an non, ignoramus, sicut quod anguli trianguli sunt equales duobus rectis angulis: in inventione autem scimus, quod circulus habet centrum, sed volumus locum eius scire. Nisi si aliquis dixerit, quod rem, quam aliquis vult invenire, ignorint, an sit inveniri possibile vel non; sicut si aliquis vellet invenire quantitatem superficiei alicuius circuli dati.

1. fines. — tribuunt. — 7. poterit. — 8. exequantur] extra centur. — 17. est inventa est. — 18. ea. — 22. inventionem.

1) Dubito, an *opus* sint postulata et axiomata, ut Heibergio videntur, nam *opus* apud Anaritium, ut postea videbitur, constructiones auxiliares in demonstratione adhibitae definiuntur.

2) Figura apud Arabes quaeque paragraphus dicitur, quae figura ornata est. Tales e. c. figuras liber primus Euclidis in traditione arabica 47 continet. *Scientia* idem valet, quod supra *theorica* nominatur, id est *theorema*; *operatio* est illud, quod supra *practica* dicitur, id est *problema*.

3) πόρισμα. Confer Proclum 301, 25 sq.

Nominantur autem omnes figure scientie aut operationes necessarie equivoce. Unumquodque autem istorum, scilicet scientia et operatio et inventio, et si qua sunt alia, dividuntur in sex partes, id est: propositio, exemplum, differentia, opus, probatio, conclusio.

Propositio est in hoc loco, quam dialectici dicunt esse id, quod ad demonstrandum ponitur, et ipsa et conclusio in intentione sunt idem. Exempli causa, ut dicamus, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis: hic equalis est propositio et conclusio. Et hoc est, cum diximus: „iam manifestum est, quod omnes anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis angulis.“ Hoc equalis proposito non est pars propositionis, cuius diffinitio est, oratio, que premittit nobis intentionem, qua volumus scire aut operare aut invenire. Et si fuerit in intentione aliquid datum aut aliquid quesitum, sicut est in prima figura, in qua datur linea recta, et queritur, ut faciamus triangulum equilaterum, oportet, ut in propositione dicatur utrumque, scilicet datum et quod quesitum est.

Exemplum vero est illud, quod subicit visui intentionem propositionis.

Differentia quoque est, que separat illud, quod quesitum est in propositione, et quod positum est in exemplo, scilicet quod queritur ad faciendum aut ad probandum, a suo communi genere.

Opus vero est, ut signet aliquis ea, que ad probationem sunt necessaria, cum lineis, ut faciat ea, que sibi imponuntur ad faciendum, sicut in figura prima ad protrahenda latera trianguli equilateri et ad circumducendos circulos, cum quibus opus trianguli et probatio ipsius completur.

Probatio autem est illud, quod congregat quesitum

---

5. operis. — 11. Et hoc est] Et est etiam. — 13—14. probationis. — 16—17. quesitum] q̄sͨıtum. — 19. probatione. — 20. q̄sͨitum. — 31. circulus sunt.

ex eis, que premissa sunt et concessa, que quandoque erit ex eis, que primum intelliguntur in ratione, et sunt secundum naturam antiquiora, et tunc vocatur probatio veraciter, sicut probatio prime figure, quoniam circuli, quorum linee, que protrahuntur a centris ipsorum ad circonferentias ipsorum, equantur, sunt equales, et ex hac oratione demonstratur, quod quesitum in hac figura; et circulus est antiquior triangulo. Et in scientia erit probare ex eis, que non sunt per se nota, sicut cum probatur, quod omnes anguli trianguli duobus rectis sunt equales, et postea, quod omnes anguli omnis quadrati sunt equales quatuor rectis. Quod non ob aliud probatur nisi, quod omne quadratum dividitur in duos triangulos. Quadratum enim necessarie est post triangulum.[1])

Conclusio est reversio propositionis, sicut si diceretur: „Manifestum est, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis angulis.“ Diceretur ergo confirmative, quoniam probatum est, ideoque nihil additur ei nisi: „ergo figura vera“, id est completa.

Perfecti quedam complentur cum his sex, et alie cum quinque, sicut figura quarta prime partis. Non enim fuit in ea necessarium opus. Et quedam sunt, que complentur cum quatuor, cum non fiunt in figura res, et tunc movebitur exemplum et differentia, sicut invenitur ⟨in⟩ septima ⟨figura⟩ primi tractatus. Sed propositio et probatio et conclusio necessarie sunt in omnibus figuris.

Preterea oportet, ut ostendam ista, scilicet quid sit theorema[2]), et quid corollarium, et quid est diversitas positionis, et quid alaynedi[3]), et quid est convertere intentionem ad impossibile.

---

20. completur. — 24. septimi. — 28. corolarium. — 29. alt9ʒ fiedi(!) (nedi suprascr.)

---

1) Heibergius textum arabicum non recte comprehendisse videtur. Translatio Gherardi optime cum sensu Euclidis congruit. — 2) λῆμμα. — 3) ἔνστασις = *disceptatio*.

Dico ergo, quod theorema est, quod sumitur a demonstratione alterius, licet in se sit scientia aut figura, sicut accepimus in figura secunda latera duorum triangulorum.[1]) Illud ergo aliud facile ostenditur per ipsum, ideoque oportet, ut premittatur aut ponatur post, sed tamen concedatur in probatione cito.

Corollarium vero est illud, quod cum probatione eius, quod probandum premittatur, declaratur. Ex probatione ergo illa adipiscitur corollarium.

Diversitas autem propositionis est, ut forma intentionis ponitur super multos modos, in quibus probatio diversificatur.

Alaynedi est oratio probationi opposita sequens probationem, quousque ad finem perveniat.

Intentionem vero convertere ad impossibile est, ut poneretur contradictoria intentionis, et ostendatur, quod ex eis accidit, quod est impossibile, sicut accepimus in figura supra latus maius, ut ostendamus cum eo falsitatem contradictorie intentionis et veritatem intentionis.

Explicit expositio prologi. Incipit expositio prime partis libri Euclidis secundum Anaritium.

In primo theoremate[2]) quinque figure, una Euclidis et quatuor Yrini.

Dixit Yrinus: Si quis quesierit a nobis, quare Euclides voluit ostendere, quomodo fieret triangulus equilaterus, et non ostendit, quomodo alii trianguli fierent, cum sufficeret ei in suis operibus triangulus duorum equalium laterum absque illo, dicemus, quod non ideo fecit, quin ipse sciret facere triangulum duorum equalium laterum, sed quia opus equilateri est discipulo ad discendum facilius, et etiam, quia ipso habito habetur alius,

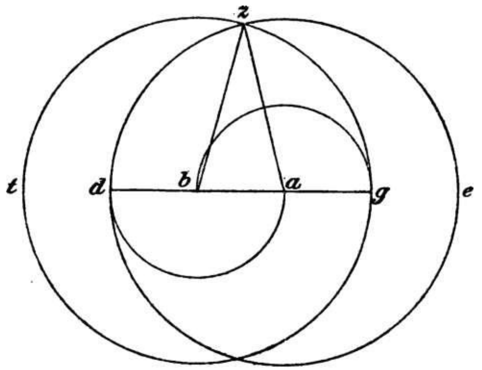
7 et 9. corolarium. — 13. oppositiones.

1) Intelligit, latera trianguli equilateri esse equales, qua proprietate in secundo theoremati utitur.

2) Euclides I, 1: *Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.* — Yrinus = Hero.

sed, licet alius habeatur, non tamen habetur iste. Possibile tamen est, ut triangulus duorum equalium laterum super datam rectam lineam semper hoc modo constituatur.[1])

Sit linea data *ab*. Ponam itaque *a* centrum circuli, et cum spatio, quod est inter *a* et *b*, describam arcum *bg*. Postea ponam *b* centrum, et cum spatio, quod est inter *b*



et *a*, describam arcum *ad*, et protraham lineam *ab* secundum rectitudinem in duas partes ad duos arcus *bg* et *ad*. Et quia *ga* est equalis *ab*, et *ab* est equalis *bd*, ergo *ag* est equalis *bd*. Posita ergo *ab* communi erit *gb* equalis *ad*. Post hoc ponam *a* centrum, et cum spatio, quod est inter *a* et *d* describam circulum, qui sit circulus *dze*. Deinde ponam *b* centrum, et secundum spatium, quod est inter *b* et *g*, describam circulum, ⟨qui sit circulus⟩ *gzt*, et protraham a puncto *z*, quod est sectio duorum circulorum, duas lineas *za* et *zb*. Et quia punctum *a* est centrum circuli *zde*, et iam protracta sunt ab eo ad circonferentiam ipsius due recte linee, que sunt *ad*

2. ita. — 14. *bg*. — 18. ab eo ad] ab egcidi.

1) Haec propositio etiam apud Proclum 218, 12 sq. legitur, sed Heronis mentio non fit. Invenitur etiam apud Campanum.

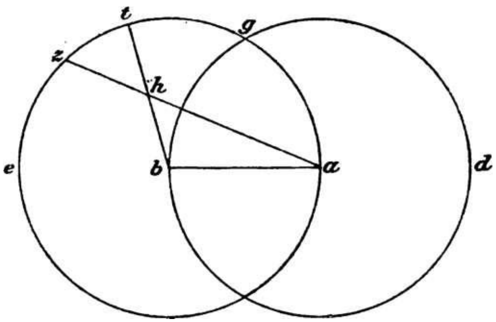
et *az*, ergo ipse erunt equales, ergo linea *az* est equalis linee *ad*. Sed linea *ad* fuit equalis linee *bg*, ergo linea *az* est equalis linee *bg*. Et quia etiam *b* est centrum circuli *gzt*, et ab eo ad circonferentiam iam protracte sunt due linee *bz* et *bg*, ergo ipse sunt equales, ergo linea *bz* est equalis linee *bg*. Sed linea *bg* fuit equalis linee *az*: ergo linea *az* est equalis linee *bz*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Post hoc planius loquens, est ostendens, quomodo super rectam lineam constituatur triangulus omnia latera habens diversa, et hoc tribus modis, quorum primus est, ut sit linea data brevior una duarum reliquarum et longior altera.

Secundus vero est, ut sit linea data brevior quaque duarum reliquarum.

Tertius quoque est, ut sit linea data longior quaque duarum reliquarum linearum.

Primus autem modus[1]), quo ostenditur, quod linea data sit brevior una duarum reliquarum et longior

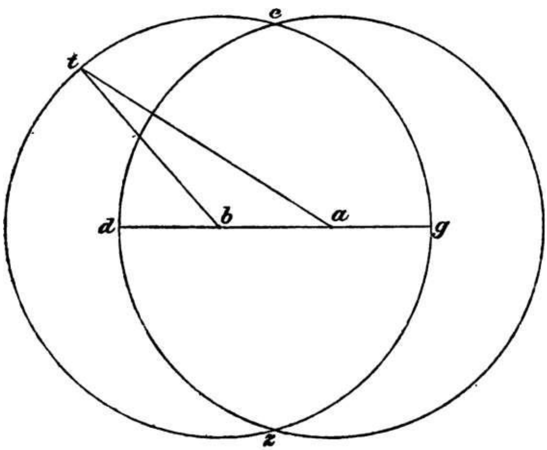


altera, est huiusmodi. Sit linea data *ab*, et ponam, ut *a* sit centrum, supra quod cum spatio, quod est inter *a* et *b*, circumducam circulum, qui sit circulus *bgd*. Ponam

1) Hanc quoque propositionem habet Proclus 219, 4 sq., sed Heronis non mentionem facit.

etiam punctum *b* centrum, supra quod cum spatio, quod est | inter *b* et *a*, describam circulum *age*. Deinde signabo in arcu *ge* punctum, qualecumque contingat, quod sit punctum *z*, et coniungam *a* cum *z*. Punctum quoque secundum signabo in linea, que est inter punctum *z* et circonferentiam circuli *bgd*, quod sit punctum *h*, et coniungam *b* cum *h*, et protraham ipsam lineam secundum rectitudinem usque ad punctum *t*. Manifestum est ergo, quod linea *ah* est longior linea *ab*, et linea *ab* est longior linea *bh*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Secundus modus[1]), quo ostenditur, quod linea data sit brevior quacumque duarum linearum, in hoc de-



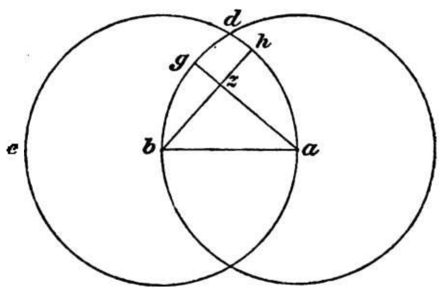
claratur exemplo. Sit linea data *ab*, quam secundum rectitudinem in duas protraham partes, donec *bd* sit equalis *ab* et similiter *ag* equalis *ab*, secundum quod fecimus in

1. quod cum spatio] quod spatium. — 12. quarum duarum.

1) Hunc casum etiam apud Campanum legimus.

triangulo duorum equalium laterum. Deinde ponam punctum *a* centrum, et cum spatio, quod est inter *a* et *d*, describam circulum *dez*. Ponam etiam punctum *b* centrum, et secundum spatium, quod est inter *b* et *g*, circumducam circulum *gez*. In circonferentia igitur *gez* a parte exteriori circuli *dez* signabo punctum, qualitercumque cadat, quod sit punctum *t*, et coniungam *a* cum *t* et *b* cum *t*. Linea ergo *at* longior est linea *ad*, sed linea *ad* est equalis linee *bg*: ⟨ergo linea *at* est longior *bg*. Sed linea *bg* est equalis linee *bt*:⟩ ergo linea *at* est longior linea *bt*. Sed linea *bt* est longior linea *ba*, quoniam ipsa est equalis linee *bg*: manifestum est ergo, quod linea *at* est longior linea *bt*, et linea *bt* est longior linea *ba*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

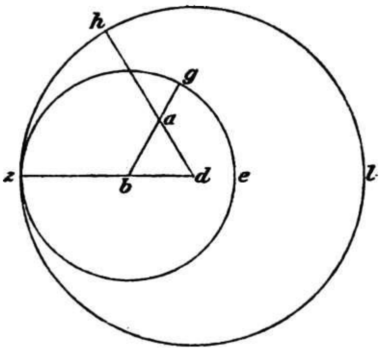
Tertius quoque modus, quo monstratur, quod linea data sit longior qualibet duarum reliquarum linearum, tali declaratur exemplo. Sit linea data *ab*. Ponam itaque punctum *a* centrum, et cum spatio, quod est inter *a* et *b*, describam circulum *bgd*. Post hoc ponam punctum *b* centrum, et secundum spatium *ab* circumducam circulum *ade*, et producam duas lineas *ag*, *bh*, donec se supra punctum *z* secent. Manifestum est itaque, quod linea *ab* est longior unaquaque linearum *az* et *bz*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



5. Que circonferentia. — 17. quarum duarum.

⟨Hoc quod sequitur, secundo theoremati additum⟩.[1])

Cum EUCLIDES dixit: „Volo ostendere, qualiter puncto dato linea copuletur," et tum noluit intellegi nisi, quod punctum sit extremitas linee, que ei copulatur; hoc igitur est illud, quod ei postea necessarium fuit in opere huius libri.



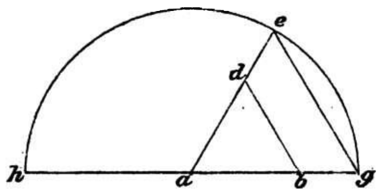
Alii vero super alias coniunctiones invigilaverunt, invenientes eas multis posse fieri modis, quorum unus est[2]), ut sit linea data similis linee bg, et sit punctum datum super ipsam lineam positum ad similitudinem puncti a: volo itaque, ut puncto a linea recta equalis linee bg coniungatur, cuius extremitas proveniat ad punctum a. Constituam itaque supra unam sectionem linee bg, scilicet supra sectionem ab, triangulum equilaterum, quod fiet secundum probationem prime figure huius partis, sitque triangulus abd. Deinde protraham duas lineas bd et da secundum rectitudinem, neque ⟨ponam⟩ earum protractioni terminum, donec adeo sunt longe, ut cum circulus circumducetur remaneat ex unaquaque earum aliquid superfluum. Deinde ponam punctum b centrum, et cum spatio, quod est inter b et g, circumducam circulum gez. Manifestum est ergo, quod linea bg est equalis linee bz. Si ergo posuero in punctum d centrum, et cum spatio, quod est inter d et z, descripsero circulum zht, manifestum, quod

1) EUCLIDES I, 2: *A dato puncto cuilibet linee recte proposite equam lineam ducere.*

2) PROCLUS 224, 16 ff. Figuram, non demonstrationem apud CAMPANUM invenimus, et. demonstrationem in Arabico EUCLIDE.

linea *dz* est equalis linee *dh*. Cum ergo minuerimus duas lineas equales *da* et *db* ex duabus lineis equalibus *zd* et *dh*, remanebit linea *bz* equalis linee *ah*. Sed iam ostendimus, quod linea *bz* est equalis *bg*, et ea, que uni rei sunt equalia, equalia sunt, ergo linea *ah* est equalis linee *bg*. Jam adiunximus puncto *a* lineam *ah* equalem linee *bg*, cuius extremitas est punctum *a*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Est quoque alius modus[1]), quo docetur, qualiter protrahatur linea equalis linee date, qui est huiusmodi. Ponatur, ut non sit punctum *a* supra lineam *gb*, et punctum *a* sit extremitas linee quesite, sed sit linea *gb*, cum secundum rectitudinem protrahatur, transiens super ipsum. Producam ergo lineam *bg*, secundum rectitudinem: transibit ergo super punctum *a*. Deinde constituam super lineam *ba* triangulum equilaterum, qui sit triangulus *adb*, et protraham lineam *da* secundum rectitudinem usque ad punctum *e*. Deinde ponam punctum *a* centrum, et ⟨cum⟩ spatio *ag* describam arcum *geh*. Manifestum est ergo, quod linea *ag* est equalis linee *ae*; sed linea *ba* est equalis linee *da*, ergo linea *bg* est equalis linee *de*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



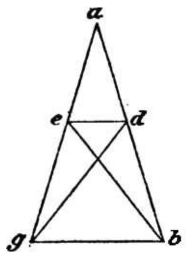
Hoc quod sequitur, quinto theoremati[2]) additum.

1. minuerimus] invenerimus.

1) Et figura et constructio prorsus est aliena ab illa apud Besthorn-Heiberg. Vituperatio Heibergii falsa esse mihi videtur.

2) Euclides I, 5: *Omnis trianguli duum equalium laterum angulos, qui supra basim sunt, equales esse necesse est; quod si eius duo equalia latera directe protrahuntur, fient quoque sub basi duo anguli invicem equales.*

Si quis nobis dixerit, quare Euclides probavit in hoc theoremate, quod duo anguli, qui sunt sub basi, sint equales, cum in libro suo non inveniatur per hos aliquid fecisse, respondebimus, quod ipse scivit illud, in quo dubitatur in 7° theoremate et in 9°. Premisit itaque declarationem, ut per eam solveret dubitationem, quemadmodum ostendetur in eis.[1] Possibile tamen est, ut monstretur, quod duo anguli, qui sunt supra basim, sint equales, absque ostentatione equalitatis duorum angulorum, qui sunt sub basi, secundum hunc modum.[2] Sint duo latera *ab* et *ag* trianguli *abg* equalia: dico igitur, quod angulus *abg* est equalis angulo *agb*. Probatio eius, quoniam signabo in linea *ab* punctum *d*, et secabo ex linea *ag* lineam *ae* equalem linee *ad*, et protraham lineas *de*, *dg*, *eb*. Et quia *ba* est equalis *ag*, et linea *ad* est equalis linee *ae*, ergo duo latera ⟨*ab* et *ae*⟩ trianguli *abe* sunt equales duobus lateribus *ag* et *ad* trianguli *agd*, quodcumque videlicet latus suo relativo est equale, et angulus ⟨*a* est communis utrique: ex probatione ergo figure quarte huius partis erit basis *be* equalis basi *dg*, et angulus *aeb* equalis angulo *adg*, et angulus⟩ *abe* equalis angulo *agd*. Si ergo due linee equales *ad*, *ae* minuantur ex duabus lineis equalibus *ab* et *ag*, remanebit linea *db* equalis linee *eg*. Sed iam fuit ostensum, quod linea *be* equalis linee *gd*, ⟨et basis *de* communis est utrique: ex probatione ergo figure quarte⟩ erit angulus *edb* equalis angulo *deg*, et angulus *bed* equalis angulo *gde*. Cum ergo minuerimus eos ex duobus equalibus angulis *bde*, *ged*, remanebit angulus *bdg* equalis angulo *beg*. Latera quoque ipsos continentia equalia, quodque videlicet suo relativo equale, et basis *bg* est communis



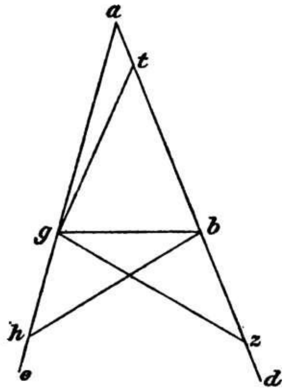
1) Proclus 247, 6 sq. et 248, 8—11.
2) Proclus 248, 16—249, 19.

eis: ex probatione igitur figure quarte erit angulus *abg* equalis angulo *agb*; et istud est, quod demonstrare voluimus.

Sexti theorematis propositio[1]) potest sic enuntiari: Omnis trianguli, cuius duo anguli, qui sunt supra basim, sunt equales, duo latera sunt equalia; et sic: Si equantur duo anguli trianguli, latera ipsis subtensa sunt equalia.

Ex eis quoque, que huic theoremati adduntur, est istud, quod sequitur.

„Omnis triangulus, cuius duo anguli, qui sunt sub basi, sunt equales, est duorum equalium laterum.[2])



Exempli causa sit triangulus *abg*, cuius duo latera *ab* et *ag* cum protrahuntur usque ad duo puncta *d* et *e*, sit angulus *gbd* equalis angulo *bge*: dico ergo, quod latus *ba* est equale latere *ag*, Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si possibile fuerit, ut non sit ei equale, ponam ergo, quod *ba* sit maius *ag*, et secabo *bt* equale *ag*, quemadmodum manifestum est ex probatione figure tercie, et protraham *gt*, et signabo in linea *ad* punctum *z*, et abscindam *gh* equalem *bz*, sicut manifestum est ex probatione figure tercie, et producam duas lineas *bh*, *gz*. Et quia divisimus lineam *gh* equalem *bz*, ergo si accepimus *bg*, communem, erunt due linee *hg*,

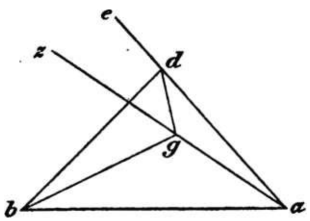
11. trianguli.

1) Euclides I, 6: *Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint, duo quoque latera angulos respicientia equalia erunt.*

2) Proclus 257, 9 sq., sed alia demonstratione.

gb equales duabus lineis *zb*, *bg,* et angulus *bgh* est equalis angulo *gbz*. Manifestum est ergo ex probatione figure quarte, quod basis *zg* est equalis basi *bh,* et triangulus *bgz* est equalis triangulo *gbh,* et angulus *bzg* est equalis angulo *bhg*. Cum ergo equalibus equalia addidimus, erit linea *zt* equalis linee *ah* totaliter. Sed iam ostendimus, quod *bh* est equalis *gz,* et quia angulus *ahb* est equalis angulo *azg,* ergo duo latera *bh, ha* sunt equalia duobus lateribus *tz, zg,* quodque latus suo relativo equale, et angulus *h* est equalis angulo *z*: ergo secundum probationem figure quarte triangulus *hab* est equalis triangulo *zgt*. Sed iam ostendimus, quod triangulus *hgb* est equalis triangulo *gbz*: cum ergo ex equalibus minuimus equalia, remanent equalia. Remanet ergo triangulus *abg* equalis ⟨tri⟩angulo *btg,* maior scilicet minori, quod est contrarium et impossibile. Non est ergo possibile, ut sit latus *ab* maius latere *bg,* neque minus eo est, igitur ei equale; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Hoc est additum septime.[1])



Si quis dixerit[2]), possibile est, ut a duabus extremitatibus linee *ab* due linee *ag* et *bg* protrahantur equales lineis *ad* et *bd* protractis, donec *ag* sit equalis *ad*, et *bg* sit equalis *bd*: dico, illud fore impossibile. Probatio eius, quoniam producam lineam *gd,* et protraham duas lineas *ag* et *ad* secundum rectitudinem usque ad duo puncta *e* et *z*.

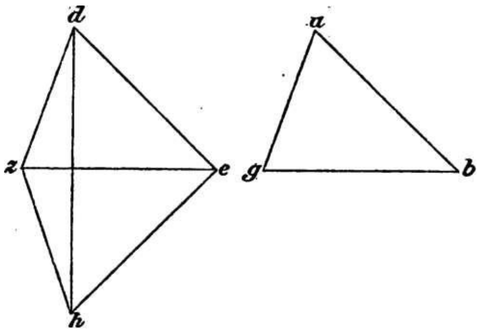
20. decime septime. — 27. de eo dico.

1) Euclides I, 7: *Si a duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum unum concurrentes exierint, ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales, que ad alium concurrant, in eandem partem duci est impossibile.*

2) Proclus 262, 3 sq.

Quia ergo triangulus *agd* est equalium duorum laterum, videlicet | *ag* existente equali lateri *ad,* erunt ex probatione 16
quinte figure duo anguli, qui sunt sub basi, equales. Angulus igitur *edg* est equalis angulo ⟨*zgd*. Sed angulus⟩ *edg* est maior angulo *gdb,* ergo angulus *zgd* ⟨est maior angulo *bdg*. Sed angulus *bgd* est maior angulo *zgd*, ergo angulus *bgd*⟩ est multo maior angulo *bdg*. Et etiam, quia triangulus *bdg* est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte duo sunt anguli, qui sunt supra basim, equales. Ergo angulus *bgd* est equalis *bdg*. Sed iam ostendimus, quod angulus *bgd* est multo maior angulo *bdg*, et hic est ei equalis, quod est contrarium et impossibile. Manifestum itaque est ex hoc, quod hic probatur, quemadmodum proveniat ex eo, quod in quinta figura probatur, quod duo anguli, qui sunt sub basi, equales existunt.[1])

Additum octavo theoremati[2]) relatum ad probationem secundum modum contrarietatis.

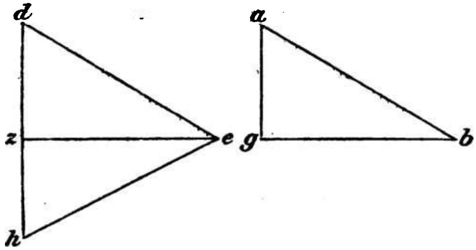


Basis trianguli *abg,* que est *bg,* superponatur basi *ez,* que est trianguli *dez,* et cadant linee *eh*, *hz,* et con-

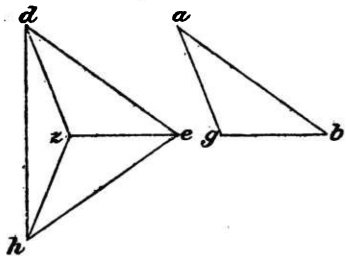
3. Angulo.

1) Proclus 263, 4 sq. — 2) Euclides I, 8: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, basisque unius basi alterius equalis, duos angulos equis lateribus contentos equales esse necesse est.*

iungam puncta *d* et *h* cum linea *dh*. Et quia linea *de* est equalis linee *eh*, ergo ex probatione quinte figure sunt duo anguli, qui sunt supra basim, equales. Angulus ergo *dhe* est equalis angulo *hde*. Ex hac probatione monstratur, quod angulus *dhz* est equalis angulo *hdz*: angulus ergo *edz* totus est equalis toti angulo *ehz*: et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])



Preterea possibile est[2]), ut linea *ag* secundum rectitudinem coniungatur linee *dz*, sicut linea *dzh*. Quia igitur triangulus *deh* duo latera habet ⟨equalia⟩, scilicet latus *de*, quod est equale lateri *he*, et angulus *edh* est equalis angulo *ehz*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Positum ⟨enim⟩ est, quod linea *ag* sit quasi coniuncta secundum rectitudinem linee *dz*. Possibile quoque est[3]), ut linea *ag* linee *dz* taliter coniungatur, quod ipsa cum linea *dz* ex altera parte contineat angulum. Sit ergo ita, sicut linee *dz*, *zh*, et producam lineam *dh*. Et quia triangulus *deh* est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte angulus ⟨*edh*

---

27. quod ipsa] quantitas ipsa.

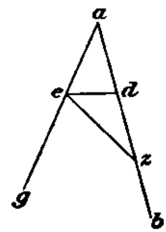
---

1) Proclus 267, 5 sq. — 2) Proclus 266, 15 sq. — 3) Proclus 268, 1 sq., qui tres demonstrationes Philonis esse dicit.

est equalis *ehd*. Et quia triangulus *zdh* est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte angulus⟩ *zdh* est equalis angulo *zhd*. Sed cum de equalibus equalia demuntur, que relinquuntur sunt equalia; renanet ergo angulus *edz* angulo *ehz* equalis; et illud est, quod demonstrare voluimus. Figure tamen iste probationibus non sunt necessarie, quoniam cum basis superponatur basi, non scitur certitudo duorum angulorum *a*, *d*; [et illud est, quod demonstrare voluimus].

Additio noni theorematis.[1])

Si quis dixerit[2]), quod triangulus equilaterus, qui fit super lineam trianguli *aed*, que est linea *ed*, cadit super lineam *ab* ad similitudinem *z*, erit ergo latus *de* equalis unicuique duarum linearum *dz*, *ze*. Et quia triangulus *ade* est duorum equalium laterum, ergo ex eo, quod est manifestum ex probatione figure quinte, angulus *deg* est equalis angulo *edb*, quia ipsi sunt anguli, qui sunt sub basi, et etiam, quia triangulus *dze* est duorum equalium laterum, ergo ex eo, quod processit ex probatione figure quinte, etiam erunt anguli, qui sunt supra basim, equales. Ergo angulus *zde* est equalis angulo *zed*, maior videlicet minori, quod est contrarium et impossibile. Quod si dixerit, quod egreditur aliam *azb*, erit magisterium eius turpius.[3]) Et illud est, quod demonstrare voluimus.



Hoc, quod sequitur Yrinus vero undecimo theorematii[4]) addidit.

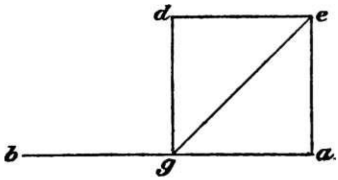
28. Yrinus] ann^9.

1) Euclides I, 9: *Datum angulum per equalia secare.*

2) Proclus 273, 11 sq. — 3) Apud Proclum 274, 10 sq. etiam secundus casus demonstratur.

4) Euclides I, 11: *Data linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis utrimque subnixam.*

Si quis dixerit: Volo, ut a puncto *a*, quod est linee extremitas, linea recta protrahatur, que sit perpendicularis super lineam *ab*. Signabo ergo in linea *ab* punctum *g*, cum quo producam perpendicularem, que sit *gd*, sicut ostensum est ex probatione precedentis figure. Sit itaque protractio *gd* in infinitum. Secabo autem ex *gd*, quod sit equale linee *ag*, sitque linea *gd*, et producam perpendicularem *de*, quemadmodum protraxi aliam, in infinitum, et dividam angulum *agd* in duo media cum linea recta, ⟨quemadmodum manifestum est⟩ ex probatione figure none, et producam eam donec concurrat linee *de*, et ponam, ut ipsa concurrat ei in puncto *e*. Deinde coniungam, quod est inter duo puncta *a* et *e*, producendo *ae* lineam: dico ergo, quod linea *ae* est perpendicularis super lineam *ab* supra punctum *a*. Probatio eius. Quoniam secuimus lineam *gd* ad equalitatem linee *ga*, et fecimus angulum *age* equalem angulo *dge*, ergo *ge* communi, ex eo, quod manifestum est ex probatione figure quarte, erit angulus *gae* equalis angulo *gde*. Angulus autem *gde* est rectus, ergo angulus *eag* est rectus, ergo linea *ae* est perpendicularis supra punctum *a* linee *ab*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



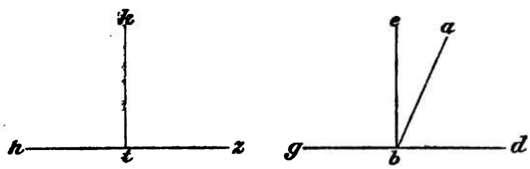
Quod sequitur, additum est decimo quarto theoremati.[2]) Hoc autem alio modo probatur secundum viam plenitudinis et usus. Ponam itaque, ut a puncto *b* linee *ab* due linee *bg* et *bd* sint protracte, et provenient

30. sint] sic.

1) Proclus 281, 6 sq. sine mentione Heronis.

2) Euclides I, 14: *Si due linee a puncto unius linee in diversas partes exierint, duosque circa se angulos rectos aut duobus rectis equales fecerint, ille due linee sibi directe coniuncte sunt et linea una.*

duo anguli *abd*, ⟨*abg*⟩ duobus rectis angulis equales: dico ergo, ⟨quod⟩ ipse secundum rectitudinem coniungantur, et fuerit linea una. Probatio eius. Quoniam possibile est, ut a *b*, quod est communis extremitas linearum *bg* et *bd*, protrahatur linea, que supra earum extremitate sit perpendicularis, quia, si fuerit perpendicularis supra lineam *bg*, et non fuerit perpendicularis super lineam *bd*,



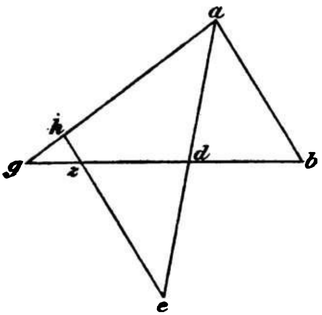
tunc duo anguli *abg* et *abd* non sunt equales duobus rectis angulis; sitque linea illa *be*. Ponam itaque lineam aliam, supra qua sint *z*, *h*, in qua signabo notam *t*. Deinde protraham a puncto *t* perpendicularem super lineam *zh*, que sit linea *tk*. Manifestum est itaque, quod angulus *ztk* est equalis angulo *dbe*, et angulus *htk* angulo *gbe* equalis. Cum ergo superponamus angulum *ztk* angulo *dbe*, ponetur punctum *t* supra punctum *b*, et superponatur linea *tz* linee *bd*, et linea *tk* cadet supra lineam *be*; angulus quoque *kth* localiter supra angulum *ebg*, quoniam ipsi sunt equales, et ponetur linea *th* supra lineam *bg*, et ponetur tota linea *zth* super lineam *dbg*. Sed linea *zth* est una linea recta, ergo linea *dbg* est una recta linea; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur, decimo nono additum est theoremati[1]) secundum modum contrarietatis, quod Yrinus addidit.

24. Yrinus] Int°.

1) Euclides I, 19: *Omnis trianguli maiori angulo longius latus oppositum est.*

Ad illud probandum hoc antecedens exponetur.[1]) Cum angulus *bag*, qui est trianguli *abg*, in duo media linea ⟨*ad*⟩ dividatur, sicut ostensum est ex probatione figure none, eritque *gd* longior *db*: dico ergo, quod linea *ga* est longior linea *ab*. Protraham itaque *de* secundum rectitudinem *ad* et ⟨ad⟩ eius equalitatem, et secabo *dz* ad equalitatem *bd*, quemadmodum ostensum est ex probatione figure tercie, et protraham *ez*, quam producam usque ad *h* [et protraham]. Due ergo linee *ad* et *db* sunt equales duabus lineis *ed* et *dz*, et duo anguli *adb*, *edz* oppositi sunt equales, secundum probationem igitur figure quarte erit basis *ab* equalis basi *ez*, et angulus *bae* equalis angulo *dez*. Sed angulus *bae* est equalis angulo *gad*, quoniam angulus *gab* fuit divisus in duo media linea *ad*, et iam fuit ostensum, quod angulus *bad* est equalis angulo *hed*: necesse est ergo, ut angulus *hae* sit equalis angulo *hed*, ergo secundum probationem figure sexte erit linea *ah* equalis ⟨linee⟩ *he*: ergo linea *ag* est longior linea *he*. Sed linea *he* est longior linea *ez*, et linea *ze* est equalis linee *ab*: ergo linea *he* est longior linea *ab*. Sed linea *ag* est longior ⟨linea⟩ *he*, ergo linea *ag* est multo longior linea *ab*.

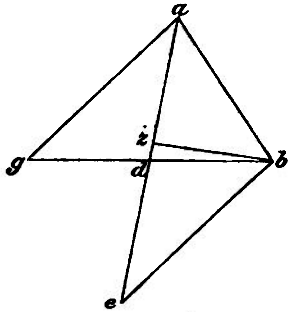


Post hoc dico[2]) quod, si fuerit angulus *abg*, qui est trianguli *abg*, maior angulo, qui est *agd*, erit latus *ag* maius latere *ab*. Dividam itaque latus *bg* in duo media supra punctum *d*, quemadmodum manifestum est

7. *ad* et] et *supra lineam*. — 31. minus latere.

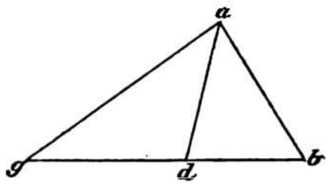
1) Proclus 319, 5 sq., sed Heronem non nominat.
2) Proclus 320, 6 sq. sine mentione Heronis.

ex probatione figure decime, et protraham lineam *ad,* quam producam usque ad *e,* et ponam, ut *de* sit equalis *ad,* et producam lineam *be.* Duo ergo latera *bd* et *de* sunt equalia duobus lateribus *gd* et *da,* et angulus *adg* est equalis angulo *bde.* Triangulus quoque *bde* est equalis triangulo *adg,* ergo angulus *dbe* est equalis angulo *agd,* ergo angulus *abg* est maior angulo *dbe.* Dividam itaque angulum *abe* in duo media cum linea *bz,* sicut manifestum est ex probatione figure none. Linea ergo *ez* est maior linea *za,* secundum probationem ergo figure, que ante hanc est exposita, erit latus *be* maius latere *ab.* Sed latus *be* est equale lateri *ag,* ergo *ag* est longius *ab*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Quod sequitur, theorematì vicesimo additum est.[1])

Sit itaque triangulus *abg.*[2]) Dico igitur, quod coniunctio duorum laterum *ab* et *ag* est maior latere *bg,* posito, quod latus *bg* sit maius unoquoque duorum laterum *ab* et *ag.* Probatio eius. Quoniam dividam angulum *bag* in duo media, quemadmodum ostensum est ex probatione figure none. Extrinsecus itaque angulus trianguli *abd,* scilicet an-



2. ut *de* sit] si *de* sit.

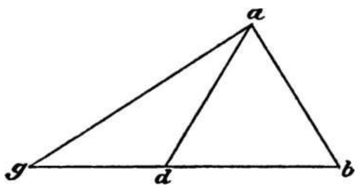
1) Euclides I, 20: *Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.*

2) Proclus 323, 6 sq., qui demonstrationem Heroni et Porphyrio adtribuit.

gulus *adg* maior existit angulo *bad*, qui est equalis angulo *gad*. Manifestum est igitur per probationem figure decime octave, quod angulus trianguli *adg* maior existit angulo *gad*. Secundum probationem ⟨ergo⟩ figure decime none latus *ag* est longius latere *dg*; et secundum similitudinem huius probationis ostenditur, quod latus *ab* est maius latere *bd*: ergo coniunctio laterum *ab*
17 et | *ag* est maior latere *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Alia figura vicesimo addita theoremati.[1])

Sit igitur triangulus *abg*, et sit latus *bg* longius lateribus ipsius. Secabo ergo ex latere *bg*, quod sit equale *ab*, sitque *bd*, sicut manifestum est ex probatione figure tercie, ⟨et protraham lineam *ad*⟩. Secundum ergo probationem figure quinte angulus *bad* est equale *bda*. Sed secundum probationem figure sexte decime angulus *bda* est maior angulo *dag*, et similiter angulus *gda* est maior angulo *dab*: ergo duo anguli, qui sunt ab utraque parte linee *ad*, cum coniunguntur, erunt maius angulo *bag* toto. Sed angulus *bad* ⟨equalis est angulo *adb*⟩, quoniam linea *ab* est equalis linee *bd*, remanet ergo angulus *adg* maior angulo *gad*: ergo latus *ga* est maius latere *gd*. Sed *bd* est equale *ab*, ergo coniunctio laterum *ab*, *ag* est maior latere *bg*; et istud est, quod demonstrare voluimus.

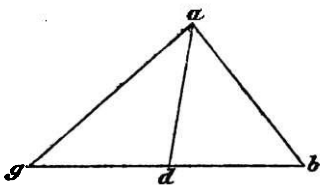


Illud, quod ⟨sequitur⟩, etiam additum est vicesimo ⟨theoremati⟩.[2])

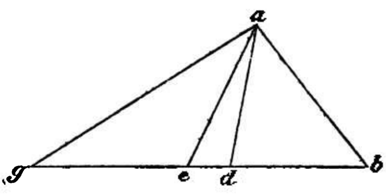
2. quod equalis. Manifestum. — 23. anguli] angulis. — 25. toto] solo. — 31. Illud quo additum est 20.

1) Proclus 324, 3 sq. — 2) Proclus 325, 1 sq.

Si quis dixerit, quod possibile est, ut sit triangulus, cuius duo latera ⟨coniuncta⟩ sunt equalia reliquo tertio lateri. Ponam autem triangulum *abg*, et ponam, ut coniunctum ex lateribus *ab*, *ag* sit equale lateri *bg*. Secabo igitur *bd* ad equalitatem *ab*, quemadmodum manifestum est ex probatione figure tercie; remanebit ergo *dg* equale *ga*; et protraham lineam *ad*. Et quia latus *bd* est equale lateri *ba*, ergo angulus *adb* est equale angulo *bad* ex probatione figure quinte. Secundum similitudinem quoque huius probationis est manifestum, quod angulus *dag* est equalis angulo *gda*. Sed duo anguli, qui sunt in puncto *d* ab utraque parte linee *ad*, equantur duobus rectis, quod ex probatione figure tercie decime patet, et ipsi sunt equales angulo *bag*; hoc est contrarium et impossibile propter hoc, quod linea *da* in puncto *a* erigitur supra coniunctionem duarum linearum *ba*, *ga*, et fiunt duo anguli *bad*, *dag* equales duobus rectis. Secundum probationem ergo figure quarte decime sequitur, ut sint due linee *ab*, *ag* secundum rectitudinem coniuncte et fiant una recta. Due ergo ⟨linee⟩ *ba*, *ag* una recta linea sunt, ergo triangulus a duobus rectis lineis continetur, quod est contrarium et impossibile; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Hoc quoque, quod sequitur, est additum ⟨vicesimo theoremati⟩[1], sed ponam, ut duo latera *ab*, *ag* coniuncta sint minus latere *bg*. Dividatur itaque *bd* ad equalitatem *ba*, et *ge* ad equalitatem *ga*. Secundum

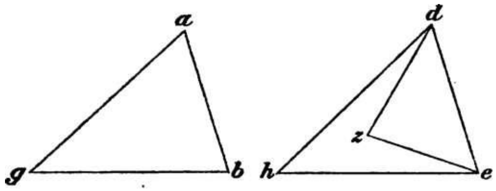


1) Proclus 325, 11 sq.

probationem igitur figure quinte erunt duo anguli *bda* et *bad* equales, et similiter duo anguli *gea, gae* equales. Sed angulus *adb* est maior angulo *dag,* ergo angulus *adb* multo maior angulo *gae.* Et similiter ostenditur, quod angulus *aeg* est maior angulo *bad.* Multo ergo coniunctio duorum angulorum *adb, aeg* est maior coniunctione duorum angulorum *bad, gae.* Sed iam fuit ostensum, quod ipsi sunt eis equales, quod est contrarium et impossibile; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Additio figure vicesime quarte.[1])

Si linea *dh* protrahatur, donec sit equalis lateri *ag,* et postea producatur *eh* equalis linee *bg*, ergo separabitur punctum *z*, et proveniet triangulus *dhe.* Sed iam protracte sunt a duabus extremitatibus unius laterum ipsius,



quod est *de*, due linee, que sunt *dz*, *ez*, quarum extremitates in puncto *z* infra triangulum concurrunt. Secundum probationem igitur figure vicesime prime erit coniunctio duorum laterum *ez, dz* minor coniunctione duarum linearum *dh, he* in linea una positarum, quasi linea una. Sed latus *dh* est equale lateri *dz*, remanet ergo latus *eh* maius lateri *ez*. Manifestum est autem ex probatione figure quarte, quod basis *eh* est equalis basi *bg*: basis

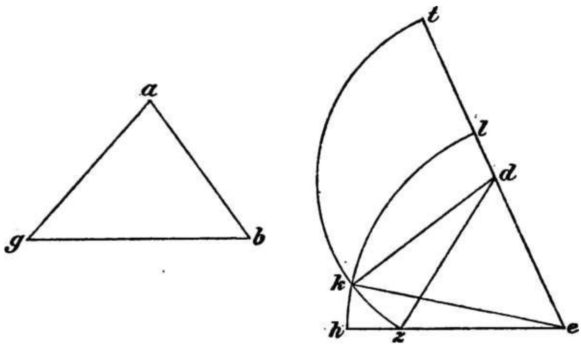
19. quasi] quia.

1) Euclides I, 24: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter alteri maior, basis quoque basi alterius maior erit.*

ergo *bg* est maior basi *ez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Hoc, quod sequitur, figure vicesime quinte[2]) additum est absque via contrarietatis, quod equalis operi, sed eius inventorem minime inveni.[3])

Ponam itaque, ut duorum triangulorum *abg*, *dez* latus *ab* sit equale lateri *de*, et latus *ag* sit equale lateri *dz*, sed reliquum latus *bg* sit maius latere reliquo *ez*: dico



ergo, quod angulus *bag* est maior angulo *ezd*. Probatio eius, quoniam protraham lineam *ez* usque ad *h* secundum rectitudinem, et ponam, ut *eh* sit equalis *bg*, et producam lineam *ed* secundum rectitudinem usque ad punctum *t*, et ponam *dt* equalem *ag*, et ponam punctum *d* centrum, et cum spatio *dt* describam arcum *tkz*. Et quia *td* est equalis *dz*, et duo latera *ab* et *ag* posita quasi linea

15. quasi] quia.

1) Proclus 339, 2 sq.

2) Euclides I, 25: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, basis vero unius basi alterius fuerit maior, erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciente maior.*

3) Proclus 346, 12 sq., qui Heronis esse demonstrationem dicit.

una sunt maius latere *bg*, quemadmodum ex probatione figure vicesime est manifestum, et latus *bg* est equale lateri *eh*, et coniunctio duorum laterum *ab*, *ag* positorum quasi linea una est *et*: ergo linea *et* est maior linea *eh*. Ponam itaque punctum *e* centrum, et cum spatio *eh* describam arcum *hl*, et protraham *ek* et *dk*. Linea ergo *dk* est equalis linee *dt*; sed *dt* est equalis *ag:* ergo linea *dk* est equalis linee *ag;* et etiam, quia *ek* posita fuit equalis *he*, est linea *ek* equalis linee *bg*. Duo ergo latera *ed, dk* sunt equalia duobus lateribus *ba, ag,* quodque suo relativo, scilicet *ab* est equale *de,* et *ag* equale *dk*, et basis *bg* est equalis basi *ek*: ergo angulus *edk* est equalis angulo *bag*, quod quidem ex probatione figure ⟨octave⟩ est manifestum. Sed angulus *edk* est maior angulo *edz*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur figure vicesime sexte[1]) additum est secundum copiositatis modum, quod quidem reperi, sed inventorem eius minime inveni.[2])

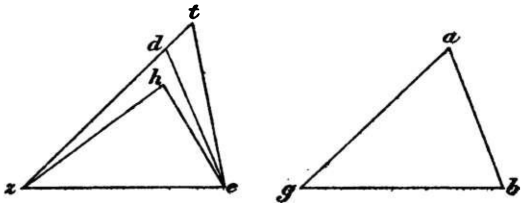
Cum angulus *b* fuerit equalis angulo ⟨*e*, et angulus *g* equalis angulo⟩ *z*, et latus *bg* equale lateri *ez*, ergo si latus *bg* supraponatur lateri *ez*, et punctum *b* ponatur super punctum *e*, et punctum *g* super punctum *z*, superponatur linea *bg* linee *ez*, quoniam ipse sunt equales, et locabitur angulus *b* super angulum *e*, et angulus *g* super

4. quasi] quia.

1) Euclides I, 26: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius, et uterque se respicienti equales fuerint, latus quoque unius lateri alterius equale, fueritque latus illud inter duos angulos equales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia, angulusque reliquus unius angulo reliquo alterius equalis.*

2) Heibergius p. 113 in nota dicit: „*Apud* Proclum *non exstat, nec multum valet.*" Tamen advertendum est, illum locum: „*Sed in huius figure .... et triangulus cooperit triangulum*" (conf. pag. sequ.) prorsus congruere cum demonstratione, quae hodie in scholis disci solet.

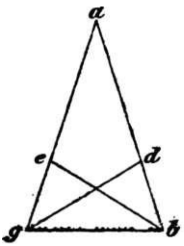
angulum *z*. Manifestum est igitur, quod duo latera *ab*, *ag* cooperiunt duo latera *de*, *ez*. Si enim ceciderit punctum *a* ⟨exterius⟩ ad similitudinem puncti *t*, erit



angulus *zet*, scilicet angulus *abg*, maior angulo *zed*. Sed iam fuit ei equalis, quod est contrarium et impossibile. Et si ceciderit intra triangulum, quemadmodum linee *eh*, *hz*, erit angulus *zed* maior angulo *hez*, scilicet angulo *abg*. Sed iam fuit ei equalis, quod est contrarium et impossibile.

Sed si huius figure addite figura vicesime sexte opus fuerit sicut opus figure quarte, absque dubio contrarietatis tum manifestum erit, quod angulus *b* cooperit angulum *e*, et angulus *g* cooperit angulum *z*, et cum isti duo anguli cooperiunt duos angulos *e*, *z*, et latus *bg* suprapositum lateri *ez* cooperit ipsum: ergo duo reliqua latera superposita duobus reliquis lateribus cooperiunt ipsa, quodque scilicet suum relativum, et angulus *a* cooperit angulum *d*, et triangulus cooperit triangulum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Postquam ergo hoc theorema scitum fuerit, scietur probatio figure sexte absque ⟨angulis sub basi positis,⟩ quia omnis erit huiusmodi. Cum duo anguli alicuius trianguli sunt equales, tunc ipse est duorum equalium laterum. Exempli causa sit triangulus *abg*, ⟨et sit⟩ trianguli ⟨angulus⟩ *abg* equalis angulo *agb*· dico, quod latus *ab* est equale lateri *ag*. Probatio eius, quoniam dividam duo latera *bd*, *eg*, et ponam, ut sint equalia, et protraham duas lineas *be*, *gd*. Duo ergo latera db, bg sunt equalia duobus lateribus eg, gb, et angulus dbg est equalis angulo bge, ergo secundum probationem figure quarte erit basis dg equalis basi eb, et angulus gbe equalis angulo bgd, et angulus bdg equalis angulo beg. Ex probatione igitur figure tercie decime erit reliquus angulus aeb equalis reliquo angulo adg, et etiam, quia reliquus angulus abe est equalis reliquo angulo agd, ergo secundum probationem figure antecedentis addite vicesime sexte erit latus ad equale lateri ae. Sed iam fuit ostensum, quod bd est equalis ge, ergo tota linea ba est equalis toti linea ga. Ergo latus ab est equalis lateri ag; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])



Postulatum, quo probatur figura vicesima nona[2]), quod scilicet est, quod omnes due linee, que protrahuntur super duos angulos minores duobus rectis, coniunguntur, non est probatio recepta.

Dixit SAMBELICHIUS supra hanc: Quia hec petitio non satis est manifesta, oportuit, ut lineis declaretur, ideoque ABTHINIATUS et DIODORUS declaraverunt eam multis figuris diversis. PTOLOMEUS[3]) quoque supra hanc suam attulit

---

19. non coniunguntur. — 23. Abthiniatus et Diodorus] autates est et deinde.

---

1) Conferas demonstrationem alteram supra pag. 49.

2) EUCLIDES I, 29: *Si duabus lineis equidistantibus linea supervenit, duo anguli coalterni equales erunt, angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis, itemque duo intrinseci ex altera parte constituti duobus rectis angulis equales.* Cum solum in demonstratione huius theorematis EUCLIDES petitione quinta usus sit, non ad alium locum nisi ad hunc ANARITIUS theoriam SIMPLICII-GEMINI addere potuit. Confer etiam supra notam 2, pag. 35.

3) Quid PTOLEMAEUS de hac re disseruerit vide apud PROCLUM 365, 5—369, 20.

probationem, et usus est in probatione eius figura 13^a et 15^a et 18^a primi tractatus de elementis. Et hoc non est extraneum, quoniam Euclides non usus est ea in probatione alicuius nisi in probatione 29^e figure istius tractatus. Hec quoque petitio ad sui ipsius demonstrationem indiget aliqua consideratione, ut demonstretur, quod, quemadmodum due linee, que protrahuntur super duos angulos rectos, non concurrant, sed equidistant, ita due linee, que protrahuntur super duos angulos minores duobus rectis, coniunguntur.

Socio vero nostro Agani non est visum, ut poneret hanc petitionem, quoniam eget probationi, sed loco eorum, que sunt in elementis, usus est aliis ita, ut probaret figuram 29^{am} absque hac petitione. Deinde vero proba|vit 18
hanc petitionem secundum sententias et vias geometricas, cuius verba sunt hec:

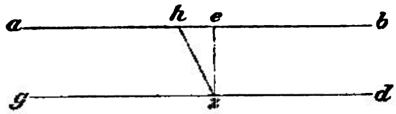
Dixit Aganis: Quia promisi me ostensurum huius petitionis declarationem, que est, quod due linee, cum protrahuntur super duos angulos duobus rectis minores, concurrent, cum probationibus geometricis, eo quod possibile est, aliquem reprehendere geometras in hoc, et dicere: Quare petitis nobis concedi, quod non satis est manifestum, et uti eo in probatione alterius? Faciam ergo illud, et fortasse hec intentio est valde magna, nec tamen indiget, ut ⟨faciam⟩ longam sermocinationem. Dico ergo, quod nos diffinimus lineas equidistantes dicentes: eas esse, que cum sint in una superficie, fuerintque in infinitum protracte, erit spatium, quod est inter eas, unum, ⟨et⟩ est minor linea, que est inter eas, sicut dictum est in spatiis. Oportet ergo, ut iste ⟨quatuor⟩ figure primo addantur libro elementorum post figuram 26^{am} ad hoc, ut hec figura reducatur ad hoc, ut sit 27^a.

Si fuerint due recte equidistantes, spatium,

---

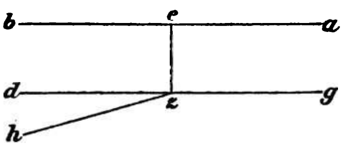
11. Aganiz. — 23. uti cum eo. — 28. protrahuntur. — 31. *Loco vocis* quatuor *Mscpt. lacunam habet.*

quod est inter eas, est perpendiculare super unamquamque illarum linearum. Exempli causa ponam, ut sint due linee equidistantes, que sint *ab*, *gd*, et sit spatium inter eas *ez*: dico igitur, quod linea *ez* est perpendicularis super unamquamque duarum linearum *ab*, *gd*. Probatio eius. Quoniam, si non fuerit linea *ez* perpendicularis super unamquamque duarum linearum *ab*, *gd*, anguli, qui sunt in puncto *e*, non sunt recti; sit ergo, quod ex eis est acutus angulus *aez*. Protraham itaque a puncto *z* perpendicularem super lineam *ab*, que sit *zh*, et illud est, ut cadat in parte *a*. Ex probatione igitur figure decime erit *ze* longior *zh*. Sed iam fuit ostensum, ut minor recta, que coniungit inter duas lineas *ab* et *gd*, sit *ez*, quod est contrarium et impossibile. Linea ergo *ez* ⟨est⟩ perpendicularis super unamquamque duarum linearum *ab*, *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Hunc sequitur alia: Si recta linea super duas lineas ceciderit, et fiat super unamquamque earum perpendicularis, ille due linee erunt equidistantes, et perpendicularis est spatium inter eas.

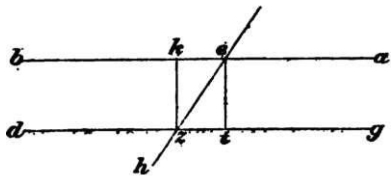
Exempli causa ponam, ut due linee recte sint *ab*, *gd*, super quas cadat linea *ez*, que cum unaquaque illarum contineat duos rectos angulos: dico igitur, quod due recte linee *ab*, *gd* sunt equidistantes. Probatio eius. Quoniam, si non fuerint equidistantes, faciam ergo transire super punctum *z* lineam equidistantem linee *ab*, que sit, si possibile est, *zh*. Ponam, ut linea equidistans linee *ab* sit *zh*, sequitur igitur, ut linea *ez* sit spatium, quod est inter lineam *ab* et lineam *zh*, quoniam ipsa est brevior



lineis, que protrahuntur *a* puncto *z* ad lineam *ab*. Ergo angulus *hze* est rectus, quod ex probatione antecedentis figure sequitur. Sed positum est, quod angulus *ezd* est rectus, quod est contrarium et impossibile: ergo due linee *ab*, *gd* sunt equidistantes, et *ez* est spatium inter eas; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Alia tertia: Si linea recta protrahitur supra equidistantes lineas, proveniunt duo anguli coalterni equales, et fit angulus extrinsecus intrinseco angulo sibi opposito equalis, et fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, equales coniunctioni duorum rectorum angulorum.

Exempli causa supra duas rectas lineas equidistantes *ab*, *gd* recta linea *ez* protrahatur: dico igitur, quod anguli, qui proveniunt, sunt, secundum quod prediximus. Probatio eius. Quoniam protraham ab unoquoque duorum punctorum *e* et *z* spatium, quod est inter duas lineas *ab*, *gd*, qui sint linee *et* et *zk*. Sunt ergo quatuor anguli,



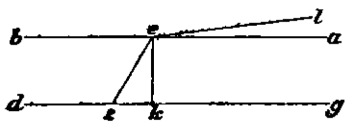
qui proveniunt ex eis ⟨recti⟩. Linea igitur *et* equidistat linea *kz*, quod sequitur secundum probationem antecedentis figure, et linea *ek* equidistat linee *tz*. Sed due linee *ek* et *tz* sunt spatium, quod est inter eas: ergo ipse sunt equales. Et quia linea *tz* est equalis linee *ek*, et linea *et* est equalis linee *zk*, et linee iste equales continent angulos: ergo duo trianguli sunt equales, et reliqui anguli sunt equales reliquis angulis. Ergo angulus *tze* est equalis angulo *zek*, qui sunt coalterni. Sed angulns *tze* est equalis angulo *hzd*, quoniam ipsi sunt supra sectionem, ⟨quemadmodum manifestum est⟩ secundum probationem figure 15ᵉ: sequitur ergo angulus *zek* equalis angulo *hzd*, intrinsecus

5. et *ez* est] et $\overline{ee}$ est. — 9. et fit] ut sit.

scilicet extrinseco sibi opposito; et etiam, quia manifestum est, quod anguli coalterni sunt equales, addam ergo angulum *dze* communem; ergo duo anguli *dze*, *ezt*, qui duobus rectis equantur, sunt equales duobus angulis *kez*, *dze*: ergo duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, sunt equales duobus rectis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Alia quarta: Si linea recta inter duas rectas lineas protrahatur, et fuerint duo anguli coalterni, quos ipsa cum duabus lineis comprehendit, equales, aut fuerit angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis, aut fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, duobus rectis equales, due linee erunt equidistantes.

Exempli causa sint due linee *ab*, *gd*, super quas cadat linea *ez*, que cum eis contineat angulos, secundum quod narravimus: dico igitur, ⟨quod⟩ due linee *ab*, *gd* sunt equidistantes. Probatio eius. Quoniam, si *ez* linea fuerit perpendicularis, manifestum est, quod due linee *ab*, *gd* sunt equidistantes propter hoc, quod



precessit in secunda figurarum, que sunt addite. Quod si linea *ez* non fuerit perpendicularis, ergo protraham a puncto *e* ad lineam *gd* perpendicularem, que sit *ek*. Si ergo angulus *e* fuerit rectus, tunc manifestum est etiam, quod due linee *ab*, *gd* sunt equidistantes propter hoc, quod precessit in figura tercia harum figurarum, que adduntur. Sed si angulus *e* non fuerit rectus tunc producam a puncto *e* perpendicularem super *ek*, quemadmodum manifestum est ex undecima figura, sitque linea *el*. Ergo due linee *el*, *gd* sunt equidistantes, ergo anguli eorum coalterni sunt equales, quod „equalis“ constat ex probatione figure harum figurarum tercie. Ergo unusquisque duorum angulorum

8. Alia tercia — 30. angulus *e* non] angulus est non.

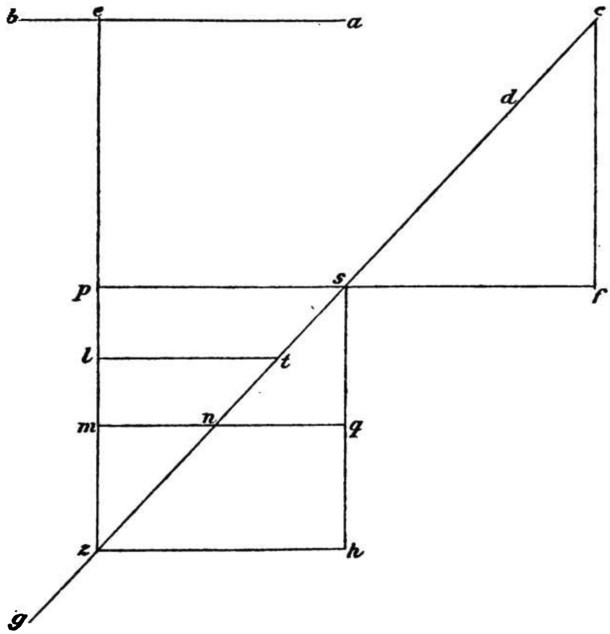
zea, *zel* est equalis angulo *dze*, quod est impossibile: ergo due linee *ab*, *gd* sunt equidistantes; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Aganis vero, secundum probationem, inquit, reducatur figura 31ª, que sic incipit: Volo protrahere a puncto dato linee recte lineam equidistantem, cuius probatio sit secundum probationem Euclidis, et similiter alie figure, quas nominabo post istam. Ex operibus est figura 32ª sic incipiens: Superficierum equidistantium laterum latera opposita et anguli oppositi sunt equales; et 33ª: Linee uni linea equidistantes sunt equidistantes; et 34ª: Linee recte, que coniungunt spatium, quod est inter duas lineas equales et equidistantes, sunt etiam equales et equidistantes; et 35ª: Si linea recta super duas rectas ceciderit, et fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, minores duobus rectis, concurrunt, quod hoc modo declaratur:

Exempli causa sint due recte linee *ab*, *gd*, super quas cadat linea recta *ez*, et proveniant duo anguli, qui sunt in parte una minores duobus rectis: dico ergo, quod due linee *ab*, *gd* concurrunt in parte illa. Probatio eius. Quoniam supra punctum *z* faciam transire lineam equidistantem linee *ab*, quemadmodum posse protrahi ex probatione Euclidis in figura 31ª manifestum, sitque linea *zh*. Et protraham spatium inter eas secundum figuram undecimam huius partis, que est linea *ez*, et ponam super lineam *zd* punctum, quoquomodo cadat, a quo producam perpendicularem super lineam *ze*, sicut manifestum est posse fieri ex hac figura undecima, sitque linea *tl*; et dividam lineam *ze* in duo media, sicut ostensum est ex probatione figure decime, et medietatem eius in duo media, neque cessabo, quin hoc faciam, donec cadat sectio eius citra punctum *l*. Cadat ergo sectio eius supra punctum *m*: manifestum est ergo, quod punctum *m* ⟨est⟩

35. *Pro priore* m *Mscpt.* ba *praebet.*

supra partem linee *ez*, cum quo ratiocinatur. Ponam itaque, ut sectio eius, qui cadit citra punctum *l*, sit sectionis secunde, et producam supra punctum *m* lineam equidistantem duabus lineis *zh*, *ab*, que sit linea *mn*, sicut manifestum est ex probatione figure, que secundum ordi-



nem Aganis est 31ª, et protraham lineam *zh* in infinitum, et ponam, ut in *zc* sint ex multiplicibus *zn*, sicut sunt multiplicia, que sunt in *ez* quantitatis *zm*: dico ergo, quod due linee *ab*, *gd* concurrunt super punctum *c*. Probatio eius. Quoniam secabo ex linea *zc* lineam equalem *zn*, sicut manifestum est ex probatione figure tercie,
19 que sit linea *ns*, et protraham supra punctum *s* | lineam equidistantem linee *ze*, que sit linea *sq*, et producam

lineam mn ad punctum q. Sunt ergo duo latera duorum triangulorum zmn, nsq equalia, scilicet latus zn est equale lateri ns, et angulus znm est equalis angulo qns, quod sequitur ex probatione figure 15ᵉ. Sed secundum probationem figure posite secundum petitionem Aganis erit angulus mzn equalis angulo nsq, quoniam ipsi sunt coalterni. Secundum ergo probationem figure 26ᵉ erunt reliqua latera equalia reliquis lateribus, quodque videlicet suo relativo equale, et reliquus angulus erit equalis reliquo angulo: ergo latus zm est equale lateri sq, et latus mn est equale lateri nq, ⟨et angulus zmn est equale angulo nqs. Et si producam lineam sq usque ad sectionem linee zh, erit latus qh equale lateri mz⟩, quoniam est ei oppositum in superficie equidistantium laterum: ergo linea sh est dupla linee zm. Si ergo protrahatur a puncto c linea equidistans lineis ez et hs, et producatur supra punctum p linea ps secundum rectitudinem equidistans ab, et concurrat linee protracte a puncto c equidistanti linee ez, manifestum est, quod ipsa secat ex ea lineam equalem linee zp. Protraham ergo ipsam, que sit linea cf: ergo linea fc est equalis linee pz, quoniam cs est equalis sz, et angulus partialis s est equalis angulo csf, et angulus fcs est equalis angulo pzs, quia sunt coalterni. Ergo secundum probationem figure vicesime octave sunt latera fc, zp equalia. Sed zp est equalis pe, ergo linea fc est equalis pe, ergo linea ab concurrit linee ze in puncto c, quod sequitur, secundum quod ordinavit Aganis in probatione figure, que est: „Linee, que coniunguntur, quod est inter extremitates linearum equalium et equidistantium, sunt equale set equidistantes.“ Ergo ostensum est, quod si linea recta cadat super duas rectas lineas, et fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, minores duobus rectis angulis, concurrant ⟨in parte duorum angulorum⟩; et illud est, quod demonstrare voluimus. Queque dicta sunt in hac figura et in eis, que

33. una] duorum angulorum qui sunt.

antecedunt, ⟨sunt⟩ pro necessariis secundum petitionem huius partis libri Euclidis, et secundum figuras, quas ordinavit Aganis, quas ipse addidit figuris Euclidis, et non est in hiis omnibus aliquid dignum reprehensione.

Dixit Sambelichius: Hec sunt verba Aganis, et fortasse Euclides non posuit hanc intentionem in petitionibus, nisi ut via facilior hac via ad hoc pararetur, et illud est, quia, si diffinitio linearum equidistantium est scilicet: Linee equidistantes sunt, quarum spatium, quod est inter eis, etiamsi in infinitum utrinque protrahantur, semper erit equale, ergo cum conversa fuerit, erit eius conversio vera, que est, cum non fuerit spatium, quod est inter eas lineas, que sunt in una superficie, equale, non erunt linee equidistantes, ergo, si non fuerint equidistantes, concurrant, quod Euclides posuit in figura 29ᵃ, ac si esset necessario recipiendum, et linee, que protrahuntur super duos angulos maiores duobus rectis, non semper servant unum spatium, ergo concurrunt. Manifestum est, quod concursus erit a parte, in qua est earum inclinatio, quoniam ab altera parte dilatantur, et augmentatur spatium; quod est inter eas. Sed quia locutio hec, scilicet cum due linee non fuerint equidistantes, concurrent, indiguit explicatione, et etiam, quia sectiones piramidum non sunt equidistantes neque concurrunt linee, Aganis[1]) aborruit hanc petitionem et posuit figuras has; et etiam, quia hec intentio est conversa figure, que est: „Cum super duas lineas rectas ceciderit una recta linea, et fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt ab una parte, equales duobus rectis, linee erunt equidistantes“, que fuit probata, ergo hec similiter indiguit probatione. Iam ergo diximus omnia, que possunt dici de lineis equidistantibus.

Huius figure, que additur theorematis tri-

---

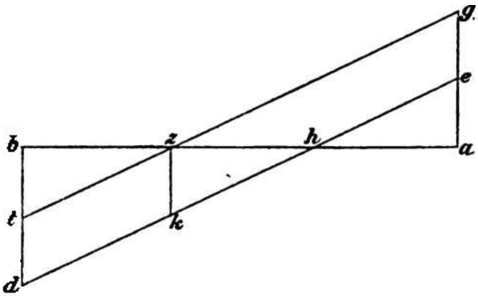
5. Aganiz. — 29. probata] protenda.

---

1) Linee, id est asymptota hyperbolae. In textu arabico apud Besthorn-Heiberg hoc vocabulum deficere videtur.

cesimo primo[1]), locus sequitur figuram decimam.[2]) Sed quia eius probatio completur post hanc figuram, fuit conveniens, ut hec figura sequeretur 31^{am}, quoniam divisio linee inter equales partes est necessaria in figura tercia decima partis sexte.

Sit ergo linea *ab*, supra cuius duo puncta *a* et *b* duas erigam perpendiculares, quantaque voluimus quantitate, que sint *ag*, *bd*, et sint equales, quarum quamque in duo media in punctis *e* et *t* dividam, et protraham



duas lineas *gt*, *ed*, et producam a puncto *z* lineam equidistantem duabus perpendicularibus *ag*, *bd*. Et quia *ag* equidistat *bd*, scilicet *ge* equidistat *td* et equatur ei. Et linee, que coniungunt, quod est inter extremitates linearum equidistantium et equalium, sunt etiam equales ⟨et⟩ equidistantes: ergo due linee *gt*, *ed* sunt equales et equidistantes. Sed linea *zk* iam fuit producta equidistans linee *ge*, et linea *gz* equidistat linee *ek*, ergo linea *zk* equalis existit linee *ge*, quoniam omnia duo latera super-

3. ut hanc figuram sequeretur 31^{a}. — 7—8. quantitatis que sit.

1) Euclides I, 31: *A puncto extra lineam date linee proposite equidistantem ducere.*

2) Euclides I, 10: *Proposita linea recta eam per equalia dividere.* Textus Heibergii prorsus alinea est a textu Anaritii.

ficierum equidistantium laterum, que sibi opponuntur, sunt equalia. Ergo linea *zk* equalis est *ea* et equidistat ei. Sed super eas cecidit linea *az*, ergo duo anguli *eah*, *hzk*, qui sunt coalterni, sunt equales. Sed angulus *eaz* est rectus, ergo angulus *hzk* est rectus. Sed angulus *zkh* est equalis angulo *aeh*, quoniam ipsi sunt coalterni: duo igitur anguli trianguli *ahe* sunt equales duobus angulis alterius trianguli ⟨*zhk*⟩, unusquisque videlicet suo relativo, et basis *ae* est equalis basi *zk*: ergo triangulus *aeh* est equalis triangulo *zkh*, et reliqua latera sunt equalia reliquis lateribus, ergo linea *ah* est equalis linee *zh*. Et secundum equalitatem huius probationis monstratur, quod triangulus *zkh* est equalis triangulo *btz*, quoniam basis *kz* est equalis basi *bt*, et duo anguli *hzk*, *zbt* sunt recti, et angulus *hkz* est equalis angulo *kzt*, ⟨quia sunt coalterni⟩. Sed angulus *kzt* est equalis angulo *ztb*, ergo angulus *hkz* est equalis angulo *ztb*. Ergo reliqua latera sunt equalia reliquis lateribus, scilicet latus *hz* est equale lateri *zb*: ergo divisiones *ah*, *hz*, *zb* sunt equales; et illud est, quod demonstrare voluimus. Et secundum hanc viam dividemus, in quot sectiones voluimus usque in infinitum.[1])

Quod sequitur addidit Yrinus figure tricesime septime.[2])

Post huius intentionis probationem declaratur, quod omnes duo trianguli, quorum duo latera unius equantur duobus lateribus alterius, quodque videlicet suo relativo lateri, sed angulus unius fuerit maior angulo alterius, qui ab equalibus lateribus continetur, ⟨et⟩ coniuncti fiunt equales duobus

---

26. equantur a.

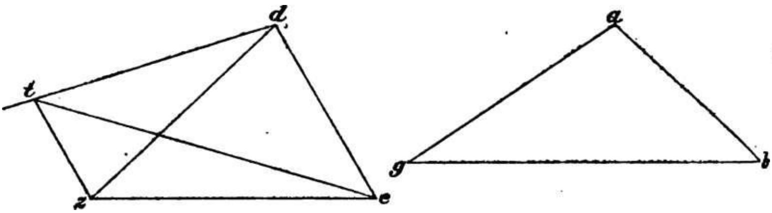
---

1) Haec constructio, quae una apertura circuli conficitur, est Abûl Wefae. Vide Kutta, *Zur Geschichte der Geometrie mit einer Zirkelöffnung.* Halle 1897, p. 7.

2) Euclides I, 37: *Equales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basim atque inter duas lineas equidistantes sunt constituti.* Apud Besthorn-Heiberg est propositio I, 38.

rectis, erunt trianguli equales; et si minores duobus rectis fuerint, triangulus, cuius angulus est maior, erit maior altero ⟨tri⟩angulo; ⟨et si maiores duobus rectis fuerint, triangulus, cuius angulus est minor, erit maior altero triangulo⟩.

Exempli causa sint duo anguli *bag*, *edz* duorum triangulorum *abg*, *dez*, qui secundam formam, quam nominavimus, sint primum equales duobus rectis, posito tamen, quod angulus *bag* sit maior. Constituam itaque supra punctum *d* linee *de* angulum *edt* equalem angulo *bag*, sicut manifestum est ex probatione figure 23ᵉ, et faciam

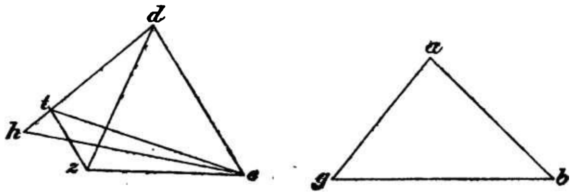


transire supra punctum *z* lineam equidistantem linee *de*, que sit *zt*, sicut manifestum est ex probatione figure 31ᵉ, et protraham *te*: ergo duo anguli *bag*, *edt* sunt equales. Sed nos posuimus duos angulos *bag*, *edz* equales duobus rectis, ergo coniunctio duorum angulorum *edt*, *edz* est equalis duobus rectis. Sed coniunctio duorum angulorum *edt*, *dtz* est equalis coniunctioni duorum rectorum, quod manifestum est secundum probationem figure 29ᵉ, quoniam *zt* equidistat *ed*. Si ergo removero angulum communem *edt*, remanebit angulus *edz* equalis angulo *dtz*, et quia linea *zt* equidistat linee *de*, erit angulus *dzt* equalis angulo *edz*. Sed que una re sunt equalia, sibi invicem sunt equalia, ergo angulus *dtz* est equalis angulo *dzt*: ergo latus *dt* est equale lateri *dz*. Sed linea *dz* est equalis linee *ag*, et linea *de* est equalis linee *ab*, et

26. *ag*, sed.

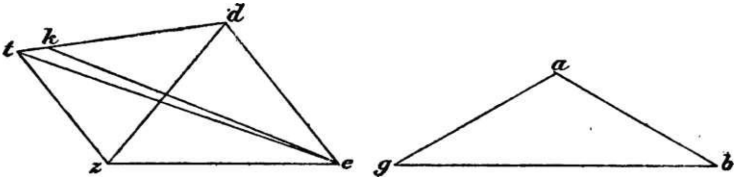
angulus *bag* est equalis angulo *edt*, ergo basis *bg* est equalis basi *et*, et triangulus *abg* est equalis triangulo *det*. Et quia duo trianguli *det*, *dez* sunt supra unam basim, que est *de*, et inter duas lineas equidistantes, que sunt *de*, *tz*, ergo secundum probationem figure 37ᵉ erit triangulus *det* equalis triangulo *dez*. Sed iam fuit ostensum, quod triangulus *det* est equalis triangulo *abg*, ergo triangulus *abg* est equalis triangulo *dez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Et etiam ponam, ut duo anguli *bag*, ⟨*edz*⟩ sint minores duobus rectis, et ut angulus *bag* sit maior angulo *edz*, et latus *ab* sit equale lateri *de*, et latus *ag* equale ⟨lateri⟩ *dz*, et ostendam, sicut prius ostendi, quod



triangulus *abg* est maior triangulo *dez*, et constituam angulum *edh* equalem angulo *bag*, et producam lineam *zt* equidistantem linee *ed*. Et quia coniunctio duorum angulorum *bag*, *edz* est minor duobus rectis, ergo coniunctio duorum angulorum ⟨*edt*, *edz*⟩ est minor duobus rectis. Sed coniunctio duorum angulorum *edt* | *dtz* est equalis duobus rectis, ergo, cum minuero angulum communem *edt*, remanebit angulus *edz* minor angulo *dtz*. Sed angulus *edz* est equalis angulo *dzt*, quia sunt coalterni, ergo angulus *dzt* est minor angulo *dtz*, ergo secundum probationem figure 19ᵉ erit latus *dt* minus lateri *dz*. Ponam ergo, ut latus *dh* sit equale lateri *dz*, et coniungam *eh*. Ergo linea *dh* est equalis *ag*, et linea *de* est equalis *ab*, et angulus *bag* est equalis angulo *deh*, ergo secundum probationem figure quarte erit triangulus *abg* equalis triangulo *deh*. Sed triangulus *deh* est maior triangulo *dez*: ergo triangulus *abg* est maior triangulo *dez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Secundum tertium quoque modum ponam, ut coniunctio duorum angulorum *bag*, *edz* sit maior duobus rectis: dico igitur, quod triangulus *dze* est maior triangulo *abg*, quod est, quoniam angulus *edz* remanet maior angulo *dtz*.



Sed angulus *edz* est equalis angulo *dzt*, ergo secundum probationem figure 19^e erit latus *dt* longius lateri *dz*. Secabo itaque *dk* equalem *dz*, et coniungam *ke*. Ergo secundum probationem precedentem erit triangulus *dek* equalis triangulo *abg*, et secundum probationem figure 37^e erit triangulus *det* triangulo *dez* equalis. Sed triangulus *det* est maior triangulo *dek*, qui est equalis triangulo *abg*, ergo triangulus *dez* est maior triangulo *abg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

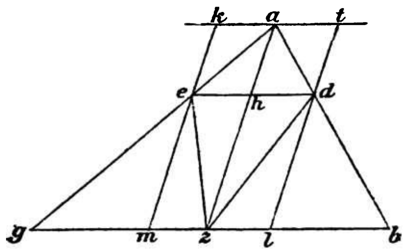
Quod sequitur, addidit Yrinus figure 46^e, quod est[1]):

Volo ostendere, quod tres linee, scilicet due, que protrahuntur a duobus angulis duorum quadratorum ad duos angulos trianguli orthogonii, et illa, que protrahitur ab angulo recto equidistans duobus lateribus quadrati, sese secant supra unum punctum.

Tribus igitur intentionibus illud explanabo, quarum

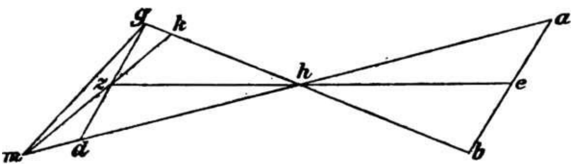
1) Euclides I, 46: *In omni triangulo rectangulo quadratum, quod a latere recto angulo opposito in semet ipsum ducto describitur, equum est duobus quadratis, que ex duobus reliquis lateribus describuntur.*

prima est, quod, cum protraham in triangulo *abg* lineam *de* equidistantem basi *bg*, et dividitur *bg* in duo media cum linea *ahz*, tunc linea *dh* etiam equalis est linee *he*. Protraham ergo supra punctum *a* lineam equidistantem ⟨linee⟩ *bg*, que sit *tk*, quod verum esse monstratur ex probatione figure 31^{e}; et similiter faciam transire supra duo puncta *d* et *e* duas lineas *kem*, *tdl* equidistantes linee *az*, et protraham *dz*, *ez*. Duo igitur trianguli *abz*, *azg* sunt equales, quoniam sunt super duas equales bases, et eorum altitudo est ⟨unum⟩ punctum, quod est punctum *a*, quod quidem sequitur ex probatione ⟨figure⟩ 38^{e}. Et etiam secundum probationem figure 38^{e}, quoniam duo trianguli *bdz*, *zge* sunt supra duas bases equales, que sunt *bz*, *zg*, et inter duas equidistantes lineas *bg*, *de*, ergo triangulus *bdz* est equalis triangulo *ezg*. Cum ergo minuero eas de triangulis equalibus *abz*, *azg*, remanebit triangulus *adz* equalis triangulo *aez*. Et quia basis cuiusque horum duorum triangulorum equalium est linea *az*, et linea *az* est basis duarum superficierum equidistantium laterum *al*, *am*: ergo unaqueque duarum superficierum equidistantium laterum *al*, *am* est dupla sui trianguli, quod consequitur ex probatione figure 41^{e}. Sed que unius rei sunt dupla, sunt equalia: ergo parallelogrammum *al*, est equale parallelogrammo *am*. Sed ipsa sunt super duas bases *lz*, *zm*, et inter duas lineas equidistantes, ergo secundum probationem figure 38^{e} basis *lz* est equalis basi *zm*, et secundum probationem figure 34^{e} erit linea *dh* equalis linee *eh*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



26. equidista latera.

Intentio secunda. Si tres linee inter duas lineas *ab* et *gd* pertransierint, que sint equidistantes, sese supra unum punctum secantes, sicut linee *ad*, *bg*, *ez* se supra punctum *h* secant, ergo si linea *gz* fuerit equalis linee *zd*, linea *ae* erit equalis linee *eb*, quod etiam alia prius afferendo explanabo: Cum fuerit linea *ah* maior linea *hd*, tunc linea *bh* erit maior linea *hg*; et si fuerit equalis ei,

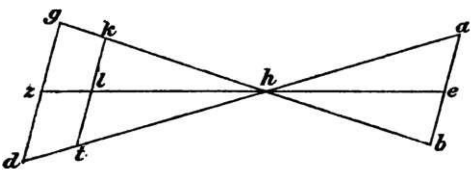


ergo ipsa erit equalis ei; et si fuerit minor ea, tunc ipsa erit minor ea. Ponam itaque, ut *ah* sit maior *hd*: dico igitur, quod *bh* est minor *hg*. Quod si non fuerit maior ea, ergo erit aut equalis ei, aut minor ea. Ponam ergo, ut sit ei equalis, et protraham *bd* usque ad *m*, donec scilicet sit equalis *ah*. Ergo duo latera *ah*, *hb* sunt equalia duobus lateribus *mh*, *hg*, et angulus *bha* est equalis angulo *mhg*, quod quidem manifestum est ex probatione figure 15ᵉ. Sed ex probatione figure quarte erit basis *mg* equalis basi *ba*, et reliqui anguli erunt equales reliquis angulis: ergo angulus *hgm* est equalis angulo *abh*. Secundum probationem ergo 27ᵉ figure erit linea *ab* equidistans linee *gm*, ergo erit secundum probationem figure 30ᵉ linea *gm* equidistans linee *gd*. Sed ipse coniunguntur, quod est contrarium et impossibile: ergo linea *bh* non est equalis linee *hg*. Ponam autem, quod sit minor ea, et secabo *hk* equalem *bh*, et protraham *km*. Monstro ergo secundum equalitatem illius, quod *km* equidistat *ba*, quod quidem est contrarium, cum linea *ba* fuerit equidistans *dg*: ergo *bh* non est minor *hg*, ergo ipsa est maior ea. Et

12. vusque. — 14. a duobus.

similiter ostendam, quod, cum fuerit *ah* equalis *hd*, erit *bh* equalis *hg*, et cum fuerit minor ea, ⟨erit minor ea⟩.

