Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin.

Pappi Alexandrini

COLLECTIONIS

quae supersunt

e libris manu scriptis edidit

latina interpretatione et commentariis

instruxit

Fridericus Hultsch.

Volumen I. Insunt librorum II III IV V reliquiae.
(XXIV u. 472 S.) gr. 8. geh. 1876. 15 ℳ.

Volumen II. Insunt librorum VI et VII reliquiae.
(VIII u. S. 473—1020) gr. 8. geh. 1877. 20 ℳ.

Heronis Alexandrini

geometricorum et stereometricorum reliquiae.

Accedunt Didymi Alexandrini mensurae marmorum et anonymi variae collectiones ex Herone Euclide Gemino Proclo Anatolio aliisque.

E libris manu scriptis edidit

Fridericus Hultsch.

(XXIV u. 333 S.) gr. 8. geh. 1864. 8 ℳ.

PAPPI ALEXANDRINI
COLLECTIO.

VOLUMEN III.

PAPPI ALEXANDRINI

COLLECTIONIS

QUAE SUPERSUNT

E LIBRIS MANU SCRIPTIS EDIDIT

LATINA INTERPRETATIONE ET COMMENTARIIS

INSTRUXIT

FRIDERICUS HULTSCH.

VOLUMINIS III TOMUS I.

INSUNT LIBRI VIII RELIQUIAE

SUPPLEMENTA IN PAPPI COLLECTIONEM.

BEROLINI

APUD WEIDMANNOS

MDCCCLXXVIII.

Hoc tomo continentur

SUPPLEMENTA

PRAEFATIO.

Quoniam in rebus mathematicis quaecunque semel recte inventa et idoneis argumentis illustrata sunt ad omnium saeculorum valent posteritatem, non est quod miremur Graecos olim viros mathematicos, cum plurimorum superiorum scriptorum theoremata passim citarent eaque omnia, sive vetustiora sive recentiora, pariter vera esse cognovissent, temporum, quibus singuli auctores vixissent, minus curasse rationem ac seriem. Itaque praeter celeberrimos quosque scriptores mathematicos, quorum memoriam nulla potuit obscurare incuria, nonnulli inveniuntur ipsi quoque conspicui, qui qua aetate floruerint minime constet; quin etiam, si forte quorundam aetatem, velut Autolyci, compertam habemus, tamen scripta eorum quae hodieque exstant quo tempore in hanc recentiorem, ut videtur, formam redacta sint, iteratis curis et difficultatibus anquirimus.

Item Pappi hanc collectionem pertractantibus nulla omnino mentio occurrit de aetate auctorum quorum libris usus est, nulla temporis, quo ipse scripserit, significatio. Ergo si nihil praeterea traditum esset, hoc unum cognitum haberemus, Claudio Ptolemaeo, quem plurimis locis et cum veneratione quadam Pappus laudat, hunc ipsum posteriorem fuisse. Sed eundem Suidas Theoni Alexandrino, qui anno 372 prolegomena in Ptolemaei canonem regum edidit[1]) ac postea etiam sub Theodosio principe (a. 379—395) floruit, aequa-

1) Et hunc annum et aetatem Pappi subtiliter definivit Hermannus Usener Musei Rhenani vol. XXVIII p. 403 sq.

lem fuisse scribit. At vero, si res ita se haberet, mirum quiddam et inauditum nobis credendum esset, utrumque horum scriptorum iisdem temporibus, eadem ratione atque etiam eodem paene elocutionis genere commentarios in Ptolemaei libros composuisse neque tamen alterum usquam alterius nomen aut ut amici et socii aut, quod fere probabilius videatur, ut adversarii commemoravisse[2]). Quam quaestionem dissolvere nunc intempestivum est; verum si quando Pappi in Ptolemaeum scholia, de quibus paulo post paucis disseremus, in lucem prodierint, manifestum fore putamus omniumque consensu comprobatum, non Theoni aequalem, sed ante Theonem Pappum vixisse. Sed in praesentia satis est acquiescere in illa scholiastae cuiusdam auctoritate, quam Usenerus in medium attulit: sub Diocletiano imperatore (a. 284—305) Pappum libris scribendis occupatum fuisse.

Quibus in libris haec quae summo splendore enitet collectio suo titulo citatur ab ipso Pappo libro III p. 30, 21: *ἐν τῷ τρίτῳ τούτῳ τῆς συναγωγῆς βιβλίῳ*, itemque a recentiore illo scriptore, qui sub finem libri tertii (p. 164, 1) *Ἄλλως τὸ δέκατον θεώρημα ἐν τῷ τρίτῳ τῆς τοῦ Πάππου συναγωγῆς* cet. adiunxit; item etiam scholiasta Vaticanus, cuius manum nota A^3 in hac editione significavimus, in subscriptionibus librorum IV, V, VI, VII (p. 1014 extr.), et in titulis librorum V, VII, VIII ipsa forma *συναγωγή* utitur.

2) Eandem suspicionem attigit Mauritius Cantor in annalibus suis mathematicis et physicis, *Historisch-literarische Abtheilung*, vol. XXI p. 72: *es hatte für uns auch früher immer eine auffallende Erscheinung gebildet, dass zwei Gelehrte wie Pappus und Theon, die beide an demselben Sitze mathematischer Wissenschaft in Alexandrien schulbildende Thätigkeit entfalteten, ein Jeder für sich einen Commentar zu einem und demselben Werke, nämlich zu dem Almagest, geschrieben haben sollen, während ihre Lebenszeit die gleiche war. Das liesse sich höchstens dann denken, wenn Pappus und Theon Gegner, mindestens Nebenbuhler waren, deren einer den anderen zu bekämpfen sich bestrebte; aber von einem solchen Gegensatze ist nirgends die Rede.*

Ergo librarius A[2], qui multa alia rectissime supplevit, tamen in libri III inscriptione erravit, quod pluralem *συναγωγῶν* praetulit, quam formam vel simplicem vel auctam in *μαθηματικαὶ συναγωγαί* recentiores deinceps codices passim repetiverunt. Integrum olim Pappi opus multifariam mutilatum esse satis ex hac editione perspicitur; at certi sunt et singulorum librorum numeri et fere eorum argumenta. Primi libri nullae exstant reliquiae; exceperitne octavum nonus etiam, anquirere non est alienum, neque id tamen mihi probabile videtur.

Pappi collectionem praeter illum quem dixi appendicis libri tertii scriptorem nemo, quod sciam, veterum citat; sed eiusdem operis librum octavum significare videtur Eutocius in Archimedem p. 139 sq. ed. Torell., cum problema illud, quod in nostra editione III p. 64—69 et VIII propos. 11 legitur, praemisso titulo *ὡς Πάππος ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς* suis commentariis inseruit; ac sine dubio etiam Tzetzes chiliad. II, 150 sqq. vel ipsam libri octavi praefationem vel excerpta ex eadem respexit:

μέμνηνται πολλοὶ τοῦ Ἀρχιμήδους·
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον ὁ παραδοξογράφος,
Ἥρων καὶ Φίλων Πάππος τε καὶ πᾶς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκειμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων
Βαρυολκὸν πνευματικὴν τὰς ὑδροσκοπίας τε.

Alios Pappi libros enumerat Suidas hosce: *χωρογραφία οἰκουμενική, εἰς τὰ τέσσαρα*[3] *βιβλία τῆς Πτολεμαίου με-*

3) Scriptura *τὰ τέσσαρα* primos quattuor Ptolemaei operis libros significare videtur. At vero nostra aetate etiam commentarii in quintum et sextum exstant; ergo *τέσσαρα*, i. e. *Δ*, ex *ΙΓ*, qui est plenus librorum *συντάξεως* numerus, corruptum esse videtur. Pro singulari *ὑπόμνημα*, qui paulo post apud Suidam legitur, apparet *ὑπομνήματα* aptius fuisse, quoniam de pluribus commentariis agitur, quorum unusquisque singillatim *ὑπόμνημα* a Theone quidem appellatus est (nam ipse Pappus *σχόλιον* dixit, ut statim videbimus).

γάλης συντάξεως ὑπόμνημα, ποταμοὺς τοὺς ἐν Λιβύῃ, ὀνειροκριτικά. Praeterea Proclus in commentariis in primum Euclidis elementorum librum tribus locis (p. 189, 12—190, 23; 197, 6—198, 2; 249, 20—250, 12 ed. Friedlein.) Pappum tamquam interpretem et censorem τοῦ στοιχειωτοῦ laudat, et similiter Eutocius in Archimedis librum I de sphaera et cyl. p. 90: εἴρηται καὶ Πάππῳ εἰς τὸ ὑπόμνημα τῶν στοιχείων. Ac postea etiam novis demonstrationum conatibus Euclidem illustrasse dicuntur οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον (Procl. l. c. p. 429, 9—15).

Commentarios in Ptolemaei constructionem praeter Suidam etiam Eutocius commemorat in Archimedis librum de circuli dimensione p. 208: ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς μετρικοῖς, εἴρηται δὲ Πάππῳ καὶ Θέωνι καὶ ἑτέροις πλείοσιν ἐξηγουμένοις τὴν μεγάλην σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Idem in Archimedis de sphaera et cyl. librum II p. 160, ubi de proportionibus compositis agit, Pappum ac Theonem una citat his verbis: ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον ἀδιορθώτως καὶ οὐχ οὕτως ὥστε τὴν ἔννοιαν ἀναπληρῶσαι λέλεκται, ὡς ἔστιν εὑρεῖν ἐντυγχάνοντας Πάππῳ τε καὶ Θέωνι καὶ Ἀρκαδίῳ ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ ἀποδεικτικῶς (vulgo ἀποδεικτεκῶς) ἀλλ' ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον παριστᾶσιν (vulgo παριστῶσιν).

Alium quendam commentarium a se scriptum ipse Pappus affert collectionis libro IV p. 246, 1: καὶ ἡμεῖς ἐν τῷ εἰς τὸ ἀνάλημμα Διοδώρου, τρίχα τεμεῖν τὴν γωνίαν βουλόμενοι, κεχρήμεθα τῇ προειρημένῃ γραμμῇ (scilicet linea conchoide Nicomedea). De eodem, ut videtur, Diodoro Achilles Tatius in Arati phaenomena, cuius commentarii epitome exstat in Hipparchi in Arati et Eudoxi phaenomena libris III editis Florentiae a. 1567, p. 82 haec scribit: Εὔδωρος ὁ φιλόσοφός φησι Διόδωρον τὸν Ἀλεξανδρέα μαθηματικὸν τούτῳ διαφέρειν εἰπεῖν τὴν μαθηματικὴν τῆς φυσιολογίας, ὅτι ἡ μὲν μαθηματικὴ τὰ παρεπόμενα τῇ οὐσίᾳ ζητεῖ, πόθεν καὶ πῶς ἐκλείψεις γίνονται, ἡ δὲ φυσιολογία περὶ τῆς οὐσίας, τίς ἡλίου φύσις, πότερον μύδρος ἐστὶ κατὰ Ἀναξαγόραν ἢ πῦρ κατὰ τοὺς στωικοὺς ἢ κατὰ Ἀριστοτέλην πέμπτη οὐσία μηδενὶ τῶν τεσσάρων στοιχείων ἐπικοινωνοῦσα, ἀγέννητός τε καὶ ἄφθαρτος καὶ ἀμετάβολος· διαφερούσας γοῦν ταύτας ἐν ταῖς ζητήσεσιν ἐπιπεπλέχθαι τὴν ἑτέραν δεομένην τῆς ἑτέρας. Accedit Marinus in commentario in Euclidis data (Procli in Euclid. elem. edit. Basil. a. 1533 p. 113; Euclid. data ed. Claud. Hardy, Paris. a. 1625, p. 2): τὸ δεδόμενον (scil. ὑπέλαβον) οἱ μὲν τεταγμένον . . . οἱ δὲ γνώριμον, ὡς Διόδωρος· οὗτος[4]) γὰρ τὰς εὐθείας[5]) καὶ τὰς γωνίας δεδόσθαι λέγει καὶ πᾶν τὸ εἰς γνῶσίν τινα ἐλθόν[6]), καὶ εἰ μὴ ῥητὸν εἴη. Hi igitur fuisse mathematicum quendam Diodorum testantur: Pappus insuper ἀνάλημμα, titulum libri a Diodoro scripti, affert. Quod tamen addit se in commentario suo suscepisse angulum tripertito secare, hinc de ipso argumento quod Diodorus tractaverit vix certius quidquam licet suspicari. At vero audiamus Vitruvium et Ptolemaeum de analemmatis forma atque usu auctores gravissimos. Ille enim de architectura libro IX (cap. 4), postquam de diversis magnitudinibus umbrae gnomonis aequinoctialis iuxta diversos urbium situs egit eaque de causa descriptiones horologiorum solarium locorum mutationibus longe distare demonstravit, „*umbrarum*, inquit, *aequinoctialium magnitudinibus designantur analemmatorum formae, e quibus perficiuntur ad rationem locorum et umbrae gnomonum horarum descriptiones. ἀνάλημμα est ratio conquisita solis cursu et umbrae crescentis ad brumam observatione* [*inventa*], *e qua per rationes architectonicas* (i. e. geo-

4) οὗτος Basil., οὕτω Hardy.
5) εὐθείας Hardy, ἀκτῖνας Basil.
6) γνῶσίν τινα ἐλθόν Hardy, γνῶσιν ἀγαγόν τινα Basil.

metricas) *circinique descriptiones est inventus effectus in mundo.* Claudii Ptolemaei liber de analemmate non innotuit adhuc nisi Latino sermone "a Frederico Commandino instauratus et commentariis illustratus, Romae MDLXII." Qui interpres diligentissimus ex Ptolemaei verbis hanc eius instrumenti de quo agitur definitionem concinnavit fol. 2: *analemma appellarunt caelestis sphaerae speciem et formam quandam in plano descriptam, communem videlicet sectionem meridiani et aliorum circulorum, adiunctis parallelorum semicirculis, ex qua dierum quantitates umbrarumque gnomonis rationes et alia quaecunque ad horologiorum descriptionem necessaria sunt facile deprehenduntur.* Sequitur fol. 33^b—36^a accuratior eius tabulae descriptio ex Graecis Ptolemaei in Latinum sermonem conversa, et fol. 36 ac 48 sqq. Commandini de eodem argumento uberior commentarius. Ne multa, cum verbum *ἀναλαμβάνειν*, cuius usus latissime patet, praeter alia etiam *recipere* significet, *ἀνάλημμα* interpretandum esse videtur *receptio*, id est *descriptio* sive *delineatio* circulorum sphaerae caelestis in plano. Recte igitur Richardus Baltzer, qui per litteras amicissime ad me datas Ptolemaici analemmatis mentionem ad hunc Pappi locum explicandum iniecit, Graecam vocem ex nostratium usu breviter interpretatur *proiectionem orthographicam*. Iam ex Pappi testimonio efficitur Diodorum quoque mathematicum scripsisse de analemmate (quo de titulo nos p. 246, 1 adnot. et 247 adnot. 6 iniuria dubitavimus); ac sicut Ptolemaeus (fol. 38^a ed. Command.) in analemmatis constructione eo deducitur, ut tropici semicirculi portiones quasdam in sex partes aequales dividat, ita non mirum est a Pappo Diodori analemma illustrante quaestionem de angulo in tres partes aequales dividendo pertractatam esse.

Pappi in Euclidis data commentarium laudari a Marino in *προθεωρίᾳ* ad eundem Euclidis librum scribit Fabricius in biblioth. Graec. libro III, 14, 11 et vol. VIII p. 463 (IX

p. 371 Harles.). Quae Marini praefatio sub titulo *Μαρίνου φιλοσόφου ὑπόμνημα εἰς τὰ δεδομένα Εὐκλείδου* legitur in Euclidis datorum editione (nostris temporibus rarissima) quam Claudius Hardy Parisiis a. 1625 in publicum emisit. Huius igitur libelli parte extrema scriptor, postquam de divisionibus libri datorum egit, hunc praefandi facit finem (p. 16): *τρόπῳ δὲ διδασκαλίας οὐ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἠκολούθησεν, ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν, ὡς ὁ Πάππος ἱκανῶς ἀπέδειξεν ἐν τοῖς εἰς τὸ βιβλίον ὑπομνήμασι.* Quibus verbis utrum Marinus illa tantum respexerit quae Pappus disserit collectionis libro VII cap. 1—4, quae est Fabricii coniectura, an peculiares eiusdem commentarios significaverit, in medio relinquamus.

In Ptolemaei harmonica Pappi commentarios in bibliotheca Vaticana exstare Lucas Holstenius de vita et scriptis Porphyrii cap. VII extr. (Fabric. biblioth. vol. IV p. 251) significat his verbis: *Neque tamen in universum ἁρμονικῶν opus scripsit Porphyrius, sed in quatuor duntaxat prima capita: cetera dein Pappus pertexuit. Ita enim in alio manuscripto Vaticano titulus indicat: Πορφυρίου ἐξήγησις εἰς δ' πρῶτα κεφάλαια τοῦ πρώτου τῶν ἁρμονικῶν Πτολεμαίου. Sequitur deinde Πάππου ὑπόμνημα εἰς τὰ ἀπὸ τοῦ ε' κεφαλαίου καὶ ἐφεξῆς.* Num recte hic commentarius Pappo tribuatur, dubitat Joh. Wallis operum mathem. vol. III (Oxoniae 1699) p. 187; sed iniuria, ut mihi quidem videtur.

"Pappi de musica" codicem Vaticanum his tribus verbis breviter citat Montfaucon in biblioth. manuscript. vol. I p. 11 B.

Ἡμεροδρόμιον Πάππου τῶν διεπόντων καὶ πολευόντων, id est tabulas quotidianas de iis astris quae res gubernant et administrant, Bandinius II p 61 citat ex cod. Laurentiano XXXIV plut. XXVIII.

De eiusdem methodis utilibus multiplicationis ac divisionis in praxi astronomica aliisque eius generis commentariis infra p. XVI brevis notitia desumpta est ex codice Vaticano.

Multa praeterea testimonia de egregia atque indefessa industria, qua Pappus plurimos veterum mathematicorum libros commentatus est auxit illustravit, in indice Graecitatis attulimus sub ipso auctoris nomine.

Restat ut de Pappi commentariis in Ptolemaei *σύνταξιν* ex schedis nostris Florentinis et Romanis pauca addamus. Theonis in idem opus *ὑπομνήματα*, quantum ex una editione Basileensi (quae anno 1538 prodiit) colligitur, plena et copiosissima exstant in libros Ptolemaei I, II, IV, VI, breviora ac sine dubio in epitomae formam redacta eaque partim mutilata in librum VII et reliquos. De commentario in III librum diversa traduntur; nam Basileensis quidem editor p. 130 adnotat *τοῦ Θέωνος τὸ τρίτον λείπει καὶ οὐδὲ εὑρίσκεται τὸ σύνολον*, ac sequitur Nicolai Cabasillae *εἰς τρίτον τῆς μαθηματικῆς συντάξεως τοῦ Πτολεμαίου*; Bandinius autem in catalogo cod. Graec. biblioth. Laurentianae II p 35 aliam huius commentarii formam Theonis nomine inscriptam etiam nunc exstare docet. Quinti libri in editione Basileensi p. 231 titulus est *Πάππου Ἀλεξανδρέως ὑπόμνημα εἰς τὸ πέμπτον τῆς συντάξεως*, tum post p. 236, ubi *λείπει τοῦ Πάππου* adnotatum est, leguntur supplementa quaedam, ut videtur, *τοῦ Θέωνος εἰς τὸ λεῖπον τοῦ Πάππου*. Hinc iterum, id quod recte iam adnotavit Fabricius biblioth. Graec. vol. VIII p. 208 (IX p. 176 Harles.) a p. 245 usque ad finem libri sub titulo *τὸ δὲ ἑξῆς τοῦ Πάππου* huius vetustioris auctoris commentarii exstant. Ergo vel ex auctoritate illius codicis recentissimi et passim mutilati, quo editor Basileensis usus est, efficitur in quintum certe Ptolemaei librum Pappum interpretis officio functum esse. Non deerant alia eius industriae testimonia, sed haec diutius, quam fas erat, in tenebris latebant. Nam Pappi collectionis libro VIII ea verba quae in nostra editione p. 1106, 13—15 leguntur Commandinus fol. 327 sic interpretatus erat:

ut ab Archimede et in commentario in primum mathematicorum et a nobis uno theoremate demonstratum est, atque eodem modo Gerhardtus p. 367: *wie von Archimedes, und in dem Scholium zum ersten Buch der Mathematica, und wie auch von uns mittelst eines einzigen Lehrsatzes gezeigt worden ist.* At postquam Archimedes auctor non sine aliqua dictionis vi citatus est, ratio Graeci sermonis alterum auctorem huic vel parem gravitate vel similem requirit, qui est ipse Pappus, id quod ex nostra interpretatione (p. 1107) satis perspicitur. Sed id *σχόλιον εἰς τὸ πρῶτον τῶν μαθηματικῶν* quale et quanto ambitu fuisse censemus? Nimirum hanc ipsam vocem, qua alii fere interpretes breviores adnotationes vel glossemata significare solent, Pappus latissimis suis commentariis in singulos Ptolemaei libros inscripsit itaque *σχόλιον* eodem fere sensu quo plerique *ὑπόμνημα* posuit[7]. Testis praeterea accedit codex Laurentianus vetustissimus, cuius versandi per aliquot dies nobis copia fuit a. 1876, in quo post Theonis *ὑπόμνημα* in Ptolemaei librum quartum Pappi in quintum librum commentarius legitur hoc praefixo titulo: *Πάππου Ἀλεξανδρέως εἰς τὸ $\bar{\epsilon}$ τῶν Κλαυδίου Πτολεμαίου μαθηματικῶν σχόλιον*, atque item in sextum: *Πάππου Ἀλεξανδρέως εἰς τὸ $\bar{ς}$ τῶν Κλαυδίου Πτολεμαίου μαθηματικῶν σχόλιον.* Neque aliter hi tituli leguntur in codice altero recentiore quidem, sed ipso quoque optimae notae, quem in bibliotheca Vaticana inspeximus. Ut igitur paucissimis absolvamus, haec quae sequuntur breviter et quasi summatim proponimus:

I. Ptolemaei opus, quod proprie *σύνταξις* vocatur, Pappum in commentariis suis *τὰ μαθηματικά* appellavisse,

II. Scriptos esse a Pappo commentarios in primum, quintum, sextum Ptolemaei libros, ac vero etiam in reliquos, siquidem probabilem coniecturam sequi licet,

7) Alia eiusdem dicendi usus exempla ab Henr. Stephano et Lud. Dindorfio afferuntur in thesauro Graecae linguae.

III. Quidquid ad singulos Ptolemaei libros Pappus commentatus sit, id eum comprehendisse singulari σχολίου titulo.

Quibus propositionibus libenter equidem addiderim hanc quartam: Pappi esse pleraque quae nunc sub Theonis nomine in Ptolemaeum commentata leguntur; sed eius coniecturae demonstratio praestari non potest nisi pluribus etiam vetustis codicibus inspectis aliisque testimoniis in lucem prolatis. Tamen unum, quaeso, in praesentia mecum consideret quicunque his Pappianis studiis benevole favet. Quoniam constat in tres certe Ptolemaei libros scholia scripta esse a Pappo, quid mirum, si hic ex illis copiis in collectionem suam quidquid aptum et utile videretur recepit? Itaque cum uno loco, Archimedis mentione facta, Pappus suum scholium in primum librum disertis verbis citaverit, nihil impedit quin aliis locis tacite, ut aiunt, iisdem scholiis eum usum esse statuamus. Velut libri V propositionem 3, quam nos p. 1107 citavimus, ex scholio primi libri repetitam esse in promptu est colligere. Quin etiam tota illa disputatio de figuris isoperimetris, quae quinti libri partem primam complectitur, non ita a Pappo composita esse videtur, ut nomen Zenodori, qui de eodem argumento antea scripserat, impia fraude omitteretur, sed, postquam Pappus in scholio suo Ptolemaico primo totum Zenodori tractatum, idque laudato auctoris nomine repetiverit (Pappus, inquam, non Theo, qui nunc primi commentarii auctor esse fertur), credibile est eundem aliam formam eius tractatus ab ipso recognitam et passim elegantius expressam inseruisse collectioni suae non repetita Zenodori mentione, cuius auctoritas suo loco in scholio primo allata esset.

Quid, quod alia eius rei vestigia exstant in codice Vaticano Graeco 184 chartaceo, ex quo et commentarium de figuris isoperimetris (p. 1138—1165) et alia quaedam ex Pappi, ut videtur, scriptis repetita deprompsi? Cuius fragmenti initium ipse descripsi aestate anni 1876; reliqua Augustus Mau, precibus meis humanissime respondens a. 1877 absolvit. Tituli scriptura, quae folio 10[r] minio exarata est, his temporibus paene tota evanuit; nam equidem versu fere medio nihil distinguere potui nisi *ομενα εἰς τὴν*. At ille vir doctus, qui primum catalogum codici praemissum (sequuntur enim praeterea duo alii indices, scilicet alter Latinus et tertius Graecus) diligentissime composuit, olim plures litteras agnovisse videtur. Cuius catalogi eam partem quae sub numeris 3°—5° legitur iam verbum de verbo repetamus:

> 3°. Pappi Alexandrini Prolegomena in Magnam Syntaxim Ptolemaei; ita enim titulus miniatus fere evanidus legi debere videtur, pro quo modernus auctor *Πίνακος*[8]) positi in fronte codicis latius habet: *Πάππου ἀλεξανδρέως τῆς εἰς τὸ πρῶτον τῆς πτολεμαίου μαθηματικῆς συντάξεως βιβλίον*[9]) *ἐξηγήσεως ἀπόδειξις,* sane ex altero aliquo codice deprompta . . . . Fol. 10[a]—12[b].
>
> 4°. Eiusdem methodi utiles multiplicationis (ac divisionis) in praxi astronomica . . . . . . Fol. 12[b]—16[b].
>
> 5°. Divisionis ordo manualis secundum Pappum geometram. Sequuntur ad geometriam pertinentia Fol. 16[b] — 23[b].

En satis amplam habes materiam ex commentariis quos Pappus in Ptolemaei constructionem scripsisse fertur repetitam eamque dignissimam quae tota in lucem emittatur. Sed mihi hac Pappi collectione occupato satis esse videbatur illam expositionem de figuris isoperimetris, huic tertio Pappi volumini inserendam, in publicum edere. Huius igitur commentarii titulus ex sententia viri docti quem statim dixi sic restituendus est:

8) Id est indicis Graeci tertio loco codici praemissi; de quo statim commemoravi.

9) *βιβλίων* codex.

Πάππου Ἀλεξανδρέως προλεγόμενα εἰς τὴν Πτολεμαίου σύνταξιν.

Initio autem haec de Ptolemaei opere in universum exposita sunt (codicis folio 40 r):

Τὴν ἀστρονομίαν ἐν τοῖς πρὸς Σύρον γενεθλιακοῖς τέτρασι βιβλίοις ὁ Πτολεμαῖος οὕτως ὡρίσατο· ἀστρονομία ἐστὶν ἐπιστήμη καταληπτικὴ τῶν ἑκάστοτε γινομένων σχηματισμῶν ἡλίου τε καὶ σελήνης καὶ τῶν λοιπῶν ἀστέρων πρός τε ἀλλήλους καὶ τὴν γῆν.

Τὸ οὖν ἐπιστήμη χωρίζει αὐτὴν ἀπὸ τῶν βαναύσων τεχνῶν, τὸ δὲ καταληπτικὴ ἤτοι θεωρητικὴ ἀντιδιαστέλλει αὐτὴν τῶν πρακτικῶν τεχνῶν, τὰ δὲ λοιπὰ τοῦ ὁρισμοῦ ἀπὸ πασῶν τῶν θεωρητικῶν ἐπιστημῶν· μόνη γὰρ αὕτη θεωρεῖ καὶ ἀκριβολογεῖται τούς τε πρὸς ἀλλήλους τῶν ἀστέρων σχηματισμούς, ὡς ὅταν γένωνται διάμετροι καὶ τρίγωνοι καὶ τὰ λοιπὰ τῶν σχημάτων ποιούμενοι πρὸς ἑαυτούς, καὶ τοὺς πρὸς τὴν γῆν δέ, ὡς ὅταν ἑῷοί τε καὶ ἑσπέριοι ἀνατέλλοντές τε καὶ δύνοντες τύχωσι καὶ ἔτι μὴν ἐκ τῆς πρὸς αὐτὴν ἀποστάσεως σχήματά τινα ἀποτελῶσιν.

Ἰστέον δὲ ὅτι οἱ παλαιοὶ ὁρῶντες τὸν μὲν οὐρανὸν σφαιροειδῆ καὶ τεταγμένον τὰς δὲ τούτου κινήσεις κατ' αἴσθησιν ἀνωμάλους καὶ ἀτάκτους φαινομένας ἐθαύμαζον καὶ ἀναγκαίως εἰς τὴν περὶ τούτου ζήτησιν ἐτρέποντο. ἄτοπον γὰρ ἔλεγον, εἰ τὰ μὲν ἐν γενέσει καὶ φθορᾷ περὶ τὴν γῆν ὁμαλὰς καὶ τεταγμένας ἔχει κινήσεις, ὁ δὲ οὐρανὸς ἀΐδιος

1. *τέτρασι*] eadem dativi forma infra p. 1146, 18; 1152, 9 et apud Theonem in Ptolem. I p. 40, 18 ed. Halma et apud scholiastam in Pappi VI p. 560, 2 occurrit 11. *διάμετροι*, i. e. iuxta diametrum oppositi, *Hu*, σ° ο^{οι} cod. (propriae et vetustioris formulae *κατὰ διάμετρον* exempla praeter Polybium et Cleomedem in thes. Steph. p. 1238 A citatos praebet Theo Smyrn. ed. Hiller. p. 137, 12. 20: *τὸ κατὰ διάμετρον ἄστρον*, p. 131, 10: *τῶν κ. δ. ἄστρων*; at formae adiectivae supra editae simile est adverbium *διαμέτρως* apud Tzetzem: v. thes. p. 1238 C) *τρίγωνοι*] ΔΔ^{οι} cod. 12. *ποιούμενοι Hu*, *π' ον μόνον* cod. 13. *ἑῷοι τὲ* cod.

ὢν καὶ καθ' ἑαυτὸν τεταγμένος ἀνωμάλους ἔχει ταύτας. ἀναγκαίου οὖν ὄντος καὶ ὁμολογουμένου τοῦ ἐν τοῖς κρείττοσι μᾶλλον τὸ τεταγμένον θεωρεῖσθαι τῆς κινήσεως, τεταγμένας αὐτοῦ καὶ ὁμαλὰς τὰς κινήσεις ἀπεφαίνοιτο, ἡμῖν δὲ * * * τῇ κατ' αἴσθησιν προσβολῇ ἡμῶν φαινομένας καὶ οὐκ ἀληθῶς οὔσας ἀνωμάλους. ἐντεῦθεν οὖν προέθεντο εἰς ζήτησιν εὑρεῖν τινα ὑπόθεσιν καθ' ἣν ὁμαλῶς κινουμένου σφαιρικοῦ σχήματος ἀνωμάλως φανείη κινούμενον. ἥντινα ὑπόθεσιν καὶ σκοπὸν νῦν τῷ Πτολεμαίῳ διεξελθεῖν ζητοῦντι πῶς ἂν σύμφωνον κατὰ πάντα τοῖς φαινομένοις εὑρεθείη χρωμένῳ ταῖς γεωμετρικαῖς καὶ ἀναντιρρήτοις ἀποδείξεσιν; αὐτόθεν δὲ καὶ τοῦ χρησίμου τὸ σεμνὸν καὶ πάσης μεῖζον αἱρέσεως ὡμολόγηται· ἔστι δὲ τὸ ἐν γῇ τυγχάνοντας καὶ τοσοῦτον ἀφεστῶτας μηδὲν τῶν κατ' οὐρανὸν γινομένων κινήσεων ἀγνοεῖν. ἡ δὲ τάξις καὶ τὸ γνήσιον ἀπροσδεὲς λόγου τοῖς ἑτοίμως τῆς πραγματείας ἀντιλαμβανομένοις, ἡ δὲ εἰς τὰ μόρια διαίρεσις ἐκ διαιρέσεως οὕτως λαμβάνεται· τῶν ἐν ἀστρονομίᾳ τὰ μὲν περὶ τὸν οὐρανόν, τὰ δὲ περὶ τὴν γῆν, καὶ τῶν περὶ τὸν οὐρανὸν τὰ μὲν καθόλου, τὰ δὲ μερικά, τὰ δὲ μερικώτερα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ περὶ τὴν γῆν. καὶ καθόλου μέν ἐστι περὶ τὸν οὐρανὸν ὡς ἡ περὶ τοῦ σχήματος αὐτοῦ ζήτησις, εἴτε σφαιροειδὴς εἴτε κυλινδροειδὴς ἢ τί τοιοῦτόν ἐστι, κατὰ μέρος δέ, ὡς ἡ περὶ τοῦ ζῳδιακοῦ ἢ τοῦδέ τινος κύκλου, μερικώτερον δέ, ὡς ὅταν σκοπῶμεν περί τινος ζῳδίου ἢ περί τινος τῶν ἀστέρων. περὶ δὲ τὴν γῆν ἐστι καθόλου πάλιν ἡ περὶ τοῦ σχήματος αὐτῆς ζήτησις, εἰ ἄρα σφαιροειδὴς ἢ οὔ καὶ περὶ τῆς θέσεως, πότερον κέντρου λό-

5. 6. ἡμῖν δὲ ψευδομένοις τῇ κατ' αἴσθησιν προσβολῇ φαινομένας καίπερ οὐκ οὔσας ἀληθῶς, ἀνωμάλους coni. Hu 5. * * *] τοις το ἐστὶ cod. 11. χρωμέν // cod. (terminatio periit charta mutilata) 15. ἡ δὲ] ἡ μὲν οὖν coni. Hu 21. καὶ τὰ Hu pro καὶ τῶν 24. ζωδιακοῦ cod. τοῦδέ τινος κύκλου] conf. mox τοῦδε τοῦ κλίματος ἢ τῆσδε τῆς οἰκήσεως. 25. ζωδίου cod.

γον ἔχει πρὸς τὸν οὐρανὸν ἢ ἐκτός ἐστι τοῦ μέσου, κατὰ μέρος δέ, ὡς ὅταν τὸ οἰκούμενον μέρος αὐτῆς ζητῶμεν, μερικώτερον δὲ τὸ περὶ τοῦδε τοῦ κλίματος ἐπισκέπτεσθαι ἢ τῆσδε τῆς οἰκήσεως.

Ἐν μὲν οὖν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ περὶ τῶν καθόλου περί τε τὸν οὐρανὸν καὶ τὴν γῆν διαλαμβάνει, ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ περὶ τῶν κατὰ μέρος ἐν ἀμφοτέροις καὶ περὶ τῶν μερικωτέρων περὶ τὴν γῆν, ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς ἕνδεκα περὶ τῶν μερικωτέρων περὶ τὸν οὐρανόν, ἐν μὲν τῷ τρίτῳ περὶ ἡλίου, ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ περὶ σελήνης, ἐν δὲ τῷ ἕκτῳ περὶ ἀμφοτέρων, ἐν δὲ τῷ ἑβδόμῳ καὶ η' περὶ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων, οὐχ ὡς προηγουμένης ἀλλ' ὡς συμβαλλομένης τῆς περὶ αὐτῶν θεωρίας εἰς τὴν τῶν πλανωμένων ἐποχήν, ἐν δὲ τῷ θ' καὶ ι' καὶ ια' περὶ τῆς κατὰ μῆκός τε καὶ πλάτος ἐποχῆς τῶν ε' πλανωμένων, ἐν δὲ τῷ ιβ' περὶ στηριγμῶν καὶ φάσεων αὐτῶν, ἐν δὲ τῷ ιγ' περὶ τῆς κλίσεως τῆς πρὸς τὸν ζῳδιακὸν τῶν κύκλων ἐν οἷς φέρονται οἱ πλάνητες. ἐπιγέγραπται δὲ σύνταξις διὰ τὸ συντετάχθαι ταῖς λογικαῖς καὶ γραμμικαῖς ἀποδείξεσι τὰς τῶν προχείρων κανόνων ψιλὰς καὶ ἀναποδείκτους ἐφόδους.

Sequitur codicis folio 10ʳ sub titulo *Ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερος ὁ κύκλος* commentarius de figuris isoperimetris a nobis p. 1138—1165 editus.

Denique eodem folio 10ʳ clausulam horum prolegomenon facit expositio de sphaerica terrae forma, ex Ptolemaei primo libro (p. 11 sq. ed. Halma) et Pappi, ut videtur, commentariis excerpta. Nam quae Theo in suis commentariis sub titulo *Ὅτι καὶ ἡ γῆ σφαιροειδής ἐστι* (p. 50—61 ed. Halma) disputavit, ea, utpote ex eodem Ptolemaei opere derivata, ex parte quidem similia sunt his anonymis excerptis, sed tamen ita ab iisdem diversa, ut haec non ex Theone deprompta

17. *ζωδιακὸν* cod. 19. *λογικαῖς* Hu, *λοξαῖς*, sed *ξ* puncto notatum, cod. 20. *ἐφόδους* Hu, *ἐφόδου*: ≈ cod.

esse dilucide appareat. Itaque in his quoque prolegomenis Pappi scholiorum in Ptolemaei constructionem vestigia quaedam deprehendimus, quorum scholiorum alias reliquias paulo supra attulimus. Sed nunc satis esto hanc extremam prolegomenon partem in conspectum producere.

Ἀποδεικνὺς ὁ Πτολεμαῖος σφαιροειδὲς τὸ σχῆμα τῆς γῆς φησιν ὅτι σφαιροειδής ἐστιν ὡς πρὸς αἴσθησιν καὶ ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη. ὅπερ ἁρμοζόντως προσέθηκεν· κατὰ μέρος γὰρ οὐ σφαιρικὴν ἔχει τὴν ἐπιφάνειαν διὰ τὰς τῶν ὀρῶν ἐπαναστάσεις καὶ τὰς κατὰ τὰς πεδιάδας τε καὶ θαλάσσας κοιλότητας, καθ' ὅλην δ' ἑαυτὴν λαμβανομένη σφαιρική ἐστι διὰ τὸ τὰς εἰρημένας ἐπαναστάσεις καὶ κοιλότητας ἀδιαφόρους καὶ σχεδὸν μηδένα λόγον ἐχούσας γίνεσθαι παραβαλλομένας τῷ ὅλῳ μεγέθει ὡς ἔστιν ἀναμετροῦντας τὸ μέγεθος τῆς γῆς ἐπιγινώσκειν. ὅπερ ὁ μὲν Πτολεμαῖος παρέλειψε τοῦ προκειμένου μὴ βουλόμενος ἐκτραπῆναι, ὁ δὲ ἐξηγητὴς πιστούμενος τὴν ῥῆσιν καὶ σαφηνίζων προσέθηκεν ἔχον τὸν τρόπον τοῦτον· ἐπειδὴ δέον ἦν πρότερον τὸν μέγιστον κύκλον πορίσασθαι τῆς γῆς, ἐλαμβάνετο ἡ μεσημβρινὴ εὐθεῖα, καὶ ἐπὶ ταύτης διὰ διόπτρας κινούμενον ἐθεώρουν διὰ κρίκου τινὸς ἀνάλογον τῷ μεσημβρινῷ· πόση γάρ ἐστιν ἡ τοῦ ἐξάρματος προσθήκη ἀφ' οὗ ἐκινήθησαν τόπου, εἶπε καὶ τῇ γνωμονικῇ μεθόδῳ διὰ τῆς γωνίας τοῦ κλίματος. καὶ ταύτην σκοποῦντες ὅσων ἐτύγχανον τοῦ μεσημβρινοῦ μοιρῶν, τὴν ὁμοίαν εἶχον καὶ ἐπὶ τῆς γῆς ἣν ἀναγκαίως ἐκινεῖτο· τούτῳ οὖν τῷ τρόπῳ κατελήφθη τοῖς ἀρχαίοις καὶ αὐτῷ δὲ τῷ Πτολεμαίῳ ὅτι ὑπὸ

3. *προσέθ*** et superscr. *εν* cod.; sed in rasura vestigia litterarum *ηκ* comparent 6. *δὲ αὐτὴν* cod., *δὲ ἰδίαν* coni. *Hu* 13. *δέον* *Hu* pro *δὲ* 16. *κανονμ* cum ambiguo ductu compendiario et superscr. *o* cod., *κύκλον* coni. *Hu* *ἀναλογοῦντ° μεσημβριῶ* cod. 17. *ἀφ'* *Hu* pro *ὑφ'* 18. *εἶπε* *Hu* pro *εἶτε* 19. *ὅσων ἐτύγχανον* *Hu* pro *πόσων ἐτύγχανε* 21. *κεκλήφθη* cod.

πεντακόσια στάδια ἡ μία ὑποτείνει μοῖρα, ὥστε, ἐὰν τὰ φ' τριακοντάκις καὶ ἑξηκοντάκις ποιήσωμεν, ἕξομεν τὴν περίμετρον τοῦ μεγίστου κύκλου τῆς γῆς γινομένην μυριάδων ιη'. ἐπεὶ οὖν δέδεικται Ἀρχιμήδει ἡ κυκλικὴ περίμετρος πρὸς τὴν διάμετρον λόγον ἔχουσα σύνεγγυς ὃν κβ' πρὸς ζ', ἐὰν ποιήσωμεν ὡς κβ' πρὸς ζ', οὕτως μυριάδας ιη' πρὸς ἄλλον τινά, ἕξομεν μυριάδας ε' ͵ζσογ', ὧν ἐστιν ἡ διάμετρος, ὥστε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου γίνεσθαι μυριάδων διπλῶν μὲν κε' ἁπλῶν δὲ ͵ζψλ', ὥστε ὁ ἀπὸ τούτου κύλινδρος ὕψος ἔχων τὴν διάμετρον συνάγεται μυριάδων τριπλῶν μὲν ρμγ' διπλῶν δὲ ͵αωκη' ἁπλῶν δὲ ͵εχπα' καὶ ψϘ' μονάδων· ὧν τὸ δίμοιρον γίνεται μυριάδες τριπλαῖ μὲν Ϙε' διπλαῖ δὲ ͵δϡνβ' ἁπλαῖ δὲ ͵γψπζ' ͵γωξ'. τοσούτων ἐστὶ σταδίων τὸ στερεὸν τῆς γῆς. ἡ δὲ τοῦ μεγίστου ὄρους κάθετος εὑρέθη σταδίων ι', ὅπερ ἐπανάστημα παντελῶς οὐκ ἔχει λόγον σχεδὸν ὡς πρὸς τὸ ὅλον μέγεθος τῆς γῆς· καλῶς ἄρα εἴρηται „ὡς πρὸς αἴσθησιν σφαιροειδὴς ἡ γῆ.“

1. *μοῖρα*] *μ* et supersc. *οῖ* cod. 2. *τριακοντάκι καὶ ἑξηκοντάκι* cod. 3. 4. *μ* et superscr. *υυ* et rursus super haec $\overline{ιη}$ cod., item vs. 6. 7, ac similiter vs. 7. pro *μυριάδας ε'*. 7. *ἄλλον τινά*, scil. *ἀριθμόν* 9—13. numeri qui post *ἁπλῶν δὲ* leguntur vel dubii sunt vel corrupti: conf. Theonem Alex. p. 63 sq. 9. numerum (*μυριάδων*) *ἁπλῶν* *͵ζψλ'* = 77 300 000 scriptor brevius posuisse videtur pro 77 285 000, qui numerus iuxta Archimedis de area circuli theorema prodit ex superiore diametri mensura *μυρ. ε' ͵ζσογ'*; in codice *ζ* simile est notae *ϛ*, et *ψ* ambigue scriptum 11. *ρμγ' Hu* pro $\overline{σμr}$ *͵εχπα'*] pro *χ* codex habet *κ*, et paulo post pro Ϙ notam similem *ϛ* 12. *τριπλοῖ* cod. 15. *εὑρέθη Hu* pro *ἠρέθη*.

Conspectum eorum quae huius tertii voluminis tomo priore continentur supra (p. V) exhibuimus, praeterea autem si quae praefanda erant, ea singulis partibus, scilicet scholiis, Zenodori commentario, supplemento variae scripturae, praemisimus. Indices copiosissimi sub quattuor titulis dispositi altero tomo, qui simul prodibit cum hoc priore, comprehendentur.

Scribebam Dresdae d. VIII m. Februarii a. MDCCCLXXXVIII.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗ.

PAPPI ALEXANDRINI COLLECTIONIS RELIQUIAE.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ Η.

Περιέχει δὲ μηχανικὰ προβλήματα σύμμικτα ἀνθηρά.

1 *Ἡ μηχανικὴ θεωρία, τέκνον Ἑρμόδωρε, πρὸς πολλὰ καὶ μεγάλα τῶν ἐν τῷ βίῳ χρήσιμος ὑπάρχουσα πλείστης εἰκότως ἀποδοχῆς ἠξίωται πρὸς τῶν φιλοσόφων καὶ πᾶσι τοῖς ἀπὸ τῶν μαθημάτων περισπούδαστός ἐστιν, ἐπειδὴ σχεδὸν πρώτη τῆς περὶ τὴν ὕλην τῶν ἐν τῷ κόσμῳ στοιχείων φυσιολογίας ἅπτεται. στάσεως γὰρ καὶ φορᾶς σωμάτων καὶ τῆς κατὰ τόπον κινήσεως ἐν τοῖς ὅλοις θεωρηματικὴ τυγχάνουσα τὰ μὲν κινούμενα κατὰ φύσιν αἰτιολογεῖ, τὰ δ' ἀναγκάζουσα παρὰ φύσιν ἔξω τῶν οἰκείων τόπων εἰς ἐναντίας κινήσεις μεθίστησιν ἐπιμηχανωμένη διὰ τῶν ἐξ αὐτῆς τῆς ὕλης ὑποπιπτόντων αὐτῇ θεωρημάτων. τῆς δὲ μηχανικῆς τὸ μὲν εἶναι λογικὸν τὸ δὲ χειρουργικὸν οἱ περὶ τὸν Ἥρωνα μηχανικοὶ λέγουσιν· καὶ τὸ μὲν λογικὸν συνεστάναι μέρος ἔκ τε γεωμετρίας καὶ ἀριθμητικῆς καὶ ἀστρονομίας καὶ τῶν φυσικῶν λόγων, τὸ δὲ χειρουργικὸν ἔκ τε*

---

1. 2. *παππου αλεξανδρεως συναγωγης* $\overline{H}$ *περιέχει δε μηχανικα προβληματα συμμικτα ανθηρα* A[3], *Πάππου ἀλεξανδρέως συναγωγῆς ὄγδοον* ($\overline{\eta}$ S) *περιέχει δὲ μηχανικὰ προβλήματα σύμμικτα καὶ* (om. S) *ἀνθηρά* BS 4. *τῶν ἐν τῷ βίῳ χρήσιμος Ge* nullius, ut videtur, codicis auctoritate initio libri ante *ἡ μηχανικὴ* posuit 6. *μαθητῶν* A *Ge*, corr. BS 10. *κινούμενα Hu* pro *γινόμενα* 11. *εξωι* (sine spir. et acc.) A, corr. BS 13. *τῆς δὲ μηχανικῆς* cet.] hinc usque ad cap. 4 extr. Pappi verba ab alio scriptore posteriore passim mutata variisque supplementis aucta esse, et praeterea nonnulla, quae olim in margine adscripta fuerint, in ipsum contextum irrepsisse videntur; suspiciones nostras gravissimas quasque in Graeco contextu, alias, de quibus minus certum iudicium esset, in Latina interpretatione iis

Pappi Alexandrini collectionis liber VIII.

Continet mechanica problemata varia et iucunda.

Ratio ac disciplina mechanica, Hermodore fili, cum ad multas et gravissimas res in vita conducit, tum summa laude digna a philosophis iudicata est, eademque ab omnibus mathematicis insigni studio tractatur, quoniam in primis fere doctrinam, quae est de materiae et mundi elementorum natura, attingit. Nam cum statum et gravitatem [1]) corporum et motus, qui per locum fiunt, in universo contempletur, non solum eorum qui natura fiunt motuum causas inquirit, sed etiam illa quae immobilia sunt e suis locis in motum ipsorum naturae contrarium transire cogit, quod ut efficiat, utitur theorematis iis quae ipsa materies suggerit. Iam vero ii qui Heronem sectantur mechanicae alteram partem in demonstratione mathematica, alteram in manuum opera versari existimant [2]), et illa quidem parte, quam rationalem dicunt, geometriam, arithmeticam, astronomiam, [demonstrationem] physicam contineri, ad alteram autem partem, quae manuum opera indiget, referendam esse artem aerariam ferrariamque, aedi-

1) *Gravitatem* brevitatis causa interpretandum erat; Graecum *ῥοπή* quid sit, ipse scriptor infra cap. 5 explicat; et conf. cap. 7 extr.

2) Conf. H. Martin, *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie* in *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Inscriptions* cet. *première série, tome IV, Paris* 1854, p. 30.

---

quibus solemus notis significavimus, nonnullas etiam silentio oppressimus; ceterum conf. disputationem nostram de Heronis mechanicis, quae inter "Commentationes philologas in honorem Theodori Mommseni conscriptas ab amicis" p. 131—140 Berolini a. 1877 edita est *χαλκευτικῆς καὶ οἰκοδομικῆς καὶ τεκτονικῆς καὶ ζωγραφικῆς καὶ τῆς ἐν τούτοις κατὰ χεῖρα ἀσκήσεως· τὸν μὲν οὖν ἐν ταῖς προειρημέναις ἐπιστήμαις ἐκ παιδὸς γενόμενον κἀν ταῖς προειρημέναις τέχναις ἕξιν εἰληφότα πρὸς δὲ τούτοις φύσιν εὐκίνητον ἔχοντα, κράτιστον ἔσεσθαι μηχανικῶν ἔργων εὑρετὴν καὶ ἀρχιτέκτονά φασιν. μὴ δυνατοῦ δ' ὄντος τὸν αὐτὸν μαθημάτων τε τοσούτων περιγενέσθαι καὶ μαθεῖν ἅμα τὰς προειρημένας τέχνας παραγγέλλουσι τῷ τὰ μηχανικὰ ἔργα μεταχειρίζεσθαι βουλομένῳ χρῆσθαι ταῖς οἰκείαις τέχναις ὑποχειρίοις ἐν ταῖς παρ' ἕκαστα χρείαις.*

2 *Μάλιστα δὲ πάντων ἀναγκαιόταται τέχναι τυγχάνουσιν πρὸς τὴν τοῦ βίου χρείαν [μηχανικὴ προηγουμένη τῆς ἀρχιτεκτονικῆς] ἥ τε τῶν μαγγαναρίων, μηχανικῶν καὶ αὐτῶν κατὰ τοὺς ἀρχαίους λεγομένων (μεγάλα γὰρ οὗτοι βάρη διὰ μηχανῶν παρὰ φύσιν εἰς ὕψος ἀνάγουσιν ἐλάττονι δυνάμει κινοῦντες), καὶ ἡ τῶν ὀργανοποιῶν τῶν πρὸς τὸν πόλεμον ἀναγκαίων, καλουμένων δὲ καὶ αὐτῶν μηχανικῶν (βέλη γὰρ καὶ λίθινα καὶ σιδηρᾶ καὶ τὰ παραπλήσια τούτοις ἐξαποστέλλεται εἰς μακρὸν ὁδοῦ μῆκος τοῖς ὑπ' αὐτῶν γινομένοις ὀργάνοις καταπαλτικοῖς), πρὸς δὲ ταύταις ἡ τῶν ἰδίως πάλιν καλουμένων μηχανοποιῶν (ἐκ βάθους γὰρ πολλοῦ ὕδωρ εὐκολώτερον ἀνάγεται διὰ τῶν ἀντληματικῶν ὀργάνων ὧν αὐτοὶ κατασκευάζουσιν). καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ καὶ τοὺς θαυμασιουργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς Ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς Ἥρων αὐτομάτοις καὶ ζυγίοις, ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις, ἢ τῶν δι' ὕδατος ὡρο-*

2. *οὖν* om. *Ge* 3. 4. *ἐπιστήμαις — προειρημέναις* om. *Ge* 6. *δ'* om. *Ge* 12. *πασῶν ἀναγκαῖαι* coni. *Hu* 13. verba *μηχανικὴ προηγουμένη τῆς ἀρχιτεκτονικῆς* manifestam scholii olim ad marginem adscripti speciem prae se ferunt *προηγουμένη τῆς Hu*, *προηγουμένης τε* A[1], *προηγουμένης* A[2]BS 19. *λίθους καὶ σίδηρα* ABS, corr. *Hu* (conf. indicem sub *σίδηρον*) 21. *καταπελτικοῖς* cod. Paris 583 *Ge* 23. *εὐκολότερον* A[1], *εὐκωλότερον* A[2], corr. BS *ἀντλητικῶν* B, *ἀντλιτικῶν* S 24. *αὐτοὶ*] *οὗτοι Hu*

ficatoriam, lignariam, picturam etiam et quaecunque in exercitatione manuum versatur. Et cum quidem qui his disciplinis a prima aetate incubuerit [et in his artibus exercitatus sit] ac versatile ingenium habeat, optimum mechanicorum operum inventorem [et architectum] futurum esse dicunt. Sed cum fieri non possit, ut idem et amplissimam doctrinam mathematicam plane percipiat et cunctas quas diximus artes ediscat, praecipiunt iis qui mechanicam operam tractare velint, ut, quaecunque in eo genere usus requirat, ea administrent peculiarem ad quidque artem in promptu habentes.

Omnium autem artium *quae ad mechanicam spectant* maxime necessariae ad vitae usus sunt hae: ars manganariorum[1]), qui ipsi quoque secundum veteres appellantur mechanici (hi enim magna pondera, quae natura immobilia sunt, sursum tollunt minore potentia moventes), tum eorum qui tormenta ad bellum necessaria construunt atque ipsi etiam mechanici vocantur (tela enim et lapidea et ferrea aliaque id genus instrumentis catapulticis, quae ab his fabricantur, in longum spatium mittuntur), deinde ars eorum qui proprie machinarum fabri dicuntur (nam ex magna profunditate instrumentis, quae illi ad aquam hauriendam construunt, aqua facilius in altum evehitur). Sed mechanici a veteribus etiam mirabilium artifices vocantur, quorum alii spiritalium artem diligenter tractant, ut Hero pneumaticis, alii per nervos et funiculos motiones animatorum imitari videntur, ut Hero automatis et *ζυγίοις sive aequilibribus*[2]), alii etiam per ea

1) Cum Heronis auctoritate (init. cap. 55. belop. p. 128 ed. Thevenot.) satis constet *μάγγανον* proprie eam polyspasti partem esse, quae arcae sive capsulae instar rotulas, circa quas funes circumplicantur, in se continet (quod apud Germanos *der Kloben des Flaschenzuges*, apud Francogallos *la poulie* dicitur), hinc posterioris Graecitatis consuetuto idem vocabulum omnino pro *machina* ponere coepit, unde hoc loco *μαγγανάριοι* dicuntur ii qui machinas fabricant et administrant. Paulo uberius de eo argumento exposuimus p. 135 eius commentarii, cuius mentionem in adnot. ad p. 1022, 13 fecimus.

2) Conf. Martin l. c. p. 42: "*ouvrage aujourd'hui perdu, qui concernait sans doute certaines petites machines amusantes, construites d'après les conditions d'équilibre et de mouvement des corps solides autour d'un point d'appui ou de suspension.*"

λογίων, ὡς Ἥρων ὑδρείοις, ἃ δὴ καὶ τῇ γνωμονικῇ θεωρίᾳ κοινωνοῦντα φαίνεται. μηχανικοὺς δὲ καλοῦσιν καὶ τοὺς τὰς σφαιροποιΐας [ποιεῖν] ἐπισταμένους, ὑφ᾽ ὧν εἰκὼν τοῦ οὐρανοῦ κατασκευάζεται δι᾽ ὁμαλῆς καὶ ἐγκυκλίου κινήσεως ὕδατος.

3 *Πάντων δὲ τούτων τὴν αἰτίαν καὶ τὸν λόγον ἐπεγνωκέναι φασίν τινες τὸν Συρακόσιον Ἀρχιμήδη· μόνος γὰρ οὗτος ἐν τῷ καθ᾽ ἡμᾶς βίῳ ποικίλῃ πρὸς πάντα κέχρηται τῇ φύσει καὶ τῇ ἐπινοίᾳ, καθὼς καὶ Γεμῖνος ὁ μαθηματικὸς ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν μαθημάτων τάξεώς φησιν. Κάρπος δέ πού φησιν ὁ Ἀντιοχεὺς Ἀρχιμήδη τὸν Συρακόσιον ἓν μόνον βιβλίον συντεταχέναι μηχανικὸν τὸ κατὰ τὴν σφαιροποιΐαν, τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν ἠξιωκέναι συντάξαι. καίτοι παρὰ τοῖς πολλοῖς ἐπὶ μηχανικῇ δοξασθεὶς καὶ μεγαλοφυής τις γενόμενος ὁ θαυμαστὸς ἐκεῖνος, ὥστε διαμεῖναι παρὰ πᾶσιν ἀνθρώποις ὑπερβαλλόντως ὑμνούμενος, τῶν τε προηγουμένων γεωμετρικῆς καὶ ἀριθμητικῆς ἐχομένων θεωρίας [καὶ] τὰ βραχύτατα δοκοῦντα εἶναι σπουδαίως συνέγραφεν· ὃς φαίνεται τὰς εἰρημένας ἐπιστήμας οὕτως ἀγαπήσας ὡς μηδὲν ἔξωθεν ὑπομένειν αὐταῖς ἐπεισάγειν. αὐτὸς δὲ Κάρπος καὶ ἄλλοι τινὲς συνεχρήσαντο γεωμετρίᾳ καὶ εἰς τέχνας τινὰς εὐλόγως· γεωμετρία γὰρ οὐδὲν βλάπτεται, σωματοποιεῖν πεφυκυῖα πολλὰς τέχνας, διὰ τοῦ συνεῖναι αὐταῖς [μήτηρ οὖν ὥσπερ οὖσα τεχνῶν οὐ βλάπτεται διὰ τοῦ φροντίζειν ὀργανικῆς καὶ ἀρχιτεκτονικῆς· οὐδὲ γὰρ διὰ τὸ συνεῖναι γεωμορίᾳ καὶ γνωμονικῇ καὶ μηχανικῇ καὶ*

---

3. ad *σφαιροποιΐας* in V adnotat manus quaedam recentior: "Comm[andinus] *σφαιροποΐας*. Sed legend[um] *σφαίρας ῥοπικὰς* hoc est sphaeras quae ad *ῥοπὴν* aquarum moventur"; quae probari non posse perspicitur ex nostris commentariis ad Latina (adnot. 3 sq.) *ποιεῖν*, quia ne neglegentiori quidem scriptori tribui posse videtur, del. *Hu* 6. *συρακούσιον* BS 8. *ὁ μαθητικὸς* A, corr. BS 9. *Κάρπος Hu*, *ο καρπὸς* A, accentum corr. BS 10. *συρακούσιον* B 13. *μηχανικῆς Ge* 16. *τε Hu* pro *δὲ* 17. *καὶ* del. *Hu* 18. *συνέγραψεν Sca* *ὃς Hu* pro *ὡς* 20. *καρπος* (sine acc.) A, corr. BS 25. *γεωμορίαι* A, *γεωμετρίᾳ* BS *Ge* (ineptissime; nam ipsum *γεωμετρία* subiectum est)

quae aqua vehuntur, ut Archimedes *ὀχουμένοις*[1]), vel per horologia aquaria, ut Hero *ὑδρείοις*[2]), quam quidem disciplinam cognatam esse apparet rationi *horologiorum* gnomonicorum *sive solariorum*. Mechanicos denique etiam illos vocant, qui g l o b o r u m f a b r i c a t i o n e m callent et coeli effigiem per aequabilem et circularem aquae motum construunt[3]).

Sed omnium horum causas ac rationes ab Archimede Syracusio cognitas esse nonnulli dicunt. Is enim solus omnium, quorum memoria ad nostram usque aetatem pervenit, infinito ingenii acumine ad cuncta usus est, id quod cum alii tum Geminus mathematicus in libro qui est de mathematicorum ordine testantur. Carpus autem Antiochensis nescio quo loco Archimedem Syracusium scribit unum tantum librum mechanicum, qui est de sphaerae constructione[4]), composuisse, reliqua autem eiusdem generis non digna habuisse quae describerentur. Tamen vir ille divinus, qui a plerisque propter mechanicae scientiam ingeniique acumen celebratur [ita ut apud omnes mortales insigni ac perpetua laude floreat], capita quaedam ac principia geometriae et *alia* quae ad arithmeticam pertinent in brevissimum contracta accurate conscripsit, quas disciplinas ab eo adeo dilectas esse apparet, ut nihil extrinsecus in eas inferre auderet. Atque ipse Carpus aliique nonnulli merito ad artes quasdam *vitaeque usum* geometriam

1) Vide Archimedis quae supersunt ex recens. Torelli p. 333 sqq.

2) Praeter Martinum l. c. p. 42 sq. conf. Tzetzem (apud quem *Πάππος* legendum est pro *Πάμπος*) et Proculum citatos in Stephani thesauro sub *βαρουλκός*.

3) His verbis scriptor illam *σφαιροποιίαν* significavisse videtur, quam primus Archimedes tractavit: vide proximam adnot.

4) Item a Proclo in primum Euclidis elem. librum (pag. 41 ed. Friedlein) tamquam artis mechanicae pars commemoratur *ἡ σφαιροποιΐα κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἵαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο*. Quam sphaerae caelestis constructionem etiam Cicero de rep. 1, 14, 21 sq., ibid. 17, 28, Tuscul. 1, 25, 63, Ovidius fast. 6, 269 sqq., Lactantius divin. instit. 2, 5, Claudianus epigramm. 18, Martianus Capella 6, 583 sq. aliique (citati a Schiekio) laudant. Uberius de eo argumento disseruit Henr. Aug. Schiek, *die Himmelsgloben des Archimedes (Programm des Gymnas. zu Hanau*, 1846), et aquae impulsu eam machinam motam esse nos coniecimus in *Zeitschrift für Mathematik und Physik* a. 1877 p. 106 sq.

σκηνογραφίᾳ βλάπεταί τι], τοὐναντίον δὲ προάγουσα μὲν ταύτας φαίνεται, τιμωμένη δὲ καὶ κοσμουμένη δεόντως ὑπ' αὐτῶν.

4 *Τοιαύτης δὲ τῆς μηχανικῆς ἐπιστήμης ὁμοῦ καὶ τέχνης ὑπαρχούσης καὶ εἰς τοσαῦτα μέρη διῃρημένης καλῶς ἔχειν ἐνόμισα τά τε λόγῳ γεωμετρικῷ θεωρούμενα [καὶ ἀναγκαιότατα περὶ τὴν τῶν βαρῶν κίνησιν κείμενα δὲ] παρὰ τοῖς παλαιοῖς καὶ τὰ ὑφ' ἡμῶν εὐχρήστως ἀνευρημένα θεωρήματα συντομώτερον καὶ σαφέστερον ἀναγράψαι βελτίονί τε λόγῳ τοῦ παρὰ τοῖς πρότερον ἀναγεγραμμένου συντάξαι, οἷον βάρους δοθέντος ὑπὸ δοθείσης [ὑποδοχῆς] ἀγομένου δυνάμεως ἐν τῷ παρὰ τὸν ὁρίζοντα ἐπιπέδῳ, καὶ ἑτέρου ἐπιπέδου κεκλιμένου πρὸς τὸ ὑποκείμενον δοθεῖσαν γωνίαν ὑποτιθέντος, εὑρεῖν τὴν δύναμιν ὑφ' ὅσης ἀχθήσεται τὸ βάρος ἐν τῷ κεκλιμένῳ ἐπιπέδῳ (τοῦτο δὲ χρήσιμον τοῖς μηχανικοῖς μαγγαναρίοις· προσθέντες γὰρ τῇ εὑρεθείσῃ δυνάμει ἑτέραν τινὰ δύναμιν ἀνδρῶν θαρσοῦντες ἀνάγουσιν τὸ βάρος), καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ (διὰ γὰρ τοῦ θεωρήματος τούτου πᾶν τὸ δοθὲν στερεὸν σχῆμα κατὰ τὸν δοθέντα λόγον αὔξεταί τε καὶ μειοῦται), καὶ πῶς δυνατόν ἐστι τυμπάνου δοθέντος καὶ τοῦ πλήθους τῶν σκυταλῶν αὐτοῦ [δοθέντων ἢ ὀδόντων] παραθεῖναι αὐτῷ τύμπανον δοθὲν ἔχον τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων καὶ εὑρεῖν τὴν διάμετρον τοῦ παρατιθεμένου τυμπάνου (τοῦτο γὰρ χρήσιμον εἰς πολλὰ καὶ τῇ τῶν μηχανοποιῶν τέχνῃ διὰ τὴν παράθεσιν τῶν σκυταλωτῶν τυμπάνων). ἕκαστον δὲ τούτων ἐν τῷ οἰκείῳ τόπῳ γενήσεται φανερὸν μετὰ καὶ ἄλλων χρησίμων ἀρχιτέκτονι καὶ μηχανικῷ, ἐὰν πρότερον τὰ συνέχοντα τὴν κεντροβαρικὴν πραγματείαν εἴπωμεν ἑξῆς.*

---

6. *τὰ* om. *Ge* *τε* add. *Hu* 9. *ἀναγράψας* et 10. *συντάξας* temere *Ge* 14. *ὑποτεθέντος* A, *ὑποθέντος* BS, corr. *Hu* 16. *εὑρεθείσῃ*] immo *δοθείσῃ* 21. *αὔξεταί τε* A *Ge*, *καὶ αὔξεται* BS 22. *ἔστι* A^{s}BS 22. *τὸ πλῆθος* ABS, corr. *Hu* (vide infra cap. 47) 23. *παραθῆναι* et 26. *παράδοσιν* temere *Ge*

adhibuerunt. Etenim geometria, cum multas artes *vitaeque necessitates* adiuvare valeat, ad has si transfertur[1]), tantum abest ut ullum damnum accipiat, ut has artes promovens ab iisdem debito honore et ornatu afficiatur.

Iam cum mechanica ratio atque ars ita comparata et tot in partes divisa sit, laudabilem me operam praestare existimavi, si et illa quae veteres ratione geometrica demonstraverunt [quae apud illos inveniuntur maxime necessaria de ponderum motu] et quae theoremata ipse utiliter invenissem brevius et apertius describerem et meliore ratione, quam qui antea de iisdem rebus scripserunt, componerem. Cuius generis sunt haec quae sequuntur:

I. Dato pondere, quod a data potentia in plano horizontali ducitur, *dato*que alio plano inclinato ad subiectum planum sub dato angulo, inveniatur potentia, a qua illud pondus in plano inclinato ducatur [hoc autem utile est mechanicis manganariis, qui ad potentiam quam invenerunt alia quadam virorum potentia apposita confidenter pondus sursum trahunt];

II. Datis duabus rectis inaequalibus duae mediae proportionales in continua proportione inveniantur [ex hoc enim theoremate omnis data figura solida ad datam proportionem augetur vel minuitur];

III. Quomodo fieri possit, ut, dato tympano datum scytalarum *sive dentium* numerum habente, huic *aliud* tympanum, datum dentium numerum habens, apponatur et eius, quod apponitur, tympani diametrus inveniatur [hoc enim arti mechanicae utile est ad multas res propter tympanorum dentatorum appositionem].

Horum suo quidque loco[2]) una cum aliis *theorematis* architecto et mechanico utilibus manifestum fiet, si antea omnem de centro gravitatis doctrinam uno tenore exposuerimus.

1) Sequuntur in Graecis haec sine dubio interpolata "itaque cum artium mater sit (scilicet geometria), nullum damnum accipit propterea quod organicae atque architectonicae studet; neque enim propterea quod geodaesiae (vide indic. sub *γεωμορία*) et gnomonicae et mechanicae et scenographiae (vid. ind.) operam dat, ullum damnum accipit."

2) De problemate I vide infra propos. 9, de II prop. 11, de III prop. 23.

5 Τί μὲν οὖν ἐστιν τὸ βαρὺ καὶ τὸ κοῦφον, καὶ τίς αἰτία τῆς ἄνω καὶ κάτω τοῖς σώμασι φορᾶς, καὶ αὐτό γε τὸ ἄνω καὶ κάτω τίνος ἐννοίας ἔχεται καὶ τίσιν ἀφώρισται πέρασιν, οὐδὲν δεῖ λέγεσθαι παρ' ἡμῶν τὸ νῦν, ἐπειδὴ περὶ τούτων ἐν τοῖς μαθηματικοῖς ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου δεδήλωται, τὸ δὲ κέντρον τοῦ βάρους ἑκάστου σώματος, ὃ τῆς κεντροβαρικῆς πραγματείας ἀρχὴ καὶ στοιχεῖόν ἐστιν, ἐξ ἧς καὶ τὰ λοιπὰ μέρη τῆς μηχανικῆς ἀνήρτηται, τί ποτ' ἐστὶν καὶ τί βούλεται λεκτέον· ἐκ τούτου γάρ, οἶμαι, καὶ τὰ λοιπὰ τῶν ἐν τῇ πραγματείᾳ θεωρουμένων ἔσται σαφῆ. λέγομεν δὲ κέντρον βάρους ἑκάστου σώματος εἶναι σημεῖόν τι κείμενον ἐντός, ἀφ' οὗ κατ' ἐπίνοιαν ἀρτηθὲν τὸ βάρος ἠρεμεῖ φερόμενον καὶ φυλάσσει τὴν ἐξ ἀρχῆς θέσιν [οὐ μὴ περιτρεπόμενον ἐν τῇ φορᾷ]. τοῦτο δὲ τὸ σημεῖον οὐ μόνον ἐν τοῖς τεταγμένοις ἀλλὰ κἀν τοῖς ἀτάκτως ἐσχηματισμένοις εὑρίσκεται σώμασιν ὑπάρχον, ἐφόδῳ τινὶ θεωρούμενον τοιαύτῃ.

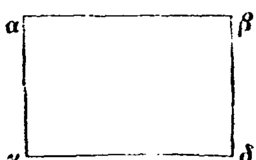
6 α'. Ὑποκείσθω γὰρ ἐπίπεδον ὀρθὸν τὸ ΑΒΓΔ νεῦον εἰς τὸ τοῦ παντὸς κέντρον, ἐφ' ὃ καὶ τὰ βάρος ἔχοντα πάντα τὴν ῥοπὴν ἔχειν δοκεῖ, καὶ ἔστω ἡ ΑΒ εὐθεῖα παράλληλος τῷ ἐφ' οὗ βεβήκαμεν ἐπιπέδῳ. ἐὰν δή τι τῶν βάρος ἐχόντων σωμάτων τιθῆται κατὰ τῆς ΑΒ εὐθείας οὕτως, ὥστε τετμῆσθαι πάντως ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐκβαλλομένου, ἕξει ποτὲ θέσιν τοιαύτην, ὥστε μένειν ἀπερίτρεπτον καὶ μὴ ἀποπίπτειν. γενομένου δὲ τούτου ἐὰν νοηθῇ τὸ ΑΒΓΔ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον, τεμεῖ τὸ ἐπικείμενον σῶμα εἰς ἰσόρροπα δύο μέρη, οἷον περὶ ἄρτημα τὸ ἐπίπεδον ἰσορροποῦντα. πάλιν δὴ τὸ βάρος μετατεθέν, ὥστε καθ' ἕτερον μέρος ψαύειν τῆς ΑΒ εὐθείας, ἕξει ποτὲ θέσιν περιτρεπόμενον ὥστε μένειν ἀφεθὲν καὶ μὴ ἀποπίπτειν. ἐὰν οὖν πάλιν νοηθῇ τὸ ΑΒΓΔ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον, εἰς ἰσορρο-

---

5. *ἐν τοῖς μηχανικοῖς* voluit *Co* 11. *δὲ κετροβάρους* A, corr. BS 13. 14. verba *οὐ μὴ — φορᾷ* olim scholii instar ad *ἠρεμεῖ φερόμενον* addita sunt 18. *α'* add. BS 19. *παντηι* A, *πάντη* BS, corr. *Sca* 20. *παράλληλος*] *πρὸς ὀρθὰς* voluit *Co* 29. *θεσιν* A (B), *θέσει* S, post *θεσιν* add. *μεν ο δη μη* A² super vs. 31. *εἰς* om. A¹, add. A²BS

Quid igitur grave sit et leve, quaque de causa corpora aut sursum aut deorsum moveantur, et hoc ipsum sursum ac deorsum quam notionem habeat quibusque terminis definiatur, nobis non opus est nunc disserere, quoniam haec a Ptolemaeo in mathematicis demonstrata sunt; sed centrum gravitatis cuiusque corporis quid sit quidque valeat, id quod doctrinae centrobaricae principium est et elementum, unde etiam reliquae artis mechanicae partes derivantur, iam explicandum est. Hinc enim, opinor, etiam reliqua eiusdem disciplinae theoremata perspicua fient. Dicimus autem gravitatis centrum cuiusque corporis esse punctum quoddam intus positum, a quo si id corpus suspensum esse fingatur, aequo pondere quiëscit et, quam ab initio habuit positionem, eam servat. Hoc autem punctum non solum in corporibus *certo quodam* Prop. 1 ordine constructis, sed etiam in iis quae praeter ordinem formata sunt, hac fere demonstrandi ratione invenitur.

1. Ponatur planum perpendiculare $\alpha\beta\gamma\delta$, vergens ad mundi centrum, quo etiam omnia gravia corpore inclinare videntur, et sit recta $\alpha\beta$ parallela [1] ei in quo incedimus plano. Iam si quod grave corpus iuxta rectam $\alpha\beta$ ita ponatur, ut omnino



ab *illo* plano producto secetur, aliquando habebit talem positionem, ut versari desinens maneat neque decidat. Quo facto si planum $\alpha\beta\gamma\delta$ productum intellegatur, corpus appositum in duas partes aequilibres secabitur, quae circa planum quasi suspensa inter se aequali pondere erunt. Rursus si idem grave corpus ita transponatur, ut alia ipsius parte rectam $\alpha\beta$ tangat, aliquando versari desinens talem positionem habebit, ut *e manibus* dimissum maneat neque decidat. Iam planum $\alpha\beta\gamma\delta$, si rursus productum intellegatur, in duas aequilibres partes corpus secabit et illi priori plano, quo idem corpus in duas aequilibres partes secabatur, occurret. Nam si non seca-

1) *Perpendicularis* sua coniectura Commandinus, figurae litteris β et γ inter se permutatis.

ποῦντα μέρη τεμεῖ τὸ βάρος καὶ συμπεσεῖται τῷ πρότερον εἰς ἰσόρροπα τέμνοντι τὸ αὐτὸ βάρος ἐπιπέδῳ· εἰ γὰρ μὴ τεμεῖ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἰσόρροπα καὶ ἀνισόρροπα γενήσεται ἀλλήλοις, ὅπερ ἄτοπον.

7 β'. *Τούτων δὴ προειρημένων νοείσθω πάλιν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ὀρθὴ πρὸς τὸ ἐφ' οὗ βεβήκαμεν ἐπίπεδον, εἰς τὸ τοῦ παντὸς κέντρον δηλονότι νεύουσα, καὶ τὸ βάρος ὁμοίως ἐπὶ τοῦ Α σημείου τιθέσθω, οἷον ὑποθέματι τῇ ΑΒ εὐθείᾳ χρώμενον [στήσεται δήποτε κατὰ τοῦ Α σημείου ὥστε μένειν, εἴ γε δὴ καὶ ἐπὶ τοῦ δι' αὐτῆς ἐπιπέδου τὸ βάρος ἠρεμεῖν ἐδύνατο]. ἐὰν δὴ μένοντος αὐτοῦ ἐκβληθῇ ἡ ΑΒ εὐθεῖα, ἐναπολειφθήσεταί τι μέρος αὐτῆς ἐν τῷ ὑποκειμένῳ σχήματι. νοείσθω δὴ τοῦτο μένον, καὶ πάλιν καθ' ἕτερον μέρος ἐπικείσθω τῇ εὐθείᾳ τὸ βάρος ὥστε ἠρεμεῖν· λέγω δὴ ὅτι ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΒ εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ πρότερον ἐναπειλημμένῃ. εἰ γὰρ μὴ συμπεσεῖται, δυνήσεταί τινα δι' ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐκβληθέντα ἐπίπεδα μὴ συμπεσεῖν ἀλλήλοις ἐντὸς τοῦ σχήματος, καὶ ἑκάτερον αὐτῶν [ἐφαρμοζόμενον τῷ διὰ τῆς ΑΒ ἐπιπέδῳ] διελεῖν τὸ βάρος εἰς ἰσόρροπα καὶ ἀνισόρροπα τὰ αὐτὰ μέρη, ὅπερ ἄτοπον· συμπεσοῦνται ἄρα αἱ εἰρημέναι εὐθεῖαι ἐντὸς τοῦ σχήματος. ὁμοίως δὲ κἂν κατ' ἄλλας θέσεις τιθῆται τὸ βάρος ἐπὶ τοῦ Α σημείου ὥστε μένειν, ἐκβληθεῖσα ἡ ΑΒ συμπεσεῖται ταῖς πρότερον ἐναπειλημμέναις [ὁμοίως] εὐθείαις. ἐξ οὗ φανερὸν ὡς καθ' ἓν σημεῖον ἀλλήλας τεμοῦσιν αἱ τὸν εἰρημένον τρόπον ἐπινοούμεναι εὐθεῖαι· τὸ δὲ σημεῖον τοῦτο κέντρον τοῦ βάρους καλεῖται. καὶ φανερὸν ὅτι ἐκ τοῦ κέντρου κατ' ἐπίνοιαν τὸ βάρος ἀρτώμενον οὐ περιτραπήσεται, μενεῖ δὲ τὴν ἐξ ἀρχῆς φυλάσσον ἥντινοῦν θέσιν ἐν τῇ φορᾷ· πάντα γὰρ δι' αὐτοῦ ἐκβληθέντα ἐπίπεδα εἰς ἰσόρροπα μέρη διαιρεῖ τὸ βάρος, ὥστε μηδεμίαν αἰτίαν ἐπιδέχεσθαι περιτροπῆς [ἰσορρόπων αὐτοῦ κατὰ πᾶσαν θέσιν τῶν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ σημείου γινομένων μερῶν].*

---

2. *εἰς* om. A[1] *Ge*, add. A[2]BS *τέμνοντα Ge* 4. *ὅπερ ἄτοπον* add. *Hu* auctore *Co* (conf. vs. 20) 5. *β'* add. BS 6. 7. *εἰς τὸ — νεύουσα* forsitan interpolator addiderit 13. 14. *καθετερος μέρος*

bitur *alterum planum altero*, eaedem partes et aequali et inaequali inter se pondere erunt, id quod absurdum est.

II. His praemissis rursus intellegatur recta $\alpha\beta$ perpendicularis ei in quo incedimus plano, scilicet ad mundi centrum vergens, et grave corpus similiter in puncto α ita constituatur, ut rectam $\alpha\beta$ quasi fulturam habeat [scilicet in puncto α stabit ac manebit, siquidem etiam in plano, quod rectam $\alpha\beta$ continet, corpus quiescere poterat]. Si igitur eo manente recta $\alpha\beta$ producatur, aliqua ipsius pars eo quod supponimus corpore comprehensa intercipietur. Iam haec fingatur manens, et rursus in alia parte corpus iuxta rectam *perpendicularem* ita constituatur, ut quiescat; dico igitur hanc rectam $\alpha\beta$, si producatur, occursuram esse illi quae prius intercepta erat. Nam si non occurret, fieri poterit ut aliqua per hanc et illam ducta plana intra corpus non inter se occurrant, et utrumque eorum *planorum* corpus in partes et aequalis et inaequalis ponderis dividat, id quod absurdum est; ergo eae quas diximus rectae intra corpus concurrent. Similiter etiam, si in aliis positionibus corpus in puncto α constituatur, ut maneat, recta $\alpha\beta$ producta occurret illis rectis quae antea interceptae sunt. Unde apparet futurum esse, ut *omnes* rectae hac ratione cogitatae in uno se puncto secent; hoc autem punctum gravitatis centrum vocatur. Quo ex centro si corpus suspensum fingetur, apparet fore ut neque circumvertatur et, quamcunque ab initio habuerit positionem, eam in gravitatione servet maneatque immotum. Nam omnia plana per id *centrum* ducta in binas aequilibres partes corpus dividunt, ita ut nullam circumversionis causam recipiat [quoniam in quaque posi-

A[1], ν corr. A[2] (BS)   14. *ὑποκείσθω Ge*   15. *ἐκβληθεῖσα ἡ* A[3] ex *ἐκβληθεῖσ***   15. 16. *τῇ πρότερον — συμπεσεῖται* om. *Ge*   17. *μὴ συμπεσόντα* temere *Ge*   19. *ἐφαρμοζόμενον — ἐπιπέδῳ* del. *Co*   24. *ὁμοίως* del. *Hu*   29. *μένει* ABS, corr. *Hu*   31. *εἰς* om. AB *Ge*, add. in cod. Paris. 2368 rec. man. et S   *ὥστε Scu*, *ἔστω* ABS, *neque — potest Co*, unde *ἔστι δὲ Ge*   32. 33. *ἰσορρόπων — μερῶν* interpolatori tribuit *Hu*   32. *ἰσόρροποι* S (recte AB)

8 *Τὸ μὲν οὖν μάλιστα συνέχον τὴν κεντροβαρικὴν πραγματείαν τοῦτ᾽ ἂν εἴη, μάθοις δ᾽ ἂν τὰ μὲν στοιχειώδη ὄντα διὰ ταύτης δεικνύμενα τοῖς Ἀρχιμήδους περὶ ἰσορροπιῶν ἐντυχὼν καὶ τοῖς Ἥρωνος μηχανικοῖς, ὅσα δὲ μὴ γνώριμα τοῖς πολλοῖς γράψομεν ἐφεξῆς, οἷον τὰ τοιαῦτα.*

9 *γʹ. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ αἱ πλευραὶ αὐτοῦ εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τεμνέσθωσαν τοῖς Η Θ Κ σημείοις, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΗ πρὸς ΗΒ, τὴν ΒΘ πρὸς ΘΓ καὶ τὴν ΓΚ πρὸς ΚΑ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΘ ΘΚ ΚΗ· ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου καὶ τοῦ ΗΘΚ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστίν.*

Τετμήσθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ ΓΑ δίχα τοῖς Δ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΒΕ· τὸ Ζ ἄρα κέντρον βάρους ἐστὶν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐὰν γὰρ τὸ τρίγωνον ἐπί τινος ὀρθοῦ ἐπιπέδου ἐπισταθῇ κατὰ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν, ἐπ᾽ οὐδέτερον μέρος ῥέψει τὸ τρίγωνον διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. ἐπισταθὲν δὲ ὁμοίως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κατὰ τὴν ΒΕ ἐπὶ τοῦ ὀρθοῦ ἐπιπέδου ἐπ᾽ οὐδέτερον μέρος ῥέψει διὰ τὸ ἴσα εἶναι τὰ ΑΒΕ ΒΓΕ τρίγωνα. εἰ δὲ ἐφ᾽ ἑκατέρας τῶν ΑΔ ΒΕ ἰσορροπεῖ τὸ τρίγωνον, τὸ ἄρα κοινὸν αὐτῶν σημεῖον τὸ Ζ κέντρον ἔσται τοῦ βάρους. [νοεῖν δὲ δεῖ τὸ Ζ, ὡς προείρηται, κείμενον ἐν μέσῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἰσοπαχοῦς τε καὶ ἰσοβαροῦς δηλονότι ὑποκειμένου.] καὶ φανερὸν ὅτι διπλασία ἐστὶν ἡ

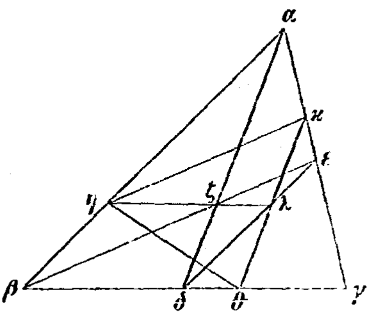
---

3. aut *ὄντα* aut *διὰ ταύτης δεικνύμενα* spuria esse videntur *ἰσορροπίων* AS, *ἰσορρόπων* B, corr. *Ge* 5. *ἐφεξης* A (B), *ἑξῆς* S 7. *γʹ* add. BS 8. *αὐτὸν* A (*Co*), *δοθέντα* BS *τοῖς* $\overline{ΗΘΚ}$ A, distinx. BS 9. *οὕτω* ante *τὴν ΒΘ* add. *Ge* *τὴν ΒΘ* *Hu* auctore *Co* pro *τὴν* $\overline{ΘΒ}$ 10. *πρὸς ΚΑ καὶ* *Hu* auctore *Co*, *πρὸς* $\overline{ΚΑ}$ ABS *Ge* *λέγω* ante *ὅτι* add. *Sca* 11. *τοῦ βάρους ἐστίν*] *βάρεός ἐστιν* (sic) *Ge* 12. 13. *Τετμήσθωσαν — βάρους ἐστὶν* om. *Ge* 12. *τεμνέσθωσαν* B *τοῖς* $\overline{ΔΕ}$ AB, distinx. S 16. *ῥίψει* A, corr. BS *εἶναι τὸ* $\overline{ΑΒΓ}$ *τρίγωνον* A¹BV, super *Γ* corr. *Δ* A², unde *τὸ* $\overline{αβδ}$ cod. Paris. 2368 correctus, itemque V²S 19. *τὰ ΑΒΕ ΓΒΕ* coni. *Hu* collato vs. 16 sq. 20. *ἐφ᾽ ἑκατέρᾳ* et *ἰσορρεπεῖ* *Ge* 22. *βάρεος* *Ge* *νοεῖν — 24. ὑποκειμένου*, manifestum interpretamentum, del. *Hu* 23. *ἰσοπαχοῦς* AV² *Sca*, *ἰσαχοῦς* B (?), *ἰσοταχοῦς* SV

tione partes, quae huc illuc a centro vergunt, aequali pondere fiunt].

Haec igitur doctrinae centrobaricae summa esse videtur, cuius elementa ediscas, si Archimedis de aequilibriis libros[1]) et Heronis mechanica adieris; quae autem plerisque minus nota sunt, ea iam exponemus. Velut haec *inprimis digna esse videntur quae demonstremus.*

III. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et latera eius in eandem proportionem secentur in punctis η ϑ $\varkappa$, ita ut sit $\alpha\eta : \eta\beta = \beta\vartheta : \vartheta\gamma = \gamma\varkappa : \varkappa\alpha$, et iungantur $\eta\vartheta$ $\vartheta\varkappa$ $\varkappa\eta$; dico triangula $\alpha\beta\gamma$ $\eta\vartheta\varkappa$ idem gravitatis centrum habere[2]). Prop. 2



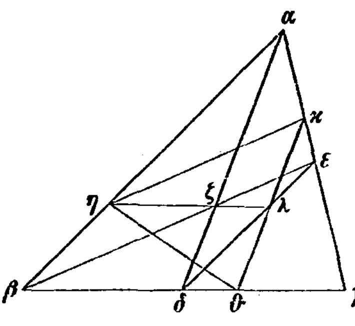
Secentur enim $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ bifariam in punctis δ ε, et iungantur $\alpha\delta$ $\beta\varepsilon$; ergo ζ gravitatis centrum est trianguli $\alpha\beta\gamma$. Nam si triangulum in quodam plano perpendiculari iuxta rectam $\alpha\delta$ constituatur, neutram in partem verget, quia triangulum $\alpha\beta\delta$ triangulo $\alpha\gamma\delta$ aequale est. Similiter autem triangulum $\alpha\beta\gamma$ iuxta rectam $\beta\varepsilon$ in plano perpendiculari constitutum neutram in partem verget, quia triangula $\alpha\beta\varepsilon$ $\gamma\beta\varepsilon$ aequalia sunt. Quodsi triangulum iuxta utramque rectarum $\alpha\delta$ $\beta\varepsilon$ aequilibrium servat, harum igitur commune punctum ζ centrum gravitatis erit[3]). Et appa-

1) Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν libros duos inter Archimedis opera edidit Torellius p. 1—16 et 35—60.

2) Huius theorematis vim et elegantiam breviter explicat Chasles *Aperçu* etc. p. 44 edit. II Paris. (p. 41 sq. vers. German.)

3) "Hoc idem Archimedes aliter demonstravit in libro de aequiponderantibus" Co. Vide libri I de planorum aequilibriis propos. 13 sq. p. 11—14 Torell.

μὲν ΑΖ τῆς ΖΔ, ἡ δὲ ΒΖ τῆς ΖΒ, καὶ ὅτι ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΕ καὶ ἡ ΑΖ πρὸς ΖΔ διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι καὶ τὰ ΔΖΕ ΑΒΖ τρίγωνα καὶ τὰ ΓΔΕ ΑΒΓ. ἐπιζευχθεῖσα οὖν ἡ ΔΕ τεμνέτω τὴν ΘΚ κατὰ τὸ Λ. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΘΒ πρὸς ΔΘ καὶ τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΓ, καὶ ἔστιν συνθέντι ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΘ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΚ, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΘ, ἡ ΕΑ πρὸς ΑΚ, καὶ ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΚ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΔ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ΑΕ τῇ ΓΕ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΓΕ πρὸς ΕΚ· συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΓΚ πρὸς ΚΕ· σύγκειται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΑΗ πρὸς ΗΒ λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ καὶ τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΓ. σύγκειται δ' ἐκ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΕ [καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΛ τῇ ΛΚ], ὡς δειχθήσεται· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΒ, ἡ ΔΛ πρὸς ΛΕ. καὶ εἰσὶν παράλληλοι αἱ ΑΒ ΔΕ, καὶ ἐπεζευγμέναι αἱ ΑΔ ΒΕ τέμνουσιν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ζ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Η Ζ Λ· καὶ τοῦτο γὰρ ἑξῆς [εἰ μικρόν ἐστιν]. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ



1. *ἡ δὲ ΒΖ* Hu auctore Co pro *ἡ δὲ* $\overline{ZB}$ *καὶ ὅτι* Hu pro *ὅτι καὶ* (nisi forte *καὶ φανερόν, ἐπεὶ — ὅτι καὶ* Pappus scripsit) *ὡς* (ante *ἡ ΓΑ*) om. S 1. 2. *ἡ γα πρὸς εγ οὕτως* V[2] 7. *οὕτως* ante *ἡ ΓΑ* add. *Ge*, et similiter posthac 9. *ὡς* (post *ἀναστρ.*) BS, *ων* A 12. *ὁ* ante *τῆς ΑΗ* om. A *Ge*, add. BS 13. *καὶ τοῦ τῆς ΔΘ Ge*, post *καὶ* add. *αἱ* A, *ἐκ* BS 16. 17. *καὶ ἴση — τῇ ΛΚ* hoc loco interposita demonstrationem turbant, quibus expulsis quaeritur, utrum paulo infra ante *τριγώνου δὴ τοῦ ΗΘΚ* addenda sint verba *ἴση δ' ἐστὶν ἡ ΘΛ τῇ ΛΚ· καὶ τοῦτο γὰρ ἑξῆς δειχθήσεται*, an eadem silentio supplenda, ut significatum est in Lat. versione 18. 19. *ὡς ἡ ΑΗ Ge*, *ἡ ΑΘΓ*, omisso *ὡς*, A, *ὡς αη* BS 22. *ἐπεζευγνυμέναι* ABS,

ret esse $\alpha\zeta = 2\zeta\delta$, et $\beta\zeta = 2\zeta\varepsilon$*), itemque esse $\gamma\alpha : \alpha\varepsilon = \alpha\beta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon = \alpha\zeta : \zeta\delta$, quia similia sunt et triangula $\delta\zeta\varepsilon$ $\alpha\zeta\beta$ et $\varepsilon\delta\gamma$ $\alpha\beta\gamma$. Iuncta igitur $\delta\varepsilon$ rectam $\vartheta\varkappa$ secet in λ. Quoniam igitur per formulam compositae proportionis est

$$\frac{\beta\vartheta}{\vartheta\gamma} = \frac{\beta\vartheta}{\delta\vartheta}\cdot\frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma},$$ et *ex hypothesi* $\frac{\beta\vartheta}{\vartheta\gamma} = \frac{\gamma\varkappa}{\varkappa\alpha}$, *unde* componendo fit

$$\frac{\beta\gamma}{\gamma\vartheta} = \frac{\gamma\alpha}{\alpha\varkappa},$$ et sumptis dimidiis antecedentium

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma\vartheta} = \frac{\varepsilon\alpha}{\alpha\varkappa},$$ et convertendo

$$\frac{\delta\gamma}{\delta\vartheta} = \frac{\varepsilon\alpha}{\varepsilon\varkappa},$$ estque $\delta\gamma = \beta\delta$, et $\varepsilon\alpha = \gamma\varepsilon$, fit igitur etiam

$$\frac{\beta\delta}{\delta\vartheta} = \frac{\gamma\varepsilon}{\varepsilon\varkappa};$$ itaque componendo est

$$\frac{\beta\vartheta}{\delta\vartheta} = \frac{\gamma\varkappa}{\varepsilon\varkappa};$$ ergo per formulam compositae proportionis

$$\frac{\beta\vartheta}{\vartheta\gamma} = \frac{\gamma\varkappa}{\varepsilon\varkappa}\cdot\frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma},$$ *sive, quia ex hypothesi* $\frac{\beta\vartheta}{\vartheta\gamma} = \frac{\alpha\eta}{\eta\beta}$,

$$\frac{\alpha\eta}{\eta\beta} = \frac{\gamma\varkappa}{\varkappa\varepsilon}\cdot\frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma}.$$ Sed (ut *proximo lemmate* demonstrabitur) est etiam

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda\varepsilon} = \frac{\gamma\varkappa}{\varkappa\varepsilon}\cdot\frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma};$$ ergo est

$$\frac{\alpha\eta}{\eta\beta} = \frac{\delta\lambda}{\lambda\varepsilon}.$$

Et sunt parallelae $\alpha\beta$ $\delta\varepsilon$, iunctaeque $\alpha\delta$ $\beta\varepsilon$ secant se in puncto ζ; recta igitur est quae per puncta η ζ λ transit (nam hoc etiam deinceps *lemmate V* demonstrabitur). Et quia *propter parallelas* $\beta\eta$ $\lambda\varepsilon$ est $\beta\zeta : \zeta\varepsilon = \eta\zeta : \zeta\lambda$, et, *ut supra*

*) "Quoniam enim $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ in punctis δ ε bifariam secantur, erit ut $\beta\delta$ ad $\delta\gamma$, ita $\alpha\varepsilon$ ad $\varepsilon\gamma$. quare ducta $\delta\varepsilon$ ipsi $\alpha\beta$ parallela erit, et idcirco triangulum $\gamma\delta\varepsilon$ simile est triangulo $\gamma\beta\alpha$, itemque $\delta\varepsilon\zeta$ triangulum triangulo $\alpha\zeta\beta$ simile. Cum igitur sit ut $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$, ita $\beta\alpha$ ad $\delta\varepsilon$, erit $\beta\alpha$ ipsius $\delta\varepsilon$ dupla. sed ut $\beta\alpha$ ad $\delta\varepsilon$, ita $\alpha\zeta$ ad $\zeta\delta$, et $\beta\zeta$ ad $\zeta\varepsilon$. ergo $\alpha\zeta$ dupla est $\zeta\delta$, et $\beta\zeta$ ipsius $\zeta\varepsilon$. Hoc autem nos aliter demonstravimus in commentariis in sextam propositionem libri Archimedis de quadratura parabolae." *Co.* Vide huius commentarios in opera nonnulla Archimedis (Venetiis 1558) p. 22 B.

ἐπιζευγνύμεναι Ge, corr. *Hu* 23. *τέμνουσαι* ABS, corr. *Ge* auctore *Co* 25. *διὰ τῶν ΗΖΔ* AB, corr. Paris. 2368 S 26. *εἰ μικρόν ἐστιν* del. *Hu*, *quamquam parvi sit momenti Co* addita nota "Graecus autem codex, ut arbitror, mendosus est" πρὸς ΖΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΛ, διπλῆ δὲ ἡ ΒΖ τῆς ΖΕ, διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΗΖ τῆς ΖΛ. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΘΚ διχοτομία ἡ ΗΛ, καὶ διπλῆ ἡ ΗΖ τῆς ΖΛ· τὸ Ζ ἄρα κέντρον βάρους ἐστὶν τοῦ ΗΘΚ τριγώνου. ἦν δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ.

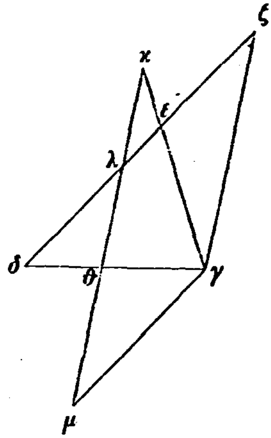
10 δ'. Τὸ δὲ ὑπερτεθὲν νῦν δειχθήσεται. ἔστω γὰρ ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΓΕ πρὸς ΕΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ ΘΚ τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Λ· ὅτι ἴση μέν ἐστιν ἡ ΘΛ τῇ ΚΛ, ὁ δὲ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΓ καὶ τοῦ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ.

Ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ ΘΚ παράλληλος ἡ ΓΖ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΔΕ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαί εἰσιν αἱ ΔΛ ΛΕ, καὶ ἔξωθεν ἡ ΖΛ, ὁ ἄρα τῆς ΔΛ πρὸς ΛΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΖ καὶ τοῦ τῆς ΛΖ πρὸς ΕΛ. ἀλλὰ τῷ μὲν τῆς ΔΛ πρὸς ΛΖ λόγῳ ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΓ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΓΖ τῇ ΚΘ, τῷ δὲ τῆς ΖΛ πρὸς ΛΕ λόγῳ ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι τὰ ΓΕΖ ΕΚΛ τρίγωνα· καὶ ὁ τῆς ΔΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΓ καὶ ἐκ τοῦ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ. κατὰ ταὐτὰ δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ὁ τῆς ΚΛ πρὸς ΛΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΕ πρὸς ΕΓ καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΘ, παραλλήλου ἀχθείσης τῇ ΕΔ διὰ τοῦ Γ τῆς ΓΜ καὶ συμπιπτούσης τῇ ΚΘ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Μ. ἐπεὶ γὰρ πάλιν δύο εὐθεῖαί εἰσιν αἱ ΚΛ ΛΘ ἔξωθεν τῆς ΛΜ λαμβανομένης, ὁ ἄρα τῆς ΚΛ πρὸς ΛΘ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΛ πρὸς ΛΜ καὶ τοῦ

3. ἡ ΗΛ Hu pro τὸ Λ (τὸ Ζ coniecerat Sca) 4. βάρους om. ABS, τοῦ βάρους add. Ge 5. δ' add. BS 6. ἡ ΓΕ A³BS, ἡ CE A¹ 10. ἡ ΓΖ Co pro ἡ ΖΓ 10—12. codex quo Ge usus est duas lacunas habet, quas ille quantum potuit secundum Co explevit 13. 14. καὶ τοῦ τῆς ΛΖ πρὸς ΕΛ A in marg. B, καὶ τοῦ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΖ A in contextu, unde utraque scriptura migravit in S, ubi abundantia καὶ τοῦ τῆς δλ πρὸς λζ del. Sca 14. τῆς add. Hu 15. λόγωι A³ ex λόγω* 16. εἶναι om. AS, add. B Ge λόγῳ BS, λόγος A 17. ὁ om. AS, add. B Ge ἰσογώνιον A, corr. BS 18. ἄρα om. A, add. BS Ge πρὸς τὴν ΛΕ Co pro πρὸς τὴν ΕΛ 20. ταὐτὰ δὴ Hu pro τάδε 25. ὁ add. Sca Ge, ἄρα add. Hu 26. ΛΘ λόγος—

demonstravimus, $\beta\zeta = 2\zeta\varepsilon$, est igitur etiam $\eta\zeta = 2\zeta\lambda$. Iam vero triangulum $\eta\vartheta\varkappa$, *id quod ex proximo lemmate sequitur*, rectâ $\eta\lambda$ in duas aequales partes secatur, et *eiusdem rectae segmentum* $\eta\zeta$ duplo maius est quam *alterum segmentum* $\zeta\lambda$; ergo punctum ζ gravitatis est centrum trianguli $\eta\vartheta\varkappa$*). Sed *idem punctum* ζ etiam trianguli $\alpha\beta\gamma$ *centrum gravitatis erat, et cet.*

IV. Quod autem *in superiore demonstratione* dilatum est, id iam ostendemus. Sit enim $\gamma\delta : \delta\vartheta = \gamma\varepsilon : \varepsilon\varkappa$, et iungantur $\delta\varepsilon$ $\vartheta\varkappa$ secantes se in puncto λ; dico esse $\vartheta\lambda = \lambda\varkappa$, et $\frac{\delta\lambda}{\lambda\varepsilon} = \frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma} \cdot \frac{\gamma\varkappa}{\varkappa\varepsilon}$. Prop. 3



Ducatur per γ rectae $\vartheta\varkappa$ parallela recta $\gamma\zeta$, eaque occurrat rectae $\delta\varepsilon$ productae in puncto ζ. Quoniam igitur duae rectae sunt $\delta\lambda$ $\lambda\varepsilon$, et praeterea *adsumitur* recta $\zeta\lambda$, est igitur per formulam compositae proportionis

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda\varepsilon} = \frac{\delta\lambda}{\lambda\zeta} \cdot \frac{\lambda\zeta}{\varepsilon\lambda}.$$

Sed propter parallelas $\gamma\zeta$ $\varkappa\vartheta$ est $\delta\lambda : \lambda\zeta = \delta\vartheta : \vartheta\gamma$, et propter triangulorum $\gamma\varepsilon\zeta$ $\varkappa\varepsilon\lambda$ similitudinem *et componendo* est $\zeta\lambda : \lambda\varepsilon = \gamma\varkappa : \varkappa\varepsilon$; est igitur

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda\varepsilon} = \frac{\delta\vartheta}{\vartheta\gamma} \cdot \frac{\gamma\varkappa}{\varkappa\varepsilon}.$$

Eadem ratione demonstrabitur esse etiam

$$\frac{\varkappa\lambda}{\lambda\vartheta} = \frac{\varkappa\varepsilon}{\varepsilon\gamma} \cdot \frac{\gamma\delta}{\delta\vartheta},$$

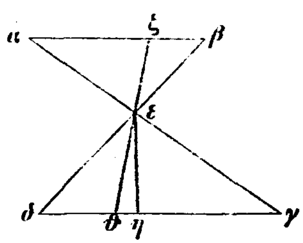
cum per γ rectae $\varepsilon\delta$ parallelam duxerimus rectam $\gamma\mu$, quae rectae $\varkappa\vartheta$ productae occurrat in μ. Quoniam enim rursus sunt duae rectae $\varkappa\lambda$ $\lambda\vartheta$, et praeterea recta $\lambda\mu$ adsumitur, est igitur

*) Haec singillatim demonstrare scriptor omisit, quia superiorem demonstrationem de trianguli $\alpha\beta\gamma$ gravitatis centro, paucis mutatis, huc transferri posse videbat.

1040, 1. καὶ τοῦ τῆς add. *Sca*, item Latinis verbis lacunam explevit *Co*, unde *Ge* perinde ac *Sca* (nisi quod *Ge* συνῆπται) locum restituit τῆς ΛΜ πρὸς ΛΘ. ἀλλ' ὁ μὲν τῆς ΚΛ πρὸς ΛΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΚΕ πρὸς ΕΓ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι πάλιν τὴν ΕΔ τῇ ΓΜ, ὁ δὲ τῆς ΛΜ πρὸς ΛΘ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΘ διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι τὰ ΔΘΛ ΓΘΜ τρίγωνα· ὁ ἄρα τῆς ΚΛ πρὸς ΛΘ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ τῆς ΚΕ πρὸς ΕΓ, τουτέστιν τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΔΓ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΔΘ λόγου, ὃς τὸν τῆς ἰσότητος λόγον ποιεῖ· καὶ ὁ τῆς ΚΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΘ λόγος τῆς ἰσότητός ἐστιν· ἴση ἄρα ἡ ΚΛ τῇ ΛΘ.

11 ε'. Τὸ λοιπὸν τῶν ὑπερτεθέντων. ἔστω παράλληλος ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΓΘ πρὸς ΘΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΒΔ τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· ὅτι ἡ διὰ τῶν Ζ Ε Θ εὐθεῖά ἐστιν.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω ἡ διὰ τῶν Ζ Ε Η. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, ὡς δὲ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΗΔ, ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΗΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΒ, τουτέστιν ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ, ὅπερ ἀδύνατον· ἡ ἄρα διὰ τῶν



Ζ Ε Θ σημείων εὐθεῖά ἐστιν.

12 ς'. Παραλληλογράμμου δοθέντος ὀρθογωνίου τοῦ ΑΓ, διαγαγεῖν τὴν ΓΔ ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου ἀρτηθέντος ἀπὸ τοῦ Δ τὰς ΑΔ ΒΓ παραλλήλους εἶναι τῷ ὁρίζοντι.

Γεγονέτω· ἡ ἄρα διὰ τοῦ Δ καὶ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους τοῦ τραπεζίου ἀγομένη εὐθεῖα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ ἐπὶ τὴν ΒΓ. ἔστω ἡ ΔΛ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΔΛ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ,

6. τε add. Ge 8. λόγου ὃς Sca, λόγου ABS, ὃς λόγος Ge λόγον (ante ποιεῖ) BS, λόγος A 11. ε' ante ἔστω add. BS 14. τῶν ΖΕΘ AB, distinx. S, item vs. 25 15. τῶν ΖΕΗ AB, distinx. S 20. ἡ ΖΒ Co pro ἡ ΒΖ πρὸς ΒΔ καὶ ABV^2 Ge, corr. Paris. 2368 SV 26. ς' add. BS 27. τοῦ ΑΒΓ τραπεζίου AB, corr. altera m. in Paris.

$$\frac{\varkappa\lambda}{\lambda\vartheta} = \frac{\varkappa\lambda}{\lambda\mu} \cdot \frac{\lambda\mu}{\lambda\vartheta}.$$

Sed rursus propter parallelas $\varepsilon\lambda$ $\gamma\mu$ est $\varkappa\lambda : \lambda\mu = \varkappa\varepsilon : \varepsilon\gamma$, et propter triangulorum $\delta\vartheta\lambda$ $\gamma\vartheta\mu$ similitudinem *et componendo* est $\lambda\mu : \lambda\vartheta = \gamma\delta : \delta\vartheta$; est igitur

$$\frac{\varkappa\lambda}{\lambda\vartheta} = \frac{\varkappa\varepsilon}{\varepsilon\gamma} \cdot \frac{\gamma\delta}{\delta\vartheta},$$ id est, *quia ex hypothesi* $\frac{\varkappa\varepsilon}{\varepsilon\gamma} = \frac{\vartheta\delta}{\delta\gamma}$,

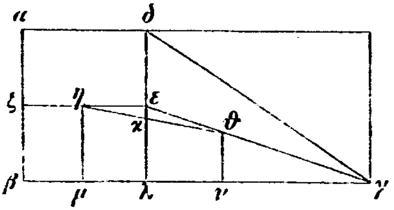
$$= \frac{\vartheta\delta}{\delta\gamma} \cdot \frac{\gamma\delta}{\delta\vartheta},$$ quae est proportio aequalis *magnitudinis* ad aequalem; ergo est $\varkappa\lambda = \lambda\vartheta$.