Et quia hoc iam explanatum est, hic itaque ostendam, quod, si *gz* fuerit equalis *zd*, tunc *ae* erit equalis *eb*. Ponam itaque, ut *ah* sit minor *hd*, ergo manifestum est ex hoc, quod explanavimus, quod *bh* est minor *hg*. Secabo igitur *ht* equalem *ha*, et *hk* equalem *hb*, et producam lineam *tlk*. Due ergo linee *ah*, *hb* sunt equales duabus lineis *kh*, *ht*, et angulus *ahb* est equalis angulo *tlk*:

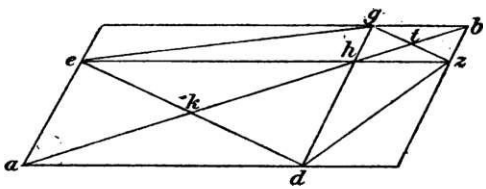


ergo basis *ab* est equalis basi *kt*, et reliqui anguli sunt equales reliquis angulis, scilicet angulus *hkl* est equalis angulo *ebh*, et angulus *ehb* est equalis angulo *khl*, et latus *bh* est equale lateri *hk*, ergo secundum probationem figure 26ᵉ erit latus *kl* equale lateri *be*. Manifestum est quoque secundum hanc probationem, quod linea *ae* est equalis linee *tl*, et quia angulus *htk* est equalis angulo *bah*, ergo secundum probationem figure 26ᵉ erit linea *ab* equidistans linee *kt*. Sed linea *ab* equidistat linee *gzd*, ergo secundum probationem figure 30ᵉ erit linea *kt* equidistans linee *gzd*. Sed secundum quod ostendimus in intentione prima, cum fuerit *gz* equalis *zd*, tunc erit *kl* equalis *lt*, ergo linea *ae* erit equalis linee *be*; et similiter ostenditur, quod voluimus, ex eo, si fuerit *ah* equalis *hg*, ⟨vel si⟩ erit maior ea.

Intentio tertia. Si in superficie equidistantium laterum *ab* fuerint duo parallelogrammata *aehd*, *bzhg*, et fuerit superficies *dz* equalis superficiei *eg*, et produxero

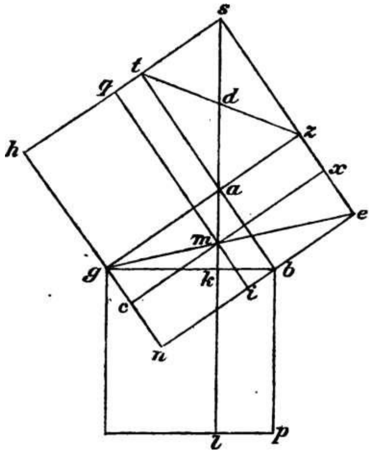
26. paralellogramatria.

lineam *ah*, et protraxero lineas *ekd* et *eg* et *dz* et *ztg*, et protraxero lineam *ah* secundum rectitudinem usque ad *t*, et coniunxero *t* cum *b*, producendo lineam *tb*: dico igitur, quod *ahtb* est linea recta, secundum quod linea *at* est coniuncta linee *tb* secundum rectitudinem. Probatio eius. Quoniam positum est, quod superficies *dz* equalis existit superficiei *eg*, erit triangulus *dhz* equalis triangulo *egh*. Assumam autem triangulum *hgz* communem, ergo erit triangulus *dgz* equalis ⟨triangulo⟩ *egz*. Sed ipsi sunt super unam basim, que est *gz*, et inter duas lineas *gz* et



de, secundum probationem igitur figure 39^{e} linea *gz* est equidistans linee *de*. Sed linea *ek* est equalis linee *kd*, quod ex hoc manifestum est, quoniam triangulus *aek* est equalis triangulo *dkh*, quod equidem constat secundum probationem figure 34^{e} cum probatione figure 27^{e}, et ex probatione figure 26^{e}. Sed secundum probationem intentionis, que harum intentionum est secunda, linea *gt* est equalis linee *tz*. Linea quoque *bz* est equalis *gh*, quod constat ex probatione figure 34^{e}, ergo due linee *tg*, *gh* sunt equales duabus lineis *zt*, *bz*, et angulus *bzt* est equalis angulo *hgt*, et hoc secundum probationem figure 29^{e}. Sed secundum probationem figure quarte basis *bt* est equalis basi *th*, et angulus *btz* est equalis angulo *gth*. Assumam autem angulum *htz* communem, ergo coniunctio duorum angulorum *gth*, *htz* est equalis coniunctioni duorum angulorum *btz*, *zth*. Sed coniunctio duorum angulorum *gth*, *htz* est equalis coniunctioni duorum rectorum angulorum, ergo coniunctio duorum angulorum *btz*, *zth* est equalis duobus rectis angulis. Iam ergo protrahuntur a puncto *t* linee at in duas diversas partes due linee, que sunt linee at, tb, et fiunt duo anguli, qui sunt in duabus partibus, equales duobus rectis: ergo due linee at, tb secundum rectitudinem coniunguntur, et fiunt linea una; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Et quia premisi has intentiones, ergo ponam, ut angulus a trianguli abg sit rectus, et constituam supra
21 bg quadratum | gp, et faciam super ab quadratum $abez$, et supra ag quadratum $aght$, et protraham a puncto a lineam akl equidistantem linee bd, et coniungendo producam lineam eg, ergo secat lineam al supra punctum m; et producam lineam hm. Deinde coniungam punctum m puncto b: dico igitur, quod linea bm est secundum rectitudinem linee hm. Protraham ergo duas lineas eb, hg secundum rectitudinem, donec concurrant supra n, et protraham etiam lineas ez et ht, donec concurrant supra s, et faciam transire per punctum m lineam qmi equidistantem linee se, et lineam xmc equidistantem ⟨linee⟩ zg, sicut eius protractio manifesta est ex probatione figure tricesime prime, et coniungendo puncta protraham lineas sa, tz. Linea itaque ta est equalis linee ag, et linea za est equalis linee ab, ergo due linee ba et ag sunt equales duabus lineis za et at, et angulus bag est equalis angulo zat: ergo basis bg est equalis basi tz, et hoc manifestum est secundum probationem figure quarte; et reliqui anguli sunt equales reliquis angulis, ergo angulus abg est



6*

equalis angulo *tza*. Sed angulus *abg* est equalis angulo *gak*, quoniam *gk* est perpendicularis in triangulo orthogonio *abg*: ergo angulus *tza* est equalis angulo *gak*. Sed angulus *tza* est equalis angulo *saz*, quoniam in parallelogrammo *sa* sunt protracte due diametri *as*, *zt* se supra punctum *d* secantes, et fit linea *zd* equalis linee *ad*: ergo angulus *saz* est equalis angulo *gak*. Assumam autem angulum *sag* communem, ergo coniunctio duorum angulorum *saz*, *sag* est equalis coniunctioni duorum angulorum *mag*, *gas*. Sed secundum probationem figure 13ᵉ coniunctio duorum angulorum *saz*, *sag* est equalis coniunctioni duorum rectorum, ergo secundum probationem figure 14ᵉ linea *sam* est recta, et est diameter parallelogrammi *sm*. Secundum probationem igitur figure 43ᵉ supplementum *ax* est equalis supplemento *aq*. Assumpta itaque superficie *am* communi erit superficies *mt* equalis superficiei *mz*, et quia *zn* est parallelogrammum, cuius diametrus *eg* existit, et sunt a duabus partibus illius *zm* et *mn* parallelogrammata, que sunt supplementa, ergo supplementum *zm* est equale supplemento *mn*. Sed iam fuit ostensum, quod superficies *zm* est equalis supplemento *mt*, ergo superficies *mn* est equalis superficiei *mt*: ergo secundum quod explanavimus in intentione tercia harum trium intentionum huius figure, quas explanavimus, erit *bmh* linea recta; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur addidit Thebit 46° theoremati.

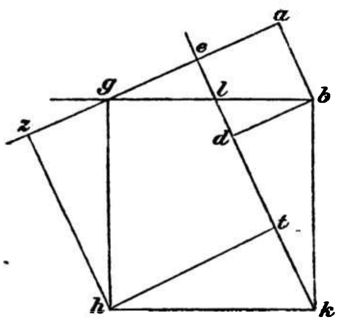
Omnis trianguli orthogonii quadratum factum ex latere subtenso angulo recto equale est coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus, que continent angulum rectum.

Exempli causa sit triangulus ⟨*abg*⟩, cuius angulus *bag* sit rectus: dico ergo, quod quadratum factum ex latere *bg* est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt

---

5. paralellogramo. — 17. paralellogrami. — 19. paralellogramatria.

ex *ab* et *ag*. Probatio eius. Quoniam constituam supra lineam *ab* quadratum *aedb*, et protraham lineam *ag* usque ad punctum *z* et ponam, ut linea *ez* sit equalis linee *ag*, et constituam supra lineam *ez* quadratum *ezht*, et producam *dtk* equalem *ag*. Et quia *ag* protracta est equalis *ez*, ergo cum minuerimus communem *eg*, remanebit *ae* equalis *zg*. Sed *ae* .est equalis *ab*, ergo linea *ab* est equalis linee *gz*. Et etiam *dk* protracta fuit equalis *ez*, et *ez* equalis *et*, ergo *dk* est equalis *et*. Demovebo ergo communem *dt*, et remanebit *de* equalis *tk*. Sed linea *ed* est equalis linee *ab*, ergo linea *tk* est equalis linee *ab*. Sed linea *bd* etiam est equalis linee *ab*: ergo quatuor latera quatuor triangulorum sunt equalia, scilicet *ab*, *gz*, *bd*, *tk*. Et similiter ostendam, quod quatuor reliqua latera sunt equalia, scilicet *ag*, *zh*, *dk*, *th*, quoniam *ag* protracta est equalis *ez*, et linea *ez* est equalis linee *th*, quoniam *zh* est quadratum, ergo linea *ag* est equalis linee *th*. Sed *dk* protracta est equalis linee *ag*, et iam fuit ostensum, quod linea *zh* est equalis linee *ez*, et linea *ez* protracta est equalis linee *ag*: iam ergo ostensum est, quod linee *ag*, *zh*, *dk*, *th* sunt equales. Et iam ostensum est, quod anguli quatuor triangulorum sunt recti, scilicet anguli *a* et *z* et *t* et *d*: ergo secundum probationem figure quarte prime partis erunt corde, que subtenduntur angulis, equales, qui sunt recti et equales, ergo corde *bg*, *gh*, *hk*, *kb* sunt equales. Sed angulus *dbk* est equalis angulo *abg*: posito igitur angulo *gdb* communi totus angulus *abd* equalis toti angulo *gbk*. Sed angulus *abd* est rectus, ergo an-



29. recti et equales.

gulus *gbk* est rectus, et similiter *ghk* est rectus. Sed superficies *bh* est equidistantium laterum, ergo duorum angulorum *bkh*, *bgh* quisquis est rectus: ergo superficies *bh* est equidistantium laterum et rectorum angulorum. Sed iam ostensum est, quod quatuor trianguli sunt equales, scilicet triangulus *abg* et triangulus *gzh* sunt equales duobus triangulis *bdk*, *thk*: cum ergo posuero trapezium *glth* et triangulum *bdl* communes, erit totum quadratum *bh* equale coniunctioni duorum quadratorum *ad*, *eh*. Sed quadratum *ad* est factum ex latere *ab*, et quadratum *eh* est factum ex linea *ez*, et linea *ez* est equalis lateri *ag*: ergo coniunctio duorum quadratorum *ad* et *eh*, que sunt facte ex duobus lateribus *ab* et *ag*, est equalis quadrato *bh*, quod est factum ex latere *bg*, quod subtenditur angulo recto *a*. [Iam ergo ostensum est, quod ⟨coniunctio⟩ duorum quadratorum factorum ex duobus lateribus *a b* et *ag* est equalis quadrato *bh*, quod est factum ex latere *bg*, quod subtenditur angulo recto *a*]. Iam ergo ostensum est, quod duo quadrata, facta ex duobus lateribus *ab*, *ag* sunt equalia quadrato facto ex latere *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus

Probatio secunda huius figure, id est 47ᵉ, que est secundum doctrinam Yrini.[1])

Ostendam, quod omnis trianguli, cuius duorum quadratorum coniunctio, que fiunt ex duobus lateribus, est equalis quadrato, quod est ex tercio latere, angulus, cui subtenditur latus, est rectus.[2])

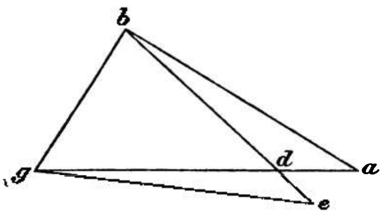
Dixit Yrinus: Dico, quod linea, que protrahitur a puncto *b* orthogonaliter supra lineam *bg*, ut quadratum eius cum quadrato *bg* equatur quadrato *ag*, non est alia

28—29. *bg*, ut quadratum eius cum quadrato *bg*] *ab* parte *ab* minus quadratum est quadrato *bg*.

1) Euclides I, 47: *Si, quod ab uno trianguli latere in se ipsum ducto producitur, equum fuerit duobus quadratis, que a duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus, cui latus illud opponitur.*

2) Confer Proclum 430, 4 sq., qui et secundam partem demonstrationis absolvit. Sed Heronis non facit mentionem.

nisi linea *ab*. Quod si possibile est, ut sit alia ab ea, non tamen ⟨aliter⟩ est possibile, quin cadat vel ultra eam vel citra eam. Ponam ergo primum, ut cadat ultra ipsam sicut linea *bd*, et ponam, ut sit angulus *dbg* rectus angulus: ergo *bdg* est minor recto, quod constat secundum probationem figure 17ᵉ, ergo angulus *adb* est expansus. Remanet ergo angulus *dab* acutus, ergo secundum probationem figure 17ᵉ latus *ab* est maius latere *bd*. Producam ergo *bd* secundum rectitudinem



usque ad punctum *e*, donec sit *ab* equalis *be*, et coniungam *eg*. Duo ⟨igitur⟩ quadrata, que fiunt ex linea *be* et linea *bg* sunt equalia quadrato linee *eg*. Sed iam fuerunt equalia quadrato *ag*: ergo linea *ag* est equalis linee *eg*. Ergo iam protrahuntur a duabus extremitatibus unius recte linee, que est linea *bg*, due linee, quarum extremitates supra punctum unum concurrunt, que sunt linee *be*, *eg*, ⟨et que sunt equales duabus lineis *ba*, *ag*⟩, quod, secundum probationem figure septime contrarium et impossibile. Et similiter ducitur ad impossibile, si fuerit linea cadens citra lineam *ab*: ergo linea *ab* est ea, que orthogonaliter adiungitur linee *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

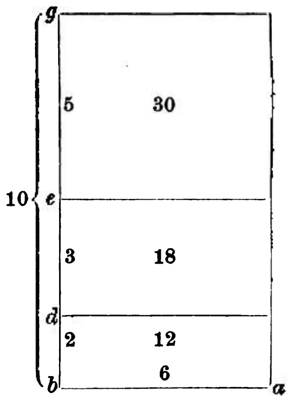
17—18. Sed .... *ag in Mscpto. repetitur.*

INCIPIT PARS SECUNDA EXPOSITIONIS SECUNDUM ANARITIUM.

Dixit Euclides: *Omnis superficies equidistantium laterum et rectorum angulorum a duabus lineis continetur, que unum angulorum eius rectum continent.*

Supra hoc expositor dixit Yrinus: Ideo [dixit] Euclides superficiei equidistantium laterum et rectorum angulorum hanc attribuit proprietatem, contineri a duobus lateribus angulum rectum continentibus, et non superficiei equidistantium laterum, cuius anguli non sunt recti, quoniam superficies equidistantium laterum et rectorum angulorum est illud, quod aggregatur ex multiplicatione unius duorum laterum continentium rectum angulum in alium, cum ponuntur ⟨secundum numeros⟩.

Exemplum prime figure secundum numeros.[1])



Sit linea ab numerus, qui est 6, et linea bg 10, et sit linea bd 2, et linea de 3, et linea ge sit 5. Manifestum est igitur, quod, cum multiplicaverimus 6 in 10, erit, quod inde

17. linea a.

1) Euclides II, 1: *Si fuerint due linee, quarum una in quotlibet partes dividatur, illud, quod ex ductu alterius in alteram fiet, equum erit his, que ex ductu linee indivise in unamquamque partem linee particulatim divise rectangula producentur.* — Hoc est $a(b+c+d) = ab + ac + ad$.

congregabitur, 60, qui est equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione ⟨6⟩ in duo, et post ea in 3, et post in 5. Quoniam 6 in 2 sunt 12, et 6 in 3 fiunt 18, et 5 in 6 fiunt 30: ergo, ⟨quod⟩ provenit ex coniunctione trium numerorum, fit 60.[1])

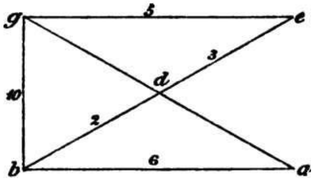
Dixit Yrinus: Non est possibile, ut huius figure probatio declaretur, nisi multe linee signentur. Aliarum vero figurarum probationes possibile est demonstrari unius tantum linee designatione. Est etiam possibile, ut ex unius linee positione, quam prediximus, duo proveniant probationum modi, quorum unus est modus, qui attenditur secundum dissolutionem, alter vero modus, qui consideratur secundum compositionem. Dissolutio autem est, ⟨ut⟩,
22 qualibet questione | proposita, primo ponamus illud in ordine rei quesite, que est inventa, deinde reducemus ⟨ad illam⟩, cuius probatio iam precessit. Tunc ergo manifestum dicimus, quod iam inventa est res quesita secundum dissolutionem. Compositio vero est, ut incipiamus a re nota, deinde conponemus, donec res quesita inveniatur. Ergo tunc res quesita iam erit manifesta secundum compositionem. Et postquam prediximus ista, revertar ad questiones nostras, secundum quod prediximus et premisimus hic, ⟨et⟩ ex hoc volo, ut ostendam, quod promisi hic, in aliis figuris huius partis, que secuntur.[2])

---

4. ergo provenient. — 6. non est possibile *iteratur*. — 10. qua prediximus. — 14. primo] dm̄s. — 16. cum ergo. — 21. reverta.

---

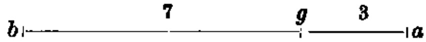
1) $6 \cdot 10 = 6 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 5$. Figura, quae in Mscpto. additur, male sensum disponit. Haec fere est:



2) Quod Hero „*dissolutionem*“ nominat, hodie „*Klammerauflösung*“ nominamus. „*Compositionem*“ vero Heronis appellamus „*Absondern*“. Interdum hi duo modi ab Herone miscentur. Demonstrationes Heronis suis locis modernis signis denotabimus.

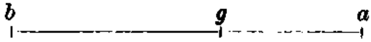
Exemplum secundi theorematis a numeris.[1])

Ponam, ut linea *ab* sit numerus, qui est 10, et iam fuerit divisa in duas sectiones in puncto *g*, et sit *ag* 3 ex numeris, et linea *gb* sit 7. Manifestum est, quod



multiplicatio *ab*, que est 10, in se ipsam est equalis eis, que congregantur ex multiplicatione *ab*, que est 10, in unumquemque duorum numerorum, qui sunt 3 et 7. Quoniam 10 in 7 est 70, et 10 in 3 est triginta: ergo coniunctio eorum est 100; et illud est, quod demonstrare voluimus.[2])

Dixit YRINUS: Secundum modum dissolutionis exempli causa ponam lineam rectam *ab*, quam dividam in divisiones, quoquomodo fuerit, supra punctum *g*. Ostendam igitur, quod quadratum *ab* est equale superficiei, que continetur a



duabus lineis *ab*, *bg*, cum superficie contente a duabus lineis *ab*, *ag*. Oportet igitur, ut imaginem lineam *ab* duas lineas equales, quarum una sit scilicet divisa et altera indivisa. Manifestum est igitur, quod due linee sunt equales. Erit ergo superficies, que continetur ab his duabus lineis equalibus, equalis quadrato unius earum. Sit itaque equalis quadrato *ab*. Ergo ex eo, quod declaratum est ex probatione figure prime ⟨huius partis⟩, erit coniunctio duarum superficierum, que fiunt ex linea indivisa cum divisionibus *ag*, *gb*, equalis superficiei, que continetur a linea indivisa et linea *ab*. Sed

7. ei. — 10. *Post* triginta *iteratur:* et 10 in 7 est 70. — 27. que fiunt] et fuerit.

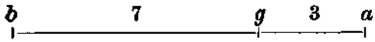
1) EUCLIDES II, 2: *Si fuerit linea in partes divisa, illud, quod ex ductu totius linee in se ipsam fit, equum erit his, que ex ductu eiusdem in omnes suas partes.* Hoc est, si $a = b + c$, erit etiam $a^2 = ab + ac$.

2) $10^2 = 10 \cdot 3 + 10 \cdot 7 = 30 + 70$.

quadratum ab est equale illi superficiei, quemadmodum ostensum est, et linea indivisa est equalis linee ab, quemadmodum posuimus; ergo due superficies, que continentur ab hac linea ab et unaquaque sectionum ag, gb, est equalis quadrato ab; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

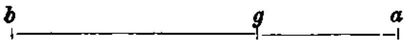
Figure tercie exemplum in numeris.[2])

Ponatur, ⟨ut⟩ linea ab ex numeris sit 10, quam supra punctum g in duas dividam sectiones, et ponam, ut ag sit ex numeris 3, et sectio gb sit 7. Erit ergo multiplicatio ab, que est 10, in bg, que est 7 ex numeris, 70, que est equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione ag, que est 3, in gb, que est 7, et ex multiplicatione gb, que est 7, in se ipsam. Quod ideo est, quoniam ag in gb est 21, et linea gb in se ipsam est 49, coniunctio itaque earum est 70; et illud est, quod demonstrare voluimus.[3])



Dixit Yrinus, quod huius figure probatio declaratur ex probatione figure prime ⟨huius partis⟩.

Ponam itaque, ut sint due linee date ⟨ab, bg⟩, quarum una sit indivisa, et altera divisa supra punctum g, que est ab, et erit superficies, que continetur a linea indivisa et linea ab, equalis coniunctioni superficierum, que continentur a linea indivisa et sectionibus linee divise, scilicet sectionibus ag, gb. Sed linea indivisa est equalis linee bg, ergo superficies, que continetur a linea indivisa



4. et una que est sectionum. — 24. erit] sit.

1) $ab = ag + gb$; $\overline{ab}^2 = ab \cdot ag + ab \cdot bg$.

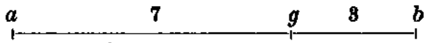
2) Euclides II, 3: *Si fuerit linea in duas partes divisa, illud, quod fit ex ductu totius in alteram partem, equum erit his, que ex ductu eiusdem partis in se ipsam et alterius in alteram.* Hoc est $(a+b) \cdot b = a \cdot b + b^2$.

3) $10 \cdot 7 = (3 + 7)7 = 3 \cdot 7 + 7^2 = 21 + 49$.

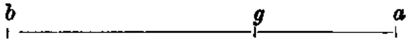
et linea *ab*, est equalis superficiei, que continetur ab *ag* et *gb*, ⟨cum quadrato facto ex linea *gb*⟩: ergo, si quamlibet lineam in duas sectiones dividimus, tota superficies, que continetur a tota linea et una sectionum eius, est equalis superficiei, que continetur a duabus sectionibus, cum quadrato prime sectionis; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Exemplum ⟨figure⟩ quarte secundum numeros.[2])

Ponam, ut linea *ab* sit ex numeris 10, quam in puncto *g* dividam; et sit linea *ag* 7, et sectio *gb* sit ex numeris 3. Multiplicatio igitur *ab* in se ipsam ex numeris erit 100, et est equalis multiplicationi *ag*, que est 7, in se ipsam, que est 49, et multiplicationi *gb*, que est 3, in se ipsam, que est 9, et duplo eius, quod aggregatur ex multiplicatione *ag*, que est 7, in *bg*, que est 3, [duabus vicibus], quod est 42. Summa est 100 ex numeris; et illud est, quod demonstrare voluimus.[3])



Probatio autem huius figure secundum formam intentionis Yrini est secundum modum dissolutionis. Queritur ergo, an quadratum factum ex linea *ab* resolvatur in coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex *ag* et *gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis



3. dividitur. — 18. multiplicatione, que est 7, in *ag*, que est 3.

1) $ab \cdot bg = (ag + bg)\, bg = ag \cdot bg + \overline{bg}^2$. Conferas Euclidis ed. Heiberg vol. V, 230—231, Scholium 24 ad prop. III, ibi enim graecus textus huius demonstrationis Heronis invenitur sine mentione eius.

2) Euclides II, 4: *Si fuerit linea in duas partes divisa, illud, quod ex ductu totius in se ipsam fit, equum est his, que ex utriusque partis in se ipsam et alterius in alteram bis.* Id est: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b$.

3) $10 \cdot 10 = (7 + 3)^2 = 7^2 + 3^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3 = 49 + 9 + 42$.

ag, *gb*. Et quia linea *ab* ⟨constat ex lineis *ag*, *gb*, ergo secundum probationem figure secunde huius partis quadratum factum ex linea *ab* resolvatur⟩ in coniunctionem duarum superficierum, quarum una continetur a duabus lineis *ab*, *ag*, et alia a duabus lineis *ab*, *bg*, quoniam est eis equale. Sed iste due superficies resolvantur in probatione figure tercie huius partis. Quod tamen est, quoniam superficies contenta a duabus lineis *ba*, *ag* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *bg*, *ga*, cum quadrato *ag*, ⟨et superficies contenta a duabus lineis *ab*, *bg* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *bg*, *ga*, cum quadrato *bg*⟩: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, est equalis coniunctioni duarum superficierum, quarum una continetur a duabus lineis *ba*, *ag*, et altera a duabus lineis *ab*, *bg*. Sed iam ostensum est, quod quadratum linee *ab* est equale istis duabus superficiebus: ergo iam resolutum est quadratum factum ex linea *ab* in coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Secundum modum autem compositionis consistit etiam hoc ⟨modo⟩. Incipiam itaque componere a loco, ad quem perveni cum resolutione. Dico igitur, quod secundum probationem figure tercie huius partis superficies, que continetur a duabus lineis *bg*, *ga*, cum quadrato *ag* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *ba*, *ag*; et similiter superficies, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, cum quadrato *bg* est equalis superficiei, que continetur

---

3. coniunctione. — 8. continetur *a*. — 9. equale. — 17. *hb, bg*.

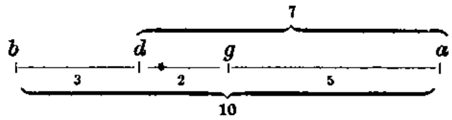
---

1) $\overline{ab}^2 = (ag + gb)^2 = ab \cdot ag + ab \cdot gb = (ag + gb)\,ag + (ag + gb)\,gb = \overline{ag}^2 + ag \cdot bg + ag \cdot bg + \overline{bg}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2\,ag \cdot bg$.

a duabus lineis *ab*, *bg*. Iam ergo composita sunt duo quadrata facta ex duabus lineis *ag*, *gb* cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, et equantur duabus superficiebus, quarum una continetur a duabus lineis *ab*, *ag*, et alia a duabus lineis *ab*, *bg*. Sed iste due superficies componuntur et equantur quadrato facto ex linea *ab* secundum probationem figure secunde huius partis: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, tota equatur toto quadrato facto ex linea *ab*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Quinte figure exemplum in numeris.[2])

Ponam, ut linea *ab* sit ex numeris 10, et queque duarum sectionum *ag*, *gb* sit 5, et sectio *ad* sit 7: restat ergo, ut *db* sit 3, et fit *gd* duo. Manifestum ⟨est⟩ igitur, ⟨quod illud⟩, quod congregatur ex multiplicatione sectionis *bg* in se ipsam, est 25, qui est equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione *ad*, que est 7, in *db*, que est 3, quod est 21, et multiplicatione sectionis *dg*, que est duo, in se ipsam, quod est 4. Totum, quod congregatur, est 25; et illud est quod demonstrare voluimus.[3])



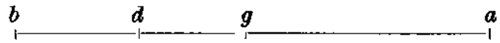
1. Post: *ab, bg Msceptm. addit:* cum quadrato facto ex linea *bg*. — 3. equatur.

1) $$\overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2\,ag\cdot bg = \overline{ag}^2 + ag\cdot bg + \overline{bg}^2 + ag\cdot bg$$
$$= ag\,(ag + bg) + bg\,(ag + bg) = ag\cdot ab + bg\cdot ab$$
$$= (ag + bg)\,ab = \overline{ab}^2.$$

2) Euclides II, 5: *Si linea recta per duo equalia duoque inequalia secetur, quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum continetur, cum eo quadrato, quod ab ea, que inter utrasque est sectiones, describitur, equum est ei quadrato, quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.* Hoc est: $a\cdot b + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

3) $\left(\frac{7+3}{2}\right)^2 = 7\cdot 3 + \left(7 - \frac{7+3}{2}\right)^2 = 21 + 4.$

Huius autem figure probatio secundum Yrini intentionem est secundum resolutionem. Propter quod queremus, ut sciamus, an superficies, que continetur a duabus sectionibus *ag*, *gb* ⟨resolvatur in superficiem, que continetur a duabus sectionibus *ad*, *db*, cum quadrato linee *gd*⟩. Et quia *ag* est equalis *gb*, ergo coniunctio duarum superficierum, que continentur a duabus lineis *gb*, *bd* et *gd*, *db*, est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*. Remanet autem nobis quadratum *gd*.



Ponam ergo ipsum congregari, ergo coniunctio duarum superficierum, que continentur a duabus lineis *gb*, ⟨*bd*⟩ et duabus lineis *gd*, *db*, cum quadrato *gd* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*, cum quadrato *gd*. Sed superficies, que continetur a duabus lineis ⟨*gb*, *bd* et altera, que continetur a duabus lineis⟩ *bd*, *dg*, cum quadrato *dg* ⟨est⟩ equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *gb*, *bd*, et alteri, ⟨que continetur a duabus lineis⟩ *bg*, *gd*, quod „equalis" constat ex probatione figure tercie huius partis. Ergo coniunctio duarum superficierum, quarum unam continent linee *gb*, *bd* et alteram *bg*, *gd*, est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*, cum quadrato *gd*. Sed due superficies, quarum unam continent due linee *gb*, *bd* et alteram *gb*, *gd*, sunt equales quadrato *gb*, et hoc secundum probationem figure secunde huius partis: ergo quadratum *gb* est equale superficiei, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*, cum quadrato *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

8. continentur. — 17. et alteram. — 23. linee *ab*, *bd*. — 25. secunde] tercie.

1) $ad \cdot db = (ag + gd) \cdot bd = ag \cdot bd + gd \cdot bd$. Sed $ag = bg$, quare $ad \cdot bd = bg \cdot bd + gd \cdot bd$. Ergo erit etiam $ad \cdot bd + \overline{gd}^2 = bg \cdot bd + gd \cdot bd + \overline{gd}^2 = bg \cdot bd + (bd + gd)\,gd = bg \cdot bd + gd \cdot bg = bg\,(bd + gd) = \overline{bg}^2$.

Iam ergo hoc resolutum est in probationem figure secunde. Incipiam itaque componere a loco, ad quem cum resolutione perveni. Secundum probationem igitur figure secunde huius partis superficies, quam continent due linee bg, bd, ⟨cum superficie, quam continent due linee, bg, gd⟩, est equalis quadrato linee gb. Sed secundum probationem figure tercie huius partis superficies, que continetur a duabus lineis bg, gd, erit equalis superficiei, que continetur | a duabus lineis gd, db, cum quadrato gd. ⟨Ergo 23
quadratum linee gb⟩ est equale duabus superficiebus, quarum unam continent due linee gb, db et alteram due linee gd, db, cum quadrato gd. Et quia linea ag est equalis linee gb, erit superficies, que continetur a duabus lineis ag, db, cum superficie, quam continent due linee gd, db, cum quadrato gd equalis quadrato gb. Secundum probationem vero figure prime huius partis erit superficies, quam due linee continent gd, db, cum superficie, quam continent linee ag, db, ⟨equalis superficiei, quam continent due linee ad, db, ergo erit superficies, quam continent due linee ad, db⟩ cum quadrato gd equalis quadrato facto ex linea gb; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

F i g u r e s e x t e[2]) p r o b a t i o s e c u n d u m l i n e a s, quam YRINUS secundum duos perfecit modos, quorum unus est secundum rectitudinem, et secundus secundum compositionem. Modus autem rectitudinis est huiusmodi.

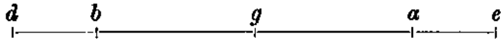
Sit linea data linea ab, quam supra punctum g in duo secabo media, et adiungam ei in longitudine lineam

---

1) $\overline{bg}^2 = bg(bd + dg) = bg \cdot bd + bg \cdot gd = bg \cdot bd + (bd + dg)gd = bg \cdot bd + bd \cdot gd + \overline{gd}^2$. Sed $bg = ag$, ergo erit $bg^2 = ag \cdot bd + gd \cdot bd + \overline{gd}^2 = (ag + gd)bd + \overline{gd}^2 = ad \cdot db + \overline{gd}^2$.

2) EUCLIDES II, 6: *Si recta linea in duo equalia dividatur, alia vero ei linea in longum addatur, quod ex ductu totius iam composite in eam, que iam adiecta est, cum eo, quod ex ductu dimidie in se ipsam, equum est ei quadrato, quod ab ea, que constat ex adiecta et dimidia, in se ipsam ducta describitur.* Hoc est: $(2a + b) \cdot b + a^2 = (a + b)^2$.

bd, et monstrabo, quod figura, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*, cum quadrato *gb* est equalis quadrato *gd*. Cum ergo protrahetur *ae* secundum rectitudinem *ga*, et fuerit *ae*, que protrahitur, equalis *bd*, manifestum erit,



quod, si posuerimus lineam ⟨*ab*⟩ communem, erit tota linea *eb* equalis linee *ad*. Sed superficies, que continetur a lineis *ad*, *db*, est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *eb*, *db*. Nobis itaque manifestum est, quod superficies, quam due linee continent *eb*, *bd*, cum quadrato linee *gb* est equalis quadrato linee *gd*. Quod „equalis" patet, quoniam linea *de* est divisa in duo media supra punctum *g* et in duas sectiones inequales supra punctum *b*: ergo secundum probationem figure 5° huius partis erit superficies, quam due linee continent *eb*, *bd*, cum quadrato *gb* equalis quadrato *gd*; [et illud est, quod demonstrare voluimus.

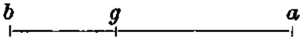
Secundum compositionem vero sic probatur. Cum ergo tum posuerimus, erit superficies, quam continent due linee *eb*, *bd*, cum quadrato *gb* quadrato *gd* equalis;] sed iam fuit ostensum, quod superficies, quam continent due linee *eb*, *db*, est equalis superficiei, quam continent due linee *ad*, *db*: ergo superficies, que continetur a duabus lineis *ad*, *db*, cum quadrato *gb* est equalis quadrato *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

---

1) Quae uncis quadratis inclusa sunt, vel commentator vel translator male inseruit, ut demonstrationi dualismum, ut ita dicam, inferret, qui non adest. Tota demonstratio, abiectis uncis inclusis, secundum rectitudinem procedit. Hero posuit $ae = eg$, et per constructionem habemus $bd = ae$, ergo erit etiam $be = ad$ et $ge = gd$. Quare tota linea *ed* in puncto *g* per equalia, et in puncto *b* per inequalia divisa est: ergo per II, 5, quae modo demonstrata est, erit $\overline{gd}^2 = eb \cdot bd + \overline{gb}^2$. Sed $eb = ad$, ergo erit $\overline{gd}^2 = ad \cdot bd + \overline{gb}^2$.

Probatio figure septime[1]) secundum Yrini intentionem est secundum modum resolutionis ita.

Queram ergo, an coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab, bg, resolvatur in duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab, bg, cum quadrato ex linea ag et equatur. Dico ergo, quod quadratum ab resolvitur in probatione figure 4ᵉ, quod est, quoniam quadratum factum ex linea ab



est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag, gb, et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag, gb: ergo quadratum ab et bg est equale ⟨duplo superficiei, que continetur a dabus lineis⟩ ag, gb, cum duplo quadrati facti ex linea gb et cum quadrato facto ex linea ag. Sed secundum probationem figure tercie huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab, bg ⟨equalis duplo superficiei, quam continent due linee ag, bg, cum duplo quadrati facti ex linea gb⟩. Iam ergo remanet quadratum factum ex linea ag et duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab, gb, [cum quadrato facto ex linea ag] equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag, gb, cum duplo quadrati facti ex linea gb et quadrato facto ex linea ag. Coniunctio igitur duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab, bg, iam resoluta est in figuram primam et equatur duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab,

---

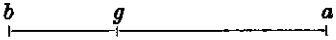
12. ag in gb. — 15. *Post* linea ag *Msceptm. addit:* ergo quadratum ab et bg est equale ab in bg.

---

1) Euclides II, 7: *Si linea in duas partes dividatur, quod fit ex ductu totius in se ipsam, cum eo, quod ex ductu alterius partis in se ipsam, equum est eis, que ex ductu totius linee in eandem partem bis et ex ductu alterius partis in se ipsam.* Id est: $(a+b)^2 + a^2 = 2(a+b)a + b^2$, vel $x^2 + y^2 = 2xy + (x-y)^2$.

bg, cum quadrato facto ex linea *ag*; et illud est, quod demonstrare volumus.[1])

Secundum compositionem vero probatur sic. Incipiam ergo hic componere. Dico ergo, quoniam coniunctio duorum quadratorum *ab*, *bg* resoluta est in probatione figure tercie, et equatur duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato facto ex linea *ag*,



ergo secundum probationem figure tercie huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *bg*, cum duplo quadrati facti ex linea *gb* ⟨cum quadrato facto ex linea *ag*⟩; et duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, cum quadrato linee *ag* est equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*, cum duplo quadrati facti ex linea *gb* et quadrato linee *ag*. Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis *ag*, *gb*, ⟨cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gb*,⟩ equalis quadrato facto ex linea *ab*. Remanet ergo quadratum linee *bg*, quod addam super quadratum factum ex linea *ab*: fit ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *bg*, equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato ex linea *ag*. Iam ergo compositum est ex probatione figure tercie et perventum est ad probationem figure quarte, sicut resolutum est ex probatione figure quarte in figuram terciam; et illud est, quod demonstrare volumus.[2])

---

16. et a quadrato.

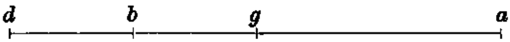
---

1) Habemus $\overline{ab}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2\,ag \cdot bg$, ergo erit $\overline{ab}^2 + \overline{bg}^2 = 2\,ag \cdot bg + 2\,\overline{bg}^2 + \overline{ag}^2 = 2\,(ag + gb) \cdot gb + \overline{ag}^2 = 2\,ab \cdot gb + \overline{ag}^2$. Uncis quadratis inclusa ex dittographia orta esse manifestum est.

2) $2\,ab \cdot bg + \overline{ag}^2 = 2\,(ag + bg)\,bg + \overline{ag}^2 = 2\,ag \cdot gb + 2\,\overline{gb}^2 + \overline{ag}^2 = 2\,ag \cdot gb + gb^2 + ag^2 + gb^2 = \overline{ab}^2 + \overline{gb}^2$.

Modus autem, quo Yrinus ordinavit probationem figure octave[1]) cum signatione unius linee et ⟨sine⟩ ipsius constructione secundum probationem resolutionis et compositionis est iste.

Ponam lineam *ab*, quam super punctum *g* dividam, qualitercumque contingat divisio, et adiungam ei lineam *bd* equalem linee *gb*. Cum ergo resolverimus, quadratum linee *ad* resolvetur in probatione figure quarte huius partis.

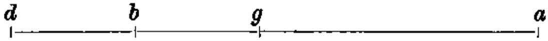


Quod ideo erit, quoniam quadratum factum ex linea *ad* est equale duplo superficiei, quam continent due linee *ab*, *bd*, cum duobus quadratis factis ex duabus lineis *ab*, *bd*. Et quia *bd* posita est equalis sectioni *bg*, ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum duobus quadratis factis ex duabus lineis *ab*, *bg* est equale quadrato facto ex linea *ad*. Secundum probationem figure 7ᵉ huius partis erunt duo quadrata facta ex duabus lineis *ab*, *bg* equalia duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato *ag*. Cum ergo illud coniungetur, erit quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato *ag* equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadratis factis ex lineis *ab*, *bd*. Sed iam ostendimus, quod ista sunt equalia quadrato facto ex linea *ad*: ergo quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato *ag* est equale quadrato *ad*, ergo iam resolutum est in figuram quartam prius, post in figuram septimam; et illud est, quod demonstrare voluimus.[2])

1) Euclides II, 8: *Si linea in duas partes dividatur, eique in longum equalis uni dividentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositae in se ipsam fiet, equum erit his, que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater, et ei, quod ex ductu alterius dividentium in se ipsam.* Hoc est $[(a+b)+a]^2 = 4(a+b)a + b^2$.

2) Quia $\overline{ad}^2 = 2\,ab \cdot bd + \overline{ab}^2 + \overline{bd}^2$, et per hypothesin $bd = bg$, erit etiam $\overline{ad}^2 = 2\,ab \cdot bg + \overline{ab}^2 + \overline{bg}^2$. Sed per

Secundum compositionem vero incipiam a loco, ad quem cum resolutione perveni. Quia quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato linee *ag* equatur duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum duobus quadratis factis ex duabus lineis *ab*, *bd*: ergo cum sumpserimus loco superficiei, que



continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato linee *ag* coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *bg*, et addiderimus eam supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, erit tunc duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum duobus quadratis factis ex duabus lineis *ab*, *bg* equale quadruplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum quadrato facto ex linea *ag*. Quod „equale" est manifestum ex probatione figure septime huius partis. Sed linea *gb* est equalis linee *bd*, ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bg*, cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *bg*, [cum quadrato linee *ag*] est equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bd*, cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *bd*. Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bd*, cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *bd*, equale quadrato facto ex linea *ad*: ergo quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ab*, *bd*, cum quadrato facto ex linea *ag* est equale

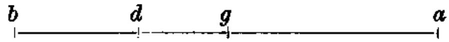
8. quadratū. — 19. est equale duplo *iteratur*. — 25. est equale.

II, 7 est $\overline{ab}^2 + \overline{bg}^2 = 2ab \cdot bg + \overline{ag}^2$, ergo erit $\overline{ad}^2 = 4ab \cdot bg + \overline{ag}^2$, vel, quia $bg = bd$, $\overline{ad}^2 = 4ab \cdot bd + \overline{ag}^2$.

quadrato ex linea *ad*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Probatio none figure[2]) absque figura secundum YRINI intentionem est huiusmodi.

Quero, ut ostendatur, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ad*, *db*, sit equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*. Iam ergo scimus ex probatione figure quarte huius partis, quod quadratum factum ex linea *ad* est equale duplo superficiei, que continetur a duabus ⟨lineis⟩ *ag*, *gd*, cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*. Coniunctio ergo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ⟨*ad*, *db*, est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis⟩ *ag*, *gd*, cum quadrato *bd*. Oportet itaque, ut ostendam, quod duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, sit equale duplo superficiei, | que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, et coniunc- 24
tioni duorum quadratorum, que fiunt a duabus lineis *ag*, *gd*, ⟨cum quadrato *bd*⟩. Sed secundum probationem figure 7[e] huius partis erit coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *bg*, *gd*, equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *bg*, *gd*, cum quadrato linee *bd*, et linea *ag* est equalis linee *bg*: ergo coniunctio



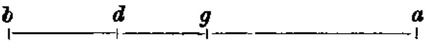
26—p. 103, 3. *In Mscpto. verba:* ergo coniunctio quadratorum .... ex linea *bd*, *ante verba:* Sed secundum probationem etc. *posita sunt.*

1) $4ab\cdot bd+\overline{ag}^2=4ab\cdot bg+\overline{ag}^2=2ab\cdot bg+2ab\cdot bg+\overline{ag}^2=2ab\cdot bg+\overline{ab}^2+\overline{bg}^2=2ab\cdot bd+\overline{ab}^2+\overline{bd}^2=\overline{ad}^2$.

2) EUCLIDES II, 9: *Si linea in duo equalia duoque inequalia dividitur, que fiunt ex ductu inequalium sectionum in se ipsam pariter accepta, duplum sunt utriusque pariter acceptis, que quidam ex dimidia eaque, que utrique sectioni interiacet, quadratis describuntur.* Hoc est: $a^2+b^2=2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right]$.

quadratorum duarum linearum *ag*, *gd* est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum quadrato facto ex linea *bd*. Iam ergo resolutum est in probationem figure huius partis septime et ostensum, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ⟨*ad*, *db*, est equale duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis⟩ *ag*, *gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Secundum compositionem vero sic. Hic itaque incipiam componere, et quia cum probatione ad hunc devenimus finem, ut coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *bg*, *gd*, sit equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *bg*, *gd*, cum quadrato facto ex linea *db*, et linea *ag* est equalis linee *gb*: ⟨ergo⟩ coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum quadrato facto ex linea *db*. Adiungam autem coniunctionem duorum quadratorum *ag* et *gd*, et accipiam ea communia: fit ergo duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, equale duplo superficiei, que continetur a ⟨duabus⟩ lineis *ag*, *gd*, et duobus quadratis factis ex duabus lineis *ag*, *gd*, cum quadrato facto ex linea *db*. Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit quadratum factum ex linea *ad* equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum duobus quadratis factis ex duabus lineis *ag*, *gd*: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus



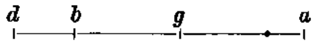
3. *Post verba* linea *b d* *iteratur:* Sed secundum probationem figure 7^e.

1) Quia $\overline{ad}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + 2\,ag \cdot gd$, erit $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2\,ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{bd}^2$. Sed $ag = bd$, ergo $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2\,bg \cdot gd + \overline{bd}^2 + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = \overline{bg}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2)$.

lineis *ad*, *db*, est equalis ⟨duplo⟩ coniunctionis duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Probatio 10^e figure[2]) absque figura secundum intentionem Yrini est secundum resolutionem sic.

Et quia in eo invenimus, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ad*, *db*, est equalis coniunctioni dupli duorum quadratorum, que ⟨fiunt ex duabus lineis⟩ *ag*, *gd*: dico igitur, quod ex probatione figure quarte erit quadratum factum ex linea *ad* equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*. ⟨Ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*,⟩ et cum quadrato facto ex linea *db* est equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*. Cum ergo abstulero duo quadrata communia *ag*, *gd* ex toto, remanebit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum quadrato facto ex linea *bd* equale duobus quadratis factis ex duabus lineis *ag* et *gd*. Sed *ag* est equalis *bg*, ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, est equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *dg*, *gb*, et coniunctio duorum quadratorum, que



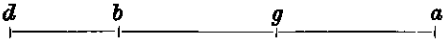
1. coniunctioni. — 12. est equale.

1) Quia $\overline{bg}^2 + \overline{gd}^2 = 2\,bg \cdot gd + \overline{db}^2$, et $bg = ag$, erit etiam $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2\,ag \cdot gd + \overline{bd}^2$. Ergo erit $2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2) = 2\,ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{bd}^2 = \overline{ad}^2 + \overline{bd}^2$.

2) Euclides II, 10: *Si linea in duo equalia dividatur, eique in longum alia addatur, quadratum, quod describitur a tota cum addita, et quadratum, quod ab ea, que addita est, utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato, quod a dimidia eique, quod ab ea producitur, que ex dimidia adiectaque consistit, utrisque quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.* Hoc est: $(2a + b)^2 + b^2 = 2[a^2 + (a+b)^2]$.

fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *dg*, *gb*. Ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *dg* et *gb*, cum quadrato facto ex linea *db* est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *dg* et *bg*. Iam ergo resolutum est hoc in probationem figure 7^{e} ⟨huius partis⟩ et ostensum, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ad* et *db*, est equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag* et *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Secundum compositionis vero modum incipiam componere a loco, ad quem cum resolutione perveni. Dico ergo, quod duo quadrata duarum linearum *dg*, *gb* sunt equalia duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *dg*, *gb*, cum quadrato facto ex linea *db*. Sed linea *ag* est equalis linee *gb*: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *gd*, est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag* et *gd*, cum quadrato *db*. Cum ergo addidero coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag* et *gd*, ad duo quadrata, que fiunt ex duabus lineis *ag* et *gd*, et addidimus illud supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag* et *gd*, cum quadrato facto ex linea *db*, erit duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag* et *gd*, equale duplo superficiei, que continetur a duabus



16. linea *ab*. — 22—23. a duobus quadratis, sicut ostensum est ex duabus lineis *ag* et *gd*.

1) Demonstrari debet: $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2)$. Sed iam probavimus $\overline{ad}^2 = 2\,ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2$, ergo erit $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + 2\,ag \cdot gd + \overline{bd}^2 = 2\,\overline{ag}^2 + 2\,\overline{gd}^2$, quare etiam $2\,ag \cdot gd + \overline{bd}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2$. Sed ex hypothesi est $ag = bg$, ergo erit $2\,gb \cdot gd + \overline{bd}^2 = \overline{bg}^2 + \overline{gd}^2$, quod verum esse ex II, 7 constat. Ergo etiam illa recte se habent, de quibus ortum est.

lineis *ag* et *gd*, cum quadrato facto ex linea *db* et coniunctioni duorum quadratorum duarum linearum *ag*, *gd*. Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *gd*, cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis *ag* et *gd*, equale quadrato ex linea *ad*. Iam ergo ostensum est, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis *ad* et *db*, est equalis coniunctioni dupli duorum quadratorum, que fiunt ex lineis *ag* et *gd*; et illud est quod demonstrare voluimus.[1])

Dixit Yrinus 11° theoremati:[2]) ⟨Non⟩ est possibile probari absque figura, quod ideo est, quia quedam conclusiones sunt, in quibus necessarium est scire opus, quo compleantur; in inquisitione vero probationis est differentia. Nos tamen ostendimus in figuris, que precesserunt, quod non fuit eis opus, id est dispositio, necessaria, sed sola indigent probatione, et attulimus probationes sine figuris in his, que precesserunt. Sed quia hoc quesitum indiguit operatione, non fuit possibile, ut absque figura probaretur; et quia hoc sic est, non sit nobis grave a linea ponere probationem decentem et optime investigatam. Ponam itaque, ut linea da⟨ta⟩ sit linea *ab*, et ostendam, qualiter linea *ab* dividatur in sectiones, ut sit superficies, que continetur a tota linea et una sectione eius, equalis quadrato alterius sectionis. A puncto itaque *a* protraham perpendicularem *ag* equalem medietati linee *ab*, sicut manifestum est ex probatione figure adiuncte 11° figure prime partis; et producam lineam *gb*; et secabo *gd* equalem *ga*, sicut patet ex pro-

---

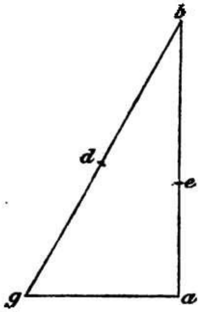
23. sectione. — 25. et protraham. — 28. equale.

---

1) Quia $\overline{dg}^2 + \overline{gb}^2 = 2\,dg \cdot gb + \overline{db}^2$ et $ag = gb$, erit $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2\,ag \cdot gd + \overline{db}^2$. Inde $2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2) = 2\,ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{db}^2 = \overline{ad}^2 + \overline{bd}^2$.

2) Euclides II, 11: *Datam lineam sic secare, ut, quod sub tota et una portione rectangulum continetur, equum fit ei, quod fit ex reliqua sectione quadratum.* — Est sectio aurea, quae vocatur.

batione figure tercie prime partis. Et quia quadratum factum ex linea *gb* est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex lateribus *ag*, *ab*, et linea *gd* est equalis linee *ga*: ergo latus *ab* est maius latere *bd*. Dividam itaque ex linea *ab*, quod sit equale linee *bd*, sitque linea *be*, sicut manifestum est ex probatione figure ⟨3ᵉ⟩ prime partis: dico igitur, quod iam divisimus lineam *ab* supra punctum *e* in sectiones tales, quod superficies, que continetur a duabus lineis *ab*, *ae*, est equalis quadrato facto ex linea *be*. Probatio eius, quoniam quadratum factum ex linea *gb* est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus sectionibus *gd*, *db*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *gd*, *db*, quod constat ex probatione figure 4ᵉ huius partis. Verum secundum probationem figure 46ᵉ prime partis quadratum factum ex linea *gb* est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag*, *ab*. Sed iam divisimus *gd* equalem *ag*, et divisimus *be* equalem *bd*, ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ga*, *ab*, ⟨est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag*, *be*, et coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *bd*, *ag*.⟩ Cum ergo removebimus ⟨quadratum⟩ *ag* commune, remanebit duplum superficiei, que continetur a lineis *ag*, *be*, cum quadrato facto ex ⟨linea⟩ *eb* equale quadrato facto ex linea *ab*. Et quia linea *ab* est dupla linee *ag*, erit duplum superficiei, que continetur a lineis *ga*, *eb*, equale superficiei, que continetur a lineis *ab*, *be*, et hoc secundum probationem figure prime huius partis. Ergo superficies, que continetur a lineis *ab*, *be*, cum quadrato facto ex linea *be* est equalis quadrato facto ex linea *ab*. Sed secundum probationem figure 3ᵉ



26. Cum ergo nominamus *ag* ei communem.

huius partis erit coniunctio duarum superficierum, quarum unam continent due linee ba, ae, et alteram continent due linee ab, be, equalis quadrato facto ex linea ab: ergo superficies, que continetur a lineis ab, be, cum quadrato facto ex linea be est equalis duabus superficiebus, quarum unam continent due linee ab, be, et alteram linee ab, ae. Cum ergo removero superficiem, que continetur a lineis ab, be, communem a toto, remanebit tunc superficies, que continetur a lineis ba, ae, equalis quadrato facto ex linea be; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Yrinus autem in figura 12ª[2]) nihil addidit, sed dixit esse probandam eo modo, quo eam probavit Euclides. Euclides vero dixit in prima parte et probavit, quod omnis trianguli orthogonii quadratum linee subtense recto angulo est equale coniunc|tioni duorum quadratorum, que 25 fiunt ex duobus lateribus continentibus angulum rectum, et postea [dixit, quod] Euclides addidit aliam figuram post istam, in qua ostendit illius conversionem, scilicet: omnis trianguli, cuius unius laterum quadratum est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex reliquis duobus lateribus, angulus ab eis contentus est rectus.

---

3. est equalis.

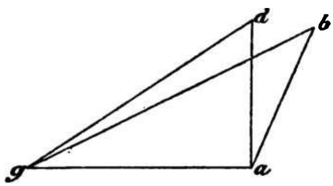
---

1) Solutio Heronis ea est, qua hodie semper in scholis utimur. Hoc autem modo demonstrat constructionem. Quia 1) $\overline{bg}^2 = \overline{gd}^2 + \overline{db}^2 + 2\,gd \cdot db$ et 2) $\overline{bg}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{ab}^2$, et quia per constructionem $gd = ag$ et $be = bd$, habemus etiam $\overline{ag}^2 + \overline{ab}^2 = 2\,ag \cdot be + \overline{be}^2 + \overline{ag}^2$. Erit ergo $2\,ag \cdot be + \overline{be}^2 = \overline{ab}^2$. Sed $2\,ag = ab$, quare $ab \cdot be + \overline{be}^2 = \overline{ab}^2$. Et quia $\overline{ab}^2 = ab \cdot ae + ab \cdot be$, sequitur $ab \cdot be + \overline{be}^2 = ab \cdot ae + ab \cdot be$, id est: $\overline{be}^2 = ab \cdot ae$.

2) Euclides II, 12: *In his triangulis, qui obtusum habent angulum, tanto ea, que obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus, que obtusum continent angulum, amplius potest, quantum est, quod continetur bis sub una eorum atque ea, que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.*

Inquit YRINUS: Nos vero in hac figura faciemus, quod EUCLIDES in prima parte fecit, et ostendemus istud in hac figura et in figura, que sequitur eam. Dixit ergo EUCLIDES, quod omnis trianguli ambligonii quadratum factum ex latere, qui subtenditur angulo expanso, est maius coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex reliquis duobus lateribus continentibus angulum expansum: nos itaque ostendemus, quod omnis trianguli, cuius unius laterum quadratum est maius coniunctione quadratorum, que fiunt ex reliquis lateribus duobus, angulus ab illis duobus lateribus contentus est expansus. Sit ergo triangulus datus triangulus *abg*, et sit quadratum *bg* maius coniunctione duorum *ba*, *ag*: dico igitur, quod angulus *bag* est expansus.

Probatio eius, quoniam protraham a puncto *a* linee *ag* perpendicularem *ad* equalem lateri *ab*, sicut ostensum est ex probatione figure adiuncte figure 11ᵉ ⟨prime partis⟩, et producam lineam *gd*. Et quia quadratum *ab* est equale quadrato *ad*, cum ergo accepero quadratum *ag* commune, ergo erit coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ab*, *ag*, equalis coniunctioni duorum quadratorum *da*, *ag*.

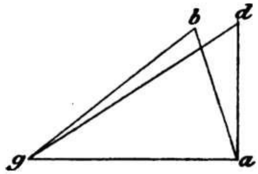


Sed nos posuimus quadratum factum ex latere *bg* maius coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus *ab*, *ag*, ⟨ergo quadratum factum ex latere *bg* erit maius coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus *da*, *ag*⟩. Secundum ⟨autem⟩ probationem figure 46ᵉ prime partis erit coniunctio duorum quadratorum *da*, *ag* equalis quadrato facto ex latere *gd*: ergo latus ⟨*bg* erit maius latere *gd*. Sed latus⟩ *da* equale lateri *ab*, ergo cum acceperimus latus *ag* commune,

17. 12ᵉ.

erunt duo latera *ba*, *ag* equalia duobus lateribus *da*, *ag*. Sed basis *bg* est maior basi *gd*: secundum probationem igitur figure vicesime quinte prime partis erit angulus *bag* maior angulo *dag*. Angulus autem *dag* est rectus, ergo angulus ⟨*bag*⟩ est expansus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit Yrinus: Ostendam conversionem figure 13ᵉ [1]) secundum equalitatem eius, cum quo declaravi figuram, que hanc precedit. Dico igitur, quod omnis trianguli, quadratum unius laterum cuius est minus duobus quadratis reliquorum laterum, angulus, qui ab illis lateribus continetur, est acutus. Exempli causa ponam, ut quadratum unius laterum trianguli *abg*, qui sit *bg*, sit minus coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus *ab*, *ag*: dico ergo, quod angulus *bag* est acutus. Probatio eius, quoniam constituam supra punctum *a* linee *ag* perpendicularem *ad* equalem lateri *ab*, sicut manfestum est ex probatione figure ⟨adiuncte figure⟩ 11ᵉ prime partis, et coniungam duo puncta *d* et *g* cum linea *dg*. Cum ergo attulerimus testimonium figure 46ᵉ et 25ᵉ prime partis, sicut testificati sumus in figura adiuncta, que est ante istam, scilicet in angulo expanso, ostendetur, quod angulus *bag* est acutus; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Yrinus non invenitur addidisse aliquid figure 14ᵉ, sed dixit, quod oportet, ut eius probatio sit, secundum quod Euclides demonstravit. [2])

6. conversionem] secundum versionem. — 28. probatione.

1) Euclides II, 13: *Omnis oxigonii tanto ea, que acutum respicit angulum, ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest, quantum est, quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intra superstat, eaque sui parte, perpendiculari anguloque acuto interiacet.* Conferas scholium ad prop. XIII libri II editionis Euclidis Heibergii vol. V, p. 253—254, quod demonstrationem Heronis sine mentione eius graece praebet.

2) Euclides II, 14: *Dato trigono equum quadratum describere.*

INCIPIT PARS TERTIA EXPOSITIONIS ANARITII.

Expositio secundum Anaritium prologi tercie partis Euclidis.

Dixit Euclides: *Circuli equales sunt, quorum diametri sunt equales, et a quorum centris linee ad circonferentias eorum protracte erunt equales.*

Supra ⟨hoc⟩ Yrinus: Quod dicitur, manifestum est, quoniam, cum fuerint diametri, tunc linee a centris ad circonferentias protracte erunt equales, quia unaqueque earum erit medietas diametri. Manifestum quoque est nobis, quod, cum linee recte a centris ad circonferentias protracte fuerint equales, circuli erunt equales, quoniam descriptio circulorum non est nisi secundum spatia, que sunt inter centra et circonferentias, que sunt diametrorum medietates.

Dixit Euclides: *Linea recta circulum contingens est, que, cum circulum contingit et protrahatur in alias partes, non secat circulum. — Circuli se ad invicem contingentes sunt, qui, cum se vicissim tangant, non se secant. — Linee recte equalis spatii a centro sunt, ⟨quarum⟩ perpendiculares, que a centris ad eas protrahuntur, sunt equales. — Maioris autem spatii a centro sunt, quarum perpendiculares, que ad eas protrahuntur, sunt maiores.*

Supra hoc Yrinus: Voluit Euclides demonstrare spatium, quod est inter centra et lineas rectas contentum, ideo dixit „perpendicularis“, quod ideo fecit, quod possibile est, ut ab unoquoque puncto ad unumquodque

21. continuas.

punctum plures linee producantur; sed spatium, quod est inter punctum et lineam est perpendicularis protracta a puncto ad illam lineam, et propter hoc dixit EUCLIDES, quod linee equalis spatii a centro sunt, quarum perpendiculares a centro ad eas protracte sunt equales, et maioris spatii sunt, quarum perpendiculares ad eas protracte sunt maiores.[1])

EUCLIDES: *Portio circuli est figura, que continetur a linea recta et portione arcus circonferentie circuli. — Angulus portionis est, qui fit, cum signatur quodlibet punctum supra arcum portionis, et protrahuntur ab eo ad fines basis portionis due recte linee ipsum continentes. — Et cum due linee angulum [continentes] fuerint continentes propter arcum, tunc ille angulus dicetur compositus supra lineam arcus. — Sector circuli est figura, que continetur a duabus rectis lineis continentibus cum arcu angulum, qui supra ipsum compositus, scilicet cum arcus subtenditur angulo.*

Sectorum species due sunt, quarum una est illa, cuius angulus supra circonferentiam existit; alia, cuius angulus consistit supra centrum. Sed cuius angulus non consistit supra centrum, neque supra circonferentiam, non est sectorum, equatur tamen sectori.[2])

EUCLIDES: *Portiones circulorum similis sunt, quarum anguli sunt equales; et quarum anguli, qui in eis cadunt, sunt equales, ipse sunt similes.*

---

15. Sectio. — 19. Sectionis. — est eius, cuius.

---

1) Conferas cum hac definitione HERONIS, quod GEMINUS de simili re in libro primo dixit. Supra pag. 66.

2) Talis sector excentricus invenitur in libro EUCLIDIS *de divisionibus* a WOEPCKIO ex arabico edito. Ibi per lineam rectam in duas equales sectiones dividitur. Cfr. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I², 273 et vol. V editionis EUCLIDIS HEIBERGII p. 260 scholium 6, quod ad verbum cum praesenti scholio consentit. Hoc scholium etiam ab HERONE profectum esse videtur.

YRINUS: Oportet, ut sciamus, quod, cum portiones circulorum sunt similes, anguli in eis figurati erunt equales; et eius conversam, scilicet quod, cum fuerint ⟨anguli⟩, qui cadunt in portionibus circulorum, equales, tunc ille portiones erunt similes.

Figurarum autem species sunt iste: Circulus, circuli portio, gibbosa, lunaris. Circulus vero est figura, quam intra figuras rectarum linearum diffinivit; sed portio circuli est figura, que continetur a linea recta et arcu circonferentie circuli; et cum duo circuli se secant, tunc portio eis communis nominatur gibbosa, reliquarum autem portionum figura dicitur lunaris.

YRINUS nihil invenit in prima figura[1]), sed dixit: Hec figura manifesta est, secundum quod dixit EUCLIDES.

Dixit YRINUS de secunda figura[2]): Hec figura declaratur secundum declarationem EUCLIDIS.

De tertia[3]) quoque dixit: Hec figura secundum EUCLIDIS dicta declaratur.

De quarta[4]) similiter dixit, quod secundum EUCLIDIS dicta demonstratur.

De quinta[5]) vero dixit, quod ipsa est, secundum quod dixit EUCLIDES.

---

2. similes, circuli. — 8. diffinivi.

---

1) EUCLIDES III, 1: *Circuli propositi centrum invenire.*

2) EUCLIDES III, 2: *Super circuli circumferentiam duobus punctis signatis lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.*

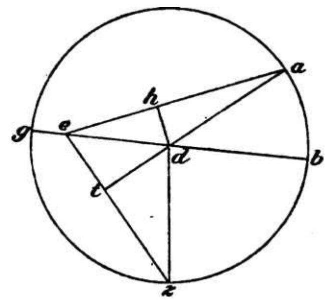
3) EUCLIDES III, 3: *Si lineam intra circulum preter centrum collocatam alia a centro veniens per equa secet, orthogonaliter super eam insistere, et si in eam orthogonaliter steterit, eam per equalia dividere necesse est.*

4) EUCLIDES III, 4: *Si intra circulum due linee se invicem secent et supra centrum non transeant, non per equalia eas secari necesse est.*

5) EUCLIDES III, 5: *Circulorum se invicem secantium centra diversa esse.*

In fine vero sexte[1]) dixit: Omnes iste figure declarantur et constant secundum dicta Euclidis.

Dixit Yrinus: In septima figura[2]) ostendit Euclides, quod linee centro propinquiores sunt maiores eis, que ab eo sunt remotiores. Quod vero ⟨cum⟩ declaravit, posuit duas lineas ab una parte communes, et ostendit, quod ea, que est propinquior centro, est maior ea, que ab eo est remotior. Quod si nobis proposite fuerint due linee a duabus partibus centri, quarum una sit altera propinquior centro, ostendemus, quod illa, ⟨que⟩ est ei propinquior, est maior ea, que magis est ab eo remota, cum hac dispositione.



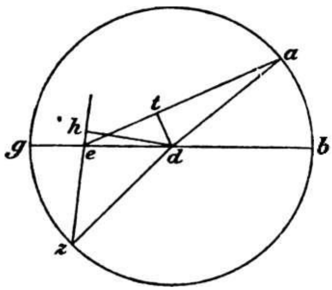
Ponam circulum *abg*, cuius diameter sit *bg*, et centrum nota *d*, et ponam supra lineam *bg* punctum *e*, a quo protraham ad circonferentiam duas lineas *ea* et *ez*, et ponam, ut linea *ea* sit centro propinquior linea *ez*: dico ergo, quod linea *ea* est maior linea *ez*. Probatio eius, quoniam protraham a puncto *d*, quod est centrum, duas perpendiculares *dh* et *dt*, et protraham etiam ab eo duas lineas *da* et *dz*. Et quia linea *ae* est propinquior

3. In alia figura. — 5. Quod declaravit vero. — 6. communem.

1) Euclides III, 6: *Circulorum sese contingentium non idem centrum esse necesse est.*

2) Euclides III, 7: *Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur, et ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur, que supra centrum transierit omnium erit longissima; que vero diametrum perficiet, omnium erit brevissima; que autem centro proxime, ceteris longiores, quanto vero a centro remotiores, tanto breviores esse conveniet. Duas quoque equidistantes linee brevissime collaterales equales esse necesse est.*

centro linea *ez*, ergo secundum id, quod est premissum in hoc tractatu, erit perpendicularis *dt* maior perpendiculari *dh*, ergo quadratum linee *dt* est maior quadrato linee *dh*. Propter hoc igitur, quod unusquisque duorum angulorum *dte*, *dhe* est rectus, erit secundum probationem figure 46^{e} prime partis quadratum *dt* cum quadrato *te* equale quadrato *de*, ⟨et quadratum *dh* cum quadrato *he* equale quadrato *de*⟩: ergo quadratum *dt* cum quadrato *te* erit equale quadrato *dh* cum quadrato *he*. Sed iam fuit ostensum, quod quadratum *dt* est maius quadrato *dh*. Demam ⟨ea⟩, ergo quadratum *eh* ⟨erit⟩ maius quadrato
26 *et*, ergo linea | *eh* est maior linea *et*. Et etiam, quia duorum angulorum *aht*, *ztd* quisque est rectus, ergo secundum probationem figure 46^{e} prime partis erit quadratum *zt* cum quadrato *dt* equale quadrato *dz*; et quadratum *dh* cum quadrato *ha* equale quadrato *ad*. Sed linea *ad* est equalis linee *dz*, quoniam sunt producte a centro ad circonferentiam, ergo quadratum *ah* cum quadrato *dh* est equale ⟨quadrato⟩ *zt* cum quadrato *dt*. Sed iam fuit ostensum, quod quadratum *td* est maius quadrato *dh*, cum ergo removebimus ea, remanebit quadratum *ah* maius quadrato *zt*, ergo linea *ah* erit maior linea *zt*. Sed iam fuit ostensum, quod linea *he* est maior linea *ct*: ergo linea *ea* est maior linea *ez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

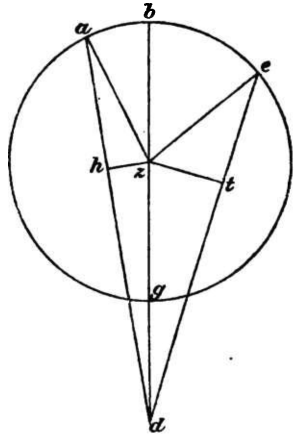


Dixit etiam Yrinus: Si ergo linea, que a puncto *d* protrahitur perpendicularis supra lineam *ez*, non cadat supra lineam *ez*, sed supra lineam, que ei adiungitur secundum rectitudinem, sicut perpendicularis *dh*, igitur propter hoc, quod linea *dz* est equalis

7. est equale. — 14. 40^{e}.

linee *da*, quoniam ipse sunt protracte a centro ad circonferentiam, et quadratum *dt* cum quadrato *ta* est equale quadrato *ad*, et quadrata *dh* et *hz* sunt equalia quadrato *dz*, erunt duo quadrata *dh* et *dz* equalia duobus quadratis *dt* et *ta*. Sed quadratum *dh* est maius quadrato *dt*: cum ergo removebimus ea, quadratum *at* remanebit maius quadrato *hz*. Ergo linea *at* est maior linea *hz*. Cum ergo removebimus lineam *eh* et addidèrimus lineam *et*, manifestum est, quod tota linea *ea* erit multo maior linea *ez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit YRINUS: Etiam in 8ª figura[1]) ostendit EUCLIDES, quod linee, que sunt propinquiores centro, sunt maiores lineis ab eo remotioribus. Sed propter hoc, quod probatio eius non est in libro de elementis nisi, ubi posuit lineas ab una parte, ergo relinquitur, ut probetur alia probatione, sicut fecimus in figura, que precessit. Dico igitur, quod cum a duabus partibus diametri due recte linee posite fuerint, quarum ⟨una⟩ sit centro propinquior et altera ab eo magis remota, que erit magis propinqua, erit maior ea, que erit remotior. Exempli causa ponam circulum *abg*, et protraham



17. ut a. ē. z. probatur. — 24—25. et altera] et latera.

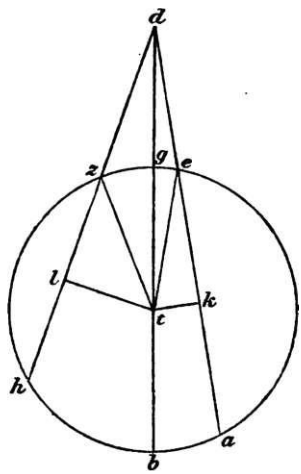
1) EUCLIDES III, 8: *Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando, que super centrum transierit, omnium erit longissima; centro autem propinquiores remotioribus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima, eique propinquiores remotioribus breviores; due vero, que linee brevissime utrumque eque propinquant, equales sunt.*

diametrum eius bg, quam secundum rectitudinem producam extra circulum, que sit sicut linea gd, supra quam ponam notam, qualitercumque contingit, sitque nota d; a qua ad circulum abg protraham duas rectas lineas a duabus partibus diametri, que sint linee da, de; sitque linea da propinquior centro linea de: dico igitur, quod linea ad est maior linea de. Probatio eius, quoniam inveniam centrum circuli, quemadmodum ostensum est debere inveniri ex probatione figure prime huius partis, et ponam, ut sit punctum z, a quo ad duas lineas ad et de protraham duas perpendiculares zh et zt, sicut manifestum est posse protrahi ex probatione figure 13ᵉ partis prime. Et quia linea ab est proprinquior puncto z, quod est centrum, linea de, ergo perpendicularis zh est maior perpendiculari zt; et etiam, quia quadratum linee dh cum quadrato linee hz est equale quadrato linee dz, quod equidem constat secundum probationem figure 46ᵉ prime partis; et similiter quadratum factum ex linea dt cum quadrato facto ex linea zt est equale quadrato facto ex linea dz: ergo coniunctio duorum quadratorum dh et hz est equalis coniunctioni duorum quadratorum dt et tz. Sed quadratum linee zh est minus quadrato linee tz; cum ergo removebimus ea, remanebit quadratum linee dh maius quadrato linee dt, ergo linea dh est maior linea dt. Et etiam, quia linea az est equalis linee ze, quoniam a centro ad circonferentiam sunt protracte, et coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis zh et ha, est equalis quadrato facto ex linea za; et coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zt et te, est equalis quadrato facto ex linea ze: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zt et te, est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zh et ha. Sed quadratum tz est maius quadrato zh, remanet ergo qnadratum factum ex linea ah

2. circulum] centrum. — 7. ergo est. — 26. sed coniunctio. — 28. ergo coniunctio.

maius quadrato facto ex linea *te*; ergo linea *ah* est maior linea *te*. Sed iam ostendimus, quod linea *dh* est maior linea *dt*, ergo tota linea *da* est maior ⟨tota⟩ linea *de*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ostendam etiam, quod linearum, que concurrunt circonferentie circuli, que magis propinqua fuerit linea, que est inter notam et diametrum, erit minor ea, que ab ea fuerit magis remota, et faciam hoc etiam in duabus lineis existentibus a duabus partibus linee, que est inter notam et [inter] diametrum. Ponam itaque, ut circulus sit circulus *abg*, cuius diameter sit linea *bg*. Producam itaque diametrum circuli secundum rectitudinem, et ponam supra eam punctum *d*, a quo protraham ad circonferentiam circuli duas lineas *de* et *dz* ad inferiora circuli; et producam eas usque ad duo puncta *a* et *h*; et inveniam centrum circuli, quod sit punctum *t*; et protraham duas perpendiculares *tk*, *tl*; et coniungam duo puncta *e* et *z* ⟨cum puncto *t*⟩ cum duabus lineis *te* et *tz*. Et quia angulus *det* est extrinsecus trianguli *ekt*, ⟨cuius⟩ angulus *ekt* erit rectus, ergo secundum probationem figure vicesime prime partis erit angulus *det* maior angulo *ekt*, ergo angulus *det* est expansus; et similiter ostendam, quod angulus *dzt* est expansus: ergo duo trianguli *det* et *dzt* sunt ambligonii. Sed omne quadratum lateris, quod subtenditur obtuso angulo, est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex



16. diametrum] lineam. — 29. erit rectus est rectus.

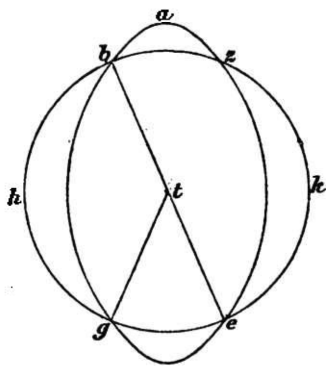
duobus lateribus continentibus obtusum angulum cum duplo superficiei, que continetur ab una duarum linearum continentium obtusum angulum, super cuius rectitudinem cadit perpendicularis, et linea, que est inter perpendicularem et extremitatem anguli obtusi. Quod „equale“ constat secundum probationem figure 12^e secunde partis. Duo igitur quadrata, que fiunt ex duobus lateribus *de* et *et*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *de* et *ek*, sunt equalia quadrato facto ex linea *dt*; et similiter coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *dz* et *zt*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *dz* et *zt*, est equalis quadrato ex linea *dt*: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *dz* et *zt*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *dz* et *zt*, est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *de*, et *et*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *de* et *ek*. Et quia *ek* est equalis linee *ka*, et linea *zl* est equalis linee *lh*, ergo secundum probationem figure prime partis secunde erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *de* et *ek*, equale superficiei contente a lineis *de* et *ea*; et similiter duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *dz* et *zl*, erit equale superficiei contente a duabus lineis *dz* et *zh*: ergo superficies, que continetur a duabus lineis *ae* et *ed*, cum quadrato facto ex linea *de* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *hz* et *zd*, cum quadrato *dz*. Sed secundum probationem figure tercie secunde partis superficies, que continetur a duabus lineis *ae* et *ed*, cum quadrato facto ex linea *de* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis ⟨*ad* et *de*; et superficies, que continetur a duabus lineis *hz* et *zd*, cum quadrato *dz* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis⟩ *hd* et *dz*: ergo superficies, que continetur a duabus lineis *ad* et *de*, est equalis superficiei, que continetur a duabus

27. *hd* et *de*.

lineis *hd* et *dz*. Sed iam ostensum fuit, quod linea *ad* est maior linea *hd*, quoniam est centro propinquior, ergo linea *de* est minor linea *dz*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit Yrinus, quod nona figura[1]) consistit secundum hoc, quod dixit Euclides.

De decima[2]) vero dixit: Hanc figuram declarabo per nonam. Dico ergo, si possibilis est, ut unus circulus alium in pluribus secet notis, secet ergo circulus *abgez* circulum *bhgekz* in notis pluribus duabus, scilicet in notis *b*, *g*, *e*, *z*. Inveniam itaque centrum circuli *abgez*, sicut manifestum est ex probatione figure prime ⟨huius⟩ partis, et ponam, ut ipsum sit nota *t*; et protraham lineas *tb* et *te* et *tg*. Et quia punctum *t* est centrum circuli *abgez*, ergo linee *tb* et *tg* et *te* sunt equales, et



quia a puncto *t*, quod est intra circulum *bhgekz*, protrahuntur ad circonferentiam linee *tb* et | *tg* et *te* plures 27 duabus, que sunt equales, ergo secundum probationem figure 9e huius partis *t* est centrum circuli *bhgekz*, et ipsum est etiam centrum circuli *abgez*. Duorum ergo circulorum sese secantium unum est centrum, quod est contrarium et impossibile, quoniam iam est manifestum

---

2. maior linea *bd*.

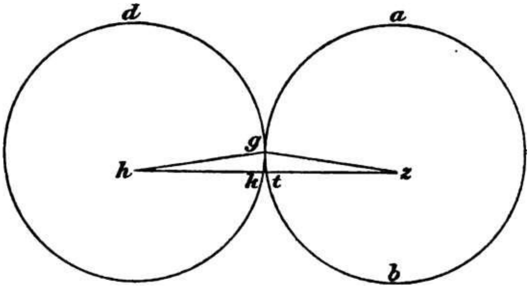
---

1) Euclides III, 9: *Si intra circulum puncto signato ab eo plures quam due linee ducte ad circumferentiam fuerint equales, punctum illud centrum circuli esse necesse est.*

2) Euclides III, 10: *Si circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.*

ex probatione figure quinte huius partis hoc esse impossibile; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1]

Dixit Yrinus: Euclides in figura 11^{a}[2] posuit duos circulos sese intrinsecus contingentes, et descripsit figuram supra hoc, et probavit, quod querebatur in ea. Ego vero ostendam, qualiter sit probandum, si contactus exterius fuerit. Ponam itaque duos circulos *ab* et *gd* se



supra *g* contingentes, et sit centrum circuli *ab* punctum *z*, et punctum *h* sit centrum ⟨circuli⟩ *gd*: dico igitur, quod linea recta, que transit per duo puncta *z* et *h*, transit per punctum *g*. Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si possibile est sic, transeat per duo puncta *z* et *h* non transiens supra punctum *g*, sed sit locus transitus ipsius alius, et sit sicut linea *ztkh*. Protraham itaque duas ⟨lineas⟩ *gz* et *gh*, ergo proveniet triangulus *gzh*. Secundum probationem igitur figure 20^{e} ⟨prime⟩ partis erunt duo latera *zg* et *zh* coniuncta maius latere *zh*. Sed linea *gh* est equalis linee *hk*, et linea *zt*

---

7. duos angulos circulos. — 12. transit. — 14. et sic sicut.

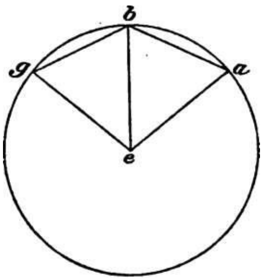
---

1) Haec demonstratio Heronis invenitur apud Euclidem ed. Heiberg Vol. I, p. 331: „*Demonstratio altera*".

2) Euclides III, 11: *Si circulus circulum contingat, linea, que per centra eorum transeat, ad punctum contactus earum applicari necesse est.*

est equalis linee zg, ergo coniunctio duarum linearum zt et kh est maior linea hz, minor scilicet maior maiore, quod est contrarium et impossibile. Linea igitur recta, que transit per duo puncta z et h, transit per punctum g; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

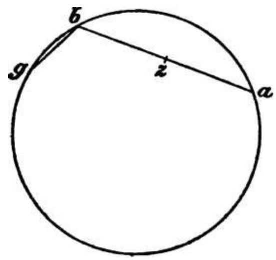
Dixit Yrinus: Quoddam propositum premittam, quo in figura 12^a indigemus[2]): Linea recta non secat circulum in pluribus notis quam duabus. Quod si fuerit possibile, secet eam supra tres notas, sintque note g, b, a. Inveniam centrum circuli, sicut ostensum est ex probatione figure prime huius partis, quod sit punctum e, et producam lineas ea, eb, eg. Et quia linea gba est una linea recta, et angulus eba est extrinsecus trianguli ebg, ergo secundum probationem figure 16^e ⟨prime⟩ partis angulus eba est maior angulo egb. Sed angulus eba est equalis angulo eab, et hoc secundum probationem figure 5^e prime partis: ergo angulus eab est



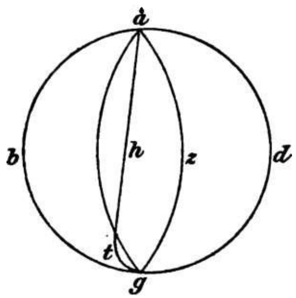
1) Ex hac additione Heronis comparata cum editione arabica Tusini et latina Erhardi Ratdold de anno 1482 statim patet, quod nec Hero nec Arabs propositionem XII libri tertii Euclidis editionis Heibergianae hoc loco legebant. Omnia, quae de hac propositione XII apud Tusinum et Campanum inveniuntur, sunt ultima verba propositionis XI libri III: „*In contactu vero exteriori erunt due linee ae et eb longiores ab, quare ad et cb maius erunt quam tota ab, quod est falsum*", quae nota, cui etiam in editione Campani figura addita est, demonstratione Heronis completur. Theonem in editione sua demonstrationem Heronis addidisse et ex ea propositionem XII finxisse verisimillimum est. Tam Anaritius quam Campanus propositionem XIII editionis Heibergianae XII numerant, omnesque posteriores propositiones apud Campanum nec non Anaritium una unitate minores insignitae inveniuntur.

2) Euclides III, 12 (13): *Si circulus circulum contingat sive intrinsecus sive extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.*

maior angulo *egb*. Sed latus *ea* est equale lateri *eg*, ⟨ergo⟩ secundum probationem figure 5ᵉ partis prime erit angulus *eab* equalis angulo *egb*. Sed iam fuit maior eo, quod est contrarium et impossibile. Linea ergo recta non secat circonferentiam circuli supra notas plures duabus; et illud est, quod demonstrare voluimus.



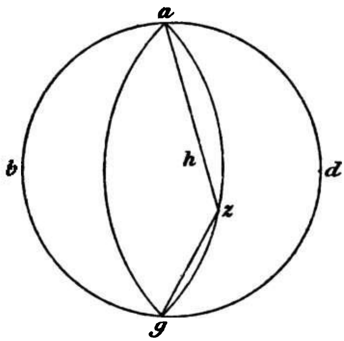
Si aliquis dixerit, possibile est, ut centrum circuli sit supra lineam *abg*, dico igitur tunc, quia possibile sit ita, quod ⟨sit⟩ supra notam *z*. Et quia punctum *z* est centrum circuli *abg*, ergo linea *az* est equalis linee *zb*; et etiam linea *za* est equalis linee *zbg*: ergo linea *zbg* est equalis linee *zb*, ergo linea *gbz*, que est maior, est equalis minori linee *zb*, quod est inconveniens. Linea ergo recta non secat circulum in notis pluribus duabus; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Dixit Yrinus etiam in figura duodecima: Dico in hac figura, quod, si possibile est, ut duo circuli in notis pluribus una se contingant, tunc duo circuli *ag*, *bd* contingant se intrinsecus in pluribus notis quam una. Ponam itaque, ut contingant se supra duas notas *a* et *g*, et inveniam centra circulorum *ag*, *bd*, sicut ostensum est ex probatione figure prime huius partis, et ponam, ut sint intra circulum *ag*. Quod si quis dixerit, ⟨unum esse extra circulum *ag*,⟩ faciam centrum circuli *ag* notam *h*,

3. fuit ostensum maior. — 10. possibile sit itaque. — 11. quia linea *z*. — 15—16. ergo .... linee *zb* *iteratur*.

centrum circuli *bd* notam *t*: dico ergo tunc, quod centrum ⟨*t*⟩ non cadit extra circulum *ag*. Sed tamen fuerit possibile, ut cadat, sicut dixit. Ergo coniungam duo puncta *h* et *t*, que sunt centra, cum linea *ht*. Manifestum est itaque secundum probationem figure 11ᵉ huius partis, quod linea *ht*, cum protrahatur in utrasque partes usque in infinitum, cadet supra duo puncta contactus, que sunt puncta *a* et *g*; et protraham itaque eam. Ergo fit huius linee locus sicut est locus linee *ahtg*. ⟨Sed linea *ahtg*⟩ secat circulum *ag* supra notas plures duabus, et iam manifestum est, illud esse impossibile: non ergo cadit centrum circuli *bd* extra circulum *ag*. Et secundum huius similitudinem ostendam, quod non cadit supra arcum *azg*. Si ergo possibile est sic, sit in puncto *z*. Ergo linea *ahzg* est linea una recta et secat circonferentiam circuli *ag* supra notas plures duabus, scilicet supra notas *a* et *z* et *g*. Sed illud est impossibile, ergo impossibile est, ut cadat centrum circuli *abgd* supra circonferentiam circuli *azg*, et iam ostendimus etiam, quod non cadit extra ipsum, ergo cadit intra ipsum, sicut dixit EUCLIDES, et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])



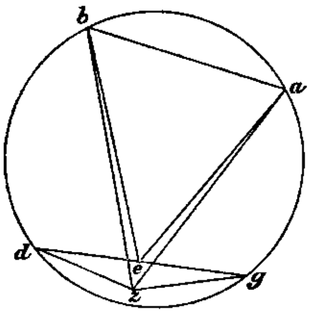
YRINUS autem figure 13ᵉ[2]) addidit et ostendit,

4. cum linea *bis legitur*. — 8. itaque ea. — 16. sit in] Set c.

1) In demonstratione Euclidea certe non dicitur utrumque centrum intra utrumque circulum situm esse.

2) EUCLIDES III, 13 (14): *Recte linee in circulo si fuerint equales, eas a centro equidistare, et si a centro equidistant, equales esse necesse est.*

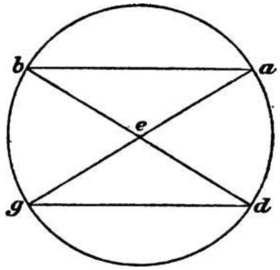
quod centrum circuli cadit intra duas lineas *ab* et *gd*. Descripsit enim formam circuli *abgd*, protraxit in eo duas lineas *ab* et *gd*, que sunt equales. Dicit ergo, quod centrum circuli cadit intra duas lineas *ab* et *gd*. Ponam ergo, ut cadat supra lineam *gd* in puncto *e*, et protraham duas lineas *ea* et *eb*. Et quia punctum *e* est centrum, ergo linea *ea* ⟨est equalis linee *eg*, et linea *eb*⟩ est equalis linee *de*. Sed secundum probationem figure 20ᵉ partis prime erit coniunctio ⟨linearum⟩ *ae* et *eb* maior *ab*, ⟨ergo erit coniunctio *eg* et *ed* maior *ab*,⟩ ergo linea *gd* est maior linea *ab*. Sed nos posuimus eas equales: ergo linea *gd* linee *ab* est equalis et maior simul in una hora, quod est contrarium et impossibile. Secundum huius quoque similitudinem ostendam, quod non est possibile, ut cadat supra lineam *ab*, et dico etiam, quod neque extrinsecus ab una duarum linearum *ab*, *gd*. Quod si possibile, cadat ab extrinseca parte linee *gd*, et ponam, ut sit punctum *z*, et protraham lineas *zd*, *zg*, *za*, *zb*. Et quia punctum *z* est centrum circuli, sequitur, ut sint due linee *dz*, *dg* equales duabus lineis *za*, *zb*. Sed basis *ab* equalis basi *gd*, ergo secundum probationem figure 8ᵉ prime partis erit angulus *azb* equalis angulo *dzg*, minor scilicet equalis maiori, quod est contrarium et impossibile. Secundum huius quoque probationis similitudinem ostendam, quod non est possibile, ut cadat ab extrinseca parte linee *ab*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



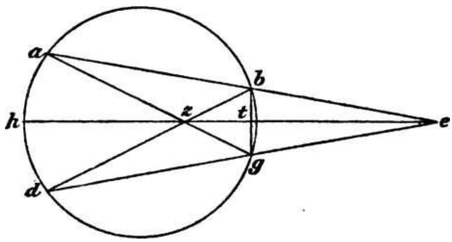
Et ostendit etiam Yrinus, quod centrum circuli *abg* cadit intra duas lineas equales *ab* et *gd* absque contrario. Dico ergo quod non potest esse, quando due linee *ab*

2. ei formam. — 35. quando] quin.

et gd sunt equidistantes aut non equidistantes. Ponam itaque primo, ut ipsi sint equidistantes, et coniungam inter duas lineas a, g et d, b. Anguli igitur coalterni sunt equales, ergo angulus a est equalis angulo g, et angulus d est equalis angulo b. Sed basis ab est equalis basi gd, ergo secundum probationem figure 20^{e} prime partis latus ae est equalis lateri ag, et latus eb equalis lateri ed. Ergo due recte linee ag et bd secant se in circulo supra coniunctionem earum ⟨per equalia⟩: secundum probationem igitur figure 4^{e} huius partis sequitur, ut centrum circuli sit punctum e; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Ponam etiam, ut non sint ipse equidistantes, scilicet linee ab et bg. Protraham itaque eas, donec supra punctum e concurrant, et protraham duas lineas ag et bd



sese supra punctum z secantes, et producam lineam ezh: dico igitur, quod centrum circuli est supra lineam eh. Probatio eius, quoniam angulus bag est equalis angulo bgd, eo quod sunt in una portione circuli. (Ab huiusmodi enim figuris innuit probationes, licet posterius sint

25. indii probationes.

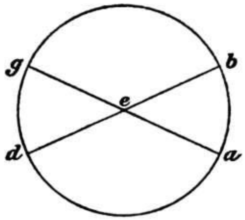
descripti, quoniam in eis non sunt antecedentia figurarum sequentium hanc figuram, neque etiam hec figura est de elementis illius figure, sed illius figure principia sumuntur ex prima parte et ex figura prima huius partis. Sed quia Yrinus indigebat ea, ad hanc dubitationem solvendam posuit figuram 20^{am} huius partis principium huius figure). Et quia angulus *abd* est equalis angulo *dga*, quoniam sunt in portione una, et eorum corda est una arcus unius, qui est arcus *ad*, et latus *ab* est equale lateri *gd*: ergo secundum probationem figure 26^{e} prime partis erit *az* equalis linee *zd*; et etiam quia angulus *ezg* est equalis angulo *ezb*, et angulus *egz* est equalis angulo *ebz*: ergo secundum probationem figure 32^{e} prime partis erit angulus *gez* reliquus equalis reliquo angulo *bez*. Et quia duo anguli *aez*, *eaz* trianguli *aez* sunt equales duobus
28 angulis *dez* et | *edz* trianguli *dez*, ergo latere *ez* posito communi eis erit secundum probationem figure 26^{e} prime partis latus *ea* equale lateri *ed*: ergo linea *eb* est equalis linee *eg*, et angulus *bet*, secundum quod ostensum fuit, est equalis angulo *get*. Sumpta itaque linea *et* communi erunt duo latera *ge* et *et* equalia duobus lateribus *be* et *et*, et angulus *get* est equalis angulo *bet*: ergo basis *bt* est equalis basi *tg*, et angulus *etb* est equalis angulo *etg*, ergo ipsi sunt recti. Ergo supra lineam *bg*, que cadit in circulo *abgd*, iam transivit ⟨linea⟩ *eth*, que ipsam in duo media orthogonaliter divisivit: ergo secundum probationem figure tercie huius partis supra lineam *etzh* existit centrum circuli; et illud est, quod demonstrare voluimus.

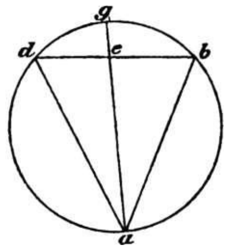
Dixit etiam Yrinus: Si quis dixerit, quod due linee equales secant se intra circulum *abgd* supra notam *e*, sicut linea *ag* secat lineam *bd*, tunc dicam, quod est possibile, quin centrum sit aut supra sectionem communem duabus lineis *ag* et *bd*, scilicet supra notam *e*, aut preter eam. Quod si ceciderit supra notam *e*, ergo ipsum erit

---

1. in ea. — 5. Yrinus] unus. — 7. angulus *bag*. — angulo *bdg*. — 23. ergo angulus.

intra duas lineas *ag* et *bd*, et iam erit solutum, quod querebatur. Et iam fuit ostensum, quod non est possibile, ut cadat supra unam duarum linearum *ab* et *gd*. Quod





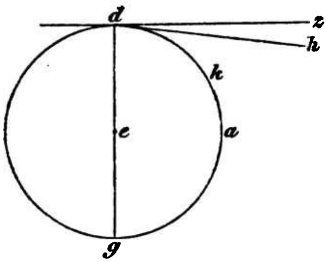
si protinus dixerit, nos ponemus duas lineas *ab* et *ad* non se intra circulum *abgd* secantes, sed supra eius circonferentiam concurrentes, tunc ostendam, quod centrum circuli *abgd* existit inter duas lineas *ab* et *ad*. Protraham ergo lineam *bd*, quam in duo media supra notam ⟨*e*⟩ dividam, et protraham *ae*, quam producam usque ad *g*: dico ergo, quod centrum circuli est supra lineam *ag*. Probatio eius. Quoniam *be* est equalis *ed*, ergo *ae* assumpta communi erunt due linee *be* et *ea* equales duabus lineis *de* et *ea*. Sed basis *ba* est equalis basi *ad*: ergo secundum probationem figure 8^{e} prime partis erit angulus *bea* equalis angulo *dea*. Sed cum linea recta super rectam erigitur lineam, et fiunt duo anguli, qui sunt ab utraque ⟨parte⟩ equales, tunc unusquisque eorum est rectus: ergo linea *ae* secat lineam *bd* in duo media orthogonaliter, ergo linea *ag* transit supra centrum circuli, quod quidem secundum probationem figure tercie huius partis sic constat; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De 14^{a} figura[1]) dixit Yrinus, quod ipsa declaratur secundum hoc quod dixit Euclides.

---

1) Euclides III, 14 (15): *Si intra circulum plurime recte linee ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eique propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.*

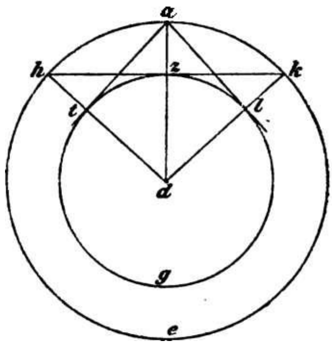
In 15ª figura[1]) voluit Euclides, quod angulus extrinsecus, qui continetur ab arcu *gad* et perpendiculari *dz*, erit minor omni acuto angulo, quoniam non dividatur. Si ergo fuerit divisibilis, caderet intra arcum *gad* et lineam *dz* linea ⟨recta⟩, quoniam angulorum divisio non est nisi cum lineis rectis, que ipsos dividunt. Quia ergo angulus *kdz* non dividitur, non fuit angulus acutus, quoniam omnes anguli acuti dividuntur. Ipsum tamen a nomine nominavit, quod ei necessarium fuit propter alterum angulum secundum; et hoc est, quod, ⟨si⟩ angulus *edz* fuit rectus ⟨et⟩ cecidit inter lineam *gd* et perpendicularem *dz* arcus *gad*, et separavit angulum *kdz*, cui non est quantitas, remansit angulus intrinsecus, qui continetur a diametro *gd* et arcu *gad*, maior omni acuto angulo, quoniam acutus est, qui separatur ab angulo recto cum alio aliquo acuto angulo. Quia ergo iste angulus intrinsecus non minuitur a recto angulo, qui est *edz*, cum angulo, cui sit quantitas, posuit Euclides, quod angulus intrinsecus est maior omni angulo acuto; et quia non est possibile, ut exterior angulus cum linea recta dividatur, posuit ⟨eum⟩ minorem omni acuto angulo, quoniam omnis linea, cuius esse est, ut esse huius, est contingens circulum.



1) Euclides III, 15 (16): *Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducetur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam et circulum aliam lineam rectam capi impossibile est; angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse acutissimum, angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Unde etiam manifestum est, omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.*

Dixit Yrinus: Hec figura existit, secundum quod dixit Euclides.

In 16ª figura[1]) dixit Yrinus: Si punctum datum fuerit intra circulum, non est possibile, ut ab eo protrahatur linea contingens circulum, quoniam ipsa secabit circulum; quod si supra circonferentiam fuerit, possibile erit, ut ab eo protrahatur diameter circuli, et ut supra illud punctum ducatur perpendicularis, que contingat circulum. Et si voluerimus a puncto *a* ad circonferentiam circuli *gz* duas lineas ipsum contingentes ducere, protrahamus lineam *hz* secundum rectitudinem usque ad *k*, et coniungemus puncta *d*, *k* protrahendo lineam *dk*, que secabit circulum supra punctum *l*, et producam lineam *al*. Manifestum est igitur, secundum quod ostendit Euclides, quod linea *al* contingit circulum, et est equalis linee *at*. Iam ergo manifestum est, quod due linee, que protrahuntur a quolibet puncto dato circulum datum contingentes sunt equales; et illud est, quod demonstrare voluimus.[2])



In figura 19ª[3]) dixit Yrinus: Cum fuerit angulus portionis supra circonferentiam equalis *gab*, et linea *ad* fuerit coniuncta linee *db* secundum rectitudinem, manifestum

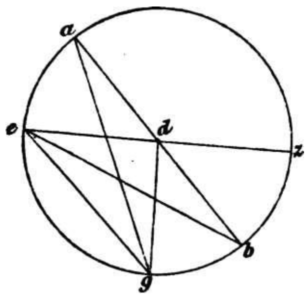
20. lineam *iteratur*.

1) Euclides III, 16 (17): *Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.*

2) Hero ergo primus demonstravit, ab omni puncto extra circulum duas equales lineas circulum contingentes duci posse.

3) Euclides III, 19 (20): *Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat, inferior superiori duplus erit.*

est, quod angulus *gdb* erit duplus anguli *gab*. Sed si fuerit positio anguli, qui est supra circonferentiam, similis positioni anguli *geb*, ita quod linea *gd* secet lineam *eb*, protraham tunc lineam *edz*.

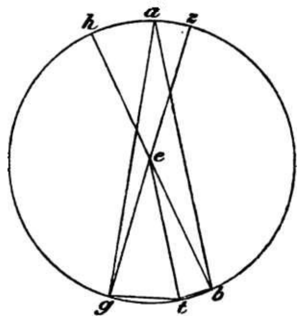


Et quia linea *ed* est equalis linee *db*, ergo angulus *bed* est equalis angulo *dbe*: ergo angulus *bdz*, qui est extrinsecus trianguli *ebd*, est duplus anguli *deb*. Et etiam, quia linea *ed* est equalis linee *dg*, ergo angulus *deg* est equalis angulo *egd*: ergo angulus *zdg* est duplus anguli *deg*. Sed angulus *zdb*, ut ostensum est, est duplus anguli *bez*, cum ergo removebimus eum, remanebit angulus *bdg* duplus anguli *beg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit preterea Yrinus: Hec figura est declarata secundum omnem positionem, et secundum omnem constitutionem probata, tamen nobis est relictum, ut ponamus propositionem, per quam probemus eam probatione communi, quoniam, si non fuerit probata, secundum quod eam probabimus, non erit nobis possibile, ut probemus figuram, que est post eam, secundum ceh (!) positionem, nisi secundum hoc tamen, quod posuit Euclides. Sed illud est possibile, quoniam necessario convenit, quod propositio fiat communis, et quod probetur secundum communem positionem, et patiatur protervorum contradictionem, ne in geometria sit aliquid non probatum. Cum ergo posuerimus hanc propositionem, et demonstraverimus figuram, erit totum, quod est in figura, manifestum et clarum, et neque remanebit protinus locus contradicendi in ea, scilicet in figura, que est post hanc, que est figura 20ª. Oportet

22. per quam] d$\overline{\text{eam}}$. — 23—24. secundum quia eam probavimus.

itaque, ut propositionem premittamus et figuram ei ponamus. Ipsa autem est huiusmodi: Angulus, qui est supra centrum omnis circuli, est duplus anguli, qui est supra circonferentiam ipsius, cum fuerit basis eorum arcus unus, et reliqui anguli, qui sunt supra centrum, et sunt complentes quatuor angulos rectos, sunt duplum anguli, qui est supra circonferentiam arcus, qui subtenditur angulo, qui est supra centrum. Sit itaque angulus, qui est supra centrum, angulus *geb*, et ille, qui est supra circonferentiam, sit angulus *gab*. Protraham autem duas lineas *ge* et *be* secundum rectitudinem usque ad duo puncta circonferentie *z* et *h*, et producam lineas *gt*, *tb*: dico igitur, quod omnes anguli, qui cadunt in arcu *gab*, ubicumque sit eorum casus, sunt medietates anguli *geb*, cum unus arcus fuerit eorum basis, et coniunctio angulorum *bez*, *zeh* et *heg* est dupla anguli *btg* et dupla omnis anguli, qui cadit in arcu *btg*. Probatio eius. Quoniam punctum *e* est centrum circuli, ergo linea *eb* est equalis linee *et*, ergo angulus *ebt* est equalis angulo *etb*, ergo angulus *het*, cum sit extrinsecus, est duplus anguli *etb*. Et etiam, quia linea *et* est equalis linee *eg*, ergo angulus *zet* est duplus anguli *etg*: ergo coniunctio duorum angulorum *het* et *zet* est dupla anguli *btg*. Sed angulus *geb* est equalis angulo *hez*, ergo anguli *geh*, *hez*, *zeb* sunt duplum anguli *gtb*. Manifestum quoque est, quod anguli *geh*, *hez*, *zeb* omnes tres sunt duplum anguli *btg*, ubicumque posuerimus eum in arcu *btg*: ergo omnes



19. *Post gab iteratur* Probatio ... centrum circuli (v. 24—25). — 26. ergo angulo.

anguli, qui cadunt in arcu *btg*, sunt equales; et etiam, quia iam ostensum est, quod angulus, qui est supra centrum, ⟨qui est angulus *beg*⟩, est duplus anguli *bag*, ubicumque cadat constitutio: ergo omnes anguli, qui
29 sunt in una portione, | scilicet descripti in arcu *bag*, sunt equales, quoniam iam ostensum est, quod angulus *beg* est duplus cuiusque eorum. Et etiam, quia iam declaratum est, quod tres anguli *bez*, *zeh*, *heg* sunt duplum anguli *btg*, ubicumque sit in positione *btg*: ergo omnes anguli, qui describuntur in portione *btg*, sunt equales, quoniam quisque eorum est medietas angulorum dictorum, cum coniunguntur. Iam ergo manifestum est, quod omnes anguli, qui cadunt in portione una, sunt equales; et hoc est illud, quod voluimus ostendere universaliter, et propter hoc posuerimus hanc figuram, ut, quod Euclides dixit, universali demonstratione clarescerit. Et quia hoc iam est manifestum, ergo figura, que post hanc sequitur, probatur per eam, et hoc est, ut dicam, quoniam anguli *bez*, *zeh* et *heg*, cum coniunguntur, sunt equales duplici anguli *btg*, et angulus *beg* est duplus anguli *beg*, ergo coniunctio quatuor angulorum, scilicet angulorum *beg* et *bez* et *zeh* et *heg*, est equalis duplo angulorum *btg* et *bag*. Sed quatuor anguli predicti sunt equales quatuor rectis angulis, quod est manifestum secundum probationem figure 15ᵉ prime partis: ergo coniunctio duorum angulorum *btg* et *bag* est equalis duobus rectis angulis. Ergo omnes duo anguli superficierum habentium quatuor latera, que sunt in quolibet circulo, sibi oppositi sunt equales duobus rectis.[1])

---

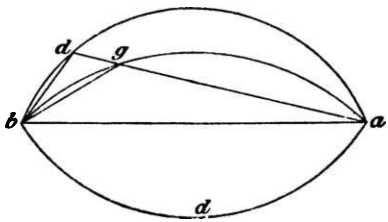
4. *Mscptm. habet verba:* qui est angulus *beg, post* constitutio. — 16. universaliter. — 17. est ergo. — 22. sunt equalis.

---

1) Hero etiam, ut patet, primus demonstravit, angulum ad circumferentiam obtusum medietatem esse anguli ad centrum convexi, sed nomen huius anguli nondum possidebat. Primus quoque ope huius anguli demonstravit, angulos oppositos quadranguli in circulo descripti duobus rectis angulis equales esse. Duae propositiones Euclidis, quas Hero sua additione

Hec probatio et ea, que est ante ipsam, sunt trium figurarum, scilicet figure 19^e et 20^e et 21^e. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

In 22^a figura[1]) nihil immutavit de his, que dixit EUCLIDES, YRINUS, quia, si quis dixerit, quod possibile est, ut erigatur in duabus partibus diversis, ergo erit portio *adb* maior ex alia parte linee *ab*; ergo, cum erigatur in parte portionis *agb* portio equalis portioni *adb*, superflueret super portionem *agb*, et fiet positio eius hec, que est supra eam, et proveniet probatio ad probationem EUCLIDIS.



In figura 23^a[2]) nihil dixit YRINUS.

Figuram 24^{am}[3]) postposuit YRINUS et posuit eam 31^{am}.

Non invenitur YRINUS aliquid dixisse in figura 25^a.[4])

In figura 26^a[5]) nihil dixit YRINUS.

---

simul demonstravit, sunt EUCLIDIS III, 20 (21): *Si in una circuli portione anguli super arcum consistant, angulos quoslibet esse equales necesse est* (qua iam in additione ad EUCLIDIS prop. 13 (14) libri III usus fuit supra pag. 126 sq. et EUCLIDIS III, 21 (22): *Si intra circulum quadratum describatur, quoslibet eius duos angulos ex adverso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.*

1) EUCLIDES III, 22 (23): *Duas circuli similes portiones inequales super unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.*

2) EUCLIDES III, 23 (24): *Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint, ipsas portiones equas esse necesse est.*

3) EUCLIDES III, 24 (25): *Dati semicirculi, sive semicirculo maioris minorisve portionis circulum perficere.*

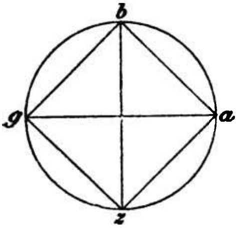
4) EUCLIDES III, 25 (26): *Si in equis circulis seu super centra seu super circumferentias equales anguli consistant, super equos arcos eos cadere necesse est.*

5) EUCLIDES III, 26 (27): *Si in equis circulis equi sumantur arcus, intra illos formatos angulos, qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituantur, equos esse necesse est.*

In figura 27ª[1] nihil invenitur dixisse Yrinus.

De figura 28ª ⟨dixit⟩[2]: Non videtur mihi, quod aliquid dicam, propter eius facilitatem.

In figura 29ª[3] nihil invenitur dixisse Yrinus.



In figura 30ª[4] si ergo linea *bz* fuerit diametrus circuli, manifestum est, quod unusquisque duorum angulorum, qui sunt ab utraque parte, est rectus, et est equalis unicuique duorum angulorum, qui cadunt in portione circuli. Yrinus in hac figura nihil invenitur dixisse.

Conveniens fuit Yrino, ut figuram 24am[5] poneret sequentem post 29am, sed ipsa sequitur post figuram 30am, et posuit eam loco 31e.[6]

Figura autem Yrini hec est, in qua dixit: Cum fuerit portio circuli data, et voluero ostendere, quomodo compleatur circulus, cuius est portio illa, ponam, ut portio data sit illa, supra qua sunt *a*, *b*, *g*, et dividam arcum *abg* in duo media supra punctum *b*, et protraham a

9. est erectus.

1) Euclides III, 27, (28): *Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent, arcus quoque equos esse; si autem linee inequales fuerint, arcus quoque inequales, et a maiore linea maiorem arcum, a minore vero minorem abscindi necessarium est.*

2) Euclides III, 28 (29): *Circulorum equalium equos arcus equas cordas habere necesse est.*

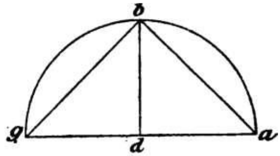
3) Euclides III, 29 (30): *Datum arcum per equalia dividere.*

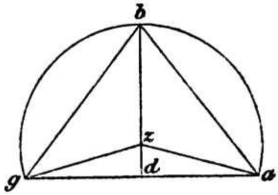
4) Euclides III, 30 (31): *Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est; si vero in portione semicirculo minore, recto maior, si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemque omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior, minoris vero recto minor de necessitate erit.*

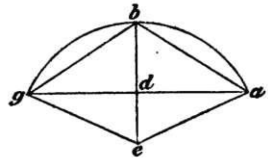
5) Videris pag. 134 notam 3.

6) Euclides III, 31 (32): *Si circulum linea recta contingat, et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur, quoscumque duos angulos cum contingente facit, duobus angulis, qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus, equales sunt.*

puncto *b* ad cordam *ag* perpendicularem *bd*, et producam cordam *bd*, et constituam supra punctum *g* linee *bg* angulum equalem angulo *gbd*. Si ergo angulus factus equalis angulo *gbd* ceciderit in linea *gda*, tunc manifestum est, quod centrum circuli est supra punctum *d*, et quod portio *abg* est semicirculus. Sed si angulus factus supra punctum *g* equalis angulo *dbg* ceciderit extra portionem *abg*, sicut angulus *bge*, tunc centrum circuli extra portionem cadit, sicut punctum *e*, et erit portio minor semicirculo. Quod si angulus supra punctum *g* constitutus linee *bg* equalis angulo *dbg* ceciderit intra portionem, sicut angulus *bgz*, tunc centrum circuli cadet intra portionem *abg* supra punctum *z*, et manifestum erit nobis, quod portio circuli data erit maior semicirculo. Et quia manifestum est iam, qualiter portio data compleatur, sive centrum cadat supra lineam *ag*, sive intra, sive extra, ergo erit illud ⟨manifestum⟩, quod manifestare voluimus. ⟨Si autem manifestare voluerimus, quomodo⟩ arcus *abg* dividitur in duo media, redeundum esset ad figuram 29^{am} ⟨huius partis⟩, que dividit arcum datum in duo media, neque tamen fieret manifestum, quod corda arcus *ab* esset equalis corde arcus *bg*, nisi post divisionem arcus *abg* in duo media: ergo necessario posuit hanc figuram post illam, et neque voluit nisi, ut ostendatur, quod angulus, qui est apud *a*, esset







4. equalis *iteratur*. — 4—6. angulo *abg* ceciderit linea angulus *bgd*, tunc. — 10. est equalis. — 13. ergo centrum. — 27. arcus autem *abg* non. — 28. redeuntium.

equalis angulo, qui est apud *g*, cum fuerit angulus datus supra punctum *g* cadens sicut angulus *bgd*, ut demonstraretur, quod linee *db* et *dg* et *da* sunt equales, ut punctum *d* sit centrum circuli; et etiam ut demonstretur, quod linea *ad* est equalis linee *dg*, ut sit manifestum, quod centrum circuli consistit supra lineam *bd*, aut supra eam, que est secundum eius rectitudinem.[1])

Yrinus in figura 32ª dixit[2]), nihil esse ⟨dicendum⟩ propter eius debilitatem. Similiter in 33ª[3]) nihil dixit.

8. ubi dixit esse propter.

1) Heron quia non a chorda sed ab arcu procedere voluit, propositionem 24. post 29. posuit, quae arcum mediare docuit. Anaritius quoque in sua ad verba Heronis additione clare hanc causam exponit.

2) Euclides III, 32 (33): *Super datam lineam circuli portionem describere capientem angulum dato angulo equalem, seu rectum, seu maiorem, seu minorem recto.*

3) Euclides III, 33 (34): *Dato circulo dato angulo equum angulum capientem portionem abscindere.*

INCIPIT EXPOSITIO QUARTI LIBRI.

Dixit Euclides: *Figuram intra figuram scribere dicitur, cum fuerint omnes anguli figure intrinsece contingentes omnia latera figure extrinsece. — Circa vero figuram dicitur figura describi, cum fuerint omnia latera figure extrinsece contingentia omnes angulos figure intrinsece.*

Dixit Yrinus: Quidam opposuerunt huic loco et dixerunt, quare Euclides preposuit hec elementa huic parti, cum ipse non poneret in ea nisi figuras descriptas circa circulos, quibus hec elementa in nullis sunt necessaria. Dico autem, quod ipsa non ob aliud apposuit, nisi ut doctrina esset sufficiens.

Anaritius: Ideo Euclides apposuit hec elementa, quia noluit, ut principia, a quibus sumuntur probationes figurarum, que scribuntur intra alias figuras vel circa alias figuras, non sumantur nisi ex figuris, que continentur in hoc libro. Superficiales vero earum, quas in hoc posuit libro, sunt figure ille, quas in hac parte descripsit, et attulit ex eis duo genera, que comprehendunt omnes superficiales, scilicet circulum et figuram superficialem rectilineam; et ostendit, qualiter una intra aliam et alia circa aliam describatur, et pretermisit apponere probationem supra alias species superficialium habentium recta latera, quarum alie fiunt intra alias. Secundum hoc, quod dixit in his ⟨et⟩ apposuit in hac parte, innuit, quod in aliis sit faciendum. Ideoque apposuit omnia elementa, que sunt necessaria omnibus, qui querunt in geometria, in hoc libro. Et etiam alie figure superficiales indigent ad sui proba-

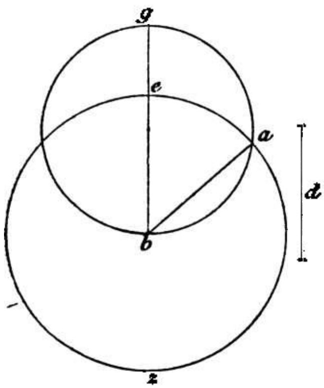
---

14. a quo. — 23. superficiales. — 25. et innuit.

tionem auxilio quinte partis et sexte, cum quibus perficitur modus describendi unam intra aliam et alteram circa aliam; ideoque Euclides posuit hec elementa communiter, et ideo dixit Yrinus, quod Euclides non attulit ea, nisi ut doctrina compleatur, secundum quod in dictis Yrini invenitur.

Dixit Euclides: *Figura dicitur describi intra circulum, cum fuerint omnes anguli figure intrinsece contingentes circonferentiam.*

Dixit Yrinus: Ergo non est tota doctrina, sicut ex nostro sermone est premissum, dicere figuram descriptam intra circulum et figuram descriptam circa circulum; et circulum descriptum intra figuram et circulum circa figuram descriptum, sed ad doctrine declarationem sciendum est, quod omne, quod est intra figuram et circulum, est, ut circuli circonferentia contingat angulos figure aut ipsius latera. Circulus enim neque angulos habet neque latera.



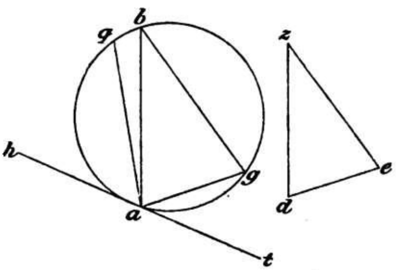
De prima figura[1]) dixit Yrinus, quod ipsa est, secundum quod Euclides dixit. Verumptamen si quis posuerit punctum supra circuli circonferentiam, et voluerimus ostendere qualiter ab eo in circulo protrahatur linea equalis alicui date linee, que non sit maior diametro circuli, ponemus, ut punctum datum sit punctum *b*, que est ⟨supra⟩ circonferentiam circuli *abg*, et linea data sit

2. describendi] perficiendi. — 17. angulum. — 18. latus.

1) Euclides IV, 1: *Intra datum circulum date recte linee, que diametro minime maior existat, equam rectam lineam coaptare.*

linea *d*. Secabo igitur ⟨de linea *bg*⟩ lineam *be*, et ponam ipsam equalem linee *d*. Deinde supra centrum *b* secundum spatium *be* describam circulum *aez*, et protraham lineam *ba*. Iam ergo a puncto *b* dato protraximus lineam *ab* equalem linee *d*; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Secunde figure[2]) secundum Yrini intentionem taliter invenitur opponi. Et hoc est, quia nos fecimus angulum *hab* equalem angulo *dez*, ergo iam scivimus, quod portio *agb* recipit angulum equalem angulo *dez*: ergo si fecerimus supra punctum *a* linee *ht* angulum equalem angulo *dze*, et linea, que perfecerit angulum, | cooperuerit 30



lineam *ab*, non pervenerit in circulo triangulus. Dico ergo, quod angulus factus est angulus *tab*: ergo duo anguli *hab*, *bat* sunt equales duobus angulis *dez*, *dze*. Sed coniunctio duorum angulorum *hab*, *tab* est equalis coniunctioni duorum rectorum angulorum, et ipsi sunt equales coniunctioni duorum angulorum *dez*, *dze*: ergo duo angulorum trianguli sunt equales duobus rectis, quod est contrarium et impossibile, quoniam iam ostensum ⟨est⟩ ex probatione figure 17ᵉ prime partis, quod omnes duo anguli cuiuslibet trianguli sunt minores duobus rectis. Quod si linea *ag*,

---

19. et non. — 22. *Ante* ***hab, tab,*** *Mscpt. habet:* trianguli.

---

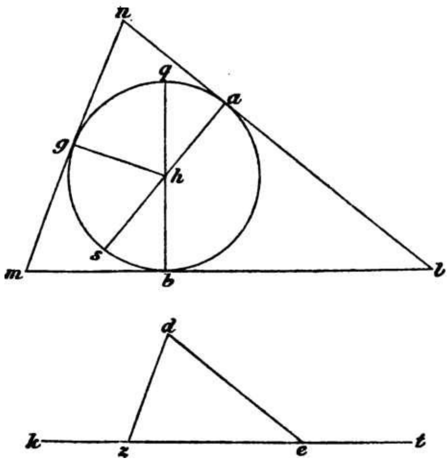
1) Haec Anaritii additio ab Euclidea demonstratione nullo alio modo deviat, nisi ut punctus circuli datus sit, a quo linea data in circulum inscribi debeat. In constructione Anaritii tamen non dicitur de constructione diametri *bg*, quae igitur ex dictis Euclidis supplenda erit.

2) Euclides IV, 2: *Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.*

que perficit angulum *tag* equalem angulo *dze*, ceciderit extra lineam *ab* a parte, qua sequitur linea *ah*, sicut in figura apparet, erit coniunctio duorum angulorum *hab*, *tag* maior duobus rectis angulis, erit ergo tunc doctrina magis impossibilis, quod ideo erit, quoniam duo anguli trianguli *dez* erunt maiores duobus rectis angulis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod autem Yrinus ⟨affert⟩ ex oppositionibus in figura tercia,[1]) est res debilis; ipsam tamen dicam.

Si quis dixerit: Cum protraxero etiam lineas *ah*, *bh* usque ad duo puncta *s* et *q*, et postea fecero angulum *bhg* equalem angulo *dek*, ⟨non⟩ cadet tunc linea *hg* inter duo puncta *q* et *s*. Dicam igitur, quoniam linea *as* est recta, cum sit diametrus circuli, ergo duo anguli *ahg* et *ghs* sunt equales duobus rectis. Sed angulus *ahg* est equalis duobus angulis *det*, *dzk*, et duo anguli *det* et *dzk* sunt maiores duobus rectis: ergo angulus *ahg* est maior duobus rectis. Sed ipse est minor coniunctione duorum angu-



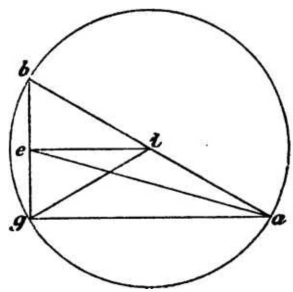
8. propositionibus. — 12. equaliter. — 15—16. puncta *q* et *s*] puncta quam. — 31. minor] maior.

1) Euclides IV, 3: *Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.* Quae Anaritius de debilitate argumenti contradicentis dicit, etiam ad additionem ad IV, 2 pertinent.

lorum *ahg*, *ghs*, que est equalis duobus rectis: hoc vero inconveniens, ergo linea *hg* non producitur supra lineam *hs* a parte puncti *b*. Quod si dicatur, quod ipsa cooperit lineam *hs*: dicam igitur, quod erunt duo anguli *det*, *dzk* equales duobus rectis. Hoc autem est inconveniens, quoniam ipsi sunt maiores duobus rectis: linea ergo *hg* non cooperit lineam *hs*, neque producitur supra eam a parte puncti *b*. Si vero dixerit, quod linea *hg* cooperit lineam *hq* coniunctam secundum rectitudinem linee *bh*, dicam ergo: quia angulus *ahb* est factus equalis angulo *det*, ergo remanet angulus *dzk* equalis duobus angulis *bhs*, *shq* rectis duobus equalibus, quod valde est inconveniens. Adhuc vero magis inconveniens erit, si dixerit, quod supra lineam *hq* a parte puncti *a* ducitur linea *hg*: ergo protractio linee *hg* semper erit inter duo puncta *q*, *s*. Postquam igitur hoc declaratum est, si aliarum figurarum exemplo ponantur, secundum quod Euclides posuit, non invenitur locus contradicendi. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

De quarta figura[1]) dixit Yrinus, quod ipsa est, secundum quod dixit Euclides.

De quinta figura[2]) Anaritius: Ostendam hoc, quod linea *le* ⟨equidistat⟩ linee *ag*. Ponam itaque triangulum *abg*, ut supra positus est, et protraham lineas ⟨*ae* et⟩ *lg*. Manifestum igitur est quod duo trianguli *ael*, *bel* sunt



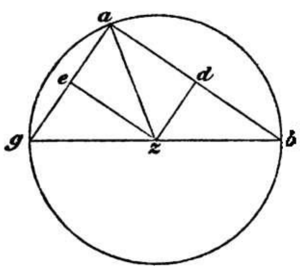
1. que est equalis duobus rectis] qui sunt recti. — 5. equales duobus rectis] sunt recti. — 12. Adhuc] adh. ut. — 25. lineam.

1) Euclides IV, 4: *Intra datum triangulum circulum describere.*

2) Euclides IV, 5: *Circa trigonum assignatum, sive illud sit orthogonium, sive ambligonium, sive oxigonium, circulum describere.*

supra duas [lineas] bases equales, et sunt unius altitudinis: ergo triangulus *ael* est equalis triangulo *bel*. Et etiam, quia duo trianguli *bel* et *elg* sunt supra duas bases equales, que sunt *be* et *eg*, et earum altitudo est una, que est punctum *l*, ergo triangulus *ble* est equalis triangulo *gle*: ergo triangulus *gle* est equalis triangulo *ale*. Sed ipsa sunt supra unam basim, que est linea ⟨*el*⟩, ergo ipsi sunt inter duas lineas equidistantes, que sunt linee *el* et *ag*, quod equidem constat secundum probationem figure quadragesime prime partis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Hic quoque declarabo modum, quo Euclides pervenit ad hoc, ut poneret probationem harum trium figurarum taliter, et inciperet et dividat unumquodque trium laterum trianguli in duo media, et protraheret a medietate duarum laterum continentium datum angulum lineas orthogonaliter. Ponam itaque aliquem triangulum, illum scilicet, supra ⟨quem⟩ sunt *a*, *b*, *g*, et ponam, ut angulus datus sit *bag*: dico igitur, quod erit possibile, quod centrum aut ⟨est⟩ supra lineam *bg*, aut intra lineam *bg*, aut erit extra lineam *bg*. Ponam itaque primum, ut ipsum sistet supra lineam *bg*. Ergo linea *bg* est diametrus circuli, et centrum est in medio linee *bg* supra punctum *z*. Quod est, quia circonferentia circuli continet triangulum *abg* et transit per puncta *a*, *b*, *g*: ergo linea, que coniungit, quod est inter duo puncta *a* et *z*, est equalis unicuique duarum linearum *bz* et *zg*. Et quia diametrus dividit circulum in duo media, ergo triangulus *abg* est in semicirculo. Manifestum est ergo ex probatione



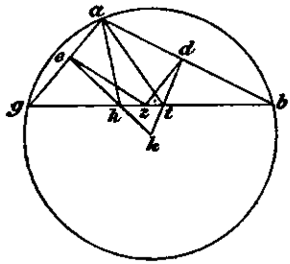
25. quod vero cum possibile. — 32. coniungitur. — *g* et *z*.

figure tricesime ⟨tercie partis⟩, quod angulus bag est rectus. Cum ergo diviserimus unamquamque duarum linearum ab, ag in duo media supra duo puncta d et e, et protraxerimus duas lineas dz et ze, manifestum erit, quod due linee zd et db sunt equales duabus lineis zd et da. Sed basis bz est equalis ⟨basi⟩ az: ergo angulus bdz est equalis angulo zda, ergo linea dz est orthogonaliter erecta super lineam ab; et similiter linea ze est perpendicularis supra lineam ag. Propter hoc igitur posuit Euclides angulum rectum, et divisivit lineam ab in duo media supra notam d, et produxit lineam dz ad medium linee bg. Deinde ostendit quod linea dz equidistat linee ag, ut demonstret, quod non protraxit eam, nisi ut esset perpendicularis. Sed etiam, licet non afferret testimonium figure tricesime partis tercie, secundum hunc modum foret manifestum, quoniam necessarium est, ut az, zb, ⟨zg⟩ sint equales. Quia igitur linea az est equalis linee bz, erit angulus abz equalis angulo baz; quod etiam, quia zg est equalis za, ergo angulus zga est equalis angulo zag: ergo coniunctio duorum angulorum abg, agb est equalis angulo bag. Sed tres anguli bag, gba, agb sunt equales duobus rectis angulis: ergo angulus bag est rectus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ponam preterea, ut centrum circuli sit extra lineam bg. Ponam itaque, ut ipsum sit nota k. Quod quia centrum circuli cadit extra, ergo sequitur, ut sit portio circuli, que continet triangulum abg, minor semicirculo. Sed iam fuit ostensum ex probatione figure tricesime tercie partis, quod angulus, qui cadit in portione minore semicirculo, est expansus: ergo angulus bag est expansus. Hoc quoque secundum alium modum declarabo. Quoniam protraham duas lineas kd, ke, ⟨que secant lineam bg notis t et h⟩. Et iam scivimus ex probatione figure tercie ⟨tercie⟩ partis, quod linee, que producuntur a centro ad medium cor-

5. linee ge et de. — 8. est erecta. — 18. linee ne. — angulus zag. — 31. declaratum. — 33. scivimus] secabimus.

darum, sunt perpendiculares; quod cum perpendiculares protrahuntur a centro, ipse dividunt cordas in duo media; et quia linea *ae* est equalis linee *eg*, ergo linea *eh* posita communi, erit basis *ah* equalis basi *hg*, ⟨et⟩ angulus *agh* est equalis angulo *gah*; et similiter angulus *dat* est equalis angulo *dbt*. Igitur coniunctio duorum angulorum *abg*, *agb* est equalis coniunctioni duorum angulorum *bat*, *gah*: ergo totus angulus *bag* est maior duobus angulis *abg*, *agb*. Sed anguli trianguli sunt equales duobus rectis, ergo angulus *bag* est maior medietate duorum rectorum: ergo est expansus. Sed linea *bg* dividatur in duo media supra *z*, et protrahantur due linee *dz*, *ez*, ⟨ergo⟩ manifestum erit ex figura, que est coniuncta figure, que hanc precedit, quod linea *dz* ⟨equidistat⟩ linee *eg*: ergo angulus *bdz* extrinsecus maior est angulo *adz*. Euclides vero ab hoc loco incepit et composuit, ut foret manifestum, quod due linee erecte supra duo puncta *d* et *e* concurrent extra lineam *bg*. Fit ergo concursus earum centrum, et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])



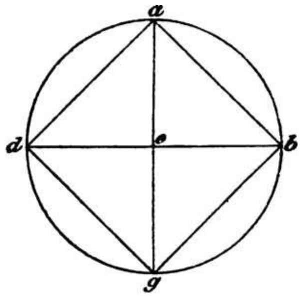
De sexta figura[2]) dixit Yrinus, quod ipsa est, secundum quod dixit Euclides. Hoc autem solvitur sic. Ponam itaque, ut quadratum sit factum. Propter hoc igitur, quod querimus, ut linea *ad* sit equalis linee *ab*,

28. quod querimus] quod etiam Yrinus.

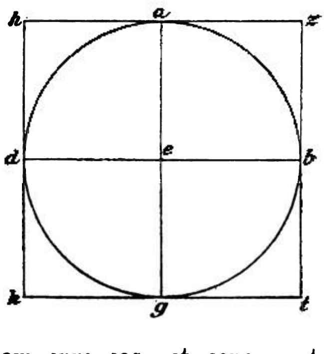
1) In hac additione Anaritii et in sequentibus primum id contineri videtur, quod *„analysis demonstrationis"* dici solet. Exponit enim, quomodo auctor demonstrationem vel, ut hic, constructionem et demonstrationem invenerit, hoc est genesim demonstrationis declarat.

2) Euclides IV, 6: *Intra datum circulum quadratum describere.*

et angulus a sit rectus manifestum est, quod convenit, ut linea bd sit diametrus circuli; et similiter etiam, cum querimus, ut sit linea ab equalis linee bg, et angulus ⟨b⟩ rectus, sequitur, ut sit linea ag diametrus circuli. Erit ergo tunc punctum e centrum, | ergo angulus eab est equalis angulo eba. Remanet ergo tunc angulus aeb rectus. Sed ipse est equalis angulo beg, ergo quatuor anguli, qui sunt apud centrum, sunt equales, et eorum ergo quilibet est rectus. Due itaque diametri se orthogonaliter secant. Euclides igitur ab hoc loco incepit, et invenit centrum, et fecit supra ipsum transire duas diametros sese orthogonaliter secantes. Ergo invenit, quod querebat. 31



In septima figura[1]) nihil dixit Yrinus: Eam solvam, sicut est, et ponam itaque, ut quadratum sit factum circa circulum. Propter hoc igitur, quod linea zh contingit circulum supra punctum a, erit linea, que a puncto a othogonaliter protrahitur, transiens per centrum; et similiter linee a punctis b et g et d orthogonaliter protracte provenient ad centrum. Protraham ergo eas, et concurrent supra punctum e, quod est centrum. Et quia unusquisque

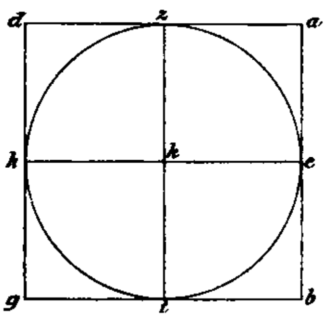


15. secant se. — 16. invenivit.

1) Euclides IV, 7: *Circa propositum circulum quadratum describere.*

duorum angulorum *a* et *b* est rectus, et angulus *z* propositus est rectus, ergo reliquus angulus *aeb* est rectus; et similiter ostendam, quod angulus *aed* est rectus: Iam ergo protrahuntur a puncto *e* linee *ae* due linee in duas diversas partes, que sunt linee *eb* et *ed*, et sunt duo anguli, qui sunt a duabus partibus linee *ae*, equales duobus rectis: ergo due linee *be*, *ed* secundum rectitudinem coniunguntur et fiunt una linea recta. Linea igitur *bd* est diametrus circuli *abgd*. Et similiter ostendam, quod linea *ag* est eius diametrus, et ipse iam se secant supra punctum *e*. Euclides itaque incepit et composuit ab hoc loco, ubi invenit centrum, et fecit supra ipsum transire duas diametros *ag*, *bd* secantes se orthogonaliter, et fecit transire supra extremitates diametrorum harum circulum contingentes. Deinde complevit reliquam probationem.

De octava figura[1]) nihil dixit Yrinus, sed eius solutio talis est. Quia *ke* est equalis *kz*, et linea *ab* contingit circulum supra punctum *e*, et similiter linea *ad* contingit circulum supra punctum *z*, ergo quilibet duorum angulorum, qui sunt apud puncta *z* et ⟨*e*⟩, est rectus. Sed etiam angulus *a* est rectus: relinquitur ergo, ut angulus *k* sit rectus. Et similiter ostendam, quod angulus *ekt* est rectus: ergo linea *zkt* est coniuncta secundum rectitudinem. Secundum huius quoque probationis equalitatem demonstratur, quod linea *ekh* est linea una recta. Queritur ergo, ut linea *az* sit equalis linee *zd*. Et similiter

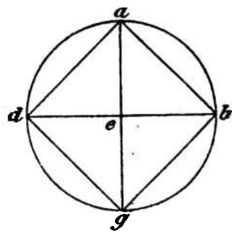


15. reliquis. — 23. punctum.

1) Euclides IV, 8: *Intra quadratum assignatum circulum describere.*

ostendam ex probatione figure septime huius partis, quod circulus *ezht* continetur a quadrato *abgd*. Secundum hoc igitur, quod in figura septima ostensum est, ostenditur, quod linea *ae* sit equalis linee *eb*, et *az* sit equalis *zd*, et quod unaqueque duarum linearum *eh*, *zt* sit linea recta. Euclides ergo ab hoc loco incepit cum compositione, et composuit vel divisivit unamquamque duarum linearum *ab*, *ad* in duo media, et protraxit duas lineas *eh*, *zt* orthogonaliter. Deinde ordinavit probationem secundum ordinem, quem premisimus. Yrinus vero in hac nihil dixit.

Figura vero nona[1]) secundum modum solutionis est sic. Ponam itaque, ut circulus sit descriptus circa figuram quadratam: dico igitur, quod due linee *de*, *eb* iam sunt coniuncte secundum rectitudinem, et similiter *ae*, *eg*. Et quia linee, que a centro ad circumferentiam protrahuntur, erunt equales, ergo linea *ea*, *eb*, *eg*, *ed* sunt equales. Ergo duo latera *ae*, *eb* sunt equalia duobus lateribus *ae*, *ed*; sed et basis *ad* est equalis basi *ab*, ergo angulus *aeb* est equalis angulo *aed*. Iam ergo ⟨sunt⟩ protracte a puncto *e* linee *ae* due linee *eb*, *ed* secundum rectitudinem, et fiunt linea una recta, ergo linea *db* est recta; et similiter linea *ag*. Euclides igitur hic incepit, et protraxit duas lineas *ag*, *bd*. Deinde complevit probationem.



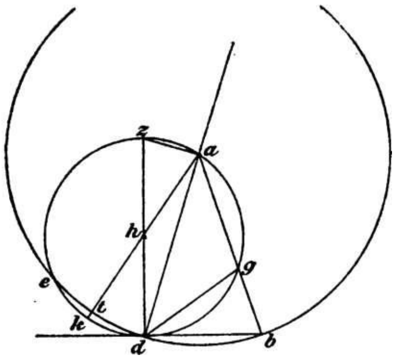
In figura decima[2]) nihil dixit Yrinus. Verump-

8. linearum *ad, dh*. — 10. Invenit vero in hac. — 24. protractum.

1) Euclides IV, 9: *Circa assignatum quadratum circulum describere.*

2) Euclides IV, 10: *Duum equalium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis optinet, reliquo duplus existat.*

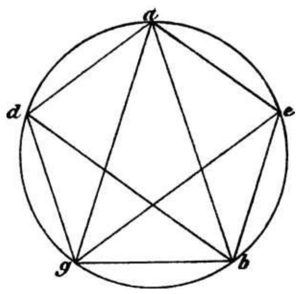
tamen possibile est, ut circa triangulum *agd* describatur circulus, postquam factus fuerit angulus *agd* rectus aut expansus: dico igitur, quod linea *bd* contingit circulum *gad*,



et angulus *bda* est acutus: ergo linea, que est perpendicularis supra punctum *d* linee *bd*, est diametrus circuli *agd*, et est casus eius a linea *da* sicut casus linee *dz*, portio igitur *dga* est minor semicirculo: ergo angulus *agd* est expansus. Ponam autem, ut centrum circuli *agd* sit nota *h*, et protraham lineam *ah*. Manifestum est itaque, quod linea *ah* est equalis linee *hd*, quoniam ipse sunt producte a centro. Sed linea *ht* est minor medietate diametri circuli *agd*; protraham itaque ipsam usque ad *k*, et erit equalis medietati diametri: ergo manifestum est, quod circulus *agd* secat circulum *edb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Secundum solutionis vero modum est ita. Ponam quod triangulus *abd* sit constitutus, et quod quisque duorum angulorum *b*, *d* sit duplum anguli *bad*. Dividam ergo angulum *adb* in duo media cum linea *dg*: ergo unaqueque duarum sectionum est equalis angulo *gad*. Quero igitur, an superficies rectorum angulorum, que continetur a duabus lineis *ab* et *bg*, sit equalis quadrato *ag*. Ergo, quia angulus *bad* est equalis angulo *adg*, erit linea *ag* equalis linee *gd*; et quia angulus *bgd* est equalis duobus angulis *gad*, *adg*, qui sunt equales, ergo angulus *bgd* est duplus anguli *gad*. Angulus igitur *bgd* est equalis unicuique duorum angulorum *abd*, *adb*: ergo linea *gd* est equalis linee *bd*. Sed linea *gd* iam fuit equalis linee *ag*: ergo linea *ag* est equalis linee *bd*. Sed angulus *agd* est maior angulo *bgd*, ergo ipse est obtusus. Erigam itaque supra punctum *d* linee *bd* perpendicularem, que sit *dz*. Cum ergo constituerimus circa triangulum *agd* circulum *agd*, erit linea *dz* diametrus circuli, et linea *bd*, contingens circulum apud punctum *d*, erit extra ipsum. Sed ab ipso ⟨*b*⟩ protracta est linea *ba* secans eum et linea *bd* contingens ipsum: ergo rectangulum, quod continetur ⟨a lineis⟩ *ab* et *bg*, est equale quadrato *bd*. Sed *bd* est equalis *ag*, ergo rectangulum, quod continent ⟨linee⟩ *ab* et *bg* est equale quadrato *ag*. Ab hoc itaque loco incepit Euclides, et posuit quandam lineam sicut lineam *ab*. Deinde divisit eam supra punctum *g*, et postquam sic divisit eam, ordinavit probationem, sicut diximus; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

Undecima figura[2]) secundum solutionis modum sic declaratur. Ponam itaque, ut pentagonus *adgbe* sit in circulo descriptus, et ponam, ut angulus *age* sit equalis angulo *bge*, quod manifestum est ex hoc, quod arcus *be* est equalis arcui *ea*; et similiter ostendam, quod anguli *abd*, *dbg*, *bag* sunt equales, et ostendam, quod quisque duorum angulorum *abg*, *agb* est duplus anguli *bag*. Euclides igitur ab hoc loco incepit et ordinavit probationem; et illud est, quod demonstrare voluimus.



2. obtusus] obliquus. — 14. probationem] provident.

1) Prima pars additionis Anaritii ab iis, quae de ea re in editione Campani inveniuntur, essentialiter est diversa. Secunda pars, ut prius, analysim constructionis declarat.

2) Euclides IV, 11: *Intra datum circulum equilaterum et equiangulum penthagonum describere.*

De figura quinta decima[1]) dixit Yrinus, quod ipsa est, sicut dixit Euclides. Quidam tamen querunt, quare Euclides apposuit figuram exagoni, et non apposuit figuram decagoni. Sed si quis dixerit, quod exagonus est necessarius figuris superficialibus, que sunt elementa figurarum corporearum, nos dicemus, quod decagonus non minus est necessarius, quam exagonus; et etiam si dixerit, quod descriptio exagoni et decagoni est manifesta, scilicet quod, cum descripserunt in circulo triangulum equilaterum, et diviserunt quemque arcum laterum in duo media, et coniunxerunt notas cum lineis, fiet in circulo dato exagonus equilaterus et equalium angulorum; et similiter etiam fecerimus in decagono, id est, ut faciamus in circulo penta-
32 gonum. Ergo, quia iste tres figure fuerint, sicut di|ximus, dimisit decagonum et apposuit exagonum. Nos vero dicimus, quod Euclides non ideo apposuit exagonum, quod est manifesta eius descriptio, sed ideo, quod probatur in ipso, quod, cum fuerit in circulo exagonus equalium laterum et angulorum, erit latus exagoni equale medietati diametri circuli; et cum fuerit in circulo figura equalium laterum, et fuerit medietas diametri equalis uni laterum ipsius, erit et illud latus exagoni. Hoc enim in figuris corporeis est necessarium. Propterea dixit Yrinus: Licet hoc ita sit, tamen addam hoc, quod Euclides cum hoc, quod fecit in exagono, innuit, quod de aliis, que sunt hoc modo, sit faciendum, sicut est decagonus et alii huius modi.[2])

In figura sexta decima[3]) dixit Yrinus, quod ipsa

---

1) Euclides IV, 15: *Intra propositum circulum exagonum equilaterum et equiangulum describere. Ex hoc itaque manifestum est, quod latus exagoni equum est dimidio diametri circuli, cui inscribitur.*

2) Illa pars additionis, quae a verbis incipit: „*Quidam tamen querunt*“, ut ex ultima alinea patet, ab Herone addita est.

3) Euclides IV, 16: *Intra datum circulum quindecagonum equilaterum et equiangulum designare. Deinde circa quemlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atque equiangulum, atque intra datum quindecagonum circulum describere.* —

est, sicut dixit EUCLIDES, que ubilibet est necessaria superioribus spheris. In his enim spheris necessarium est, ut sit in arcu, qui est inter circulum equinoctialem et inter unumquemque duorum circulorum solstitialium, figura habens duodecim bases, et astrologi dixerunt, scilicet quod arcus, qui est inter circulum equinoctii et inter unum duorum circulorum solstitialium, quod scilicet est arcus unius circulorum, qui transeunt per polos sphere, scilicet polos tocius, recipit figuram duodecim basium equalium, et ideo EUCLIDES apposuit hanc figuram, ut nihil pretermittatur non probatum.

Et postquam iam manifesta sunt ea, que diximus[1]), et figure omnes sunt demonstrate, ergo non pretermittam, quin faciam figuram, cum qua potest describi circulus circa figuram equalium laterum et equalium angulorum aut intra eam, et ad hoc declarandum premittam propositionem. Dicam ergo: Intra omnem figuram equalium laterum et angulorum, quam recte continent linee, est punctum, a quo omnes linee recte ad angulos figure protracte sunt equales; et hoc punctum figure plurium angulorum est centrum, et centrum circuli descripti circa eam et descripti intra ipsam. Exempli causa ponam figuram *abgdez*, et ponam, ut eius latera sunt equalia et anguli equales: dico igitur, quod intra figuram *abgdez* est punctum, a quo omnes linee ad angulos figure producte sunt equales, et omnes perpendiculares ab eo ad latera figure protracte sunt equales. Probatio eius, quoniam dividam duos angulos

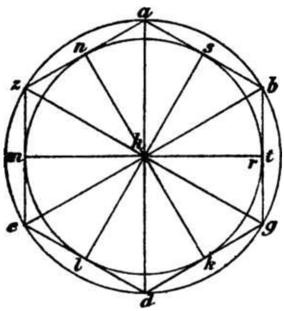
---

2. speris *et sic semper.* — 4—5. figura unius duodecim. — 10—11. nihil nisi pretermittant vero probatum.

Ex ipsis verbis propositionis patet, quod utroque loco additionis ANARITII *„quindecim"* legendum est pro *„duodecim"*. Cum autem Mscptm. utroque loco clare *„duodecim"* expressis verbis praebeat, textum alterare nolui.

1) Haec additio et sequens HERONIS est. Sequens enim ea demonstrat, quibus in prima utitur.

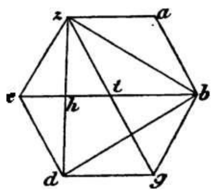
figure in duo media, que intra continue sequuntur, (et ponam, ut ipsi sunt duo anguli *abg*, *bgd*), cum duabus lineis *bh*, *gh*, que intra figuram *abgdez* supra punctum *h* concurrant: dico ergo, quod punctum *h* est centrum figure, quam recte continent linee, et circuli descripti intra ipsam et descripti circa ipsam. Probatio eius. Quoniam angulus *gbh* est equalis angulo *bgh*, ergo linea *bh* est equalis linee *gh*; et etiam quia *ab* est equalis linee *bg*, et linea *bh* est equalis linee *gh*, ergo due linee *ab*, *bh* sunt equales duabus lineis *bg*, *gh*. Sed etiam angulus *abh* est equalis angulo *bgh*, ergo basis *ah* est equalis basi *bh*: ergo tres linee *ah*, *bh*, *gh* sunt equales, et angulus *bah* est equalis angulo *gbh*. Sed angulus *gbh* est medietas anguli *abg*: ergo angulus *bah* est medietas anguli *baz*, quoniam totus angulus *baz* est equalis toti angulo *abg*. Angulus itaque *baz* iam est in duo media partitus cum linea *ah*. Secundum huius quoque probationis equalitatem ostenditur, quod relique linee a puncto *h* ad angulos figure protracte sunt equales. Supra igitur *h* cum spatio unius harum linearum ad angulos protractarum describam circulum continentem figuram *abgdez*, et dico etiam, quod idem punctum est centrum circuli descripti intra figuram *abgdez*, et quod eius circonferentia transit per puncta, ad que perpendiculares a puncto *h* ad latera figure protracte proveniunt. Protraham ergo perpendiculares *ht*, *hk*, *hl*, *hm*, *hn*, *hs*. Et quia angulus *htb* est equalis angulo *hsb*, et angulus *abh* est equalis angulo *gbh*, ergo latere *bh* communi erit per-



2. ipsa. — 7. circa] extra. — 9. est est equalis. — 34—p. 154, 1. perpendicularis perpendiculari *dh*.

pendicularis *th* equalis perpendiculari *sh*. Et secundum huius probationis similitudinem ostendam, quod reliqui perpendiculares sunt equales. Cum ergo posuerimus punctum *h* centrum, et circumduxerimus circulum secundum spatium unius harum perpendicularium, transibit per reliqua puncta *t*, *k*, *l*, *m*, *n*, *s*; et linee protracte a puncto *h* ad hec puncta erunt perpendiculares. Manifestum est igitur ex probatione figure quindecime partis tercie, quod latera figure contingunt circulum descriptum intra ipsam; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit YRINUS: Preterea ponam, ut due recte linee, que dividunt duos angulos *abg*, *bgd* in duo media, concurrant intra figuram. Ponam itaque figuram equalium laterum et angulorum, scilicet supra qua sunt *a*, *b*, *g*, *d*, *e*, *z*, et coniungam *zd* et *zb* et *zg* et *bd*, et dividam angulum *abg* in duo media cum linea *bh*. Et quia due linee *ba*, *az* sunt equales duabus lineis *gb*, *gd*, et angulus *g* est equalis angulo *a*: ergo basis *bz* est equalis basi *bd*, et angulus *zba* est equalis angulo *dbg*. Sed nos cum divisimus angulum *abg* in duo media cum linea *bh*: ergo angulus *zbh* est equalis angulo *dbh*. Et etiam, quia linea *zb* est equalis linee *db*, ergo linea *dh* communi erunt due linee *zb*, *bh* equales duabus lineis *db*, *bh*, et angulus *zbh* est equalis angulo *dbh*: ergo basis *zh* est equalis basi *dh*, et angulus *bhz* est equalis angulo *bhd*, ergo angulus *bhz* est rectus. Et etiam, quia *zh* est equalis *hd*, ergo *he* posita communi erunt due linee *zh*, *he* equales duabus lineis *dh*, *he*. Sed basis *ze* est equalis basi *ed*: ergo angulus *zhe* est equalis angulo *dhe*, et angulus *zeh* est equalis angulo *deh*. Angulus igitur *e* iam est divisus in duo media. Sed angulus *zhe* est rectus, et iam fuit ostensum, quod etiam angulus *zhb* est rectus: ergo linea *bh* iuncta est linea *he* secundum rectitudinem. Linea ergo dividens angulum *abg* provenit ad



angulum e, et dividit ipsum in duo media, et secat lineam gz supra punctum t; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit Euclides[1]) *Figurarum, quarum laterum numerus ⟨est⟩ impar, linee due, que dividunt angulos, perpendiculariter cadunt super latera figure.* Et etiam est manifestum, quod intra concurrant; et illud est, quod demonstrare voluimus.

---

1) Locum, ubi Euclides de hac re disseruit, invenire non potui. Sed ea, quae dicuntur, adhuc ad demonstrationem ultimae propositionis Heronis pertinent.

INCIPIT PARS QUINTA.

Dixit Euclides: *Minor quantitas est pars maioris quantitatis, quando mensurat maiorem.*

Ideo Euclides dixit hic „partem“ et non „partes“, quia dixit ⟨de⟩ multiplicibus et quantitatibus proportionalibus, et etiam ideo dixit, quia ex hoc, quod dixit „partem“, intelligunt partes esse.

Et est maior multiplex minoris, cum cadit supra ipsam mensuratio minoris. — Et proportio est aliqua relatio quantitatis, que est inter duas res unius generis.

Ex hoc, quod Euclides dixit „relatio aliqua“, voluit intelligi, quod relatio est communis omnibus predicamentis, vel ideo dixit „relatio aliqua“, quia relatum communicat predicamentis, et posuit ipsam in una cathegoria, scilicet quantitate. Et cum dixit „inter duas quantitates“ voluit intelligi instantiam, quam una duarum quantitatum habet ad aliam, quia proportio est instantia[1]) unius quantitatis ad aliam | quantitatem, que sunt unius generis; 33
scilicet instantia linee ad lineam, aut instantia superficiei ad superficiem, aut corporis ad corpus, aut numeri ad numerum, ⟨aut⟩ orationis ad orationem, aut temporis ad tempus, aut loci ad locum. Hoc autem habitudo[2]) communicationis, et aliud habitudo seiunctionis. Habitudo autem communicationis est, an duarum quantitatum sit alia quantitas communiter metiens eas, aut una earum

---

1) *„Instantia“* idem est, quod Gherardus inmediate ante *„relationem“* dicit. Conferas ad hunc locum, quae leguntur in editione Heibergiana Euclidis vol. V, p. 286—287, scholio 15.

2) *„Habitudo“* quoque tercia est expressio vocum *„relatio“* et *„instantia“*.

aliam metiatur. Quod si una earum fuerit mensurans alteram, erit habitudo minoris ad maiorem habitudo partis, et erit habitudo maioris ad minorem habitudo multiplicium. Quod si superfluerit ex maiore pars una minor quantitate minore, impossibile est, quod ulla pars, que superfluit, metiatur quantitatem minorem, donec finiat eam totam, aut donec supersit ex minore pars minor superfluitate prima: ergo semper, ⟨si⟩, que primum superfluit, mensuraverit quantitatem minorem et finit eam, ipsa erit tertia quantitas, que communicantes quantitates duas metitur. Et si superfluerit una pars, que sit superfluitate prima minor, impossibile est etiam, quin ipsa metiatur superfluitatem primam, donec finiet eam, aut superfluat ex superfluitate prima pars minor superfluitate secunda. Quod si ipsa mensurans fuerit primam superfluitatem, ipsa erit tercia quantitas, que metitur duas quantitates communicantes. Et si superfuerit pars minor superfluitate secunda, impossibile est, quin hec habitudo sit una duorum modorum, scilicet ut huius superfluitates perveniant ad unam superfluitatem, que mensuret eam, que est ante ipsam, et finiat ipsam, que erit quantitas tercia, que metitur duas quantitates; et erit habitudo minoris ad maiorem habitudo partium, et illa superfluitas erit pars partium maioris. Aut non perveniat ad aliquam superfluitatem, que metiatur eam, que est ante ipsam, ullo modo, et erit habitudo hec habitudo, que est inter duas quantitates incommunicantes.

Dixit Euclides: *Proportionalitas est similitudo proportionum. — Et minor proportionalitas que est, in tribus existit quantitatibus.*

Similitudo erit in proportione, cum quantitates fuerint plures duabus, et fuerit ⟨proportio⟩ prime ad secundam sicut proportio alterius quantitatis ad aliam, sicut est proportio secunde ad terciam, et tercie ad quartam, et sic in aliis quantitatibus, que continue sequuntur. Et

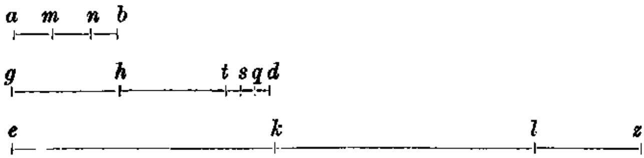
10. communicationes. — 15. mensurando. — superfluitate.

minor que erit, hec similitudo erit in tribus quantitatibus, et est comparatio habitudinis, que est inter duas quantitates primas proportionales, et habitudinis, que est inter alias. Ergo, cum fuerit habitudo, que est inter duas primas, eadem, que est inter duas postremas, dicitur tunc, quod est hec habitudo similitudinis in proportione; et cum non fuerit sic, non erit tunc habitudo similitudinis in proportione; et hec est quantitas et non qualitas. Quoniam, si fuerit habitudo, que est inter duas primas, habitudo equalitatis, ⟨aut⟩ erit habitudo, que est inter duas primas, habitudo multiplicium, aut habitudo partis, aut habitudo partium, aut alia habitudo proportionis, quas quantitates communicantes ⟨habent⟩: erit etiam habitudo, que est inter duas postremas, eadem habitudo, quia hec sunt qualitates et non quantitates. Et similiter etiam habitudo erit inter quantitates incommunicantes. Quod si fuerit in tribus quantitatibus, prima scilicet, secunda et tercia, et fuerit proportio prime ad secundam ut secunde ad terciam, et mensuraverit prima secundam, et superfluerit superfluitas una minor prima; et postea mensuraverit secunda terciam, ⟨et⟩ superfluerit superfluitas una minor secunda, et fuerit mensuratio, qua secunda mensurat terciam, eadem, qua prima mensurat secundam; deinde etiam mensuraverit superfluitas, que superfluit ex secunda, quantitatem primam, et superfluerit alia superfluitas, que sit minor superfluitate prima, que superfluerat ex secunda quantitate; et mensuraverit etiam super⟨fluitas⟩ secunda, que superfluerat ex tercia quantitate, secundam, et superfluerit alia superfluitas minor superfluitate prima, que superfluerat ex tercia; et fuerit mensuratio, qua superfluitas prima, que superfluerat ex tercia, mensurat quantitatem secundam, eadem, qua superfluitas prima, que superfluit ex secunda, cum prima mensuravit eam, mensurat primam; et superfluit super-

5. dicentium. — 6—7. cum vero fuerit. — 13. autem et etiam. — 14. quia] quod. — 17. fuerit et. — 19. minor in uno primo. — 28. alia et.

fluitas secunda, que remansit ex secunda, cum mensurat ipsam superfluitas, que remansit ex tercia, minor superfluitate, que remansit ex tercia; neque unquam removerit se multitudo mensurationis superfluitatum usque in infinitum: tunc quantitates, que erunt secundum hanc habitudinem, dicuntur proportionales, et erit habitudo, que erit inter eas, similitudo proportionis.

Verbi gratia. Ponam primam quantitatem *ab*, et secundam *gd*, et terciam *ez*, et ponam, ut *ab* mensuret *gd* bis secundum quantitatem scilicet *gh*, *ht*, et superfluat

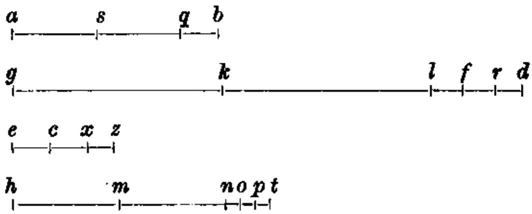


td minor *ab*; et mensuret etiam *gd* eadem mensuratione *ez*, scilicet *ek*, *kl*, et superfluat *lz*, minor *gd*; et deinde etiam mensuret *dt* *ab*, et ponam, ut etiam mensuret eam bis, scilicet *am*, *mn*, et superfluat *nb* minor *dt*; et mensuret *lz* eadem mensuratione *td*, scilicet, *ts*, *sq*, et superfluat *qd* minor *lz*; et non removetur hec vicissitudo ab his tribus quantitatibus currens sequi equalitatem usque in infinitum: erit ergo tunc hec habitudo ⟨habitudo⟩ similitudinis proportionis, et est proportionalitas, que est inter quantitates. Et habitudo, que est inter quantitates communicantes, est communis quantitate discrete et omnibus quantitatibus continuis, cum fuerint communicantes; sed hec habitudo, que est sectionum, est propria in quantitatibus continuis.

Et ita etiam esset, si poneremus quatuor quantitates, et foret proportio prime ad secundam sicut proportio tercie ad quartam. Verbi gratia. Ponamus, ut *ab* sit prima, et secunda *gd*, et tercia *ez*, et quarta *ht*; et ponamus,

9. mensuretur. — 11. et minor.

ut ab mensuret gd bis, scilicet gk, kl, et superfluat ld minor ab; et tociens ez mensuret ht, scilicet hm, mn, et superfluat superfluitas, que sit minor ez, que est nt; et ponamus, quod ld mensuret ab bis, scilicet as, sq, et superfluat qb minor ld; et similiter mensuret tn ez,



scilicet ec, cx, et superfluat xz minor nt; et postea etiam mensuret qb ld, quotiens volumus, et ponamus, ut mensuret ipsam bis, scilicet lf, fr, ⟨et superfluat rd minor qb⟩; et similiter mensuret xz nt, scilicet no, op, et superfluat pt minor xz. Secundum hunc ergo modum currat habitudo inter has quatuor quantitates: tunc fluat proportionalitas, cum mensuret ab gd aliquo modo mensure, et superfluet aliqua superfluitas minor ab, mensurabit ez eadem mensura ht, et superfluet superfluitas, que erit minor ez; et similiter ⟨cum⟩ superfluitas ld mensurabit ab cum quolibet numero ⟨et superfluet superfluitas, que erit minor ld⟩, mensurabit nt cum eodem numero xz, et superfluet superfluitas, que erit minor nt; et non removebitur hec vicissitudo ab eis in superfluitatibus usque in infinitum. Et si non fuerit habitudo quantitatum in similitudine, que est inter eas, hec eadem habitudo, ita non erunt proportionales. Quod si prima mensuraverit secundam secundum numerum minorem numero, quo tercia numerat quartam, et superfluat aliqua superfluitas ex secunda mensurans quantitatem primam secundum numerum minorem numero, quo superfluitas remanens ex quarta

19. ab eius.

mensurat terciam; et superfluerint etiam due superfluitates ex prima et tercia, quarum habitudo ⟨non⟩ sit ad alias
34 du|as primas, que remanserunt ex secunda et quarta, eadem habitudo, et non remanet hec habitudo similitudinis currens inter superfluitates vicissim usque in infinitum: tunc hec habitudo erit habitudo, in qua erit proportio prime ad secundam maior proportione tercie ad quartam. Et si non fuerit ita, sed numerus, quo prima mensuret secundam ⟨fuerit⟩ maior numero, quo tercia mensuret quartam, et superfluerit superfluitas ex secunda, que mensuret primam secundum numerum maiorem numero, quo superfluitas quarte mensuret terciam; et superfluerint etiam due superfluitates ex tercia et prima, quarum habitudo ad superfluitates primas sit eadem habitudo; neque remanet hec habitudo vicissim currens inter superfluitates usque in infinitum: tunc hec habitudo erit habitudo, in qua dicunt, quod proportio prime ad secundam est minor proportione tercie ad quartam.

Dixit Euclides: *Quantitates, inter quas dicitur esse proportio, sunt, quarum possibile, cum multiplicantur, alias addere.*

Voluit Euclides intelligere habitudinem, que est inter quantitates secundum proportionem eandem, que est inter quantitates unius generis, quarum una ex speciebus quantitatum ipsarum metitur hec, ⟨et⟩ cum multiplicam hanc, producentur multiplicia earum, aut equalia, aut alia addentia super alia secundum quantitatem eius communem; aut supererunt ex unaquaque earum superfluitates unius speciei. Sic, cum fuerit sic, superfluerit, ⟨si linea,⟩ linea; ⟨si superficies,⟩ superficies; si corpus, corpus; si tempus, tempus; si fuerint loca, loca; aut si fuerint orationes, orationes; aut ⟨si⟩ numeri, numeri. Verbi gratia. Cum fuerit proportio linearum ad lineas ut proportio super-

1. si fluerit. — 2. sit eadem. — 13. tercia ex prima. — 22. que cum inter. — 28. superfluitatem. — 32. numeros numeri.

ficierum ad superficies, erit superfluitas, que superest ex mensura, qua prima mensurat secundam, linea; et erit superfluitas, que superest, cum superficies mensurat superficiem, superficies: ergo erit habitudo vicissitudinis inter superfluitates hec eadem habitudo; scilicet quod superest ex linea, erit linea, et quod superest ex superficie, erit superficies. Quod si habitudo, que dicitur proportionalitas, posita fuerit inter lineam et superficiem, aut inter superficiem et corpus, impossibile ⟨esset, quod⟩ superficies mensuret lineam, aut corpus superficiem. Licet enim linea multiplicaretur, impossibile esset, quod aut ei equaretur, aut maior ea fuerit cum tali aut tali quantitate. Quod ideo Yrinus dixit de iis, quod sunt, quarum, cum multiplicate fuerint, possibile alias maiores esse aliis, scilicet voluit, ut essent unius generis. Linee enim, licet in infinitum multiplicarentur, nunquam tamen superficie essent maiores; et similiter ea, que non sunt homogenea. Homogenea sunt species, quarum alias aliis comparari possibile est, ut linea linee, angulus angulo, corpus corpori.

Dixit Euclides: *Quantitates dicuntur homogenee, que, cum multiplicate fuerint, possibile est, ⟨quod⟩ earum multiplicia quedam essent aliis maiora.*[1])

Asamithes vero vocat eas quantitates, quarum alie aliis comparantur.[2])

Dixit Euclides: *Quantitates, que dicuntur esse in proportione una, prima ad secundam et tercia ad quartam, sunt, cum fuerint multiplicia prime et tercie equaliter accepta utraque simul addentia super multiplicia secunde et quarte equaliter accepta, quecumque multiplicia fuerint, aut simul equantur eis, aut simul minuunt ab eis, cum alia aliis continue fuerint comparata.*

17—18. *Ante* Homogenea *iteratur:* que non sunt.

1) Hanc definitionem quantitatum homogenarum apud Euclidem invenire non potui; etiam apud Heronem non exstat.

2) Neque apud Archimedem talem definitionem invenire potui.

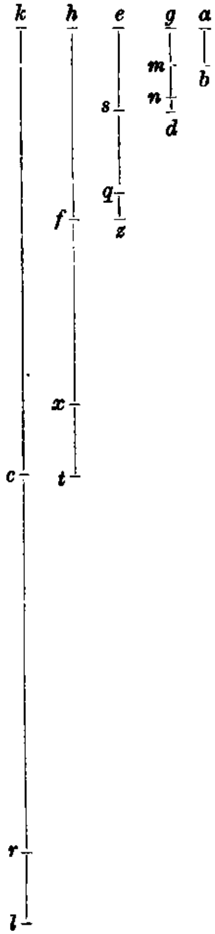
Non vult, ut essentie multiplicium sint addentes aut equantes aut minuentes, sed tota quantitas, que est multiplex prime, si fuerit minuens, erit minuens; et si fuerit equalis ei, erit equalis ei; et vult, ut vices augmenti sint equales numero communi, qui mensurat primam et secundam, et terciam et quartam, quod tunc ⟨erit⟩, cum prima communicat secunde, et tercia quarte. Quod si non fuerint communicantes, sed incommunicantes, erit numerus quantitatum, quo mensurant multiplicia prime multiplicia secunde, equalis numero ⟨quantitatum⟩, quo multiplicia tercie metiuntur multiplicia quarte; et erit numerus quantitatum, quo superfluitas secunde mensurat primam, equalis numero quantitatum, quo superfluitas quarte mensurat terciam; ⟨et⟩ quod erit numerus quantitatum, quo superfluitas prime metitur secunde superfluitatem, equalis numero quantitatum, quo superfluitas tercie metitur superfluitatem ⟨quarte⟩; et hoc non removebitur usque in infinitum. Neque Euclides voluit nisi hoc. Si quis dederit operam, ut supra hoc et supra alia inducat probationes, pro nihilo laborabit, quoniam oportebit eum efferre alias figuras, que sequuntur; et si secundum veritatem pro certa vice de eo sciret, quod non est eis necessarium, ut probetur etiam, quod ad hunc pervenient locum. Queque enim per se habet elementa secundum ordinem sui.

Dixit Euclides: *Quantitates, que sunt in proportione una, nominantur proportionales. — Et si fuerint multiplicia eisdem vicibus accepta, scilicet multiplicia prime addentia super multiplicia secunde, sed multiplicia tercie non fuerint addentia super multiplicia quarte; dicunt tunc, quod proportio prime ad secundam est maior proportione tercie ad quartam. — Et proportionalitas ad minus erit in tribus terminis. — Et cum fuerint tres quantitates proportionales, erit proportio prime ad terciam proportio prime ad secundam duplicata cum iteratione.*

---

2. totam quantitatem. — 6. et tercie. — 15. equale. — 23. per se] ps. — 29. probatio.

Scilicet numerus vicium, quibus quantitas prima metitur secundam, cum in se fuerit multiplicatus, proveniet numerus, qui erit proportio prime ad terciam. Et si fuerint quatuor quantitates, multiplicetur ille quadratus in numerum primum, et erit summa, que provenit, proportio prime ad quartam. Et similiter, si fuerint quinque quantitates, multiplicetur, qui provenit, in numerum primum, et quod proveniet, erit proportio prime ad quintam. Verbi gratia. Ponamus quinque quantitates *ab*, *gd*, *ez*, *ht*, *kl*, et mensuretur *ab* bis *gd*, et superfluat, quod sit equale tercie *ab*; ergo *ab* metitur *gd* bis et cum tercia unius vicis, et numerus eas denominans est duo et tercia. Cum ergo duo et tercia in se multiplicati fuerint, erunt quinque et quatuor none; et iste est numerus, qui denominat vices, quibus *ab* metitur *ez*. Et cum multiplicaverimus hanc summam in duo et terciam, erit summa 12 et sex none et tercia none; et ista est quantitas, qua *ab* metitur *ht*. Et si multiplicaverimus 12 et sex nonas et tertiam none in duo et terciam, erit summa 29 et quinque none et septem none nonarum; et iste est numerus vicium, quibus *ab* metitur *kl*. Et ponamus, ut quantitates, que sint in *gd* equales *ab*, sint *gm*, *mn*, et superfluat *nd* equalis tercie *ab*; et similiter sint quantitates, que sunt in *ez* equales *gd*, *es*, *sq*, et superfluat *gz* equalis tercie *gd*;



1. quibus quia prima. — 2. multiplicata. — 11. **ad quartam.** 23. tercia. — 31. quantitate. — 31—32. equales *gd*, *ab*.

et eodem modo sint in ht quantitates equales ez, hf, fx, et superfluat xt equalis tercie ez; et similiter quantitates, que sunt in kl equales ht, sint kc, cr, et supersit rl equalis tercie ht. Et quia es est equalis gd, et gd est duplum ab et tercia, erit numerus communis, qui metitur eas, tercia ab: ergo numerus communis numerat gd septies. Sed es est equalis gd, ergo numerus communis mensurat es septies, ergo metitur eq quaterdecies. Sed qz est equalis tercie gd, ergo metitur numerus communis ⟨ez⟩
35 bis et cum tercia, ergo numerat ez | sex decies et cum tercia. Sequitur ergo, ut numerus communis, qui metiatur ez et ab, sit nona ab: ergo metitur ab novies, et mensurat ez quadragesies novies, et metitur gd vicies semel [Sed novem et 21 et tercia et due septime tercie unius. ergo cum in se multiplicate fuerint, fit numerus, qui provenit, numerus, quo ab mensurat ez][1]), ergo, quia numerus mensurat ab novies et ez quadragesies novies, mensurat ab ez quinquies et cum quatuor nonis. Et secundum hunc modum scies reliqua, queque remanserunt, scilicet ab, gm, mn, nd, et gz, hf, xt, kc, kl. Quod si quantitates fuerint incommunicantes, hoc idem erit omnino necessarium secundum has vices, quibus prima mensurat secundam et tercia quartam, et superfluitatibus mensurantibus secundum hunc modum, quem ostendimus.