V. *Sequitur* alterum quod *supra* dilatum est. Sint parallelae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et $\alpha\zeta : \zeta\beta = \gamma\vartheta : \vartheta\delta$, et iungantur $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ secantes se in puncto ε; dico rectam esse quae per ζ ε ϑ transit. Prop. 4

Si enim non *ita sit*, ea quae per ζ ε η transit *sit recta*. Quoniam igitur *propter parallelas* $\alpha\beta$ $\delta\gamma$ est $\alpha\zeta : \gamma\eta = \zeta\varepsilon : \varepsilon\eta = \zeta\beta : \eta\delta$, et vicissim $\alpha\zeta : \zeta\beta = \gamma\eta : \eta\delta$, id est (*quia ex hypothesi* $\alpha\zeta : \zeta\beta = \gamma\vartheta : \vartheta\delta$), $\gamma\vartheta : \vartheta\delta = \gamma\eta : \eta\delta$, id quod fieri non potest; ergo recta est quae per puncta ζ ε ϑ transit.

VI. Dato parallelogrammo rectangulo $\alpha\gamma$, recta $\gamma\delta$ ita ducatur, ut, si trapezium $\alpha\beta\gamma\delta$ a puncto δ suspendatur, rectae $\alpha\delta$ $\beta\gamma$ parallelae sint horizonti. Prop. 5

Factum iam sit; ergo recta, quae per δ et per gravitatis centrum trapezii ducitur, perpendicularis est et horizonti et rectae $\beta\gamma$ *). Sit $\delta\lambda$, quae bifariam secetur in ε, itemque recta $\alpha\beta$ in ζ; et iungantur rectae $\gamma\varepsilon$ $\varepsilon\zeta$, et $\gamma\varepsilon$ in puncto ϑ ita secetur, ut $\gamma\vartheta$ duplo maior sit quam $\vartheta\varepsilon$; et $\varepsilon\zeta$ bifariam secetur in η, et iun-



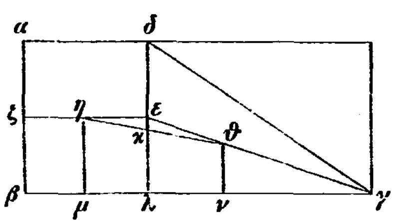
*) "Est enim suspensionis punctum et centrum gravitatis suspensi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonstravimus in commentariis in 6. propositionem libri Archimedis de quadratura parabolae" *Co.* Vide huius commentarios in opera nonnulla Archimedis (Venetiis 1558) p. 22 C.

2368, unde emendata scriptura migravit in S 32 *δίχα ἡ ΔΛ Sca Ge*, *διχὰ τῆι Β̄Δ̄* A, *δίχα τῇ Δ̄Λ̄* BS *ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ* add. *Ge* auctore *Co* *ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΓΕΖ, καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ κατὰ τὸ Θ ὥστε διπλῆν εἶναι τὴν ΓΘ τῆς ΘΕ, καὶ ἡ ΕΖ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ τέμνουσα τὴν ΔΑ κατὰ τὸ Κ· τὸ μὲν ἄρα Η κέντρον βάρους ἐστὶν τοῦ ΒΔ παραλληλογράμμου, τὸ δὲ Θ κέντρον βάρους τοῦ ΓΔΑ τριγώνου· τοῦ ἄρα ὅλου τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΗΘ ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῆς ΔΑ· τὸ Κ ἄρα κέντρον βάρους ἐστὶν τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου. ἀλλὰ καὶ τοῦ μὲν ΒΔ παραλληλογράμμου τὸ Η, τοῦ δὲ ΔΑΓ τριγώνου τὸ Θ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΔΓΑ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΗ. ἐὰν γὰρ ἀνὰ πεῖραν ἐπινοήσωμεν τοῦ μὲν ΒΔ παραλληλογράμμου [οὕτως ἔχον] τὸ βάρος ἐν ἑαυτῷ πᾶν συνῆχθαι πρὸς τῷ Η, τοῦ δὲ ΓΔΑ τριγώνου πᾶν τὸ βάρος ἐν τῷ Θ συνῆχθαι, γίνεται ὥσπερ ζυγός ἡ ΗΘ, ἐκ δὲ τῶν ἄκρων τὰ εἰρημένα βάρη. καὶ ἐὰν τμηθῇ ἡ ΗΘ κατὰ τὸ Κ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ πρὸς τῷ Η βάρος πρὸς τὸ πρὸς τῷ Θ, τουτέστιν τὸ ΒΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΔΑ τρίγωνον, οὕτως τὴν ΘΚ εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΚΗ κατὰ τὸν ἀντιπεπονθότα τῶν βαρῶν ἐν τοῖς ζυγοῖς λόγον, ἔσται τὸ Κ σημεῖον ἐξ οὗ τὰ βάρη ἰσορροπήσει [ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἐκ τοῦ Κ ἰσορροπήσει]. ἤχθωσαν δὴ κάθετοι ἀπὸ τῶν Η Θ ἐπὶ τὴν ΒΓ αἱ ΗΜ ΘΝ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ΒΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΔΑ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΚΗ, ἀλλ' ὡς τὸ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΒΛ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΛΓ, ὡς δὲ ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΚΗ, οὕτως ἡ ΝΛ*

---

1. *ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΓΕ* ABS, *ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ ΖΕ ΕΓ* voluit *Co*, *καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ, ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΓΕ Ge*, corr. *Hu* 3. *ἡ ΗΘ Ge* auctore *Co*, *κατὰ τὸ ΗΘ* A, *κατὰ τὰ ηθ* BS 4. 5. *τὸ μὲν ἄρα — τριγώνου*] sic recte AB, in S cum quaedam omissa essent, *Sca* locum sua coniectura sic restituit: *τὸ μὲν ἄρα [Θ ἐστὶ] κέντρον βάρους τοῦ ΓΔΑ τριγώνου [τὸ δὲ Η τοῦ ΒΔ παραλληλογράμμου]* 6. *ὅλου ἄρα τοῦ Hu* 10. *πρὸς τὸ δλγ Ge* 11. *ἀνὰ πεῖραν Hu* pro *ἀνάπαλιν* 12. *οὕτως ἔχον* del. *Hu* (iisdem verbis servatis paulo supra *τὸ μὲν ΒΔ παραλληλόγραμμον* scribi voluit *Co*, et eandem in sententiam post *ἑαυτῷ* add. *ὥστε Sca*) 13. *συνηγμένον* coni. *Hu*, item vs. proximo *πρὸς τὸ η Ge* *τοῦ δὲ ΓΔΑ Hu*, *τοῦ ΔΒΓ ΔΛ* A, *τοῦ δεγ* BS, *τοῦ δὲ ΔΕΓ Sca*, *τοῦ δὲ δλγ Ge*

gatur $\eta\vartheta$ rectam $\delta\lambda$ secans in $\varkappa$; ergo parallelogrammi $\beta\delta$ centrum gravitatis est punctum η, et trianguli $\gamma\delta\lambda$ punctum ϑ*); itaque totius trapezii centrum gravitatis in recta $\eta\vartheta$ est. Sed etiam in $\delta\lambda$: ergo $\varkappa$ est gravitatis centrum trapezii $\alpha\beta\gamma\delta$. Sed *erat* parallelogrammi $\beta\delta$ *gravitatis centrum* η, et trianguli $\delta\lambda\gamma$ ϑ; est igitur ut parallelogrammum $\beta\delta$ ad triangulum $\delta\lambda\gamma$, ita $\vartheta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$. Nam si, ad experimentum transeuntes, fingamus parallelogrammi $\beta\delta$ omne in se pondus contractum esse in puncto η, et trianguli $\gamma\delta\lambda$ in puncto ϑ, fit quasi staterae iugum recta $\eta\vartheta$, eiusque ex terminis illa quae diximus pondera *suspensa cogitantur*. Quodsi $\eta\vartheta$ in puncto $\varkappa$ ita secetur, ut sit ut pondus quod est in η ad pondus quod est in ϑ, id est ut parallelogrammum $\beta\delta$ ad triangulum $\gamma\delta\lambda$, ita recta $\vartheta\varkappa$ ad rectam $\varkappa\eta$ iuxta contrariam ponderum, quae sunt in statera, proportionem, ipsum punctum $\varkappa$ erit in quo pondera aequilibrium servabunt (*Archim. l. c. propos. 6*). Iam a punctis η ϑ ad rectam $\beta\gamma$ perpendiculares ducantur $\eta\mu$ $\vartheta\nu$. Quoniam igitur est ut parallelogrammum $\beta\delta$ ad triangulum $\gamma\delta\lambda$, ita recta $\vartheta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$, at vero etiam ut parallelogrammum ad triangulum, ita recta $\beta\lambda$ ad dimidiam $\lambda\gamma$ (*elem. 6, 1*), atque ut $\vartheta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$, ita $\nu\lambda$ ad $\lambda\mu$



*) Horum theorematum prius Archimedes demonstravit de planorum aequilibriis I propos. 10, alterum in mechanicis, sicut ipse scribit in libro de quadratura parabolae propos. 6: *τετμάσθω δὴ ἁ ΒΓ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε οὕτως ὥστε διπλασίονα εἶμεν τὰν ΓΕ τᾶς ΕΒ, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΒ ἁ ΚΕ, καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ· τοῦ δὴ ΒΔΓ τριγώνου κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς.* Conferantur etiam quae supra ad propos. 2 p. 1037 adnotata sunt.

15. *ζυγὸς ὁ* $\overline{ΗΘ}$ ABS, corr. *Ge* auctore *Co* 16. 17. *τῶι* $\overline{Η}$ *βάρος* A 17. *τὸ* $\overline{ΒΓ}$ *παραλληλόγραμμον* ABS, *ΒΔ* corr. *Sca Co* 21. *ὥστε — ἰσορροπήσει* del. *Hu* 22. *τῶν* $\overline{ΗΘ}$ A, distinx. BS

πρὸς τὴν ΔΜ διὰ τὸ εἰς παραλλήλους τὰς ΗΜ ΕΔ ΘΝ διῆχθαι τὰς ΗΚΘ ΜΔΝ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΔΓ, οὕτως ἡ ΝΔ πρὸς τὴν ΔΜ ἡμίσειαν οὖσαν τῆς ΒΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν διπλασίαν, τουτέστιν πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΔΝ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΜΔ, τουτέστιν τὴν ΒΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΓΔΝ. [ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΝ.] ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς ΔΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον. καὶ τριπλῆ ἐστιν ἡ ΓΔ τῆς ΔΝ (ἐπεὶ καὶ ἡ ΓΕ τριπλῆ ἐστιν τῆς ΕΘ· διπλῆ γὰρ ἡ ΓΘ τῆς ΕΘ)· τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ τοῦ ἀπὸ ΔΒ. καὶ δοθέντα τὰ Β Γ· δοθὲν ἄρα τὸ Δ, ὥστε καὶ τὸ Δ. διὸ δὴ τὴν ΒΓ τεμόντες κατὰ τὸ Δ, ὥστε τὸ ἀπὸ ΓΔ τοῦ ἀπὸ ΔΒ εἶναι τριπλάσιον, ἕξομεν τὸ Δ τῆς ἀρτήσεως σημεῖον. τέμνεται δὲ ἡ ΒΓ οὕτως.

13 ζʹ. Εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος εἶναι δυνάμει τριπλασίαν.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΔ καὶ τετμήσθω τῷ Γ, ὥστε τὴν ΑΓ τῆς ΓΔ εἶναι τριπλῆν, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΔ, καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ ἀπὸ τοῦ Γ ἡ ΓΒ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΔΕ· ὅτι ἡ ΑΕ τῆς ΔΕ δυνάμει τριπλασία ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ τῶν ΑΓ ΓΔ μέση ἀνάλογόν ἐστιν, ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ· τριπλασία ἄρα ἡ ΑΕ τῆς ΔΕ δυνάμει.

Ὁμοίως καὶ εἰς τὸν δοθέντα λόγον δυνάμει τμηθήσεται ἡ ΑΔ εὐθεῖα καὶ πᾶσα ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα.

---

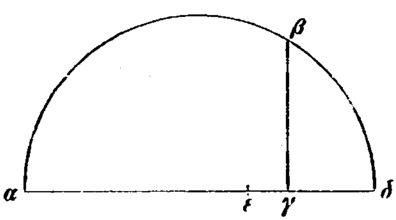
1. τὰς ΗΜΕΔ ΘΝ A, τὰς ημε λθη BS, τὰς ΗΜ ΝΘ Sca, corr. Co 3. 4. οὖσαν τῆς ΑΒ ABS Co, corr. Ge 4. 5. διπλασίαν τουτέστιν πρὸς τὴν om. Co Ge 7. 8. ἔστιν ἄρα — πρὸς ΔΝ del. Hu ἡ ΒΔ πρὸς ΑΝ ABS, corr. Sca Co 8. ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς ΑΗ A, corr. BS 10. ἐπεὶ γὰρ ἡ Ge 11. τὸ ἀπὸ ΓΔ Sca Co pro τὸ ἀπὸ ΓΔ 12. τὰ ΒΓ AB, distinx. S 13. δοθέντα ἄρα ABS, corr. S^2 Co τέμνοντες BS 15. τέμνεται Hu, τε γίνεται A^1, τε ἦν γίνεται A^2BS, τμηθήσεται Ge 16. ζʹ add. BS τὴν μείζονα ἀποτομὴν coni. Hu 18. κατὰ τὸ Γ Ge 25. τριπλάσιον ἄρα Ge

(quia per parallelas $\eta\mu$ $\varepsilon\lambda$ $\vartheta\nu$, ductae sunt rectae $\eta\varkappa\vartheta$ $\mu\lambda\nu$), ergo est etiam

$$\beta\lambda : \tfrac{1}{2}\lambda\gamma = \nu\lambda : \lambda\mu$$
$$= \nu\lambda : \tfrac{1}{2}\beta\lambda;$$ itaque etiam
$$\beta\lambda : \lambda\gamma = \nu\lambda : \beta\lambda,$$ itaque
$$\beta\lambda^2 = \gamma\lambda \cdot \lambda\nu.$$ Sed *per multiplicationem proportionis est* $\gamma\lambda : \lambda\nu = \gamma\lambda^2 : \gamma\lambda \cdot \lambda\nu$; *ergo etiam*
$$\gamma\lambda : \lambda\nu = \gamma\lambda^2 : \beta\lambda^2.$$ Et est
$$\gamma\lambda = 3\lambda\nu$$ (quia etiam $\gamma\varepsilon = 3\varepsilon\vartheta$; nam *ex constructione erat* $\gamma\vartheta : 2\varepsilon\vartheta$); ergo est
$$\gamma\lambda^2 = 3\beta\lambda^2.$$

Et data sunt puncta β γ; ergo etiam λ datum est (*dat. 55 et 27*), itaque etiam δ (*dat. 32*). Quapropter[1]), si rectam $\beta\gamma$ in puncto λ ita secabimus, ut sit $\gamma\lambda^2 = 3\beta\lambda^2$, habebimus suspensionis punctum δ. Secatur autem $\beta\gamma$ hac ratione.

VII. Recta ita secetur, ut quadratum ex maiore parte ter contineat quadratum ex minore. Prop. 6



Sit recta $\alpha\delta$, quae in puncto γ ita secetur, ut sit $\alpha\gamma = 3\gamma\delta$; et in $\alpha\delta$ describatur semicirculus $\alpha\beta\delta$, et rectae $\alpha\delta$ a puncto γ perpendicularis *ducatur* $\gamma\beta$, fiatque $\alpha\varepsilon : \delta\varepsilon = \alpha\gamma : \gamma\beta$; dico esse $\alpha\varepsilon^2 = 3\delta\varepsilon^2$.

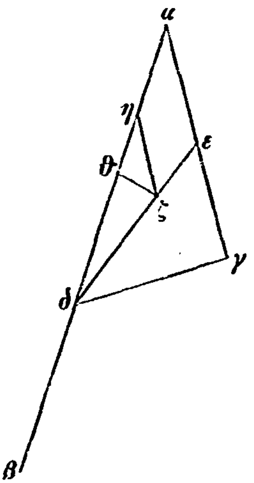
Quoniam enim $\beta\gamma$ rectarum $\alpha\gamma$ $\gamma\delta$ media est proportionalis, est igitur (*elem. 6, 20 coroll. 2*)
$$\alpha\gamma : \gamma\delta = \alpha\gamma^2 : \beta\gamma^2,$$ id est *ex constructione*
$$= \alpha\varepsilon^2 : \delta\varepsilon^2.$$ *Sed ex constructione est* $\alpha\gamma = 3\gamma\delta$; ergo est
$$\alpha\varepsilon^2 = 3\delta\varepsilon^2.$$

Similiter etiam in *quamlibet* datam proportionem secabitur recta $\alpha\delta$ et omnino quaevis data recta.

1) Hinc incipit compositio problematis (*Co*).

14 *η'. Θέσει αἱ ΑΒ ΑΓ, καὶ δοθὲν τὸ Β, καὶ διήχθω ἡ ΓΔ ἀποτέμνουσα δοθέντα λόγον τὸν τῆς ΑΓ πρὸς ΒΔ· δεῖξαι ὅτι τοῦ ΑΓΔ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ πρὸς θέσει.*

Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα τῷ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ τετμήσθω κατὰ τὸ Ζ, ὥστε τὴν ΕΖ τρίτον μέρος εἶναι τῆς ΕΔ· *τὸ Ζ ἄρα κέντρον βάρους ἐστὶν τοῦ ΑΓΔ τριγώνου (τοῦτο γὰρ προδέδεικται). ἤχθω δὴ τῇ ΑΕ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ τῆς ΑΒ τρίτον μέρος ἔστω ἡ ΑΘ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΗ τρίτον μέρος τῆς ΑΔ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΕΖ τῆς ΕΔ· καὶ λοιπὸν οὖν ἡ ΘΗ τρίτον μέρος ἐστὶν τῆς ΒΔ.* λόγος δὲ τῆς ΒΔ *πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς [τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΗ· τριπλασία γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΔΑ τῆς ΔΗ ἡμιολία ἐστίν, τουτέστιν ἡ ΑΕ* τῆς ΖΗ, ἡ δὲ ΓΑ τῆς ΑΕ *διπλῆ]· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΗΘ πρὸς τὴν ΗΖ δοθείς. καὶ δοθεῖσα ἡ πρὸς τῷ Η γωνία (καὶ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α)· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΗΘΖ γωνία. καὶ δοθὲν τὸ Θ· θέσει ἄρα ἡ ΘΖ εὐθεῖα, καὶ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς τὸ Ζ κέντρον.*



15 *Ταῦτα μὲν οὖν καὶ τὰ τοιαῦτα θεωρίαν ἔχει, τὰ δὲ καὶ εἰς χρείαν δυνάμενα πεσεῖν μηχανικὴν τοιαῦτ' ἂν εἴη.*

---

1. *η'* add. BS *αἱ Hu* auctore *Co* pro *ἡ* 5. *Τετμήσθω Hu, αι τεμνέσθω* A[1], *καὶ τεμνέσθω* A[2]S *Ge, καὶ τετμήσθω* B 6. 7. *ὥστε — τὸ Ζ ἄρα Co, ὥστε τὴν ΕΖ ἄρα,* omissis reliquis, AB, *ὥστε τὴν δζ τριπλασίαν εἶναι τῆς ζε τὸ ζ ἄρα* margo codicis Paris. 2368, *ὥστε τὴν δζ διπλασίαν εἶναι τῆς ζε τὸ ζ ἄρα* S 8. *γὰρ ἐδείχθη Ge* 10. *καὶ τῆς ΑΕ* ABS, corr. *Sca Co* 13. *τῆς ΕΔ Sca Co* pro *τῆς ΖΔ καὶ λοιπὴ Sca* 15. *λόγος δὲ τῆς ΒΔ* om. ABS, *λόγος δὲ ὁ τῆς ΒΔ* add. Sca, *καὶ ὁ λόγος τῆς ΒΔ* add. *Co* 16. *τῆς δὲ — 20. διπλῆ* interpolatori tribuit *Hu,* quae cum cursim in margine olim adnotata es-

VIII. *Datae sint* positione rectae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$, datumque punctum β, et ducatur $\gamma\delta$ abscindens datam proportionem $\alpha\gamma : \beta\delta$; demonstretur trianguli $\alpha\gamma\delta$ centrum gravitatis esse in recta positione data. Prop. 7

Secetur $\alpha\gamma$ bifariam in puncto ε, et iuncta $\delta\varepsilon$ in puncto ζ ita secetur, ut sit $\varepsilon\zeta = \frac{1}{3}\varepsilon\delta$; ergo ζ centrum gravitatis est trianguli $\alpha\gamma\delta$ (hoc enim supra *lemmate III* demonstratum est). Iam ducatur $\zeta\eta$ parallela rectae $\alpha\varepsilon$, et sit $\alpha\vartheta = \frac{1}{3}\alpha\beta$. Sed *ex constructione* est etiam $\alpha\eta = \frac{1}{3}\alpha\delta$ (quoniam $\varepsilon\zeta = \frac{1}{3}\varepsilon\delta$); ergo per subtractionem est $\vartheta\eta = \frac{1}{3}\beta\delta$. Sed data est proportio

$\beta\delta : \alpha\gamma$; *ergo etiam* (*id quod efficitur ex dat. 8*) *data est proportio*

$\frac{1}{3}\beta\delta : \frac{1}{2}\alpha\gamma$, *id est*

$\vartheta\eta : \alpha\varepsilon$: ergo etiam data est proportio

$\vartheta\eta : \frac{2}{3}\alpha\varepsilon$, *id est* (*quia parallelae sunt* $\alpha\varepsilon$ $\eta\zeta$, *et* $\delta\zeta = \frac{2}{3}\delta\varepsilon$)

$\vartheta\eta : \eta\zeta$.

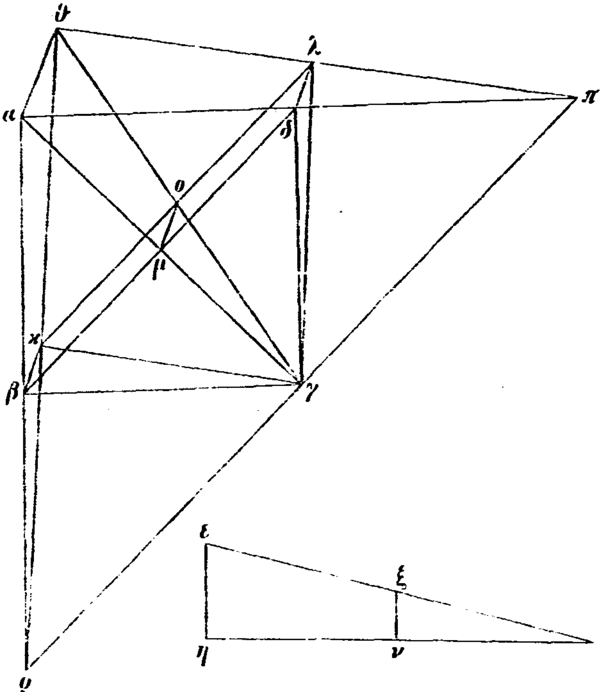
Et datus est angulus $\delta\alpha\gamma$; ergo etiam angulus $\vartheta\eta\zeta$ datus est; itaque, *quia proportionem* $\vartheta\eta : \eta\zeta$ *datam esse demonstravimus, propter dat. 41* datus est etiam angulus $\eta\vartheta\zeta$. Et datum est punctum ϑ (*namque* $\alpha\beta$ *magnitudine data, cuius tertia pars est* $\alpha\vartheta$); ergo recta $\vartheta\zeta$ positione data est (*dat. 29*), in qua est ζ centrum *gravitatis*, *q. e. d.*

Haec et alia id genus in ratione ac scientia versantur; sed alia etiam ad usum mechanicum transferri posse videntur, quae iam explicabimus.

---

sent, postea multifariam corrupta in contextum irrepserunt, *τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΗ· τριπλασία γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ ἡμιολία ἐστίν, ἡ δὲ ΑΕ τῆς ΗΖ. ἡ δὲ ΑΓ τῆς ΑΕ διπλῆ Sca, τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΗ, τριπλάσιον γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΔΑ τῆς ΔΗ ἡμιολία ἐστίν, τουτέστιν ἡ ΑΕ τῆς ΖΗ ἡμιολία, ἡ δὲ ΓΑ τῆς ΑΒ διπλῆ Co* 16. *τῆς δὲ* A[2]BS, *τῆς* ** A[1] *πρὸς τὴν ΖΗ Sca Co* pro *πρὸς τὴν ΖΕ* 18. *ἡ μὲν ΔΑ Co* pro *ἡ μὲν ΔΕ* 19. 20. *τῆς ΖΗ, ἡ δὲ ΓΑ τῆς ΑΕ* add. *Co* 22. 23. *πρὸς τὸ Η — πρὸς τὸ Α Ge* 23. *ὑπὸ* om. *Ge* 26. *καὶ* om. BS 27. *τοιαῦτα εἴη* ABS, corr. *Hu* θ'. Ἐπίπεδον ἐκκλῖναι, ὥστε τὸ κλίμα αὐτοῦ ἐφ' ἓν νεύειν συμεῖον δοθέντος ἀκλινοῦς ἐπιπέδου, τουτέστιν παραλλήλου τῷ ὁρίζοντι, ἐν παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ κλίμα ἔστω ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ.

Ἔστω τὸ δοθὲν παραλληλόγραμμον πρότερον ἰσόπλευρον τὸ *ΑΒΓΔ*, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία, ἐν ᾗ βουλόμεθα ἐκ-



κλῖναι τὸ ἐπίπεδον, ἡ ὑπὸ *ΕΖΗ*, ἀπὸ δὲ τῶν *Α Β Δ* σημείων τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτωσαν αἱ *ΑΘ ΒΚ ΔΛ*, τὸ δὲ *Γ* σημεῖον ἔστω ὅπου βουλόμεθα τὴν κλίσιν νεύειν, καὶ τῇ μὲν *ΑΓ* ἐπιζευχθείσῃ ἴση κείσθω ἡ *ΖΗ*, τῇ δὲ *ΖΗ* πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ *ΕΗ*, τῇ δὲ *ΗΕ* ἴση κείσθω ἡ *ΑΘ*. ἐὰν δὴ νοήσωμεν ἐπεζευγμένην τὴν *ΘΓ*, ἔσται ἡ ὑπὸ *ΘΓΑ* γωνία τῆς κλίσεως τῶν ἐπιπέδων. ἤχθω δὴ καὶ ἀπὸ τοῦ *Β* ἐπὶ τὴν *ΑΓ* κάθετος ἡ *ΒΜ*, καὶ τῇ *ΓΜ* ἴση κείσθω ἡ *ΖΝ*, τῇ δὲ *ΖΗ* πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ *ΝΞ*, τῇ

IX. Planum ita inclinetur, ut eius inclinatio vergat ad unum punctum plani non inclinati, scilicet horizonti paralleli, quod quidem planum parallelogrammi formam habeat[1], inclinatio autem sit sub dato angulo. Prop. 8

Sit primum datum parallelogrammum aequilaterum $\alpha\beta\gamma\delta$, et datus angulus, sub quo planum inclinare volumus, sit $\varepsilon\zeta\eta$, et a punctis α β δ perpendiculares plano subiecto erigantur rectae $\alpha\vartheta$ $\beta\varkappa$ $\delta\lambda$, et sit punctum γ, in quod inclinationem vergere volumus, et iunctae rectae $\alpha\gamma$ aequalis ponatur $\zeta\eta$, et rectae $\zeta\eta$ perpendicularis ducatur $\varepsilon\eta$, et rectae $\varepsilon\eta$ aequalis ponatur $\alpha\vartheta$. Si igitur rectam $\vartheta\gamma$ iunctam esse intellegamus, erit planorum inclinationis angulus $\vartheta\gamma\alpha$. Iam a puncto β in rectam $\alpha\gamma$ perpendicularis ducatur $\beta\mu$, et rectae $\gamma\mu$ aequalis ponatur $\zeta\nu$, et rectae $\zeta\eta$ perpendicularis ducatur $\nu\xi$, et rectae $\nu\xi$ aequalis ponatur utraque rectarum $\beta\varkappa$ $\delta\lambda$, et iunctae $\vartheta\lambda$ $\vartheta\varkappa$ producantur ac productis rectis $\alpha\delta$ $\alpha\beta$ occurrant in punctis π ϱ; ergo planum $\vartheta\varkappa\lambda$ ad planum $\alpha\beta\gamma\delta$ inclinatum erit sub angulo $\vartheta\gamma\alpha$, id est $\varepsilon\zeta\eta$. Nam si fingamus rectae $\alpha\vartheta$ parallelam ductam esse μo, et iunctam $o\varkappa$, erit μo aequalis rectae $\nu\xi$ (quia triangulum $\zeta\nu\xi$ simile est triangulo $\gamma\mu o$, *et* $\zeta\nu$ *rectae* $\gamma\mu$ *aequalis*), et $\varkappa o$ rectae $\beta\mu$ aequalis ac parallela, et parallelogrammum $\varkappa\beta\mu o$ perpendiculare *erit plano* subiecto.

1) Graeca ἐπιπέδου ἐν παραλληλογράμμῳ proprie significant "plani binis rectis parallelis circumscripti."

---

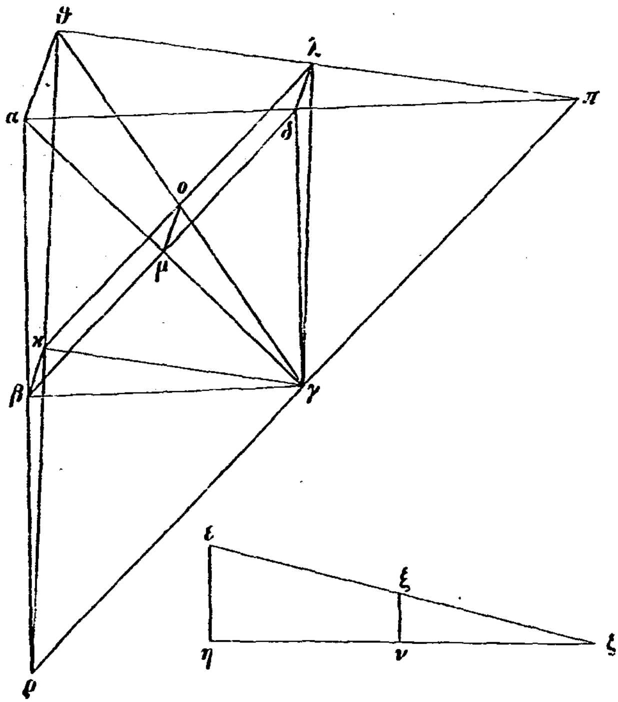
1. ϑ', sed id p. 1046 vs. 26 ante *Ταῦτα*, add. BS 2. *τοῦ* ante *δοθέντος* add. *Sca* 2. 3. *τουτέστιν — ὁρίζοντι* forsitan interpolata sint 5. *Ἔστω* BS, *ἐστιν* (sine acc.) A, *Ἔστι Ge* 6. *τὸ* $\overline{ΑΒΓ}$ ABS, corr. *Co* *γωνία* om. *Ge* 7. *τῶν* $\overline{ΑΒΔ}$ AB, distinx. S 8. *ἀνατετάττωσαν*, infandae barbariae monstrum, edidit *Ge* 10. *τὴν μὲν* $\overline{ΑΓ}$ *ἐπιζευχθεῖσῃ* A, corr. BS 11. *τῇ δὲ* $\overline{ΖΗ}$ — $\overline{ΕΗ}$ bis scripta in A, ac prius quidem pro $\overline{ΕΗ}$ vitiose habet $\overline{ΕΝ}$, in repetitione autem recte $\overline{ΕΗ}$ 12. *ἡ* $\overline{ΑΘΕ}$ *ἂν δὲ* A (BS), distinx. *Ge*, *δὴ* corr. *Hu* auctore *Co* 14. *δή καὶ* $\overline{ΔΙ}$ *ἀπὸ* A, sed $\overline{ΔΙ}$ (*διὰ* voluerat scriba) del. prima manus

δὲ ΝΞ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν ΒΚ ΔΑ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΘΑ ΘΚ ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ταῖς ΑΔ ΑΒ ἐκβληθείσαις κατὰ τὰ Π Ρ σημεῖα [ὅτι δὲ συμπίπτουσιν δῆλον· ἀπ' ἐλαττόνων γάρ εἰσιν δύο ὀρθῶν καὶ αὐταὶ κἀκεῖναι]· ἔσται δὴ τὸ ΘΚΑ ἐπίπεδον κεκλιμένον πρὸς τὸ ΑΒΓΔ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΓΑ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. ἐὰν γὰρ νοήσωμεν τῇ ΑΘ παράλληλον ἠγμένην τὴν ΜΟ, καὶ ἐπεζευγμένην τὴν ΟΚ, ἔσται ἡ μὲν ΜΟ ἴση τῇ ΝΞ διὰ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ ΖΝΞ τρίγωνον τῷ ΜΟΓ, ἡ δὲ ΚΟ τῇ ΒΜ ἴση καὶ παράλληλος, καὶ παραλληλόγραμμον τὸ ΚΒΜΟ ὀρθὸν πρὸς ὑποκείμενον. καὶ ἐπεὶ τὰ Π Γ Ρ σημεῖα ἐν δυσὶν ἅμα ἐπιπέδοις ἐστὶν τῷ τε ὑποκειμένῳ ΑΒΓΔ [ἐν ᾧ ἐστιν καὶ τὰ Π Ρ σημεῖα, ἀλλὰ] καὶ ἐν τῷ ΚΘΑΓ, τὰ Π Γ Ρ ἄρα σημεῖα ἐπὶ μιᾶς ἐστιν εὐθείας τῆς ΠΓΡ, κοινῆς τομῆς οὔσης τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὰ Κ Ο Α σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς ἐστι τομῆς τοῦ ΚΘΑΓ ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τῶν Κ Ο Α παραλλήλου τῷ ΑΒΓΔ ἐπιπέδῳ, ὥστε τὴν διὰ τῶν Κ Ο Α εὐθεῖαν παράλληλον εἶναι τῇ ΠΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΠ πρὸς ΠΔ, ἡ ΘΑ πρὸς ΑΔ, ὡς δὲ ἡ ΑΡ πρὸς ΡΒ, ἡ ΑΘ πρὸς ΒΚ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΒΚ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΠ τῇ ΑΡ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΠΡ τῇ ὑπὸ ΑΡΠ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΠΑΓ ἴση τῇ ὑπὸ ΡΑΓ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΠ τῇ ὑπὸ ΑΓΡ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα αὐτῶν, καὶ ἡ ΠΡ εὐθεῖα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς ΑΓ. καὶ ἔστιν

---

3. *κατὰ τὰ ΠΡ* A, distinx. BS *ὅτι δὲ — 5. κἀκεῖναι* interpolatori tribuit *Hu* 5. *αὗται Ge* 6. *τῇ* (ante *ὑπὸ ΕΖΗ*) *Ge* auctore *Co* pro *τὸ* 8. *τὴν* ante *ΟΚ* om. *Ge* 8. 9. *ἴση — ἰσογώνιον* A prima, ut videtur, manu in rasura 9. *τῇ ΖΝΞ* A, corr. BS *τῷ ΓΜΟ Ge* 11. *τὰ ΠΓΡ* A, distinx. BS, *τὰ Π Ρ Γ Ge* *ἐν* add. *Sca Ge* 12. 13. *ἐν ᾧ — ἀλλὰ* del. *Hu* 13. *καὶ τὰ ΠΡ* A, distinx. BS *ἐν τῶι ΚΘΑ | ΟΓ* A, coniunx. BS, corr. *Co* 13. 14. *τὰ ΠΓΡ ἄρα* A, distinx. BS 14. *τῆς ΠΤΡ* A, corr. BS 15. *ταὐτὰ Hu* pro *ταῦτα* 16. *καὶ τὰ ΚΟΑ* A, distinx. BS *ἐστι*] sic hoc loco A(BS) *τοῦ ΚΘ ΑΓ* A, *τοῦ κθγλ* BS, corr. *Co* 17. *διὰ τῶν ΚΟΑ παραλλήλων* AB(S), *παραλλήλου* corr. *Sca*, item *Co* in versione Lat., *διὰ τῶν ΚΟ ΑΟ παραλλήλων Ge* 18. *τῶν ΚΑΟ εὐθεῖαν* AB(S), corr. *Co* 21.

Et quoniam puncta π γ ϱ in duobus simul planis sunt, scilicet in plano subiecto $\alpha\beta\gamma\delta$ et in plano $\varkappa\vartheta\lambda\gamma$, puncta igitur π γ ϱ in una sunt recta $\pi\gamma\varrho$, quae horum planorum communis sectio est (*elem.* *11*, 3). Eadem de causa etiam puncta



$\varkappa$ o λ sunt in communi sectione plani $\varkappa\vartheta\lambda\gamma$ et eius plani quod per $\varkappa$ o λ parallelum plano $\alpha\beta\gamma\delta$ transit, ita ut recta $\varkappa o\lambda$ rectae $\pi\varrho$ parallela sit. Iam quia est $\alpha\pi : \pi\delta = \vartheta\alpha : \lambda\delta$, et $\alpha\varrho : \varrho\beta = \alpha\vartheta : \beta\varkappa$, et $\delta\lambda = \beta\varkappa$, est igitur $\alpha\pi = \alpha\varrho$, et $\angle\, \alpha\pi\varrho = \angle\, \alpha\varrho\pi$. Sed est etiam $\angle\, \pi\alpha\gamma = \angle\, \varrho\alpha\gamma$; ergo etiam $\angle\, \alpha\gamma\pi = \angle\, \alpha\gamma\varrho$; horum igitur *angulorum* uterque rectus est, ac recta $\pi\varrho$ ab $\alpha\gamma$ et bifariam et ad rectos angulos secatur. Et

---

ἡ *ΔΑ Sca Co* pro ἡ $\overline{ΔΑ}$, servat ἡ *ΔΑ* et pro τῇ *ΒΚ* coni. τῇ *ΑΒ* V² 22. γωνίαν ὑπὸ Α, corr. BS, ἡ om. *Ge* 23. καὶ ante ἡ ὑπὸ *ΑΓΗ* add. *Hu* ἡ ὑπὸ *ΑΓ ΗΗ* A, corr. BS λοιπῇ ante τῇ ὑπὸ add V² *αὐτῇ πρὸς ὀρθὰς καὶ τῷ ΑΒΓΔ ἐπιπέδῳ ἡ ΜΟ· καὶ ἡ ΟΓ ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστιν τῇ ΡΠ διὰ λῆμμα σφαιρικῶν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΠ ΟΓΠ· τὸ ΚΘΑΓ ἄρα ἐπίπεδον κέκλιται πρὸς τὸ [ἀπὸ] ΑΒΓΔ ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ.*

16 *Ἀλλὰ δὴ ἔστω μείζων ἡ ΑΒ τῆς ΑΔ, τῶν ἄλλων ὑποκειμένων τῶν αὐτῶν· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΑΓΠ ὀξεῖά ἐστιν.*

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς μέν ἡ ΑΠ πρὸς ΠΔ, ἡ ΘΑ πρὸς ΔΑ, ὡς δὲ ἡ ΑΡ πρὸς ΡΒ, ἡ ΘΑ πρὸς ΒΚ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΒΚ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΠ πρὸς ΠΔ, ἡ ΑΡ πρὸς ΡΒ· καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΠ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΔΠ πρὸς ΒΡ. ἐλάττων δὲ ἡ ΑΔ τῆς ΑΒ· ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΔΠ τῆς ΒΡ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΠ ἐλάττων ἐστὶν τῆς ΑΡ, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΡΠ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ὑπὸ ΑΠΡ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΠΡ τῆς ὑπὸ ΑΡΠ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΑΠ τῆς ὑπὸ ΓΑΡ μείζων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΠ τοῦ ΑΓΠ τριγώνου λοιπῆς τῆς ὑπὸ ΑΓΡ τοῦ ΑΓΡ τριγώνου ἐλάσσων ἐστίν· ὀξεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΠ γωνία· ἡ κλίσις ἄρα τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων πρός τι σημεῖον μεταξὺ τῶν Γ Π θεωρεῖται, ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὴν ΓΠ καθέτου ἀγομένης. ὡς οὖν ἐκκλῖναι δυνατόν ἐστιν ἐπίπεδον ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ πρὸς ἐπίπεδον, δυνα-

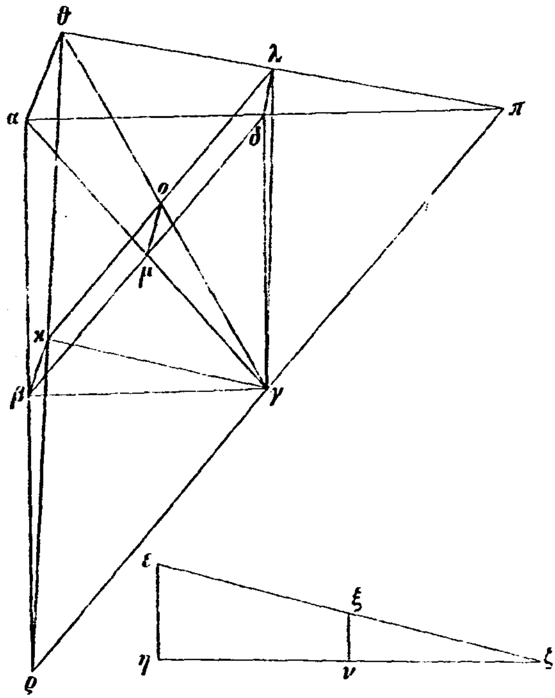
---

2. *σφαιρικόν* BS, *ὀπτικῶν* coni. *Hu* (conf. adnot. 1 ad VI propos. 43) 3. *τῶν ὑπὸ ΟΓΡ ΟΓΠ Sca* *τὸ ΚΘ ΑΓ* A, *τὸ κθγλ* BS, corr. *Co* 4. *ἀπὸ* del. *Hu* 7. *ὅτι ἡ ὑπὸ ΑΓ* A, corr. BS 9. post *γὰρ* (sic) A additum in A *καὶ* del. prima m. *ἡ ΘΑ*] *ἡ ΑΘ Ge* auctore *Co*, *ἡ* omissum in A add. BS 10. *ἡ ΘΑ* (ante *πρὸς ΒΚ*) *Sca*, *ἡ ΒΑ* ABS, *ἡ ΑΘ Ge* *πρὸς βκ* BS, *πρὸς ΒΗ* A 15. *ἡ ΑΗ ἐλάττων* ABS, corr. *Sca Co* 17. *τῆι ὑπὸ ΑΡΠ* A, *τῆς* corr. BS 20. *τοῦ ἀπὸ ΑΓΡ τριγώνου* ABS, *ἀπὸ* del. *Sca Co* 21. *κλίσις* BS, *κλεισις* (sine acc.) A *πρός τι Hu* pro *πρὸς τὸ* 22. *μεταξὺ τῶν ΓΗΟ* AB(S), corr. *Co* 22. *ὡς οὖν — ὁρίζοντι* forsitan interpolata sint 23. *ἐν τῇ — ἐπίπεδον* om. *Ge*

est μo perpendicularis rectae $\alpha\gamma$ et plano $\alpha\beta\gamma\delta$; ergo etiam $o\gamma$ perpendicularis est rectae $\varrho\pi$ propter lemma sphaericorum (*id est libri VI propos. 43*). Ergo anguli $\alpha\gamma\pi$ $o\gamma\pi$ recti sunt, itaque planum $\alpha\beta\gamma\delta$ inclinatum est sub dato angulo $\varepsilon\zeta\eta$.

Verum sit maior $\alpha\beta$ quam $\alpha\delta$, reliquis perinde ac supra suppositis; dico angulum $\alpha\gamma\pi$ acutum esse.

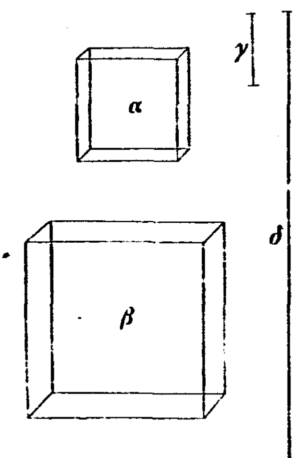
Quoniam enim est $\alpha\pi : \delta\pi = \alpha\vartheta : \delta\lambda$, et $\alpha\varrho : \alpha\beta = \alpha\vartheta : \beta\varkappa$, et $\delta\lambda = \beta\varkappa$, est igitur etiam $\alpha\pi : \pi\delta = \alpha\varrho : \varrho\beta$.



Ergo etiam dirimendo est $\alpha\delta : \delta\pi = \alpha\beta : \beta\varrho$, et vicissim $\alpha\delta : \alpha\beta = \delta\pi : \beta\varrho$. Sed est $\alpha\delta < \alpha\beta$; ergo etiam $\delta\pi < \beta\varrho$, itaque etiam $\alpha\delta + \delta\pi = \alpha\pi$ minor est quam $\alpha\beta + \beta\varrho = \alpha\varrho$. Ergo etiam $\angle\, \alpha\varrho\pi < \angle\, \alpha\pi\varrho$, sive $\angle\, \alpha\pi\varrho > \angle\, \alpha\varrho\pi$. Sed, *quia* $\alpha\beta > \alpha\delta$, est etiam $\angle\, \gamma\alpha\delta$ *sive* $\gamma\alpha\pi > \angle\, \gamma\alpha\beta$ *sive* $\gamma\alpha\varrho$; ergo reliquus angulus $\alpha\gamma\pi$ trianguli $\alpha\gamma\pi$ minor est reliquo angulo $\alpha\gamma\varrho$ trianguli $\alpha\gamma\varrho$; itaque angulus $\alpha\gamma\pi$ acutus est.

τὸν ἔστιν ἄρα καὶ ἐκκεκλιμένου τὴν κλίσιν εἰπεῖν, τουτέστιν ἐν ποίᾳ γωνίᾳ κέκλιται τὸ ἐπίπεδον πρὸς τὸ παράλληλον τῷ ὁρίζοντι.

17 ι'. Βάρους δοθέντος ὑπὸ δοθείσης ἀγομένου δυνάμεως ἐν τῷ παρὰ τὸν ὁρίζοντα ἐπιπέδῳ καὶ ἑτέρου ἐπιπέδου κεκλιμένου πρὸς τὸ ὑποκείμενον δοθεῖσαν γωνίαν ὑποτιθέντος, εὑρεῖν τὴν δύναμιν ὑφ' ὅσης ἀχθήσεται τὸ βάρος ἐν τῷ κεκλιμένῳ ἐπιπέδῳ.



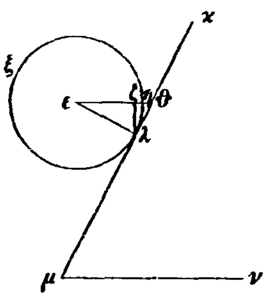
Ἔστω τὸ μὲν διὰ τῆς ΜΝ εὐθείας ἐπίπεδον τὸ ὑποκείμενον, τὸ δὲ διὰ τῆς ΜΚ κεκλίμενον πρὸς αὐτὸ γωνίαν δοθεῖσαν τὴν ὑπὸ ΚΜΝ ὑποτιθέν, βάρος δέ τι τὸ Α κινείσθω ὑπὸ δυνάμεως τῆς Γ ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου, καὶ νοείσθω τῷ Α ἰσοβαρὴς σφαῖρα ἡ περὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ κείσθω ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν Μ Κ ἐπιπέδου ψαύουσα αὐτοῦ κατὰ τὸ Λ σημεῖον, ὡς ἔστιν σφαιρικῶν γ' θεωρήματι· ἡ ἄρα ΕΛ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον (καὶ τοῦτο γὰρ δέδεικται θεωρήματι δ' σφαιρικῶν), ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΚΜ κάθετός ἐστιν ἡ ΕΛ. ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΚΜ ΕΛ ἐπίπεδον καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΛΗΞ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Ε κέντρου τῇ ΜΝ παράλληλος ἡ ΕΘ, καὶ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἀπὸ τοῦ Λ ἡ ΛΖ. ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία (ἴση γὰρ

---

1. εἰπεῖν] *invenire*, i. e. εὑρεῖν, Co 4. ι' add. BS 5. ἐπιπέδων A, corr. BS 6. ὑποτεθέντος ABS Ge, corr. Hu auctore Co 7. τὸ ante ἐν τῷ temere add. Ge 11. διὰ τὴν MK ABS, τῆς corr. Sca Ge 13. ὑποτιθέν add. Hu (κατὰ ante γωνίαν δοθεῖσαν addendum sit ex mente Commandini, qui "*in dato angulo*" habet) 14. τῆς Γ A³ in rasura 16. τῷ (ante Α) Sca pro τὸ 18. τῶν MK A, τῶν κμ BS, distinx. Ge 20. γ' Hu pro B (conf. adnot. ad Lat.) θεω-

Ergo inclinatio duorum quae diximus planorum ad punctum quoddam inter γ et π fieri demonstratur, scilicet a puncto α ad rectam $\gamma\pi$ perpendiculari ducta. Ut igitur planum ad alterum planum sub dato angulo potest inclinari, ita etiam inclinati *plani* licet inclinationem enuntiare, hoc est, quo sub angulo planum inclinatum sit ad id quod horizonti est parallelum.

X. Dato pondere, quod a data potentia in plano horizon- Prop. 9
tali ducitur, et alio plano ad planum subiectum ita inclinato, ut datum angulum efficiat, inveniatur a quanta potentia pondus in plano inclinato ducatur.

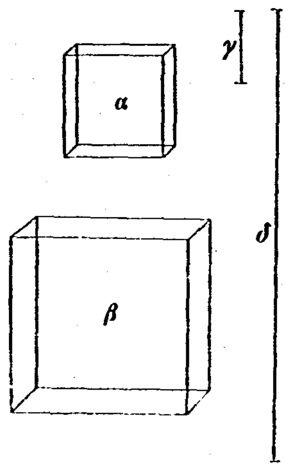


Sit horizontale planum id quod per rectam $\mu\nu$ transit, inclinatum autem id quod per $\mu\varkappa$ transit, ad illud datum angulum $\varkappa\mu\nu$ efficiens, pondus autem aliquod α a potentia γ in plano horizontali moveatur, et fingatur circa centrum ε sphaera aequali pondere atque α, eaque iaceat in plano quod per puncta μ $\varkappa$ transit, tangens id in puncto λ, ut est *Theodosii* sphaericorum *primi libri* tertio theoremate [1]). Ergo iuncta $\varepsilon\lambda$ huic plano perpendicularis erit (nam hoc quoque sphaericorum *primi libri* quarto theoremate demonstratum est), itaque recta $\varepsilon\lambda$ etiam rectae $\varkappa\mu$ perpendicularis est. Producatur planum quod per rectas $\varkappa\mu$ $\varepsilon\lambda$ transit faciatque sectionem in sphaera circulum $\lambda\eta\xi$, et ducatur per centrum ε rectae $\mu\nu$ parallela $\varepsilon\vartheta$, eique perpendicularis a puncto λ recta $\lambda\zeta$. Quoniam igitur datus est angulus $\varepsilon\vartheta\lambda$ (quippe qui

1) *Σφαῖρα ἐπιπέδου μὴ τέμνοντος οὐχ ἅπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν*. Nam et secundum theorema: *τῆς δοθείσης σφαίρας τὸ κέντρον εὑρεῖν*, quod Graeci codicis scriptura $\overline{B}$ designat, alienum est ab hoc loco, neque aliud ullum propius huc pertinet.

ῥήματι Ge auctore *Co* pro *θεώρημα*   21. *ἐπιζευχθεῖσαν* A, corr. BS
27. *τὸν ΛΝΞ* ABS, corr. *Sca Co*   *τοῦ ἐκκέντρου* A, corr. BS

ἐστιν τῇ ὑπὸ ΚΜΝ δοθείσῃ [ὀξείᾳ] γωνίᾳ), δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΛΖ ἴση οὖσα τῇ ὑπὸ ΕΘΛ (ἰσογώνιον γάρ ἐστιν τὸ ΕΘΛ τῷ ΕΛΖ τριγώνῳ)· δοθὲν ἄρα τὸ ΕΛΖ τρίγωνον τῷ εἴδει· λόγος ἄρα τῆς ΕΛ, τουτέστιν τῆς ΕΗ, πρὸς ΕΖ δοθείς· καὶ λοιπῆς ἄρα τῆς ΖΗ πρὸς ΕΖ λόγος ἐστὶν δοθείς. πεποιήσθω οὖν ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΖΕ, οὕτως τὸ μὲν Α βάρος πρὸς τὸ Β, ἡ δὲ Γ δύναμις πρὸς τὴν Δ. καὶ ἔστιν τοῦ Α δύναμις ἡ Γ· καὶ τοῦ Β ἄρα δύναμις ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἔσται ἡ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΗΖ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως τὸ Α βάρος πρὸς τὸ Β, ἂν τεθῇ τὰ Α Β βάρη περὶ κέντρα τὰ Ε Η, ἰσορροπήσει ἀρτώμενα ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου [ἢ ἐπὶ ὑποθέματος κείμενα τοῦ ΛΖ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ὁρίζοντα]. κεῖται δὲ τὸ Α βάρος περὶ κέντρον τὸ Ε (ἀντ᾽ αὐτοῦ γὰρ ἡ σφαῖρα)· τεθὲν ἄρα τὸ Β βάρος περὶ κέντρον τὸ Η ἰσορροπήσει τῇ σφαίρᾳ, ὥστε μὴ καταφέρεσθαι τὴν σφαῖραν διὰ τὴν κλίσιν τοῦ ἐπιπέδου, ἀλλ᾽ ἐφεστάναι ἀρρεπῆ, ὡς εἰ καὶ ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου ἑστῶσα ἐτύγχανεν. ἐκινεῖτο δὲ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπὸ τῆς Γ δυνάμεως· κινηθήσεται ἄρα ἐν τῷ κεκλιμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς συναμφοτέρου τῆς τε Γ δυνάμεως καὶ τῆς τοῦ Β βάρους, τουτέστιν τῆς Δ δυνάμεως. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ Δ δύναμις.

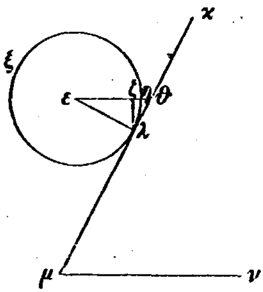


18 *Ἡ μὲν οὖν γεωμετρικὴ τοῦ προβλήματος ἀνάλυσις ὑποδέδεικται, ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ παραδείγματος ποιησώμεθα τὴν*

---

1. *ὀξείᾳ* del. *Hu* 5. $\overline{EZ}$ *λόγος* A^3 in rasura 6. *ὡς* om. *Ge* 8. *δύναμις* A^1BS, *δυνάμεις* inde effecerat A^3, sed per rasuram *δύναμις* restituit 14. 15. *τὰ* $\overline{AB}$ A, distinx. BS 15. post *κέντρα* repetunt *βάρη* A *Ge*, del. BS (in promptu est coniicere *κεντροβαρῆ*,

aequalis sit dato angulo *κμν*), angulus quoque *ελζ*, aequalis angulo *εθλ*, datus est (nam triangula *ελζ εθλ* similia sunt); ergo triangulum *ελζ* specie datum est. Quapropter proportio *ελ* : *εζ*, id est *εη* : *εζ*, data est; itaque etiam proportio *εη* — *εζ* : *εζ*, *id est ζη* : *εζ*, data est. Iam fiat ut *ηζ* ad *ζε*, ita pondus *α* ad pondus *β*, et potentia *γ* ad potentiam *δ*. Atque est ponderis *α* potentia *γ*; ergo ponderis *β* in eodem plano potentia erit *δ*. Et quoniam, ut recta *ηζ* ad *ζε*, ita pondus *α* est ad pondus *β*, haec pondera, si ita ponentur, ut *ε* sit centrum gravitatis ponderis *α* et *η* ponderis *β*, aequilibrium servabunt e puncto *ζ* suspensa. At



pondus *α* suum gravitatis centrum habet in *ε* (nam eius *ponderis* vicem *oblinet* sphaera); ergo pondus *β* circa centrum *η* positum ita aequilibrium servabit, ut sphaera non deorsum feratur propter plani inclinationem, sed firma stabilisque maneat, quasi in plano horizontali insistat. Sed movebatur *pondus α* in plano horizontali a potentia *γ*; ergo in plano inclinato a potentia *γ* una cum potentia ponderis *β*, id est potentià *δ*, movebitur. Et, *quia potentia γ itemque eius proportio ad potentiam δ datae sunt*, *etiam* potentia *δ* data est.

Geometrica igitur problematis resolutio demonstrata est; verum ut etiam in exemplo et constructionem et demonstrationem faciamus, sit verbi gratia pondus *α* talentorum 200,

---

sed id alienum ab hoc loco) *τὰ Ε Η* (ante *ἰσορροπήσει*) *Sca* (*Co*), *τὰ* $\overline{EN}$ A, *τὰ* $\overline{ε}$ $\overline{ν}$ BS 17. 18. *ἡ ἐπὶ — ὁρίζοντα* interpolatori tribuit *Hu* 17. *ἡ* A^{s}BS, *ἢ Ge*, *tamquam*, i. e. *ὥσπερ*, *Co*, *ἤγουν* sine dubio voluit interpolator 22. *τῇ σφαίρᾳ* V^2 *Ge*, *τῆι σφαίραι* A, *ἡ σφαῖρα* BS 24. *ἐπὶ Sca* (*in Co*) pro *ὑπὸ* 26. *κεκλιμένῳ* V^3 *Ge*, *κεκλιμένωι* A, *inclinato Co*, *ὑποκειμένῳ* BS, pro quo *ἐγκεκλιμένῳ* coni. *Sca* 30. *Ἡ μὲν οὖν* BS, *Ημενου* (sine spir. et acc.) A *τοῦ* BS, *τοῦ τε* A *Ge* *ἀνάλυσις* BS, *ἀναδυσις* (sine acc.) A, om. *Co* τε κατασκευὴν καὶ τὴν ἀπόδειξιν, ἔστω τὸ μὲν Α βάρος ταλάντων, εἰ τύχοι, σ' ἀγόμενον ἐν τῷ παραλλήλῳ ὁρίζοντι ἐπιπέδῳ ὑπὸ τῆς Γ κινούσης δυνάμεως, τουτέστιν οἱ κινοῦντες ἔστωσαν ἄνθρωποι μ', ἡ δὲ ὑπὸ ΚΜΝ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΕΘΛ, διμοίρου ὀρθῆς· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΛΘ τρίτου ὀρθῆς. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΕΛΘ· διμοίρου ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΛΖ· οἵων ἄρα αἱ δ' ὀρθαὶ τξ' τοιούτων ξ' ἡ ὑπὸ ΕΛΖ, καὶ τοῦ περιγραφομένου. ἄρα περὶ τὸ ΕΖΛ τρίγωνον ὀρθογώνιον κύκλου ἡ μὲν ἐπὶ τῆς ΕΖ περιφέρεια τοιούτων ἔσται ρκ' οἵων ὁ κύκλος τξ', αὐτὴ δὲ ἡ ΕΖ τοιούτων ρδ' ἔγγιστα οἵων ἡ ΕΛ τοῦ κύκλου διάμετρος ρκ'· ταῦτα γὰρ δῆλα ἐκ τοῦ κανόνος τῶν ἐγκυκλίων εὐθειῶν τοῦ κατὰ Πτολεμαῖον [ὄντος] κειμένου ἐν τῷ α' τῶν μαθηματικῶν. λόγος ἄρα τῆς ΕΛ, τουτέστιν τῆς ΕΗ, πρὸς ΕΖ, ὃν ρκ' πρὸς ρδ'· καὶ λοιπῆς ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΕ λόγος ὃν ις' πρὸς ρδ'. τούτῳ δὲ ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τοῦ Α βάρους πρὸς τὸ Β, καὶ τῆς Γ δυνάμεως πρὸς τὴν Δ, καὶ ἔστιν τὸ μὲν Α βάρος ταλάντων σ', ἡ δὲ κινοῦσα δύναμις ἀνδρῶν μ'· ἔσται ἄρα καὶ τὸ μὲν Β βάρος ταλάντων ͵ατ', ἡ δὲ Δ δύναμις ἀνθρώπων σξ' (ὡς γὰρ ις' πρὸς ρδ', οὕτως σ' πρὸς ͵ατ' καὶ μ' πρὸς σξ')· τοῦ ἄρα Α βάρους ταλάντων σ' κινουμένου ἐν παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδῳ ὑπὸ τῶν μ ἀνδρῶν, τὸ αὐτὸ βάρος κινηθήσεται ὑπὸ συναμφοτέρων τῶν προειρημένων ἀνθρώπων, τουτέστιν ὑπὸ τ' ὅλων, ἐν ἐπιπέδῳ κεκλιμένῳ πρὸς τὸν ὁρίζοντα, τῆς ὑπὸ ΚΜΝ γωνίας διμοίρου ὀρθῆς ὑποκειμένης.

---

1. *ἔστω* BS, *ἔστι* A 2. *σ'* *Co* pro *ΓΩ* *ὁρίζοντος* BS 3. post *κινούσης* add. *ἀπὸ* A, *αὐτὸ* BS 4. *ἄνδρες* et 6. *τρίτον* *Ge* 7. 8. *αἱ δ' — ὑπὸ ΕΛΖ*] *αἱ Δ ὀρθαὶ τξ τοιούτων ρκ ἡ ὑπὸ ελξ οἵων δὲ αἱ Δ ὀρθαὶ τξ τοιούτων ρκ* A, sed prius *ρκ* del. prima m., *αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ τξ τοιούτων ρκ* BS, *αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ τξ τοιούτων ξ* (*hoc est* 60) *ἡ ὑπὸ ΕΛΖ. οἵων δὲ αἱ δύο ὀρθαὶ τξ τοιούτων ρκ* V[2], *αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ τξ τοιούτων ἔσται ξ. οἵων* (sic) *δὲ αἱ δύο ὀρθαὶ τξ τοιούτων ρκ* *Sca* (idem voluisse videtur *Co*), *αἱ δ ὀρθαὶ τξ τούτων λκ* (sic) *ἡ ὑπὸ ΚΛΖ. οἵων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τούτων ρκ* *Ge*, manifestum interpretamentum, cuius originem declarat A, del. *Hu* 9. *περιφέρεια* add. V[2], *circumferentia* *Co* 10. *ἔσται ρδ* *Ge* errorum mendorumque

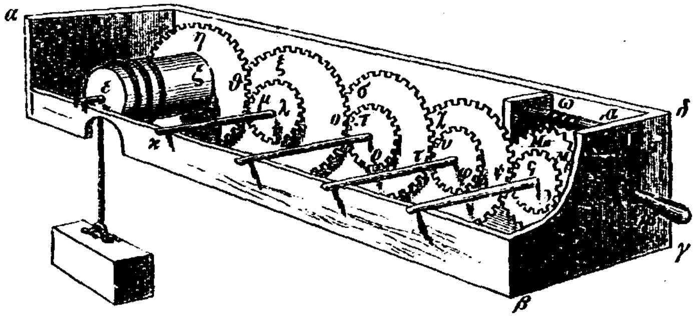
idque in plano horizontali ducatur a potentia γ, id est qui id moveant sint homines 40, angulus autem $\varkappa\mu\nu$, id est $\varepsilon\vartheta\lambda$, sit $\frac{2}{3}$ recti; itaque angulus $\zeta\lambda\vartheta$ est $\frac{1}{3}$ recti. Et rectus est angulus $\varepsilon\lambda\vartheta$; ergo etiam angulus $\varepsilon\lambda\zeta$ est $\frac{2}{3}$ recti. Itaque si quattuor rectos angulos in 360 partes *aequales* diviseris, eiusmodi partes *sive gradus* 60 habet angulus $\varepsilon\lambda\zeta$, et circuli circa triangulum $\varepsilon\zeta\lambda$ descripti arcus, qui est super segmentum $\varepsilon\zeta$, habebit gradus 120; atque ipsa recta $\varepsilon\zeta$ continebit fere *) $\frac{104}{120}$ partes rectae $\varepsilon\lambda$, quae circuli diametrus est. Haec enim manifesta sunt ex rectarum quae sunt in circulo tabula, quae exstat apud Ptolemaeum in primo mathematicorum libro. Est igitur $\varepsilon\lambda : \varepsilon\zeta$, id est $\varepsilon\eta : \varepsilon\zeta = 120 : 104$, itaque $\eta\zeta : \zeta\varepsilon = 16 : 104$. Sed eadem proportio est ponderis α ad pondus β et potentiae γ ad potentiam δ, atque est pondus α talentorum 200 et potentia movens hominum 40; ergo pondus β erit talentorum 1300 et potentia δ hominum 260 (nam $16 : 104 = 200 : 1300 = 40 : 260$). Cum igitur pondus α, quod est 200 talentorum, in plano horizontali a 40 viris moveatur, idem pondus a $40 + 260$, id est 300 viris movebitur in plano ad horizontem inclinato sub angulo, qui est $\frac{2}{3}$ recti.

*) "Dixit *fere*, quoniam in tabulis Ptolemaei constat rectam lineam $\varepsilon\zeta$ esse partium 103, minutorum 55 et secundorum 23" *Co.* Vide Halmae editionis vol. I p. 43.

---

fecundissimus auctor   *αὐτὴ δὲ ἡ EZ εὐθεῖα* V[2]   11. $\overline{\rho\delta}$ (ante *ἔγγιστα*) A rec. in marg. BS *Co*, $\overline{\rho\varkappa}$ A[1] *Ge*   *ἡ* ante *EΔ* om. *Ge*   12. *ἐγκυκλίων* A *Ge*, *ἐν κύκλῳ* BS   12. 13. *τοῦ κατὰ Sca* pro *τῶν κατὰ*   13. *ὄντος* del. *Hu* (absurde *τῶν κατὰ Πτολ. ὄντος κειμένου δ' Ge*) *ἐν τῷ πρώτῳ* BS *Co*, *ἐν τῶι* $\overline{\Delta}$ A, *ἐν τῷ δευτέρῳ* cod. *Co*   14. *τῆς EH Sca Co* pro *τῆς* $\overline{EN}$ 16. *τούτῳ δὲ*] *τοῦτο μὲν* ABS, *τούτῳ* corr. *Sca*, *δὲ Hu* auctore *Co*   *ἐστι* (sic) *Ge* auctore *Co* pro *ἔστω*   18. *σ' Co* pro $\overline{\Gamma\Omega}$ 19. *ταλάντων* $\overline{,\alpha}$ *τῇι δὲ* A cod. *Co*, *ταλάντων* $\overline{\varsigma}$ *ἡ δὲ* BS, corr. *Sca Co*   20. *ἀνθρώπων* $\overline{\omega\xi}$ ABS cod. *Co*, corr. iidem   20. 21. $\overline{\Gamma\Omega}$ (ante *πρὸς ,ατ'*) — $\overline{\Gamma\Omega\xi}$ (ante *τοῦ ἄρα*) — $\overline{\Gamma\Omega}$ (ante *κινουμένου*) ABS, corr. *Sca Co*   21. $\overline{\alpha}$ *βάρους* B ($\overline{\alpha}$ *βάρου* S), *πρώτου βάρους* A *Ge*, *cum primo pondus — moveatur Co*   24. *ὑπὸ* $\overline{\tau}$ *ὅλων* distincte ABS, *a trecentis Co*, at absurde *ὑπὸ τῶν ὅλων Ge*   25. *τὴν ὑπὸ* $\overline{KMN}$ *γωνίαν — ὑποκειμένην* ABS *Ge*, *secundum angulum*, i. e. *κατὰ τὴν* etc. *Co*, corr. *Hu*

19 *ια'. Τῆς αὐτῆς δέ ἐστιν θεωρίας τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει κινῆσαι· τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδους μὲν εὕρημα [λέγεται] μηχανικόν, ἐφ' ᾧ λέγεται εἰρηκέναι· δός μοί (φησι) ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν. Ἥρων δὲ ὁ Ἀλεξανδρεὺς πάνυ σαφῶς αὐτοῦ τὴν κατασκευὴν ἐξέθετο ἐν τῷ καλουμένῳ βαρουλκῷ, λῆμμα λαβὼν ὅπερ ἐν τοῖς μηχανικοῖς ἀπέδειξεν, ἔνθα καὶ περὶ τῶν ε' δυνάμεων διαλαμβάνει, τουτέστιν τοῦ τε σφηνὸς καὶ μοχλοῦ καὶ κοχλίου καὶ πολυσπάστου καὶ ἄξονος ἐν τῷ περιτροχίῳ, δι' ὧν τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει κινεῖται [καθ' ἑκάστην δύναμιν]. ἐν δὲ τῷ βαρουλκῷ διὰ τυμπάνων ὀδοντωτῶν παραθέσεως ἐκίνει τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει, τῆς διαμέτρου τοῦ τυμπάνου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἄξονος λόγον ἐχούσης ὃν ε'*



πρὸς α', τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε'.

20 *Ἔστω δὴ ἡμᾶς ἐπὶ διπλασίου λόγου τὸ αὐτὸ δεικνύναι, καὶ ταλάντων ρξ' ὄντος τοῦ κινουμένου βάρους ἀντὶ χιλίων, καὶ τῆς κινούσης αὐτὸ δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων δ'*

---

1. cap. 19—25. *εἴδη καὶ μέρη* ed. A. J. H. Vincentius in *Notices et extraits des manuscrits, tome XIX, 2e partie*, p. 338—347, e codicibus Parisinis 2871, 15 suppl., 2368 *ια'* add. BS 2. *μὲν*] $\overline{\mu}'$ B, $\overline{\mu}$ Paris 15 suppl., *quadragesimum* Co 3. prius *λέγεται* del. *Hu* *ἐφ' ὧν* ABV Paris. 15 suppl., corr. S 4. *κινῶ* A[2] ex *κεινων* 6. *βαρουλκω* A, unde *βάρου* $\overline{\lambda\kappa\omega}$ cod. *Co* et Paris. 15 suppl., corr. B[s]S

XI. Ad eandem demonstrandi rationem pertinet *problema*, ut datum pondus a data potentia moveatur; hoc enim Archimedis est inventum mechanicum, quo *exsultans* dixisse fertur "da mihi, ubi consistam, et terram movebo". Tum Hero Alexandrinus constructionem eius admodum perspicue in libro qui barulcus[1]) dicitur exposuit, adsumpto lemmate quod in mechanicis demonstraverat eo loco, quo etiam de quinque potentiis disserit, id est cuneo, vecte, cochlea, polyspasto, axe in peritrochio, quibus datum pondus a data potentia movetur. Sed in barulco tympanis appositis dentatis datum pondus a data potentia moveri demonstrabat *hoc pacto*, ut tympani diametro ad axis diametrum proportionem 5 : 1 tribueret, supposito pondere quod movetur mille talentorum, eàque quae movet potentià factà quinque talentorum[2]). Prop. 10

Iam vero a nobis idem demonstretur in proportione 2 : 1, sitque pondus movendum non mille, sed 160 talentorum, et potentia movens supponatur non 5, sed 4 talentorum, id est homo motor suis viribus sine machina 4 talenta trahere va-

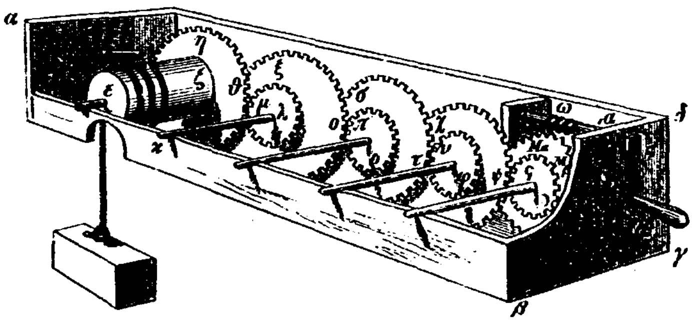
1) Praeter Vincentium conf. Martin, *Recherches sur Héron* p. 31 sqq., Cantor, *die römischen Agrimensoren*. Lipsiae 1875, p. 12, nos in commentario ad p. 1022, 13 citato p. 136.

2) Heronis barulci locus qui supra citatur nostra aetate exstat in collectione quae *Ἥρωνος Ἀλεξανδρέως περὶ διόπτρας* inscribitur, edita a Vincentio in *Notices et extraits des manuscrits, tome XIX*, 2e *partie*, p. 330: *καὶ ἵνα ἐπὶ παραδείγματος τὴν κατασκευὴν ποιησώμεθα, ἔστω τὸ μὲν ἀγόμενον βάρος ταλάντων χιλίων, ἡ δὲ κινοῦσα δύναμις ἔστω ταλάντων ε΄, τουτέστιν ὁ κινῶν ἄνθρωπος δυνάσθω* [sic *Hu* pro *ἢ παιδάριον ὥστε δύνασθαι*] *καθ᾽ ἑαυτὸν ἄνευ μηχανῆς ἕλκειν τάλαντα πέντε.*

---

8. *κοχλίου* S, *κόχμα* AV Parisini 9. *τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει* Vincentius auctore *Co*, *τὸ δοθὲν η δυνάμει* A(BS), *τὸ δοθέν*, omissis reliquis, *Sca* 10. *κινεῖται* A^{s}V Paris. 583 *Sca*, *κινῆται* S Parisini plerique *καθ᾽ ἑκάστην δύναμιν* interpolatori tribuit *Hu* 11. *βαρουλκῳ* A *ὀδοντωτῶν* S, *ὀδόντων τῶν* AB Paris. 15 suppl. 12. *τοῦ* om. B Paris. 15 suppl. *Ge* 14. 15. *ὑποκειμένων ταλάντων χειαι ταλάντων ε̄* A(BS), corr. *Co*, item *Sca*, nisi quod hic *καὶ τῆς κινούσης αὐτὸ δυνάμεως*

ἀντὶ ε΄, τουτέστιν ὁ κινῶν ἄνθρωπος δυνάσθω καθ᾽ αὑτὸν ἄνευ μηχανῆς ἕλκειν τάλαντα δ΄, καὶ ἔστω τὸ εἰρημένον ὑπ᾽ αὐτοῦ γλωσσόκομον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ εἰς τοὺς μακροὺς καὶ παραλλήλους τοίχους ἔστω ἄξων διακείμενος εὐλύτως στρεφόμενος ὁ ΕΖ, τούτῳ δὲ συμφυὲς ἔστω τύμπανον ὠδοντωμένον [ἀκτῖσιν ὀδοντωτοῖς] τὸ ΗΘ, ἔχον τὴν διάμετρον διπλασίαν τῆς διαμέτρου [τῆς ΕΖ διαγωνίου] τοῦ ἄξονος τῆς κατὰ κότραφον [γίνεται γὰρ τετράγωνος μὲν περὶ μέσον ἐπὶ τοσοῦτον μῆκος, ὅσον ἐστὶν τὸ πάχος τοῦ τυμπάνου εἰς ὃ ἐναρμόζεται ἀσφαλῶς, στρογγύλος δέ πως ἢ λελοιφωμένος ἐκ τῶν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν]. ἐὰν ἄρα τὰ ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ἑλκομένου δεδεμένα σχοινία [καλούμενα δὲ ὅπλα] διά τινος ὀπῆς [μᾶλλον δὲ ἀνατομῆς



πλατείας] οὔσης ἐν τῷ ΑΒ τοίχῳ ἐπειληθῇ περὶ τὸν ΕΖ ἄξονα [ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ ΗΘ τυμπάνου] καὶ στραφῇ τὸ ΗΘ τύμπανον, τοῦτο ἐπιστρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινού-

---

2. *ἔστω* add. A² inter lineas 4. *τοίχους* A² ex *ποίχους* *διακείμενος* Hero de dioptra editus a Vincentio p. 330, 9, *αὐτοῖς* ABS, *διήχθω* (deleto superiore *ἔστω*) coni. *Hu* 6. *ἀκτῖσιν ὀδοντωτοῖς* et in proximis nonnulla alia interpolatori tribuit *Hu* 7. *τῆς ΕΖ διαγωνίου* del. *Sca* 8. *τοῦ* (ante *ἄξονος*) *Sca* Vincentius pro *τῆς* *κότραφον* ABS, *κρόταφον* Vincentius, qui e Paris. 15 suppl. variam scripturam *κόταφρον* affert 11. *λελοιφωμένος* A¹, *λελωφωμένος* cod. *Co* Paris. 15 supplem., *λελωβημένος* A³BS *Ge*, *λελοπημένος* Vincentius, *σεσιμωμένος* coni. *Hu* 12. *τοῦ ἑλκομένου δεδομένα* A Paris. 583 et

leat[1]), et sit, quae ab illo *γλωσσόκομον*[2]) vocatur, area *αβγδ*, inque ea inter longos ac parallelos parietes sit axis commode versatilis *εζ*, huic autem affixum tympanum dentatum *ηθ*, cuius diametrus duplo maior sit quam axis diametrus ad frontem[3]). Si igitur funis ad pondus, quod est trahendum, alligatus per aliquod foramen quod est in pariete *αβ*, circa axem *εζ* circumvolvetur ac tympanum *ηθ* vertetur, hoc simul axem ipsi affixum convertet, cuius extremitates sunt digiti

1) Conf. Heronem l. c.

2) Hero l. c.: *κατεσκευάσθω πῆγμα καθάπερ γλωσσόκομον*, et paulo post: *ἔστω τὸ εἰρημένον γλωσσόκομον τὸ ΑΒΓΔ.*

3) Verba *κατὰ κότραφον* proprie significant *ad tempus*, i. e. ad sectionem rectam axis qui cylindri formam habet. Quae autem in Graecis sequuntur a nobis seclusa, ea ab hoc quidem loco aliena esse apparet, quia iam paulo supra Pappus tympanum cum axe firmiter copulatum (*συμφυές*) esse oportere significavit, quae copulatio quomodo efficienda esset, exponere omisit, quoniam id iam ab Herone demonstratum erat. Ex ipsis vero Heronis mechanicis interpolator illa *γίνεται γὰρ τετράγωνος — μερῶν* excerpsisse videtur, quorum sententia haec est: *axis* enim medius in tantam longitudinem fit quadratus, quanta est tympani crassitudo in quod firmiter inseratur, rotundus autem quodammodo vel retusus (*scilicet angulis circumcisis, ut ipsius axis recta sectio ex quadrata fiat circularis*) ad utramque partem tympani. In his dubium est illud quod antiquissima manu *λελοιφωμένος*, ac postea *λελωβημένος* vulgo scriptum est (vid. adnot. crit.). Nam neque verbum *λοιφόω* aut simile quiddam, velut *λωφέω*, in Graecis reperitur, nec *λελωβημένος* locum habet, quod longe alia significatione infra legitur cap. 27, nec *λελοπημένος* "*dénudé de son écorce*" quod Vincentius voluit, ferri potest, quia scriptor truncum arboris primum ad quadratam formam tigni, tum denique extremas tigni partes ad rotundam formam redigere iubet. Ergo *σεσιμωμένος*, quod et proxime ad scripturam primariam accedit et infra cap. 53 med. eodem sensu occurrit, hoc quoque loco restituendum esse videtur.

2871, *τοῦ δεδομένου ἑλκόμενα* BS, corr. Vincentius 14. *ἐν τῷ ΑΒ τοίχῳ* confirmat Hero l. c. p. 330, 18 (ubi post *τοίχῳ* adde *ὀπῆς*), *ἐν τῷ ΓΒ τοίχῳ* voluit *Co* *ἐπειλήθη* A, *ἐπειληθῇ* et *φ* super *θ* Paris. 2368, *ἐπειληφῇ* S, *ὑφειληφῇ* tanquam codicum scripturam adnotat Vincentius, corr. B *Sca* 15. *τοῦ ΗΘ Sca Co* pro *τοῦ* $\overline{ΗΕ}$ 16. *τοῦτο* Vincentius, *καὶ τὸ* AS Parisini, *καὶ Co*, del. *Sca* *μενον περὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτύλοις χαλκοῖς καὶ πυξίσιν ὁμοίως χαλκαῖς [κινουμέναις], κειμέναις δ' ἐν τοῖς εἰρημένοις ΑΒ ΓΔ τοίχοις. ἐπειλούμενα δὲ τὰ ἐκ τοῦ βάρους [ὃ καλεῖται φορτίον] ὅπλα κινήσει τὸ βάρος. ἵνα δὲ κινηθῇ τὸ ΗΘ τύμπανον, δεήσει δύναμιν παρασχεῖν ταλάντων πλεῖον π' διὰ τὸ τὴν διάμετρον τοῦ τυμπάνου τῆς διαμέτρου τοῦ ἄξονος εἶναι διπλασίαν· τοῦτο γὰρ πρόβλημά ἐστιν ὑπὸ Ἥρωνος δεικνύμενον ἐν τοῖς μηχανικοῖς. [καὶ ἄλλα πλεῖστα προβλήματα τῶν χρησιμωτάτων καὶ βιωφελῶν γέγραπται].*

21 *Ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π', ἀλλὰ ταλάντων δ', γεγονέτω ἕτερος ἄξων παρακείμενος παράλληλος τῷ ΕΖ ὁ ΚΛ, ἔχων συμφυὲς τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΜΝ, ὥστε τοὺς ὀδόντας αὐτοῦ ἐναρμόζειν τοῖς ὀδοῦσι τοῦ ΗΘ τυμπάνου· τοῦτο δὲ γίνεται, ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ ΗΘ τυμπάνου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ΜΝ, οὕτως τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ΗΘ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ΜΝ (πῶς δὲ τοῦτο γίνεται διὰ τῶν ἑξῆς δῆλον ἔσται)· δοθὲν μὲν ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΜΝ τύμπανον. τῷ δ' αὐτῷ ἄξονι τῷ ΚΛ συμφυὲς ἔστω τύμπανον τὸ ΞΟ, ἔχον τὴν διάμετρον διπλασίαν τῆς τοῦ ΜΝ τυμπάνου διαμέτρου. διὰ δὴ τοῦτο δεήσει τὸν βουλόμενον κινεῖν διὰ τοῦ ΞΟ τυμπάνου τὸ βάρος ἔχειν δύναμιν ταλάντων μ', ἐπειδήπερ τὰ π' τάλαντα διπλάσιά ἐστιν τῶν μ' ταλάντων.*

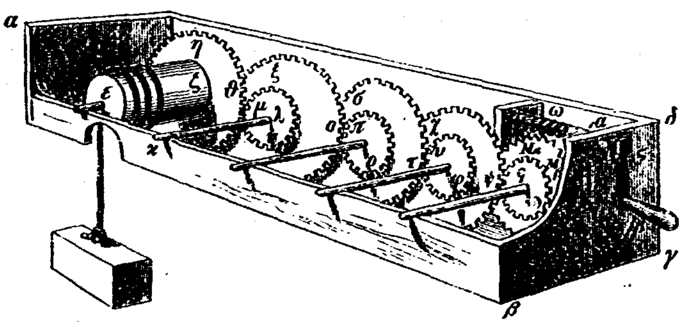
22 *Πάλιν δὲ παρακείσθω τῷ ΞΟ τυμπάνῳ [ὀδοντωθέντι]*

---

1. *χαλκοῖς καὶ*] *χαλκοῖς ἢ Sca, χαλκοῖς κινουμένοις καὶ* Vincentius 2. *κινουμέναις* del. *Co* 3. *ΑΒΓΔ τύχοις* A, corr. Parisini S, *ΑΔ ΒΓ τοίχοις Sca* *ἐπιλουμενα* (sine acc.) A, corr. Parisini S 4. *ὃ καλεῖται φορτίον* del. *Hu* 6. *π' Co, ὀγδοήκοντα Sca* pro *Π* *τὴν ἄμετρον* A Paris. 15 suppl., corr. BS 8. *καὶ — 10. γέγραπται*, manifestum interpretamentum, del. *Hu* 11. *τὰ πάντων* et 13. *παράλληλος ἡ ΕΖ* A Paris. 15 suppl., corr. BS 16. *ΗΘ* ante *τυμπάνου* add. *Sca*, idem post *τυμπάνου Co* 17. *ὀδόντων τοῦ ΝΘ* A, corr. Parisini S 26. *ὀδοντωθέντι* del. *Hu*

aenei, qui consident in pyxidibus item aeneis, quae sunt in parietibus $\alpha\beta$ $\gamma\delta$. Iam si funis ad pondus *alligatus porro porroque axi* circumvolvetur, pondus movebitur. Sed ut tympanum $\eta\vartheta$ moveatur, applicanda erit potentia plus 80 talentorum propterea quod tympani diametrus duplo maior est quam axis diametrus; hoc enim problema ab Herone in mechanicis demonstratur[1]).

Quoniam igitur datam potentiam non 80 talentorum, sed 4 talentorum habemus, alius apponatur axis $\varkappa\lambda$, parallelus



axi $\varepsilon\zeta$, eique affixum sit tympanum dentatum $\mu\nu$, cuius dentes cum tympani $\eta\vartheta$ dentibus congruant; id autem fit, si, ut diametrus tympani $\eta\vartheta$ ad diametrum tympani $\mu\nu$, ita illius dentium numerus se habeat ad numerum dentium huius, quod quomodo fiat ex iis quae deinceps sequuntur (*propos. 20 sqq.*) elucebit. Ergo etiam tympanum $\mu\nu$ datum est. Sed eidem axi $\varkappa\lambda$ affixum sit tympanum ξo, cuius diametrus duplo maior sit quam diametrus tympani $\mu\nu$. Quapropter cum qui per tympanum ξo pondus volet movere, oportebit habere potentiam 40 talentorum, quoniam illa 80 talenta sunt dupla 40 talenta.

Rursus tympano ξo apponatur aliud tympanum denta-

1) Conf. Heronem *περὶ διόπτρας* (adnot. 2 ad p. 1061) p. 332, 2: *ταῦτα γὰρ ἀπεδείχθη ἐν ταῖς τῶν ε' δυνάμεων ἀποδείξεσιν*, cuius partis *μηχανικῶν* Heronis fragmenta quaedam exstant hoc Pappi libro VIII extremo.

ἕτερον τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΠΡ συμφυὲς ἑτέρῳ ἄξονι, τῷ δ' αὐτῷ ἄξονι ἕτερον συμφυὲς τύμπανον τὸ ΣΤ, ἔχον μὲν ὁμοίως διπλασίαν τὴν διάμετρον τῆς τοῦ ΠΡ τυμπάνου διαμέτρου, τοὺς δὲ ὀδόντας μὴ συμπλεκομένους τοῖς ὀδοῦσι τοῦ ΜΝ τυμπάνου· ἡ ἄρα διὰ τοῦ ΣΤ τυμπάνου κινοῦσα τὸ βάρος δύναμις ἔσται ταλάντων κ'. ἦν δὲ ἡ δοθεῖσα δύναμις ταλάντων δ'· δεήσει οὖν πάλιν ἕτερον μὲν τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΥΦ παρακεῖσθαι τῷ ΣΤ [ὀδοντωθέντι], τῷ δὲ ἄξονι τοῦ ΥΦ τυμπάνου συμφυὲς γενέσθαι τὸ ΧΨ ὠδοντωμένον, οὗ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΥΦ τυμπάνου διάμετρον λόγον ἐχέτω ὃν τὰ β' πρὸς α'· ἡ ἄρα κινοῦσα τὸ βάρος δύναμις διὰ τοῦ ΧΨ τυμπάνου ἔσται ταλάντων ι'. πάλιν δὴ παρακείσθω μὲν τῷ ΧΨ τυμπάνῳ ἕτερον τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ϚϘ, τῷ δὲ ἄξονι αὐτοῦ τύμπανον ἔστω συμφυὲς $M^{\alpha}M^{\beta}$ ὠδοντωμένον ὀδοῦσιν λοξοῖς, οὗ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ϚϘ διάμετρον λόγον ἐχέτω ὃν ἔχει τὰ ι' τάλαντα πρὸς τὰ τῆς δοθείσης δυνάμεως τάλαντα δ'.

23 Καὶ τούτων κατασκευασθέντων ἐὰν ἐπινοήσωμεν τὸ ΑΒΓΔ γλωσσόκομον μετέωρον κείμενον ἀμεταστάτως, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ΕΖ ἄξονος βάρος ἐξάψωμεν, ἐκ δὲ τοῦ $M^{\alpha}M^{\beta}$ τυμπάνου τὴν ἕλκουσαν δύναμιν τὰ δ' τάλαντα, οὐδοπότερον αὐτῶν κατενεχθήσεται, εὐλύτως στρεφομένων τῶν ἀξόνων καὶ τῆς τῶν τυμπάνων παραθέσεως ἀκριβῶς ἁρμοζούσης, ἀλλ' ὥσπερ ἐπὶ ζυγοῦ τινος ἰσορροπήσει ἡ δύναμις τῶν δ' ταλάντων τῷ βάρει τῶν ρξ' ταλάντων· ἐὰν ἄρα ἑνὶ αὐτῶν προσθῶμεν ὀλίγον τι βάρος, καταρρέψει καὶ ἐνεχθήσεται ἐφ' ὁπότερον μέρος ἡ πρόσθεσις γεγένηται· εἰ γὰρ λόγου χάριν τῇ τῶν δ' ταλάντων δυνάμει μναιαῖον προστεθῇ βάρος, κατακρατῆσαν ἐπισπάσεται τὸ βάρος τῶν ρξ'
24 ταλάντων. ἀντὶ δὲ τῆς προσθέσεως παρακείσθω κοχλίας

---

1. ὀδοντομένον A, corr. Parisini S 6. ἔσται Hu pro ἕξει βάρος 8. ὀδοντωμένον ϑι τὸ $\overline{\mathrm{CT}}$ A, corr. Parisini S ὀδοντωθέντι del. Hu 10. τύμπανον ante ὠδοντωμένον add. Vincentius 11. τὰ (ante β') om. A¹, super vs. add. A² 13. ι' add. Vincentius, δέκα Sca, decem Co

tum $\pi\varrho$ affixum alii axi, et eidem axi affixum sit tympanum $\sigma\tau$, cuius diametrus similiter duplo maior sit quam tympani $\pi\varrho$ diametrus, neque tamen dentes eius dentibus tympani $\mu\nu$ implicentur; ergo potentia, quae per tympanum $\sigma\tau$ pondus movebit, erit 20 talentorum. Sed erat data potentia 4 talentorum; ergo rursus oportebit aliud tympanum dentatum $\upsilon\varphi$ apponi tympano $\sigma\tau$, et tympani $\upsilon\varphi$ axi affigi *tympanum* dentatum $\chi\psi$, cuius diametrus ad tympani $\upsilon\varphi$ diametrum proportionem 2 : 1 habeat. Ergo potentia, quae per tympanum $\chi\psi$ pondus movebit, erit 10 talentorum. Iam rursus tympano $\chi\psi$ apponatur aliud tympanum dentatum ϚϠ, eiusque axi affixum sit tympanum dentatum $M^{\alpha}M^{\beta}$ dentibus obliquis, cuius diametrus ad tympani ϚϠ diametrum eandem proportionem habeat quam 10 talenta ad illa 4 talenta datae potentiae.

His igitur constructis si fingamus arcam $\alpha\beta\gamma\delta$ in alto firmiter collocatam esse, et ex axe $\varepsilon\zeta$ pondus, e tympano autem $M^{\alpha}M^{\beta}$ potentiam actricem suspendamus, et axes commode versentur tympanorumque appositio subtiliter congruat, neque pondus 160 talentorum neque potentia illa 4 talentorum deorsum feretur, sed tanquam in statera alterum alteri aequilibre erit. Si igitur parvulum pondus alterutri parti addiderimus, haec ipsa, cui pondus additum est, momento facto deorsum verget. Nam si verbi causa potentiae 4 talentorum pondus unius minae addatur, id superabit sursumque trahet pondus 120 talentorum. Sed loco ponderis

---

14. τὸ ϚϠ] pro Ϡ A (Parisini S) habent formas similes litterae τ, item vs. 16 et p. 1068, 10 19. *Καὶ τούτων* cet.] hinc usque Pappus fere eadem verba quae scriptor collectionis *περὶ διόπτρας* ex Heronis barulco excerpsit: vide Vincent. l. c. p. 332 sq. 22. *τὴν* $\overline{E\varDelta K}$ *οὖσαν* A (Parisini plerique S), *attrahentem Co*, corr. B (?) *Sca* 22. 23. *οὐδ ὁπότερος αὐτως* A (Parisini S), *οὐδ' ὁποτέρως αὐτὰ Sca*, *neutram in partem inclinatio fiet Co*, corr. Vincentius secund. Heronem p. 332 extr. 26. *τῷ βάρει τῶν ρξ' ταλάντων* add. Vincentius auctore *Co*, (*ἰσορροπήσει ἡ δύναμις τῷ βάρει* Hero p. 334, 2) 27. *καταρέψει* A, *καταστρέψει* Parisini S, *deorsum verget Co*, corr. Vincentius 28. *ἐφ' ὁπότερον ἂν — γένηται Hu*

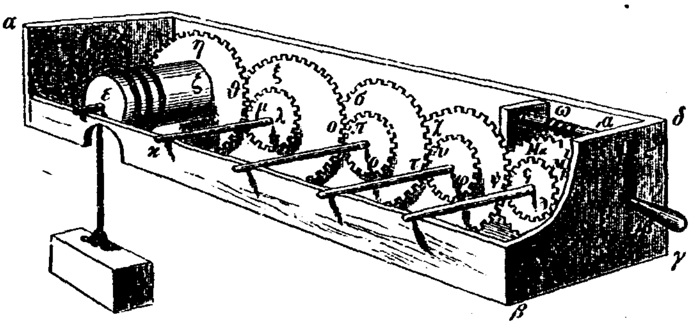
τῷ $M^{\alpha}M^{\beta}$ τυμπάνῳ ὁ ΩΛ ἔχων τὴν ἕλικα ἁρμόζουσαν τοῖς λοξοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπάνου τοῦ $M^{\alpha}M^{\beta}$. τοῦτο δὲ ὡς δεῖ ποιεῖν, ἐν τοῖς αὐτοῖς μηχανικοῖς Ἥρωνος γέγραπται, καὶ ἡμεῖς δὲ τοῦτο σαφέστερον ἑξῆς γράψομεν. στρεφέσθω δὲ ὁ κοχλίας εὐλύτως περὶ τόρμους ἐνόντας ἐν τρήμασι στρογγύλοις, ὧν ὁ ἕτερος ὑπερεχέτω εἰς τὸ ἐκτὸς μέρος τοῦ γλωσσοκόμου κατὰ τὸν ΓΔ τοῖχον, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τετραγωνισθεῖσα λαβέτω χειρολάβην τὴν ϚΒ, δι' ἧς ἐπιλαβόμενοι καὶ ἐπιστρέφοντες τὸν κοχλίαν ἐπιστρέψομεν καὶ τὸ $M^{\alpha}M^{\beta}$ τύμπανον, ὥστε καὶ τὸ ϞϠ συμφυὲς αὐτῷ. διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τὸ ΧΨ στραφήσεται, καὶ τὸ συμφυὲς αὐτῷ τὸ ΥΦ, καὶ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τὸ ΣΤ, καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ ΠΡ, καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΞΟ, καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ ΜΝ, καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΗΘ, ὥστε καὶ ὁ τούτῳ συμφυὴς ἄξων ὁ ΕΖ, περὶ ὃν ἐπειλοῦντες τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα κινήσομεν τὸ βάρος. ὅτι γὰρ κινήσεται δῆλον ἐκ τοῦ προστεθεῖσθαι ἑτέραν δύναμιν τὴν τῆς χειρολάβης, ἥτις περιγράφει κύκλον τῆς τοῦ κοχλίου περιμέτρου μείζονα· ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδους καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἥρωνος μηχανικοῖς, ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσιν τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις αὐτῶν γίνηται.

25 ιβ'. *Τὰ μὲν οὖν μάλιστα συνέχοντα τὴν μηχανικὴν θεωρίαν ταῦτ' ἂν εἴη. τῆς δὲ ὀργανικῆς πολλὰ μὲν εἴδη*

---

1. *ἔχων* *Sca* Vincentius pro *ἔχειν* 3. *αὐτοῖς* S[s] Vincentius, *αὐτῆς* A, om. B (?) 5. *περι τόρμους ενοντας* A (*Co*), *περὶ τόρμους εμοντας* B (*π. τ. ἔμοντας* Paris. 15 suppl., *π. τ. εμον τὰς* S, *π. τ. ἔχοντας* Paris. 2871, *περιτόρνως ἔχων* *Sca* 7. *τὸν ΓΔ τοῖχον* ABS Hero p. 334, 11, *τὸν ΒΔ τοῖχον* Vincentius 8. *λαβέτω* suspectum, *ἀλλάσσεται* Hero p. 334, 12, unde *ἐλεύσεται εἰς* Vincentius *τὴν* add. *Hu* 10. *διὰ δὲ τούτου* coni. *Hu* 11. *στραφή* | *στραφήσεται* A 15. 16. *ὁ ΗΘ περιων ἐπιλουντες* A, *ὁ ΕΖ* corr. *Sca Co*, reliqua BS 16. *τὰ* add. *Hu* 17. *ὅτι* *Sca Co* pro *τί* *προστεθεῖσθαι* A Parisinus 583 et, ut videtur, 2871, *προτεθεῖσθαι* BS 22. *κύλισις* Vincentius, *conversio* *Co*, *κύκλισις* A Parisini S 24. *ιβ'* add. BS

appositi tympano $M^{\alpha}M^{\beta}$ adiungatur cochlea $\omega\alpha$, cuius helix cum obliquis tympani $M^{\alpha}M^{\beta}$ dentibus congruat; quod quomodo efficiendum sit, in iisdem Heronis mechanicis expositum est atque a nobis planius deinceps explicabitur (*propos. 24*). Sed cochlea commode versetur circa cardines *sive claviculas* insidentes foraminibus rotundis, quorum cardinum alter extra arcam per parietem $\gamma\delta$ procedat, et haec eius pars, quae prostat, ad formam quadratam redacta accipiat ansam $\varsigma\beta$, quam prehendentes ac vertentes simul cochleam et tympanum $M^{\alpha}M^{\beta}$ convertemus, itaque etiam, quod ei affixum est, tympanum ϚϘϠ. Per hoc autem etiam tympanum appositum $\chi\psi$ vertetur, itemque, quod huic affixum est, tympanum $\upsilon\varphi$, ac porro tympanum appositum $\sigma\tau$ eique affixum $\pi\varrho$, tum tympanum appositum ξo eique affixum $\mu\nu$, denique tympanum



appositum $\eta\vartheta$, ita ut etiam, qui huic affixus est, axis $\varepsilon\zeta$ *vertatur*, circa quem funes ponderi alligatos circumvolventes ipsum pondus movebimus. Nam fieri non posse quin moveatur manifestum est ex eo, quod aliam potentiam, scilicet ansae, addidimus, quae quidem circulum perimetro cochleae maiorem describit; demonstratum est enim in Archimedis libro *περὶ ζυγῶν sive de staleris* et in Philonis Heronisque mechanicis, a maioribus circulis superari minores circulos, si circa idem centrum conversio eorum fiat.

XII. Haec igitur sunt quibus maxime ratio mechanica Prop.
(quae geometrica demonstratione nititur) continеatur: artis 11

καὶ μέρη· τὰ μὲν γὰρ ὑπὸ τῆς μηχανικῆς καὶ γνωμονικῆς καὶ τῆς περὶ ὑδρείων πραγματείας λόγῳ θεωρούμενα δι' αὐτῶν τῶν ὀργάνων ὑπὸ ταύτης κατασκευαζόμενα δείκνυται, πολλὰ δὲ καὶ χωρὶς τῶν μηχανικῶν ἔξωθεν ὑπ' αὐτῆς ἐπιτελεῖται, καί τινα ταῖς γεωμετρικαῖς ἐφόδοις δυσχείριστα μεταλαβοῦσα τοῖς ὀργάνοις εἰς ῥᾳδιεστέραν ἤγαγε κατασκευήν. αὐτίκα γοῦν τὸ καλούμενον Δηλιακὸν πρόβλημα τῇ φύσει στερεὸν ὑπάρχον οὐχ οἷόν τ' ἦν κατασκευάσαι τῷ γεωμετρικῷ λόγῳ κατακολουθοῦντας, ἐπεὶ μηδὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν, τοῖς δ' ὀργάνοις μεταληφθὲν εἰς χειρουργίαν καὶ κατασκευὴν ἐπιτήδειον [μᾶλλον τῆς ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐκτεθειμένης οὕτως] ἂν ἀναχθείη [τὸ προκείμενον], λέγω δὲ τὸ κύβον κύβου διπλάσιον εὑρεῖν. οὐ μόνον δὲ διπλάσιος εὑρίσκεται διὰ τοῦ ὑποκειμένου ὀργάνου, ἀλλὰ καὶ καθόλου λόγον ἔχων τὸν ἐπιταχθέντα.

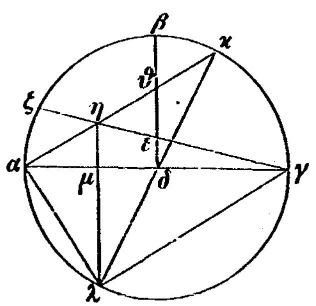
26 *Κατεσκευάσθω γὰρ ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀνήχθω ἡ ΔΒ, καὶ κινείσθω κανόνιόν τι περὶ τὸ Α σημεῖον οὕτως ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ περικεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ Α σημεῖον ἑστῶτι, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος ὡς περὶ κέντρον τὸ τυλάριον κινεῖσθαι μεταξὺ τῶν Β Γ. τούτων δὲ κατεσκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους δοθέντα, καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς ΒΔ πρὸς ΔΕ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν Β Γ, ἕως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν ΖΕ ΕΒ εὐθειῶν ἴσον γένηται τῷ*

---

1. *μέρη*] desinit Vincentius 3. *κατασκευαζομένων* *Ge* auctore *Co* 12. 13. *μᾶλλον — οὕτως* et *τὸ προκείμενον* interpolatori tribuit *Hu* 12. *ἂν* add. *Hu* 13. *κύβον κύβου* A *Co*, *κύβου κύβον* BS, *κύβου* temere om. *Ge* 17. *κατασκευάσθω* ABS *Ge*, corr. *Hu* 18. *Δ* ante *κέντρου* ex Pappi III cap. 27 add. *Hu* 19. *τό τε μὲν* A, sed *τε* del. prima m. 21. *τὸ δὲ* ABS, sed haec in A expuncta 22. *τῶν* $\overline{ΒΓ}$ A, distinx. BS, item vs. 26 *κατεσκευασμένων* A *Sca*, *κατασκευασμένων* BS *Ge* 23. *περὶ ἀλλήλους* temere *Ge* 25. *ἐπὶ τὸ* $\overline{ζ}$ add. BS *Co* (conf. supra III cap. 27)

autem organicae multa sunt genera partesque. Nam quae a disciplina mechanica et gnomonica et hydrostatica per theoremata demonstrantur, haec ab organica per ipsa instrumenta conficiuntur et illustrantur; verum etiam praeterea multa, quae aliena sunt a mechanicis, eadem ars efficit ac *problemata* quaedam, quae geometrica ratione aegre solvuntur, adscivit et per instrumenta ad faciliorem constructionem deduxit. Velut illud statim Deliacum problema, cum natura solidum esset, secundum geometricam rationem construi non poterat, quoniam coni sectiones difficilius erat in plano describere; at vero idem per instrumenta tractatum facile ad manuum operationem et idoneam constructionem deducitur[1], scilicet ut cubus, qui duplo maior sit quam cubus, inveniatur. Neque solum duplus cubus per id quod supponitur instrumentum invenitur, sed etiam omnino *cubus* qui *ad alterum cubum* datam proportionem habeat[2].

Construatur enim semicirculus $\alpha\beta\gamma$, cuius a centro δ erigatur perpendicularis $\delta\beta$, et regula quaedam circa punctum α ita moveatur, ut alter eius terminus detineatur clavulo in puncto α infixo, reliqua autem pars circa clavulum tamquam centrum inter puncta β γ moveatur. His igitur constructis propositum sit duos invenire cubos, qui datam inter se proportionem habeant, ac *datae* quidem proportioni aequalis fiat proportio $\beta\delta : \delta\varepsilon$, et iuncta $\gamma\varepsilon$ producatur ad ζ *punctum circumferentiae.* Iam regula inter puncta β γ circumagatur, donec eius segmentem, quod inter rectas $\zeta\varepsilon$ $\varepsilon\beta$ abscinditur, aequale factum sit segmento, quod est inter rectam $\beta\varepsilon$ et circumferentiam $\beta\varkappa\gamma$; hoc enim temptantes semper et regulam



1) Conf. supra III cap. 21 p. 54, 23 — 30; cap. 25 p. 62, 14 — 18.
2) Ibid. cap. 27 p. 64, 19 — 68, 16.

μεταξὺ τῆς ΒΕ εὐθείας καὶ τῆς ΒΚΓ περιφερείας· τοῦτο γὰρ πειράζοντες αἰεὶ καὶ μετάγοντες τὸ κανόνιον ῥᾳδίως ποιήσομεν. γεγονέτω δή, καὶ ἐχέτω θέσιν τὴν ΔΗΘΚ, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΗΘ ΘΚ· λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς ΒΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον λόγον ἔχει τὸν ἐπιταχθέντα, τουτέστιν τὸν τῆς ΒΔ πρὸς ΔΕ.