Et dixit: *Quod cum fuerint quatuor quantitates proportionales, erit proportio prime ⟨ad quartam proportio prime⟩ ad secundam triplicata cum iteratione.*

Et secundum hunc exemplum sunt ea, que sequuntur, et iam diximus de eis, que sufficiunt.

Dixit Euclides: *Dicitur in quantitatibus, quod sunt mutasicha*[2]) *in proportione, cum comparantur antecedentes cum antecedentibus et consequentes ⟨cum⟩ consequentibus.*

---

27. cum ratione. — 31. comparaverit.

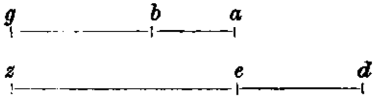
---

1) Uncis quadratis inclusa, quia sensui abhorrent, delenda sunt.

2) *Mutasicha* = ὁμόλογα.

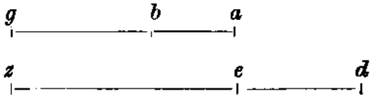
Conversio proportionis est, accipere consequentes in ordine antecedentis et antecedentes in ordine consequentis.[1])

Verbi gratia. Sit proportio *ab* antecedentis ad *gd* consequens, sicut proportio *gd* antecedentis ad *ez* consequens. Conversio igitur huius proportionis: accipiantur *gd* et *ez* antecedentes, et accipiantur *ab* et *ed* consequentes: ergo redibit proportio *gb* ad *ba* sicut proportio *ze* ad *ed*.



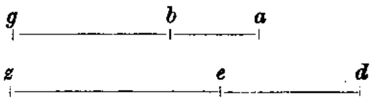
Permutata proportio est, ut sumatur antecedens ad antecedens, et consequens ad consequens.[2])

Verbi gratia. Sint antecedentes *ab*, *de* et consequentes sint *bg*, *ez*: ergo, cum fuerit proportio *ab* ad *bg* sicut proportio *de* ad *ez*, et permutaverimus, erit proportio *ab* ad *de* sicut proportio *bg* ad *ez*.



Composita proportio est, ut sumatur antecedens cum sequente ad consequens in ordine unius rei.[3])

Verbi gratia. Cum fuerint quatuor quantitates proportionales, scilicet ut sint *ab*, *de* antecedentes, et *bg*, *ez* sint quantitates consequentes. Cum ergo composuerimus, accipiemus antecedens et consequens sicut rem unam, scilicet accipiemus *ab* et *bg* sicut lineam unam, et *de* cum *ez* sicut lineam unam: ergo erit proportio *ag* ad *gb* sicut proportio *dz* ad *ez*, que sunt consequentes.



---

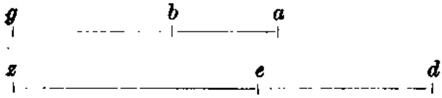
5 et 7. consequentis. — 10—11. *gd* ad *ab* sicut proportio *ze* ad *gd*. — 18. permutavimus.

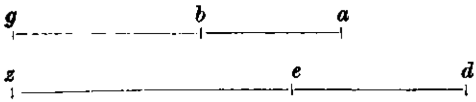
---

1) Ἀνάπαλιν λόγος.
2) Ἐναλλὰξ λόγος.
3) Σύνθεσις λόγου.

Divisa proportio est, ut sumatur superfluitas antecedentis super consequens ad consequens.[1])

Dico, quod, cum primum posuerimus quantitates proportionales ab, bg, de, ez, et erant antecedentes ab, de et consequentes bg, ez; sed postea, cum ⟨com⟩posuerimus, posuimus quatuor alias quantitates proportionales abiectis illis, in quibus erant antecedentes ag, dz, et consequentes bg, ez; et modo, cum voluit dividere, invenit ista dua antecedentia et duo consequentia, scilicet duo antecedentia ag, dz et duo consequentia bg, ez, et dixit, quod secundum divisionem erit proportio superfluitatis antecedentis super consequens ad consequens sicut proportio superfluitatis antecedentis super consequens ad consequens. Sit ergo exemplum. Primum ergo erit superfluitas antecedentis, quod est ag, super consequens, quod est bg, ab; et similiter superfluitas antecedentis secundi, quod est dz, super consequens, quod est ez, ⟨erit⟩ de: ergo redibit proportio ab, que est superfluitas, ⟨ad bg, que est consequens, sicut proportio de, que est superfluitas⟩, ad ez, que est consequens. Ergo quantitates redierunt ad habitudinem, in qua erant prius ante compositionem.





Eversa proportio est, ut sumatur antecedens ad suam superfluitatem super consequens.[2])

Dicitur, quod proportio ag, quod fuit antecedens post

2. super consequentes. — 7. abiectis illis] ab iß illius.

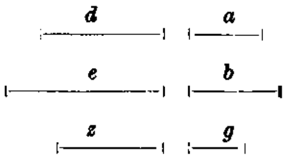
1) *Διαίρεσις λόγου*. Versio „*Divisa proportio*" huius relationis usque ad saeculum XVI semper in usu erat.

2) *Ἀναστροφὴ λόγου*.

compositionem, ad *ab*, quod est superfluitas super consequens, est sicut proportio *dz* ad *de*.

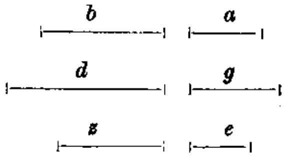
Proportio equalitatis est, cum fuerint quantitates et alie secundum eundem numerum, et cum sumpte fuerint due unius partis, ⟨que⟩ erunt secundum proportionem duarum alterius partis, et accepte fuerint extremitates abiectis illis, que sunt in medio.[1])

Dixit, quod, cum accepte fuerint quantitates et alie quantitates, quarum queque due primarum secundum proportionem quarumque duarum aliarum, proportio equalitatis erit proportio extremitatum. Verbi gratia. Sint quantitates prime *a*, *b*, *g*, et postreme *d*, *e*, *z*, et sit proportio duarum primarum sicut proportio duarum postremarum, scilicet proportio *a* ad *b* sicut proportio *d* ad *e*, et proportio *b* ad *g* sicut proportio *e* ad *z*. Cum ergo removebimus ea, que sunt in medio, erit proportio *a* ad *g* sicut proportio *d* ad *z*; et similiter, si erunt quantitates plures istis.



Dixit: *Proportionalitas ordinata est, cum fuerit antecedens ad consequens et consequens ad rem aliam.*[2])

Verbi gratia. Sint *a* et *b* antecedentes, et *g* et *d* sint consequentes, et *e* et *z* sint alie due res: dico igitur, quod proportio *a* antecedentis ad *g* con-



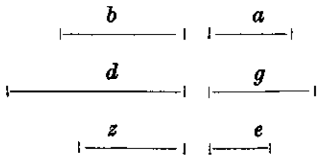
1—2. consequentem. *Quia antecedens et consequens apud* Gherardum *semper neutra sunt, et hic talia posui.* — 3. aut fuerit. — 7. abiectis illis] ab iβ illius. — 20. sicut proportio *g* ad *e*.

1) *Δι' ἴσου λόγος.* Ex nostro textu patét, sensum huius expressionis esse: Si $a:b=d:e$ et $b:g=e:z$, erit $a:g=d:z$ et non, ut dicit Heibergius ad Euclidem vol. II, p. 7, nota 1, si $a:b:c=\alpha:\beta:\gamma$, erit $a:c=\alpha:\gamma$.

2) „*Proportionalitas ordinata*" apud Euclidem non definitur, sed per se manifesta iudicatur.

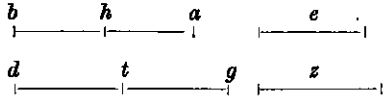
sequens sicut proportio *b* antecedentis ad *d* consequens, et proportio *g* consequentis ad *e*, que est res alia, sicut proportio *d* consequentis ad *z*, que est res alia.

Dixit: *Proportionalitas inordinata est, cum fuerit antecedens ad consequens sicut antecedens ad consequens et consequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedens.*[1])



Verbi gratia. Sint *a* et *e* antecedentia, et *b* et *z* consequentia, et *g* et *d* sint due alie res: dico ergo quod proportio *a* antecedentis ad *b* consequens est sicut proportio *e* antecedentis ad *z* consequens, et proportio *b* consequentis ad *g*, que est res alia, sicut proportio *d*, que est res alia, ad *e* antecedens.

De prima figura.[2]) Quod sint quantitates *ab* ⟨et *gd*⟩, et fuerint due linee, tunc possibile erit, ut ex unaquaque earum secentur multiplicia, in quibus erunt ex multiplicibus *e* et *z*, et hoc secundum probationem figure tercie prime partis; et similiter si fuerint anguli; et si fuerint arcus ex probatione figure ⟨30ᵉ⟩ partis tercie. Sed cum fuerint corpora duo, tunc illud erit impossibile. Hic autem multiplicia ad hoc tantum sunt posita, ut imaginetur, quod si illud, quod est in *ab* ex multiplicibus *e*, fuerit duplum, ⟨duplum⟩ erit, quod est in *gd* ex multiplicibus *z*, aut ⟨si⟩ fuerit medietas eius, ⟨medietas erit⟩, quod est in *gd* ex multiplicibus *z*. Et similiter, quecun-



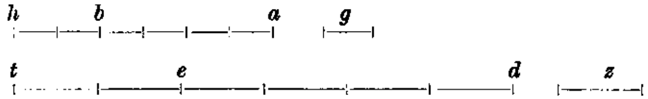
22. protractionem.

1) *Τεταραγμένη ἀναλογία.*

2) EUCLIDES V, 1: *Si fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem eque multiplices, aut singuli singulis equales, necesse est, quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas se habere.*

que multiplicia fuerint, ad probationem modus hic necessarius erit.

De secunda figura.[1]) In hac figura nihil est omnino nisi ordo disciplinarum, quarum prima arismetica, que est de numeris, post quam est geometria. Propter hoc ergo primas disciplinales demonstrat necessarias, quas



in hac doctrina inveniemus. Ex quibus est, quod, postquam iam scivimus, quod *ab* numerat *g* secundum numerationem vicium, cum cuius equalitate *de* numerat *z*, et etiam *bh* numerat *g* numeratione aliquarum vicium, ⟨cum⟩ cuius numerationis equalitate *et* numerat *z*, ergo vices, in quibus *ab* numerat *g* et *bh* numerat *g*, erunt equales numeratione vicium, quibus *de* numerat *z* et *et* numerat *z*. Erit ergo numeratio multiplicium *ah* equalis numeratione multiplicium *dt*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De figura quarta decima.[2]) Locus huius ignoratur[3]), quoniam, si *b* fuerit minor *a*, ergo *g* erit propinquior *b* quam *a*. Cum ergo fuerit proportio *a* ad

3. In ac figura. — 11. equalitatem. — 13. numerator. — 16. ignorant.

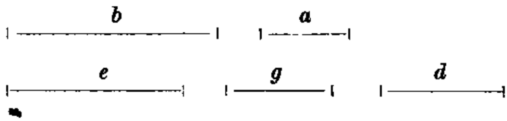
1) Euclides V, 2: *Si fuerint sex quantitates, quarum prima ad secundam atque tercia ad quartam eque multiplices, quinta vero ad secundam atque sexta ad quartam eque multiplices, totum prime et quinte ad secundam, totumque tercie et sexte ad quartam eque multiplicia esse conveniet.*

2) Euclides V, 14: *Si fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque maior prima tertia, necesse est, secundam quarta esse maiorem; quod si minor, et minorem; si vero equalis, et equalem esse.*

3) Quid velint verba: „*Locus huius ignoratur*“, nescio. Fortasse interpres vult intelligi, se ipsum nescire, cui theoremati adscribenda sint, quae adduntur. Textus quoque sequens scholii textu propositionis male congruit.

b sicut proportio *g* ad *d*, erit minor *a* quam *b*. Similiter ergo erit proportio *g* ad *d* minor proportione *a* ad *b*.

Figura adiuncta figure sextadecime.[1]) Cum fuerint quatuor quantitates, fueritque prime proportio ad secundum maior proportione tercie ad quartam, ergo, cum permutatur, erit proportio prime ad terciam maior proportione secunde ad quartam. Exempli causa. Sint quatuor quantitates *a*, *b*, *g*, *d*, et sit proportio *a* ad *b* maior proportione *g* ad *d*: dico igitur, cum permutaverimus, erit proportio *a* ad *g* maior
36 proportione | *b* ad *d*. Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si fuerit possibile, fit ergo



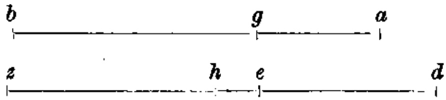
proportio *a* ad *g* aut equalis proportioni *b* ad *d* aut minor ea. Ponam itaque primum, ut sit ei equalis. Sit itaque proportio *a* ad *g* sicut proportio *b* ad *d*. Cum ergo permutaverimus, erit proportio *a* ad *b* sicut proportio *g* ad *d*, quod est contrarium et impossibile, quoniam proportio *a* ad *b* est maior proportione *g* ad *d*. Et dico etiam, quod non est possibile, ut sit proportio *a* ad *g* minor proportione *b* ad *d*. Probatio eius. Quoniam ponam, ut proportio *a* ad *g* sit sicut proportio *b* ad *e*. Cum ergo permutaverimus, erit proportio *a* ad *b* sicut proportio *g* ad *e*; ⟨sed proportio *a* ad *b* maior proportione *g* ad *d*,⟩ ergo proportio *g* ad *e* maior proportione *g* ad *d*. Sed illa, ad quam quantitatis proportio est maior, est minor, ergo erit *e* minor *d*, maior scilicet minor minore,

6. permutabunt. — 22—23. maior proportione *g* ad *d*. — 24. eius ad *d*.

1) Euclides V, 16: *Si fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.*

quod est inconveniens et impossibile; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura adiuncta figure octave ⟨decime⟩.[1]) Cum fuerint quantitates quatuor proportionales, et fuerit proportio prime ad secundam maior proportione tercie ad quartam, et cum coniunguntur, erit proportio prime ⟨et⟩ secunde coniunctarum ad secundam maior proportione tercie et quarte coniunctarum ad quartam. Exempli causa. Sit proportio *ag* ad *gb* maior proportione *de* ad *ez*: dico igitur, quod, ⟨cum⟩ coniunguntur, erit proportio *ab* ad *bg* maior proportione *dz* ad *ze*.



Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si fuerit possibile, fit proportio *ab* ad *bg* sicut proportio *dz* ad *ze* aut minor ea. Ponam autem primum, ut sit ei equalis. Cum ergo diviserimus, erit proportio *ag* ad *gb* sicut proportio *de* ad *ez*, quod est impossibile: ergo non est equalis. Et dico etiam, quod est impossibile, ut sit proportio *ab* ad *bg* minor proportione *dz* ad *ze*. Probatio eius, quoniam ⟨ponam⟩, ut sit proportio *ab* ad *bg* sicut proportio *dz* ad *zh*. Cum ergo diviserimus, erit proportio *ag* ad *gb* sicut proportio *dh* ad *hz*. Sed nos iam posuimus, quod proportio *ag* ad *gb* est maior proportione *de* ad *ez*: ergo proportio *de* ad *ez* est minor proportione *dh* ad *hz*, quod est inconveniens, quoniam *dh* est maior ⟨*de*, et *hz* est minor⟩ *ez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura addita vicesime tercie.[2]) Iste due

---

4. quatuor] coinc. *id est* communicantes. — 16—17. aliter erit.

---

1) Euclides V, 18: *Si fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.*

2) Euclides V, 23: Quia hic et in sequentibus textus Campani neque cum textu Euclidis, neque cum illo, quem

figure, scilicet vicesima secunda[1]) et vicesima tercia, sunt communes omnibus quantitatibus, que sunt secundum proportionem aliarum quantitatum, quodcumque sint. Euclides tamen non declaravit eas nisi secundum minorem numerum quantitatum, in quibus est minor proportionalitas. Et quia proportionalitas, que est ⟨minor⟩, in tribus existit quantitatibus, ergo ipse ostendit eas in tribus quantitatibus. Est enim conveniens, ut probatio fiat in minoribus quantitatibus, in quibus ipsa potest demonstrari, et ipse sint secundum minorem numerum, in quo potest ostendi probatio; namque communis toti genere. Prime autem due figure, scilicet vicesima[2]) et vicesima prima[3]), non possunt demonstrari nisi in tribus quantitatibus. Que etiam si possent, non magna proveniret utilitas, quoniam precedunt has duas figuras, scilicet vicesimam secundam et vicesimam terciam. Hec autem due figure sunt communes omnibus quantitatibus, que sunt plures tribus. Ponam itaque quatuor quantitates, et ostendam, qualiter extremitates vicissim sint unius proportionis. Sint ergo quatuor quantitates, super quas sint *a*, *b*, *g*, *d*, et sint alie secundum earum numerationem, super quas sint *e*, *z*,

---

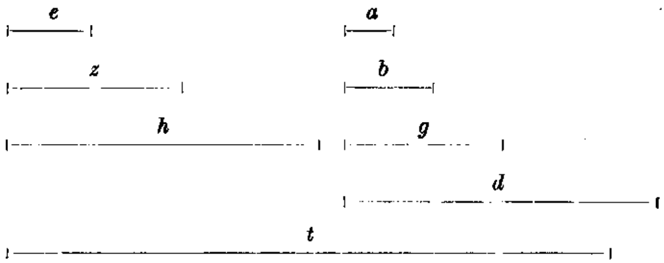
Anaritius legisse videtur, concordat, et hic et in tribus sequentibus notis textum graecum editionis Heibergianae afferam: *Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.*

1) Euclides V, 22: *Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.* In demonstratione ipsa autem Euclides quoque solis tribus quantitatibus utitur.

2) Eucliees V, 20: *Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.*

3) Euclides V, 21: *Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.*

h, t, et sint omnes et aliarum continue in proportione, scilicet sit proportio a ad b sicut proportio e ad z, et proportio b ad g sicut proportio z ad h, et proportio g ad d sicut proportio h ad t: dico igitur, quod proportio a ad d est sicut proportio e ad t. Probatio eius. Quoniam proportio a ad b est sicut proportio e ad z, et

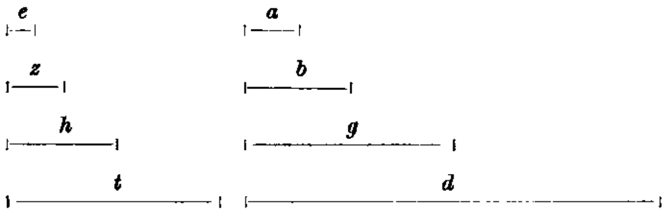


proportio b ad g est sicut proportio z ad h, ergo secundum probationem figure vicesime secunde huius partis erit proportio a ad g sicut proportio e ad h. Et etiam, quia proportio a ad g est sicut proportio e ad h, et proportio g ad d est sicut proportio h ad t, ergo secundum probationem figure vicesime secunde huius partis erit proportio a ad d sicut proportio e ad t; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura secunda addita figure vicesime tercie huius partis secundum probationem ordinatam. Cum fuerit proportio a ad b sicut proportio h ad t, et proportio b ad g sicut proportio z ad h, et proportio g ad d sicut proportio e ad z, dico, quod proportio a ad d erit sicut proportio e ad t. Probatio eius. Quoniam proportio a ad b est sicut proportio h ad t, et proportio b ad g est sicut proportio z ad h, ergo secundum probationem figure vicesime tercie huius partis erit proportio a ad g sicut proportio z ad t. Et quia proportio a ad g est

9. est sicut.

sicut proportio *z* ad *t*, et proportio *g* ad *d* est sicut proportio *e* ad *z*, ergo secundum probationem ⟨figure⟩



vicesime tercie huius partis erit proportio *a* ad *d* sicut proportio *e* ad *t*. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

INCIPIT EXPOSITIO SEXTE PARTIS EUCLIDIS SECUNDUM ANARITIUM.

Dixit EUCLIDES: *Superficies similes sunt, quarum anguli sunt equales, et latera continentia angulos equales sunt proportionalia.*

Ex hoc, quod hic apposuit „superficies“ voluit intelligi figurarum rectis lineis contentas. Hic tamen duo non sunt principia, quoniam indigent probatione, scilicet quod omnium duarum superficierum rectilinearum, cum fuerint anguli equales, tunc latera angulos equales continentia sunt proportionalia. EUCLIDES quoque super hoc induxit probationem probando figuram quartam huius partis, et probavit in secunda probatione figure quinte huius partis, quod omnium duarum superficierum rectilinearum, quarum latera ipsarum angulos continentia sunt proportionalia, anguli sunt equales. Ipse tamen hec duo premisit, ut per ea diffiniet superficies similes, et separet ab hac diffinitione superficies, que non sunt similes.

Superficies latera habentes alternata sunt, quarum latera proportionalia secundum antecessionem et consequentiam.[1])

In aliis tamen scripturis reperitur, quod alternate sunt, ⟨quarum⟩ in unaquaque est antecedens et consequens.

---

20. consequentia.

---

1) Quod HEIBERGIUS in sua EUCLIDIS editione vol. II, p. 73, nota 1 dicit, hanc definitionem fortasse ex HERONE desumptam esse, verisimillimum videtur, cum et hic de additionibus HERONIS agitur. In commentariis autem huius libri hac definitione utitur.

Differentia autem, que est inter similes et alternatas, hec est, quod omnium duarum figurarum similium rectilinearum, si in una fuerit antecedens, in altera erit consequens, neque in ea, in qua est antecedens, invenitur consequens, neque in ea, in qua est consequens, invenitur antecedens. Alternate vero sunt, in quarum una, scilicet prima, invenitur antecedens, tum ⟨in⟩ secunda invenitur consequens; deinde in secunda ⟨invenitur antecedens⟩ et in prima invenitur consequens, neque sit unius rei interpositio, donec omnia compleantur latera.

Altitudo figurarum est perpendicularis producta a summitate usque ad basim. — *Linea recta erit secundum proportionem ⟨habentem medium⟩ et duo extrema divisa, cum fuerit proportio totius linee ad maiorem sui sectionem sicut proportio maioris sectionis eius ad ipsius minorem.*

Duo elementa, que sequuntur, quia bene translata sunt in Euclide, pretermisi.[1])

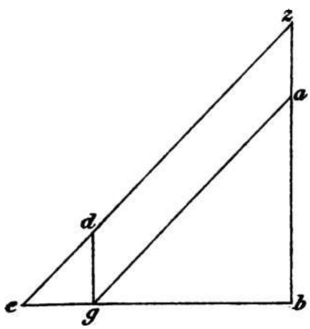


Figure quarte additio.[2])

Est possibile, ut huius figure descriptio fiat, cum angulus rectus fuerit in ea, secundam hunc modum. Protraham itaque eg usque ad b ad rectitudinem, et ponam, ut gb sit equalis uni laterum trianguli, quod refert ei, scilicet gb, et sit angulus egd rectus, et similiter angulus gba rectus. Et quia coniunctio duorum angu-

4. inveniunt. — 12. erunt. — 21—22. hec figure. — 29. reffert.

1) Praeter quintam igitur definitionem editionis Heibergianae Anaritius insuper unam talem legisse videtur.

2) Euclides VI, 4: *Omnium duorum triangulorum, quorum anguli unius angulis alterius sunt equales, latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.* — Additio plane debilis et paene eadem est ac demonstratio Euclidis.

lorum *abg*, *deg* est minor duobus rectis angulis, | ergo due linee *ba* et *ed*, cum protrahuntur secundum rectitudinem, concurrent. Sit ergo earum concursus supra punctum *z*. Ostendam autem, sicut ostendit in ea, que precessit: ergo erunt latera proportionalia, sicut diximus; et illud est, quod demonstrare voluimus. 37

In figura septima[1]) non ob aliud dixit Euclides, ut anguli *g* et *z* sint maiores aut minores recto, nisi quia, cum quisque earum fuerit rectus, et duo anguli *a* et *d* sunt equales, tunc duo anguli *b* et *e* erunt equales.

In figura octava decima[2]) dixit Yrinus, quod, si linea, ⟨que⟩ sequitur *bg* in proportione, fit maior linea [*bg*], que proportionatur ad *bh*, donec proportio *bg* ad *ez* sit sicut proportio *ez* ad *bh*, erit reliqua probatio equalis probationi Euclidis. Nostra autem additio in hoc est huius ⟨modi⟩. Cum fuerint duorum triangulorum *abg* et *dez* duo anguli *b* et *e* equales, et fuerit proportio trianguli *abg* ad triangulum *dez* sicut proportio lateris *bg* ad latus *ez* duplicata, tunc duo trianguli erunt similes. Probatio eius, quoniam protraham lineam *bh* in proportione sequente duas lineas *bg*, *ez*. Ergo proportio *bg* ad *ez* est sicut proportio *ez*

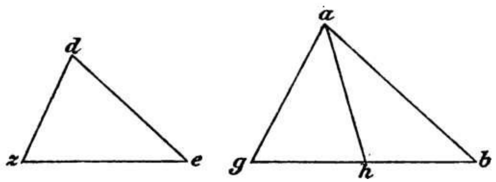
8—9. qui cum. — 11—12. sit linea.

---

1) Euclides VI, 7: *Si fuerint duo trianguli, quorum unus angulus uni angulo alterius equalis, duoque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti, duorum vero demum reliquorum uterque aut neuter recto angulo minor, necesse est, illos duos triangulos omnibus suis angulis se invicem equiangulos esse.*

Euclides VI, 18: Propositio, quam hic commentat Anaritius nec apud Campanum, nec apud Heibergium est VI, 18, sed apud Campanum est VI, 17 et apud Heibergium VI, 19: *Si fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius duplicata.* Anaritius demonstrat conversam propositionis et hic usus est definitione triangulorum symmetricorum, cuius in nota 1 p. 176 mentionem fecimus.

ad *bh*, ergo proportio *bg* ad *bh* est sicut proportio *bg* ad *ez* duplicata. Sed proportio *bg* ad *bh* est sicut proportio trianguli *abg* ad triangulum *abh*, et proportio *bg* ad *ez* duplicata est sicut proportio trianguli *abg* ad triangulum



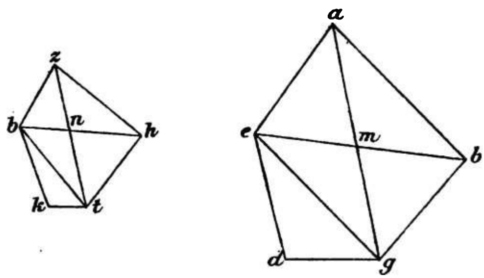
dez: ergo proportio trianguli *abg* ad duos triangulos *abh*, *dez* est una, ergo duo trianguli *abh*, *dez* sunt equales. Sed in uno eorum est angulus equalis angulo, qui est in altero, qui sunt duo anguli *b* et *e*, latera quoque sunt alternata, proportione *ab* ad *de* existente sicut proportio *ez* ad *bh*, et proportio *ez* ad *bh* est sicut proportio *bg* ad *ez*, ergo proportio *ab* ad *de* est sicut proportio *bg* ad *ez*. Sed anguli *b* et *e* sunt equales: ergo secundum probationem figure sexte huius partis erit triangulus *abg* similis triangulo *dez*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De figura nonadecima.[1]) Secundum intentionem vero Euclidis ex hoc, quod fuit in triangulis, qui proveniunt secundum sectionem, sicut ipse probavit, quod est inde, quoniam protraxit lineas, est hoc, quod sequitur. Et quia due superficies *abgde* et *zhtkl* sunt similes, ergo angulus *abg* est equalis angulo *zht*, et proportio *ab* ad *zh*

6. equales *iteratur*. — 21. ergo proportio.

1) Euclides VI, 19: Est propositio VI, 18 Campani et VI, 20 Heibergii: *Omnes due superficies similes multangule sunt divisibiles in triangulos similes atque numero equales, estque proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius proportio duplicata.* Demonstratio Anaritii omnino eadem est ac Euclidis.

est sicut proportio *bg* ad *ht*; et quia duo anguli duorum triangulorum *abg* et *zht* equantur et latera ipsos continentia sunt proportionalia, ergo triangulus *abg* similis erit triangulo *zht*: ergo angulus *bam* est equalis angulo *hzn*. Et secundum huius probationis equalitatem ostendit, quod angulus *abm* est equalis angulo *zhn*. Remanet ergo



angulus *amb* equalis angulo *znh*: ergo triangulus *abm* est similis triangulo *zhn*. Ergo proportio *bm* ad *hn* est sicut proportio *am* ad *zn*. Et secundum similitudinem huius probationis demonstravit, quod triangulus *bmg* est similis triangulo *hnt*, et quod proportio ⟨*bm* ad *hn* est sicut proportio⟩ *gm* ad *tn*. Cum ergo abstulerimus medium, remanebit proportio *am* ad *zn* sicut proportio *mg* ad *nt*. Cum ergo permutaverimus, erit proportio *am* ad *mg* sicut proportio *zn* ad *nt*. Sed proportio *am* ad *mg* est sicut proportio trianguli *abm* ad triangulum *gbm*, et proportio *zn* ad *nt* est sicut proportio trianguli *znh* ad triangulum *hnt*: ergo proportio trianguli *abm* ad triangulum *bmg* est sicut proportio trianguli *znh* ad triangulum *hnt*. Sed proportio *am* ad *mg* est ⟨etiam⟩ sicut proportio trianguli *ame* ad triangulum *emg* et sicut proportio trianguli *abm* ad triangulum *bmg*, et proportio coniunctionis duorum antecedentium ad coniunctionem duorum consequentium est sicut

3—4. similis erit] summi lateri. — 16. quod proportio. — 20. *amg*.

proportio antecedentis ad antecedens: ergo proportio trianguli *abm* ad triangulum *bmg* erit sicut proportio tocius trianguli *abe* ad totum triangulum *gbe*. Et similiter proportio trianguli *zhn* ad triangulum *nht* erit sicut proportio tocius ⟨tri⟩anguli *zhl* at totum triangulum *htl*. Sed proportio trianguli *abm* ad triangulum *bmg* est sicut proportio trianguli *zhn* ad triangulum *nht*: ergo proportio tocius trianguli *abe* ad totum triangulum *bge* est sicut proportio tocius trianguli *zhl* ad totum triangulum *hlt*. Cum ergo permutaverimus, erit proportio trianguli *abe* ad triangulum *zhl* sicut proportio trianguli *bge* ad triangulum *htl*. Et similiter ostendam, quod proportio trianguli *bge* ad triangulum *htl* est sicut proportio trianguli *gde* ad triangulum *tkl*; et ita etiam ostendam, quod proportio trianguli *bge* ad triangulum *htl* est sicut proportio trianguli *abe* ad triangulum *zhl*: ergo proportio trianguli *abe* ad triangulum *zhl*: est sicut proportio trianguli *beg* ad triangulum *htl*, et sicut proportio trianguli *ged* ad triangulum *tkl*. Sed proportio unius antecedentium ad comparem suum ex consequentibus est sicut proportio omnium antecedentium ad omnia consequentia: ergo proportio trianguli *abe* ad triangulum *zhl* est sicut proportio tocius superficiei *abgde* ad totam superficiem *zhtkl*. Sed proportio trianguli *abe* ad triangulum *zhl* est sicut proportio lateris *ab* ad latus *zh* duplicata: ergo proportio superficiei *abgde* ad superficiem *zhtkl* est sicut proportio lateris *ab* ad latus *zh* duplicata; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In vicesima ⟨figura⟩[1]) non ob aliud fit triangulus,

---

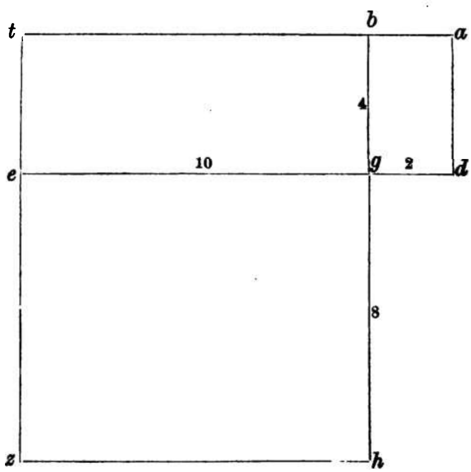
20. comparem] corpatem. — 29. vicesima *iteratur*.

---

1) Euclides VI, 20 (id est VI, 21 Campani; VI, 22 Heibergii): *Si fuerint quotlibet linee proportionales atque super binas et binas similes superficies designentur, ipse quoque superficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas similes superficies constitute fuerint proportionales, ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est.*

nisi quia, cum triangulorum anguli fuerint equales, latera erunt proportionalia. In parallelis autem grammis non contingit illud.

De vicesima quinta figura.[1]) Multiplicatio proportionis et aggregatio proportionis non est nisi proportionum ad invicem multiplicatio. Exempli causa ponam, ut *bg* et *gh* et *dg* et *ge* sint ex quantitatibus communicantibus, quas omnes mensuret cubitus, et ponam, ut *bg* sit quatuor cubitorum, et *gd* duorum cubitorum, et *gh* sit octo cubitorum, et *ge* decem cubitorum. Superficiem igitur *ag* numerat superficies equidistantium laterum, cuius unumquodque latus est unius cubiti, et anguli sunt equales angulis superficiei *ag*, octies; quod illa eadem superficies numerat superficiem *gz* octuagesies: superficies igitur *ag* est decima superficiei *gz*. Cum ergo multiplicaverimus numerum, a quo denominat⟨ur⟩ proportio *bg* ad *gh*, que est medietas, ⟨in⟩ numerum denominantem proportionem *dg*



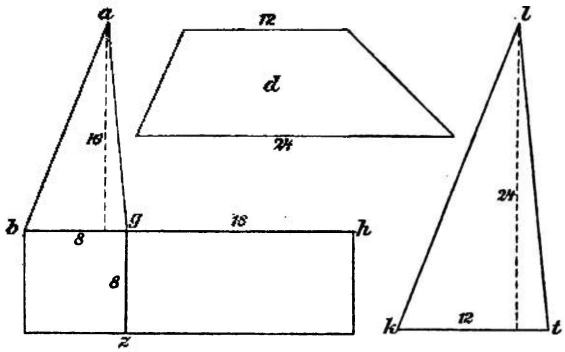
2. erunt] eius. — 25. anguli *iteratur*. — 30. denominationem.

1) Euclides VI, 25 (id est Campani VI, 24; Heibergii VI, 23): *Omnium duarum superficierum equidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius equalis, proportio alterius ad alteram est, que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.*

ad *ge*, que est quinta, erit, quod congregatur, decima; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur, addendum figure vicesime sexte huius partis.[1])

Sit itaque huius figure exemplum secundum numeros. Ponam ergo superficiem trianguli *abg* sexaginta quatuor,



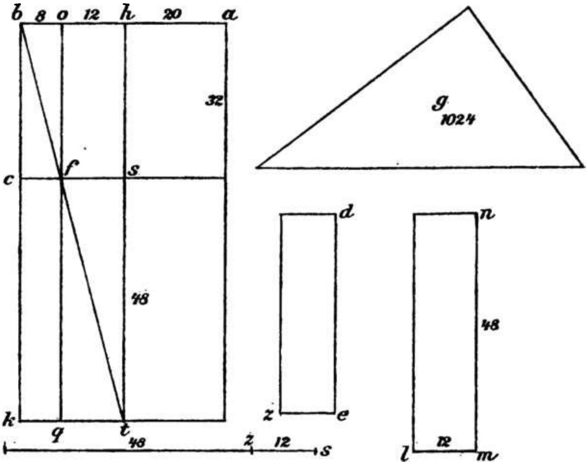
et basim eius *bg* octo. Cum ergo adiunxerimus ad *bg* superficiem rectorum angulorum equalem superficiei trianguli *abg*, erit latus eius secundum, quod est *gz*, octo cubitorum, erit ergo parallelogrammum *bgz* equilaterum. Ponam autem figuram aliam ⟨*d*⟩, cuius tota superficies sit centum quadraginta quatuor cubitorum. Cum ergo adiunxerimus eam ad *gz*, erit latus eius secundum, quod est *gh*, decem et octo ex numeris. Si igitur protraxerimus inter duas lineas *bg* et *gh* lineam terciam eis proportionalem, que sit inter eas, et sit sicut linea *tk*, erit linea *tk* duodecim cubitorum. Cum ergo fecerimus supra *kt* triangulum similem triangulo *abg*, erit perpendicularis eius viginti quatuor cubitorum. Quod inde est, quia proportio per-

5. numerum. — 11. centrum. — 13. ea. — 15. eius.

1) Euclides VI, 26 (id est VI, 25 Campani et Heibergii): *Date superficiei similem aliique proposite equalem designare.*

pendicularis trianguli *abg* ad perpendicularem tranguli *tkl* ⟨est⟩ sicut | proportio lateris *bg* ad latus *tk*; et illud est, 38
quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur, additum est figure vicesime octave ⟨huius⟩ partis.[1]) Impossibile est, ut ad omnem



lineam omnes superficies adiungantur inveniens ex complemento linee superficiem similem superficiei rectorum angulorum date, nisi posquam positum fuerit, quod superficies, quam adiungere volumus, non sit maior, superficie adiuncta ad medietatem linee date simili diminute, quemadmodum dixit. Neque enim premisit figuram, que est ante istam, nisi secundum hanc eandem intentionem. Ponam

1) Euclides VI, 28 (id est Campani VI, 27; Heibergii VI, 28): *Trilatera superficie proposita equum ei super quamlibet assignatam lineam parallelogrammum designare, cui desit ad complendam lineam alii superficiei proposite simile parallelogrammum, quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidium date linee collocato minime maius existat.* Ex textu additionis Anaritii patet, eum etiam legisse: „*trilatera superficie*", non ut in textu Heibergii: „*figura rectilinea*".

itaque ipsam secundum numeros, ut ex eorum exemplo manifeste declaretur. Ponam ergo, ut tota superficies trianguli *g* sit mille viginti quatuor cubitorum, et ponam, ut longitudo linee *ab* sit quadraginta cubitorum, et ut longitudo lateris *de* sit quadruplum lateris *ez*: erit ergo linea *ah* viginti cubitorum. Cum ergo adiunxerimus ad lineam *ah* superficiem similem superficiei *dz*, que est superficies *at*, manifestum est quod linea *ht*, que est equalis *bk*, erit octoginta cubitorum. Cum igitur fuerit proportio *de* ad *ez* sicut proportio *th*, que est equalis *bk*, ad *ah*, et *de* est quadruplum *ze*, necesse erit, ut *ht* ⟨sit⟩ quadruplum ⟨*ha*⟩, ergo *ht* est octoginta cubitorum. Positum autem est, quod *ah* est viginti cubitorum: superficies igitur *at* est mille et sexcentorum cubitorum. Sed ipsa est maior triangulo *g*. Ponam igitur augmentum eius supra triangulum *g* superficiem *nl* similem superficiei *dz*, quod quidem constat secundum probationem figure vicesime sexte huius partis. Manifestum est igitur, quod necessarium, ut latus *mn* sit quadruplum lateris *ml*. Latus igitur *mn* est quadraginta octo cubitorum ⟨et *lm* duodecim cubitorum, et superficies *nl* erit quingentorum cubitorum⟩ et septuaginta sex. — Secundum numerorum partem volo ostendere, qualiter duo numeri aut due linee reperiantur, quorum unus erit altero quadruplus, et sit superficialis, qui provenit ex multiplicatione unius eorum in alterum, quingenti et septuaginta sex. Ponam itaque duas lineas, ⟨ut⟩ *bz* in *zs* sint quingenti et septuaginta sex. Cum ergo diviserimus *bz* in quatuor sectiones, erit multiplicatio cuiusque sectionis in *zs* centum quadraginta quatuor, ergo *zs* erit duodecim, et *bz* quadraginta octo. Iam ergo invenimus, quod voluimus. — Complebo itaque superficiem *ak*. Superficies igitur *hk* est equalis superficiei *at*, et est mille et sexcentorum cubitorum. Secabo igitur ex linea *ht*

2. manifestum. — 5. longitudo lateris *ed* sit quadruplum. — 16. superficies *nl*. — 19. laterum *ml*. — 22. sexaginta. — 26. quinginta et sextuaginta. — 27. quinginta et sextuaginta. — 29. centrum.

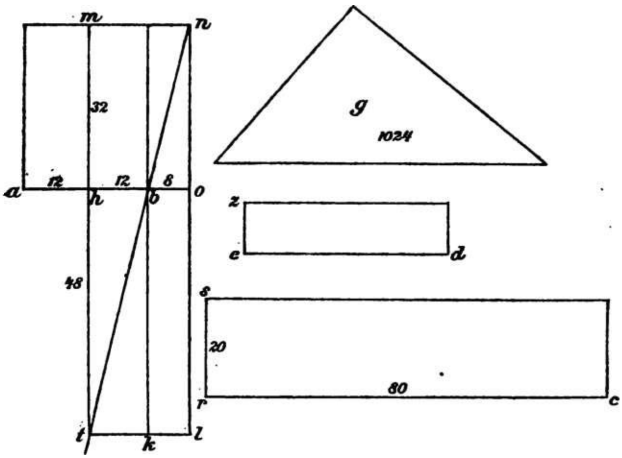
lineam ts, quam ponam equalem linee mn, et tq equalem ml, et protraham diametrum bt, et complebo superficies hf, fb, fk. Superficies itaque qs est quingenti septuaginta sex, remanet ergo gnomo $hffk$ mille et viginti quatuor. Sed ah est viginti cubitorum, et ho duodecim cubitorum, ergo oa est triginta duorum cubitorum, et etiam fo est triginta duorum cubitorum, quoniam fq est quadraginta octo, et bo est octo cubitorum. Iam ergo adiunxerimus ad lineam ab superficiem af equalem triangulo g, que est mille et viginti quatuor, inveniens ex completione linee superficiem fb similem superficiei zd, quod ideo est, quoniam latus mn est quadruplum lateris ml, et similiter latus fo est quadruplum lateris bo; et illud est, quod demonstrare voluimus. Quod si contingeret, ut triangulus g ⟨esset equalis⟩ aut plus mille sexcentis cubitis, quorum superficies est at, non esset possibile, ut ad lineam ab adiungeretur superficies equalis ei, et numeret ex complemento eius superficiem oc, et esset fo quadruplum bo, nisi foret proportio fo ad ob sicut proportio de ad ez secundum illud maior. Sicut si esset superficies trianguli g duorum milium cubitorum, tunc necessarium esset, ut ab esset minor centum cubitis, et similiter reliquorum operum pars se habet. Sed ⟨si⟩ dz fuerit quadratum sive diversorum laterum, probatio uno modo erit, ⟨et⟩ eodem modo, sive quadratum fuerit rectorum angulorum sive diversorum.

De figura vicesima nona.[1]) Quod opportet adiungi figure vicesime none huius partis, est illud, quod

3. quinginta. — 9. equale. — 15. plus] plurimum. — cubi. — 20—21. duo milium. — 26. De figura vicesima nona *iam ante verba* Sed si *dz in linea 6 invenitur.*

1) Euclides VI, 29 (Campani VI, 28; Heibergii VI, 29): *Super datam lineam date superficiei trilatere equum parallelogrammum constituere, quod addat super completionem date linee superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium laterum similem.* — Hic quoque textus Heibergii habet: *„figura rectilinea“*, loco: *„superficies trilatera“*.

sequitur, et quod sic nos probationem faciemus cum numerorum exemplo. Sit igitur linea *ab* viginti quatuor, et *hb* sit medietas, scilicet duodecim, et sit triangulus *g* mille et viginti quatuor, et sit latus superficiei *dez* similis addite, quod est latus *de* quadruplum *ez*. Cum ergo adiunxerimus ad lineam *hb* superficiem similem superficiei *dz* et equalem superficiei *g*, erit *th* quadruplum *bh*, que est



duodecim, ergo ⟨*ht*⟩ erit quadraginta octo. Superficies igitur *hk* est quingentorum cubitorum et septuaginta sex cubitorum. Cum ergo diviserimus, ⟨et⟩ fecerimus superficiem equalem ⟨aggregato ex triangulo *g* et superficie *hk* et similem⟩ parallelogrammo *dz*, que sit superficies *cs*, manifestum est, quod necessarie erit, ut sit latus *cr* quadruplum *rs*: ergo erit linea *cr* octoginta cubitorum, et linea *rs* erit viginti cubitorum. Quod si quesierimus illud secundum partem numerorum aut quantitatum, inveniemus illud ⟨eo⟩ modo, quo fecimus in figura precedente: ergo *cr*

5. quadruplum est. — 12. parallelogrono.

est octoginta et *rs* viginti, et *tm* est octoginta cubitorum, et *tl* est viginti cubitorum: ergo superficies *lm* est mille et sexcentorum cubitorum. Cum igitur acceperimus ex ea superficiem *kh*, que est quingentorum et septuaginta sex cubitorum, remanebit gnomo *lbmn* mille viginti quatuor cubitorum, que est equalis triangulo *g*. Sed gnomo est equalis superficiei *an*, ergo superficies *an* est mille et viginti quatuor cubitorum, et simul super lineam *ab* erit superficies *bn*, que est similis superficiei *dz*, quod ideo est, quoniam *ob* est octo, et *on* est triginta duo, quod est quadruplum *ob*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

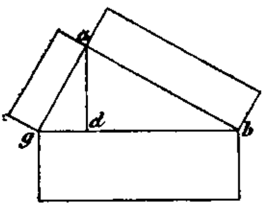
De figura tricesima.[1]) Idem est, sive sit superficies *ad* orthogona sive non, quoniam illud, quod est necessarium, non est, nisi ut sint latera equalia. Iam quod dixit, ut sit illud, quod additum, simile superficiei, id est *ad*, ⟨sufficit⟩, quoniam hoc communiter ⟨dicitur⟩, eam rectorum angulorum esse. Quod si aliter intentio esset, nisi *ad* foret rectorum angulorum, esset eius dictum in addito: opportet, ut sit quadratum rectorum angulorum.

De tricesima secunda figura.[2]) Testimonium eius ita est. Quod proportio prime *gb* ad terciam *bd*, cum sit ⟨sicut⟩ proportio similis adiuncte ad primam, que est *gb*, ad similem adiunctam ad secundam, que est *ba*; et similiter proportio prime, que est *bg*, ad terciam, que est *gd*, est sicut proportio similis adiuncte ad primam, que est *bg*, ad similem adiunctam ⟨ad⟩ secundam, que

8. erunt. — 16. quoniam] quam.

1) Euclides VI, 30 (Campani VI, 29; Heibergii VI, 30): *Quamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema secare.*

2) Euclides VI, 32 (Campani et Heibergii VI, 31, quare Anaritium propositionem VI, 30 Campani in eadem loco legisse patet): *In omni triangulo rectangulo superficies lateris, quod subtenditur augulo recto, equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis, cum fuerint similes ei in lineatione et creatione.*



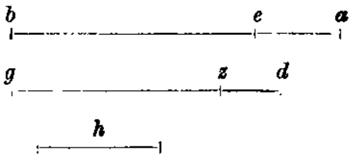
est ga; et quia proportionalitas laterum quantitatum est solum prime, que est bg, et quinte gd, et tercie, que est similis adiuncta ad bg, et quarte, que est similis adiuncta ad da, et quinte, que est similis adiuncta ad ba, et etiam prime bg et quinte gd, et tercie, que est similis adiuncta ad bg, et sexte, que est similis adiuncta ad ga: dicimus, quod proportio prime,. que est gb, ad secundam, que est gd, est sicut proportio tercie, que est similis adiuncta ad bg, ad quartam, que est similis adiuncta ad da; et etiam proportio prime ⟨bg⟩ ad gd quintam est sicut proportio similis adiuncte ad bg, que est tercia, ad similem adiunctam ad ag, que est sexta. Secundum id igitur, quod precessit in probatione figure vicesime quarte quinte partis, erit proportio prime ad secundam ⟨et quintam⟩ coniunctas sicut proporcio tercie ad quartam et sextam coniunctas. Deinde redeam ad conversionem et ad figuram vicesimam quartam quinte partis, scilicet quod prima est ea, quam diximus, gb, et secunda et quinta sunt bd et dg, et tercia est similis adiuncta ad bg, et quarta et sexta sunt similes adiuncte ad ba et ga: si igitur prima est equalis secunde et quinte, tercia est equalis quarte et sexte; et illud est, quod demonstrare voluimus.

20. reddam et conversione.

INCIPIT EXPOSITIO ANARITII SUPER SEPTIMUM GEOMETRIE EUCLIDIS.

Ipsius tamen elementa non reperi, neque primum theorema, quoniam deerat primum folium in exemplari.[1])

Quod sequitur, figure secunde additum.[2]) Iam etiam ostensum est quod omnis numerus existens minor numero maiore, qui numerat duos communicantes, numerat numerum maiorem communem, qui numerat eos. Quod inde est, quoniam numerus, qui est minor *gz*, cum fuerit ⟨numerans⟩ duos numeros, ille numerat *eb*. Et similiter posuimus ipsum numerantem totum *ba*: ergo ipse ⟨numerat⟩ *ab* et *gd*. Tunc ipse numerabit etiam numerum *gz*, propter hoc, quoniam, cum numerus ille numerat *gd*, et *gd* numerat *eb*, ergo numerus numerat reliquum, ergo numerat *dz*: ergo numerus ille numerat *dz*. Sed posuimus ipsum nume-



3. *Haec linea in Mscpto. ante lineam 1 legitur.* — 10—11. quod iuvat eos. — 16—19. *Verba:* „*ab* et *gd* ..... numerus" *in margine leguntur et signo ·/. ad suum locum transferuntur.*

1) Maxime dolendum est, quod in textu originali unum folium deerat. Commentarius enim ad definitiones huius libri reliquias, ut videtur, Heronianas continebat.

2) Euclides VII, 2: *Propositis duobus numeris ad invicem compositis maximum numerum communem eos numerantem invenire. Unde manifestum est, quod omnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem.*

rantem etiam *gd*, ergo ipse numerat *gz*, qui est maior numerus communis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Yrinus preterea in hac secunda figura partis septime dixit: Et ex hoc manifestum est, quod, cum fuerit numerus numeros numerans duos tunc ipse numerabit totum eorum, scilicet omnes duos numeros; et etiam quod, cum fuerit numerus numerans numerum, quem pars eius numerat, tunc ipse numerabit reliquum eius.

In figura tercia[1]) dixit Yrinus: Non oportet existimari, ut possibile, tribus tantum numeris ⟨non⟩ primis datis numerum communem invenire, sed quotcumque numeris propositis. Quod ideo est, quoniam iam probatum est, quod omnis numerus numerans alios numeros numerat maiorem communem numerantem eos. Cum ergo egerimus, quomodo egerit Euclides, inveniemus numeris datis, quotcumque fuerint numeri, maiorem communem numerantem eos.

De figura nonadecima partis septime.[2]) Quod si fuerint tres numeri proportionales, erit multiplicatio primi in tertium equalis ⟨multiplicationi⟩ secundi in se ipsum. Et similiter, cum fuerit ⟨multiplicatio⟩ primi in tercium equalis multiplicationi secundi in se ipsum, erunt numeri proportionales. Huius autem figure modus est sicut modus figure septime decime, quem quidem egebimus ad probationem figure

---

1. earum *gd*. — 7. partis. — 10. dicit primis. — 14. numerante. — 18. duodecima.

---

1) Euclides VII, 3: *Propositis tribus numeris ad invicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium invenire.*

2) Euclides VII, 19 (Campani VII, 20): *Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum producetur, equum est ei, quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.* Conferas ad hanc additionem Heronis, quae addit Campanus ad hunc locum, et editionem Euclidis Heibergianam vol. II p. 428—431: *Uulgo VII, 20.*

undecime ⟨huius⟩ partis; [et illud est, quod demonstrare voluimus.]

Quod sequitur, additum est figure vicesime.[1]) Iam igitur ostensum est, impossibile esse, ut minores numeri, qui sunt secundum proportionem aliorum numerorum, sint partes illorum numerorum. Quod si non fuerint partes eorum, erunt pars ipsorum, cuique eorum fuerint; pars erit, secundum quod in precedentibus ostensum est, minor minoris et maior maioris. Cuius exemplum sit ⟨in⟩ numeris, ut sit proportio trium ad quatuor, sicut est proportio novem ad duodecim, neque est possibile, ut secundum proportionem novem ad duodecim sint duo minores numeri quam tres et quatuor, minor quorum numerat minorem secundum quantitatem, qua maior numerat maiorem, quoniam tres numerat novem secundum numerum vicium, quibus quatuor numerat duodecim. Si quis ergo dixerit, quia proportio trium ad novem est sicut proportio quatuor ad duodecim, ergo erunt tres ⟨et⟩ novem duo minores numeri secundum proportionem quatuor ad duodecim, et tamen tres sunt partes quatuor, sicut novem duodecim; dicam tunc, quod hoc est impossibile. Quod inde est, quoniam proportio unius ad tres est sicut proportio numerorum, qui sunt secundum hanc ⟨proportionem⟩, scilicet secundum proportionem quatuor ad duodecim, et est minor, qui est unus, pars mioris, qui est quatuor, sicut est maior, qui est tres, pars maioris, qui est duodecim. Hec igitur figura est, que est adiungenda theoremati.

4—5. minorem numerum quod. — 6. sicut partes. — 9. sit numerus. — 13. minor quoque. — 18. ergo erit. — 25. quod est unius partis. — 25—26. est pars maior qui est tres maioris. — 26—27. igitur gratia figura.

1) Euclides VII, 20 (Campani VII, 21): *Numeri secundum quamlibet proportionem minimi numerant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.*

INCIPIT EXPOSITIO LIBRI OCTAVI.

Quod sequitur, secundo additur theoremati.[1])

Iam vero ostensum ⟨est⟩, quod, cum minores numeri secundum proportionem unam fuerint constituti, si fuerint tres, tunc duo extremi erunt quadrati; quod si fuerint quatuor, duo extremi erunt cubi. Ponam itaque horum exemplum secundum numeros. Sit ergo proportio data in proportione addente medietatem, et sunt duo minores numeri, qui sunt secundum hanc proportionem, numeri duo et tres, quoniam tres sunt equales duobus et medietate ipsorum. Cum ergo multiplicaverimus duos in se, proveniunt inde quatuor, et cum multiplicaverimus duo in tres, aggregabunt in sex, et cum multiplicaverimus tres in se, aggregabunt novem: numeri ergo quatuor et sex et novem sunt continui secundum proportionem duorum ad tres. Quod etiam, cum multiplicaverimus duo in tres numeros, scilicet in quatuor et sex ⟨et⟩ novem, aggregabunt in octo et duodecim et decem et octo; tres quoque cum multiplicaverimus in novem, provenient viginti et septem. Quatuor ergo numeri sunt secundum proportionem duorum ad tres, quorum duo extremi, scilicet octo et viginti septem, sunt cubi; et duo extremi trium numerorum scilicet quatuor et novem, sunt quadrati. Sed si vellemus, ut essent in proportione dupli, accipiemus unum et duos. Est igitur proportio unius ad duos proportio dupli. Unus igitur in se

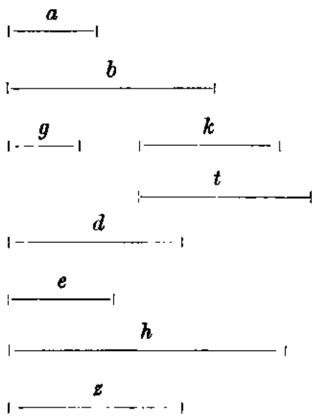
6. cbi. — 16. duos et tres. — 18. tes. — 19. in novem] in uno $\overline{\text{nc}}$.

1) Euclides VIII, 2: *Numeros quotlibet continue proportionalitatis secundum proportionem datam minimos invenire. Unde manifestum est, quod, si fuerint tres numeri continue proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati; quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.*

est unus, qui ⟨est⟩ quadratus, et duo in duos sunt quatuor, qui similiter est quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus. [Hec autem figura iam precessit.]

Quod sequitur, theorematì quinto decimo octave partis additur.[1])

Et etiam ponam, ut latus *g* numerat latus *d*: dico igitur, quod cubus *a* numerat cubum *b*. Si igitur dispositione probationis manente secundum dispositionem prime probationis eum fecero, illud ostendetur, sicut ostensum est prius, quod numeri *a*, *t*, *k*, *b* sunt continui secundum proportionem *g* ad *d*. Sed proportio *g* ad *d* est sicut proportio cubi *a* ad solidum *t*, et positum est, ut latus *g* numerat latus *d*: ergo cubus *a* numerat solidum *t*. Sed cum numeri fuerint continui secundum proportionem unam, et fuerit primus numerans secundum, tunc ipse etiam numerabit alium. Sed *a* primus numerat *t* secundum, ergo ipse etiam numerat *b* postremum: ergo cubus *a* numerat cubum *b*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Additio vero, quam Yrinus addidit post figuram vicesimam quintam[2]), est duarum figurarum,

4. decime. — 4—26. *In margine legitur:* Hoc in fine mei continetur. *Hoc vult intelligi, quod totum capitulum in suo* Euclidis *exemplari legitur.*

1) Euclides VIII, 15 (apud Campanum VIII, 14): *Si cubus alium cubum numeret, latus quoque suum latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.*

2) Euclides VIII, 25 (apud Heibergium VIII, 27): *Omnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum sicut*

quarum una est hec: Cum fuerint duo numeri, quorum unius ad alterum proportio sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ipsi erunt superficiales similes. Altera est: Cum fuerint duo numeri, quorum unius ad alterum proportio sit sicut proportio cubi ad cubum, ipsi sunt solidi similes. Harum autem probatio facilis, quoniam inter omnes duos numeros quadratos cadit numerus et continuatur proportionaliter, ergo inter duos quadratos cadit numerus unus; et inter duos cubos cadunt ⟨duo⟩ numeri et continuantur proportionaliter. Igitur numeratio eius, quod cadit inter eos ex numeris, est sicut numeratio eius, 40 quod | cadit inter omnes duos numeros secundum proportionem ipsorum: ergo cadit inter omnes duos numeros, qui sunt secundum proportionem duorum quadratorum, numerus unus; et inter duos numeros, qui sunt in proportione duorum numerorum cubicorum, duo numeri, et continuantur proportionaliter, et duo numeri, qui sunt secundum proportionem duorum numerorum quadratorum, sunt superficiales similes; et duo numeri, qui sunt secundum ⟨proportionem⟩ duorum numerorum cubicorum, sunt solidi ⟨similes⟩, et illud est, quod demonstrare voluimus.

2—3. proportio unius quadrati. — 4. latera est. — 15. quod sunt.

alicuius cubi ad aliquem cubum. Haec duae propositiones Heronis, ultimae, in quibus eius mentio fit, conversas praebent huius et inmediate antecedentis propositionis Euclidis.

INCIPIT EXPOSITIO LIBRI NONI.

Figurarum primam[1]) et secundam[2]) none partis sequitur hoc, scilicet, quod illud, quod aggregatur ex multiplicatione cuiuslibet numeri quadrati in numerum quadratum, est numerus quadratus[3]), quod inde ⟨est⟩, quoniam omnes duo numeri quadrati ⟨sunt⟩ superficiales similes. Ostensum est autem in figura prima ⟨huius partis⟩, quod omnium numerorum superficialium similium, quod ex unius in alterum multiplicatione provenit, est numerus quadratus: ergo superficialis, qui provenerit ex multiplicatione unius omnium duorum quadratorum in alterum, est quadratus.

Ostendam quoque, quod, si aliquis numerus multiplicatur in quemlibet ⟨numerum⟩ quadratum, et numerus, qui ex multiplicatione provenit, sit quadratus, numerus, qui in eum multiplicatur, est quadratus.[4]) Ponam itaque, ut numerus a sit quadratus, in quem multiplicetur numerus b, et aggregetur ex multiplicatione numerus g, qui sit quadratus: dico

10. alteram. — 11. quod provenit. — 16. quod in eum.

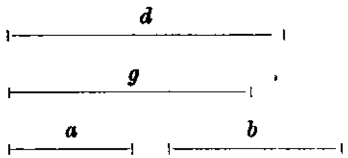
1) Euclides IX, 1: *Si fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu unius in alterum producetur, numerum quadratum esse necesse est.*

2) Euclides IX, 2: *Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.*

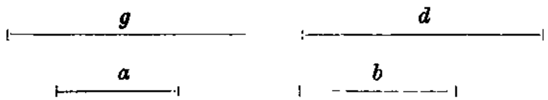
3) Videas Campani corollarium ad IX, 2: *Ex his itaque patens est, quia, si tetragonus in tetragonum ducatur, qui ex eis producetur, tetragonum esse.*

4) Ibidem: *Si vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus fit, illum numerum aliquem tetragonum esse.*

igitur, quod b est quadratus. Probatio eius, quoniam numerus a multiplicatur in se ipsum et aggregetur quadratus d; et quadratus a iam multiplicatus fuerit in numerum b, et aggregatus fuerat quadratus g: ergo proportio a ad b est sicut proportio d ad g. Ergo inter duos quadratos d et g cadit numerus unicus, qui cum duobus quadratis d et g fit continuus secundum proportionem unam, ergo inter duos numeros a et b cadit numerus unicus, qui cum eis fit continuus secundum proportionem unam. Sed numerus a est quadratus, ergo numerus b tertius est quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Manifestum est etiam, quod, cum numerus quadratus in aliquem numerum multiplicatur, et constat, quod inde aggregatur numerus non quadratus, tunc etiam ille numerus est non quadratus.[1]) Exempli causa sit numerus a quadratus, qui multiplicetur ⟨in⟩ numerum b, et aggregetur numerus g, qui non sit



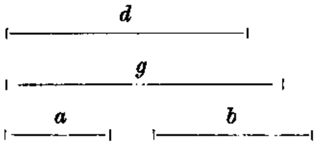
quadratus: dico igitur, quod etiam numerus b est non quadratus. Probatio eius, quoniam numerus a est quadratus, et ex eius multiplicatione in se provenit quadratus d, et etiam ex multiplicatione eius in b aggregatur ⟨g⟩: ergo proportio a ad b est sicut proportio d ad g. Sed d est quadratus, ⟨et g est non quadratus⟩, ergo duo numeri

4. fuerit. — 9—10. quod cum. — 24. et sex eis.

1) Ibidem: *Itemque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse.*

d et *g* sunt superficiales non similes. Non est ergo possibile, ut cadat inter eos numerus, et fient tres numeri secundum proportionem ⟨unam⟩. Impossibile est ergo, quod cadat inter duos numeros *a* et *b* numerus, et fient tres numeri continui proportionales. Duo igitur numeri *a* et *b* non sunt superficiales similes. Sed numerus *a* est quadratus, ergo numerus *b* est ⟨non⟩ quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ostendam etiam, quod, cum numerus quadratus multiplicat numerum non quadratum, qui inde aggregatur, est numerus non quadratus.[1]) Probatio eius, ut redeamus ad figuram, et sit *a* quadratus, et *b* non quadratus, et aggregetur ex multiplicatione unius eorum in alterum superficialis *g*, et sit numerus *d* quadratus *a*. Et quia numerus *a* est quadratus, et numerus *b* non quadratus, ergo duo numeri *a*, *b* sunt superficiales non similes. Non igitur cadit inter eos numerus tercius, ut fiant tres numeri continue proportionales, non ergo etiam inter duos numeros *d* et *g* cadit numerus tercius, ⟨ut⟩ continuantur tres numeri proportionaliter: ⟨ergo⟩ duo numeri *d* et *g* non sunt duo numeri superficiales similes. Sed numerus *d* est quadratus, ergo numerus *g* est non quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus,



Quod sequitur, additum est figure sexte.[2]) Ex hac figura, quam premisi, ostendam, sicut ostendimus ⟨in⟩ quadratis, quod, cum numerus cubicus in nume-

1. non similes *iteratur*. — 10. multiplicatur. — 23. tres numeros.

1) Ibidem: *Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.*

2) Euclides IX, 6: *Si ex ductu cuiusdam numeri in se ipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario comprobatur.*

rum non cubicum multiplicatur, superficialis, qui inde aggregatur, est non cubicus. Et, cum numerus [non] cubicus multiplicat numerum, et quod inde provenit, est non cubicus, tunc numerus, in quem fuit multiplicatus, est non cubicus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur, figure duodecime additum est.[1]) Ostensum est, quod, ⟨si⟩ omnes duo numeri incommunicantes ⟨sunt⟩ minores numeri secundum proportionem, et sunt numerantes omnes duos numeros secundum proportionem suam equaliter minor minorem et maior maiorem, necesse ⟨est⟩, ut numeri positi sint quatuor, quatinus cum numerus primus numeravit tercium, sic secundus numerus numerat quartam, et quod primus et secundus sint incommunicantes. Probatio . . . tantum proveniunt numeri, qui sunt numeri *e*, *t*, *a*. Sed ipsi sunt proportionales, et primus et secundus sunt incommunicantes. Dicit ergo aliquis, quod primus numerat secundum, et non est necesse nisi, ut numerat tercium, érgo convenit, ut numerus *a* in duobus ponatur locis, donec proveniat numerus quartus. Ergo erit proportio numeri primi *e* ad numerum equalem numero *a*, qui est secundus, sicut numerus tercius *a* ad numerum *t* quartum. Sed numerus *e* ⟨est⟩ incommunicans numero *a* posito equali numero *a*, ergo ipsi numerant duos numeros secundum proportionem suam minor minorem et maior maiorem equaliter, ergo numerus *e* primus numerat numerum *a* tercium. Sed iam fuit ei incommunicans, quod est impossibile; et illud est, quod
40 demonstrare voluimus. |

3. multiplicatur. — 8. Auctum est. — 12. sint] sicut. — 14. quoniam primus. — 15. *Post* Probatio *certe lacuna statuenda* est. — 23. tercia *a*.

1) Euclides IX, 12: *In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.* An haec additio ad hanc propositionem, immo ad hunc librum pertineat, dubito.

| ⟨Figura 13ª libri noni.[1]⟩ *Si fuerint numeri ab uno incipientes secundum proportionem unam continui, quotcumque sint, et fuerit ille, qui sequitur unum, primus: numerum, qui ex eis est maior, non numerabit nisi numerus ex eis.* 50

Verbi gratia sint numeri a, b, g, d ab uno incipientes continui secundum proportionem unam, et sit numerus a sequens unum primus: dico, quod numerum d, qui est maior, non numerat nisi unus numerorum a, b, g. Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Sed si fuerit possibile, ut numerum d numeret numerus preter numeros a, b, g, ponam, ut sit numerus e numerans eum. Impossibile est igitur, quod numerus e [aut] sit numerus primus, sed compositus, quod quidem constat secundum probationem figure tricesime partis septime. Quod si statuerimus, ut numerus e sit primus, cum ipse numerat numerum postremum, qui est d, numerabit etiam numerum a, qui sequitur unum, et hoc secundum probationem figure undecime huius partis. Positum vero est, quod numerus a est primus numerus, ⟨et e est⟩ numerans ipsum, quod inconveniens est et impossibile. Numerus ergo e non est primus, ergo ipse est numerus compositus. Omnis autem

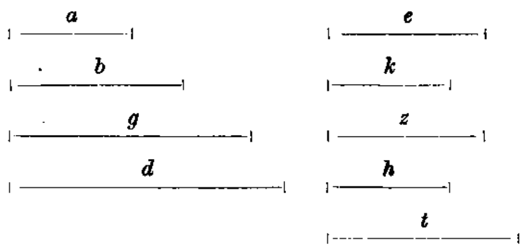
3. quodcumque. — fuerint. — 8—9. numerus d, quod est maiorum. — 14. aut compositus. — 15—16. si tacuerimus.

1) Haec propositio in Mscpto. addita est commentario X. libri in medio omnino aliarum considerationum, item propositio posterior IX, 36. Demonstrationes omnino eaedem sunt cum Euclideis variationibus nullius paene momenti. Aut ergo folia permutata sunt in arabico originali — duae enim propositiones et in versione Gherardi duas paginas, id est unum folium implent —, aut fragmentum genuinae versionis Euclidis Gherardianae ibi conservatum est. Secundum equidem casum probabiliorem censeo. Has quoque propositiones, ut par erat, in contextum IX libri, ex quo depromptae sunt, ponere mihi visum est. Textus autem Campani propositionis Euclidis IX, 13 est: *Quotlibet numeris ab unitate continue proportionalibus, si, qui unitatem sequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.*

numerus compositus omnino primo numeratur, quemadmodum ostensum est ex probatione figure vicesime none partis septime. Dico igitur, quod non est numerus primus, qui numerat *e*, preter *a*, nec fiat unus duorum numerorum *b, g*. Quod si numerus primus *a* non fuerit numerans *e* numerum compositum, igitur connumeret ipsum numerus alius preter *a*, sitque numerus *k*. Et quia *k* numerat *e*, et *e* numerat *d*, ergo *k* numerat *d*. Sed numerus *k* est primus, et omnis numerus primus numerans postremum numerum numerat numerum, qui sequitur unum, ergo numerus *k* numerat numerum *a*, qui sequitur unum. Ipse vero est primus, hoc igitur est inconveniens et impossibile. Numerum ergo *e* ⟨non⟩ numerat numerus primus preter *a*, quoniam iam ostensum ⟨est, quod⟩ impossibile esset, ut numeret ipsum aliquis ex numeris primis. Numeri vero ⟨primi⟩ potentialiter sunt infiniti, et neque est aliquis ex illis numeris numerans *e* numerum compositum, impossibile quoque est, quin omnis numerus compositus a numero primo numeretur. Solus autem numerus *a* est ex numeris primis, super quem non cadit probatio, quoniam ipse etiam numerat *e*. Cum ergo numeri primi sunt multi ⟨et⟩ infiniti potentialiter, et numerans *a* sit tantum, et omnes numeri primi intrant in his duabus divisionibus, scilicet numeri, qui sunt potentialiter infiniti preter numerum *a* tantum, et neque sit ex illis numeris primis, qui sunt infiniti, aliquis preter numerum *a* numerans numerum *e*, ergo numerus *a* est numerus primus, qui numerat numerum *e*. Sed numerus *e* numerat numerum *d*, sit ergo numerus *z* ex unitatibus secundum equalitatem eius, quo numerus *e* numerat numerum *d*: dico igitur, quod numerus *z* non est equalis uni ex numeris *a*, *b*, et quod ipse numerat numerum *g*. Probatio eius. Quoniam numerus *e* numerat *d* secundum equalitatum eius, quod est in numero *z* ex unitatibus, numerus *e* multiplicetur in

4. donec fiat. — 5. et non fuerit. — 8—9. et primus. — 15. numeris primus. — 17. illius. — 20. numeris primus. — 22. finiti. — 34. est multiplicatur.

numerum *z*, et aggregetur *d*. Sed numerus *a* multiplicetur in *g*, et aggregetur numerus *d*, ergo superficialis, qui fit ex *e* in *z*, equalis est superficiali, qui fit ex *a* in *g*. Ergo proportio *a* ad *e* est sicut proportio *z* ad *g*. Sed *a* numerat *e*, ergo numerus *z* numerat *g*. Et dico etiam, quod numerus *z* non est equalis uni numerorum *a*, *b*, quoniam iam ostensum est ex probatione precedentis figure, quod, cum numeri ab uno incipientes secundum proportionem unam continuantur, tunc minor numerat maiorem secundum aliquem numerorum illius proportionis. Sed numerus *z* non numerat *d* nisi cum quantitate unitatum



⟨numeri *e*, et⟩ numerus *e* non est equalis uni ex numeris *a*, *b*, *g*, quoniam, si numerus *z* esset equalis uni numerorum *a*, *b*, *g*, esset *z* numerans *d* cum uno ex numeris *a*, *b*: ergo numerus *z* non est equalis uni ex numeris *a*, *b*, *g*. Sed ipse non numerat eum cum uno eorum, neque numerat ipsum nisi secundum numerum *e*, qui nulli numerorum *a*, *b*, *g* equalis existit. Iam ergo ostensum est, quod numerus *z* nulli numerorum *a*, *b* est equalis. Sed ipse numerat numerum *g*: numeret ergo ipsum secundum equalitatem eius, quod est in numero *h* ex unitatibus. Probabo itaque, quemadmodum probavi, quod numerus *a* numerat numerum *z*, et quod numerus *h* numerat numerum

2—3. fit ex *g* ẹṣṭ *e* in *z*. — 7. precedenti. — 10—11. si numerus. — 11—12. unitatum est numerus *c*. — 22. Probatio. — quemadmodum probatio. — 23. numerum *z*, et quod numerus *z*, et quod numerus *h*.

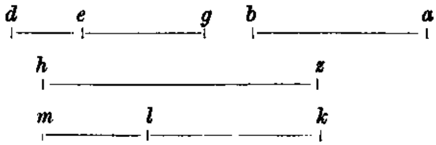
b, et quod numerus *h* etiam ⟨non⟩ est equalis alicui numerorum *a*, *b*. Et quia *h*, sicut manifestum est, numerat *b*, ergo sit in *t* ex unitatibus secundum equalitatem eius, quo numerus *h* numerat *b*. Sed numerus *h* aut est primus aut compositus. Quod si *h* fuerit ⟨primus⟩, cum ipse numerat *b*, numerabit etiam numerum *a*, quoniam ipse sequitur unum. Sed numerus *a* est primus, et numerus *h* numerat ipsum, quod omnino est inconveniens. Numerus igitur *h* non est primus, ergo ipse est compositus; ipsum itaque numerabit numerus primus. Dico autem impossibile esse, quod numeret ipsum numerus primus preter numerum *a*, quoniam, cum quilibet numerus primus numerat numerum *h*, et numerus *h* etiam numerat *b*, ergo ille numerus primus numerat numerum *b*, ergo ipse numerat numerum *a*, qui sequitur unum. Sed numerus *a* est primus et numerus numerat ipsum, quod est inconveniens. Relinquitur igitur, ut numerum *h* non numerat aliquis ex numeris primis nisi numerus primus *a*. Dico igitur, quod numerus *t* non est equalis *a*, qui sequitur unum. Quod ideo est, quoniam numerus *t* non numerat *b* nisi secundum quantitatem eius, quod est in numero *h* ex unitatibus. Sed numerus *h* non est equalis numero *a*, ergo numerus *t* non est equalis numero *a*, quoniam, si foret equalis ei, esset numerus *h* numerans numeros *b*, *g*, *d*. Sed ipse non est unus numerorum *b*, *g*, *d*, quoniam ipse numerat numerum *b*, ergo numerus *t* non est equalis numero *a*. Sed numerus *h* numerat *b* secundum equalitatem eius, quod est in *t* ex unitatibus, ergo *h* multiplicetur in numerum *t*, et aggregetur numerus *b*. Sed numerus *a* multiplicetur in se, et aggregetur numerus *b*, ergo quadratus *a* est equalis superficiali, qui fit ex *t* in *h*: ergo proportio *a* ad *h* est sicut proportio *t* ad *a*, quod ideo est, quoniam assumam duos numeros equales numero *a*; ergo numerus *a* primus multiplicatur in numerum *a* quartum, et fit, quod provenit, equale ei, quod aggregatur

11. esset.

ex numero *h* secundo in numerum tercium *t*: ergo proportio primi, qui est *a*, ad numerum secundum *h* est sicut proportio numeri *t* tercii ad numerum quartum *a*. Sed numerus primus *a*, qui sequitur unum, numerat secundum *h*, ergo numerus *t* tercius numerat numerum quartum *a*. Sed numerus quartus *a* est equalis primo numero *a*, qui sequitur unum, ergo numerus *t* numerat numerum *a*, qui sequitur unum. Sed ipse est primus, et *t* non est equalis *a*, quod est inconveniens et impossibile.
Iam ergo ostensum est, quod numeri incipientes ab uno | 51
si proportionentur continue, et fuerit ille, qui sequitur unum, primus, non numerabit maiorem eorum nisi aliquis illorum numerorum; et illud est, quod demonstrare
voluimus. | 51

| Figura, que sequitur, addita est theorematica 40
sexto decimo partis none.[1])

Omnium duorum numerorum, quorum unus in quotlibet dividitur sectiones, quod aggregatur ex multiplicatione unius duorum numerorum in alterum, equale est coniunctioni, que provenit ex multiplicatione numeri indivisi in sectiones numeri divisi.[2])



Exempli causa sint duo numeri *ab* et *gd*, et sit *gd* divisus in duas sectiones supra punctum *e*: dico ergo, quod est multiplicatio ⟨numeri *ab* in *gd* equalis multiplicationi numeri *ab* in *ge* et multiplicationi⟩ numeri *ab* in *ed*, cum coniunguntur. Probatio eius.

18. agregatur.

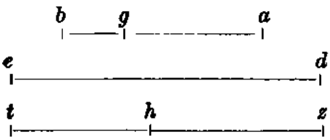
1) Euclides IX, 16: *Si fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi, quilibet ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.*

2) Videas additiones Campani ad hanc propositionem. Haec additio eadem est ac propositio II, 1.

Quoniam ponam, ut, quod aggregatur ex *ab* in *gd*, sit *hz*, et quod aggregatur ex *ab* in *ge*, sit *kl*, et quod ex *ab* in *ed*, sit *lm*. Ergo *gd* numerat *hz* secundum numerum unitatum, qui est in *ab*, et *ge* numerat *kl* secundum numerum unitatum *ab*, et *ed* numerat *lm* secundum numerum unitatum *ab*: ergo coniunctio *gd* numerat *km* secundum equalitatem eius, quod est in *ab* ex unitatibus, ergo numerus *km* est equalis numero *hz*. Ergo superficialis, qui provenit ex *ab* in *gd*, est equalis coniunctioni duorum superficialium, qui continentur ab *ab* et *ge* et *ab* et *ed*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura alia addita theorematì sexto decimo partis none.[1])

Omnis numeri in duas sectiones divisi coniunctio duorum superficialium, qui sunt ex toto numero in unamquamque duarum sectionum, equalis ⟨est⟩ quadrato numeri tocius. Exempli causa sit numerus *ab* in duas sectiones divisus supra punctum *g*: dico igitur, quod duo superficiales facti ex *ab* in *bg* et ex *ba* in *ag*, cum coniunguntur, sunt equales quadrato *ab*.



Sit ergo quadratum *ab*, *de*, et superficialis
41 *ab* in *bg* sit | *th*, et superficialis *ba* in *ag* sit *hz*: dico igitur, quod numerus *de* est equalis numero *tz*. Probatio eius. Quoniam numerus *ag* numerat numerum *zh* secundum equalitatem eius, quod est in *ab* ex unitatibus, et *bg* numerat *ht* secundum illud, quod est in *ab* ex unitatibus, et *bg* numerat *ht* secundum illud, quod est in *ab* ex unitatibus, ergo *bg* et *ga* coniunctio numeraverit *zh* et *ht* coniunctionem secundum equalitatem eius, quod est in *ab* ex unitatibus. Sed *bg* et *ga* coniuncti sunt equales

4. quod est. — 10. continent. — 26. numerus *bg*.

1) Ibidem. Vide etiam II, 2.

numero *ab*, et numeri *zh* et *ht* coniuncti sunt equales numero *zt*, ergo numerus *ab* numeret numerum *zt* secundum quantitatem eius, quod est in *ab* ex unitatibus, ergo numerus *zt* est equalis quadrato *ab*. Sed quadratus *ab* est *de*, ergo numerus *zt* est equalis *de*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Alia Figura addita theorem ati sexto decimo none partis.

Superficialis ab omni numero in duas sectiones diviso et ab uno duarum sectionum equalis ⟨est⟩ superficiali, qui fit ex una duarum sectionum in alteram, cum quadrato facto ex reliqua sectione.[1]) Exempli causa sit numerus *ab* divisus in duas sectiones supra punctum *g*: dico igitur, quod superficialis factus ex *ab* in *bg* equalis est coniunctioni superficialis facti ex *ag* in *bg* cum quadrato facto ex numero *gb* in se ipsum. Sit ergo superficialis factus ex *ab* in *bg* superficialis *de*, et numerus equalis superficiali *ag* in *gb* sit *dz*: dico igitur, quod quadratus *gb* est numerus *ez*. Probatio eius. Quoniam numerus *gb* numerat numerum *de* secundum equalitatem eius, quod est in *ab* ex unitatibus, sed *ag* numerat *dz* secundum equalitatem eius, quod est in *gb* ex unitatibus, ergo remanebit ex unitatibus *ab* unitates *gb*, cum quibus *gb* numerat numerum *ez*: ergo numerus *ez* ⟨est⟩ quadratus *gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

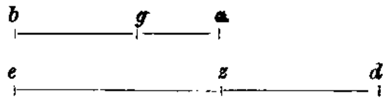


Figura predicto theoremati addita.

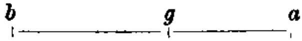
Omnis numeri in duas sectiones divisi quadratus ex toto numero factus equalis est coniunctioni duorum quadratorum duarum sectionum et duplo

2—3. *zt g* quantitatem. — 26. remanet.

1) Ibidem. Confer etiam II, 3.

superficialis, que continetur ab una duarum sectionum cum altera.[1])

Exempli causa sit numerus ab divisus ⟨in duas⟩ sectiones supra punctum g: dico ergo, quod quadratus ab est equalis coniunctioni duorum quadratorum ag et gb et duplo superficiali ag in bg.



Probatio eius. Quoniam superficialis ab in bg est equalis superficiali ag in bg ⟨cum quadrato bg, et superficialis ab in ag est equalis superficiali ag in gb⟩ cum quadrato ag, ergo coniunctio duorum quadratorum ag et gb cum duplo superficiali ag in gb est equalis coniunctioni duorum superficialium ab in bg et ba in ag. Sed coniunctio duorum superficialium ab in bg et ba in ag est equalis quadrato ab secundum illud, quod prius ostensum est, ergo quadratum ab est equalis coniunctioni duorum quadratorum ab et gb ⟨et duplo superficiali ag in gb⟩; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Vicesimo septimo[2]) additur figura quedam,
41 sed, quia in libro valde erat corrupta, pretermissa. |
51 | ⟨Figura tricesima sexta libri noni⟩.[3])

Si quilibet numeri continue accepti, qui ab uno incipientes secundum dupli proportionem existunt, aggregentur et unus cum iis, et fuerit ille totus numerus primus, deinde multiplicetur ille numerus primus in postremum numerum aggregatum: numerus aggregatus ex multiplicatione erit numerus perfectus.

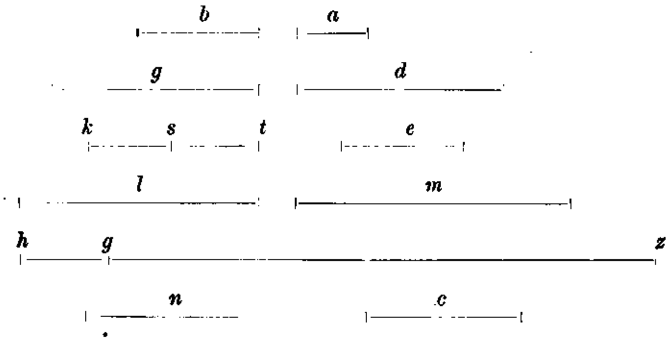
12. equalis est equalis. — 15. sicut est illud.

1) Haec quoque propositio invenitur in additionibus Campani, estque = II, 4.

2) Euclides IX, 27: *Si a numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur, impar est.*

3) Videas p. 200 not. Textus theorematis apud Campanum sic legitur: Euclides IX, 39: *Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli, qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.*

Exempli causa sint numeri a, b, g, d continui incipientes ab uno secundum proportionem duplam; deinde aggregentur et unus cum eis, et sit aggregatus numerus e, et sit numerus e primus, qui multiplicetur in numerum d, qui est postremus numerorum aggregatorum, et sit, quod aggregatur ex multiplicatione, numerus zh: dico igitur, quod numerus zh est perfectus. Probatio eius. Quoniam assumam numeros secundum proportionem a, b, g, d et secundum eorum numerationem continuos ⟨a⟩ numero e, qui sint numeri e et tk et l et m, ergo numeri a, b, g, d



sunt secundum proportionem numerorum e, tk, l, m et secundum eorum numerationem. Secundum equalitatem igitur erit proportio a ad d sicut proportio e ad m. Sed omnium quatuor numerorum proportionalium primi in quartum multiplicatio est equalis multiplicationi secundi in tertium, ergo superficialis, qui fit ex multiplicatione numeri e in numerum d, est equalis superficiali, qui fit ex multiplicatione numeri a in numerum m. Sed superficialis, qui fit ex e in d, est $z\langle h\rangle$, ergo superficialis, qui fit ex $\langle a\rangle$ in m, est zh. Sed a est duo, ergo zh est duplus numeri m, et numerus m est duplus numeri l, et numerus l est duplus numeri tk, et tk est duplus numeri

4. quod multiplicetur. — 16. quod fit.

e; ergo numerus *e* et *tk* et *l* et *m* et *zh* sunt continui secundum proportionem unam. Si ergo ex secundo et ex postremo minuatur, quod sit equale primo numero, erit proportio remanentis ex secundo ad numerum primum sicut proportio remanentis ex postremo ad omnes numeros, qui sunt ante ipsum, quemadmodum ostensum est ex probatione figure precedentis. Minuam itaque ex unoquoque duorum numerorum *tk* et *hz*, quod sit equale primo, qui est *e*, et sit *ks* et *hg*: ergo proportio remanentis ex numero *tk*, quod est *ts*, ad numerum *e* est sicut proportio residui ex *zh*, quod est *zg*, ad omnes numeros *m*, *l*, *tk*, *e*. Sed numerus *st* est equalis numero *e*, quoniam numerus *tk* est duplus numeri *e*: ergo numerus *zg* est equalis omnibus numeris *m*, *l*, *tk*, *e*, et totus numerus *zh* est equalis numeris *m*, *l*, *tk* et duplo numeri *e*. Sed numerus *e* est equalis numeris *a*, *b*, *g*, *d* et uno cum eis, ergo numerus *zh* est equalis omnibus numeris *m*, *l*, *tk*, *e*, *d*, *g*, *b*, *a* et uno cum eis. Dico autem, quod non numerat numerum *zh* numerus alius preter numeros *m*, *l*, *tk*, *e*, *d*, *g*, *b*, *a* et unum cum eis. Probatio eius, quia aliter non est possibile. Quod si fuerit possibile, numeret ipsum numerus alius preter *m*, sitque numerus *n*. Numerus itaque *n* non est unus ex eis et numerat numerum *zh*. Numeret ergo eum secundum equalitatem eius, quod est in *c* ex unitatibus: ergo *n* multiplicetur in *c*, et aggregetur *zh*. Sed *e* multiplicetur in *d*, et aggregetur *zh*, ergo superficialis, qui fit ex *c* in *n*, est equalis superficiali, qui fit ex *e* in *d*; ergo proportio *e* ad *c* est sicut proportio *n* ad *d*. Sed ⟨*n*⟩ non est unus ex numeris *a*, *b*, *g*: ergo *n* non numerat numerum *d*, quoniam, cum numeri continuantur ab uno secundum proportionem unam, et fuerit, qui sequitur unum, primus, non numerat numerum maiorem nisi numerus ex eis, quemadmodum ostensum est ex probatione ⟨figure⟩ tercie decime huius partis.

1. ergo quoniam. — 18—19. quod nominat numerum. — 21. Quod illud est non possibile.

Numerum ergo *d* non numerat nisi aliquis ex numeris *a*, *b*, *g*. Sed numerus *n* non est unus ex eis, ergo numerus *n* non numerat numerum *d*. Sed propotio *n* ad *d* est sicut proportio *e* ad *c*, et *n* non numerat *d*: ergo *e* non numerat *c*. Sed *e* est primus, ergo duo numeri *e*, *c* sunt primi, et ipsi sunt maiores numeri secundum proportionem suam, et numerat omnis duos numeros secundum proportionem suam minor minorem et maior maiorem equaliter: ergo *c* numerat *d*, ergo ipse est unus ex numeris *a*, *b*, *g*, quoniam, cum fuerint numeri ab uno vicissim continui secundum proportionem ⟨unam⟩, et fuerit ille, qui sequitur unum, primus, non numerat postremum nisi numerus ex eis. Sed *c* numerat *d* postremum, ergo ipse est unus ex eis. Ponam itaque, ut ipse sit numerus *b*. Deinde assumam a numero *e* numeros continuos secundum proportionem numerorum *b*, *g*, *d*, et secundum eorum numerationem, qui sint numeri *e*, *tk*, *l*. Secundum equalitatem igitur erit proportio *b* ad *d* sicut proportio *d* ad *l*: ergo superficialis, qui fit ex *e* in *d*, est equalis superficiali, qui fit ex *b* in *l*. Sed iam ostensum est, quod superficialis, qui fit ex *e* in *d*, est ⟨equalis⟩ superficiali, qui fit ex *c* in *n*: ergo superficialis, qui fit ex *c* in *n*, est equalis superficiali, qui fit ex *b* in *l*. Sed superficialis, qui fit ex *c* in *n* est *zh*, ergo superficialis, qui fit ex *b* in *l* est *zh*, ergo proportio *b* ad *c* est sicut proportio numeri *n* ad numerum *l*. Sed *b* est equalis *c*, ergo *n* est equalis *l*. Sed nos iam posuimus, ut *n* non sit equalis alicui ⟨numerorum⟩ *a*, *b*, *g*, *d*, *e*, *tk*, *l*, *m*, quod equidem inconveniens est et impossibile. Numerum ergo *zh* non numerat numerus preter numeros *a*, *b*, *g*, *d*, *e*, *tk*, *l*, *m* ⟨et unum cum eis⟩, et ipse est equalis numeris istis: ergo ipse ⟨est⟩ perfectus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

10. fuerit unus ab uno — 22. est superficialis.

INCIPIT PARS DECIMA EXPOSITIONIS SECUNDUM ANARITIUM.[1])

Dixit Euclides: *Quantitates, sive sint linee sive superficies sive corpora, que dicuntur communicantes, sunt, quas omnes una quantitas numerat.*

Necesse est, ut hec propositio sit magis communis[2]), quoniam tempus et locus sunt ex quantitatibus continuis, quibus communicatio accidit et incommunicatio, tempori scilicet ad tempus et loco ad locum. Quantitas vero, que mensurat quantitates communicantes, est pars cuiuslibet earum. Que pars aut erit divisa a quantitatibus communicantibus, aut erit coniuncta unicuique earum.

Dixit Euclides: *Quantitates, que dicuntur incommunicantes, sunt, quas omnes una quantitas non mensurat.*

Ex quo voluit intelligi, quod nullo modo invenitur quantitas mensurans eas. Verumptamen possibile est, ut sit una ex quantitatibus incommunicantibus alii communicans quantitati. Exempli causa sint quantitates incommunicantes a, b, g. Possibile tamen est, ut sit aliqua quantitas unam earum mensurans, sicut quantitas d sit mensurans

---

9. Quantitates vero.

---

1) In nullo libro numeri theorematum, quae Anaritius citat, a numeris editionis Campani et Graeca Heibergii tam diversi sunt, quam in hoc decimo. Nec minor est discrepantia inter Campanos et Heibergianos numeros; textus quoque Campani multis locis totus alius est quam Heibergii. Et ideo numeros Anaritii, et numeros Campani et Heibergii in notis adscribam.

2) *„Magis communis"* vernacula lingua *„ganz allgemein"* interpretandum videtur.

quantitatem *a*. Quod si ipsa mensuraverit eam, impossibile erit, ut ipsa mensuret aliam preter eam, scilicet ex quantitatibus duabus *b* et *g*. Et similiter est possibile, ut *d* sit mensurans unam duarum quantitatum *b* et *g*, sed non erit quantitas ⟨*d*⟩ mensurans reliquas duas. Et similiter dixit Euclides in loco, „ut non mensurat eas omnes quantitas una", quoniam sunt ad invicem incommunicantes. Est possibile, ut sint tres alie quantitates, quarumcumque ⟨queque⟩ unam ex tribus quantitatibus etiam incommunicantibus mensuret. Verbi gratia sint quantitates *a*, *b*, *g* incommunicantes, et quantitas *d* mensuret quantitatem *a*, et quantitas *e* mensuret quantitatem *b*, et quantitas *z* mensuret quantitatem *g*: ergo etiam quantitates *d*, *e*, *z* erunt incommunicantes.

Dixit Euclides: *Linee recte, que dicuntur communicantes in potentia, sunt, cum quadrata ex eis facta superficies una mensurat.*

Neque dixit „superficiem", nisi quia ipsa magis communis quam quadratum. Cum ergo fuerit superficies mensurans quadrata earum, erit etiam quadratum illi superficiei equale mensurans ea.

⟨Dixit Euclides:⟩ *Incommunicantes vero in potentia dicuntur, cum non fuerit superficies mensurans quadrata facta ex eis.*

Et sicut diximus in lineis communicantibus, similiter dicemus in istis.

Dixit Euclides: *Et postquam istud ita ⟨est⟩, ostenderetur, cum in principio posita fuerit linea recta, quod sint recte linee, quarum multitudo est infinita, quarum quedam sunt ⟨communicantes et quedam⟩ incommunicantes, quecumque linea fuerit, alie vero in longitudine tantum, alie in potentia et in longitudine similiter. Ergo linea recta, ex qua incepta fuerit, et cuius positio est posita prima*

3. *zb* et *g*. — 6. ubi non. — 23. cum] eam. — quadrato facto. — 31. in quacumque. — alie vero] vero valuit. — 33. fuerit eius positio et posita primum lineam dicunt rationalem.

linea, dicitur rationalis, ⟨et que ei communicant sive in longitudine et potentia sive in potentia tantum, dicuntur rationales, que vero ei incommunicant, dicuntur irrationales⟩.[1])

Ex hoc voluit intelligi, quod, cum acciderit, ut iste linee sint secundum modum hunc, tunc cum fuerit linea existens quantitas, cum qua relique mensurantur quantitates, sicut cubiti unius, ergo cum inceptum fuerit, et posita fuerit hec mensura, cum qua relique quantitates temptantur, invenientur quantitates infinite, scilicet linee infinite numerationis, quarum quedam erunt incommunicantes ei in longitudine tantum, et alie incommunicantes in longitudine et potentia simul. Et hec ille sunt, quarum quadratorum ad invicem proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Et sicut evenit, ut quantitas illa iam sit posita secundum has quantitates et secundum hunc ⟨modum⟩, sic etiam contingit, ut sint quantitates multe et infinite numerationis, quarum alie communicant ei in potentia tantum et alie in longitudine et potentia. Quod ibi dixit, „i n c o m m u n i c a n t“, est locus, in quo significavit, quod hec quantitates, quarum alie sunt incommunicantes in longitudine et alie in potentia et longitudine simul, sunt seiuncte[2]) quantitati posite. Possibile tamen, ut alii quantitati communicent. Huius exemplum est, quod, cum acceperimus duos diversos cubitos, cum quibus mensuratur, possibile erit, ut sint linee multe et infinite ⟨numerationis⟩, quarum omnes sunt incommunicantes uni duorum cubitorum, alie
42 in longitudine tantum, et alie in longitudine | et potentia; hec tamen etiam dicte linee erunt communicantes alteri cubito, alie in potentia tantum, alie in longitudine et potentia, secundum quod ipse iam exposuit, ubi dixit:

4. intelligerent. — 12. similiter. Hec que alie. — 18. communicant quia in. — 19. incommunicant] cum incipiant.

1) Textum mancum Mscpti secundum vestigia lectionis Graecae nec non Campanianae supplere conatus sum.

2) *„Seiungi“* idem est ac *„incommunicare“*.

„dividamus lineam diffinitam, cum qua relique linee ratiocinantur, et linee, que communicant ei, sunt rationales, et que ei incommunicant, sunt irrationales".

Dixit Euclides: *Linea, ex qua est quadratum* ⟨*ir*⟩*rationale, est etiam irrationalis.*

Cum dixit „quadratum ⟨ir⟩rationale", voluit intelligi quadratum, quod superficies non mensurat, scilicet non invenitur ei quantitas superficialis mensurans ipsum. Et quia quadratorum ad invicem proportio est sicut proportio laterum ipsorum ad invicem duplicata, et non est quadratum, quod mensuret quadratum irrationale, non est quadrati irrationalis ad alium quadratum proportio rationalis. Non est igitur etiam proportio lateris quadrati irrationalis ad lineas omnes proportio rationalis, scilicet non invenitur, quod lateris quadrati ⟨ir⟩rationalis sit proportio rationalis ad aliquam lineam rationalium.

Prime figure additio[1]).

Hec figura est antecedens eius, que eam sequitur, quod ideo est, quoniam, cum acceperimus ex multiplicibus minoris in maiori, donec supersit residuum existens minus minore, tunc necessario erit, ut multiplicia illa sint maius medietate quantitatis maioris. Et similiter, cum accipitur in minore ex multiplicibus superfluitatis, erunt multiplicia illa maiora medietate quantitatis minoris; et similiter necessarium est fieri ⟨cum⟩ reliquis multiplicibus. Dixit ergo in hac figura: „minus medietate", et dicit in

6. rationales. — 7. ut voluit. — 10. proportio est] proportionem. — 15. irrationalis] ut rationalis. — lineas omnes lineas. — 20. multiplicatoribus. — 22. multiplica. — 23. cum accipitur] eam accipit.

1) Euclides X, 1 (Campanus et Heibergius idem): *Si a duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est, ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.*

figura secunda: „cum minuetur, remanebit residuum existens minus quantitate communi", qua dixit mensurari eas omnes. Hiis vero duabus quantitatibus due accidunt habitudines, quarum una est positio, que est, quoniam sunt communicantes; et secunda est secundum naturam, que est, quoniam sunt diminuentes usque in infinitum. Ergo secundum partem positionis mensurat eas quantitas aliqua, que in figura secunda quantitas est; sed secundum partem nature eam invenire impossibile erit, quia diminutio pervenit ad quantitatem, que erit minor quantitate communi, que posita est, que est quantitas *e*, et illud est, sicut secundum probationem huius figure similis prime.

Additio figure tercie.[1])

Non ob aliud dixit EUCLIDES: „volo ostendere, qualiter inveniatur maior quantitas mensurans duas quantitates aut tres aut plures eis", sicut in figura quarta[2]) dixit, nisi quod hec quantitas maior est ea, que mensurat duas quantitates, et neque mensurat preter eas ex eis, que sunt minores eis. Inveniuntur tamen quantitates multe et infinite, quarum unaqueque mensurat duas quantitates positas aut tres aus plures hiis, sed omnes sunt minores maiore quantitate communi, que mensurat duas quantitates.

Dixit GEOMETER.[3]) Non ab aliud invenit EUCLIDES

---

2. comuni *et sic semper.* — 9. eam invenire] cum invenient. — 18. dixit, nisi] dicam ubi.

---

1) EUCLIDES X, 3 (CAMPANUS et HEIBERGIUS idem): *Propositis duabus quantitatibus inequalibus communicantibus maximam quantitatem communiter eas numerantem invenire. Ex hoc itaque manifestum est. Que duas metitur quantitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.*

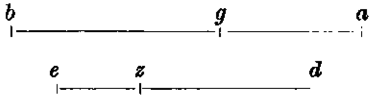
2) EUCLIDES X, 4 (CAMPANUS et HEIBERGIUS idem): *Propositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas communiter numerantem invenire.*

3) Quis sit ille „GEOMETRA" nescimus, nec potest hic esse EUCLIDES ipse, quem aliis locis ANARITIUS *„Geometram"* nominat.

de quantitate maiore, que mensurat duas quantitates, nisi ut mensuratio, que cum ea fit, sit diffinita in hiis, que sunt necessaria eis, que sunt posita in figura quarta et quinta, et que sunt post eas.

Tercie figure additio.

Si fuerit quantitas, a qua quantitas ei in longitudine communicans inveniatur, erit etiam reliqua communicans ei, et erunt omnes communicantes. Minuatur igitur ex quantitate ab quantitas ag, et sit ab communicans quantitati ag: dico igitur, quod ag communicat bg, et quod ipse ambe sunt communicantes ab. Probatio eius. Quoniam, si non fuerit ag communicans ei, ergo sit ag incommunicans gb. Non est igitur unius earum ad alteram proportio sicut proportio numeri ad numerum. Sit itaque proportio ab ad ag sicut proportio numeri de ad numerum dz: ergo proportio quantitatis ag ad quantitatem gb est sicut proportio numeri dz ad numerum ze; ergo ag communicat gb; et illud est, quod demonstrare voluimus.



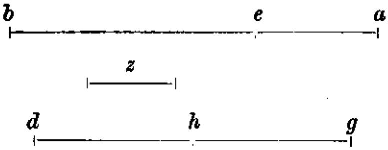
Ostendam preterea in hac figura tercia, quod, si quantitas mensurans duas quantitates non fuerit quantitas maior, ipsa mensurabit quantitatem maiorem communem mensurantem duas quantitates.[1])

Sit ergo quantitas mensurans duas quantitates ab, gd quantitas z ⟨et sit quantitas gh quantitas maior communis mensurans duas quantitates ab, gd: dico ergo, quod quantitas z mensuret quantitatem gh. Probatio eius,⟩ quia gh mensurat quantitatem be. Sed ipsa mensurat quantitatem totam ab, ergo ipsa mensurat quantitatem ea;

7. comunicans *et sic semper*. — 16. eis. — 18. est sicut.

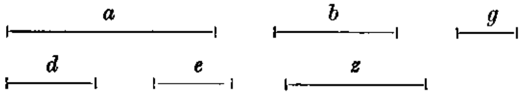
1) Cfr. notam 1 p. 215: „*Ex hoc itaque manifestum est*“ etc.

sed quantitas *ea* mensurat quantitatem *dh*: ergo quantitas *z* mensurat quantitatem *dh*. Sed ipsa mensurat totam *gd*, ergo mensurat quantitatem *gh*. Sed *gh* est quantitas maior communis, que mensurat duas quantitates *ab*, ⟨*gd*⟩: ergo quantitas *z* mensurat quantitatem maiorem communem, que mensurat duas quantitates *ab* et *gd*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Probatio figure sexte[1]) secundum modum, secundum quem est huiusmodi.

Quia ostensum est, quod proportio quantitatis *z* ad quantitatem *a* est sicut proportio unius ad *g*, et proportio



a ad *b* fuit sicut proportio *g* ad *d*: ergo secundum equalitatem proportio unius ad *d* est sicut proportio *z* ad *b*. Sed unus numerat *d*, ergo *z* numerat *b*. Sed *z* iam fuit numerans *a*: ergo quantitates *a*, *b* sunt communicantes; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De figure septima.[2])

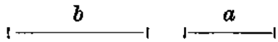
3. *ge* — 4. quantitatem] totam mensurat. — 13. quod. — *Post* 15. *figuram addidi.* — 18. unius.

1) Euclides X, 6 (Camp. et Heiberg. idem): *Si fuerint due quantitates, quarum sit proportio unius ad alteram tanquam numeri ad numerum, eas duas communicantes esse necesse est.*

2) Euclides X, 7 (Campanus idem, Heibergius X, 9): *Omnium duarum superficierum quadratarum, quarum latera in longitudine communicant, est proportio unius ad alteram tanquam numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erunt latera earum in longitudine communicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam non velut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommunicantia.*

Ex hac figura ostendam, quod quadratorum, que fiunt ex lineis incommunicantibus, ad invicem proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum.

Latera sunt in longitudine incommunicantes. Sint ergo linee *a* et *b* incommunicantes in longitudine, non erit ergo quantitas communis eis mensurans eas, neque erit aliqua ex quantitatibus, cuius proportio ad eas sit rationalis.



Proportio vero numerorum ad invicem est proportio rationalis: impossibile est igitur, ut sit proportio *a* ad *b* sicut proportio numeri ad numerum, quoniam non accipimus nisi numeros, in quibus est ex unitatibus secundum mensuram quantitatis communis unicuique duarum quantitatum, quemadmodum ostensum est in figura quinta huius partis. Cum ergo non fuerit quantitas communis eius, non invenientur duo numeri secundum proportionem earum, neque erit proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri ad numerum. Postquam igitur non erit proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri ad numerum, non erit proportio quadratorum ad invicem, que fiunt ex illis lineis, sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quoniam numeri quadrati non sunt illi, quorum latera sunt inventa, et que sunt post inventionem suam secundum proportionem linearum. Sed positum est, quod linee predicte sunt incommunicantes, scilicet incommunicantes in longitudine: non est igitur numerus quadratus secundum proportionem quadratorum linearum incommunicantium.

Huius autem inventionis conversio est hec.

Cum non fuerit quadratorum ad invicem proportio, que fiunt ex lineis, sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera

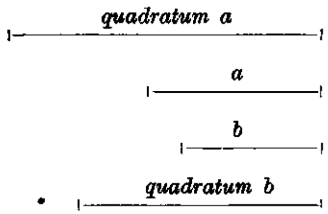
---

7. eius. — 12—13. quoniam vero non. — 14. duarum
9 numerus
iteratur. — 18. earum] eius. — ad alteram] ad alteram. — 32. fiunt] fuerint

eorum erunt in longitudine in proportione incommunicantia.[1])

Quoniam, cum non invenitur numerus quadratus, 43 cuius proportio | sit ad numerum quadratum sicut proportio quadrati linee date ad quadratum linee date, non erit tunc inventus aliquis ex numeris quadratis, cuius latera sunt, ut prediximus. Sed proportio laterum quadratarum quantitatum ad latera quadratarum quantitatum non est nisi sicut proportio laterum numerorum. Quia igitur quadrati numeri non sunt reperti, non sunt latera eorum reperta; sed latera quadratarum quantitatum sunt inventa; ergo proportio earum ad invicem ⟨non⟩ est sicut proportio numeri ad numerum.

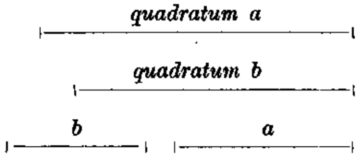
Secundum ordinem vero probationis Euclidis *a* et *b* sunt incommunicantes in longitudine: dico igitur, quod proportio quadrati *a* ad quadratum *b* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Sed cum proportio quadratarum quantitatum ad invicem fuerit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, tunc latera ipsorum erunt in longitudine communicantia, sicut ostensum est in secunda numeratione huius figure; sed latera, secundum quod positum est, sunt incommunicantia in longitudine: erunt igitur linee communicantes in longitudine et incommunicantes simul, quod contrarium est ⟨et⟩ impossibile. Non est ergo proportio quadrati *a* ad quadratum *b* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum; et illud est, quod demonstrare voluimus.



1. in proportione] inpositio. — 10. reperta. — 29. quod] quia.

1) Cfr. notam 2 p. 217 inde a verbis „*Quod si fuerit*“ etc.

Quod si non fuerit proportio quadratorum ad invicem sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera eorum erunt incommunicantia in longitudine. Probatio eius, quoniam non est possibile, ut sit aliter. Quod si fuerit possibile, sint latera quadratorum *a*, *b* et sint communicantia in longitudine. Sed quadratorum ad invicem proportio, que fiunt ex lineis communicantibus in longitudine, est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, sicut est illud, quod est ostensum in sectione prima huius figure: ergo proportio quadrati *a* ad quadratum *b* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum ⟨quadratum⟩. Sed etiam fuit proportio unius eorum ad alterum non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: hoc autem est impossibile. Quadratorum ergo, quorum proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera non sunt in longitudine communicantia; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Cum dicit: „in longitudine“, vult, ut latera quadratorum intelligantur; et cum dicit: „in potentia“, vult intelligi quadrata linearum.

De figura nona.[1])

In principio probationis dixit EUCLIDES[2]): „ergo mensuret eas quantitas“, et non dixit: „ergo accipiemus eis quantitatem communem eis“, quod ideo fecit, quoniam non accipimus quantitatem communem nisi

14. huius prima huius.

1) EUCLIDES X, 9 (CAMPANUS idem, HEIBERGIUS X, 15): *Si fuerint due quantitates communicantes, totum quoque ex eis confectum utrique earum erit communicans. Si vero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambe commensurabiles.*

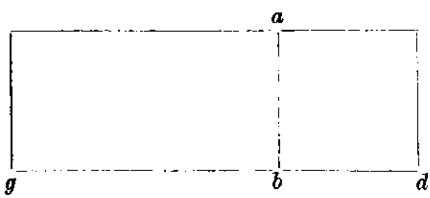
2) *„Sitque earum communis mensura d“.*

maiorem, qui mensurat quantitates. Iam autem ostensum est in figura tercia, quod omnis quantitas mensurans quantitates ⟨mensurat quantitatem maiorem mensurans quantitates⟩, quapropter visum est ei, ut acciperemus quamlibet quantitatem, scilicet quantitatem maiorem, que mensurat eas, aut aliam aliarum quantitatum, que sunt minores maiore quantitate, que mensurat eas. Et propter hoc dixit: „mensuret eas“, et non dixit: „accipiamus“.

Quod hic additum, post figuram sextam decimam sequitur.[1])

Necessarium est, ut hec intentio sit post sextam decimam figuram: Due linee in longitudine rationales quamlibet continentes superficiem, quarum unius ad alteram proportio non est sicut ⟨proportio⟩ numeri ⟨quadrati⟩ ad numerum quadratum, neque sicut proportio unius quadrati ad numerum, quemadmodum in tractatu octavo est ostensum, continent tamen ⟨superficiem⟩ rationalem; linea autem, que supra illam superficiem potest, est irrationalis in longitudine.

Sint itaque linee ab et bg rationales in longitudine, sed non sit proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: dico ergo, quod supra superficiem, quam ipse continent, potest linea ⟨ir⟩rationalis in longitudine.



Sit ergo superficies, quam linee ab et bg continent, superficies ag. Faciam itaque quadratum ad, et quia proportio

2. tercio. — 7. maiores. — 16—17. quemadmodum *iteratur*. — 21. irrationales.

1) Euclides X, 16 (Campanus X, 15, Heibergius X, 19): *Omnis superficies rectangula, quam continent due linee in longitudine*

ab ad *bg* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erit proportio quadrati *ad* ad superficiem *ag* non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Latus igitur quadrati equalis superficiei *ag* est ⟨in⟩communicans linee *ab* rationali in longitudine posite. ⟨Linea ergo potens⟩ supra superficiem *ag* est rationalis in potentia tantum, et est incommunicans linee *ab* rationali in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ex hac autem figura declaratur, quod, cum fuerit proportio *ab* ⟨ad *bg*⟩ sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, linea potens supra superficiem *ag* erit rationalis in longitudine. Quod ideo erit, quoniam proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio superficiei *ad* ad superficiem *ag*. Sed proportio superficiei *ad* ad superficiem *ag* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, linea ergo potens supra superficiem *ag* communicat linee *ab*, que potest supra superficiem *ad*. Sed *ab* est rationalis in longitudine, et linea potens supra superficiem *ag* communicat linee *ab*; sed quicquid communicat rationali, est rationale: ergo linea potens supra superficiem *ag* est rationalis in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Additio figure septime decime ⟨huius⟩ partis.[1])

Oportet, ut linea, cum qua linee mensurantur, sit apud nos posita, quod in longitudine sit rationalis et incommunicans duabus lineis *ab* et *ag* in longitudine aut uni earum. Nos enim in anxiomatibus diximus, quod,

---

15. *ag* est sicut. Sed — 19. et] ergo.

---

rationales, rationalis esse probatur. Additio Anaritii amplificationem theorematis continet.

1) Euclides X, 17 (Campanus X, 16; Heibergius X, 20): *Cum adiuncta fuerit linee in longitudine vel communicata rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale laterique primo in longitudine communicabile.*

si due linee *ab* et *ag* fuerint in cubito incommunicantes, cum quo mensurantur terre, possibile est etiam, ut communicant alie linee, que etiam apud nos ⟨posita⟩ sit rationalis in longitudine, quemadmodum nos posuimus duos cubitos[1]), quorum unus erit incommunicans duabus lineis *ab* et *ag*, et alter communicabit unicuique duarum linearum *ab* et *ag*; duo tamen cubiti erunt incommunicantes. Eius vero demonstratio[ne, id quod] fit in figura octava decima[2]), cum adiungitur ad lineam rationalem hec superficies medialis. Tunc manifestum est, quod latitudo proveniens est rationalis in potentia et ⟨in⟩communicans linee posite rationali, ad quam adiuncta est superficies.

Similiter quoque fit in figura nona decima[3]), nisi ostenditur, quod communicans mediali est medialis, et in figura vicesima[4]), quia, ⟨cum⟩ voluit, ut ostendetur superfluitas medialis supra medialem, posuit lineam rationalem in longitudine. Oportet itaque, ut hec intentio in omni loco huius partis sit observata. Quod vero necessarium est premitti, est hec figura:

Volo ostendere, qualiter inveniantur due linee in potentia tantum rationales et superficiem rationalem continentes.

Ponam itaque duos ⟨numeros⟩ *ag* et *gb*, quorum quisque sit numerus quadratus, sed non sit proportio coniunctionis eorum ad duos numerus *ag* et *gb* sicut pro-

4. ponemus. — 5. lineis] terciis. — 11. in] vel.

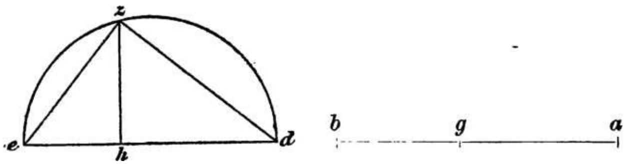
1) Conferas, quae Anaritius ad definitionem quintam dixit, supra pag. 213.

2) Euclides X, 18 (Campanus X, 20; Heibergius X, 22): *Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis, latus eius secundum potentialiter tantum erit rationale laterique primo in longitudine incommensurabile.*

3) Euclides X, 19 (Campanus X, 21; Heibergius X, 23): *Omnis linea communicans mediali est medialis.*

4) Euclides X, 20 (Campanus X, 22; Heibergius X, 26): *Omnis differentia, qua habundat mediale a mediali, irrationalis esse probatur.*

portio | numeri quadrati ad numerum quadratum; et ponam 44
lineam *de* rationalem in longitudine, et hoc est, ut sit communicans ⟨vel⟩ equalis alicui linee apud nos date rationali in longitudine, supra quam faciam semicirculum, et ponam, ut proportio *de* ad *eh* sit sicut proportio nu-

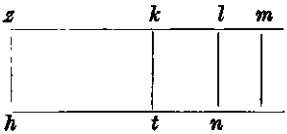


meri *ab* ad numerum *bg*: ergo *de* est incommunicans *eh* in longitudine. Deinde protraham perpendicularem *zh*, et coniungam puncta *d*, *z* et *z*, *e* protrahendo lineas: dico igitur, quod due linee *dz* et *ze* sunt in potentia tantum rationales et continentes superficiem rationalem. Probatio eius. Quoniam proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio *de* ad *eh*, ergo proportio *de* ad *eh* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Superficies igitur, quam ipsi continent, est rationalis ⟨in potentia⟩, et linea potens supra illam superficiem est irrationalis in longitudine. Linea vero, que supra illam superficiem potest, est linea *ze*: ergo linea *ze* est rationalis in potentia ⟨et irrationalis in longitudine⟩. Et similiter ostenditur, quod linea *zd* est etiam rationalis in potentia et irrationalis in longitudine. Et quia proportio *dh* et *eh* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum; erit proportio quadrati *dh* ad quadratum *hz* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Sed proportio quadrati *dh* ad quadratum *hz* est sicut proportio quadrati *dz* ad quadratum *ze*: ergo proportio quadrati *dz* ad quadratum *ze* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Ergo due linee *dz* et

8. puncto. — 11. *hb* ad *bg*. — 19—20 irrationalis in potentia in longitudine.

ze sunt communicantes in longitudine, ergo dz communicat ze. Sed quadratum dz est rationale, enim dz est rationalis in potentia, ergo superficies, quam continent due linee dz, ze, est rationalis. Et ostenditur etiam, quod quadrata earum coniuncta sunt rationale, quoniam sunt equalia quadrato de; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Hec autem figura utilis existit et auxiliatur figure vicesime tercie[1]), ubi dicitur: *Omnis superficies rectorum angulorum contenta a duabus lineis in potentia tantum communicantibus aut est medialis aut rationalis.* Quod ideo est, quoniam, ⟨si⟩ due linee zk, kl illius figure continent superficiem, erit superficies illa equalis quadrato facto ex hz. Sed due linee zh et 'tk sunt latitudines duarum superficierum kh, tl illius figure, que sunt mediales: ergo kh, tl sunt rationales in potentia. Nos autem iam invenimus in hac figura, quam posuimus, duas lineas rationales tantum in potentia et continentes superficiem rationalem. Similiter ergo contingit, ut sint due linee zk et kl continentes superficiem rationalem aut medialem; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Et hoc est, quod non omnes due linee superficiem continentes, que in longitudine sunt ⟨ir⟩rationales et in potentia tantum rationales, superficiem continent medialem, sed etiam continent rationalem, sicut ostensum est. Euclides quoque illud assignavit, quemadmodum diximus nunc, in figura vicesima tercia. Sed quod ipse plus locutus fuit de surdis quam de rationalibus, causa fuit figure habentis

10. contanta et duabus. — 11. incommunicantibus. — 27. superficiem] esulum. — 31. surdis] sard'i.

1) Euclides X, 23 (Campanus idem, Heibergius X, 25): *Omnis superficies, quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes, aut rationalis est aut medialis.*

viginti bases triangulas, cuius latus est linea minor, et etiam causa figure habentis duodecim bases pentagonas, cuius latus est residuum. Euclides etiam, quicquid retulit, ⟨non⟩ ob aliud retulit, nisi ostenderet, quod illud, quod est in libro eius et in tota decima parte, non est nisi antecedens linearum duarum figurarum, scilicet habentis viginti bases triangulas et habentis duodecim bases pentagonas.[1])

Additio figure octave decime.[2])

Si quis igitur dixerit: Possibile est, ut quadrato facto ex linea mediali non sit superficies rectorum angulorum equalis duabus lineis in potentia ⟨tantum⟩ rationalibus contenta, dicam, quod linea medialis est diffinita ex hoc, quod ipsa est linea, que potest supra superficiem rectorum angulorum contentam a duabus lineis rationalibus in potentia tantum, aut quod utreque sunt ita, aut quod una earum sit rationalis in potentia tantum et altera in longitudine. Que autem non est ita, est indiffinita. Euclides non loquitur nisi de quantitatibus diffinitis.

Que sequuntur, figure vicesime[3]) sunt annexa.

Volo ostendere, qualiter inveniantur due linee in potentia ⟨tantum⟩ rationales, quarum longior sit potens supra breviorem secundum augmentum quadrati linee communicantis sibi in longitudine.[4])

Sit itaque numerus ab quadratus, a quo dividam numerum bg, qui etiam sit quadratus, sed reliquus nume-

---

15. contenta.

---

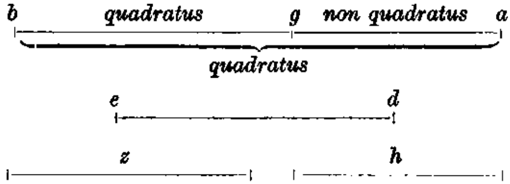
1) Hinc patet, Anaritium quoque illud iudicium verum accepisse, ut Euclides totum opus corporum quinque regularium causa composuerit.

2) Conferas notam 2 p. 223.

3) Conferas notam 4 p. 223.

4) Est propositio 17 Campani (Heibergii X, 29), sed longe aliter demonstratur.

rus non sit quadratus, qui est *ag*, et sit *de* communicans alicui linee date rationali in longitudine, et ponam, ut proportio quadrati *de* ad quadratum *h* sit sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*. ⟨Et quia⟩ proportio numeri *ab* ad numerum *ag* fit sicut proportio quadrati facti ex



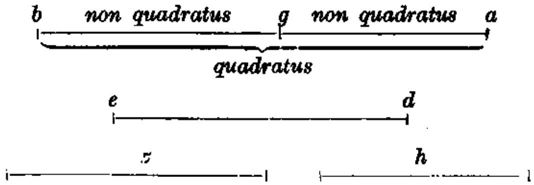
linea *de* ad quadratum ex linea *h* factum, proportio numeri *ab* ad numerum *gb* est sicut proportio quadrati facti ex linea *de* ad quadratum linee *z*. Ergo, quia proportio *ag* prime ad *ab* secundam est sicut proportio quadrati *h* tercii ad quadratum *de* quartum, et proportio *gb* quinte ad *ab* secundam est sicut proportio quadrati *z* sexti ad quadratum *de* quartum, erit proportio prime et quinte, cum coniunguntur, que sunt *ag* et *gb*, ad *ab* secundam sicut proportio tercii et sexti, cum coniunguntur, que sunt duo quadrata *h* et *z*, ad quartum, quod est quadratum *de*, secundum illud, quod ostensum est ex probatione figure vicesime quarte partis quinte. Sed coniunctio prime et quinte, que sunt *ag* et *gb*, est equalis secunde, que est numerus primus *ab*: similiter ergo coniunctio tercii et sexti, que sunt quadrata *h* et *z*, est equalis quarto, quod est quadratum *de*. Sed proportio quadrati *de* ad quadratum *h* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum ⟨*ag*⟩, et numerus *ag* est non quadratus: ergo non est proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *h* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Ergo *de* non est portio communicans *h* in longitudine, neque communicat ei nisi in potentia tantum. Sed linea *de* est

16. sicut est illud. — 26. proportio.

rationalis in longitudine, linea igitur *h* non est rationalis in longitudine, neque est rationalis nisi in potentia tantum: ergo due linee *de* et *h* sunt rationales in potentia et in ea tantum communicantes. Et etiam, quia proportio numeri *ba* ad numerum *bg* est sicut proportio quadrati facti ex linea *de* ad quadratum factum ex linea *z*, et proportio numeri *ab* ad numerum *bg* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *z* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo *de* communicat *z* in longitudine. Ergo *de* potest supra *h* cum augmento ⟨quadrati⟩ linee communicantis sibi in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Volo ostendere, qualiter inveniantur due linee rationales et in potentia tantum communi-
|cantes, quarum longior supra breviorem possit 45
cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine.[1])

Secundum illud idem exemplum cum ergo posuerimus *ab* numerum quadratum et similiter numeros *ag* et *gb* numeros non quadratos, et posuerimus, ⟨quod⟩ erit pro-



portio quadrati linee *de* rationalis in longitudine et communicantis linee posite rationali in longitudine ad quadratum linee *h* sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*,

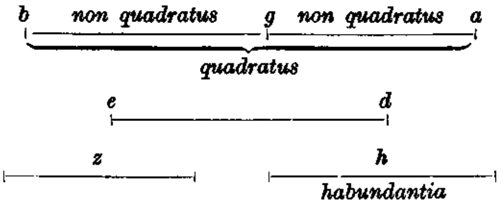
20. et numeros. — 22—23. communicans.

1) Campani prop. 18 (Heibergii X, 30). Hic quoque demonstratio a Campani diversa est.

et proportio numeri *ab* ad numerum *gb* sit sicut proportio quadrati *de* ad quadratum *z*: ergo ostendetur, sicut ostensum est, quod coniunctio duorum quadratorum *h*, *z* est equalis quadrato *de*, et quod *de* potest supra *h* cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine, que est linea *z*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Volo ostendere, qualiter inveniantur due linee in potentia tantum rationales, quarum longior possit supra breviorem cum augmento quadrati linee communicantis sibi in longitudine.

Cum ergo posuero lineam *de*, que est in duabus figuris precedentibus, rationalem in longitudine, et lineam secundam rationalem in longitudine, scilicet posuero lineam rationalem et lineam secundam *de*, et posuero, ut *de* sit



linea seiuncta linee *h* in longitudine, et neque communicat ⟨ei⟩ nisi in potentia solum, cuius etiam quadratum cadet supra quadratum *h* cum augmento quadrati linee *z*, et erit linea *z* communicans linee *de* in longitudine: iam ergo ostensum est, qualiter fit hec, et qualiter sint due linee rationales in potentia tantum, quarum ⟨longior possit supra breviorem cum augmento quadrati linee⟩ communicantis sibi in longitudine.

Hec autem intentio proprie et due intentiones, que precedunt, sunt necessarie in figura surde, que est binomium, et surdarum ipsarum sequentium, et in binomio et

4. super *tah*. — 12. rationalis. — 13. longitudinem. — 19. et qualiter] equaliter. — 20—22. quarum una comunicat alteri in longitudine.

speciebus eius, et in residuo et speciebus eius. Et etiam ostenditur, qualiter inveniantur due linee in potentia ⟨tantum⟩ rationales, quarum longior sit potens supra breviorem cum augmento quadrati existentis in linea seiuncta sibi in longitudine, secundum modum, qui precessit. Et hoc est, quoniam ponam *de* rationalem in potentia tantum, et numeros *ab* et *bg*, quorum nullus sit quadratus. Probatio autem fit, secundum quod precessit; et illud est, quod demonstrare voluimus.

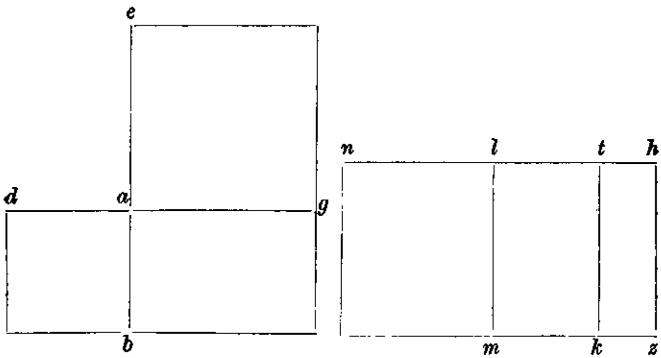
Figure vicesime tercie, quia Anaritius introduxit quedam in ea, quibus quidam contradixit, interponitur hoc: Omnis superficies rectorum angulorum et duabus lineis medialibus in potentia tantum ⟨communicantibus⟩ contenta aut est rationalis aut medialis.[1])

Sit ergo superficies *bg* rectorum angulorum contenta a duabus lineis *ab* et *ag*, que sint mediales ⟨et⟩ communicantes in potentia tantum: dico igitur, quod superficies *bg* aut est rationalis aut medialis. Probatio eius, quoniam constituam supra unamquamque duarum linearum *ab* et *ag* quadratum, sitque unum *bd* et alterum *ge*, et ponam lineam *hz* rationalem in longitudine, ⟨et⟩ ei adiungam superficiem rectorum angulorum equalem quadrato *bd*, que sit superficies *zt*, ⟨et⟩ adiungam ad lineam *tk* superficiem *kl* equalem superficiei *bg*, et ad lineam *lm* superficiem equalem ⟨quadrato⟩ *ge*, que sit superficies *mn*. Et quia linea *hz* est rationalis in longitudine, erit adiunctum mediale, quod est equale duabus superficiebus *bd*, *ge* medialibus communicantibus, que sunt due superficies *zt*, *mn*: ergo erit unaqueque duarum linearum *ht*, *ln* rationalis in potentia, quod sic esse constat secundum probationem figure octave decime huius partis. Et quia linea

2. equaliter. — 28. *ht*. — 29. mediale] omne.

1) Haec est ipsa propositio X, 23 Campani (Heibergii X, 25)

ab est equalis linee *ad*, et *ag* est equalis *ae*, ergo proportio *ad* ad *ag* est sicut proportio *ab* ad *ae*. Secundum probationem vero figure prime sexte partis erit proportio *ad* ad *ag* sicut proportio superficiei *bd* ad superficiem *bg*, et proportio lateris *ab* ad latus *ae* erit sicut proportio superficiei *bg* ad superficiem *ge*, et hoc secundum probationem figure undecime partis quinte. Sed nos fecimus



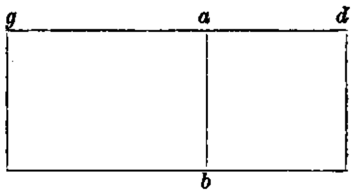
superficiem *zt* equalem superficiei *db*, et superficiem *kl* equalem superficiei *bg*, et superficiem *mn* equalem superficiei *ge*: ergo proportio superficiei *zt* ad superficiem *kl* est sicut proportio superficiei *kl* ad superficiem *mn*. Sed superficies tres parallelogramme sunt unius altitudinis et super bases diversas: ergo proportio superficiei *zt* ad superficiem *kl* est sicut proportio linee *ht* ad lineam *tl*, quod quidem ita constat esse secundum probationem figure prime sexte partis. Et similiter etiam proportio superficiei *kl* ad superficiem *mn* est sicut proportio linee *tl* ad lineam *ln*: ⟨ergo proportio linee *ht* ad lineam *tl* est sicut proportio linee *tl* ad lineam *ln*. Sequitur ergo, quod linee⟩ sunt in potentia tantum rationales et in ea tantum communi-

1. equalis *eg*. — 2. ad *eg*. — 3. huius sexte. — 12. paralellograme. — 17. lineam *ba*.

cantes, scilicet latera *ht* et *ln*, et quod orthogonium, quod continetur a duabus lineis *ht*, *ln* est equale quadrato *tl*. Sed orthogonium, quod continetur a lineis *ht*, *ln* aut est rationale aut mediale, ergo quadratum *tl* aut est rationale aut mediale; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Iam ostendimus in figura septima decima, qualiter inveniatur, quod due linee sint rationales in potentia tantum et continentes superficiem rationalem: ergo due linee *ht*, *ln* aut continent superficiem medialem aut rationalem, secundum quod dixit Euclides.

Diachasimus[1] inquit minor, quare Anaritius hoc apposuit, cum in libro Euclidis nusquam comparantur, scilicet cum dixit, quod due linee *ht* et *ln* sunt rationales et communicantes in potentia tantum, et quod ipse continent medialem. Ipse vero non sunt nisi rationales in potentia tantum et communicantes in longitudine, quoniam superficies *zt* est equalis quadrato *bd*, et superficies *mn* est equalis quadrato *ge*. Sed *bd* communicat *ge*, quoniam due linee *ab*, *ag* sunt communicantes in potentia, sicut ipse posuit eas: ergo *zt* communicat *mn*. Ergo *ht* communicat *nl*, ergo *ht*, *nl* sunt communicantes in longitudine, sed in potentia sunt rationales. Omnes autem due linee in potentia tantum rationales et in longitudine communicantes continent superficiem rationalem. Exempli causa ponam, ut linee *ab*, *ag* sint rationales in potentia tantum et in longitudine communicantes: dico igitur, quod superficies *bg* est rationalis. Probatio eius. Quoniam constituam



2. *ht*, *ba*. — 3. *th*, *ba*. — 7—8. tantum] tamen. — 9. *ht*, *ba*. — 12. unus quam comparant. — 21. *nl*] *ba*. — 25—31. *Figuram addidi.*

1) Quis sit Diachasimus, nescimus.

supra ab quadratum, quod sit quadratum bd, et quia ab est rationalis in potentia, ergo bd est rationale. Sed ab communicat ag in longitudine, et ab est equalis ad; ergo ad communicat ag, ergo superficies bd communicat superficiei bg. Sed bd est rationalis, ergo bg est rationalis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Manifestum est igitur illud, quod Anaritius dixit de duabus lineis ht, ln, scilicet quod sint communicantes in potentia tantum, et quod continent medialem. Impossibile esset ergo, ⟨quod⟩ due linee ht, ln non continent nisi |
46 rationalem. Sed orthogonium, quod continetur a duabus lineis ht, ln est equale quadrato tl, ergo quadratum tl est rationale. Ipsa quoque demonstratio tacuit in hoc loco, ⟨quasi⟩ hec figura iam foret expleta.[1]) Sermo vero, quo figura terminatur rite, est: Et quia quadratum tl est rationale, ergo linea potens supra ipsum, que est tl, aut est rationalis in potentia aut rationalis in longitudine. Quod si fuerit rationalis in potentia, ergo ipsa erit seiuncta tk rationali in longitudine, ergo superficies kl erit medialis. Sed superficies kl est equalis superficiei bg: ergo superficies bg est medialis. Et si tl fuerit rationalis in longitudine, ergo ipsa communicabit tk rationali in longitudine, ergo kl erit rationalis. Sed kl est equalis superficiei bg: ergo bg erit rationalis [in longitudine]. Iam igitur ostensum est, quod superficies bg aut est rationalis aut medialis; et illud est, quod domonstrare voluimus. ⟨Quod⟩ in fine figure vicesime sexte[2]) dicitur, quod impossibile sit, eas orthogonium rationale continere,

---

8. *ht, ba.* — 9. continent] comunicant. — 10 *ht, ba.* — 13. demonstratio] dem̄. — 24. in longitudine *certe est delendum.*

---

1) Quae sequuntur, additionem interpretis latini continere videntur, vel editoris cuiusdam Arabis commentarii Anaritii.

2) Euclides X, 26 (Campanus idem, Heibergius X, 32): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior minore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius linee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, invenire.*

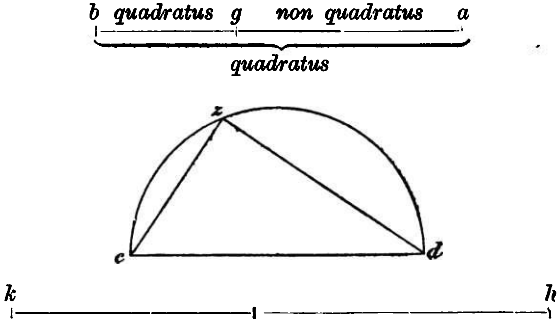
probatum est secundum probationem figure vicesime tercie huius partis.

Quod sequitur, post figuram quinquagesimam invenitur.[1])

Additio ad invenienda binomia sex secundum modum alium ab eo, quo EUCLIDES ea invenire docuit in hac parte.

Figura ad inveniendum binomium primum.[2]) Ostendam qualiter inveniatur linea, que dicitur binomium primum.

Sit itaque numerus *ab* quadratus, a quo dividam *bg* quadratum, et non ponam *ag* quadratum; sitque *ag* maior *bg*, et ponam lineam *de* rationalem in longitudine et



communicantem alicui linee in longitudine, supra quam describam semicirculum *dze*, et producam lineam *ze*, et ponam, ut proportio numeri *ab* ad numerum *bg* sit sicut proportio quadrati *de* ad quadratum *ze*, et coniungam puncta *d*, *z* cum linea *dz*, et ponam lineam *ht* equalem

5. et binomium sex. — 8. inveniant lineam. — 16. numeri quadrati.

1) EUCLIDES X, 50 (CAMPANUS X, 47; HEIBERGIUS X, 53). Id est post inventionem Euclideam sex binomiorum.

2) EUCLIDES X, 45 (CAMPANUS X, 42; HEIBERGIUS X, 48): *Binomium primum invenire.*

de, quam secundum rectitudinem protraham usque ad *k*, et ponam, ut *tk* sit equalis *dz*: dico ergo, quod tota linea *hk* est binomium primum. Quod ideo est, quoniam proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum *ez* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *bg*. Quadrata ergo *de* et *ez* sunt communicantia in longitudine, et remanet ergo, ut proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* sit sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*. Sed proportio numeri *ab* ad numerum *ag* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *de* non communicat *dz* in longitudine, neque etiam communicat ei nisi in potentia. Sed *de* est rationalis in longitudine, ergo *dz* est rationalis in potentia et seiuncta *de* in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Sed linea *hk* est equalis duabus lineis *de* et *dz*: ergo *hk* est binomium, et dico, quod est primum. Quod ideo est, quoniam angulus *z* est rectus, ergo *de* est maior *dz*. Sed *de* est rationalis in longitudine et etiam potest supra quadratum *dz* cum augmento quadrati linee *ze*, et iam ostensum est, quod linea *de* communicat linee *ez* in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et *de*, que est longior, communicat rationali et potest supra *dz* cum augmento quadrati linee communicantis sibi in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* coniuncte sunt binomium primum. Sed ipse sunt equales *hk*: ergo *hk* est binomium primum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

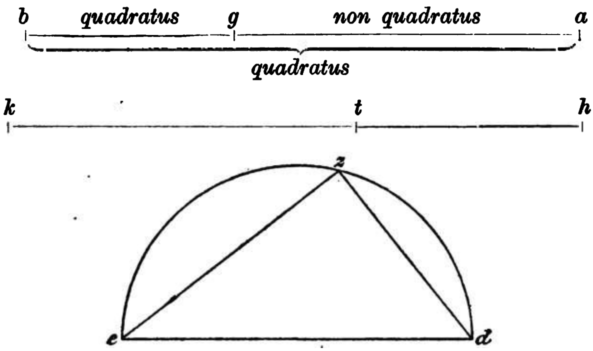
Figura ad inveniendum binomium secundum.[1]) Ostendam, qualiter binomium secundum reperiatur.

Sint itaque duo numeri *ab* et *bg*, quorum unusquisque sit quadratus, ⟨et non ponam *ag* quadratum⟩, et sit

5. quadratum.

1) Euclides X, 46 (Campanus X, 43; Heibergius X, 49): *Binomium secundum reperire.*

ag maior *bg*. Ponam etiam lineam rationalem in longitudine communicantem in longitudine linee posite rationali in longitudine, que sit linea *ht*, et proportio numeri *ag* ad numerum *ab* sit sicut proportio quadrati facti ex *ht* ad quadratum factum ex *tk*: ergo *tk* est longior *ht*. Et ponam, ut *de* sit equalis *tk*, supra quam constituam semicirculum *dze*, in quo ponam lineam *dz* equalem linee *th*:



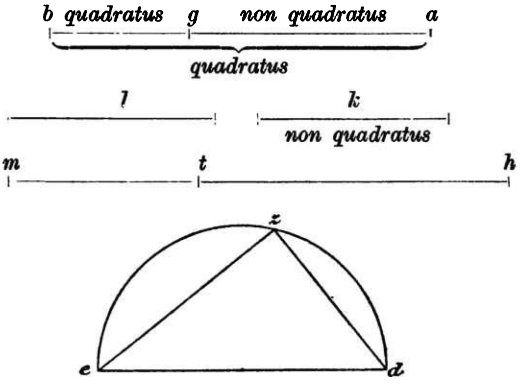
ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*. Sed proportio numeri *ab* ad numerum *ag* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *de* non communicat *dz* in longitudine, sed communicat ei in potentia. Sed *dz* est rationalis in longitudine, quoniam est equalis *ht*, ergo due linee *dz* et *de* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et *dz* minor communicat linee rationali in longitudine. Et quia proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*, et duo quadrata *dz* et *ze* sunt equalia quadrato *de*, cum ergo diviserimus et converterimus et composuerimus, erit proportio quadrati *de* ad quadratum *ez* sicut proportio numeri *ab* ad numerum *bg*. Sed *ab* et *bg* sunt

2. comunicantes. — 10. non etiam proportio.

quadrati, ergo *de* communicat *ze* in longitudine. Ergo due linee *dz* et *de* sunt due linee in potentia tantum rationales et communicantes, quarum minor, que est *dz*, communicat linee rationali, et *de* longior potest supra *zd* cum augmento linee communicantis sibi in longitudine. Sed *de* est equalis *tk*, et *dz* est equalis *th*, ergo *hk* est binomium secundum: et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura ad inveniendum binomium tercium.[1]) Ostendam, qualiter binomium tercium inveniatur.

Sit itaque *ab* numerus quadratus, a quo ⟨dividam⟩ etiam numerum *bg* quadratum. Erit ergo unusquisque duorum numerorum *ab* et *bg* quadratus; numerum vero



ag ponam non quadratum, et ponam numerum alium, que sit *k*, non quadratum, et ponam lineam *ht* incommunicantem alicui linee rationali in longitudine, sitque linea *l* rationalis posita; et ponam, ut proportio *ab* ad *k* sit

11. *Pro verbo* dividam *Mscptm. lacunam habet.*

1) Euclides X, 47 (Campanus X, 44; Heibergius X, 50) *Binomium tertium investigare.*

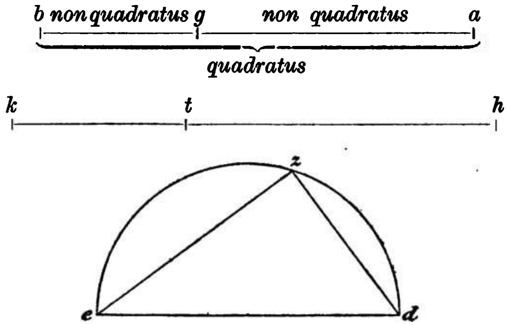
sicut proportio quadrati facti ex *ht* ad quadratum *l*, et ut proportio numeri *k* ad numerum *ag* sit sicut proportio quadrati *l* ad quadratum *tm*: ergo secundum proportionem equalitatis erit proportio *ab* ad *ag* sicut proportio quadrati *ht* ad quadratum *tm*, ergo *ht* et *tm* in potentia tantum sunt communicantes. Et propter hoc, quod proportio quadrati *ht* ad quadratum *l* rationalis non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erit *ht* incommunicans *l* in longitudine et communicans ei in potentia: ergo *ht* est rationalis in potentia et incommunicans rationali ⟨*l*⟩ in longitudine. Et similiter ostenditur, quod *tm* est seiuncta *l* rationali in longitudine, et quod ipsa est rationalis in potentia. Due ergo linee *ht*, *tm* in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Post hoc ponam *de* equalem *ht*, supra quam constituam semicirculum *dze*, et producam *dz* equalem *tm*, et protraham *ze*: ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* est sicut proportio *ab* ad *ag*. Sed quadratum *de* est equale duobus quadratis *dz* et *ze*: ergo cum diviserimus | et con- 47
verterimus et composuerimus, erit proportio ⟨quadrati⟩ *de* ad quadratum *ez* sicut proportio numeri *ab* ad numerum *bg*. Sed quisque eorum est quadratus, ergo *de* communicat *ez* in longitudine, ergo *de* potest supra *zd* cum augmento quadrati linee communicantis sibi ⟨in longitudine⟩. Sed *de* est equalis *ht*, et *dz* est equalis *tm*: ergo due linee *ht* et *tm* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et queque illarum est seiuncta linee rationali in longitudine, et longior potest supra breviorem cum augmento quadrati linee communicantis sibi: ergo *hm* est binomium tercium; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura ad inveniendum binomium quartum.[1]) Ostendam, qualiter binomium quartum inveniatur.

17. *zk*. — 29. sibi] secundi.

1) Euclides X, 48 (Campanus X, 45; Heibergius X, 51): *Binomium quartum scrutari.*

Sit itaque numerus *ab* quadratus, quem in duas sectiones diversas supra punctum *g* dividam, sitque *ag* maior *gb*; neque ponam aliquem duorum numerorum *ag*, *gb* quadratum; et ponam lineam *ht* communicantem alicui linee rationali in longitudine posite; et ponam, ut proportio *ab* ad *ag* sit sicut proportio quadrati *ht* ad quadratum *tk*:



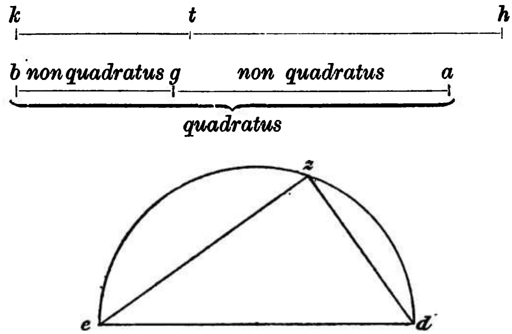
dico igitur, quod linea *hk* est binomium quartum. Quod inde est, quoniam ponam *de* equalem *ht*, supra quam describam semicirculum *dze*, et ponam *dz* equalem *tk*, et producam *ze*. Et quia proportio numeri *ab* ad numerum *ag* est sicut proportio quadrati *ht* ad quadratum *tk*: ergo proportio numeri *ab* ad numerum *ag* est sicut proportio quadrati *de* ad quadratum *dz*. Sed *bg* non est quadratus, ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *ez* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo linea *de* est incommunicans linee *ze* in longitudine. Sed quadratum *de* est equalis duobus quadratis linearum *dz*, *ze*: ergo *de* potest supra *zd* cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine, que est linea *ez*. Ergo due linee *ht* et *tk* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et linea *ht* longior potest supra breviorem

2. diversam. — 4. comunicantes. — 11. quadrati *de* ad quadratum *dz*, ergo. — 19. linea *zd*.

tk cum augmento quadrati linee seiuncte sibi, et linea *ht* longior communicat linee rationali date: ergo linea *hk* est binomium quartum; et illud est quod demonstrare voluimus.

Figura ad inveniendum binomium quintum.[1]) Ostendam, qualiter binomium quintum sit inveniendum.

Sit itaque linea *tk* linee rationali posite communicans, ⟨et⟩ ponam, ut *ab* sit numerus quadratus, et ut nullus duorum numerorum *ag* et *gb* sit quadratus; et



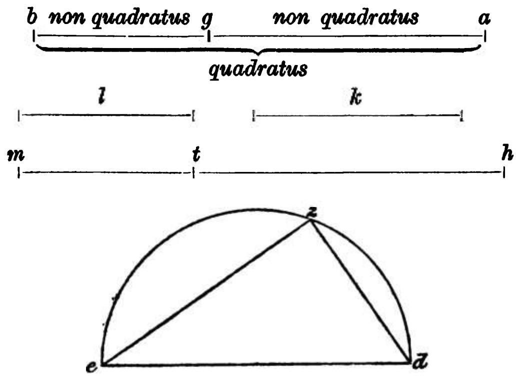
ponam, ut sit proportio quadrati *tk* ad quadratum *th* sicut proportio numeri *ag* ad numerum *ab*; ergo proportio quadrati *tk* ad quadratum *th* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum ⟨quadratum⟩: ergo *ht* est ⟨in⟩-communicans *tk* in longitudine et *tk* est rationalis in longitudine. Ponam autem *de* equalem *ht*, supra quam describam semicirculum *dze*, et protraham in ipso lineam equalem *tk*, que sit *dz*, et producam *ze*: ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*. Cum ergo diviserimus et everterimus et composuerimus, erit proportio quadrati *de* ad

1) EUCLIDES X, 49 (CAMPANUS X, 46; HEIBERGIUS X, 52): *Binomium quintum quaerere.*

quadratum *ez* sicut proportio numeri *ab* ad numerum *bg*, qui non est quadratus. Ergo *de* est incommunicans *ez* in longitudine, ergo *de* potest supra *dz* cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine: ergo linea *ht* potest supra *tk* cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine, et *tk* brevior communicat linee rationali posite. Ergo *hk* est binomium quintum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Figura ad inveniendum binomium sextum.[1]) Ostendam, qualiter binomium sextum sit inveniendum.

Sit itaque numerus *ab* quadratus, quam supra punctum *g* dividam, et ponam, ut neuter duorum numerorum *ag* et *gb* sit quadratus; et ponam numerum *k*, cuius pro-



portio ad aliquem duorum numerorum *ab* et *ag* non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Deinde ponam lineam in longitudine rationalem, que sit *l*, et lineam secundam, que sit *ht*, et ponam, ut proportio quadrati *ht* ad quadratum *l* sit sicut proportio numeri *ab*

1) Euclides X, 50 (Campanus X, 47; Heibergius X, 53): *Binomio sexto demum oportet insistere.*

ad numerum *k*: ergo non est proportio quadrati *ht* ad quadratum linee *l* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ⟨ergo *ht*⟩ non communicat linee *l* in longitudine, sed communicat ei in potentia: ergo *ht* est rationalis in potentia. Ponam autem, ut proportio quadrati *l* ad quadratum *tm* sit sicut proportio numeri *k* ad numerum *ag*. Ostenditur ergo, sicut ostensum est, quod *tm* est rationalis in potentia. Et quia proportio quadrati *ht* ad quadratum *l* est sicut proportio *ab* ad *k*, et proportio quadrati *l* ad quadratum *tm* est sicut proportio *k* ad *ag*: ergo secundum equalitatem proportio *ab* ad *ag* est sicut proportio ⟨quadrati⟩ *ht* ad quadratum *tm*. Sed proportio *ab* ad *ag* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo *ht* est seiuncta *tm* in longitudine, ergo *ht*, *tm* in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ponam vero *de* equalem *ht*, supra ⟨quam⟩ constituam semicirculum *dez*, in quo figuram lineam *tm* equalem, que sit *dz*, et producam *ze*, et ostendam, sicut ostendi superius, quod *de* incommunicat *ez*. Ergo *ht* potest supra *tm* cum augmento quadrati linee seiuncte sibi in longitudine. Sed linee *ht* et *tm* sunt seiuncte linee rationali in longitudine date, et in potentia sunt rationales ⟨et⟩ communicantes: ergo *hm* est binomium sextum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

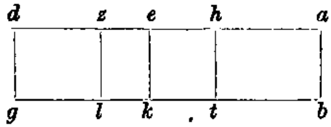
Quod sequitur, figure quinquagesime tercie additum invenitur.[1])

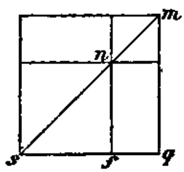
Quod autem quadrata earum sunt medialia, scilicet quod communicatio duorum quadratorum *mn*, *ns* est medialis, ideo est, quoniam ipsa sunt equalia toti superficiei *bd*. Sed superficies *bd* est [rationalis et] medialis, quoniam *ad* est rationalis in potentia tantum et incommunicans *ab* in longitudine, quapropter superficies *bd* est

17. figura. — 22. que in.

1) Euclides X, 53 (Campanus X, 50; Heibergius X, 56): *Si binomio tercio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eam potens erit bimediale secundum.*

medialis: ergo coniunctio duorum quadratorum *sn*, *mn* est medialis. Orthogonium quoque, quod continent ⟨linee⟩ habentes *sf*, *fq*, est seiunctum coniunctioni duorum quadratorum *sn*, ⟨*nm*⟩, que equatur *zt*, quod ideo est, quia





superficies *nq*, que continetur a duabus lineis *sf*, *fq*, est equalis superficiei *te*, et duo quadrata *sn*, *nm* sunt equalia superficiei *at*. Sed *ad* est seiuncta *de*, ergo superficies *at* est seiuncta *te*: ergo duo quadrata *sn*, *nm* sunt seiuncta superficiei *nq*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod sequitur, quinquagesime sexte[1]) additum est.

Non autem nominatur ea, que potest supra medialia, nisi quoniam quadratum factum ex *sq* est equale coniunctioni duorum quadratorum *sf*, *fq* et duplo superficiei, que continetur a lineis *sf*, *fq*. Sed duo quadrata *sf*, *fq* sunt
48 medialia, et duplum superficiei | contente a lineis *sf*, *fq* est mediale: ergo linea potens supra ea potest supra duo medialia.[2])

Id vero, cuius testimonium est conveniens figuris, que sequuntur quinquagesimam sextam figuram in binomiis et residuis est hec figura.

---

11. quinquagesima sexta.

---

1) Euclides X, 56 (Campanus X, 53; Heibergius X, 59): *Si binomio sexto lineaque rationali superficies contineatur, linea, que in eam potest, in duo [in] medialia potens esse probatur.*

2) Videas Euclidis Heibergii vol. III, p. 398/399, 21. Ad librum X prop. 41.

Ponam lineam *ab*, quam supra punctum *g* in duas sectiones, qualiterumque accidit, secabo: dico, quod proportio linee *ab* ad lineam *bg* est sicut proportio quadrati *ab* ad superficiem, quam continent due linee *ab* et *bg*, et sicut proportio superficiei, quam continent due linee *ab* et *bg*, ad quadratum *bg*. Probatio eius, quoniam constituam supra *ab* quadratum *ad* et protraham *ge* equidistantem *bd*, et producam diametrum *bk*, que secabit *ge* supra punctum *z*, a quo protraham lineam equidistantem *ab*, que sit *ht*. Superficies igitur *gd* est equalis ei, que continetur ab *ab* et *bg*, et quia quadratum *ad* est supra lineam *ab*, et superficies *gd* est supra lineam *gb*, erit proportio *ab* ad *bg* sicut proportio quadrati *ab* ad superficiem, quam continent linee *ab* et *bg*. Sed superficies *ta* est equalis superficiei *gd*: ergo proportio quadrati *ab* ad superficiem *ta* est sicut proportio linee *ab* ad lineam *bg*. Sed proportio superficiei *ta* ad quadratum *tg* est sicut proportio *ab* ad *ag*, et hoc secundum probationem figure prime partis sexte: ergo proportio quadrati facti ex *ab* ad superficiem, quam continent *ab* et *bg*, est sicut proportio superficiei, quam continent *ab* et *bg* ad quadratum *bg*. Ergo proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio quadrati *ab* ad superficiem *ab* in *bg* et sicut proportio superficiei, que continetur ab *ab* et *bg*, ad quadratum *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

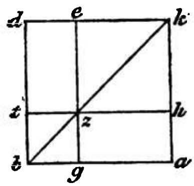
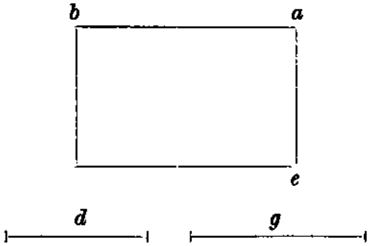


Figura secunda, cum qua est operandum in figuris, que post eam sequuntur, et post eam, que precessit.

Ostendam, qualiter ad lineam rectam datam adiungatur superficies orthogona equalis quadrato dato. Sit ergo linea recta data, ad quam adiungatur superficies, linea *ab*, et quadratum adiunctum sit

15. erit] sint. — 18. *da* est.

illud, quod fit ex linea *g*: volo igitur ostendere, qualiter ad lineam ⟨*ab*⟩ adiungatur superficies rectorum angulorum equalis quadrato *g*. Assumam itaque lineam terciam sequentem duas lineas *ab* et *g* in proportione, sitque linea, *d*, et quia proportio *ab* ad *g* est sicut proportio *g* ad *d*, ergo superficies, que continetur a duabus lineis *ab* et *d*, est equalis quadrato *g*. Supra punctum igitur *a* constituam perpendicularem equalem *d*, que sit *ea*, et complebo quadratum *eb*: iam igitur ostensum est, quod superficies *be* est equalis quadrato *g*; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Additio figure quinquagesime octave.[1])

Non dicitur bimedium primum, nisi quia unumquodque duorum quadratorum *ag* et *gb* est mediale, et etiam duorum quadratorum coniunctio est medialis.

Quod sequitur hic, figure sexagesime none annexum est.[2])

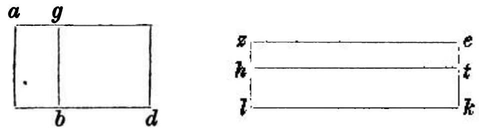
Non ob aliud dixit, quod due superficies sint incommunicantes, nisi quia supponitur, quod superficies *eh* communicaret superficiei *kh*, si erit linea *te* communicans linee *tk*. Sed ipse sunt rationales in potentia: ergo

18. Quod ditio figure. — 23. anexum. — 25. supponitur, quod] suppone retro. — 26. comunicans.

1) Euclides X, 58 (Campanus X, 55; Heibergius X, 61): *Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.*

2) Euclides X, 69 (Campanus X, 66; Heibergius X, 72): *Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles, linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum, videlicet aut bimediale secundum, aut potens in duo medialia.*

ipse continent superficiem rationalem, quemadmodum ostensum est in precedentibus. Sed si linee *et* et *tk* continerent rationalem, non esset possibile, ut esset una sex linearum que sunt binomia, que sunt a primo binomio usque ad sextum. Quod ideo est, quoniam unumquod-



que sex binomiorum, cum dividuntur in duas lineas, que sunt nomina ipsius, ipse continent superficiem medialem. Quod ita esse constat, quoniam primi binomii maius nomen in longitudine est rationale, et minus est rationale in potentia, et iam ostensum est ex probatione figure octave decime huius partis, quod ipse continent superficiem medialem. De binomio quoque secundo similiter constat, quod ipsius maius nomen est rationale in longitudine et ⟨minus⟩ non est rationale nisi in potentia, et quod ex eis in longitudine rationale non est maius nomen, de quibus similiter manifestum secundum probationem figure octave decime huius partis, quod ipse non continent nisi medialem. Tertii autem binomii duo nomina in longitudine sunt ⟨ir⟩rationalia et in ea incommunicantia, ergo non continent nisi medialem. Similiter quoque necessarie contingit in reliquis tribus binomiis. Propter hoc ergo dixit, „duas superficies incommunicantes“. Unaqueque vero duarum linearum *et* et *tk* non solum est incommunicans linee *ze* posite rationali, sed et ipse etiam sunt incommunicantes in longitudine, ne rationalem contineant superficiem. Tota autem linea *ek* aut erit ea, que est binomium tercium, aut ea, que est binomium sextum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Post hoc dico, quod n e q u e e a, q u e e s t b i n o m i u m,

4. binomia] binerale. — 9. et maius.

neque aliqua earum, que sunt post eam ex genere ⟨ir⟩rationalium, est medialis, neque etiam ex genere remanent⟨ium⟩ ex ea.[1]) Et propterea contingit, quoniam, cum superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ⟨ad⟩ lineam rationalem, provenit latitudo rationalis in potentia. Sed cum superficies equalis quadrato linearum binomiarum, et que sunt ex aliquibus earum, que sunt post eas, ad lineam rationalem adiungatur, provenit latitudo, que est ex speciebus linearum, que sunt binomia. Nulla quoque latitudinum, quas nominavimus, cum sint diverse, est ex genere comparis sue. Linee igitur, que ex quadratis proveniunt, latitudines dicuntur, sed nulla est ex genere comparis sue. Per hoc autem, quod dixi: „binomium et sex linee irrationales et similes, que sunt post eas“, volo, ut intelligatur, quod ex eis est binomium, que est ea, cuius intentio ostensa est ex probatione figure tricesime tercie huius partis; deinde sequitur ea linea, que dicitur bimedium primum, que est ea, cuius inventio ostensa est ex probatione figure tricesime quarte huius partis; tercia vero, que dicitur bimedium secundum, cuius inventio est ostensa ex probatione ⟨figure tricesime quinte huius partis; quarta vero, que dicitur maior, cuius inventio ostensa est ex probatione⟩ figure tricesime sexte huius partis; quinta autem est ea, que dicitur potens super rationale et mediale, que est ea, cuius inventio demonstrata est ex probatione figure tricesime septime huius partis; sexta quoque est ea, que dicitur potens supra duo medialia, que est ea, cuius inventio ostensa est ex probatione figure tricesime octave huius partis: dico igitur, quod nulla linearum ⟨harum⟩ sex linearum est medialis. Quod ideo est, quoniam cum

1. aliqua earum] aliquarum. — 7. quadrati. — ex quibus. — 11. Linearum. — 18. eam lineam.

1) Euclides X, 70 (Campanus X, 67; Heibergius X, p. 222/23 l. 9 sq.): *Cum posita fuerit linea binomialis ceterique irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.*

quadratum factum ex linea mediali ad lineam adiungitur rationalem, tunc latitudo facta ex super|ficie adiuncta est 49
rationalis in potentia et incommunicans linee rationali, ad quam quadratum est adiunctum, sicut declaratum est ex probatione figure tricesime octave. Modus autem alicuius sex harum surdarum linearum non est modus hic. Quod ideo est, quoniam, cum quadratum factum ex linea, que nominatur binomium, adiungitur ad lineam rationalem, tunc latitudo proveniens est binomium primum, sicut ostensum est ex probatione figure quinquagesime septime huius partis; quod, cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato facto ex bimedio primo, tunc latitudo proveniens est binomium secundum, sicut demonstratum est ex probatione figure quinquagesime octave huius partis; et cum adiungitur ad lineam rationalem superficies equalis quadrato facto ex bimedio secundo, tunc latitudo proveniens est ea, que est binomium tercium, quemadmodum ostensum est ex probatione figure quinquagesime none huius partis; et cum adiungitur ad lineam rationalem superficies equalis quadrato facto ex linea maiori, tunc latitudo proveniens est binomium quartum, sicut ostensum est ex probatione figure sexagesime huius partis; et cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato facto ex linea, que potest supra mediale et rationale, tunc latitudo proveniens est ea, que est binomium quintum, sicut manifestum est ex probatione ⟨figure⟩ sexagesime prime huius partis; et cum adiungitur ad lineam rationalem superficies equalis quadrato facto ex linea, que potest supra duo medialia, tunc latitudo proveniens est ea, que est binomium sextum ⟨sicut ostensum est ex probatione figure sexagesime secunde huius partis⟩. Manifestum est igitur, quod nulla sex harum, quas nominavimus, est medialis, quoniam modus linee medialis est, quemadmodum prediximus, scilicet quod, cum adiungitur superficies equalis quadrato facto ex ea ad lineam ratio-

6. harum surdarum harum.

nalem, non provenit ex ea latitudo, que sit aliquid ex generibus binomiorum: primum scilicet, secundum, et tercium, et quartum, et quintum, et sextum; neque enim provenit latitudo nisi rationalis in potentia. Harum vero sex linearum latitudines proveniunt, sicut prediximus; latitudinum autem diversarum nulla sua compari conveniens, et similiter nulla sex linearum conveniens sue compari.

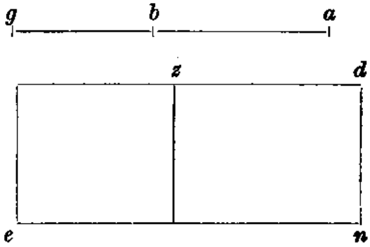
Modus quoque sex linearum, que sunt binomium primum, et secundum, et tercium, et quartum, et quintum, et sextum, similiter talis est, ut nulla earum sit ex genere sue comparis, sed diversarum, ⟨neque⟩ etiam aliqua earum medialis, neque sit aliqua earum ex reliquis sex lineis, que sunt binomium, et bimedium primum, et bimedium secundum, et maior, ⟨et ea⟩, que potest supra rationale et mediale, et ea, que potest supra duo medialia. Quod inde est, quoniam nulla earum est ex genere sue comparis, propter hoc scilicet, quia linea, que potest supra superficiem contentam ab aliqua rationali et aliqua, que est binomium primum, est binomium, sicut ostensum est ex probatione figure quinquagesime secunde huius partis. Et similiter contingit in eis, que remanent ex sex, quemadmodum ostensum ⟨est⟩ ex probatione figure quinquagesime tercie huius partis. Quod si foret possibile, ut aliqua earum esset ex genere alterius, non diversificarentur linee, que possunt supra superficies, quas nominavimus. Iam autem ostensum est in figuris, quas nominavimus, quod linee ille diversificantur, et etiam quod nulla earum est linea medialis. Quod ideo est, quoniam linea medialis cum linea rationali non continet superficiem, supra quam possit aliqua linea, quas nominavimus, scilicet ex lineis, que possunt supra superficies, que continentur a lineis rationalibus cum aliqua specie binomiorum. Manifestum est itaque ex eo, quod precessit, quod nulla earum est aliqua sex linearum. —

---

18. aliam rationali et aliam. — 31. a lineis] aliis.

Additio figure septuagesime prime.[1]

Sit itaque superficies *de* equalis duobus quadratis *ag* et *gb*; ex qua dividam superficiem *ez*, equalem duplo superficiei, que continetur ab *ag* et *gb*: remanebit ergo superficies *nz* equalis quadrato *ab*. Et quia superficies *de* est seiuncta superficiei *nz*, quemadmodum ostensum est, ergo etiam superficies *de* est seiuncta superficiei *ez*,



sicut manifestum est ex figura nona huius partis. Similiter ergo fit etiam superficies *nz* seiuncta superficiei *ze*. Sed superficies *ze* est rationalis, ergo superficies *nz* est ⟨ir⟩rationalis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Illud, quod sequitur, figuram septuagesimam sequitur sextam.[2]

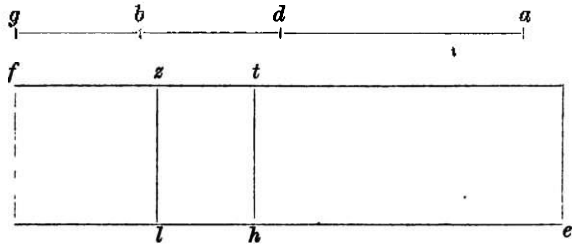
Superfluum coniunctionis duorum quadratorum *ag* et *gb* ⟨supra duo quadrata *ad* et *db* est equale superfluo dupli superficei, que continetur a lineis *ag* et *gb*⟩ supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis *ad* et *db*. . . . . . . nisi secundum hunc modum. Sit igitur coniunctio duorum quadratorum *ag* et *gb* equalis superficiei *fe*, et quadratum

24. *Hic magna pars textus intercidisse videtur.*

1) Euclides X, 71 (Campanus X, 68; Heibergius X, 73): *Si linea de linea abscinditur, fuerintque ambe potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum.*

2) Euclides X, 76 (Campanus X, 73; Heibergius X, 78): *Si linea a linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabilia, reliqua linea erit irrationalis diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.*

fh equale duplo superficiei, que continetur a lineis *ag* et *gb*: remanebit ergo quadratum linee *ab* equale superficiei *et*. Sit etiam superficies *ez* equalis coniunctioni duorum quadratorum *ad* et *db*: remanebit igitur superficies *zh* equalis duplo superficiei, que continetur a lineis *ad* et *db*. Est ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum



ag et *gb* supra duplum superficiei, que continetur a lineis *ag* et *gb*, superficies *fl*; et similiter superfluum coniunctionis duorum quadratorum *ad* et *db* supra duplum superficiei, que continetur a lineis *ad* et *db*, est superficies *tl*. Fit ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum *ag* et *gb* supra duplum superficiei, que continetur a lineis *ag* et *gb*, equale superfluo coniunctionis duorum quadratorum *ad* et *db* supra duplum superficiei, que continetur a lineis *ad* et *db*, quod est superficies *te*. Sed duplum superficiei, que continetur a lineis *ag* et *gb* est superficies *fh*, et superficies *zh* est equalis duplo superficiei, que continetur a lineis *ad* et *db*, quod ideo est, quoniam divisimus superficiem *ze* equalem ei, quod est ex duobus quadratis *ad* et *db*, ⟨et⟩ etiam ostensum est, quod superficies *tl* est equalis quadrato facto ex linea *ab*. Remanebit ergo superficies *zh* equalis ei, quod est ex multiplicatione *ad* in *db* duabus vicibus. Superficiemque *fh* scivimus equalem ei, quod fit ex multiplicationi *ag* in *gb* bis: remanet ergo superficies *fl* superfluum superficiei equalis duplo eius,

2. equalem superficiem. — 6. coniunctionis] cuius est.

que continetur ab ag et gb, supra superficiem equalem duplo eius, que continetur ab ad et db. Et etiam quia superficies lf est superfluum superficiei ef ⟨supra⟩ superficiem ze, et superficies ef est equalis coniunctioni duorum quadratorum ag et gb, et superficies ez est equalis coniunctioni duorum quadratorum ad et db: ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum ag | et gb supra 50
duo quadrata ad et db est equale superfluo dupli superficiei, que continetur a lineis ag et gb, supra duplum superficiei, que continetur a lineis ad et db; et illud est, quod demonstrare voluimus.[1])

| Cum quantitates ad invicem comparantur, alie eorum 51
sunt communicantes, alie incommunicantes.

Communicantes sunt, quibus una quantitas invenitur communis, que communis earum pars existens eas omnes metitur, quemadmodum in quantitatibus, que ponuntur numeri, apparet.

Quantitates quoque rationales sunt, quas una nota quantitas metitur. Ipse ergo sunt communicantes.

Quapropter omnes due quantitates communicantes aut sunt rationales, aut sunt surde; et neque contingit, ut una earum sit surda et altera rationalis, quoniam inter surdam ⟨et⟩ rationalem non est communitas in longitudine.

Incommunicantes autem quantitates sunt, quibus non invenitur quantitas una communis, numerans eas omnes sicut numerorum radices, qui non sunt quadrati, cum ad numeros comparantur. Omnis enim quantitatis, que ponitur numerus inter quoslibet duos numeros continue

1) Hic prima pars huius commentarii in decimum librum finem habet, qui e Graeco fonte manasse verisimillimum est. Colorem enim, ut ita dicam, Graecum sapit. In Mscpto. hic sequuntur ea, quae libro nono iam addidimus, theoremata IX, 13 et IX, 39. Alteram partem commentarii Arabis esse opus et forma dictionis — *„si deus voluerit"*, ut exemplum afferam — et numerorum et algebrae usus clare ostendit.

quantitatis, radix ei incommunicans existit, sicut ternarius et ternarii radix. Ternarius namque et ternarii radix in longitudine sunt incommunicantes, quoniam unum est
52 rationale | et alterum est surdum: ternarius itaque radici ternarii incommunicans existit. Ternarius vero in ternarii radicem ductus existit surdus, et etiam quia surdus cubicus existit. Propter hoc ergo sequitur, ut omnis quantitas, que ponitur numerus, sit rationalis, unde omnes quantitates ei communicantes erunt rationales, et omnes quantitates ei incommunicantes sunt ⟨ir⟩rationales. Quamobrem quantitates dicuntur dividi in duas primas partes, quarum una est *rationalis*, que est ea, cuius numeratio sermone exprimitur, sicut cum dicimus decem, et viginti, et triginta, et que his sunt similia; altera vero *surda*[1]), que est, que verbis exprimi est impossibile, quemadmodum numerorum radices, qui non sunt quadrati, ut decem, et viginti, et triginta, et quadraginta, et superficierum latera, que non sunt cubica, sed solida diversorum laterum, sicut illud, quod fit ex binario in ternarium et ex hoc in quaternarium, quod est viginti quatuor, cuius latus est surdum, non enim sermone exprimitur, secundum quod in sequentibus ostendam; et que his similiatur, et que ex eis est composita, aut divisa ab ea, aut composita cum rationali, aut divisa a rationali, et que fuerint his similes ex speciebus divisionis et compositionis.

Surda vero dividitur in duas primas partes, *simplicem* videlicet et *compositam*.

Simplex quidem est, que simpliciter verbis exprimitur secundum compositionem ad numerum unum, sicut radices solum; et nominatur *rationalis in potentia*, sicut radix

---

5. existit radix. — 15. verbis] $\overline{quq_3}^{bis}$. — 23. ex ea. — compositum.