Νοείσθω γὰρ ὁ κύκλος προσαναπεπληρωμένος, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΔ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΗ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν τῇ ΒΔ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΚΘ τῇ ΘΗ, τὴν δὲ ΚΔ τῇ ΔΛ. ἐπεζεύχθω δὴ καὶ ἥ τε ΑΛ καὶ ἡ ΛΓ. ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΗΛΑ ἐν ἡμικυκλίῳ καὶ κάθετος ἡ ΛΜ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΑ, τουτέστιν ὡς ἡ ΓΜ πρὸς ΜΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΗ. κοινὸς προσκείσθω λόγος ὁ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ· ὁ ἄρα συγκείμενος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΑ καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ, τουτέστιν ὁ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΗ, λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΗ καὶ ἐκ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ. ὁ δὲ συγκείμενος ἔκ τε τοῦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΗ καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ ὁ αὐτός ἐστιν τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ κύβον· καὶ ὁ τῆς ΓΜ ἄρα πρὸς τὴν ΜΗ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ κύβον. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ, τουτέστιν ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΘ, τουτέστιν ἡ ΔΒ πρὸς ΔΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, τουτέστιν ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς ΒΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον.

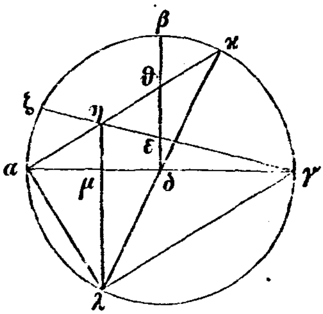
Πρόβλημα ὀργανικὸν ἐπὶ κυλίνδρου.

27 *ιγ'. Τὰ δ' ὀργανικὰ ἐν τοῖς μηχανικοῖς λεγόμενα προ-*

---

3. *τὴν ΔΗΘΚ* Co, *τὴν* $\overline{ΔΚ}$ ABS, *τὴν ΔΚ* Sca 8. 9. *ἐπεζεύχθω ἡ* $\overline{ΔΜ}$ A, corr. BS 13. *πρὸς τὸ*] *πρὸς τὴν* ABS, corr. Paris. 583 13. 14. *πρὸς* $\overline{ΜΔ}$ *οὕτως τὸ ἀπὸ* $\overline{ΔΜ}$ A(BS), pro $\overline{μδ}$ et $\overline{δμ}$ bis margini adscripsit $\overline{μα}$ Sca, corr. Co 14. *προκείσθω* A, corr. BS 16. *τοῦ*

circumagentes facile efficiemus. Factum igitur sit, ac regula positionem habeat $\alpha\eta\vartheta\varkappa$, ita ut sit $\eta\vartheta = \vartheta\varkappa$; dico cubum a $\beta\delta$ ad cubum a $\delta\vartheta$ datam proportionem habere, id est $\beta\delta : \delta\varepsilon$.



Fingatur enim circulus completus, et iuncta $\varkappa\delta$ producatur ad λ *punctum circumferentiae*, et iungatur $\lambda\eta$; haec igitur parallela est rectae $\beta\delta$ (*propter elem.* 6, 2, quia *ex constructione* est $\varkappa\vartheta = \vartheta\eta$, et $\varkappa\delta = \delta\lambda$). Iam iungantur rectae $\alpha\lambda$ $\lambda\gamma$. Quoniam igitur angulus $\eta\alpha\lambda$, *ut* in semicirculo, rectus, et *in triangulo* $\lambda\eta\alpha$ perpendicularis est $\alpha\mu$, est igitur

$\lambda\mu^2 : \mu\alpha^2 = \alpha\mu^2 : \mu\eta^2$, id est [1])

$\gamma\mu : \mu\alpha = \alpha\mu^2 : \mu\eta^2$. Harum poroportionum utraque multiplicetur cum $\alpha\mu : \mu\eta$; est igitur per formulam compositae proportionis

$$\frac{\gamma\mu}{\mu\alpha} \cdot \frac{\alpha\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\mu^2}{\mu\eta^2} \cdot \frac{\alpha\mu}{\mu\eta}, \text{ id est}$$

$$\frac{\gamma\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\mu^3}{\mu\eta^3}.$$ Sed est $\frac{\gamma\mu}{\mu\eta} = \frac{\gamma\delta}{\delta\varepsilon} = \frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon}$, et $\frac{\alpha\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\delta}{\delta\vartheta} = \frac{\beta\delta}{\delta\vartheta}$; ergo etiam

$$\frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon} = \frac{\beta\delta^3}{\delta\vartheta^3}.$$ Est autem $\frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon}$ data proportio; *habet igitur cubus a* $\beta\delta$ *ad cubum a* $\delta\vartheta$ *datam proportionem.*

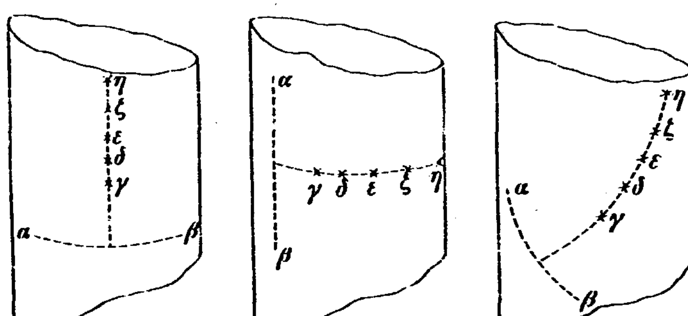
PROBLEMA ORGANICUM IN CYLINDRO.

XIII. Inter mechanica problemata ea quae organica vo- Prop. 12

1) Plenior demonstratio supra exstat III cap. 27 p. 66, 22 — 28.

add. *Hu* 18. alterum τοῦ add. *Hu*, item versu proximo 20. ἀπὸ τῆς add. *Sca Co* 23. τοῦ (ante ἀπὸ τῆς *AM*) recte ABS supra III cap. 27, τῶι ABS hoc loco, τῷ τοῦ *Sca* 24. κύβου] κύβων A, κύβῳ BS, corr. *Sca Ge* 25. τουτέστιν ἡ *AB* πρὸς *AΘ* om. *Co* 31. ιγ' add. BS *βλήματά [ἐστιν ὅτι] γίνεται τῆς γεωμετρικῆς ἐξουσίας ἀφαιρούμενα, οἷά ἐστιν καὶ τὰ ἐνὶ διαστήματι γραφόμενα καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ τὰς βάσεις ἀμφοτέρας λελωβημένου κυλίνδρου προτεινόμενον ὑπὸ τῶν ἀρχιτεκτόνων. ἀξιοῦσι γὰρ μέρους ἐπιφανείας ὀρθοῦ κυλίνδρου δοθέντος, οὗ μηδὲν μέρος ὑγιὲς φυλάσσεται τῶν ἐν ταῖς βάσεσι περιφερειῶν, εὑρεῖν τὸ πάχος τοῦ κυλίνδρου, τουτέστιν τοῦ κύκλου τὴν διάμετρον ἀφ' οὗ τὴν γένεσιν ἔσχεν ὁ κύλινδρος. εὑρίσκεται δὲ μεθοδευθὲν οὕτως.*

28 *Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς δοθείσης ἐπιφανείας δύο σημεῖα τὰ Α Β, καὶ κέντροις αὐτοῖς ἐνὶ διαστήματι σεσημειώσθω ἐπὶ*



τῆς ἐπιφανείας πρῶτον τὸ Γ, καὶ πάλιν κέντροις αὐτοῖς τοῖς Α Β διαστήματι τοῦ προτέρου μείζονι σεσημειώσθω τὸ Δ, καὶ ἄλλῳ διαστήματι τὸ Ε, καὶ ἄλλῳ τὸ Ζ, καὶ ἄλλῳ τὸ Η. ἔσται δὴ τὰ ε' σημεῖα τὰ Γ Δ Ε Ζ Η ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ διὰ τὸ καὶ τὴν ἐπιζευγνύουσαν ἕκαστον αὐτῶν ὡς κορυφὴν ἰσοσκελοῦς τριγώνου τῇ διχοτομίᾳ τῆς ἐπιζευγνούσης εὐθείας τὰ Α Β ὡς βάσεως κοινῆς τῶν τριγώνων ὀρθὴν

---

1. *ἐστιν ὅτι* interpolatori tribuit *Hu*, nisi forte *δηλονότι* Pappus scripsit   *ἐξουσίας*] *θεωρίας* coni. *Hu*   2. *οἷά* etc.] vide adnot. 1 ad Lat.   *ἐνὶ* A *Co Ge*, *ἐν* BS   9. post *μεθοδευθὲν* add. *ὕψος* codex Gerhardti, unde hic *ὑψόσε* fecit   10. 11. *τὰ* $\overline{AB}$ A, distinx. BS   11. *κέντροις* B[c]S, *κέντρον* AB[1]   *ἐνὶ* *Hu* pro *καὶ*   12. *πρῶτον* idem pro *αὐτοῦ*, quod quidem ex $\overline{Αυ}$'' corruptum esse videtur   13. *τοῖς*

cantur sine demonstratione geometrica solvuntur, qualia sunt et illa quae uno intervallo describuntur[1]) et hoc, quod ab architectis proponi solet, de cylindro ad utramque basim mutilato. Data enim parte superficiei recti cylindri, cuius utraque basis ita detruncata est, ut nulla pars circumferentiae exstet, postulant, ut crassitudo cylindri inveniatur, id est diametrus circuli, in quo cylindrus erectus erat. Quod quidem hac via ac ratione invenitur.

Sumantur in data superficie duo puncta α β, e quibus tanquam centris uno *circuli* intervallo primum designetur in superficie punctum γ, et rursus ex iisdem centris intervallo quam antea maiore designetur punctum δ, et alio intervallo *maiore* punctum ε, alioque ζ, alio denique η. Quinque igitur puncta γ δ ε ζ η in uno plano erunt, propterea quod unum quodque eorum vertex est trianguli aequicruris, cuius basis est recta puncta α β coniungens, ea autem recta, quae a vertice ad medium punctum communis baseos ducitur, ipsi basi $\alpha\beta$ perpendicularis est[2]). Haec autem ad planum sic

1) Obscura haec atque, ut videtur, corrupta. Equidem a scriptore significari existimabam illa problemata, quae adhibitâ regulâ versatili solvuntur, qualia exstant III propos 5 et VIII propos. 11; ergo pro ἑνὶ διαστήματι malebam scripta esse κανονίῳ τινί. Verum aut alia Pappi verba perierunt, ut certum iudicium fieri non possit, aut, agnito interpretamento, forsitan scribatur οἷόν ἐστιν καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ τὰς βάσεις cet.

2) "Ductis enim ab ipsis $\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta\,\eta$ punctis, hoc est a triangulorum aequicrurium verticibus ad medium communis baseos $\alpha\beta$, erunt hae ad ipsam $\alpha\beta$ perpendiculares; et idcirco ex secunda propositione undecimi libri elementorum in uno et eodem plano; puncta igitur $\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta\,\eta$ in uno plano consistent. sunt autem ea quidem in superficie curva cylindri, sed tamen omnia in eadem linea, quae vel recta erit vel curva; et siquidem recta, est cylindri latus: si vero curva, portio est circuli vel ellipsis. nam cum planum per ea transiens parallelum est plano basis, ex sectione ipsa circulus: cum vero non est parallelum, ellipsis efficitur." *Co.* Hinc tres figurae a me descriptae, quae absunt a libris manuscriptis.

$\overline{AB}$ AB, distinx. S. 15. τὰ $\overline{\Gamma\Delta EZ}$ A[1], $\overline{H}$ add. A[3], distinx. BS ἐν om. *Ge* 16. ἐπιζευγνῦσαν A, corr. BS (ἐπιζευγνυοῦσαν *Ge*) 17. τὴν διχοτομίαν ABS, καὶ τὴν διχ. *Ge* auctore *Co*, corr. *Hu* *εἶναι πρὸς τὴν ΑΒ [καὶ ἐν ἑνὶ γίνεσθαι ἐπιπέδῳ τὰς ε′ εὐθείας, καὶ δῆλον ὅτι τὰ Γ Δ Ε Ζ Η σημεῖα]. ταῦτα δὲ εἰς ἐπίπεδον ἐκθησόμεθα οὕτως· ἐκ τριῶν μὲν εὐθειῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ Γ Δ Ε τρίγωνον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ συνεστάτω τὸ ΘΚΛ, ἐκ τριῶν δὲ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ Δ Ε Ζ τὸ ΚΛΜ, ἐκ τριῶν δὲ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ Ε Ζ Η σημεῖα τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΛΜΝ· ἔσται ἄρα ἐκκείμενα τὰ ΘΚΛ ΚΛΜ ΛΜΝ τρίγωνα ἀντὶ τῶν ΓΔΕ ΔΕΖ ΕΖΗ τριγώνων. ἂν δὴ περὶ τὰ Θ Κ Λ Μ Ν σημεῖα γράψωμεν ἔλλειψιν, ὁ ἐλάσσων αὐτῆς ἄξων διάμετρος ἔσται τοῦ κύκλου τοῦ τὸν κύλινδρον ἀπεργασαμένου.*

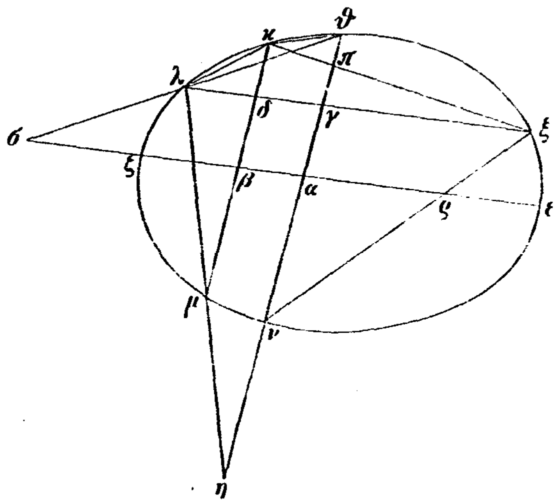
29 *ιδ′. Ζητουμένου δὴ περὶ πέντε τὰ δοθέντα σημεῖα ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ κείμενα τὰ Θ Κ Λ Μ Ν ἔλλειψιν γράψαι, περιγεγράφθω, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΘΝ ΛΚ πρότερον ἔστωσαν παράλληλοι, καὶ δίχα τετμήσθω ἑκατέρα αὐτῶν τοῖς Α Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Ε Ζ τῆς ἐλλείψεως σημεῖα· ἡ ΕΖ ἄρα διάμετρός ἐστιν τῆς ἐλλείψεως διὰ τὸν ι′ ὅρον τῶν κωνικῶν, θέσει δεδομένη· δοθὲν γὰρ καὶ ἑκάτερον τῶν Α Β σημείων τῇ θέσει. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ Λ τῇ ΕΖ παράλληλος ἡ ΛΞ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΞΚ ΛΜ συμπιπτέτωσαν τῇ ΘΝ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὰ Π Η· δοθέντα ἄρα τὰ Γ Η (δοθὲν γὰρ ἕκαστον τῶν Λ Μ*

---

1. 2. *καὶ ἐν ἑνὶ — σημεῖα* interpolatori tribuit *Hu* 1. *γινέσθω* ABS, *γενέσαι* (sic) *Ge*, corr. *Sca* 2. *τὰ ΓΔΕ ΖΗ* A, distinx. BS 4—7. *τὰ ΓΔΕ — τὰ ΔΕΖ — τὰ ΕΖΗ* A, distinx. BS 6. *τὸν ΚΔΜ* A, corr. BS 8. *τὰ ΘΚΑ ΚΔΜ τρίγωνα* A, *θκλ* corr. et *λμν* add. BS 9. *τὰ ΘΚΔΜΝ* ABS, distinx. *Ge* 11. *τοῦ τὸν*] *τοῦτον* A, distinx. BS *ἀπεκγεγαμένου* deliravit *Ge* 12. *ιδ′* add. BS *δὴ* add. *Hu*, *autem Co* (nisi forte *Ζητούμενον* tituli instar collato cap. 30 scribendum est) 13. *τὰ ΘΚΔ ΜΝ* A, distinx. BS 14. *αἱ ΜΝ ΝΘ* ABS, *αἱ ΜΚ ΝΘ Co*, corr. *Hu* 16. 17. *τοῖς ΑΒ — τὰ ΕΖ* et 19. *τῶν ΑΒ* A, distinx. BS 18. *ι′* add. *Hu* 20. *δὴ* om. *Ge* *διὰ τὸ Δ* A, *διὰ τοῦ α* BS, *Δ* corr. *Sca Co* 21. 22. *τῆι ΘΝ — κατὰ τὰ ΠΝ* A, *τῇ θη — κατὰ τὰ π ν* BS, *κατὰ τὰ Π Η* corr. *Ge* auctore *Co* 22sq. *δοθέντα ἄρα — Λ Μ Θ Ν*] *δοθὲν ἄρα τῶν ΚΜ ΘΝ* ABS, *δοθεῖσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΚΜ ΘΝ, δοθὲν γὰρ ἕκαστον τῶν Κ Μ Θ Ν Ge* auctore *Co*, corr. *Hu*

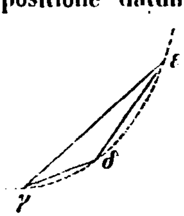
transferemus. Ex tribus rectis, quae puncta γ δ ε coniungunt [1]), in plano construatur triangulum $\vartheta\varkappa\lambda$, tum ex tribus rectis, quae puncta δ ε ζ coniungunt, triangulum $\varkappa\lambda\mu$, denique ex tribus rectis, quae puncta ε ζ η coniungunt, triangulum $\lambda\mu\nu$. Ergo triangula $\vartheta\varkappa\lambda$ $\varkappa\lambda\mu$ $\lambda\mu\nu$ loco triangulorum $\gamma\delta\varepsilon$ $\delta\varepsilon\zeta$ $\varepsilon\zeta\eta$ erunt. Quodsi per puncta ϑ $\varkappa$ λ μ ν ellipsim descripserimus, huius minor axis erit diametrus circuli, qui cylindrum effecit.

XIV. Cum igitur quaeratur, quomodo per quinque data puncta, quae in uno sunt plano, ellipsis describatur, descripta Prop. 13

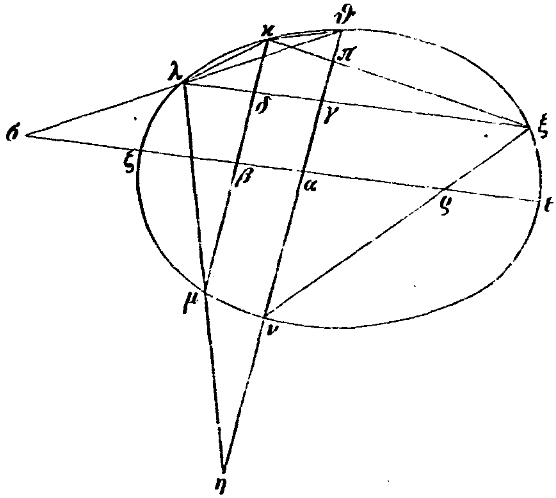


iam sit, et iunctae $\vartheta\nu$ $\varkappa\mu$ primum sint parallelae, et bifariam secentur in punctis α β, et iuncta $\alpha\beta$ producatur ad ε ζ puncta ellipseos; ergo recta $\varepsilon\zeta$ diametrus est ellipseos propter decimam definitionem *Apollonii* conicorum, eademque positione data (nam etiam utrumque punctorum α β positione datum

1) Ex his ac proximis verbis perspicitur scriptoris menti unum tantummodo casum obversari, scilicet ut linea $\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta$ pars ellipseos sit (conf. superiorem adnot.). Tres autem rectas ea ratione sumit quam figura hic apposita describit.



Θ Ν). καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΞΔΛ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΜΔΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΞΓΛ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ΗΓΠ ΝΓΘ, ἔσται ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ ΗΓΠ τῷ ὑπὸ ΝΓΘ. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ ὑπὸ ΝΓΘ (δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα)· δοθὲν ἄρα τὸ Π. ἀλλὰ καὶ τὸ Κ· θέσει ἄρα ἡ ΚΠΞ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΛΓΞ· δοθὲν ἄρα τὸ Ξ. καὶ ἔστιν ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως. ἐπιζευχθεῖσαι δὴ αἱ ΝΞ ΛΘ συμπιπτέτωσαν τῇ ΕΖ διαμέτρῳ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὰ Ρ Σ· ἔσται δὴ πάλιν ὡς τὸ ὑπὸ ΝΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΓΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΝΑΘ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ΡΑΣ ΕΑΖ, καὶ διὰ τοῦτο ἴσον τὸ ὑπὸ ΡΑΣ τῷ



ὑπὸ ΕΑΖ. καὶ ἔστιν δοθὲν τὸ ὑπὸ ΡΑΣ (δοθεῖσαι γάρ εἰσιν αἱ ΡΑ ΑΣ)· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΕΑ ΑΖ. τῷ δ' ὁμοίῳ τρόπῳ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ ΕΒΖ δοθέν. καὶ δοθέντα τὰ Α Β· δοθέντα ἄρα καὶ τὰ Ε Ζ, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται· ὥστε ἡ ΕΖ διάμετρος δέδοται τῷ μεγέθει. δῆλον δ' ὅτι καὶ ἡ συζυγὴς αὐτῇ· δέδοται γὰρ ὁ τῆς ΕΖ πλαγίας

---

1. *ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ* $\overline{ΞΔΚ}$ *πρὸς τὸ ὑπὸ* $\overline{ΜΔΚ}$ ABS, corr. *Co* 2. *εκατέραν* (sine spiritu) A, *ἑκατέραν* e codice nescio quo *Ge*, corr. BS cod. *Co* 3. 4. *καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ὑπὸ ΝΓΘ Co* pro *ἔσται ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ* $\overline{ΝΓΕ}$ 4. post *ἑκατέρα* add. *ΝΓ ΓΘ Ge* auctore *Co* (oportuit

(*dat.* 26. 7. 27). Iam ducatur per λ rectae $\varepsilon\zeta$ parallela recta $\lambda\delta\gamma\xi$, et iunctae $\xi\varkappa$ $\lambda\mu$ occurrant rectae $\vartheta\nu$ productae in punctis π η; data igitur sunt puncta γ η (datum enim unumquodque punctorum λ μ ϑ ν: *dat.* 28. 26. 25). Et quoniam est[1])

$$\frac{\xi\delta \cdot \delta\lambda}{\mu\delta \cdot \delta\varkappa} = \frac{\xi\gamma \cdot \gamma\lambda}{\eta\gamma \cdot \gamma\pi} = \frac{\xi\gamma \cdot \gamma\lambda}{\nu\gamma \cdot \gamma\vartheta},$$

erit igitur $\eta\gamma \cdot \gamma\pi = \nu\gamma \cdot \gamma\vartheta$. Et datum est $\nu\gamma \cdot \gamma\vartheta$ (data enim utraque $\nu\gamma$ $\gamma\vartheta$); ergo etiam punctum π datum (*nam data est* $\eta\gamma$; *ergo etiam* $\gamma\pi$ *datum propter* 57, *itaque punctum* π *datum propter* 27). Sed item punctum $\varkappa$ *datum erat*; positione igitur *data est* recta $\varkappa\pi\xi$. Sed etiam recta $\lambda\gamma\xi$; datum igitur est punctum ξ. Et est in circumferentia ellipseos. Iam iunctae $\nu\xi$ $\lambda\vartheta$ occurrant diametro $\varepsilon\zeta$ productae in punctis ϱ σ; rursus igitur erit

$$\frac{\nu\gamma \cdot \gamma\vartheta}{\xi\gamma \cdot \gamma\lambda} = \frac{\nu\alpha \cdot \alpha\vartheta}{\varrho\alpha \cdot \alpha\sigma} = \frac{\nu\alpha \cdot \alpha\vartheta}{\varepsilon\alpha \cdot \alpha\zeta},$$

itaque $\varrho\alpha \cdot \alpha\sigma = \varepsilon\alpha \cdot \alpha\zeta$. Et datum est $\varrho\alpha \cdot \alpha\sigma$ (*data* enim sunt *puncta* ϱ α σ, *itaque etiam* rectae $\varrho\alpha$ $\alpha\sigma$ datae); ergo etiam $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\zeta$ datum est. Simili autem ratione demonstrabitur etiam $\varepsilon\beta \cdot \beta\zeta$ datum esse. Et data sunt puncta α β; ergo etiam puncta ε ζ data sunt, ut deinceps (*lemm. XV*) demonstrabitur; ergo $\varepsilon\zeta$ diametrus ellipseos data est. Atque apparet etiam coniugatam diametrum datam esse; nam data est proportio transversi lateris $\varepsilon\zeta$ ad rectum latus[2]), quippe quae eadem sit atque $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\zeta : \alpha\nu^2$.

1) Vide append. ad hunc locum.

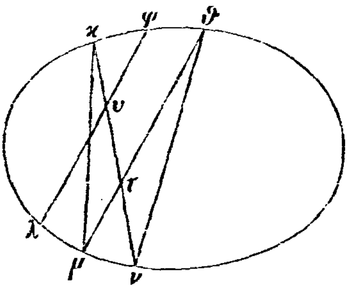
2) Conf. Apollon. conic. 1 propos. 13 in fine demonstrationis et propos. 21, Chasles, *Aperçu* etc. p. 18 sq. edit II Paris. (p. 15 sq. versionis German.).

τῶν ΝΓ ΓΘ) 5. 6. *ἄρα ἡ $\overline{ΚΓΞ}$ ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{ΓΛΞ}$ δοθὲν γὰρ* ABS, corr. *Co* 8. *κατὰ τὰ $\overline{ΓΡ}$* A(BS), *κατὰ τὰ Σ Ρ Ge*, corr. *Co* $\overline{ΝΓΘ}$ A[2] ex *$\overline{Ν**}$* 10. 11. *καὶ διὰ — ΕΛΖ*) *καὶ τοῦτο ἴσον τῷ ὑπὸ ΡΛΣ Ge* omissis reliquis *τῶν ὑπὸ $\overline{ΕΛΖ}$* A, corr. BS 13. *ὑπὸ* (ante *ΕΒΖ*) add. *Ge* auctore *Co* 14. *τὰ $\overline{ΑΒ}$ — τὰ $\overline{ΕΖ}$* A, distinx. BS 16. *δ'* add. *Hu* *αὐτῇ Hu* pro *αὐτῆς* *πρὸς τὴν ὀρθίαν αὐτῆς λόγος ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τοῦ ὑπὸ ΕΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ.*

30 *ιε΄. Τὸ ὑπερτεθέν. ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ΑΓΒ ΑΔΒ, καὶ δοθέντα τὰ Γ Δ· ὅτι τὰ Α Β δοθέντα ἐστίν.*

Ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ ΑΓΒ ἴσον τὸ ὑπὸ ΔΓΕ, τῷ δὲ ὑπὸ ΑΔΒ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔΖ· ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς ΖΔ (διὰ γὰρ τὴν κατασκευὴν ἑκάτερος λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΓΒ πρὸς ΒΔ)· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΕΓ ΖΔ τῷ ὑπὸ ΕΑΖ, ὥστε καὶ τὸ Α σημεῖον δοθέν. ὁμοίως καὶ τὸ Β.

31 *ιϛ΄. Μὴ ἔστωσαν δὴ αἱ τὰ Ν Θ Μ Κ δεδομένα ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως σημεῖα ἐπιζευγνύουσαι παράλληλοι, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΝΚ ΜΘ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Τ, καὶ διὰ τοῦ Λ παράλληλος ἤχθω τῇ ΜΘ ἡ ΛΥΦ· ἔσται δὴ λόγος τοῦ ὑπὸ ΝΥΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΥΦ δοθείς (ὁ αὐτὸς γὰρ τῷ τοῦ ὑπὸ ΝΤΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΤΘ). καὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ ΝΥΚ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΛΥΦ· καὶ δοθέντα τὰ ΛΥ· δοθὲν ἄρα τὸ Φ· ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ προγεγραμμένον, περὶ πέντε σημεῖα*

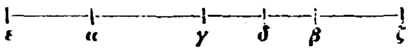


τὰ Ν Μ Λ Φ Θ γράψαι ἔλλειψιν τὴν ΝΜΛΦΘ παραλλήλων ὑποκειμένων τῶν ΜΘ ΦΛ.

3. *ιε΄* add. BS *δοθὲν ενεκάτερον* A, corr. BS (prave *ἓν ἑκάτερον* *Ge*, cuius reliqui errores plurimi ac paene incredibiles hinc usque silentio praetermittentur) 3. 4. *τῶν ὑπὸ ΑΓΒ ΑΒΔ* A²S, *τῶν ὑπὸ αβγ αβδ* B cod. *Co*, corr. *Co* 4. *τὰ ΓΔ ὅτι τὰ ΑΒ δοθὲν ἐστιν* A, corr. BS 5. *Ἔστω*] *Κείσθω* coni. *Hu* *μὲν ὑπὸ ΑΒΓ* ABS, corr. *Co* 6. 7. *ἔσται ἄρα — ΕΑ*] *πρὸς τὸ ΕΑ* A cod. *Co*, *πρὸς τὸ εδ* BS, corr. *Co* 7. *γὰρ* om. *Ge* 9. *ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΓΔ* ABS, corr. *Co* 10. *δοθὲν* add. *Hu* auctore *Co* 11. *ιϛ΄* add. BS *τὰ ΝΘ ΜΚ* A, distinx. BS 14. *τῇ ΜΘΝ ΛΥΦ Α*, *τῇ μτθ ἡ λυφ* BS 16. *δοθεὶς* add. *Ge* auctore *Co* 17. *τοῦ* add. *Hu* 21. *τὰ ΛΥ* A, distinx. BS

25. *τὰ ΜΝΛΦΘ* AS, distinx. B, litteras *Μ Ν* transposuit *Co* 26. *τῶν ΜΘΦΛ* A, distinx. BS

XV. *Sequitur* id quod *supra* dilatum est. *Sint in eâdem* Prop.
rectâ puncta $\alpha\ \gamma\ \delta\ \beta$, *ac* data sint et rectangula $\alpha\gamma\cdot\gamma\beta$ 14
$\alpha\delta\cdot\delta\beta$ et puncta $\gamma\ \delta$; dico puncta $\alpha\ \beta$ data esse.



Ponatur enim $\delta\gamma\cdot\gamma\varepsilon = \alpha\gamma\cdot\gamma\beta$, et $\gamma\delta\cdot\delta\zeta = \alpha\delta\cdot\delta\beta$, erit igitur *proportionibus factis* propter constructionem $\gamma\beta : \delta\gamma = \gamma\varepsilon : \alpha\gamma$, *id est convertendo*

$$\gamma\beta : \beta\delta = \gamma\varepsilon : \varepsilon\alpha, \text{ itemque } \gamma\delta : \delta\beta = \alpha\delta : \delta\zeta, \text{ id est componendo}$$

$$\gamma\beta : \beta\delta = \alpha\zeta : \zeta\delta; \text{ ergo}$$

$$\gamma\varepsilon : \varepsilon\alpha = \alpha\zeta : \zeta\delta, \text{ itaque}$$

$$\varepsilon\gamma\cdot\zeta\delta = \varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta.$$

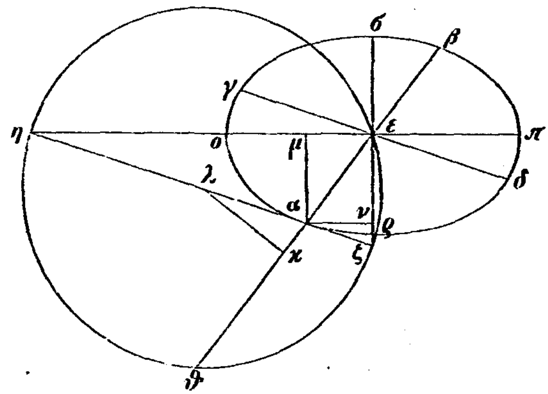
Sed datum est $\gamma\delta\cdot\delta\zeta$ (*aequale enim dato* $\alpha\delta\cdot\delta\beta$), *dataque puncta* $\gamma\ \delta$; *ergo etiam punctum* ζ *datum. Similiter demonstratur punctum* ε *datum esse. Datae igitur magnitudine sunt rectae* $\varepsilon\gamma\ \zeta\delta$, *itaque datum rectangulum* $\varepsilon\gamma\cdot\zeta\delta$; *ergo etiam* $\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta$ *datum est. Et data est magnitudine recta* $\varepsilon\zeta$ ($= \varepsilon\gamma + \gamma\delta + \delta\zeta$, *quarum quaeque magnitudine data est*). *Iam vero ad datam rectam* $\varepsilon\zeta$ *datum rectangulum* $\varepsilon\alpha\cdot\alpha\zeta$ *applicatur dificiens datâ specie figurâ, scilicet quadrato ab* $\varepsilon\alpha$ *); *ergo propter dat. propos. 58 data est* $\varepsilon\alpha$, *itaque* datum punctum α; *itemque data* est *magnitudine recta* $\alpha\gamma$; *ergo* etiam punctum β datum (*datum enim est* $\alpha\gamma\cdot\gamma\beta$).

XVI. At rectae $\nu\vartheta\ \mu\varkappa$, quarum puncta $\nu\ \vartheta\ \mu\ \varkappa$ data sint in circumferentia ellipseos, non sint inter se parallelae, et iunctae $\nu\varkappa\ \mu\vartheta$ inter se secent in puncto τ, et per λ rectae $\mu\vartheta$ parallela ducatur recta $\lambda\upsilon\varphi$; ergo data erit proportio $\nu\upsilon\cdot\upsilon\varkappa : \lambda\upsilon\cdot\upsilon\varphi$, quippe quae eadem sit ac $\nu\tau\cdot\tau\varkappa : \mu\tau\cdot\tau\vartheta$ (*Apollon. conic. 3, 17, et conf. append. ad p. 1079*). Et datum est rectangulum $\nu\upsilon\cdot\upsilon\varkappa$ (*nam positione datae sunt* $\varkappa\nu\ \lambda\varphi$, *itaque sectionis punctum* υ; *atque item data puncta* $\varkappa\ \nu$); ergo etiam rectangulum $\lambda\upsilon\cdot\upsilon\varphi$ datum est. Et data sunt

*) Sic geometrica ratione Euclides in datis; nostratium ratione, si ponatur $\varepsilon\zeta = a$, $\gamma\delta = b$, $\delta\zeta = c$, $\varepsilon\alpha = x$, fiat aequatio $ac - bc - c^2 = ax - x^2$.

32 *ιζ'. Ῥᾴδιον δὲ συζυγῶν διαμέτρων ἐλλείψεως πορισθεισῶν ὡντινωνοῦν τοὺς ἄξονας αὐτῆς ὀργανικῶς εὑρεῖν. μεθοδεύεται δὲ τὸν τρόπον τοῦτον.*

Ἐκκείσθωσαν αἱ προευρεθεῖσαι τῆς ἐλλείψεως διάμετροι συζυγεῖς αἱ ΑΒ ΓΔ δίχα τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΓΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΗ, τῷ δὲ ἀπὸ ΔΕ ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ ΕΑΘ, καὶ ἡ ΕΘ δίχα



τετμήσθω κατὰ τὸ Κ· ἔσται δὴ τὸ Κ μεταξὺ τῶν Α Θ *(μείζων γάρ ἐστιν ἡ ΔΕ τῆς ΕΑ), καὶ τῇ ΕΘ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ Κ ἤχθω ἡ ΚΛ τέμνουσα τὴν ΖΗ κατὰ τὸ Λ, καὶ περὶ κέντρον τὸ Λ διὰ τοῦ Ε γραφομένη κύκλου περιφέρεια τεμνέτω τὴν ΗΖ κατὰ τὰ Ζ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ· ΕΖ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπ' αὐτὰς αἱ ΑΜ ΑΝ, καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ΗΕΜ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ ΕΟ ΕΠ, τῷ δὲ ὑπὸ* ΖΕΝ ἑκάτερον τῶν ἀπὸ *ΕΡ ΕΣ· ἔσονται οὖν εὑρημένοι τῆς ἐλλείψεως ἄξονες οἱ ΟΠ ΡΣ, ὧν ὁ ἐλάχι-*

---

1. *ιζ'* add. BS *συζυγιῶν* A *Ge*, corr. BS (nam forma *συζύγιος*, unde hic *συζυγίων* scribendum fuerit, merito a L. Dindorfio in thesaur. Steph. in suspicionem vocatur) 4. *διάμετροι* A² ex *διάμετροι* 5. *αἱ* $\overline{ΑΒΓΔ}$ A, distinx. BS 8. *ἔσται — τῶν Α Θ* add. *Hu* 9. 10.

puncta λ ν (*itaque data recta* $\lambda\nu$; *ergo etiam data* $\nu\varphi$); datum igitur punctum φ. Sic igitur problema reductum est ad superius *lemma XIV*, ut circa quinque puncta ν μ λ φ ϑ ellipsis $\nu\mu\lambda\varphi\vartheta$ describatur, cum rectae $\mu\vartheta$ $\lambda\varphi$ parallelae sint.

XVII. Facile autem est, datis[1]) quibuscunque coniugatis ellipseos diametris, axes eius organice (*id est per constructionem, non addita geometrica demonstratione*) invenire[2]). Quod hac via ac ratione efficitur.

Exponantur primum eae quae iam inventae sunt ellipseos diametri $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ (*quarum maior sit* $\gamma\delta$), bifariam inter se secantes in puncto ε, et per α rectae $\gamma\delta$ parallela ducatur $\zeta\eta$, et ponatur $\varepsilon\alpha \cdot \alpha\vartheta = \delta\varepsilon^2$, et recta $\varepsilon\vartheta$ bifariam secetur in puncto $\varkappa$; hoc igitur inter puncta α ϑ erit (quia $\delta\varepsilon$ maior est quam $\varepsilon\alpha$); et rectae $\varepsilon\vartheta$ perpendicularis a puncto $\varkappa$ ducatur $\varkappa\lambda$, quae rectam $\zeta\eta$ in puncto λ secet, et circa centrum λ per ε describatur circuli circumferentia, quae rectam $\zeta\eta$ in punctis ζ η secet, et iungantur $\varepsilon\eta$ $\varepsilon\zeta$, ad easque perpendiculares ducantur $\alpha\mu$ $\alpha\nu$, et ponatur $\varepsilon o^2 = \varepsilon\pi^2 = \eta\varepsilon \cdot \varepsilon\mu$, et $\varepsilon\varrho^2 = \varepsilon\sigma^2 = \zeta\varepsilon \cdot \varepsilon\nu$; inventi igitur erunt ellipseos axes $o\pi$

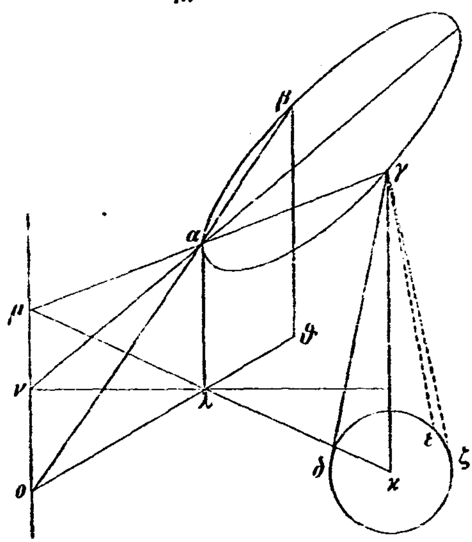
1) *Datis* scripsi secundum p. 1078, 15 sq., cum *ποϱισθεισῶν* proprie sit "*geometrica via ac constructione comparatis*", id quod factum est lemmate XIV. Recte igitur scriptor postmodo *πϱοευϱεθεῖσαι*; neque tamen hoc nos induxerit, ut *ποϱισθεισῶν* mutemus in *πϱοευϱεθεισῶν*.

2) Conf. Chasles, *Aperçu* etc. p. 45 edit. II Paris. (p. 42 vers. German.), et supra propos. 12 init.

καὶ τῆς $\overline{E\Theta}$ *πϱὸς ὀϱθάς. ἀπὸ δὲ τοῦ* $\overline{K}$ ABS, corr. *Ge* auctore *Co* 10. *ἡ ΚΛ τέμνουσα Hu, καὶ τεμνέτω* ABS, *ἡ ΚΛ καὶ τεμνέτω Ge* 10. 11. *κατὰ τὸ* $\overline{A}$ *καὶ πεϱὶ κέντϱον τὸ* $\overline{A}$ ABS, corr. *Co* 12. *κατὰ τὰ* $\overline{ZH}$ Λ, distinx. BS 12. 13. *ἐπεζεύχθωσαν αἱ EH EZ καὶ Hu* pro *ἐπιζευχθεῖσαι αἱ* $\overline{EZ}$ *καὶ* $\overline{EH}$ *ἐκβεβλήσθωσαν* 13. *καὶ τὸ* Λ, cod. *Co*, corr. BS *Co* 14. 15. *τῶν ὑπὸ* $\overline{E\Theta}$ $\overline{EH}$ *τῶι δὲ ὑπὸ* $\overline{EP}$ $\overline{\Theta C}$ Λ cod. *Co*, item, nisi quod in fine $\overline{\vartheta\varepsilon}$, BS, corr. *Co* (qui tamen post *ZEN* insuper addit supervacanea *ἴσον κείσθω*) 16. *ὁ ἐλάσσων Hu* στος ἴσος ἔσται τῷ τοῦ κυλίνδρου πάχει, καθὼς ἐν ἀρχῇ προείρηται.

33 ιη΄. Σφαίρας μετεώρου δοθεῖσαν θέσιν ἐχούσης πρὸς τὸ ὑποκείμενον, εὑρεῖν τό τε σημεῖον ἐφ᾽ ὃ πίπτει καθετικῶς ἐνεχθεῖσα [καὶ καθ᾽ ὃ πίπτει σημεῖον] καὶ τὴν ἐλαχίστην ἀποτεμνομένην ἀπὸ τῆς καθέτου μεταξὺ τῶν δύο σημείων τοῦ τε κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κατὰ τὸ ἐπίπεδον. προγράφεται δὲ τὸ κύκλου δοθέντος μετεώρου μὴ ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ πρὸς τὸ ὑποκείμενον εὑρεῖν τήν τε κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων ἀμφοτέρων καὶ τὴν κλίσιν.

34 Ἔστω μετέωρος κύκλος, καὶ εἰλήφθω ἐπ᾽ αὐτοῦ τρία σημεῖα τὰ Α Β Γ, καὶ ἤχθωσαν ἀπ᾽ αὐτῶν ἐπὶ τὸ ὑπο-



κείμενον ἐπίπεδον κάθετοι. ἀχθήσονται δὲ οὕτως· ἀπὸ τοῦ Γ προσπεσοῦσα εὐθεῖα πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὡς ἡ ΓΔ περιενηνέχθω καὶ ψαυέτω τοῦ ἐπιπέδου καθ᾽

---

3. ιη΄ add. BS 4. τε add. *Hu* 5. verba καὶ καθ᾽ ὃ πίπτει [τὸ] σημεῖον, quae interpres quidam propter cap. 37 et 39 extr. addidisse videtur, del. *Hu* collato cap. 35 σημεῖον *Ge* pro τὸ σημεῖον 8. κατὰ τὴν ἐπίπεδον ABS, corr. *Ge* 12. τὰ ΑΒΓ A, distinx. BS ἐπ᾽ αὐτῶν A, corr. BS 15. προσενηνέχθω A(B *Ge*), προσενέχθω S, corr. *Hu*

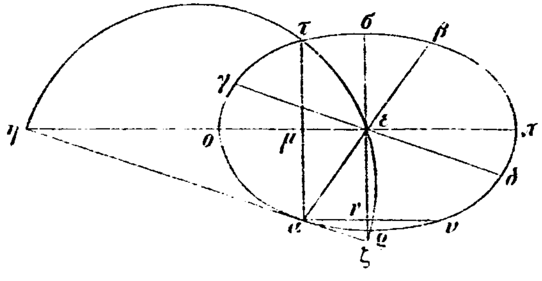
$\rho\sigma$ *) quorum minor cylindri crassitudini aequalis erit, sicut initio (*p. 1077*) dictum est.

XVIII. Sphaera sublimi datam positionem habente ad planum subiectum (*sive horizontale*), inveniatur et punctum, in quod cadet perpendiculariter demissa, et minima linea a perpendiculari inter duo puncta, *scilicet* inter punctum sphaerae superficiei et punctum in plano, abscissa [1]).

Praemittitur autem hoc: dato circulo sublimi, qui non sit in plano ad *planum* subiectum perpendiculari (*i. e., qui non sit in plano verticali*), inveniatur et communis sectio utriusque plani et inclinatio *alterius ad alterum*. Prop. 15

Sit sublimis circulus, et in eius circumferentia sumantur tria puncta α β γ, ab iisque ad planum subiectum perpen-

*) Demonstrationem a Pappo omissam (conf. propos. 12 et 14 init.) secundum Apollonii conica Commandinus supplet hoc modo: "Produ-



catur $\alpha\mu$ usque ad τ, ita ut $\tau\mu$ ipsi $\mu\alpha$ sit aequalis. producatur etiam $\alpha\kappa$ usque ad υ, ut $\upsilon\kappa$ sit aequalis $\kappa\alpha$. erunt puncta τ υ in ellipsi ex iis quae demonstrata sunt ab Apollonio in propos. 47 secundi libri conicorum. Sed $\rho\sigma$ parallela est ipsi $\alpha\tau$, est enim angulus $\eta\varepsilon\zeta$ in semicirculo rectus. quare et $o\pi$ ipsi $\alpha\upsilon$ parallela erit. Quoniam igitur $\gamma\delta$ ad $\alpha\beta$ ordinatim est applicata, quae per α ipsi $\delta\gamma$ parallela ducitur, videlicet $\zeta\eta$, sectionem in puncto α continget. et cum $\zeta\eta$ sectionem contingens diametro occurrat in η, et $\alpha\mu$ ordinatim applicetur, erit ex 37 primi libri conic. rectangulum $\eta\varepsilon\mu$ aequale quadrato ex εo vel $\varepsilon\pi$. Eadem quoque ratione cum $\alpha\kappa$ ordinatim applicetur, rectangulum $\zeta\varepsilon\kappa$ quadrato ex $\varepsilon\rho$ vel $\varepsilon\sigma$ est aequale. ergo $o\pi$ $\rho\sigma$ ellipsis coniugati axes erunt."

1) Totum hoc problema usque ad finem propositionis sextae decimae compositum est a scriptore mediocriter admodum mathematica docto aetate, ut videtur, posteriore quam qua Pappus vixit. Accedit quod in codicis scriptura plura corrupta aut lacunosa sunt quam aliis fere locis.

ἕτερα δύο σημεῖα τὰ Ε Ζ, καὶ εἰλήφθω τοῦ περὶ τὰ Δ Ε Ζ κύκλου κέντρον τὸ Κ· ἡ οὖν ἀπὸ τοῦ Γ κάθετος ἐπὶ τὸ Κ σημεῖον πεσεῖται, καὶ δοθὲν ἔσται τὸ Κ. ἤχθωσαν καὶ ἀπὸ τῶν Α Β κάθετοι ὁμοίως αἱ ΒΘ ΑΔ· ἐπιζευχθεῖσαι δὴ αἱ ΚΔ ΘΔ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν ἡ ΓΚ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΚΜ πρὸς ΜΔ, ὡς δὲ ἡ ΒΘ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΘΟ πρὸς ΟΔ [δοθέντα ἄρα τὰ Μ Ο . . . ἐφ' ἡμῖν γάρ ἐστι τοιαύτας καθέτους λαβεῖν ὥστε ἐλαχίστην ἐν αὐταῖς εἶναι μίαν, ὡς τὴν ΑΔ]· εὐθεῖαι ἄρα αἱ ΜΑΓ ΒΔΟ. καὶ ἔσονται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἡ ἄρα κοινὴ τομὴ αὐτοῦ καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου ἐστὶν ἡ ΜΟ. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΜΟ κάθετος ἡ ΑΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΝ· καὶ ἡ ΑΝ ἄρα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ΜΟ· πεπόρισται ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΝΑ γωνία, τῶν ἐπιπέδων ἡ κλίσις.

35 ιθ'. *Τούτου προδειχθέντος ἔστω σφαῖρα μετέωρος, καὶ προκείσθω τό τε σημεῖον εὑρεῖν, ἐφ' ὃ πεσεῖται καθετικῶς ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ἐνεχθεῖσα, καὶ τὴν ἐλαχίστην ἀποτεμνομένην ἀπὸ τῆς καθέτου μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας καὶ τοῦ ἐπιπέδου.*

Ἔστω ἡ σφαῖρα μετέωρος κειμένη περὶ κέντρον τὸ Ε,

---

1. *σημεῖα τὰ ΙΖ* A, corr. BS *τὰ ΔΕΖ* A, distinx. BS 2. *ἐπὶ τὸ Κ* A Sca Co, *ἐπὶ τὸ γ* BS, *ἐπὶ τὸ η* cod. Paris. 583 3. *καὶ δοθὲν ἔσται τὸ ΓΚ* ABS Ge, *καὶ δοθεῖσα ἔσται ἡ ΓΚ* voluit Co, corr. Hu 4. *τῶν ΑΒ* A, distinx. BS 7. 8. *τὰ ΜΟ* A, distinx. BS *δοθέντα* — 9. *ὡς τὴν ΑΔ* duo diversa interpretamenta esse arbitratur Hu, de quibus vide adnot. * ad Lat. 8. *ἐστι*] sic hoc loco A(BS) *τοιαύτη* A, corr. BS 9. *ἐν* add. Hu *τὴν ΑΔ* Co pro *τὴν ΑΔ εὐθεῖα* AB. corr. S 10. *αἱ ΜΑΓ ΒΔC* AS, *ἡ μαγ βασ* ex B descripsit Waitzius, corr. Sca (*αἱ ΜΑΓ ΟΔΒ* voluit Co) 12. *ἐστὶν ἡ ΜΟ* Hu auctore Co, *τὴν ΜΟ* A, *τοῦ μο* BS, *εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΜΟ* Ge 12. 13 *ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α — ἡ ΑΝ ἄρα* add. Hu auctore Co, *ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α κάθετος ἡ ΑΝ ἐπὶ τὴν ΜΟ καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΝ* add. Ge
14. *τουτέστιν* ante *τῶν ἐπιπέδων* add. Hu 15. *ἡ* om. Ge 16. *ιθ'* add. BS *προδειχθέντος* (vel *προγραφέντος*) Hu, *ἐντὸς* A, *ὄντος* BS, praemisso Co 17. *προσκείσθω* ABS, corr. Sca

diculares ducantur. Ducentur autem hoc modo: a puncto γ quaevis recta, velut $\gamma\delta$, cadat in planum *tangens id in puncto* δ, eademque, cum circumferatur, in aliis duobus punctis $\varepsilon\ \zeta$ planum tangat, et sumatur circuli per puncta $\delta\ \varepsilon\ \zeta$ descripti centrum $\varkappa$; ergo recta, quae a puncto γ perpendicularis *ad planum subiectum ducetur,* in punctum $\varkappa$ cadet [1], et datum erit punctum $\varkappa$. Similiter a punctis $\alpha\ \beta$ ducantur perpendiculares $\alpha\lambda\ \beta\vartheta$; *ergo etiam puncta* $\lambda\ \vartheta$ *data erunt.* Iam iunctae $\varkappa\lambda\ \vartheta\lambda$ producantur, et fiat $\varkappa\mu : \mu\lambda = \gamma\varkappa : \alpha\lambda$, et $\vartheta o : o\lambda = \beta\vartheta : \alpha\lambda$ *); ergo lineae $\mu\alpha\gamma\ \beta\alpha o$ rectae sunt [2]. Et erunt in plano circuli $\alpha\beta\gamma$; ergo et huius plani et subiecti *horizontalis* sectio communis erit recta μo. Ducatur a puncto λ ad μo perpendicularis $\lambda\nu$, et iungatur $\alpha\nu$; ergo etiam $\alpha\nu$ perpendicularis erit ad μo (*supra VI propos. 43*). Itaque etiam angulus $\alpha\nu\lambda$ constructione inventus est, id est ipsorum planorum inclinatio.

XIX. Hoc iam demonstrato sit sphaera sublimis, atque propositum sit invenire et punctum, in quod cadat perpendiculariter in subiectum planum demissa, et minimam lineam ex perpendiculari abscissam, quae inter superficiem *sphaerae* et planum subiectum interiiciatur. Prop. 16

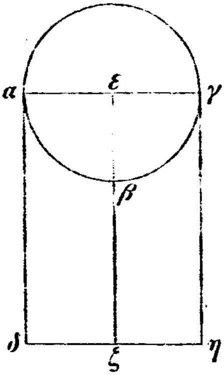
Sit sphaera sublimis posita circa centrum ε, in eaque maximus circulus describatur $\alpha\beta\gamma$; hic igitur aut in plano ad

1) "Recta linea $\gamma\delta$ in circuli ambitu feretur et coni recti superficiem describet; quare ducta linea ab ipso γ ad circuli centrum, quae est axis coni, ad dictum planum perpendicularis erit" *Co.* Sane quidem haec fere est scriptoris Graeci sententia; sed accuratam demonstrationem paulo aliter instituendam esse apparet

*) Ad haec Graeci scriptoris verba pertinet interpretamentum illud, quod supra seclusimus, *ἐφ' ἡμῖν γάρ ἐστι* cet., id est: *num licet nobis tales perpendiculares sumere, ut una in his minima sit, velut* $\alpha\lambda$. Nimirum rectam $\alpha\lambda$ minorem esse oportet quam $\gamma\varkappa\ \beta\delta$, quoniam ex constructione fit $\varkappa\mu > \mu\lambda$, et $\vartheta o > o\lambda$. Alterum autem quod supra est interpretamentum: *δοθέντα ἄρα τὰ Μ Ο*, facile sic demonstratur: Quoniam est $\gamma\varkappa : \alpha\lambda = \varkappa\mu : \mu\lambda$, dirimendo etiam est $\gamma\varkappa - \alpha\lambda : \alpha\lambda = \varkappa\lambda : \lambda\mu$; ergo, quia magnitudine datae sunt $\gamma\varkappa\ \alpha\lambda\ \varkappa\lambda$, propter dat. propos. 4. 1. 2 data est etiam $\lambda\mu$, itaque (dat. 27) datum etiam punctum μ. Similiter demonstratur punctum o datum esse.

2) "Hoc nos demonstravimus in commentariis in 10 propositionem secundi libri Archimedis de iis quae in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate" *Co.* Vide horum commentariorum, qui Bononiae a. 1565 prodierunt, p. 31, et conf. supra VII propos. 128 p. 871 adnot. *.

καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστός τις ἐγγεγράφθω κύκλος ὁ ΑΒΓ· ἤτοι δὴ ἐν ὀρθῷ ἔσται ἐπιπέδῳ πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἢ οὔ, γνωσόμεθα δὲ οὕτως· λαβόντες ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ τρία τυχόντα σημεῖα καθέτους ἄξομεν ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὡς μεμαθήκαμεν, κἂν μὲν τὰ σημεῖα ἐφ᾽ ἃ πίπτουσιν αἱ κάθετοι ἐπ᾽ εὐθείας ἀλλήλοις ὦσιν, ὀρθὰ πρὸς ἄλληλα ἔσται τὰ ἐπίπεδα, ἐὰν δὲ μή, κεκλιμένα.



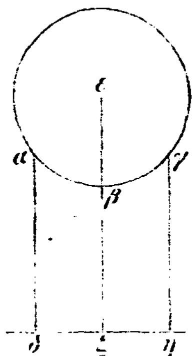
36 *Ἔστω δὴ πρότερον ὀρθά, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Α Γ σημείων κάθετοι αἱ ΑΔ ΓΗ· ἤτοι δὴ ἴσαι, ἔσονται ἢ οὔ. Ἔστωσαν ἴσαι, καὶ τετμήσθω ἡ ΔΗ ἐπιζευχθεῖσα δίχα τῷ Ζ· ἔσται δὴ τὸ Ζ τὸ ζητούμενον σημεῖον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἡ δὲ διχοτομία τῆς ΑΒΓ περιφερείας τὸ Β ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἐφαρμόζον τῷ Ζ, καὶ ἡ ΒΖ ἐλαχίστη κάθετος, ὡς προείρηται.*

37 *κ΄. Μὴ ἔστωσαν δὲ ἴσαι αἱ κάθετοι, ἀλλὰ ἐλαχίστη ἡ ΑΔ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς ΘΔ, ἐκβληθείσης τῆς ΗΔ· ἔσται δὴ τὸ Θ, καθ᾽ ὃ ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Α συμπίπτει τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, καὶ δοθεῖσα ἔσται ἥ τε ΑΘ εὐθεῖα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΘΔ γωνία. τούτων γενομένων ἐκκείσθω κύκλος ἴσος τῷ μεγίστῳ*

---

1. *τις* BS, *τι* A 2. *ἔσται Hu* pro *ἔστιν* 3. *λαβόντες Sca* pro *ταῖς* 6. *μεμαθήκαμεν κἂν μὲν Hu*, *μεμάθη και μεν* A, *μεμαθήκαμεν* BS, ad quod *καὶ ἐὰν* add. *Sca* 8. *ὦσιν* add. *Sca* *ὀρθὰς* A, corr. BS 9. *ἐὰν Hu* pro *εἰ* 12. *ἀπὸ τῶν* $\overline{AB}$ A(BS), corr. *Sca Co* 13. *αἱ ΑΔ ΓΗ· ἤτοι δὴ ἴσαι ἔσονται* add. *Hu*, *ἔσονται ἤτοι ἴσαι Ge* *ἢ οὖ*] *ηου* A, *οὗ* BS 14. *εστωσαν* A (*Sca*), *ἔστασαν* BS, *Ἔστωσαν πρότερον Hu* 15. *καὶ* ante *ἐπιζευχθεῖσα* add. ABS (et *καὶ* et *ἐπιζευχθεῖσα* del. *Sca*) *ἔσται Sca* pro *ἔστω* 17. *τῷ* $\overline{\zeta}$ BS, *τῶν* $\overline{Z}$ ex *τῶν* * A[1] 18. *ὡς* inter lineas add. A[2] 19. *κ΄* add. BS 20. *ὡς ἡ ΓΗ Sca Co* pro *ὡς ἡ* $\overline{ΓΕ}$ 21. *ἐκβληθείσης τῆς ΗΔ* ante *πεποιήσθω* transponi voluit *Co* *ἔσται Sca* (idem voluit *Co*), *ἔστω* ABS *τὸ Θ Sca Co* pro *τὸ* $\overline{E}$ 24. *τούτω* A[1], *ν* superscripsit A[3]

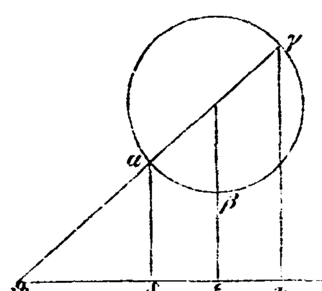
subiectum perpendiculari erit, aut non; quod quidem hac ratione distinguemus. Sumptis in circuli circumferentia tribus quibuslibet punctis, perpendiculares ad subiectum planum ducemus, ut *modo* (*propos. 15*) didicimus; et, si puncta, in quae perpendiculares cadant, in eâdem rectâ sint, plana ad sese perpendicularia erunt, sin minus, inclinata.



Iam primum *plana ad sese* sint perpendicularia, et ducantur a punctis α γ perpendiculares $\alpha\delta$ $\gamma\eta$; hae igitur aut aequales erunt, aut non.

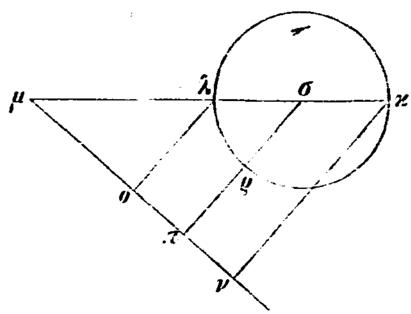
Sint *primum perpendiculares* aequales, et iuncta $\delta\eta$ bifariam secetur in puncto ζ; erit igitur ζ id quod quaerebatur in plano *subiecto* punctum, et punctum β, quod est circumferentiae $\alpha\beta\gamma$ medium, in plano *subiecto* puncto ζ respondebit, et $\beta\zeta$ minima perpendicularis erit, ut supra propositum erat.

XX. At non sint aequales perpendiculares, sitque minor $\alpha\delta$, et productâ $\eta\delta$ fiat $\eta\vartheta : \vartheta\delta = \gamma\eta : \alpha\delta$; erit igitur punctum ϑ, in quo recta a γ ad α ducta[1]) occurret plano subiecto; ac data erit et recta $\alpha\vartheta$ et angulus $\alpha\vartheta\delta$. His ita effectis exponatur circa diametrum $\varkappa\lambda$ circulus illi maximo $\alpha\beta\gamma$ aequalis, et *diametro* $\varkappa\lambda$ *productae* adiiciatur recta $\lambda\mu = \alpha\vartheta$, et angulus $\varkappa\mu\nu$ aequalis construatur angulo $\alpha\vartheta\delta$, et a punctis $\varkappa$ λ *ad rectam* $\mu\nu$ *ducantur* perpendiculares $\varkappa\nu$ λo, itemque a centro σ *perpendicularis*



1) Errorem, nisi fallor, in hac demonstratione scriptor admisit, rectam $\alpha\gamma$ diametrum circuli esse supponens. Quae si diametrus est, nihil ultra laborandum, quam ut $\delta\eta$ bifariam secetur, id quod recte interpres ille p. 1090, 9—11 adnotavit. Supervacanea igitur in hoc casu est constructio auxiliaris; at si $\alpha\gamma$ non diametrus est, diversa partim ratio ab ea quae supra legitur adhibenda esse videtur.

περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ, καὶ προσκείσθω ἡ ΔΜ ἴση τῇ ΔΘ, καὶ τῇ ὑπὸ ΔΘΔ γωνίᾳ ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΚΜΝ, καὶ ἀπὸ τῶν Κ Δ κάθετοι αἱ ΔΟ ΚΝ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἡ ΣΠ, καὶ τῇ μὲν ΔΡ περιφερείᾳ ἴση ἀπειλήφθω ἡ ΔΒ, τῇ δὲ ΟΠ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΔΖ [τὸ δὲ αὐτὸ ἦν λέγειν δίχα ἡ ΔΗ τῷ Ζ]. ἔσται οὖν τὸ μὲν Ζ σημεῖον, ἐφ' ὃ ἡ σφαῖρα καταφερομένη πεσεῖται, τὸ δὲ Β τὸ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἡ δὲ ἐλαχίστη κάθετος ἡ ΒΖ.



38 κα'. Μὴ ἔστω δὲ ὁ ΔΒΓ κύκλος ἐν [ἑνὶ] ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ ὑποκείμενον, καὶ εἰλήφθω ἡ κοινὴ τῶν ἐπιπέδων τομὴ ἡ ΔΘ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τοῦ ΔΒΓ κύκλου σημεῖα τὰ Δ Γ κατὰ διάμετρον ἀλλήλοις κείμενα οὕτως ὥστε τὴν ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγνυμένην τὴν ΓΔ συμπίπτειν τῇ κοινῇ τομῇ τῇ ΔΘ [ἔστιν γὰρ ἐπ' ἐμοὶ διὰ τὸ τὴν ΔΘ ἐν τῷ τοῦ ΔΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ εἶναι]. συμπιπτέτω κατὰ τὸ Θ· δοθεῖσα

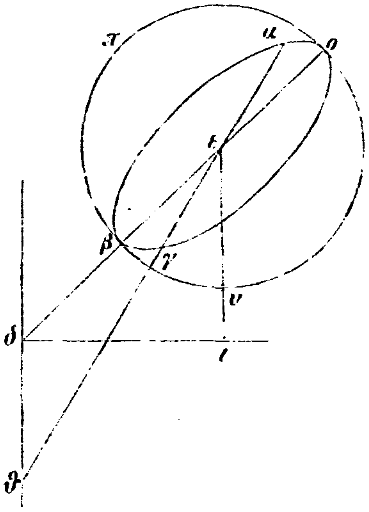
39 ἄρα ἡ ΔΘ καὶ ἡ Θ γωνία. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου κάθετος ἐπὶ τὴν ΔΘ ἡ ΕΒΔ. ἀχθήσεται οὕτως· ἐκκείσθω

---

1. τὴν ΚΔ *Sca Co* pro τὴν $\overline{\text{ΚΔ}}$ 2. $\overline{\text{ΔΘΔ}}$ γωνίᾳ ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ bis habet A, $\overline{\text{λθδ}}$ γωνίᾳ cet. semel BS 3. ἀπὸ τῶν $\overline{\text{ΚΔ}}$ A (BS), corr. *Sca Co* 4. αἱ $\overline{\text{ΔΟ}}$ $\overline{\text{ΚΝ}}$ A *Sca Co*, αἱ $\overline{\text{λο}}$ $\overline{\text{κη}}$ BS 8. δὲ $\overline{\text{ΟΠ}}$ A² pro $\overline{\text{ΔΕ}}$ $\overline{\text{ΟΠ}}$ 9. ἴση ἡ ΔΖ *Sca Co* pro ἴση ἡ $\overline{\text{ΔΖ}}$ τὸ δὲ — 11. τῷ Ζ interpreti cuidam tribuit *Hu*, post τῷ Ζ add. διῃρήσθω *Sca*, secetur *Co* 11. ἔσται *Sca* (erit *Co*) pro ἔστω 13. καταφερομένη *Hu*, ἀφαιρομένη A¹, ἀφαιρουμένη A³BS, κάτω φερομένη *Sca*, demissa *Co* 14. τὸ (ante ἐπὶ) om. BS 15. post ΒΖ add. ABS ἡ ἴση ἐστίν, unde *Ge* auctore *Co* τῇ ΡΗ ἴση ἐστίν 16. κα' add. B ἑνὶ del. *Hu* 18. ἡ ΔΘ *Sca Co* pro ἡ $\overline{\text{ΔΕ}}$ τοῦ ΔΒΓ A Paris. 583 *Sca Co*, τοῦ $\overline{\text{αδβ}}$ BS 18. 19. τὰ $\overline{\text{ΔΓ}}$ A, distinx. BS 21. 22. ἔστιν γὰρ — εἶναι interpreti tribuit *Hu* 22. κατὰ τὸ $\overline{\text{C}}$ et 23. ἀπὸ τοῦ $\overline{\text{C}}$ ABS, corr. *Sca Co*

$\sigma\pi$, *quae circuli circumferentiam in puncto* σ *secet*, et circumferentiae $\lambda\varrho$ aequalis abscindatur circumferentia $\alpha\beta$, et rectae $o\pi$ aequalis recta $\delta\zeta$. Erit igitur punctum ζ, in quod sphaera *perpendiculariter* demissa cadet, et β id *sphaerae* superficiei punctum, *in quo planum subiectum tanget*, minima autem perpendicularis $\beta\zeta$.

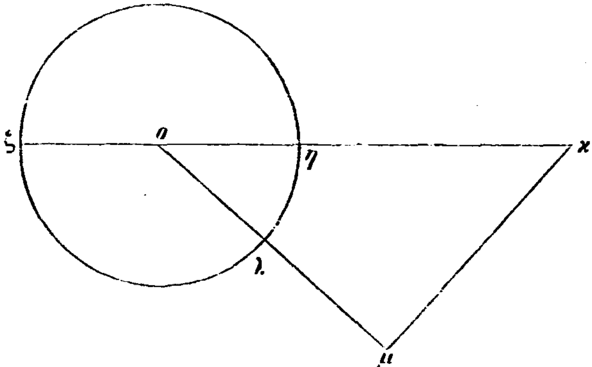
XXI. Sed non sit circulus $\alpha\beta\gamma$ in plano perpendiculari ad *planum* subiectum, et sumatur communis planorum sectio $\delta\vartheta$, itemque sumantur in circuli $\alpha\beta\gamma$ circumferentia puncta α γ diametri termini, ita ut iuncta $\alpha\gamma$ *eademque producta* occurrat communi sectioni $\delta\vartheta$. Occurrat in puncto ϑ; ergo data est recta $\alpha\vartheta$ et angulus $\alpha\vartheta\delta$. Ducatur a centro ε ad rectam $\delta\vartheta$ perpendicularis $\varepsilon\beta\delta$. Quae sic ducetur[1]): exponatur circulus $\eta\zeta\lambda$ *) aequalis maximo *in sphaera circulo* $\alpha\beta\gamma$, sitque eius diametrus $\zeta\eta$, cui *productae* addatur $\eta\varkappa = \gamma\vartheta$, et construatur angulus $\zeta\varkappa\mu = \alpha\vartheta\delta$, et a centro o *ad rectam* $\mu\varkappa$ *ducatur* perpendicularis $o\lambda\mu$, et circumferentiae $\eta\lambda$ aequalis abscindatur circumferentia $\gamma\beta$, et rectae $\varkappa\mu$ aequalis recta $\vartheta\delta$; ergo recta $\delta\beta$ rectae $\mu\lambda$ aequalis est et perpendicularis ad $\delta\vartheta$, eademque producta in centrum ε cadit; haec enim manifesta sunt ex similitudine *et aequalitate* triangulorum $o\varkappa\mu$ $\varepsilon\vartheta\delta$. Iam in plano subiecto ducatur rectae $\delta\vartheta$ perpendicularis $\delta\iota$; ergo $\delta\vartheta$ perpendicularis est ad planum quod per puncta ε δ ι transit (*elem. 11, 4*); itaque etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ perpendicu-



1) In his quae sequuntur latere videntur quaedam veritatis vestigia, sed ea nonnullis erroribus et corruptelis obscurata.

*) Vide figuram p. 1092.

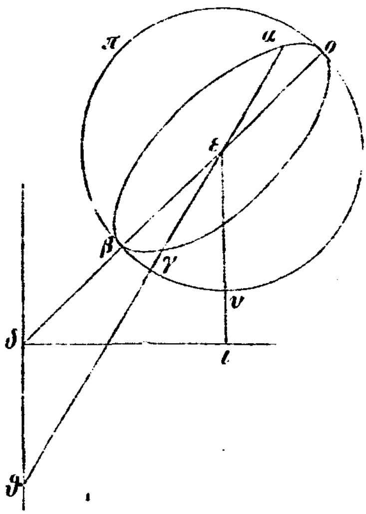
κύκλος ὁ ΗΖΛ ἴσος τῷ μεγίστῳ τῷ ΑΒΓ περὶ διάμετρον τὴν ΖΗ, καὶ προσκείσθω ἡ ΗΚ ἴση τῇ ΓΘ, καὶ τῇ ὑπὸ



ΑΘΔ γωνίᾳ ἴση συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΖΚΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ο κέντρου κάθετος ἡ ΟΛΜ, καὶ τῇ μὲν ΗΛ περιφερείᾳ ἴση ἀπειλήφθω ἡ ΓΒ, τῇ δὲ ΚΜ εὐθείᾳ ἡ ΘΔ· ἡ ΔΒ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΜΛ καὶ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΘ καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Ε κέντρον πίπτει· ταῦτα γὰρ δῆλα ἐκ τῆς ὁμοιότητος. ἤχθω δὴ τῇ ΔΘ πρὸς ὀρθὰς ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ἡ ΔΙ· ἡ ΔΘ ἄρα ὀρθὴ πρὸς τὸ διὰ τῶν Ε Δ Ι ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὸ διὰ τῶν Ε Δ Ι ἐπίπεδον· ἐκβληθὲν ἄρα τὸ διὰ τῶν Ε Δ Ι ἐπίπεδον κύκλον ποιήσει ἐν τῇ σφαίρᾳ μέγιστον ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ πίπτοντα καὶ διὰ τῶν Β Ο σημείων, ὥστε, ἐὰν τοῦ ΑΒΓ τὸν πόλον λαβόντες τὸν Π διὰ τοῦ Π καὶ ἑκατέρου τῶν Β Ο γράψωμεν κύ-

1. κύκλος ὁ ΕΖΒ ABS, κύκλος ὁ ΖΛΗ voluit Co, corr. Sca 2. τῇ ΓΘ Co pro τῆι ΑΘ 3. ἡ ὑπὸ ΘΚΛ ABS, ἡ ὑπὸ ΘΚΜ Sca, corr. Co 3. 4. τοῦ Θ κέντρου A, τοῦ κέντρου BS, corr. Co 4. ἡ ΟΛΜ Co pro ἡ ΟΛΝ 5. ἀπειλήφθω ἡ ΛΒ ABS, corr. Co 9. 10. τῶν ΕΔΙ AB, distinx. S, item A vs. 11 10. 11. ὥστε — ἐπίπεδον (ante ἐκβληθὲν) om. BS 11. ἄρα τὸ διὰ τῶν ΒΔΙ AB, distinx. S, corr. Ge (nisi quod τῶν om.) 14. τῶν ΒΟ A, distinx. BS, item vs. proximo 15. διὰ τῶν ΠΛ Ge, corr. BS

laris est ad planum per $\varepsilon\ \delta\ \iota$ transiens[1]. Ergo planum per $\varepsilon\ \delta\ \iota$ transiens, si productum erit, in sphaera maximum circulum efficiet[2]) perpendicularem ad circulum $\alpha\beta\gamma$[*]), qui et per polos eius et per puncta $\beta\ o$ transeat[3]); itaque si circuli $\alpha\beta\gamma$ sumpserimus polum π[**]), et per puncta $\pi\ o\ \beta$ circulum descripserimus (*sphaeric. I, 20*), hic erit maximus in sphaera. Describatur circulus $\beta\pi o$, et rursus exponatur circulus $\varrho\nu\tau$[***]) *aequalis maximo* circa diametrum $\varrho\tau$, cui *productae* adiiciatur recta $\varrho\varphi = \beta\delta$, et angulo $\beta\delta\iota$ aequalis *fiat* angulus $\varrho\varphi\xi$, et a centro λ *ad rectam* $\varphi\xi$ perpendicularis ducatur recta $\lambda\nu\xi$, et circumferentiae $\varrho\nu$ aequalis abscindatur in circulo $\pi\beta o$ circumferentia $\beta\upsilon$, et rectae $\varphi\xi$ aequalis recta $\delta\iota$, et iungatur $\iota\upsilon$; haec igitur aequalis erit rectae $\xi\nu$, et producta in centrum ε cadet eritque ad subiectum planum perpendicularis, quia ad rectam $\iota\delta$ perpendicularis est[1]). Ergo punctum ι erit, in quod sphaera cadet, et



1) "Ex 18. undecimi elementorum. Nam circuli $\alpha\beta\gamma$ planum per $\delta\vartheta$ transit, quippe quae communis sectio est ipsius et subiecti plani" *Co.*

2) "Ex 6. primi libri sphaericorum Theodosii, cum per centrum ε transeat" *Co.*

*) Hoc et alia quaedam quae sequuntur qua ratione demonstrari voluerit scriptor, non satis liquet.

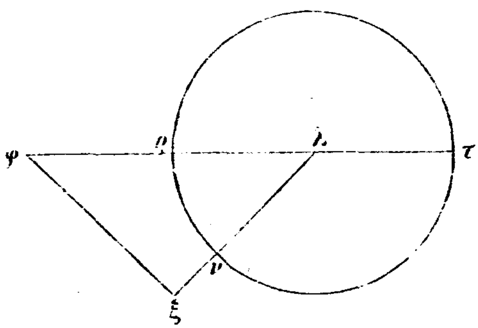
3) "Ex 13. primi libri sphaericorum eiusdem" *Co.*

**) "Circuli polum inveniemus ex 21. primi libri sphaericorum" *Co.*

***) Vide figuram p. 1094.

4) Haec sicut scripta leguntur, absurda sunt atque elementorum undecimi propositioni 4 repugnantia. Neque scriptoris oscitantiae medelam affert Gerhardti coniectura ἔστι (p. 1094, 18).

κλον, οὗτος ἔσται ὁ γινόμενος μέγιστος ἐν τῇ σφαίρᾳ [ὑπὸ τοῦ διὰ τῶν Ο Δ Ι ἐπιπέδου]. γεγράφθω ὁ ΒΠΟ, καὶ ἐκκείσθω πάλιν κύκλος ὁ ΡΝΤ περὶ διάμετρον τὴν ΡΤ, καὶ προσκείσθω ἡ ΡΦ ἴση τῇ ΒΔ, καὶ τῇ ὑπὸ ΒΔΙ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΡΦΞ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ κέντρου κάθετος ἡ ΛΝΞ,



καὶ τῇ μὲν ΡΝ περιφερείᾳ ἴση ἀπειλήφθω ἐπὶ τοῦ ΠΒΟ κύκλου ἡ ΒΥ, τῇ δὲ ΦΞ ἴση ἡ ΔΙ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΙΥ· ἡ ΙΥ ἄρα ἴση ἔσται τῇ ΞΝ καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Ε κέντρον πεσεῖται καὶ ἔσται κάθετος ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ ἐπὶ τὴν ΙΔ· τὸ μὲν ἄρα Ι σημεῖον ἔσται ἐφ' ὃ πίπτει ἡ σφαῖρα, τὸ δὲ Υ καθ' ὃ πίπτει, ἡ δὲ ἐλαχίστη κάθετος ἡ ΙΥ.

40 *κβ'. Σφαίρας ὑποκειμένης καὶ σημείου δοθέντος ἐκτὸς αὐτῆς, εὑρεῖν τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἡ ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη τέμνει τὴν ἐπιφάνειαν.*

Ἔστιν δὲ φανερόν· ἂν γὰρ ἡτισοῦν ἀπὸ τοῦ δοθέντος εὐθεῖα προσπεσοῦσα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν περιενεχθῇ, καὶ αὕτη γράψει κύκλον καὶ πόλος αὐτοῦ τὸ ζητούμενον ἔσται σημεῖον.

41 *Ὑποκείσθω πάλιν ἡ σφαῖρα, καὶ δύο σημεῖα δεδόσθω τῆς ἐπιφανείας ἐκτὸς ἀμφότερα, καὶ προκείσθω τὰ σημεῖα λαβεῖν καθ' ἃ ἡ ἐπὶ τὰ δοθέντα ἐπιζευγνυμένη τέμνει τὴν ἐπιφάνειαν.*

---

1. *οὗτος* Sca, *is* Co, *οὕτως* ABS Ge *ὁ γινόμενος* A Ge, *ὁ γενόμενος* BS, om. Co 1. 2. *ὑπὸ τοῦ διὰ τῶν* $\overline{O.\Pi}$ *ἐπιπέδου* ABS, *et erit in plano per ODI transeunte* Co, *ὑπὸ δὲ τοῦ διὰ τῶν Ε Δ Ι ἐπιπέδου* Ge, del *Hu* (quae si utique servari oporteat, sic corrigenda

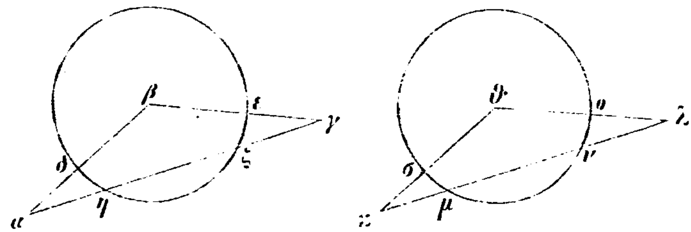
υ id *sphaerae* punctum, quo ea planum subiectum tangit, minima autem perpendicularis $\iota\upsilon$.

XXII. Sphaerà suppositâ et puncto extra eam dato, inveniatur punctum, in quo recta, a dato puncto ad centrum *sphaerae* ducta, superficiem eius secet. Prop. 17

Hoc manifestum est; nam si quaelibet recta a dato puncto in superficiem incidens circumferatur, circulum describet, cuius polus erit id quod quaerimus punctum.

Rursus supponatur sphaera, et extra eius superficiem duo puncta data sint, et propositum sit ea puncta sumere, in quibus recta linea data puncta coniungens superficiem secet. Prop. 18

Posita enim sit sphaera circa centrum β, et puncta extra data sint $\alpha\ \gamma$, et puncta, in quibus rectae puncta $\alpha\ \beta\ \gamma$ coniungentes superficiei occurrunt, sint $\delta\ \varepsilon$, per quae descri-



batur maximus circulus $\delta\varepsilon\zeta\eta$; datae igitur sunt $\alpha\delta\ \gamma\varepsilon$ (nam *ex hypothesi data sunt* $\alpha\ \gamma$, *et puncta* $\delta\ \varepsilon$ *data esse demonstravimus superiore* lemmate); et quia radius sphaerae datus est, etiam totae $\alpha\beta\ \gamma\beta$ datae erunt. Sed etiam recta $\alpha\gamma$, quippe quae data puncta $\alpha\ \gamma$ coniungat, data est. Iam ex tribus rectis $\alpha\beta\ \alpha\gamma\ \gamma\beta$ triangulum $\varkappa\vartheta\lambda$ construatur, et circa

---

sint: ὀρθοῦ πρὸς τὸν *ΑΒΓ* κύκλον ὑποκειμένου τοῦ διὰ τῶν *Ε Δ Ι* ἐπιπέδου) 2. ὁ ante *ΒΗΘ* add. *Hu*. idem vs. 4 ante κύκλος add. BS 4. ὁ *ΡΝΤ* *Sca Co* pro ὁ $\overline{PCT}$ 13. 14. κάθετος — περιφερείᾳ bis scripta in ABS (μὲν om. BS altero loco), corr. *Sca Co* 15. καὶ add. *Sca* 15. 16. ἡ *ΙΥ*· ἡ *ΙΥ* ἄρα *Sca* pro ἄρα ἡ *ΙΥ* 18. ἐπεί ἐστι *Ge* 19. 20. ἡ $\overline{ΖΕ}$ ἐλαχίστη κάθετος *ΗΡΥ* A(BS), corr. *Sca Co* 21. κβ' add. BS 24. ἡτισοῦν *Hu* pro ἡ 29. τῇ ἐπιφανείᾳ BS *Ge* invito A προκείσθω *Hu* pro προσκείσθω

Κείσθω γὰρ ἡ σφαῖρα περὶ κέντρον τὸ Β, καὶ τὰ δοθέντα σημεῖα ἐκτὸς ἔστω τὰ Α Γ, καὶ καθ' ἃ συμβάλλουσιν τῇ ἐπιφανείᾳ αἱ ἀπὸ τῶν Α Γ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνύμεναι εἰλήφθω σημεῖα τὰ Δ Ε, δι' ὧν γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΔΕΖΗ· δοθεῖσαι ἄρα αἱ ΑΔ ΓΕ (λῆμμα γάρ)· καὶ διὰ τὸ δεδόσθαι τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ ὅλαι δοθήσονται αἱ ΑΒ ΓΒ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τὰ δοθέντα ἐπιζευγνύουσα ἡ ΑΓ δοθεῖσα. ἐκ τριῶν οὖν τῶν ΑΒ ΑΓ ΓΒ τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΘΚΛ, καὶ περὶ κέντρον τὸ Θ γεγράφθω κύκλος ἴσος τῷ ΕΔΖΗ ὁ ΣΜΝΟ. ἐὰν μὲν οὗτος τέμνῃ τὴν ΚΛ, δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἐπὶ τὰ Α Γ ἐπιζευγνυμένη τέμνει τὴν σφαῖραν, εἰ δὲ μή, οὐ τέμνει. τεμνέτω οὖν ὁ κύκλος τὴν ΚΛ κατὰ τὰ Μ Ν, καὶ τῇ μὲν ΣΜ περιφερείᾳ ἴσῃ ἀπειλήφθω ἡ ΔΗ, τῇ δὲ ΟΝ ἡ ΕΖ. φανερὸν δὴ ὅτι τὰ Η Ζ σημεῖα ἔσται καθ' ἃ τέμνει ἡ ἐπιζευγνύουσα τὰ Α Γ σημεῖα τὴν τῆς σφαίρας ἐπιφάνειαν.

42 *κγ'. Χρήσιμα καὶ τὰ ἐν τοῖς ἰδίως λεγομένοις ὀργανικοῖς καὶ μάλισθ' ὅταν ἐπὶ τὸ εὔκολον ὑπὸ τῆς ἀναλύσεως χειραγωγούμενα τὴν ἀνάλογον πεῖραν διαφεύγειν δύνηται, οἷον εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑπτὰ ἑξάγωνα ἐγγράψαι, τὸ μὲν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ κύκλῳ, τὰ δὲ λοιπὰ ἓξ ἀπὸ μὲν τῶν τοῦ μέσου πλευρῶν ἀναγεγραμμένα, τὰς δὲ ἀντικειμένας πλευρὰς ἔχοντα ἐνηρμοσμένας ἑκάστην εἰς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν.*

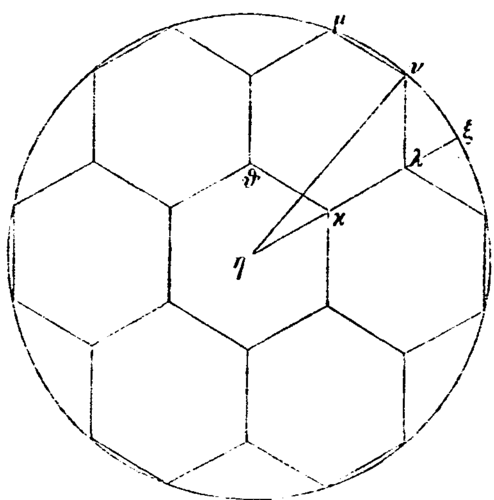
Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος περὶ κέντρον τὸ Η, καὶ κείσθω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἑξαγώνου πλευρὰ ἡ ΘΚ, ὥστε ἔσται

---

2. *τὰ* $\overline{ΑΓ}$ et 3. *τῶν* $\overline{ΑΓ}$ A, distinx. BS 4. *σημεῖα τὰ* $\overline{ΔΕ}$ *γεγράφθω* bis scripta in A *δι' ὧν* add. *Sca* 5. *ὁ* $\overline{ΔΕ}$ $\overline{ΖΗ}$ A, coniunx. BS *λῆμμα Hu*, *λῆπται* A *Ge*, *εἴληπται* BS, om. *Co* 7. *αἱ* $\overline{ΑΒΓΔ}$ $\overline{ΕΒ}$ A(BS), corr. *Co* 9. 10. *τὸ* $\overline{ΘΓ}$ *ἐγράφθω* A[1], corr. A[2] (BS) 11. *τὴν ΚΛ Sca Co* pro *τὴν* $\overline{ΚΛ}$ *ἐπὶ τὰ* $\overline{ΑΓ}$ AB, distinx. S 13. *κατὰ τὰ* $\overline{ΜΝ}$ A, distinx. BS 15. 16. *τὰ* $\overline{ΗΖ}$ et *τὰ* $\overline{ΑΓ}$ A, distinx. BS 17. *κγ'* add. BS *ἰδίοις* ABS, corr. *Hu* auctore *Co* 19. *τὴν* (ante *ἀνάλογον*) B, *γῆν* A Paris. 583, *τὴν* et superscriptum *Γ* habent Paris. 2368 et S *δύνηται Ge* pro *δύναται* 20. 21. *ἐγγράψετο μεν περὶ* A, corr. BS 23. *εἰς* add. *Sca*, *ad Co* (*τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ Ge*) 26. *ἡ ΘΚ Co* pro *ἡ* $\overline{ΗΚ}$ *ὥστε Ge* pro *οὕτως*

centrum ϑ describatur circulo $\varepsilon\delta\zeta\eta$ aequalis circulus $\sigma\mu\nu o$, qui si rectam $\varkappa\lambda$ secat, apparet etiam rectam puncta $\alpha\ \gamma$ coniungentem secare sphaeram; sin vero *circulus* $\sigma\mu\nu o$ *rectam* $\varkappa\lambda$ *non secat*, ne *rectam* quidem $\alpha\gamma$ secare *sphaeram*. Iam circulus $\sigma\mu\nu o$ rectam $\varkappa\lambda$ in punctis $\mu\ \nu$ secet, et circumferentiae $\sigma\mu$ aequalis abscindatur circumferentia $\delta\eta$, et circumferentiae $o\nu$ aequalis $\varepsilon\zeta$. Apparet igitur puncta $\eta\ \zeta$ esse, in quibus recta puncta $\alpha\ \gamma$ coniungens sphaerae superficiem secat.

XXIII. Utilia etiam quaedam *problemata* in organicis quae Prop. 19 proprie vocantur tradi *solent*, ac maxime quidem illa quorum constructio per analysin ad tantam evidentiam deducitur, ut abstinere liceat experientia quae alioquin necessaria est, velut hoc: in datum circulum septem hexagona *regularia* inscribantur, quorum unum circa ipsum circuli centrum, reliqua autem sex ex lateribus medii *hexagoni* ita erigantur, ut opposita latera singula in circuli circumferentiam includantur.



Sit circulus circa centrum η datus, et circa idem centrum hexagoni latus $\vartheta\varkappa$ ita construatur, ut hexagoni, quod ex $\vartheta\varkappa$ erigitur, latus $\mu\nu$ in circuli circumferentiam includatur, et iungatur recta $\eta\varkappa$; haec igitur cum hexagoni latere $\varkappa\lambda$

τὸ ἀπὸ τῆς ΘΚ ἀναγραφὲν ἑξάγωνον τὴν ΜΝ πλευρὰν ἔχον ἐνηρμοσμένην τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΚ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν τῇ ΚΑ πλευρᾷ τοῦ ἑξαγώνου, διὰ τὸ διμοίρου μὲν εἶναι τὴν ὑπὸ ΗΚΘ, ὀρθῆς δὲ καὶ τρίτου τὴν ὑπὸ ΘΚΑ. ἐπεζεύχθω ἡ ΗΝ. ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΗΚ ΚΑ, διπλῆ ἐστὶν ἡ ΗΑ τῆς ΑΝ. καὶ δοθεῖσα ἡ Α γωνία (ὀρθῆς γὰρ καὶ τρίτου)· δοθὲν ἄρα τὸ ΝΑΗ τρίγωνον τῷ εἴδει· λόγος ἄρα τῆς ΗΝ πρὸς ΝΑ δοθείς. καὶ δοθεῖσα ἡ ΗΝ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΝΑ πλευρὰ τοῦ ἑξαγώνου.

43 *Τὸ δὲ ὀργανικὸν οὕτως· ἐκκείσθω τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τρίτον μέρος ἡ ΑΓ, καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα κύκλου τὸ ΑΒΓ γωνίαν δεχόμενον διμοίρου ὀρθῆς, καὶ οἵων ἐστὶν ἡ ΑΓ ε', τοιούτων δ' ἀπειλήφθω ἡ ΓΕ, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ΒΕ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ ἐπιζευχθεῖσα ἴση ἐστὶν τῇ ΘΚ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ.*

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ, καὶ τῇ ΑΒ ἴση ἀφῃρήσθω ἡ ΒΔ· ἰσόπλευρον ἄρα τὸ ΑΒΔ. καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἡ ΑΖ. ἐπεὶ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ λόγον ἔχει ὃν τὰ θ' πρὸς δ', ἕξει καὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τὸν αὐτὸν λόγον· ἡμιολία ἄρα ἡ ΑΒ, τουτέστιν ἡ ΒΔ, τῆς ΒΓ· διπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΓ τῆς ΓΑ· καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπιζευχθεῖσα τῆς ΑΔ, τουτέστιν τῆς ΑΒ, ἐστὶν διπλῆ. ἦν δὲ καὶ ἡ ΗΑ τῆς ΑΝ διπλῆ, καὶ ἴσας περιέχουσιν γωνίας· ὅμοιον ἄρα τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΝΑΗ τριγώνῳ. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΖ τῇ ΝΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΑΝ ἢ τῇ ΘΚ.

Τὸ αὐτὸ ἄλλως σαφέστερον.

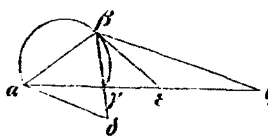
44 *κδ'. Ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δοθέντος κύκλου ἴση*

---

1. *ἔχον Sca* pro *ἔχειν* 4. *ὑπὸ ΗΚΘ Co* pro *ὑπὸ ΗΘΚ* 6. *ΚΑ* idem pro *ΚΑ* 6. 7. *τῆς ΑΜ καὶ δοθεῖσαν Α γωνίαν* ABS, corr. *Ge* auctore *Co* (ad *λμ Sca* adnotavit "*desideratur bona pars theorematis*") 7. *τὸ ηλν τρίγωνον* BS *Co Ge* 8. *τῆς ΗΝ Co* pro *τῆς ΗΜ* *δοθείς* add. *Hu* auctore *Co* 11. *ἐπ' αὐτῆς*] *ἀπ' αὐτῆς* A, *ἀπ' αὐτοῦ* BS, *γεγράφθω ἐπ' αὐτῆς Sca* 12. *τὸ ΑΒΓ* A *Sca*, *τοῦ αβγ* BS *δίμοιρον Ge* 13. *ἡ ΑΓ ε' Hu*, *ἡ ΑΓΘ* A, *ἡ αγ ἐννέα* BS, *ἡ ΑΓ πέντε Sca*, *ἡ ΑΕ θ' Ge* auctore *Co* 20. *τῆς ΒΓ* add. *Ge* auctore *Co* 24. *τῶι ΗΝΑ τριγώνωι* A(BS), *τῷ ΗΝΑ τριγώνῳ Sca Ge*, corr. *Co* 27. *κδ'* add. BS *ἴση* A^2 in rasura (BS), om. *Ge*

eandem rectam efficit (quia angulus $\eta\varkappa\vartheta$ duas, et angulus $\vartheta\varkappa\lambda$ quattuor tertias partes recti continet). Iungatur recta $\eta\nu$. *Iam* quia rectae $\eta\varkappa$ $\varkappa\lambda$ aequales sunt, est *igitur* $\eta\lambda = 2\lambda\nu$. Et datus est angulus $\eta\lambda\nu$ ($= \frac{4}{3}$ recti); ergo triangulum $\eta\lambda\nu$ specie datum est (*dat. 41*); itaque etiam proportio $\eta\nu : \nu\lambda$ data (*dat. defin. 3*). Et *ex hypothesi* data est $\eta\nu$ (*defin. 5*); ergo etiam $\nu\lambda$ latus hexagoni datum est (*dat. 2*).

Organica [1]) autem *constructio* huiusmodi est.



Exponatur $\alpha\gamma$ tertia pars radii circuli, et in ea erigatur circuli segmentum $\alpha\beta\gamma$, quod angulum duarum tertiarum recti contineat [2]), et, *productâ* $\alpha\gamma$, abscindatur $\gamma\varepsilon = \frac{4}{5}\ \alpha\gamma$, et ducatur tangens $\beta\varepsilon$; dico iunctam $\alpha\beta$ aequalem esse hexagoni lateri $\vartheta\varkappa$.

Producatur $\beta\gamma$, ac ponatur $\beta\delta = \alpha\beta$; ergo triangulum $\alpha\beta\delta$ aequilaterum est [3]). Et *ponatur* $\alpha\zeta$ radio dati circuli aequalis. Quoniam est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma = 9 : 4$, erit etiam $\alpha\beta^2 : \beta\gamma^2 = 9 : 4$ [*]), itaque $\alpha\beta$, id est $\beta\delta = \frac{3}{2}\ \beta\gamma$, itaque $\beta\gamma = 2\gamma\delta$. Sed *ex constructione* est $\gamma\zeta = 2\alpha\gamma$; ergo etiam iuncta $\beta\zeta = 2\alpha\delta = 2\alpha\beta$. Sed erat etiam $\eta\lambda = 2\lambda\nu$; et anguli $\alpha\beta\zeta$ $\nu\lambda\eta$ aequales sunt; ergo triangula $\alpha\beta\zeta$ $\nu\lambda\eta$ similia sunt. Et *ex constructione* est $\alpha\zeta = \eta\nu$; ergo etiam $\alpha\beta = \lambda\nu = \vartheta\varkappa$.

Idem aliter planius.

XXIV. Radio dati circuli aequalis sit $\alpha\zeta$, et abscindatur eius tertia pars $\alpha\gamma$, in qua circuli segmentum $\alpha\beta\gamma$ describa-

1) Organicam scriptor hoc loco similiter ac paulo post (cap. 48) solutionem problematis propterea vocare videtur, quod ope regulae parallelae data recta in datam proportionem dividitur. Ceterum conf. supra propos. 12 init. et 14 init.

2) Hoc est, describatur circulus circa triangulum aequilaterum quod ex $\alpha\gamma$ erigitur, quo facto quivis angulus, velut $\alpha\beta\gamma$, est $= \frac{2}{3}$ recti (elem. 3, 21).

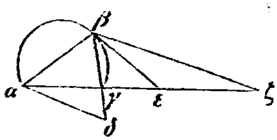
3) Quoniam $\beta\delta = \alpha\beta$, anguli $\beta\alpha\delta$ $\beta\delta\alpha$ aequales sunt, quorum summa est $= \frac{4}{3}$ recti (quia ex constructione angulus $\alpha\beta\delta = \frac{2}{3}$ recti). Ergo aequalibus angulis triangulum $\alpha\beta\delta$ aequilaterum est.

*) "Omnia haec, et quae deinceps sunt, paulo post apertius explicabuntur" *Co.* Vide lemma XXIV.

ἡ *ΑΖ*. καὶ ἀπειλήφθω αὐτῆς τὸ γ′ μέρος, καὶ ἔστω ἡ *ΑΓ*, ἐφ᾽ ἧς τμῆμα κύκλου γεγράφθω τὸ *ΑΒΓ* δεχόμενον γωνίαν διμοίρου ὀρθῆς, καὶ οἵων ἐστὶν ἡ *ΑΓ* ε′, τοιούτων δ′ ἀπειλήφθω ἡ ΓΕ, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τοῦ τμήματος ἡ *ΕΒ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἥ τε *ΑΒ* καὶ ἡ *ΖΒ*, καὶ ἔτι ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΒΓ* ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ *Δ*, καὶ κείσθω τῇ *ΑΒ* ἴση ἡ *ΒΔ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν εἰς κύκλον διήχθησαν ἥ τε *ΕΓΑ* καὶ ἡ *ΕΒ*, καὶ ἡ μὲν τέμνει τὸν κύκλον ἡ δὲ ἐφάπτεται, τὸ ἄρα ὑπὸ *ΑΕΓ* ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς *ΕΒ*· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΑΕ* πρὸς *ΕΒ*, οὕτως ἡ *ΒΕ* πρὸς *ΓΕ*· ἰσογώνιον ἄρα τὸ *ΓΒΕ* τρίγωνον τῷ *ΑΒΕ* τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΕΑ* πρὸς *ΑΒ*, ἡ *ΕΒ* πρὸς *ΒΓ*· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΕΒ*, τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ*. ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΕΒ*, οὕτως ἐστὶν ἡ *ΑΕ* πρὸς *ΕΓ* διὰ κ′ τοῦ ϛ′. καὶ ὡς ἄρα ἡ *ΑΕ* πρὸς *ΕΓ*, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ*, τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΔ*, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ*· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* λόγον ἔχει ὃν τὰ θ′ πρὸς δ′· ἡμιολία ἄρα ἡ *ΒΔ* τῆς *ΒΓ*· διπλασία ἄρα ἡ *ΒΓ* τῆς *ΓΔ*. ἔστιν δὲ καὶ ἡ *ΖΓ* τῆς *ΓΑ* διπλασία· ὡς ἄρα ἡ *ΖΓ* πρὸς *ΓΑ*, ἡ *ΒΓ* πρὸς *ΓΔ*. καὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῷ *Γ* γωνίαι· ἴση ἄρα καὶ ἡ μὲν *Δ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ*, ἡ δε *Ζ* τῇ ὑπὸ *ΓΑΔ*· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΖΒ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΓ*. ἐναλλὰξ ὡς ἡ *ΖΒ* πρὸς *ΑΔ*, οὕτως ἡ *ΒΓ* πρὸς *ΓΔ*. διπλασία δὲ ἡ *ΒΓ* τῆς *ΓΔ*· διπλασία ἄρα καὶ ἡ *ΖΒ* τῆς *ΑΔ*, τουτέστιν τῆς *ΑΒ*. καὶ ἔστιν διμοίρου ἡ *Δ*· διμοίρου ἄρα ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ *ΖΒΓ*. ὅλη δὲ ἡ ὑπὸ *ΑΒΖ*

3. ἡ *ΑΓ* ε′] ἡ $\overline{ΑΓΕ}$ A, ἡ $\overline{αγ}$ BS, ἡ *ΑΓ* πέντε *Sca* $\overline{δ}$ BS, τεσσάρων *Sca*, om. A 4. ἡ *ΓΕ* καὶ ἤχθω add. *Ge* auctore *Co*, ἡ *ΕΓ* καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Ε* add. *Sca* 7. ἡ *ΑΔ* add. *Ge* auctore *Co* διήχθωσαν ABS, corr. *Hu* 8. καὶ ἡ $\overline{ΕΔΒ}$ ABS, corr. *Sca Co* 9. ἄρα ὑπὸ $\overline{ΔΕΓ}$ ABS, corr. *Sca Co* 15. *ΕΓ* διὰ κ′] $\overline{ΕΓΚ}$ ά A, $\overline{εγ}$ $\overline{κα}$ BS, corr. *Hu* 17. $\overline{ΒΔ}$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς bis scripta in A 22. $\overline{Δ}$ γωνίαι A, corr. BS 24. 25. πρὸς *ΓΔ* *Sca Co*, πρὸς $\overline{ΓΔ}$ Β̂ A, πρὸς $\overline{γδβ}$ BS 26. διμοίρου ἡ *Δ* *Ge*, διμοίρου $\overline{Δ}$ bis A, semel BS, διμοίρου ἡ πρὸς τῷ *Δ* γωνία *Sca* 27. ὅλη δὲ ἡ ὑπὸ *ΑΒΔ* ABS, *ΑΒΖ* corr. *Sca Co*

tur, cuius *ex basi ad circumferentiam* angulus duas tertias recti contineat, et abscindatur $\gamma\varepsilon = \frac{1}{3}\alpha\gamma$, et circumferentiam tangens ducatur $\varepsilon\beta$, et iungantur $\alpha\beta$ $\beta\zeta$ $\beta\gamma$, et producatur $\beta\gamma$ ad δ, ac ponatur $\beta\delta = \alpha\beta$, et iungatur $\alpha\delta$. Iam quia ad circulum ductae sunt rectae $\varepsilon\gamma\alpha$ $\varepsilon\beta$, quarum altera circulum secat, altera tangit (*elem.* 3, 36), est igitur $\alpha\varepsilon \cdot \varepsilon\gamma = \varepsilon\beta^2$; ergo $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \varepsilon\beta : \varepsilon\gamma$; itaque triangula $\alpha\varepsilon\beta$ $\beta\varepsilon\gamma$ similia sunt (*elem.* 6, 6); ergo $\varepsilon\alpha : \alpha\beta = \varepsilon\beta : \beta\gamma$, *et vicissim*



$\varepsilon\alpha : \varepsilon\beta = \alpha\beta : \beta\gamma$, itemque

$\varepsilon\alpha^2 : \varepsilon\beta^2 = \alpha\beta^2 : \beta\gamma^2$. Sed *quia supra demonstravimus* $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \varepsilon\beta : \varepsilon\gamma$, propter elem. 6, 20 *coroll.* 2 est

$\varepsilon\alpha^2 : \varepsilon\beta^2 = \alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma$; ergo etiam

$\alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma = \alpha\beta^2 : \beta\gamma^2$, id est *ex constructione*

$= \beta\delta^2 : \beta\gamma^2$. *Sed erat* $\alpha\varepsilon : \varepsilon\gamma = 9 : 4$; ergo

$\beta\delta^2 : \beta\gamma^2 = 9 : 4$; itaque

$\beta\delta = \frac{3}{2}\beta\gamma$, itaque

$\beta\gamma = 2\gamma\delta$. Sed *ex constructione* est etiam

$\gamma\zeta = 2\alpha\gamma$; ergo $\gamma\zeta : \alpha\gamma = \beta\gamma : \gamma\delta$, *id est vicissim*

$\zeta\gamma : \gamma\beta = \alpha\gamma : \gamma\delta$. Et aequales sunt anguli ad *verticem* γ; ergo *propter elem.* 6, 6 est etiam $\angle\, \alpha\delta\gamma = \angle\, \zeta\beta\gamma$, et $\angle\, \beta\zeta\gamma = \angle\, \delta\alpha\gamma$; itaque (*elem.* 6, 4)

$\zeta\beta : \beta\gamma = \alpha\delta : \delta\gamma$, *et* vicissim

$\zeta\beta : \alpha\delta = \beta\gamma : \delta\gamma$. Sed est $\beta\gamma = 2\delta\gamma$; ergo

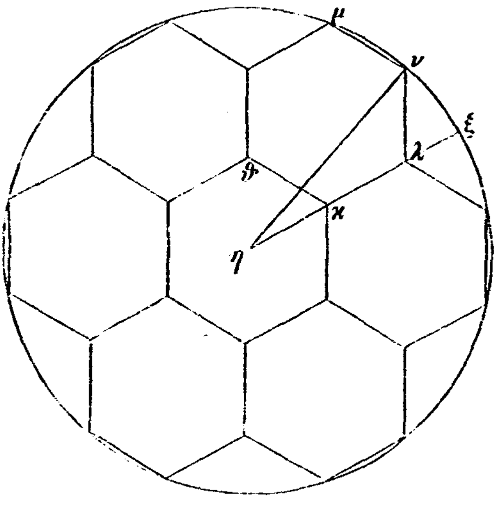
$\zeta\beta = 2\alpha\delta = 2\alpha\beta$. Et est angulus $\alpha\delta\gamma = \frac{2}{3}$ recti[1]; ergo etiam angulus $\zeta\beta\gamma$ (*quem aequalem ipsi $\alpha\delta\gamma$ statim demonstravimus*) $= \frac{2}{3}$ recti; itaque

$\angle\, \alpha\beta\zeta = \frac{1}{3}$ recti.

Itaque si habeamus circulum, cuius centrum sit η et radius rectae $\alpha\zeta$ aequalis, et a centro *ad circumferentiam*

1) Hoc quomodo efficiatur, scriptor huius prolixioris demonstrationis non exponit: vide igitur p. 1099 adnot. 3.

μιᾶς ὀρθῆς καὶ γ'. ἐὰν οὖν ἔχωμεν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Η, ἴσην ἔχοντα τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΖ εὐθείᾳ, καὶ διαγάγωμεν ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τὴν ΗΞ εὐθεῖαν, καὶ ἴσην θῶμεν τῇ ΖΒ τὴν ΗΛ εὐθεῖαν, καὶ πρὸς τῇ ΗΛ εὐθείᾳ καὶ τῷ Λ σημείῳ ἴσην γωνίαν συστησώμεθα τὴν ὑπὸ ΗΛΝ τῇ ὑπὸ ΖΒΑ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΗΝ, ἰσογώνιον γίνεται



τὸ ΗΛΝ τρίγωνον τῷ ΑΖΒ τριγώνῳ. καὶ ἔστιν ἡ ΑΖ ἴση τῇ ΗΝ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΝΛ τῇ ΛΒ. καὶ φανερὸν ὅτι ἀπὸ τῆς ἴσης τῇ ΛΒ εὐθείας γίνεται ἡ τῶν ζ' εἰς τὸν κύκλον ἑξαγώνων ἐγγραφή.