---

1) Nota differentiam inter hanc secundam partem huius libri et primam. In prima nunquam paene dicitur *irrationalis quantitas surda*; in secunda parte autem verbum *irrationalis* omnino non invenitur.

septenarii, et radix octonarii, et radix decenarii, et que his similiantur, et nominantur mediales; et sicut radices radicum, et nominantur ⟨mediales⟩ secunde; et similiter mediales tercie, et que sunt post eas usque in infinitum, secundum quod ostendam in fine tractatus, et tribuitur cuique eorum nomen secundum ipsius ordinem et elongationem eius a mediali.[1]

Que vero non est simplex, est composita, que est ea, que non simpliciter verbis exprimitur et comparatione ad unum numerum, sed est composita ex duabus quantitatibus incommunicantibus. Que etiam in duas distribuitur partes, continuam scilicet et discretam. Continua quoque dividitur in duas partes, quarum una est minus composita[2], que est coniunctio linee surde cum linea surda, sicut cum dicimus: radix octonarii et radix denarii; et coniunctio linee surde cum linea rationali, sicut cum dicimus: radix quadraginta quinque et quinarius, que est aut cum coniunctione unius earum ad alteram aut cum comparatione unius earum ad alteram. Altera autem est magis composita,[3] que est ea, que est ex surda, que

6) tribuentur. — 9. sed comparatione. — 15. octonarii] orthogonarii.

1) „Surdae simplices" erunt ergo ex his formis: $\sqrt{a}$, $\sqrt[4]{a}$, $\sqrt[8]{a}$ etc. Aliis radicibus, ut $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[5]{a}$ cet., non utitur.

2) „Surda minus composita" formam habet $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$, vel $a \pm \sqrt{b}$, vel $\sqrt{a} \pm b$. Signum — verbo „comparatione" exprimi videtur.

3) „Surda magis composita" has fere habet formas $\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \pm \sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, vel $\sqrt{a+\sqrt[4]{b}} \pm \sqrt{a-\sqrt[4]{b}}$, nam „radix sexaginta et radix radicis triginta" debet intelligi $\sqrt{60+\sqrt[4]{30}}$, et non $\sqrt{60}+\sqrt[4]{30}$, et eodem modo „radix radicis triginta duorum absque radice quaternarii" debet intelligi $\sqrt{\sqrt{30}-\sqrt{4}}$, et non $\sqrt[4]{30}-\sqrt{4}$. In sequentibus

est minus composita, ⟨composita⟩ una ab alia; aut que est composita ex surda, quam predixi, cum quantitatibus rationalibus et his similibus, sicut radix sexaginta et radix radicis triginta, et radix sexaginta excepta radice radicis triginta. Et sicut cum dicimus: radix radicis triginta duorum et radix quaternarii, et radix radicis triginta duorum absque radice quaternarii, et que his sunt similia. Dicuntur vero cum diminutione linee surde a linea rationali, aut diminutione linee rationalis a linea surda aut diminutione linee surde a linea surda.

Surda autem composita est aggregata ex duabus quantitatibus incommunicantibus, que simpliciter verbis exprimi est impossibile, secundum quod predixi, que in tantum tres segregatur partes. Non enim est possibile preter eas alias esse. Quarum prima est[1]), ut sit multiplicatio cuiusque duarum quantitatum in se rationalis, et sit multiplicatio unius earum in alteram medialis, que est habens nomen absolute, et que ab ea determinantur, que etiam est prima linearum, in quibus apparet compositio.

Secunda[2]) vero est, ut sit multiplicatio cuiusque duarum quantitatum coniunctarum in se medialis, et multiplicatio unius earum in alteram sit rationalis.

Tertia[3]) autem est, ut sit multiplicatio cuiusque duarum quantitatum coniunctarum in se medialis, et sit multiplicatio unius earum in alteram medialis.

---

7. Dicuntur] Dic'ta. — 22. in se coniunctarum. — 25. in se coniunctis.

---

meliori expressione dicitur: „radix triginta duorum absque radice quaternarii, radice residui accepta“. Etiam formae $a+\sqrt{b\pm\sqrt{c}}$ vel $a\pm\sqrt{\sqrt{b}\pm\sqrt{c}}$ ab auctore laudantur

1) Ut $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$, si ab non est numerus quadratus.

2) Ut $\sqrt[4]{a^3b}\pm\sqrt[4]{ab^3}$, quia $\sqrt[4]{a^3b}\cdot\sqrt[4]{ab^3}=ab$.

3) Ut $\sqrt[4]{a^2b}\pm\sqrt[4]{ab^2}$; nam $\sqrt[4]{a^2b}\cdot\sqrt[4]{ab^2}=\sqrt[4]{a^3b^3}$.

Quecumque preterea harum trium divisionum in duas separatur partes. Est ergo totius summa sex continens divisiones. Prima autem pars, ⟨id⟩ est ea, cui nomina perveniunt, in tres etiam partitur divisiones solum, preter quas alias ⟨esse⟩ esset impossibile. Que sunt: una duarum quantitatum sit rationalis et altera medialis; aut sint ambe rationales; aut sint ambe mediales. Harum quoque trium divisionum queque in duas etiam sequestratur partes. Erit ergo totius summa sex continens divisiones.

Omnium vero summa duodecim continet divisiones. He vero duodecim divisiones omnes surdas, que in parte decima libri Euclidis dicuntur, comprehendunt, secundum quod ego ostendam et explanabo in tractatu, si deus voluerit.

Quod autem precessit, ex positione eius, quod sequitur, manifestatio existitit, quapropter non dimittam, quin exponam, licet prolixitas aliqua inde contingit, quod ei premittam, ⟨que⟩ eis, que post sequuntur, auxiliabunt.[1])

Dico igitur, quod numeri in duas dividuntur partes, communicantes scilicet et incommunicantes.

Communicantium autem et incommunicantium alii sunt rationales, alii surdi. Surdi, qui radicem non habent.

Communicantes vero, ex quibus, cum superfluitas, que est inter eos, vicissim minuitur, remanet numerus, qui numerat eum, qui ipsum precedit, sicut sexdecim et sex. Cum enim ex sexdecim minuitur duodecim, remanent quatuor; quatuor quoque cum minuuntur ex sex, remanet binarius; ipse ergo numerus, qui numerat illum, qui ipsum precedit, quapropter ipse numerat duos numeros.

2. summa] su'ma. — 3. pars est ea qua. — 13. si deus] desiderius. — 17. exponam] expons addam. — aliqui. — 18. eis] enis. — 25. minutus. — 28. remanent.

1) Quae antea de quantitatibus generaliter declaravit, hic iterum de numeris integris exponit.

Incommunicantes sunt autem, ex quibus cum superfluum, quod est inter eos, vicissim minuitur, non remanet numerus numerans illum, qui ipsum precedit, donec perveniant ⟨ad unitatem⟩; sicut decem et septem et undecim. Cum enim ex decem et septem minuentur undecim, remanebunt sex; et cum sex minuentur ex undecim, remanebunt quinque; cum quinque minuentur ex sex, remanebit unitas. Manifestum est itaque, numeros communicantes esse, quos binarius et numerus, qui supra ipsum, numerat; incommunicantes vero, quos sola unitas numerat.

Rationales autem numeri sunt, qui habent radices, que verbis exprimuntur, ⟨sicut⟩ quaternarius, cuius radix est binarius. Binarius namque in binarium ductus facit
53 quaternarium, et similiter|sunt reliqui quadrati, quarum radices verbis exprimuntur. Super hos enim necessario cadit nomen rationalis, quoniam ipsi sunt rationales in longitudine.

Surdi vero, ⟨sunt⟩, quorum radices invenire est impossibile, que verbis exprimantur, et supra cuius quantitatem stetur. Sicut sunt numeri, qui sunt inter numeros continue quadratos. Ipsi namque sunt surdi, utpote radicem non habentes, quemadmodum ostensum est in octavo anxiomatum, sicut est denarius et vicenarius et tricenarius. Supra omnes itaque hos numeros, et que his similiantur, non habentes radices, que verbis exprimantur, cadit nomen surdi.

Numerorum autem communicantium omnes duo numeri aut sunt rationales aut surdi. Non enim contingit, ut unus sit rationalis et alius surdus.

Superficies quoque communicantes rationales sunt quadrata rationalia communicantia in longitudine et in potentia. Surde vero superficies similes sunt, que sunt communicantes.

---

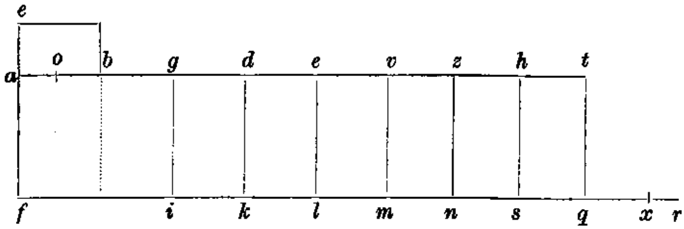
4. proveniant. — 7. et sex. — 12. radicem. — 15. quadrati, qui et quarum. — 26. radicem.

Numeri autem ⟨in⟩communicantes aut sunt surdi, aut unus eorum est surdus et alter rationalis, cum radix surdi est incommunicans radici rationalis. Hoc est igitur summa radicum numerorum rationalium et surdorum communicantium et incommunicantium. Linee vero, scilicet quantitates, non sunt ita. Ostensum namque est in figura prima decime partis, quod, cum ex maiore duarum diversarum quantitatum minuitur plus medietate ipsius, et ex secunda plus medietate ipsius, et ita sic assidue, impossibile, quin remaneat quantitas minor data quantitate. Non ergo pervenit divisio ad aliquam quantitatem scitam, et supra quam stet, que fiat quantitas, per quam discernantur communicantes ab incommunicantibus, quoniam in divisione quantitatum non invenitur minor minore. Cum ergo hoc ita sit, non reperiatur quantitas comprehensa, que sit pars duarum linearum numerans eas. Iam ergo ostensum est, quod numerus, qui ⟨est⟩ binarius, et qui est maior eo, est quantitas communicantis, et quod unitas est quantitas incommunicantis. Itaque hoc in numeris reperitur, in quantitatibus autem non invenitur eius simile. Cum enim quantitatem positam diviserimus, inveniemus semper quantitatem minorem omni quantitate posita. Postquam ergo iam pervenimus ad hoc, quasi ad essentiam quantitatum, et voluimus scire modum posicionis ad inveniendam quantitatem omnes quantitates numerantem, tunc ostendamus illud secundum hunc sermonem, et tribuamus nomen numerorum quantitatibus, quatinus in eo prebitur nobis aliquid, quod voles scire, si deus voluerit.

Ponam itaque lineam in figura finita, supra quam sint a, t, in qua notabo punctum, quoquo modo contingat, sitque punctum b, et dividam lineam bt in partes equales, sintque note partium g, d, e, v, z, h. Deinde statuam supra ab superficiem orthogonam, supra quam sint b, t,

17. an numerus. — 19. et qui unus. — 24. quasi] quantum. — 28. nobis quid.

et protraham lineam af secundum rectitudinem ae, et proveniat ipsa, quantum voluimus. A qua orthogonaliter producam lineam fr infinitam, et complebo etiam superficiem aq, et protraham lineas gi, dk, el, vm, zn, hs, tq equidistantes af, et sit qx equalis qs, ut sint due linee at et fx diverse, et complebo superficiem st, et nominabo



quantitatem, quam iam posui, unum, que est ab. Possibile ergo erit, quoniam ab aut numerat at, aut non numerat ipsam. Sit itaque primo numerans eam. Ergo ipsa numerat unamquamque quantitatum bg, gd, de, ev, vz, zh, ht; ergo ipsa numerat fq. Linee enim il, kl, lm, mn, ns, sq sunt equales et equantur eis, que sibi opponuntur. Ipsa quoque numerat qx, donec sint linee at, fx diverse: ergo ab est quantitas, que numerat at et fx, et eius quadratum, quod est unum, numerat quadratum earum: ergo iste linee sunt communicantes. Sit etiam ab non numerans bt, sed numeret ex linea fr lineam fx, et remaneat ex linea fr minus una parte ex linea fx, scilicet quantitate qx, que est equalis qs. Possibile igitur est, quod linea rx sit pars data ab aut partes. Si ergo fuerit pars data, dividam ab secundum eam. Sit itaque sicut medietas eius. Dividam itaque ab in duo media supra o. Sit ergo ob equalis ao, ergo ao numerat ob, et numerat totam ab. Sed ab numerat totas duas

5. sciat ax equalis qs. — 7—8. Impossibile. — 8. quoniam] quando. — 15—16. quadrato earum. — 18—19. ut linee fx. — 19. quantitatem. — Imposbile. — 20. quod nulla rx.

lineas at et fx: ergo ao numerat duas lineas, ergo ipsa est quantitas communis in loco suo numerans duas quantitates, et in hac divisione eriguntur quantitates in locis suis, in quibus fuerant in prima divisione: ergo at, et que est minor ea, numerat ab. Et sit pars quantitatis ab scita equalis xr numerans duas quantitates, et redeunt omnes ad nomen, qui communem facit eas, quod est nomen quantitatis, que non difinitur secundum magnitudinem neque secundum parvitatem, sed dicitur hec quantitas pars duarum quantitatum numerans eas. Hec est ergo ars reperiendi modum, quo invenitur quantitas numerans duas quantitates. Quod si qx fuerint partes ab, ⟨tunc⟩, cum portio ponetur supra ab, non numerabit ipsam; non est enim in ea possibile. Dicemus itaque, quia ab numerat at, et non numerat fr: ergo ipse sunt incommunicantes. Quod si dixerimus, cum minuetur superfluitas unius earum quantitatum at, fr ex altera, remanebit quantitas xr, que non numerat eam, que est ante ipsam, quapropter ipse sunt incommunicantes, erit illud verum secundum quod dixit EUCLIDES, si autem etiam ab, et ideo que est pars, fuerit numerans at et numerans fr, diceremus, quod quantitates sunt communicantes, sive sint rationales, sive sint surde. Si ergo rationales, caderet super eas nomen numerorum. Omnis enim rationalis est communicans, sed non omne, quod est communicans, est rationale, scilicet rationale in potentia tantum, et dicemus istud esse decem, et hoc est sex. Sed que fuerint surde dicemus, sive sint ex similibus, sive ex aliis, que sunt surde communicantes. Quod, si quantitas, que est pars numerans ab, non fuerit numerans fr, dicemus, quod ipse sint incommunicantes et sint surde dissimiles, quoniam communicantes sunt rationales. Cum autem posuerimus duas lineas incomuni|cantes, dicemus 54
ipsas esse surdas, aut unam eorum surdam et alteram

4. fuerint. — 10. pars] paras. — 21. aut ideo. — 28. similibus] siccalibus.

rationalem. Sed si posuerimus duas lineas communicantes, dicemus, quod ipse aut sunt rationales aut surde, et neque dicemus, quod una earum sit surda et altera rationalis, quoniam hec est diffinitio incommunicantium. Si ergo posuerimus quantitates numeros, quorum quantitas verbis exprimi possit, erunt secundum proprietatem numerorum communicantes et incommunicantes, secundum quantitatum vero proprietatem erunt omnes communicantes; una enim quantitas numerabit eas omnes. Sicut si diceretur, duo et quatuor sunt communicantes secundum numerorum proprietatem, et tres et quatuor sunt incommunicantes etiam secundum numerorum proprietatem; sed secundum quantitates radix binarii et radix quaternarii et radix quinarii sunt communicantes in potentia; et similiter radix quaternarii et radix septenarii sunt communicantes in potentia et incommunicantes in longitudine. Qui vero ex eis fuerint quadrati, dicemus eos rationales, et eos, qui fiunt surdi, dicemus in potentia rationales et in ea communicantes et in longitudine incommunicantes. Sit etiam superficies *be* numerans superficiem *bi*: ergo superficies *be* numeret superficiem *ia*, que est duo, et numerat superficiem *di*; et ipsa iam fuerat numerans superficiem *ia*, ergo ipsa numerat totam superficiem *ak*. Et similiter numerat superfies *al*, *am*, *an*, *as*, *aq*, *ax*. Unaqueque autem harum superficierum addit supra eam, que ipsam precedit, unum: ergo ipse sunt communicantes, quas hec quantitas numerat secundum anterioritatem et posterioritatem. Solum superficies *be* numerat *ia*, que est duo; numerat *al*, que est quatuor; et *as*, que est septem; et *aq*, que est novem. Iam ergo fuerint duo et tres et quatuor et septem quantitates, et similiter erit usque ⟨in⟩ infinitum, et superficies *be* fit eis communis, quarum radices sunt incommunicantes, secundum quod dicimus, et sunt in potentia tantum communicantes. Quod ⟨si⟩ etiam superficies *be* ⟨est⟩ numerans *ax*, et non

3. sunt surda. — 19. in longitudine et. — 33. radicem.

numerat superficiem *vx*: dico igitur, quod duarum superficierum incommunicantium una est surda et altera rationalis. Quod si quantitas ⟨*be*⟩ non fuerit numerans aliquam earum, dicemus, quod ipse sunt surde ⟨et⟩ incommunicantes, quoniam rationales communicantes sunt. Et etiam si fuerit *am* numerans superficiem *vx*, remanebit ex superficie *vx* superficies aliqua. Si ergo superficies illa fuerit pars scita superficiei *am*, faciamus in eo, quemadmodum fecimus in exemplo linearum, et dicimus, quod ipse communicant illi parte scite. Sed si illud, quod remanet ex superficie, fuerint partes superficiei *am*, et non est possibile, ut cum ea mensuretur, dicemus in ea, sicut illud, quod diximus in exemplo linearum. Cum ergo posuerimus superficies numeros, erunt secundum numerorum proprietatem communicantes et incommunicantes, sed secundum quantitatum ⟨proprietates⟩ erunt omnes communicantes, quoniam quantitas una numerat eas. Sicut si dicemus, quod quatuor ⟨et⟩ sex in numeris sunt communicantes, et quatuor et septem sunt incommunicantes in numeris, igitur ipsi sunt ⟨in⟩communicantes ⟨in longitudine⟩ et incommunicantes in potentia. Sed secundum quantitates sunt communicantes in potentia et incommunicantes in longitudine. Secundum itaque hunc modum operatus est Geometer in tractatu decimo dicens, quod iste aut iste sint incommunicantes in longitudine ⟨et⟩ communicantes in potentia.

Iam ergo ostensum est ex habitudine quantitatum et superficierum, quod sufficit uni in eo, quod est necessarium ⟨in⟩ decimo tractatu, secundum quod Geometer diffinivit et descripsit ⟨de⟩ quantitatibus.

Nosti, quod quantitates in duas dividuntur partes, communicantes et incommunicantes, rationales et surdas, que tantum in tres primas distribuuntur partes. Prima earum est quantitatum, que communicant in longitu-

---

8. pars sexta. — 10. partis. — 13. linearum] quantitatum. — 34. quarum est.

dine et potentia; secunda est earum, que sunt incommunicantes in longitudine et potentia; tertia earum, que, cum sunt incommunicantes in longitudine, ⟨sunt communicantes⟩ in potentia. Quod autem quantitates communicantes sint communicantes in longitudine et in potentia incommunicantes, impossibile est. Communicantes enim in longitudine necessario communicant in potentia. Omnes autem quantitates harum divisionum aut sunt rationales aut surde, aut una earum est rationalis et altera surda. Communicantes vero in longitudine et potentia sunt quantitates, que in figura septima demonstrantur, et eis similes; et incommunicantes in longitudine et potentia sunt ille, que in undecima figura declarantur, et similes eis; in potentia communicantes et in longitudine seiuncte sunt quantitates, que in figura septima decima demonstrantur, et eis similes. Communicantes autem in longitudine et incommunicantes in potentia impossibile est esse, secundum quod diximus.

Dicitur, quod linea fit supra lineam cum augmento quadrati linee illius et illius, cum fuerit quadratum ipsius addens supra quadratum illius quadratum linee illius et illius.

Linea linee communicare dicitur in potentia, cum quadrata, que ex eis fiunt, una quantitas fuerit mensurans.

Dicitur linea incommunicans linee in potentia, cum quadratum ipsius fuerit incommunicans quadrato eius.

Dicitur, quod linea potest ⟨supra⟩ superficiem, cum fuerit superficies ipsius quadrato equalis.

Superficies superficiei communicare dicitur, cum eas superficies similis numerat.

Omnis linee potentia est quadratum super ipsam existens.

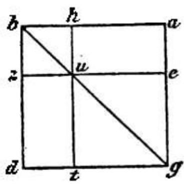
Omnis linea, cuius quantitas verbis exprimi potest, dicitur rationalis, et ei communicans est rationalis.

Omnis linea incommunicans linee, cuius quantitas verbis potest exprimi, est surda.

Superficies surda est, supra quam potest id, quod est surdum.

Omnes numeri communicantes aut incommunicantes demonstrantur, quemadmodum EUCLIDES ostendit in principio partis septime.

Cum voluerimus multiplicare numerum, ex quo excipitur numerus, in numerum, ex quo excipitur numerus, sicut decem excepta re in decem excepta re[1]), multiplicabimus decem in decem, et proveniant centum, et decem per res, et erunt viginti res, et rem exceptam in rem exceptam, et proveniet census unus additus: erunt ergo centum et census exceptis viginti rebus. Sit itaque linea *ab* decem, supra quam constituam quadratum *abgd*.



Eius protraham dyametrum, que sit *bg*, et sit linea *bh* illud, quod excipitur. Deinde complebo lineationem figure. Quadratum | ergo linee *ab* est equale quadrato *ah* et 55
quadrato *bh* et multiplicationi *ah* in *bh* duabus vicibus. Sed quadratum *ab* est superficies *gb*, et superficies *ub* est quadratum *bh*, et superficies *ug* est quadratum *ah*; dyametrus enim secat eas; et quod fit ex *ab* in *hb* est illud, quod fit ex decem in rem, quod est superficies *az*; et quod fit etiam ex *ab* in rem illam aliam, ⟨est illud⟩, quod est superficies *bt*: ergo quod fit ex linea *ab* in *bh* duabus vicibus est due superficies *az* et *bt*, ergo superficies *ab* communicat duabus superficiebus simul. Ergo superfluum quadrati *ab* super quadratum *ah* cum illi

13. per res] paribus. — viginti sex. — 15. censies unus. — 16. centrum. — 22. et duabus. — 24. *ah* in *ht*.

1) $(10 - x)(10 - x) = 100 + x^2 - 20x$. Debes intelligi: „*numerus, ex quo excipitur res*", nam *res* est, quod nos x dici solemus, *census* $= x^2$.

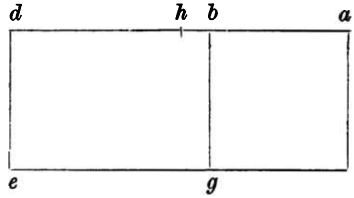
superfluo adiungitur quadratum hb, et minuitur ex eo, quod fit ex multiplicatione ab in bh duabus vicibus, remanet quadratum ah. Superfluum autem quadrati ab super quadratum ah est superficies ⟨az et⟩ zt: si ergo minuero ex quadrato ab superficies az et zt et quadratum hb, que sunt, quod fit ex multiplicatione ab in bh duabus vicibus, remanebit quadratum ah superficie ub diminuta ex eo. Addam autem ipsam ei: ergo erit quadratum ah et quadratum bh, quod est duo superficies gu, ub. Sed iam fuit, quod fit ex ab in se ipsam, centum, et quod fit ex bh in se ipsam, census. Minue ex eo ab in rem duabus vicibus: ergo erunt centum exceptis viginti rebus et census additus. Quod si voluerimus ex numeris integris, a quibus numeris excipitur integer, in se ipsum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Datum numerum sic in duas partes dividere, ut, qui ex multiplicatione unius earum in alteram provenit, numero dato sit equalis. Unus itaque duorum numerorum sit decem, quem in duas sic volo dividere partes, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis viginti uno, quod est, ac si diceremus: census ac viginti unus equatur decem radicibus.[1]) Sit igitur census quadratum ag, et superficies be sit viginti unus: ergo ae est decem radices census. Ergo ad est numerus radicum census, quod est decem: volo itaque dividere decem in duas partes tales, ut sit multiplicatio unius earum in alteram viginti unus. Iam autem fuit ostensum in quinta figura partis secunde, quod omnis linee in duo media divise et in duas inequales sectiones multiplicatio unius duarum inequalium in alteram, et multiplicatio super-

7. superficiem. — 11. census] eosdem. — 12. centrum. — 21. viginti numero. — 22. viginti numerus.

1) Anaritius unam partem ponit x, altera ergo est $10 - x$. Erit itaque $x(10 - x) = 21$, vel $x^2 + 21 = 10x$. Demonstrationem geometricam et solutionem arithmeticam bene separat. Haec est $x = 5 \pm \sqrt{25 - 21}$, id est 7 vel 3.

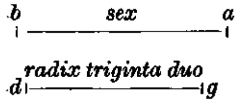
fluitatis ⟨medietatis⟩ linee super minorem sectionem in se ipsam sunt equales multiplicationi medietatis linee in se ipsam. Dividam ergo *ad* in duo media supra *h*, et in duas diversas sectiones supra *b*: ergo quod fit ex multiplicatione *ba* in *bd* et *bh* in se ipsam, est equale multiplicationi *ah* in se ipsam. Sed quod fit ex *ab* in *bd* est viginti unus; et quod fit ex *ah* in se, est viginti quinque, quoniam ipsa est medietas *da*; et iam fuit illud, quod fit ex *ah* in se ipsam, equale ei, quod fit ex *ab* in *bd* et *bh* in se ipsam: ergo, cum illud, quod fit ex *db* in *ba*, ⟨quod est⟩ viginti unus, ⟨minuitur ex *ah* in se ipsam, quod est viginti quinque⟩, remanet, quod fit ex *bh*, quatuor: ergo *bh* est duo. Sed quod fit ex *ah* in se ipsam est viginti quinque, ergo *ah* est quinque. Sed *bh* est duo: remanet ergo *ba* tres, que est radix census, et census est novem. Ergo una sectionum est tres et altera septem. Aut adde duo supra quinque et minue ipsum ab eo: erit itaque una duarum divisionum tres et altera septem. Verum secundum arithmetice proprietatem dimidium decem multiplices in se ipsum, erit ergo, quod provenit, viginti quinque. Minue ex eo viginti unum, remanent ergo quatuor, cuius radix duo; adde ergo illum super quinque et minue etiam ab eo: erit ergo ille supra quem additum est, una duarum sectionum, et ille, a quo dividam, est sectio altera.



Signabo etiam lineam, quam ponam, quantum libuerit, sitque sex, que erit linea *ab*; et ponam lineam *gd* radicem triginta duorum. Volo autem dividere sex in duas tales partes, ut sit, quod fit ex multiplicatione unius earum in alteram equale quadrato medietatis radicis tri-

24. arimetice. — 25. addentem decem. — aliud in se.

ginta duorum, quod ⟨est⟩ octo.[1]) Hoc autem arithmetice capitulo in preteritis figurarum tractatus indigemus. Multiplica sex in se ipsam, et erit, quod provenit triginta sex. Si ergo assumpseris superfluum, quod est inter illud et inter triginta duos, remanebunt quatuor, cuius radix est duo. Adde eam super sex, et erunt octo. Si



ergo acceperis eius medietatem, erit una duarum sectionum quatuor et altera duo. Revertatur etiam hoc ad arithmeticam secundum primum exemplum.[2]) Multiplica ergo unum ⟨in se⟩, cuius radicem accipias et addas ipsam super tres et minuas eam ex eo: erit ergo una duarum divisionum quatuor et altera duo; revertitur ergo arithmetica ad id, quod in primo fecimus capitulo. Non enim in hoc secundo eget aliquis ad mediationem radicum, quoniam in radicibus erit aliquid, cuius mediatio erit difficilis: ergo secundum hoc exemplum est facilius et levius.

Propositum multiplicationis radicum in radices. Cum volueris multiplicare radicem census in radicem census, multiplica quadratum radicis in quadratum radicis, et accipe radicem eius; quod enim provenit, erit, quod querebas.[3]) Verbi gratia volumus multiplicare radicem novem in radicem quatuor. Multiplicabimus ergo novem in quatuor, et provenient triginta sex, cuius radicem accipiamus. Erit ergo sex, quod est illud, quod provenit ex multiplicatione radicis novem in radicem quatuor. Sit itaque linea *ab* radix quatuor, et *bg* radix ⟨novem⟩.

1—2. arimethice. — 11. arimethicam. — 14—15. arismetica.

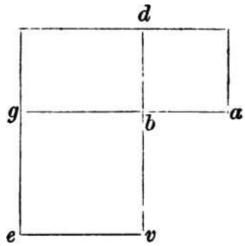
---

1) Hic ponit $(2x)^2 + 32 = 12\cdot(2x)$, quare $2x = 6 \pm \sqrt{36-32}$, $x = 3 \pm 1$.

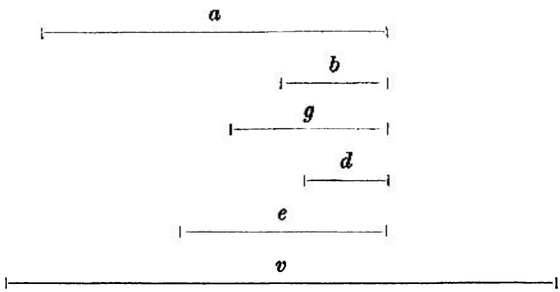
2) Et hic ponit $x^2 + 8 = 6x$, $x = 3 \pm 1$.

3) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $\sqrt{9}\cdot\sqrt{4} = \sqrt{36} = 6$.

Faciam itaque supra *ab* et *bg* duo quadrata, que sint quadrata *ad* et *be*, et complebo lineationem figure. Ergo erit proportio *ab* ad *bg* sicut proportio superficiei *ad* ad superficiem *dg*. Sed *ab* est | equalis ⟨*bd*, et *bg* est 56
equalis⟩ *bv*: ergo proportio superficiei *ad* ad *dg* est sicut proportio linee *bd* ad lineam *bv*. Sed proportio linee *db* ad ⟨lineam⟩ *bv* est sicut proportio superficiei *dg* ad superficiem *gv*: ergo proportio superficiei *ad* ad superficiem *dg* est sicut proportio superficiei *dg* ad superficiem *gv*. Ergo multiplicatio superficiei *ad*, que est quatuor, in superficiem *gv*, que est novem, est triginta sex. Sed ipsa est sicut multiplicatio superficiei *dg* in se ipsam: ergo multiplicatio superficiei *dg* in se ipsam est triginta sex, ergo ipsa est radix triginta sex, que est multiplicatio radicis ⟨in⟩ radicem; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Probatio altera. Et si volueris, pone novem lineam *a*, cuius radix sit linea *b*; et quatuor lineam *g*,

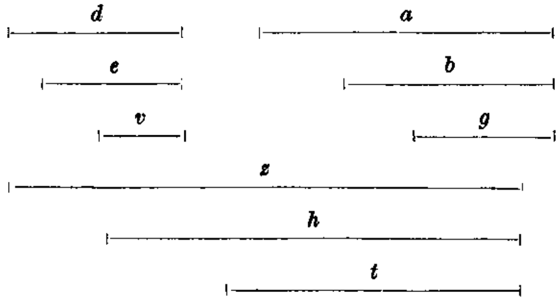


cuius radix sit linea *d*. Volumus itaque scire, quantum sit multiplicatio *b* in *d*, et proveniat *e*; et multiplicabo *a* in

1. quadrato. — 2. licicationem.

g, et fiat *v*: dico igitur, quod *e* est radix *v*, quod sic probatur. Quoniam enim scimus, quod ex multiplicatione *b* in se ipsum provenit *a*, ⟨et⟩ ex multiplicatione eius in *d* provenit *e*: ergo proportio *b* ad *d* est sicut proportio *a* ad *e*. Et similiter etiam *b* multiplicetur in *d*, et proveniet *e*; et *d* multiplicetur in se ipsam, et fit *g*: ergo proportio *b* ad *d* est sicut proportio *e* ad *g*, ergo multiplicatio *a* in *g* est sicut multiplicatio *e* in se ipsam. Sed multiplicatio *a* in *g* est *v*, ergo multiplicatio *e* in se ipsam est *v*: ergo ⟨*e*⟩ est radix *v*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Et similiter, si dicatur: Multiplica radicem radicis novem in radicem radicis quatuor,[1] erit hoc opus in hoc, ut multiplices novem in quatuor, et accipias



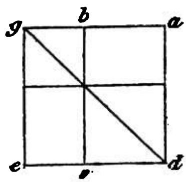
radicem radicis eius, quod provenit. Erit enim hoc illud, quod querebatur. Verbi gratia ponam, ut novem sit linea *a*, cuius radix sit *b*, et radix *b* sit linea *g*: ergo linea *g* est radix radicis *a*. Et ponam, ut quatuor sit linea *d*, cuius radix sit linea *e*, et radix *e* sit linea *v*: ergo linea *v* erit radix radicis *d*. Multiplicabo igitur *a* in *d*, et proveniet

2. Quoniam ideo scivimus. — 14. accias. — 16. querectatur. — 18. ut linea quatuor.

1) $\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[4]{b}=\sqrt[4]{ab};\ \sqrt[4]{9}\cdot\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{9\cdot 4}=\sqrt{6}.$

z, et b in e, et fiat h, et g in v, et proveniat t: dico igitur, quod linea t est radix radicis linee z, quod sic probatur. Quoniam iam scivimus, quod h est radix z, et secundum huius similitudinem ostenditur, quod t est radix h, quoniam g est radix b, et v est radix e. Sed b multiplicatur in e, et fit h; et g in v, et provenit t, ergo t est radix h. Sed h est radix z: ergo t est radix radicis z; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Propositum aggregationis radicum. Cum voluerimus aggregare radicem numeri radici numeri, aggregabimus duo quadrata duorum radicum, quibus superaddes radicem eius, quod provenit ex multiplicatione unius in alterum bis. Eius ergo totius, quod provenit, radicem assumes, que erit illud, quod queritur.[1]) Verbi gratia volumus aggregare radicem novem radici quatuor. Aggregas igitur novem et quatuor, ex quibus provenient tresdecim, quibus addas radicem novenarii multiplicatam in radicem quaternarii duabus vicibus, que est duodecim: erit ergo totum, quod proveniet, viginti quinque, cuius radix est quinque, qui est aggregatus ex duabus radicibus. Aut aggregabo duo quadrata, et fient tresdecim; deinde multiplicabo unum in aliud quater, et fient centum quadraginta quatuor, cuius accipiam radicem, que est duodecim, et addam super tresdecim, et sic erit viginti quinque, cuius radix est quinque, qui est summa duorum radicum. ⟨Probatio eius.⟩ Signabo itaque lineam, super qua est ab, quam ponam radicem unius duorum numero-

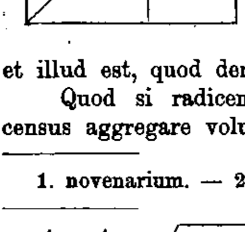


11. quadrati. — numerorum radicum. — 14. quod que rectunt. — 15—16. Agregas *et sic semper*. — 22—23. ex duabus vicibus. — 25. centrum.

1) $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$; $\sqrt{9}+\sqrt{4}=\sqrt{9+4+2\sqrt{9\cdot 4}}$ $=\sqrt{13+12}=5$; $\sqrt{10}+\sqrt{8}=\sqrt{10+8+2\sqrt{80}}=\sqrt{18+\sqrt{320}}.$

rum, sitque radix novenarii, cui adiungam lineam *bg*, que sit radix quaternarii. Volo autem scire summam earum. Faciam itaque supra *ag* quadratum *adeg* et protraham diametrum ipsius, que sit *gd*, et producam lineam *bv* equidistantem linee *ad* et linee *ge*, et complebo figure descriptionem. Iam autem fuit ostensum in figura quarta secunde partis, quod omnis linee in duas partes divise multiplicatio in se ipsam est equalis multiplicationi cuiuscumque partis in se ipsam ⟨et⟩ unius in alteram bis. Quod ergo fit ex *ab* in se ipsam, est novem, et quod fit ex *bg* in se ipsam, est quatuor, quarum summa est tresdecim; et quod fit ex *ab* in *bg* duabus vicibus est duodecim. Tocius ergo summa est viginti quinque, que est equalis multiplicationi *ag* in se ipsam. Superficiei ergo, que est viginti quinque, radix est linea *ag*: ergo linea *ag* est quinque; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Sit etiam superficies, secundum quod diximus in figura, et sit linea *ab* radix octo, et linea *bg* sit radix decem. Volo autem scire earum summam. Fiunt ergo duo quadrata decem et octo, et summa duarum superficierum, que sunt supplementa, fit radix trecentorum et viginti: dico ergo, quod radix decem et ⟨radix⟩ octo est radix assumpta eius, quod aggregatur ex radice trecentorum et viginti, cui decem et octo additus est; et illud est, quod demonstrare voluimus.



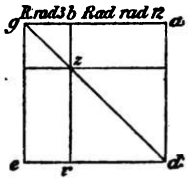
Quod si radicem radicis census et radicem radicis census aggregare voluimus[1]), sicut si vellemus aggregare

1. novenarium. — 21. summa] una. — 24. viginti quatuor.

1) $\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}=\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}+2\sqrt[4]{ab}}=\sqrt{\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}+\sqrt[4]{16ab}}$

$\sqrt[4]{12}+\sqrt[4]{3}=\sqrt{\sqrt{12}+\sqrt{3}+2\sqrt[4]{12\cdot 3}}=\sqrt{\sqrt{27}+\sqrt{24}}.$

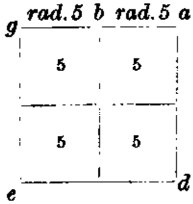
radicem radicis duodecim et radicem radicis ternarii, aggregabimus duodecim et tres, et fient quindecim; deinde multiplicabimus duodecim ⟨et⟩ tres, et sic erit triginta sex, quod multiplicabimus in quatuor, quoniam voluimus ipsum duplare, et provenient centum quadraginta quatuor, cuius radix est duodecim, quam addam supra quindecim, et fient viginti septem. Deinde multiplicabo binarium in binarium et eius summam in quatuor, et erunt sexdecim, quem multiplicabo in triginta sex, et provenient quingenti et septuaginta sex, cuius radix ⟨est⟩ viginti quatuor, que est duo supplementa. Erunt ergo radix radicis duodecim et radix radicis ternarii assumpte radix assumpta ex radice viginti septem et ex radice viginti quatuor assumptis. Sit et linea *ab* radix radicis duodecim, et linea *bg* radix radicis ternarii ei coniuncta, quarum summam volo scire. Faciam | itaque supra *ag* quadratum *adeg*, 57
et protraham diametrum ipsius, que sit *gd*, et producam lineam *bv* equidistantem linee *ad*, et complebo figure descriptionem. Multiplicatio igitur linee *ag* in se ipsam est equalis multiplicationi linee *ab* in se ipsam et multiplicationi *bg* in se ipsam et multiplicationi linee *ab* in *bg* duabus vicibus. Sed multiplicatio linee *ab* in se ipsam est radix duodecim, que est superficies *dz*; et multiplicatio linee *gb* in se ipsam est radix ternarii, que est superficies *gz*. Aggregemus eas, et erunt radix viginti septem, que est due superficies *dz* et *zg*. Multiplicatio autem linee *ab* in *bg* semel est superficies *az*, que est radix sex, cuius multiplicatio in eam iterum est superficies *ez*, que est radix sex, et ipse sunt duo supplementa. Aggregabo ergo eas, et erunt radix viginti quatuor. Tota igitur superficies *ae* est radix viginti septem et radix viginti quatuor coniuncte, ⟨cuius radix⟩ est



4. et quoniam. — 10. quinquaginta. — 15. eius iuncta.

illud, quod aggregatur ex radice radicis duodecim et radice radicis ternarii; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Propositum multiplicationis radicum. Cum voluerimus multiplicare radicem numeri ⟨in numerum⟩, quod est, sicut si dicemus: Multiplica radicem illius numeri in illum et illum numerum[1]), et sciamus cuius census est radix, quod est, quando dicerem: Due radices census quantum sunt: multiplicabo duo in duo, et erunt quatuor. Deinde multiplicabo illud in censum, et accipiam radicem eius, quod provenit, que erit illud, quod querebatur. Sit itaque linea ab radix quinque, cui adiungam lineam ⟨bg⟩, que etiam sit radix quinarii, supra quam faciam quadratum, et complebo figure descriptionem. Volo itaque scire, due radices quinarii cuius census sunt radix. Multiplicabo itaque ab in se ipsam, et proveniet 5, et bg in se ipsam, et fient 5, et ab in bg bis, et erunt decem. Erit ergo, quod aggregabitur, viginti, qui est superficies $adeg$, que fit ex multiplicatione ag ⟨in se⟩ ipsam. Due ergo radices quinarii sunt radix viginti. Et similiter si vellemus aggregare tres radices, multiplicaremus 3 in 3, deinde multiplicaremus illud in censum, et acciperemus eius radicem; et similiter quocumque ⟨numero⟩ multiplicare voluimus; et illud est, quod demonstrare voluimus.



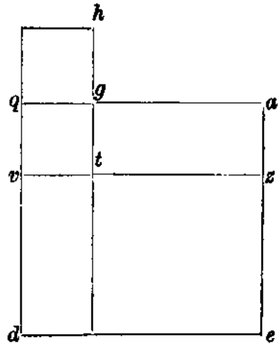
Propositum diminutionis radicum.[2]) Cum voluerimus invenire radicem numeri ex⟨cepta⟩ radice numeri,

272, 35—273, 1. cuius radix est illud] que est illius. — 8. quando] quoniam. — 24. 3 in 3] 4 z in z. — 28. radicum] et aliarum.

1) $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$; $2\sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$.

2) $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}}$; $\sqrt{25} - \sqrt{4} = \sqrt{25 + 4 - 2\sqrt{100}} = \sqrt{29 - 20} = 3$.

quod est, ut numerus ex numero excipiatur operabimus in hoc secundum figuram septimam partis secunde, quod secundum exemplum demonstrabo. Signabo itaque lineam, supra quam sint a, b, que sit radix viginti quinque, ex qua dividam lineam bg, que sit radix quatuor. Volo itaque minuere radicem quaternarii ex radice viginti quinque. Faciam ergo supra ab quadratum ad, et faciam bv equalem bg, et protraham a puncto v lineam equidistantem linee ab, que sit linea vz; et faciam supra lineam bg quadratum, quod sit superficies bh, et protraham lineam gt equidistantem linee bd, et complebo descriptionem figure. Erit ergo superficies ad viginti quinque, et



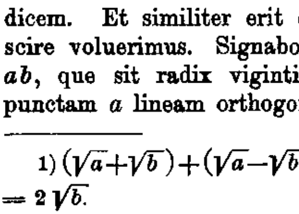
superficies bh erit quatuor, et superficies av erit decem, et due superficies td et bh sunt decem. Iam autem ostensum fuit in figura septima partis secunde, quod omnis linee divise in duos partes multiplicatio in se ipsam et multiplicatio unius earum divisionum in se ipsam est equalis multiplicationi linee in partem illam bis et alterius in se ipsam bis. Multiplicatio ab in se ipsam est 25, et bg in se ipsam est 4, et summa duorum numerorum est viginti novem, scilicet duorum quadratorum. Et multiplicatio ab in bg bis est viginti, remanet ergo, ut ag in se ⟨ipsam⟩ sit residuum numeri, quod est novem, cuius radix est ternarius. Ergo ternarius est radix viginti quinque excepta radice quaternarii. Iam igitur ostensum est, quomodo radix numeri ex radice numeri minuatur; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quod si etiam inveniremus radices compositas, et voluerimus eas aggregare aut ad invicem minuere, facie-

1. quod *iteratur*. — 19. av] ãūt. — 21. partis septime.

mus in eis, secundum quod dico, sic.[1]) Si habuerimus radicem viginti quinque et radicem novem, et radicem viginti quinque excepta radice novem. Si ergo voluerimus eas et ad hoc ducere, multiplicabimus duo in duo, et fiunt quatuor, et multiplicabimus illud in viginti quinque, et provenient centum, cuius radix accepta est decem: totum ergo est duo radices viginti quinque. Sed radix viginti quinque est quinque et radix novem est ternarius, quod ergo fit ex eis est octo, cui aggregemus radicem viginti quinque radice novem excepta, que est duo, et erit decem. Quod si unum earum ex altera minuere voluerimus, removebimus duo prima, et multiplicabimus duo in duo, et provenient quatuor. Deinde multiplicabimus illum in novem, et fiunt triginta sex, cuius accipimus radicem, que erit sex, qui est octo excepto binario. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

Propositum.[2]) Cum volueris scire: medietas radicis numeri dati cuius numeri sit radix, multiplicabimus medietatem in medietatem, deinde multiplicabimus illud in numerum et accipimus radicem eius, quod aggregatur. Et similiter si voluerimus scire: tercia radicis census cuius census sit radix, multiplicabimus terciam in terciam; deinde multiplicabimus, quod provenit, in censum et accipimus eius radicem. Et similiter erit omne illud, quod ex hoc genere scire voluerimus. Signabo itaque lineam, supra quam est ab, que sit radix viginti quinque, et constituam supra punctam a lineam orthogonaliter, que sit equalis medietati



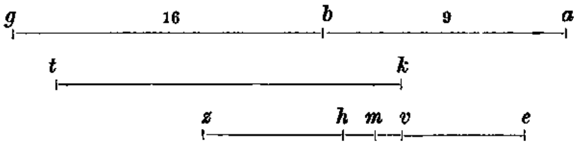
---

1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{a}-\sqrt{b})=2\sqrt{a}$; $(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = 2\sqrt{b}$.

2) $\frac{1}{n}\sqrt{a} = \sqrt{\frac{a}{n^2}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{25} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{6\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}$. Hic introductio secundae partis commentarii finem habet.

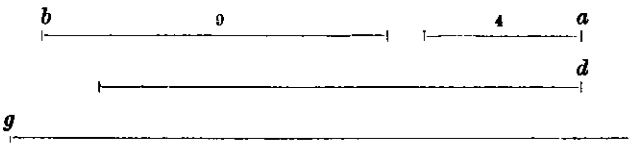
linee ab, sitque linea ag, et complebo lineationem figure, et dividam ab in duo media supra e, et protraham perpendicularem ev. Ergo multiplicatio ab, que est radix viginti quinque, ⟨in⟩ ag, que est medietas ab, est equalis medietati viginti quinque: ergo superficies ad est duodecim et medietas. Sed superficies av est quadratum, quoniam fit ex | multiplicatione ae in ag, que sunt 58
equales: ergo ipsa est sex et quarta. Ergo radix superficiei av est duo et medietas, que est medietas radicis viginti quinque. Iam ergo declaratum est, quod, si multiplicaverimus medietatem in medietatem, et deinde, quod provenit, in censum, et acceperimus eius radicem, erit ⟨radix⟩ illud, quod querebatur; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Omnium duorum numerorum continue quadratorum numerus, qui est maior ⟨minore et minor⟩ maiore est surdus, caret enim radice. Verbi gratia sint duarum linearum ab et bg duo quadrata continua, que sint novem et sexdecim: dico igitur, quod numerus, qui est maior novem et minor sexdecim, est numerus non quadratus, quod sic probatur, quoniam



est impossibile aliter esse. Quod si fuerit possibile, sit ille, qui est inter eos, quadratus, qui sit linea kt, et sit linea ev radix novem, que est tres, et vz sit latus sexdecim, que est quatuor. Omnium autem duorum numerorum continue quadratorum superfluum radicis unius supra radicem alterius est unitas. Sit ergo unitas hv, et sit numerus quadratus, qui est maior novem et minor sexdecim, tk, sicut posuimus. Et quia tk est maior novem et minor sexdecim, quod est maior ab et minor bg, ergo erit latus eius maius latere ab, quod ⟨est ev, et minus⟩ latere bg ⟨quod est vz⟩. Sit ergo sicut linea em. Sed due linee ev, vz sunt duo numeri integri, et numerus em est numerus non integer, qui est radix numeri tk. Sed tk est numerus integer, et oportet, ut integri numeri radix sit numerus integer, quoniam ex integro in integrum multiplicatio facit integrum, quod est contrarium. Non est ergo numerus, qui est inter duos continue quadratos, quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Propositum similium et dissimilium. Ex omni numero quadrato multiplicatio ⟨in⟩ numerum quadratum proveniens superficialis est quadratus. Verbi gratia sit a quadratus, qui sit quatuor, et b qua-



dratus, qui sit novem: dico igitur, quod superficialis, qui fit ex a in b, est quadratus, quod sic probatur. Quoniam multiplicabo a in se ipsum, et proveniet d, ergo d est quadratus; et multiplicabo a in b, et fiet g: ergo proportio a ad b, est sicut proportio d ad g. Sed proportio a quadrati ad b quadratum est sicut proportio d quadrati ⟨ad⟩ g: g ergo est quadratus. Unde ex hoc manifestum est, quod, quando multiplicatur numerus quadratus in numerum quadratum, superficialis proveniens est numerus quadratus, quod illud est, quod demonstrare voluimus.

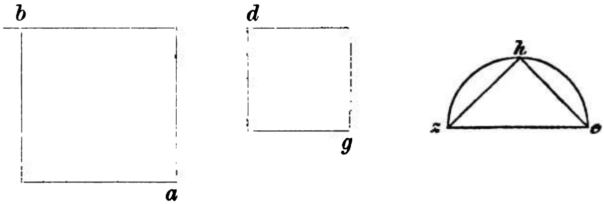
Propositum binomiorum. Duos quadratos invenire, quorum superfluum non sit numerus quadratus. Iam ostendimus in precedentibus, quod numeri, qui sunt inter numeros continue quadratos, sunt surde absque radice, quare omnium duorum quadratorum posito-

7. contrarium] octarium. — 11. multiplicatio numerum. — 17. ergo et fiet. — 28. quare] quod.

rum secundum continuitatem superfluum inter eos non est numerus quadratus. Cuius exemplum est, ut accipiamus novem et quatuor. Erit ergo superfluum, quod est inter eos, quinque, qui est non quadratus. Dicemus ergo quod duo numeri sunt quadrati et totum eorum, quod fit ex eorum aggregatione, est numerus non quadratus. Hoc igitur manifestum est ex prima figura prepositarum, id est earum, que premittuntur.

Antecedens figure duodecime.[1])

Lineam, cuius quadratum sit equale superfluo, quod est inter duo quadrata data, ut sint duo quadrata, quorum unum est notum, et alterum ignotum, simul equalia quadrato dato, invenire. Sit itaque maius *ab* et minus *gd*: volo autem



addere super quadratum *gd*, quadratum, donec sit totum equale quadrato *ab*. Describam ergo lineam equalem

10. Linea. — 13. simul] similis.

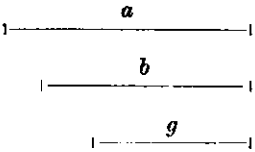
1) Euclides X, 12 (Campanus X, 13; Heibergius X, 17): *Si fuerint due linee inequales, quarum longiorem in duo communicantia dividat superficies sibi adiuncta equalis quarte parte quadrati brevioris linee, cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata, necesse est, ipsam lineam longiorem linea breviori tanto amplius posse, quantum est quadratum alicuius linee communicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breviori augmento quadrati linee communicantis sibi in longitudine, adiungaturque ei superficies equalis quarte parte quadrati brevioris linee, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles dividere necesse est.*

lateri ab, que sit ez, supra quam circumducam semicirculum zhe. Quod protraham a puncto z lineam ad arcum equalem lateri gd, que sit zh, et coniungam h cum e: ergo quadratum ez est equale duobus quadratis zh, he. Sed quadratum ez est equale quadrato ab, et quadratum zh est equale quadrato gd: remanet ergo, ut quadratum eh sit equale superfluo, quod est inter duo quadrata. Iam ergo invenimus duo quadrata equalia quadrato dato, quod illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens figure none decime.[1])

Si fuerint due quantitates incommunicantes, omnis quantitas communicans uni earum est incommunicans alteri.

Verbi gratia sint due quantitates a, b incommunicantes, et sint g et b communicantes: dico igitur, quod a et g sunt incommunicantes, quod sic probatur, quoniam non est possibile aliter esse. Quod sit fuerit possibile, sint a et g communicantes. Sed b et g sunt communicantes, ergo a et b communicant g: ergo communicat b a. Iam autem fuerant incommunicantes, quod est omnino contrarium: ergo a et g sunt incommunicantes, quod illud est, quod demonstrare voluimus.



Antecedens figure vicesime secunde.[2])

Omnis superficies orthogonia contenta a duabus lineis in potentia rationalibus, que sunt in longitudine communicantes, est rationalis.

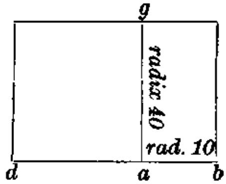
Verbi gratia sit superficies bg rectorum angulorum contenta a duabus lineis ab, ag in potentia rationalibus

11. Sic. — 23. fuerint.

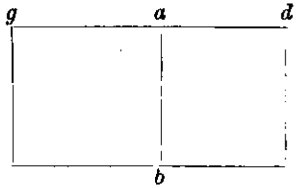
1) Videas p. 223 not. 3.

2) Est Euclidis Campani X, 23 (Heibergii X, 25). Videas supra p. 225 not. 1. Auctor duos casus huius propositionis seorsim tractat.

tantum et in longitudine communicantibus, que sint radix decem et radix quadraginta: dico ergo, quod superficies *bg* est rationalis, quod sic probatur. Faciam enim supra *ag* quadratum *gd*. Et quia *ag* est rationalis in potentia, ergo superficies *gd* est rationalis. Sed *ba* communicat *ag*, et *ag* est equalis *ad*: ergo *ba* communicat *ad*, ergo superficies *bg* communicat superficiei *gd*. Sed superficies *gd* est rationalis, ergo superficies *gb* est rationalis. Sed proportio radicis decem ad radicem quadraginta est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quare radix decem in radicem quadraginta erit radix quadringentorum, que est viginti; et illud est, quod demonstrare voluimus.



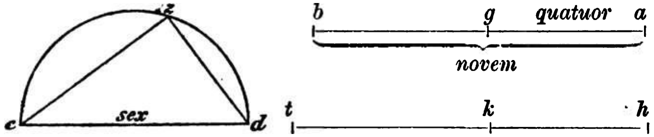
Omnis superficies contenta a duabus lineis, quarum una sit rationalis in longitudine, et altera sit rationalis in potentia, est surda. Exempli causa sit superficies *bd* contenta a duabus lineis, quarum una, que sit *ab*, sit rationalis, et altera, que sit *ad*, sit surda: dico igitur, quod superficies *bd* est surda, quod sic colligitur. Faciam enim supra *ab* quadratum *bg*. Sed *ab* est incommunicans *ad* in longitudine, et *ab* est equalis *ag*: ergo *ag* est incommunicans *ad* in longitudine. Proportio vero *ga* ad *ad* est sicut proportio superficiei *gb* ad superficiem | *bd*, que est ea, que fit ex *ab* in *ad*: ergo super- 59
ficies *gb* incommunicat superficiei *bd*. Sed superficies *gb* est rationalis, quoniam linea *ab* est rationalis: ergo superficies *bd* est surda; et illud est, quod demonstrare voluimus.



13. quare] quoniam. — 21. sit *ab iteratur*. — 32. incommunicat *iteratur*.

Duas lineas in potentia tantum rationales et communicantes, quarum longior supra breviorem possit secundum augmentum quadrati linee communicantis longiori in longitudine, invenire.[1])

Ponam itaque lineam *de* rationalem, que sit sex, deinde signabo duos numeros quadratos, qui inscribentur *ab* et *ag*, et non sit superfluum eorum, quod est *bg*, numerus quadratus, sintque duo positi numeri novem et quatuor. Multiplicabo autem quadratum sex, quod est triginta sex, in superfluum, quod est inter duos quadratos, quod est quinque: erit ergo, quod provenit, centum et octoginta, quam dividam per maiorem numerum, qui est novem, et erit numerus, qui provenit, viginti. Sed radix viginti est linea minor, ergo quadratum maioris, quod est triginta sex, potest supra viginti cum quadrato, quod est sexdecim, cuius latus est quatuor, quod communicat sex in longitudine. Quod sicut illud est, quod est in figura



septima decima, quod est, ut ponam duos numeros quadratos *ab*, *ag*, et non sit superfluum, quod est inter eos, quod est *bg*, numerus quadratus, et sit linea *de* rationalis, supra quam describam semicirculum *dze*; et sit proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *dz* sicut proportio *ab* ad *ag*. Protraham autem lineam ⟨*ze*⟩, ergo proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *ez*. Ergo

1) Est Euclidis Campani X, 24 (Heibergii X, 31): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior sit potentior breviori augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine, invenire.*

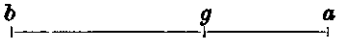
proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *ez* est sicut proportio numeri ad numerum, sed non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo linea *de* est seiuncta linee *ez* in longitudine, sed communicat ei in potentia propter hoc, quod ⟨proportio⟩ quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *ez* est sicut proportio ⟨numeri⟩ *ab* ad numerum *bg*. Sit itaque quadratum factum ex *de* linea *ht*, et quadratum factum ex *dz* linea *tk*: ergo proportio quadrati *ht* ad quadratum *tk* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*, ergo due linee *ht* et *tk* sunt communicantes. Sed *ht* et *tk* sunt duo quadrata *de* et *dz*, ergo linea *de* communicat linee *dz* in potentia. Sed quadratum *de* est equale duobus quadratis *dz* et *ez*, quoniam angulus *dze* est rectus, et quadratum *de* est linea *ht*, et quadratum *dz* est linea *tk*: remanet ergo, ut quadratum *ez* sit linea *kh*. Ostensum est autem, quod proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio *ht* ad *tk*. Cum ergo converterimus, erit proportio *ba* ad *ag* sicut proportio *tk* ad *th*. Sed *th* est quadratum *de* et *kh* est quadratum *ez*: ergo proportio quadrati *de* ad quadratum *ez* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, que est sicut proportio *ba* ad *ag*: ergo linea *de* communicat linee *ez* in longitudine. Ergo linea *de* addit supra lineam *dz* in potentia cum quantitate quadrati, quod est ex linea *ze*, communicantis sibi in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens multarum figurarum.[1])

Omnis linee in duas partes diversas divise duo quadrata duarum sectionum maius sunt duplo superficiei, que ab eis continetur. Verbi gratia sit linea *ab* in duas diversas sectiones supra *g* divisa: dico ergo, quod duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta maius sunt duplo superficiei *ab* in *bg*, quod sic probatur. Quoniam *ag* et *gb* sunt diverse, tantum quadrata earum sunt

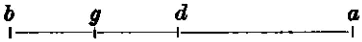
1) Est lemma ed. Heibergianae vol. III, p. 180/181.

maius medietate multiplicationis *ab* in se. Multiplicatio ⟨autem⟩ *ab* in *gb* bis est minor medietate multiplicationis *ab* in se, quoniam multiplicatio *ab* in se est sicut multiplicatio *ag* in se et *gb* in se et *ag* in *gb* bis, et multiplicatio *ab* in *bg* est minor multiplicationi medietatis *ab* in se ipsam, et multiplicatio medietatis *ab* in se est quarta quadrati *ab*:



ergo multiplicatio *ag* in *gb* bis est minor medietate multiplicationis *ab* in se. Relinquitur ergo, ut duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta sint maius medietate multiplicationis *ab* in se ipsam: ergo duplum superficiei *ag* in *gb* est minus medietate quadrati *ab*. Sed duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta sunt maius medietate quadrati *ab*; ⟨ergo⟩ duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta sunt maius duplo superficiei *ag* in *gb*, quod illud est, quod demonstrare voluimus.

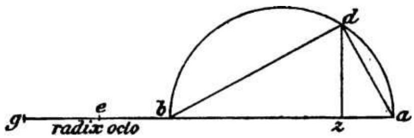
Hec quoque figura aliter invenitur. Quod est, ut ponam lineam *ab*, cuius longior sectio sit linea *ag*: dico igitur, quod duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta sunt maius duplo superficiei *ag* in *gb*, quod sic probatur. Dividam namque ex *ag*, quod sit equale *gb*, sitque *gd*: ergo linea



ag iam est divisa in duas sectiones supra *d*, ergo multiplicatio *ag* in se et *dg* in se est sicut multiplicatio *ag* in *gd* bis et multiplicatio *ad* in se. Multiplicatio vero *dg* in se est equalis ⟨multiplicationi⟩ *gb* in se, quoniam est ei equalis: ergo multiplicatio *ag* in se et *gb* in se est sicut multiplicatio *ag* in *gd* bis et multiplicatio *ad* in se. Sed multiplicatio *ag* in *gd* bis est sicut multiplicatio *ag* in *gb* bis: ergo multiplicatio *ag* in se et *gb* in se est sicut multiplicatio *ag* in *gb* bis ⟨et⟩ multiplicatio *ad* in se. Ergo duo quadrata *ag* et *gb* coniuncta sunt maius duplo superficiei *ag* in *gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens figurarum vicesime quinte[1]) et vicesime sexte[2]) et vicesime septime.[3])

Ponam lineam, supra quam sit ab, cui secundum rectitudinem adiungam lineam bg, et describam supra ab semicirculum adb, et dividam bg in duo media supra e, et fiat ab numerus, quem voluerimus, sitque numerus quatuor, et bg sit radix octo: ergo erit quadratum be duo, quoniam est quadratum medietatis bg. Dividam autem lineam ab in duas partes sic, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato linee be, quod



est duo, quod est quarta quadrati bg. Dividam ergo ipsam supra z. Erit ⟨ergo⟩ secundum quod precessit ex arithmetica in principio harum antecedentium[4]), una duarum sectionum binarius et radix binarii, et altera binarius excepta radice binarii, quoniam multiplicabimus medietatem quatuor in se, et provenient quatuor; minuam

11. quadrati *bb*. — 13. arismetrica.

1) Euclides X, 25 (Campanus X, 27; Heibergius X, 33): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale, invenire.*

2) Euclides X, 26 (Campanus X, 28; Heibergius X, 34): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, invenire.*

3) Euclides X, 27 (Campanus X, 29; Heibergius X, 35): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, superficiei unius in alteram incommensurabile, invenire.*

4) Equatio Anaritii est $x^2 + 2 = 4x$, quare $x = 2 \pm \sqrt{2}$.

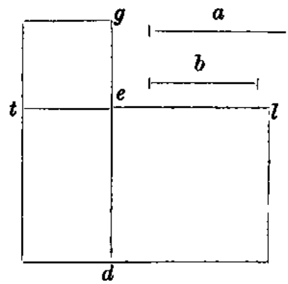
itaque ex eo duo, et remanebunt duo; accipiam autem
60 radicem | eius, et addam eam supra duo et minuam eam ex duobus: erit ergo una duarum sectionum binarius et radix binarii, ⟨quod est linea *az*, et altera est binarius excepta radice binarii⟩, quod est linea *zb*. Protraham autem perpendicularem *zd*, et coniungam *a* cum *d* et *d* cum *b*: ergo *az* est duo et radix duorum, et *bz* est binarius excepta radice binarii. Volo autem scire quantitatem cuiusque linearum *ad* et *db*. Et iam fuit ostensum in figura octava sexte partis, quod proportio *ab* ad *ad* est sicut proportio *ad* ad *az*. Multiplicabo itaque quatuor in binarium et radicem binarii, quod est, ut multiplicem quatuor in duo, provenient ergo octo. Deinde multiplico quatuor ⟨in quatuor⟩ et fient sexdecim, quem multiplicabo in duo, et provenient triginta duo, cuius assumam radicem et adiungam ⟨eam⟩ cum octo: erit ergo, quod provenit, quadratum linee *ad*. Dico igitur, quod linea *ad* est radix accepta ex eo, quod fit ex octo et radice triginta duorum coniunctis; et *db* est radix assumpta ex eo, quod provenit ex octo excepta radice triginta duorum, et etiam, quod proportio *az* ad *zb* est sicut proportio quadrati *ad* ad quadratum *ab*, quod sic probatur. Quoniam proportio *az* ad *zb* est sicut proportio trianguli *azd* ad triangulum *dzb*, et proportio trianguli ad triangulum est sicut proportio *ad* ad *db* duplicata, que etiam est sicut proportio quadrati *ad* ad quadratum *db*; ergo erit proportio *dz* ad *zb* sicut proportio quadrati *ad* ad quadratum *db*. Et dico etiam, quod multiplicatio *ab* in *dz* est equalis multiplicationi *ad* in *db*, quod sic probatur. Quoniam duo trianguli *adb*, *bdz* sunt similes, ergo proportio *ab* ad *ad* est sicut proportio *bd* ad *dz*: ergo multiplicatio *ab* in *dz* est equalis multiplicationi *ad* in *db*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

---

1. duo] itaque. — 10. octava] cvto. — 31. *adb*, *adz*.

Multarum linearum antecedens.

Omnes due linee in longitudine ⟨communicantes⟩ sunt communicantes in potentia. Sint *a* et *b* communicantes in longitudine: dico igitur, quod ipse communicant in potentia, quod sic colligitur. Sit superficies *dt* equalis superficiei *a* in *b*, et sit linea *ed* equalis linee *a*, et linea *et* equalis linee *b*. Constituam autem supra *ed* et *et* duo quadrata *ld*, *tg*: ergo *le* est equalis *a*, et *et* est equalis *b*. Sed *el* communicat *et* in longitudine, et proportio *le* ad *et* est sicut proportio superficiei *ld* ad superficiem *td*: ergo superficies *ld* communicat superficiei *td*. Sed proportio *de* ad *eg* est sicut proportio superficiei *dt* ad superficiem *tg*, et *ed* communicat *eg* in longitudine: ergo *td* communicat *tg*.



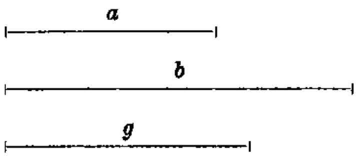
Ergo unaqueque duarum superficierum *gt*, *ld* communicat superficiei *dt*: ergo due superficies *ld* et *tg* sunt communicantes. Sed due superficies *ld*, *tg* sunt potentie duarum linearum *a* et *b*: ergo *a* et *b* sunt communicantes in potentia; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens multarum figurarum.

Duos numeros, quorum unius ad alterum proportio non sit sicut quadrati numeri ad numerum quadratum, invenire. Et dico, quod: Omnes duo numeri superficiales altera parte longiores, ex unius quorum in alterum multiplicatione proveniat quadratus, sunt similes, et addit inter eos numerus, et continuantur proportionaliter, et est unius eorum ad alterum proportio sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Verbi gratia ponam quatuor numeros proportionales, qui sint

30—31. proveniat] provetat.

duo et quatuor, et tres et sex, et multiplicabo primum in tercium, et fient sex; et multiplicabo secundum in quartum, et provenient viginti quatuor: hii ergo numeri sunt similes. Multiplicabo itaque unum eorum in alterum, et fient centum quadraginta quatuor, qui est numerus quadratus, cuius radix est duodecim: ergo una linearum ⟨est⟩ sex, et secunda est viginti quatuor, media inter eos duodecim. Et dico, quod hii numeri sunt communicantes, et neque possibile est aliter esse. Quod si esset possibile, sint incommunicantes, et ipsi sint due linee a, b; et linea g sit inter eas secundum proportionem. Sed omnes duo numeri incommunicantes sunt duo minores numeri secundum proportionem ipsorum numerorum, et



omnium trium numerorum continue proportionalium similiter minores, qui sunt secundum ⟨proportionem⟩ eorum, duo, qui extremi, sunt quadrati: ergo a et g et b sunt incommunicantes. Sed ipsi sunt minores numeri secundum proportionem eorum: ergo a et b sunt quadrati et sunt altera parte longiores, quod est contrarium. Ergo a et b non sunt incommunicantes, sed sunt communicantes. Et omnes duo numeri communicantes ⟨in⟩ longitudine sunt communicantes in potentia, et sunt similes, et proportio unius eorum ad alterum est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo omnes duo numeri, ex unius quorum in alterum multiplicatione fit quadratus sunt similes. Sed omnium duorum numerorum quadratorum in longitudine communicantium unius ad alterum proportio est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo omnium duorum numerorum, ex quorum unius ad alterum multiplicatione non fit superficialis, qui

4. unum duum eorum. — 11. g est. — 18—19. similiter] simul secundum. — 29. multiplicaretur. — 34. multiplicationem

sit quadratus, duo superficiales non sunt similes, neque cadit inter eos numerus, neque est proportio unius eorum ad alterum sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Horum autem numerorum, qui sunt inter numeros quadratos continue secundum naturalem ordinem, omnes duo sunt surde. Et si unus eorum ad alterum multiplicetur, superficialis proveniens erit non quadratus, neque erit unius eorum ad alterum proportio sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. In hoc etiam opere intrant duo numeri, quorum unus est quadratus et alter surdus. Qui enim fit ex quadrato in surdum, surdus est. Cuius exemplum: Quod si dicimus quatuor et quinque, diceremus, quod radix quatuor, que est duo, est incommunicans radici quinque, quoniam ex multiplicatione binarii in quinque fit decem, qui est surdus. Hii ergo ⟨sunt⟩ numeri, qui ⟨in⟩ figura undecima decimi partis assumuntur et ⟨in⟩ figuris, que sunt post eam. Nos autem de hoc brevius loquimur. Nunc dicemus ergo, quod: Omnium duorum numerorum, ex unius quorum in alterum multiplicatione aut unius per alterum divisione provenit ⟨numerus⟩ quadratus, unius ad alterum proportio est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Et omnium duorum numerorum, ex unius quorum in alterum multiplicatione aut unius per alterum divisione | provenit numerus non quadratus, non 61
est unius ad alterum proportio sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

Qualiter superficies, que a linea rationali continetur et ab unoquoque binomiorum et residuorum, inveniatur, demonstrare, Quod quidem omnium incommunicantium est aggregatio, neque est necesse, cuiusque figure opus in suo dicere capitulo; hoc

---

20. multiplicationem. — 21. divisionem. — 26. divisionem. — numerus numero quadratus.

namque capitulum solum secundum suum opus omnibus sufficiet. Postquam ergo unius eorum dispositio et scientia sciatur, erit in ea, quod sufficit. Cum enim figure oblegantur, elongabitur intellectus ab eo, quod scire desiderat, et erit uniuscuiusque figure operis reiteratio superfluitas non necessaria. Nos autem tocius operis unum demonstrabimus capitulum, ut in omnibus intelligatur.

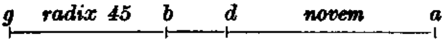
Si quilibet due linee diverse secundum rectitudinem fuerint coniuncte, quarum longior sic in duas dividatur partes, ut unius earum in alteram multiplicatio sit equalis quadrato medietatis brevioris linee, erunt due radices duarum sectionum linee, que est coniunctio aliarum sectionum, que est longior linea, potentes supra superficiem, que continetur a duabus lineis coniunctis et linea rationali.

Verbi gratia sint due linee *ab* et *bg* secundum rectitudinem coniuncte, que sint novem et radix quadraginta quinque. Dividam ergo novem in duas partes taliter, ut sit earum unius in alteram multiplicatio equalis quadrato medietatis radicis quadraginta quinque, que est undecim et quarta. Cum ergo computaverimus, secundum quod ostensum ⟨est⟩ in precedentibus, erit una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Cuius executio secundum modum algebre est[1]), ut multiplicetur medietas novem in se, et provenient viginti et quarta, de quo minuantur undecim et quarta, et remanebit novem, cuius sumatur radix, que est tres, qui addatur

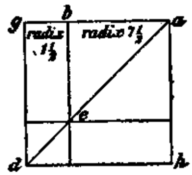
2—3. scientia] $\overline{\text{centa}}$. — 4. quod eam scire. — 5. unaqueque figura. — operis] *iteratur*. — 11. quadrato et. — 14. longior linea, potentes] longior linea potens. — 25. executio] et secutio.

1) Hic est equatio Anaritii: $x^2 + 11\frac{1}{4} = 9x$ ergo $x = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{45}{4}} = \frac{9}{2} \pm \frac{6}{2}$, id est $x = 7\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$. Anaritius demonstrat etiam $\left(\sqrt{7\frac{1}{2}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}\right)^2 = 9 + \sqrt{45}$.

supra quatuor et semis et minuatur ab eis. Erit ergo una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Dico igitur quod radix septem et semis et



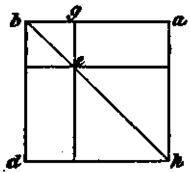
radix unius et semis coniuncte sicut linea una, possunt supra totam superficiem, que continetur a linea rationali et linea *ag*, quod sic probatur. Signabo lineam, que inscribatur *ab*, sitque radix septem et semis, cui coniungam lineam *bg*, que sit ⟨radix⟩ unius et semis; deinde faciam quadratum supra *ag*, quod ⟨sit⟩ *agdh*, et comblebo figure descriptionem. Superficies ergo *de* est unum et semis, et superficies *ea* est septem et semis, quarum coniunctio est novem. Queque vero duarum superficierum *ge* et *eh* est radix undecim et quarte, quoniam ex multiplicatione *ab* in *bg* ⟨provenit undecim et quarta.⟩ Erunt ergo due radices undecim et quarte radix quadraginta quinque. ⟨Erit ergo radix assumpta ex novem et radice quadraginta quinque⟩, secundum quod ostensum est, radix septem et semis et radix unius et semis. Sunt ergo hii tres quantitates quidem proportionales prima et tercia et media, que sunt septem et semis, et unum et semis, et media, que est medietas radicis quadraginta quinque, que est radix undecim et quarte. Similiter quoque talis proportio in omni linea divisa secundum hanc divisionem; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Sit etiam superficies secundum habitudinem suam, et sit *ab* radix septem et semis, et *bg* sit radix unius et semis. Sunt ergo hic due superficies addite, que sunt septem et semis et unum et semis, et due superficies diminute, que sunt due radices undecim et quarte, et

2. unum] unius. — 4. sunt sicut. — 25. talis] radix. — 30. unius semis.

coniuncte sunt radix quadraginta quinque. Cum ergo minuerimus duo supplementa ex duabus superficiebus quadratis, remanebit novem excepta radice quadraginta quinque, quod est residuum lineam longiorem sic in duas dividens partes, ut sit unius duarum sectionum in alteram multiplicatio equalis quadrato medietatis linee secunde, que in hoc exemplo est undecim et quarta.[1]) Erit ergo una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Radices earum coniuncte sunt potentes supra superficiem, secundum quod ostendimus. Cum autem unam earum ex altera minuerimus, dicemus, quod radix septem et semis excepta radice unius et semis est radix residue. Cum ergo multiplicaverimus radicem septem et semis excepta radice unius ⟨et semis⟩ in se, erit, quod provenit, novem excepta radice quadraginta quinque. Diximus autem, quod residuum in tres separatur partes, scilicet in divisione linee rationalis a linea mediali, aut in divisione medialis a rationali, aut medialis a mediali. In hoc itaque exemplo divisimus lineam medialem a linea rationali, aut medialem a mediali; et illud est, quod demonstrare voluimus.



In hoc prologo pretermisimus uti verbis algebre, et usi fuimus verbis arithmetice, quoniam hoc levius existit rationabili. Convenit itaque, ut afferam ex numeris illud, quod dicam, quod est illud, quod dixit Euclides in figura undecima.[2])

3. radicem. — 11. unius. — 22. divisimus] divisionis. — 23. aut medialis. — 26. arimethice. — 27. aufferam.

1) Vult dicere $\left(\sqrt{7\frac{1}{2}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}\right)^2 = 9 + \sqrt{45}$.

2) Euclides X, 11 (Campanus idem, Heibergius X, 10): *Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine et potentia rectas lineas invenire.* In hac enim propositione quaeritur illud, quod Anaritius exponit.

Describam duos numeros, quorum unius in alterum proportio non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et signabo numerum tercium, et sit proportio unius duorum numerorum ad alterum sicut proportio quadrati illius linee ad terciam lineam. Non ergo convenit, ut numerus unus, qui signatur, sit quilibet, ⟨quoniam⟩, postquam post duorum numerorum positionem non quilibet poterit signari numerus, sed oportet, ut talis signetur numerus, cuius quadratum cum ⟨in⟩ unum duorum numerorum fuerit multiplicatum, ⟨et⟩ dividatur per alium, scilicet ut sit in eo pars denominans duos numeros. Exempli causa signabo duos numeros, quorum proportio non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, qui sint duo et tres. Et signabo unum numerum alium, qui sit quinque. Eius itaque quadratum, quod est viginti quinque, multiplicabo in tres, et fient septuaginta quinque. Volo autem dividere ipsum per duo [et tria], qui autem non dividitur per ipsum, quoniam in septuaginta quinque non est pars, que sit medietas. Multiplicabo etiam viginti quinque in duo, et fient quinquaginta, quem dividerem per tres, si possem. Sed non dividitur per ipsum, quoniam in quinquaginta non est pars tercia. Quinque ergo non est ex numeris, qui in hac figura tercia signantur, et qui ex eis sunt | similes. Assumam ergo loco quinque sex, et multiplicabo 62
triginta sex in duo, et provenient septuaginta duo. Dividam igitur eum per tres, provenit ex divisione viginti quatuor. Multiplicabo etiam triginta sex in tres, et fient centum et octo, quem per duo dividam, et proveniet ex divisione quinquaginta quatuor: ergo sex ⟨est⟩ ex numeris, qui in hoc notantur capitulo. Et similiter erunt pares, postquam sunt ⟨ex⟩ paribus duo numeri positi et dati.

Signabo et hos duos numeros in figura septima

---

10. multiplicatio. — 18. qui autem] quod tantum. — 32. sunt paribus postquam duo.

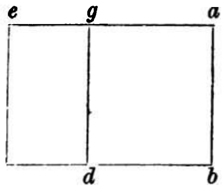
decima[1]) partis decime, et fiat proportio tocius duorum numerorum ad alium secundum proportionem quadrati ad quadratum. Multiplicabo itaque viginti quinque in tres, et erunt septuaginta quinque, quem dividam per totum eorum, quod est quinque, et proveniet ex divisione quindecim. Multiplicabo etiam viginti quinque in duo, et fient quinquaginta, ex quo per quinque diviso proveniet decem. Est enim possibile, ut in ⟨hoc⟩ capitulo cum his duobus numeris impares assumantur numeri, et non est possibile, ut pares sint in eo. Similiter etiam afferam binomia, quibus assumam tres numeros, in quibus sit illud possibile. Hoc autem, quod predixi, est ex eis, que oportet premitti, ne incipienti inquisicione inveniatur in numeris aliquid impossibile. Dimittatur ille et assumatur alius ex eis, cuius, cum ipse multiplicatus fuerit in numerum, summa per alterum numerum dividatur, quod si tres numeri adeo diversificantur, ut dividi non possint, erit illud ⟨im⟩possibile.

Dico etiam, quod, cum due superficies ad longitudinem linee rationalis date adiungantur, que posita sit, quantum voluerimus, scilicet unum, vel duo aut tres aut quatuor, aut quantum possibile est ex numeris, non removebunt numeri superficiem a suo primo situ, id est quantitate sua, neque ⟨a⟩ proportionibus, que sunt secundum eam, et ab aliis. Verbi gratia sit linea rationalis data ab, que sit unum, ad quam due adiungantur superficies ad et de, quarum quantitates sint radix centum et octoginta et radix triginta sex. Cum ergo minuerimus triginta sex ex centum octoginta, quod remanebit, ⟨erit⟩ centum quadraginta quatuor, quod est superficies quadrata. Et erit, quod minuitur, quinta centum octoginta, quod est superficies de, que est quarta eius, scilicet quarta centum quadraginta quatuor, et quinta centum octoginta.

14. aliquid impossibile] quid nudatur. — 31. quinties.

1) Euclides X, 17 (Campanus X, 16; Heibergius X, 20). Videas p. 222 not. 1.

Sit etiam ab duo: dico igitur, quod ex multiplicatione medietatis in medietatem, et ex multiplicatione eius, quod provenit, in centum octoginta fit quadraginta quinque. Erit ergo ag in secundo exemplo radix quadraginta quinque, et ge erit radix novem, quoniam ex multiplicatione binarii in binarium et ex eius, quod provenit, multiplicatione in quadraginta quinque fit centum octoginta. Et similiter superficies ⟨de⟩ erit triginta sex. Cum ergo minuerimus novem ex quadraginta quinque, remanebit triginta sex, quod est superficies quadrata, et est quater quinte quadraginta quinque, et ge est radix novem.



Sit etiam ab tres: dico igitur, quod ex multiplicatione tercie in terciam et ex eius, quod provenit, multiplicatione in centum octoginta fit viginti. Erit igitur ag radix viginti, et ge radix quatuor. Cum ergo minuerimus quatuor ex viginti, remanebit, secundum quod ⟨dictum⟩ est, superficies quadrata, et est quater quinque viginti.

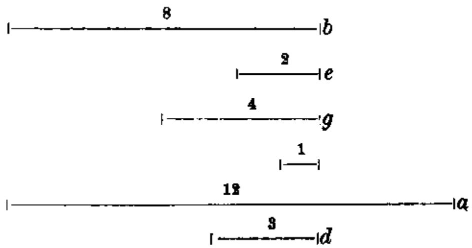
Et similiter cum posuerimus ab quatuor, erit ag radix undecim et quarte, et eg radix duorum et quarte. Proportiones autem et quantitates remanent secundum earum habitudinem, et neque minuuntur, neque permutantur. Iam ergo quelibet harum habitudinum in loco primo habitudinis erigitur, numeri vero diversificantur. Sed proportiones et summe manent secundum earum habitudinem. Huius vero causa est, quoniam, cum ponimus lineam duo, et multiplicamus eam in duo, provenient quatuor, quem postea multiplicamus in numerum, aut multiplicamus duo in duo, deinde, quod provenit, multiplicamus in numerum, et proveniet superficialis quadratus.

2. medietatis et medietatis. — 13. superficies quadraginta. — 14. quatuor. — 17. eius] eo. — provenit ex multiplicatione. — 21. quatuor. — 30. provenient] probant. — 32. provenit] probant. — 33. proveniet] probant.

Et cum ponimus lineam tres, et multiplicamus tres in tres, et postea in exemplum, est numerus, qui fit ex multiplicatione, quadratus. Cum enim ex qnolibet numero assumatur aliquid, quod sit pars quarta aut pars nona, aut pars sexdecima, et multiplicatur in eum; aut quadratus multiplicatur in quatuor, aut ⟨novem⟩ aut sexdecim, numerus, qui provenit ex multiplicatione, est quadratus. Remanet ergo proportio secundum earum habitudines et quantitas similiter, sed numeri diversificantur. Si ergo linea rationalis ponatur, quantum voluerimus, superficies ei adiuncte remanebunt secundum suam habitudinem; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quinti theorematis exemplum.[1])

Sint due quantitates *a* et *b* communicantes: dico igitur, quod proportio *a* ad *b* est sicut proportio numeri ad numerum, quod sic probatur. Quia enim ⟨*a*⟩ et *b* sunt communicantes, que sint octo et duodecim, ergo



communis ⟨numerus⟩ numerat eos, qui sit *g*, qui sit 4. Sitque *g* numerans *a* secundum numerum unitatem *d*, qui sit 3, et numeret *b* secundum numerum unitatum *e*, qui

4. quatuor. — novem. — 5. sexdecim. — 9. quantitas] quarta.

1) Euclides X, 5 (Camp. et Heib. idem): *Omnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.*

sit 2. Signabo autem unum, ergo *g* numerat *a* secundum numerum unitatum *d*, unum vero numerat *d* secundum numerum, quo *g* numerat *a*, ergo pars *g* ex *a* est pars, que est 1 ex *d*. Ergo proportio *g* ad *a* est sicut proportio unius ad *d*, et e contrario proportio *a* ad *g* est sicut proportio *d* ad 1. Et similiter monstrabitur, quod proportio *g* ad *b* est sicut proportio unius ad *e*: ergo proportio *a* ad *b* est sicut proportio *d* ad *e*. Sed *d* est ⟨3, et *e*⟩ est 2 numerus, ergo proportio *a* ad *b* est sicut proportio numeri ad numerum. Unde et hoc manifestum est, quod omnium duorum quantitatum communicantium una est nota alterius mensura. Cum ergo fuerit unus duorum numerorum rationalis, et communicans ei fuerit nota quantitas, tunc quantitas ei communicans erit rationalis; et linee communicantes linee rationali sunt rationales; et superficies communicantes superficiei rationali sunt rationales. Linee vero incommunicantes linee rationali sunt surde; et superficies incommunicantes superficiebus rationalibus sunt surde, quoniam, si linea incommunicans linee rationali esset rationalis, communicaret rationali linee; et similiter dicimus de superficiebus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

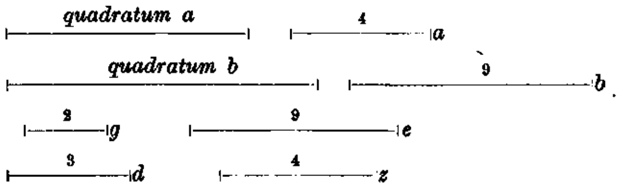


Figura septimi ⟨theorematis⟩[1], que numeris notatur, cetera non mutantur

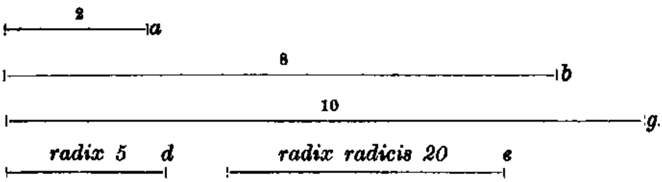
---

1) Euclides X, 7 (Campanus idem, Heibergius X, 9): *Omnium duarum superficierum quadratarum, quarum latera in longitudine communicant, est proportio unius ad alteram tanquam numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam tanquam*

In fine noni dicitur:[1]) Et secundum hanc probationem demonstratur de duabus quantitatibus incommunicantibus per conversam figure vicesime tercie quinti.

Undecimi theorematis exemplum.[2])

Sit linea data linea *a*, quam ponam, quantum voluero
63 ex numeris, sitque duo, | volo autem invenire duas lineas incommunicantes *a*, quarum una incommunicat ei in longitudine tantum, et altera in longitudine et potentia. Duos ergo notabo numerus, quorum unius ad alterum proportio non sit sicut proportio numeri quadrati ad



numerum quadratum, que sint *b* et *g*, et ponam eos octo et decem. Et ponam, ut sit proportio *b* ad *g* sicut proportio quadrati *a* ad quadratum *d*. Quod est: multiplicam duo in duo, et provenit quatuor, quem multiplicabo in unum duorum numerorum, sitque in decem, et provenient quadraginta. Dividam itaque ipsum per octo, qui est numerus alter, et proveniet quinque, cuius assumam radicem, que sit linea *d*. Quod accipiam inter *a* et *d* lineam continue proportionalem, que sit *e*, et fit radix ⟨radicis⟩ 20. Multiplicatio igitur prime in terciam est equalis multiplicationi medie in se. Proportio autem

---

proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erunt latera earum in longitudine communicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam non velut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.

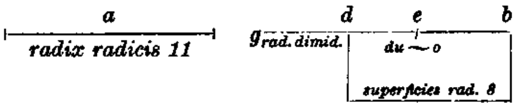
1) EUCLIDES X, 9 (CAMPANUS idem, HEIBERGIUS X, 15). Videas p. 220 not. 1.

2) EUCLIDES X, 11 (CAMPANUS idem, HEIBERGIUS X, 10). Videas p. 291 not. 2.

quadrati a ad quadratum d est sicut proportio b ad g; sed proportio b ad g non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo a, que est duo, est ⟨in⟩communicans d in longitudine, que est radix quinque. Sed proportio a ad d est sicut proportio quadrati a ad quadratum e, ergo a incommunicat e in potentia, ergo ipsa incommunicat ei in longitudine. Si enim communicaret ei in longitudine, communicaret ei in potentia. Iam igitur invenimus duas lineas incommunicantes linee a, unam in longitudine, que est d, et alteram in longitudine et potentia, que est ⟨e⟩; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Tredecimi theorematis exemplum.[1])

Sint due linee diverse a et bg. ⟨Ponam autem⟩ superficiem, que fit ex bd in dg equalem quarte quadrati a, que erit undecim et quarta, et minuatur ex bg superficies quadrata, que sit quadratum linee dg, et sit bd



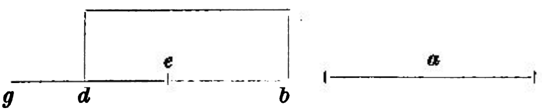
communicans dg in longitudine: dico igitur, quod bd potest supra a secundum augmentum quadrati linee communicantis bg in longitudine, quod sic probatur. Ponam enim, ut de sit equalis dg, et quarta quadrati a sit equalis superficiei bd in dg. Quadratum igitur a erit quadruplum superficiei bd in dg. Sed dg est equalis de: ergo quadratum a et quadratum be coniuncte sunt equalia duplo superficiei bd in de et quadrato de simul. Sed quadruplum superficiei bd in de et quadratum be simul

16. exminuatur. — 19—20. communicantes.

1) Euclides X, 13 (Campanus idem, Heibergius X, 17). Videas p. 278 not. 1. Quod ergo hic nominat Theorema 13, ibi theorema 12 nominavit.

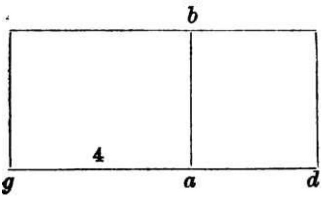
est equale quadrato *bg*: ergo quadratum *a* et quadratum *be* simul sunt equalia quadrato *bg*. Ergo *bg* potest supra *a* secundum augmentum quadrati *be*, quod est 36. Sed *bd* communicat *dg* in longitudine, ergo *bg* communicat *gd* in longitudine. Sed *gd* communicat *ge*: ergo *bg* communicat *ge* in longitudine. Cum ergo permutaverimus, erit *bg* communicans *be* in longitudine. Sed *bg* potest supra *a* secundum augmentum quadrati *be*: ergo potentia *bg* supra *a* est secundum augmentum quadrati linee communicantis *bg* in longitudine.

Sint etiam, que prediximus, secundum quod posuimus, et sit *bg* potens supra *a* secundum augmentum quadrati linee communicantis *bg* in longitudine: dico igitur,



quod *bd* communicat *gd* in longitudine, quoniam dispositione manente una et similiter ostenditur, quod *bg* potest supra *a* secundum augmentum quadrati *be*, et quod *gb* communicat *be* et est diversa ab ea: ergo *bg* communicat *ge*. Sed *ge* communicat *gd* in longitudine: ergo *bg* ⟨communicat⟩ *gd* in longitudine. Sed cum diviserimus, erit *bd* communicans *gd* in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Quinti decimi exemplum.[1])



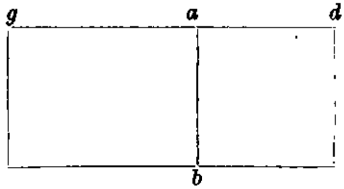
Sit superficies *bg* contenta a lineis in longitudine rationalibus *ba*, *ag*, que sit 4: dico ergo, quod superficies *bg* est rationalis, quod sic probatur. Faciam supra

1) Euclides X, 15 (Campanus idem, Heibergius X, 19): *Omnis superficies rectangula, quam continent due linee in longitudine rationales, rationalis esse probatur.*

ab quadratum, quod sit quadratum *bd*. Sed *ab* est rationalis, ergo superficies *bd* est rationalis, et *ba* communicat *ag* in longitudine, et *ba* est equalis *ad*, ergo *ad* communicat *ag* in longitudine: ergo superficies *bd* communicat superficiei *bg* [in longitudine]. Sed superficies *bd* est rationalis: ergo superficies *bg* est rationalis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Sexti decimi exemplum.[1]

Si superficies *bg* rationalis, que adiuncta sit ad lineam *ab*, et sit linea *ab* in longitudine rationalis et fuerint *ab* et *ag* continentes superficiem: dico igitur, quod *ag* est rationalis in longitudine, quod sic probatur. Faciam enim supra *ab* quadratum *bd*: ergo superficies *bd* est rationalis. Sed superficies *bg* est rationalis: ergo superficies *bd* communicat superficiei *bg*. Sed proportio superficiei *bd* ad superficiem *bg* est sicut proportio *ad* ad *ag*: ergo *da* communicat *ag* in longitudine. Sed *ad* est equalis *ab*: ergo *ab* communicat *ag* in longitudine. Sed *ba* est rationalis, ergo *ag* est rationalis et communicat *ab* in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Septimum decimum.[2]

Volo reperire duas lineas in potentia tantum rationales ⟨et⟩ communicantes, quarum longior supra breviorem possit secundum augmentum quadrati linee incommunicantis longiori in lon-

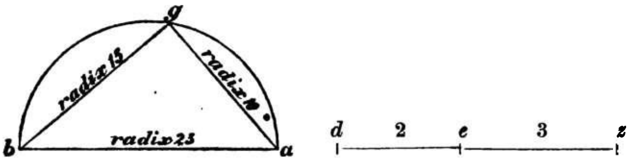
11. continentes] communicantes. — 20. superficiei *ad*.

1) Euclides X, 16 (Campanus idem, Heibergius X, 19). Vide p. 221 not. 1.

2) Euclides X, 17 (Campanus X, 18; Heibergius X, 20): *Duas lineas in potentia tantum rationales communicantes, quarum longior plus possit breviori, quantum est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine, invenire.*

gitudine. Communicantes vero in longitudine in elementis ostendimus.

Sit ergo linea *ab* rationalis in longitudine, quam ponam, quantum voluero, que sit quinque ex numeris, que sit longior. Supra quam constituam semicirculum *agb*, et signabo duos numeros *de*, *ez*, et ponam, ut non sit proportio *dz* ad unumquemque numerorum *de*, *ez* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quos ponam duo et tres, quorum summa est quinque. Sitque proportio *dz* ad *ze* sicut proportio quadrati *ba*



ad quadratum *bg*, et hoc est, ut multiplicem lineam *ab* in se, que est quinque, erit ergo, quod provenit, viginti quinque. Ipsum itaque multiplicabo in lineam *ez*, que est tres, erit, quod provenit, septuaginta quinque, quem dividam per summam, que est linea *dz*, que est quinque, et provenit ex divisione quindecim. Radix ergo quindecim est linea *bg*. Coniungam autem *g* cum *a* per lineam *ag*. Quadratum vero linee *ba* potest supra quadratum *bg* secundum quadratum *ag*. Quadratum ergo *ab* totum est viginti quinque, cuius radix, que est quinque, incommunicans existit radici quindecim in longitudine, quoniam ex multiplicatione quinque in quindecim proveniat septuaginta quinque, qui est numerus surdus, ergo *ab* est incommunicans *bg* in longitudine. Proportio enim quadrati *ab* ad quadratum *bg* est sicut proportio numeri *dz* ad numerum *ze*. Sed *ab* communicat *bg* in potentia, secundum qnod precessit, et seiungitur ei in longitudine,
64 et *ab* est rationalis in longitudine et *bg* rationalis in |

16—17. est quindecim est.

potentia. Inter rationalem vero et surdum non est communicatio: ergo *ab*, *bg* in potentia tantum sunt rationales ⟨et⟩ communicantes. Et etiam proportio *dz* ad *ez* est sicut proportio quadrati *ba* ad quadratum *bg*. Sed ⟨si⟩ converterimus, erit proportio *dz* ad *de* sicut proportio quadrati *ba* ad quadratum *ag*, et proportio *zd* ad *de* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *ba* seiungitur *ag* in longitudine. Sed *ab* potest supra *bg* secundum augmentum quadrati *ag*: ergo *ab* iam potest supra *bg* secundum augmentum quadrati linee incommunicantis sibi in longitudine, et *ab*, *bg* sunt in potentia tantum rationales ⟨et⟩ communicantes; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Octavum decimum.[1])

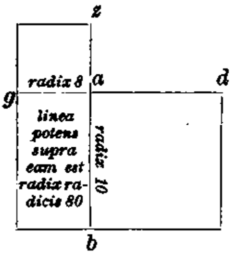
Omnis superficies contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus ⟨et⟩ communicantibus est surda et vocatur medialis; et linea potens supra eam etiam est surda et nominatur medialis.

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus ⟨et⟩ communicantibus, que sint *ba* et *ag*, et sint radix decem et radix octo: dico igitur, quod superficies *bg* est surda et linea, que potest supra eam, est surda et vocantur superficies medialis et linea medialis, quod sic probatur. Faciam enim supra *ab* quadratum *bd*: ergo *bd* est rationalis. Sed *ba* incommunicat *ag* in longitudine, et *ba* est equalis *ad*, ergo *ad* est incommunicans *ag* in longitudine. Sed superficies *bd* seiungitur superficiei *bg*, et *bd* est rationalis: ergo *bg* est surda, et potens supra eam est ⟨surda⟩, ergo vocantur

30. *Pro* surda *in secundo loco Mscptm. lacunam habet.*

1) Euclides X, 18 (Campanus X, 19; Heibergius X, 21): *Omnis superficies, quam continent due linee potentialiter tantum rationales communicantes est irrationalis diciturque superficies medialis, eiusque latus tetragonicum, scilicet quod in eam potest, est irrationale, diciturque linea medialis.*

superficies medialis et linea medialis. Linea enim potens supra eam si esset rationalis, esset quadratum eius rationale, et esset superficies bg equalis quadrato eius rationalis. Sed iam ostensum est, quod ipsa est surda. Non ergo vocatur bg medialis, nisi quia ab eius extremitatibus producuntur ea, quibus ipsa est media. Quod ideo est, quoniam faciam supra ag quadratum gz, et supra ab quadratum bd, et complebo figuram. Proportio igitur ad ad ag est sicut proportio ba ad az. Sed proportio ad ad ag est sicut proportio superficiei db ad superficiem bg, et proportio ba ad az est sicut proportio superficiei bg ad superficiem gz: ergo superficies db, bg, gz sunt continue secundum proportionem unam. Multiplicatio ergo prime in tertiam est equalis multiplicationi medie in se, que est bg. Superficies vero bd et gz sunt duo quadrata ab et ag, et ab et ag sunt in potentia rationales: ergo db et gz sunt rationales. Quod ergo aggregatur ex db in gz est rationale. Sed radix eius est superficies bg, ergo bg est radix rationalis; et similiter linea potens supra superficiem est ⟨radix radicis⟩ rationalis. Iam ergo manifestum est ex eo, quod est declaratum, quod superficies medialis est radix rationalis, et linea potens ⟨supra⟩ superficiem medialem est radix radicis rationalis; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Cum vero dicit: „tres mediales" vult, ut intelligatur, quod omnis superficies quatuor habens latera orthogonia cadens inter duo quadrata et continuata proportionaliter inter superficies vocatur medialis, quoniam ipsa est media in proportione inter duo quadrata, sive superficies sit rationalis, sive sit surda. Tria medialia autem sunt

14—15. Quod proportio *ba*. — 17. Multiplicabo. — 19 vero *dg*. — 31. continuatur.

superficies contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus ⟨et⟩ communicantibus, que est surda figure octave decime; et superficies contenta a duabus lineis medialibus et in potentia communicantibus ⟨continentibus⟩ rationale, que est ⟨surda⟩ figure vicesime tercie; et superficies contenta a duabus lineis medialibus in potentia incommunicantibus continentibus mediale, que est figura vicesima quarta. Figura igitur octava decima est medialis inter duas superficies rationales; et vicesima tercia est rationalis inter duas mediales; et figura vicesima quarta est medialis inter duas mediales.

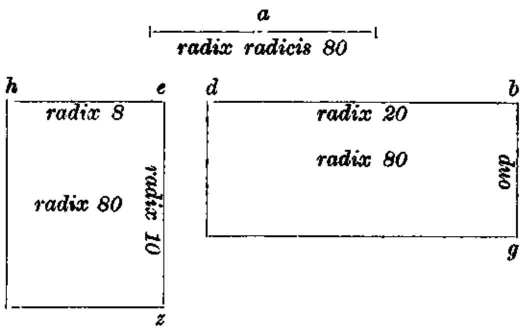
Nonum decimum.[1])

Cum superficies equalis quadrato ⟨linee⟩ medialis ad lineam in longitudine rationalem adiungitur, latus secundum est rationale in potentia tantum ⟨et⟩ incommunicans linee prime, ad quam adiungitur superficies, in longitudine.

Cuius exemplum est, ut sit linea *a* medialis, que sit radix radicis octoginta; et linea *bg* sit rationalis in longitudine, que sit duo, ad quam adiuncta sit superficies equalis quadrato linee *a* medialis, que sit superficies *gd*, cuius latus secundum est *bd*: dico igitur, quod *bd* est rationalis in potentia tantum, et est incommunicans *bg* in longitudine, quod sic probatur. Quia enim superficies equalis quadrato *a*, que est superficies *zh*, iam continetur a duabus lineis *ze*, *eh* rationalibus et communicantibus in potentia, que sunt due linee, ex quibus ipsa provenit, que sunt radix decem et radix octo, et *ze* et *eh* in potentia tantum sunt rationales ⟨et⟩ communicantes: ergo quadratum *a* est equale unicuique duarum superficierum *zh* et *gd*. Ergo *zh* etiam est equalis *gd*. Angulus autem *e* est equalis angulo *b*: latera igitur earum sunt alternata, ergo

1) Euclides X, 19 (Campanus X, 20; Heibergius X, 22): *Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis, latus eius secundum potentialiter tantum erit rationale laterique primo in longitudine incommensurabile.*

proportio *ze* ad *bg* est sicut proportio *bd* ad *eh*. Sed *ez* communicat *bg* in potentia, ergo *bd* communicat *eh* in potentia. Sed *eh* est rationalis in potentia, ergo *bd*



est rationalis in potentia. Sed *ze* seiungitur *eh* in longitudine: ergo superficies, que fit ex *ze* in *eh*, seiungitur quadrato *eh*. Sed superficies, que fit ex *ze* in *eh*, est equalis superficiei *gb* in *bd*, et quadratum *eh* communicat quadrato *bd*: ergo superficies *gb* in *bd* est seiuncta quadrato *bd*. Cum enim fuerint due quantitates incommunicantes, tunc omnis quantitas uni earum communicans erit alteri seiuncta: ergo *gb* seiungitur *bd* in longitudine. Ergo *bd* est rationalis in potentia et seiuncta *bg* in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Vicesimum.[1])

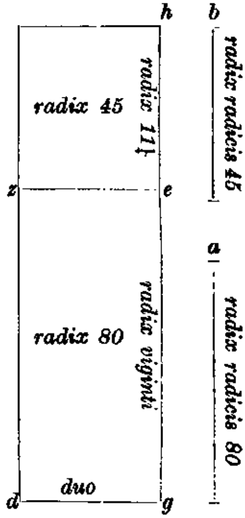
Omnis linea communicans linee mediali in longitudine aut in potentia est medialis.

Cuius exemplum ⟨est⟩, ut sit linea *a* medialis, que communicet linee *b* in longitudine: dico igitur, quod linea *b* est medialis, quod sic probatur. Sit linea *gd* rationalis, que sit duo, ad quam adiungatur superficies equalis qua-

---

1) Euclides X, 20 (Campanus X, 21; Heibergius X, 23): *Omnis linea communicans mediali est medialis.* Anaritius demonstrationem amplificavit.

drato *a*, que sit superficies *gdez*, et ipsa sit radix octoginta, cuius latus secundum est *ge*, que sit radix viginti, et adiungatur ad *ze* superficies *zh* equalis quadrato *b*, que sit | radix quadraginta quinque, cuius latus secundum 65
est *eh*, que sit radix undecim et quarte. Sed *a* est medialis, et *gd* est rationalis, et quadratum *a* est equale superficiei *de*: ergo *ge* est rationalis in potentia et seiuncta *dg* in longitudine. Sed *a* communicat *b*: ergo quadratum *a* communicat quadrato *b*. Sed quadratum *a* est equale superficiei *de*, et quadratum *b* est equale superficiei *zh*: ergo superficies *gz* communicat superficiei *zh*, ergo *ge* communicat *eh* in longitudine. Sed *ge* est rationalis in potentia et incommunicans *gd* in longitudine: ergo *eh* est rationalis in potentia et incommunicans *ez* in longitudine, quoniam, si *he* esset communicans *ez* in longitudine, tunc, cum *ge* communicat *eh* in longitudine, ergo *ge* communicaret *ez* in longitudine. Sed *ez* est equalis [quadrato] *gd*, ergo *ge* communicaret *gd* in longitudine. Sed iam ostensum est, quod ipsa est ei incommunicans, quod equidem contrarium est. Ergo *ez* et *eh* in potentia tantum sunt communicantes, ergo *zh* est medialis, quare linea potens supra eam est medialis, que est *b*: ergo *b* est medialis; et illud est, quod demonstrare voluimus.



Sit etiam *a* medialis communicans *b* in potentia: dico igitur, quod *b* est medialis, quod sic demonstratur. Adiungam enim ad *gd* rationalem superficiem *gz* equalem

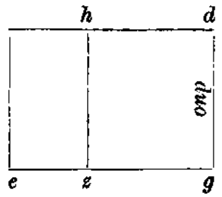
7. Quod quadratum. — 13. equalis. — 18. *gb*. — 29. quare] quod.

quadrato *a* medialis: ergo *ge* est rationalis in potentia tantum et incommunicans *gd* in longitudine; ⟨et ponam⟩, quod sit superficies *zh* equalis quadrato *b*. Sed *a* communicat *b* in potentia: ergo *gz* communicat *zh*, ergo *ge* communicat *eh* in longitudine. Sed *ge* est rationalis in potentia tantum et incommunicans *gd* in longitudine: ergo etiam *eh* est rationalis in potentia ⟨tantum⟩ et seiuncta *gd* in longitudine. Sed *gd* est equalis *ez*: ergo superficies *zh* continetur a duabus lineis in potentia tantum rationalibus ⟨et in⟩communicantibus: ergo *zh* est medialis, et linea supra eam potens est medialis. Linea vero supra eam potens est *b*: ergo *b* est medialis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

⟨Exemplum vicesimi primi.⟩[1])

Superfluum superficiei medialis super medialem superficiem est surdum; cuius hec est demonstratio.

Non possibile est, ut sit rationale. Verumptamen si possibile fuerit, sit superfluum superficiei *a* et *b* medialis supra superficiem *a* medialem rationale, quod est superficies *b*; sitque linea *gd* rationalis, que sit duo, et sit



superficies *a* et *b* radix sexaginta. Adiungam autem ad *gd* rationalem superficiem *de* equalem superficiei *a* et *b*, cuius latus secundum sit *ge*, et separabo ex superficie *de*

20. rationalem.

1) Euclides X, 21 (Campanus X, 22; Heibergius X, 26): *Omnis differentia, qua habundat mediale a mediali irrationalis esse probatur.*

superficiem equalem superficiei *a*, que sit *dz*; remanet ergo ⟨superficies⟩ *eh* equalis superficiei *b*. Sed *b* est rationalis et est adiuncta ad *zh*, et *zh* est rationalis: ergo *ze* est rationalis in longitudine et communicat *hz* in longitudine. Sed *a* ⟨et⟩ *b* est medialis, et *a* est medialis, et ipse sunt equales *de*, *dz*: ergo *de*, *dz* sunt mediales et adiuncte ad lineam *gd* rationalem, ergo unaqueque duarum linearum *eg* et *gz* est rationalis in potentia ⟨tantum⟩ et incommunicans *gd* in longitudine. Sit etiam superficies *eh* medialis et *b* superficies rationalis: ergo superficies *a* seiuncta superficiei *b*. Sed *a* et *b* sunt equales *gh* et *he*, ergo *gh* est incommunicans *eh* in longitudine, et *gz* est seiuncta *ze* in longitudine: ergo superficies *gz* in *ze* est seiuncta quadrato *ze*. Sed superficies *gz* in *ze* communicat duplo eius, et quadratum *ez* communicat quadrato *gz*, et duplum *gz* in *ez* est incommunicans duobus quadratis *gz*, *ez* coniunctis. Sed cum coniunguntur, tunc totum quadratum *ge* est seiunctum duobus quadratis *gz*, *ze* coniunctis. Duo autem quadrata *gz*, *ze* sunt rationalia, ergo quadratum *ge* est surdum, quod contrarium est et impossibile consistit; iam enim *ge* fuit in potentia rationalis. Augmentum igitur medialis super medialem non est rationale; est illud est, quod demonstrare voluimus.

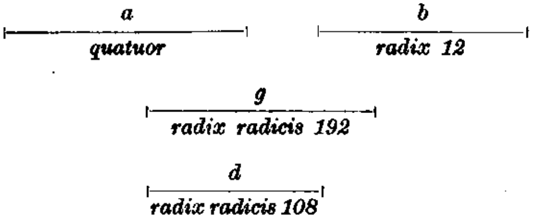
Exemplum vicesimi tercii.[1])

Signabo itaque duas lineas *a* et *b* rationales in potentia et in ea tantum communicantes, quas ponam quatuor et radicem duodecim; et ponam, ut *a* possit supra *b* secundum augmentum quadrati linee, cui *a* communicat in longitudine, et assumam inter *a* et *b* lineam, ut continuatur proportio, que sit *g*; es *g* et *b* et *d* etiam sint proportionales. Quod est, ut multiplicem quadratum *a*,

18. coniungitur. — 22. Augmenti. — mediale.

1) Euclides X, 23 (Campanus X, 24; Heibergius X, 31). Vide p. 281 not. 1.

quod est sexdecim, in quadratum *b*, quod est duodecim: fit ergo ex eis centum et nonaginta duo, radicis cuius radix est linea *g*. Deinde multiplicabo lineam *b* in se, que est radix duodecim, et provenit ergo duodecim, quem dividam per radicem radicis centum et nonaginta duo,



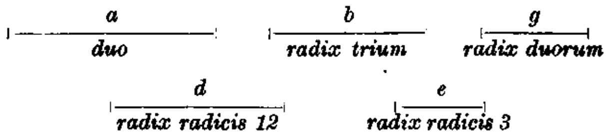
que est linea *g*, hoc est, quod multiplicem duodecim in se, proveniet centum et quadraginta quatuor, quem in se multiplicabo, et proveniunt viginti milia et septingenti et triginta sex, quem dividam per centum et nonaginta duo, et proveniet centum et octo, cuius radix radicis est linea *d*: dico igitur, quod due linee *g* et *d* sunt, quales voluimus, quod sic demonstratur. Quia enim *a* et *b* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo quod fit ex *a* in *b* est mediale. Sed ipsum est equale quadrato *g*, ergo quadratum *g* est mediale. Sed *g* est medialis, et *g* et *b* et *d* sunt proportionales, ⟨ergo⟩ proportio *g* ad *b* erit sicut proportio *b* ad *d*. Proportio vero *g* ad *b* est sicut proportio *a* ad *g*, et proportio *a* ad *g* est sicut proportio *b* ad *d*. Cum ergo permutaverimus, erit proportio *a* ad *b* sicut proportio *g* ad *d*. Sed *a* communicat *b* in potentia et potest supra eam secundum augmentum quadrati linee, cui communicat *g* in longitudine, et *g* est medialis: ergo *d* est medialis. Et etiam *g* et *b* et *d* sunt proportionales, ergo superficies, que fit ex *g* in *d* est equalis quadrato *b*. Quadratum vero *b* est rationale: ergo

8. milia] rationalia. — septuaginta. — 16—17. proportione *g* ad *b* erit *e* sicut. — 21. *bd* in. — 22. sed *g*.

superficies, que fit ex g in d, est rationalis, ergo due linee g et d sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes superficiem, que fit ex g in d, rationalem; et g longior potest supra d breviorem secundum augmentum quadrati linee, cui communicat g longior in longitudine: ergo superficies, que fit ex g in d est rationalis; quod illud est, quod demonstrare voluimus. | 66

Exemplum vicesimi quarti.[1])

Signabo itaque tres lineas in potentia tantum rationales et communicantes, que sint a et b et g; et sit linea a duo, et linea b sit radix trium, et linea g sit radix duorum: Et ponam, ut a possit supra b secundum aug-



mentum quadrati linee, cui incommunicat a in longitudine; et assumam ⟨inter⟩ a et b lineam ⟨d⟩, ut continuentur proportionaliter. Quod est, ut multiplicem quadratum a in quadratum b, et proveniet duodecim, cuius radicis radix est linea d. Et ponam etiam, ut sit proportio a ad g, sicut est proportio d ad e, quod est, ut multiplicem g in se, et fiet duo; deinde multiplicam ipsum in se, et proveniet quatuor, postea in 12, et proveniet 48. Deinde multiplicem lineam a, que est duo, in duo, et proveniet 4, et 4 in se, et fiet sexdecim, per quem dividam 48, et provenient tres: ergo erit radix radicis trium linea e.

22. *Post* 48 *Mscptm. addit:* et fiet sexdecim. — 23. erit tres radix radicis trium linea est e.

1) Euclides X, 24 (Campanus X, 26; Heibergius X, 32): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior breviore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius linee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, invenire.*

Ergo radix radicis trium in radicem radicis duodecim est radix radicis triginta sex, que est radix sex, medialis; dico igitur, quod due linee *d* et *e* sunt, quales voluimus, quod sic probatur. Quia enim *a* potest supra *g* secundum augmentum quadrati linee, cui seiungitur *a* in longitudine: ergo *d* potest supra *e* secundum augmentum quadrati linee, cui incommunicat *d* in longitudine. Sed *a* et *b* in potentia tantum sunt rationales et communicantes: ergo superficies, que fit ex *a* in *b* est medialis. Sed ipsa est equalis quadrato *d*, ergo quadratum *d* est mediale: ergo *d* est medialis. Proportio vero *a* ad *g* est sicut proportio *d* ad *e*. Sed a communicat *g* in potentia: ergo *d* communicat *e* in potentia. Sed *d* est medialis, ergo *e* est medialis; et etiam proportio *a* ad *g* est sicut proportio *d* ad *e*. E converso ergo proportio *a* ad *d* est sicut proportio *g* ad *e*. Sed proportio *a* ad *d* est sicut proportio *d* ad *b*: ergo proportio *d* ad *b* est sicut proportia *g* ad *e*, ergo superficies *d* in *e* est equalis superficiei *b* in *g*. Superficies vero *b* in *g* est medialis, ergo superficies *d* in *e* est medialis. Ergo due linee *d* et *e* sunt mediales, ⟨et⟩ in potentia tantum sunt communicantes, et continentes superficiem *d* in *e* medialem; et potest *d* supra *e* secundum augmentum quadrati linee incommunicantis *d* in longitudine; quod illud est, quod demonstrare voluimus.

Post hoc autem dico, quod, cum voluerimus, ut secundum regulas numerorum pertractemus tres figuras, que sunt vicesima quinta[1]) et vicesima sexta[2]) et vicesima septima[3]), dividam lineam longiorem earum in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram

15. Et converso. — 28. in longiorem.

1) Euclides X, 25 (Campanus X, 27; Heibergius X, 33). Vide p. 284 not. 1.

2) Euclides X, 26 (Campanus X, 28; Heibergius X, 34). Vide p. 284 not. 2.

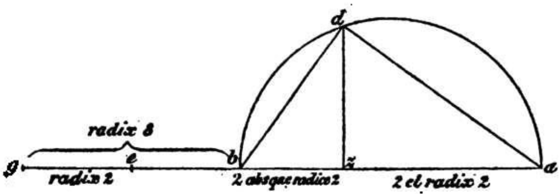
3) Euclides X, 27 (Campanus X, 29; Heibergius X, 35). Vide p. 284 not. 3.

equalis quadrato medietatis linee brevioris, secundum quod ostendimus in elementis, in capitulo scilicet divisionis et in aliis. Postea multiplicabo unamquamque duarum sectionum in lineam longiorem, et eius, quod ex multiplicatione provenit, assumam radicem, que erit illud, quod quesivimus. Et demonstrabo illud in prima figura earum, et sufficiet in reliquis duabus figuris secundum hoc, quod in hac figura erit ostensum ex regulis arithmetice.

Vicesimum quintum.

Volo invenire duas lineas in potentia incommunicantes, continentes mediale, quarum duo quadrata coniuncta sunt rationale.

Signabo igitur duas lineas *ab* et *bg*, ⟨que⟩ in potentia tantum sint rationales et communicantes, que sint figure septime decime huius partis. Sitque *ab* potens supra *bg* secundum augmentum quadrati linee, cui ipsa incommunicat in longitudine, et sit quatuor ex numeris;



et *bg* sit radix octo. Describam autem supra *ab* semicirculum *adb*, et dividam *bg* in duo media supra punctum *e*, et sit ⟨medietas⟩ radix duorum, et adiungam ad *ab* superficiem equalem quadrato *be*, que sit superficies, que fit ex *az* in *zb*, quod est, ut dividam quatuor in duas sectiones taliter, ut sit multiplicatio unius earum in alteram duo. Erit ergo una duarum sectionum duo et radix duorum, et altera duo absque radice duorum, et minuitur ex *ab* quadratus. Et protraham a puncto *z*

8. arismetice.

perpendicularem *zd*, et producam duas lineas *ad* et *db*: dico igitur, quod due linee *ad* et *db* sunt, sicut volumus, quod sic probatur. Quia enim multiplicatio *ab* in *az*, est equalis multiplicationi *ad* in se, secundum quod ostensum est in multiplicatione antecedentium, ergo multiplicabo *ab*, que est quatuor, in *az*, que est duo et radix duorum, quod est, ut multiplicemus quatuor in duo, et proveniet octo ex numeris, deinde multiplicabo quatuor in quatuor, et proveniet sexdecim ex numeris, deinde in duo, et erit, quod provenit, triginta duo: erit ergo multiplicatio *ad* in se octo et radix triginta duorum. Quadratum ergo *ad* est octo et radix triginta duorum: ergo linea *ad* est octo et radix triginta duorum radice accepta. Quod etiam multiplicatio *ab* in *bz* est equalis multiplicationi *bd* in se: erit ergo *bd* in se octo absque radice triginta duorum. Quod etiam *ab* potest supra *bg* secundum ⟨augmentum⟩ quadrati, cuius latus *ab* in longitudine incommunicat, et quarta quadrati *bg* est ⟨equalis⟩ *az* in *zb*: ergo *az* incommunicat *zb* in longitudine. Proportio autem *az* ad *zb* est sicut proportio quadrati *ad* ad quadratum *db*, propter similitudinem duorum triangulorum: ergo qradratum *ad* est seiunctum quadrato *db*. Quadratum etiam *be* est equale quadrato *dz*: ergo *be* est equalis *dz*, et etiam *ab* et *bg* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et *be* est medietas *bg*, ergo *ab* et *be* in potentia tantum sunt rationales et communicantes: ergo superficies *ab* in *be* est medietas medialis. Sed *be* est equalis *dz*, ergo superficies *ab* in *dz* est medialis, et ipsa est equalis superficiei *ad* in *db*; et etiam *ab* est rationalis, ergo quadratum eius est rationale. Sed quadratum *ab* est equale duobus quadratis *ad*, *db* coniunctis: ergo duo quadrata *ad*, *db* coniuncta sunt rationale. Erga *ad* et *db* in potentia ⟨sunt⟩ incommunicantes et continentes

---

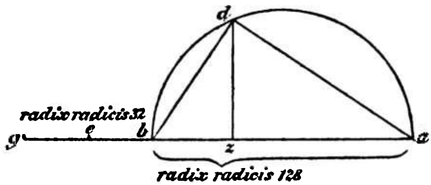
5. multiplicatio. — 11—13. *Verba* Quadratum .... accepta *in Mscpto. post p. 314 lin. 2 posita sunt.* — 18. quadrata quadrati.

mediale, et quadrata earum coniuncta sunt rationale; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Vicesimum sextum.

Volo reperire duas lineas *ab* et *bg* mediales, in potentia tantum communicantes ⟨et continentes⟩ superficiem rationalem, ⟨quarum quadrata coniuncta sunt mediale.⟩

Exponam, ut *ab* possit supra *bg* secundum | augmen- 67
tum quadrati linee, lateri cuius seiungitur in longitudine *ab*, que sint radix radicis 128 et radix radicis 32; et describam supra *ab* semicirculum, et dividam *bg* in duo media supra *e*, et adiungam ad *ab* superficiem equalem

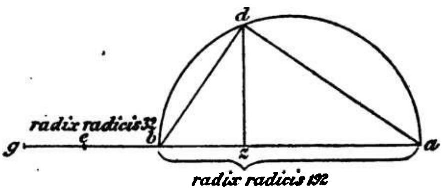


quadrato *be*, que sit radix duorum, et ipsa est superficies, que fit ex *az* in *zb*; et producam a puncto *z* perpendicularem *zd*, et copulabo *a* cum *d* et *d* cum *b*: dico igitur, quod due linee *ad* et *db* sunt, sicut volumus. Et similiter ostendam, quod *ad* et *db* sunt in potentia incommunicantes, et quod superficies *ab* in *bg* est rationalis: ergo superficies *ab* in *be* est rationalis, que est, quod scitur multiplicando quadratum quadrati *ab*, id est 128, in quadratum quadrati *bg*, id est 32, provenient 4086, cuius accipe sextam decimam, que est 256, radix radicis cuius est 4. Vel multiplica quadratum quadrati *be*, quod est sextadecima quadrati totius *bg*, et est 2, in quadratum quadrati *ab*, scilicet 128, et proveniet 256, radix radicis cuius est 4. Quadratum namque *be* quarta est quadrati

10. sit. — 21. 4086] 40. — 22. 255. — 24. sextadecima] 16. — 26. quarta] $\bar{4}$.

bg, et quadratum quadrati *be* est sextadecima quadrati totius *bg*, quoniam *be* est medietas *bg*. Quoniam ipsa est radix radicis 256, ergo quadratum linee *ad* est radix triginta duorum et 4, ergo linea *ad* est 4 et radix triginta duorum accepta eius radice; et quadratum linee *db* est radix triginta duorum absque 4, et linea *de* est radix triginta duorum absque 4 accepta eius radice. Minuam ergo additum cum diminuto, et remanebunt ⟨duo⟩ radices triginta duorum, que est quadrata *ad*, *db* ⟨coniuncta⟩, hoc est radix 128, et est equale quadrato *ab*. Sed *be* est equalis *dz*, et superficies *ab* in *dz* est equalis superficiei *ad* in *db*, ergo superficies *ad* in *db* est rationalis, quoniam *ab* in *be* est equalis *ab* in *dz*, et etiam quadratum *ab* est mediale, et ipsum est equale duobus quadratis *ad* et *db* coniunctis: ergo duo quadrata *ad* et *db* coniuncta sunt mediale. Ergo *ad* et *db* sunt in potentia incommunicantes et continentes superficiem rationalem, quarum quadrata coniuncta sunt mediale; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In vicesimo septimo nihil mutatur, nisi quod figura numeris hoc modo inscribitur.



Postea vero ex lineis, ex quibus compositio et designatio sunt rationalis coniunctio et separatio, ostendam, qualiter fiat coniunctio et separatio. Earum quidem sunt due linee tantum in potentia rationales et communicantes

3—10. *Verba:* ergo ... quadrato *ab in Mscpto. post* „mediale“ *linea 16 leguntur*. — 8. remanebit radix. — 25. in potentia rationales] potentes rationales.

et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta sunt rationale, et est binomium absolutum[1]), ut radix decem et radix octo;

Due linee mediales in potentia tantum rationales ⟨et⟩ communicantes ⟨et⟩ continentes superficiem rationalem, quarum longior supra breviorem potest secundum augmentum quadrati linee, cui longior in longitudine communicat, et est bimedium primum[2]), sicut radix radicis centum et nonaginta duorum et radix radicis centum et octo;

Due linee mediales in potentia tantum communicantes et continentes mediale, quarum longior duarum supra breviorem potest cum augmento quadrati linee, cui longior in longitudine communicat, et est bimedium secundum[3]), sicut radix radicis duodecim et radix radicis trium.

Due linee in potentia incommunicantes et continentes mediale, quarum quadrata sunt rationale, ⟨et⟩ est maior[4]), sicut octo et radix triginta duorum eorum radice accepta, et octo absque radice triginta duorum radice residui accepta;

Due linee in potentia incommunicantes et continentes rationale, quarum quadrata coniuncta ⟨sunt mediale⟩, et est potens super rationale et mediale[5]), sicut quatuor et radix triginta ⟨duorum⟩ earum radice accepta et radix triginta duorum absque quatuor residui radice accepta;

Due linee in potentia incommunicantes et mediale continentes, quarum quadrata coniuncta sunt mediale et incommunicans duplo unius in alteram, ⟨et⟩ est potens

---

2. ut] et. — 8. et est] et eius. — 18. mediales.

---

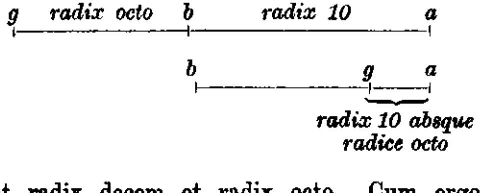
1) Videas Euclidem Campani X, 30 (Heibergii X, 36).
2) Euclides Campani X, 31 (Heibergii X, 37).
3) Euclides Campani X, 32 (Heibergii X, 38).
4) Euclides Campani X, 33 (Heibergii X, 39).
5) Euclides Campani X, 34 (Heibergii X, 40).

supra duo medialia[1]), sicut radix eius, quod aggregatur ex radice octo et quadraginta, cum super eam additur radix viginti quatuor, et ⟨radix⟩ ex radice octo et quadraginta, cum minuitur ex ea radix viginti quatuor.

Revertar igitur ad narrandum. Dico igitur, quod surda composita est, que componitur ex duabus quantitatibus incommunicantibus, quas verbis exprimere non est possibile, sicut diximus in principio tractatus. Et ipsa quidem in tres dividitur partes, quarum queque pars in duas rursum distribuitur partes. Sunt ergo omnes divisiones sex, que sunt sex linee precedentes. Prima namque earum et quarta sunt, ut quadrata earum coniuncta sint rationale, et ea, que continetur ab eis, sit medialis; secunda vero earum et quinta sunt, ut quadrata earum coniuncta ⟨sint⟩ mediale, et ea, que continetur ab eis, sit rationalis; tercia quoque et sexta earum sunt, ut sint quadrata earum coniuncta mediale, et ea, que continetur ab eis, sit medialis.

Volo invenire binomium absolutum.

Signabo itaque duas lineas in potentia tantum rationales et communicantes et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta sunt rationale, que sint *ab* et *bg*. Et



ipse sunt radix decem et radix octo. Cum ergo simul coniunguntur, erit binomium absolutum, quod est linea *ag*. Quod ex eis igitur aggregatur est binomium absolutum,

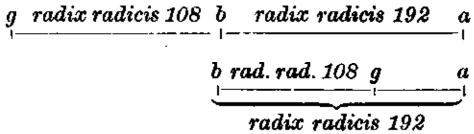
5. narrandum] na'dum. — 6. compositi. — 12. in quarta. — ut quarta. — 14. quinta] coniuncta.

1) Euclides Campani X, 35 (Heibergii X, 41).

quod est radix trecentorum viginti ex numeris adiuncto decem et octo ex numeris, radice eius, quod aggregatur, accepta.[1]) Cum ergo minor earum ex maiore earum separatur, remanet superfluum, quod est inter eas, et est linea *ab* absque linea *bg*, que est radix decem sine radice octo. Ergo *ag* coniuncta est binomium absolutum, et *ab* diminuta ex ea *bg* est residuum, et ipsum est radix trecentorum et viginti diminuta ex decem et octo ex numeris accepta radice eius, quod remanet. Ipsum igitur est diminutio unius radicum ex altera.

Volo invenire bimedium primum et residuum bimediale primum.

Duas itaque lineas mediales et in potentia communicantes et superficiem rationalem continentes, quarum longior supra breviorem possit secundum augmentum quadrati linee, cui longior in longitudine communicat, signabo, que sint *ab* et *bg*, et ipse sint radix ⟨radicis⟩ centum et



nonaginta duorum et radix radicis centum et octo. Cum ergo coniunguntur, erit linea *ag*, que est bimedium primum, quod est aggregatum ex radice radicis centum et nonaginta duorum et radice radicis centum et octo, et ipsum est due radices viginti milium et septingentorum et triginta sex, et hec est radix octoginta duorum milium et nongentorum et quadraginta quatuor, additis super eam trecentis, accepta dico eius, quod aggregatur, radice ⟨et radix radicis trecentorum milium et triginta unius

3. decem] ad et. — 16. *Post* signabo *iteratur* duas lineas. — 22. milium] mensium.

1) $\sqrt{10} \pm \sqrt{8} = \sqrt{10 + 8 \pm 2\sqrt{80}} = \sqrt{18 \pm \sqrt{320}}.$

milium et septingentorum et septuaginta sex, accepta radice totius⟩. Cum ergo minor earum ex maiore earum minuitur, quod est residuum earum, est linea ab absque
68 linea bg, | que est ag, radix octoginta duum milium et nongentorum et quadraginta quatuor addita super trecentos ex numeris accepta radice eius, quod aggregatur, ex qua sit diminuta radix radicis trecentorum milium et triginta unius milium et septingentorum et septuaginta sex, residui accepta radice. Et illud est radix quingentorum et octoginta octo, ex qua sint diminuti viginti quatuor, radice residui assumpta.

Volo invenire bimedium secundum et residuum bimediale secundum.[1]

Signabo itaque duas lineas in potentia ⟨tantum⟩ communicantes et continentes mediale, quarum longior possit supra breviorem ⟨cum⟩ augmento quadrati linee, cui longior in longitudine incommunicat, que sint ab et bg, et sint radix radicis duodecim et radix radicis trium. Cum ergo coniunguntur, est bimedium secundum, et est radix viginti septem et radix viginti quatuor ⟨radice eius, quod aggregatur, accepta⟩, et ipse est radix duum milium et quingentorum et nonaginta duorum addita super quinquaginta ⟨uno⟩ ex numeris accepta radice ⟨radicis⟩ eius.[2] Summa, que fit ex radice radicis duodecim et radice radicis trium, est radix viginti septem et radix viginti quatuor coniuncte radice earum accepta. Cum ergo minor earum ex maiore separatur est residuum ag, que est ⟨residuum⟩ bimediale secundum, radix duum milium et quingentorum et nonaginta duorum diminutis ex quin-

16. augmentum. — 28. bimedium.

1) $$\sqrt[4]{192} \pm \sqrt[4]{108} = \sqrt{\sqrt{192} + \sqrt{108} \pm 2\sqrt[4]{192 \cdot 108}}$$
$$= \sqrt{\sqrt{300 + \sqrt{82944}} \pm \sqrt[4]{331776}}.$$

2) $$\sqrt[4]{12} \pm \sqrt[4]{3} = \sqrt{\sqrt{27} \pm \sqrt{24}} = \sqrt[4]{51 \pm \sqrt{2592}}$$

quaginta uno ex numeris, remanentis radice ⟨radicis⟩ accepta.

Volo invenire maiorem et minorem.

Signabo igitur duas lineas in potentia incommunicantes et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta sunt rationale, que sint octo et radix triginta duorum coniuncta, eorum radice accepta, et octo sine radice ex triginta duobus, residui radice accepta. Cum ergo coniunguntur erit maior, que est ⟨octo et⟩ radix triginta duorum ⟨coniuncta, eorum radice accepta, et octo sine radice ex triginta duobus, residui radice accepta.⟩. Cum ergo separatur minor earum ex maiore, est minor, que est ⟨octo et radix⟩ triginta duorum, radice eorum accepta, absque⟩ octo ⟨sine⟩ radice triginta duorum, ⟨residui radice accepta⟩.[1])

Volo invenire potentem supra rationale et mediale.[2])

Signabo igitur duas lineas in potentia incommunicantes et continentes superficiem rationalem, quarum quadrata coniuncta sint mediale . . . . . Sed cum minor earum ex maiore separabitur, erit coniuncta cum rationali faciens totum mediale . . . . .

Volo reperire potentem supra duo medialia et coniunctam cum mediali faciens totum mediale.

Signabo igitur duas lineas in potentia incommunicantes et continentes superficiem medialem, quarum quadrata coniuncta sint mediale et incommunicantia duplo superficiei unius earum in alteram, que sint *ab* et *bg*, ex quibus coniuncta est potens supra duo medialia, que est aggregata ex radice ⟨ex⟩ 48 et radice 28, cum additur supra eam radix ⟨ex⟩ 48 absque radice 28. Residuum

24. coniuncta.

1) $\sqrt{8+\sqrt{32}} \pm \sqrt{8-\sqrt{32}}$.

2) Hic textus ita depravatus est, ut sanari nequeat.

vero eius est coniuncta cum mediali faciens totum mediale.[1] [Earum maior est radix 48 sine radice 28].

Hec sex linee sunt radices, super quas consistunt et conveniunt sex linee secundum ⟨com⟩positionem, et secundum separationem linee sex, et omnes due linee ex eis secundum quod ex divisione precessit mutagenibem. Prima quidem et quarta sunt binomium et maior; secunda et quinta sunt bimedium primum et potens supra rationale et mediale; tercia et sexta sunt bimedium secundum et potens supra ⟨duo⟩ medialia. Hec ergo ⟨sunt⟩ sex partes coniunctionis. Ex eis vero separate sunt residuum binomii absoluti, et residuum bimedii primi, et residuum bimedii secundi, et minor, que est residuum maioris, et coniuncta cum rationali faciens totum mediale, et coniuncta cum mediali faciens totum mediale. Harum vero sex linearum, que sunt radices, regulas absque probatione ponuntur, eis intellectu propinquiores, qui earum regulas scire desiderant, quarum prima est:

Volo reperire duas lineas in potentia ⟨tantum⟩ communicantes, quarum longior supra breviorem possit cum augmento quadrati linee, cui longior in longitudine incommunicat.[2]

Lineam igitur rationalem notabo, quam ponam, quamcumque voluero, et signabo duos numeros, quorum totius ad unumquemque eorum non ⟨sit proportio⟩ sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et multiplicabo quadratum linee in unum duorum numerorum, et dividam ipsam per summam eorum, et ⟨eius⟩, quod

2. *Post* 28 *Mscptm. addit:* que est radix 192^{arum}. — 7. quidem] qui et. — 10. mediale. — 17. eius. — sunt propinquiores. — 18. *Post* prima est *Mscptm. repetit:* due linee rationales in potentia tantum communicantes.

1) $\sqrt{48+\sqrt{28}} \pm \sqrt{48-\sqrt{28}}$.

2) Est Euclidis Campani X, 26 (Heibergii X, 32). Vide p. 284 not. 2.

ex divisione provenit, accipiam radicem: ipsa igitur est una duarum linearum, et altera linea prima rationalis signata.

Volo invenire duas lineas mediales et in potentia tantum communicantes et continentes rationalem, quarum longior supra breviorem possit cum augmento quadrati linee, cui longior in longitudine communicat.[1])

Duas igitur lineas signabo in potentia tantum communicantes, et assumam inter duas lineas lineam eis proportionalem, ergo sunt tres linee; et assumam etiam lineam quartam proportionalem secunde et tercie, id est, secunda et tercia et quarta sunt proportionales: secunda igitur et quarta sunt, quod querebamus.

Volo invenire duas lineas mediales in potentia tantum communicantes et continentes medialem, quarum longior supra breviorem possit cum augmento quadrati linee, cui longior in longitudine incommunicat.[2])

Signabo igitur tres lineas rationales in potentia primam et secundam, et assumam inter primam et secundam lineam secundum proportionem earum: sunt ergo prima et secunda, que est assumpta, et tercia et quarta; et ponam, ut sit proportio prime ad quartam sicut proportio linee secunde assumpte ad lineam alteram: erit ergo linea alia assumpta, quam querebamus.

Volo invenire duas lineas in potentia ⟨tantum⟩ communicantes et continentes medialem, quarum quadrata coniuncta sunt mediale non communicans duplo superficiei unius earum in alteram.[3])

1) Vide Euclidem Campani X, 24 (Heibergii X, 31) et supra p. 281 not. 1.

2) Euclidis Campani X, 25 (Heibergii X, 32). Vide supra p. 284 not. 1.

3) Euclidis Campani X, 29 (Heibergii X, 35). Cfr. p. 284 not. 3.

Signabo igitur duas lineas mediales et continentes medialem, que est figura tercia harum sex linearum, et dividam unamquamque primam lineam cuiusque harum trium figurarum in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis linee brevioris, secundum quod ostensum est in eo, quod precessit; ⟨et⟩ accipiam radices, que erunt, que querebamus. Iam ergo ostensum est, quod volumus, in longiorem lineam et ex tribus lineis primis, secundum quod fecit eas Geometer in probationibus trium linearum secundarum. Cum in primis figuris dividitur linea earum longior
69 in sectiones, quas prediximus, provenient tres linee | secunde. Oportuit itaque, ut harum divisio premittetur ante figuram vicesimam terciam. Nostri tamen libri inceptio est a nota, id est nili(!) Quod scias ergo hoc. Nos enim non posuimus eas, sicut invenimus eas in his scriptis. Deinde afferam post illam vicesimam quartam, deinde figuram vicesimam quintam, postea figuram vicesimam sextam, postea figuram vicesimam septimam, deinde figuram vicesimam octavam, et sic usque ad finem tractatus.

⟨Figura vicesima octava⟩.[1])

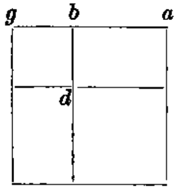
Cum due linee coniungantur in potentia tantum rationales et communicantes, tota linea est surda et vocatur binomium absolutum, et est figura septima decima.

Verbi gratia sint due linee ab, bg secundum rectitudinem coniuncte, que sint radix decem et radix octo, communicantes in potentia tantum et rationales in ea tantum: dico igitur, quod ag est surda et vocatur binomium absolutum, quod sic probatur. Faciam enim supra

11. Cum] Tum.

1) Euclides X, 28 (Campanus X, 30; Heibergius X, 36): *Si due linee potentialiter tantum rationales communicantes in longum directumque coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturque binomium.*

ag quadratum et complebo descriptionem figure. Sed *ab* et *bg* sunt rationales in potentia et communicantes ⟨in ea⟩: ergo superficies *ab* in *bg* est medialis, que est superficies *ad*, et duplum eius mediale, et latus eius mediale communicat lateri illius, quoniam ipsi sunt equales; et duo quadrata *ab* et *bg* coniuncta sunt rationale, que sunt decem et octo: ergo duplum *ab* in *bg* est mediale et incommunicans duobus quadratis *ab* et *bg* rationalibus. Sed cum coniunxerimus et acceperimus quadratum *ag* totum, secundum quod est in figura, erit incommunicans duobus quadratis *gb* et *ba* rationalibus. Omnium enim duarum quantitatum incommunicantium totum incommunicat unicuique earum. Et incommunicans rationali est surdum: ergo quadratum *ag* est surdum, et *ag* est surda: ergo vocatur binomium absolutum; et illud est, quod demonstrare voluimus. Non tamen vocatur binomium, nisi quia ipsa ⟨est⟩ rationalis secundum duo nomina. Et superfluum maioris earum supra minorem est residuum absolutum.



In figura vicesima nona[1]) non mutatur aliquid, nisi quod, postquam probatum est, quod linea *ag* est surda et vocatur bimedium primum, dicitur, quod superfluum maioris earum super minorem est residuum bimediale primum, quod est quadratum linee *ag*, ut in premisso eisdem insignitis lineis.

⟨Figura tricesima⟩.[2])

Cum due linee in potentia tantum ⟨rationales⟩

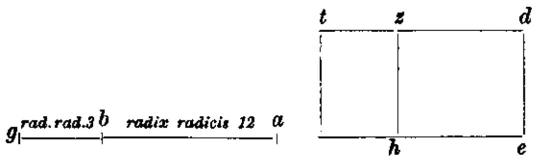
---

1) Euclides X, 29 (Campanus X, 31; Heibergius X, 37): *Si due linee mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes directe coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturque bimediale primum.*

2) Euclides X, 30 (Campanus X, 32; Heibergius X, 38): *Si due linee mediales potentialiter tantum communicantes superficiemque medialem continentes directe coniungantur, tota linea erit irrationalis diceturque bimediale secundum.*

et communicantes et superficiem medialem continentes coniunguntur, tota linea est surda et vocatur bimedium secundum.

Verbi gratia sint due linee *ab* et *bg*, que sint radix radicis duodecim et radix radicis trium coniuncte secundum rectitudinem, que sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes medialem: dico ergo, quod *ag* est surda et vocatur bimedium secundum, quod sic probatur. Ponam enim *de* rationalem, que sit unitas, ad quam adiungam superficiem *ez* equalem duobus qua-

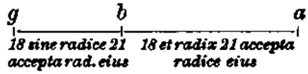


dratis *ab* et *bg* coniunctis, et proveniet latus eius secundum *dz*; et ponam superficiem *ht* equalem duplo superficiei *ab* in *bg*: dico ergo, ⟨quod⟩ quadrata *ab* et *bg* coniuncta sunt mediale, ⟨et⟩ duplum superficiei *ab* in *bg* est mediale. Ergo unaqueque duarum superficierum *dh*, *ht* est medialis et adiuncta ad lineam *de* rationalem; unaqueque igitur duarum linearum *dz*, *zt* est rationalis in potentia et incommunicans *de* in longitudine. Sed *ab* incommunicat *bg* in longitudine, et quadratum *ab* incommunicat superficiei *ab* in *bg*, quoniam unum eorum est rationale et alterum surdum, et quadratum *ab* communicat duobus quadratis *ab* et *bg* coniunctis, et superficies *ab* in *bg* communicat duplo eius: ergo etiam duo quadrata *ab* et *bg* coniuncta incommunicant duplo superficiei *ab* in *bg*. Duo autem quadrata *ab* et *bg* coniuncta equantur superficiei *dh*, et duplum superficiei *ab* in *bg* est equale superficiei *ht*: ergo *dh* incommunicat *ht*, et *dz*

11—12. secundum *de*. — 12—13. superficiei duplo.

incommunicat *zt*. Sed portiones ipse sunt in potentia rationales et communicantes, ergo *dz*, *zt* in potentia sunt rationales et communicantes: ergo *dt* est surda. Sed *de* est rationalis, ergo superficies *et* est surda, et linea potens supra eam est surda. Sed ipsa est *ag*: ergo *ag* est surda et vocatur bimedium secundum. Et superfluum inter eas est surdum, et est residuum bimediale secundum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In tricesima prima[1]) nihil mutatur, nisi quod in fine dicitur: superfluum maioris super minorem est minor, et quod figura his insignitur numeris:



In tricesima secunda[2]) nihil mutatur, nisi quod in fine dicitur: superfluum maioris super minorem est coniuncta rationali faciens totum mediale. Figura non mutatur.

In tricesima tercia[3]) quoque nihil mutatur, nisi quod in fine dicitur, quod superfluum unius supra alteram est coniuncta mediali, ⟨que⟩ facit totum mediale, et quod figura hoc modo insignitur numeris.

1. Sed proportio.

1) Euclides X, 31 (Campanus X, 33; Heibergius X, 39): *Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationale, tota linea erit irrationalis diceturque linea maior.*

2) Euclides X, 32 (Campanus X, 34; Heibergius X, 40): *Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturque potens in rationale et mediale.*

3) Euclides X, 33 (Campanus X, 35; Heibergius X, 41): *Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturque potens in duo medialia.*

In tricesima quarta[1]) nihil mutatur, nisi quod, postquam probatum est in fine, quod non est possibile, quoniam unumquodque eorum est mediale, additur hoc: et quia superfluum medialis super mediale est mediale, ergo non dividitur etc.

In tricesima quinta[2]) quoque nihil mutatur, nisi quod ibi dicitur in principio tantum, quod est figura vicesima quarta.

In tricesima sexta[3]) nihil omnino mutatur.

In tricesima septima[4]) quoque nihil mutatur.

In tricesima octava[5]) nihil mutatur, nisi quod figura numeris hoc modo insignitur.

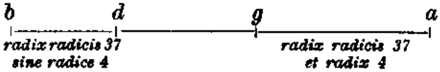


Figura vero quadrata non mutatur.[6])

Iam igitur ostendimus hic causam sex linearum et compositionis earum et separationis earum, et restat, ut

---

1) Euclides X, 34 (Campanus X, 36; Heibergius X, 42): *In alias duas lineas sub earum termino, ex quibus coniunctum et nominatum est, binomium dividi est impossibile.*

2) Euclides X, 35 (Campanus X, 37; Heibergius X, 43): *Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diviso, sub earum termino in alias duas lineas mediales dividi est impossibile.*

3) Euclides X, 36 (Campanus X, 38; Heibergius X, 44): *Bimediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo dividi non potest.*

4) Euclides X, 37 (Campanus X, 39; Heibergius X, 45): *Linea maior nisi in duas lineas tantum, ex quibus constat, sub earum termino dividi non potest.*

5) Euclides X, 38 (Campanus X, 40; Heibergius X, 46): *Linea potens in rationale et mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non dividitur.*

6) Ultimum theorema horum sex, quod apud Anaritium X, 39 numerandum esset, deest incuria ut videtur, interpretis vel scribae.

ostendamus sex reliquas lineas, ut duodecim compleantur linee. Dico igitur, quod GEOMETER dixit:[1])

Cum fuerit binomium, et fuerit longior sectio potens super sectionem breviorem cum augmento quadrati, lateri cuius longior linea in longitudine communicat, deinde fuerit longior in longitudine communicans linee rationali date, tunc vocabitur binomium primum;

Et si fuerit sectio brevior communicans linee rationali date in longitudine, vocabitur binomium ⟨secundum;[2])

Et si unaqueque earum fuerit incommunicans linee rationali date in longitudine, vocabitur binomium⟩ tercium;

Quod si longior sectio potuerit supra breviorem cum augmento quadrati linee, lateri cuius longior in longitudine incommunicat, et fuerit longior communicans linee rationali date in longitudine, vocabitur binomium quartum;

Et si fuerit brevior sectio communicans linee rationali date in longitudine, vocabitur binomium quintum;

Et si fuerit unaqueque duarum sectionum incommunicans linee rationali date in longitudine, vocabitur binomium sextum.

Dico igitur, antequam ostendam eorum probationem, quod tres eorum tantum sunt divisiones, neque est possibile, ut erit preter eas aliqua; quarum queque in duas dividatur partes. Sunt ergo sex sectiones, ut compleantur duodecim partes, secundum quod in principio tractatus diximus. Prima et quarta earum est rationalis linea coniuncta cum linea surda; et secunda et quinta est linea surda coniuncta cum linea rationali; et tercia et sexta est linea surda coniuncta cum linea surda.

Divisio sex nominum secundum continuitatem eorum.

Sectio prima cuiusque eorum est longior secunda. Longioris igitur sectionis primi quadratum, quod est 9,

1) Hec sunt „*definitiones alterae*" (CAMPANUS fol. k_8 recto post propositionem 41, apud HEIBERGIUM p. 136/137 l. 1—19.

2) Quae deerant, ex textu CAMPANI et HEIBERGII supplevi.

70 addit supra | quadratum secunde, quod est 13, quatuor, cuius lateri, quod est 2, communicat longior sectio in longitudine secundum quantitates. Longioris vero sectionis quarti quadratum addit supra quadratum brevioris superficiem, cuius area est 10, et radix 10 incommunicat radici 4 in longitudine, quoniam 4 in 10 fiunt 40, et ipse est surdus. Sed longior linea primi et quarti communicat omni linee rationali date in longitudine. Longioris vero sectionis secundi, que est radix 45, quadratum addit supra quadratum minoris superficiem, cuius area est 20, que est communicans radici 45, quoniam ipsa est $^2/_3$ ipsius 20.[1]) Nam in 45 novem quinquies fuerit, que est superficies quadrata, et etiam quod fit ex multiplicatione tercie in terciam multiplicatum in 45 fit 5, cuius radix est tercia radicis 45. Cum ergo ipsam duplare voluerimus, multiplicamus 2 in 2, et quod provenit in 5, et erunt 20. Radix igitur eius est $^2/_3$ ⟨radicis⟩ 45, que est duplum tercie radicis 45. Sectio quoque brevior communicat linee rationali date in longitudine. Sectionis vero longioris quinti quadratum, que est radix 24, addit supra quadratum minoris, quod est 9, superficiem, cuius area est 15, que est incommunicans radici 24 in longitudine, quoniam multiplicatio unius earum in alteram est surda. Sed longioris sectionis tercii, ⟨que⟩ est radix 108, quadratum addit supra quadratum brevioris quadratum, cuius area est 48, et radix eius communicat radici 108 in longitudine, quoniam ipsa est ⟨due⟩ tercie eius[2]), et quoniam multiplicatio unius earum in alteram est quadratum. Longior vero sectio sexti, que est radix 8, potest supra breviorem, que est radix 3, se-

12. ipsi. — quinquies] eo.

1) Vult intelligi: $\sqrt{20} = \frac{2}{3}\sqrt{45}$.

2) Hic Anaritius vel Gherardus tercia pro duabus terciis scripsisse videtur, quia $\sqrt{48} = \frac{2}{3}\sqrt{108}$.

cundum superficiem, cuius area est 5, que est incommunicans radici 8, et unaqueque duarum linearum tercie et sexte incommunicat linee rationali date.

Iam igitur ex eo, quod diximus, manifestum est, quod quadratum longioris trium primorum addit supra breviorem quadratum, lateri cuius longior in longitudine communicat; et quod reliquarum trium longioris augmentum supra breviorem est cum quadrato, lateri cuius longior in longitudine seiungitur; et quod, cum quadratum brevioris primi minuitur ex quadrato longioris, scilicet 5 ex 9, remanet superficies quadrata, que est 4; et cum quadratum brevioris secundi minuitur ex quadrato maioris, et dividitur, quod remanet, per longiorem, aut longior dividitur per ipsum, aut unum earum in alteram multiplicatur, erit ei, quod provenit ex divisione ⟨seu multiplicatione⟩, radix. Cum enim ex 45 minuerimus 25, remanet 20. Cum igitur per eum diviserimus 45, proveniet 2 et quarta, que est superficies quadrata, cuius radix est 2 et $^1/_2$; et si multiplicaverimus 45 in 25, provenient 900, cuius radix est 30, qui est numerus inter 20 et 45 secundum proportionem; ipsi enim sunt proportionales. Et in quinto cum minuitur 9 ex 24, remanet 15, qui est surdus. Cum ergo unum eorum per alterum diviserimus, aut multiplicaverimus unum eorum in alterum, non proveniet superficies quadrata. In tercio quoque cum minuerimus ex 108 60, remanent 48. Cum ergo diviserimus 108 per 48, proveniunt 2 et $^1/_4$, que est superficies quadrata, et erunt numeri similes. Sexte autem brevioris quadratum, cum quadratum minoris ⟨ex eo⟩ minuitur, remanet, qui est numerus surdus. Et etiam trium priorum cum longior linea dividitur in duas partes, quarum unius in alteram erit multiplicatio equalis quarte quadrati minoris, erunt due sectiones communicantes in longitudine, cum fuerit longior sectio potens supra breviorem cum augmento quadrati minoris linee communi-

13. et quod. — 14. ut longior. — 29. cum quadrato.

cantis longiori in longitudine, secundum quod ostensum est in 13ª ⟨figura⟩ tractatus decimi; et reliquarum trium sectiones due erunt, secundum quod ostensum est in quinto ⟨theoremati⟩.

Iam igitur patet ex eo, quod ostendimus, quod tres prime linee dividuntur in duas sectiones, et queque illarum in duas sectiones; est igitur earum summa sex. Harum quoque trium queque in duas partes partitur; est ergo earum aggregatio sex. Ergo omnes linee, per quas geometre probant compositionem et separationem, sunt linee 12, secundum quod ostendimus. Que sunt: Binomium absolutum, et bimedium primum, et bimedium secundum, et maior, et potens supra rationale et mediale, et potens supra duo medialia. Hec ergo sunt sex prime. Sex vero secunde sunt sex binomia, scilicet primum, et secundum, et tercium, et quartum, et quintum, et sextum. Ex quibus etiam sex provenient residua, scilicet primum, quod est residuum absolutum, et residuum bimediale primum, et residuum bimediale secundum, et minor, et coniunctum cum rationali faciens totum mediale, et coniunctum cum mediali faciens totum mediale. Ex binomiis quoque sex proveniunt residua, primum scilicet, et secundum, et tercium, et quartum, et quintum, et sextum.

Volo demonstrare binomia et residua eorum et superficies, que continentur ab unoquoque eorum et a linea rationali data.

Prius ergo ostendam summam arithmetice, ut per ipsam brevior fiat scientia eius, quod post ipsam sequitur.

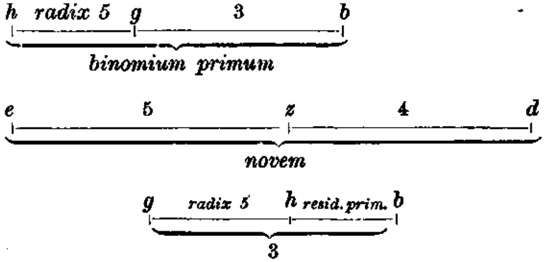
Volo reperire binomium primum.[1])

Lineam igitur rationalem in longitudine signabo, quam ponam, quantum voluero, que sit bg, ⟨et⟩ ipsam ponam 3 secundum numeros; et signabo duos numeros

15. binomia] nomina. — 27. arismetice.

1) Euclidis Campani X, 42 (Heibergii X, 48): *Binomium primum invenire.*

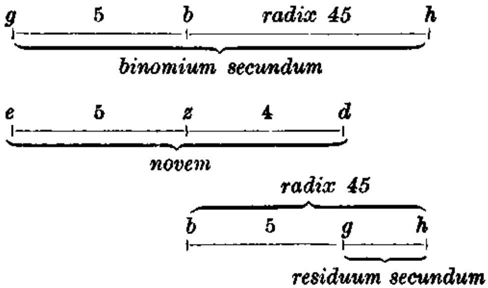
quadratos, quorum superfluum non sit quadratum, que sint *de*, qui sit 9, et *dz*, ⟨qui sit 4⟩, donec sit superfluum, quod est inter eos, 5; et ponam, ut sit proportio



de ad *ez* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*; fit ergo *gh* radix 5. 3 ergo et radix 5 est binomium primum, et 3 diminuta radice 5 est residuum primum.

Volo reperire binomium secundum.[1])

Signabo ergo lineam rationalem in longitudine, que sit 5 ex numeris, et notabo duos numeros quadratos, et



ponam, ut sit proportio *ze* ad *ed* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *bh*, fit ergo *bh* radix 45. Ergo radix

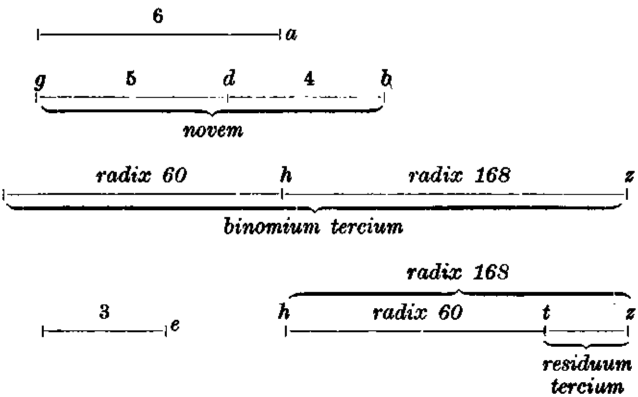
11. *bh,* fit ergo] *bd* sitque.

1) Euclidis Campani X, 48 (Heibergii X, 49): *Binomium secundum reperire.*

45 et 5 ex numeris est binomium secundum, et radix 45 absque 5 ex numeris est secundum residuum.

Volo tercium invenire binomium.[1])

Lineam itaque rationalem dabo, que sit *a*, quam ponam 6 ex numeris, et signabo duos numeros quadratos *gb* et *bd*, et non sit *dg* quadratus; et dabo etiam nume-



rum tercium, qui sit *e*, et non sit proportio eius ad quemlibet duorum numerorum *bg*, *gd* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et sit 3; et ponam, ut sit proportio *bg* ad *e* sicut proportio quadrati *zh* ad quadratum *a*, et proportio *e* ad *gd* sicut proportio quadrati *a* ad quadratum *ht*: ergo *zh*, *ht* sunt binomium tercium, et residuum earum est residuum tercium.

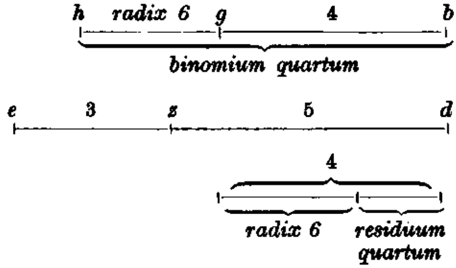
Volo quartum reperire binomium.[2])

Dabo igitur lineam *bg* rationalem, que sit 4, et signabo duos numeros *dz*, *ze*, et non sit proportio *de* ad quemlibet eorum sicut proportio numeri quadrati ad

1) Euclidis Campani X, 44 (Heibergii X, 50): *Binomium tercium investigare.*

2) Euclidis Campani X, 45 (Heibergii X, 51): *Binomium quartum scrutari.*

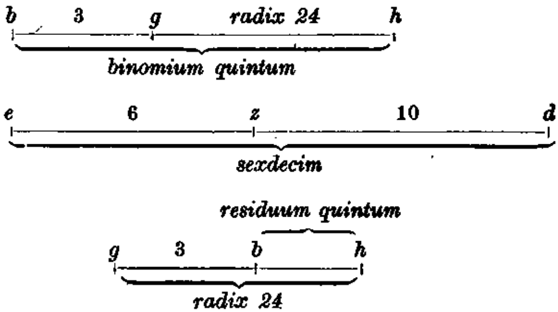
numerum quadratum, et ponam, ut *dz* sit 5, et *ze* sit 3, et sit proportio *de* ad *ez* sicut proportio quadrati *bg* ad



quadratum *gh*: erunt ergo linee *bg*, *gh* binomium quartum, et superfluum, quod est inter eas, est residuum quartum.

Volo invenire binomium quintum.[1])

Ponam itaque lineam *bg* rationalem, que sit 3, et ipsa est minor sectio, et ponam duos numeros, quos prius



signavi, et ponam, ut sit proportio *de* ad *ez* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*: et igitur linee

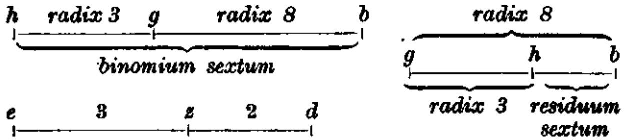
3. erunt] et. — *bg*, *gh*] sunt.

1) Euclidis Campani X, 46 (Heibergii X, 52): ***Binomium quintum querere.***

71 ⟨*hg*, *gb*⟩ erunt binomium | quintum, et superfluum, quod est inter eas, est residuum quintum.

Volo reperire binomium sextum.[1])

Faciam itaque in ipso sicut feci in tercio, et erit *bg*, *gh* binomium sextum, ⟨et superfluum, quod est inter

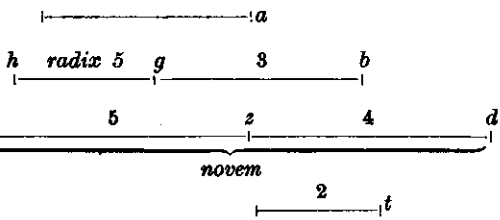


eas, est residuum sextum⟩; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Nunc vero iterabo binomia, et ostendam eorum probationes, secundum quod Euclides demonstrat.

Binomium primum invenire cupio.

Ponam ergo duas lineas rationales et communicantes in longitudine, que sint *a* et *bg*, que sit 3 ex numeris; et ponam duos numeros *de*, *dz* quadratos, sed *ze* non sit



quadratus, scilicet superfluum eorum, qui sint 9 et 4; et ponam, ut sit proportio *de* ad *ez* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*, quod est, ut multiplicem quadratum *bg*, qui est 9, in superfluum, quod est inter duos quadratos, quod est 5: fit ergo, quod provenit 45. Divi-

12. que sit] sitque.

1) Euclidis Campani X, 47 (Heibergii X, 53): *Binomio sexto demum oportet insistere.*

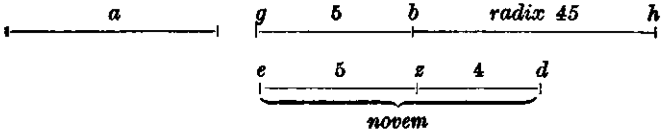
dam autem ipsum per *de*, quod est 9, provenit ergo ex divisione 5: ergo radix 5 est linea *gh*: dico igitur, quod *bh* est binomium primum, quod sic probatur. Quia enim proportio *de* ad *ez* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *bg* seiungitur *gh* in longitudine, sed communicat ei in potentia. Ergo *bg*, *gh* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, in longitudine vero incommunicantes: ergo *bh* est binomium. Sed proportio *de* ad *ez* est sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*, et *de* addit supra *ze*: ergo quadratum *bg* addit supra quadratum *gh*. Sit ergo augmentum eius super ipsum quadratum linee *t*, quod est 4, cuius radix est 2. Cum ergo converterimus in proportione, erit proportio *ed* ad *dz* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *t*. Proportio autem *ed* ad *dz* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo proportio quadrati *bg* ad quadratum *t* est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo *bg* communicat *t* in longitudine, et *bg* potest supra *gh* cum augmento quadrati *t*: ergo *bg* potest supra *gh* cum augmento quadrati linee, lateri cuius communicat *bg* in longitudine; ⟨et⟩ *bg* est longior sectio, et superfluum quadrati longioris super breviorem est 4, cuius radix est 2, que est communicans linee rationali date in longitudine: ergo *bh* est binomium primum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Binomium secundum invenire.

Ponam itaque lineam rationalem, et si posuerimus duas lineas, secundum quod fecit Euclides, esset una earum *a* et altera linea *bg*; et ponam *bg*, quantam voluero ex numeris, sitque 5 ex numeris, et signabo duos numeros ⟨*de* et *dz*⟩ primos, que sint 9 et 4, et ponam, ut sit proportio *de* ad *ez* sicut proportio quadrati *hb* ad quadratum *bg*, quod est, ut multiplicem 25, quod est

13. Fit ergo.

quadratum *bg*, in 9, quod est *de*, et dividam ipsum per superfluum, quod est inter duos quadratos, quod est 5: proveniet ergo ex divisione 45, cuius radix est linea *bh*.



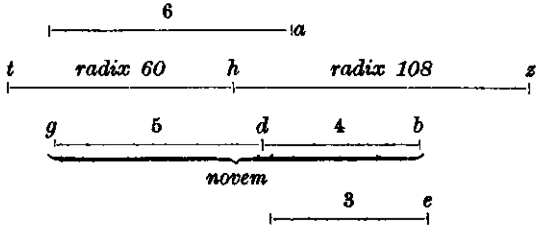
Erit ergo radix 45 et 5 ex numeris binomium secundum, quod sic probatur. Ostendam sicut in precedenti demonstravi figura, quod *gh* est binomium, et quod *hb* potest supra *bg* cum augmento quadrati, lateri cuius *hb* in longitudine incommunicat, cuius area est 20, que communicat radici 45, quoniam est $^2/_3$ eius; et *bg* est brevior sectio, ipsa itaque et linee rationali posite in longitudine communicat: ergo *gh* est binomium secundum, et superfluum, quod est inter eas, quod est radix 45 absque 5, est residuum secundum; et illud est, quod demonstrare voluimus. —

Binomium tercium reperire.

Ponam itaque lineam rationalem *a*, quam ponam 6 ex numeris, et signabo duos quadratos primos, qui sint 9 et 4, *gb* et *bd*, neque sit *dg* quadratum; et ponam numerum alium, qui sit *e*, et ponam, ut non sit proportio eius ad quemlibet duorum numerorum *bg*, *bd* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quem ponam 3; sitque proportio *bg* ad *e* sicut proportio quadrati *zh* ad quadratum *a*, proportio vero *ed* ad *gd* est sicut proportio quadrati *a* ad quadratum *ht*. Hos itaque numeros multiplicabo et dividam eos, secundum quod fecimus in precedenti figura. Fit ergo primum proportio *bg* ad *gd* sicut proportio quadrati *zh* ad quadratum *ht*, multiplicabo igitur *a*, qui est 6, in 6, et erit 36. Considerabo autem, quanta sit proportio 9 ad 3: est enim

9. brevior] longior. — 10. est linea rationalis posita.

triplus eius. Assumam autem triplum 36, erit ergo 108, quod est quadratum linee *zh*. Deinde attendam, quantus sit ternarius ad 5; erit namque $^3/_5$. Accipiam ergo censum, cuius $^3/_5$ sint 36, qui est 60, et ipse quidem est quadratum linee *ht*. Erit ergo, ut radix 108 et radix



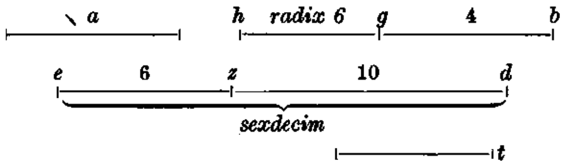
60 sit binomium tercium. Est ergo proportio *bg*, qui est 9, ad *gd*, qui est 5, sicut proportio 108 ad 60, que est proportio medietatis et medie none. Secundum alium quoque modum multiplicabo *bg*, quod est 9, in quadratum *a*, quod est 36, erit ergo 324; dividam autem ipsum per *e*, qui est 3, provenient ergo 108, qui est una duarum linearum. Deinde multiplicabo 5 in 36, et provenient 180; dividam autem ipsum per 3, et erit 60. Longior ergo supra breviorem potest cum augmento quadrati, quod est 48, quod est communicans 108 in longitudine quoniam est $^2/_3$ eius, et quia ex multiplicatione unius eorum in alterum provenit quadratus. Quod sic probatur. Quia enim proportio *bg* ad *e* est sicut proportio quadrati *zh* ad quadratum *a*, et proportio *bg* ad *e* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et proportio quadrati *zh* ad quadratum *a* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *zh* seiungitur *a* in longitudine et communicat ei in potentia. Sed *a* est rationalis, et *zh* est rationalis in potentia. Et similiter monstratur, quod *ht* est rationalis in potentia et seiuncta *a* in longitudine.

5. quadratum ꝗ linee *ht*. — radix ꝗ 108. — 18. ad *de*.

Et proportio *bg* ad *gd* est sicut proportio quadrati *zh* ad quadratum *ht*, proportio vero *bg* ad *gd* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *zh* seiungitur *ht* in longitudine et communicat ei in potentia, ergo *zh* et *ht* in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ergo *zt* est binomium. [Et illud est, quod demonstrare voluimus.] Ostendam autem, sicut ostendi, quod *zh* potest supra lineam *ht* cum augmento quadrati, lateri cuius in longitudine communicat *zh*, et unusquisque duorum numerorum *zh*, *ht* seiungitur linee *a* rationali date in longitudine: ergo *zt* est binomium tercium. Et superfluum inter eas est residuum tercium; et illud est, quod demonstrare voluimus. —

Binomium quartum invenire.

Duas itaque lineas rationales et in longitudine communicantes dabo, que sint *a* et *bg*, et ponam *bg*, quantam voluero, sitque 4 ex numeris; et ponam duos

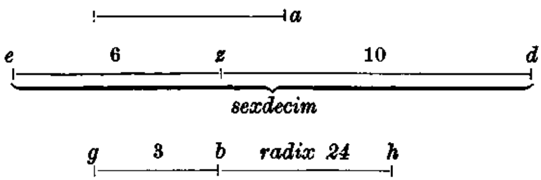


numeros *dz*, *ze*, et statuam, ut non sit proportio *de* ad unamquamque duarum sectionum sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, sintque 10 et 6, donec
72 sit ex eis aggregatum 16; et fiat proportio *de* ad | *ez* sicut proportio ⟨quadrati⟩ *bg* ad quadratum *gh*: multiplicabo igitur 6, qui est una duarum sectionum, in quadratum *bg*, quod est 16, erit ergo, quod inde proveniet, 96; dividam autem per 16, exeunt ergo ex divisione 6, cuius radix est linea *gh*: dico igitur, quod *bh* est binomium quartum, quod sic probatur. Ostendam enim, sicut ostendi, quod *bh* est binomium. Sed augmentum quadrati *bg* super quadratum *gh* est quadratum linee *t*, et proportio *de* ad *ez* est sicut proportio quadrati *bg* ad

quadratum gh; et cum converterimus, erit proportio ed ad dz sicut proportio quadrati bg ad quadratum t. Proportio vero ed ad dz non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, proportio quoque quadrati bg ad quadratum t non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo bg seiungitur t in longitudine. Sed bg potest supra gh cum quadrato t, iam igitur est potens bg supra gh cum augmento quadrati, cuius lateri bg in longitudine seiungitur, et ipsa est longior sectio, et bg communicat ⟨linee⟩ a date rationali in longitudine: ergo bh est binomium quartum. Et superfluum inter eas, quod est 4 absque radice 6, est residuum quartum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Binomium quintum reperire.

Duas itaque lineas rationales et communicantes in longitudine dabo, que sint a et bg, et ponam bg 3 ex numeris; et ponam duos numeros, quos in binomio quarto



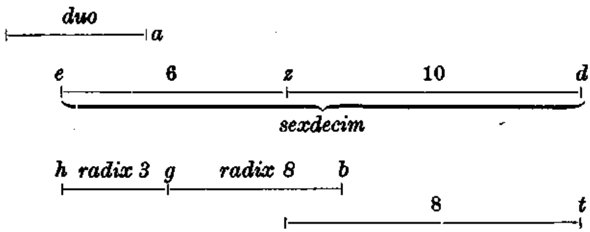
signavi, qui sint dz, ze, sitque proportio de ad unumquemque duorum numerorum dz, ze non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum; et ponam, ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati hb ad quadratum bg: multiplicabo igitur secundum in 9, et provenient 144; dividam autem illum per ez, qui est 6, exibunt ergo ex divisione 24, qui est ⟨quadratum⟩ linee bh: erit ergo, ut radix 24 et 3 ex numeris sit binomium quintum, et longior potest supra breviorem cum augmento

25. linea.

quadrati, quod est 15, cuius radix est seiuncta radici 24 et linee date rationali, quod sic probatur. Ostendam namque, ⟨sicut ostendi,⟩ quod *gh* est binomium, et quod *hb* potest supra *bg* cum augmento quadrati, cuius lateri *hb* in latitudine seiungitur, et quod *bg*, que est brevior sectio, communicat linee rationali date in longitudine: ergo *gh* est binomium quintum. Et superfluum maioris earum supra minorem, quod est radix 24 absque 3 ex numeris, est residuum quintum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Binomium sextum invenire.