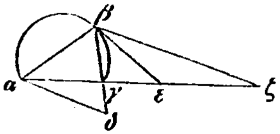
45 *κε'. Πῶς δὲ καὶ ἡ τῶν προειρημένων τυμπάνων γίνεται παράθεσις, νῦν ἐροῦμεν.*

Ἔστω γὰρ δύο τύμπανα ἔντορνα καὶ παρακείμενα ἀλλήλοις τὰ Α Β, καὶ ἔστω ὡς ἡ διάμετρος τοῦ Α πρὸς τὴν

---

1. *ἔχωμεν* Hu pro *ἐχώμεθα*   2. *ἴσην* BS, *ἴσον* A Ge   4. *θῶμεν τὴν* $\overline{ZB}$ A, corr. BS   *πρὸς τὴν* $\overline{HΛ}$ *εὐθεῖαν* ABS, corr. Sca   7. ante *καὶ ἔστιν* add. *του* A, *τοῦ* BS, del. B[c]   7. 8. *ἡ ΑΖ ἴση τῇ ΗΝ* Sca Co, *ἡ* $\overline{ΛZ}$ *ἴση τῆς* $\overline{HN}$ A, *ἡ* $\overline{λξ}$ *ἴση τῇ* $\overline{ην}$ BS   9. *εὐθείας* Hu pro *εὐθεῖαι*   10. *εξαγωνον* (sine spir. et acc.) A, corr. BS   11. *κε'* add. BS   14. *τὰ* $\overline{ΛB}$ A, distinx BS, item p. 1104, 10

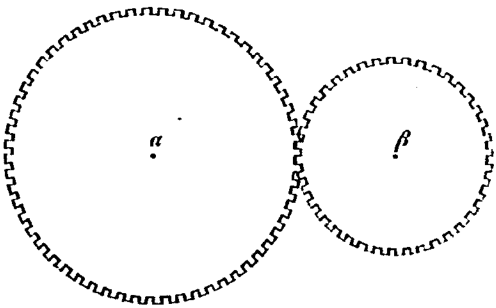
ducamus rectam $\eta\xi$; ab eaque abscindamus $\eta\lambda = \zeta\beta$, et ad rectam $\eta\lambda$ ac verticem λ construamus angulum $\eta\lambda\nu = \angle\, \zeta\beta\alpha$, et iungamus $\eta\nu$, fit



$$\Delta\, \eta\lambda\nu \sim \Delta\, \zeta\beta\alpha. \text{ Et est}$$
$$\eta\nu = \zeta\alpha; \text{ ergo etiam}$$
$$\nu\lambda = \alpha\beta.$$

Et apparet ab ea recta, quae ipsi $\alpha\beta$ aequalis est, fieri septem hexagonorum in circulum inscriptionem.

XXV. Quomodo autem tympanorum, de quibus supra (*propos. 10*) dictum est, fiat appositio, iam explicemus. Prop. 20



Sint enim duo tympana tornata sibi invicem apposita α β, sitque ut diametrus tympani α ad diametrum tympani β, ita dentium multitudo ipsius α ad dentium multitudinem ipsius β; sic enim tympanorum appositio convenit, quia, ut circuli perimetrus ad perimetrum, ita est diametrus ad diametrum (hoc enim deinceps *propos. 22 demonstrabitur*).

Iam supponatur tympanum α dentium 60, et β dentium 40; dico, ut celeritatem tympani α ad celeritatem ipsius β, ita esse dentium multitudinem tympani β ad dentium multitudinem ipsius α. Prop. 21

Quoniam enim tympana α β sibi invicem apposita sunt, quot dentibus tympanum β movebitur, tot etiam ipsum α movebitur. Ergo cum tympanum β unam conversionem absolverit, tum ipsum α dentibus 40 motum erit; itaque si tympanum β conversiones 60 fecerit, quantus est numerus *διάμετρον τοῦ B, οὕτως τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B· οὕτως γὰρ ἡ παράθεσις τῶν τυμπάνων σῴζεται διὰ τὸ εἶναι ὡς τὴν περίμετρον τοῦ κύκλου πρὸς τὴν περίμετρον, οὕτως τὴν διάμετρον πρὸς τὴν διάμετρον (τοῦτο γὰρ ἑξῆς). ὑποκείσθω δὴ τὸ μὲν A ὀδόντων ξ΄, τὸ δὲ B ὀδόντων μ΄· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ τάχος τοῦ A πρὸς τὸ τάχος τοῦ B, οὕτως τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A.*

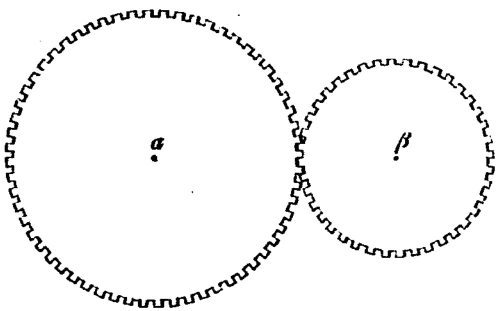
Ἐπεὶ γὰρ παράκειται ἀλλήλοις τὰ A B, ὅσους ἂν ὀδόντας κινηθῇ τὸ B, τοσούτους ὀδόντας κινηθήσεται καὶ τὸ A· ὅταν ἄρα τὸ B στρεφόμενον μίαν ἀποκατάστασιν ποιήσηται, τότε τὸ A μ΄ ὀδόντας κινηθήσεται, ὥστε καί, ὅταν τὸ B ξ΄ ἀποκαταστάσεις ποιήσηται, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A, τότε τὸ A ὀδόντας κινηθήσεται ͵βυ΄, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καί, ὅταν τὸ A μ΄ ἀποκαταστάσεις ποιήσηται, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B, τότε τὸ B ὀδόντας κεκινημένον ͵βυ΄, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A· ὅταν ἄρα τὸ A ἀποκαταστάσεις ποιήσηται μ΄, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B, τότε καὶ τὸ B ἀποκαταστάσεις ποιεῖται ξ΄, ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ τάχος τοῦ A πρὸς τὸ τάχος τοῦ B, οὕτως τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ B πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ A.

46 *κϛ΄. Ὅτι δὲ αἱ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διάμετροι, νῦν δείξομεν.*

---

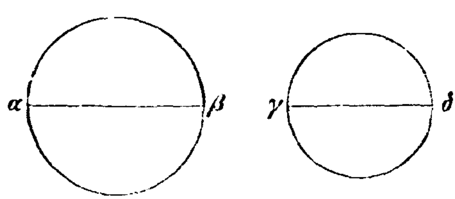
2. *οὕτω* ABS 3. *σώιζεται* A, *σώζεται* BS 10. *ἂν* *Hu* pro *ἐὰν* 11. *κινήσεται* A, corr. BS 12. *ἀποκατάστασιν* A³ ex *ἀποκατάστασ*** 13. *τὸ* $\overline{AM}$ A, *τὸ* $\overline{\alpha}$ *τεσσαράκοντα* BS 14. *τὸ* $\overline{B\Xi}$ A, *τὸ* $\overline{\beta}$ *ἑξήκοντα* BS *ἀποκαταστασιν* (sine acc.) A (Paris. 583), corr. BS *ποιήσηται* *Hu* pro *ποιήσεται* 16. ‘$\overline{BY}$ A, ͵*βυ* BS, item vs. 20 18. *τὸ* $\overline{AM}$ A, distinx. BS 19. *τῶν ὀδόντων* add. *Hu* auctore Co 20. 21. *ὀδόντων τοῦ* $\overline{A}$ *ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ* $\overline{B}$ ABS, corr. *Hu* 23. *ποιεῖται* BS, *ποιηται* (sine acc.) A, *ποιήσεται* *Ge*, *πεποίηται* coni. *Hu* 27. *κϛ΄* add. BS

dentium tympani α, tum ipsum α dentibus 2400 motum erit, quantus est numerus dentium tympani α multiplicatus cum numero dentium ipsius β. Similiter demonstrabimus etiam, cum tympanum α conversiones 40 fecerit, quantus est nume-



rus dentium tympani β, tum ipsum β dentibus 2400 motum esse, quantus est numerus dentium tympani β multiplicatus cum numero dentium ipsius α. Ergo cum tympanum α conversiones 40 fecit, quantus est numerus dentium tympani β, tum etiam ipsum β conversiones 60 absolvit, quantus est numerus dentium tympani α; itaque, ut celeritas tympani α ad celeritatem tympani β, ita est dentium multitudo tympani β ad dentium multitudinem ipsius α.

XXVI. Sed circulorum circumferentias inter se esse ut diametros nunc demonstrabimus Prop. 22 *)



Sint enim duo circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, eorumque diametri $\alpha\beta$ $\gamma\delta$; dico esse ut circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ad circuli $\gamma\delta$ circumferentiam, ita diametrum $\alpha\beta$ ad diametrum $\gamma\delta$.

Quoniam enim ut circulus $\alpha\beta$ ad circulum $\gamma\delta$, ita est $\alpha\beta^2 : \gamma\delta^2$, et circuli $\alpha\beta$ quadruplum est rectangulum quod diametro $\alpha\beta$ et circuli $\alpha\beta$ circumferentia continetur, itemque

*) Eadem est supra libri V propositio 11.

Ἔστωσαν γὰρ δύο κύκλοι οἱ ΑΒ ΓΔ, καὶ διάμετροι αὐτῶν αἱ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ ΑΒ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ ΓΔ κύκλου περιφέρειαν, οὕτως ἡ ΑΒ διάμετρος πρὸς τὴν ΓΔ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν ΓΔ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον, ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒ κύκλου τετραπλάσιόν ἐστιν τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπό τε τῆς ΑΒ διαμέτρου καὶ τῆς τοῦ ΑΒ περιφερείας, τοῦ δὲ ΓΔ κύκλου τετραπλάσιόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῆς τοῦ ΓΔ περιφερείας (τὸ γὰρ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου περιεχόμενον ὀρθογώνιον διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου, ὡς Ἀρχιμήδης, καὶ ὡς ἐν τῷ εἰς τὸ πρῶτον τῶν μαθηματικῶν σχολίῳ δέδεικται καὶ ὑφ᾽ ἡμῶν δι᾽ ἑνὸς θεωρήματος), καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΑΒ καὶ τῆς περιφερείας τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῆς τοῦ ΓΔ κύκλου περιφερείας, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ ΑΒ κύκλου περιφερείας καὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ ΓΔ κύκλου περιφερείας καὶ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ ΑΒ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ τοῦ ΓΔ περιφέρεια πρὸς τὴν *ΓΔ (τοῦτο γὰρ πρῶτόν ἐστιν ἐν τῷ ϛ´ λαμβανόμενον), καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ τοῦ ΑΒ περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ ΓΔ περιφέρειαν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ.*

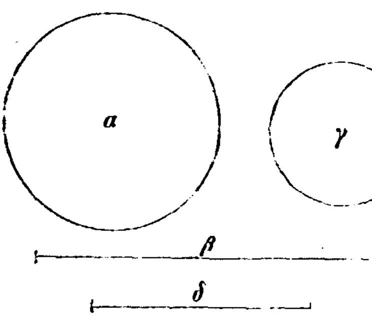
47 *κζ´. Τυμπάνου δοθέντος καὶ τοῦ πλήθους τῶν ὀδόντων αὐτοῦ, ἐπιτετάχθω παραθεῖναι αὐτῷ τύμπανον δοθὲν ἔχον*

---

9. *τοῦ* (ante *ΑΒ*) add. *Hu* 10. *κύκλου* ante *περιφερείας* add. *Sca* 12. 13. *ἐμβαλου* (sine acc.) *τοῦ* A, corr. BS 16. *κύκλου* ante *πρὸς τὸ* add. *Sca* 19. *τῆς* ante *ΑΒ οὕτως* add. *Sca* 20. *οὕτω* A[s]BS 22. *ΑΒ οὕτως — πρὸς τὴν* add. *Ge* auctore *Co*, *ΑΒ διάμετρον, οὕτως ἡ τοῦ ΓΔ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν ΓΔ διάμετρον* coni. *Sca*, conf. supra V cap. 21 extr. 23. *τοῦτο γὰρ μικρόν ἐστιν ἐν* (hoc add. A[3]) *τοῖς στοιχείοις λαμβανόμενον* ABS, *τοῦτο γὰρ φανερόν* cet. voluit *Co*, *τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ θεωρήματι τοῦ ἕκτου τῶν στοιχείων δέδεικται Sca*, corr. *Hu* 24. *ἡ τοῦ* $\overline{αβ}$ S, *ἡ τοῦ* $\overline{Α}$ A 26. *κζ´* add. BS 27. *αὐτοῦ* A[3] in rasura

circuli $\gamma\delta$ quadruplum est id quod diametro $\gamma\delta$ et circuli $\gamma\delta$ circumferentia continetur (nam rectangulum quod radio et perimetro circuli continetur duplum est areae circuli, ut ab Archimede *de circuli mensura propos. 1*, tum a nobis in scholio ad primum mathematicorum librum[1]) peculiari theoremate, *et supra V propos. 5* demonstratum est), ut igitur rectangulum quod rectà $\alpha\beta$ et circuli $\alpha\beta$ circumferentià continetur ad id quod rectà $\gamma\delta$ et circuli $\gamma\delta$ circumferentià, ita est $\alpha\beta^2 : \gamma\delta^2$, et vicissim ut rectangulum quod circuli $\alpha\beta$ circumferentià et rectà $\alpha\beta$ continetur ad $\alpha\beta^2$, ita est rectangulum quod circuli $\gamma\delta$ circumferentià et rectà $\gamma\delta$ continetur ad $\gamma\delta^2$; ergo etiam ut circuli $\alpha\beta$ circumferentia ad rectam $\alpha\beta$, ita est circuli $\gamma\delta$ circumferentia ad rectam $\gamma\delta$ (hoc enim primum theorema est in sexto *elementorum*), et vicissim ut circuli $\alpha\beta$ circumferentia ad circuli $\gamma\delta$ circumferentiam, ita recta $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$.

XXVII. Tympano ac numero dentium eius dato propositum sit *alterum* tympanum dato dentium numero apponere et diametrum tympani appositi invenire. Prop. 23



Sit tympanum α, cuius dentium multitudo sit numerus β, et ipsi α apponatur tympanum γ, cuius dentium multitudo sit numerus δ: oportet igitur diametrum tympani γ invenire.

Quoniam numerus β est multitudo dentium tym-

1) Μαθηματικά cum brevius scriptor citat, sine dubio Claudii Ptolemaei μαθηματικὴν σύνταξιν intellegit, cuius in primo libro (cap. IX p. 26—37 ed. Halma) agitur de rectis lineis circulo inscriptis, quae quidem et arcubus quos subtendunt, id est centri angulis, definiuntur et ad diametri partes centesimas vicesimas rediguntur. Qua in quaestione ubique ut consentaneum supponitur inaequalium circulorum et totas circumferentias et similes arcus inter se esse ut diametros. Sed ex hoc loco cognoscimus fuisse Ptolemaei operis interpretationem a Pappo scriptam, in qua theorema (et id quidem diversum ab iis quae hodieque in Theonis commentariis exstant) ad eam rem illustrandam adiectum esset.

τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων καὶ εὑρεῖν τὴν διάμετρον τοῦ παρατιθεμένου τυμπάνου.

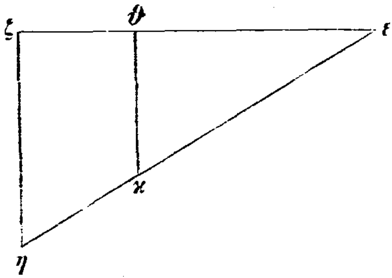
Ἔστω τύμπανον τὸ Α, οὗ τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων ἔστω ὁ Β ἀριθμὸς [μονάδων ξ], καὶ παρακείσθω τῷ Α τὸ Γ τύμπανον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων ἔστω ὁ Δ ἀριθμὸς [μονάδων μ′]· δεῖ δὴ τοῦ Γ τὴν διάμετρον εὑρεῖν.

Ἐπεὶ οὖν ὁ Β ἀριθμὸς πλῆθός ἐστιν ὀδόντων τοῦ Α, ὁ δὲ Δ πλῆθός ἐστιν ὀδόντων τοῦ Γ [καὶ ἔστιν τὸ μὲν πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ Α ἡ περίμετρος αὐτοῦ, τὸ δὲ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ *Γ ἡ περίμετρος αὐτοῦ], ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β ἀριθμὸς πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ Α πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ Γ. ὡς δὲ ἡ περίμετρος πρὸς τὴν περίμετρον, οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. λόγος δὲ τοῦ Β ἀριθμοῦ πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν δοθείς [ἔστιν γὰρ ὁ τῶν ξ′ πρὸς τὰ μ′]· λόγος ἄρα καὶ τῆς διαμέτρου τοῦ Α πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Γ* δοθείς *[ὁ τῶν ξ′ πρὸς τὰ μ′]. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ διάμετρος τοῦ Α· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Γ [δεῖ γὰρ ποιεῖν ὡς τὸν ξ′ ἀριθμὸν πρὸς τὸν μ′, οὕτως τὴν διάμετρον τοῦ Α πρὸς ἄλλην τινά, καὶ ὁ περὶ διάμετρον ἐκείνην γραφόμενος κύκλος ἴσος ἔσται τῷ ζητουμένῳ τυμπάνῳ].*

48 *Ὀργανικῶς δὲ οὕτως· ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ τετμημένη εἰς ἴσα, ἴσα τὸ πλῆθος τοῖς ὀδοῦσι τοῦ Α τυμπάνου [τουτέστιν ξ′], καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ ἀχθεῖσα κείσθω διαμέτρῳ τοῦ Α τυμπάνου ἴση ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΗ, καὶ [οἵων ἡ ΕΖ ξ′, τοιούτων μ′] ἀπειλήφθω ἡ ΕΘ τοῦ πλήθους τῶν ὀδόντων τοῦ Γ γινομένη, καὶ διὰ τοῦ Θ παράλληλος τῇ ΖΗ ἤχθω ἡ ΘΚ· καὶ ἔσται ἄρα ἡ ΘΚ ἴση τῇ διαμέτρῳ τοῦ Γ τυμπάνου [φανερὰ γὰρ ἡ ἀπόδειξις].*

49 *κη′. Πῶς δὲ κατασκευάζεται κοχλίας τὴν ἕλικα ἁρμοστὴν ἔχων τοῖς λοξοῖς ὀδοῦσι τοῦ δοθέντος τυμπάνου, φανερὸν οὕτως ἔσται.*

4—26. demonstratio huius problematis generalis est; ergo alieni a scriptoris ratione sunt numeri definiti, quos ab interpolatore quodam additos (perinde atque aliud interpretamentum vs 8—10) del. *Hu* pani α, et numerus δ multitudo dentium tympani γ, *ac singuli dentes tympani α aequales sunt singulis dentibus tympani γ, itemque intervalla dentium aequalia sunt*[1]), est igitur ut numerus β ad numerum δ, ita perimetrus tympani α ad perimetrum tympani γ. Sed ut perimetrus ad perimetrum, ita est diametrus ad diametrum (*propos. 22*). Et data est proportio $\beta : \delta$ (*dat. 1*); ergo etiam proportio diametri tympani α ad diametrum tympani γ data est. Et data est diametrus ipsius α (*dat. defin. 5*); ergo etiam diametrus tympani γ data est (*dat. 2*).



Organice autem sic. Exponatur quaedam recta $\varepsilon\zeta$ divisa in tot partes aequales, quot sunt dentes tympani α, eique perpendicularis ducatur recta $\zeta\eta$ diametro tympani α aequalis, et iungatur $\varepsilon\eta$, et abscindatur $\varepsilon\vartheta$ tot partes aequales, *in quas* recta $\varepsilon\zeta$ *divisa est*, in se recipiens, quot sunt dentes tympani γ, et per ϑ ipsi $\zeta\eta$ parallela ducatur $\vartheta\varkappa$. Erit igitur recta $\vartheta\varkappa$ diametro tympani γ aequalis (manifesta est enim demonstratio).

XXVIII. Quomodo autem construatur cochlea, cuius helix cum obliquis dentibus dati tympani congruat[2]), sic manifestum erit. Prop. 24

1) Haec fere addidi, ut, quid scriptor voluisset, explicarem, quae ille, utpote alio loco demonstrata, omittere potuit.

2) Conf. supra cap. 24 p. 1066, 31—1069.

4. *μονάδων* BS, $\overline{\mu}$ A *Ge*, item vs. 6 6. $\overline{M}$ (post *μονάδων*) A³ in rasura 9. 10. *$\overline{A}$ ἡ περίμετρος — ὀδόντων τοῦ* add. *Ge* 10. *αὐτοῦ*] *τοῦ Γ* coni. *Hu* 15. *τὰ* (ante *μ'*) add. *Ge* 16. *δοθεὶς* add. *Hu* 17. *ἡ διαμὲν τοῦ $\overline{A}$* A, corr. BS 19. *οὕτω* A²BS 20. *ἔσται* *Sca* (*erit Co*) pro *ἔστω* 22. *εὐθεῖα* A³ ex *ε....α* 23. *ἴσα* alterum add. *Hu* 24. *ἀχθεῖσα Hu*, *ἀχθείσης τῇ $\overline{Z}$* A, *ἀχθείσης τῆς ζη* B *Ge*, *ἀχθείσης* S 26. *ἡ $\overline{EZΞ}$ τοιούτων $\overline{MH}$ $\overline{EΘ}$* A, distinx. S (*ξ'* om. B) *ἡ $\overline{EΘ}$ ἀπειλήφθω* ABS, transposuit *Hu* deleto superiore interpretamento 27. *ὀδόντων* BS, *ὅλον τῶν* A 30. *κη'* add. BS

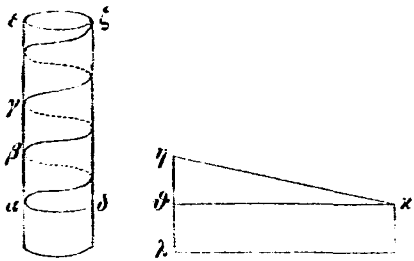
Νοείσθω κύλινδρος ἰσοπαχῶς τετορνευμένος ὁ ΑΔΕΖ, πλευρὰ δ' αὐτοῦ ἡ ΑΕ, καὶ εἰλήφθω μονοστρόφου ἕλικος ἐπ' αὐτῆς διάστημα τὸ ΑΒ, καὶ λεπίδιον χαλκοῦν γεγενήσθω, οὗ τὸ μὲν ΗΘΚ μέρος τρίγωνον ὀρθογώνιον ἔστω ὀρθὴν ἔχον τὴν Θ γωνίαν, τὸ δὲ λοιπὸν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΘΚΛ, ἴση δὲ κείσθω ἡ ΘΗ τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΔΕΖ κυλίνδρου, καὶ περικαμπτέσθω τὸ λεπίδιον περὶ τὸν κύλινδρον, ἵνα καὶ τὸ ΘΚΛ παραλληλόγραμμον κύλινδρος γένηται ἁπτόμενος τοῦ ΔΕ, ὅταν εἰσαχθῇ, καὶ κείσθω τὸ μὲν Θ ἐπὶ τὸ Α, τὸ δὲ Η ἐπὶ τὸ Β, καὶ οὕτως γράψομεν διὰ τῆς ΗΚ ὑποτεινούσης καμφθείσης [δὲ] τὴν καλουμένην μονόστροφον ἕλικα ὡς τὴν ΒΑ. καὶ πάλιν μεταθέντες τὸ λεπίδιον, ὥστε τὸ μὲν Θ κατὰ τὸ Β εἶναι τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Γ, γράψομεν διὰ τῆς ΗΚ ἑτέραν ἕλικα μονόστροφον, ὥστε τὴν ὅλην εἶναι δίστροφον. ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ τὸ Α ἐπὶ τὸ Β παραγίνεται ὁμαλῶς κινούμενον, ἐν τούτῳ καὶ ἡ ΑΒ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου κινηθεῖσα εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκαθίσταται καὶ τὸ εἰρημένον φέρεσθαι σημεῖον κατὰ τῆς ΑΒ εὐθείας γράψει τὴν μονόστροφον ἕλικα· τοῦτο γὰρ Ἀπολλώνιος ὁ Περγεὺς ἀπέδειξεν. [ἐὰν οὖν καὶ ἑκατέραν τῶν ΑΒ ΒΓ καὶ τὰς ἑξῆς ἄχρι τοῦ Ε δίχα τέμνωμεν καὶ διὰ τῶν σημείων τῷ λεπιδίῳ γράψωμεν μονοστρόφους ἕλικας ἀπ' αὐτῶν κατὰ τὸ βάθος τῆς ἕλικος ὃ βουλόμεθα λάβωμεν καὶ ἀπὸ τοῦ βάθους λοιπὸν καὶ τῆς γραφείσης ἕλικος, ῥᾳδίως τὴν ἕλικα φακοειδῆ ῥινήσαντες ἕξομεν ἀπηρτισμένην.]

50 κθ'. Πάλιν νοείσθω ἐν τῇ ἑτέρᾳ ἐπιφανείᾳ τοῦ δοθέν-

---

5. *ὀρθὴν* BS, *ὀρθὸν* A 6. *τὸ ΘΚΛ* recte hoc loco A (conf. paulo post vs. 8), *τὸ κλμ* B, *τὸ θκλμ* S *Co* 7. *τοῦ ΑΔ ΕΖ* A, coniunx. BS 8. *δὲ* ante *λεπίδιον* add. ABS, om. *Co* *τὸ ΘΚΛΜ* ABS *Co*, corr. *Hu* (nam littera *M* in proxima demum figura locum suum habet: vide p. 1112, 8. 19 et conf. adnot. ad p. 1112, 1. 2) 9. *ἀπότομος* *Sca* 11. *οὕτω* A²BS 12. *δὲ* del. *Sca* 12. 13. *τὴν ΒΑ* *Hu* pro *τὴν ΒΔ* 14. 15. *διὰ τῆς ΗΚΕ* A, *διὰ τῆς ηκθ* BS, corr. *Co* 21. *ἐὰν οὖν* — 26. *ἀπηρτισμένην* interpolatori tribuit atque alia quaedam ipsius Pappi verba hoc loco periisse existimat *Hu* 24. *κατὰ*] *καὶ* *Sca*, *τε* *Ge* 27. *κθ'* add. BS

Fingatur cylindrus $\alpha\delta\zeta\varepsilon$ aequabiliter tornatus, cuius latus sit $\alpha\varepsilon$, et in eo sumatur unius conversionis helicis intervallum $\alpha\beta$ *), et fiat lamina aenea, cuius pars $\eta\vartheta\varkappa$ sit triangulum



orthogonium angulum ϑ rectum habens, reliqua autem pars parallelogrammum orthogonium $\vartheta\varkappa\lambda$, et ponatur $\vartheta\eta = \alpha\beta$, et $\vartheta\varkappa$ aequalis perimetro cylindri $\alpha\delta\zeta\varepsilon$, et circumflectatur lamina circa cylindrum ita, ut etiam parallelogrammum $\vartheta\varkappa\lambda$ cylindrus fiat, cylindrum $\delta\varepsilon$, si inseratur, contingens, et ponatur punctum ϑ in α, et η in β, atque ita per hypotenusam $\eta\varkappa$ inflexam describemus helicem quam *μονόστροφον, id est, una cylindri conversione factam*, appellant, velut $\beta\alpha$. Ac rursus laminam ita transponentes, ut punctum ϑ cum β et η cum γ congruat, per *hypotenusam* $\eta\varkappa$ describemus alteram helicem simplicem, ita ut iam tota helix **δίστροφος** sit, *id est duabus conversionibus facta*. Nam quo tempore punctum α aequabiliter procedens ad β pervenit, eodem recta $\alpha\beta$ per superficiem cylindri mota in eandem positionem revertitur ac punctum, quod per rectam $\alpha\beta$ ferri diximus, helicem *μονόστροφον* describit; hoc enim Apollonius Pergaeus demonstravit. [Itaque si utramque rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ et reliquas deinceps usque ad ε bifariam secemus, et lamina *apposita* per *sectionis* puncta helices *μονοστρόφους* describamus, et helicis profunditatem, quamcunque velimus, sumamus, et a profunditate reliquum * * *, facile helicem, cum flexus eius ad lenticularem formam limando redegerimus, habebimus comparatam.]

XXIX. Rursus in altera *ex duabus planis* superficiebus dati tympani circa tempus fingatur circulus, cuius circum-

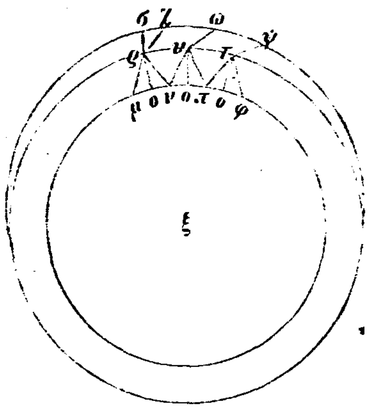
*) Figurae in codicibus corruptae speciem retinuerunt Commandinus et Gerhardtus, quam nos ex perspicua scriptoris oratione perinde emendavimus ac p. 1110, 12. 13. corruptelam τὴν B.I sustulimus.

τος τυμπάνου περὶ τὸν κότραφον κύκλος, οὗ περιφέρεια ἡ ΡΥΤ κέντρον δὲ τὸ Ξ, καὶ τὰ Ρ Υ Τ ἴσον ἀπ' ἀλλήλων ἀπέχοντα, λόγου χάριν τοῦ παντὸς κύκλου εἰς εἴκοσι τέσσαρα διῃρημένου, καὶ ἀπὸ τῶν Ρ Υ Τ ἐπὶ τὸ Ξ κέντρον νεύουσαι διήχθωσαν ἄχρι τοῦ περὶ τὸ Ξ κέντρον γεγραμμένου κύκλου τοῦ ΜΝΠΦ αἱ ΡΟ ΥΟ ΤΟ, καὶ ἀπὸ τῶν διχοτομούντων τὰς ΟΟ περιφερείας σημείων διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Ρ Υ Τ σημεῖα αἱ ΜΡ ΝΡ ΝΥ ΠΥ ΠΤ ΤΦ, καὶ ἀπὸ τῆς ΟΡ εὐθείας προήχθω ἐν τῇ κυρτῇ τοῦ τυμπάνου ἐπιφανείᾳ ἡ ΡΣ μέχρι τῆς περιφερείας οὖσα τοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ ἐπιφανείᾳ τοῦ τυμπάνου περὶ τὸν κότραφον ὁμοίως γραφομένου τοῦ ΧΩ κύκλου, καὶ ἀπὸ τοῦ Σ τῇ μὲν ἡμισείᾳ τῆς ΡΥ περιφερείας [ὡς λοξώσεως] ἴση κείσθω ἡ ΣΧ, τῇ δὲ ΡΥ ἡ ΧΩ, καὶ οὕτως ἑξῆς ἴσην θέντες τῇ ΥΤ τὴν ΩΨ καὶ τὰς λοιπάς, καὶ ἐπιζεύξαντες τὰς ΡΧ ΥΩ ΤΨ ἕξομεν τὰς τῶν ὀδόντων λοξώσεις. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ΡΥ κύκλος τῷ ΧΩ κύκλῳ, γράψομεν κἂν τῇ ἑτέρᾳ ἐπιφανείᾳ τοῦ τυμπάνου περὶ κέντρον τὸ ἀντικείμενον τῷ Ξ σημείῳ κύκλον ἴσον τῷ ΜΝ, καὶ ἀπὸ τῶν Χ Ω ἀγαγόντες ἐπ'. αὐτὸν εὐθείας νευούσας ἐπὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ, καὶ τὰ αὐτὰ ποιήσαντες τοῖς ἐπὶ τῆς ΡΥΤ περιφερείας [τοῦ κύκλου] ἕξομεν καὶ τὴν ἄλλην πλευρὰν τοῦ τυμπάνου καταγεγραμμένην. καὶ λοιπὸν ἐκκόψαντες τὰ μεταξὺ τῶν γραμμῶν σχήματα ὡς τὰ ΝΡΥ ΥΠΤ καὶ τὰ ἀντικείμενα ἕξομεν τὸ τύμπανον

---

1. *χρόταφον Sca Ge*, item vs. 11 1. 2. *ἡ* $\overline{PY}$ $\overline{TK}$ A, coniunx. BS, corr. *Hu* (nam litteram *K* prorsus abundare ex iis quae sequuntur apparet, ac manifesto scriptor notas geometricas superioris et huius figurae continuo ordine posuit) 2. *τὰ* $\overline{PYT}$ et 4. *τῶν* $\overline{PYT}$ et 8. *τὰ* $\overline{PYT}$ AB, distinx. S 6. *αἱ* $\overline{POY}$ $\overline{O}$ $\overline{TO}$ A, *αἱ* $\overline{ρου}$ $\overline{θτο}$ BS, corr. *Sca Co* 7. *τὰς* $\overline{OO}$ A, sed prius *O* incertum, *τὰς* $\overline{θο}$ BS, *τὰς* *O O O Sca* 8. *αἱ* $\overline{NP}$ $\overline{MP}$ ABS, transposuit *Hu* *ἀπὸ* add. *Hu* 9. *προήχθω* pro *προσήχθω* corr. *Hu* *ἐπιφανείας* A, corr. BS 12. *ημισυ* (sine spir. et acc.) A, *ἥμισυ* BS, corr. *Hu* 13. *ὡς λοξώσεως* interpolatori tribuit *Hu* 14. 15. *τὴν* $\overline{ΩΓ}$ — $\overline{ΤΓ}$ *ἕξομεν* ABS, corr. *Hu* 16. *οδοντων* (sine spir. et acc.) A² ex *ολοντων* 17. *ΧΩ* om. *Ge* *κἂν τῇ Ge*, *καντῇ* A, *καὶ τῇ* BS 19. *τῶν* $\overline{XΩ}$ AB, distinx. S 21. *τοῦ κύκλου* del. *Hu* (*τῆς ἐπὶ τοῦ ΡΥΓ κύκλου περιφερείας* voluit *Co*) 22. *πλευρὰν*] *ἐπιφάνειαν* coni. *Hu*

ferentia sit *ϱυτ* centrumque *ξ*, et puncta *ϱ υ τ* aequalibus inter se intervallis distent, toto circulo exempli gratia in 24 partes diviso[1]), et a punctis *ϱ υ τ* ad *ξ* centrum vergentes ducantur usque ad circulum circa centrum *ξ* descriptum rectae *ϱο υο το*, et a punctis, quae circumferentias *οο* bifariam secant, ad puncta *ϱ υ τ* ducantur *μϱ νϱ νυ πυ πτ φτ*, et ab ipsa *οϱ* in curvo tympani margine in directum producatur recta *ϱσ**) usque ad circumferentiam circuli *χω*, qui in altera *plana* tympani superficie circa tempus similiter *ac circulus ϱυτ* descriptus sit, et a puncto *σ* circumferentiae *ϱυ* dimidiae aequalis ponatur *σχ*, et ipsi *ϱυ* aequalis *χω*, et sic deinceps ipsi *υτ* aequalem ponentes *ωψ* et reliquas *similiter*, et iungentes rectas *ϱχ υω τψ* habebimus dentium obliquitates. Et quoniam circuli *ϱυ χω* aequales sunt, etiam in altera *plana* tympani superficie circa centrum puncto *ξ* oppositum describemus circulum ipsi *μν* aequalem, et a punctis *χ ω ceteris* ad eum circulum ducentes rectas, quae ad ipsius centrum vergunt, et eadem facientes atque in circumferentia *ϱυτ* alteram quoque tympani partem descriptam habebimus. Denique excisis figuris, quae inter eas *quas duximus* lineas interiectae sunt, velut *ϱνυ υπτ*, et quae iis oppositae sunt, habebimus



1) Omisit hoc loco scriptor illud proponere, quod sub finem huius capitis tamquam hypotheseos partem commemorat, singula intervalla aequalia esse oportere helicis intervallo *αβ*.

*) Graeca verba obscura ac fortasse etiam magis corrupta sunt quam ex nostra coniectura videntur. Proprie sic fere scribendum erat: *καὶ ἀπὸ τοῦ P πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ τυμπάνου ἐπιπέδῳ* (vel *τῇ* — *ἐπιφανείᾳ*, scil. planae) *ἤχθω* etc.

ὠδοντωμένον ὀδοῦσιν λοξοῖς. ἐμβαίνει δὲ ἕκαστος εἰς τὴν τοῦ κοχλίου ἕλικα, ἐπεὶ καὶ τὸ μεταξὺ διάστημα τὸ ΡΥ ἴσον ἐστὶν τῷ ΑΒ διαστήματι τῆς τοῦ κοχλίου ἕλικος. καὶ δῆλον ὡς καθ' ἑκάστην στροφὴν τοῦ κοχλίου εἷς ὀδοὺς παρενεχθήσεται· τοῦτο γὰρ Ἥρων ἀπέδειξεν ἐν τοῖς μηχανικοῖς, γραφήσεται δὲ καὶ ὑφ' ἡμῶν, ἵνα μηδὲν ἔξωθεν ἐπιζητῶμεν.

51 λ'. Νοείσθω γὰρ κοχλίας ὁ ΑΒ, ἡ δὲ ἐν αὐτῷ ἕλιξ ἡ ΑΓΔΕΖΒ [νοείσθωσαν δὲ μονόστροφοι αἱ εἰρημέναι ἕλικες], τύμπανον δὲ ἔστω [τὸ] παρακείμενον καὶ ὠδοντωμένον τὸ ΗΓΕΘ ὀδόντας ἔχον τοὺς ΗΓ ΓΕ ΕΘ ἁρμόζοντας τῇ ἕλικι [οἱ ἄρα λοιποὶ οὐκ ἐναρμόσουσιν εἰς τὰς λοιπὰς ἕλικας]. ἐὰν οὖν ἐπιστρέφωμεν τὸν κοχλίαν, ὥστε τὸ Ε σημεῖον παρωθεῖσθαι ἐπὶ τὰ Γ μέρη, παρέσται τὸ Ε ἐπὶ τὸ Γ, ὅταν ὁ κοχλίας ἀποκατάστασιν μίαν ποιήσηται, καὶ ἕξει ὁ μὲν ΓΕ ὀδοὺς τὴν τοῦ ΓΗ θέσιν, ὁ δὲ ΕΘ τὴν τοῦ ΓΕ, καὶ πάλιν ὁ ΕΘ θέσιν ἐσχηκὼς τὴν ΓΕ ἐν μιᾷ τοῦ κοχλίου περιστροφῇ ὅλος παραχθήσεται. καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ὀδόντων τὰ αὐτὰ ἐπινοεῖν χρή, ὥστε, ὅσους ἂν ὀδόντας ἔχῃ τὸ τύμπανον, τοσαυτάκις ὁ κοχλίας κινηθεὶς μίαν ἀποκατάστασιν τοῦ τυμπάνου ποιήσεται.

* *
*

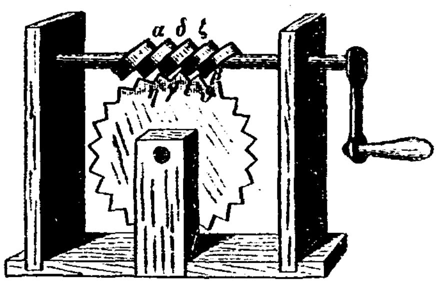
52 λα'. Τοσαῦτα μὲν οὖν περὶ τοῦ βαρουλκοῦ, τῶν δὲ προειρημένων ε' δυνάμεων ἐκ τῶν Ἥρωνος τὴν ἔκθεσιν

---

4. τροφὴν et σ superscriptum A^1 8. λ' add. BS *Κινείσθω Sca* 9. ὁ ante κοχλίας add. BS 9. νοείσθωσαν — ἕλικες interpolatori tribuit *Hu* 10. post ἔστω add. τῷ S, τῷ κοχλίᾳ *Sca* τὸ (ante παρακείμενον) del. *Hu* 12. οἱ ἄρα — ἕλικας, absurdum interpretamentum, del. *Hu* ἐναρμόζουσιν *Ge* (*congruunt Co*) 13. ἐπιστρέψωμεν *Ge* 19. ἂν *Hu* pro ἐὰν 22 sqq. *Τοσαῦτα* et cetera usque ad exitum libri alius quidam scriptor (idem fortasse atque ille de quo ad p. 1022, 13 dictum est) ad Pappi collectionem sub finem mutilatam addidisse videtur 22. λα' add. BS βαρούλκου BS, βαρουάκου A, sed ά tanquam falsum puncto notatum 23. δυναμεων (sine acc.) A, corr. BS ἐκ τοῦ Ἥρωνος *Ge*

tympanum dentibus obliquis dentatum. Unusquisque autem dens in cochleae helicem *concinne* intrat, quoniam intervallum $\varrho\upsilon$ aequale est intervallo $\alpha\beta$ helicis cochleae. Ac manifesto unaquaque cochleae conversione unus dens promovebitur; hoc enim ab Herone in mechanicis demonstratum est atque etiam a nobis, ne quidquam extra *hanc collectionem* quaerendum sit, describetur.

XXX. Fingatur enim cochlea $\alpha\beta$, cuius helix sit $\alpha\gamma\delta\varepsilon\zeta\beta$, et sit appositum tympanum dentatum $\eta\gamma\varepsilon\vartheta$, cuius dentes $\eta\gamma$ $\gamma\varepsilon$ $\varepsilon\vartheta$ cum helice congruant. Iam si cochleam ita convertamus, ut punctum ε versus γ propellatur, ipsum ε ad γ perveniet, cum cochlea unam conversionem fecerit, ac dens $\gamma\varepsilon$ positionem dentis $\eta\gamma$, atque $\varepsilon\vartheta$ ipsius $\gamma\varepsilon$ habebit, et porro dens $\varepsilon\vartheta$, cum positionem $\gamma\varepsilon$ sumpserit, una rursus cochleae conversione totus praeteragetur. Et de reliquis dentibus eadem intellegenda sunt; itaque, quot dentes tympanum habebit, totiens conversa cochlea unam tympani revolutionem efficiet[1].



* * *

EX HERONIS MECHANICIS EXCERPTA[2].

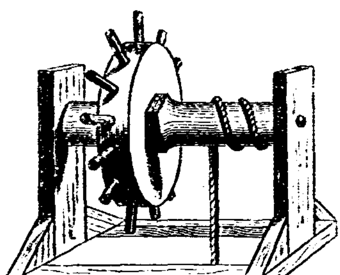
XXXI. Haec igitur de barulco (*supra propos. 10*); sed earum quas diximus quinque potentiarum breviorem exposi-

1) Pappi scripturam eiectis nonnullis interpretamentis, quantum fieri potuit, restituimus. Sed in tota hac extrema libri VIII parte interpolator quidam tanta licentia versatus est, ut non solum multa temere adderet, sed insuper etiam genuina Pappi verba passim deleret vel suo arbitrio mutaret.

2) Haec excerpta ab eodem scriptore addita esse videntur, cuius operam initio huius libri deprehendimus. Vide supra adnot. ad p. 1022, 13 et commentarium nostrum ibi citatum.

ἐπιτομώτερον ποιησόμεθα πρὸς ὑπόμνησιν τῶν φιλομαθούντων, προσθέντες ἔτι καὶ τὰ περὶ τῆς μονοκώλου καὶ δικώλου καὶ τρικώλου καὶ τετρακώλου μηχανῆς ἀναγκαίως λεγόμενα, μή ποτε καὶ τῶν βιβλίων ἐν οἷς ταῦτα γέγραπται ἀπορία γένηται τῷ ζητοῦντι· καὶ γὰρ ἡμεῖς κατὰ πολλὰ μέρη διεφθαρμένοις ἐνετύχομεν ἀνάρχοις τε καὶ ἀτελέσι βιβλίοις. πέντε τοίνυν οὐσῶν δυνάμεων δι᾽ ὧν τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ βίᾳ κινεῖται, ἀναγκαῖόν ἐστιν τά τε σχήματα αὐτῶν καὶ τὰς χρείας ἔτι δὲ καὶ τὰ ὀνόματα ἐκθέσθαι. ἀποδέδοται δὲ ὑπὸ τοῦ Ἥρωνος καὶ Φίλωνος καὶ διότι αἱ προειρημέναι δυνάμεις εἰς μίαν ἄγονται φύσιν, καίτοι παρὰ πολὺ διαλλάσσουσαι τοῖς σχήμασιν. ὀνόματα μὲν οὖν ἐστιν τάδε· ἄξων ἐν περιτροχίῳ, μοχλός, πολύσπαστον, σφήν, καὶ πρὸς τούτοις ὁ καλούμενος ἄπειρος κοχλίας.

53 Ὁ μὲν οὖν ἄξων ὁ ἐν τῷ περιτροχίῳ κατασκευάζεται οὕτως· ξύλον δεῖ λαβεῖν εὔτονον τετράγωνον (καθάπερ δοκίδα) καὶ τούτου τὰ ἄκρα σιμώσαντα στρογγύλα ποιῆσαι καὶ χοινικίδας περιθεῖναι χαλκᾶς συναραρυίας τῷ ἄξονι, ὥστε ἐμβληθείσας αὐτὰς εἰς τρήματα στρογγύλα ἐν ἀκινήτῳ τινὶ πήγματι εὐλύτως στρέφεσθαι τῶν τρημάτων τριβεῖς χαλκοῦς ἐχόντων ὑποκειμένους ταῖς χοινικίσι· καλεῖται δὲ τὸ εἰρημένον ξύλον ἄξων. περὶ δὲ μέσον τὸν ἄξονα περιτίθεται τύμπανον ἔχον τρῆμα



τετράγωνον ἁρμοστὸν τῷ ἄξονι, ὥστε ἅμα στρέφεσθαι τόν τε ἄξονα καὶ τὸ περιτρόχιον.

---

2. τὰ add. et 4. λεγόμενα pro λεγομένων corr. *Hu* 4. βιβλίων ἐν οἷς *Ge*, βίβλων ἐν αἷς A[1], βιβλίων ἐν αἷς A[2]BS, sed in AS ι punctis notatum 6. ἀτελεύτοις *Ge* 10. ἀποδέδεικται coni. *Hu* 17. καθάπερ δοκίδα addita esse videntur a scriptore qui haec excerpta

tionem, qua studiosi commentandi causa utantur, excerpemus ex Heronis libris, ac subiungemus etiam ea quae de machina *μονοκώλῳ sive unius membri*, tum de bimembri, trimembri, quadrimembri commemorari necesse est, ne quando libros, in quibus haec scripta sunt, frustra anquiras; nam nos quoque in libros multifariam corruptos et initio vel sub finem mutilatos incidimus. Itaque cum quinque potentiae sint, quibus datum pondus data vi moveatur, et figuras earum et usus et nomina exponi necesse est. Sed ab Herone et Philone etiam hoc traditum est, eas quas diximus potentias, etiamsi figurae multum inter se differant, ad unam naturam reduci. Nomina igitur haec sunt: axis in peritrochio, vectis, polyspastum, cuneus, denique cochlea infinita quae dicitur.

Iam primum axis in peritrochio sic construitur. Lignum sumere oportet firmum, quadratum (velut tignum), eiusque extremitates retundendo rotundas efficere, *ut cardines fiant*[1]), circa quos choenicides *sive laminae* aeneae huic axi coagmentatae ita figantur, ut eae iniectae in foramina rotunda, quae sunt in pegmate *sive iugo* immobili, expedite convertantur, cum foramina *τριβεῖς* aeneos, *id est quasi pulvinos quosdam, quibus frictio leniatur*, subiectos choenicidibus habeant. Atque hoc quod diximus lignum axis vocatur, circa quem medium ponitur tympanum foramine quadrato congruens axi, ut una cum *tympano, quod* peritrochium *vocant*, axis convertatur.

1) Graecorum verborum contextus, ut videtur, mutilatus et ea de causa obscurus est. Nam distinguenda sunt I. axis pars quadrata, quam ipse Hero ita fere descripsisse videtur, ut supra p. 1062, 8—11 et p. 1063 adnot. 3 legimus, II. eiusdem axis pars cylindrica, circa quam funis volvitur (quam paulo post *τὰ σεσιμωμένα τοῦ ἄξονος* scriptor vocat), III. cardines sive digiti (*Zapfen, pivots*) qui in foramina induntur. Atque hos quidem Hero vestiri voluit choenicide sive lamina aenea, quo expeditius circumvertantur. Haec igitur *χοινικὶς* differt ab illo modiolo, quem Hero belop. (p. 133 sq. ed. Koechl.) describit.

composuit *δοκίδα* A, corr. prima m. 18. *σιμώσαντα Hu*, *ἠλώσαντα* ABS, *contorquentes Co*, *εἱλύσαντα Ge* 22. *ὥστε* — 31. *τῷ ἄξονι* om. *Ge*

Ἡ μὲν οὖν κατασκευὴ δεδήλωται, χρεία δ' ἐστὶν ἡ μέλλουσα λέγεσθαι. ὅταν γὰρ βουλώμεθα μεγάλα βάρη κινεῖν ἐλάσσονι βίᾳ, τὰ ἐκδεδεμένα ἐκ τοῦ βάρους ὅπλα περιθέντες περὶ τὰ σεσιμωμένα τοῦ ἄξονος, καὶ ἐμβαλόντες σκυτάλας εἰς τὰ ἐν τῷ περιτροχίῳ τρήματα, ἐπιστρέφομεν τὸ περιτρόχιον κατάγοντες τὰς σκυτάλας, καὶ οὕτως εὐκόπως κινηθήσεται τὸ βάρος ὑπὸ ἐλάσσονος δυνάμεως τῶν ὅπλων περὶ τὸν ἄξονα ἐπειλουμένων [ἢ καὶ διαμηρυομένων ὑπό τινος πρὸς τὸ μὴ ἅπαν τὸ ὅπλον περικεῖσθαι τῷ ἄξονι]. τοῦ δὲ εἰρημένου ὀργάνου τὸ μὲν μέγεθος ἁρμόζεσθαι δεῖ πρὸς τὰ μέλλοντα κινεῖσθαι βάρη, τὴν δὲ συμμετρίαν πρὸς τὸν λόγον ὃν ἔχει τὸ κινούμενον βάρος πρὸς τὴν κινοῦσαν δύναμιν, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται.

54 Ἦν δὲ δευτέρα δύναμις ἡ διὰ τοῦ μοχλοῦ [καὶ τάχα ἡ προεπίνοια τῆς περὶ τὰ ὑπεράγαν βάρη κινήσεως]· προελόμενοι γάρ τινες μεγάλα βάρη κινεῖν, ἐπειδὴ ἀπὸ τῆς γῆς ἔδει πρῶτον μετεωρίσαι, λαβὰς δὲ οὐκ εἶχον διὰ τὸ πάντα τὰ μέρη τῆς ἕδρας τοῦ φορτίου ἐπικεῖσθαι τῷ ἐδάφει, ὑπορύξαντες βραχὺ καὶ ξύλου μακροῦ τὸ ἄκρον ὑποβαλόντες ὑπὸ τὸ φορτίον κατῆγον ἐκ τοῦ ἑτέρου ἄκρου, ὑποθέντες τῷ ξύλῳ παρ' αὐτὸ τὸ φορτίον λίθον, ὃ δὴ καλεῖται ὑπομόχλιον. φανείσης δ' αὐτοῖς τῆς κινήσεως πάνυ εὐκόπου ἐνόησαν ὅτι δυνατὸν κινεῖσθαι μεγάλα βάρη διὰ τοῦ τρόπου τούτου. καλεῖται δὲ τὸ ξύλον μοχλός, εἴτε τετράγωνον εἴη εἴτε στρογγύλον. ὅσῳ δ' ἂν ἐγγυτέρω τιθῆται τοῦ φορτίου τὸ ὑπομόχλιον, τοσούτῳ εὐχερέστερον κινεῖται τὸ βάρος, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται.

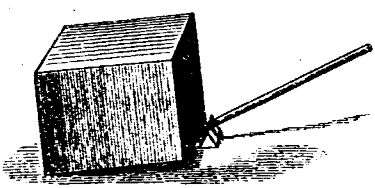
55 Ἔστιν δὲ ἡ τρίτη δύναμις ἡ κατὰ τὸ πολύσπαστον. ὅταν γὰρ βουλώμεθά τι βάρος ἕλκειν, ἐξάψαντες ὅπλον

---

3. *ἐλάσσονι*] *ἐλά* (sic mutilatum) S, unde *ἐλαχίστη* *Sca*   *ἐκδεδομένα* A, corr. BS   4. *καὶ* *Sca Ge*, *κων* ABS   6. *καὶ οὕτως* margo Parisini 2368 *Sca Ge*, *κωνουτος* (sine acc.) A, *κωνουντος* BS   8. *ἢ καὶ* — 10. *ἄξονι* sive a scriptore excerptorum sive ab alio interpolatore addita, itemque alia nonnulla posthac seclusit *Hu*   8. *ἢ καὶ*] *κ καὶ μη* A, *καὶ μὴ* B, *ἢ καὶ μὴ* S *Ge*, sed in S *μὴ* expunctum   11. *δεῖ* A[2] in marg. BS, *δε* A[1]   13. *πρὸς* (ante *τὴν*) A[2] in marg.

Ita cum *machinae* constructio exposita sit, iam de eius usu dicamus. Etenim si magna pondera minore vi movere volumus, funem, quo pondus alligatum est, circa axis partem retusam, *id est cylindricam*, circumplicamus et, postquam radios in foraminibus peritrochii infiximus, hos deprimentes peritrochium circumvertimus, quo facto pondus facile minore potentia movetur, dum funis circa axem volvitur [vel etiam ab aliquo in glomus cogitur, ne totus funis axi circumponatur]. Sed magnitudinem huius machinae ad pondera, quae movenda sunt, accommodare oportet; proportio autem *diametri rotae ad axis diametrum pendet* ex proportione quam pondus movendum habet ad potentiam moventem, ut deinceps demonstrabitur.

Secunda potentia erat quae per vectem *exercetur*. Magna enim pondera cum quidam movere instituerent, quae humo sursum tollenda essent neque tamen, quia basis oneris ab omni parte solo incumberet, ansas praeberent, paulum suffodientes et longi ligni extremitatem oneri subiicientes, denique prope ipsum onus lapidem, qui hypomochlium vocatur, sub ligno ponentes, ex altera extremitate *lignum* deprimebant. Itaque hac movendi ratione, quippe quae admodum expedita videretur, maxima pondera tolli posse intellexerunt. Illud autem lignum, sive quadratum est sive rotundum, vectis vocatur. Sed quo propius hypomochlium oneri supponitur, eo facilius moles movetur, id quod deinceps demonstrabitur.



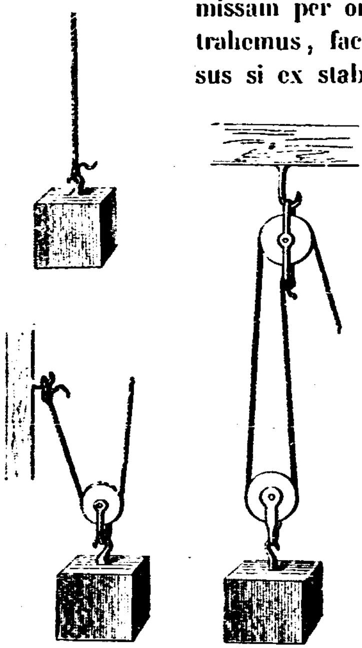
Tertia potentia in polyspasto consistit. Cum enim pondus quoddam *sursum* trahere volumus, funibus id reli-

BS, *πρώ* A[1] 14. *δὲ* BS, *δη* A 15. *ὑπεράγαν Hu*, *ὑπεράγοντα* ABS *Ge*, *ὑπάγοντα Sca*, *excedentia Co* 19. *ὑπολαβόντες* ABS *Ge*, corr. *Sca* *ἐξ αὐτοῦ ἐπισπώμεθα τοσαύτῃ βίᾳ, ὅσῃ τῷ φορτίῳ ἰσόρροπός ἐστιν. ἐὰν δὲ ἑλκύσαντες ἐκ τοῦ φορτίου τὸ ὅπλον τὴν μὲν μίαν αὐτοῦ ἀρχὴν ἐκδήσωμεν ἔκ τινος μένοντος χωρίου, τὴν δὲ ἑτέραν βάλωμεν διὰ τροχίλου ἐκδεδεμένου ἐκ τοῦ φορτίου καὶ ταύτην ἐπισπώμεθα, εὐχερέστερον κινήσομεν τὸ βάρος. πάλιν δὲ ἐὰν ἐκ τοῦ μένοντος χωρίου ἐξάψωμεν ἕτερον τροχίλον καὶ τὴν ἀγομένην ἀρχὴν διαβαλόντες διὰ τούτου ἐπισπώμεθα, ἔτι μᾶλλον εὐχερέστερον κινήσομεν τὸ βάρος. καὶ πάλιν ἐὰν ἐκ τοῦ φορτίου τροχίλον ἕτερον ἐκδήσωμεν καὶ τὴν ἀγομένην ἀρχὴν διὰ τούτου διαβαλόντες ἐπισπώμεθα, πολλῷ μᾶλλον εὐχερέστερον κινήσομεν τὸ βάρος * * ἀεὶ τροχίλους ἔκ τε τοῦ μένοντος χωρίου ἐξάπτοντες καὶ ἐκ τοῦ φορτίου καὶ διαβάλλοντες ἐναλλὰξ τὴν ἀγομένην ἀρχὴν εἰς τοὺς τροχίλους εὐχερέστερον κινήσομεν τὸ βάρος. [ὅσῳ δ' ἂν εἰς πλείονα κῶλα τὸ ὅπλον κάμπτηται, τὸ βάρος εὐκοπώτερον κινηθήσεται· δεῖ δὲ τὴν ἐκδεννυμένην ἀρχὴν ἐκ τοῦ μένοντος χωρίου ἐξάπτεσθαι.] ἵνα οὖν μὴ καθ' ἕνα τοὺς τροχίλους ἔκ τε τοῦ μένοντος χωρίου καὶ ἐκ τοῦ φορτίου ἐξάπτωμεν, οἱ μὲν εἰρημένοι εἰς τὸ μένον εἶναι χωρίον εἰς ἓν ξύλον ἐντίθενται περὶ ἄξονας κινούμενοι, ὃ καλεῖται μάγγανον, τοῦτο δὲ ἐξάπτεται ἐκ τοῦ μένοντος χωρίου διά τινος ἑτέρου ὅπλου, οἱ δὲ πρὸς τῷ φορτίῳ εἰς ἕτερον μάγγανον τούτῳ ἴσον, ὃ δὴ πάλιν ἐξάπτεται ἐκ τοῦ φορτίου μόνον. οὕτως δὲ δεῖ κατατετάχθαι ἐν τοῖς μαγγάνοις τοὺς τροχίλους, ὥστε τὰ κῶλα*

---

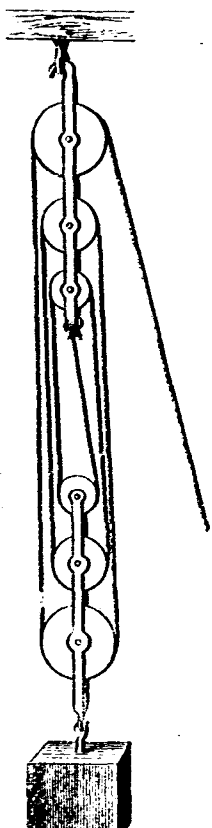
3. *ἐκδήσαντες* BS 4. *βάλλομεν* ABS, corr. *Hu* *τροχίλλου* *Sca* 7. 8. *διαλαβόντες διὰ τροχίλου* AS, *διὰ τούτου διαλαβόντες* B *Ge*, *διαβάλλοντες διὰ τροχίλου Sca*, corr. *Hu* 8. *ἔτι μᾶλλον* — 11. *ἐπισπώμεθα* om. *Ge* 11. *διαλαβόντες* ABS, *διαβάλλοντες Sca*, corr. *Hu* 12. * *] *καὶ οὕτως* vel *καὶ πλείονας* coni. *Hu* 16. *τοσούτῳ* ante *τὸ βάρος* add. *Hu* *εὐχολώτερον* Paris. 2368 S 17. *ἐκδεδεμένην Sca Ge* 18. *τῶν τροχίλων* ABS, corr. *Hu* 19. 20. *εἰρημένοι ἐκ τοῦ μένοντος εἶναι χωρίου* coni. *Hu* 21. *ἄξονα* AB, *ἄξονι* Paris. 2368 S, corr. *Sca* 23. *ὃ δὴ Sca Ge*, *ον δη* A, *ὃν δὴ* BS 24. 25. *κατατετάχθαι Hu* pro *καὶ τετάχθαι* 25. *ὥστε Sca Ge* pro *ἔστω*

gatum tanta vi attrahimus, quanta oneri aequalis est. Iam si ex pondere funem attrahentes unam eius extremitatem alligabimus ad stabilem aliquem locum, alteram autem transmissam per orbiculum ipsi oneri affixum attrahemus, facilius pondus movebimus. Rursus si ex stabili loco alterum orbiculum religabimus et per eum transmissam illam quae *manibus operariorum* ducitur *funis* extremitatem attrahemus, facilius etiam pondus movebimus. Ac rursus si ex onere alterum orbiculum religabimus et per eum transmissam illam quae ducitur *funis* extremitatem attrahemus, multo etiam facilius pondus movebimus. *Et sic plures* semper orbiculos et ex stabili loco et ex onere religantes et illam *funis* extremitatem quae *manibus operariorum* ducitur vicissim per eos orbiculos transmittentes facilius pondus movebimus. [Itaque quo plura in membra funis inflectetur, eo expeditius pondus movebitur; sed *utique* eam quae alligatur *funis* extremitatem fixam esse oportet ex loco stabili.] Sed ne singulos orbiculos et ex stabili loco et ex onere religemus, ii quidem, quos ex stabili loco esse diximus orbiculi, circum suos axes mobiles, in *capsulam* ligneam, quae manganum [1]) vocatur, induntur, ipsumque manganum per alium funiculum ex stabili loco religatur, illi autem orbiculi, qui prope onus sunt, in alterum manganum superiori aequale *induntur*, quod quidem pro sua parte ex pondere religatur. Atque orbiculos in manganis ita dispositos esse oportet, ut ne



1) Vide supra p. 1025 adnot. 1.

μὴ ἐμπλεκόμενα πρὸς ἄλληλα δυσπειθῆ γίνεσθαι. δι' ἣν δ' αἰτίαν πλειόνων τῶν κώλων γινομένων εὐκοπία παρακολουθεῖ, δείξομεν, καὶ δι' ἣν αἰτίαν ἡ ἑτέρα ἀρχὴ ἐκ τοῦ μένοντος ἐξάπτεται χωρίον.



56 *Ἡ δὲ ἑξῆς δύναμις ἡ διὰ τοῦ σφηνὸς καὶ αὐτὴ μεγάλας χρείας παρεχομένη πρός τε τὰς μυρεψικὰς πιέσεις καὶ τὰς διὰ τῆς τεκτονικῆς ὑπεραγούσας κολλήσεις, τὸ δὲ πάντων μέγιστον, ὅταν τοὺς ἐκ τῶν λατομιῶν λίθους ἀποσπᾶν δέῃ τῆς κατὰ τὸ κάτω μέρος συνεχείας, οὐδεμία τῶν ἄλλων δυνάμεων ἐνεργεῖν δύναται, οὐδ' ἂν ἅμα πᾶσαι συζευχθῶσιν, μόνος δὲ ὁ σφὴν ἐνεργεῖ διὰ τῆς τυχούσης, καὶ ἄνεσις μὲν οὐδ' ἡτισοῦν γίνεται κατὰ τὰ διαλήμματα τῶν ἐργαζομένων, καρτερὰ δὲ ἡ ἐπίτασις. τοῦτο δὲ φανερὸν ἐκ τοῦ καὶ μὴ πλησσομένου τοῦ σφηνὸς ἐνίοτε ψόφους καὶ ῥήγματα γίνεσθαι διὰ τῆς τοῦ σφηνὸς ἐνεργείας. ὅσῳ δ' ἂν ἡ τοῦ σφηνὸς γωνία ἐλάσσων γίνηται, τοσούτῳ εὐχερέστερον ἐνεργεῖ, τουτέστιν δι' ἐλάσσονος πληγῆς, ὡς δείξομεν.*

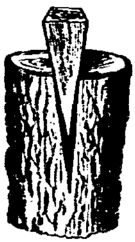
57 *Τὰ μὲν οὖν προειρημένα ὄργανα φανερὰς καὶ αὐτοτελεῖς ἔχει τὰς κατασκευὰς πολλαχοῦ ἐν ταῖς χρείαις φαινομένας, ὁ δὲ κοχλίας ἔχει τι περίεργον περί τε τὴν κατασκευὴν καὶ τὴν χρῆσιν. ὁτὲ μὲν* [οὖν] *γὰρ αὐτὸς καθ' αὑτὸν μόνος ἐνεργεῖ, ὁτὲ δὲ καὶ προσλαμβάνων ἔτι*

---

1. *δυσπιθη* (sine acc.) A(BS), corr. *Sca Ge* 2. *εὐκοπεία* A *Ge*, corr. BS 2. *παρακολουθήσει* BS 9. *ὑπαγούσας Sca* 12. *τῆς* ante *συνεχείας* additum in ABS del. *Sca Ge* 16. *οὐ δή τις οὖν* A *Ge*, corr. BS 17. *διαλήμματα* Paris. 2168 S (*διαλλάγματα*

membra inter se implicata perturbentur. Qua autem de causa, quo plura membra sint, eo *maior movendi* facilitas subsequatur, et qua de causa altera *funis* extremitas ex stabili loco religanda sit, *posthac* demonstrabimus.

Proxima potentia, quae per cuneum *exercetur*, ipsa quoque et ad pressiones unguentarias et ad egregias *lignorum* conglutinationes, quales fabri lignarii adhibent, magnas utilitates praebet, et, quod omnium maximum est, si in lautumiis inferiores partes lapidum divelli necesse est ex continenti materia, neque ulla reliquarum potentiarum per se neque omnes coniunctae id efficere possunt; at solus cuneus facili admodum *opera* id praestat, in quo neque ulla *impulsús* remissio per vices operariorum [1]) et valida atque efficax est intentio. Nam hoc quidem inde manifestum est, quod, etiamsi cuneus non percutiatur, per ipsam eius vim interdum sonitus et ruptiones fiunt. Sed quo minor cunei angulus fit, eo expeditius, id est eo leviore percussione, vim suam exercet, ut *posthac* demonstrabimus.

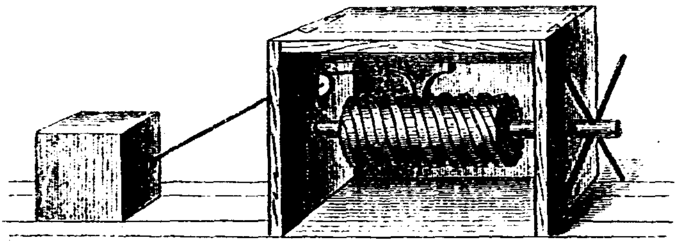


Haec igitur quae diximus instrumenta manifestas ac simplices habent constructiones et earum usus multis locis conspicitur; in cochleae autem constructione et usu maior inest difficultas. Nam cochlea modo per se sola agit, modo aliam potentiam adsumit, *id quod minime mirum*, siquidem ipsa nihil aliud est nisi cuneus tortus, percussionis expers,

1) Inauditam adhuc Graecam vocem *διάλημμα* et ex primaria cognati verbi significatione (quam recte "divisim et singillatim accipio, dispesco, dirimo" statuit H. Stephanus) et ex ipsa rei natura interpretandam esse duximus. Nam quia plures operarii malleis cuneum percutere solent, is impulsus fit *κατὰ διαλήμματα*, per alternas vices, sed cunei vis haec est, ut ipse, etiamsi per intervalla extrinsecus percutiatur, tamen sine intermissione propriam potentiam exerceat.

---

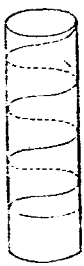
librarius voluisse videtur), *διαλείμματα Ge* 18. *ἡ* add. *Hu* 20. *ψόφους* BS, *sonitus Co*, *ψήφους* A *Ge* 21. *γίνεται* ABS, *γενέσθαι Ge*, corr. *Sca* 28. *φαινομένας Ge* auctore *Co* pro *φαινόμενα* 30. 31. *ὅτι μὲν — ὅτε δὲ* ABS, accentus corr. *Hu* 30. *οὖν* del. *Sca* *δύναμιν, πλὴν ὅτι οὐδὲν ἕτερόν ἐστιν ἢ σφὴν εἰλημμένος, ἀπολειπόμενος τῆς πληγῆς, διὰ μοχλοῦ δὲ καὶ στροφῆς τὴν κίνη-*

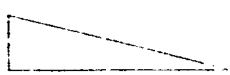


σιν ποιούμενος. τοῦτο δ' ἔσται δῆλον ἐκ τῶν μελλόντων λέγεσθαι. φύσις μὲν οὖν ὑπάρχει τῆς περὶ αὐτὸν πραγματείας τοιαύτη· ἐὰν κυλίνδρου πλευρὰ φέρηται κατὰ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας, πρὸς δὲ τῷ πέρατι ταύτης σημεῖόν τι ἅμα κατὰ αὐτῆς τῆς πλευρᾶς φέρηται, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἥ τε πλευρὰ μίαν ἀποκατάστασιν ποιήσηται καὶ τὸ σημεῖον τὸ πᾶν τῆς πλευρᾶς διεξέλθῃ, ἡ γενομένη ὑπὸ τοῦ σημείου ἐν τῇ κυλινδρικῇ ἐπιφανείᾳ γραμμὴ ἕλιξ ἐστίν, ἣν δὴ κοχλίαν καλοῦσιν. καταγράφεται δὲ ἐν τῷ κυλίνδρῳ οὕτως· ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθείας ἐκθώμεθα ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν ἡ μὲν μία ἴση ἐστὶν τῇ τοῦ εἰρημένου κυλίνδρου πλευρᾷ, ἡ δὲ ἑτέρα τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ, ὅς ἐστιν βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐπὶ τὰ πέρατα τῶν εἰρημένων εὐθειῶν ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν γωνίαν, τεθῇ δὲ ἡ ἴση τῇ τοῦ κυλίνδρου πλευρᾷ ἐπὶ τὴν τοῦ κυλίνδρου πλευράν, ἡ δὲ ἑτέρα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἐπειληθῇ κατὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, εἰληθήσεται καὶ ἡ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν κατὰ τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας, καθ' ἧς ἔσται ἡ εἰρημένη ἕλιξ. ἔξεστιν δὲ διελόντα τὴν τοῦ κυλίνδρου πλευρὰν εἰς ἴσα, ὁπόσ' ἂν τις προαιρῆται, καθ' ἕκαστον αὐτῆς μέρος περιγράφειν ἕλικα, ὡς προείρηται [ὥστε ἐν τῷ κυλίνδρῳ πλείονας ἕλικας γράφεσθαι, καλείσθω δὲ ἡ ἅπαξ εἰληθεῖσα ἕλιξ μονόστροφος, τουτέστιν

1. *ειλημμένος* ABS, *assumptus Co*, corr. *Hu* 2. *στροφῆς* add. *Hu* 5. *γένηται Ge* 14. *κύκλου Sca* (*circuli Co*) pro *κυλίνδρου*

per vectem et conversionem motum suum faciens, idque ex iis quae *mox* exponentur manifestum erit. Usus autem eius ratio ac natura haec est. Si cylindri latus per cylindri superficiem feratur, et simul ab eius extremitate punctum quoddam per ipsum latus progrediatur, et, quo tempore latus ad eam, unde egressum est, positionem redit, eodem punctum totam lateris *longitudinem* percurrit, linea quam id punctum in cylindrica superficie efficit helix est, quae *in mechanicis* cochlea vocatur. Sed ea in cylindro describitur hoc modo[1]. Si in plano duas rectas sibi invicem perpendiculares exponamus, quarum una lateri eius quem diximus cylindri, altera autem circumferentiae circuli, qui basis cylindri est, aequalis sit, et inter terminos harum rectarum tertiam iungamus, quae rectum angulum subtendat, denique eam rectam, quae cylindri lateri aequalis est, in cylindri latere reponamus, alteram autem earum quae rectum angulum continent secundum circuli circumferentiam circumplicemus, etiam illa recta quae rectum angulum subtendit circa cylindri superficiem complicabitur eamque quam significavimus helicem efficiet. Licet autem cylindri latus in quotcunque partes aequales dirimere et in unaquaque parte helicem describere, quemadmodum statim diximus [itaque in cylindro plures helices describuntur; sed ea quae semel circumplicata est *μονόστροφος* vocetur, id est

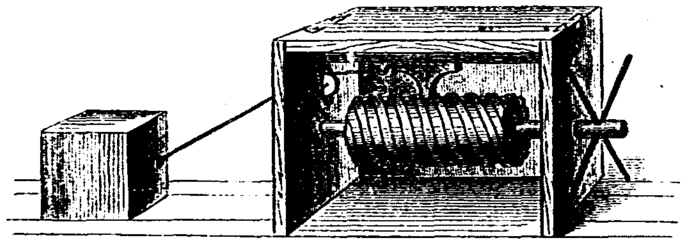




1) Conf. supra Pappi propos. 24, ubi accuratius omnia descripta sunt.

ὅς Sca pro *ὅ*   17. 18. *ἐπὶ τὴν — πλευράν* om. *Ge*   18. *ἐπιληϑη* (sine acc.) A, *ἐπιληϑῇ* Paris. 2368 S, corr. B *Sca*   19. *κύκλον* AB *Sca*, *κυλίνδρου* Paris. 2368 S   20. *κυλινδρησης* (sine acc.) A, *κυλινδρηϑείσης Ge*, corr. BS   22. *ὅσα δ' ἂν* ABS, *ὅσα ἂν Sca*, corr. *Hu*

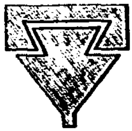
58 ἡ περὶ τὰ παρὰ ἑκάστου μέρους γινομένη γραμμή]. κατὰ αὐτῆς οὖν τῆς γραμμῆς σωλῆνα ἐντεμόντες εἰς τὸ βάθος τοῦ κυλίνδρου καὶ ἐκκόψαντες, ὥστε ἐν τῷ σωλῆνι τύλον



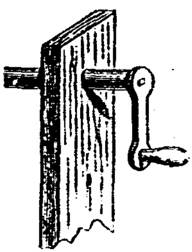
ἐναρμόσαι στερεόν, χρῶνται τῷ κοχλίᾳ οὕτως· τὰ ἄκρα αὐτοῦ στρογγύλα ποιήσαντες ἐναρμόζουσιν εἴς τινα διαπήγματα ἐν στρογγύλοις τρήμασιν, ὥστε εὐκόπως αὐτὸν στρέφεσθαι, ὑπὲρ δὲ τὸν κοχλίαν κανόνα διατιθέντες παράλληλον αὐτῷ σωλῆνα ἔχοντα μέσον ἐν τῇ ἄνω ἐπιφανείᾳ ἐναρμόζουσιν εἰς τοῦτον τὸν σωλῆνα τὸν εἰρημένον τύλον, ὥστε τὸ μὲν ἕτερον ἄκρον τοῦ τύλου μένειν ἐν τῷ τοῦ κοχλίου σωλῆνι, τὸ δὲ ἕτερον ἐν τῷ εἰρημένῳ ἑτέρῳ σωλῆνι τῷ ἐν τῷ κανόνι. ὅταν οὖν βούλωνται φορτίον κινεῖν διὰ τούτου τοῦ ὀργάνου, ὅπλον λαβόντες τούτου τὴν μὲν μίαν ἀρχὴν ἐξάπτουσιν ἐκ τοῦ φορτίου, τὴν δὲ ἑτέραν ἐκ τοῦ προειρημένου τύλου, καὶ τρημάτων ὄντων τῇ κεφαλῇ τοῦ κοχλίου σκυτάλας ἐμβαλόντες κατάγουσιν, καὶ οὕτως ὑπὸ τῆς ἕλικος ὁ τύλος παραγόμενος ἐν τῷ σωλῆνι ἐπισπᾶται τὸ ὅπλον δι' οὗ καὶ τὸ φορτίον. ἔξεστιν δὲ ἀντὶ τῶν σκυταλῶν χειρολάβην τινὰ περιθεῖναι τῷ ἄκρῳ τοῦ κοχλίου ὑπερέχοντι εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ διαπήγματος καὶ οὕτως στρέφοντα τὸν κοχλίαν ἐπισπᾶσθαι τὸ φορτίον. ἡ δ' ἐν τῷ κοχλίᾳ ἕλιξ ὁτὲ μὲν τετράγωνος γίνεται ὁτὲ δὲ φακοειδής, τετράγωνος μέν, ὅταν ὁ ἐν αὐτῷ σωλὴν ὀρθὰς ἔχῃ τὰς ἐντομάς, φακοειδὴς δέ, ὅταν λοξὰς καὶ εἰς μίαν συναγο-

1. παρὰ vel πέραθ' Hu, περὶ ABS, om. Ge γινόμενα A, sed prima m. corr. α in η 4. ἐναρμόσαι Sca, ἐναρμόσαντες ABS Ge 7. διατιθέντες Hu pro διατεθέντες 8. ἄνωι A, ἐναντίον coni. Hu

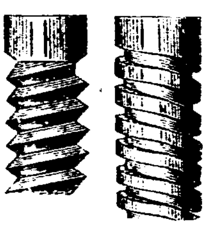
linea quae ab uno termino *illius quod supra posuimus lateris* incipiens ad alterum terminum *circa cylindrum* ducitur]. Iam



secundum hanc ipsam lineam in cylindri corpus canalem incidentes eumque ita excavantes, ut cum canali clavus solidus apte conveniat, cochlea utuntur hoc modo. Extremitates eius rotundas factas inserunt in iuga quaedam *ro*tundis foraminibus ita instructa, ut cochlea facile convertatur. Tum super cochlea regulam ipsi parallelam affigunt, cuius in mediam superficiem *cochleae* adversam canalis *incisus* est, quem in canalem cum quem diximus clavum inserunt, ita ut altera clavi extremitas in cochleae canali, altera autem in altero canali, qui est in regula, maneat. Itaque si



per hanc machinam onus movere volunt, funem adhibent, cuius unam extremitatem ex onere, alteram ex eo quem diximus clavo religant; et cum in capite cochleae foramina sint, in haec inserunt radios eosque deorsum premunt, quo facto clavus a cochlea per canalem, *qui est in regula*, deductus funem, itaque etiam onus secum trahet. Sed pro radiis etiam manubrium quoddam apponere licet cochleae extremitati extra



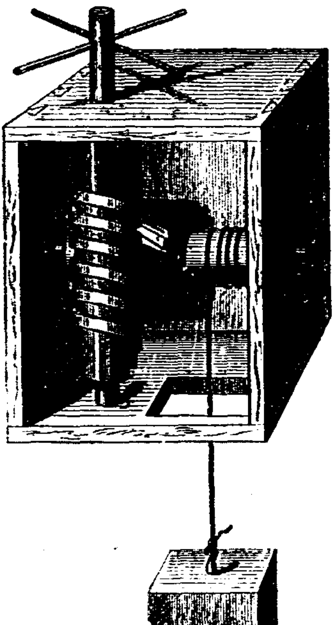
iugum prominenti, et sic cochleam convertere onusque adducere. Ceterum helix, quae in cochlea est, modo quadrata forma, modo lenticulari construitur, quadrata scilicet, si canalis eius incisiones perpendiculares, lenticulari autem, si obliquas et in unam lineam concurrentes

---

10. *μένειν ἐν Hu* pro *ἐν μὲν*   *τοῦ* add. *Hu*   11. 12. post *σωλῆνι* in A scripta fuerant *τούτου τοῦ*, sed haec erasa, tum *τὸ δὲ ἕτερον — διὰ τούτου* add. A[1] (an A[2]?) in margine   11. 12. *τῷ ἐν Hu* pro *τῶν ἐν*   17. *ἐπισπάσει Ge*   19. *χειρολαβεῖν τινα* A, *χειρολαβὴν τινα* BS *Ge*, accentum corr. *Hu*   21. *ἐπισπᾶσαι* (sic) *Ge*   22. *ὅτι μὲν — ὅτε δὲ*, ABS, accentus corr. *Hu*

μένας γραμμήν. καλεῖται δὲ ὁ μὲν τετράγωνος, ὁ δὲ φακωτός.

59 Ὅταν μὲν οὖν αὐτὸς καθ᾿ αὑτὸν ὁ κοχλίας ἐνεργῇ, ταύτην λαμβάνει τὴν κατασκευήν, γίνεται δὲ καὶ ἑτέρως· προσλαβόντες γάρ τινα ἑτέραν δύναμιν τὴν διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ περιτροχίῳ καλουμένου [κατασκευὴν] νοήσομεν τὸ περὶ τὸν ἄξονα τύμπανον ὠδοντωμένον εἶναι, κοχλίαν δέ τινα παρακεῖσθαι τῷ τυμπάνῳ ἤτοι ὀρθὸν κείμενον πρὸς τὸ ἔδαφος ἢ παράλληλον τῷ ἐδάφει, ἔχοντα τὴν μὲν ἕλικα ἐμπεπλεγμένην τοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπάνου τὰ δὲ ἄκρα ἐν στρογγύλοις τρήμασιν πολευόμενα ἔν τισιν διαπήγμασιν, καθάπερ καὶ προείρηται, καὶ ὑπεροχῆς οὔσης τοῦ ἄκρου τοῦ κοχλίου εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ διαπήγματος μέρος, ἤτοι

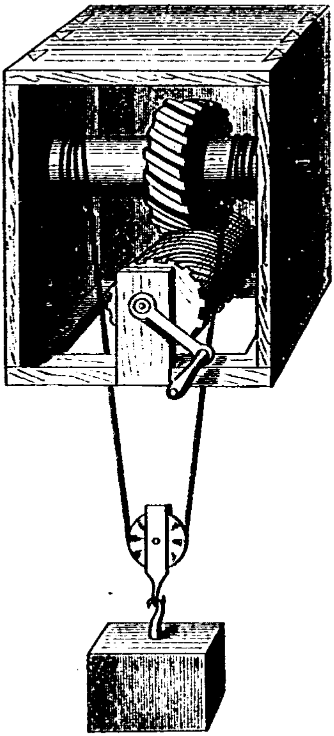


χειρολάβην τινὰ περικεῖσθαι, δι᾿ ἧς ἐπιστραφήσεται ὁ κοχλίας, ἢ τρήματα, ὥστε σκυταλῶν ἐμβληθεισῶν ὁμοίως ἐπιστρέφεσθαι αὐτόν. πάλιν οὖν τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα

5. προσλαβόντες γάρ *Hu* auctore *Co*, προσλαβόντες αὐτοῦ AB *Ge*, προσλαβόντος αὐτοῦ S 9. κατασκευὴν del. *Hu* 16. παράλληλος et 18. ἐμπεπλεγμένον A^1, corr. BS 24. υπεροχη (sine spir. et acc.) A (B), corr. S 28. χειρολαβήν τινα ABS *Ge* περιθεῖσθαι A *Ge*, corr. BS 30. οὖν BS, οὐ A

habet. Et illa quidem cochlea ipsa quadrata, haec lenticularis vocatur.

Hanc igitur constructionem cochlea habet, si sola per se agit; sed praeterea etiam alius eius est usus. Adsumptâ enim alia potentiâ, scilicet illius axis in peritrochio, de quo *supra* (*p. 1117*) diximus, fingemus id quod circa axem est tympanum dentatum, eique cochleam appositam esse vel perpendicularem ad solum vel ei parallelam, cuius helix dentibus tympani implicetur, extremitates autem in rotundis foraminibus, quae in iugis sunt, ut supra (*p. 1127*) diximus, versentur, et cum una cochleae extremitas extra iugum prostet, *statuemus* aut manubrium quoddam affixum esse, per quod cochlea circumvertetur, aut foramina *facta*, ut insertis radiis item convertatur cochlea. Rursus igitur ex onere *religatos* funes circa axem ad utramque tympani partem [1]) circumii-

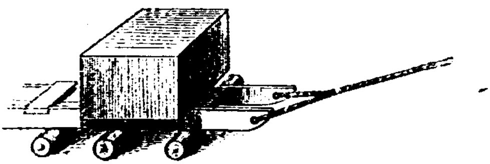


1) Graeca ἐφ' ἑκάτερα, ut in Latina interpretatione expressimus, ita in altera ex superioribus figuris significavimus duplici funis cirumplicatione. Sed vide ne haec ipsa ἐφ' ἑκάτερα invito Herone scripta sint, qui quidem, sicut simplicior ratio mechanica fert, supra (p. 1118, 3 sq.) praecipit, ut ex una tantum tympani parte funis axi circumplicetur.

περιβαλόντες περὶ τὸν ἄξονα ἐφ' ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου καὶ ἐπιστρέφοντες τὸν κοχλίαν, δι' οὗ καὶ τὸ ὠδοντωμένον τύμπανον, ἐπισπασόμεθα τὸ βάρος.

60 Αἱ μὲν οὖν κατασκευαὶ καὶ αἱ χρήσεις τῶν προειρημένων πέντε δυνάμεων δεδήλωνται, τίς δέ ἐστιν ἡ αἰτία, δι' ἣν δι' ἑκάστης αὐτῶν μεγάλα βάρη κινεῖται μικρᾷ παντάπασι δυνάμει, Ἥρων ἀπέδειξεν ἐν τοῖς μηχανικοῖς. ἐν δὲ τοῖς ἑξῆς ἐκ τοῦ γ' τῶν Ἥρωνος μηχανὰς γράψομεν πρὸς εὐκοπίαν καὶ λυσιτέλειαν ἁρμοζούσας, δι' ὧν πάλιν μεγάλα βάρη κινηθήσεται.

Τὰ μὲν οὖν ἀγόμενα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, φησίν, ἐπὶ χελώνας ἄγεται. ἡ δὲ χελώνη πῆγμά ἐστιν ἐκ τετραγώνων



ξύλων συμπεπηγός, ὧν τὰ ἄκρα ἀνασεσίμωται. τούτοις οὖν ἐπιτίθεται τὰ βάρη, καὶ ἐκ τῶν ἄκρων αὐτῶν ἤτοι πολύσπαστα ἐκδέννυται ἢ ὅπλων ἀρχαί. ταῦτα δὲ ἤτοι ἀπὸ χειρὸς ἕλκεται ἢ εἰς ἐργάτας ἀποδίδοται, ὧν περιαγομένων ἡ χελώνη ἐπὶ τοῦ ἐδάφους σύρεται ὑποβαλλομένων σκυταλίων ἢ σανίδων. ἐὰν μὲν γὰρ μικρὸν ᾖ τὸ φορτίον, σκυτάλαις χρῆσθαι δεῖ, ἐὰν δὲ μεῖζον, ταῖς σανίσιν διὰ τὸ ταύτας μὴ εὐκόλως σύρεσθαι· αἱ γὰρ σκυτάλαι κυλιόμεναι κίνδυνον ἔχουσιν τοῦ φορτίου ὁρμὴν λαβόντος. ἔνιοι

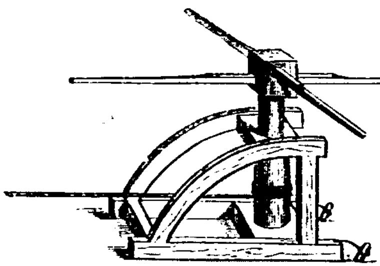
---

1. περιλαβόντες ABS Ge, corr. Sca 8. τῶν] τοῦ Ge γράψομεν Hu auctore Co pro γράφομεν 10. κινήσεται Ge 11. 12. ὑπὸ χελώνης coni. Hu 12. ἐκ τετραγώνων Hu (ex quattuor Co) pro ἑκατέρα γωνιῶν 13. τούτοις Hu pro ταύταις 15. ἐκδέννυνται Paris. 2368 S, ἐκδύνεται Ge 16. ἀποδίδεται ABS, referuntur Co, corr. Hu 21. λαβόντες AS, corr. B

cientes et cochleam ac per eam ipsam tympanum dentatum convertentes onus attrahemus.

Constructiones igitur et usus earum quas supra (*p. 1117*) diximus quinque potentiarum exposuimus; quae autem causa sit, cur per unamquamque earum magna pondera parva utique vi moveantur, Hero demonstravit in mechanicis. Iam nos deinceps ex tertio Heronis libro describemus machinas ad facilem et lucrosum usum aptas, per quas rursus magna pondera movebuntur.

Quae igitur, inquit, in solo ducuntur, per chelonam moventur. Est autem chelona iugum ex quadratis lignis compactum, quorum extremitates retusae sunt. His igitur onera imponuntur, et ex extremitatibus lignorum vel polyspasta vel funium capita religantur. Ac funes quidem vel manu adducuntur vel ad ergatas [1]) applicantur, qui cum circumaguntur, chelona suppositis scutulis vel asseribus in solo



trahitur. Etenim si parvum onus sit, scutulis utendum est, sin vero maius, asseribus, quippe in quibus *chelona* minus facile trahatur; scutulae enim, dum volvuntur, periculum praebent, si *forte* onus impetum quendam susceperit. Non-

1) Ergata (*Winde, vindas*) est genus suculae (*Haspel, treuil*) erectum, suis fulcimentis et sua veluti basi nixum, quod ambientibus machinam vectiariis ac brachiis et pectoribus conitentibus versatur. Vide interpretes ad Vitruv. 10, 4 et Stephani thesaurum. Ex Graecis scriptoribus eandem machinam praeter Heronem commemorat Bito de constructione bellic. machin. (Mathem. vet. ed. Thevenot) p. 110 extr.

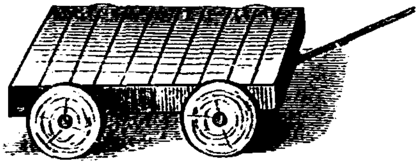
δὲ οὔτε σκυτάλαις οὔτε σανίσι χρῶνται, ἀλλὰ τροχοὺς νάστοὺς προσθέντες ταῖς χελώναις ἄγουσιν.

61 *λβʹ. Ἐπὶ δὲ τῶν εἰς ὕψος βασταζομένων φορτίων, φησίν, μηχαναὶ γίνονται αἱ μὲν μονόκωλοι, αἱ δὲ δίκωλοι, αἱ δὲ τρίκωλοι, αἱ δὲ τετράκωλοι. αἱ μὲν οὖν μονόκωλοι οὕτως· ξύλον εὔτονον λαμβάνεται ὕψος ἔχον μεῖζον ἢ οὗ βουλόμεθα τὸ φορτίον μετεωρίσαι, κἂν μὲν αὐτὸ καθ' αὑτὸ ἰσχυρὸν ᾖ, ὅπλον βάλλοντες περὶ αὐτὸ [καὶ σφίγγοντες] καὶ διαμηρυόμενοι κατὰ ἐπείλησιν ἀποσφίγγουσιν. τῶν δὲ ἐπειλήσεων τὸ μεταξὺ διάστημα οὐ πλεῖον γίνεται παλαιστῶν δʹ, καὶ οὕτως εὐτονώτερόν τε γίνεται τὸ ξύλον καὶ αἱ τοῦ ὅπλου ἐπειλήσεις ὥσπερ βαθμοὶ τοῖς ἐργαζομένοις καὶ βουλομένοις εἰς τὸ ἄνω μετεωρίζεσθαι εὔχρηστοι γίνονται. ἐὰν δὲ μὴ ᾖ εὔτονον τὸ ξύλον, ἐκ πλειόνων συμβλητὸν γίνεται. [στοχάζεσθαι δεῖ τῶν μελλόντων βαστάζεσθαι φορτίων, ὅπως μὴ ἀσθενέστερον τὸ κῶλον ὑπάρχῃ.] ἵσταται οὖν τὸ κῶλον ὀρθὸν ἐπί τινος ξύλου καὶ ἐκ τοῦ ἄκρου αὐτοῦ ὅπλα ἐκδέννυται τρία που ἢ τέσσαρα καὶ ἀποτεθέντα ἀποδίδοται πρός τινα μένοντα χωρία, ὅπως τὸ ξύλον, ὅπου ἄν τις βιάζηται, μὴ παραχωρῇ κατεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀποτεταμένων ὅπλων. ἐκ δὲ τοῦ ἄνω μέρους αὐτοῦ πολύσπαστα ἐξάψαντες καὶ ἀποδιδόντες εἰς τὸ φορτίον ἐπισπῶνται ἤτοι ἀπὸ χειρὸς ἢ εἰς ἐργάτας ἀποδόντες, εἰς ὅταν μετεωρισθῇ τὸ φορτίον. κἂν δέῃ τὸν λίθον ἐκτεθῆναι ἐπὶ τεῖχος ἢ ὅπου βούλεταί τις, ἐκλύσαντες ἓν τῶν*

---

1. *οὗ ταῖς σκυτάλαις* A, corr. BS   3. *λβʹ* add. BS   7. *καθ' αὑτὸ* om. *Ge*   8. *καὶ σφίγγοντες* scholiasta addidisse videtur ad ipsa *καὶ διαμηρυόμενοι κατὰ ἐπείλησιν* explicanda   12. *ὡς περιβασμοι* (sine acc.) A, *ὡς περὶ βασμοῖς* B, *περιβασμοῖς* Paris. 2368 S, corr. *Hu*   13. *μετεωρίζεσθαι Hu* pro *μέρος ἐργάζεσθαι*   *γίνονται* BS, *γίνεται* A   18. *ἐκδύνεται Ge*   *ἢ* A[2] supra rasuram   *ἀποτεθέντα*, nisi interpolatum est, ex *καταχθέντα* corruptum esse videtur   22. *ἀποδόντες* coni. *Hu*   23. 24. *εἰς ὅτ' ἂν* A(BS), *καὶ ὅταν Ge* auctore *Co*, *ἕως ἂν* coni. *Hu*   24. *κἂν* BS, *καὶ* A *Ge*   *ἐκτεθῆναι* B *Ge*, *ειτεθῆναι* (sine spir.) A, *ἐκτεθεῖναι* Paris. 2368 S. *ἐπιθεῖναι* vel *ἐπενθεῖναι Hu*   25. *ἑλκύσαντες* A[1], corr. A[2](BS)

nulli autem neque scutulis neque asseribus utuntur, sed rotas densas chelonis apponunt atque ita eas promovent.



XXXII. Sed ad onera, inquit, sursum tollenda machinae construuntur vel *μονόκωλοι sive ex uno membro constantes*, vel bimembres vel trimembres vel quadrimembres [1]. Et *μονόκωλοι* quidem sic *se habent*. Lignum firmum sumitur altitudine maiore quam ad quantam onus tollere volumus, atque, etsi ipsum per se firmum sit, *tamen* funem circumiicientes et per ambitus *helicis similes* revolventes adstringunt. Intervalla autem *singulorum* ambituum non maiora fiunt quam IV palmorum [2]; ac sic et firmius fit lignum et funis ambitus tamquam gradus inserviunt operariis, cum in altum escendere volunt. At si lignum *per se* non *satis* firmum sit, ex pluribus coagmentatur. Hoc igitur *fulmentum, quod κῶλον vocant*, erigitur in tabulato quodam, et ex fastigio eius tres fere vel quattuor funes religantur et demissi (?) referuntur ad stabilia aliqua loca, ne lignum (*i. e. ipsum κῶλον quod diximus*), in quamcunque partem *onus* tollendum sit, labatur, *sed* funibus intentis *firmatum* detineatur. Ex fastigio autem eius polyspasta religantes, *quorum funes ab altera parte* ad onus referuntur, *ab altera* vel manibus *trahuntur* vel ad ergatas applicantur, onus attrahunt, donec in sublime elevatum sit. Quo facto, si lapidem in muro, vel ubicunque quis voluerit, deponere oporteat, funium, qui ex fastigio alligati sunt, unum, et quidem eum qui est ex parte

1) Machina *μονόκωλος* propterea dici videtur, quod ex uno ligno constat, qualem Vitruvius 10, 5 longiore expositione, sed ea non ex Heronis mechanicis repetita, describit. Itaque *δίκωλος* machina duobus lignis nititur, *τρίκωλος* tribus cet. Cuiusmodi plurium lignorum machinae a Vitruvio 10, 3. 4 significatae eorumque delineamenta in editionibus adumbrata sunt.

2) Id est iuxta hodiernam mensuram 0,35m.

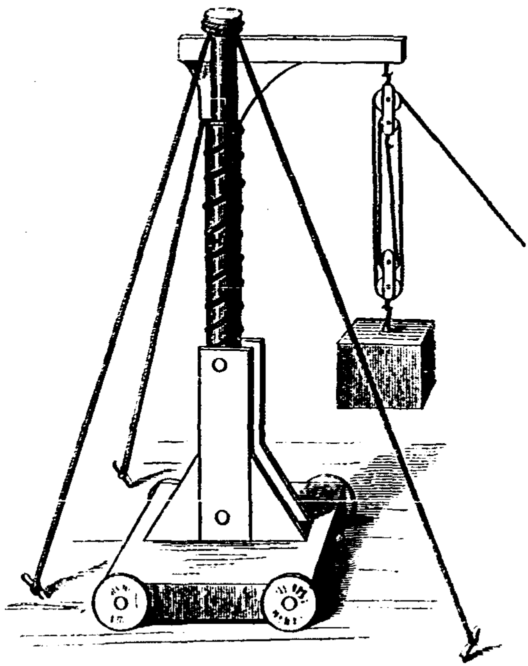
ἐκδεννυμένων ἐκ τοῦ ἄκρου ὅπλων τὸ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ φορτίου κείμενον ἐγκλίνουσιν τὸ κῶλον, ἢ τὰς σκυτάλας ὑποβάλλοντες ὑπὸ τὸ φορτίον ἐν τοῖς μέρεσιν, ἐν οἷς ἡ σφενδόνη ἐν τῷ λίθῳ οὐκ ἐπείληται, χαλῶσι τὰ ἀγόμενα τῶν πολυσπάστων ἄχρι ἂν ἐπικαθίσῃ τὸ φορτίον ταῖς σκυτάλαις, εἶτ' ἐκλύσαντες τὴν σφενδόνην μοχλεύουσι τὸ φορτίον ἄχρι οὗ εἰς ὃν βούλονται τόπον παράξωσιν. εἶτα πάλιν τὸ ὑποκείμενον τῷ κώλῳ ξύλον ὅπλῳ ἐπισπασάμενοι ἀπὸ χειρὸς περιάγουσιν ἐπὶ ἕτερον μέρος τοῦ οἰκοδομήματος ἅμα ἀνιέντες τοὺς ἀποτόμους, καὶ πάλιν ἐκδήσαντες χρῶνται, ὡς προείρηται.

* * *

---

1. *ἐκδεδυμένων* Ge, *ἐκδεδεμένων* coni. *Hu* 2. *ἐκκλίνουσι* BS 4. *ἐπεύληται* A^s, *ἐπειλῆται* BS Ge 5. *ἄχρις* BS, item vs. 7. 7. *εἶτα* *Hu* pro *εἶτε* 8. *ὅπλῳ* BS, *ὅπλων* A Ge 10. *τοὺς ἀποτόμους*] forsitan in *τοὺς ἀπο* lateat *τὰ ὅπλα*; sed reliqua tam dubia sunt, ut nefas esse videatur coniecturae indulgere 11. in fine add. *τέλος* B, *σὺν θεῷ τῶν συναγωγῶν Πάππου τέλος* S.

oneri opposita, relaxantes fulmentum inclinant *onusque suó loco deponunt*, vel scutulas oneri in ea parte, in qua funda (*i. e. vinculum, quo funis lapidi conectitur*) non indita est, supponentes *iam* funes polyspastorum, *usquedum* attractos, relaxant, donec onus scutulis insederit, tum vinculo soluto onus vectibus



promovent, quoad in eum quo voluerint locum perduxerint. Tum rursus tabulatum, quod fulmento suppositum est, funibus attrahentes per manus deducunt ad aliam aedificii partem ac simul funes, *qui circa polyspasta sunt*, remittunt, quo facto rursus *onus aliud* alligant et *machina* utuntur ea qua diximus ratione.

* * *

DE FIGURIS QUAE PAG. 1116—1135 DESCRIPTAE SUNT ADNOTATIO.

Figurarum quae ad Heronis mechanica pertinent lineamenta olim a nobis descripta sunt ex codice Scaligerano; sed et haec misera corrupta esse statim cognovimus nec multo meliora in reliquis libris manu scriptis exstare meminimus. Itaque maxime quidem ex ipsius scriptoris de iis figuris disserentis oratione, partim etiam secundum Commandini auctoritatem species quasdam, sin minus veras, tamen, quantum eius fieri potuit, probabiles adumbravimus. Ubicunque autem Graeci scriptoris verba ad tales machinas spectare videbantur, quales hodieque in usu sunt, species exhibuimus ad eum quem diximus recentiorem usum accommodatas, quarum exempla cum aliis in libris mechanicis tum in institutionibus physicis et meteorologicis ab Joh. Muellero compositis reperiuntur. Prorsus ex nostra coniectura adumbratae sunt figurae quae p. 1124, p. 1127 primo loco, p. 1129 occurrunt; denique p. 1135 ad speciem a Commandino temptatam addidimus funis circa lignum erectum circumiecti descriptionem et praeterea, quemadmodum lignum commode inclinari posset (p. 1134, 2), significavimus.

SUPPLEMENTA

IN

PAPPI ALEXANDRINI COLLECTIONEM.

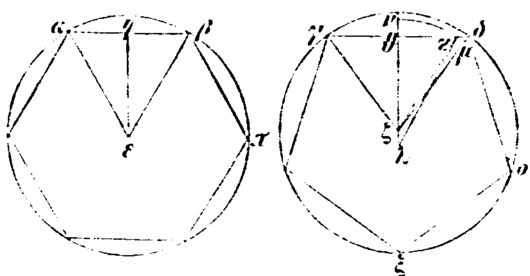
* * * *

Ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερος ὁ κύκλος.

Προληπτέον δὴ πρότερον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπλεύρων εὐθυγράμμων καὶ κύκλοις περιεχομένων τὸ πολυγωνότερον μεῖζόν ἐστιν.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο εὐθύγραμμα ἰσόπλευρα καὶ ἰσοπερίμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ καὶ ἔστωσαν κύκλοις περιλαμβανόμενα, καὶ πολυγωνότερον τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν περὶ αὐτὰ κύκλων τὰ κέντρα τὰ Ε Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ ΓΖ ΖΔ, καὶ ἤχθωσαν



ἀπὸ τῶν Ε Ζ ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ κάθετοι αἱ ΕΗ ΖΘ. φανερὸν δὴ ὅτι μείζων ἡ ΓΔ τῆς ΒΑ· τὸ γὰρ αὐτὸ εἰς ἐλάττονα τῷ πλήθει διαιρούμενον, ὡς νῦν ἡ τοῦ πενταγώνου διαίρεσις ἐλάττων οὖσα τῷ πλήθει τῆς τοῦ ἑξαγώνου διαι-

---

7. τὰ Α̅ Β̅ Γ̅ Δ̅, et similiter posthac codex paene omnes litteras geometricas separatas ac singulas vel linea transversa ¯ vel obliqua ′

I.

ANONYMI COMMENTARIUS DE FIGURIS PLANIS ISOPERIMETRIS.

ACCEDIT FRAGMENTUM DE FIGURIS SOLIDIS AEQUALEM SUPERFICIEM HABENTIBUS.

Figurarum aequalem ambitum habentium circu- Prop. 9
lum maximum spatium complecti[1].

Iam primum hoc praemittendum est: figurarum recti- Prop. 1
linearum aequilaterarum et circulis inscriptarum, quae aequalem ambitum habent, eam *semper* quae plures angulos habet maiorem esse.

Exponantur enim duae *figurae* isoperimetrae rectilineae aequilaterae (quae circulis contineantur, *id est, duo polygona regularia*) $\alpha\beta\pi$ $\gamma\delta o$, et plures habeat angulos *polygonum* $\alpha\beta\pi$ quam $\gamma\delta o$; dico $\alpha\beta\pi$ maius esse quam $\gamma\delta o$.

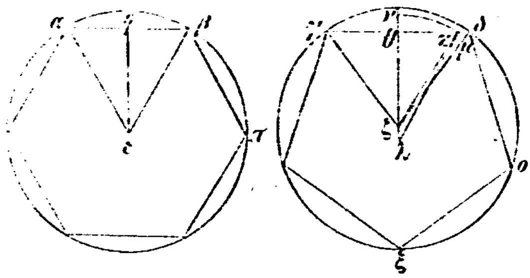
Sumantur enim circulorum, qui circa *polygona* sunt, centra ε ζ, et iungantur $\varepsilon\alpha$ $\varepsilon\beta$ $\zeta\gamma$ $\zeta\delta$, et a punctis ε ζ ad rectas $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ ducantur perpendiculares $\varepsilon\eta$ $\zeta\vartheta$. Iam apparet rectam $\gamma\delta$ maiorem esse quam $\alpha\beta$; nam eadem *magnitudo* (velut nunc pentagoni perimetrus quae hexagoni perimetro

1) Quod Graecus scriptor posuit πολυχωρητότερος, id ab ipso novatum esse videtur, qui quidem infra, ubi hanc propositionem repetit ac demonstrat, secundum veterum dicendi usum μείζων scribit.

---

distinctas exhibet 8. πολυγωνιότερον descripsi ex codice 14. πενταγώνου] πεντα et supra α compendium ΓΝδ' cod.