Dabo igitur lineam in potentia rationalem, que sit *bg*, quam ponam radicem 8, sitque linea *a* ⟨duo⟩; et signabo duos numeros primos, qui sint 10 et 6, et ipsi



sint *dz*, *ze*, et sit proportio *de* ad unumquemque duorum numerorum *dz*, *ze* non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum; et signabo lineam secundam, que sit linea *t*, neque sit proportio eius ad unumquemque duorum numerorum *de*, *ez* sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et fiat proportio *de* ad *t* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum ⟨*a*⟩. Multiplicabo igitur 4 in 16, et fiunt 64; dividam illum per 8, et exibunt 8, qui est linea *t*. Et etiam proportio *t*, que est 8, ad *ze*, que est 6, est sicut proportio quadrati *a* ad quadratum *gh*: est ergo *gh* radix trium, et *bh* est binomium sextum, quod sic probatur. Ostendam enim,

2. et linea data est rationalis. — 3—4. quod *gh*] quod *bh*.

quod bh est binomium, secundum quod ostendi in binomio tercio, et quod bg potest supra gh cum augmento quadrati, lateri cuius bg in longitudine seiungitur; ⟨seiungitur⟩ autem linee rationali date in longitudine: ergo bg est binomium sextum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Iam in precedentibus ostendimus, qualiter superficies numerantur, que a linea rationali et ab unoquoque binomiorum et residuorum continentur. Fuit enim unum capitulum earum omnium demonstrans numerationem. Quod si nos iterabimus numerationem in unaquaque figura, multiplicabuntur verba et longitudo figurarum, et elongatur intellectus. Nos tamen non indigemus huiusmodi, neque ea sunt nobis necessaria. Summam namque figurarum nominabimus, et ostendimus in figura prima earum numerationem, quod et in unaquaque figurarum reliquarum faciemus, scilicet numerationem ponemus, ut sensibus subiaceat.

Volo scire radices superficierum, que continentur a linea rationali et ab unoquoque binomiorum. Afferam igitur binomia preter binomia, que in his, que precesserunt, nominavimus. Dico igitur: Volo scire radicem superficiei contente a linea rationali et binomio primo. Sit itaque binomium primum 6 et radix 20. Dividam ergo 6 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato quarte 20, quod est 5; erit ergo una duarum sectionum 5 et altera unus. Ergo radix 5 et radix unius est binomium absolutum, et ipsum est potens supra superficiem, quam prediximus. Quod ⟨si⟩ superficiei longitudo esset residuum primum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

Si autem longitudo fuerit binomium secundum, quod est radix 12 et 3 ex numeris, dividam tunc radicem 12 ita in duas partes, ut sit multiplicatio unius

9. demonstrationes. — 13. Summa. — 19. ab unoquoque] a binomio quoque. — 26. unaqueque duarum.

earum in alteram equalis quadrato quarte sectionis minoris. Fit ergo una duarum sectionum radix 6 et $^3/_4$, et sectio altera ⟨radix⟩ $^3/_4$. Harum itaque radix potens supra superficiem ipsam est bimedium primum. Quod si longitudo superficiei esset residuum secundum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

Si vero superficiei longitudo fuerit binomium tercium, quod est radix 8 et radix 6, tunc dividam radicem 8 in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis 6. Erit ergo una duarum sectionum radix 8 et medii, et altera radix unius et medietatis, [quod sic probatur]. Harum namque ⟨radix⟩ est potens supra superficiem, et est bimedium secundum. Quod si superficiei longitudo esset residuum tercium, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

Si autem superficiei longitudo fuerit binomium quartum, quod est 6 et radix 12, tunc dividam 6 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius in alteram equalis quadrato medietatis radicis 12. Erit ergo una duarum sectionum 3 et radix 6, et altera 3 absque radice 6. Harum itaque radix est potens supra superficiem, et ipsa est maior. Quod si superficiei longitudo foret residuum quartum, esset supra ipsam potens superfluum inter eas.

Si vero superficiei longitudo fuerit binomium quintum, quod est radix 12 et 2, tunc dividam radicem 12 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram unum: erit ergo una duarum sectionum
73 radix | 3 et radix duorum, et altera radix 3 absque radice duorum. Harum ergo radix est potens supra superficiem. Ipsa namque est potens supra rationale et mediale. Quod si superficiei longitudo foret residuum quintum, esset potens supra ipsam superfluum inter eas.

---

3. $3\frac{3}{4}$. — potest. — 7. bimedium. — 12. Harum] Ipsa. — 27. tunc] non.

Si vero longitudo superficiei fuerit binomium sextum, quod est radix 20 et radix 8, tunc dividam radicem 20 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius ⟨earum⟩ in alteram duo. Erit itaque una duarum sectionum radix 5 et radix 3, et altera radix 5 absque radice 3. Harum igitiur radix est potens supra superficiem. Ipsa namque potens est supra duo medialia. Quod si superficiei longitudo foret residuum sextum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

Postquam igitur hanc premisimus summam, nunc demonstrabo sectionem, et describam numeros in figuris secundum numerationem, que provenit ex multiplicatione et divisione.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et binomio primo, (hec namque est figura 40^a)[1]) est binomium absolutum, et ipsum est figura 28^a.[2])

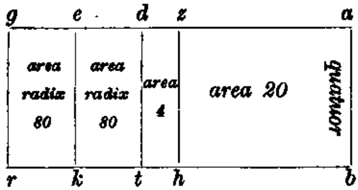
Cuius exemplum, ut sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que est *ab*, que sit 4 ex numeris, et binomio primo, quod est 6 et radix 20: dico igitur, quod linea potens supra superficiem *bg* est binomium absolutum, quod sic probatur. Dividam namque *ag* per 6 et radicem 20, secundum quod assuevimus. Sit itaque, ac si iam esset divisa supra *d*. Fit ergo sectio *ad*, que est sectio longior, 6, et *dg*, que est brevior sectio, radix 20. Dividam autem *dg* in duo media supra *e*, et dividam *ad* in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis linee *dg*, id est equalis quarte quadrati totius linee *gd*, que est 5. Multiplicabo igitur 6 in se, et erunt 36; accipiam autem superfluum

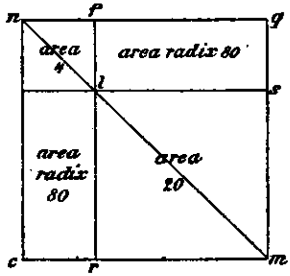
8. Quod] Quoniam.

1) Apud Campanum X, 42. Vide p. 331 not. 1.

2) Euclidis Campani X, 48 (Heibergii X, 54): *Si fuerit superficies binomio primo lineaque rationali contenta, latus, quod super eam potest, binomium esse necesse est.* — Figura 28 est Campani X, 30.

eius supra 20, quod est 16, cuius radicem addam supra sex, et erunt 10; et assumam medietatem illius, que est 5, que est una sectionum, et sectio altera est 1.[1]) Sit itaque, ac si esset divisa supra z, et nos quidem de hoc





in precedentibus iam fecimus declarationem et addidimus in principio capitulum de superficiebus. Tunc producam lineas zh, dt, ek equidistantes ab. Erit ergo superficies ah 20, et superficies zt 4, et unaqueque duarum superficierum te, kg est radix 80. Unaqueque namque est multiplicatio 16, qui est quadratum 4, in 5. Ponam autem, ut quadratum ed sit equale superficiei az in zd, et ponam quadratum ml equale superficiei ah, et quadratum ln equale superficiei hd, et sint diametri eorum coniuncte supra mln, et complebo superficiem mn. Superficies igitur mn est superficies quadrata: ergo proportio ms ad sq est sicut proportio qf ad fn. Sed proportio ms ad sq est sicut proportio superficiei ml ad superficiem lq, et proportio qf ad fn est sicut proportio superficiei ql ad superficiem ln: ergo proportio superficiei ml ad superficiem lq est sicut proportio superficiei ql ad superficiem ln, ergo inter ⟨superficies⟩ ml et ln est superficies secundum proportionem unam, que est ql. Super-

5. addimus. — 6. Tunc] tm̄.

1) $x^2 + 5 = 6x$, quare $x = 3 \pm \sqrt{9-5}$, id est $x = 5$ vel 1.

ficies vero *az* in *zd* est equalis quadrato *ed*: ergo proportio *az* ad *de* est sicut proportio *de* ad *dz*. Sed proportio *az* ad *de* est sicut proportio *ah* ad *te*, et proportio *de* ad *dz* est sicut proportio *et* ad *tz*: ergo proportio *ah* ad *te* est sicut proportio *te* ad *tz*, ergo inter *ah* et *dh* est superficies secundum proportionem unam, que est *te*. Sed inter *ml* et *ln* est superficies secundum proportionem unam, que est *ql*, et *ah* et *hd* sunt equales *ml* et *nl*: ergo *te* est equalis *ql*. Sed *dk* est equalis *kg*, et *ql* est equalis *lc*: ergo tota *bg* est equalis *mn*. Sed *mn* est quadratum *qn*: ergo *bg* est equalis quadrato *qn*. Ergo supra totam *bg* potest *qn*. Sed *az* communicat *zd* in longitudine, ergo *ad* communicat unicuique duarum sectionum *az*, *zd*. Sed *ad* est rationalis, et ipsa est communicans *ab* in longitudine, ergo unaqueque duarum linearum *az*, *zd* est rationalis et est communicans *ab* in longitudine. Ergo unaqueque duarum superficierum *ah*, *hd* est rationalis. Sed ipse sunt equales duobus quadratis *ml*, *nl*: ergo due superficies *ml*, *ln* sunt rationales, et ipse sunt duo quadrata *qf*, *fn*: ergo duo quadrata *qf*, *fn* sunt rationalia et communicantia. Sed *ad* seiungitur *gd* in longitudine, sed *ad* communicat *dz*, et *qd* communicat *de*, quoniam eius medietas est: ergo *ed* seiungitur *dz*, et *et* seiungitur *tz*. Sed *et* est equalis *ql*, et *tz* est equalis *ln*: ergo *ql* seiungitur *ln*, ergo *qf* seiungitur *fn* in longitudine, et ipse in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ergo *qn* est binomium, et ipsa est potens supra superficiem *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ex hoc itaque iam manifesta est figura, quam in elementis ostendimus, quoniam superficies *bz*, que est superficies *ln*, et superficies *hd*, que est superficies *ml*, et due radices 80 sunt supra superficiem potentes.[1])

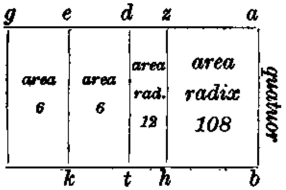
30. manifestum.

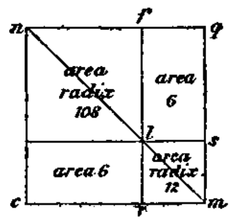
1) Vide supra p. 304—305.

Reliquarum vero superficierum remanentium longiorem duarum sectionum unius binomiorum cum in duas partes diviserimus ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis linee brevioris, et acceperimus duas radices duarum sectionum, coniuncte poterint supra superficiem; et cum minuerimus unam earum ex altera, erit remanens illud, quod potest supra superficiem, que continetur a linea rationali et ab unoquoque residuorum.

Omnis superficies contenta a linea rationali et a binomio secundo, (que est figura 41[a])[1]), est ea, supra quam potest linea, que est bimedium primum.[2])

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea *ab* rationali, que sit 4, et binomio secundo, que sit *ag* ⟨, que sit radix 12 et 3 ex numeris⟩: dico igitur, quod linea





potens supra hanc superficiem, que est *bg*, est bimedium primum, quod sic probatur. Disponam enim, quemadmodum disposui figuram, que est ante istam: erit ergo linea *ag* radix 12 et 3 ex numeris, et *az* erit radix 6 et $^3/_4$, et *zd* radix trium quartarum[3]); et area superficiei

1) Euclides X, 41 (Campanus X, 43; Heibergius X, 49). Cfr. p. 332 not. 1.

2) Euclides Campani X, 49 (Heibergii X, 55): *Si fuerit superficies linea rationali binomioque secundo contenta, latus eius tetragonicum erit bimediale primum.*

3) Hic habemus aequationem: $x^2 + \frac{9}{4} = x\sqrt{12}$. Ergo

$$x = \sqrt{\tfrac{12}{4}} \pm \sqrt{\tfrac{3}{4}} = \sqrt{\tfrac{12}{4} + \tfrac{3}{4} \pm 2\sqrt{\tfrac{36}{16}}} = \sqrt{3\tfrac{3}{4} \pm 3},$$

id est $x = \sqrt{6\frac{3}{4}}$ vel $\sqrt{\frac{3}{4}}$.

ah est radix 108, et superficies *hd* est radix 12, et unaqueque duarum superficierum *gk* et *kd* est 6 ex numeris. Hii quoque numeri similiter cadent in figura *qncm*. Est ergo superficies *qc* equalis superficiei *bg*, et superficies *ml* est radix 12, et superficies *ln* est radix 108, et unumquodque duorum supplementorum est 6; et *qn* potest supra *qc*; sed *qc* est equalis *bg*: ergo *qn* potest supra *bg*. Sed *az* communicat *zd* in longitudine: ergo *ad* communicat unicuique duarum sectionum *az*, *zd*. Sed *ad* est rationalis in potentia et incommunicans *ab* in longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum *ah*, *hd* est medialis. | Ipse vero sunt equales duabus super- 74
ficiebus *ml* et *nl*: ergo due superficies *ml*, *nl* sunt mediales. Sed ipse sunt duo quadrata *qf*, *fn*: ergo duo quadrata *qf*, *fn* sunt medialia et communicantia. Simili quoque ostendam modo, quod *qf* incommunicat *fn* in longitudine. Et etiam *de* communicat *eg* in longitudine, ergo *gd* communicat *de* in longitudine. Sed *dg* est rationalis et ipsa communicat *ab* in longitudine, et *te* est rationalis et est equalis *ql*: ergo *ql* est rationalis. Sed ipsa ⟨est⟩ superficies *qf* in *fn*: ergo *qf* et *fn* sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes rationale; ergo *qn* est bimedium primum, et ipsa est potens supra superficiem *bg*. Quod si superficiei longitudo foret residuum secundum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas, et esset *qf* radix radicis 12, et *fn* radix radicis 108, que sunt mediales et continentes superficiem, cuius area est 6, ergo *fn* ⟨diminuta⟩ *qf* est ⟨residuum⟩ bimediale primum. Hec est enim eius diffinitio; et illud est, quod demonstrare voluimus.

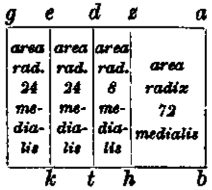
Supra omnem ⟨superficiem⟩ contentam a binomio tercio, (que est figura 42^a)[1]), et

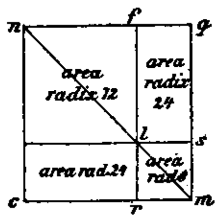
6. unaqueque. — 15. Similiter. — 23. binomium.

1) Euclides X, 42 (Campanus X, 44; Heibergius X, 50). Cfr. p. 333 not. 1.

linea rationali linea potens est bimedium secundum.[1])

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que sit ab, que sit 4, et binomio tercio, quod sit ag; et reiterabo duas superficies cum notis suis, et sit ad radix 8 et dg radix 6, et az sit radix 4 et semis,





et area superficiei ⟨ah⟩, que est radix 72, sit medialis, et zd sit radix medii unius, et eius area, que est radix 8, sit medialis[2]); et unaqueque duarum superficierum te et kg, que est radix 24, sit medialis; et due linee ed, eg sint radix unius et medii; et unumquodque duorum supplementorum ql, lc est equale unicuique duarum superficierum dk, kg: erit ergo qf radix radicis 8, medialis, et fn radix radicis 72 medialis, et contineant superficiem, cuius area est radix 24, que est medialis: ergo qfn est bimedium secundum, hoc est enim eius diffinitio, quod sic probatur. Disponam enim, sicut disposui illam, que est ante istam. Erit igitur qn potens supra superficiem bg, et qf, fn sunt mediales et in potentia tantum com-

---

5—6. et sit az, dg radix 4 et radix 6. — 13. dk, bg. — ql. — 14. contineat. — 19. qh, fn.

---

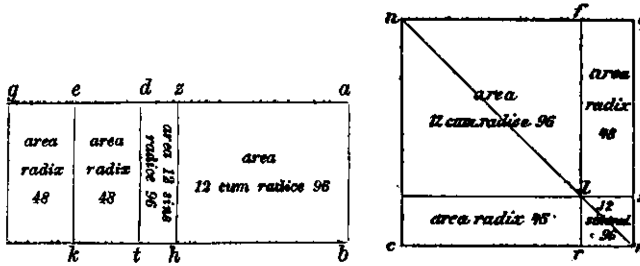
1) Euclidis Campani X, 50 (Heibergii X, 56): *Si binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eam potens erit bimediale secundum.*

2) Aequatio erit: $x^2 + \frac{3}{2} = x\sqrt{8}$, quare $x = \sqrt{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2\frac{1}{2} \pm 2}$, id est $x = \sqrt{4\frac{1}{2}}$ vel $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

municantes, et *ed* communicat *eg* in longitudine, et *gd* communicat *de* in longitudine, et *dg* est rationalis in potentia et seiuncta *ab* in longitudine, et *te* est medialis et est equalis *ql*: ergo *ql* est medialis, et ipsa est superficies *qf* in *fn*, que ab eis continetur: ergo *qf* et *fn* sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes medialem. Ergo *qn* est bimedium secundum, et ipsa est potens supra superficiem *bg*. Quod si longitudo superficiei foret residuum tercium, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a binomio quarto, (que est figura 43[a])[1]), et linea rationali est maior.[2])

Verbi gratia sit superficies *bg* a linea *ab* rationali et linea *ag*, que est binomium quartum, contenta: dico igitur, quod linea potens supra superficiem *bg* est maior, quod ita probatur. Reiterabo namque duas superficies



cum notis suis, et sit *ad* 6, et *dg* sit radix 12: erit ergo post divisionem linea *az* 3 et radix 6, et eius area 12 et radix 96; et *dz* 3 absque radice 6, et area eius

1) Euclides X, 43 (Campanus X, 45; Heibergius X, 51). Cfr. p. 333 not. 2.

2) Euclidis Campani X, 51 (Heibergii X, 57): *Si linea rationali binomioque quarto superficies contineatur, que in eam superficiem potest, est linea maior.*

12 absque radice 96[1]), et unaqueque duarum linearum *de*, *eg* est radix 3, et unaqueque duarum superficierum *te*, *kg* est radix 48 medialis, et superficies *bg* et *qmcn* sunt equales: ergo ⟨quadratum⟩ *qf* est [radix] 12 absque radice 96, et ⟨quadratum⟩ *fn* est [radix] 12 et radix 96, et coniunctio eorum est superficies ⟨*at*⟩; et linea *qf* est 12 absque radice 96 accepta residui radice, ⟨et linea *fn* est 12 et radix 96 radice eius, quod aggregatur, accepta, et *ad* est⟩ rationalis, et ⟨*qf*, *fn*⟩ continent superficiem, cuiuș area est radix 48, et hoc est terminus, id est diffinitio, maioris, et ipsa est potens supra *bg*, quod sic probatur. Disponam namque, quemadmodum disposui eam, que est ante istam. Sed *ag* est binomium quartum, et *az* seiungitur *zd* in longitudine, et *ah* seiungitur *hd*, et *ah* et *hd* sunt equales *ml*, *nl*: ergo *ml* seiungitur *nl*. Sed *ml*, *nl* sunt duo quadrata *qf*, *fn*: ergo quadratum *qf* seiungitur quadrato *fn*. Ergo *qf*, *fn* in potentia sunt incommunicantes. Et similiter monstratur, quod *qf* et *fn* continent medialem, que est superficies *qf* in *fn*. Sed *ad* est rationalis et communicat *ab* in longitudine, ergo *bd* est rationalis. Sed *bd* est equalis duobus quadratis *ml*, *ln*: ergo duo quadrata *ml*, *nl* coniuncta sunt rationale, ergo duo quadrata *qf*, *fn* coniuncta sunt rationale. Ergo *qf*, *fn* in potentia sunt incommunicantes et continentes mediale, et quadrata eorum coniuncta sunt rationale, ergo *qn* est maior, et ipsa est potens supra superficiem *bg*. Quod si longitudo superficiei esset residuum quartum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas; et illud est, quod demonstrare voluimus.

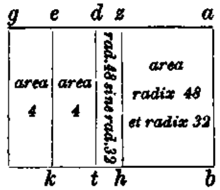
Linea potens supra omnem superficiem con-

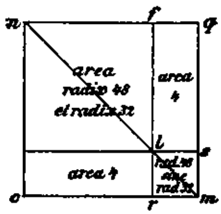
4—5. *Quia in Mscpto. duo verba* quadratum *desiderantur, scriptor addidit in margine:* „Per hoc vult intelligi duo quadrata earum".

1) Hic est aequatio: $x^2 + 3 = 6x$; ergo $x = 3 \pm \sqrt{6}$.

tentam a binomio quinto, (quod est ⟨figura⟩ 44ᵃ)[1]), et linea rationali est potens supra rationale et mediale.[2])

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que est *ab*, et binomio quinto, quod est *ag*: dico igitur, quod linea potens supra superficiem *bg* est potens supra rationale et mediale. Reiterabo igitur duas





figuras cum notis suis, existente *ab* 4, et *ad* radice 12, et *dg* 2. Erit ergo post divisionem *az* radix 3 et radix 2, et area superficiei ⟨*ah*⟩ radix 48 et radix 32; et erit *zd* radix 3 absque radice 2, et area superficiei ⟨*zt*⟩ radix 48 absque radice 32[3]); et erit unaqueque duarum linearum *qe*, ⟨*ed*⟩ unitas, et area cuiusque duarum superficierum ⟨*et*, *kg*⟩ quatuor. Propter hoc igitur erit *qf* radix 48 absque radice 32 accepta remanentis radice, et *fn* radix 48 et radix 32 coniunctorum accepta eorum radice; et earum coniunctio est radix 192 medialis; et continent superficiem rationalem, cuius area est 4: ergo *qf*, *fn* in potentia sunt incommunicantes et continentes rationalem, et quadrata ⟨coniuncta⟩ eorum sunt mediale:

1) Euclides X, 44 (Campanus X, 46; Heibergius X, 52). Cfr. p. 334 not. 1.

2) Euclidis Campani X, 52 (Heibergii X, 58): *Si fuerit superficies linea rationali atque binomio quinto contenta, quecunque in eam linea potest, potens in rationale et mediale esse ex necessitate convincitur.*

3) Habemus aequationem $x^2 + 1 = x\sqrt{12}$, quare
$$x = \tfrac{1}{2}\sqrt{12} \pm \sqrt{3 - 1} = \sqrt{3} \pm \sqrt{2}.$$

ergo qn potest supra rationale et mediale, quod sic probatur. Disponam enim, quemadmodum disposui eam, que est ante ipsam, et ostendam, quod qn potest supra bg, et quod qf, fn in potentia sunt incommunicantes, et quod dg communicat de in longitudine; et dg est rationalis et communicat ab in longitudine, et dk est rationalis et est equalis superficiei qf in fn: ergo superficies qf in fn est rationalis; et etiam ad est rationalis in potentia et seiuncta ab in longitudine. Ergo bd est medialis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis qf, fn coniunctis: ergo duo quadrata qf, fn coniuncta sunt mediale, ergo qf, fn in potentia sunt incommunicantes et continentes rationalem, et quadrata earum coniuncta sunt mediale. Ergo qn est potens supra rationale et mediale, et ipsa ⟨est⟩ potens supra superficiem bg. Quod si superficiei longi-
75 tudo fo|ret residuum quintum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a binomio sexto, (quod est figura 45^{a})[1]), et linea rationali est potens supra duo medialia.[2])

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea ab rationali et ag, que est binomium sextum: dico igitur, quod linea potens supra superficiem bg est potens supra duo medialia. Duas igitur figuras cum notis suas reiterabo, et sit ab 4, et ad radix 20, et gd radix 8; et az radix 5 et radix 3, et zd radix 5 absque radice 3[3]);

---

1. potest supra] potens sit. — 7. ergo superficies qf in fn *in margine leguntur*.

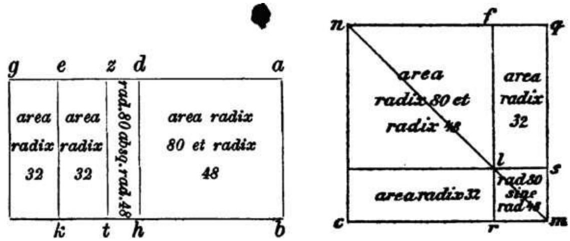
---

1) Euclides X, 45 (Campanus X, 46; Heibergius X, 52). Cfr. p. 343 not. 1.

2) Euclidis Campani X, 53 (Heibergii X, 59): *Si binomio sexto lineaque rationali superficies contineatur, linea, que in eam potest, in duo [in]medialia potens esse probatur.*

3) Aequatio est: $x^2 + 2 = x\sqrt{20}$, quare $x = \sqrt{5} \pm \sqrt{3}$.

et area superficiei ⟨ah⟩ sit radix 80 et radix 48, et superficies hz sit radix 80 absque radice 48, et unaqueque duarum linearum de, eg est sicut radix 2, et area cuiusque earum fit radix 32. Et qf, fn sint in potentia incommunicantes, et quadratum qf sit radix 80



absque radice 48, et ⟨quadratum⟩ fn sit radix 80 et radix 48, et aggregatum eorum sit radix 320, et contineant superficiem, cuius area sit radix 32, que est medialis: ergo qn est potens supra duo medialia, et ipsa potest supra bg, quod sic probatur. Disponam enim, sicut disposui, que ipsam precedit, et similiter ostendam, quod qn potest supra superficiem bg, et quod qf, fn in potentia sunt incommunicantes, et quod gd communicat de; et gd est rationalis in potentia et communicat ab in potentia, ⟨et⟩ zk est medialis, et ipsa est equalis superficiei qf in fn: ergo superficies qf in fn est medialis. Et etiam dg est rationalis in potentia et incommunicans rationali ab date, et ad seiungitur dg in longitudine: ergo at seiungitur tg; sed at est equalis duobus quadratis qf, fn coniunctis, et tg equatur duplo superficiei qf in fn: ergo duo quadrata qf, fn coniuncta sunt seiuncta duplo superficiei qf in fn. Ergo qf, fn in potentia sunt incommunicantes et continentes medialem, et quadrata earum coniuncta sunt mediale et incommunicant

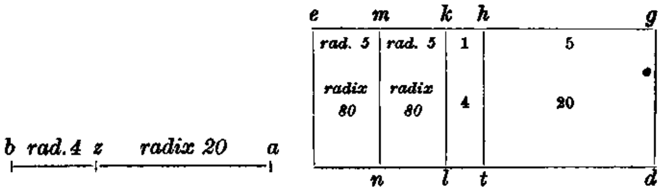
1—2. et superficies hz sit radix superficies hd sit radix 48 et superficies dh radix. — 15. zk] dk.

duplo superficiei unius earum in alteram: ergo *qn* est potens supra duo medialia, et ipsa est potens ⟨supra⟩ superficiem *bg*. Quod si longitudo superficiei foret residuum sextum, potens supra ipsam esset superfluum, quod est inter eas; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Cum ad lineam rationalem superficies equalis quadrato linee binomii adiungitur, latus secundum est binomium primum.[1])

Hec vero sex figure non indigent numeratione, id est regulis; sunt enim conversiones sex precedentium. Nos tamen apponemus numeros, qui sunt in illis figuris, ut sic sensibus subiaceat.

Verbi gratia sit linea *ab* binomium, et linea *gd* sit rationalis, ad quam adiuncta superficies *de* equalis quadrato *ab*, et fiat latus secundum *ge*: dico ⟨igitur⟩, quod *ge* est binomium primum, quod sic probatur. Dividam



enim *ab* in duo nomina supra *z*, et ponam superficiem *dh* equalem quadrato *az*, et superficiem *tk* equalem quadrato *zb*, et duplum superficiei *az* in *zb* sit superficies *le*. Dividam autem *ek* in duo media supra *m*, et protraham lineam *mn* equidistantem linee *dg*: superficies ergo *az* in *zb* est equalis superficiei *lm*, et duo quadrata *az*, *zb* coniuncta sunt rationale. Sed ipsa sunt equalia

21. linee *dg*] lineis.

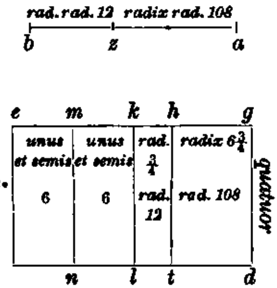
1) EUCLIDIS CAMPANI X, 54 (HEIBERGII X, 60): *Si linee rationali equum quadrato binomii rectangulum adiungatur, latus eius secundum binomium primum esse convenit.*

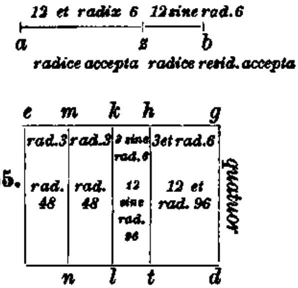
dk: ergo *dk* est rationalis. Ipsa vero est adiuncta ad *gd* rationalem, ergo *gk* est rationalis, et est adiuncta ad *gd* rationalem, et communicat *gd* in longitudine. Et etiam superficies *az* in *zb* est medialis, et duplum eius est mediale, et ipsum est equale *le*: ergo *le* est medialis. Sed *kl* est rationalis, ergo *ke* est rationalis in potentia et incommunicans *gd* in longitudine; et etiam quadrata *az*, *zb* coniuncta seiunguntur duplo superficiei *az* in *zb*, eo quod una earum est rationalis et altera surda, et ipsa etiam sunt maiora *el*, et *gl* seiungitur *le*: ergo *kt* seiungitur *le*: ergo *kg* et *ke* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo *ge* est binomium. Sed *gk* est maior *ke*, et quadratum *az* communicat quadrato *zb*, ergo superficies *gt* communicat superficiei *tk*, ergo *gh* communicat *hk* in longitudine. Proportio vero quadrati *az* ad superficiem *az* in *zb* est sicut proportio *az* ad *zb*, et proportio *az* ad *zb* est sicut proportio superficiei *az* in *zb* ad quadratum *zb*: ergo proportio quadrati *az* ad superficiem *az* in *zb* est sicut proportio superficiei *az* in *zb* ad quadratum *zb*. Sed quadratum *az* est equale superficiei *gt*, et superficies *az* in *zb* est equalis superficiei *kn*, et quadratum *zb* est equale superficiei *tk*: ergo proportio *gt* ad *lm* est sicut proportio *lm* ad *lh*. Sed proportio *gt* ad *lm* est sicut proportio *gh* ad *km*, et proportio *ml* ad *lh* est sicut proportio *mk* ad *kh*: ergo proportio *gh* ad *km* est sicut proportio *km* ad *kh*. Ergo superficies *gh* in *hk* est equalis quadrato *km*, ergo *gk*, *ke* sunt due linee diverse, et iam adiuncta est ad *kg* superficies equalis quarte quadrati *ke*, et minuitur superficies quadrata, et *gl* communicat *hk* in longitudine: ergo *gk* potest supra *ke* cum augmento quadrati, lateri cuius *gk* in longitudine communicat. Sed *gk* communicat *gd* in longitudine: ergo *ge* est binomium primum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

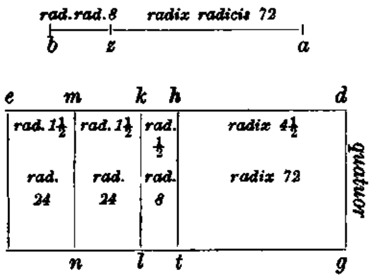
---

11. seiungitur *le*] seiungitur in longitudine. — 13. *az* communicat] *az* incomumicat.

In quinquagesimo quarto[1]) nihil mutatur. In quinquagesimo quinto[2]) quoque, et sexto[3]), et sep-

54. 

55. 

56. 

---

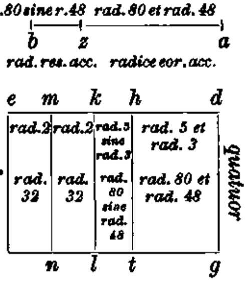
1) Euclides X, 54 (Campanus X, 55; Heibergius X, 61): *Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.*

2) Euclides X, 55 (Campanus X, 56; Heibergius X, 62): *Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis secundi, latus eius secundum binomium tercium esse necesse est.*

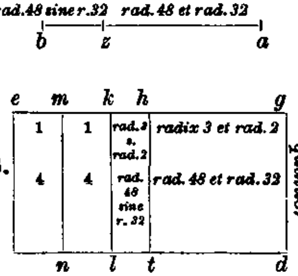
3) Euclides X, 56 (Campanus X, 57; Heibergius X, 63): *Si linee rationali equum quadratum linee maioris adiungatur, alterum se continentium laterum erit binomium quartum.*

timo[1]), et octavo[2]) nihil, nisi quod figure numeris hoc notantur modo.

57.



58.



In quinquagesimo nono[3]), et sexagesimo[4]), et sexagesimo primo[5]), et secundo[6]), et tercio[7]) nihil

---

1) Euclides X, 57 (Campanus X, 58; Heibergius X, 64): *Si linee rationali quadrato linee potentis supra rationale et mediale equalis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.*

2) Euclides X, 58 (Campanus X, 59; Heibergius X, 65): *Quotiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundum binomium sextum esse convincitur.*

3) Euclides X, 59 (Campanus X, 60; Heibergius X, 66): *Omnis linea cuiuslibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.*

4) Euclides X, 60 (Campanus X, 61; Heibergius X, 67): *Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate convincitur.*

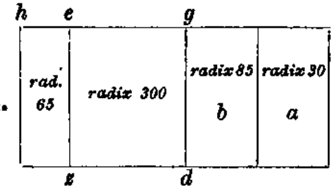
5) Euclides X, 61 (Campanus X, 62; Heibergius X, 68): *Omnis linea communicans linee maiori est linea maior.*

6) Euclides X, 62 (Campanus X, 63; Heibergius X, 69): *Si qua linea linee potenti in rationale et mediale communicet, in rationale et mediale potens esse comprobatur.*

7) Euclides X, 63 (Campanus X, 64; Heibergius X, 70): *Omnis linea communicans potenti in duo medialia ipsa quoque potens est in duo medialia.*

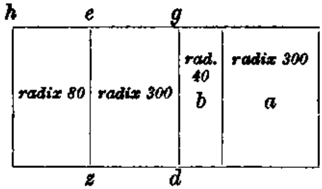
mutatur; in sexagesimo quarto[1]) vero solum additur, quod dicitur in principio probationis, quod linea *gd* rationalis sit, et figura hoc modo insignitur:

64.



In sexagesimo quinto quoque[2]) nihil mutatur, nisi quod figura numeris insignitur hoc modo:

65.



Linee binomii et linearum surdarum, que eam sequuntur, que sunt bimedium primum, et secundum, et maior, et potens supra rationale et mediale, et potens supra duo medialia, nulla ⟨est⟩, que sit a termino medialis, neque est aliqua earum, que termino alterius, neque in eius ordine[3]), quod sic probatur. Cum enim superficies equalis quadrato mediali ad linee rationalis longitudinem adiungatur, tunc latus eius secundum est rationale in potentia. Nam cum superficies

2—3. vero tamen solum. — 11. quod] quia.

1) Euclides X, 64 (Campanus X, 65; Heibergius X, 71): *Si due superficies, quarum altera rationalis altera vero medialis, coniungantur, linea potens in totam superficiem inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium linearum, videlicet aut binomium, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale et mediale.*

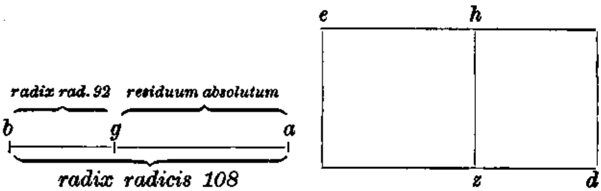
2) Euclides X, 65 (Campanus X, 66; Heibergius X, 72): *Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles, linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum, videlicet aut bimediale secundum, aut potens in duo medialia.*

3) Euclidis Campani X, 67 (Heibergii p. 222/223, l. 9 sq.): *Cum posita fuerit linea binomialis cetereque irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.*

equalis quadrato binomii adiungitur ad lineam rationalem, fit latus eius secundum binomium primum, et similiter, cum superficies equalis quadratis surdarum, que sequuntur binomium, ad longitudinem linee rationalis adiungantur, fit latus secundum cuiusque illarum superficierum, secundum quod prediximus in precedentibus, diversum lateri secundo eius, que equatur quadrato illius, et diversificantur adiuncte, sicut | secunde diversificantur, cum secundum 76
continuitatem adiunguntur linea quoque binomia prima, et secunda, et tercia, et quarta, et quinta, et sexta, et linee secunde, que eas sequuntur in termino medialis, neque alie in termino aliarum; et illud est, quod demonstrare voluimus. (Terminus hic ubilibet intelligitur diffinitio.)

Cum ex linea separatur linea, que in potentia tantum sint rationales et communicantes, linea remanens est surda, et dicitur residuum absolutum.[1])

Iam ostendimus in precedentibus figuris exempla, que significant separationem. Nos tamen in locis suis



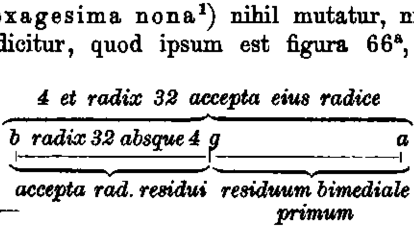
demonstrabimus illum. Huius vero residui est paratio ex binomio absoluto. Iam premisimus in antecedentibus, quomodo computatur unumquodque residuorum et illud

16. rationalis. — 21. residuum.

1) Euclidis Campani X, 68 (Heibergii X, 73): *Si linea de linea abscindatur, fuerintque ambe potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum.*

est, diminue duo supplementa ex duobus quadratis, et accipe, quod remanet, secundum quod est in figura. Huius vero figure exemplum est, ut linea sit *bg* ex linea *ab* separata, et *ab* et *bg* sint in potentia tantum rationales et communicantes: dico igitur, quod linea *ag* remanens est surda, et ipsa dicitur residuum absolutum, quod sic probatur. Ponam enim, ut sit superficies *de* equalis duobus quadratis *ab* et *bg*, et duplum *ab* in *bg* sit equale superficiei *ez*: restat ergo, ut quadratum *ag* sit equale superficiei *dh*. Ergo duo quadrata *ab*, *bg* coniuncta sunt rationale in potentia tantum, sed superficies *ab* in *bg* est medialis, et duplum eius est mediale, quoniam communicat ei, ergo *ez* est medialis. Sed *de* est rationalis, ergo *de* seiungitur *ez*. Et cum permutaverimus, fit *de* seiuncta *dh*. Sed *de* est rationalis, ergo *dh* est surda. Sed potens supra ipsam est *ag*: ergo *ag* est surda, et vocatur residuum absolutum; et illud est, quod demonstrare voluimus. Sit etiam eius probatio. Quia enim *ab* et *bg* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo superficies *ab* in *bg* est medialis, et duplum eius est mediale, quoniam ei communicat; et duo quadrata *ab* et *bg* coniuncta sunt rationale et incommunicantia duplo *ab* in *bg*; et cum permutaverimus, duo quadrata *ab* et *bg* coniuncta sunt rationale: ergo quadratum *gd* est surdum et vocatur residuum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In sexagesima nona[1]) nihil mutatur, nisi quod in principio dicitur, quod ipsum est figura 66ª, et in fine



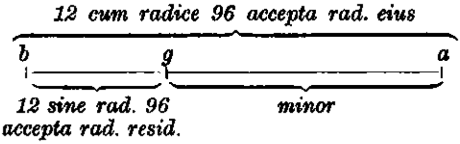
13. eis.

1) EUCLIDES X, 69 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 74): *Si fuerit linea de linea abscisa, fuerintque ambe mediales potentia-*

dicitur, quod ipsum est superfluum longioris sectionis bimedii primi super breviorem, et figura his numeris insignitur.

In septuagesima[1]) nihil additur vel mutatur, nisi quod in fine dicitur, quod ipsum est superfluum longioris sectionis super breviorem, et propter hoc, quod due linee *dz*, *zh* in potentia sunt rationales et communicantes, et si separata fuerit ⟨una⟩ earum ex altera, fuerit remanens, que est linea *dh* surda, secundum quod in punctis figure residuorum precessit.

Similiter in septuagesima prima[2]) nihil mutatur, ⟨nisi⟩ quod in fine dicitur, quod ipsa est superfluum longioris sectionis super sectionem breviorem, et figura his numeris insignitur:



In septuagesima secunda[3]) vero nihil mutatur omnino.

In septuagesima tercia[4]) nihil mutatur.

---

liter tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum mediale primum.

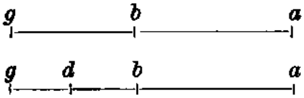
1) Euclides X, 70 (Campanus idem; Heibergius X, 75): *Si linea de linea secetur, fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continenturque mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum mediale secundum.*

2) Euclides X, 71 (Campanus idem; Heibergius X, 76): *Si linea de linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles continentesque mediale, quadrataque earum ambo pariter accepta rationale, reliqua linea erit irrationalis, vocaturque minor.*

3) Euclides X, 72 (Campanus idem; Heibergius X, 77): *Si linea de linea dematur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.*

4) Euclides X, 73 (Campanus idem; Heibergius X, 78): *Si linea a linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quadrataque earum*

Linee residue ex binomio, que est figura 68[a])[1]), non coniungitur nisi linea una tantum, donec fiant in termino earum ante separationem.[2])



Verbi gratia sit residuum linea *ab*, cui coniuncta sit linea *bg*, et sint *ag* et *gb* in termino earum ante separationem: dico igitur, quod non coniungitur linee *ab* linea alia in termino *ag*, *gb*, quod sic probatur. Non enim est possibile aliter esse, et premonstrabo illud. Quod si possibile fuerit, iungatur cum ea linea alia, que sit *bd*. Ergo augmentum duorum quadratorum *ag*, *gb* coniunctorum supra duplum superficiei *ag* in *gb* est equale augmento duorum quadratorum *ad*, *db* coniunctorum supra duplum *ad* in *db*. Et cum permutaverimus, erit augmentum duorum quadratorum *ag* et *gb* coniunctorum supra duo quadrata *ad*, *db* coniuncta equale augmento dupli *ag* in *gb* supra duplum *ad* in *db*. Sed augmentum duorum quadratorum *ag*, *gb* coniunctorum supra duo quadrata *ad*, *db* coniuncta est rationale, quoniam ipse simul sunt rationalia: ergo augmentum dupli *ag* in *gb* supra duplum *ad* in *db* est rationale, quod est contrarium, quoniam unumquodque eorum est mediale. Non ⟨ergo⟩ coniungitur cum linea surda nisi una tantum, donec fiant in termino earum ante separationem; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In septuagesima quinta[3]) nihil additur nec mu-

---

ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

1) Conferas p. 360 not. 1.

2) Euclidis Campani X, 74 (Heibergii X, 79): *Nulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest, ut sint ambe sub termino earum, que erunt ante separationem.*

3) Euclides X, 75 (Campanus idem; Heibergius X, 80): *Nulla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambo sub termino earum, que erant ante separationem.*

tatur, nisi quod in principio dicitur, quod est figura 66^a, et figura notatur his numeris.

In septuagesima sexta[1]) nihil additur nec mutatur, nisi quod linea his numeris notatur. Figura vero quadrata non mutatur.

In septuagesima septima[2]) nihil omnino mutatur.

In septuagesima inde octavo[3]) nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur.

In septuagesima similiter nona[4]) nihil mutatur, nisi quod linea notatur his numeris, superficies vero quadrata non mutatur.

Volo diffinire residua sex.

Dico quod sex residua binomiorum sunt illa, que prediximus, ad quorum intentionem paravimus. Nobis tamen non est necesse referre ea, que GEOMETER in principio 80^e figure de residuorum habitudine dixit, propter hoc, quod iam ostendimus de expositione binomiorum. Sed quia noluimus, ne ex figuris quid mutetur ab eo, in quo sint, referam illud, quod GEOMETER dixit, qui sic inquit:[5])

Cum posita fuerint due linee, quarum una sit rationalis et altera residuum binomii, postea iungatur cum

22. binomium.

1) EUCLIDES X, 76 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 81): *Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est, ut sub termino earum fiant, nisi tantum, que ab ea ante separata erat.*

2) EUCLIDES X, 77 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 82): *Nulla linea minori coniungibilis est, ut sub termino suo fiant, nisi tantum, que ante sibi abscisionem coniungebantur.*

3) EUCLIDES X, 78 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 83): *Linea, que coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest, ut sub earum termino fiant.*

4) EUCLIDES X, 79 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 84): *Linee, que iuncta cum mediali facit totum mediale, nisi una linea tantum iungi nequit, ut sub earum termino fiant, que erant ante separationem.* Figurae cum numeris in hoc et praecedentibus theorematibus in Manuscripto desiderantur.

5) *„Definitiones tertiae“* (CAMPANUS fol. 1^{v}_{5}, l. 18 sq.; HEIBERGIUS p. 254/255, l. 7 sq.).

residuo binomii linea, et fuerit tota illa potens supra residuum cum augmento quadrati, lateri cuius in longitudine communicat, deinde tota fuerit communicans linee date rationali in longitudine, vocatur tunc residuum primum. (Per „totam" intelligit lineam primam ex binomio ⟨et coniunctam⟩, et coniuncta cum residuo est linea surda duarum linearum binomii, donec una earum sit excepta ab altera.)

Et si coniuncta, scilicet lineâ surdâ, *fuerit communicans rationali in longitudine, vocetur tunc residuum ⟨secundum;*

Et si queque illorum fuerit incommunicans rationali date in longitudine, vocetur tunc residuum tercium;

Et si tota fuerit potens super coniunctam cum augmento quadrati, lateri cuius seiuncta est in longitudine, deinde tota fuerit communicans linee date rationali in longitudine, vocetur tunc residuum⟩[1]) *quartum;*

Et si coniuncta fuerit communicans linee rationali ⟨date⟩ in longitudine, vocetur tunc residuum quintum;

Et si queque illarum fuerit incommunicans rationali date in longitudine, vocetur tunc residuum sextum.

Volo reperire residuum primi binomii.[2])

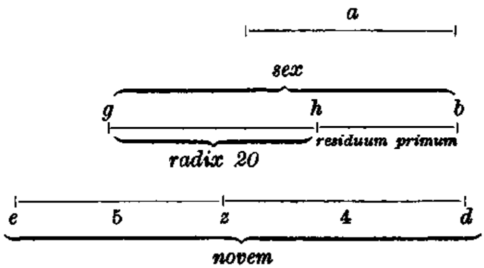
Duas igitur lineas rationales et communicantes in longitudine signabo, ⟨que sint⟩ a et bg, et ponam, ut bg sit 6 ex numeris. Duos quoque numeros ed, dz quadratos signabo, que sint 9 et 4, et non sit superfluum eorum quadratus, quod est ze, et ponam ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati ⟨bg⟩ ad quadratum
77 gh, secundum quod | ostendimus in numeratione binomiorum, et nos iterabimus numerationem in hac una

7. binomium.

1) Lacunam textus ex Campano, Heibergio et verbis Anaritii ipsis supplere conatus sum.

2) Euclidis Campani X, 80 (Heibergii X, 85): *Residuum primum investigare.*

figura. Multiplicabo igitur quadratum *bg*, quod est 36, in superfluum quod est inter duos quadratos, quod est 5, et erit 180. Dividam ergo illum per 9, et erit 20. Et



quia proportio *de* ad *ez* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, etiam proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh* ⟨non⟩ est proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *bg* communicat *gh* in potentia. Sed *gb* est rationalis in longitudine, et *gh* est rationalis in potentia, et sunt incommunicantes in longitudine: ergo *bg*, *gh* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo *bh* est residuum, et iunctum cum eo est *gh*. Ostendam autem, sicut ostendi in binomiis, quod *bg* potest supra *gh* cum ⟨augmento⟩ quadrati, cuius lateri in longitudine communicat, et *bg* communicat ⟨linee⟩ rationali date in longitudine, quod est ideo, quoniam quadratum *bg* est 36, et quadratum *gh* est 20: ergo quadratum *bg* addit supra quadratum *gh* 16, qui est numerus quadratus, cuius lateri communicat in longitudine. Ergo *bh* est residuum primum; et illud est, quod demonstrare voluimus. —

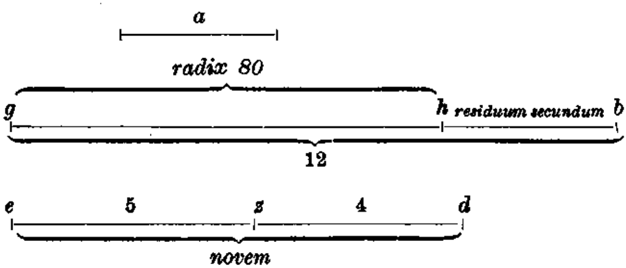
Volo invenire residuum secundum ⟨binomii⟩.[1])

Duas igitur lineas rationales in longitudine et communicantes, *a* et *bg*, signabo, que sit 12 ex numeris.

---

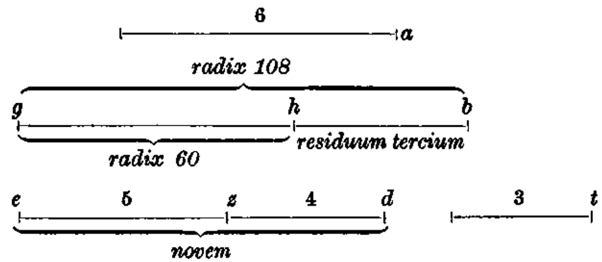
1) Euclidis Campani X, 81 (Heibergii X, 86): ***Residuum secundum patefacere.***

Et signabo duos numeros quadratos, et non sit superfluum eorum quadratus, que sint *de*, *dz*, et eorum superfluum est *ez*; et ponam, ut sit proportio *de* ad *ez* sicut



proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*; et similiter ostendam, quod *bh* est residuum, et quod *bg* potest supra *gh* cum augmento quadrati, cuius lateri communicat in longitudine, et *gh* communicat *a* rationali date in longitudine: ergo *bh* est residuum secundum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Volo invenire residuum tertium binomii.[1])



Ponam itaque lineam *a* rationalem et duos numeros quadratos, quorum superfluum non sit quadratus, qui sint

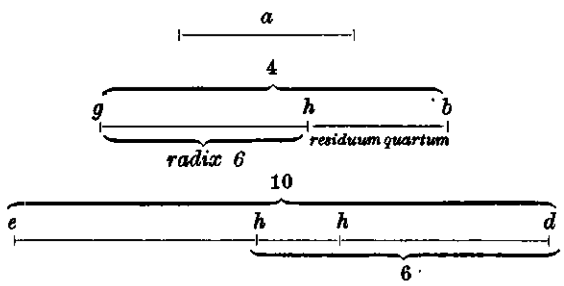
2. que sint] qm̃ sint.

1) Euclidis Campani X, 82 (Heibergii X, 87): *Residuum tertium perscrutari.*

ad, *dz*, et eorum superfluum sit *ez*; et ponam numerum alium, qui sit *t*, cuius proportio ad unumquemque duorum numerorum *de*, *ez* non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, secundum quod in binomio tercio descripsimus; et ponam, ut sit proportio *de* ad *t* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *a*, et proportio *t* ad *ze* sicut proportio ⟨quadrati⟩ *a* ad quadratum *gh*; et ostendam, quod *bh* est residuum, et *bg* potest supra *gh* cum augmento quadrati, cuius lateri communicat in longitudine, et unaqueque duarum linearum *bg*, *gh* seiungitur rationali date in longitudine: ergo *bh* est residuum tercium; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Volo invenire residuum quartum binomii.[1])

Ponam itaque duas lineas rationales et communicantes in longitudine, *a* et *bg*, et duos numeros, quorum nullius proportio ad summam eorum sit sicut proportio

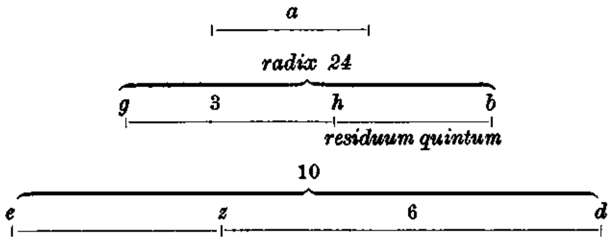


numeri quadrati ad numerum quadratum, qui sint *de*, *eh*; et similiter ostendam, sicut ostendi, quod *bh* est residuum, et *bg* potest supra *gh* cum ⟨augmento⟩ quadrati, lateri cuius in longitudine incommunicat, et *bg* communicat *a* rationali date in longitudine: ergo *bh* est residuum quartum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

1) Euclidis Campani X, 83 (Heibergii X, 88): *Residuum quartum invenire.*

Volo invenire residuum quintum binomii.[1])

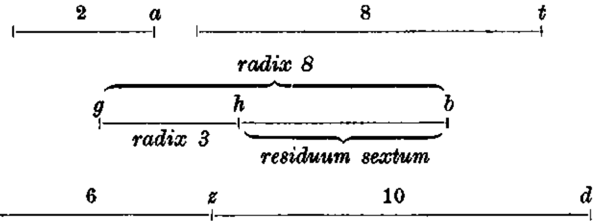
Itaque signabo duas lineas rationales ⟨et⟩ communicantes in longitudine, *a* et *bg*, et duos numeros, quos in



residuo tercio descripsimus, et sit proportio *de* ad *ez* sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*; et ostendam, sicut ostendi, quod *bh* est residuum quintum, et illud est, quod demonstrare voluimus.

Volo reperire residuum sextum binomii.[2])

Dabo igitur lineam rationalem et duos numeros, quos in tercio residuo signavimus, qui sint *ze*, *zd*, et



non sit proportio *de* ad unumquemque duorum numerorum *dz*, *ze* sicut proportio numeri quadrati ad numerum

3—4. in binomio residuo. — 10. quos] quo. — tercio residuo] 24°.

1) Euclidis Campani X, 84 (Heibergii X, 89): *Residuum quintum demonstrare.*

2) Euclidis Campani X, 85 (Heibergii X, 90): *Residuum sextum demum presto sit reperire.*

quadratum; et ponam etiam ⟨numerum tercium⟩, qui sit *t*, cuius proportio ad unumquemque duorum numerorum *de*, *ez* non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et proportio *de* ad *t* sit sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *a*, et proportio *t* ad *ez* sit sicut proportio quadrati *a* ad quadratum *gh*. Ergo proportio *de* ad *ez* est sicut proportio quadrati *bg* ad quadratum *gh*: ergo *bh* est residuum. Et *bg* potest supra *gh* cum augmento quadrati, cuius lateri *bg* in longitudine seiungitur, et unaqueque duarum linearum *bg*, *gh* seiungitur linee *a* rationali date in longitudine: ergo *bh* est residuum sextum; ⟨et illud est, quod demonstrare voluimus⟩.

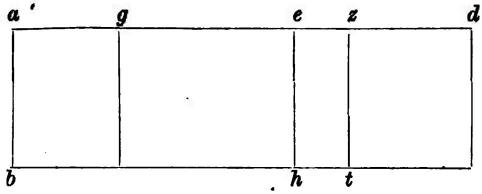
Volo invenire radices superficierum, que continentur a linea rationali et ab unoquoque sex residuorum.

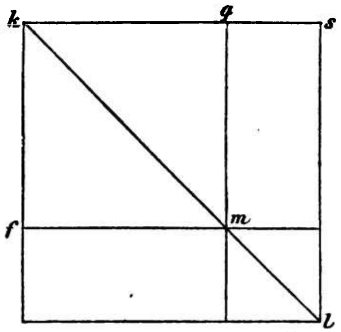
Hanc itaque figuram ponam exemplum additum supra illum, quod in principiis exemplificavimus. Sitque linea rationalis una, quatinus numeri manifestius sensibus subiaciantur. Ipsam quoque rationalem in sex superficiebus ponam quatuor, secundum quod feci in superficiebus precedentibus.

Sit ergo superficies *bg* ⟨contenta⟩ a linea rationali, que sit *ab*, et residuo primo, que sit 6 absque radice 32, quod est linea *ag*: dico igitur, quod linea, que potest supra *bg*, est residuum, scilicet absolutum, quod sic probatur. Faciam enim ut *ad* sit 6, et ⟨*dg*⟩ radix 32, et dividam *gd* in duo media supra *e*, et adiungam ad *ad* superficiem equalem quarte quadrati *ed*, quod est 8, que est superficies *az* in *zd* et minuetur ex *ad* quadratum, quod est, ut multiplicem 6 in 6, et fiunt 36, ex quo minuantur 32, et remanent 4 unitates. Deinde accipiam radicem eius, que est 2, quam addam supra 6, et fiet 8, cuius accipiam medietatem, que est 4, et illud erit una duarum sectionum, que est *az*, et sectio altera erit 2, que est *zd*, et complebo descriptionem figure. Est ergo

14. et ab unoquoque] a binomio.

superficies *at* 4, et superficies ⟨*td*⟩ 2, et unaqueque duarum superficierum *gh*, *hd* est ⟨radix⟩ 32, quoniam *ge* et *ed* est radix 8, et simul ipse duo radices 32. Post hoc faciam quadratum *kl* equale *bz*, et erit 4, et permutabo superficiem *td* in quadratum, et complebo descriptionem figure. Est ergo superficies *at* 4, et superficies ⟨*td*⟩ 2, et unaqueque duarum superficierum *gh*, *hd* est ⟨radix⟩ 32, quoniam *ge*, et *ed* est radix 8: erit ergo *km* superficies quadrata equalis superficiei *be*, sed *te* est equalis multiplicationi radicis duorum in se et equalis multiplicationi 6 in 2, que est radix superficiei *bz* duabus vicibus. Est ergo *ks* duo, quoniam est radix 4, et *sq* est radix 2: ergo *kq* est potens supra superficiem, que est 2 et radix 2, et hoc quodlibet est descriptio sex reliquarum superficierum.

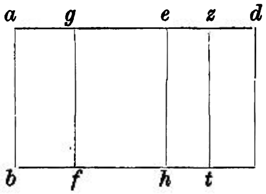


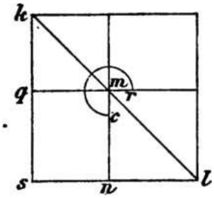


Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo primo est residuum.[1])

1) Euclidis Campani X, 86 (Heibergii X, 91): *Si fuerit superficies linea rationali atque residuo primo contenta latus eius tetra-*

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que sit *ab*, quam ponam in hac et sequentibus superficiebus 4 ex numeris, et residuo primo, que sit *ag*: dico igitur, quod linea potens supra *bg* | est residuum, 78
quod sic probatur. Coniungo enim cum linea *ag* lineam





gd et fiant *ad* et *dg* in termino earum ante separationem, et complebo superficiem *bd*, et dividam lineam *gd* supra *e* in duo media, et adiungam ad *ad* superficiem equalem quadrato *ed*, que sit *az* in *zd*, et minuatur ex *ad* quadratum: ergo *az* communicat *zd* in longitudine. Et producam ab *e* et *z* duas lineas equidistantes *ab*, que sint *eh*, *zt*; et faciam superficiem quadratam equalem superficiei *bz*, que sit *kl*, et separabo ex ea *km* equale *bd* super diametrum *kl* et complebo descriptionem figure. Erunt ergo linee et superficies in duabus figuris similes secundum quod narrabo, scilicet linea *ad* erit 6, et *gd* erit radix 20, et *az* 5, et superficies *at* erit 20, et linea *zd* erit unum, et superficies *td* 4, et unaqueque duarum linearum *ge* et *ed* radix 5, et unaqueque duarum super-

---

Ad totam paragraphum praecedentem in margine additur: Illa ostendit ST'IUS, quod linea, que potest supra superficiem, que continetur a linea rationali et binomio primo est binomium absolutum, cum docuit invenire radices superficierum, que continentur a linea rationali et ab unoquoque binomiorum. *Quis sit ille* ST'IUS, *nescio.*

---

gonicum necesse est esse residuum. Quae antecedit demonstratio interpolata esse mihi videtur.

ficierum gh et hd radix 80: ergo area totius superficiei est 24. In superficie vero quadrata fit linea sk equalis radici superficiei at, et qk fit equalis radici superficiei td, et superficies kn equalis superficiei gh, et superficies km fit equalis superficiei td, et quadratum ml fit equale superficiei bg, et area quadrati nl fit 24 absque radice 320. Radix ergo eius, que est linea sq, et est radix 20 absque duobus[1]), potest supra superficiem bg, et est residuum; et hoc quidem occurrit in omnibus figuris sex quadratorum. Reiterabo autem declarationem probationis supra hoc. Superficies quidem az in zd est equalis quadrato ed: ergo proportio az ad ed est sicut proportio ed ad dz, ergo proportio superficiei bz ad superficiem dh est sicut proportio superficiei dh ad superficiem dt. Ergo inter bz et dt est superficies secundum proportionem earum, que est dh: dico igitur, quod inter kl et km, superficies quadratas, est etiam superficies secundum proportionem earum, que est kn, quoniam bz, dt sunt equales kl, km, et dh est equalis kn. Sed df est dupla dh, et gnomo cmr et quadratum $\langle mk \rangle$ simul sunt duplum kn; ergo df equatur gnomoni cmr et quadrato mk simul. Quadratum autem km est equale superficiei td, remanet ergo bz equalis gnomoni. Erit ergo quadratum sq equale superficiei bg, ergo sq potest supra bg. Sed az communicat zd in longitudine, et ad communicat unicuique duarum linearum az, zd in longitudine, et ad est rationalis et est communicans ab in longitudine, ergo unaqueque duarum linearum az, zd est rationalis et est communicans ab in longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum bz, dt est rationalis. Sed ipse sunt equales kl, km, et kl, km sunt duo quadrata ks, kq: ergo duo quadrata ks, kq sunt rationalia et communicantia. Sed

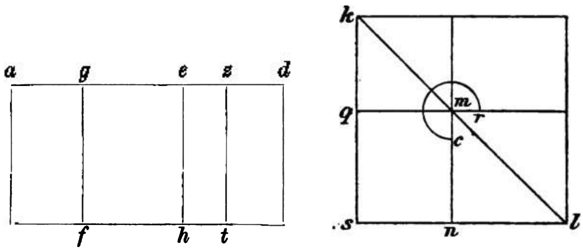
12. ergo] sed. — 16. quod proportio inter. — 20. gnomo cmr] gnomo erit. — 21. df] fz. — gnomoni erit.

1) Est enim $(\sqrt{20} - 2)^2 = 24 - \sqrt{320}$.

ad incommunicat *dg* in longitudine, quoniam *ad* est rationalis et ⟨*dg* est surda⟩, et *ad* communicat *dz*, et *gd* communicat *de*: ergo *de* seiungitur *dz* in longitudine, ergo *dh* seiungitur *dt*. Sed *dh* et *dt* sunt equales *kn*, *km*: ergo *kn* seiungitur *km*, ergo *ks* seiungitur *kq* in longitudine. Sed ipse sunt in potentia rationales et communicantes: ergo *sq* est residuum, et ipsa est potens supra superficiem *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo secundo est residuum bimediale primum.[1])

Reiterabo igitur duas superficies, que sunt in figura prima cum notis suis, sitque *ad* radix 12 et linea *gd* sit 3 ex numeris, et *az* sit radix sex et semis et quarte, et superficies *at* sit radix 108, et linea *zd* sit radix medii et quarte, et superficies *td* sit radix 12, et una-



queque duarum linearum *ge*, *ed* sit unum et semis, et unaqueque duarum superficierum *gh*, *hd* sit 6 ex numeris, et area superficiei ⟨*bd*⟩ sit radix 192. Et permutabo numeros ad superficiem quadratam, secundum quod permutavimus in prima. Fit itaque area quadrati radix 108. Hoc autem probatur hoc modo. Disponam enim, quem-

1) Euclidis Campani X, 87 (Heibergii X, 92): *Si superficies aliqua linea rationali residuoque secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.*

admodum disposui eam, que ante ipsam, et similiter ostendam, quod *sq* potest supra *bg*, et *ad* communicat unicuique duarum linearum *az*, *zd* in longitudine, et *ad* seiungitur *ab* in longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum *bz*, *dt* est medialis, et ipse sunt communicantes et equales unicuique duorum quadratorum *km*, *kl*, ergo *kl*, *km* mediales sunt. Ergo duo quadrata *ks*, *kq* sunt medialia et communicantia. Et similiter ostendam, quod *ks* seiungitur *kq* in longitudine: ergo *kq*, *ks* sunt mediales et in potentia tantum communicantes. Et etiam *gd* communicat *de* in longitudine; sed *gd* est rationalis et communicat *ab* in longitudine: ergo *de* est rationalis et communicat *ab* in longitudine; ergo *dt* est rationalis. Sed ipsa est equalis *kn*, et est superficies *ks* in *kq*: ergo superficies *ks* in *kq* est rationalis. Ergo *sq* est residuum ⟨bimediale⟩ primum, et ipsa est potens supra superficiem *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

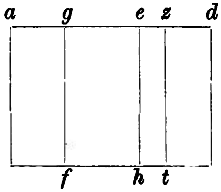
Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo tercio est residuum bimediale secundum.[1])

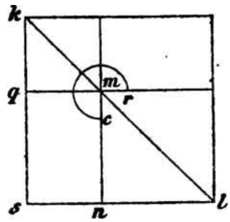
Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que est *ab*, et residuo tercio, quod est *ag*: dico igitur, quod linea potens supra *bg* est residuum bimediale secundum, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis, et sit *ad* radix 8 et *dg* radix 6, et *az* radix 4 et semis, et superficies *at* sit radix 72 medialis, et linea *dz* sit radix medietatis unius, et superficies *td* sit radix 8 medialis, et unaqueque duarum linearum *gd* et *de* sit radix unius et medii, et unaqueque duarum superficierum *gh*, *hd* sit radix 24 medialis, et area earum sit radix 96 ⟨medialis⟩, et area superficiei

7. *ks, sq.* — 22. que est *ag.* — 31. superficiei medialis. *An* totalis?

1) Euclidis Campani X, 88 (Heibergii X, 93): *Si linea rationali residuoque tercio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.*

sit radix 72. Et disponam, quemadmodum disposui illam, que est ante ipsam, et ostendam, quod *sq* potest supra *bg*, et quod *ks*, *kq* sunt mediales et in potentia tantum





communicantes; et quod *gd* communicat *de* in longitudine, et *gd* ⟨est⟩ in potentia tantum rationalis, et *gd* seiungitur *ab* in longitudine, et *ed* est rationalis in potentia et seiuncta *ab* in longitudine: ergo *dh* est medialis. Sed *dh* est equalis superficiei *kq* in *ks*, ergo superficies *ks* in *kq* est medialis. Ergo *sq* est residuum bimediale secundum, et ipsa potest supra superficiem *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

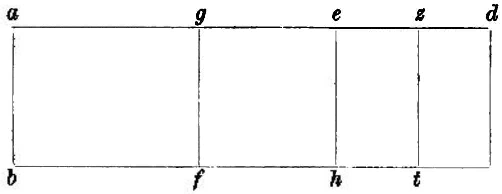
Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo quarto est minor.[1])

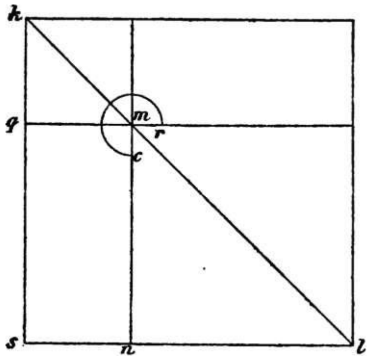
Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali que | sit *ab*, et residuo quarto, que sit *ga*: dico 79
igitur, quod linea potens supra *bg* est minor, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis, et sit *ad* 6 ex numeris, et *gd* sit radix 12, et *az* sit 3 et radix 6, et superficies *at* sit 48 et radix 96, et linea *dz* sit 3 absque radice 6, et superficies *td* sit 48 sine radice 96, ergo unaqueque duarum linearum *ge*, *ed* est

19. sit radix 12] sit *az*. — 20. sit 48] sit *az*.

1) Euclidis Campani X, 89 (Heibergii X, 94): *Si fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.*

radix 3, et unaqueque duarum superficierum *gh*, *hd* est radix 48 medialis, et area totius superficiei est 24; et area quadrati est 12 et radix 96. Hoc vero ita probatur. Disponam enim, sicut disposui illam, que est ante istam. Ergo manifestum est, quod *sq* potest supra *bg*. Sed *ag* est residuum quartum, ergo *az* seiungitur *zd* in longitudine, et *bz* seiungitur *td*, et ipse sunt equales duobus quadratis *ks*, *kq*: ergo quadratum *ks* seiungitur quadrato *kq*, ergo *ks*, *kq* in potentia sunt incommunicantes. Sed *gd* communicat *de* in longitudine, et *gd* est rationalis in potentia et incommunicans *ab* in longitudine: ergo *de* est rationalis in potentia et incommunicans *ab* in longitudine, ergo *dh* est medialis. Sed ipsa est equalis superficiei *ks* in *kq*: ergo superficies *ks* in *kq* est medialis. Sed *ad* est rationalis, quoniam ipsa est longior sectio, et communicat *ab* in longitudine: ergo *bd* est rationalis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis *ks*, *kq* coniunctis: ergo duo quadrata *ks*, *kq* coniuncta sunt



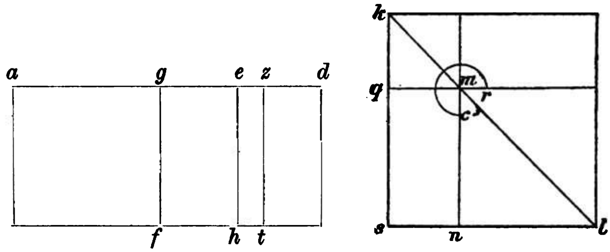


12. *td*] *ed*.

rationale. Ergo *sq* est minor, et ipsa potest supra *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo quinto est coniunctum cum rationali faciens totum mediale.[1])

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que est *ab*, et residuo quinto, quod est *ag*: dico igitur, quod linea potens supra *bg* est coniunctum cum rationali faciens totum mediale, quod ita probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis. Sit itaque *ad* radix 12, et *gd* 2, et *az* sit radix 3 et radix 2, et



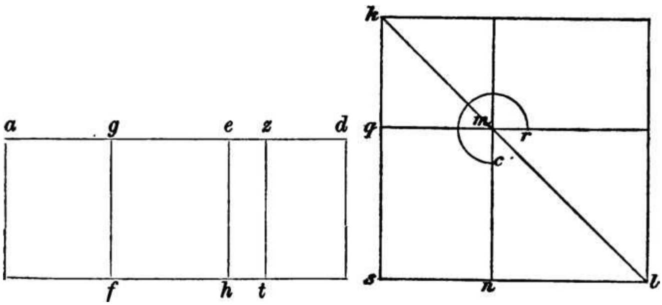
superficies *at* sit radix 48 et radix 32, et linea *dz* sit radix 3 absque radice 2, et superficies *td* sit radix 48 diminuta radice 32. Unaqueque igitur duarum superficierum *gh*, *hd* est 4, et tocius superficiei area est radix 92 et ⟨area quadrati est⟩ 8, et unaqueque duarum linearum *ge*, *ed* est unum, et area quadrati ⟨*kl*⟩ est radix 48 et radix 32. Demonstrabo igitur, ut ostendi in ea, que ipsam precedit, quod *sq* est potens supra *bg*, et quod *ks*, *kq* in potentia sunt incommunicantes. Sed *gd* communicat *de* in longitudine, et *gd* est rationalis et communicat *ab* in longitudine: ergo *de* est rationalis, et *dh* est rationalis. Sed ipsa est equalis superficiei *ks* in *kq*:

1) Euclidis Campani X, 90 (Heibergii X, 95): *Si fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta, latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.*

ergo ⟨superficies⟩ *ks* in *kq* est rationalis. Et etiam *ad* est rationalis in potentia et seiungitur *ab* in longitudine: ergo *bd* est medialis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis *ks*, *kq* coniunctis: ergo duo quadrata *ks*, *kq* coniuncta sunt mediale. Ergo *sq* est id, quod iunctum cum rationali facit totum mediale, et ipsa potest supra *bg*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Linea supra superficiem a linea rationali contentam et residuo sexto potens est id, quod cum mediali iunctum facit totum mediale.[1])

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta a linea rationali, que est *ab*, et residuo sexto, quod sit *ag*: dico igitur, quod linea potens supra *bg* est id, quod cum



mediali iunctum facit totum mediale, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis. Sit ergo *ad* radix 20, et *gd* sit radix 8; et *az* sit radix 5 et radix 3, et superficies *at* sit radix 80 et radix 48; et linea *dz* sit radix 5 absque radice 3, et superficies *td*

16. et *az*] et *ad*.

1) Euclidis Campani X, 91 (Heibergii X, 96): *Si linea rationali residuoque sexto superficies contineatur, latus tetragonicum, quod super eam potest, cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.*

sit radix 80 absque radice 48, et unaqueque duarum linearum ge et ed sit radix 2, et unaqueque duarum superficierum ⟨gh, hd⟩ sit radix 32, et area superficiei sit radix 180, et area quadrati sit radix 80 et radix 48. Et disponam quemadmodum disposui eam, que est ante ipsam. Est ergo sq potens supra bg; et ks, kq in potentia sunt incommunicantes, et duo quadrata ks, kq coniuncta sunt mediale, et duplum ks in kq est mediale; et ad incommunicat dg in longitudine: ergo bd seiungitur df. Sed bd est equalis duobus quadratis ks, kq coniunctis, et df est equalis duplo ks in kq: ergo duo quadrata ks, kq coniuncta seiunguntur duplo ks in kq. Ergo sq est id, quod coniunctum cum mediali facit totum mediale, et ipsa est potens supra bg; et illud est, quod demonstrare voluimus.

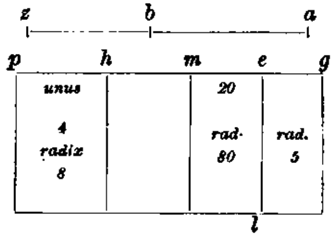
Usque ad hunc locum libri declaravimus iam esse sex linearum, et coniunctionis earum, et separationis earum, et radicum earum, et sex binomia, et eorum residua, et superficies eorum. Nunc vero ordinabimus coniuncta et separata et radices in loco uno ita, ut sensui subiaceant, et post hoc consequenter ordinabimus conversionem sex superficierum, que precesserunt. Hic autem ordo erit secundum numerationem, secundum quod precessit, et reiterabo illud secundum ordinem numerorum.

---

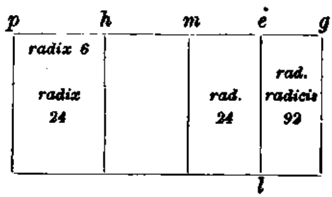
4. 180] 20. — 21. consequitur. — 23. numerationem] numv̄c̄n’.

CONIUNCTA	RADICES	RESIDUA	RADICES	CONIUNCTA	RADICES	RESIDUA	RADICES
Coniunctum Binomium absolutum	Radix Binomium primum	Residuum binomii absoluti	Radix Residuum primum	Coniunctum Binomium absolutum	Radix Binomium primum	Residuum absolutum	Radix Residuum primum
Coniunctum Maior	Radix Binomium quartum	Residuum maioris Minor	Radix Residuum quartum	Coniunctum Bimedium primum	Radix Binomium secundum	Residuum bimediale primum	Radix Residuum secundum
Coniunctum Bimedium primum	Radix Binomium secundum	Residuum bimedii primi, id est: Residuum bimediale primum	Radix Residuum secundum	Coniunctum Bimedium secundum	Radix Binomium tercium	Residuum bimediale secundum	Radix Residuum tercium
Coniunctum Potens supra rationale et mediale	Radix Binomium quintum	Residuum potentis supra rationale et mediale, id est: Coniunctum cum rationali faciens totum mediale	Radix Residuum quintum	Coniunctum Maior	Radix Binomium quartum	Residuum Minor	Radix Residuum quartum
Coniunctum Bimedium secundum	Radix Binomium tercium	Residuum bimediale secundum	Radix Residuum tercium	Coniunctum Potens supra rationale et mediale	Radix Binomium quintum	Residuum Coniunctum cum rationali faciens totum mediale	Radix Residuum quintum
Coniunctum Potens supra duo medialia	Radix Binomium sextum	Residuum potentis supra duo medialia, id est: Coniunctum cum mediali faciens totum mediale	Radix Residuum sextum	Coniunctum Potens supra duo medialia	Radix Binomium sextum	Residuum Coniunctum cum mediali faciens totum mediale	Radix Residuum sextum.

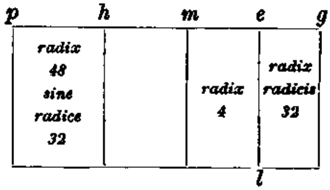
In figura in qua dicitur: *Cum superficies equalis quadrato residui adiungitur ad lineam rationalem, tunc latus secundum est residuum primum*[1]), nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur:



Similiter in secunda post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui bimedialis primi ⟨adiungitur⟩, latus secundum est residuum*[2]), nihil mutatur, nisi quod figura hoc modo numeris insignitur:



In tercia quoque post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato residui bimedialis secundi, latus secundum est residuum tercium*[3]), nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur:



In quarta inde post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato*

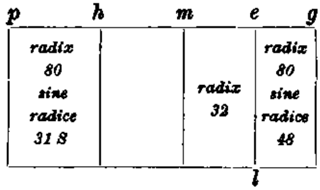
---

1) Euclidis Campani X, 92 (Heibergii X, 97): *Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.*

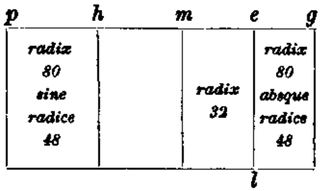
2) Euclidis Campani X, 93 (Heibergii X, 98): *Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem, alterum latus eius erit residuum secundum.*

3) Euclidis Campani X, 94 (Heibergii X, 99): *Si superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus residuum tertium esse conveniet.*

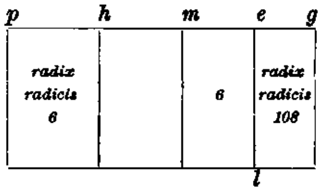
minoris, latus secundum est residuum ⟨*quartum*⟩[1]), nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:



Similiter in quinta, que sequitur post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato linee coniuncte cum rationali facientis totum mediale latus* ⟨*secundum*⟩ *est residuum quartum*[2]), nihil mutatur, nisi quod figura notatur his numeris:



In sexta quoque post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato linee coniuncte cum mediali facientis totum mediale, latus secundum est*
80 *residuum* | *sextum*[3]), nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:



In illa, que post hanc sequitur, ⟨in qua dicitur⟩: *Cum ex superficie mediali minuitur superficies rationalis,*

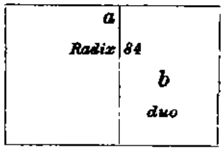
3. quod] quia. — 14. quod] quia.

1) Euclidis Campani X, 95 (Heibergii X, 100): *Cum adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.*

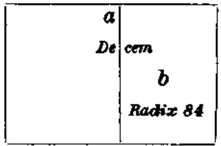
2) Euclidis Campani X, 96 (Heibergii X, 101): *Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur, latus eius secundum erit residuum quintum.*

3) Euclidis Campani X, 97 (Heibergii X, 102): *Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.*

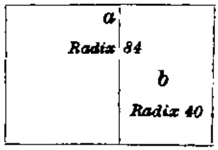
linea potens supra reliquam superficiem est surda, et est una duarum linearum surdarum, scilicet aut residuum bimediale primum, aut coniunctum cum rationali faciens totum mediale[1]), non mutatur aliquid, nisi quod figura his numeris insignitur:



In illa preterea, in qua dicitur: *Cum ex superficie rationali minuitur superficies medialis, linea potens supra remanentem ⟨superficiem⟩ est surda, et est ⟨una⟩ duarum linearum surdarum, scilicet vel residuum, vel minor*[2]), nihil mutatur, ⟨nisi quod figura⟩ his notatur numeris:



In tercia quoque, que est, in qua dicitur: *Cum ex superficie mediali minuitur superficies medialis, et diminutum incommunicat toto, linea potens supra reliquam superficiem est una duarum linearum surdarum, scilicet residuum bimediale secundum, aut coniunctum cum mediali faciens totum mediale*[3]), nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:



---

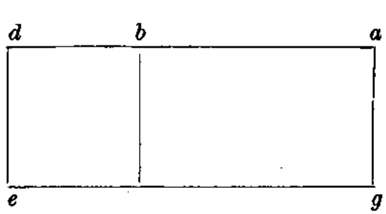
1) Euclidis Campani X, 104 (Heibergii X, 109): *Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.*

2) Euclidis Campani X, 103 (Heibergii X, 108): *Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium, aut residuum, aut linea minor.*

3) Euclidis Campani X, 105; (Heibergii X, 110): *Si superficies medialis superficiei mediali detrahatur, fueritque reliqua toti incommensurabilis, que in ipsam reliquam potest, alterutra erit duarum irrationalium, videlicet aut residuum mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.*

Ex lineis surdis iam sunt plures, quarum nulla continetur vel fit in termino illius, que est ante ipsam, neque in ordine ipsius.[1])

Verbi gratia sit superficies *bg* contenta ab *ab* et *ag*, et *ab* sit medialis et *ag* rationalis, et sit potens supra *bg* linea *bd*: dico igitur, quod *bd* non est in termino *ab*, neque in ordine eius, quod sic probatur. Quia enim superficies equalis quarte ⟨quadrati⟩ linee *ab* medialis ad longitudinem linee *ag* rationalis adiungatur, fit latus eius secundum rationale in potentia; et cum superficies equalis quadrato *bd* adiungitur ad *ag*, fit latus eius secundum *ab*, quoniam, cum *bd* multiplicetur in se, erit *bg*, et *ab* est medialis, et medialis non est in termino rationalis in potentia, neque in ordine eius. Et si esset in termino eius et in ordine, conveniret, ut, cum superficies equalis quadrato eius adiungeretur ad longitudinem *ag* rationalem, fieret latus eius secundum etiam rationale in potentia. Sed hoc non est ita: ergo *bd* non est in termino *ab*, neque in ordine eius. Sit etiam potens supra superficiem *be* linea *de*: dico igitur, quod *de* non est in termino *bd* neque in eius ordine, quod sic probatur. Cum enim superficies equalis quadrato *bd* adiungitur ad longitudinem linee rationalis, fit latus eius



17—18. erit *bg*] erit *ab*.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 107 (HEIBERGIUS p. 352/353 l. 18 sq. Πόρισμα): *Linea, que residuum dicitur, ullave irrationalium, que post eam sunt, nequit esse sub termino binomii, aut sub termino et ordine ullius ceterarum linearum irrationalium, que binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit, linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile, ullam earum cum ea que precesserint in termino et ordine convenire.*

secundum ab, et ab est medialis; et cum superficies equalis quadrato de adiungitur ad lineam ag rationalem, fit latus eius secundum bd, secundum quod ostendimus, et bd non est in termino ab neque in eius ordine.

Sit ergo hic ag 2, et ab radix radicis 3. Multiplicabo itaque 2 in 2, et quod provenit in 4, et erunt 16. Deinde multiplicabo illud in 3, et provenient 48. Est

Tercia medialis	*Secunda medialis*	*medialis*
Radix radicis 8192	*Radix radicis 32*	*Radix radicis 2*

Tercia medialis	*Secunda medialis*	*medialis*
Radix radicis 12288	*Radix radicis 48*	*Radix radicis 3*

ergo aggregatum ex mediali in rationalem radix radicis 48; est itaque radix superficiei, que continetur a radice radicis 48. Post hoc multiplicabo 2 in 2, et quod provenit, in 4, et quod ex hoc aggregabitur in 16, et provenient 256. Deinde multiplicabo illud in lineas surdas, et est radix radicis illius surda. Et similiter faciam semper usque in infinitum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Explicit ANARITIUS *super X primos libros* EUCLIDIS.

In figuris Mscptm. habet 8292 *et* 20244 *loco* 8192 *et* 12288.

I. INDEX NOMINUN IN TEXTU ANARITII LAUDATORUM.

II. INDEX NOMINUM IN ANNOTATIONIBUS LAUDATORUM.