ρέσεως, εἰς μείζονα τῷ μεγέθει διαιρεῖται, ἔστι δὲ τὸ αὐτὸ διὰ τὸ ἰσοπερίμετρα δεδόσθαι εἴδη ἀμφότερα· καὶ ἡ ΓΘ ἄρα τῆς ΔΗ μείζων ἐστί. κείσθω τῇ ΔΗ ἴση ἡ ΘΚ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ. ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΓΔ, ὃ μέρος ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ὅλης περιμέτρου, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ κατὰ τὴν ΓΔ τμῆμα τοῦ περὶ τὸ ΓΔΟΞ κύκλου * * * πρὸς ὅλον τὸν κύκλον, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία πρὸς δ' ὀρθάς. ἴση δὲ ἡ τοῦ ΓΔΟ περίμετρος τῇ τοῦ ΑΒΠ· ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒΠ περίμετρον, οὕτως ἡ ὑπὸ ΓΖΔ πρὸς δ' ὀρθάς. ἀλλ' ὡς ἡ τοῦ ΑΒΠ περίμετρος



πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΑΒ, ἡ ὑπὸ ΓΖΔ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ τὰ ἡμίση ἄρα ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΑΗ, τουτέστι πρὸς ΘΚ, ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΗ. μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ, ὡς δειχθήσεται· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ ἄρα πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΗ τῆς ὑπὸ ΚΖΘ. ἴση δὲ ἡ πρὸς τῷ Η τῇ πρὸς τῷ Θ (ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα)· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΗ μείζων τῆς ὑπὸ ΖΚΘ. συνεστάτω δὴ πρὸς τῷ Κ τῇ ὑπὸ ΕΑΗ ἴση ἡ ὑπὸ ΛΚΘ, καὶ συμβαλ-

---

2. *δεδόσθαι* scriptor eodem sensu quo vetustiores *ὑποκεῖσθαι* posuit   *εἴδη*] *ει* et superscr. *ση* (voluit *δη*) cod.   4. *τὸ ΓΔ ὃ* Hu pro *τὸ* $\overline{Γ}$ $\overline{Δ}$ $\overline{O}$ 6. *κατὰ τὴν ΓΔ* Hu pro *κατὰ τὴν* $\overline{O}$ $\overline{Δ}$ *περὶ τὸ ΓΔΟΞ*, scil. *εὐθύγραμμον ἰσόπλευρον* cet.] duo polygona regularia,

aequalis supposita est) minore divisore divisa in maiores partes dividitur; ergo etiam $\gamma\vartheta$ maior est quam $\alpha\eta$. Ponatur $\vartheta\varkappa = \alpha\eta$, et iungatur $\zeta\varkappa$. Iam quia *polygonum* $\gamma\delta o$ aequilaterum est, quota pars est recta $\gamma\delta$ totius perimetri, eadem pars est circumferentia [1]) $\gamma\delta$ circuli *polygono* $\gamma\delta o$ circumscripti; *est igitur*

$$\gamma\delta : \textit{perim.}\ \gamma\delta o = \textit{circumf.}\ \gamma\delta : \text{circul.}\ \gamma\delta o, \text{ id est } (\textit{elem.}\ 6, 33)$$

$$= \angle\, \gamma\zeta\delta : 4R. \quad \text{Sed est}$$

$$\text{perim.}\ \gamma\delta o = \text{perim.}\ \alpha\beta\pi; \text{ ergo}$$

$$\gamma\delta : \text{perim.}\ \alpha\beta\pi = \angle\, \gamma\zeta\delta : 4R. \quad \text{Sed est}$$

$$\text{perim.}\ \alpha\beta\pi : \alpha\beta = 4R : \angle\, \alpha\varepsilon\beta; \text{ ergo ex aequali}$$

$$\gamma\delta : \alpha\beta = \angle\, \gamma\zeta\delta : \angle\, \alpha\varepsilon\beta; \text{ itaque etiam dimidiae partes}$$

$$\gamma\vartheta : \alpha\eta = \angle\, \gamma\zeta\vartheta : \angle\, \alpha\varepsilon\eta, \text{ id est}$$

$$\gamma\vartheta : \vartheta\varkappa = \angle\, \gamma\zeta\vartheta : \angle\, \alpha\varepsilon\eta. \quad \text{Sed est, ut } \textit{proxima propositione} \text{ demonstrabitur,}$$

$$\gamma\vartheta : \vartheta\varkappa > \angle\, \gamma\zeta\vartheta : \angle\, \vartheta\zeta\varkappa; \text{ ergo etiam}$$

$$\angle\, \gamma\zeta\vartheta : \angle\, \alpha\varepsilon\eta > \angle\, \gamma\zeta\vartheta : \angle\, \vartheta\zeta\varkappa.$$

Sed ad quod, *inquit Euclides elem.* 5, *10*, idem maiorem proportionem habet, illud minus est; ergo est

$$\angle\, \alpha\varepsilon\eta < \angle\, \vartheta\zeta\varkappa. \quad \text{Sed anguli } \eta\ \vartheta, \text{ ut recti, aequales sunt; ergo per subtractionem}$$

$$\angle\, \varepsilon\alpha\eta > \angle\, \zeta\varkappa\vartheta.$$

Iam ad punctum $\varkappa$ angulo $\varepsilon\alpha\eta$ aequalis construatur angulus

1) Graecus scriptor hoc loco *τμῆμα*, i. e. segmentum sive portionem totius circumferentiae vel, quod nostrates dicunt, arcum, posuit.

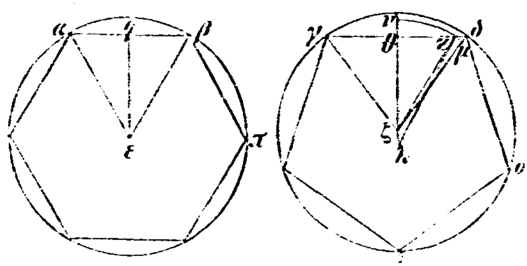
---

de quibus hoc theoremate agitur, figurae in codice delineatae, quarum formas accurate repetivimus, litteris *αβπ γδοξ* distincta exhibent; ergo scriptor huius commentarii hoc quidem loco plenam figurae notationem per verborum contextum repetivit, aliis autem locis vel *ΓΔΟ* (itemque *ΑΒΠ*), vel brevius etiam *ΓΔ ΑΒ* scripsit * * *] nullum lacunae, quam ego in Lat. interpretatione explevi secundum Pappum V p. 308, 21 sqq., indicium in codice 9. 10 *ἡ ὑπὸ ΓΖΔ Θα* pro *ἡ ὑπὸ $\overline{Γ}$ $\overline{Ξ}$ $\overline{Δ}$*

λέτω ἡ ΚΛ τῇ ΘΖ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Λ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΛΚΘ τῷ ΕΛΗ, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΛΗ πρὸς ΗΕ, ἡ ΘΚ πρὸς ΘΛ. καὶ ἐναλλάξ. ἴση δὲ ἡ ΛΗ τῇ ΚΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΗ τῇ ΘΛ, ὥστε μείζων ἡ ΕΗ τῆς ΘΖ. ἴση δὲ ἡ περίμετρος τῇ περιμέτρῳ. μεῖζον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ ΑΒ περιμέτρου καὶ τῆς ΕΗ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΓΔ καὶ τῆς ΖΘ, ὥστε καὶ τὰ ἡμίση· μεῖζον ἄρα τὸ ΑΒΠ τοῦ ΓΔΟ.

Ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ, δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.

Κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ διαστήματι δὲ τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΘ, τὸ ΔΚΖ τρί-



γωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ ΔΚ πρὸς ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα. καὶ συνθέντι. ἀλλ' ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ.

Ἐπὶ τούτοις δεικτέον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων εὐθυγράμμων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ

---

9. *Ὅτι δὲ* cet.] hinc incipit Augusti Mau apographum 11. *ἀστρονόμου*] conf. adnot. 2 ad Latina 15. 16. *ὡς ἡ Γ̄ Κ̄ πρὸς Κ̄ Θ̄ τὸ Γ̄ Κ̄ Ζ̄ τρίγωνον — ἡ Γ̄ Κ̄* cod., corr. *Hu* 18. *ἀλλ' ὡς*] prima codicis scriptura *ἄλλως* correcta est additis in rasura apostropho et spiritu aspero 19. *ἄρα* add. *Hu*

$\lambda\varkappa\vartheta$, et recta $\varkappa\lambda$ rectae $\vartheta\zeta$ productae occurrat in puncto λ; ergo triangula $\varepsilon\alpha\eta$ $\lambda\varkappa\vartheta$ similia sunt, itaque

$\alpha\eta : \eta\varepsilon = \varkappa\vartheta : \vartheta\lambda$, et vicissim

$\alpha\eta : \varkappa\vartheta = \eta\varepsilon : \vartheta\lambda$. Sed *ex constructione* est $\alpha\eta = \varkappa\vartheta$; ergo etiam

$\eta\varepsilon = \vartheta\lambda$; itaque

$\eta\varepsilon > \vartheta\zeta$. Sed perimetrus $\alpha\beta\pi$ aequalis est perimetro $\gamma\delta o$; ergo

$\eta\varepsilon \cdot$ perim. $\alpha\beta\pi > \vartheta\zeta \cdot$ perim. $\gamma\delta o$, itaque etiam dimidiae partes[1]; ergo *polygonum* $\alpha\beta\pi$ maius est *polygono* $\gamma\delta o$.

Sed rectam $\gamma\vartheta$ ad $\vartheta\varkappa$ maiorem proportionem habere quam angulum $\gamma\zeta\vartheta$ ad $\vartheta\zeta\varkappa$ Theo quidem in commentario ad parvum astronomum[2]) demonstravit; nihilo tamen minus *a nobis* idem nunc demonstrabitur[3]). Prop. 2

Centro enim ζ intervalloque $\zeta\varkappa$ describatur circuli circumferentia $\mu\varkappa\nu$, et producatur recta $\zeta\vartheta$ ad punctum ν. Iam quia est (*elem.* 6, 1)

$\delta\varkappa : \varkappa\vartheta = \Delta\, \delta\varkappa\zeta : \Delta\, \varkappa\zeta\vartheta$, est igitur

$\delta\varkappa : \varkappa\vartheta >$ sector $\zeta\mu\varkappa$: sect. $\zeta\varkappa\nu$, et componendo (*Papp. VII propos.* 5) $\delta\vartheta$, *id est*

$\gamma\vartheta : \vartheta\varkappa >$ sect. $\zeta\mu\nu$: sect. $\zeta\varkappa\nu$. Sed ut sectores, ita inter se sunt anguli (*elem.* 6, 33 *coroll.*); ergo

$\gamma\vartheta : \vartheta\varkappa > \angle\, \delta\zeta\vartheta$, *id est* $\gamma\zeta\vartheta : \angle\, \vartheta\zeta\varkappa$.

Post haec demonstrandum est polygonorum quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent maximum esse aequilaterum et aequiangulum. Sed ante eam de- Prop. 3

1) Conf. supra vol. I p. 311 adnot. 2.

2) De μικρῷ ἀστρονόμῳ, quem rectius scholiasta in titulo Pappi libri VI τὸν μικρὸν ἀστρονομούμενον (scil. τόπον) dixit, conf. adnot. 1 ad p. 475. Ergo hic scriptor anonymus, nisi forte Theonis commentarium in librum Ptolemai compositionis, id est in μέγαν ἀστρονόμον, per errorem ad μικρὸν retulit, in manibus habuit alium commentarium sive ad Theodosii sphaerica (conf. Papp. p. 310, 5) sive ad alium illius collectionis librum ab eodem Theone scriptum.

3) Haec verba ad similitudinem Pappi p. 312, 25 — 314, 1 composita esse apparet.

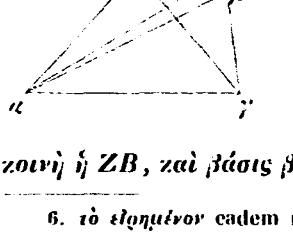
ἰσογώνιον. πρὸ δὲ τῆς τούτου δείξεως προληπτέα λημμάτιά τινα, καὶ πρῶτον τὸ τοιοῦτον.

Δοθέντος ἀνισοσκελοῦς τριγώνου περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τρίγωνον ἰσοπερίμετρον καὶ ἰσοσκελὲς συστήσασθαι.

Ἔστω δοθὲν ἀνισοσκελὲς τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὸ εἰρημένον. τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ. τετμήσθω δὲ καὶ συναμφότερος ἡ ΑΒΓ δίχα κατὰ τὸ Κ, καὶ ᾧ μεῖζον δύναται ἡ ΚΑ τῆς ΑΔ, δυνάσθω ἡ ΔΖ (ὅτι γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς ΑΔ δῆλον διὰ τὸ τὴν ΑΕ ἴσον δύνασθαι τοῖς ΑΔ ΔΕ· καὶ γὰρ τὸ Κ μεταξὺ τῶν Ε Β ἀνάγκη εἶναι, ὡς ἔστι σαφὲς ἐπιζευχθείσης τῆς ΕΓ, ἥτις ἐλάττων μέν ἐστι τῶν ΓΒ ΒΕ, ἴση δὲ τῇ ΕΑ). ἐπεζεύχθωσαν οὖν αἱ ΖΑ ΖΓ· λέγω οὖν ὅτι τὸ ΑΖΓ ἰσοσκελὲς ὂν ἰσοπερίμετρόν ἐστι τῷ ΑΒΓ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΚΑ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΑΔ ΔΖ, ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΖ ἴσον τοῖς αὐτοῖς, ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΑΚ, ὥστε καὶ τὰ διπλάσια· αἱ ἄρα ΑΖ ΖΓ ἴσαι ταῖς ΑΒ ΒΓ· ἰσοπερίμετρον ἄρα τὸ ΑΖΓ τῷ ΑΒΓ.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ μεῖζον τὸ ΑΖΓ τοῦ ΑΒΓ.



Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΖΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΑ, καὶ κείσθω τῇ ΖΓ ἴση ἡ ΖΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΘΒ ΒΑ μείζους τῆς ΘΑ, ἡ δὲ ΘΑ ἴση ταῖς ΑΖ ΖΓ, τουτέστι ταῖς ΑΒΓ, καὶ αἱ ΘΒ ΒΑ ἄρα μείζους τῶν ΑΒ ΒΓ· ὥστε κοινῆς ἀφαιρουμένης τῆς ΑΒ μείζων ἡ ΘΒ τῆς ΒΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΘΖ τῇ ΖΓ ἴση, καὶ κοινὴ ἡ ΖΒ, καὶ βάσις βάσεως μείζων, καὶ γωνία ἄρα γωνίας

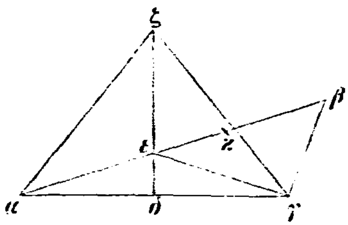
---

6. *τὸ εἰρημένον* eadem ratione positum redit infra p. 1146, 17; at ex vetustiore dicendi usu exspectaveris potius *τὸ προκείμενον* 8. *συναμφότερ°* cod. 10. *μεῖζον ἐστὶ* cod. *τῆς ΑΔ* Hu pro *τῆς* $\overline{\Delta}$ $\overline{E}$ *ἴσον* cod., item posthac 11. *τοῖς* add. Hu 14. *λέγω οὖν*] *λέγω δὴ* Hu 16. *τοῖς ἀπὸ* $\overline{\Delta}$ $\overline{\Delta}$ $\overline{\Delta}$ $\overline{Z}$ cod., corr. Hu 31. *ἄρα* add. Hu

monstrationem praemittenda sunt lemmata quaedam, quorum primum est huiusmodi.

PRIMUM LEMMA.

Dato triangulo non aequicruri in eadem basi triangulum aequicrure isoperimetrum constituatur. Prop. 3



Datum sit triangulum non aequicrure $\alpha\beta\gamma$, *cuius basis* $\alpha\gamma$ *et maius latus* $\alpha\beta$*), et oporteat fieri id quod diximus. Secetur $\alpha\gamma$ bifariam in puncto δ, et a δ ipsi $\alpha\gamma$ perpendicularis ducatur $\delta\zeta$. Sed etiam summa rectarum $\alpha\beta + \beta\gamma$ bifariam secetur in puncto z, et sit $\delta\zeta^2 = \alpha z^2 - \alpha\delta^2$**); nam manifesto recta αz maior est quam $\alpha\delta$ propterea quod est $\alpha\varepsilon^2 = \alpha\delta^2 + \delta\varepsilon^2$, ac necessario punctum z inter ε β cadit, id quod apparet iunctâ $\varepsilon\gamma$, quae minor est quam $\varepsilon\beta + \beta\gamma$ et aequalis ipsi $\alpha\varepsilon$***). Iam iungantur $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$; dico triangulum aequicrure $\alpha\zeta\gamma$ aequalem triangulo $\alpha\beta\gamma$ perimetrum habere.

Quoniam enim *ex hypothesi* est

$$\alpha z^2 = \alpha\delta^2 + \delta\zeta^2, \text{ et } \textit{ex constructione}$$
$$\alpha\zeta^2 = \alpha\delta^2 + \delta\zeta^2, \text{ est igitur}$$
$$\alpha\zeta = \alpha z; \text{ ergo etiam dupla, id est}$$
$$\alpha\zeta + \zeta\gamma = \alpha\beta + \beta\gamma;$$

ergo triangulum $\alpha\zeta\gamma$ aequalem triangulo $\alpha\beta\gamma$ perimetrum habet.

Iam dico triangulum $\alpha\zeta\gamma$ maius esse triangulo $\alpha\beta\gamma$. Prop. 4

Iungatur enim $\zeta\beta$, et producatur $\alpha\zeta$, et ponatur $\zeta\vartheta = \zeta\gamma$, et iungatur $\vartheta\beta$. Iam quia sunt

$$\vartheta\beta + \beta\alpha > \vartheta\alpha, \text{ et}$$
$$\vartheta\alpha = \alpha\zeta + \zeta\gamma, \text{ id est}$$
$$= \alpha\beta + \beta\gamma, \text{ sunt igitur}$$

*) Haec, quia ex ipsa figura efficiuntur, silentio scriptor praetermisit.

**) Sic scriptor huius commentarii rectam $\delta\zeta$ verbis paulo expeditioribus definivit quam Zenodorus propos. 6 (vide infra).

***) Hunc igitur in modum scriptor argumentatur: Si sint tres rectae, velut $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\beta$ $\beta\gamma$, et si sit $\alpha\beta > \beta\gamma$ (vide initium huius problematis), et $\alpha\varepsilon < \varepsilon\beta + \beta\gamma$, punctum dimidiatae rectarum $\alpha\varepsilon + \varepsilon\beta + \beta\gamma$ sectionis cadit inter ε β.

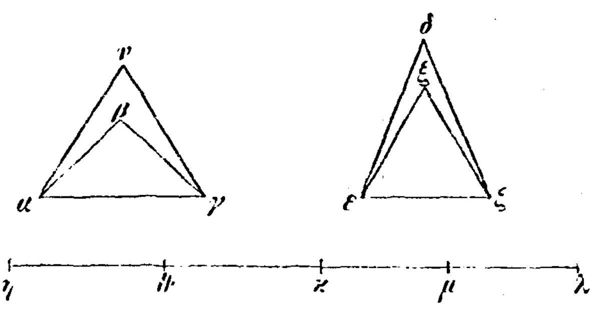
ἡ ὑπὸ ΘΖΒ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ μείζων ἐστίν· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΖΓ μείζων ἢ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ. ἔστι δὲ τῆς ὑπὸ ΖΓΑ διπλῆ διὰ τὸ δύο ταῖς ἐντὸς ἴσαις οὔσαις ἴσην εἶναι· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΓΑ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ. συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΖΓΑ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΖΗ· παράλληλος ἄρα ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ. ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΑ· ἴσον ἄρα τὸ ΑΖΓ τῷ ΑΔΓ μείζονι ὄντι τοῦ ΑΒΓ.

Ἕτερον λῆμμα δεύτερον.

Δοθέντων δύο τριγώνων ἰσοσκελῶν καὶ ἰσοπεριμέτρων καὶ ἀνομοίων, περὶ τὰς αὐτὰς βάσεις τρίγωνα συστήσασθαι ἰσοσκελῆ καὶ ὅμοια καὶ ἰσοπερίμετρα κατὰ τὸ συναμφότερον τοῖς πρώτοις, καὶ δεῖξαι ὅτι τὰ ὅμοια συναμφότερα μείζονα τῶν ἀνομοίων.

Ἔστωσαν δύο τρίγωνα ἰσοσκελῆ καὶ ἰσοπερίμετρα καὶ ἀνόμοια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΓ τῆς ΕΖ, ὥστε λοιπὰς τὰς ΕΔ ΔΖ μείζονας εἶναι τῶν ΑΒΓ, καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὰ εἰρημένα.

Ἐκκείσθω εὐθεῖα ἡ ΗΛ ἴση οὖσα τέτρασι ταῖς ΑΒΓ ΕΔΖ, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Κ ἐν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς ΕΖ



λόγῳ, καὶ διῃρήσθωσαν αἱ ΗΚ ΚΛ δίχα τοῖς Θ Μ. ἐπεὶ

---

5. 6. τῇ ΑΓ Hu pro τῆς $\overline{Α}$ $\overline{Γ}$ 6. ἡ ΔΑ Hu pro ἡ $\overline{Δ}$ $\overline{Α}$

7. post ὄντι τοῦ ΑΒΓ codex medio contextu hoc scholium addit: ἴσον ἄρα τὸ ΑΖΓ τῷ ΑΔΓ διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εἶναι βάσεως καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. τὰ τρίγωνα ($\overline{ΔΓ}^{α}$ cod.) τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς

$\vartheta\beta + \beta\alpha > \alpha\beta + \beta\gamma$; itaque, communi subtractâ $\alpha\beta$,
$\vartheta\beta > \beta\gamma$. Iam quia *in triangulis* $\vartheta\zeta\beta$ $\gamma\zeta\beta$ est $\vartheta\zeta = \gamma\zeta$,
et $\zeta\beta = \zeta\beta$, et $\vartheta\beta > \gamma\beta$, est igitur (*elem. I*, 25)

$\angle \vartheta\zeta\beta > \angle \beta\zeta\gamma$; itaque $\angle \vartheta\zeta\beta + \angle \beta\zeta\gamma$, *id est*
$\angle \vartheta\zeta\gamma > 2 \angle \beta\zeta\gamma$. Sed propter elem. 1, 16 et 5 est
$\angle \vartheta\zeta\gamma = 2 \angle \zeta\gamma\alpha$; ergo
$\angle \zeta\gamma\alpha > \angle \beta\zeta\gamma$.

Iam angulo $\zeta\gamma\alpha$ aequalis constituatur angulus $\gamma\zeta\eta$; ergo $\zeta\eta$ $\alpha\gamma$ parallelae sunt. Producatur[1] recta $\gamma\beta$ ad λ, et iungatur $\lambda\alpha$; ergo

$$\Delta\ \alpha\zeta\gamma = \Delta\ \alpha\lambda\gamma, \text{ itaque } > \Delta\ \alpha\vartheta\gamma.$$

SECUNDUM LEMMA.

Datis duobus triangulis aequicruribus et isoperimetris et inter se dissimilibus, in iisdem basibus constituantur triangula aequicruria et *inter se* similia et quorum laterum summa aequalis sit summae laterum priorum *triangulorum*, et demonstretur summam horum triangulorum similium maiorem esse summâ illorum dissimilium. Prop. 5—7

Sint duo triangula aequicruria et isoperimetra[2] et *inter se* dissimilia $\alpha\beta\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$, sitque $\alpha\gamma > \varepsilon\zeta$, ita ut sit etiam $\alpha\beta + \beta\gamma < \varepsilon\delta + \delta\zeta$, et oporteat fieri ea quae diximus.

Exponatur recta $\eta\lambda = \alpha\beta + \beta\gamma + \varepsilon\delta + \delta\zeta$, quae iuxta proportionem $\alpha\gamma : \varepsilon\zeta$ secetur in puncto $\varkappa$, et rectae $\eta\varkappa$ $\varkappa\lambda$ bifariam secentur in punctis ϑ μ. Iam quia sunt

1) Hinc usque scriptor anonymus omissa Zenodori demonstratione, quam fere in superioribus secutus est, propius accedit ad Pappi rationem (p. 320, 17—23).

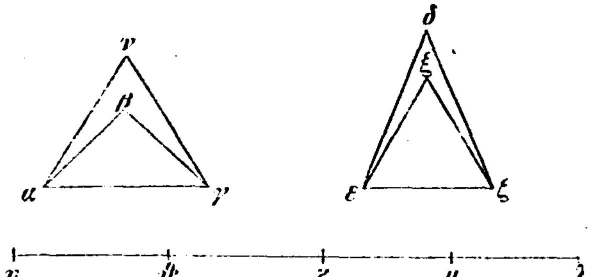
2) Hoc loco anonymus scriptor longe abscedit a Zenodori et Pappi propositione 8, apud quos non tota triangula aequicruria aequali ambitu, sed, exceptis basibus, latera tantum aequalia ponuntur. Atque haec sola hypothesis convenit cum ea ratione, qua id lemma infra propos. 8 ab ipso scriptore anonymo adhibetur.

βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν: 9. *τριγώνων*] ΔΔ cod. 10. *τρίγωνα*] ΔΔ et superscr. *α* cod., item vs. 11

οὖν αἱ ΑΒΓ μείζους οὖσαι τῆς ΑΓ ἐλάττους εἰσὶν ἢ ἡμίσειαι τῆς ΗΛ, ἡ δὲ ΗΚ μείζων ἢ ἡμίσεια, μείζονες αἱ ΗΘΚ τῆς ΑΓ· ὥστε τῶν ΑΓ ΗΘ ΘΚ δύο ὁποιαοῦν ληφθεῖσαι τῆς λοιπῆς μείζους εἰσί. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΕΖ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἐναλλάξ, ἐλάττων δὲ ἡ ΑΓ τῆς ΗΚ, ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΕΖ τῶν ΚΜΛ· ὥστε καὶ τῶν ΕΖ ΚΜ ΛΜ δύο ὁποιαιοῦν λαμβανόμεναι τῆς λοιπῆς μείζους εἰσί. συνεστάτω οὖν ἐκ μὲν τριῶν τῶν ΑΓ ΗΘ ΘΚ τρίγωνον τὸ ΑΝΓ, ἐκ δὲ τριῶν τῶν ΕΖ ΚΜ ΜΛ τὸ ΞΕΖ (φανερὸν γὰρ ὅτι τὸ μὲν Ν ἀνωτέρω τοῦ Β πίπτει, τὸ δὲ Ξ κατωτέρω τοῦ Δ, διὰ τὸ τὴν μὲν ΗΚ μείζονα εἶναι τῶν ΑΒΓ, τὴν δὲ ΚΛ ἐλάττονα τῶν ΕΔΖ). τὰ δὴ ΑΝΓ ΞΕΖ ἰσοσκελῆ τέ εἰσι καὶ ἰσοπερίμετρα τοῖς ΑΒΓ ΔΕΖ.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ὅμοιον τὸ ΑΝΓ τῷ ΞΕΖ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΗ πρὸς ΗΘ, ἡ ΛΚ πρὸς ΚΜ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΗΚ πρὸς ΚΛ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς



ΕΖ, ἡ ΘΗ πρὸς ΚΜ, τουτέστιν ἡ ΝΑ πρὸς ΞΕ, καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΝ, ἡ ΖΕ πρὸς ΕΞ. ὡς δὲ ἡ ΑΝ πρὸς ΝΓ, ἡ ΕΞ πρὸς ΞΖ [διὰ τὸν τῆς ἰσότητος λόγον· ἴσαι γὰρ καὶ αἱ μὲν ΑΝ ΝΓ ἀλλήλαις, αἱ δὲ ΕΞ ΞΖ πάλιν ἴσαι ἀλλήλαις]· καὶ δι' ἴσου ἄρα· ὥστε ὅμοιον τὸ ΝΑΓ τῷ ΞΕΖ.

2. μείζων ἢ Hu pro μείζων ἦν 9. ΗΘ ΘΚ Hu pro $\overline{Η}$ $\overline{Θ}$ $\overline{Κ}$ 16. ὡς ἡ Κ Ν πρὸς Ν Θ cod., corr. Hu 19. ἄρα add. Hu 20. verba διὰ τὸν — 22. ἀλλήλαις olim scholii instar margini adscripta

$\alpha\beta + \beta\gamma > \alpha\gamma$, eaedemque (*ex hypothesi*)

$< \frac{1}{2}\eta\lambda$, et

$\eta\varkappa > \frac{1}{2}\eta\lambda$, sunt igitur

$\eta\vartheta + \vartheta\varkappa > \alpha\gamma$;

itaque rectarum $\alpha\gamma$ $\eta\vartheta$ $\vartheta\varkappa$ binae quocunque modo sumptae maiores sunt reliquâ [1]. Rursus quia *ex hypothesi* est

$\alpha\gamma : \varepsilon\zeta = \eta\varkappa : \varkappa\lambda$, et vicissim

$\alpha\gamma : \eta\varkappa = \varepsilon\zeta : \varkappa\lambda$, et, *ut statim demonstravimus*,

$\alpha\gamma < \eta\varkappa$, est igitur etiam

$\varepsilon\zeta < \varkappa\mu + \mu\lambda$;

itaque etiam rectarum $\varepsilon\zeta$ $\varkappa\mu$ $\mu\lambda$ binae quocunque modo sumptae maiores sunt reliquâ. Iam ex tribus $\alpha\gamma$ $\eta\vartheta$ $\vartheta\varkappa$ constituatur triangulum $\alpha\nu\gamma$, et ex tribus $\varepsilon\zeta$ $\varkappa\mu$ $\mu\lambda$ triangulum $\varepsilon\xi\zeta$ (nimirum apparet punctum ν super β, et punctum ξ infra δ cadere, quia est $\eta\varkappa > \frac{1}{2}\eta\lambda$, *id est* $> \alpha\beta + \beta\gamma$, *ut supra demonstravimus*, et $\varkappa\lambda < \varepsilon\delta + \delta\zeta$, *quoniam* $\eta\lambda = \alpha\beta + \beta\gamma + \varepsilon\delta + \delta\zeta = \eta\varkappa + \varkappa\lambda$, *et* $\eta\varkappa > \alpha\beta + \beta\gamma$); ergo triangula $\alpha\nu\gamma$ $\varepsilon\xi\zeta$ aequicruria sunt eademque isoperimetra triangulis $\alpha\beta\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$.

Iam dico etiam triangula $\alpha\nu\gamma$ $\varepsilon\xi\zeta$ inter se similia esse. Quoniam enim est

$\eta\varkappa : \eta\vartheta = \varkappa\lambda : \varkappa\mu$, et vicissim

$\eta\varkappa : \varkappa\lambda = \eta\vartheta : \varkappa\mu$, id est

$\alpha\gamma : \varepsilon\zeta = \alpha\nu : \varepsilon\xi$, vicissim igitur est

$\alpha\gamma : \alpha\nu = \varepsilon\zeta : \varepsilon\xi$. Sed *ex constructione* est

$\alpha\nu : \nu\gamma = \varepsilon\xi : \xi\zeta$; ergo ex aequali

$\alpha\gamma : \nu\gamma = \varepsilon\zeta : \xi\zeta$;

itaque *propter elem. 6, 5* triangula $\alpha\nu\gamma$ $\varepsilon\xi\zeta$ inter se similia sunt.

1) Haec singillatim explicata vide in nostra interpretatione Pappi p. 329 et Zenodori propos. 8. Verba autem anonymi scriptoris congruunt cum Zenodoro (p. 40 ed. Halma): *τῶν ἄρα ΑΒ ΗΔ ΔΚ δύο ὁποιαιοῦν* (sic nos pro *ὁποιοῦν*) *τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν*, nisi quod *ληφθεῖσαι* et paulo post *λαμβανόμεναι* recte addita sunt ad similitudinem Pappi p. 328, 21.

---

esse videntur; nam in codice alieno loco, scilicet ante *ὡς δὲ ἡ ΑΝ πρὸς ΝΓ, ἡ ΕΞ πρὸς ΞΖ* inserta sunt   21. *ἴσαι* Hu pro *ἴση*

Ὅτι δὲ καὶ μείζονά ἐστι τὰ ΑΝΓ ΕΞΖ τῶν ΑΒΓ ΕΔΖ δειχθήσεται προληφθέντος εἰς αὐτὸ λημματίου τινὸς τοιούτου.

Ἕτερον λῆμμα τρίτον.

Ἐὰν ὦσι δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅμοια, τὸ ἀπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς ὀρθὰς ὡς ἀπὸ μιᾶς ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ὡς ἀπὸ μιᾶς ἑκατέρας δυάδος τῶν ὁμολόγων.

Ἔστωσαν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅμοια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΔΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΔΕ ὡς ἀπὸ μιᾶς καὶ τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΕΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς.

Ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ, καὶ διὰ τῶν Η Γ ταῖς ΒΓ ΑΗ παράλληλοι αἱ ΗΚ ΓΘ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚΘ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ (καὶ γὰρ ἑκάτερον αὐτῶν τῷ ὅλῳ). καὶ ἔστι τὸ ΑΒΓ ὅμοιον τῷ ΔΕΖ· καὶ τὸ ΓΚΘ ἄρα ὅμοιον τῷ ΔΕΖ. καὶ ἔστιν ἡ ΓΘ τῇ ΔΕ ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ μὲν ΔΖ τῇ ΓΚ, ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΘΚ· ὥστε συναμφότερος ἡ ΑΓ ΔΖ ἐστὶν ἡ ΑΚ, συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒ ΔΕ ἐστὶν ἡ ΑΗ, συναμφότερος δὲ ἡ ΒΓ ΕΖ ἡ ΗΚ. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΚ τοῖς ἀπὸ ΑΗ ΗΚ.

Προληφθέντος τούτου δειχθήσεται τὸ προσεχῶς προκείμενον, τουτέστιν ὅτι μείζονά ἐστι τὰ ΑΝΓ ΕΞΖ τρίγωνα τῶν ΑΒΕ ΔΕΖ.

Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΝΒ ΔΞ ἐκβεβλήσθωσαν· κάθετοι ἄρα εἰσὶν ἐπὶ τὰς ΑΕ ΕΖ διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὰ

---

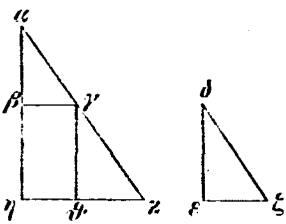
6. *τὰς ὀρθὰς ὡς ἀπὸ μιᾶς* add. in marg. manus secunda (eadem quae figuras delineavit) ductibus valde intricatis ac partim in rasura 14. *τρίγωνον*] *Δ*or cod., sed medium in *Δ* per scribae errorem illatum est punctum 18. *συναμφότερ̉* cod., item vs. 19 bis *ἴση τῇ Α Κ* cod., corr. *Hu* 21. post *ΑΗ ΗΚ* excidisse videntur verba *ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΔΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἴσον ἐστὶ* et cetera quae supra vs. 10 sq. leguntur 23. *τὰ ΑΝΓ Hu* pro *τὰ* $\overline{Α}$ $\overline{Ν}$ $\overline{Ε}$

Sed summam triangulorum $\alpha\nu\gamma$ $\varepsilon\xi\zeta$ maiorem esse summâ triangulorum $\alpha\beta\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$ demonstrabitur praemisso lemmate huiusmodi.

TERTIUM LEMMA.

Si sint duo triangula orthogonia similia, quadratum a summa laterum, quae rectos angulos subtendunt, aequale est summae quadratorum a binis reliquis lateribus homologis una sumptis. Prop. 6

Sint duo triangula orthogonia similia $\alpha\beta\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$, dico esse $(\alpha\gamma + \delta\zeta)^2 = (\alpha\beta + \delta\varepsilon)^2 + (\beta\gamma + \varepsilon\zeta)^2$.



Producantur enim $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$, et ponatur $\beta\eta = \varepsilon\delta$, et per puncta η γ rectis $\beta\gamma$ $\alpha\eta$ parallelae ducantur $\eta\varkappa$ $\gamma\vartheta$; ergo triangulum $\gamma\vartheta\varkappa$, triangulo $\alpha\beta\gamma$ simile est (nam utrumque eorum toti *triangulo $\alpha\eta\varkappa$ simile est*). Et triangulum $\alpha\beta\gamma$ triangulo $\delta\varepsilon\zeta$ simile est; ergo etiam triangulum $\gamma\vartheta\varkappa$ simile triangulo $\delta\varepsilon\zeta$. Et recta $\gamma\vartheta$ ipsi $\delta\varepsilon$ aequalis est; ergo etiam $\delta\zeta$ ipsi $\gamma\varkappa$, et $\varepsilon\zeta$ ipsi $\vartheta\varkappa$; itaque est

$\alpha\varkappa = \alpha\gamma + \delta\zeta$, et
$\alpha\eta = \alpha\beta + \delta\varepsilon$, et
$\eta\varkappa = \beta\gamma + \varepsilon\zeta$. Atque est
$\alpha\varkappa^2 = \alpha\eta^2 + \eta\varkappa^2$; *ergo etiam*
$(\alpha\gamma + \delta\zeta)^2 = (\alpha\beta + \delta\varepsilon)^2 + (\beta\gamma + \varepsilon\zeta)^2$.

Hoc praemisso demonstrabitur id quod continuo *in superioribus* propositum est, scilicet summam triangulorum $\alpha\nu\gamma$ $\varepsilon\xi\zeta$ maiorem esse summâ triangulorum $\alpha\beta\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$. Prop. 7

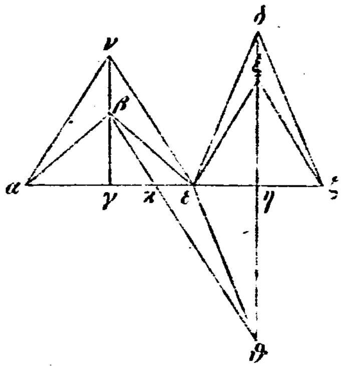
Iunctae enim $\nu\beta$ $\delta\xi$ producantur[1]; perpendiculares igitur

[1] Initio huius demonstrationis Graecus scriptor nonnulla omisit, quae ex Zenodori propos. 10 et Pappi propos. 7 supplenda sunt, scilicet triangulorum bases in una continua recta $\alpha\varepsilon\zeta$ posita esse, et perpendiculares basibus occurrere in punctis γ η, et rectam $\beta\vartheta$ secare ipsam $\gamma\varepsilon$ in puncto $\varkappa$. Figuram, cuius loco spatium vacuum in codice relictum est, ex verbis scriptoris restituimus.

τρίγωνα. κείσθω οὖν τῇ ΔΗ ἴση ἡ ΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΕ, ἥτις δηλονότι οὐκ ἔστιν ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΒΕ, ἵνα μὴ τῶν κατὰ κορυφὴν γωνιῶν ἴσων γινομένων ἡ ὑπὸ ΒΕΓ ἴση γένηται τῇ ὑπὸ ΔΕΖ [ἀλλὰ καὶ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ ΞΕΖ], ὅπερ ἄτοπον. διὰ δὴ τοῦτο ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ· τεμεῖ δὴ καὶ αὐτὴ τὴν ΛΕ μεταξὺ τῶν Γ Ε διὰ τὸ μὴ γενέσθαι τριγώνου τὰς δύο γωνίας ἤτοι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἢ δύο ὀρθῶν μείζονας. ἐπεὶ οὖν ἴσαι αἱ τέσσαρες αἱ ΛΝ ΝΕ ΕΞ ΞΖ τέτρασι ταῖς ΑΒ ΒΕ ΕΔ ΔΖ, καὶ αἱ ἡμίσειαι ταῖς ἡμισείαις ἴσαι, αἱ ἄρα ΝΕ ΕΞ ταῖς ΔΕ ΕΒ, τουτέστι ταῖς ΘΕ ΕΒ, ἴσαι εἰσίν· ὥστε τῆς ΘΒ μείζους αἱ ΝΕ ΕΞ· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΕ ΞΕ ὡς ἀπὸ μιᾶς μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΘΒ. καὶ ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΕ ΞΕ ἴσον τό τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ ΞΗ καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕ ΕΗ (ὅμοια γὰρ τὰ ΝΓΕ ΕΞΗ τρίγωνα καὶ ἡμίση ὄντα τῶν ὁμοίων), τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΒ ἴσον τό τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΘΗ καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΚ ΚΗ (ὅμοια γὰρ πάλιν τὰ τρίγωνα διὰ τὰς παραλλήλους)· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ ΞΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕ ΕΗ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΓΗ, τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΘΗ (ἤτοι τῆς ΔΗ) μετὰ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΚ ΚΗ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΓΗ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ ΞΗ μεῖζον τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΒΓ· ὥστε καὶ συναμφότερος ἡ ΝΓ ΞΗ μείζων συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΒΓ. κοιναὶ ἀφῃρήσθωσαν αἱ ΒΓ ΞΗ, τουτέστι μὴ πρὸς ἅπαξ, ἀλλ᾽ ἀπὸ συναμφοτέρου μὲν τῆς ΝΓ ΞΗ αἱ ΒΓ ΞΗ, ἀπὸ συν-

4. *ἀλλὰ — ΞΕΖ* del. *Hu* 6. verba *καὶ αὐτή*, si desint, nemo desideret 8. *αἱ* ante *τέσσαρες* del. *Hu* 9. *ΕΞ ΞΖ Hu* pro $\overline{E}\ \overline{Z} \cdot \overline{Z}\ \overline{\Xi}$ 14. 15. *τῆς ΝΓ ΞΗ Hu* pro *τῆς* $\overline{N}\ \overline{\Gamma}\ \overline{\Xi}\ \overline{N}$ 16. *τὰ* $\overline{N}\ \overline{\Gamma}\ \overline{E}\ \overline{\Xi}\ \overline{N}$ cod., corr. *Hu* *τρίγωνα*] ΔΔ^{u} cod., item vs. 19 20. *τῆς ΝΓ Hu* pro *τῆς* $\overline{H}\ \overline{\Gamma}$ 21. *τοῦ* (ante *ἀπὸ ΓΗ*) codex correctum ex *τὸ* 22. *ἤτοι*] *ἡτ* cum ductu obliquo super *τ* cod., *ἤτουν* legit Mau; ergo ambigitur, utrum *ἤτοι* an *ἤγουν* voluerit scriptor 25. *καὶ συναμφότερο̊* cod. 27 — 1154, 2. conf. p. 1155 adnot. 1. 28. *τῆς* $\overline{N}\ \overline{\Gamma} \cdot \overline{\Xi}\ \overline{N} \cdot$ *αἱ* $\overline{B}\ \overline{\Gamma}\ \overline{\Xi}\ \overline{N}$ cod., corr *Hu*

sunt ad bases $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\zeta$, quia triangula aequicruria sunt[1]). Iam ponatur $\eta\vartheta = \delta\eta$, et iungatur $\vartheta\varepsilon$, quae nimirum non in eadem recta erit cum $\beta\varepsilon$; nam si ita esset, anguli $\beta\varepsilon\gamma$ $\vartheta\varepsilon\eta$, ut ad verticem, aequales, itaque etiam anguli $\beta\varepsilon\gamma$ $\delta\varepsilon\zeta$ aequales essent, id quod absurdum est, *quia ex hypothesi (propos. 5) efficitur angulum $\beta\varepsilon\gamma$ minorem esse quam $\delta\varepsilon\zeta$*. Iungatur igitur recta $\beta\vartheta$: haec igitur ipsam $\alpha\varepsilon$ inter puncta γ ε secabit, quia trianguli duo anguli neque duobus rectis aequales neque iisdem maiores fiunt[2]). Iam quia *ex constructione (propos. 5)* sunt



$\alpha\nu + \nu\varepsilon + \varepsilon\xi + \xi\zeta = \alpha\beta + \beta\varepsilon + \varepsilon\delta + \delta\zeta$, itemque dimidiae partes, sunt igitur

$\nu\varepsilon + \varepsilon\xi = \beta\varepsilon + \varepsilon\delta$, id est

$= \beta\varepsilon + \varepsilon\vartheta$; itaque

$\nu\varepsilon + \varepsilon\xi > \beta\vartheta$; ergo etiam

$(\nu\varepsilon + \varepsilon\xi)^2 > \beta\vartheta^2$. Et quia triangula *orthogonia* $\nu\gamma\varepsilon$ $\xi\eta\varepsilon$, utpote dimidia similium *triangulorum* $\nu\alpha\varepsilon$ $\xi\zeta\varepsilon$, *inter se* similia sunt, *propter superius lemma* est

$(\nu\varepsilon + \varepsilon\xi)^2 = (\nu\gamma + \xi\eta)^2 + (\gamma\varepsilon + \varepsilon\eta)^2$, et, quia rursus triangula $\beta\gamma\varkappa$ $\vartheta\eta\varkappa$ propter parallelas $\beta\gamma$ $\eta\vartheta$ similia sunt, *propter idem lemma* est

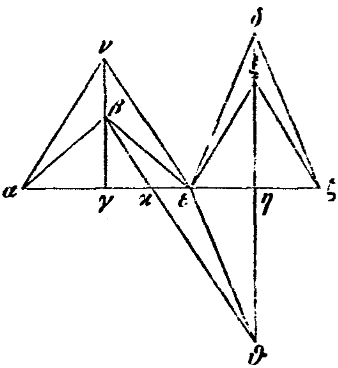
$\beta\vartheta^2 = (\beta\gamma + \vartheta\eta)^2 + (\gamma\varkappa + \varkappa\eta)^2$; ergo

$(\nu\gamma + \xi\eta)^2 + (\gamma\varepsilon + \varepsilon\eta)^2 > (\beta\gamma + \vartheta\eta)^2 + (\gamma\varkappa + \varkappa\eta)^2$, id est

1) Item Zenodorus; conf. adnot. ad eum locum interpretationis nostrae.

2) Haec scriptor anonymus suo ingenio addidit; sed ea ratio multo obscurior est quam Zenodori et Pappi.

αμφοτέρου δὲ τῆς ΔΗ ΒΓ αἱ αὐταὶ ΞΗ ΒΓ· τούτου γὰρ γινομένου καὶ δὶς ἀφαιρουμένων τῶν ΒΓ ΞΗ, λοιπαὶ αἱ



ΝΒ ΔΞ μείζων μὲν ἡ ΝΒ ἐλάττων δὲ ἡ ΔΞ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΕΗ μείζων, ἐπειδήπερ καὶ ὅλη τῆς ὅλης· καὶ τὸ ὑπὸ ΝΒ ΓΕ ἄρα μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΔΞ ΕΗ· ὥστε καὶ τὰ ἡμίση· μεῖζον ἄρα τὸ ΝΒΕ τρίγωνον τοῦ ΔΕΞ τριγώνου. *** καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΕΝ κοιλογώνιον μεῖζον τοῦ ΕΞΖΔ κοιλογωνίου [τριγώνου]. κοινὰ προσκείσθωσαν [τουτέστιν οὐχ ἅπαξ ἀλλὰ δὶς προστιθέσθωσαν] τὰ ΑΒΕ ΕΞΖ τρίγωνα ἑκατέρῳ τῶν ΑΒΕΝ καὶ ΕΞΖΔ κοιλογωνίων· τὰ ἄρα ΝΑΕ ΕΞΖ μείζονά ἐστι τῶν ΑΒΕ ΕΔΖ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τούτων δεδειγμένων προκείσθω δεῖξαι τὸ πρότερον εἰρημένον, ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων εὐθυγράμμων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον.

Ἔστω γὰρ ἑξάγωνον τὸ ΑΒΔΜΕΓ καὶ ὑποκείσθω μεῖζον ὂν πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων αὐτῷ καὶ ἰσοπληθοπλεύρων σχημάτων· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω πρότερον μὴ ἰσόπλευρον, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΒΔ τῆς ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ

---

11. ***] διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΝΒΑ τρίγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ ΔΞΖ τριγώνου add. *Hu* coll. Zenodoro p. 43 13. τριγώνου del. *Hu* collato Zenodoro p. 43 et hoc ipso scriptore vs. 12 et 16 15. τουτέστιν — προστιθέσθωσαν] conf. adnot. 1 ad Latina 22. ἑξάγωνα τὰ $\overline{A}$ $\overline{B}$ $\overline{\Delta}$ $\overline{M}$ $\overline{E}$ $\overline{\Gamma}$ cod., corr. *Hu* (sed pro *M* ubique in hac propositione forsitan reponendum sit *K*)

$(\nu\gamma + \xi\eta)^2 + \gamma\eta^2 > (\beta\gamma + \delta\eta)^2 + \gamma\eta^2$. Commune subtrahatur $\gamma\eta^2$; restat igitur
$(\nu\gamma + \xi\eta)^2 > (\beta\gamma + \delta\eta)^2$; itaque etiam
$\nu\gamma + \xi\eta > \beta\gamma + \delta\eta$. Communes subtrahantur $\beta\gamma + \xi\eta$, id est ne semel tantum, sed a $\nu\gamma + \xi\eta$ *subtrahantur* $\beta\gamma + \xi\eta$, et a $\beta\gamma + \delta\eta$ eaedem $\beta\gamma + \xi\eta$; nam si hoc fit et bis subtrahuntur $\beta\gamma + \xi\eta$, restant [1])
$\nu\beta > \delta\xi$. Sed quia *ex hypothesi* (*propos. 5*) est $\alpha\varepsilon > \varepsilon\zeta$, est etiam
$\gamma\varepsilon > \varepsilon\eta$; ergo
$\nu\beta \cdot \gamma\varepsilon > \delta\xi \cdot \varepsilon\eta$; itaque etiam dimidiae partes, id est
$\Delta\ \nu\beta\varepsilon > \Delta\ \delta\xi\varepsilon$. *Eadem ratione demonstratur esse*
$\Delta\ \nu\beta\alpha > \Delta\ \delta\xi\zeta$; ergo etiam tota figura, *quae κοιλογώνιον vocatur*
$\alpha\beta\varepsilon\nu >$ figurâ $\varepsilon\xi\zeta\delta$. Communia addantur triangula $\alpha\beta\varepsilon + \varepsilon\xi\zeta$; ergo sunt
$\Delta\ \alpha\nu\varepsilon + \Delta\ \varepsilon\xi\zeta > \Delta\ \alpha\beta\varepsilon + \Delta\ \varepsilon\delta\zeta$, q. e. d.

His demonstratis propositum sit demonstrare id quod supra (*p. 1143*) diximus: polygonorum quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent maximum esse aequilaterum et aequiangulum. Prop. 8

Sit enim hexagonum [2]) $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$, idque supponatur maius esse omnibus figuris quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent; dico *hoc polygonum* etiam aequilaterum et aequiangulum esse.

Si enim fieri possit, primum non sit aequilaterum, et sit $\alpha\beta > \alpha\gamma$, et iungatur $\beta\gamma$, et cum sit triangulum non

1) Omnino anonymus scriptor hoc loco sequitur Zenodori rationem diversam ab ea quae apud Pappum tradita est; sed Graeca verba quae p. 1152, 27 — 1154, 2 leguntur τουτέστι — ἀφαιρουμένων τῶν ΒΓ ΞΗ tam simpliciter, ne dicam inepte, composita sunt, ut vix eidem scriptori, qui reliqua satis perite scripserit, sed potius scholiastae cuidam minus versato in mathematica dictione tribuenda esse videantur; his igitur eiectis et vs. 2 post λοιπαὶ addita vocula ἄρα genuinam eius loci brevitatem et concinnitatem restitutam esse putemus. Idem iudicandum est de emblemate vs. 15, ubi etiam barbarum οὐχ pro μὴ et inaudita in demonstrationibus mathematicis forma προσαπλέσθωσαν offensioni sunt.

2) Nullae ad hanc propositionem figurae exstant in codice, quas secundum scriptoris verba restituimus. Quod autem hexagona supponit, in eo discrepat cum Zenodoro et Pappo, qui pentagona descripserunt.

τριγώνου ὄντος ἀνισοσκελοῦς τοῦ ΒΔΓ, ἐπὶ τῆς ΒΓ συνεστάτω τρίγωνον ἰσοσκελὲς καὶ ἰσοπερίμετρον τῷ ΔΒΓ τὸ ΒΘΓ (ὡς γὰρ δεῖ ποιεῖν δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ τῶν προληφθέντων)· μεῖζον ἄρα τὸ ΓΘΒ τοῦ ΓΔΒ (καὶ τοῦτο γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ δέδεικται). κοινὸν προσκείσθω τὸ ΒΔΜΕΓ πεντάγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΘΒΔΜΕΓ μεῖζον τοῦ ΑΒΔΜΕΓ, καὶ ἔστιν αὐτῷ ἰσοπερίμετρον, ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ πάντων μεῖζον· οὐκ ἄρα ἀνισόπλευρόν ἐστι.

Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἀνισογώνιον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ μείζων τῆς ὑπὸ ΑΓΕ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΑΕ. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΓ ΓΕ δυσὶ ταῖς ΑΒ ΒΔ ἴσαι, γωνία δὲ γωνίας μείζων, μείζων καὶ ἡ ΔΑ βάσις τῆς ΑΕ βάσεως. δύο οὖν ἀνομοίων ὄντων τριγώνων ἰσοσκελῶν τοῦ ΑΒΔ ΑΕΓ ἐπὶ τῶν ΑΔ ΑΕ συνεστάτω ὅμοια τρίγωνα ἰσοσκελῆ ἰσοπερίμετρα αὐτοῖς τὰ ΑΗΔ ΑΖΕ (ὅπως γὰρ δεῖ ποιεῖν εἴρηται)· μείζονα ἄρα τὰ ΑΗΔ ΑΕΖ τῶν ΑΒΔ ΑΓΕ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΔΜΕ τετράπλευρον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗΔΜΕΖ ἑξάγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΔΜΕΓ ἰσοπερίμετρον αὐτῷ ὄν, ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἀνισογώνιόν ἐστιν.

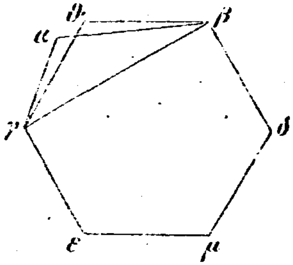
Ἰσογώνιον ἄρα ἐδείχθη καὶ ἰσόπλευρον· τὸ ἄρα μέγιστον τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπληθοπλεύρων ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον [ὥστε καὶ ἀνάπαλιν], ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

Τούτου δεδειγμένου δειχθήσεται καὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς προτεθέν, δι' ὃ καὶ ταῦτα προελήφθη, ὅτι ὁ κύκλος πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων ἐστίν.

---

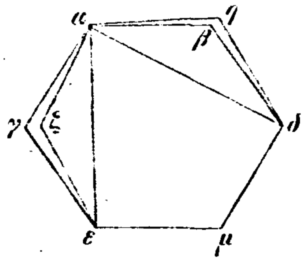
10. ἡ ὑπὸ ΑΒΔ Hu pro ἡ ὑπὸ $\overline{Α}\,\overline{Δ}\,\overline{Β}$ 14. τῶν $\overline{Α}\,\overline{Δ}\,\overline{Α}\,\overline{Ε}$ cod., sed $\overline{Δ}$ et $\overline{Ε}$ correxit manus prima ex aliis litteris quae iam agnosci non possunt 16. ΑΖΕ Hu pro $\overline{Α}\,\overline{Ε}\,\overline{Ζ}\cdot\overline{Ε}$ μείζονα Hu pro μεῖζον 18. τετρα∗∗∗∗ρ[ον] et super rasuram πλευ cod. 20. post ἄτοπον forsitan exciderint verba ὑπόκειται γὰρ πάντων μεῖζον 23. ὥστε καὶ ἀνάπαλιν del. Hu 26. διὸ cod., distinx. Hu 27. μεῖζόν ἐστιν cod.

aequicrure $\gamma\alpha\beta$, in *basi* $\gamma\beta$ constituatur triangulum $\gamma\vartheta\beta$ aequicrure et triangulo $\gamma\alpha\beta$ isoperimetrum (hoc enim quomodo fieri oporteat, primo eorum quae praemissa sunt lemmatum [*propos.* 5] demonstratum est); ergo triangulum $\gamma\vartheta\beta$ maius est triangulo $\gamma\alpha\beta$ (nam id quoque eodem *lemmate* [*propos.* 4] demonstratum est). Commune addatur pentagonum $\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$; ergo totum *hexagonum* $\vartheta\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$ maius est *hexagono* $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$, estque ei isoperimetrum, id quod absurdum est; nam *hexagonum* $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$ suppositum est omnium maximum; ergo non est inaequalibus lateribus.



Iam nego idem *polygonum* inaequalibus angulis esse.

Nam si fieri possit, sit angulus $\alpha\beta\delta$ maior quam $\alpha\gamma\varepsilon$. Iungantur $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$. Iam quia sunt $\alpha\beta + \beta\delta = \alpha\gamma + \gamma\varepsilon$ (*nam modo demonstravimus aequilaterum esse* $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$), et $\angle\, \alpha\beta\delta > \angle\, \alpha\gamma\varepsilon$, basis igitur $\alpha\delta$ maior est basi $\alpha\varepsilon$. Iam cum sint duo triangula aequicruria *inter se* dissimilia $\alpha\beta\delta$ $\alpha\gamma\varepsilon$, in *basibus* $\alpha\delta$ $\alpha\varepsilon$ constituantur triangula $\alpha\eta\delta$ $\alpha\zeta\varepsilon$ *inter se* similia et quorum summa laterum aequalis sit summae laterum triangulorum $\alpha\beta\delta$ $\alpha\gamma\varepsilon$ (nam quomodo hoc fieri oporteat, expositum est *propos.* 5); ergo triangula $\alpha\eta\delta + \alpha\zeta\varepsilon$ maiora sunt triangulis $\alpha\beta\delta + \alpha\gamma\varepsilon$ (*propos.* 7). Commune addatur quadrilaterum $\alpha\delta\mu\varepsilon$; ergo totum hexagonum $\alpha\eta\delta\mu\varepsilon\zeta$ maius est ipso $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$, estque ei isoperimetrum, id quod absurdum est; *nam hexagonum* $\alpha\beta\delta\mu\varepsilon\gamma$ *suppositum est omnium maximum*; ergo non est inaequalibus angulis.

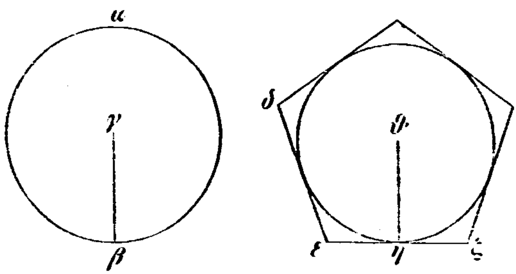


Aequalibus igitur et angulis et lateribus esse *polygonum* demonstravimus; ergo *polygonorum* quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent maximum est

Ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ὅτι πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων σχημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, ἐὰν δειχθῇ παντὸς ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου ἰσοπεριμέτρου τῷ κύκλῳ μείζων ὁ κύκλος, δῆλον ὅτι ἔσται δεδειγμένον τὸ ζητούμενον.

Ἔστω οὖν κύκλος μὲν ὁ ΑΒ, ἰσοπερίμετρον δὲ αὐτῷ πολύγωνον τὸ ΔΕΖ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τοῦ πολυγώνου.

Ἐγγεγράφθω γὰρ εἰς τὸ ΔΕΖ πολύγωνον κύκλος οὗ κέντρον τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΗ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΕΖ. ἔστω δὲ καὶ τοῦ ΑΒ κέντρον μὲν τὸ Γ, ἐκ



τοῦ κέντρου δὲ ἡ ΓΒ. ἐπεὶ οὖν ἰσοπερίμετρός ἐστιν ὁ κύκλος τῷ ΔΕΖ πολυγώνῳ, ἡ δὲ περίμετρος τοῦ ΔΕΖ μείζων τῆς περιμέτρου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου κύκλου, μείζων ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ἐν τῷ ΔΕΖ ἐγγεγραμμένου κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ΓΒ τῆς ΘΗ μείζων. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῆς ΘΗ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου διπλάσιον τοῦ πολυγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΓΒ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου διπλάσον τοῦ κύκλου· μεῖζον ἄρα τὸ διπλάσιον τοῦ κύκλου τοῦ διπλασίου τοῦ πολυγώνου· *ὥστε καὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ἡμίσεος· μείζων ἄρα ὁ κύκλος τοῦ πολυγώνου.*

Ὅτι δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου διπλάσιον τοῦ κύκλου δέδεικται Ἀρχιμήδει ἐν

---

10. *ἡ ΘΗ*] *ἡ Θ̄ h* cod., sed *h* minus perspicue scriptum 12. *ἰσοπερίμετρ̄ ἐστὶν* cod. 20. *τοῦ διπλασίου τοῦ πολυγώνου* add. *Hu*

aequilaterum et aequiangulum, quod demonstrare propositum erat.

Hoc demonstrato etiam illud quod ab initio propositum erat, propter quod haec ipsa praemissa sunt, demonstrabitur: circulum omnium figurarum aequalem ambitum habentium maximum esse. Prop. 9

Quoniam enim demonstravimus omnium figurarum quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent maximam esse aequilateram et aequiangulam, si *iam* demonstrabimus omnium figurarum aequilaterarum et aequiangularum quae aequalem cum circulo perimetrum habent maximum esse circulum, manifesto id quod quaerebatur demonstratum erit.

Sit igitur circulus $\alpha\beta$, eique isoperimetrum polygonum *aequilaterum et aequiangulum* $\delta\varepsilon\zeta$; dico circulum maiorem esse polygono.

Inscribatur[1] enim polygono $\delta\varepsilon\zeta$ circulus cuius centrum ϑ, et iungatur $\vartheta\eta$[*]; haec igitur perpendicularis est ipsi $\varepsilon\zeta$. Sumatur etiam circuli $\alpha\beta$ centrum γ ac radius $\gamma\beta$. Iam quia circulus aequalem perimetrum ac polygonum $\delta\varepsilon\zeta$ habet, et perimetrus polygoni $\delta\varepsilon\zeta$ maior est perimetro circuli inscripti, circulus igitur $\alpha\beta$ maior est quam circulus polygono $\delta\varepsilon\zeta$ inscriptus; itaque etiam $\gamma\beta$ maior quam $\vartheta\eta$. Et rectangulum quidem quod rectà $\vartheta\eta$ et polygoni perimetro continetur duplum est polygoni, rectangulum autem quod rectà $\gamma\beta$ et circuli $\alpha\beta$ perimetro continetur duplum est circuli; ergo (*quia aequales sunt perimetri, maior autem $\gamma\beta$ quam $\vartheta\eta$*) duplum circuli maius est quam duplum polygoni; itaque etiam dimidium maius dimidio; ergo circulus maior est polygono.

Sed rectangulum quod radio et perimetro circuli continetur duplum esse circuli ab Archimede expositum est in circuli

1) Demonstrationem diversam a Zenodori et Pappi ratione adhibet anonymus scriptor. Figurae rursus desunt in codice.

*) Scilicet ex sententia scriptoris η punctum est, in quo latus $\varepsilon\zeta$ circulum inscriptum tangit.

τῇ μετρήσει τοῦ κύκλου· ἀπέδειξε γὰρ ὅτι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ λοιπὴ τῇ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου.

* * *

Νενοήσθω δὴ πρῶτον στερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ὡς ἐλαμβάνετο καὶ ἐν τοῖς Ἀρχιμήδους, οὗ ἡ γένεσις ἦν πολυγώνου περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται, καὶ φερομένου περὶ μένουσαν τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον. ἔστω δὴ τῷ τοιούτῳ στερεῷ ἰσοπερίμετρος σφαῖρα· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου στερεοῦ.

Νενοήσθω γὰρ εἰς τὸ στερεὸν ἐγγεγραμμένη σφαῖρα· ἐλάττων ἄρα ἐστὶ τῆς ἰσοπεριμέτρου τῷ στερεῷ. ἐκκείσθω οὖν κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ στερεοῦ ὁ AB, καὶ νενοήσθω ἀπὸ τοῦ AB κῶνος ὕψος ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸ στερεὸν σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ στερεῷ (τοῦτο γὰρ δέδεικται Ἀρχιμήδει). ἐκκείσθω δὴ ὁμοίως καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τῆς ἰσοπεριμέτρου τῷ στερεῷ ἴσος κύκλος ὁ $\Gamma\Delta$, καὶ ἀπ' αὐτοῦ κῶνος ὕψος ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· μείζων ἄρα ἐστὶ τοῦ ABZ κώνου (ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεων ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη, καὶ μεῖζον τὸ ὕψος τοῦ $\Gamma\Delta\Theta$ κώνου τοῦ ABZ, ἐπειδήπερ καὶ ἡ σφαῖρα τῆς σφαίρας). καὶ ἔστιν ὁ μὲν $\Gamma\Delta\Theta$ κῶνος ἴσος τῇ σφαίρᾳ, ὡς συνάγεται ἐκ

---

3. 4. ἡ δὲ λοιπὴ τῇ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου] accuratius ipse Archimedes: ἡ δὲ περίμετρος τῇ λοιπῇ   4. κύκλου *Hu* pro ἡλίου (cuius loco in vetustiore codice olim compendium ⊙ fuit)   5. post κύκλου fere ea exciderunt quae apud Theonem p. 45 initio demonstrationis de figuris solidis leguntur   6 Νενοείσθω cod , corr. *Hu*   7. ἐν τοῖς ambigue scripta in codice ac similia formae αὐτοῖς   ἀρχιμῆ cod.   8. περὶ τὸν *Hu* pro εἰς   10. μένουσαν] extremum ν ambigue scriptum et alieno ductu corruptum in codice   13. νενοείσθω cod., item vs. 16   15. ἰσ̊ cod.   23. τοῦ $\Gamma\Delta\Theta$ *Hu* pro τοῦ $\bar{\Gamma}\ \bar{\Delta}\ \bar{\Theta}$

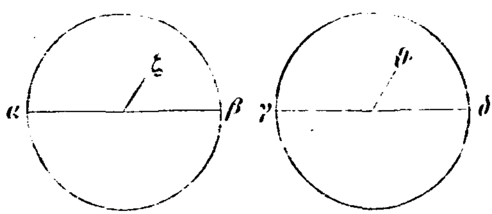
mensura (*propos.* 1); demonstravit enim omnem circulum aequalem esse triangulo orthogonio, cuius radius aequalis est uni catheto, perimetrus autem alteri.

DE FIGURIS SOLIDIS AEQUALEM SUPERFICIEM HABENTIBUS.

Iam dico etiam sphaeram maximam esse omnium figurarum solidarum quae aequalem cum ipsa superficiem habent.

Ac primum quidem fingatur solidum conicis superficiebus Prop.
comprehensum, quale etiam in Archimedis libris (*primo sci-* 40
licet de sphaera et cylindro, *propos.* 29) sumebatur, quod *solidum* oriebatur polygono, cuius laterum numerus quaternario dividitur[1]), circa circulum descripto et circa diametrum circuli, *tamquam* manentem *axem*, converso. Habeat igitur sphaera ε[*]) aequalem cum eius modi solido superficiem; dico sphaeram ε maiorem esse eo solido.

Fingatur enim sphaera η solido inscripta; haec igitur minor est *sphaerā* ε, quae aequalem cum solido superficiem habet. Iam exponatur circulus $\alpha\beta$ aequalis superficiei solidi.



et fingatur *constitutus* e basi $\alpha\beta$ conus $\alpha\beta\zeta$ altitudinem habens radium sphaerae η solido inscriptae: *hic* igitur *conus* aequalis est solido — hoc enim ab Archimede[2]) demonstratum est. Iam similiter exponatur circulus $\gamma\delta$ aequalis superficiei sphaerae ε aequalem cum solido superficiem habentis, et ex eo *circulō* conus $\gamma\delta\vartheta$ altitudinem habens radium sphaerae; *hic* igitur *conus* maior est cono $\alpha\beta\zeta$ — nam cum

1) Id est, multiplus est numeri 4.

*) Notas sphaerae ε, et paulo post η, perspicuitatis causa addidi, neque tamen necesse esse putavi figuras sphaerarum et polyedri adumbrare; sed bases et altitudines conorum $\alpha\beta\zeta$ $\gamma\delta\vartheta$ exhibui (quamquam hae quoque figurae in codice desunt).

2) Vide infra Zenodorum de figuris isometris propos. 14.

τῶν Ἀρχιμήδους, ὁ δὲ ΑΒΖ ἴσος τῷ στερεῷ· μείζων ἄρα ἡ σφαῖρα τοῦ στερεοῦ.

Ὅτι δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων ἴσον κύκλον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ ἐπιλογίζεται ἐκ τῶν Ἀρχιμήδους οὕτως.

Ἐπεὶ γὰρ [ἔδειξεν ὅτι] ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον ὕψος δὲ τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ τοιοῦτος κύλινδρος ἑξαπλάσιός ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου, τετραπλασίων ἡ σφαῖρα τοῦ τοιούτου κώνου. ἔστι δὲ τοῦ αὐτοῦ τετραπλασίων καὶ ὁ κῶνος ὁ ὕψος μὲν ἔχων τὸ αὐτὸ βάσιν δὲ ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τετραπλασίων τοῦ μεγίστου κύκλου· ὥστε ἴση ἄρα ἡ σφαῖρα τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ἴσην ἔχον ἐπιφάνειαν στερεὸν πολύεδρον σφαίρᾳ περιλαμβανόμενον· λέγω ὅτι μείζων ἡ σφαῖρα τοῦ στερεοῦ.

Νενοήσθω γὰρ πάλιν ὁ τῇ σφαίρᾳ ἴσος κῶνος βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτῆς ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου [ὡς ὁ ΓΔΘ], τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ στερεοῦ ἴσον πολύγωνον, ἀφ᾽ οὗ πυραμὶς ἴσον ὕψος ἔχουσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγραφομένης εἰς τὸ στερεὸν σφαίρας· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῆς πυραμίδος (ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεών εἰσιν, καὶ μεῖζον τὸ ὕψος τοῦ κώνου τοῦ ὕψους τῆς πυρα-

---

5. ἴσ̊ cod. 7. *ἔδειξεν ὅτι* del. *Hu* (quod scholium olim margini adscriptum si ipsi scriptori vindicare malueris, infra vs. 11 post *τὴν ἐκ τοῦ κέντρου* addenda sunt verba *προσαπέδειξεν* vel *ἐπελογίσατο ὅτι* vel similia quaedam) 9. *ἐστὶ τῇ σφαίρα* cod., corr. *Hu* 18. *τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἴσην ἔχων* cod., corr. *Hu* 21. *νενοείσθω γὰρ πάλιν ὁ τῆς σφαίρας* cod., corr. *Hu* 23. ὡς ὁ *ΓΔΘ Hu* pro ὡς ὁ *ΓΔΘ̄*; sed delenda est haec notatio ex propos. 10 repetita, quia nullae praeterea litterae geometricae hoc loco occurrunt 27. *καὶ Hu* pro ὡς

aequales bases habeant, inter se sunt ut altitudines (*elem.* *12, 14*), et altitudo coni $\gamma\delta\vartheta$ maior est altitudine coni $\alpha\beta\zeta$, quoniam etiam sphaera ε maior est sphaerâ η. Et conus quidem $\gamma\delta\vartheta$ sphaerae aequalis est, sicut ex Archimedis *theorematis* 1) colligitur, conus autem $\alpha\beta\zeta$ aequalis est solido; ergo sphaera maior est solido.

Sed conum, qui basim habet circulum superficiei sphaerae Prop. 11
aequalem et altitudinem radium sphaerae, aequalem esse sphaerae ex Archimedeis sic concludit 2).

Quoniam enim cylindrus, qui basim habet maximum circulum altitudinemque diametrum sphaerae, sesquialter est sphaerae, eiusmodi autem cylindrus sextuplus est coni eandem basim altitudinemque radium *sphaerae* habentis 3), sphaera *igitur* quadrupla est eiusmodi coni. Sed eiusdem coni quadruplus est etiam conus qui eandem altitudinem basimque aequalem superficiei sphaerae habet; nam *coni*, quorum eadem est altitudo, inter se sunt ut bases (*elem. 12, 11*), et sphaerae superficies quadrupla est maximi circuli (*Archim. de sphaer. et cyl. I, 35*); ergo sphaera aequalis est ei quem diximus cono.

Sed sit polyedrum sphaera comprehensum 4) et super- Prop. 12
ficiem superficiei sphaerae aequalem habens; dico sphaeram maiorem esse polyedro.

Rursus enim fingatur conus sphaerae aequalis, *id est*, qui basim superficiei sphaerae aequalem et altitudinem radium *sphaerae* habeat, et polygonum superficiei sphaerae aequale, e quo *constituatur* pyramis altitudinem habens aequalem radio sphaerae polyedro inscriptae; ergo conus maior est

1) Conf. Zenodorum l. c. et ipsum anonymum scriptorem mox propos. 11.

2) Nimirum Pappus, ut mihi quidem videtur, non Theo, quem anonymus scriptor supra p. 1142, 10 citavit. Nam Zenodori apud Theonem demonstratio diversa est ab hac anonymi scriptoris ratione, quae manifesto ad Pappi potius theoremata se applicavit.

3) Conf. Pappum V propos. 37.

4) Verbis *σφαίρᾳ περιλαμβανόμενον* scriptor polyedrum ex numero eorum quae Platonica et Archimedea dicuntur significavit, velut supra (propos. 1) de figuris planis circulo inscriptis egit.

μίδος, ἑκάτερον δὲ τρίτον τοῦ ὑπὸ τῆς βάσεως καὶ τοῦ ὕψους, ὁ μὲν τοῦ κυλίνδρου ἡ δὲ τοῦ πρίσματος). καὶ ἔστιν ἡ πυραμὶς ἴση τῷ πολυέδρῳ, ἐπειδήπερ τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς εἰς τὸ πολύεδρον ἐγγεγραμμένης σφαίρας καὶ ἑκάστης ἕδρας τοῦ πολυέδρου στερεὸν τριπλάσιόν ἐστι τῆς κατ' αὐτὴν τὴν ἕδραν πυραμίδος· ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στερεοῦ πολυέδρου συναγόμενον στερεὸν τριπλάσιόν ἐστι τοῦ στερεοῦ πολυέδρου. ἔστι δὲ καὶ τῆς πυραμίδος τῆς ἰσοϋψοῦς καὶ περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τριπλάσιον τὸ αὐτὸ στερεόν (τὴν αὐτὴν δὲ βάσιν φημὶ τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πολυέδρου)· ἴση ἄρα ἡ πυραμὶς τῷ πολυέδρῳ ἐλάττων οὖσα τοῦ κώνου τοῦ ἴσου τῇ σφαίρᾳ· ὥστε καὶ τὸ στερεὸν πολύεδρον ἔλαττον τῆς σφαίρας, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Λοιπὸν δὲ ἀναγκαίου ὄντος τοῦ δειχθῆναι [αὐτὴν] καὶ τῶν μὴ σφαίρᾳ περιλαμβανομένων μείζονα τὴν σφαῖραν, οὐδὲν προσέθηκεν ὁ ἡμέτερος φιλόσοφος, ἀλλ' ἐξ ἀναλογίας τινὸς τῆς πρὸς τὰ ἐπίπεδα πιθανολογήσας ἀπεπαύσατο, ζητεῖν ἡμῖν ἐπιτρέψας τὴν ἁρμόζουσαν γεωμέτραις ἀπόδειξιν. καὶ τοῦτο μὲν ἡμῖν οὔπω πεπόρισται, τῷ δὲ εὑρόντι χάριν ὠφελείας ὁμολογήσομεν.

---

2. verba ὁ *μὲν* — *πρίσματος* a scholiasta quodam addita esse videntur 5. *τριπλασί* cum compendio syllabae *ων* cod. 6. ante *πυραμίδος* forsitan exciderit *ἰσοϋψοῦς* *τῆς ἐκ* add. *Hu* 9. *ἰσούψους* cod. 13. *ἐλάττων* cod., corr. *Hu* 15. *αὐτὴν* del. *Hu*

pyramide — sunt enim in basibus aequalibus, et coni altitudo maior est quam pyramidis, et utrumque *solidum* tertia pars est producti ex basi et altitudine, *scilicet* conus cylindri, pyramis prismatis (*elem. 12, 10. 7*). Et pyramis polyedro aequalis est, quia *singula* prismata, quae radium sphaerae polyedro inscriptae altitudinem habentes in unaquaque polyedri basi *constituuntur,* tripla sunt pyramidis, quae *aequali altitudine* in unaquaque basi *constituitur;* itaque solidum, quod altitudinem radium *sphaerae inscriptae* et basim superficiem polyedri habet, triplum est polyedri. Sed idem solidum etiam triplum est pyramidis, quae aequali altitudine in eadem basi *constituitur* (e a n d e m autem dico basim illam quae polyedri superficiei aequalis est); ergo pyramis aequalis est polyedro, eademque minor eo cono qui sphaerae aequalis est; itaque etiam polyedrum minus est sphaerâ, q. e. d.

Ceterum cum etiam hoc demonstrare necesse esset, sphaeram maiorem esse iis polyedris quae sphaerâ non comprehenduntur[1]), nihil *eiusmodi* philosophus noster[2]) addidit, sed in probabilitate, quae ex similitudine quadam cum planis figuris *efficitur*, acquiescens ipse finem fecit ac nobis tradidit quaerendam demonstrationem, quae geometrarum *rationi* conveniret. Atque hoc quidem nos adhuc praestare non potuimus, qui autem id invenerit, ei propter utilitatem *quam attulerit* gratiam concedemus.

1) Conf. supra propos. 12 init. cum adnot.
2) Conf. supra p. 1163 adnot. 2 et Pappum V p. 358, 19—21.

II.

SCHOLIA IN PAPPUM

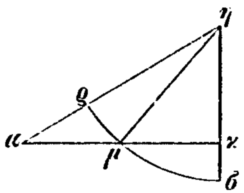
AD MARGINES CODICIS VATICANI GRAECI 218 ADSCRIPTA.

Haec scholia plurimis adhibitis compendiis, iisque partim vel librarii calamo perturbatis vel aliis de causis dubiis, scripta sunt; spiritus et accentus plerumque omissi; rarius deest ι quod subscriptum vocatur; sed id, ubicumque exstat, adscriptum est (ergo scriba A^3 aetate non multo recentiore fuit quam ipse cod[ic]is Vaticani librarius). Scripturae compendia omnia si in hac editione exhibere voluissemus, id non per typos, sed per figuras in tabulis aeneis lapideisve delineandas fieri oportuit, quos sumptus ut evitaremus, pauca tantum compendia vel minus usitata vel adhuc incognita vel etiam corrupta suis formis expressimus, reliqua in illa indicis parte, quae "conspectus compendiorum" inscribitur, descripsimus et, quatenus opus erat, commentariis illustravimus. Sed non solum propter compendia partim ambigua aut vitiosa difficillimum fuit haec scholia edere; verum etiam crebras haesitationes mutilata passim scriptura attulit. Denique multa scholia non ad eos Pappi collectionis locos, ad quos illustrandos pertinent, a librario adscripta sunt, sed inde intervallis brevioribus longioribusve distant. Haec igitur omnia, quantum in nobis erat, emendare studuimus.

AD LIB. V pag. 308, 29: *ὡς δὲ ἡ περίμετρος τοῦ ΔΕΖ — πρὸς τὴν ΔΖ, αἱ δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν ὑπὸ ΔΘΖ γωνίαν*] cod. Vatic. fol. 57^r: *ἀνάπαλιν δεῖ τοὺς ὅρους λαμβάνειν.* Quoniam enim paulo supra (p. 308, 24) Pappus scripsit: *ὃ μέρος ἐστὶν ἡ ΔΖ τῆς τοῦ ΔΕΖ περιμέτρου, τὸ αὐτὸ μέρος* *ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΘΖ γωνία τεσσάρων ὀρθῶν*, scholiasta eam quam initio attulimus proportionem e contrario formatam esse significat, quod consentaneum est, neque id quisquam, si omissum esset, desideravisset.

V p. 310, 4. 311 cum adnot. 1: *ἡ δὲ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ*] fol. 57ʳ: ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΚΗ, ὀρθὴ δὲ ἡ Κ γωνία, καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΗΜ εὐθεῖα· λέγω ὅτι ἡ ΑΚ πρὸς ΚΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀμβλεῖά ἐστιν γωνία ἡ ὑπὸ ΑΜΗ, μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ εὐθεῖα τῆς ΗΜ, ἡ δὲ ΗΜ τῆς ΗΚ· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΜ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ μὲν τὴν ΑΗ, ὑπερπεσεῖται δὲ τῆς ΗΚ. ἔστω ὁ ΡΜΣ· τὸ ἄρα ΑΗΜ τρίγωνον πρὸς τὸ ΜΗΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΡΗΜ τομεὺς πρὸς τὸν ΜΗΣ τομέα· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα εὐθεῖα πρὸς τὴν ΜΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΡΗΜ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ γωνίαν· ὥστε συνθέντι ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Conf. append. ad V propos. 1.



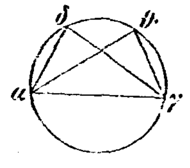
V p 312, 12: *καὶ ἔστιν ὅμοιον τὸ ΑΗΚ τρίγωνον τῷ ΛΘΔ τριγώνῳ*] fol. 57ᵛ: διὰ τὸ ηʹ τοῦ ϛʹ στοιχείων. Quoniam enim Pappus proximo versu *καὶ γὰρ τὰ ὅλα*, inquit, *πολύγωνα ὅμοιά ἐστι*, scholiasta elem. 6, 8 citat, quo primum triangula *αηγ λθο*, tum vero etiam triangula *αηκ λθδ* aequalia ac similia esse significet.

V p. 314, 5: *ἔστω τὸ Ζ χωρίον*] fol. 58ʳ: ὑποσάγωνον. Conf. p. 314, 19.

14. *τεμεῖ* Hu pro *τεμνει* 19. 20. *πρὸς τὴν ΜΚ — ἤπερ* add. Hu 21. *ἡ ΑΚ* Hu pro *ἡ ακ* 22. 23. *πρὸς τ̂ ὑπ̂ μηκο περιδει δειξαι* A³

V p. 314, 24: *ὑπόκειται γὰρ ἔλασσον*] fol. 58ʳ: ὑπόκειται γὰρ τὸ Ζ χωρίον εἶναι ἥμισυ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου. Conf. p. 314, 4.

V p. 318, 20: *εἰ δὲ ἄνισοι, ἡ μείζων αὐτῶν ἴση ἔσται τῇ ΓΔ*] fol. 59ʳ: δύναται ἡ μείζων εἶναι καὶ ἡ ΑΔ καὶ ἡ ΓΔ· εἰ γὰρ τὸ ΑΔΓ τρίγωνον περιληφθῇ κύκλῳ, καὶ ἐναρμοσθῇ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου εἰς αὐτὸν ἴση τῇ ΑΔ, οἷον ἡ ΓΘ, καὶ ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΘ, γίνεται τὸ ΑΘΓ τρίγωνον ὅμοιον καὶ ἴσον τῷ ΑΔΓ.



V p. 326, 36: *καὶ συνθέντι ἄρα πρὸς συγκείμενον* cet.] fol. 60ᵛ: οὕτως· κείσθω ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, ὡς δὲ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ· λέγω ὅτι καὶ ὡς τὸ Α Ε πρὸς τὸ Μ Ζ, οὕτως τὸ Γ Η πρὸς τὸ Δ Θ.

Γεγονέτω γὰρ ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ· ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Μ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ Α Μ πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Α Ε πρὸς τὸ Μ Κ, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ Η πρὸς τὸ Δ Μ: ~ Vide append. ad V propos. 7.

V p. 334, 26: *Αἱ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διάμετροι*] fol. 62ʳ: πέρας ἔχουσιν ἐνταῦθα τὰ περὶ τῶν εὐθυγράμμων. ἀρχὴ τῶν κυκλικῶν.

V p. 346, 16: *καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΕ*] fol. 64ʳ: ἡ ἀμβλεῖα τῆς ὀξείας (immo *τῆς ὀρθῆς*).

V p. 346, 24: *καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι* cet.] fol. 64ʳ: καὶ ἀνάπαλιν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸν ΑΓΔ τομέα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΑΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΓΑΕ γωνίαν.

---

1. idem scholium habet B in marg. fol. 58ʳ 2. *εἶναι*] compendium simile ei quod pro *καὶ* poni solet exaravit A^3, unde ipsum *καὶ* migravit in B *τοῦ ὑπὸ Hu*, *το απο* A^3, *τὸ υπὸ* B 3. post *καὶ τῆς* compendium simile ductibus $\overline{\mu}$ vel $\overline{\iota\varsigma}$ add. A^3, om. B 8. *οἷον ἡ ΓΘ Hu* pro *οἱ* Ä $\overline{\Gamma\Theta}$ 12. *κείσθω ὡς Hu*, ambigua compendia similia ductibus ꝗ Ϛ exaravit A^3 12—18. pro *M* toto hoc scholio *B* legendum esse videtur. 13. *τὸ Δ Hu* pro *το* $\overline{\Theta}$ 21. *πέρας Hu* pro *περ'* 27. *τὸν*] *τὸ* A^3, ut videtur

συνθέντι τὸ ΑΒΔ τρίγραμμον πρὸς τὸν ΑΓΔ τομέα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΑΕ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΑΓ· ὥστε ὁ ΑΓΔ τομεὺς πρὸς τὸ ΑΒΔ τρίγραμμον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΑΖ. Conf. append. ad V propos. 16.

V p. 352, 13: *πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον*] fol. 65ʳ: τοῦτο τὸ εἰκοσάεδρον ἀπόγονόν ἐστιν τῆς πυραμίδος.

V p. 352 sqq.] Cum ab ipso Pappo polyedra septem generibus distinguantur, scholiasta ad marginem fol. 65ᵛ (similiter ac nos in Latina interpretatione) singula polyedra ex ordine numerorum percenset:

α'. ὀκτάεδρον· τρίγωνα δ', ἑξάγωνα δ'.
β'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον· τρίγωνα η', τετράγωνα ς'.
γ'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον· τρίγωνα η', ὀκτάγωνα ς'.
δ'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον· τετράγωνα ς', ἑξάγωνα η'.
ε'. ἑξαεικοσάεδρον· τρίγωνα η', τετράγωνα ιη'.
ς'. ἑξαεικοσάεδρον· τετράγωνα ιβ', ἑξάγωνα η', ὀκτάγωνα ς'.
ζ'. β-και-λ'-εδρον· τρίγωνα κ', δεκάγωνα ιβ'.
η'. β-και-λ'-εδρον· πεντάγωνα ιβ', ἑξάγωνα κ'.
θ'. β-λ'-εδρον· τρίγωνα κ', πεντάγωνα ιβ'.
ι'. ὀκτωκαι-λ'-εδρον· τρίγωνα λβ', τετράγωνα ς'.
ια'. δυοκαι-ξ'-εδρον· τρίγωνα κ', τετράγωνα λ', πεντάγωνα ιβ'.
ιβ'. β-και-ξ'-εδρον· τετράγωνα λ', ἑξάγωνα κ', δεκάγωνα ιβ'.
ιγ'. β-και-Ϙ'-εδρον· τρίγωνα π', πεντάγωνα ιβ'.

V p. 352, 19: *τρία δὲ μετὰ τοῦτο τεσσαρεσκαιδεκάεδρα*, ubi pro *τρία* codex Vatic. exhibet *δύο*] fol. 65ᵛ: ταῦτα τὰ β'

---

7. *ἀγογον* librarius, ductibus sane intricatis, dedisse videtur, corr. *Hu* coll. p. 1170, 1   13. hic versus suo loco omissus additus est inter duodecimum et tertiumdecimum polyedrum, sed per notam ☞ iustum ordinem restituit librarius   *δ εδρ'* A³   14. *τεσσαρ ισκ, δε καιεδρ'* A³   15. *τεσσαρισκεκά εδρ'* A³   16. *ε'*] *εδ'* A³   21. *πεντάγωνα Hu* pro $\overset{\alpha}{\square}$ 22. *ι'* add. *Hu*   23. *υω καὶ ξ̄ εδρ'* A³   25. *β καὶ ξ' ταιεδρ'* A³

ιδ'-εδρα ἀπόγονά εἰσιν τοῦ κύβου καὶ τοῦ ὀκταέδρου, τὸ μὲν α' τοῦ κύβου, τὸ δὲ β' τοῦ ὀκταέδρου: ∾ Conf. paulo infra p. 1171, 21 et 29.

V p. 356, 5 sqq. Ad eum polyedrorum conspectum, quem hinc usque Pappus exposuit, scholiasta Vaticanus triplici ratione interpretandi officio functus est. Sed antequam id explicamus, hoc primum commemorandum est singulorum scholiorum quae fol. 65^v extremo et fol. 66^r leguntur ordinem misere perturbatum esse, quorum series in codice, id quod iam brevissime significaturus sum, haec est:

fol. 65^v: α'. ὀκτάεδρον ἔχει cet.
fol. 66^r: τὸ δὲ τρίτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' cet.
,, ,, τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου τεμνομένης cet.
,, ,, τοῦτο γεννᾶται ἐκ τῆς πρώτης πυραμίδος cet.
,, ,, τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου διαιρουμένων cet.
,, ,, τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ ὀκταέδρου cet.
,, ,, β'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον περιέχεται ὑπὸ μὲν τριγώνων η' cet.
,, ,, γ'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον περιέχεται ὑπὸ μὲν τετραγώνων ς' cet.
,, ,, ε'. ἑκκαιεικοσάεδρον γεννᾶται cet.

Horum igitur scholiorum suo quodque loco a nobis repositum est, quo facto triplicis, ut modo diximus, interpretandi generis vestigia apparuerunt; namque et lacunam scripturae antiquitus traditae explevit scholiasta, et tabulam quandam polyedrorum suo ingenio apponere instituit, quae tamen non ultra tres numeros progressa est, et alius tabulae initium proposuit, qua *generationes* (*γενέσεις*) singulorum polyedrorum explicarentur.

Ergo primum ex codice Vaticano repetamus coniecturam scholiastae, qui cum post ea verba, quae in nostra editione p. 356, 23 leguntur, lacunam codicis animadverteret (quam nos ex auctoritate Eisenmanni explevimus), haec suo ingenio adscripsit:

τὸ δὲ τρίτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ' (ἑκάστη δὲ περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο ὀκταγωνικαὶ μία δὲ τριγωνική), πλευρὰς δὲ ἔχει λϛ΄.

Sequitur tabulae polyedrorum numerorum serie dispositae fragmentum, cuius singulis partibus statim subiungimus uniuscuiusque generis generationes ab eodem scholiasta descriptas:

α΄. ὀκτάεδρον ἔχει τρίγωνα δ΄ ἑξάγωνα δὲ δ΄, πλευρὰς ιη΄ γωνίας δὲ στερεὰς ιβ΄, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ γ΄ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαὶ μία δὲ τριγωνική, ὥστε λείπειν τῶν δ΄ ὀρθῶν μιᾶς ὀρθῆς γωνίας δύο τριτημορίοις: ∾

τοῦτο γεννᾶται ἐκ τῆς πρώτης πυραμίδος διαιρουμένων τῶν πλευρῶν αὐτῆς εἰς γ΄ ἴσα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

β΄. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον (scil. *τὸ πρῶτον*) περιέχεται ὑπὸ μὲν τριγώνων η΄ ὑπὸ δὲ τετραγώνων ϛ΄, ἔχει δὲ πλευρὰς κδ΄ γωνίας δὲ στερεὰς ιβ΄, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ δ΄ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν τετραγωνικαὶ β΄ δὲ τριγωνικαί, ὥστε λείπειν τῶν δ΄ ὀρθῶν μιᾶς γωνίας ὀρθῆς δύο τριτημορίοις: ∾

τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου διαιρουμένων δίχα τῶν πλευρῶν αὐτοῦ καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων, τῶν η΄ γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

γ΄. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον (scil. *τὸ δεύτερον*) περιέχεται ὑπὸ μὲν τετραγώνων ϛ΄ ὑπὸ δὲ ἑξαγώνων η΄, ἔχει δὲ πλευρὰς λϛ΄, γωνίας δὲ στερεὰς κδ΄, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ γ΄ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαὶ μία δὲ τετραγωνική: ∾

τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ ὀκταέδρου τεμνομένης τρίχα ἑκάστης

---

1. *οκταγωνοι μια δε τριγῶ* A^3, corr. *Hu* 7. *η΄ εδρ̀* A^3 8. *περιέχεται*] π̄ △ comparent in codice, reliqui ductus evanuerunt 10. *λείπειν τῶν δ΄ ὀρθῶν*] *λείπει ////δ//////* A^3 13. *τομῶν*] *το μ̂* A^3 15. *τεσσαρις και δεκαεδρ̀* A^3, item vs. 24 27. *τετραγωνική* *Hu* pro ☐
29. *τεμνομεν͂*, i. e. *τεμνομένων*, A^3 *ἑκάστης*] decurtato folii margine nihil nisi ε servatum est

τῶν αὐτοῦ πλευρῶν καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν ϛʹ γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

Iam sub δʹ sequi debebat tertii polyedri quattuordecim basium similis superioribus descriptio, quam scholiasta propterea omisisse videtur, quia iam supra (p. 1170, 35) id polyedrum adumbraverat. Sed non omissa est ea quae huc pertinet generationis formula:

τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς οὕτως ὥστε γίνεσθαι τρία τμήματα, ὧν τὸ μέσον ἑκατέρου τῶν ἄκρων διπλάσιόν ἐστιν δυνάμει: ∾

εʹ. ἑκκαιεικοσάεδρον (scil. *τὸ πρῶτον*) γεννᾶται ἐκ τοῦ τεσσαρεσκαιδεκαέδρου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ ηʹ τριγώνων καὶ ϛʹ τετραγώνων, τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς δίχα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐκβαλλομένων ἐπιπέδων καὶ . . .

Hoc igitur loco scholiasta, omissa polyedri descriptione, generationem eius paucis significavit, neque quidquam praeterea addidit, quo plenus fieret omnium eius generis figurarum conspectus.

V p. 362, 30: *ἀλλὰ καὶ ὀρθὴ ἡ Ζ τῇ Η ἴσῃ*] fol. 67ʳ: ἡ γὰρ ὑπὸ ΖΕΗ τῇ Δ ἴσῃ· χωρίον γὰρ τὸ ΔΖΕΗ εὐθύγραμμον. Neque quid his verbis significetur, neque, utrum ad eum quem supra exscripsimus, an ad alium locum hoc scholium referendum sit, satis constat. Adscripsit autem non ille scholiasta, cuius adnotationes hucusque repetivimus, sed alius quidam recentior, in quo nulla videlicet est auctoritas.

V p. 364, 15: *διπλῆ ἐστιν καὶ ἡ μὲν ΓΔ τῆς ΘΗ, ἡ δὲ ΕΖ τῆς ΗΚ*] fol. 67ʳ: διπλῆ ἐστι καὶ ἡ ΔΖ τῆς ΔΚ, ὥσπερ καὶ ἡ ΕΓ τῆς ΓΘ. Vera haec quidem, sed nihil valent

---

1. *τομῶν*] *το μ́*, sed *μ* decurtatum, $Λ^3$ 9. *γίνεσθαι* suadet dicendi usus, nec repugnat compendium ab $Λ^3$ exaratum, quamquam idem etiam *εἶναι* legi potest 10. *διπλασὶ* $Λ^3$, quod rectius *διπλασίον* (ex *διπλασίων*) quam *διπλάσιον* legi videtur 11. *ἑξ και εικοσάεδρ̀* $Λ^3$ 11. 12. *ῐ̃ ιδ εδρ̆* $Λ^3$ 13. *δίχα*] *δι* $Λ^3$ extremo margine folii decurtato 14. *καὶ*] compendium mutilatum exstat in cod., post quod folio decurtato periisse videntur verba *ἐκπιπτουσῶν τῶν γωνιῶν* 20. *χωρίον*] ♇ Λ rec. *το $\overline{ΔΟΖ}$ $\overline{εη}$ ευθυγραμμ̀* Λ rec.

ad propositum, et sunt ab eodem librario recentiore, quem statim (p. 1172, 23) notavimus, adscripta.

VI p. 474, 7: *τῶν δύο μεγίστων κύκλων*] fol. 87ᵛ: τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου. Theodosii sphaeric. 3 propositio 6, de qua hoc loco Pappus agit, generaliter de circulis qui in sphaerae superficie sunt enuntiata est; sed commode scholiasta adnotat secundum astronomorum rationes illo Theodosii loco intellegi circulum aequinoctialem et zodiacum.

VI p. 476, 12: *δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντη μεταλαμβανόμεναι*] fol. 87ᵛ: διὰ τὸ κ' τοῦ ια' στοιχείων, perinde ac nos in Lat. interpretatione p. 477.

VI p. 478, 14: *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β*] fol. 88ʳ: διὰ τὸ γ' τοῦ γ' τῶν σφαιρικῶν. Item nos in Lat. interpretatione p. 479.

VI p. 478, 19: *ἴση δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῇ ΑΒ* cet.] fol. 88ʳ: ἡ μὲν ΔΕ περιφέρεια τῇ ΒΑ ἴση οὖσα, κοινῆς προστεθείσης τῆς ΑΔ, ἴσην ποιεῖ συναμφότερον τὴν ΒΑΔ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΔΕ. καὶ ἔστιν διπλῆ ἡ ΕΑ τῆς ΑΓ, καὶ μείζων συναμφότερος ἡ ΑΔΕ τῆς ΑΕ, καὶ τὰ ἑξῆς. Haec simili consilio composita sunt atque illa quae nos p. 479 paulo brevius ac concinnius supplevimus.

VI p. 486, 27: *καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι οἱ ΚΛ ΜΝ ΞΟ*] ad hunc locum pertinere videtur notula quae fol. 90ʳ legitur: καὶ παράλληλος ἔστω ὁ ΡΠ. Haec igitur verba scholiasta ad Pappi contextum addenda esse putaverit collato simili loco qui est p. 488, 21.

VI p. 488, 27: *Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ* cet.] ad hoc lemma in marg. fol. 90ᵛ adnotata sunt haec verba impeditissima: διὰ τὸ ιβ' τοῦ ιγ' ἀπέδειξεν δυνατὸν καὶ στερεὰ θεωρήματα πορίσασθαι, τό τε τοῦ ιβ' ἀντίστροφον καὶ τὸ τοῦ ιγ' ἀντίστροφον. ἡ δὲ δεῖξις διὰ τοῦ ἀδυνάτου: ∾ Citantur igitur

---

4. *ζῳδιακοῦ*] non omisit ι adscriptum A³ 17. *ἡ μὲν*] η μ̄ A³ 18. *τ̄ βα///ναμφοτερωι* A³, corr. *Hu* 25. *εστω ορπ̄* (sed π vix differt ab *Π*) A³ 30. *διὰ τὸ ιβ'*] *ιβ̄* | *δια τ* A³

Euclidis elementorum libri XIII propositiones 12 et 13 conversae; sed neque quid suis verbis scholiasta voluerit, neque quem Pappi locum respexerit, satis liquet.

VI p. 492, 17: *ὁ ΔΚΛ ἄρα ἥξει διὰ τῶν τοῦ ΒΕΗ πόλων*] fol. 91ʳ: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ θ' τοῦ β' τῶν σφαιρικῶν.

VI p. 494, 5: *ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Η*] fol. 91ᵛ: διὰ τὸ πρὸ αὐτοῦ.

VI p. 494, 9: *ἔσται δὴ παράλληλος τῷ ΑΒΓ*] fol. 91ᵛ: διὰ τὸ πρῶτον τοῦ β' τῶν σφαιρικῶν.

VI p. 494, 12: *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΜ περιφέρεια τῇ ΜΗ περιφερείᾳ*] fol. 91ᵛ: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ θ' τοῦ β' τῶν σφαιρικῶν.

VI p. 494, 17: *καὶ ἔστω μείζων ἡ ΒΕ τῆς ΞΓ*] fol. 91ᵛ: ἡ αὐτὴ δεῖξις ἔσται, κἂν ὑποτεθῇ ἡ ΒΕ ἐλάσσων οὖσα τῆς ΞΓ. ἔστι γὰρ ἡ ΞΓ μείζων τῆς ΒΕ, καὶ τὰ ἑξῆς ὅμοια πάντα.

VI p. 496, 8: *καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΟ ΟΡΚ* cet.] ut demonstret rectas *οκ ερ* se invicem secare in puncto *ρ*, scholiasta fol. 91ᵛ haec addit: ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ Κ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τοῦ Ρ ἐλεύσεται ἐξ ἀνάγκης· καὶ γὰρ τὸ Ρ ἐπὶ τῆς ΕΜ κεῖται, καὶ τὰ Π Ρ Σ σημεῖα ἐν τῷ ΕΣΜ ἐπιπέδῳ κεῖνται ἀναμφιλέκτως, καὶ ἔστιν ἡ ΚΡΟ εὐθεῖα κοινὴ τομὴ τῶν ΕΚΜ ΔΚΛ ἐπιπέδων, ὥστε καὶ τὸ Ρ ἐν τῷ ΔΚΛ ἐστὶν ἐπιπέδῳ καὶ ἑκάτερον τῶν Π Σ σημείων.

VI p. 496, 20 — 498, 1: *καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΚ περιφέρεια τῇ ΚΞ περιφερείᾳ — ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ΖΛ περιφέρεια τῇ ΛΘ* cet.] ad haec fere Pappi verba pertinere videtur scholium initio mutilatum, quod fol. 92ʳ legitur:

---

5. *τοῦ θ'*] ? τ̃ *θ'* A³ (recte mox vs. 12)   16. *ἔστι*] immo *'Επεὶ*, quo vocabulo scholiasta initium demonstrationis huius alterius casus, quem ipse ponit, significare debuit   21. *ἐλεύσεται*) *ἐλλ///* A³, sed alterum *λ* legendum esse videtur *ευ*, post quam diphthongum etiam vestigia litterae *σ* agnoscuntur   23. *ἡ κρω* A³, sed *ω* puncto notatum

* ἴσης οὔσης τῆς ΓΞ * * * ἴσαι δείκνυνται * * καὶ ἔστι ΖΛ ΛΘ ἴσαι, δείκνυνται αἱ ΒΕ ΓΞ ἴσαι: ~

ἀλλ' ἴσων οὐσῶν τῶν ΖΛ ΛΘ, ἀνίσων δὲ τῶν ΕΚ ΚΞ, ἄνισοι δείκνυνται αἱ ΒΕ ΓΞ:

καὶ πάλιν ἀνίσων οὐσῶν τῶν ΒΕ ΓΞ, ἴσων δὲ τῶν ΖΛ ΛΘ, ἄνισοι δείκνυνται αἱ ΕΚ ΚΞ:

[καὶ πάλιν ἴσων οὐσῶν τῶ ΖΛ ΛΘ, ἀνίσων δὲ τῶν ΕΚ ΚΞ, ἄνισοι δείκνυνται αἱ ΒΕ ΓΞ:]

καὶ πάλιν ἴσων οὐσῶν τῶν ΒΕ ΓΞ, ἀνίσων δὲ τῶν ΕΚ ΚΞ, ἄνισοι γίνονται αἱ ΖΛ ΛΘ:

καὶ πάλιν ἀνίσων οὐσῶν τῶν ΖΛ ΛΘ, ἴσων δὲ τῶν ΒΕ ΓΞ, ἄνισοι δείκνυνται αἱ ΕΚ ΚΞ:

καὶ πάλιν ἀνίσων οὐσῶν τῶν ΖΛ ΛΘ, ἴσων δὲ τῶν ΕΚ ΚΞ, ἄνισοι γίνονται αἱ ΒΕ ΓΞ: ~

VI p. 498, 1: *ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΠΡ τῇ ὑπὸ ΡΠΤ* cet.] fol. 92r: διὰ τὸ γʹ τοῦ ϛʹ στοιχείων. Brevissime igitur scholiasta idem significavit quod nos p. 499 adnot. 2 peculiari theoremate ex elem. 6, 3 derivato demonstravimus.

VI p. 498, 13: *ἡ ΠΟ ἄρα πρὸς ΠΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΟΠ πρὸς ΠΤ*] fol. 92r: διὰ τὸ ηʹ τοῦ εʹ στοιχείων. καὶ συνθέντι. Eadem nos p. 499 med. in Latina interpretatione suis locis addidimus.

VI p. 500, 4: *διὰ δὴ τοῦτο μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΕΠΣ τῆς ὑπὸ ΣΠΤ*] fol. 92r: διὰ τὸ γʹ τοῦ ϛʹ στοιχείων. ἀναλυ-

---

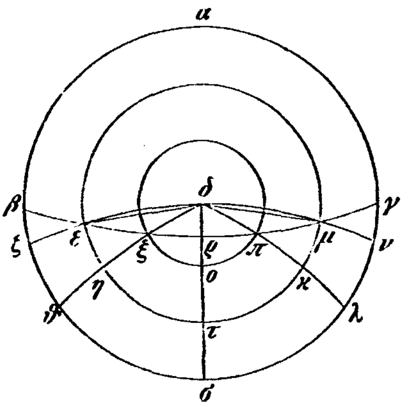
1. *ἴσης οὔσης*] *ἴσους* agnoscitur in cod. post *τῆς ΓΞ*, superiore folii margine decurtato, apparent incerta quaedam vestigia litterarum, velut *και εστι το* ⏑ ⏑ ⏑ *ζ* (vel ξ) **] quattuor litterarum vel compendiorum vestigia plane dubia exstant in cod. *εστι* sic Λ^3, quod ex *ἐὰν αἱ* corruptum esse videtur 2. *αἱ ΒΕ Hu* pro *αἱ* $\overline{\beta\vartheta}$ 3. *ἀλλ' ἴσων Hu* pro *ανιῶ* 5. *ἀνίσων* idem pro *ιῶ* 6. interpunctio: hoc loco deest in cod., item vs. 10. 12 7. 8. del. *Hu*, quorum loco haec excidisse videntur: *καὶ πάλιν ἀνίσων οὐσῶν τῶν ΒΕ ΓΞ, ἴσων δὲ τῶν ΕΚ ΚΞ, ἄνισοι δείκνυνται αἱ ΖΛ ΛΘ* 11. *τῶν* $\overline{\beta\vartheta}$ $\overline{\gamma\xi}$ Λ^3 21. *τοῦ εʹ στοιχείων Hu* pro *τὸ ε̃* (vel ˜ϑ) *δομενων*

τικῶς. Vide quae statim ad scholium in p. 498, 1 adnotavimus.

VI p. 500, 7: *μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΛ τῆς ΛΘ*) hanc ad clausulam demonstrationis pertinere videtur nota sane obscura et partim corrupta quae fol. 92ʳ legitur: μείζονος οὔσης τῆς ΒΕ * * * τῆς ΓΞ. Conf. propositionem huius theorematis p. 494, 17: *καὶ ἔστω μείζων ἡ ΒΕ τῆς ΞΓ.*

VI p. 500, 11: *ὁ ἄρα τῆς ΕΠ πρὸς ΠΤ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΕΡ πρὸς ΡΓ*] fol. 92ʳ: διὰ τὸ γ′ τοῦ ϛ′ στοιχείων.

VI p. 500, 21—28: *Τεμνέτωσαν ἀλλήλους δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΒΡΓ, καὶ ἔστω ὁ πόλος τοῦ ΑΒΓ κύκλου ὁ Δ, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΖ ΔΘ ΔΛ ΔΝ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΕΞ τῇ ΠΜ· λέγω ὅτι, εἰ μὲν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΖΘ τῇ ΛΝ*] quae huic propositioni respondent conversae duae, eas scholiasta fol. 92ʳ exhibet hunc in modum:



Ἔστωσαν αἱ μὲν ΒΕ ΓΜ ἴσαι, αἱ δὲ ΖΘ ΛΝ ἴσαι· λέγω ὅτι καὶ αἱ ΕΞ ΜΠ ἴσαι εἰσίν.

Τετμήσθω δίχα ἡ ΘΛ τῷ Σ, καὶ κύκλος μέγιστος ὁ ΔΡΣ ἔσται ὀρθὸς διὰ τὸ * * * ὁ μὲν ΕΠΜ παράλληλος διὰ τῶν Ε Μ, ὁ δὲ ΞΟΠ διὰ τῶν Ξ Π. ἡ γὰρ ΖΣ ἴση τῇ ΝΣ, καὶ λοιπὴ ἡ ΘΣ λοιπῇ τῇ ΛΣ ἴση, τουτέστιν ἡ ΕΤ τῇ ΤΜ· ὁ

5. *μειζωῖ* Λ[3] 6. post *τῆς ΒΕ* in cod. exstant duo compendia similia iis quae *ὅτι ἄρα* significant, tum leguntur *δε τ γξ* 21. *τετμήσθω Hu* pro *τεμνεισθω* 22. *κύκλος*] ☉̆, i. e. *κύκλου*, Λ[3] 23. *ὀρθὸς*] *ϱ* Λ[3] 23. 24. *τὸ * * **] *το·δ′* | *και ιθ* Λ[3] (citavisse videtur Theodosii sphaeric. 1 propos. 14. 15) 24. *παράλληλος Hu*, ≚ Λ[3] 26. *ἡ γὰρ*] $\overline{\eta}$ et *γ* cum lineola obliqua Λ[3]; ergo etiam *ἡ γίνεται* legere possis; sed collato initio demonstrationis (vs. 21 sq.) alia insuper hoc loco (vs. 26—29) dubia aut mendosa esse apparet 29. *ἡ ΕΤ Hu* pro *ἡ* $\overline{\sigma\tau}$

αρα ΔΣ διὰ τῶν πόλων ἐστὶν τοῦ ΒΡΓ· ἴση ἄρα ἡ ΕΡ τῇ ΡΜ. καὶ γίνεται ἡ ΕΤ τῇ ΤΜ ἴση, ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΞΡ τῇ ΡΠ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΞ λοιπῇ τῇ ΜΠ ἴση ἐστίν.

Ἐὰν δὲ δοθῇ ἡ τῶν ΕΞ ΜΠ ἰσότης, καὶ ἔτι ἡ τῶν ΖΘ ΛΝ, ἀντιστρόφως τὸ αὐτὸ δειχθήσεται, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΞΕ τῇ ΠΜ, διχοτομηθείσης τῆς ΞΠ κατὰ τὸ Ρ, καὶ γραφέντος τοῦ ΔΡΣ μεγίστου κύκλου· ὁ γὰρ πόλῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔΞ κύκλος γραφόμενος εἰ μὴ διὰ τοῦ Π ἥξει, οὐκ ἔσται ἴση ἡ ΘΣ τῇ ΣΛ, ὥστε οὐδ' ἡ ΖΣ τῇ ΣΝ ἔσται ἴση, οὐδὲ ἡ ΕΤ τῇ ΤΜ, οὐδὲ ἡ ΕΡ τῇ ΡΜ, ὅπερ ἄτοπον· ἐὰν γὰρ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἀλλήλους τέμνωσιν, ὡς νῦν ὁ ΕΤΜ τὸν ΕΡΜ, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς τοῦ ἑτέρου διχοτομίας μέγιστος κύκλος γραφῇ, καὶ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ ἐλεύσεται.

Ἄμεινον δὲ ἴσως διὰ τοῦ ἀδυνάτου δεῖξαι ταύτην τὴν δευτέραν ὑπόθεσιν χρωμένους τῷ ιη': ~

VI p. 502, 4: *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Μ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε*] fol. 92ʳ: διὰ τὸ ιδ' τούτου τοῦ βιβλίου, perinde ac nos in Lat. interpretatione p. 503 adnotavimus.

VI p. 502, 17—26: *καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΞ τῇ ΠΜ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΕ τῇ ΜΓ ἴση ἐστίν — καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΘ λοιπῇ τῇ ΝΛ ἐστὶν ἴση*] fol. 93ʳ: ἴσων οὐσῶν τῶν ΒΕ ΓΜ, καὶ ἔτι τῶν ΕΞ ΜΠ ἴσων, νῦν ἐδείξαμεν τὰς ΖΘ ΛΝ ἴσας. καὶ πάλιν ἴσων οὐσῶν τῶν ΕΒ ΓΜ, καὶ ἔτι τῶν ΖΘ ΛΝ, ἴσαι δειχθήσονται αἱ ΕΞ ΜΠ: ~ Conf. ad p. 500, 24—28.

VI p. 502, 19: *ἴση ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ξ τῇ*

---

2. *ἴση* (ante *ἐστὶν*) *Hu* pro *ηση*, item vs. 5 4. *ΜΠ Hu* pro $\overline{\mu\gamma}$ *ἔτι Hu* pro *ἔστι* 5. *δειχθῇ εσται* A³ 5. 6. *ἡ ΞΕ τῇ ΠΜ Hu* pro *η* $\overline{\beta\epsilon}$ *τη* $\overline{\gamma\mu}$ 7. *τῷ Δ Hu* pro *τωι* $\overline{\iota\alpha}$ 8. *ἥξει Hu* pro *ἤξη* 10. *ἡ* (ante *ΕΡ*) add. *Hu* 11. *τὸν* add. *Hu* 15. post *δευτέραν* repetit *αν* A³ *χρομενους* A³ *τῷ ιη'*] i. e. Theodosii sphaeric. 2 propos. 18 22. *τῶν ΒΕ Hu* pro ? $\overline{\beta\vartheta}$ 23. *ἔτι Hu* pro *ἔστι*, item vs. 24 *ἴσας* add. *Hu*, nisi forte idem latet in proximo compendio, quod, sicut exaratum est in codice, sine dubio *καὶ* significat, sed ex simili compendio vocis *ἴσας* facile corrumpi potuit 24. *τῶν ΒΒ Hu* pro ? $\overline{\epsilon\vartheta}$ 25. *ΜΠ Hu* pro $\overline{\mu\gamma}$

ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Π] fol. 93r: διὰ τὸ ιδ′ τούτου τοῦ βιβλίου. Conf. ad p. 502, 4.

VI p. 502, 25: *πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΓΜ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΖΣ τῇ ΣΝ*] fol. 93r: διὰ τὸ ιε′ τούτου τοῦ βιβλίου.

VI p. 504, 1: *ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΠΤ γωνία τῇ ὑπὸ ΧΠΡ, ἔστιν ἄρα* cet.] fol. 93r: διὰ τὸ ιβ′ τούτου τοῦ βιβλίου, quod theorema nos quoque p. 505 init. citavimus.

VI p. 504, 14: *μείζων ἄρα ἡ ΖΘ περιφέρεια τῆς ΛΟ περιφερείας*] cum initio huius theorematis (p. 502, 28), praeter ceteras hypotheses, supposita sit $\beta\varepsilon > \gamma\xi$, et $\varepsilon\upsilon = \psi\xi$, unde efficitur esse $\zeta\vartheta > \lambda o$, scholiasta fol. 93r hos varios casus, qui ex ea propositione elici possunt, componit:

ἴσης οὔσης τῆς μὲν ΒΕ τῇ ΓΞ, τῆς δὲ ΕΥ τῇ ΨΞ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΖΘ ΛΟ δι' ἀδυνάτου:

ἴσης οὔσης τῆς μὲν ΕΥ τῇ ΨΞ, τῆς δὲ ΒΕ τῇ ΓΞ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΖΘ ΛΟ:

ἴσης οὔσης τῆς ΖΘ τῇ ΛΟ, τῆς δὲ ΒΕ τῇ ΓΞ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΥΕ ΨΞ δι' ἀδυνάτου:

ἴσης οὔσης τῆς ΖΘ τῇ ΛΟ, τῆς δὲ ΕΥ τῇ ΞΨ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΒΕ ΓΞ δι' ἀδυνάτου:

ἴσης οὔσης τῆς ΒΕ τῇ ΓΞ, τῆς δὲ ΖΘ τῇ ΛΟ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΕΥ ΞΨ δι' ἀδυνάτου:

ἴσης οὔσης τῆς ΕΥ τῇ ΨΞ, τῆς δὲ ΖΘ τῇ ΛΟ ἀνίσου, ἄνισοι γίνονται αἱ ΒΕ ΓΞ δι' ἀδυνάτου: ∼

VI p. 506, 22: *εἰς τὸ πρὸ αὐτοῦ*] fol. 93r: εἰς τὸ ε′ τοῦ γ′ τῶν σφαιρικῶν, perinde ac nos in Lat. interpretatione.

VI p. 506, 24: *Ἐὰν γὰρ ἐκθώμεθα τὸν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας τὸν ΑΒΓΔ* cet.] ad quaestionem criticam, quam

---

15. *δια δυς* (ubi ς est nota scripturae per compendium) A[3] 15 sqq. interpunximus similiter ac supra p. 1175; in cod. vel : vel : ∼ vel nulla interpunctio exstat 16. *ΒΕ Hu* pro $\overline{\beta\vartheta}$ 17. post *ΛΟ* add. *επευθει* cum nota compendii *ας* A[3] 19. *αἱ ΥΕ ΨΞ Hu* pro *αἱ* $\overline{\beta\varepsilon}$ $\overline{\gamma\xi}$ 21. post *ἀδυνάτου* add. *ζήτει* (hoc quidem ambiguo compendio scriptum) *τα εξης κάτω*, quia scilicet reliqua infra sequuntur extremo margini adscripta 22. *τῆς ΒΕ Hu* pro *τῆς* $\overline{\beta\vartheta}$.

hinc usque Pappus pura ratione geometrica instituit, scholiasta fol. 94^r hanc disputationem, ad astronomorum dicendi genus accommodatam, addit: ἐὰν γὰρ ἐπὶ τῆς ὀρθῆς σφαίρας ὑποθώμεθα ἀνατέλλειν τὴν τοῦ ζῳδιακοῦ ἀρχήν, δῆλον ὅτι μεσουρανήσει * * * καὶ διὰ τοῦτο ἔσται ἐπὶ τοῦ Α σημείου, τουτέστιν ἐπὶ τῆς τομῆς τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ τοῦ ὁρίζοντος ἐν τῇ ἀρχῇ τοῦ ζυγοῦ, τουτέστιν ἐν τοῦ Ε σημείου μ̊ ρν´ μείζων τετραγώνου πλευρᾶς. καὶ ἐπειδὴ ἡ τοῦ αἰγόκερω ἀρχὴ δύνουσα βλέπει τὴν τῆς παρθένου ἀρχήν, γίνονται τοῦ αὐτοῦ σημείου καὶ ἀνατέλλουσι καὶ δύνουσιν ἑκατέρα, ὅσας ἂν ἐπὶ τῶν μεταξὺ μ̊ ρκ´ δύο περιφερείας ἴσας λάβωμεν, οἱ διὰ τῶν περάτων τῶν τοιούτων περιφερειῶν παράλληλοι τῷ ΒΕΔ γραφόμενοι κύκλοι οὐδέποτε τεμοῦσιν τὴν ΑΒ τοῦ ὁρίζοντος περιφέρειαν. καὶ ἁπλῶς ἐὰν μὴ ἡ ἀρχὴ τοῦ καρκίνου δύνῃ, ἀλλὰ τὰ προηγούμενα αὐτῆς, ἀνάγκη τὴν ΑΕ μείζονα εἶναι τετραγώνου, καὶ τὸ πρόβλημα οὔπω γίνεται, ὡς ἔφαμεν. ἐὰν δὲ δύνῃ ἡ τοῦ καρκίνου ἀρχὴ ἢ τὰ ἑπόμενα αὐτῇ, τὸ πρόβλημα γίνεται * καὶ πάντως πανταχοῦ τὰ λαμβανόμενα σημεῖα ἐπὶ τῆς ΑΕ νοτιώτερά εἰσιν τοῦ Α σημείου.

VI p. 508, 15: *ἵνα εἴπωσιν "ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΞΘ ἐπὶ εὐθείας τῆς ἀπὸ Ξ ὀρθὸν τμῆμα ἐφέστηκε τὸ ΞΛ* cet.] fol. 94^r: ψεῦδος τοῦτο· ὁ γὰρ ΞΘ κύκλος καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ξ * *

---

4. *ζῳδιακοῦ*] ζ cum nota compendii A^3 4. 5. *μεσουρανησεις ο μ̊ κβ και δια* A^3 (sed numerus β incertus est) 6. *ζωδιακ̆* A^3 7. *ζυγοῦ*] ♎ A^3 *τετραγώνου*] □ A^3 8. *αἰγόκερω*] ♑ A^3 9. *παρθένου*] ♍ 12. *τῷ ΒΕΔ Hu, τῶ* (vel *τὸ*) | A^3 extremo margine folii decurtato 14. *καρκίνου*] ♋ A^3, item vs. 16 15. *τὴν ΑΕ*] ͡τ (i. e. *τῶν*) *αε* A^3 16. *δύνῃ ἡ*] *δυνηι* | A^3 extremo margine folii decurtato, et ι quidem dubium est *επομε* A^3 extr. marg. fol. decurt.

17. *] α et vestigium unius litterae, velut υ, A^3 extr. marg. fol. decurt., *αὖθις* vel *ἀναμφιλέκτως* (conf. p. 1174, 23) coni. Hu *πανταχοῦ*] *πάντα* cum ambigua nota compendii, ita ut etiam de *παντάπασι* cogitari possit 17. 18. *τα λαμ* | *νομενα* A^3 extr. marg. fol. decurt.; neque in syllaba *λαμ* tota littera μ, sed pars tantum eius servata est 18. *εἰσιν*] ·//· A^3, quod est compendium formae *εἰσιν*, non *ἐστιν* 21. *ψευδ^*, i. e. *ψευδον*, A^3, ita ut ambigatur, sitne *ψεῦδος*, an *ψεύδει* (mentiris), an forte etiam *ψεύδεται* legendum *Ξ* * *] ξ̄ ✶ο ⁰ *αυτο* | A^3

εἰ ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας * * ἐγκέκλιται, πρὸς τὴν * * ἄμεινον ὀρθὸν γράφειν ἐπὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Ξ.

VI p. 512, 6: *πεσεῖται ἐπὶ τὴν κοινὴν αὐτῶν τομήν*] fol. 94ʳ: διὰ τὸ λη' τοῦ ια' στοιχείων, perinde ac nos in Lat. interpretatione.

VI p. 512, 20: *ἔστω δεῖξαι τὸ θεώρημα* cet.] fol. 94ʳ: τὸ ς' τοῦ γ' τῶν σφαιρικῶν. Conf. p. 513 adnot. 1. Praeterea omnino ad Pappi propositionem 21 pertinere videtur scholium, quod imo margine folii 94ʳ legitur: τὸ νῦν εἰκοστὸν πρῶτον θεώρημα πρὸς τοὺς πρὸ ὀλίγου (p. 508, 6) μνημονευθέντας σφόδρα εὐήθεις ἀποτείνεται· ἰδοῦ γὰρ καὶ ἄνευ τοῦ θ' θεωρήματος τῶν σφαιρικῶν δέδεικται τὸ ς'.

VI p. 514, 5: *διὰ τὰ προδεδειγμένα*] fol. 95ʳ: διὰ τὸ ις' τούτου τοῦ βιβλίου, perinde ac nos in Lat. interpretatione.

VI p. 516, 25: *ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΜΞ τῆς ΝΞ*] fol. 95ʳ: διὰ τὸ ιη' τούτου τοῦ βιβλίου. Numerus *ιη* ductibus sane ambiguis in codice exaratus est, ac vix dubitare licet, quin *ις'* (quod theorema nos in Lat. interpretatione citavimus) corrigamus.

VI p. 518, 15: *Ἐπειδὴ τρεῖς μόναι διαφοραὶ* cet.] fol. 96ʳ: εἰς τὸ περὶ κινουμένης σφαίρας. Igitur scholiasta, cum Pappus p. 518, 19 Autolycum auctorem, omissa libri de quo agitur appellatione, citaverit, eum titulum addit, id quod nos quoque p. 519 adnot. 1 fecimus.

VI p. 530, 11: *Ἐν τῷ δ' θεωρήματι ὁ Θεοδόσιος ψευδογραφεῖται*] fol. 98ʳ: εἰς τὸ περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν. Conf. quae ad superius scholium adnotavimus. Quod unum tantummodo Theodosii librum de diebus et noctibus, non priorem ex duobus, scholiasta commemorat, consentit cum ipso Pappo p. 474, 12.

---

1. * * *ἐγκέκλιται*] *ο δει* | *εγκεκληται* A³, sed vocalis syllabae *δει* incerta, extremo margine folii decurtato 1. 2. * * *ἄμεινον ὀρθὸν*] *τοια*| *σῖο ἀμειν' ρ* A³ (post *τοια* rursus margo decurtatus est, ita ut *τοιαύτην* liceat coniicere; de compendio *ρ* conf. supra ad p. 1176, 24) 4. *λη'* *Hu* pro $\overline{\lambda}$ 10. *πρότον* A³ 26. *εἰς τὸ* *Hu* pro *ς°*

VI p. 532, 27: *ἴσαι γὰρ οὖσαι ἴσον ἀπέχουσιν τῆς θερινῆς συναφῆς*] fol. 99r: διὰ τὸ ϛʹ τῶν φαινομένων. Conf. append. ad. VI propos. 29.

VI p. 532, 29: *ἀλλ' ὁ μὲν ἥλιος τὴν ΜΛ διαπορεύεται ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ ἐν ᾧ ἑκατέραν τῶν ΜΚ ΚΛ διαπορεύεται*] ad haec verba pertinere existimo notulam fol. 99r: κατὰ τὴν ἐξ ἀρχῆς ὑπόθεσιν, id est "ex hypothesi (p. 532, 19) et ex constructione". Quodsi idem scholium ad quaepiam potius verba quae sequuntur referendum esse videtur, variae sententiae probabiliter afferri possunt.

Ad eundem fere locum (p. 532, 29 — 534, 8) fol. 99v adscripta sunt haec:

τὴν ΜΚ — ἡ ΜΚ δύνει ἀνατέλλει
τὴν ΚΛ — ἡ ΚΛ ἐναλλάσσει
τὴν ΛΞ — ἡ ΛΞ δύνει:

VI p. 536, 19: *ὥστε φανερὸν τὸ προκείμενον καὶ οὐ προσδεόμενον πλείονος ἐπισκέψεως*] fol. 100r: κατὰ τὰς τοῦ Θεοδοσίου ὑποθέσεις, κατὰ δὲ τὸ ἀληθὲς ἄνομα φαίνεται διὰ τὴν ἐκκεντρότητα τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου.

VI p. 540, 6: *ἐπεὶ οὖν τὸ Ν ὁμαλῶς κινούμενον διαπορεύεται τὴν ΝΘ ἐν ὥραις δέκα, τὸ ἄρα ἑκατοστὸν αὐτῆς μέρος ἐν ὥρας δεκάτῳ διελεύσεται*] fol. 100v: τὰ γὰρ ἑκατὸν δέκατα μόρια ιʹ μονάδες εἰσίν, i. e. "100 decimae partes sunt 10 unitates".

VI p. 540, 10—15: *δύο οὖν ὑπαρχουσῶν κινήσεων — ἐλάσσων ἐστίν*] ad hunc Pappi locum adscripta sunt, sed ad totam propos. 30 pertinent haec scholiastae verba fol. 100v: ἐκ τοῦ κανόνος τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν ἔγνωμεν ὅτι, ἐὰν ὑποτεθῇ ἡ Δ γωνία (ὀξεῖα οὖσα) τοιούτων οὖσα ○ λδʹ ἔγγιστα, οἵων αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ τξʹ, γίνεται ἡ ΔΑ τῆς ΑΒ ἑκατονταπλῆ ἔγγιστα. δυνατὸν δὲ καὶ ἐν μείζονι λόγῳ γενέσθαι τὴν ΔΑ

---

2. *διὰ τὸ ϛʹ*] numerus ϛ̄, in codice simillime notae Ϛ̄ exaratus, ex ιδ̄ corruptus esse videtur (vide append. ad VI propos. 29) 23. *ιʹ* add. *Hu* 29. *ὀξεῖα οὖσα* del. *Hu* *ο λδʹ* A[3] 30. *τξʹ Hu* pro *τϛ* 31. *εμ μειζονι* A[3]

πρὸς ΑΒ τοῦ ἑκατονταπλοῦ, ἀεὶ τῆς Δ γωνίας μειουμένης, ἵνα τὸ ἄτοπον μᾶλλον φανερωθῇ· ἐὰν γὰρ ὑποτεθῇ ἡ ΑΔ διάμετρος τοῦ κύκλου τμημάτων ͵ας΄ ἢ ͵θχ΄ ἢ καὶ ἔτι πλειόνων, τοσοῦτον ἡ Δ γωνία μειοῦται καὶ ἡ ΑΒ εὐθεῖα, ὥστε μυριονταπλασίονα εἶναι τὴν ΔΑ τῆς ΑΒ: ∼ Conf. append. ad VI propos. 30.

VI p. 540, 26 — 546, 2. Quoniam in hac parte operis Pappus agit de magnitudinibus, quae aut in infinitum et augentur et minuuntur, aut in infinitum augentur neque tamen minuuntur, aut in infinitum minuuntur neque tamen augentur, aut neque minuuntur neque augentur in infinitum, scholiasta fol. 101r eos quattuor casus, addita exemplorum a Pappo allatorum brevi significatione, componit hoc fere modo:

οἷον ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας χωρίον παραβάλ-
λειν ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ

ἐπ' ἄπειρον αὔξεται

οἷον τὸ ἐφεξῆς

δοθέντα κύκλον ἐναρμόττεται

ἐπ' ἄπειρον μειοῦται

οἷον εἰ εἰς τὸν

τρίγωνον τὸ ΑΒΓ

οὐκ ἐπ' ἄπειρον αὔξεται * * * * * * * * * * * * * ἐφαπτομένῳ * * * * οὐκ ἐπ' ἄπειρον μειοῦται

VI p. 542, 14: *ἔστι μεῖζον τὸ ΖΗΒ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου*] fol. 101r: ἡ γὰρ διὰ τοῦ Α παράλληλος τῇ ΒΓ τεμεῖ τὴν ΖΕ καὶ ποιήσει τὰ κατὰ κορυφὴν τρίγωνα ἴσα καὶ ὅμοια. Conf. p. 543 adnot. 1 et append. ad eum locum.

VI p. 542, 18: *οὐδέποτε δὲ ἡ διαχθεῖσα εὐθεῖα ποιήσει τρίγωνον ἔλασσον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου*] fol. 101v: ὅτι

---

2. *ἐὰν Hu* pro *εἰ* (conf. p. 1181, 28) 3. $\overline{͵ας}$ ἡ $\overline{͵θχ}$ A[3] *ἔτι Hu* pro *ἔστι* 14. *χωρίον*] ⳨ A[3] (conf. ad p. 1172, 20) 17. *εἰ — ἐναρμόττεται*] *ἡ — ἐναρμοτη της* (extrema syllaba *ης* compendio scripta simili illi quod *αι* denotat) A[3] 19. ubi asterisci positi sunt, in codice supremae tantum partes litterarum, velut ⌒ ⌒ ⌒ comparent

ἡ διὰ τοῦ Ε μεταξὺ τῶν Α Β γενήσεται παράλληλος τῇ ΒΓ. Vide append. ad propos. 32.

VI p. 544, 25: *μεγίστη μὲν ἡ ὑπὸ ΓΑΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ὑπὸ ΓΒΔ*] fol. 101^{r}: διὰ τὸ ις′ καὶ κα′ τοῦ α′ τῶν στοιχείων Εὐκλείδου. Conf. append. ad propos. 34.

VI p. 546, 3: *λε′*] fol. 102^{r}: γίνεται τοῦ λε′ σχῆμα ἑξῆς τῶν καταγραφ῀, quibus verbis sub finem corruptis scholiasta significare videtur figuram, quae ad theorema XXXV pertineat, infra descriptam inveniri, quam ad sententiam restituendam nos *ἑξῆς τούτοις καταγραφέν* coniicimus.

VI p. 554, 6: *Ἐν τῷ περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ὁ Ἀρίσταρχος*] tituli instar (similiter ac nos in Lat. interpretatione) scholiasta fol. 103^{r} haec adnotat: ἀρχὴ τοῦ περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων Ἀριστάρχου. Similiter prima manus in marg. codicis B fol. 76^{r} adscripsit: ἃ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ac paulo post ad Pappi verba p. 554, 20 summam argumenti, quod eo loco tractatur, repetivit in marg.: ὅτι ἡ α′ γ′ καὶ δ′ τῶν Ἀριστάρχου ὑποθέσεων συμφωνοῦσι ταῖς Ἱππάρχου καὶ Πτολεμαίου.

VI p. 558, 27 — 560, 2. Primum p. 558, 27 quomodo notae *β′ ε″* legendae sint, scholiasta explicat fol. 104^{v} adscriptis verbis: δύο πέμπτων; item proximo versu *δ′ ε″* interpretatur δ′ πέμπτων, et ad vs. 29, ubi in contextu codicis Vaticani exstat *Γ^{ε}/* (vide adnot. crit.), adnotat τρισὶ πέμπτοις (quae scriptura postea transiit in S); denique ad p. 560, 2 *δ′ ε″* adscribit τέτρασι πέμπτοις.

VI p. 566, 9: *τὴν δὲ ὑπὸ ΡΖΜ ὀξεῖαν* (*ὑποτείνει*) *ἡ ΡΜ*] hoc loco de triangulo *ρζμ* agi significat scholiasta fol. 106^{r}: ἐπὶ τοῦ ΡΖΜ τριγώνου.

VI p. 576, 6: *ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΔΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΚΓ. μείζων δὲ τῆς ὑπὸ ΒΚΓ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ*] fol. 107^{r}: διὰ τὸ δ′ τοῦ α′ στοιχείων. ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΜΓ. Conf. append. ad VI propos. 45.

---

1. *γενήσεται Hu* pro *γένηται* *παράλληλος*] = A^{3} 13. *ἀρχὴ τοῦ Hu* pro *εχ'*

VI p. 576, 17. Pappi verba *ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΝΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ μείζων ἐστίν* nescio quem ad finem repetit scholiasta fol. 108$^{\mathrm{r}}$.

VI p. 578, 20: *ἐπὶ τῆς ΗΘ ἄρα ἐστὶν τὸ κέντρον*] fol. 108$^{\mathrm{r}}$: * * κειμένη κατηγμένην τοῦ κύκλου τὴν ΖΗ, καὶ παρὰ τὴν ΔΖ ἀγάγωσι τὴν ΘΗ, συλλογίζομαι τὰ λοιπά· ὅτι γὰρ τὸ Η μεταξύ ἐστιν τῶν Γ Ε σημείων δῆλον· οὐ γὰρ δυνατὸν εὐθείας τὰς ΓΖ ΖΗ χωρίον περιέχειν. ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΘ διάμετρός ἐστιν τοῦ κύκλου διὰ τὸ ιθ′ τοῦ γ′ τῶν στοιχείων: ∼ Conf. append. ad VI propos. 48.

VI p. 582, 12 sqq. Ad aliquem huius theorematis locum scholiasta notulam suam καὶ τυχοῦσα διήχθη ἡ ΑΒ spectare voluit, quae codicis fol. 109$^{\mathrm{r}}$ ad Pappi verba p. 582, 28: *Δῆλον δὴ ὅτι ἡ ΕΔ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΑΒ* adscripta est. Sed haec, quocunque spectant, absurda esse apparet coll. p. 582, 24.

VI p. 584, 20: *ἔστιν ἡ ΕΔ ἡ αὐτὴ ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων*] fol. 109$^{\mathrm{r}}$: ἔστιν κοινή.

VI p. 588, 3: *καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΗ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ*] fol. 110$^{\mathrm{r}}$: διὰ τὸ γ′ τοῦ ς′ στοιχείων, similiter ac nos in Lat. interpretatione.

VI p. 590, 7: *καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τῶν Β Ζ Κ ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν πρὸς τὸ διὰ τῶν Α Ζ Γ ἐπίπεδον*] fol. 110$^{\mathrm{r}}$: διὰ τὸ δ′ τοῦ ια′ στοιχείων. Elementorum igitur 11 propositionem 4 citat scholiasta; nos ad eiusdem libri definitionem 4 provocavimus. Sequitur statim in codice scholium διὰ τὸ ιη′ τοῦ ια′ στοιχείων, quod scriptor ad eundem fere Pappi locum retulisse videtur; sed quid tandem voluerit, incertum est.

VI p. 590, 13: *ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΖΝ γωνία τῇ ὑπὸ ΝΖΞ*] fol. 110$^{\mathrm{r}}$: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ ν′, id est

---

5. neque initium scholii, decurtato folii margine superiore, legi potest et formae *κειμένη κατηγμένην* incertae sunt   8. *εὐθείας*] — id est notam rectae lineae et super eam compendium syllabae *ας* exhibet A^3 8. *διάμετρός*] ÷ A^3 18. ·/· *κοινήν* A^3.

"propter huius VI libri propositionem 52 conversam" a nobis citatam.

VI p. 592, 12: *καὶ ἔστιν ἴση ἡ μὲν ΛΖ τῇ ΖΡ, ἡ δὲ ΞΖ τῇ ΖΜ*] fol. 111^r: ἰσοσκελῆ γὰρ τρίγωνα πάντα γίνονται κορυφὴν κοινὴν τὸ Ζ ἔχοντα, βάσεις δὲ παρὰ τὴν ΑΓ. Conf. append. VI propos. 53 p. 593.

VI p. 592, 13: *ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΛΖΡ τῇ ὑπὸ ΞΖΜ*] fol. 111^r: διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΛΖΡ ΞΖΜ τριγώνων ἰσοσκελῶν. Paulo distinctius eadem a nobis p. 593 vs. 10—14 adnotata sunt. Praeterea scholiasta figurae ad id theorema pertinentis subtilitatem admirans margini adscripsit καλὴ καταγραφή.

VI p. 594, 22: *ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΒΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΔ*] fol. 111^v: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ ν΄. Vide paulo supra ad p. 590, 13.

VI p. 594, 24: *καὶ τοῖς προγεγραμμένοις ὁμοίως δειχθήσεται* cet.] ad haec Pappi verba fol. 111^v adscripta est nota ἔσφαλται; sed ea potius ad locum qui paulo post legitur *Ἐπὶ τοῦ β΄ θεωρήματος τῶν Εὐκλείδου φαινομένων παρεῖται* cet. pertinere videntur.

VI p. 600, 9: *Ἵππαρχος δὲ ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν ιβ΄ ζῳδίων ἀναφορᾶς συναποδείκνυσιν* cet.] ad haec verba scholiasta fol. 112^v adscripsit καλὸν σχῆμα; videtur igitur figuram quae in nostra editione p. 602 delineata est laudavisse.

VI 604, 7: *ὁμοίας ἀπολήψονται τῶν παραλλήλων κύκλων περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν*] fol. 113^r: διὰ τὸ ι΄ τοῦ β΄ σφαιρικῶν, et paulo post ad

VI p. 604, 12: *μείζων ἄρα ἡ μὲν ΕΡ τῆς ΣΡ, ἡ δὲ ΡΣ τῆς ΣΞ*] διὰ τὸ ς΄ τοῦ γ΄ τῶν σφαιρικῶν. Similiter ad utrumque locum nos in Lat. interpretatione.

VI p. 622, 19: *κατὰ δὲ Πτολεμαῖον ἐν ὀρθῇ σφαίρᾳ*

---

4. ante hoc scholium periit aliud unius versus spatium obtinens, folii margine superiore decurtato 4. *Κ τριγ΄ κοιν΄* A^3, corr. *Hu* 5. *παρα τα Γ* A^3 (et *Γ* quidem incertum), corr. *Hu* 29. *τοῦ γ΄ Hu* pro γ̆ τ̄.

καὶ πρώτῳ κλίματι καὶ δευτέρῳ cet.] addit scholiasta fol. 116^r tabulam huiusmodi:

	ὀρθὴ σφαῖρα	κλίμα α′	κλίμα β′
σ͞ο	λβ° ις′	λγ° κς′	λδ° β′
ϙ	κθ° νδ′	λβ° μδ′	λδ° ι′
ωη	κζ° ν′	λα° κ′	λγ° γ′

Conf. append. ad hunc locum.

VI p. 624, 9: *ἔσονται δὴ αἱ ΣΞ ΠΤ ΧΜ κάθετοι ἐπὶ τὴν ΓΔ καὶ ἐπὶ τὰς ΚΛ καὶ ΗΘ καὶ ΕΖ*] fol. 116^v: διὰ τὸ ιθ′ τοῦ ια′ στοιχείων. Eundem elementorum locum et praeterea libri 11 defin. 4 nos citavimus in Lat. interpretatione.

VI p. 628, 4: *γίνεται ἄρα μείζων ἢ ὁμοία ἡ μὲν ΔΛ τῆς ΣΕ, ἡ δὲ ΕΝ τῆς ΔΒ*] fol. 117^r: διὰ τὸ ια′ τοῦ γ′ τῶν σφαιρικῶν. Vide append. ad VI propros. 61.

VI p. 632, 20: *ἐντυγχάνοντι τοῖς ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου πεπραγματευμένοις περὶ τούτων συντάγμασιν*] fol. 118^v: ἐν τῷ τῆς συντάξεως βιβλίῳ δευτέρῳ. Scilicet libri II capite VII et IX p. 90 — 112 ed. Halma.

VII p. 634, 8: *γέγραπται δὲ ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν, Εὐκλείδου τε τοῦ στοιχειωτοῦ* cet.] Pappi verba scholiasta fol. 118^v stemmate quodam huiusmodi explicat:

οἱ γράψαντες περὶ τοῦ ἀναλυομένου τόπου

Εὐκλείδης Ἀπολλώνιος Ἀρισταῖος

τί ἐστιν ἀνάλυσις;

VII p. 634, 24 — 636, 16. Ad ea quae hoc loco a Pappo tractantur scholiasta fol. 118^v conspectum quendam apponit huiusmodi, ac primum quidem ad p. 634, 24 — 26:

---

4. *λβ ις* *λγ κς* et similiter posthac (numeri igitur qui totos gradus significant ubique sine ulla nota subsidiaria exarati sunt) 9. 10. *διὰ τὸ Hu* pro ξ 13. *διὰ τὸ ιγ′* coni. *Hu*

ἡ ἀνάλυσις

θεωρητική προβληματική

tum ad p. 634, 26 — 636, 14:

προβληματική θεωρητική

δυνατὸν ἢ ποριστὸν ἢ δοθέν ἀληθές

ἀδύνατον ψεῦδος

denique ad p. 636, 15 sq.:

τί ἐστι διορισμός;

VII p. 636, 18 — 25. Numeros librorum a Pappo citatorum (et quidem numeros solos, non titulos) repetit scholiasta fol. 119r: α' β' γ' cet.; sed ii numeri neque omnes neque iusto ordine adscripti sunt.

VII p. 638, 1: De titulo δεδομενα $\bar{\alpha}$ ad marginem fol. 119r adscripto iam in adnotatione ad hunc locum dictum est.

VII p. 640, 26. Item in adnot. ad h. l. titulum χωρίου ἀποτομῆς α' a scholiasta (fol. 119v) additum esse significavimus; sed in *απο|τομ*, quod in adnot. ad p. 640, 26 expressum est, Augustus Mau compendium etiam syllabae ης super μ additum agnovit.

VII p. 672, 18: *Τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν*] fol. 124v: ὅτι καὶ ὁ Εὐκλείδης κωνικῶν δ' βιβλία γέγραφεν.

VII p. 674, 5—8. Nomina trium sectionum conicarum τὴν ἔλλειψιν, τὴν παραβολήν, τὴν ὑπερβολήν repetit scholiasta in marg. fol. 125r.

VII p. 676, 19 — 678, 11. Languescente industria scholiasta iam nihil nisi nomina auctorum a Pappo citatorum repetivit in marg. fol. 125v, scilicet ad p. 676, 19: αὐτὸς ὁ Ἀπολλώνιος et paulo post ὁ αὐτὸς Ἀπολλώνιος, ad p. 676, 28 sq.: ὁ ἐπιεικὴς Εὐκλείδης, ad *καὶ αὐτὸς* p. 678, 7: οὗτος ὁ Ἀπολλώνιος, ad *δεδύνηται* p. 678, 9: αὐτὸς Ἀπολλώνιος, ad *συσχολάσας τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου μαθηταῖς* p. 678, 10 sq.: ὁ Ἀπολλώνιος τῷ Εὐκλείδῃ.

---

2. *θεωριτι* et superscr. compendium syllabae *κη* A³ 4. *θεοριτικη* A³ 20. *κωνικ* cum compendio syllabae *αι* et praeterea superscr. *α* A³ 29. *αυτ̄* A³; sed sine dubio *ὁ αὐτὸς* voluit scholiasta

VII p. 734, 17 — 19: *ἀνάλογον καὶ ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος* cet.] fol. 136[v]: σχόλιον· ἀνάλογον ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΓ, ἀνάπαλιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ καὶ ὅλη ἡ ΒΓ πρὸς ὅλην τὴν ΑΕ, καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΒΓ ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. Demonstrationem igitur a Pappo in brevius contractam scholiasta similiter explicavit ac nos in Lat. interpretatione. Sed nos auctore Simsono supervacaneum illud *καὶ ἀνάπαλιν* omisimus, quod retinens scholiasta illa ipsa ratione argumentatus est, quam in adnot. ad p. 735 significavimus.

---

5. *τὴν ΑΕ Hu* pro τ̂ $\overline{\delta\epsilon}$ 5. 6. *ἡ βγ* $\overline{\delta\epsilon}$ *πρὸς τὴν* $\overline{\delta\epsilon}$ A³, corr. *Hu*

III.

ZENODORI COMMENTARIUS

DE FIGURIS ISOMETRIS

CUM PAPPI LIBRO V COLLATUS.

Zenodori disputationem περὶ ἰσομέτρων σχημάτων Theo Alexandrinus servavit in commentario in Ptolemaei constructionis (συντάξεως) librum I p. 11—17 editionis Basileensis, quae anno 1538 in publicum emissa est, sive p 33—49 editionis Halmae, quae Parisiis a. 1821 prodiit. Iam cum Pappum initio quinti collectionis libri demonstrationem suam omnino quidem ad Zenodori auctoritatem conformavisse, sed in singulis partibus multa immutavisse appareret, utriusque rationes accurate inter se conferendas esse censuimus. Quod commode apteque ad propositum fieri non potuit, nisi Zenodori figuras et notas geometricas convenienter iis quas Pappus descripsit mutaremus. Itaque si cuius interest Zenodori verba cum figuris ac notis ab ipso positis inspicere, is adeat illas quas diximus editiones; qui autem, qua via ac ratione uterque in demonstrando usus sit, cognoscere et comparare velit, is hanc quae sequitur expositionem una cum paginis primi voluminis, quibus eadem a Pappo tractantur, evolvat.

Zenodorus non solum de figuris planis isoperimetris scripsit, quam partem Nokkius in programmate Lycei Friburgensis a. 1860 retractavit p. 3—16 (nam reliqua, quae inde a p. 17 apud Nokkium leguntur, Pappi sunt, non Zenodori), sed etiam, latiore praemisso titulo περὶ ἰσομέτρων σχημάτων (vide p. 1190 adnot. 2) et generali forma theorematis proposita, demonstravit omnium figurarum solidarum quae aequalem superficiem habent maximam esse sphaeram (vide infra propos. 12—14.

Aetatem Zenodori Nokkius p. 27 sq. ita definit, ut eum Oenopidi, qui saeculo quinto vixit, aequalem fuisse neget eundemque post Archimedem scripsisse demonstret. Recte hoc quidem; sed ego addendum esse censeo non multo post Archimedem. Nam Zenodorus vestigia Euclidis et Archimedis tam presse, ne dicam religiose, sequitur, adeoque abest ab illa brevioris et concinnioris demonstrationis elegantia, quam Heronis aetate, i. e. saeculo II exeunte, usitatam fuisse illius docet theorema de area trianguli (*Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. IX p. 233—237), ut illum ante Heronem floruisse existimem. Ergo saeculi tertii exitus vel saeculi secundi maior pars Zenodori aetati relinqui videtur. Sed ut probabile hoc quidem, tamen incertum est; pro certo autem accipiamus id quod egregie Mauritius Cantor argumentatus est, qui cum primum (*Zeitschrift für Mathematik und Physik* vol. VI, *Literaturzeitung* p. 2) Zenodorum initio saeculi II p. Chr. n. vixisse coniecisset, nuper in iisdem annalibus (vol. XXII p. 173 sq.) collato Quintiliano instit. 1, 10, 39—45 demonstravit ante annum p. Chr. n. 90 illum scriptorem floruisse.

---

309 [33] [1]) Item, quia figurarum differentium, quae aequalem ambitum habent, maiores sunt eae quarum plures sunt anguli, *omnium* planarum figurarum circulus maximus est, solidarum autem sphaera. Iam nos summatim haec ostendemus ex iis quae *libro* de figuris isometris[2]) demonstrata sunt a Zenodoro, qui sic incipit:

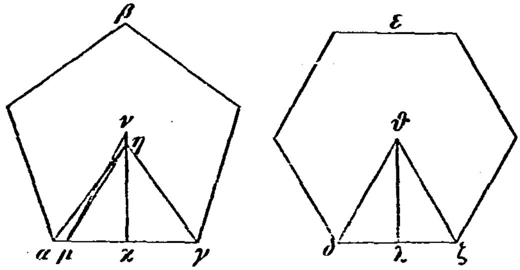
Prop. 1 Figurarum rectilinearum ordinatarum, quae aequalem perimetrum habent, aequilaterarum dico et aequiangularum, ea quae plures angulos habet maior est.

Sint enim *figurae* isoperimetrae aequilaterae et aequiangulae $\varepsilon\delta\zeta$ $\beta\alpha\gamma$, et plures angulos habeat *figura* $\varepsilon\delta\zeta$; dico maiorem esse $\varepsilon\delta\zeta$.

1) Numeri sic [ ] inclusi paginas editionis Halmae, numeri cursivi marginibus adscripti paginas nostrae Pappi interpretationis denotant.

2) Pro Graeca scriptura *ἰσομέτρων*, quae perinde in Basileensi atque apud Halmam exstat, Nokkius *ἰσοπεριμέτρων* coniecit. Sed cum Zenodorus non solum de figuris planis, quae aequalem perimetrum habent, sed etiam de solidis, quarum superficies aequalis est, egerit, aptissime hunc commentarium *περὶ ἰσομέτρων σχημάτων*, non *περὶ ἰσοπεριμέτρων* (quod scilicet de planis tantum figuris recte dictum esset) inscripsisse videtur.

Sumantur enim circulorum circa polygona $\varepsilon\delta\zeta$ $\beta\alpha\gamma$ descriptorum centra ϑ η, et iungantur $\vartheta\delta$ $\vartheta\zeta$ $\eta\alpha$ $\eta\gamma$, et a punctis ϑ η ad rectas $\delta\zeta$ $\alpha\gamma$ ducantur perpendiculares $\vartheta\lambda$ $\eta\varkappa$. Iam quia polygonum $\varepsilon\delta\zeta$ plures angulos habet quam $\beta\alpha\gamma$, pluries igitur recta $\delta\zeta$ metitur polygoni $\varepsilon\delta\zeta$ ambitum quam $\alpha\gamma$ polygoni $\beta\alpha\gamma$. Et sunt aequales perimetri; ergo $\alpha\gamma$ maior



est quam $\delta\zeta$; itaque etiam $\alpha\varkappa$ *maior* quam $\delta\lambda$. Ponatur $\varkappa\mu = \lambda\delta$, et iungatur $\eta\mu$. Et quia, ut recta $\alpha\gamma$ ad polygoni $\beta\alpha\gamma$ perimetrum, ita est angulus $\alpha\eta\gamma$ ad quattuor rectos — quoniam aequilaterum est polygonum, et *latera* eius aequales circumferentias circuli circumscripti abscindunt (*elem.* 3, 28), et centri anguli *inter se* eandem proportionem habent ac circumferentiae [1]) — atque [2]), ut figurae $\beta\alpha\gamma$, id est *figurae* [3]) $\varepsilon\delta\zeta$, perimetrus ad $\delta\zeta$, ita quattuor recti ad angulum $\delta\vartheta\zeta$; ergo ex aequali est [4])

1) Laudat igitur hoc loco Zenodorus elem. libri 6 propositionem 33 in hanc fere breviorem formam redactam

ἐν κύκλῳ αἱ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, id est ex nostratium dicendi usu, arcus circuli eandem proportionem habent ac centri anguli (Baltzer Elem. II, 4 § 13, 7).

Sed Pappus praecisiori etiam argumentandi generi studens paulo aliter conformavit hanc demonstrationis partem.

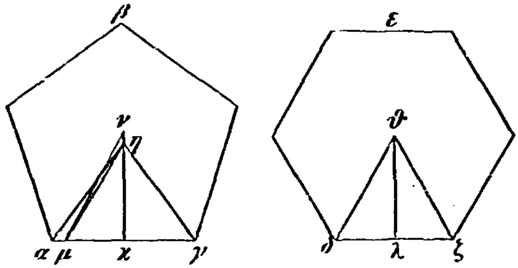
2) *ὡς δὲ* recte Basileensis, *ὡς καὶ* Halma.

3) *τουτέστιν ἡ τοῦ ΑΒΓ ΙΙα* pro *τουτέστιν ἡ* $\overline{\alpha\beta\gamma}$.

4) Quo facilius Zenodori demonstratio "ex aequali" perspiciatur, eandem redigamus ad breviores formulas:

311 $\alpha\gamma : \delta\zeta = \angle\, \alpha\eta\gamma : \angle\, \delta\vartheta\zeta$, id est
$\alpha\varkappa : \mu\varkappa = \angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \delta\vartheta\lambda$.

[34] Et quia est, ut deinceps (*propos.* 2) demonstrabimus,
$\alpha\varkappa : \mu\varkappa > \angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \mu\eta\varkappa$, et
$\alpha\varkappa : \mu\varkappa = \angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \delta\vartheta\lambda$, est *igitur*
$\angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \delta\vartheta\lambda > \angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \mu\eta\varkappa$; itaque
$\angle\, \mu\eta\varkappa > \angle\, \delta\vartheta\lambda$. Sed est angulus $\varkappa$, *utpote* rectus aequalis recto[1]) λ; ergo per subtractionem
$\angle\, \vartheta\delta\lambda > \angle\, \eta\mu\varkappa$.



Ponatur $\angle\, \nu\mu\varkappa = \angle\, \vartheta\delta\lambda$, et producatur $\varkappa\eta$ ad ν, et quia est
$\angle\, \vartheta\delta\lambda = \angle\, \nu\mu\varkappa$, atque etiam
$\angle\, \lambda = \angle\, \varkappa$, et latus
$\delta\lambda = \mu\varkappa$, ergo est etiam
$\vartheta\lambda = \nu\varkappa$ *); itaque
$\vartheta\lambda > \eta\varkappa$;
ergo etiam rectangulum quod perimetro $\varepsilon\delta\zeta$ et rectà $\vartheta\lambda$ continetur maius est quam id quod perimetro $\beta\alpha\gamma$ et rectà $\eta\varkappa$.

Est $\alpha\gamma$: perim. $\beta\alpha\gamma = \angle\, \alpha\eta\gamma$: 4 R, et
perim. $\varepsilon\delta\zeta$: $\delta\zeta = 4$ R: $\angle\, \delta\vartheta\zeta$, et perim. $\beta\alpha\gamma =$ perim. $\varepsilon\delta\zeta$; ergo ex aequali
$\alpha\gamma : \delta\zeta = \angle\, \alpha\eta\gamma : \angle\, \delta\vartheta\zeta$.

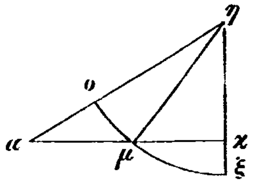
Itaque a Pappo Zenodori demonstrationem paulo impeditiorem brevius et elegantius expressam esse apparet.

1) ὀρθῇ recte Basileensis, ὀρθὴ Halma, om. Pappus.

*) Haec omnia in brevius contraxit Pappus; ac similiter in proximis nonnulla praecisius elocutus est.

Et quia rectangulum quod rectis $\delta\zeta$ $\vartheta\lambda$ continetur duplum est trianguli $\vartheta\delta\zeta$ *), rectangulum *igitur* quod perimetro $\varepsilon\delta\zeta$ et rectâ $\vartheta\lambda$ continetur duplum est polygoni $\varepsilon\delta\zeta$, rectangulum autem quod perimetro $\beta\alpha\gamma$ et rectâ $\eta\varkappa$ continetur duplum polygoni $\beta\alpha\gamma$; ergo polygonum $\varepsilon\delta\zeta$ maius est quam $\beta\alpha\gamma$ **).

Sed rectam $\alpha\varkappa$ ad $\mu\varkappa$ maiorem proportionem habere quam angulum $\alpha\eta\varkappa$ ad $\mu\eta\varkappa$ †) sic demonstrabimus. Prop. 2***)



Exponatur enim separatim triangulum $\eta\alpha\varkappa$, et in eo ducta sit recta $\eta\mu$, et centro η intervalloque $\eta\mu$ describatur circuli circumferentia $o\mu\xi$, quam producta $\eta\varkappa$ secet in ξ. Iam quia triangulum $\eta\alpha\mu$ ad sectorem $\eta o\mu$ maiorem proportionem habet quam triangulum $\eta\mu\varkappa$ ad sectorem $\eta\mu\xi$, vicissim igitur et componendo (*Pappus VII propos. 5 et 3*) est [35]

$\Delta\ \eta\alpha\varkappa : \Delta\ \eta\mu\varkappa > \text{sect. } \eta o\xi : \text{sect. } \eta\mu\xi$ ††). Sed est (*elem. 6, 1*)

$\Delta\ \eta\alpha\varkappa : \Delta\ \eta\mu\varkappa = \alpha\varkappa : \mu\varkappa$, et (*elem. 6, 33 coroll.*)

$\text{sect. } \eta o\xi : \text{sect. } \eta\mu\xi = \angle\ \alpha\eta\varkappa : \angle\ \mu\eta\varkappa$; ergo est

$\alpha\varkappa : \mu\varkappa > \angle\ \alpha\eta\varkappa : \angle\ \mu\eta\varkappa$.

Hoc demonstrato dico, si circulus aequalem perimetrum ac polygonum aequilaterum et aequiangulum habeat, maiorem fore circulum. Prop. 3

Sit enim circulus $\delta\varepsilon\zeta$, cuius perimetrus *perimetro polygoni* $\alpha\beta\gamma$ aequilateri et aequianguli aequalis sit, dico circulum maiorem esse *polygono*.

Sumatur circuli $\varepsilon\delta\zeta$ centrum ϑ, et circuli qui circa polygonum $\beta\alpha\gamma$ describitur centrum η, et describatur circa cir- 313

*) Congruenter igitur cum Zenodori verbis Commandinus ea addidit quae supra p. 311 adnot. 2 attulimus.

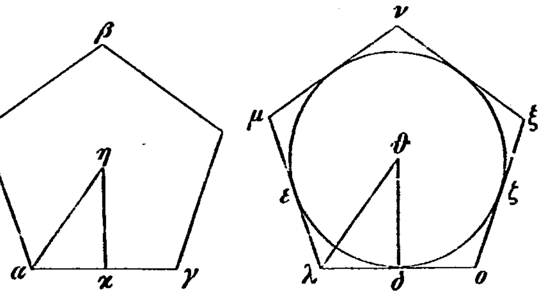
**) τοῦ $\overline{\delta\epsilon\zeta}$ recte Basil., τοῦ $ZE\Delta$ Halma.

***) Vide append. ad Pappi V propos. 1.

†) τὴν ὑπὸ $M\Theta\Lambda$ Hu pro τὴν ὑπὸ $\overline{\nu\vartheta\lambda}$.

††) ἤπερ ὁ $\overline{\vartheta\mu\xi}$ τομεὺς πρὸς τὸν $\overline{\vartheta\nu\xi}$ τομέα Basil. Halma, corr. Nokkius.

culum $\epsilon\delta\zeta$ polygonum $\mu\lambda o$ simile polygono $\beta\alpha\gamma$, et iungatur



$\vartheta\delta$ *), et ab η ad $\alpha\gamma$ ducatur perpendicularis $\eta\varkappa$, et iungantur $\vartheta\lambda$ $\eta\alpha$ **).

Iam quia polygoni $\mu\lambda o$ perimetrus maior est circuli $\epsilon\delta\zeta$ perimetro, ut in *primo* libro de sphaera et cylindro (*propos.* 2) ab Archimede statuitur, et circuli $\epsilon\delta\zeta$ perimetrus aequalis est polygoni $\beta\alpha\gamma$ perimetro, est igitur

perim. $\mu\lambda o >$ perim. $\beta\alpha\gamma$. Et sunt similia polygona; ergo $\lambda\delta > \alpha\varkappa$. Et quia tota polygona similia sunt, est etiam $\Delta\ \vartheta\lambda\delta \sim \Delta\ \eta\alpha\varkappa$; itaque

$\vartheta\delta > \eta\varkappa$.

Et circuli $\epsilon\delta\zeta$ perimetrus aequalis est polygoni $\beta\alpha\gamma$ perimetro; ergo rectangulum quod circuli $\epsilon\delta\zeta$ perimetro et rectà $\vartheta\delta$ continetur maius est quam id quod polygoni $\beta\alpha\gamma$ perimetro et rectà $\eta\varkappa$. Sed rectangulum quod [36] circuli $\epsilon\delta\zeta$ perimetro et rectà $\vartheta\delta$ continetur duplum est areae circuli (ut Archimedes ostendit, cuius demonstrationem deinceps [*propos.* 5] exponemus), et rectangulum quod polygoni $\beta\alpha\gamma$ perimetro et rectà $\eta\varkappa$ continetur duplum est polygoni $\beta\alpha\gamma$ ***); ergo circulus $\epsilon\delta\zeta$ maior est polygono $\alpha\beta\gamma$.

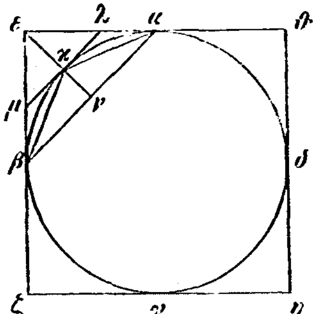
Rectangulum autem quod circuli perimetro et radio continetur duplum circuli esse *Archimedes* (*circuli dimens. pro-*

*) Quae hoc loco tamquam consentanea scriptor omisit, ea Latinae interpretationi supra p. 313 inseruimus.

**) Haec Pappi codices omittunt.

***) $\tau o\tilde{v}$ $\overline{\vartheta\epsilon\zeta}$ $\pi o\lambda v\gamma\acute{\omega}\nu o v$ Basil. Halma, corr. Nokkius.

pos. 1) sic demonstrat. *Sed* primum *praemittamus hoc lemma*[1]:



Sit circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, circa quem quadratum $\varepsilon\zeta\eta\vartheta$ describatur, et circumferentia $\alpha\beta$ bifariam secetur in puncto $\varkappa$, per quod recta $\lambda\varkappa\mu$ circulum tangens ducatur; dico triangulum $\varepsilon\mu\lambda$ maius esse quam dimidium eius figurae quae rectis $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\beta$ et circumferentiā $\alpha\varkappa\beta$ continetur. Prop. 4

Iungantur enim $\alpha\beta$ $\alpha\varkappa$*) $\varkappa\beta$ $\varepsilon\varkappa$, et producatur $\varepsilon\varkappa$ ad ν, et quia aequales sunt $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\beta$, et communis $\varepsilon\varkappa$, et basis $\alpha\varkappa$ basi $\beta\varkappa$ aequalis est[2], anguli igitur ad ε aequales sunt. Rursus quia $\varepsilon\alpha$ $\varepsilon\beta$ aequales sunt, et communis $\varepsilon\nu$, et anguli ad ε aequales [atque omnia omnibus *aequalia*], rectae igitur $\alpha\nu$ $\nu\beta$ aequales sunt. Atque etiam anguli ad ν aequales sunt; itaque recta $\varkappa\nu$, quia rectam $\alpha\beta$ bifariam et ad rectos angulos secat, *producta* cadet in circuli centrum (*elem.* 3, 3); ergo anguli $\varepsilon\varkappa\lambda$ $\varepsilon\varkappa\mu$ recti sunt (*elem.* 3, 18); itaque $\varepsilon\lambda$ maior quam $\lambda\varkappa$. Et quia rectae $\lambda\alpha$ $\lambda\varkappa$ aequales sunt — nam ab eodem puncto λ circulum tangunt[3] — maior igitur est $\varepsilon\lambda$ quam $\lambda\alpha$; itaque etiam triangulum $\varepsilon\varkappa\lambda$ maius est triangulo $\lambda\varkappa\alpha$ (*elem.* 6, 1). Eadem ratione triangulum $\varepsilon\varkappa\mu$ triangulo $\mu\varkappa\beta$ maius esse *demonstratur*; ergo triangulum $\varepsilon\varkappa\lambda$ una cum triangulo $\varepsilon\varkappa\mu$, *id est*

1) Archimedis demonstrationem in usum eruditorum compositam, ideoque tironibus difficiliorem, Zenodorus prorsus ad eam rationem redegit quam Euclides sequitur in elementis. Quamobrem etiam hoc quod supra legitur lemma addidit, sicut ipse paulo post (p. 38 init. ed. Halma) testatur.

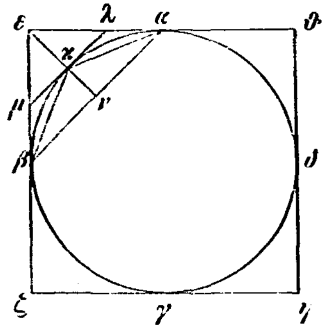
*) *AK* om. Basil. Halma, add. Nokkius.

2) His verbis scriptor Euclidis elem. 1, 8 laudat, ac similiter paulo post elem. 1, 4, quo loco spuria ea esse videntur quae uncis inclusimus.

3) Reliqua ex elem. 3, 36 effici significat scriptor.

$$\Delta\ \varepsilon\lambda\mu > \Delta\ \lambda\varkappa\alpha + \Delta\ \mu\varkappa\beta;$$

multo igitur triangulum $\varepsilon\lambda\mu$ maius est figurâ quae [37] rectis $\alpha\lambda\ \lambda\varkappa\ \varkappa\mu\ \mu\beta$ et circumferentiis $\alpha\varkappa\ \varkappa\beta$ continetur; itaque est



$$\Delta\ \varepsilon\lambda\mu > \tfrac{1}{2}\ \Delta\ \varepsilon\lambda\mu + \tfrac{1}{2}$$

figurae quae rectis $\alpha\lambda\ \lambda\mu\ \mu\beta$ *et circumf.* $\alpha\varkappa\beta$ *continetur, id est*

$> \tfrac{1}{2}$figurae quae rectis $\alpha\varepsilon\ \varepsilon\beta$ et circumferentiâ $\alpha\varkappa\beta$ continetur.

Prop. 5 Hoc praemisso relinquitur ut id quod propositum est demonstremus, rectangulum quod circuli perimetro et radio continetur duplum esse *areae* eiusdem circuli.

Sit enim circulus $\alpha\beta\gamma$, et rectanguli quod circuli perimetro et radio continetur dimidia pars sit spatium ζ; dico spatium ζ circulo $\alpha\beta\gamma$ aequale esse.

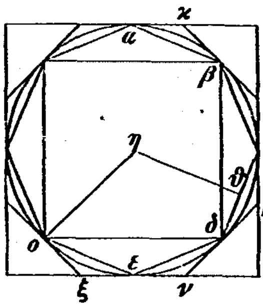
Nam si non *aequale est*, aut minus est circulo aut maius [1]).

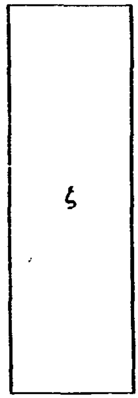
315 Sit primum minus; ergo convenienter iis quae duodecimo elementorum (*propos.* 2) traduntur licet circulo $\alpha\beta\gamma$ polygonum ita inscribere, ut id ipsum maius fiat spatio ζ. Inscriptum sit *eiusmodi polygonum* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon o$ *), et a centro η ad unum eius latus ducatur perpendicularis $\eta\vartheta$. Iam quia circuli perimetrus maior est perimetro polygoni — nam sin-

1) Hanc sententiam per se consentaneam Archimedes et Pappus addere supersederunt.

*) Figura ab ipso olim, ut videtur, Zenodoro descripta et a Theonis editoribus repetita hexagonum circulo inscriptum atque alterum circumscriptum exhibet. De figura apud Pappum tradita conf. supra p. 315 adnot. *. Nostra figura ad similitudinem Archimedeae delineata est.

gulae circumferentiae, *velut* $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, maiores sunt rectis quae ipsas subtendunt[1]) — ac circuli radius maior quam $\eta\vartheta$,





rectangulum igitur quod circuli perimetro et radio continetur maius est eo quod polygoni perimetro et rectâ $\eta\vartheta$ continetur. Atque est[2]) rectangulum quod circuli perimetro et radio continetur duplum spatii ζ, rectangulum autem quod polygoni perimetro et rectâ $\eta\vartheta$ continetur duplum polygoni[3]); itaque etiam dimidiae partes; ergo spatium ζ maius polygono $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon o$. Sed idem *ex hypothesi* minus est, id quod fieri non potest; ergo non minus est spatium ζ circulo $\alpha\beta\gamma$.

Sed nego etiam [38] maius esse *spatium* ζ *circulo.* Si enim fieri possit, spatium ζ maius sit circulo $\alpha\beta\gamma$; ergo convenienter iis quae theoremate a nobis praemisso[4]) demonstrata sunt licet circa circulum polygonum describere, et circumferentias *inter bina contactûs puncta* abscissas bifariam secare, 317
et a segmentis[5]) partes maiores dimidiis abscindere, et sic

1) Hanc quoque parenthesim Pappus omisit.

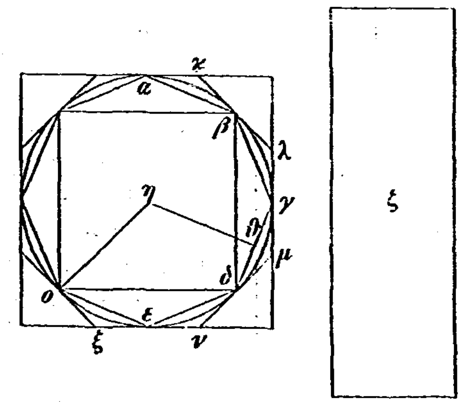
2) καὶ ἔστι *Hu* pro καὶ ἔτι.

3) Totam hanc sententiam omisit Pappus.

4) Id est propos. 4. Quod autem latine posuimus "praemisso", id ex usu Graeci sermonis non tam προτεθέντος, quam προγραφέντος dicendum fuisse videtur, quapropter προστεθέντος, id est "theoremate a nobis addito" apud Theonem restituendum esse censemus.

5) Id est a figuris velut illâ p. 1195, quae rectis αε εβ et circumferentiâ ακβ continetur. Sententiam sane obscuriorem Nokkius collato Euclide elem. 12, 2 sic illustrat: "Man kann also um den Kreis αβγ

circa circulum describere polygonum eiusmodi, ut id minus fiat quam spatium ζ, quoniam *summa* segmentorum quae extra circulum relinquuntur[1]) minor est ea differentia, qua spatium ζ circulum δ superat.



Circumscriptum sit, et sit $\varkappa\lambda\mu\nu\xi$, et iungatur ηo*). Et quia polygoni circumscripti perimetros maior est circuli perimetro, rectangulum igitur quod polygoni perimetro et rectâ ηo continetur maius est quam quod circuli perimetro et *eâdem* ηo; itaque etiam dimidiae partes; ergo polygonum maius est spatio ζ. At *ex hypothesi* minus est, quod est absurdum; ergo non maius est spatium ζ circulo $\alpha\beta\gamma\delta$.

Sed demonstravimus etiam non minus esse; ergo aequale est; itaque rectangulum quod circuli perimetro et radio continetur, quia *ex hypothesi* duplum est spatii ζ, duplum est etiam circuli.

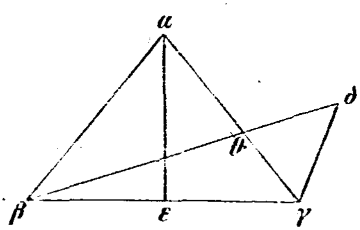
ein Vieleck beschreiben, welches kleiner ist als der Raum ζ. Denn wenn man um den Kreis ein Vieleck beschreibt, die abgetrennten Bogen halbirt, durch die Halbirungspunkte Berührungslinien zieht (haec omissa apud Theonem praeter Archimedem et Euclidem habet etiam Pappus p. 346, 1) und auf diese Weise von den Abschnitten grössere Theile als die Hälften wegnimmt, so gelangt man durch solches fortgesetztes Verfahren endlich zu Abschnitten ausserhalb des Kreises, welche zusammen kleiner sind als der Ueberschuss des Raumes ζ über den Kreis $\alpha\beta\gamma$."

1) *τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου ἀποτμημάτων* Nokkius pro *τῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου ἀπὸ τμημάτων*.

*) Rursus Pappi demonstratio hoc loco est planior.

Iam dico etiam *omnino* figurarum, quae aequalem perimetrum et aequalem laterum numerum habent, maximam esse aequilateram et aequiangulam[1]).

Sit enim primum triangulum non aequicrure $\beta\delta\gamma$, cuius latus $\beta\delta$ maius quam $\delta\gamma$, et propositum sit in basi $\beta\gamma$ alterum triangulum, *idque* aequicrure, ita constituere, ut duorum eius laterum summa aequalis sit ipsis $\beta\delta + \delta\gamma$, et *praeterea* demonstretur triangulum aequicrure maius esse triangulo $\beta\delta\gamma$ non aequicruri. Prop. 6 *)



Basis $\beta\gamma$ bifariam secetur in ε, et [39] a puncto ε ipsi $\beta\gamma$ perpendicularis erigatur $\varepsilon\alpha$, et sit $\beta\vartheta = \frac{1}{2}(\beta\delta + \delta\gamma)$; manifesto igitur est $\beta\vartheta > \beta\varepsilon$ **). Iam ponatur recta $\varepsilon\alpha$ aequalis lateri eius quadrati quod differentiae $\beta\vartheta^2 - \beta\varepsilon^2$ aequale est[2]), et iungantur $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$; ergo triangulum $\beta\alpha\gamma$ aequicrure est. Et quia ex hypothesi est 319

$\beta\varepsilon^2 + \varepsilon\alpha^2 = \beta\alpha^2$, et *ex constructione*
$\beta\varepsilon^2 + \varepsilon\alpha^2 = \beta\vartheta^2$, est igitur
$\beta\alpha^2 = \beta\vartheta^2$, itaque etiam

1) Haec omnia distinctius dedit Pappus p. 316, 18—25.

*) Zenodori propositiones 6 et 7 respondent Pappianis 4 et 5; sed Pappus et ipsas propositiones aptius conformavit et singula elegantius demonstravit. Conf. Nokkium p. 31 et nostram adnot. 1 infra p. 1207.

**) Nimirum quia propter elem. 1, 20 est $\beta\delta + \delta\gamma > \beta\gamma$, id est $2\,\beta\vartheta > 2\,\beta\varepsilon$. Aliam demonstrationem paulo prolixiorem vide supra p. 1145 apud anonymum de figuris isoperimetris.

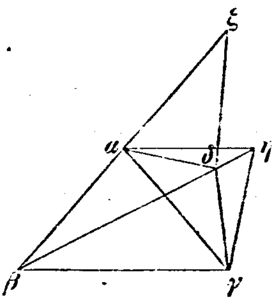
2) Brevius dicere licebat "ponatur $\varepsilon\alpha = \sqrt{\beta\vartheta^2 - \beta\varepsilon^2}$"; ex veterum autem ratione construitur $\varepsilon\alpha$ ita, ut in semicirculo, cuius diametrus $\beta\vartheta$, inscribatur chorda $\beta\varepsilon$, et ducatur altera chorda $\varepsilon\vartheta$, cui denique aequalis ponatur recta $\varepsilon\alpha$. Conf. etiam supra anonymum de figuris isoperimetris propos. 3.

$\beta\alpha = \beta\vartheta$; ergo etiam dupla, id est

$\beta\alpha + \alpha\gamma = \beta\delta + \delta\gamma$.

Ergo in basi $\beta\gamma$ triangulum aequicrure $\beta\alpha\gamma$ constitutum est, cuius laterum summa $\beta\alpha + \alpha\gamma$ aequalis est summae laterum $\beta\delta + \delta\gamma$ trianguli $\beta\delta\gamma$ non aequicruris.

Prop. 7 321 Iam dico triangulum $\beta\alpha\gamma$ maius esse triangulo $\beta\delta\gamma$. Producatur enim $\beta\alpha$ ad punctum ζ, et ponatur $\alpha\zeta = \alpha\gamma$, et iungantur $\alpha\delta$ $\zeta\delta$. Iam quia sunt



$\zeta\delta + \delta\beta > \zeta\beta$, id est

$> \beta\alpha + \alpha\gamma$, id est

$> \beta\delta + \delta\gamma$,

communi subtractâ $\beta\delta$ restat

$\zeta\delta > \delta\gamma$. Et quia *in triangulis* $\zeta\alpha\delta$ $\gamma\alpha\delta$ est

$\zeta\alpha = \gamma\alpha$,

et $\alpha\delta = \alpha\delta$, et

$\zeta\delta > \gamma\delta$, est igitur (*elem. I, 25*)

$\angle \zeta\alpha\delta > \angle \delta\alpha\gamma$; ergo

$\angle \zeta\alpha\delta > \frac{1}{2} \angle \zeta\alpha\gamma$. Sed angulus $\zeta\alpha\gamma$ exterior est trianguli aequicruris $\beta\alpha\gamma$; itaque

$\angle \beta\gamma\alpha = \frac{1}{2} \angle \zeta\alpha\gamma$; ergo

$\angle \zeta\alpha\delta > \angle \beta\gamma\alpha$.

Ponatur $\angle \zeta\alpha\eta = \angle \beta\gamma\alpha$; ergo $\alpha\eta$ $\beta\gamma$ parallelae sunt. Producatur recta $\beta\delta$ et ipsi $\alpha\eta$ occurrat [40] in puncto η, et iungatur $\eta\gamma$; ergo est

$\Delta\ \beta\alpha\gamma = \Delta\ \beta\eta\gamma$. Sed est

$\Delta\ \beta\eta\gamma > \Delta\ \beta\delta\gamma$; ergo etiam

$\Delta\ \beta\alpha\gamma > \Delta\ \beta\delta\gamma$.

Prop. 8*) Sint rursus in basibus inaequalibus $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ aequicruria

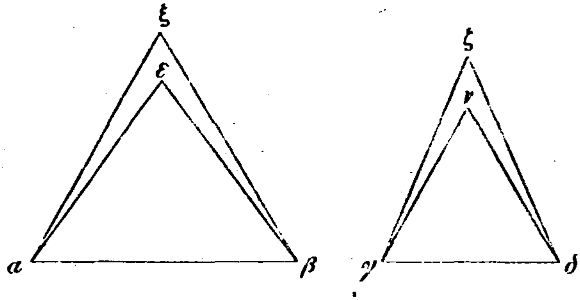
329 triangula $\alpha\varepsilon\beta$**) $\gamma\zeta\delta$, ita ut sit $\alpha\varepsilon = \varepsilon\beta = \gamma\zeta = \zeta\delta$, et

*) Hinc usque Theo Zenodori propositionum tradidit ordinem diversum a Pappi collectione; nam utraeque sic inter se repondent

Zenodori propos.	8	9	10	11
Pappi propos.	8	6	7	10.

**) $\tau\grave{\alpha}$ $\alpha\varepsilon\beta$ recte Basil., $\tau\grave{\alpha}$ $AEΓ$ Halma.

$\alpha\beta > \gamma\delta$; ergo propter elem. I, 25*) est $\angle\, \varepsilon > \angle\, \zeta$, et triangula dissimilia erunt[1]); oportet igitur in basibus $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ similia triangula aequicruria ita constituere, ut eorum summa quattuor laterum aequalis sit summae quattuor laterum $\alpha\varepsilon + \varepsilon\beta + \gamma\zeta + \zeta\delta$.



Exponatur enim recta $\eta\vartheta = \alpha\varepsilon + \varepsilon\beta + \gamma\zeta + \zeta\delta$, quae in puncto κ ita secetur, ut sit $\eta\kappa : \kappa\vartheta = \alpha\beta : \gamma\delta$. Sed est $\alpha\beta > \gamma\delta$; ergo etiam $\eta\kappa > \kappa\vartheta$. Secetur etiam utraque rectarum $\eta\kappa$ $\kappa\vartheta$ bifariam in punctis λ μ. Iam quia est

$\eta\vartheta > \alpha\beta + \gamma\delta$ (quoniam $\alpha\varepsilon + \varepsilon\beta > \alpha\beta$, et $\gamma\zeta + \zeta\delta > \delta\gamma$), et

$\alpha\beta : \gamma\delta = \eta\kappa : \kappa\vartheta$, est igitur

$\eta\kappa > \alpha\beta$, et $\kappa\vartheta > \gamma\delta$. Et utraque rectarum $\eta\kappa$ $\kappa\vartheta$ bifariam secta est in punctis λ μ; ergo sunt[2])

*) Sic brevius scribere licuit pro Zenodori verbis: *καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΕ ΕΒ δυσὶ ταῖς ΓΖ ΖΔ ἴσαι εἰσίν* (scil. *ἑκατέρα ἑκατέρᾳ*), *ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσεως τῆς ΓΔ μείζων ἐστί, γωνία ἄρα* cet., quibus ipsa Euclidis elem. I propositio 25 citatur.

1) Sequuntur apud Theonem haec, ut videtur, spuria: *ἢ καὶ ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΕ ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΓΖ ΖΔ*, id est "vel dicere etiam licet esse $\alpha\beta : \alpha\varepsilon$ (sive $\varepsilon\beta$) $> \gamma\delta : \gamma\zeta$ (sive $\zeta\delta$)".

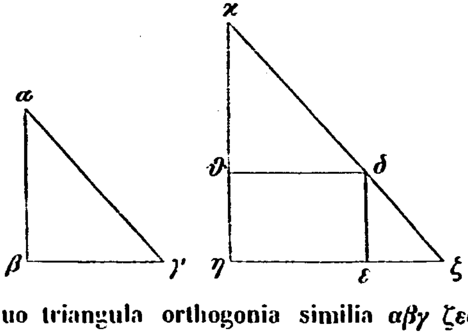
2) Formulis quae statim p. 1202 leguntur id ipsum expressum est quod Pappus p. 328, 21 verbis *πάντη μεταλαμβανόμεναι*, Nokkius interpretatione "mithin sind je zwei von den Geraden $\alpha\beta$ $\eta\lambda$ $\lambda\kappa$ grösser als

$$\eta\lambda + \lambda\varkappa > \alpha\beta,\ \text{et}\ \alpha\beta + \lambda\varkappa > \eta\lambda,\ \text{et}\ \alpha\beta + \eta\lambda > \lambda\varkappa,\ \text{ac similiter}$$
$$\varkappa\mu + \mu\vartheta > \gamma\delta,\ \text{et}\ \gamma\delta + \mu\vartheta > \varkappa\mu,\ \text{et}\ \gamma\delta + \varkappa\mu > \mu\vartheta.$$

Iam ex $\alpha\beta$ $\eta\lambda$ $\lambda\varkappa$ constituatur triangulum $\alpha\xi\beta$, cuius *latera* $\alpha\xi$ $\xi\beta$ extra $\alpha\varepsilon$ $\varepsilon\beta$ cadere apparet, quia *ex hypothesi et constructione* sunt $\alpha\varepsilon + \varepsilon\beta = \frac{1}{2}\,\eta\vartheta$, et $\eta\lambda + \lambda\varkappa$, id est $\alpha\xi + \xi\beta > \frac{1}{2}\,\eta\vartheta$, [41] et ex $\gamma\delta$ $\varkappa\mu$ $\mu\vartheta$ constituatur triangulum $\gamma\nu\delta$ *), cuius *latera* $\gamma\nu$ $\nu\delta$, *utpote* aequales ipsis $\varkappa\mu$ $\mu\vartheta$, manifesto intra $\gamma\zeta$ $\zeta\delta$ cadent, quia rursus *ex hypothesi et constructione* sunt $\gamma\zeta + \zeta\delta = \frac{1}{2}\,\eta\vartheta$, et $\varkappa\mu + \mu\vartheta < \frac{1}{2}\,\eta\vartheta$ **). Et apparet triangula $\alpha\xi\beta$ $\gamma\nu\delta$ similia fore, quoniam *ex constructione* est

$$\alpha\beta : \gamma\delta = \eta\varkappa : \varkappa\vartheta,\ \text{itemque dimidiae partes, \textit{id est}}$$
$$\alpha\beta : \gamma\delta = \eta\lambda : \varkappa\mu = \lambda\varkappa : \mu\vartheta,\ \text{itemque quae aequales constituae sunt, \textit{id est}}$$
$$\alpha\beta : \gamma\delta = \alpha\xi : \gamma\nu = \xi\beta : \nu\delta.$$

Prop. 9 323 Si sint duo triangula orthogonia similia, quadratum a summa hypotenusarum aequale est summae quadratorum a binis homologis cathetis una sumptis [1]).



Sint duo triangula orthogonia similia $\alpha\beta\gamma$ $\zeta\varepsilon\delta$, angulos

die dritte" significaverunt. Sed quod eodem loco apud Theonem legitur ὁποιοῦν, id ex ὁποιαιοῦν corruptum esse apparet collato simili loco apud anonymum de fig. isoperim. (supra p. 1148, 3).

*) Perverse Halma ΓΕΔ pro ΓΞΔ, quod ex Basileensi restituit Nokkius.

**) Adde apud Theonem τῆς ΗΘ post ἡμισείας.

1) Hanc generalem enuntiationem theorematis Pappus omisit.

$\beta\,\varepsilon$ rectos, et angulum α aequalem ipsi δ, angulumque γ aequalem ipsi ζ habentia; dico esse

$$(\alpha\gamma + \delta\zeta)^2 = (\beta\gamma + \varepsilon\zeta)^2 + (\alpha\beta + \delta\varepsilon)^2.$$

Producatur enim $\zeta\varepsilon$ ad η, et ponatur $\varepsilon\eta = \gamma\beta$, et per η rectae $\varepsilon\delta$ parallela ducatur $\eta\varkappa$, quae ipsi $\zeta\delta$ productae occurrat in $\varkappa$, et per δ rectae $\varepsilon\eta$ parallela ducatur $\delta\vartheta$; ergo parallelogrammum est $\vartheta\eta\varepsilon\delta$. Et quia est $\angle\, \vartheta\delta\varkappa = \angle\, \zeta = \angle\, \gamma$, et anguli $\vartheta\,\beta$, ut recti, aequales sunt, et $\gamma\beta = \varepsilon\eta = \delta\vartheta$, triangulo igitur $\gamma\beta\alpha$ triangulum $\delta\vartheta\varkappa$ aequale ac simile est. Et quoniam est

$\zeta\varkappa^2 = \zeta\eta^2 + \eta\varkappa^2$, et [1]), quia $\delta\varkappa = \gamma\alpha$,

$\zeta\varkappa^2 = (\zeta\delta + \gamma\alpha)^2$, et, quia $\varepsilon\eta = \gamma\beta$ *),

$\zeta\eta^2 = (\zeta\varepsilon + \gamma\beta)^2$, et, quia $\vartheta\varkappa = \beta\alpha$, et $\eta\vartheta = \varepsilon\delta$,

$\eta\varkappa^2 = (\varepsilon\delta + \beta\alpha)^2$, est igitur [42]

$$(\alpha\gamma + \delta\zeta)^2 = (\beta\gamma + \varepsilon\zeta)^2 + (\alpha\beta + \delta\varepsilon)^2.$$

Summa similium triangulorum aequicrurium, quae sunt Prop. 10
in basibus inaequalibus[2]), maior est summā triangulorum aequicrurium, quae in iisdem basibus *constituta* ac dissimilia cum sibi invicem tum illis similibus sunt, sed quorum summa laterum aequalis est laterum summae illorum.

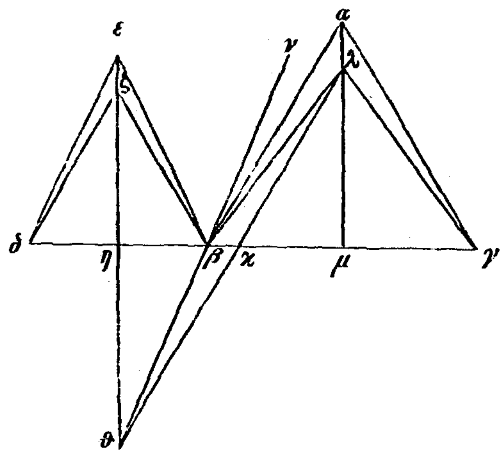
Sint in basibus inaequalibus $\delta\beta\ \beta\gamma$ similia triangula aequicruria $\delta\zeta\beta\ \beta\alpha\gamma$, et in iisdem basibus alia sint aequicruria *triangula* $\delta\varepsilon\beta\ \beta\lambda\gamma$, quorum summa laterum aequalis 325
sit summae laterum triangulorum $\delta\zeta\beta\ \beta\alpha\gamma$, ipsa autem triangula illis dissimilia; dico esse $\Delta\ \delta\zeta\beta + \Delta\ \beta\alpha\gamma > \Delta\ \delta\varepsilon\beta + \Delta\ \beta\lambda\gamma$.

1) Non iniuria Pappus prolixam demonstrationem, quam hoc loco Zenodorus instituit, ut tironibus tantum necessariam, omisit.

*) Apud Theonem p. 41 extr. post *τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ΔΕ ὡς μιᾶς* exciderunt verba *ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΕΗ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ΕΖ ὡς μιᾶς*, quae Nokkius addidit p. 31 (nisi quod duo extrema *ὡς μιᾶς* cum fugerunt).

2) Verba *ἐπὶ ἀνίσων βάσεων* et paulo post initio demonstrationis *ἐπὶ ἀνίσων βάσεων τῶν ΑΓ ΓΕ* Pappus omisit (vide append. ad V propos. 7); reliquam autem huius theorematis enuntiationem plane secundum Zenodori stilum conformavit.

Triangula enim ita posita sint, ut una recta sit $\delta\beta\gamma$, et $\beta\gamma > \delta\beta$, et[1]) iungantur $\varepsilon\zeta$ $\alpha\lambda$ producanturque ad bases; has igitur bifariam et ad rectos angulos secant, quia trian-



gula aequicruria sunt[2]). Secent in punctis η μ, et producatur $\varepsilon\eta$, eique aequalis ponatur $\eta\vartheta$, et iungatur $\vartheta\beta$; anguli igitur $\varepsilon\beta\eta$ $\vartheta\beta\eta$ aequales erunt, quia rectae $\varepsilon\eta$ $\eta\vartheta$ aequales sunt, et $\varepsilon\vartheta$ ipsi $\eta\beta$ perpendicularis est[3]). Sed angulus $\varepsilon\beta\eta$ maior est angulo $\alpha\beta\gamma$*) — quia angulus $\zeta\delta\beta$, id est $\zeta\beta\eta$, angulo $\alpha\beta\gamma$ aequalis est propter similitudinem triangulorum $\zeta\delta\beta$ $\alpha\beta\gamma$ — itaque etiam angulus $\vartheta\beta\eta$ maior est angulo $\alpha\beta\gamma$, et multo maior angulo $\lambda\beta\gamma$**). Et propterea iuncta $\vartheta\lambda$ rectam $\beta\mu$ secabit, quia recta $\vartheta\nu$ (*id est recta* $\vartheta\beta$ *producta*) extra $\beta\lambda$ cadet propter angulos ad verticem $\eta\beta\vartheta$ $\mu\beta\nu$ aequa-

1) Verba *κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΔΓ τῇ ΓΕ, καὶ μείζονα τὴν ΓΕ τῆς ΔΓ καὶ* omisit Pappus (conf. append. l. c.).

2) Haec latius demonstrata leguntur apud Pappum p. 324, 8—15.

3) Hanc sententiam causalem omisit Pappus.

*) *ΔΓΕ* apud Theonem pro $\overline{\delta\gamma\kappa}$, et similiter posthac, correxit Nokkius.

**) Hoc extremum demonstrationis membrum Pappus paulo post, idque aliter conformatum, posuit.

les; neque enim *recta* $\vartheta\lambda$ secabit ipsam $\mu\gamma$; nam si ita esset, ipsam $\lambda\mu$ *) productam secaret in alio puncto ac λ. Secet igitur, ut diximus, recta $\vartheta\lambda$ ipsam $\beta\mu$ in puncto $\varkappa$**). Iam quia ex hypothesi sunt

$\delta\varepsilon + \varepsilon\beta + \beta\lambda + \lambda\gamma = \delta\zeta + \zeta\beta + \beta\alpha + \alpha\gamma$, atque item dimidiae partes

$\varepsilon\beta + \beta\lambda = \zeta\beta + \beta\alpha$, id est 327

$\vartheta\beta + \beta\lambda = \zeta\beta + \beta\alpha$, et

$\vartheta\beta + \beta\lambda > \vartheta\lambda$, ergo etiam sunt

$\zeta\beta + \beta\alpha > \vartheta\lambda$, itaque[1])

$(\zeta\beta + \beta\alpha)^2 > \vartheta\lambda^2$. Sed, ut superiore *lemmate* demonstravimus, propter similitudinem triangulorum orthogoniorum $\beta\zeta\eta$ $\beta\alpha\mu$ est

$(\zeta\beta + \beta\alpha)^2 = (\zeta\eta + \alpha\mu)^2 + (\eta\beta + \beta\mu)^2$. Sed rursus propter superius *lemma* est

$\vartheta\lambda^2 = (\lambda\mu + \vartheta\eta)^2 + (\mu\varkappa + \varkappa\eta)^2$, id est

$\quad = (\lambda\mu + \varepsilon\eta)^2 + \eta\mu^2$; ergo est

$(\zeta\eta + \alpha\mu)^2 + \eta\mu^2 > (\lambda\mu + \varepsilon\eta)^2 + \eta\mu^2$. Et communi subtracto $\eta\mu^2$ restat igitur

$(\zeta\eta + \alpha\mu)^2 > (\lambda\mu + \varepsilon\eta)^2$; ergo etiam

$\zeta\eta + \alpha\mu > \lambda\mu + \varepsilon\eta$. Communes[2]) subtrahantur $\zeta\eta + \lambda\mu$; restat igitur

$\alpha\lambda > \varepsilon\zeta$. Et quia *ex hypothesi* est $\beta\gamma > \delta\beta$, est etiam dimidia maior quam dimidia, *id est*

$\beta\mu > \eta\beta$. Atque est

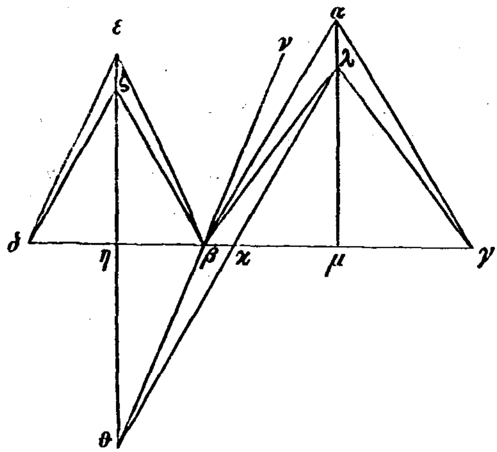
*) *τὴν ΗΚ* Nokkius pro *τὴν* $\overline{\alpha\varkappa}$.

**) Hoc quoque loco, nisi fallor, Pappi demonstratio p. 324, 20—27 concinnior est et magis perspicua.

1) Formulae quae sequuntur, velut $(\zeta\beta + \beta\alpha)^2$, graece sonant *τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς* cet.; at apud Theonem novies *τὸ ἀπὸ συναμφότερον τῆς* vitiose leguntur, quae Nokkius correxit, sicut etiam apud Pappum et anonymum de fig. isoperim. vera scriptura exstat. Praeterea alia quoque eodem Theonis loco corrupta Nokkius emendavit.

2) Hinc usque ad finem apud Pappum prorsus diversa demonstratio legitur, de qua vide append. ad V propos. 7.

$\alpha\lambda \cdot \beta\mu = 2\ \Delta\ \alpha\beta\lambda$, et
$\varepsilon\zeta \cdot \eta\beta = 2\ \Delta\ \varepsilon\beta\zeta$; ergo
$\Delta\ \alpha\beta\lambda > \Delta\ \varepsilon\beta\zeta$. Eadem ratione *demonstratur* esse
$\Delta\ \alpha\gamma\lambda > \Delta\ \varepsilon\delta\zeta$; ergo etiam tota figura, quae *κοιλογώνιον* vocatur,



$\beta\alpha\gamma\lambda >$ figurâ $\delta\varepsilon\beta\zeta$. [11] Communia addantur triangula $\delta\zeta\beta + \beta\lambda\gamma$; ergo sunt
$\Delta\ \delta\zeta\beta + \Delta\ \beta\alpha\gamma > \Delta\ \delta\varepsilon\beta + \Delta\ \beta\lambda\gamma$.

Prop. 11 333 Figurarum rectilinearum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habent, maxima est aequilatera et aequiangula.

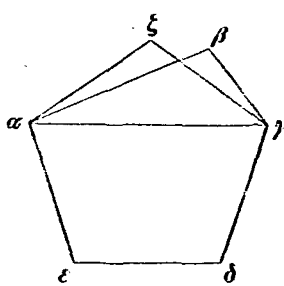
Sit maxima earum quas diximus figurarum *polygonum* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$*); dico hoc aequilaterum et aequiangulum esse.

Ac primum quidem *dico polygonum* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ aequilaterum esse.

Etsi non est, tamen sit $\alpha\beta$ inaequalis ipsi $\beta\gamma$, et iungatur $\alpha\gamma$, et in ea constituatur triangulum aequicrure $\alpha\zeta\gamma$, cuius

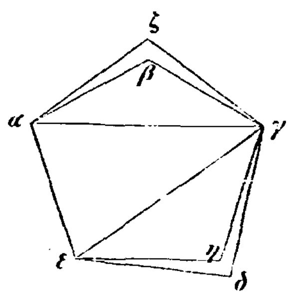
*) Zenodorus: τὸ *ΑΒΓΔΕΖ*; hexagonum igitur intellexit, sicut etiam paulo post diserte scripsit: *ἔσται τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον*, et: *ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον*. Nos in hac comparatione ex Pappi ratione pentagonum supposuimus.

laterum $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ summa aequalis sit ipsis $\alpha\beta + \beta\gamma$ (*supra propos.* 6); ergo triangulum $\alpha\zeta\gamma$ maius est triangulo $\alpha\beta\gamma$ (*propos.* 7). Et communi apposito quadrilatero $\alpha\gamma\delta\varepsilon$ erit quinquelaterum $\alpha\zeta\gamma\delta\varepsilon$*) maius *polygono* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$, cum *hoc ipsum ex hypothesi* maximum sit, id quod absurdum est; ergo $\alpha\beta$ non inaequalis est ipsi $\beta\gamma$. Iam similiter demonstrabimus ne aliud quidem polygoni latus alii ulli inaequale esse; ergo polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$**) aequilaterum est[1]).



Iam dico idem etiam aequiangulum esse. 335

Etsi non est, tamen, si fieri possit, sit angulus β maior quam δ***), ut est in sequenti figura[2]), et iungantur $\alpha\gamma$ $\gamma\varepsilon$; ergo triangula $\alpha\beta\gamma$ $\gamma\delta\varepsilon$ aequicruria sunt, ut supra demonstratum est[3]); itaque $\alpha\gamma$ maior est quam $\gamma\varepsilon$, quia angulus β maior est quam δ. Construantur in rectis $\alpha\gamma$ $\gamma\varepsilon$, ut supra (*propos.* 8) demonstratum est, triangula aequicruria $\alpha\zeta\gamma$ $\gamma\eta\varepsilon$, quorum summa laterum $\alpha\zeta + \zeta\gamma + \gamma\eta + \eta\varepsilon$ aequalis sit summae $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta\varepsilon$; ergo summa triangulorum $\alpha\zeta\gamma$



*) Zenodorus: τοῦ ΑΓΔΕΖ πενταπλεύρου ἔσται τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. Conf. superiorem adnot.

**) Zenodorus: τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον.

1) Totius quidem demonstrationis formam Pappus imitatus est, sed singula passim accuratius expressit et in fine id theorema addidit, quod ex ipsius propositione 5 efficitur.

***) Litterae δ apud Zenodorum respondet γ, quam Nokkius pro β vulgo expressa restituit.

2) Haec verba sive a Zenodoro sive a Theone adiecta significant alteram figuram ad hoc theorema pertinentem in aliquo antiquo codice deinceps, i. e. paulo infra adscriptam fuisse.

3) His verbis scriptor priorem huius ipsius theorematis partem designare videtur, qua polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ aequilaterum esse demonstratum est.

$+ \gamma\eta\varepsilon$ maior est summâ triangulorum $\alpha\beta\gamma + \gamma\delta\varepsilon$; nam *hoc quoque supra* (*propos. 10*) demonstratum est. Et communi apposito triangulo $\alpha\gamma\varepsilon$ [*]) erit *polygonum* $\alpha\zeta\gamma\eta\varepsilon$ [45] maius *polygono* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$, cum *hoc ipsum ex hypothesi* maximum sit, id quod absurdum est, ergo angulus β non inaequalis[1]) est angulo δ[**]). Iam similiter demonstrabimus *angulum* β nulli alii *eiusdem polygoni angulo inaequalem* esse; ergo *polygonum* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ aequiangulum est. Sed idem etiam aequilaterum esse demonstravimus; ergo figurarum rectilinearum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habent, maxima est aequilatera et aequiangula.

Sed *polygono* aequilatero et aequiangulo maiorem esse circulum, qui aequalem perimetrum habet, demonstravimus (*propos. 3*); ergo, *sicut initio* (*p. 1190*) *proposuimus*, circulus maximus est omnium figurarum planarum, quae aequalem atque ipse ambitum habent[2]).

351 Iam dico etiam sphaeram maximam esse omnium figura-
353 rum solidarum quae aequalem cum ipsa superficiem habent[3]), *quam ad demonstrationem* iis utor quae Archimedes in libro *primo* de sphaera et cylindro (*propos. 29*) ostendit.

*) Zenodorus: *τοῦ ΖΒΔΕ τετραπλεύρου*. Conf. p. 1206 adnot. *.

1) Sic brevius Zenodorus pro hac sententia: "non maior est; neque vero minor est."

) In Basileensi et apud Halmam idem mendum occurrit ac paulo supra (p. 1207 adnot. *).

2) Sic igitur Zenodorus quaestionem de figuris planis isoperimetris absolutam esse putavit; Pappus autem hoc insuper theorema:

omnium circuli segmentorum quae aequales circumferentias habent maximus est semicirculus

addidit et propositionibus 11—17 demonstravit.

3) Haec scilicet theorematis generalis, quod Theo initio (p. 1190) proposuit, pars est altera, quae ipsa quoque ex Zenodori commentario desumpta esse videtur. Apud Pappum Zenodori verbis proxime respondent haec p. 350, 24: *ὅτι πάντων τῶν στερεῶν σχημάτων τῶν ἴσην ἐχόντων τὴν ἐπιφάνειαν μεγίστη ἐστὶν ἡ σφαῖρα*, quibus accedunt ea quae paulo post p. 350, 30 — 352, 5 leguntur.

Sit enim in sphaera maximus circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, et circum- Prop.
scribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum *cet.* 12

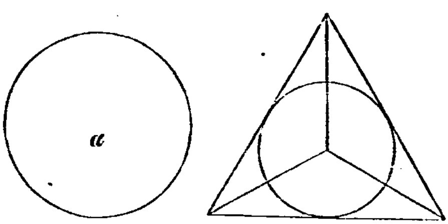
Sequitur expositio, qua scriptor secundum Archimedem l. c. ostendit superficiem quam polygonum regulare circulo circumscriptum rotatione sua efficit maiorem esse superficie sphaerae. De Pappo vide adnot. ad proximam propositionem.

[16] Hoc demonstrato dico etiam sphaeram, quae aequa- Prop.
lem superficiem habet atque id solidum, quod conicis super- 13
ficiebus, vel etiam aliis quibusdam, continetur (*id est solidum, quod polygoni rotatione efficitur*), maiorem esse eodem solido.

Ad Zenodori propositiones 12 et 13 similia Pappi propterea conferri non possunt, quia hic, sicut disertis verbis scribit p. 360, 20, omnem Archimedis de eo genere demonstrationem latissime explicavit suae collectionis libri V propositionibus 20—37.

[17] Similiter etiam de quinque polyedris ordinatis Pla- Prop.
tonicis idem demonstrabitur. 14

Exponatur enim sphaera α et unum eorum quae diximus *359*
quinque polyedrorum aequalem superficiem ac sphaera α *361*
habens; dico sphaeram maiorem esse polyedro.



Fingatur enim polyedro inscripta sphaera; ergo superficies polyedri maior est superficie sphaerae inscriptae (nam polyedri superficies, quae *ex hypothesi* superficiei sphaerae α aequalis est, complectitur superficiem sphaerae polyedro inscriptae); itaque etiam sphaerae α superficies maior est superficie sphaerae polyedro inscriptae; ergo etiam radius sphaerae α maior est radio sphaerae polyedro inscriptae. [18] Et quia superficies sphaerae α superficiei polyedri aequalis est, conus igitur basim habens circulum aequalem superficiei sphaerae α et altitudinem radio eiusdem aequalem maior est pyramide cuius basis est rectilineum aequale superficiei polyedri et altitudo aequalis radio sphaerae inscriptae[1], quoniam omnis conus tertia pars est cylindri eandem basim et aequalem altitudinem habentis (*elem.* *12, 10*), et omnis pyramis tertia pars est solidi[2]) eandem basim et aequalem altitudinem habentis (*elem.* *12, 7*), atque est et cylindri et prismatis *volumen productum ex* basi multiplicata cum altitudine, et cylindri altitudo maior est quam prismatis, itaque etiam, tertiis partibus sumptis, is quem diximus conus maior fit pyramide[3]). Sed conus ille sphaerae *α* aequalis est — nam rursus Archimedes (*de sphaer. et cyl.* *I, 36*) demonstravit omnem sphaeram esse quadruplam coni basim aequalem circulo maximo eorum qui sunt in sphaera et altitudinem aequalem radio habentis, et praeterea sphaerae superficies quadrupla est circuli maximi eorum qui sunt in ipsa (*ibid.* *35*); itaque is quem diximus conus, qui basim aequalem superficiei sphaerae et altitudinem radium eiusdem habet, quadruplus est coni basim aequalem circulo in sphaera maximo et altitudinem radium habentis; sed etiam sphaera *α* quadrupla eiusdem coni demonstrata est; ergo conus basim circulum superficiei sphaerae aequalem et altitudinem radium eiusdem habens aequalis est sphaerae *α*[*]) — itaque etiam sphaera *α* maior est ea quam diximus pyramide. Sed haec pyramis illi quod diximus polyedro aequalis est — quia etiam radius [49] sphaerae polyedro inscriptae ad singulas polyedri bases perpendiculariter ductus et cum iis multiplicatus tot solida efficit, quantus est numerus planorum

1) Hucusque Zenodori demonstrationem Pappus paene ad verbum repetivit; reliqua multo brevius tractavit, quia praeter Archimedem ea quoque paucis verbis citavit quae ipse huc pertinentia composuit.

2) Solidum, *στερεόν*, hoc loco et passim posthac Zenodorus pro prismate (elem. 11 defin. 13) posuit.

3) Totum hunc locum epexegeticum inde a verbis "quoniam omnis conus" cet. omisit Pappus.

*) In Graecis post *ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου αὐτῆς* apud Theonem excidit dativus *τῇ Α σφαίρᾳ*, ex superiore *ἴσος* suspensus. Pro tota hac parenthesi admodum verbosa multo aptius Pappus, ut modo significavimus, suas et Archimedis propositiones breviter citat.

quibus polyedrum continetur, quorum solidorum summa efficit solidum triplum[1] polyedri, propterea quod singula solida tripla sunt singularum pyramidum ex quibus polyedrum compositum est; sed etiam eius quam diximus[2] pyramidis triplum est idem solidum, propterea quod basis eius *solidi* aequalis est superficiei polyedri, singulis *scilicet* basibus pyramidum, ex quibus polyedrum constat, compositis[3], et altitudo aequalis est radio sphaerae inscriptae[4] — ergo sphaera α maior est eo quod supra posuimus polyedro[5].

Sic igitur Zenodorus theorematis illius generalis quod initio (p. 1190) proposuerat demonstrationem absolvit. Sed Pappus eandem quaestionem latius tractavit; nam postquam, exacta propositione 18, de quinque polyedrorum Platonicorum comparatione breviter commemoravit et propositione 19 sphaeram et cono et cylindro eandem superficiem habente maiorem esse demonstravit, denique propositionibus 38—56 exponit, si aequales quinque polyedrorum superficies supponantur, semper id quod plures bases habeat maius esse.

1) Non *τριπλάσια ποιεῖ τὸ στερεὸν τοῦ πολυέδρου*, ut apud Theonem legitur, sed *τριπλάσιον* Zenodorus scripsit.

2) Pro *ἐκκειμένης* legendum esse videtur *εἰρημένης*.

3) Aut post *σύγκειται* aut paulo supra ante *τῶν κατὰ μέρος βάσεων* excidisse videtur *συντιθεμένων*.

4) Rursus brevius omnia composuit Pappus.

5) Haec extrema Pappus ad verbum repetivit.

IV.

COMMENTARIORUM IN PAPPI COLLECTIONEM

APPENDIX.

II Propos. 14 p. 3: * nam supponitur eos numeros minores esse cet.] Cum sic in media demonstratione reliquiae libri secundi incipiant, primum quaeritur, quid primo collectionis libro, cuius ne vestigia quidem ulla ad nostram aetatem manserunt, Pappus tractavisse videatur. Iam quia tertius liber ita orditur, quasi scriptor transactis ante aliis iam primum de re geometrica incipiat agere, Wallisius pag. 613 (operis in praef. vol. I p. XXI citati) probabiliter statuit primores duos libros de re arithmetica compositos esse.

Liber II totus ad explicandum quendam Apollonii tractatum de ratione multiplicandi pertinuit. Apollonius igitur, scilicet Pergaeus, quem praeter geometricas quaestiones subtilissimas etiam in arithmetica disciplina et logistica versatum fuisse constat ex Eutocii testimonio[1]), initio eius libri, quem Pappus commentariis suis illustrandum suscepit, versiculum illum *Ἀρτέμιδος κλεῖτε* cet. posuit, et, quomodo ex

---

1) Commentar. in Archimedis librum de circuli dimensione p. 216 ed. Torell. vel p. 29 ed. Knoche et Maerker programm. Herford. a. 1854: *Ἰστέον δὲ ὅτι καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ ὠκυτοκίῳ ἀπέδειξεν αὐτὸ* (scil. circuli dimensionem) *δι' ἀριθμῶν ἑτέρων, ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγαγών· τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ, οὐ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν.* Quibus e verbis, ut supra conclusimus, elucet Apollonium in eo genere disciplinae arithmeticae occupatum fuisse; minime autem, id quod Wallisius p. 599 suspicatur, credibile est illud Apollonii opus, de quo Pappus suo libro secundo egerit, ipsum esse *ὠκυτόκιον* ab Eutocio citatum, quo de libro conf. M. Schmidt in *Zeitschrift für das Gymnasialwesen herausgeg. von Mützell*, Berolini 1855, p. 805 et Friedlein, *die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer*, Erlangae 1869, p. 78.

singulis litteris, id est notis numeralibus, productum efficeretur, ratione geometrica figurisque adscriptis ostendit. Hoc enim et ex Pappi libro II p. 24, 29 sq. et ex Apollonii theorematis figurisque passim a Pappo citatis efficitur. Quales autem Apollonii demonstrationes fuerint, equidem ne coniectura quidem ausim definire, et, num Wallisii p. 612 opinio probari possit, vehementer dubito. Omne autem Apolloniani libri argumentum simillimum fuit ei quod Pappus tractavit. Primum igitur Apollonius in numeris α′ ϱ′ τ′ ε′ μ′ ι′ δ′ ο′ σ′ (Ἀϱτέμιδος) cet. secrevit simplices unarios α′ ε′ δ′ cet., tum denarios centenariosque ϱ′ τ′ μ′ cet. disiunxit in unarios ac denarios centenariosque, igitur τ′ = 3. 100, μ′ = 4. 10 posuit. Appellavit autem simplices unarios, qui quasi fundamenti instar denariis centenariisque subiecti essent,

πυθμένας sive fundos (quos fundamentales nos diximus),

tum ipsos numeros denarios quotienscunque in multiplicatione redeuntes

τοὺς ἀνάλογον ἀϱιθμούς sive analogos,

quo in dicendo usu secutus est praeceptorem suum Archimedem, qui in arenario (p. 326 sq. ed. Torell.) singulari demonstratione rem explicat et postea ad id quod ei propositum est iterum iterumque adhibet. Nimirum, ut paucissimis absolvam, idem fere intellegit, quod nos in systemate numerorum denario *locos* sive *positiones* appellamus, velut, si 5 septimus est ἀϱιθμὸς ἀπὸ τῆς μονάδος ἀνάλογον, non 5 unitates, sed 5000000 intelleguntur. Quae ad Pappi reliquias intellegendas satis fuit adnotare, alia autem et plurima et gravissima, quae, cum primum hunc uberrimum campum ingressus sis, vix omittenda esse videantur, tamen a nobis in hac unius Graeci scriptoris editione occupatis pertractari non possunt. Conf. Nesselmann, *Geschichte der Algebra*, vol. I: *die Algebra der Griechen*, Berolini 1842, p. 125—134, Friedlein, *die Zahlzeichen* etc. p. 78. 80.

II Propos. 15 p. 3. 5. Demonstrationem generalem, omissis certis numeris, instituit scriptor; tacite autem ab initio intellegit schema certorum numerorum, quod erat apud

Apollonium, et id ipsum extrema demonstratione disertis verbis citat. Ne multa, ut iam Wallisius exposuit, in exemplo Apolloniano fuit

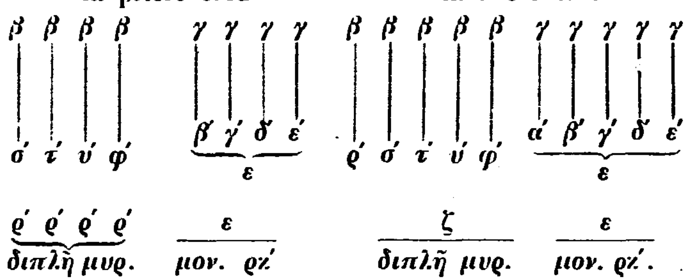
series	β	200	300	400	500		
series	γ	2	3	4	5		
numerus	ε	$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$	=	120.			

In altero autem casu, qui a verbis ἀλλ' ὁ διπλάσιος cet. incipit, est

series	β	100	200	300	400	500
series	γ	1	2	3	4	5
nota	ζ	2				
numerus	ε	1. 2. 3. 4. 5 = 120.				

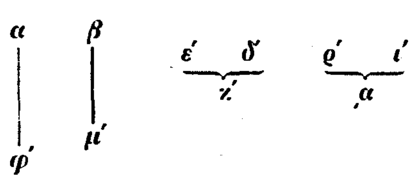
Linearis autem descriptio sic fere restituenda esse videtur.

In priore casu in altero casu



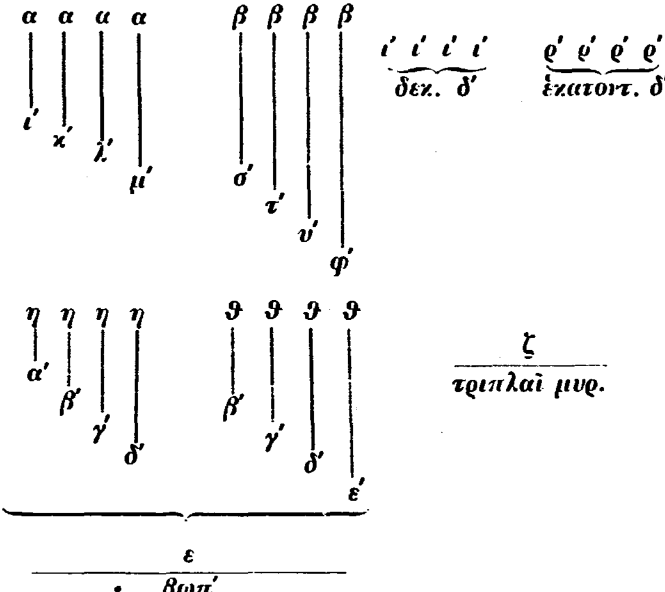
Pappi inquam, non Apollonii, hanc descriptionem esse existimaverim; nam Apollonius vix iustas linearum proportiones neglexerit (conf. quae paulo supra ex Wallisii libro repetita sunt).

II Propos. 16 p. 5. 7. Rursus Apollonii demonstratio linearis periit; lineolae autem et notae in Pappi codicibus adscriptae nihil paene efficiunt. Quae sic restituendae esse videntur



II p. 6, 19: κατὰ τὸν Ζ, μετρεῖ δὲ αὐτούς] Nihil nisi *μετρεῖ δὲ αὐτούς* delendum, illa autem *κατὰ τὸν Ζ*, utpote necessaria propter vs. 22, in Graeco contextu reponenda esse censet Eberhardus[1]).

II Propos. 17 p. 7. 9. Linearis descriptio in codicibus servata ad primum propositionis casum spectat et sic fere restituenda est



Ad reliquos propositionis casus nullae exstant descriptiones, quae utique, si restituantur, similes sint huic primae. Satis videtur diversas series hic repetere, quales statuit Wallisius:

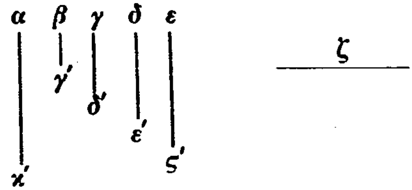
in secundo casu	seriem *α*	10 20 30 20 20
	seriem *β*	perinde atque in primo casu
in tertio casu	seriem *α*	perinde atque in primo casu
	seriem *β*	200 300 200 200 500

1) Breviter ipso auctoris nomine et hic et infra eas emendationes coniecturasque citavi, quas Alfredus Eberhard, vir in omni veterum mathematicorum disciplina versatissimus ac vel inprimis Graecae in eo genere dictionis peritus, proposuit in actis Ienensibus (*Jenaer Literaturzeitung* a. 1876 p. 206 sq.).

in quarto casu seriem α 10 20 30 20 20
seriem β 200 300 200 200 500.

II p. 8, 24: *ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς γίνεται μονάδες ζσ'] μονάδων* restituendum esse demonstravi in indice sub *γίνεσθαι*, *effici multiplicando*.

II Propos. 18 p. 9. Rursus quaedam lineae in codicibus adscriptae et notis distinctae sunt, sic fere restituendae



Similia schemata ad proximas propositiones redeunt, quae ubique repetere supervacaneum visum est.

II p. 14, 7: *ὁ δὲ ἐκ τῶν Ε Β Γ Δ ὁ Ζ*] Quoniam pro primo *ὁ* traditum est *τῶι*, Eberhardus coll. p. 16, 7 sq. locum sic restituit: *τῷ δὲ ἐκ τῶν Ε Β Γ Δ στερεῷ ἴσος ἔστω ὁ Ζ.*

II Propos. 25 p. 17. 19. Omitto, ut antehac, lineas in codicibus adscriptas, quae omnes fere inter se aequales sunt neque quidquam ad demonstrandum theorema valent; satis est notas cum suis numeris exhibere, unde apparet his lineis nullam generalem demonstrationem designari, sed tantummodo simplicissimum omnium exemplum, quod ad tertium capitis 16 casum spectet, contineri.

α	β	γ	δ	ε	ζ	η	ϑ
100	200	30	40	50	2	3	4
π	ρ	σ	τ	υ			
100	100	10	10	10			
λ	μ	ν	ξ	ο	πυθμένες		
1	2	3	4	5			

Praeterea exstant litterae *κ* et *φ*, sed sine suis numerorum notis.

Initio propositionis (p. 17 med.) in versione Latina excidit theorematis Apolloniani numerus XXVI.

II p. 20, 13: *τῶν ὑπ' αὐτοῦ γενομένων ἀναλόγων*] Pro *γενομένων* Eberhardus *λεγομένων* restituit.

II p. 24, 25: *τὸν ἐξ ἀρχῆς στίχον — πολλαπλασιασθέντα δι' ἀλλήλων δύνασθαι μυριάδων πλῆθος* cet.] Nisi forte structuram quandam *κατὰ σύνεσιν* statuis, alienum est *δι' ἀλλήλων* a subiecto *τὸν στίχον*. Atque etiam similitudo loci, qui p. 28, 25—27 sequitur, suadet, ut ipsum *δι' ἀλλήλων* interpolatori tribuamus.

III p. 30, 9: *συνιδὼν — τὸ ἀκόλουθον τούτῳ ἀξιοῖ ζητεῖν*] Pro his *συνιδὼν — τὸ ἀκόλουθον, τοῦτο* cet. commendat Eberhardus, quae et ad structuram verborum aptissima neque a codicum scriptura aliena sunt. Idem paulo post vs. 11 loci a nobis seclusi sententiam paulo tolerabiliorem restituit hunc in modum: *ἂν μὴ ἀμαθὴς ᾖ* cet.

III p. 42, 11: *δοθὲν ἔσται τὸ ΣΖΨ τρίγωνον ὀρθογώνιον τῷ εἴδει*] Extremum *τῷ εἴδει* delendum neque proxima *ἀλλὰ καὶ τῷ μεγέθει* addenda esse censet Eberhardus.

III p. 48, 12: *πρὸς ΗΖ*] "Dass *πρὸς ΗΖ* ohne Artikel *τὴν* steht, ist nicht an sich, aber in dieser Umgebung auffällig" Eberhardus.

III p. 54, 16: *δ' ἔτι*] Lege *δέ τι* perinde ac p. 270, 13, et conf. p. 560, 12, ubi item scripturam a nobis editam *ἓν δέ τι*, quae diserte enotata est ex codicibus BS, a quibus non dissentit A ex sil., aptiorem esse apparet quam *ἓν δ' ἔτι*.

III p. 64, 19. Verba *οὐ μόνον εὑρίσκεται* ab ipso Pappo neglegentius scripta esse hoc sensu: *ist nicht das einzige was man findet*, suspicatur Eberhardus.

III p. 70, 5. "*ὡς μία* ist wohl Dittographie zu *καὶ μία*" Eberhardus.

III Propos. 15 p. 79: Est autem $\alpha\beta : \gamma = \gamma : \vartheta$] Hoc geometrica via et longioribus ambagibus demonstrat Commandinus, quod multo brevius sic absolvi posse videtur, ut omnino quidem Graeci scriptoris ratio teneatur, in singulis autem recentiorum notatio adhibeatur.

Positis pro $\alpha\beta\,\zeta\,\gamma\,\eta\,\vartheta$ notis $a\ b\ c\ d\ e$, faciunt progressionem ad minus vergentem

arithmeticam	$a\ b\ c$
geometricam	$b\ c\ d$
harmonicam	$c\ d\ e$

dico esse etiam $a : c = c : e$.

Quoniam est $b : c = c : d$, multiplicatione per 2 facta et dirimendo (elem. 5 def. 16, propos. 17) est etiam

$$\frac{2b-c}{c} = \frac{2c-d}{d}, \text{ sive reciproce}$$

$$= c : \frac{cd}{2c-d}.$$

Sed est in arithmetica progressione

$$a = 2b-c,$$

et in harmonica progressione

$$e = \frac{cd}{2c-d} \ \left(\text{quoniam est } \frac{c}{e} = \frac{c-d}{d-e}\right);$$

ergo est $a : c = c : e$.

III p. 84, 25: *συμφερόμεναι*] Haec vox corrupta nobis visa est, cuius loco secundum Commandinum in interpretatione Latina *utiles* posuimus, conjecturam *συμφέρουσαι* tacite significantes. Sed vide an rectius Eberhardus passivam formam retinens *zusammenfallend* interpretatus sit, cui sententiae contraria sit illa quae statim sequitur: *κέχρηνται δὲ καὶ ὅροις ἰδίοις* cet.

III p. 94, 6: *ἔσται καὶ συναμφότερος ὁ ἡγούμενος ὁ ΑΒ*] Ante *συναμφότερος* addendum est *ὡς*.

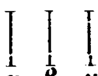
III Propos. 24 p. 97. Propositionem in Graeco codice deperditam sic, ut supra scriptum est, restituere conati sumus. Recte autem a nobis minimos numeros 3 2 1 positos hisque convenienter constitutos esse terminos *δ ε ζ* et ipsa rei ratio docet et tabula, quae huius libri cap. 57 legitur, demonstrat. Atque eiusdem tabulae auctoritate in propositione 19 minimos numeros 6 4 2 et similiter terminos $\delta\ \varepsilon\ \zeta$ constituimus. Sane hic quoque minimos numeros exspectabamus 3 2 1; at vero cum in arithmetica terminorum $\delta\ \varepsilon\ \zeta$ medietate sit $\varepsilon = \frac{\delta + \zeta}{2}$, et omnino in $\delta\ \varepsilon\ \zeta$ inesse $\alpha\ \beta\ \gamma$, sed eos non divisos, oporteat, relinquitur ut termini constituantur

aut $\delta = 2\alpha + 2\beta + \gamma$
$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma$
$\zeta = \gamma$, unde minimi numeri existunt 5 3 1, sicut fecit Commandinus,

aut $\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma$
$\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma$
$\zeta = \beta + \gamma$, unde minimi numeri fiunt 6 4 2,

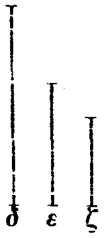
qui numeri cum in tabula (cap. 57) reperiantur, eosdem in propositione 19 restituenda adsumpsimus et convenienter his reliqua composuimus. Ceterum non casu factum esse videtur, ut loco propositionis et undevicesimae et vicesimae quartae in Graecis lacuna offendat. Nam quomodo ipse Pappus eo pervenerit, ut ex geometrica analogia et arithmeticam et septimam medietatem perinde ac reliquas medietates (de quibus vide singulas demonstrationes) efficeret, mihi quidem non satis liquet. Neque id praestant eae ipsae quae a nobis auctore Commandino insertae sunt demonstrationes. Iam vero admodum probabilis videtur suspicio, ea quae Pappus duobus locis nunc lacunosis olim scripserit non placuisse (ac forte merito) illi quem interpolatorem dicimus, qui ea de causa utramque demonstrationem deleverit, rectiora autem substituere non potuerit.

Restat ut huius 24 propositionis demonstrationem, qualem Commandinus finxit, sed eam ad nostratium usum accommodatam, describamus.



$\alpha\ \ \beta\ \ \gamma$

Septimam medietatem per analogiam constituere.



Exponantur tres proportionales termini $\alpha\ \beta\ \gamma$, *et sit* $\delta = \alpha + 2\beta + 2\gamma$, *et* $\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma$, *et* $\zeta = \beta + \gamma$; *dico* $\delta\ \varepsilon\ \zeta$ *septimam medietatem constituere.*

Est enim $\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{\beta+\gamma}$.

Sed est $\alpha + \beta + \gamma = \delta - \zeta$,

et $\beta + \gamma = \delta - \varepsilon$;

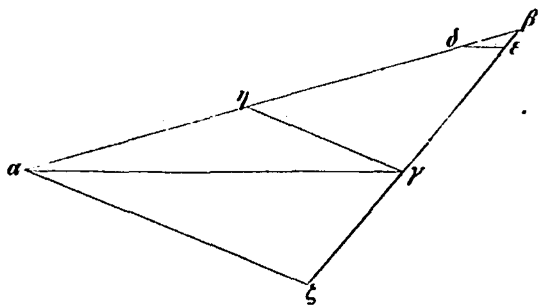
ergo $\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\delta-\zeta}{\delta-\varepsilon}$,

quod ad septimam pertinet medietatem. Constituitur autem ea in minimis numeris 5 3 2, si $\alpha\ \beta\ \gamma$ *unitates ponantur.*

III p. 116, 10 "scheint *συναμφοτέρων* vor *τῶν* oder 11 *συναμφοτέρους* nach *αὐτὰς* ausgefallen zu sein" Eberhardus.

III p. 118, 6: *μᾶλλον αἱ EZK τῷ διπλασίῳ συνεγογιῦσι λόγῳ*] Post *EZK* addenda esse *πρὸς τὰς ΑΒΓ* coni. idem.

III Propos. 38 p. 125: *datae proportioni* aequalis sit proportio rectae $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$ unà cum alia data, quae sit ζ] Geometricam demonstrationem a Graeco scriptore omissam Commandinus sic fere supplevit.



Quoniam ex hypothesi $\alpha\beta$, comparata cum $\beta\gamma$, datà rectà maior est quam in proportione, sit data illa recta $\alpha\eta$, iungaturque $\eta\gamma$, et productà $\beta\gamma$ ipsi $\eta\gamma$ parallela ducatur $\alpha\zeta$; ergo ex hypothesi $\eta\beta : \beta\gamma$ habebit proportionem datam. Sed propter parallelas $\eta\gamma\ \alpha\zeta$ est

$$\eta\beta : \beta\gamma = \alpha\beta : \beta\zeta = \alpha\eta : \gamma\zeta;$$

et est data $\alpha\eta$; ergo etiam $\gamma\zeta$ data est (dat. 2). Sed rectam $\gamma\zeta$ Graecus scriptor uno elemento ζ expressit; effecimus igitur, sicut propositum erat, datae proportioni aequalem proportionem rectae $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$ unâ cum data ζ; est enim $\alpha\beta : \beta\gamma + \zeta = \alpha\beta : \beta\zeta$, id est aequalis datae proportioni (quam quidem si ex nostratium ratione posueris $= P$, et $\alpha\eta = d$, prodit ipsa $\gamma\zeta = \frac{d}{P}$).

Ibidem p. 124. 125. * * * θέσει ἄρα * * * ὥστε καί, ἂν ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μείζων ᾖ ἢ διπλῆ cet.] Graviore corruptela hunc locum laborare manifestum est. Nam ut omittam praeter fragmentum θέσει ἄρα multa alia requiri ad complendam demonstrationem, plane novum aliquid in conspectum prodit inde a verbis ὥστε καὶ cet.; superior enim demonstratio generalis est, quam necopinato sequitur singularis quidam casus, ut sit $\alpha\beta : \beta\gamma > 2$, et $\alpha\gamma = 2\beta\gamma$ (vide propos. 39). Hanc capitalem quasi labem quis est qui ita sanare audeat, ut Graeci scriptoris rationem demonstrandi, nedum ipsa eius verba vere restituisse videatur? Certe Commandinus, qui pro viribus id praestare enisus est, resolutionem protulit iustae dubitationi, ut opinor, obnoxiam, quae tamen paucis mutatis forsitan emendari possit. Sed nobis in hac editione nihil agendum esse videtur, nisi ut Graecum scriptorem nullum in concludendo errorem commisisse quam brevissime demonstremus.

Scilicet data esse postulamus

$$P = \frac{\eta\beta}{\beta\gamma} \quad p = \frac{\beta\alpha}{\alpha\gamma} \quad d = \alpha\eta;$$

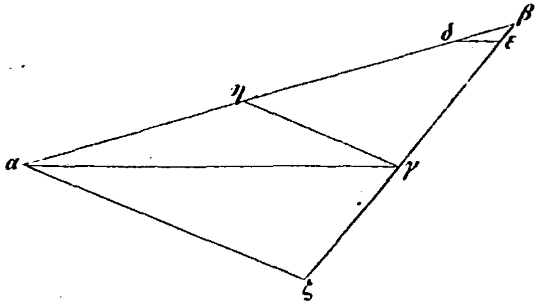
propositum sit basi trianguli $\alpha\beta\gamma$ parallelam $\delta\varepsilon$ ita ducere, ut sit

$$\frac{\alpha\delta}{\delta\varepsilon + \beta\gamma} = P.$$

Factum iam esse putetur. Est igitur, si auxilio constructionis supra demonstratae effecerimus $\gamma\zeta = \frac{d}{P}$,

$$P = \frac{\alpha\delta}{\delta\varepsilon+\beta\gamma} = \frac{\alpha\beta}{\beta\gamma+\gamma\zeta}, \text{ id est per subtractionem}$$
$$= \frac{\delta\beta}{\gamma\zeta-\delta\varepsilon}.$$

Sed quia ex hypothesi est $p = \frac{\beta\alpha}{\alpha\gamma}$, propter parallelas $\delta\varepsilon$ $\alpha\gamma$ est etiam



$$p = \frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon}; \text{ ergo}$$

$$P + p = \frac{\beta\delta}{\gamma\zeta-\delta\varepsilon} + \frac{\beta\delta}{\delta\varepsilon}, \text{ unde efficitur}$$

$$\beta\delta = \frac{\gamma\zeta \cdot Pp}{P+p}, \text{ id est } = \frac{dp}{P+p}, \text{ et}$$

$$\delta\varepsilon = \frac{\gamma\zeta \cdot P}{P+p} = \frac{d}{P+p}.$$

Ergo recta $\beta\delta$ definita est ex iis quae nos data esse supra postulavimus, et datum est punctum δ, quo facto compositio problematis certa ratione procedit.

III p. 128, 17. *περὶ* eodem sensu positum redit V p. 542, 4; sed dubium an utroque loco *παρὰ* Pappo vindicandum sit: conf. indic. v. *παραβάλλειν*.

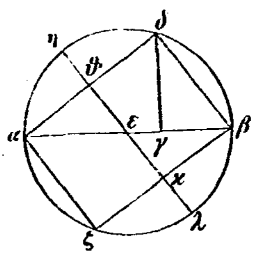
III p. 134, 22. Post *ὦσιν* per dittographiam mendosum *ὡς* irrepsisse videtur Eberhardo.

III p. 136, 4: *αἱ τὰ ὅμοια τῶν τμημάτων κύκλων ἀπολαμβάνουσαι*] Et sana structurae ratio et similitudo loci qui est p. 134, 24 suadent, ut pro *τῶν τμημάτων* restituamus *τμήματα*.

III p. 138, 25. Sine dubio ex ἑαυτῶν, Vaticani codicis scriptura, restituendum fuit δι' αὐτῶν, id quod recte vidit Eberhardus.

III p. 142, 21. Post ἐφαπτομένῃ interpungit et coll. p. 148, 12 ὁμοίως κἂν cet. coniungit Eberhardus; ergo in interpretatione verba *similiter ac modo demonstratum est* deleamus et paulo post pro *Et* reponanus *Similiter*.

III Propos. 54 p. 145: Oportebit enim in sphaera duos circulos aequales et parallelos ita describere, ut quadratum ex sphaerae diametro sesquialterum sit quadrati e diametro circulorum] "Quomodo hoc efficiatur" inquit Commandinus, "ipse non docet; sed nos breviter explicabimus. Sit enim sphaera, cuius centrum ε, seceturque plano per ε ducto, ut sit sectio maximus circulus $\alpha\beta\delta$, et iungatur $\alpha\varepsilon\beta$, quae circuli diameter erit. Itaque secetur $\alpha\beta$ in γ ita, ut $\alpha\gamma$ sit dupla ipsius $\gamma\beta$, et per γ ipsi $\alpha\beta$ ad rectos angulos ducatur $\gamma\delta$, iunganturque $\alpha\delta$ $\delta\beta$; erunt triangula $\alpha\delta\beta$ $\alpha\delta\gamma$ inter se similia, et ut $\beta\alpha$ ad $\alpha\delta$, ita $\delta\alpha$ ad $\alpha\gamma$; quare ut prima ad tertiam, ita quadratum quod fit a prima ad quadratum quod a secunda (elem. 6, 20 cor. 2), hoc est ut $\beta\alpha$ ad $\alpha\gamma$, ita ex $\alpha\beta$ quadratum ad quadratum ex $\alpha\delta$. Est autem $\beta\alpha$ sesquialtera $\alpha\gamma$, cum ipsius $\gamma\beta$ sit tripla; ergo et quadratum ex $\beta\alpha$ quadrati ex $\alpha\delta$ sesquialterum erit. Compleatur parallelogrammum $\alpha\delta\beta\zeta$, et per ε ipsis $\alpha\zeta$ $\beta\delta$ parallela ducatur altera diameter $\eta\vartheta\varepsilon\varkappa\lambda$, ut secet $\alpha\delta$ in ϑ et $\zeta\beta$ in $\varkappa$. Si igitur sphaera secetur per ϑ $\varkappa$ duobus planis ad diametrum $\eta\lambda$ rectis, erunt sectiones circuli aequales et paralleli, et unius quidem diameter erit $\alpha\delta$, centrum ϑ et polus η, alterius vero diameter $\zeta\beta$, centrum $\varkappa$ et polus λ. Cum enim $\eta\lambda$ per centrum ducta secet $\alpha\delta$ $\zeta\beta$ ad angulos rectos, et bifariam secabit; ergo in sphaera descripti sunt duo circuli aequales et paralleli ita, ut diameter sphaerae



potestate sesquialtera sit uniuscuiusque eorum diametri, quod facere oportebat."

III p. 148, 18: ἔσται ἐπιζευγνυμένη] immo ἐπεζευγμένη coll. p. 146, 5 sq.

III p. 150, 8: ὅτι εἴς γε τὴν τῆς πυραμίδος ἐγγραφὴν καὶ εἰς τὴν τοῦ κύβου καὶ τοῦ ὀκταέδρου] In componendo indice cum Pappi dicendi usum omnes in partes observarem, probabilius mihi visum est εἴς τε quam εἴς γε Pappum scripsisse.

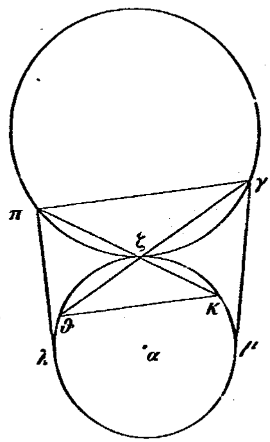
III p. 176, 5: πῶς ἐν λόγῳ δοθέντι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι] Adnotavimus post εὐθεῖαι Bredovium addere εὑρίσκονται: paulo probabilius in ipso εὐθεῖαι Eberhardus vestigia formae ἂν εὑρεθεῖεν agnoscit.

IV p. 192, 3: ἢ ἐν ἀριθμοῖς] ἢ positum esse pro ἤγουν adnotat Eberhardus. Quoniam haec verba interpolata sunt, vix quidquam refert, utrum ipsi glossematis scriptori ἢ hoc sensu positum vindicemus, an idem ex ἤγουν (quod brevissimo scripturae compendio a scholiastis exarari solet) mutilatum esse existimemus.

IV p. 196, 17: δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῶν ΜΑ ΑΒ ΜΣ ΣΑ] Verba ἑκάστη — ΣΑ Eberhardus putat olim margini adscripta per errorem immigravisse in contextum ac corrupisse simplicem ac genuinam Pappi scripturam δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΑΒ. Et paulo post legendum esse καὶ [ἡ] ΖΗ ΔΕ καὶ ΒΑ ΑΣ (pro ΔΣ).

IV Propos. 8 p. 199: Iam quia positione ac magnitudine datus est circulus, cuius centrum α, et positione ac magnitudine data est recta πγ, et rectae πζκ γζθ ita ductae sunt, ut θκ ipsi πγ parallela sit, data est diametrus circuli circa γζπ triangulum descripti] Hic locus quot et quantis difficultatibus laboret, dici vix potest. Omnino enim demonstrationem a scriptore ita in brevius contractam esse apparet, ut unum vel etiam plura lemmata, quibus demum cognitis id quod ille concludit efficiatur, silentio praetermissa sint.

Iam primum quaerendum erat, num superius lemma VII, quod ipse scriptor ad demonstrationem necessarium esse significat, probabili ratione hunc ad locum referri posset. Quod alii forsitan feliciore coniectura adsequantur: equidem non video. Ergo in praesentia restat, ut, omisso illo lemmate, ex paucis vocabulis quae in Graeco contextu exstant scriptoris rationem restituamus. Iam vero quod ait "data est diametrus circuli circa $\gamma\zeta\pi$ triangulum descripti", profecto non illud docere vult, datis tribus punctis datam esse diametrum circuli per ea puncta descripti (quod ad tironum institutionem pertinet, ac facile ex Euclidis elementis et datis demonstratur); sed Graeca verba hoc potius significant: praeter puncta π γ etiam punctum ζ datum, itaque circuli per π γ ζ descripti diametrum datam esse. Iam si porro Graeca verba sequimur, scriptor punctum ζ sic definire videtur: esse circumferentiae circuli α id punctum, quod, si rectae $\pi\zeta$ $\gamma\zeta$ ad $\varkappa$ ϑ puncta eiusdem circuli circumferentiae productae sint, rectam $\vartheta\varkappa$ efficiat parallelam ipsi $\pi\gamma$*).

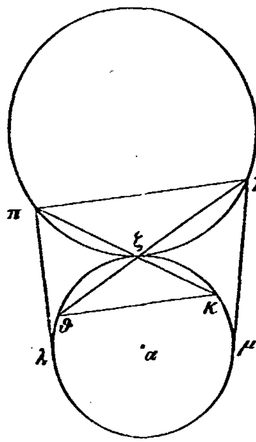


Sic igitur, si punctum ζ datum esse statuimus, triangulum $\pi\gamma\zeta$ specie et magnitudine datum est. Quo facto scriptor (quia datus est circuli α radius) effecisse videtur rectam $\vartheta\varkappa$ datam esse, atque, ut $\vartheta\varkappa$ ad $\pi\gamma$, ita esse circuli α diametrum ad circuli $\pi\zeta\gamma$ diametrum; ergo hanc ipsam diametrum datam esse. Ac sic quidem Graecum scriptorem argumentatum esse suspicamur; sed nondum explanavimus, quomodo ille punctum ζ datum esse demonstraverit. Quod quidem

*) Simile lemma infra libri VII propos. 104 legitur; sed ne illud quidem eam nobis fert opem, ut inde diametrum circuli $\pi\zeta\gamma$ datam esse efficiamus.

nulla alia ratione fieri potuisse existimo nisi ea quam nostrates mathematici in eo problemate adhibeant, eaque de re Augustum Amthor, Gymnasii Cruciani Dresdensis collegam spectatissimum, consului, qui haec quae sequuntur mihi tradidit.

"Um einen Kreis zu construiren, der durch 2 gegebene Puncte π γ geht und einen gegebenen Kreis α berührt, kann man wie folgt verfahren. Sei ζ der Berührungspunct des gesuchten Kreises mit dem gegebenen Kreise, seien ferner $\varkappa$ und ϑ die Schnittpuncte der Geraden $\pi\zeta$ und $\gamma\zeta$ mit dem gegebenen Kreise, so ist, wie sich leicht zeigen lässt, $\pi\gamma \parallel \vartheta\varkappa$; daher folgt $\pi\zeta : \zeta\varkappa = \gamma\zeta : \zeta\vartheta$ und hieraus $\pi\zeta : \pi\zeta + \zeta\varkappa = \gamma\zeta : \gamma\zeta + \zeta\vartheta$ oder $\pi\zeta : \pi\varkappa = \gamma\zeta : \gamma\vartheta$."



"Multiplicirt man diese Proportion mit $\pi\zeta : \pi\zeta = \gamma\zeta : \gamma\zeta$, so folgt $\pi\zeta^2 : \pi\zeta \cdot \pi\varkappa = \pi\zeta^2 : \gamma\zeta \cdot \gamma\vartheta$."

"Seien ferner λ μ die Berührungspuncte der von π und γ an den gegebenen Kreis gezogenen Tangenten, so ist nach dem Satze von der Potenz des Punctes in Bezug auf den Kreis $\pi\zeta \cdot \pi\varkappa = \pi\lambda^2$ und $\gamma\zeta \cdot \gamma\vartheta = \gamma\mu^2$, wodurch die letzte Proportion übergeht in $\pi\zeta^2 : \pi\lambda^2 = \gamma\zeta^2 : \gamma\mu^2$ oder $\pi\zeta : \gamma\zeta = \pi\lambda : \gamma\mu$; also ist das Verhältniss der Strecken $\pi\zeta$ und $\gamma\zeta$ bekannt, nämlich gleich dem Verhältniss der von π und γ an den gegebenen Kreis gezogenen Tangenten; mithin liegt der Punct ζ auf dem Kreise, welcher die Punkte, in welchen $\pi\gamma$ innen und aussen nach dem Verhältniss $\pi\lambda : \gamma\mu$ getheilt wird, zu Gegenpuncten hat (Apollonischer Kreis)."

IV p. 200, 5: τὸ δὲ ἀρχαϊκόν] Egregie ἀρχικόν restituit Eberhardus. Interiectis lemmatis quibusdam significatur *theorema ab initio propositum* (sic nos in Lat. versione) sive *principale*. Conf. indicem.

IV p. 200, 8. "Ist etwa οὐ zu streichen?" Eberhardus.

IV p. 200, 23; 201 adnot. 3: *διὰ ἄρα τὸ προγεγραμμένον*] "Also ist ein Lemma ausgefallen; in 9 ist das Verhältniss $\beta\eta - \eta\gamma = \eta\gamma - \gamma\alpha$ gegeben [vide nostram adnot. 2 p. 201] und hier die drei (ungleichen) Differenzen" Eberhardus.

IV p. 208, 4. Interpretationi Latinae intentus pro *ex aequali* in Graecis interposui *ἐξ ἴσου*, quem calami errorem ignoscat benevolus lector; nam nihil unquam volui nisi *δι' ἴσου*, qua de formula dixi in praef. vol. I p. XXIII (et conf. indic. sub *ἴσος*).

IV p. 214, 1. Pro *ἀμφότερος* in indice Graecitatis h. v. commendavi *συναμφότερος*.

IV p. 220, 2. Verba *πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΗΘ κύκλου* a Commandino et Scaligero addita Eberhardus reponit ante *ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς*, quo facto non opus sit particulam *μὲν* inserere.

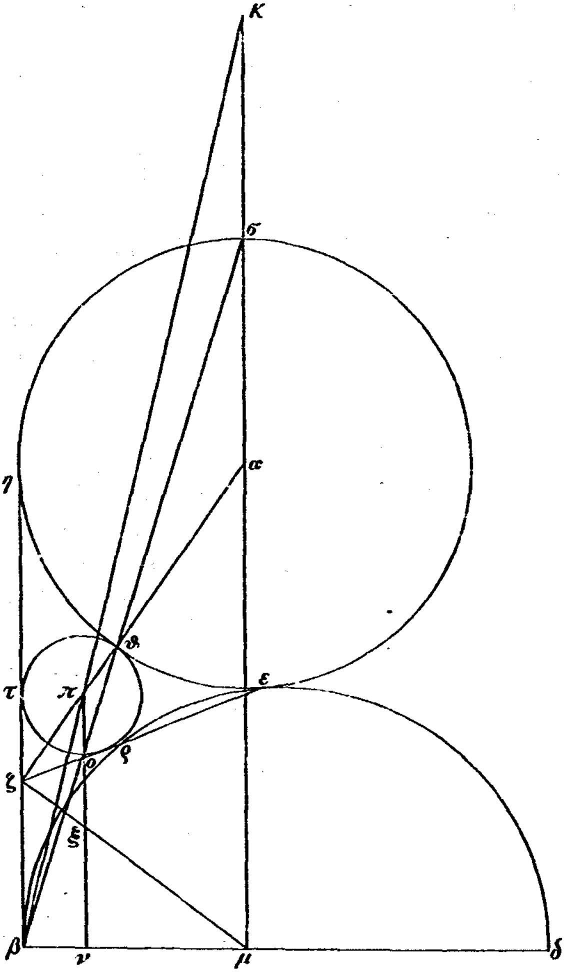
IV p. 222, 20: *ἡ διὰ τῶν Σ Θ Ο σημείων ἀπαγομένη*] Sine dubio *καταγομένη* Pappus scripsit (vide indic. h. v.); *ἀγομένη* vel *παραγομένη* coni. Eberhardus.

IV Propos. 15 p. 225: Quodsi pro circumferentia semicirculi $\beta\eta\gamma$ sit recta linea $\beta\eta$ ad ipsam $\beta\delta$ perpendicularis, nihilominus circa descriptos circulos eadem contingent.] Haec cum adderet Commandinus, non solum similitudinem corollarii quod IV cap. 27 legitur, sed etiam codicum, qui hanc quae sequitur figuram praeter illas tres supra p. 219—221 descriptas exhibent, auctoritatem secutus est. Ac quoniam vix meram figuram sine demonstratione appinxerit Graecus scriptor, eadem fere Graeco sermone composita periisse videntur quae Latinis verbis restituit Commandinus. Itaque et figuram in codicibus traditam et Commandini demonstrationem, sed eam in brevius contractam, repetamus.

Describantur circa centra α π circuli $\varepsilon\vartheta\eta$ $\varrho\vartheta\tau$, qui semicirculum $\beta\varrho\varepsilon\delta$ in punctis ε ϱ, rectam $\beta\eta$ in η τ, denique se invicem in ϑ tangant, et reliqua similiter ac supra p. 219

construantur. Quoniam parallelae sunt $\beta\eta$ $\nu\pi$ $\mu\alpha$, erit $\beta\mu$ radio circuli α aequalis, et $\beta\nu$ radio circuli π, id est

$$\beta\mu : \beta\nu = \alpha\vartheta : \pi\vartheta.$$



Reliqua demonstratio non differt ab illa quae supra p. 222 sq. legitur.

IV p. 234, 1: τὸ ἐπὶ τῆς ἕλικος — θεώρημα *προὔτεινε μὲν Κόνων ὁ Σάμιος γεωμέτρης, ἀπέδειξεν δὲ Ἀρχιμήδης*] Ex ipsius Archimedis verbis, quae initio libri de helicibus (p. 217 sq. ed. Torell.) leguntur, efficitur Archimedem id theorema Cononi solvendum proposuisse, illum autem prius vita decessisse quam id exsequi potuisset, denique ab Archimede multis post Cononis obitum annis intermissis problema demonstratum esse. Itaque cum diversi de eadem re auctores prodeant, Archimedes ipse de se testimonium ferens et Pappus multis saeculis posterior, dubitari non potest quin illi maior fides habenda sit. Sed haec quoque discrepantia, cuius similes multae aliae in Pappi collectione deprehenduntur, nos monet, ut de variis operum mathematicorum formis quae olim exstiterunt eaeque partim diversae ab iis quae adhuc servatae sunt, impensius in dies quaeramus.

IV p. 234, 15: *τὸ κατὰ τὴν ΒΑ κινούμενον σημεῖον*] Potius *κατὰ τῆς ΒΑ* legendum esse demonstravi in indice sub *κατά* c. gen.

IV p. 240, 29: *ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ* corr. Eberhardus.

IV p. 246, 1; 247 adnot. 6. De Diodori analemmate vide praefationem huius III voluminis p. IX—XI.

IV p. 252, 14. *δῆλον*, quod nobis ex *δὴ* vel *δηλονότι* corruptum esse videtur, delet Eberhardus.

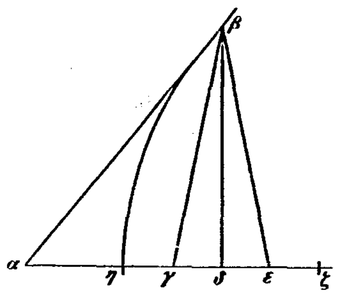
IV p. 252, 23. Similiter ac Torellius, qui *ΒΕΔ*, Eberhardus *ΒΔ* addit ante *περιφέρεια*.

IV p. 256, 24—26. Genetivum *τοῦ κύκλου* et post *διάμετρος* et post *περιφέρεια* delendum esse putat Eberhardus.

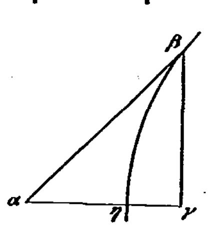
IV p. 270, 12. Verba *λέγω δὲ ταῖς κωνικαῖς* coll. vs. 9 sq. delet idem.

IV Propos. 34 p. 280, 20—284, 20. "Cap. 67 ist am Schluss nicht ausgeführt und in dieser Fassung schwerlich von Pappos." Eberhardus.

IV Propos. 34 p. 283: quae angulum $\alpha\gamma\beta$ duplum anguli $\gamma\alpha\beta$ efficiat] Angulum $\alpha\gamma\beta$ a scriptore acutum supponi vocabulum λοιπή p. 282, 12 demonstrat; reliquos autem casus non neglegentia aut imperitia, sed ea de causa omissos esse existimamus, quod demonstratio cuilibet perspicua videretur, quam tamen Commandino auctore paucissimis suppleamus hunc in modum.



Sit angulus $\alpha\gamma\beta$ obtusus; ergo est $\angle\, \beta\gamma\varepsilon = \angle\, \beta\varepsilon\gamma$, ideoque $\angle\, \beta\varepsilon\zeta = \angle\, \beta\gamma\alpha = 2 \angle\, \beta\alpha\gamma$ (ex hypothesi). Sed est etiam $\angle\, \beta\varepsilon\zeta = \angle\, \beta\alpha\gamma + \angle\, \alpha\beta\varepsilon$; ergo $\angle\, \beta\alpha\gamma = \angle\, \alpha\beta\varepsilon$, itaque $\beta\varepsilon = \alpha\varepsilon$. Porro iisdem quae supra a Graeco scriptore supponuntur manentibus est $\gamma\eta + \gamma\delta = \frac{1}{3}(\alpha\gamma + \gamma\zeta)$, id est $\eta\delta = \frac{1}{3}\alpha\zeta$, quo facto reliqua perinde ac supra scripta sunt procedunt.



Sin autem angulus $\alpha\gamma\beta$ rectus et rursus $\gamma\eta = \frac{1}{3}\alpha\gamma$ sit, erit $\alpha\gamma \cdot \gamma\eta = \frac{1}{3}\alpha\gamma^2 = \frac{1}{3}\beta\gamma^2$; ergo punctum β est ad hyperbolam etc.

IV p. 288, 7: μείζων ἄρα ἡ ὁμοία τῇ ΓΘΔ τῆς ΑΗΒ] Recte quidem ad sensum haec a nobis scripta sunt "quae circumferentia similis ipsi $\gamma\vartheta\delta$ in circulo $\varepsilon\alpha\eta$ sumitur, ea maior est quam circumferentia $\alpha\eta\beta$"; sed ex Graeci sermonis consuetudine potius μείζων ἄρα ἣ ὁμοία ἡ ΓΘΔ τῆς ΑΗΒ restituenda esse videntur. Conf. indicem sub ὅμοιος.

IV p. 290, 12: ἐκκείσθω κύκλος ὁ ΑΔΓ περὶ κέντρον τὸ Β καὶ διάμετρον τὴν ΑΔ] Post *B* comma ponit et καὶ διάμετρος ἡ ΑΔ coni. Eberhardus.

IV p. 299, 4: Pro *illum librum*, i. e. Archimedis de helicibus, *hunc librum*, scil. Pappi, corrigit idem coll. p. 314, 2.

IV Propos. 44 p. 300—303. Quod ad p. 301 extr. de restituendo loco difficillimo adnotaveram, id subtilissime praestitit Richardus Baltzer, mathematicorum professor Giessensis illustrissimus, qui mense Iulio anni 1877 has de eo argumento litteras ad me misit:

" Die Archimedische Aufgabe (deren Lösung Archimedes gehabt hat) fordert durch den gegebenen Punkt α des gegebenen Kreises die Gerade $\alpha\delta\varepsilon$ zu ziehen, welche die gegebene Gerade $\beta\gamma$ in δ und den Kreis in ε so schneidet, dass $\delta\varepsilon$ *) eine gegebene Länge hat (pag. 300, 22—302, 5)."

" Das Hauptstück der sehr feinen Analysis, welche Pappus mittheilt, war die Erfindung der Normale $\delta\zeta$ zu $\beta\gamma$, so lang wie $\alpha\delta$. Sie haben sich irre leiten lassen durch die Angabe (pag. 302, 3), dass ζ ein Punkt des Kreises sei, und durch die Meinung, dass die Sehne $\gamma\zeta$ in Betracht komme. Dies ist nicht der Fall, sondern es wird im griechischen Text gezeigt, dass der Punkt ζ construirbar sei (durch Schnitt einer construirbaren Hyperbel und einer construirbaren Parabel), dass also auch δ (durch die Normale der $\beta\gamma$ aus ζ) und ε (durch die Gerade $\alpha\delta$ und den Kreis) construirbar ist. Nämlich:

1) α ist ein gegebener Punkt, $\beta\gamma$ eine gegebene Gerade, $\delta\zeta$ normal zu $\beta\gamma$ in δ und hat zu $\alpha\delta$ ein gegebenes Verhältniss ($\delta\zeta = \alpha\delta$); folglich liegt ζ auf einer gegebenen Hyperbel (lemma I, prop. 42).

2) Ferner **) ist (am Kreise) $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta \cdot \delta\varepsilon$, d. i. $\delta\zeta \cdot \delta\varepsilon$, und $\delta\varepsilon$ gegeben. Daher $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \delta\zeta \cdot \delta\varepsilon$, während $\beta\gamma$ gegeben, δ auf $\beta\gamma$, $\delta\zeta$ normal zu $\beta\gamma$, und $\delta\varepsilon$ gegeben. Folglich liegt ζ auf einer gegebenen Parabel (lemma II, prop. 43).

*) Pag. 302, 5 ist statt *EA* die ursprüngliche handschriftliche Ueberlieferung *EΔ* wieder herzustellen.

**) Pag. 302, 9 ist nach *πρὸς ὑπερβολῇ* ein Punkt zu setzen, und nach Tilgung der Zeichen der Parenthese der Punkt hinter *ZΔE* in Komma zu verwandeln.

3) *δοθὲν ἄρα τὸ ζ*, als gemeinschaftlicher Punkt der Hyperbel und der Parabel. Diese Linien haben im allgemeinen 4 Puncte gemein, denen ebenso viele Lösungen der Aufgabe entsprechen. Die algebraische Darstellung endet mit einer Gleichung 4. Grades, deren constructive Lösung hiermit seit Archimedes bekannt war."

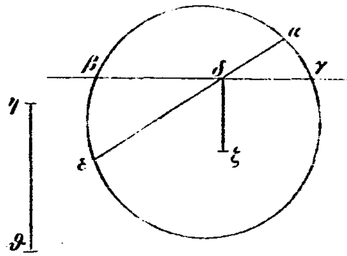
"Sie werden staunen über diese Leistung der Griechen: ich bin auch nicht wenig erstaunt, als ich diese Wahrnehmung machte, um so mehr, als dies wirkliche »analytische« Geometrie ist. Aber die Griechen dürfen dieselbe doch nicht gehabt haben, sonst hätte Descartes die Erfindung der analytischen Geometrie nicht machen können!"

"Mit den Gleichungen der Kegelschnitte (Menaichmos) war die analytische Geometrie erfunden. Wären die Griechen nicht von den Semiten mit ihren unglücklichen Zahlzeichen (Buchstaben des Schriftalphabets) beschenkt worden, sie wären wohl im Stande gewesen die Buchstaben zu etwas besserem, zur Buchstabenrechnung anzuwenden. Wer mag sagen, was sie dann alles noch geleistet hätten; das Intervall von Archimedes bis auf Newton hätte sich wohl sehr verkürzt. Die Erfindung der modernen analytischen Geometrie war zunächst Uebersetzung der schwerfälligeren griechischen Ausdrucksweise in die durchsichtige Ausdrucksweise der Buchstabenrechnung, welche letztere sich nach Empfang der indisch-arabischen Zahlzeichen sofort ergab."

Idem vir doctissimus alia non multo post per litteras adiunxit ac figuram sua coniectura adumbratam mihi tradidit. Quo facto iam Graecorum verborum, quae supra p. 300, 21—302, 12 expressa sunt, formam multo emendatiorem proponere licet hunc in modum:

Τούτων προγεγραμμένων ἡ προκειμένη ἀνάλυσις δείκνυται γινομένη τὸν τρόπον τοῦτον. Θέσει ὄντος κύκλου τοῦ ΑΒΓ, καὶ θέσει ἐν αὐτῷ εὐθείας τῆς ΒΓ, καὶ δοθέντος ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ Α, θεῖναι μεταξὺ τῆς ΒΓ εὐθείας καὶ τῆς ΒΕΓ περιφερείας ἴσην τῇ ΗΘ *δοθείσῃ νεύουσαν πρὸς τὸ Α.*

Γεγονέτω γάρ, καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση, καὶ τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ ἴση τῇ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει τὴν ΒΓ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Α προσβέβληται ἡ ΑΔ, καὶ ἴση τῇ πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν ἡ ἀπὸ τοῦ Δ, τὸ Ζ ἄρα ἐστὶν πρὸς ὑπερβολῇ. πάλιν ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΔΓ τῷ ὑπὸ ΑΔΕ, τουτέστιν τῷ ὑπὸ ΖΔΕ, καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ΔΕ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΔΖ. τὸ Ζ ἄρα πρὸς παραβολῇ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ.



1. ἡ add. *Hu* ἀνάλυσις add. Baltzer coll. p. 298, 4 1. 2. δείκνυται γινομένη *Hu*, verbi finiti formam significantem *wird zu Stande gebracht*, i. e. γίνεται, coni. Baltzer 2. ὄντος S, δοθέντος Baltzer (conf. indicem sub εἶναι et θέσει) 3. "*ἐν αὐτῷ könnte fehlen, weil die Gerade den Kreis nicht zu schneiden braucht*" Baltzer; sed verba quae paulo post leguntur καὶ τῆς ΒΕΓ περιφερείας demonstrant primo hunc singularem casum positum esse (alterum autem casum, si recta βγ circulum non secet, minime equidem ab Archimede omissum aut ignoratum esse existimo, sed alio loco singillatim demonstratum) 5. τῆς ΒΕΓ Baltzer pro τῆς $\overline{\text{ΒΖΓ}}$ ΗΘ add. idem δοθείσῃ *Hu* pro τεθείσῃ 6. τὸ Α Baltzer pro τὸ Γ 7. τῇ ΕΔ scripturam antiquitus traditam restituit Baltzer (κείσθω αὐτῇ, scilicet τῇ δοθείσῃ, ἡ ΕΔ ἴση coni. *Hu*) 12. ἡ ἀπὸ τοῦ Δ, i. e. ἡ ΔΑ εὐθεῖα, *Hu* 12. 13. τὸ Ζ ἄρα ἐστὶν et πάλιν add. *Hu*.

V p. 304, 5—306, 28. In commentario de Heronis mechanicis (Commentationum Mommsen., Berolini 1877, p. 117) laudavi hanc quinti libri praefationem propter insignem dicendi generis elegantiam et puritatem. Cumque Pappum in praefationibus suis ad optimos quosque vetustiores scriptores accedere dicebam, etiam de hiatibus diligenter evitatis cogitabam, quod idem his verbis adnotat Eberhardus: "es ist auffällig, wie in den nicht abhandelnden Partien Pappos den Hiatus meidet." Ergo, ut taceam de iis formis, in quibus elidendo hiatus evitabatur, p. 304, 25 pro τῷ δὲ σχήματι ipse Pappus forsitan *τοῖς δὲ σχήμασιν* scripserit, et p. 306, 23 post *δὴ* omiserit *οὖν*, quod libri manuscripti praebent.

V p. 306, 13: *πεντάγωνα δὲ τὰ τρία μὲν οὐ φθάνει συμπληρῶσαι* cet.] Adnotat Eberhardus: *φθάνειν* bedeutet hier, wie bei Späteren öfter, wohl "reicht"; wäre etwas zu ändern, so dürfte man zunächst an *οὐχ ἱκανὰ* denken.

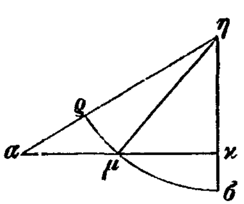
V Propos. 1—10 p. 309—335. Hanc totam quinti libri partem Pappus secundum Zenodori de figuris isometris commentarium composuit, sed passim illius demonstrationes aptius conformavit, nonnulla emendavit, denique ita suo iudicio suoque stilo usus est, ut novam eamque meliorem illius commentarii formam efficeret. Vide comparationem nostram supra p. 1190—1211.

V Propos. 1 p. 311: S e d e s t $\alpha\kappa : \mu\kappa > \angle\,\alpha\eta\kappa : \angle\,\mu\eta\kappa$, i d q u o d i n l e m m a t i s a d s p h a e r i c a d e m o n s t r a t u m e s t] Quod in adnotatione ad hunc locum suspicatus sum lemma sphaericorum a Pappo citatum periisse, id etiamnunc perinde mihi videtur. Sed exstant tres eiusdem lemmatis demonstrationes secundum elementa planae geometriae graece compositae:

I. apud Theonem in I Ptolemaei librum p. 34 sq., quam supra p. 1193 Latino sermone expressi,

II. apud anonymum de figuris isoperimetris supra p. 1142 sq.

III. apud scholiastam Pappi supra p. 1167, quae iam Latinis verbis describenda est:



"Sit triangulum orthogonium $\alpha\kappa\eta$ recto angulo κ, et ducatur quaelibet recta $\eta\mu$; dico esse $\alpha\kappa : \mu\kappa > \angle\,\alpha\eta\kappa : \angle\,\mu\eta\kappa$."

"Quoniam enim angulus $\alpha\mu\eta$ obtusus est, est $\alpha\eta > \eta\mu$, et $\eta\mu > \eta\kappa$, ergo circulus centro η intervalloque $\eta\mu$ descriptus secabit rectam $\alpha\eta$ et cadet ultra $\eta\kappa$. Sit circulus $\rho\mu\sigma$; ergo triangulum $\alpha\eta\mu$ ad triangulum $\mu\eta\varkappa$ maiorem proportionem habet quam sector $\varrho\eta\mu$ ad sectorem $\mu\eta\sigma$; itaque etiam (*elem.* 6, 1. 33 *coroll.*)

$\alpha\mu : \mu\varkappa > \angle\, \varrho\eta\mu : \angle\, \mu\eta\varkappa$; componendo igitur (*Papp. VII propos.* 3)

$\alpha\varkappa : \mu\varkappa > \angle\, \alpha\eta\varkappa : \angle\, \mu\eta\varkappa$, q. e. d."

Ex his tribus demonstrationis formulis elegantissime eam ipsam compositam esse apparet, quam statim ex Pappi collectionis scholiis repetivimus; proxime anonymi ratio laudanda esse videtur; denique Zenodorus apud Theonem, quippe qui aetate multo vetustiore scripserit, viam argumentandi paulo impeditiorem secutus est.

Ibidem p. 312, 5. Post ἤχθω ἡ *HK* in codicibus excidisse videntur verba καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *HA ΘA*, quae ex Zenodori tractatu servavit Theo (supra p. 1194, 2).

Ibidem p. 312, 23: καὶ τὰ ἡμίση] Si Theoni fides habenda est, haec ut supervacanea omisit Zenodorus, eademque apud Pappum scholiasta quidam addidisse videtur.

V p. 318, 5. In forma feminina συναμφότεραι non iniuria Eberhardus offendit; nam multo usitatior est communis quae dicitur συναμφότερος. Sed altera tamen forma totiens occurrit (vide indic.), ut vix possit expelli. Similiter fluctuant formae διπλάσιος et διπλασίων aliaeque id genus. Restat ut quaeratur, utrum suo arbitrio Pappus eas formas promiscue adhibuerit, an iuxta diversitatem stili, quem varii ab eodem exscripti auctores secuti sint, modo hanc modo illam formam repetiverit.

V Propos. 4 p. 318, 20. Loco illo, quem interpolatori cuidam tribuimus, rectarum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$, si inaequales sint, maior $\gamma\delta$ eaque alii rectae ζ aequalis esse dicitur. Hoc ad eam ipsam figuram, quae supra p. 318 expressa est, pertinet; neque vero interpolatorem illud alterum latuit, quod scholiasta (supra p. 1168, 5 sq.) demonstrat, fieri etiam posse ut maior sit $\alpha\delta$, minor $\gamma\delta$.

V p. 324, 2: ἐξ ἀνάγκης] Quoniam hae duae voces una cum illis interpolatis, quae proxime sequuntur, a Zenodori commentario absunt, ipsa quoque suspecta esse videantur. At vero, ut illa ὅτι αἱ γωνίαι ἄνισοί εἰσιν prorsus supervacanea sunt, ita haec ἐξ ἀνάγκης concinne apteque apposita, itaque genuina Pappi dicenda sunt.

V p. 324, 10. Post γωνίαι add. ἄρα Eberhardus.

V p. 324, 15. Verba τεμνέτωσαν οὖν κατὰ τὰ *H M* spuria videntur eidem.

V p. 324, 26. 27. Verba καὶ φανερὸν—τοῦ *Λ* immerito tamquam spuria notata sunt, quippe quae a Zenodoro Pappus repetiverit.

V Propos. 7 p. 327: Sed triangula eàdem altitudine inter se sunt ut bases cet.] Hinc incipit Pappi cum Zenodoro (p. 1205 sq.) discrepantia. Sed scripturam, quae in Pappi codice Vaticano reliquisque recentioribus tradita est, lacunis corruptam eaque de causa dubiam esse iam supra (p. 327 adnot. 1) commemoravimus. Ac misere etiam corruptum est illud quod huc pertinet scholium (p. 1168, 11). Namque ut supra in suspecta codicum Pappi scriptura ex aequationibus

$$\varepsilon\eta : \zeta\eta = \Delta\ \varepsilon\delta\beta : \Delta\ \zeta\delta\beta, \text{ et}$$
$$\lambda\mu : \alpha\mu = \Delta\ \lambda\beta\gamma : \Delta\ \alpha\beta\gamma$$

incredibili ratione efficitur esse

$$\frac{\varepsilon\eta + \lambda\mu}{\zeta\eta + \alpha\mu} = \frac{\Delta\ \varepsilon\delta\beta + \Delta\ \lambda\beta\gamma}{\Delta\ \zeta\delta\beta + \Delta\ \alpha\beta\gamma},$$

ita scholiasta lemma quoddam huiusmodi proponit:

$$\text{Sit } \alpha : \beta\,{}^{*)} = \gamma : \delta, \text{ et}$$
$$\varepsilon : \zeta = \eta : \vartheta; \text{ dico esse}$$

$$\frac{\alpha + \varepsilon}{\beta + \zeta} = \frac{\gamma + \eta}{\delta + \vartheta}.$$

Demonstratio autem sic se habet:

$$\text{Fiat enim } \alpha : \beta = \vartheta : \varkappa; \text{ ergo est}$$
$$\gamma : \delta = \eta : \beta; \text{ itaque etiam}$$

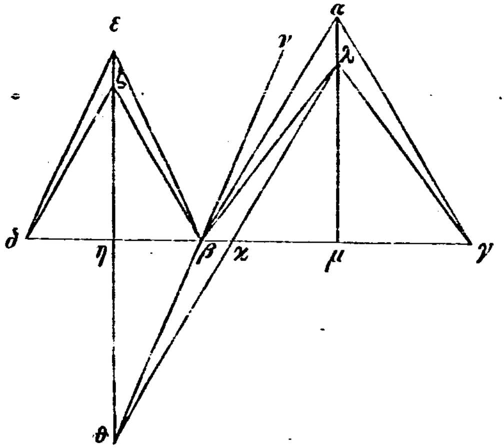
---

*) Sic in hac interpretatione pro *M* ubique correxi.

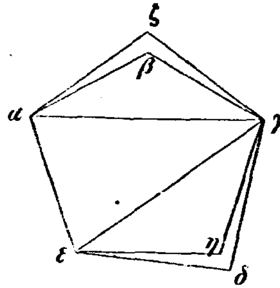
$$\frac{\alpha+\beta}{\beta}=\frac{\alpha+\varepsilon}{\beta+\varkappa}\text{: et}$$

$$\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\gamma+\eta}{\delta+\beta}.$$

Haec absurda sunt et adeo corrupta, ut omnem emendandi conatum eludant. Restat igitur ut ad Pappi codicum scripturam quamvis suspectam redeamus eamque cum Zeno-



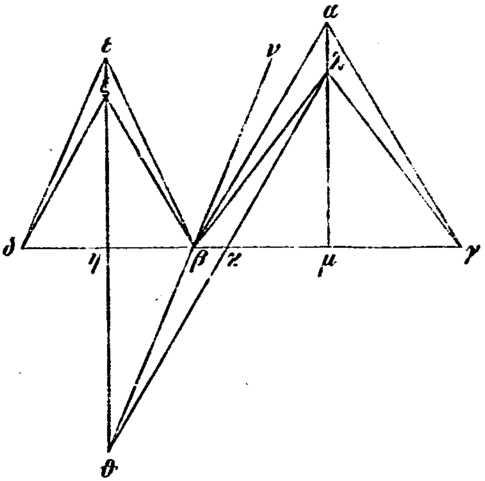
doro comparemus. Tribus locis (de quibus supra p. 1203 adn. 2 et p. 1204 adn. 1 monuimus), Zenodorus similia triangula $\delta\zeta\beta$ $\beta\alpha\gamma$ in basibus **inaequalibus** constituta esse ac basim quidem $\delta\beta$ minorem esse quam $\beta\gamma$ supposuit, quae cum Pappus omisit, minime diversum quidquam statuit, sed illud inter veteres mathematicos pervulgatum secutus est, ut hypotheseos membra quaedam ex conexu demonstrationis manifesta silentio praeteriret neque tamen eadem a ratione demonstrandi abesse vellet. Nam postquam propositionis 10 parte priore (p. 332) effecit polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ **aequilaterum** esse, iam restabat ut idem **aequiangulum** esse demonstraretur, quam ad demonstrationem adhibendum erat superius lemma VII (id est haec ipsa de qua quaerimus libri V propositio 7). Ergo enuntiatio propositionis (p. 322, 21) minime referenda est ad omnes qui fingi possunt casus (quam in rem nos variis rationibus inquisivimus eamque dignam invenimus quae uberiore disputatione tractaretur), sed ad unum illum casum qui in demonstranda altera parte propositionis decimae supponitur. Quoniam enim aequilaterum esse polygonum antea demonstratum est, iam per rationem apagogicam anguli quidem β δ inaequales supponuntur, sed latera $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\delta$ $\delta\varepsilon$ utique manent aequalia. Hinc in eadem demonstratione apagogica porro supponitur bases $\alpha\gamma$ $\gamma\varepsilon$ inaequales esse, et quidem $\alpha\gamma > \gamma\varepsilon$,



quia angulus β maior quam δ suppositus est. Itaque demonstratio eo deducta est, ut lemma septimum adhiberi posset; hoc igitur cum Pappus supra (p. 322, 21) omissa hypothesi ἐπὶ ἀνίσων βάσεων enuntiavit, eam ipsam, ut iam diximus, minime abesse voluit a demonstrandi ratione. Ac cetera etiam perinde iudicanda sunt. Ut igitur in ea figura quam statim repetivimus ex V propos. 10 habemus duo triangula aequicruria $\alpha\beta\gamma$ $\gamma\delta\varepsilon$, maiore et angulo β et latere $\alpha\gamma$, ita in hac propositionis septimae figura triangulum $\beta\lambda\gamma$ et maiorem basim $\beta\gamma$ et maiorem angulum λ habet quam triangulum $\delta\varepsilon\beta$ basim $\delta\beta$ angulumque ε. Itaque similia triangula $\delta\zeta\beta$ $\beta\alpha\gamma$, quorum summa laterum aequalis est summae laterum triangulorum $\delta\varepsilon\beta$ $\beta\lambda\gamma$, ita construi necesse est, ut ζ cadat infra ε, α autem supra λ, unde omnis reliqua et constructio et demonstratio p. 324 sqq. eo usque procedit, ut efficiatur (p. 327 med.)

$$\varepsilon\eta + \lambda\mu < \zeta\eta + \alpha\mu.$$

Iam pro proportionibus $\varepsilon\eta : \zeta\eta$ et $\lambda\mu : \alpha\mu$ substituuntur aequales $\Delta\, \varepsilon\delta\beta : \Delta\, \zeta\delta\beta$ et $\Delta\, \lambda\beta\gamma : \Delta\, \alpha\beta\gamma$. Sequuntur (p. 326, 36) verba καὶ συνθέντι ἄρα πρὸς συγκείμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον cet., quibus Pappus τὸν αὐτὸν ἐλάσσονος πρὸς μεῖζον λόγον, id est non a e q u a l e m proportionem, sed similem, scil. minoris ad maius, declaravisse videtur hac fere ratione:



Si sit $a + b \gtreqless c + d$, et $a : c = a' : c'$, et $b : d = b' : d'$, fieri etiam intra certos quosdam terminos, quos exponere alienum est ab hoc loco,

$$\frac{a+b}{c+d} \gtreqless \frac{a'+b'}{c'+d'};$$

atque id propositione 9, quae nunc deperdita est, ab eo demonstratum fuisse putamus. Ergo verba *συνθέντι πρὸς συγκείμενον* hanc quam statim descripsimus compositionem (*Summirung*) significant; nobis autem initio paginae 329 pro aequatione

$$\frac{\varepsilon\eta + \lambda\mu}{\zeta\eta + \alpha\mu} = \frac{\Delta\ \varepsilon\delta\beta + \Delta\ \lambda\beta\gamma}{\Delta\ \zeta\delta\beta + \Delta\ \alpha\beta\gamma}$$

haec scribenda erant:

prout est $\varepsilon\eta + \lambda\mu \gtreqless \zeta\eta + \alpha\mu$, ita est etiam
$\Delta\ \varepsilon\delta\beta + \Delta\ \lambda\beta\gamma \gtreqless \Delta\ \zeta\delta\beta + \Delta\ \alpha\beta\gamma$.

Similis ratio libro VI passim occurrit (vide indic. sub *τίς*), quam p. 497 adnot. *** breviter explicavimus.

Denique facile apparet, quid Pappus spectaverit in hac demonstrationis parte a Zenodoro (p. 1205 sq.) discedens; scilicet *κοιλογωνίῳ* illa Zenodori figura abstinere et per ipsas rectas ac spatia ex iis rectis formata demonstrationem absolvere voluit; sed tamen Zenodori ratio et brevior et magis perspicua esse videtur.

V p. 328, 21: *πάντῃ μεταλαμβανόμεναι*] Conf. Zenodorum de fig. isometris supra p. 1201 adnot. 2.

V Propos. 8 p. 329—333. Hoc loco Pappus multa ex Zenodori commentario (propos. 8) verbum cum verbo repetivit, ac reliqua minus libere quam in superioribus variavit. Illa autem quae a contextu Pappi supra p. 330—333 seclusimus (conf. adnot. ad p. 330, 6) afuerunt etiam a Zenodori commentario.

V p. 332, 7. Post *τὸ ΠΡΤ* add. *τρίγωνον* Eberhardus; at conf. p. 330, 20; 332, 4. 5. 8.

V p. 334, 14: *καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ πολύπλευρον*] Pro his collato Pappo p. 332, 31. 334, 3 et Zenodoro p. 45 restituenda esse videntur: *ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕ πολύπλευρον. ἀλλὰ καὶ ἰσόπλευρον.*

V Propos. 16 p. 347: Atque e contrario et componendo — est sector $\alpha\gamma\delta$: trilin. $\alpha\beta\delta > \angle\, \gamma\alpha\varepsilon : \angle\, \zeta\alpha\varepsilon$] Breviorem Pappi demonstrationem nos in Lat. interpretatione, citatis libri VII propositionibus 7 et 3, explicavimus. Similiter scholiasta (supra p. 1168, 27) et spuria illa *καὶ ἀναστρέψαντι* omisit et argumentationis membra intermedia supplevit hunc in modum: "E contrario est

$\Delta\ \alpha\beta\gamma$: sect. $\alpha\gamma\delta < \angle\, \zeta\alpha\gamma : \angle\, \gamma\alpha\varepsilon$, et componendo
trilin. $\alpha\beta\delta$: sect. $\alpha\gamma\delta < \angle\, \zeta\alpha\varepsilon : \angle\, \gamma\alpha\varepsilon$; itaque
sect. $\alpha\gamma\delta$: trilin. $\alpha\beta\delta > \angle\, \gamma\alpha\varepsilon : \angle\, \zeta\alpha\varepsilon$."

V Propos. 17 p. 349: Sed est $\lambda\vartheta^2 : \alpha\eta^2 = \lambda\vartheta^2 : \alpha$ cet.] Quam demonstrandi rationem veteres in eo genere secuti sint, paucis explicat Nokkius in programm. Lycei Friburgensis a. 1860 p. 33.

V p. 350, 24: *ὅτι πάντων τῶν στερεῶν σχημάτων — μεγίστη ἐστὶν ἡ σφαῖρα*] Haec et ea quae paulo post p. 350, 30—352, 5 leguntur secundum Zenodorum scripta sunt: conf. illius commentarium de figuris isometris supra p. 1208 adnot. 3.

V p. 356. 357. Ut supra (p. 1170 sqq.) commemoravimus, scholiasta tabulam quandam polyedrorum, addita cuiusque generatione, proponere incohavit, in qua horum quae sequuntur polyedrorum origo describitur:

(1) octaedrum oritur ex prima pyramide (id est tetraedro), singulis lateribus in ternas partes divisis et planis per sectiones productis et angulis (ultra ea plana prostantibus) excisis,

(2) primum polyedrum quattuordecim basium oritur ex cubo, lateribus eius bifariam divisis et planis per sectiones productis et octo angulis excisis,

(3) secundum polyedrum quattuordecim basium oritur ex octaedro, singulis lateribus in ternas partes divisis et planis per sectiones productis et sex angulis excisis,

(4) tertium polyedrum quattuordecim basium oritur ex cubo, singulis eius lateribus in terna segmenta ita divisis, ut quadratum ex medio segmento duplo maius sit quam utrumque quadratorum ex extremis segmentis,

(5) primum polyedrum viginti sex basium oritur ex primo quattuordecim basium polyedro, singulis eius lateribus bifariam divisis et planis per sectiones productis, et . . . . .

Hic codicis scriptura desinit, quod magnopere dolendum est, quoniam illa disputatio tota ex ratione Archimedis, qui primus ea polyedra definivit, profecta esse videtur.

V Propos. 18 p. 359. 361. Conf. Zenodori de figuris isometris propos. 14 (supra p. 1209—11).

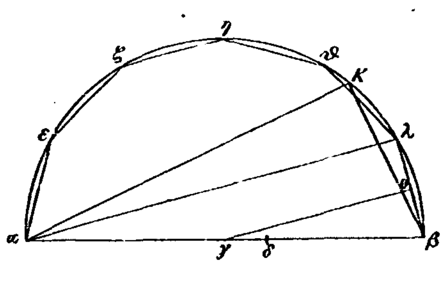
Ibidem p. 360, 14: *ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Α σφαίρας*] Quoniam Pappus toto hoc loco Zenodori demonstrationem paene ad verbum repetivit (conf. p. 1210 adnot. 1), Theo autem Zenodori verba sic exhibet: *ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτῆς*, hoc ipsum *αὐτῆς* pro *τῆς Α σφαίρας*, Eisenmanni coniectura, Pappo restituendum esse videtur.

V p. 362, 4. Codicum scriptura *ὁ ἴσην ἔχων ἐπιφάνειαν τῇ σφαίρᾳ* ut restituatur, suadet Eberhardus.

V p. 362, 12: *αἱ γὰρ δύο βάσεις αὐτοῦ*] Adnotat Eberhardus "*αἱ γὰρ δύο βάσεις γ' αὐτοῦ* würde ich vermuthen, wenn *γέ* von Pappos überhaupt ausser vielleicht in Formeln gebraucht worden wäre. Etwa *αἱ γὰρ δύο δὴ βάσεις?*" Sane quidem *γέ* apud Pappum non reperitur nisi in formula *μέντοι γε* p. 84, 7; 544, 5. 13, ac semel post *αὐτός* p. 1030, 2: *καὶ αὐτό γε τὸ ἄνω καὶ κάτω*; contra p. 150, 8 *εἴς τε* restituendum esse in appendice ad h. l. coniecimus.

V p. 392, 25: *ὁ ἀπὸ τοῦ ΔΓ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος*] Immo *ὑπό*, id quod similes loci in indice sub *γίνεσθαι* et *κύλινδρος* citati demonstrant; nam aliud est *ὁ ἀπὸ παραλληλογράμμου κύλινδρος* absque participio *γινόμενος*.

V Propos. 35 p. 398, 19. 399: fingatur alius conus cet.] Haec, ut supra docuimus, in codicibus corruptissima in novam quandam formam sic convertit Eisenmannus p. 24 sq.: *νοείσθω κῶνος ἄλλος, οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ ΒΔ, ἐλάσσων οὖσα τῆς ΓΒ. καὶ ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ ΑΕΒ εἰλήφθω ἡ ΑΚ, δυναμένη τὸ δὶς ὑπὸ ΑΒΔ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ δὶς ὑπὸ ΑΒ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ΒΚ.*



γεγράφθω δὴ εἰς τὸ ἡμικύκλιον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἀρτιόπλευρον τὸ ΑΕΖΗΘΛΒ, ὥστε ἐλάσσονα εἶναι τὴν ΒΛ τῆς ΒΚ. δυνατὸν δὲ τοῦτο· τέμνοντες γὰρ τὸ ἡμικύκλιον δίχα, καὶ τὴν ἡμίσειαν περιφέρειαν δίχα, καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες λείψομέν τινα περιφέρειαν ἐλάσσονα τῆς ΒΚ, ὡς τὴν ΒΛ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΛ, καὶ παράλληλος αὐτῇ ἡ ΓΟ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΛ τῆς ΑΚ, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΑΛ ΓΟ τοῦ δὶς ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΚ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒΔ. Ponit igitur Eisenmannus $\alpha\varkappa^2 =$

$2\alpha\beta \cdot \beta\delta$ (non, ut Pappus, $= 2\alpha\beta \cdot \gamma\delta$), quo facto reliqua sic fere persequitur. Quoniam est

$\alpha\varkappa^2 = 2\alpha\beta \cdot \beta\delta$, si haec aequatio subtrahatur ab
$\alpha\beta^2 = 2\alpha\beta \cdot \beta\gamma$, restat
$\beta\varkappa^2 = 2\alpha\beta \cdot \gamma\delta$. Et ex constructione fit $\alpha\lambda > \alpha\varkappa$, et $\gamma o = \frac{1}{2}\,\alpha\lambda$ (hoc quidem in Graecis non praetermittere debebat Eisenmannus); ergo est

$$\begin{aligned} \alpha\lambda \cdot \gamma o &> \alpha\varkappa \cdot \tfrac{1}{2}\,\alpha\varkappa, \text{ id est} \\ &> 2\,(\tfrac{1}{2}\,\alpha\varkappa)^2, \text{ id est} \\ &> \alpha\beta \cdot \beta\delta. \end{aligned}$$

Mitto in his equidem alienam a Graecorum usu notationem $2\,(\frac{1}{2}\,\alpha\varkappa)^2$; sed quid ad totam demonstrationem proficit illud $\beta\varkappa^2 = 2\,\alpha\beta \cdot \gamma\delta$? Ergo si pro scriptura tradita aliquid melius nostro ingenio inserere velimus, id neque Graecis verbis perscribere audeamus et, missis ambagibus, breviter ac perspicue componamus hunc fere in modum. Ducatur $\alpha\varkappa$ ita, ut sit $\alpha\varkappa^2 = 2\,\alpha\beta \cdot \beta\delta$, id est

$\frac{1}{2}\,\alpha\varkappa^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta$. Et ducatur $\alpha\lambda$, quae ex hypothesi maior est quam $\alpha\varkappa$, et construatur $\gamma o = \frac{1}{2}\,\alpha\lambda$; est igitur

$$\begin{aligned} \alpha\lambda \cdot \gamma o &> \tfrac{1}{2}\,\alpha\varkappa^2, \text{ id est} \\ &> \alpha\beta \cdot \beta\delta. \end{aligned}$$

Hac igitur ratione etiam Graeca similiter conscribi poterant; at licet codicum scriptura corruptissima sit, tamen luce clarius hoc apparet, aliam eamque prolixiorem demonstrationem ab ipso Pappo conscriptam esse, cuius contextus ut probabili coniectura restituatur vix contingat.

V p. 408, 22: *ὁπόταν τρεῖς ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν Α Ε Γ, ὡς αἱ ΑΒ ΒΔ ΔΓ*] Adnotat Eberhardus "da die Puncte α ε γ ganz bestimmte sind und durch jeden nur eine Tangente gelegt werden kann, ist *ὡς* wohl zu streichen. Verschieden ist 416, 3."

V Propos. 51 p. 451: Sed id hexagonum (scil. circulo inscriptum) maius est quam pentagonum eidem circulo inscriptum] Polygonorum eidem circulo inscriptorum semper id quod plura latera habet maius esse iam Archimedi constitisse ex eius circuli dimensione concludere licet. Neque dubium esse videtur, quin id theorema in aliquo veterum mathematicorum libro demonstratum fuerit. Sed ut illi fere id quod generale est primum in singularibus casibus ostendere solebant ad eumque usum etiam tum, cum generale quid demonstratum suppetebat, libenter redibant, ita nobis Pappi verba quae supra posita sunt explicaturis nihil nisi hoc quaerendum esse videtur, qua ratione hexagonum et pentagonum eidem circulo inscripta inter se veteres comparaverint. Iam cum hexagoni latus semidiametro aequale sit, a veteribus problema eo esse reductum apparet, ut quaererent, quam proportionem pentagoni latus ad diametrum circuli haberet. Hoc autem ut invenirent, ex Euclidis (elem. 13, 10) theoremate de pentagoni, hexagoni, decagoni eidem circulo inscriptorum lateribus ($p^2 = h^2 + d^2$) proficisci necesse erat. Quam meam suspicionem statim confirmavit collega spectatissimus Richardus Heger, quocum a. 1875 in itinere aestivo per Alpium regiones suscepto, cum nulli libri ad manus essent, id problema communicavi. Nam cum constructis in circulo pentagoni decagonique lateribus effecisset esse pentagoni latus sive

$$p = \frac{r}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}},$$

invenit pentagoni ad hexagonum proportionem, id est

$$\frac{P}{H} = \frac{5}{12}\sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{3}}.$$

Iam quia est

$$\frac{5}{12}\sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{3}} = \frac{5}{36}\sqrt{30 + 6\sqrt{5}}, \text{ et}$$

$$\sqrt{30 + 6\sqrt{5}} < \frac{9 + 2\sqrt{5}}{2} < \tfrac{1}{2}\left(9 + \tfrac{9}{2}\right), \text{ est igitur}$$

$$\frac{P}{H} < \frac{15}{16}, \text{ itaque}$$

$$P < H.$$

Sed redeundum erat ad veterum mathematicorum opera atque inquirendum, si in reliquiis quae adhuc exstant tale quid reperiretur. Neque vero ipsae areae pentagoni et hexagoni, sed latera tantummodo inter se comparata esse videbantur, et ita quidem, ut adhibita Pappi libri V propositione prima (quam recte citat Commandinus) etiam areae inter se conferri possent. Iam cum Ptolemaeus mathematicae compositionis libro I (cap. IX p. 26—29 ed. Halma) pentagoni et hexagoni latera ita definiat, ut id ipsum quod Pappus tamquam alibi ostensum breviter commemorat facili demonstratione illustretur, vix ac ne vix quidem dubitari potest, quin eundem quem statim citavimus Ptolemaei locum Pappus respexerit. Ubi Ptolemaeus, constructis pentagoni ac decagoni lateribus et adsumpto hexagoni latere sive semidiametro, computat quot diametri partes centesimas vicesimas pentagoni latus habeat. Unde statim concludimus pentagoni perimetrum minorem esse quam $\frac{5 \cdot 71}{120} = \frac{355}{120}$ partes diametri. At hexagoni ambitus est $\frac{6 \cdot 60}{120} = \frac{360}{120}$; ergo pentagoni perimetrus minor est quam hexagoni eidem circulo inscripti. Sed propter Pappi libri V propos. 1 hexagonum maius est isoperimetro pentagono; ergo multo hexagonum maius est pentagono eidem circulo inscripto, cuius perimetrum minorem esse quam hexagoni demonstravimus.

V p. 460, 11. Ante *ἐκ τοῦ κέντρου* articulum *ἡ* addit Eberhardus coll. vs. 12 et 13.

V p. 462, 12: *ἐπὶ τὸ τρίτον τῆς ΗΘ*] Articulum *τὸ* addidit Eisenmannus; praeterea pro *ἐπὶ* coni. *ἐφ᾽ ὕψος* Eberhardus coll. p. 458, 21 al.

V p. 468, 12—470, 20. Omnem huius quam edidimus Pappi collectionis formam non solum multifariam mutilatam, sed etiam aliorum scriptorum studiis, qui Pappi institutionibus addicti libros eius in scholis lectitabant interpretabantur illustrabant, passim immutatam ad nos pervenisse saepius in commentariis nostris significavimus. Quo de argumento difficillimo ac plurimis de causis ambiguo quidquid probabiliter disputari poterit vel ipsi idoneo tempore afferemus vel, si forte alii id negotium susceperint, utilitatem quandam non mediocrem Pappianis studiis accessisse congratulabimur. Sed hoc loco satis esto brevissime commemorare de extremis plerorumque collectionis librorum partibus. Nam pariter secundi, tertii, septimi, octavi librorum exitus aliena manus occupavit (vide adnot. ad p. 26, 1; 164, 1; 1016, 1; 1114, 22); sextus autem liber propterea non cadit in hanc disputationem, quia sub finem mutilatus est (vide adnot. 2 ad p. 603). Ne multa, libri etiam quinti haec quam supra notavimus extrema pars a scriptore quodam posteriore addita esse videtur, qui peculiari scholio ac similibus verbis eadem tractaverit quae Pappus initio eiusdem libri (p. 306) in contextu demonstrationis posuerit. Itaque cum scriptori et recentiori et modica indole praedito haec tribueremus, p. 468, 18 et 470, 5 codicum scripturas *ἐλαχίστων* et *ἐλάχισται* retinuimus, quae, quamvis degenerae a vetustiore ac puriore dicendi usu, tamen iuxta Euclidis quandam imitationem adhibitae esse videbantur.

VI Propos. 14 p. 493: etiam per polos circuli *βεγ* transibit] Theodosii sphaeric. 2 propositionem 9 conversam, qua hoc loco Pappum usum esse supra demonstravimus (p. 493 adnot. 1), recte etiam scholiasta citat (p. 1174, 5).

VI Propos. 15 p. 495. Quod initio demonstrationis "superius lemma", id est libri VI propos. 14, citavimus, idem iam olim scholiasta adnotaverat (p. 1174, 8).

VI Propos. 16 p. 495: et sit circumferentia *βε* maior quam *ξγ*] Ad haec scholiasta (p. 1174, 15): "eadem demonstratio erit, si circumferentia *βε* minor quam *ξγ* supponatur; quoniam enim *ξγ* maior est quam *βε* cet. (nam omnia deinceps similiter demonstrabuntur)". Recte haec adnotata, sed ex veterum mathematicorum usu hic casus, utpote consentaneus, a Pappo omissus est.

Ibidem p. 496, 8. 497. Unius notationis Graecae *OPK* quae sit sententia, recte scholiasta (p. 1174, 20) perspexit; nam sine dubio Pappus dicit rectas $\varepsilon\mu$ $o\varkappa$, idque in puncto ϱ, se invicem secare, quod sic explicat scholiasta: "nam rectam a centro sphaerae ad punctum $\varkappa$ ductam per punctum ϱ transire necesse est; etenim ϱ in recta $\varepsilon\mu$ positum est, ac puncta π ϱ σ in plano $\varepsilon\sigma\mu$ sita esse constat, estque recta $\varkappa\varrho o$ communis sectio planorum $\varepsilon\varkappa\mu$ $\delta\varkappa\lambda$." Quae praeterea in eodem scholio sequuntur "itaque et punctum ϱ et utrumque punctorum π σ est in plano $\delta\varkappa\lambda$," pertinent ad Pappi verba p. 496, 12—16.

Ibidem p. 497, 20: quia quaeritur, quae sit ratio circumferentiae $\zeta\lambda$ ad $\lambda\vartheta$] Simile aliquid iis quae nos ad hunc locum p. 497 adnotavimus sensisse videtur scholiasta, cuius verba p. 1175, 1—14 exhibuimus. Sed ne quis in Graecis illis vel dubiis vel partim etiam corruptis haesitet, breviter hic repetimus eius loci summam, compendiis adhibitis *aequ.* et *inaequ.*, prout altera circumferentia alteri aut aequalis ponatur aut non aequalis. Postquam enim scholiasta initio (ubi codicis scriptura mutilata est) significavit, si bina paria circumferentiarum, de quibus agitur, aequalia sint, etiam tertium par aequale esse, tabulam proponit huiusmodi:

si sit $\zeta\lambda$ aequ. $\lambda\vartheta$, et $\epsilon\varkappa$ inaequ. $\varkappa\xi$, fit $\beta\epsilon$ inaequ. $\gamma\xi$
si sit $\zeta\lambda$ aequ. $\lambda\vartheta$, et $\beta\epsilon$ inaequ. $\gamma\xi$, fit $\epsilon\varkappa$ inaequ. $\varkappa\xi$
si sit $\beta\epsilon$ inaequ. $\gamma\xi$, et $\epsilon\varkappa$ aequ. $\varkappa\xi$, fit $\zeta\lambda$ inaequ. $\lambda\vartheta$
si sit $\beta\epsilon$ aequ. $\gamma\xi$, et $\epsilon\varkappa$ inaequ. $\varkappa\xi$, fit $\zeta\lambda$ inaequ. $\lambda\vartheta$
si sit $\zeta\lambda$ inaequ. $\lambda\vartheta$, et $\beta\epsilon$ aequ. $\gamma\xi$, fit $\epsilon\varkappa$ inaequ. $\varkappa\xi$
si sit $\zeta\lambda$ inaequ. $\lambda\vartheta$, et $\epsilon\varkappa$ aequ. $\varkappa\xi$, fit $\beta\epsilon$ inaequ. $\gamma\xi$.

Hoc igitur recte perspexisse videtur scholiasta, Pappi verbis ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ΖΛ περιφέρεια τῇ ΛΘ indicari quaestionem, quibus terminis circumferentia $\zeta\lambda$ aut maior, aut aequalis, aut minor sit quam $\lambda\vartheta$; sed praeterea ab illo nihil admodum ad demonstrationem expediendam allatum esse putamus. Et conf. scholium quod paulo infra ad propos. 19 adscriptum est, cuius et compositio est purior et scriptura in codice emendatior.

VI Propos. 18 p. 501. 503. In primo huius propositionis casu, praeter reliquas hypotheses, ponuntur circumferentiae $\varepsilon\xi = \pi\mu$, et $\beta\varepsilon = \mu\gamma$, unde efficitur esse $\zeta\vartheta = \lambda\nu$. Iam apparet huic propositioni respondere conversas duas, primum

si sit $\beta\varepsilon = \mu\gamma$, et $\zeta\vartheta = \lambda\nu$, esse $\varepsilon\xi = \pi\mu$, tum
si sit $\varepsilon\xi = \pi\mu$, et $\zeta\vartheta = \lambda\nu$, esse $\beta\varepsilon = \mu\gamma$,

quas quidem scholiasta ad hunc locum (supra p. 1176 sq.) conatus est demonstrare. Sed codicis scriptura ita corrupta est, ut sana demonstrationis ratio, nisi plurima vel mutemus vel addamus, restitui non possit; itaque illo loco satis habuimus gravissimos quosque et evidentissimos singulorum vocabulorum errores tollere, praeterea autem argumentationis et menda et lacunas, sicut in codice tradita sunt, intacta reliquimus.

Paulo post scholiasta ad p. 502, 17—26, ipsa propositione 18 breviter repetita, rursus priorem conversam, qualem statim descripsimus, commemorat, neque tamen demonstrat.

Ibidem p. 503, 15: Rursus quia $\beta\varepsilon = \mu\gamma$, est igitur $\zeta\sigma = \sigma\nu$] propter propositionem 15 huius libri, ut recte adnotat scholiasta ad p. 502, 25.

VI Propos. 19 p. 503: sit $\beta\varepsilon > \xi\gamma$, et $\varepsilon\upsilon = \psi\xi$ ... dico esse $\zeta\vartheta > \lambda o$] Similiter ac supra ad propos. 16 scholiasta ad hunc quoque locum tabulam quandam variarum eiusdem propositionis conversionum apponit hunc in modum:

si sit $\beta\varepsilon$ aequ. $\gamma\xi$, et $\varepsilon\upsilon$ inaequ. $\psi\xi$, fit $\zeta\vartheta$ inaequ. λo
si sit $\varepsilon\upsilon$ aequ. $\psi\xi$, et $\beta\varepsilon$ inaequ. $\gamma\xi$, fit $\zeta\vartheta$ inaequ. λo
si sit $\zeta\vartheta$ aequ. λo, et $\beta\varepsilon$ inaequ. $\gamma\xi$, fit $\varepsilon\upsilon$ inaequ. $\psi\xi$
si sit $\zeta\vartheta$ aequ. λo, et $\varepsilon\upsilon$ inaequ. $\psi\xi$, fit $\beta\varepsilon$ inaequ. $\gamma\xi$
si sit $\beta\varepsilon$ aequ. $\gamma\xi$, et $\zeta\vartheta$ inaequ. λo, fit $\varepsilon\upsilon$ inaequ. $\psi\xi$
si sit $\varepsilon\upsilon$ aequ. $\psi\xi$, et $\zeta\vartheta$ inaequ. λo, fit $\beta\varepsilon$ inaequ. $\gamma\xi$.

Quo in conspectu laudandum est primum, quod omnes qui huc pertinent casus ex ordine compositi sunt, tum quod per ἄνισος bini casus, sive sit altera circumferentia maior sive minor quam altera, uno statim vocabulo (velut ex nostratium usu nota $\gtreqless$) significantur, cum Pappus ex veterum usu singulos tantum casus, velut si sit $\beta\varepsilon > \gamma\xi$, cet. respexerit.

VI Propos. 21 p. 507. 509. Duo scholia ad disputationem difficillimam, quam hoc loco Pappus instituit, illustrandam adscripta, sed ea, pro dolor, ita corrupta et mutilata sunt, ut in tanta sua obscuritate nullam Pappi argumentationi lucem praebere possint. Sed sana sunt verba quae paulo post ad p. 512, 20 scholiasta adscripsit: recte a Pappo castigari eorum ineptias, qui ad demonstrandam Theodosii sphaericorum 3 propositionem 6 verba "ad rectos angulos" addenda esse existiment; nam etiam *ἄνευ τοῦ θ' θεωρήματος*, i. e. omissa hypothesi *πρὸς ὀρθάς*, quae in nona propositione eiusdem libri occurrit, theorema sextum demonstrari.

VI Propos. 23 p. 513. Theorema quod commemoratur esse Theodosii sphaericorum 3 propositionem 6 scholiasta quoque ad p. 512, 20 adnotat.

VI Propos. 29 p. 533: Sed aequali tempore et $\nu\vartheta$ et $\mu\lambda$ apertum hemisphaerium permutant (quippe quae aequales sint et aequaliter ab aestivo contactu distent)] Ad hunc fere locum breve scholium adscriptum est (supra p. 1181, 2), quo Euclidis phaenomenon propositio 6 citatur: *ὅσα τῶν ἄστρων ἐστὶν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας, ὃς τέμνει τὸν μέγιστον τῶν ἀεὶ φανερῶν, τούτων τὰ πρὸς τοῖς ἄρκτοις ὄντα πρότερον μὲν ἀνατέλλει ὕστερον δὲ δύνει.* Sed quia ea quae hoc theoremate demonstrat Euclides neutiquam ad Pappi propos. 29 pertinent, quaerendum est, possitne alius locus eiusdem Euclidis libri probabiliter ad Pappi demonstrationem referri. Tota phaenomena si perlustraveris, nullam propositionem ad id de quo agitur spectantem invenies nisi quartam decimam: *τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου αἱ ἴσαι περιφέρειαι οὐκ ἐν ἴσοις χρόνοις ἐξαλλάσσουσι τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν πλείονι ἡ ἔγγιον τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τῆς ἀπώτερον, ἐν ἴσῳ δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ τροπικοῦ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἡμικυκλίων, ὅταν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ ᾖ τοῦ τε ἀρκτικοῦ καὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ.*

VI p. 537 cap. XXXII. Pappo disputanti contra nonnullos, qui difficile aliquod theorema astronomicum opinentur manifestum esse neque subtiliore inquisitione egere, adstipulari videtur scholiasta, cum ad p. 536, 19 commemorat id ex Theodosii quidem hypothesibus consentaneum esse, sed propter solis excentritatem re vera aliter se habere.

VI Propos. 30 p. 539. 541. Non imperite scholiasta proportionem centuplam, quam Pappus initio huius propositionis supponit, ad Ptolemaei tabulas rectarum quae sunt in circulo (ed. Halma I p. 38 sqq.) revocat. Posito igitur in figura, quae p. 538 descripta est, angulo $\delta = 0^{0}\,34'$, secundum Ptolemaei quas diximus tabulas (p. 38) efficit rectam $\delta\alpha$ fere centuplam esse ipsius $\alpha\beta$ *). Porro concludit, si diametri $\alpha\delta$ partes non 100, sed 1200 vel 9600 statuamus (ita ut $\alpha\beta$ iam non centesima, sed millesima ducentesima vel novies millesima sexcentesima pars rectae $\alpha\delta$ sit), simili proportione etiam angulum δ diminui; ac si ea ratione magis magisque progrediamur, denique latus $\delta\alpha$ infinito maius fieri quam $\alpha\beta$.

VI p. 542, 11: *ἐπὶ τοῦ προγεγραμμένου τριγώνου*] Immo *ὑπογεγραμμένου* legendum esse videtur: vide indic. sub *ὑπογράφειν*.

VI Propos. 32 p. 543: triangulum $\zeta\eta\beta$ triangulo $\alpha\gamma\beta$ maius est] Id a Commandino, sicut ad hunc locum breviter adnotavimus, adhibita constructione auxiliari commode demonstratum est; sed idem etiam scholiasta significavit, cum per α rectae $\beta\gamma$ parallelam duci iussit, quae triangula ad verticem aequalia ac similia efficiat.

Ibidem: Et semper — rectis in infinitum ductis triangulum augebitur] Quoniam in superiore Pappi

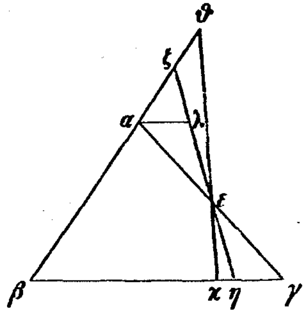
---

*) Scilicet, si circuli, cuius radius est $\delta\alpha$, centri angulus $\alpha\delta\beta$ ponatur $= 0^{0}\,34'$, corda eius anguli ad rectam $\delta\alpha$ secundum Ptolemaei tabulas habet proportionem

$$0^{0}\,35'\,36'' : 60^{0};$$

itaque recta $\alpha\beta$ (vid. fig. p. 538) ad eandem $\delta\alpha$ quam proxime est in proportione 1 : 100.

demonstratione atque in figura ad eam adscripta de uno tantum casu agitur, si, productâ $\beta\alpha$ aliisque punctis remotioribus sumptis, per punctum ε ad basim $\beta\gamma$ rectae in infinitum ducantur, Commandinus, sicut nos ad eum locum adnotavimus, etiam alterum casum commemoravit (quem tamquam manifestum Graecus scriptor silentio praetermiserat), scilicet si, productâ $\beta\gamma$, similiter rectae per punctum ε ad latus $\beta\alpha$ ducantur. Ad hunc quidem casum pertinet breve scholium ad eum locum in codice Vaticano adscriptum (supra p. 1182, 26), cuius sententia haec est: "dico, si rectae ea ratione per ε inter $\alpha\,\beta$ ducantur in infinitum, denique rectam quandam parallelam ipsi $\beta\gamma$ futuram esse."



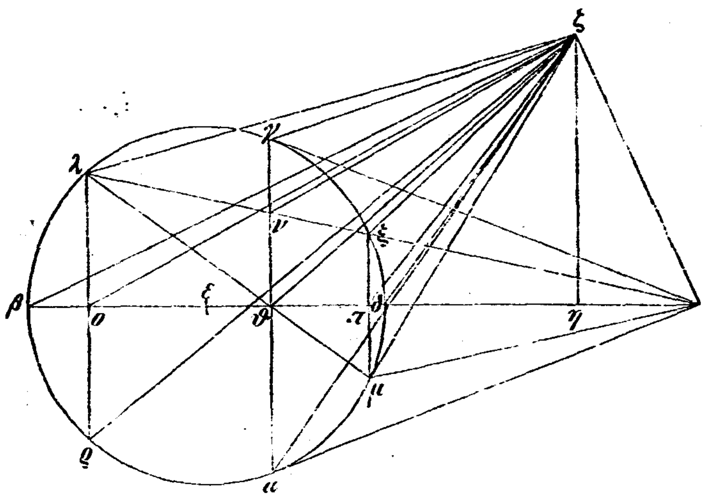
VI p. 544 in adnotatione ad vs. 26 typotheta litteras perturbavit, quas sic suo loco reponendas esse apparet: τού-των BS invito A.

VI Propos. 34 p. 545, 26: maximus est $\gamma\alpha\delta$, minimus autem $\gamma\beta\delta$] Demonstrationem a Graeco scriptore in brevius contractam explicavimus in adnotatione ad illum locum, quod idem scholiasta praestare conatus est, Euclidis elem. 1 propositionem 16 (ex qua efficitur esse $\angle\,\gamma\zeta\delta > \angle\,\gamma\eta\delta$ cet.) et propos. 21 (propter quam est $\angle\,\gamma\zeta\delta < \angle\,\gamma\alpha\delta$) citans.

VI Propos. 45 p. 577, 7: ergo est $\angle\,\beta\varkappa\gamma = \angle\,\varepsilon\delta\zeta$ cet.] Angulos $\beta\varkappa\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$ aequales esse efficitur ex triangulorum $\beta\varkappa\gamma$ $\varepsilon\delta\zeta$ aequalitate ac similitudine, adhibita elem. 1 propositione 4 cet., id quod nos, utpote facile perspicuum, pro more nostro omisimus adnotare; citat autem scholiasta illum quem diximus Euclidis locum. Idem addita nota "iunctis $\beta\mu$ $\mu\gamma$" eam ipsam demonstrationem significat, quam nos distinctius in Lat. interpretatione addidimus.

Propos. 48 p. 579. Quae in demonstratione huius theorematis Graecus scriptor omisit breviter a nobis suppleta sunt. Ac nonnulla quidem deesse etiam scholiasta vidit; sed eius verba et mutilata initio eaque de causa obscura sunt et erroribus quibusdam laborare videntur; nam certe elem. 3 propositio 19 iniuria est citata.

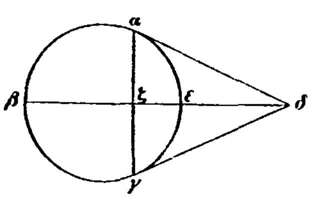
VI Propos. 53 p. 591: Iam quia planum per $\beta\zeta\varkappa$ transiens perpendiculare est ad planum quod per $\alpha\zeta\gamma$ transit — recta igitur $\zeta\varkappa$ ipsi $\alpha\zeta\gamma$ plano perpendicularis est] Haec, ut iam supra significavimus, ex elem. 11 defin. 4 Graecus scriptor demonstrari voluit, cuius rationem optime Commandinus explicavit hunc in modum: "Quoniam enim planum $\beta\zeta\varkappa$ rectum est ad planum



circuli $\alpha\beta\gamma\delta$, et ad communem ipsorum sectionem $\beta\delta$ acta est perpendicularis $\alpha\gamma$, erit ex 4. defin. undecimi $\alpha\gamma$ perpendicularis ad planum $\beta\zeta\varkappa$. Rursus cum $\alpha\gamma$ existens in plano $\alpha\zeta\gamma$ sit perpendicularis ad $\vartheta\zeta$ communem sectionem planorum, nempe plani $\alpha\zeta\gamma$ et plani $\beta\zeta\varkappa$, sitque perpendicularis ad planum $\beta\zeta\varkappa$, sequitur ex eadem 4. def. planum $\beta\zeta\varkappa$ rectum esse ad planum $\alpha\zeta\gamma$; ergo $\varkappa\zeta$, quae in plano $\beta\zeta\varkappa$ perpendicularis est ad $\zeta\vartheta$ communem dictorum planorum sectionem, erit etiam ad planum $\alpha\zeta\gamma$ perpendicularis."

IBIDEM Atque est $\lambda\varkappa : \varkappa\xi = \lambda\nu : \nu\xi$] Hoc perinde atque illud $\beta\varkappa : \varkappa\delta = \beta\vartheta : \vartheta\delta$, quod paulo supra (p. 591 vs. 7) allatum est, efficitur ex libri VII propositione 154, cuius demonstrationem Simsoni ingenio et sagacitate restitutam ita (p. 905) adumbravimus, ut id quod propositum est non solum de singulari casu, si recta $\delta\beta$ per centrum circuli transeat, sed de recta $\delta\beta$ utcumque ducta valere appareat. Verum Commandinus, qui in illa quam statim diximus libri VII propositione 154 explicanda lineamentis figurae in codicibus descriptae insisteret, Graeca autem verba *καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΔΒ* (p. 904, 2) omitteret, de uno tantum casu eoque simplicissimo, si $\delta\beta$ per centrum ducta esset, in commentariis suis egit, eaque de causa in libri VI propositione 53 illud quod initio huius disputationis praemisimus, esse $\lambda\varkappa : \varkappa\xi = \lambda\nu : \nu\xi$, peculiari lemmate demonstrare coactus est. Haec igitur omnia rectius et planius a Simsono constituta sunt; sed tamen, quoniam in libri VII propositione 154 Graecus scriptor verba sua in tantam brevitatem contraxit, ut plures etiam aliae demonstrandi rationes plus minusve a Simsoni invento diversae temptari possint, in quibus sine dubio etiam talis quaedam ratio olim pertractata est, quae constructione auxiliari innitens ad casum simplicissimum reduceretur, hanc igitur ex veterum mathematicorum usu sic fere, partim Commandini partim nostra coniectura, restituendam esse censemus.

Itaque, sicut libri VII propositio 154 praecipit, circulum $\alpha\beta\gamma$ tangant $\alpha\delta$ $\delta\gamma$, et iungatur $\alpha\gamma$, et recta $\delta\varepsilon\zeta\beta$ primum ducatur per circuli centrum; dico esse $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$.



Quoniam $\delta\beta$ per centrum ducta est, anguli $\alpha\delta\beta$ $\gamma\delta\beta$ aequales sunt [1]). Et quia $\alpha\delta = \delta\gamma$, triangula igitur $\alpha\zeta\delta$ $\gamma\zeta\delta$ aequalia ac similia, itaque $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ inter se aequales, et anguli $\alpha\zeta\delta$ $\gamma\zeta\delta$ recti sunt. Ergo est

---

1) Hoc Commandinus demonstrat ductis ad circuli centrum rectis $\alpha\eta$ $\gamma\eta$; sed huiusmodi potius lemma adhibendum esse videtur: "si cir-

$\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\delta^2 = \alpha\delta^2$. Sed est $\alpha\zeta \cdot \zeta\gamma = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon$ (*elem.* 3, 35), et $\alpha\delta^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$; ergo

$\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta^2 = \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$, id est, quia

$\zeta\delta^2 = \zeta\delta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$, et

$\beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta \cdot \zeta\varepsilon = \beta\delta \cdot \zeta\varepsilon$, et

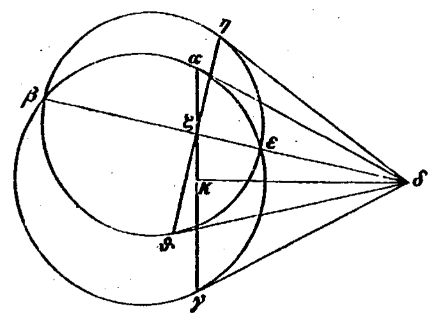
$\beta\delta \cdot \delta\varepsilon = \beta\zeta \cdot \delta\varepsilon + \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$,

$\beta\delta \cdot \zeta\varepsilon + \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon = \beta\zeta \cdot \delta\varepsilon + \zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$. Subtracto igitur communi $\zeta\delta \cdot \delta\varepsilon$ restat

$\beta\delta \cdot \zeta\varepsilon = \beta\zeta \cdot \delta\varepsilon$, id est

$\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$, q. e. d.

Haec demonstratio, si iam libri VII caput 222 (p. 904) comparamus, primum eam commendationem habet, quod Graecorum verborum contextum pressius quam Simsoni interpretatio sequitur, atque eadem facile transfertur ad alterum qui relinquitur casum, scilicet si recta $\delta\beta$ non transeat per circuli centrum.



Nam circa diametrum $\beta\varepsilon$ circulo $\beta\eta\varepsilon\vartheta$ descripto ducatur recta $\eta\zeta\vartheta$ ipsi $\beta\delta$ perpendicularis, et iungantur $\delta\eta$ $\delta\vartheta$. Iam quia rectae $\zeta\eta$ $\zeta\vartheta$ inter se aequales (elem. 3, 3), itaque triangula orthogonia $\eta\zeta\delta$ $\vartheta\zeta\delta$ aequalia ac similia sunt, est igitur

$\eta\delta^2 = \vartheta\delta^2 = \eta\zeta \cdot \zeta\vartheta + \zeta\delta^2$. Sed propter elem. 3, 35 est $\eta\zeta \cdot \zeta\vartheta = \beta\zeta \cdot \zeta\varepsilon = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma$, et, ductà $\delta\kappa$ perpendiculari ad $\alpha\gamma$, fit $\zeta\delta^2 = \zeta\kappa^2 + \kappa\delta^2$; ergo

$\eta\delta^2 = \vartheta\delta^2 = \alpha\zeta \cdot \zeta\gamma + \zeta\kappa^2 + \kappa\delta^2$, id est (elem. 2, 5) $= \alpha\kappa^2 + \kappa\delta^2$

---

culum $\alpha\beta\gamma$ tangant rectae $\delta\alpha$ $\delta\gamma$, et in recta $\delta\beta$ circuli centrum sit, angulus $\alpha\delta\gamma$ rectâ $\delta\beta$ bifariam secatur", quae est libri VII propositio 97 conversa.

$= \alpha\delta^2$, id est, quia $\alpha\delta$ circulum $\alpha\beta\gamma$ tangit (elem. 3, 36),

$= \beta\delta \cdot \delta\varepsilon$.

Itaque $\eta\delta$ $\vartheta\delta$ circulum $\eta\beta\vartheta$ tangunt, et per eius circuli centrum ducta est recta $\delta\varepsilon\zeta\beta$; ergo, ut modo demonstravimus, est $\beta\delta : \delta\varepsilon = \beta\zeta : \zeta\varepsilon$.

VI Propos. 53 p. 593, 9: et $\lambda\zeta = \zeta\varrho$, et $\zeta\xi = \zeta\mu$] Non incommode scholiasta (supra p. 1185, 4) pauca adnotat hanc in sententiam "nam omnia triangula communem verticem ζ et bases parallelas ipsi $\alpha\gamma$ basiumque terminos in circuli $\alpha\beta\gamma$ circumferentia habentia aequicruria fiunt."

VI p. 622, 19—24. 623. Scholiastae ad h. l. adnotatio, de qua statim dicturus sum, viam monstravit ad Pappi verba explicanda. Scilicet Ptolemaei tabulae de signorum ascensionibus (libro II p. 103—108 ed. Halma) ad hunc Pappi locum ita adhibendae sunt, ut summas graduum, qui ad singula signa adscripti sunt, computemus easque inter se comparemus. Ergo ascensiones sunt

	in recta sphaera	in primo climate	in secundo climate	in tertio climate
cancri	32° 16′	32° 51′	33° 26′	34° 2′
leonis	29° 54′	31° 20′	32° 44′	34° 10′.

Iam secundum eorum quae Ptolemaeus constituit climatum respondet elevationi 16° 27′ latit.; ergo post μοίρας ις′ κζ′ ἐξάρματος πόλου τοῦ δευτέρου κλίματος (p. 622, 22) incipit tertium clima; ab hoc autem usque ad ultimum clima, id est decimum, sicut ex iisdem Ptolemaei tabulis facile apparet, ubique ad cancri signum minor quam ad leonem summa graduum adscripta est. Hanc igitur rationem Pappus respiciens scripsit ἕως τοῦ ι′ κλίματος, usque ad decimum clima, quae scripturae supra p. 622, 23 et p. 623 med. reponendae sunt.

Iisdem tabulis scholiasta usus est apposuitque (id quod ad h. l. supervacaneum erat) numeros ad virginem pertinentes; erravit autem insigniter, quod omisso primo climate iam κλίμα α' pro secundo climate, et β' pro tertio posuit. Quibus correctis tabula quam supra (p. 1186) exhibuimus sic interpretanda est:

	recta sphaera	clima secund.	clima tertium
cancer	32° 16'	33° 26'	34° 2'
leo	29° 54'	32° 44'	34° 10'
virgo	27° 50'	31° 20'	33° 3'

VI Propos. 61 p. 629, 4: itaque circumferentia δλ similitudine maior est quam εσ] Ex Autolyci libro de sphaera quae movetur hunc locum supra explicavimus; aliter sensisse videtur scholiasta, qui ad Graeca a nobis seclusa, quae p. 628, 4 sq. leguntur, Theodosii sphaericorum 3 propos. 11 laudavit, quae latine sic sonat: "Si polus parallelorum sit in circumferentia maximi circuli quem duo alii maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum alter sit unus parallelorum, alter vero sit obliquus ad parallelos, alius autem maximus circulus per polos parallelorum transiens obliquum circulum secet inter maximum parallelorum et eum quem obliquus circulus tangit: diametrus sphaerae ad diametrum eius circuli quem tangit obliquus circulus maiorem proportionem habet quam circumferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo positum et maximum circulum per polos parallelorum transeuntem ad circumferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam." At haec qua tandem ratione ad Pappi contextum referri possint, non liquet, ac fortasse ιδ' legendum est pro ια'; nam decima quarta eiusdem libri propositione hoc demonstratur: "Si in sphaera maximus circulus aliquem circulum tangat, alius autem maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis quos tangebat maximus circulus primo positus, inaequales intercipient circumferentias parallelorum circulorum, quarum eae quae alterutri polo propiores sunt maiores erunt quam ut similes sint remotioribus." Sed ne sic quidem satis constat, qua ratione scholiasta Pappi argumentationem sane difficilem ac paene obscuram illustrare voluerit.

VII p. 634. Vide EPIMETRUM p. 1275 sq.

VII p. 646, 1; 648, 7. Non alienum videtur haec minime neglegenda repetere quae Mauritius Cantor in annalibus math. et phys. (*Historisch-literarische Abtheilung*) vol. XXII p. 176 sq. ad hunc locum adnotat: "Pappus sagt S. 646 *ἐκ τῶν τριῶν γὰρ ἀνομοίων γενῶν τριάδες διάφοροι ἄτακτοι γίνονται ι'* und S. 648 *ἐκ τριῶν γὰρ διαφόρων τινῶν δυάδες ἄτακτοι διάφοροι γίνονται τὸ πλῆθος ς'*. In moderner Sprache heisst dieses aber: aus 3 Elementen lassen sich 10 Combinationen mit Wiederholung zur Classe 3, 6 dergleichen zur Classe 2 bilden. Damit ist die erste Spur combinatorischer Betrachtungen bei einem griechischen Mathematiker aufgefunden und dadurch wenigstens neben der hochentwickelten Combinatorik indischer Schriftsteller ein selbstständiges europäisches Auftreten dieses Capitels der Denklehre gesichert. Ob wir freilich jene combinatorischen Bemerkungen bis zu Apollonius verfolgen dürfen, ob wir sie für Pappus in Anspruch zu nehmen haben, bleibt mindestens fraglich, so lange die zwei Bücher über Berührungen nicht wieder aufgefunden sind. Wir persönlich haben den Eindruck, als sei allerdings erst ein Zusatz des Pappus in jenen Worten enthalten, ein Zusatz, wie er sich deren an so so vielen Orten auch bei scheinbarer Berichterstattung erlaubt."

Atque idem paulo post de ratione, quam Pappus in lemmatis suis componendis secutus esse videatur, aptissime haec disserit: "Nach den allgemeinen Inhaltsanzeigen der vorerwähnten Schriften lässt Pappus eine grosse Anzahl von Hilfssätzen zu den Büchern des Apollonius über den Verhältnissschnitt und den Raumschnitt, über den bestimmten Schnitt, über die Neigungen, über die Berührungen, über die ebenen Oerter folgen; darauf weitere Hilfssätze zu den Porismen des Euclid, zu den Kegelschnitten des Apollonius, endlich zu Euclid's Oertern auf der Oberfläche. Von allen diesen Werken sind uns einzig die Kegelschnitte des Apollonius erhalten. Nur an diesen lässt sich daher eine Prüfung anstellen, wie eng die Beziehungen sein mögen, welche zwischen den sogenannten Hilfssätzen oder Lemmen des **Pappus** und den Schriften, welchen er sie zuordnet, obwalten. Diese Prüfung, längst angestellt, hat erkennen lassen, dass **Pappus** seiner geometrischen Phantasie kaum irgendwelche Fesseln anlegte, dass er bei dem Studium eines Buches vielmehr Anregung zu Untersuchungen fand, die dem Gegenstande des Buches selbst recht fremdartig waren, dass also das Wort Hilfssätze bei ihm kaum anders zu verstehen ist, als in dem Sinne von Sätzen, welche **Pappus** etwa zur Zeit, als er das betreffende Buch durcharbeitete, erdachte. Damit büssen die Lemmen nun allerdings einen guten Theil ihrer historischen Verwerthbarkeit zur Wiederherstellung der verlorenen Schriften, zu welchen sie gehören, ein, und der grosse Nutzen, den **Chasles** von ihnen zu seiner meisterhaften Neuschaffung der euclidischen Porismen gezogen hat, ist nur ein weiterer Beweis, wenn es eines solchen bedürfte, für die Genialität des französichen Geometers."

VII p. 648, 6: *αὕτη* (*ἡ πρότασις*) *περιέχει προβλημάτων ἤδη τὸ πλῆθος ἕξ*] Offensioni est *ἤδη*, abundanter scilicet positum. At fortasse *εἴδη* Pappus scripsit similiter ac paulo post p. 650, 8: *ἅπαντα δὲ αὐτῶν* (*τῶν πορισμάτων*) *τὰ εἴδη*, et conf. indic. sub *εἶδος* et *γένος*. Accusativus *τὸ πλῆθος* item p. 652, 18; 654, 12; 662, 21; 680, 28 cet. absolute positus est.

VII p. 660, 13: *ἤδε ἤτοι ἐν παραθέσει ἐστίν*] De coniectura nostra *ἤδε ἤτοι παρὰ θέσει ἐστίν* vide indic. sub *παράθεσις*.

VII p. 676, 26. Pro *ἄξιον ὄντα*, comparato verbi *ἀξιοῦν* usu, in mentem venit *ἀξιωθέντα*.

VII p. 682, 1: *καθάπερ οἱ πάλαι καὶ τῶν τὰ κρείττονα γραψάντων ἕκαστοι*] Interpolatoris cuiusdam sine dubio sunt verba; sed tamen ne hic quidem concinnitatem et elegantiam dicendi neglexisse videtur. Ergo *οἱ παλαιοί* restituamus pro *οἱ πάλαι καί*. Paulo post vs. 5

pro προφερόμενα, quod editum est, potius προσφερόμενα suadet Graecae dictionis usus.

VII Propos. 4 p. 687. Comparantibus reliquas libri septimi propositiones, quae ad idem argumentum pertinent, id est 3. 5. 6. 7, statim apparet ea quae propositione quarta traduntur nihil esse nisi propositionis tertiae alteram partem, ita ut haec quae quarta numeratur tertiae potius subiungenda fuerit. Inserimus autem nostra coniectura aliud lemma, quod sine dubio ab ipso olim Pappo scriptum postea librariorum incuria periit, idque propositionis quartae loco reponimus hunc in modum:

"IV. Sit $\alpha\gamma : \gamma\beta > \delta\zeta : \zeta\varepsilon$; dico etiam dirimendo esse $\alpha\beta : \beta\gamma > \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$."

Demonstrationem puta a Pappo prorsus similiter compositam esse atque in propos. 3; nam recta η et, quae ei aequalis ponenda erat, $\vartheta\zeta$ constituebatur ex proportione $\alpha\gamma : \gamma\beta = \eta : \zeta\varepsilon$, unde dirimendo fiebat $\alpha\beta : \beta\gamma = \vartheta\varepsilon : \varepsilon\zeta$, id est $> \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$.

Quam demonstrationem secuta est altera eiusdem propositionis pars:

"Item si sit $\alpha\gamma : \gamma\beta < \delta\zeta : \zeta\varepsilon$, dico etiam dirimendo esse $\alpha\beta : \beta\gamma < \delta\varepsilon : \varepsilon\zeta$."

Sic tandem secundum Euclidis element. 5 defin. 13—17 habemus plenam expositionem, si sit $\alpha : \beta \gtreqless \gamma : \delta$, quid fiat componendo, dirimendo, vicissim, convertendo, e contrario. (Conf. praefat. vol. I p. XXIII.)

Adhibetur hoc quod restituimus lemma VII propos. 233 et 234.

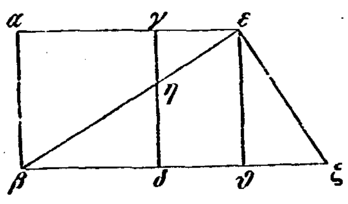
VII Propos. 40 p. 733: propter idem lemma conversum] Lemma XXII conversum ipse citavi; longis ambagibus in demonstrando utitur Commandinus; breviorem demonstrationem addit Simsonus p. 30 sic fere: quoniam est $\alpha\zeta \cdot \zeta\beta = \zeta\delta^2$, per proportionem erit $\alpha\zeta : \zeta\delta = \zeta\delta : \zeta\beta$; ergo etiam subtrahendo $\alpha\delta : \delta\beta = \alpha\zeta : \zeta\delta$. Est autem (propter elem. 6, 20 coroll. 2) $\alpha\zeta^2 : \zeta\delta^2 = \alpha\zeta : \zeta\beta$; ergo etiam $\alpha\zeta : \zeta\beta = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2$.

VII Propos. 11 p. 735. Initium demonstrationis huius lemmatis scholiasta paucis explicavit: vide supra p. 1188.

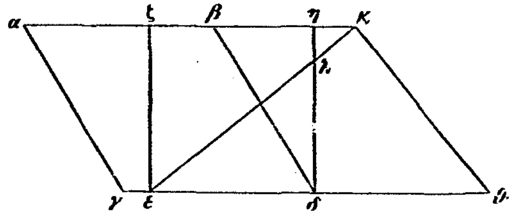
VII p. 752, 2: *τὸ ὑπὸ ZB ΔE λεῖπον τῷ ὑπὸ ZΔ BΓ*] *λεῖπον* scripsimus pro *λοιπὸν*; sed antecedens *E* effecisse videtur, ut librarius etiam initium verbi corrumperet; nam *ἐλλεῖπον* suadet usus in eo genere, ut videtur, legitimus. Vide indicem.

VII Propos. 62 p. 765 adnot. **: ergo $\zeta\delta^2 - \delta\beta^2 = \zeta\xi^2 - \beta\xi^2$] Hoc ipse Pappus demonstrat VII propos. 120, qui locus citandus erat. Vide p. 855 adnot. **.

VII Propos. 71 p. 781: Lemma utile ad problema de quadratis quorum summa rhombo aequalis est.] Pauca illa tituli verba, quae ex corrupta codicis scriptura ita, ut supra expressimus, restituta sunt, maiorem utique, quam par erat, difficultatem praebuerunt. Nam cum Apollonium primo inclinationum libro nihil de rhombi area, quae summae quadratorum aequalis esset, egisse et per se verisimile esset et ex Horslei libro satis dilucide appareret, atque etiam proxima propositio 72 ipsum huius lemmatis usum, qui Apollonianae rationi conveniret, disertis verbis patefaceret, tamen tituli verba, etsi iam interpolatori cuidam tribuenda esse viderem, non plane despicienda esse existimavi. Habent enim suam vim ac sententiam, quamvis ab Apollonii de inclinationibus scribentis consilio alienam. Nimirum tituli scriptor figuram propositionis 71 ita interpretatus



esse videtur, ut quadratum a $\delta\zeta$ significaret rhombi aream, cuius altitudo est $\gamma\delta$, latus autem tertia proportionalis rectarum $\beta\delta$ $\delta\zeta$, cui areae demonstratur aequalem esse summam quadrati ab altitudine et quadrati ab excedente ultra quadratum altitudinis segmento catheti eius trianguli orthogonii, cuius altitudo eadem est cum rhombo, hypotenusa autem composita ex altitudine et media proportionali altitudinis et lateris rhombi. Ne multa, ipsum problema breviter restituamus:



Sit rhombus $\alpha\beta\delta\gamma$, eiusque altitudo $\delta\eta$. Describatur quadratum $\varepsilon\zeta\eta\delta$, et ad $\varepsilon\delta$ in eàdem recta addatur $\delta\vartheta$ media proportionalis rectarum $\gamma\delta$ $\delta\eta$. In producta $\zeta\eta$ sumatur punctum $\varkappa$ ita, ut angulus $\varepsilon\varkappa\vartheta$ rectus sit, et secet recta $\varepsilon\varkappa$ rectam $\delta\eta$ in puncto λ; dico esse rhombum $\alpha\beta\delta\gamma = \delta\eta^2 + \lambda\varkappa^2$.

Quod ad demonstrandum primum rhombo $\alpha\beta\gamma\delta$ substituitur rectangulum $\gamma\delta \cdot \delta\eta$, id est, quia ex constructione $\gamma\delta : \delta\vartheta = \delta\vartheta : \delta\eta$, quadratum ex $\delta\vartheta$; tum efficitur esse $\delta\vartheta^2 = \delta\eta^2 + \lambda\varkappa^2$ similiter ac supra in propos. 71.

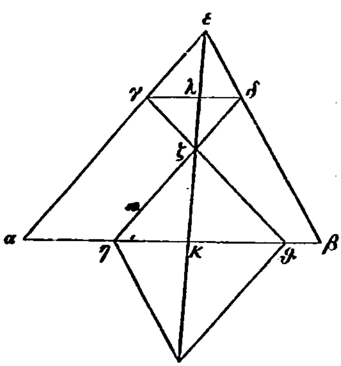
VII p. 828, 17: *ἀνάστροφον*] Forma *ἀναστρόφιον*, quam codex A exhibet, non legitur in Stephani thesauro; neque ipsum *ἀνάστροφος* illic occurrit, at eius loco adverbium *ἀναστρόφως*. Quamobrem eandem adiectivi formam Pappo tribuebamus; sed collatis reliquis locis (vide indic.) dubitari vix potest, quin *ἀναστρόφιον* recte in codicibus scriptum sit, quae forma ex *ἀνάστροφος* eadem ratione ac *καθάριος* ex *καθαρός* deducta est. Similiter apud Proclum in I Eucl. elem. librum praeter usitatissimum *ἀντίστροφος* occurrit etiam *ἀντιστρόφιος* (vide codicum scripturas ad p. 321, 19; 345, 2 a Friedleinio adnotatas).

VII p. 842, 25: *προβληθῶσιν*] Restituendum esse *προσβληθῶσιν* demonstravimus in indice h. v.

VII Propos. 128 p. 868, 26. 869. Demonstrationem mediam, verbis *διὰ τὸ εἶναι δύο παρὰ δύο* (scilicet $\delta\beta \parallel \alpha\eta$ et $\varepsilon\delta \parallel \eta\lambda$) *καὶ ἐναλλάξ* paulo obscurius in codicibus significatam, egregie restituit Bretonus p. 220, neque in felicissimo conatu opus fuit eam figurae adumbrationem, quae antiquitus tradita est, mutare, nisi quod rectae $\varepsilon\delta$ $\gamma\beta$ in codicibus parallelae ductae esse videntur, quod quidem contra hypothesim est. At si quis falso figuram traditam esse existimet, innumerabiles, opinor, alias easque diversissimas rationes inire licet, e quibus Simsoni (p. 363 sqq.) et Chaslesii (p. 87 et 100 sq.) coniecturas, restitutis tantum Graecis notis geometricis, hic afferam.

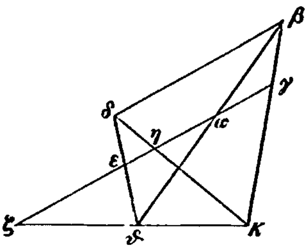
Simsonus suo Marte sic: "manente eadem constructione (*vide ibid. p. 362*), qua scilicet facta est, ut $\alpha\beta$ ad $\eta\vartheta$, ita $\beta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$, si ducatur quaevis recta $\gamma\delta$ parallela ipsi $\alpha\beta$, occurratque positione datis $\vartheta\zeta$ $\eta\zeta$ in γ δ, et iunctae $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ sibi mutuo occurrant in ε, erunt puncta ε ζ $\varkappa$ in recta linea."

Punctorum, quibus proportiones rectarum definiuntur, ordinem Simsonus tripliciter statuit, scilicet $\alpha\ \eta\ \varkappa\ \vartheta\ \beta$, $\vartheta\ \alpha\ \eta\ \beta\ \varkappa$, $\eta\ \vartheta\ \varkappa\ \alpha\ \beta$, et hinc tres figuras describit, quarum primam tantummodo hic repeto. Nullam ex his rationibus,



etiamsi litterarum mutationem respiciamus, Graecis verbis respondere apparet, ex quibus in utraque proportione repetitio unius litterae requiritur, velut $\alpha\eta : \eta\beta = \varkappa\vartheta : \vartheta\beta$, cum Simsonus aut neglecta Pappi scriptura aut, quod illam vitiosam putaret, $\alpha\beta : \eta\vartheta = \beta\varkappa : \varkappa\eta$ posuerit. Ceteroquin Simsoni interpretatio accurate Graeca verba sequitur: "ducatur per η recta linea $\eta\mu$ parallela ipsi $\delta\beta$, et iuncta $\varepsilon\zeta$ ad μ producatur; quoniam igitur est, ut $\alpha\beta$ ad $\eta\vartheta$, ita $\beta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$, ut autem $\alpha\beta$ ad $\eta\vartheta$, ita est $\beta\varepsilon$ ad $\eta\mu$, quod duae duabus sunt parallelae ($\alpha\varkappa$ enim parallela est ipsi $\gamma\delta$ ex hypothesi, at $\eta\mu$ est parallela ipsi $\delta\beta$ ex constructione, et ex primo horum sequitur esse $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$, ut $\beta\varepsilon$ ad $\varepsilon\delta$, et ex altero esse $\gamma\delta$ ad $\vartheta\eta$, ut $\delta\zeta$ ad

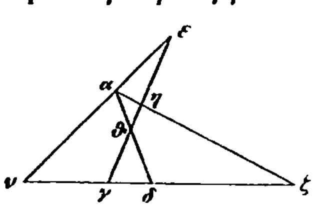
$\zeta\eta$, hoc est ut $\delta\varepsilon$ ad $\eta\mu$; igitur ex aequali est $\alpha\beta$ ad $\vartheta\eta$, ut $\beta\varepsilon$ ad $\eta\mu$); ut igitur $\beta\varkappa$ ad $\varkappa\eta$, ita $\beta\varepsilon$ ad $\eta\mu$; atque est $\beta\varepsilon$ parallela ipsi $\eta\mu$, ergo recta linea est quae per $\varepsilon\ \varkappa\ \mu$ transit; et est punctum ζ in recta $\varepsilon\mu$, igitur et puncta $\varepsilon\ \zeta\ \varkappa$ sunt in recta linea." Minus a Pappi scriptura recessit, ac tamen, id quod facile apparet, unum mutavit Chasles p. 87: "*soit la figure* $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta$; *que* $\alpha\zeta$ *soit parallèle à* $\delta\beta$, *et qu'on ait* $\alpha\varepsilon : \varepsilon\zeta = \gamma\eta : \eta\zeta$: *les trois points* $\vartheta\ \varkappa\ \zeta$ *seront en ligne droite.*" Tum p. 100 sq. idem litterarum ordinem constituit $\varepsilon\ \gamma\ \zeta\ \eta\ \alpha$.



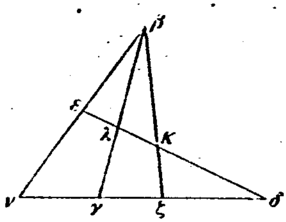
VII PROPOS. 129 p. 871 adnot.*] Conf. etiam Euclidis elem. 6, 32, ubi tamen hoc differt, quod suppositae sunt rectae $\varepsilon\delta$ $\varepsilon\varkappa$, eaeque inter se congruere demonstrantur. At illo lemmate, quod Pappus saepius adhibuit, supponuntur singulae rectae $\varepsilon\delta$ $\delta\varkappa$, eaeque unam rectam efficere demonstrantur.

VII p. 884, 26: ἀνῆκται εἰς τὸ πρὸ ἑνός] Etsi scholiastae cuidam ea verba tribuimus, tamen hic quoque sequioris Graecitatis auctor secundum dicendi usum a vetustioribus mathematicis observatum ἀπῆκται scripsisse videtur. Vide indic. h. v.

VII PROPOS. 139 p. 887, 5. Proportio $\gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta : \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon = \gamma\nu \cdot \zeta\delta : \nu\delta \cdot \gamma\zeta$ ex porismatum lemmate III sequitur adhibita parte tertiae figurae, quae illic in codicibus (et apud Commandinum) est, quam hic repetimus. Litterae autem illis quae sunt supra in lemmate tertio, sic respondent:

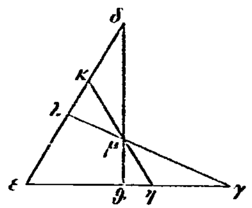


α	ν	δ	ζ	ε	ϑ	η	γ
A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ.



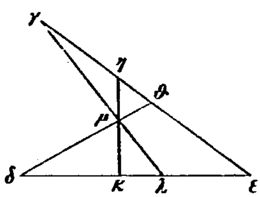
Verum ut illa, quae proxime in contextu sequitur, proportio $\nu\gamma \cdot \zeta\delta : \nu\delta \cdot \zeta\gamma = \delta\varkappa \cdot \varepsilon\lambda : \delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda$ efficiatur, altera, quam hic adscribimus, figura, id est alio quodam lemmatis III casu utendum est. Litterae autem sic inter se comparandae sunt:

$$\begin{array}{cccccccc} \beta & \nu & \gamma & \zeta & \varepsilon & \lambda & \varkappa & \delta \\ A & B & \Gamma & \Delta & E & Z & H & \Theta. \end{array}$$



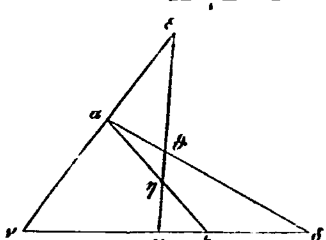
VII Propos. 141 p. 889, 25. Proportio $\delta\varepsilon \cdot \varkappa\lambda : \varepsilon\lambda \cdot \varkappa\delta = \gamma\eta \cdot \vartheta\varepsilon : \gamma\varepsilon \cdot \eta\vartheta$ efficitur ex hac quae adscripta est figura, cuius similem supra ad lemma III (propos. 129) primo loco exhibent codices (et Commandinus. Litterae autem sic inter se repondent:

$$\begin{array}{lcccccccc} \text{propos. 141:} & \mu & \vartheta & \eta & \gamma & \varepsilon & \delta & \varkappa & \lambda \\ \text{propos. 129:} & A & B & \Gamma & \Delta & \Theta & E & Z & H. \end{array}$$



VII Propos. 143 p. 893, 11. Proportio $\varepsilon\delta \cdot \varkappa\lambda : \varepsilon\lambda \cdot \varkappa\delta = \varepsilon\vartheta \cdot \gamma\eta : \varepsilon\gamma \cdot \vartheta\eta$ efficitur ex hac quae adscripta est figura litteris cum lemmate III sic convenientibus:

$$\begin{array}{cccccccc} \mu & \delta & \varkappa & \lambda & \varepsilon & \gamma & \eta & \vartheta \\ A & B & \Gamma & \Delta & \Theta & H & Z & E. \end{array}$$



Verba autem quae sequuntur "recta est quae per $\alpha\ \vartheta\ \delta$ transit", ex lemmate XVI per hanc quae in margine est figuram demonstrantur; nam, ut Simsonus adnotat, in duas rectas $\alpha\nu$ $\alpha\zeta$ ductae sunt ab eodem puncto γ duae rectae $\gamma\nu$ $\gamma\eta\varepsilon$, et in his sumpta sunt duo puncta δ ϑ ita, ut sit $\varepsilon\vartheta \cdot \gamma\eta : \varepsilon\gamma \cdot \vartheta\eta = \nu\delta \cdot \gamma\zeta : \nu\gamma \cdot \delta\zeta$. Litterae autem cum lemmate XVI sic comparandae sunt:

$$\begin{matrix} \alpha & \nu & \zeta & \gamma & \varepsilon & \eta & \vartheta & \delta \\ A & B & \Gamma & \Delta & E & Z & H & \Theta. \end{matrix}$$

VII Propos. 144 p. 894, 1: *δι' ἴσου ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΓ λόγος* cet.] Formulae illae, quas in versione Latina p. 895 init. exhibuimus, compositae sunt ad similitudinem Graecae scripturae in codicibus traditae, ex qua auctor huius lemmatis praeceperit

primum, ut datae proportionis $\varepsilon\beta^2 : \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta = \beta\eta : \eta\gamma$ utrumque membrum multiplicetur per $\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta : \varepsilon\beta \cdot \beta\gamma$, ita ut fiat

$$\frac{\varepsilon\beta^2}{\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta} \cdot \frac{\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta}{\varepsilon\beta \cdot \beta\gamma} = \frac{\beta\eta}{\eta\gamma} \cdot \frac{\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta}{\varepsilon\beta \cdot \beta\gamma}.$$

Tum scriptura codicum significat in priore proportionis membro reponendum esse *δι' ἴσου* sive ex aequali $\frac{\varepsilon\beta^2}{\varepsilon\beta \cdot \beta\gamma}$, in altero autem, quoniam $\frac{\varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta}{\varepsilon\beta \cdot \beta\gamma}$ nihil sit nisi $\frac{\varepsilon\gamma}{\varepsilon\beta}$, brevius scribendum esse $\frac{\beta\eta}{\eta\gamma} \cdot \frac{\varepsilon\gamma}{\varepsilon\beta}$.

Sed primum quaeritur, num recte *δι' ἴσου* dicatur, si id ad unum tantum proportionis membrum, non ad utrumque, pertineat (conf. praef. vol. I p. XXIII); praeterea autem quaedam per inutiles ambages composita esse negari vix potest. Ergo, sive haec ab ipso Graeco auctore sive a scholiastis perturbata sunt, rectiorem et simpliciorem argumentationis formam, deletis p. 894, 1 *δι' ἴσου* et vs. 3—5 *ἔκ τε τοῦ — συνῆπται* (quae quidem verba insuper propter plura antiquae scripturae vitia sunt suspecta), hanc commendamus:

ὁ ἄρα τοῦ ἀπὸ ΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΒΓ λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, ὁ αὐτός ἐστιν τῷ συνημμένῳ ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΗ πρὸς ΗΓ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΓ πρὸς ΕΒ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς cet.

Quae per formulas nostra aetate usitatas sic explicanda sunt: Quia ex hypothesi est

$$\frac{\varepsilon\beta^2}{\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta}=\frac{\beta\eta}{\eta\gamma},$$

et per identitatem, ut aiunt,

$$\frac{\varepsilon\gamma\cdot\gamma\beta}{\varepsilon\beta\cdot\beta\gamma}=\frac{\varepsilon\gamma}{\varepsilon\beta},$$

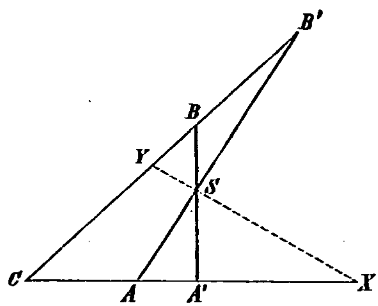
utriusque aequationis et priora et posteriora membra inter se multiplicentur; fit igitur

$$\frac{\varepsilon\beta^2}{\varepsilon\beta\cdot\beta\gamma}=\frac{\beta\eta}{\eta\gamma}\cdot\frac{\varepsilon\gamma}{\varepsilon\beta}\text{ cet.}$$

VII Propos. 144 p. 895. Verba "Sed in duas rectas" cet. addita sunt secundum Simsonum p. 217, qui ad lemma XVI provocat. Sed neque hoc lemma neque superius illud decimum, quod idem enuntiat, plane ad hunc casum pertinent. Nam si duas rectas, in quas a communi puncto duae aliae ducuntur, generaliter vocamus SA SB, et commune punctum C, et puncta alterius concursus A' B', illa autem puncta quae proportiones necessarias compleant X Y, secundum lemmata X et XVI proportiones sunt

$$\frac{CA\cdot A'X}{CA'\cdot AX}=\frac{CB'\cdot BY}{CB\cdot B'Y}\text{ vel }\frac{CA'\cdot AX}{CA\cdot A'X}=\frac{CB\cdot B'Y}{CB'\cdot BY}.$$

At in hoc lemmate XVIII verbis τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς πτωτικοῖς τῶν ἀναστροφίων relegamur ad aliquam propositionem nunc perditam, qua demonstratum fuit esse

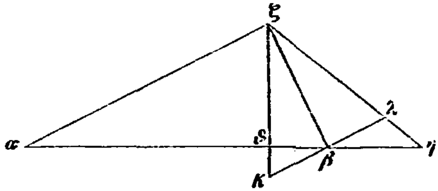


$$\frac{CX\cdot AA'}{CA\cdot A'X}=\frac{CY\cdot BB'}{CB'\cdot BY};$$

figuram autem, quae lemmati XVIII respondeat, hanc adscribimus.

VII Propos. 156 p. 907. Lemma a Graeco scriptore citatum secundum Commandinum ad VI propos. 52 sic fere restituit Simsonus p. 461 sq.

Sit trianguli $\alpha\zeta\beta$ rectus angulus $\alpha\zeta\beta$, et $\angle\, \vartheta\zeta\beta = \angle\, \beta\zeta\eta$; dico esse $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$.



Per punctum β ducatur $\varkappa\lambda$ parallela rectae $\alpha\zeta$, occurratque rectis $\zeta\vartheta$ $\zeta\eta$ in $\varkappa$ λ. Quoniam igitur rectus est angulus $\alpha\zeta\beta$, recti erunt $\zeta\beta\varkappa$ $\zeta\beta\lambda$. Et aequales sunt anguli $\varkappa\zeta\beta$ $\beta\zeta\lambda$; ergo est $\varkappa\beta = \beta\lambda$. Est autem in similibus triangulis $\alpha\zeta\eta$ $\beta\lambda\eta$

$\alpha\eta : \beta\eta = \alpha\zeta : \beta\lambda$, sive, quia erat $\beta\lambda = \varkappa\beta$,
$= \alpha\zeta : \varkappa\beta$. Sed in similibus triangulis $\alpha\zeta\vartheta$ $\beta\varkappa\vartheta$ est

$\alpha\zeta : \varkappa\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$; ergo est
$\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$.

Apparet huic propositioni conversas respondere duas, quarum altera sonabit

"Sit $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$, et $\angle\, \vartheta\zeta\beta = \angle\, \beta\zeta\eta$, et iungatur $\alpha\zeta$; dico rectum esse angulum $\alpha\zeta\beta$", quae ad idem redit cum libri VI propositione 52, nisi quod illic scriptor proportionem $\eta\alpha : \alpha\vartheta = \eta\beta : \beta\vartheta$, quam eandem esse constat atque $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$, ab initio ponit. Etenim litterae geometricae sic inter se conveniunt

lemmatis ad VII propos. 156:	α	β	ζ	η	ϑ
libri VI propos. 52:	$\varkappa$	ϑ	ζ	β	δ.

Altera autem conversa erit: "Sit $\alpha\eta : \eta\beta = \alpha\vartheta : \vartheta\beta$, et rectus angulus $\alpha\zeta\beta$, et iungantur $\zeta\vartheta$ $\zeta\eta$; dico esse $\angle\, \eta\zeta\beta = \angle\, \beta\zeta\vartheta$." Conf. adnot. ad VI propos. 52 sub I.

VII p. 920, 3: πιπτέτω] Immo προσπιπτέτω, quam formam usus dicendi requirit (vide indic.). Et adstipulatur codex Vaticanus, quem de ea scriptura iterum inspiciendum curavi.

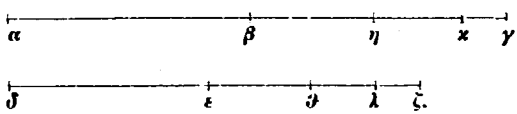
VII p. 924, 5: αἱ — κάθετοι ἀγόμεναι οὕτως ἀγέσθωσαν] Uncis seclusimus ἀγόμεναι; sed hoc restituendum ac potius *ἀγέσθωσαν*, cuius loco *ἤχθωσαν* legitimum erat, delendum esse videtur.

VII p. 938, 14: *λοιπὸς ἄρα ὁ — λόγος*] *λοιπὸν* codicum scripturam restituendam esse docent similes loci in indice sub *λοιπός* citati.

VII p. 942, 27: *ὑπόκειται*] Restitue *ὑπέκειτο* ex auctoritate codicum A (in quo, iterum inspecto, *ὑπέκειτὸ* exaratum esse cognovi) et B.

VII p. 970, 15: *καὶ παρὰ ἴσας γωνίας*] Corrigendum esse *περὶ* demonstravimus in indice h. v.

VII Propos. 231 p. 1001. In codicibus praeter illam quam supra adscripsimus figuram haec quoque punctorum dispositio invenitur



Sed ex demonstratione, in qua $\alpha\kappa \cdot \gamma\eta$ subtrahere iubemur ab $\alpha\kappa \cdot \eta\beta$, apparet ab ipso scriptore nullam rationem habitam esse eius casus quem haec altera figura ostendit, a qua quidem differentia $\eta\beta - \gamma\eta$ aliena est. Ergo restat, ut quaeratur, an forte additis quibusdam intermediis huius quoque figurae descriptio cum argumentatione Graeci scriptoris conciliari possit.

VII Propos. 233. 234, p. 1003. 1005. Admodum variae de his duobus lemmatis interpretum fuerunt sententiae. Nobis quaerendi initium inde faciendum esse videtur, quod p. 1004, 2 sq. verba *ἀναστρέψαντι καὶ διελόντι* non conveniunt nisi cum punctorum dispositione

$$\begin{array}{cccc} \alpha & \beta & \gamma & \eta \\ \delta & \varepsilon & \zeta & \vartheta \end{array}$$

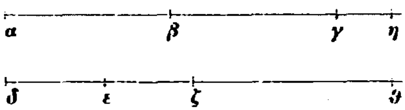
quam quidem ipsa figura in codicibus descripta exhibet. At editores inde a Meibomio punctorum ordinem $\alpha\ \beta\ \eta\ \gamma$ etc. praetulerunt. Praeterea cum in propositione lemmatis XIII *ἀναστροφή* proportionis b i s praecipiatur, apparet etiam in ipsa propositione bis aut *ἐλάσσονα* aut *μείζονα* scribendum esse, et sic deinceps persequendam demonstrationem. Atque idem testatur vocula *καὶ* p. 1002, 23, quam scriptor, si ipse, ut est in codice, *ἐλάσσονα* et tum *μείζονα* posuisset, sine dubio omisisset. Ergo cum codex habeat in propositione

ἐλάσσονα — μείζονα

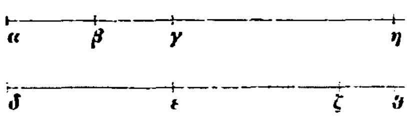
et in demonstratione

μείζονα — μείζονα,

quaeritur, utrum in propositione bis *μείζονα* et in demonstratione *ἐλάσσονα — μείζονα*, an vice versa scribamus omnia. Utrumcunque eligimus, bis corrigenda est codicis scriptura. Sic ambigentibus certe ea ratio praeferenda esse videtur, quae simillima est superiori lemmati XII; et idem testantur scriptoris verba initio lemmatis XIV: *καὶ ἔτι ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΒ μ ε ί ζ ο ν α λόγον ἐχέτω* cet. Repetivimus igitur figuram



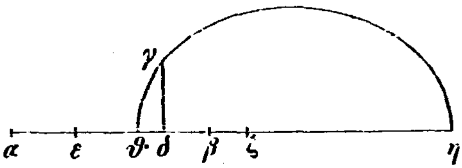
Contra, si in propositione bis *ἐλάσσονα* et in demonstratione *μείζονα — ἐλάσσονα* scriberemus, haec fere fingenda esset figura superiori contraria

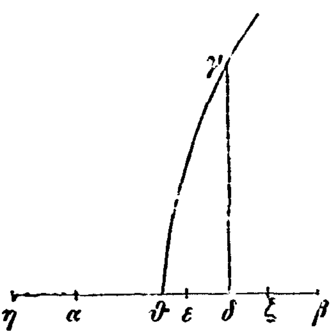


Porro quod attinet ad lemma XIV, ex uno *ἀναστρέψαντι* colligimus et punctorum seriem *α β η γ* etc., quam codex ostendit, veram esse et in propositione aut *μείζονα — ἐλάσσονα*, aut contra scribendum esse. Iam vero in demonstratione recte *μείζονα — ἐλάσσονα* leguntur; ergo eadem ratio, id quod acute Commandinus vidit, etiam in propositione tenenda est; et conveniunt p. 1004, 5 verba *καὶ ἔτι* cet., de quibus paulo supra monuimus. Ceterum e Latina nostra interpretatione, quae similitudo inter XIII lemma et XIV intercedat, facile perspicitur.

VII p. 1004, 20: *γένηται δὲ πρὸς θέσει εὐθεῖα ταῖς ΑΕ ΕΒ*] *εὐθεῖά τις ἡ ΑΕΒ*, et paulo post *γίνεται πρὸς θέσει ἐπιφανείᾳ* (pro *ἐπιφανείας*) coniecimus in indice v. *θέσις*.

VII Propos. 237 p. 1011. 1013: Sed quia data est proportio $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$ cet.] Demonstratio hunc in modum explenda esse videtur.





"Data est proportio $\frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2}$, itaque etiam $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$. Ergo etiam data est $\frac{\delta\zeta}{\delta\beta}$, itaque in priore casu propter dat. 5 etiam $\frac{\delta\zeta}{\beta\zeta}$, et propter dat. 8 etiam $\frac{\beta\zeta}{\delta\beta}$ data est; in altero autem casu, quia data est $\frac{\delta\zeta}{\delta\beta}$, sive inversa $\frac{\delta\beta}{\delta\zeta}$, propter dat. 5 etiam $\frac{\delta\beta}{\beta\zeta}$, sive inversa $\frac{\beta\zeta}{\delta\beta}$ data est. Construatur $\frac{\alpha\beta}{\beta\eta} = \frac{\beta\zeta}{\delta\beta}$; ergo etiam in priore casu $\frac{\alpha\beta + \beta\zeta}{\beta\eta + \delta\beta}$, in altero casu $\frac{\alpha\beta - \beta\zeta}{\beta\eta - \delta\beta}$, id est $\frac{\alpha\zeta}{\delta\eta}$ data est. Construatur proportioni datae $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$ aequalis $\frac{\alpha\vartheta}{\beta\vartheta}$; ergo propter dat. 6 etiam $\frac{\alpha\beta}{\beta\vartheta}$ data est. Et quia ex constructione est $\frac{\alpha\vartheta}{\beta\vartheta} = \frac{\varepsilon\delta}{\beta\delta}$, componendo est etiam $\frac{\alpha\beta}{\beta\vartheta} = \frac{\varepsilon\beta}{\delta\beta}$; ergo etiam proportio $\frac{\alpha\beta - \varepsilon\beta}{\beta\vartheta - \delta\beta}$, id est $\frac{\alpha\varepsilon}{\vartheta\delta}$ data est. Sed erat data $\frac{\alpha\zeta}{\delta\eta}$; ergo etiam $\frac{\alpha\varepsilon \cdot \alpha\zeta}{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}$ data est. Sed erat data $\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2}$; ergo propter dat. 8 etiam $\frac{\eta\delta \cdot \delta\vartheta}{\delta\gamma^2}$ data est. Sed ex hypothesi et propter dat. 30 ac 25 datum est punctum δ; ergo etiam ex constructione data sunt puncta ε ζ, ac porro, quia ex constructione $\frac{\alpha\beta}{\beta\eta} = \frac{\beta\zeta}{\delta\beta}$, itemque $\frac{\alpha\vartheta}{\beta\vartheta} = \frac{\varepsilon\delta}{\delta\beta}$, data etiam sunt puncta η ϑ; ergo in priore casu recta $\eta\vartheta$ est diametrus ellipsis, in altero hyperbolae; et punctum γ quidem in priore casu ellipsim, in altero hyperbolam tangit."

Ad haec extrema verba explicanda distinctione tripartita opus esse videtur. Primum enim, quae sententia Graeci scriptoris in demonstratione componenda fuerit, mathematicorum peritos nequaquam potest latere. Tum etiam quid verba Graeca sibi velint, haud ambigue apparet. At vero singulas quasque demonstrationis partes et omnia conclusionum quasi interpuncta ex Graeci scriptoris ratione propterea, opinor, restituere non licet, quod Euclidis *τόποι πρὸς ἐπιφανείαις*, ad quos tacite scriptor provocat, perierunt. Ac praesertim synthesis loci, quae inde a pag. 1010, 16 sequitur, hac de causa lacunis quibusdam continuae demonstrationis laborat. Sed inde a verbis "ita ut sit $\frac{\delta\eta}{\alpha\zeta} = \frac{\eta\beta}{\beta\alpha}$" cet. (p. 1013, 1) haec suis quaeque locis supplenda esse videntur.

"Quia ex constructione est $\frac{\zeta\beta}{\beta\delta} = \frac{\alpha\beta}{\beta\eta} = \frac{\nu\sigma}{\sigma\tau}$, est etiam e contrario et in priore casu summâ factâ

$$\frac{\beta\eta}{\alpha\beta} = \frac{\tau\sigma}{\nu\sigma} = \frac{\beta\delta + \beta\eta}{\zeta\beta + \alpha\beta} = \frac{\delta\eta}{\alpha\zeta};$$

in altero autem casu per subtractionem

$$\frac{\beta\eta}{\alpha\beta} = \frac{\tau\sigma}{\nu\sigma} = \frac{\beta\eta - \beta\delta}{\alpha\beta - \zeta\beta} = \frac{\delta\eta}{\alpha\zeta}.$$

Sed quia ex constructione est $\frac{\alpha\vartheta}{\vartheta\beta} = \frac{\varrho\iota}{\iota\sigma}$, componendo fit $\frac{\alpha\beta}{\vartheta\beta} = \frac{\varrho\sigma}{\iota\sigma}$. Atque in analysi demonstravimus esse $\frac{\alpha\beta}{\vartheta\beta} = \frac{\varepsilon\beta}{\delta\beta}$; ergo etiam $\frac{\alpha\beta}{\vartheta\beta} = \frac{\alpha\beta - \varepsilon\beta}{\vartheta\beta - \delta\beta} = \frac{\alpha\varepsilon}{\vartheta\delta}$; itaque etiam $\frac{\alpha\varepsilon}{\vartheta\delta} = \frac{\varrho\sigma}{\iota\sigma}$, sive e contrario $\frac{\vartheta\delta}{\alpha\varepsilon} = \frac{\iota\sigma}{\varrho\sigma}$; ergo per multiplicationem

$\frac{\delta\eta \cdot \vartheta\delta}{\alpha\zeta \cdot \alpha\varepsilon} = \frac{\iota\sigma}{\upsilon\sigma} \cdot \frac{\iota\sigma}{\varrho\sigma}$. Sed ex constructione est

$$\frac{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}{\delta\gamma^2} = \frac{\iota\sigma}{\sigma\upsilon} \cdot \frac{\iota\sigma}{\sigma\varrho} \cdot \frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2},$$ et per multiplicationem

$$= \frac{\vartheta\delta \cdot \delta\eta}{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon} \cdot \frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2},$$ et ex iis quae modo demonstravimus

$$= \frac{\iota\sigma}{\sigma\upsilon} \cdot \frac{\iota\sigma}{\sigma\varrho} \cdot \frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2};$$ restat igitur, divisione per $\frac{\iota\sigma}{\sigma\upsilon} \cdot \frac{\iota\sigma}{\sigma\varrho}$ factâ,

$\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon}{\delta\gamma^2} = \frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2}$, sive quia $\frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2}$ data proportio est, eique aequalis facta $\frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2}$ (vid. p. 1009),

$$= \frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\beta^2};$$ ergo

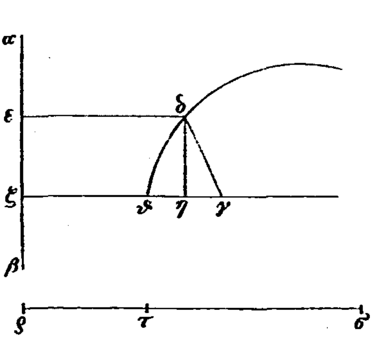
$\frac{\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \varepsilon\delta^2}{\delta\gamma^2 + \delta\beta^2} = \frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2}$. Sed quia ex constructione $\varepsilon\delta = \delta\zeta$, et propter elem. 2, 6 est $\zeta\alpha \cdot \alpha\varepsilon + \varepsilon\delta^2 = \alpha\delta^2$, est igitur

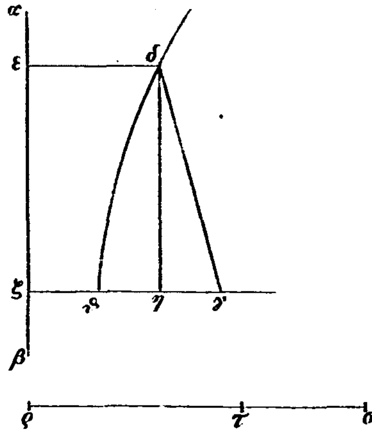
$\frac{\alpha\delta^2}{\delta\gamma^2 + \delta\beta^2} = \frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2}$ Et est $\frac{\varrho\iota^2}{\iota\sigma^2}$ data proportio; apparet autem, quocunque ex rectae $\vartheta\beta$ puncto ad lineam $\vartheta\varkappa$ perpendicularem $\delta\gamma$ ducimus, eandem manere proportionem $\frac{\alpha\delta^2}{\delta\gamma^2 + \delta\beta^2}$, id est ipsam datam; ergo in priore casu linea $\vartheta\varkappa$ est pars ellipsis, in altero hyperbolae" (conf. append. ad p. 1015).

VII Propos. 238 p. 1015. Quo facilius demonstratio superioris propositionis intellegatur, non alienum esse videtur alteram huius propositionis partem in Graeco codice perditam secundum Commandinum addere.

"Rursus sit data proportio minoris ad maius, vel maioris ad minus, id est, sit $\gamma\delta \gtreqless \delta\varepsilon$; demonstretur punctum δ in priore casu ellipsim, in altero hyperbolam tangere."

"Fiant omnia similiter ac supra (in eodem lemmate de parabola) praecepimus; erit igitur $\zeta\eta^2 \gtreqless \delta\eta^2 + \eta\gamma^2$; et est $\zeta\gamma$ positione data, et data duo puncta ζ γ; ergo punctum δ ellipsim vel hyperbolam tangit; id enim supra (lemm. IV) demonstratum est."



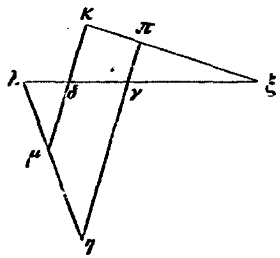


"Componetur sic. Sit rursus recta positione data $\alpha\beta$, et datum punctum γ; sit autem data proportio $\varrho\tau : \tau\sigma$, eaque in priore casu < 1, in altero > 1; et ducatur perpendicularis $\gamma\zeta$, et cum $\gamma\zeta$ positione ac duo puncta ζ γ data sint, inveniatur in priore casu pars ellipsis $\delta\vartheta$, in altero pars hyperbolae $\delta\vartheta$, ita ut, si in utraque quodvis punctum δ sumatur ac perpendicularis $\delta\eta$ ducatur, sit $\frac{\zeta\eta^2}{\delta\eta^2 + \eta\gamma^2} = \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2}$; dico lineam $\delta\vartheta$ locum efficere, id est, si quaevis $\gamma\delta$ et perpendicularis $\delta\varepsilon$ ducatur, esse $\gamma\delta : \delta\varepsilon = \varrho\tau : \tau\sigma$."

"Ducatur perpendicularis $\delta\eta$; ergo propter ellipsis vel hyperbolae constructionem est $\frac{\zeta\eta^2}{\delta\eta^2 + \eta\gamma^2} = \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2}$. Et ex constructione est $\zeta\eta = \varepsilon\delta$, et $\delta\eta^2 + \eta\gamma^2 = \delta\gamma^2$; ergo est $\frac{\varepsilon\delta^2}{\delta\gamma^2} = \frac{\varrho\tau^2}{\tau\sigma^2}$; ideoque $\frac{\varepsilon\delta}{\delta\gamma} = \frac{\varrho\tau}{\tau\sigma}$; ergo linea $\delta\vartheta$ locum efficit."

VIII p. 1024, 23: εὐκολώτερον] εὐκοπώτερον coniecimus in indice v. εὐκόλως.

VIII Propos. 13 p. 1079, 4: Et quoniam est $\frac{\xi\delta\cdot\delta\lambda}{\mu\delta\cdot\delta\varkappa} = \frac{\xi\gamma\cdot\gamma\lambda}{\eta\gamma\cdot\gamma\pi} = \frac{\xi\gamma\cdot\gamma\lambda}{\nu\gamma\cdot\gamma\vartheta}$] Horum prius, esse $\frac{\xi\delta\cdot\delta\lambda}{\mu\delta\cdot\delta\varkappa} = \frac{\xi\gamma\cdot\gamma\lambda}{\eta\gamma\cdot\gamma\pi}$, sive $\frac{\xi\delta}{\delta\varkappa}\cdot\frac{\delta\lambda}{\mu\delta} = \frac{\xi\gamma}{\gamma\pi}\cdot\frac{\gamma\lambda}{\eta\gamma}$, sponte sequitur ex constructione parallelarum; est enim $\frac{\xi\delta}{\delta\varkappa} = \frac{\xi\gamma}{\gamma\pi}$, et $\frac{\delta\lambda}{\mu\delta} = \frac{\gamma\lambda}{\eta\gamma}$, id quod paulo latius



peculiari lemmate explicat Commandinus. Alterum autem, ab eodem separatim demonstratum, ex Apollonii conicis facile sic efficitur: Recta $\lambda\delta\gamma\xi$ ex constructione parallela est ellipseos diametro $\zeta\varepsilon$ (vide fig. p. 1078); iam fingatur diametrus huic coniugata (defin. 17), cui parallelae sunt ordinatae $\mu\delta\varkappa$ $\nu\gamma\vartheta$. Porro fingantur rectae, quae ellipsim in terminis diametrorum coniugatarum tangunt, in uno puncto, a parte punctorum $\lambda\ \varkappa\ \vartheta$, convenientes (conic. 3, 17); ergo harum tangentium altera erit parallela rectae $\lambda\xi$, altera rectis $\nu\vartheta$ $\mu\varkappa$ (2, 6); itaque (3, 17), ut harum tangentium quadrata, ita se habent primum rectangula $\xi\delta\cdot\delta\lambda : \mu\delta\cdot\delta\varkappa$, tum rectangula $\xi\gamma\cdot\gamma\lambda : \nu\gamma\cdot\gamma\vartheta$; ergo $\frac{\xi\delta\cdot\delta\lambda}{\mu\delta\cdot\delta\varkappa} = \frac{\xi\gamma\cdot\gamma\lambda}{\nu\gamma\cdot\gamma\vartheta}$.

Her. exc. p. 1123. 1131. 1136. Figura quae cuneum et altera quae ergatam repraesentat ad similitudinem earum quae in Joh. Muelleri institutionibus physicis occurrunt non prius expressae sunt quam id fieri concesserunt honestissimi bibliopolae Friedericus Vieweg et filius Brunsvicenses.

Her. exc. p. 1132, 18: ἀποτεθέντα] Immo ἀποταθέντα: vide indic. v. ἀποτείνειν.

Schol. p. 1168, 12: κείσθω] Ambiguum scripturae compendium, quod in codice exstat, potius ἔστω legendum esse videtur. Conf. compendiorum conspectum sub εἶναι.

Schol. p. 1175, 2: ἴσαι, δείκνυνται αἱ ΒΕ ΓΞ ἴσαι] Lege ἴσαι δείκνυνται αἱ ΒΕ ΓΞ περιφέρειαι. De nota vocabuli περιφέρειαι vide compendiorum conspectum h. v.

Schol. p. 1176, 5: μείζονος οὔσης τῆς ΒΕ *** *τῆς ΓΞ*] Duo compendia quae post *BE* in codice exstant, olim obscura, posthac contigit ut solverem in *περιφερείας ἐλάσσονος* (vide *Correspondenzblatt des königl. stenographischen Instituts zu Dresden*, a. 1878 p. 50). Ergo scholium sic legendum est: *μείζονος οὔσης τῆς ΒΕ περιφερείας, ἐλάσσονος δὲ τῆς ΓΞ.*

Schol. p. 1177, 3: *λοιπὴ ἄρα*] Restituendum est *καὶ* ante *λοιπὴ*, cuius compendium exstat in codice (conf. *Correspondenzblatt* l. c.).

DE LOCO QUI *ΑΝΑΛΥΟΜΕΝΟΣ* VOCATUR

EPIMETRUM.

Ad ea quae Pappus initio libri VII (p. 634) de ratione analytica disserit non alienum est conferre illa quae Marinus in commentario in Euclidis data (Euclidis dat. ed. Claud. Hardy p. 13) de eodem argumento exponit.

Τί τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τῶν δεδομένων πραγματείας; Διακριθέντος τοίνυν κοινότερον καὶ ὅσον ἱκανὸν[1] *πρὸς τὴν παροῦσαν χρείαν*[2] *τοῦ δεδομένου, ἐφεξῆς ἂν εἴη τὸ χρήσιμον τῆς περὶ αὐτοῦ πραγματείας ἀποδοῦναι*[3]. *ἔστι δὲ καὶ τοῦτο τῶν πρὸς ἄλλο*[4] *ἐχόντων τὴν ἀναφοράν. πρὸς γὰρ τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαιοτάτη ἐστὶν ἡ τούτου γνῶσις. ὅσην δ᾽ ἔχει δύναμιν ἐν ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις καὶ ταῖς συγγενῶς ἐχούσαις ὀπτικαῖς τε καὶ κανονικαῖς ὁ ἀναλυόμενος τόπος, ἐν ἄλλοις διώρισται, καὶ ὅτι ἀποδείξεώς ἐστιν εὕρεσις ἡ ἀνάλυσις, καὶ ὅτι πρὸς εὕρεσιν τῆς τῶν ὁμοίων ἀποδείξεως ἡμῖν συμβάλλεται, καὶ ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ δύναμιν ἀναλυτικὴν κτήσασθαι τοῦ πολλὰς ἀποδείξεις τῶν ἐπὶ μέρους ἔχειν.*

Ut igitur Pappus (p. 634, 6) laudat *δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προβλημάτων*, ita Marinus, postquam analysin *εὕρεσιν*

---

1) *ὅσον ἱκανὸν Hu, ἴσον καὶ* Hardy 2) *χρεῖαν* Hardy 3) *ἀποδοτέον* coni. *Hu* 4) *ἀλλὸ* Hardy.

interpretatus est, possidere *δύναμιν ἀναλυτικήν* satius esse dicit quam multas demonstrationes singulares in promptu habere. Ac similiter etiam Proclus in I Euclidis elementorum librum (p. 42, 18—21) *τὴν ἀναλυτικὴν δύναμιν* praedicat. Quos locos comparantibus manifestum est non ex Pappi collectione Marinum ea repetivisse quae de simili argumento tradit; fonte autem eodem utrumque usum esse veri simillimum videtur. Itaque cum tres viros mathematicos afferat Pappus (p. 634, 8 sqq.), qui locum analyticum pertractaverint, Euclidem, Apollonium, Aristaeum maiorem, facere non possumus quin unum ex his auctorem esse statuamus illius disputationis de facultatis analyticae praestantia, unde et Pappus et Marinus ea quae diximus repetiverint. Et quoniam primus analyticae doctrinae auctor Euclides fuit, hunc etiam putamus vel ipsum scripsisse vel discipulis suis in scholis tradidisse nonnulla de rationis analyticae natura et gravitate, cuius expositionis vestigia quaedam manserunt apud Pappum et Marinum, denique etiam (nisi forte de hoc aliis videbitur aliter) apud Proclum.

V.

SUPPLEMENTUM

VARIAE SCRIPTURAE E CODICE VATICANO ENOTATAE.

Quoniam codex Vaticanus Gr. 218 unus fons est omnis scripturae antiquitus traditae, non supervacaneum visum est leviores etiam discrepantias, velut spirituum, accentuum, ι adscripti, in hoc adnotationis criticae supplementum conferre. Cuius generis varietas crebrior adscripta est ad priorem collectionis partem, quam ipse excussi (conf. vol. I p. VII), rarior ad libros VI VII VIII. Libri VII capita 212—290, quam ad partem eae discrepantiae nondum enotatae erant, cum codice Vaticano denuo contuli anno 1876.

Pag. 2, 1. εκατοντάδος (sine spir.) 5. έ έ έ Δ Γ 8. δεκαδων (sine acc.) εκατον (sine spir. et acc.) 10. στερεον 15. ελάσσων 16. αυτῶν 19. ὑπο (ante τετράδος) 20. εκατοντὰς καθο

4, 4. διατῶν 6. ἔστιν εκατοντάδων 7. τουτεστιν 11. ανάγκης 16. δῆλον ότι 19. οἱ $\overline{\text{Α·Β}}$ 22. οιον

6, 1. ἔστι δια 7. εκαστος εκατοντάδος 8. ὑπο 10. ἑκατονταδος 11. αυτους 26. εἰσιν 29. αλλαδὴ

8, 6. καταλείπη 8. ἔστιν ὁ εκατονταπλάσιος 10. τῶ 11. ἀριθμου 20. στερεος δεκακις 21. καὶ ἔστι 22. φερ᾽ 25. ὁσεστιν 27. στερεω

10, 1. εκάτερος 2. ὑπο 7. εκατονταπλάσιος ἔστιν 12. στερεος ἔστιν 15. ἀριθμοι 16. εκατοντάδος 20. ἔστιν 22. ἔστι 26. 27. στερεὸς ἔστιν 29. τουτεστιν 31. τριων

12, 4. τετραδος 9. ἔστι 16. οντα

14, 3. δῆλον 4. ἔστω 8. 9. εκατοντάκις ἔστιν 11. φερ᾽ εἰπειν 13. ἔστιν 14. ἔστιν ουτος 16. τοῦ Κ Δ 19. εξαυτῶν 26. διαδὴ 28. καὶ ἔστὶν

16, 3. τοῦ ϰ έ 17. δἔπὶ θεώρημα ϰ ϛ 21. εκατοντάδος ὑπο 23. εκαστος 26. δη 27. ὑπο

18, 11. ἢ $\overline{\alpha}$ ἢ δύο ἢ τρεῖς 19. εἰσιν 20. 21. ἡ ὅσος δ᾽ εκατὸνταπλάσιος 21. ἢ 22. ὁμωνύμοι 23. 24. προδῆλον πῶσεστιν 25. εκτουτὸν 27. εἴληφειο δεύτερον 29. εξῆς

20, 1. εξοχον ἔννεα 6. ἑκατονταδος 7. μεν ἔστιν εκατοντάδος 8. ὑπο 8. 9. συνταῖς 12. επτακαιδεκα τα 13. καν 15. τοις δ᾽ ε ιζ 16. $\overline{\text{ΙΒ}}$ 18. ενναπλας δεκα 22. εννααπλᾶς δεκατα ἐκ

22, 1. τουτεστιν 5. διαλλήλων πολλαπλασιασωμεν 7. δετούτω

24, 26. αρτεμιδος

26, 3. τάτε

28, 19. ννενναπλῶν 20. εχαπλῶν $\overline{\varepsilon\chi}$ (delendus igitur spiritus lenis in ἐχαπλῶν p. 29 adnot. ad vs. 20) 21. ἐστι

30, 6. δὲ ενωι τινων 9. ὄντιν' οὖν 12. κανᾳδύνατον πως 13. συγγωστος εστιν 15. ἐκαν ῆι 17. πρώτῃ γοῦν τινὲς

32, 26. ἀνάλογον εἰσὶν

34, 3. ιέριος

36, 2. ποτε (at vs. 1. ποτὲ) 18. καὶ ἐστὶν, item vs. 26

38, 1. μείζονα τινὰ ἐστιν 10. πίπτον (item BS) 14. οπου αν λάβῃ 16. λέγῃ

40, 1. ἐστιν 3. τουτεστιν 17. εντυγχανόντων 23. δοθεῖσα ἐστιν

42, 1. δοθεῖσα ἐστιν, item vs. 5 sq. 13. 17 23. ἴσῃ οὖσα 25. καί ἐστιν

44, 4. δοθεῖσα ἐστιν $\overline{ZK}$ δοθείσῃ 6. καί ἐστιν 8. δοθεῖσα ἐστιν

46, 3. ἀρχῇ 14. ωδε 19. μὴ δὲ et sic passim aliis locis 21. ἄλλό τι 22. ουχοιδαπως

48, 8. συγχωρήσῃ 17. ῃν 20. εστιν

50, 5. ἐστιν 9. ἐστι 13. ἐπει εστὶν 18. ἐστιν 20. αλλως το αυτο 25. ἐστιν

52, 10. ἐστιν

54, 13. μιας 14. ῃ 30. ἐστιν 31. μεσολαβω

56, 9. μετα τινος

58, 4. 5. βούλοιτο τις 17. ἐστι 21. ἀδύνατον ἐστι

60, 17. ἐστιν 20. διχὰ 21. ἐστιν, item vs. 24. 27

62, 2. τῇ $\overline{\Theta K}$ 3. ἐστιν 4. ἐστι, item vs. 11 16. ἐστιν 16. 17. καθὰ φησὶν 17. δὲ φησὶν 23. κανωνιον A[1], ut videtur, κανονιον A[2]

64, 5. ἀνάλογον εἰσὶν, item vs. 15 9. ἐστιν, item vs. 11. 13. 14 16. ῆτε $\overline{BA}$

66, 2. 3. κανόνιον τι 4. εστῶτι 20. ἐστιν 21. επεξείχθωσαν 23. ἐστὶν

68, 22. αὐτῃ καθειον ἀγαγων 26. ἐστι, item vs. 28 31. ἐστιν

70, 1. ἡ ποιων ευθειων 1. 2. τρίτῃ ἀνάλογον ἐστιν 21. ὅτ' ἂν, item posthac

72, 12. διχὰ, item vs. 26 et porro postea 22. ἀνάλογον εἰσὶν

74, 6. ἐστιν, item vs. 7. 8. ἐστι 9. ἐστιν

76, 1. ἐστιν, item vs. 2 20. ων 21. ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ 23. ἐστιν

80, 6. τίς ἐθέλῃ 13. ον εχει 17. τριων μεσον 22. δῆλονότι

82, 7. ἐστιν, item vs. 12. 13. 16.

84, 3. αι χρήσιμοι 14. ἁρμονικῆ (sine ι subscr.) 15. διων δηι 19. ὅρος η 21. εκιῃ

86, 1. καθα 18. ἀρχῇ 21. καθ' ἅ φησὶν

88, 8. ἀνάλογον εἰσὶν, item vs. 17 sq. 11. ουτως 15. ἐστιν 23. διπλασία

90, 3. ημισυς ειῃ 10. κανταῦθα 17. ἀνάλογον εἰσὶν

92, 3. η υπερέχουσιν καὶ εις 4. η τῶν, item vs. 5 6. 7. ἐστιν ἁρμονικη καὶ δῆλονότι 23. ὅπέρ ἐστι 26. ῃ αυτη καταγραφῃ

94, 3. εἰσι 5. ἐστιν 10. ἐστι 11. ῃ ὑπερέχει 16. αὐτῃ 23. υπεροχη ῃ υπερεχει 25. ἐστιν

96, 5. 6. η υπερέχει 8. ἡ ὑπερέχει

98, 7. ῃ ὑπερέχουσιν, item vs. 10 26. ἡ ὑπερέχει, item vs. 28

100, 3. ἴδιον ἐστιν 12. 13. ῃ ὑπερέχουσιν 14. η ὑπερέχουσιν 15. ἐστιν 25. δις, item vs. 28

102, 3. η

104, 7. η τῶν $\overline{\varsigma}$ μοναδων 8. εἰσι, item vs. 10 9. τοῦτεστι μοναδων 10. μοναδες, item vs. 11 12. 13. καθ' ὅμοια 21. καί ἐστι 25. λαβεῖν τί 28. εκτος

106, 1. δῆλονότι 2. διχὰ 3. ἀποδείξῃ 5. μείζονες εἰσὶν 6. ἀπειραχως ουκακαιρον 12. συσταθῆναι τινὰς 16. διχὰ et sic posthac 21. μείζονες εἰσὶ 22. ἀφῃρήσθω 26. τοῦτέστιν

108, 1. ἐστι 5. συναμφοτέρω 6. απειραχως 15. ἀφῃρήσθω 16. συναμφοτέρω 17. μείζονες εἴσιν 19. ἀφῃρήσθω

110, 3. ων συναμφότερος 4. ἐστιν λοιπῃ ἄρα 5. οὖν τῇ 9. ἐστι, item vs. 10 (post ἴση) 15. εκτος 17. η ἰσοσκελὲς 19. συνεσταιωσαν τινες 19. 20. ἐλάσσονες εἴσιν

112, 4. 5. πολλῷ μαλλον 6. εἴσιν 7. ων μέντοι 8. 9. εκτος εντος τινες 19. εσονται ΔΗ αἱ 21. ληφθῇ

114, 15. επεζεύχθωσαν 23. ἂν δὲ ἑκατέρα ἴσην 24. ὑποθεσθαι

116, 1. κατα το αυτο 4. αυτῃ ιση η 6. εκατερα 7. εκατεραι 22. τουτεστι

118, 1. επει δ' εδει A^1, δὲ δεῖ corr. A^2 3. ἐστιν 5. ὅσω αν 6. τῷ 18. ἂν γὰρ ἧ—ἐνῷ

120, 1. διαχθη 3. κλασθῇ, item vs. 5. 9 11. ἐπιτάξῃ

122, 1. κλασθῇ 4. τῇ δοθείσῃ ευθεια 13. μια 21. ου ἐπὶ

124, 1. η ἐν 4. 5. ἐστιν η ἐν 8. καὶ ἐστιν 10. η η διπλη

126, 3. ἐστιν, item vs. 5. 9 14. ὅσω

128, 10. ἐστιν 17. τῇ ΔΕ ΔΓ ἴση 19. τί σημεῖον 20. ἐστιν, item vs. 22 23. 24. μείζονες εἴσιν

130, 2. ἐστιν 12. 13. ἀριθμους η και μείζονας η 19. ἐπεζεύχθωσαν 21. ἔλασσον ἐστιν 23. 24. μείζων ἡ

132, 1. πολυεδρα 8. διαμέτρω, item vs. 15 9. διπλῃ 18. ἥξει 19. διχα 20. διάμετρός 21. διχὰ

134, 6. η ὑπερέχει 12. εντοῖς 16. παράλληλοι εἰσι 18. ετέραν εχει 19. ὅπέρ ἐστιν

136, 13. τε εἴσιν 19. 20. παράλληλοι εἰσὶν 26. ὡς ἐστιν

138, 16. ἐστιν, item vs. 17. 25

140, 6. ἐστιν 7. εἰσὶν 9. ἀνιουσας 11. ετερομηκες 14. ἐπιπέδω καὶ ἐφεσταιω 22. ὅλη ἄρα ὅλῃ 23. ἐστιν

142, 14. ἐκβληθῇ, item vs. 23 19. εκβληθεν 20. τομην οὐ διαμετρος 22. αχθη 23. αυτῃ 29. εκατερα

144, 18. εκατέρου

146, 4. 5. παράλληλα ἐστιν 14. και εστιν 19. οὐσων 20. ημιολια ἐστιν

148, 1. ἡμιολια τη δυναμει 10. αυτα 15. ἐστιν σφαιρα 16. εἴσιν

150, 2. εκατέρου ἡμιολια 7. διπλασιων 8. συνεωρατο δ' ὅτι εισγε 10. ων εις

152, 4. ἐπιζευχθείσῃ 15. αυτοις 21. εχει ονητου ἐξαγώνου

154, 2. 3. ον η του, item vs. 4 21. 22. ὃν η του 22. εξαγώνου 25. εκατερα εκατέρας 31. ευχερης 33. ἐστιν

156, 2. εξαγώνου 3. 4. και εστιν 5. ἐστιν 7. το δωδεκαεδρον

158, 5. ἐστιν, item vs. 16 7. και εστιν 8. ἐπιπέδω 12. τοῦτέστιν 14. εὐθεῖαι εἰσὶν 19. ον εξαγώνου

160, 9. ου (ante πλευρὰ)

162, 21. αὐτοι του εἰκοσαεδρου

164, 1. παππου 2. κατασκευην 3. ἀναλογον 8. ἐστιν 18. ἦχται 19. ἀνάλογον ἐστιν εστιν ἄρα 24. τοῦτέστιν

166, 3. κέντρω 6. τρηματιου 6. 7. εἴσαυτο 12. 13. καθοπηιον οὖν 20. 21. αν η αὐτῷ μεση γραμμη (sed incertus accentus super αυτω) 25 τῇ (ante ἀποδείξει)

168, 6. ἐστιν, item vs. 9 (ante τῆς ΒΔ). 11. 12. 17. 18. 23. 24 7. ἐστι, item vs. 9 (ante τῆς ἡμισείας) 10. πολλῷ 11. τῇ ΖΗ

170, 3. ῆκται 4. ἐστιν, item vs. 13. 14 4. ἀπὸ τῆς εκπρὸς 7. τῷ ΒΚΘ 8. ὅμοιον ἐστι 9. εκαστω ἐστιν 14. αλλως τὸ 20. ἐστιν, item vs. 26

172, 8. ἐστιν 12. μιᾷ πλευρᾷ 13. εσονται εκατερα εκατερα

17. τουτεστι 20. ἀνάλογον, item vs. 24. 25 ἀναλογία 23. 24. οὐχέστι 26. ἀνάλογον ἐστι τῶν $\overline{EA}$ $\overline{AZ}$ ἐστιν 29. ἐστιν, item vs. 31 30. ἑκατερα

174, 1. 2. ἀνάλογον εστιν 4. ἐστιν ὡς 8. ἐστιν, item vs. 10 14. ἀναλογία 15. ἀνάλογον εἰσὶν 17. κατασκευῇ 19. ευρίσκει, item vs. 25 20. ἀναλογον 24. αυτῇ 25. ανισους

176, 1. ευρίσκεται 11. ἐπιζευχθῇ 13. 14. γωνίαι η εστιν 17. παραλληλόγραμμον ἐστιν 24. παράλληλοι εἰσὶν

178, 3. ἐστιν, item vs. 5. 8 bis. 10 3. βάσεως ἐστιν, item vs. 6 11. ῃ εστιν καὶ εστι 14. ρητην 16. διχὰ 17. αλογος ἐστιν 21. ἐστιν (ante τῷ ἐπὶ) ου κέντρον ἐστιν

180, 1. ἐστιν, item vs. 10. 11. 13. 15. 22 4. ον ις 5. ὀν $\overline{\xi\Delta}$ 15. 16. συμμετρος εστιν ῥητῃ τῇ $\overline{AB}$ ἀποτομη ἄρα τετάρτῃ ἐστιν ἡ $\overline{\Theta H}$ ῥητῃ 17. αυτῆς 18. ἄλογος ἐστιν 18. 19. τὸ δις υπο 20. τὸ δις 22. τῶι δις εστιν 24. ἐστιν, item vs. 27 25. τοῦ δις 26. 27. ὡσεν προσεν παντα 29. δις sine acc., item posthac

182, 2. ἀφῃρήσθω 3. ἐστιν, item vs. 5. 6. 16. 19. 20 3. ων τὸ 9. διχὰ 10. ῃ ὑπερέχει η 11. μεταρητοῦ 21. εἰσὶν

184, 3. ἐστιν, item vs. 4. 6. 7. 14. 15 10. εἰσὶν 12. σύμμετρον ἐστιν ῥητὴ

186, 3. 4. καὶ ἐστιν 7. η ὑπερέχει μεταρητοῦ 13. ἐστιν 16. ῃ $\overline{EN}$ (ante ἴσῃ)

188, 5. ἐστιν, item vs. 6 (ante δέ). 8. 9. 10. 11. 13 (ante τῇ). 14 bis. 15. 24 bis. 25 12. αλλη ὑπὸ

190, 1. ἐστιν bis, item vs. 2 bis. 4 (ante καὶ). 5. 6 (ante ῄ). 9. 15. 19. 22. 23 bis 3. ὀρθῃ (ante τῇ) 4. εστιν ἴσῃ 6. καθετος ἐστιν 9. τῇ $\overline{IIK}$ τῇ $\overline{IIZ}$

192, 4. καθετος ἐστιν 8. δοθεῖσα ἐστιν 13. κάθετος ἐστιν δοθεῖσα ἐστι, item vs. 24 sq.

16. ὡσέστι 18. ἐστιν ὡς 19. ῃτε $\overline{AΓ}$ 20. καὶ ἐστι 25. ἄρα ἐστιν

194, 3. δοθεῖσα ἐστιν, item vs. 11 sq. 24 6. ἐστιν 15. κατα ταυτα 19. δοθεῖσα ἐστι

196, 2. δια τα αυτα 3. ἐστιν, item vs. 8 15. πλευρὰν μία πλευρα 17. δοθεῖσα ἐστιν 26. δοθεῖσα ἐστὶν (sic), item p. 198, 16

198, 2. δοθεῖσα ἐστιν, item vs. 7 sq. 29 sq. 3. δοθεν ἐστιν 5. τουτέστιν 10. 11. ἐστιν κύκλος οὗ

200, 1. δοθεῖσα ἐστιν 2. ἐστιν bis 8. οὐδεὶν ἔστω ευρεῖν 23. δοθεῖσα ἐστιν 24. δοθεισα ἐστιν ὥστε δοθεῖσα ἐστὶν

202, 8. ἐστιν bis, omisso accentu, quam varietatem perinde atque in forma ἐστι posthac enotare desii. Variae scripturae formae τουτέστι(ν) a me ipso usque ad finem libri quinti ubique adnotatae sunt, ac multas etiam eiusmodi notas inveni in schedis ad libros qui sequuntur; sed post p. 694 haec quoque discrepantia omissa est.

202, 9. λοιπὴ τῇ 13. γωνία πάλιν 17. γωνία ἐστιν 21. ῆχται 25. ὀρθῃ

204, 6. αυτῇ 9. 10. γωνία ἤχθω 13. παράλληλος ἐστιν, item vs. 17 19. επεζεύχθω 20. τῇ $\overline{\Delta E}$ ἐστιν

206, 5. εκατέρα 10. γωνία τῇ 20. κοινη αφῃρήσθω 22. τρίγωνα ἐστιν

208, 9. ἐν τισιν τοιαυτῃ · 12. ὁ δὴ καλοῦσιν αρβηλον εγγράφθωσαν et superscr. εγ prima, ut videtur, manu 13. ὅσοι δῆποτ' οὖν 19. μοναδι

210, 18. παράλληλος τε 20. 21. γαρ η δια τῶν K $\overline{E}$ οὐχ ἥξει 23. εκτος ἥξει

212, 4. ηουτως 7. τουτεστιν 10. ἀνάλογον εἰσιν

214, 7. παράλληλοι εἰσὶν 10. διάμετροι εἰσὶν 20. αν δε η

222, 6. ἐφαπτεται τις 7. $\overline{IE}$ 17. ἥξει 18. 19. ἰσογώνιον ἐστιν

224, 3. ην 24. μοναδι, item p. 228, 11

228, 9. τετραπλασια 10. καθ-αυτὰς 33. ὑποτεθῇ

230, 4. 5. τετραπλασια μηκει 5. διπλη μηκει 7. τριπλη η δ' ἀπὸ 8. τετραπλη

232, 18. ημιολια 19. τριπλασια πάλιν επει εστιν 22. η δ' ἀπὸ 27. πολλαπλασιαι

234, 2. προύτεινεν 3. θαυμαστῇ — ἐπιβολη 10. 11. αυτηι αρξαμενον τι 16. οια ἐστιν 18. αυτηι δὲ 20. ητις γαρ αν διαχθη ἐκβληθῇ 23. ῥαιδιον 24. ενω μὲν 30. αυταιεαυταῖς 32. αιτινες

238, 20. καν 22. γραφη 26. γραφομεν

240, 18. εκτετοῦ 24. εἰρημενον 25. τουτέστιν 26. τοῦτέστιν 29. εκτετοῦ

242, 2. εκβληθῇ 3. οιον ἐστιν ενος 9. οιων εστιν 16. τί σημεῖον

244, 12. ετερα τις 15. δὲ φησὶν κανων 18. αυτη 22. τουτεστιν 24. καθετων

246, 1. τριχὰ 6. διαγειν

248, 4. διχὰ 8. αὐτηι 10. ἢ τῇι 15. διχὰ αὐτη

250, 26. δει κυβον

252, 1. και τινων 19. επί τα αυτα 22. ητις γὰρ ἂν διαχθη

254, 8. ταχεσιν αχριτοις 9. συμβη τοῦτο δεπως 16. ηπερ τομη 23. χρη τη δόξη

256, 11. 12. μη εστιν ητοι 31. εὐθεῖα 32. ευθεία (sic), item p. 258, 4

258, 8. ευθεια 10. πρὸσελάσσονα 13. ευθεῖα 14. τετραπλασιων 15. περιφερεια ἴσης 18. διπλάσιον ἐστι

260, 4. ἐπιφανεια αυτηι

262, 1. αυτος η τω τῆς $\overline{BA}$ πρὸς τὴν $A\varDelta\Gamma$ η 7 κινουμένηι 9. ποιειτω 13. κυλινδροειδει ἄρα ἐπιφανεία 14. κωνικηι 15. ἐπιφανειαι ημσειαν 16. ηγμενηι 20. προσηι τὸ 23. αρα

264, 1. δῆλονότι ἂν ὀρθὴ η υπο 4. κατευθείας 5. καταμιᾶς 8. σφαίρα 13. δετι 15. ηιισὰν γραφη 17. ἂν εκτεθη τετάρτη μόριον 19. ἐπιζευχθῇ

266, 3. διπλασια

268, 4. ἐπιφανεία 7. τουτέστιν 15. τετάρτημόριον 17. ὀκταπλασια, item vs. 5

270, 2. τεμειν 10. ἢ καὶ 14. γραμμικον 24. και τινες 27. ἕλικες εἰσὶν τετραγωνίζουσαι τε κισσοειδεις 30. η τῶν 31. οιον ἐστιν

272, 3. στερεω 10. 11. οἷοι ἦσαν ex silentio 20. 21. δοθεῖσα ἐστιν 21. καὶ ἐστιν, item vs. 23 24. περιφερειαι

274, 5. αυτηι 18. τριχὰ

276, 7. διχα, item vs. 18 8. εἰσιν 13. τριχα, item vs. 19 16. τυγχάνη ἀπολαβοντες τινα 22. ἀπειληφθω 30. τριχὰ

278, 6. ἀσύμπτωτοι εἰσιν 13. τῶ 14. καὶ ἐστιν 20. ης

280, 1. παρην 3. τινι ευθεια 14. καὶ ἐστιν 17. ἀσύμπτωτοι εἰσὶ

282, 6. τῇ 17. ης, item vs. 23

284, 1. ὑπερβολη συνειδειν ῥαιδιον 3. 4. τριχα τεμειν τὴν γωνίαν η 4. ἐξέθεντο τινὲς 7. ἀπειληφθω 10. διχα 21. τριχα

286, 18. τοῦτέστιν 28. εστιν, item p. 288, 1 29. τοῦτ' ἔστιν

288, 10. η ταῖς

290, 11. διχα

292, 2. εὐθεία 4. περιφερεία 9. ἐστιν 15. τετάρτημόριον 17. τῇ βεβηκυῖα γωνία

294, 12. ἐστιν ἴση τῇ, sed paulo post recte καὶ ἔστιν

296, 5. περι | ἔχουσαν

298, 5. διαπορης 25. ἐστιν δοθεὶς καὶ ἐστι

300, 8. διχὰ

302, 4. ευθειας 14. τινὲς 17. περιφερεία

304, 7. 8. απέτειμεν τισὶν

. 13. χαν 14. ητε 15. θαυμαστῆτις 20. 21. ἥτινα 27. ὤιοντο δειν 28. παρακεῖσθαι τε 29. εμπιπτοντα τινα ετερα

306, 16. ἐλάσσονές εἰσὶν 31. μεῖζον ἐστὶν

308, 2. ζητήσομεν τι 4. μεῖζον ἐστιν, item vs. 8 5. ὅτ᾽ ἂν 15. 16. πολυγωνοτερον ἐστιν 26. καὶ εἰσὶν

310, 4. ηπερ 24. ἰσόπλευροντε

312, 14. ὅμοια ἐστι 18. καὶ ἐστι

314, 11. το εγγραφὲν 12. εγγραφειη 13. αιει διχα τεμνοίντο 19. 20. οποσαγωνου ηδ᾽ εκ 22. μεῖζον ἐστιν, item p. 316, 10 31. διχα

316, 2. τινὰ 7. συναφων 15. καὶ ἐστὶ 23. ἰσόπλευρον τε ἐστιν

318, 2. συναμφοτεραι, item vs. 6 9. 10. μείζονες εἰσὶν, item vs. 11. 12. 14. 17 12. καὶ ἐστι

320, 3. ἄρα μείζονες εἰσὶν (at recte paulo antea μείζονές εἰσιν) 5. μείζονες εἰσιν 7. ἑκατερα εκατεραι 13. αυτηι 21. μεῖζον ἐστιν 27. μείζονες εισιν 28. μειζον ἐστιν 29. εκατερα εκατεραι

322, 14. 15. τῇ $\overline{ΗΕ}$

324, 8. διχα

326, 2. 3. μείζονές εἰσὶν, item vs. 5 22. τουτἔστιν 29. μεῖζον ἐστιν 32. αλληλα ἐστιν

328, 16. διχὰ 20. διχα 21. μείζονες εἰσὶν

330, 2. ἐπει ἐστιν 9. ὁμοια ἐστι 12. εκατερα εκατεραι 22 adn. εἰσιν

332, 2. ἡ μείζων ἐστιν παραλληλος η 5. μεῖζον ἐστιν 10. τουτεστιν 14. 15. ἰσόπλευρον τε ἐστιν 22. 23. εφης 32. ἀει (sed paulo post p. 334, 1. ἀεὶ)

334, 3. ἰσογώνιον ἐστι 14. αὐτῶ 16. ἰσόπλευρον τε εστιν 20. ἰσόπλευρον τε

336, 5. τετραπλάσιον ἐστιν

338, 5. μὴ εστιν

340, 4. δῆλονότι 5. $\overline{ΒΔΘ}$ τομεα 11. 12. ἄλληλα ἐστιν 20. ὅμοια ἐστιν ἴση ἐστιν, item vs. 28 25. τουτεστιν

346, 15. γεγραμμέναι εἰσιν 29. ὀρθη

348, 6. μεῖζον ἐστιν 20. ἀνάλογον ἐστιν

350, 6. μεῖζον ἐστι 21. φιλόσοφοι φασὶν 29. ῥαίδιον 30. φερ᾽

352, 11. δέστιν 14. 15. τρισκαιδέκατόν ἀριθμὸν 17. ὀκτάεδρον ἐστιν 19. μετα τουτο

354, 3. εν εστιν 9. τελευταῖον ἐστιν 18. τεσσαρσιν 19. γωνίων

356, 3. δῆλονότι 4. πλευραι εἰσὶ 8. εἰσὶν, item vs. 9 10. ἀναγκαῖον ἐστιν 28. εξει

358, 5. τὲ 21. το νυν 25. μᾶλλον ἐστιν 30. ἓν δέι

360, 5. ἔστιν

362, 7. αυτηι 13. τοὔτἔστιν

366, 9. τουτἔστιν, item vs. 10 13. εισοποσα οὖν 20. ἀνάλογον ἐστιν 27. τῶν $\overline{ΕΝ}$ τοῖς

368, 15. εξης 18. 19. ἰσογώνια ἐστὶν 26. διαιρεθῇ

370, 2. ὁπόσα οὖν

372, 3. ουτως 10. τουτἔστιν

374, 2. ὁπόσας οὖν 10. 11. καθετου ὀξειας μενουσης (unde μενούσης BS) 17. τω τε δις 19. τουτἔστιν

376, 7. κυκλω, item vs. 9. 15 13. τουτἔστιν, item vs. 16 27. λοιπῶ

378, 3. μεῖζον ἐστιν, item vs. 5 7. τῶ δὲ 13. κέντρου ἐστιν, item vs. 13 sq. 16. ἴσον τῶ

380, 1 init. τουτἔστιν, item vs. 2 (sed vs. 1 extr. τουτέστιν) 7. τῶ ὑπὸ 11. τω δὶς 16. τῶ δὲ 18. τῶ δὶς 27. τω δις

382, 1. τίς 4. αὖται 8. διχα, item vs. 9 10. λείψομεν τινὰ 15. η γὰρ δια 16. ἐλάσσονες εἰσιν 29. ου διάμετρος

384, 3. κύκλω 9. ὁπόσας οὖν 19. αυτη 21. καὶ ου 28. τῇ $\overline{Θ}$

386, 2. ὁσασδηποτε 3. ωσεστιν 6. αὐτῶ 10. πολλῶ 13. ων 20. ὁποία (item B) 22. ο κωνος

388, 1. ου βασις μεν ἐστιν 2. ἴσος ἐστιν 18. 19. ου βάσις 24. ἐστιν κώνω 25. ἐστιν ἴση τῆ τῆι στροφῆ

390, 2. ἐστιν ἄρα 9. 10. καὶ ἐστι 16. τῆι στροφη 21. μενουσης 22. ἀποκαταστιαθῆ 24. τῆι στροφῆ 27. ης

392, 11. τῆ ἐπιφανεία

394, 2. κώνω 6. τῶ βάσιν 7. η τῆς 15. μεταξὺ η 19. τῶ ἀπὸ

396, 13. καν αντι του 14. η τὸ 21. αὐτο εστιν τῶι εἰρημένω 23. ὁπόσας οὖν 24. ἀποκαταστιαθῆ

398, 3. ἐπιφάνεια ἐστιν 8. ἡ τὸ $\overline{M}$ τῶ $\overline{\Xi}$ ταυτον η 10. περιγραφη 18. τουτἔστιν

400, 7. διχὰ, item vs. 8 8. λείψομεν τινὰ 9. επεζευχθω 10. αυτη 11. τῶ 13. μεῖζον ἐστιν, item vs. 17 14. κὰν μεν

402, 1. τουτἔστιν 14. τοῦτ' ἐστιν

404, 1. ος εστιν τῶ εγγεγραμμένω 3. βάσεως ἐστιν, item vs. 9 4. μεῖζον ἐστιν 11. τοῦτ ἔστιν 18. καὶ ἐστιν

406, 5. βάσεως ἐστιν (at recte βάσεώς vs. 8 8. τοῦτἐστιν 13. ουτως 23. τῆι σφαίρα 24. τεμειν

408, 6. τῆ $\overline{A\Delta}$ 11. τουτἔστιν (at superiore versu recte τουτέστιν) 13. τουτ'ἔστιν, item vs. 14 19. αυτοστε 21. ἡμιόλιος ἐστιν, item p. 410, 9. 25. ἀποκαταστιαθῆ 31. ἀνάλογον ἐστιν 32. τῶ

410, 5. οἵ εἰσὶν 17. τμηθῆ ὁπόσα οὖν 23. τοσαυτ' ἐστιν

412, 6. χρεια 10. δὲ η 12. διχα δῆλονότι 18. τοῦτἔστιν 19. ἐστιν ἡ διπλῆ καὶ ἐστιν 21. ελασσον ἐστιν η 23. 24. ελασσον μεν η τετραπλασιον ἐστιν μεῖζον δὲ η

414, 8. διπλασια ἐστιν 11. τριπλάσιον ἐστιν 12. τοῦ $\overline{\Delta E}$ ἀπὸ $\overline{B\Delta}$ ἐστὶν 14. ημιολια 16. τουτἔστιν 24. ἰσοπλευρον ἐστιν

416, 6. λοιπη 11. τριπλάσιον ἐστιν, item vs. 15 sq. 12. καὶ ἐστιν 27. ἰσογώνιον ἐστιν 28. τουτ' ἐστιν

418, 5. διαμέτρω 7. τμημα ἐστιν 24. ἴση ἐστιν τοῦτἔστιν 26. λοιπη τῆι 32. τμῆμα ἐστιν

420, 2. ἐλάσσον 7. ἴσαιω τρις ἀπὸ $\overline{A\Gamma}$ ὡς ἐστιν 8. τουτἐστιν τῶ τρις 9. 10. ἐστιν τῶ—καὶ τῶ 11. ἐστιν τω ὡς ἐστι 13. τῶ τρὶς (ante ἀπὸ ΓΒ) 15. τουτ' ἔστιν, item vs. 17 et p. 422, 5 16. καὶ τῶ 17. ἐστιν τῶ 24. τμῆμα ἐστιν, item vs 28 et p. 422, 1 27. τεθη

422, 8. μεῖζον ἐστιν 12. ἐστιν τῶ 16. τουτἔστιν, item vs. 22 24. ιῶ ἀπὸ 28. μεῖζον ἐστὶν 31. καθειου 31. 32. μεῖζον ἐστιν

424, 2. αυτη δε εστιν 6. διχὰ, item p. 426, 3 14. δια (ante τῶν ΑΓ) ὅπερ ἐστιν 24. κάθετος ἐστιν

426, 5. παράλληλοι εἰσιν 6. ηχται 7. καὶ ἐστιν, item vs. 18 11. μείζονα ἐστιν, item vs. 23 12. διαμὲν 14. τμῆμα ἐστιν 17. μεῖζον ἐστιν η 18. μεῖζον η 19. τουτ' ἔστιν 22. μεῖζον ἐστιν 23. ὀγδοήκοντα ἐστιν 25. εικοσι ἐστιν

428, 6. εἰσιν τῆι ὑποκειμένη 13. ἐστιν τῶ 28. τουτ' ἐστιν 30. τουτἔστιν

430, 3. τμηθῆ 21. ενναπλῆ

432, 1. 2. τμῆμα ἐστιν, item vs. 16 3. τουτ' ἔστιν, item vs. 20 (at τουτέστιν recte p. 434, 1) 7. οιων.

434, 9. τμῆμα ἐστιν 17. λῆμμα ἐστιν τουτἔστιν

436, 2. 3. ὡς ἐστιν ἐν τῶ 5. ἐν τῶ 24. 25. ἐντω

438, 7. 8. τριπλασια ἐστιν 8. ὡς ἐστιν 16. καὶ ἐστιν

440, 1. κύκλω, item vs. 2 4. τουτ' ἐστιν 15. ὡς ἐστιν, item vs. 19 et p. 442, 2 17. ευθεια τις.

442, 1. πενταπλασια 8. ὡς εστιν 13. τμῆμα ἐστιν ως εστιν

444, 19. μείζονα ἐστιν

446, 1. 2. κάθετοι εἰσιν 5. μείζονα ἐστιν 15. μεῖζον ἐστὶν 16. οιων 19. τῇ $\overline{\Delta Z}$

448, 2. διχα 3. τέμει 6. πολλῶ καὶ ἐστιν 8. τοῦτ' ἔστιν 9. καθέτω 12. τουτ' ἔστιν 13. μεῖζον ἐστιν 14. 15. τῇ κορυφῇ

450, 11. τουτέστιν 13. ἔχει ὂν τουτ' ἔστιν 16. μείζονα ἐστιν, item vs. 17 19. ελασσον εστιν 29. μεῖζον ἐστιν, item vs. 35. 36 30. 31. καὶ ἐστιν 33. 34. πᾶσιν ἐστιν

452, 2. τῇ $\overline{K\Lambda}$ 7. τουτέστιν, item vs. 11 14. καθαυτὰ

454, 1. τουτ' ἔστιν 2. καὶ ἐστὶν 3. τουτέστιν (at vs. 5 recte τουτέστιν) 8. 9. τετραπλάσιον ἐστιν 10. ἄπέρ ἐστιν 11. μείζονα ἐστὶν 12. τουτεστιν 25. καὶ ἐστιν, item p. 456, 8

456, 1. μεῖζον ἐστιν, item vs. 11 11. οιων 12. τουτέστιν 19. τουτ' ἔστιν 29. καὶ ἐστιν, item 458, 1

458, 1. ὀκταεδρον ὀκτω 3. μείζον 6. μεῖζον ἐστιν 7. οκταεδρου 12. μείζονα ἐστιν 19. δώδεκα ἐστιν 21. μείζονα ἐστιν 23. εἰκοσαεδρον ἐστιν 26. καὶ ἐστιν

460, 1. μεῖζον ἐστιν 2. εν τῶν, item vs. 3 7. ἐν τῶ 15. ὅμοιον ἐστιν τῶ 24. ὀρθαι εισιν 25. τωι $\overline{\Delta H\Theta}$

462, 1. τουτέστιν 2. μείζονα ἐστιν 6. ἐστιν ἡ τῆς $\overline{\Lambda\Lambda}$ καὶ ἐστιν 11. μεῖζον ἐστιν καὶ ἐστὶν 12. 13. δωδεκάεδρον ἐστιν 16. μεῖζον ἐστιν

464, 8. ἐν τῶ 10. καὶ τῶ 11. τουτέστιν 12. $\overline{ις}$ λημματιου οτι εαν η

466, 2. τουτ' ἐστίν, item vs. 4. 17 6. τουτέστιν 7. ἐστιν τῶ 10. τῇ ωφ 14. καὶ ἐστιν 15. τῇ $\overline{K\Gamma}$ 21. τουτέστιν, item vs. 23 med. (ante κ') 23. extr. τοῦτεστιν

468, 1. 2. ὡς ἐστιν ἐν τῶ 3. σημεῖον ἐστιν. 6. καὶ ἐστιν 7. τῶ — τριγώνω 13. μεῖζον ἐστιν 15. ἀδυνατον ἐστιν

470, 2. 3. ἐλάττονες εἰσιν 17. οὐκ ἐστιν

474, 11. καν τω 12. ψευδογράφουσι 13. δετινα 17. μείζονες εἰσιν πανιηι

476, 2. 3. μείζονες εἰσὶν, item vs. 15 3. πάντηι, item vs. 12. 15 12. μείζονες εἰσιν 25. κοινῇ

478, 5. ἡ διπλῆ, item p. 482, 3; 486, 21

482, 4. εἰσιν 18. γὰρ εἰσὶν

486, 3. ἡ ἐλάσσων ex silentio 6. διχὰ

490, 14 τουτέστι 29. ἄλλην τινα

492, 8. διχὰ

498, 1. τουτ' ἔστιν 13. τοῦτέστιν 16. καὶ ἐστιν

500, 12. ζητᾶ τι 502, 13. διχὰ 506, 2. τουτέστιν 508, 5. φασὶν

510, 6. ἐλάττων ἡ 9. 10. κοινὴ τὸ μὴ 14. η ἀπὸ 21. ὅτ' ἂν, item vs. 22 23. πότε δὲ, item vs. 24 516, 30. καταιὴν

518, 20. $\acute{A}$—$\acute{B}$—$\acute{\Gamma}$, sed lineolae super numerales litteras similes sunt notae ʌ; item posthac p. 520, 7. 12. 16. 31; 522, 5. 13. 17

520, 8. ὅτ' ἂν 522, 24. $\acute{I}\acute{A}$ et 524, 1. $\acute{I}\acute{B}$ (conf. ad p. 518, 20) 528, 6. ἑστῶτος τινὸς

530, 11. $\acute{\Delta}$ (conf. ad p. 518, 20) 27. οὐκεστιν 532, 3. ἐλάσσονες εἰσὶν 536, 23. αὐτόστε 32. ἥλιος τινὰ 538, 14. καθὸ 15. διχὰ, item p. 542, 13

544, 11. ἐστιν τι 546, 4. ελασσον ἐστιν 33. $\hat{\Gamma}$ 34. $\hat{IB}$ 548, 4. ἰσοτάχως

550, 4. ῇι δὲ τὸ 554, 4. ἡ ἀνατολὴ ἡ 556, 5. ποτ' ex silentio 8. διατομή τε τὴν 13. τουτέστιν 558, 6. ἡ ον 7. ἡ οντα

562, 17. διχὰ, item p. 564, 3 568, 15. δὲ ἡ

574, 22. διχὰ, item p. 578, 18. 20. 25 576, 15. τουτέστιν

582, 25. αἰει 584, 5. αεὶ 18. διχὰ, item p. 588, 16 588, 11 extr. ἡ

592, 2. διχὰ 594, 30. ἢ ἢ 598, 21. θεωρήματος φησὶν
600, 12. ἔχουσαι τινὰ 13. οὕτως καὶ αυται 608, 12. αιει
612, 1. ὀρθόταιος (ex sil.) ἐστιν τουτ' ἐστιν 2. αιει 614, 4. δώδεκατημορια 27. τουτ' ἔστιν
616, 20. τουτέστιν 21. ΗΛΦ (post ὁμοιότητι)
624, 12. διχα 16. αυται
626, 19. τίς τοῦ 628, 17. εἰσιν 29. γὰρ εἰσὶν
634, 24. δ' ἐστιν, item p. 638, 20 636, 3. ὡς ἐστιν 25. μεχρὶ
640, 2. διαδεδομένον 646, 20. πλῆθος | ἐστιν
652, 21. τα δεδομένα η 654, 5. ὁπόσαι οὖν, item vs. 9 7. δεδομένα ἡ 11. δεδομένα η
656, 13. ὑποδοθείσης 658, 14. προσῆν, item vs. 15
664, 4—6. Ὅ τε μὲν (ante τοῦ ὁμογ.), tum ex silentio ὀτὲ ter
666, 1. ὁπόσαιοῦν 668, 2 init. η (ante τὸ ἀπὸ) 4. ὅσων οὖν 10. καὶ η τὰ
. 678, 20. τουτέστιν
680, 2. εἰσὶν 19. παρην 26. προσδοθεῖσαν 684, 17. τουτ' ἔστιν 686, 10. αλλότι 26. ἄλλό τι
694, 10. διχὰ 14. τουτ' ἔστιν
698, 2. ἡ ὑπερέχει 8. ηγε ἄρα η ὑπερέχει, item vs. 22. 28
700, 16. ἡ ὑπερέχει 19. ἴση η τη 19. 20. ὅλη τῆι $\overline{AB}$ 20. προσαλληλα 702, 13. καὶ ἐστιν, item vs. 20 706, 18. διχὰ, item vs. 31 708, 27. ζητῆσαι ει ωστὸ
710, 7. 8. ἐστιν τῆι ὑπὸ $\overline{BZH}$ γωνία 714, 3 init. γωνία τῆι
716, 23. διχὰ 718, 3. ὁποτέρα ex silentio
720, 2. αλλως μὲν
730, 20. διχὰ 25. αλλως τὸ
738, 19. ἡ ὑπερέχει
740, 1. Αλλο 742, 1. ἡ ὑπερέχει, item vs. 2 et p. 748, 6
748, 20. η ὑπερέχει 24. ω δε πάλιν
752, 4. ἡ ὑπερέχει 23. τί σημεῖον 758, 16. η ὑπερέχει, item vs. 27
760, 3. ἡ ὑπερέχει 768, 15. καὶ εἰσιν
770, 27. διχὰ, item p. 772, 11
772, 8. ἐλάσσων η ἢ $\overline{AB}$ 27. διχὰ 776, 2. τῆς $\overline{\Delta E}$ $\overline{\Gamma\Delta}$ ἡμίσεια
6. διχὰ, item vs. 7. 25 778, 7. ου διάμετρος
784, 17. αιει 21. διχὰ
796, 20. διχὰ 798, 1. ὡς εις
800, 2. διχὰ 11. αλλως μὲν, item p. 802, 16. 808, 3. ὁπότ' ἂν 25. ὅτε δὲ — ὅτε δὲ
812, 8. ἀφην
822, 6. διχὰ· 22. Εἰς τὸ ΙΒ
824, 22. ἀφῆς ex silentio 826, 3. χαν τοῦ ! 19. Εἰς τὸ ἰξ
844, 21. ἀφῆς ex silentio
854, 7. 8. διχὰ τμηθῆ τὸ Ε η τῶν ἀπὸ $\overline{B\Delta}$ ἐστιν τὸ δις 14. ἄρα ω 856, 28. διχὰ
888, 11 adn. ἐπεζευχθω sine accentu exhibet A
898, 15 adn. αναπαλιν (sine accentu) 16. καὶ ὅλη 27. ἐπεὶ ὅλη
900, 19. λοιπῆι πρὸς 22. ἐπεὶ λοιπηι 902, 24. καταδιαίρεσιν
904, 15. εαν δε η τοῦτο 17. κλασαι ευθειαν 19. γεγονετω 22 adn. δοθεν 906, 18. ἐπεζευχθωσαν 23. καὶ ἐστιν 908, 15. $\overline{B\Delta H}$ γωνια 20. $\overline{BZH}$ γωνία ἐστιν δὲ ὀρθηι 25. διχὰ τμηθῆι μιατῶν ῆι πρὸς 30. adn. συναμφοτερα
910, 17. τριγωνον 912, 6 διχὰ, item vs. 22 18. ἀμφοτερα
914, 4 οιον 5. ληφθῆ 13. εκατερα 19. διχὰ, item vs. 21
916, 5 init. ων 10. ἀποιυχόντος 26 adn $\overline{\alpha}'$ $\overline{ΒΙΒΛΙΟΥ}$
30. γεγονετω 918, 15. ευθεια 19. κακείνη 25. 26. ει δὲ σκαληνος εστω ευρειν τίς 26. και τις
920, 25. αυταις 33. ἐπεζευχθωσαν 922, 19. 20. ἐφ' εκατερα ἐκβληθῆ 25. σκαληνος 26. σκαληνωι 924, 6. τετραγωνον 8. 9. περιφέρεια ἐστὶν, item vs. 19

9. αὐτῆς ἐστὶν 13. δίχα 18. εκατερα 23. εἰσαυτὰς 926, 6. δίχα 21 adn. εξ οὗ δὲ ὂν 928, 4. *ΔΓ* εκτου 6. καὶ εξου ὂν 27. δέ ἐστιν φανερον 32 adn. τραπεζειον (sine acc.)

930, 5. *ΔEZ* γωνία η δὲ ορθη 11. καὶ εστιν 13. τραπεζιον εστιν ἄρα 15. τραπεζιον 16. ηδε A[1], ἤδε A[2] 19. εκτούτων 25. καὶ αυτη μὲν παραλληλος 932, 10. αλλη τις 24. εκτετοῦ 934, 19. δίχα, item p. 936, 4

936, 16. τῆι *E* γωνία 938, 1. ἀνάλογον εἰσὶν 9. εκτετοῦ, item vs. 11 12. ων ὁ τῆς

942, 1. ἐὰν ῇ 944, 4. καταγραφη 20. ἥμισυ ἐστιν 22. 23. ἴσον εστιν φανερον 946, 12. δίχα 20. ἧι, item vs. 23

952, 12. 13. εκτούτων τὰ χωρία μεν ῖ (corruptum ex γίνεται) ἄρα 27. 28. ἀμβλεια η δε ελασσον 954, 2. αὐτῶ 6. αυτωι 956, 7. ὀρθιατοῦ· εκατερα 11. καὶ ἐστιν (restituenda igitur forma ἔστιν in contextu et adnotatio corrigenda) 18. πλατη εχοντα αυται 958, 3. καὶ αυτη

960, 1. καὶ ὅλῃι 8. ὑπερβολῇι 9. ἂν κάθετος 962, 9. ἔγγειον 10. ελαττον 12. ετερα 17. πλαγια (sed πλαγία vs. 20) 24. 25 adn. εναλλαξ ἐστιν 27. καὶ ἐστιν 964, 1. ἑκατερα 2. ἔγγειον 27. ον τα 966, 26. καὶ ἐστιν 968, 6. ἔλασσον ἐστιν 14. ἀμβλυγωνια 15. ἀμβλείας ἔχον τὰς

970, 4. κατα τινα 20. αὐτῶ 972, 6. ὁμοια 10. *PNΔ* γωνία 13. *NΔP* γωνία 15. γωνίαι ἐπεὶ 22. ομοια 974, 6. η ου 976, 5. ἄλλως το 8. ἔστω τέως τὸ, item vs. 23 978, 7. ἀμβλεῖα τε 8. ἀμβλεια ἄρα 17. 18. ουκαρα τοῦ

980, 4. δίχα 986, 28. αιει 990, 9 διχα

1016, 17. δίχα, item p. 1018, 10; 1020, 2. 3.

1026, 6. φασιν τινὲς 10. δέ που φησὶν 1028, 11. ὑποδοθείσης

1032, 12. εναπολῃφθήσεται τί 1034, 12. δίχα 23. δῆλονότι 1038, 24. εὐθεῖαι εἰσὶν

1042, 2. δίχα 1046, 4. προσθέσει 5. δίχα

1050, 25. δίχά τε

1062, 13. δια τινὸς

1076, 15. δίχα 1078, 15. 16. δηλονότι ex silentio

1082, 5. δίχα, item vs. 7 et p. 1088, 15

1090, 10. διχα 1094, 19. καθὸ πίπτει 30. καθὰ ἢ ἐπὶ 1096, 2. καθὰ

1110, 22. δίχα 1116, 12. παραπολὺ 1118, 29. βουλώμεθα τί

VI.

CORRIGENDA.

Volumine I.

Pag. 8, 25 pro *ἐστι* lege *ἐστιν* cum Vaticano.
,, 87 adn. 1 vs. 3 ab ult. pro *mcdo* lege *modi* [typothetae errorem notavit Eberhardus: conf. supra p. 1215 adn. 1].
,, 123 adn. ** vs. 3 pro *domum* lege *modum*.
,, 156 in figura ducenda est recta *κν* [quod propter p. 158, 8 suadet Eberhardus].
,, 199 adn. vs. 1 pro *εβ βη* lege *εβ αη*.
,, 219 in figura inter *ο* et *ν* propter p. 223, 2 *ξ* addendum esse videtur Eberhardo.
,, 226 adn. v. 3 pro *ἐναλλὰς* lege *ἐναλλὰξ*.
,, 335 propos. 11 vs. 2 pro *earumque* lege *eorumque*.
,, 378, 11 coniunge litteras *ZH* [Eberhardus].
,, 406, 8 pro *τουτέστι* lege *τουτέστιν* cum Vaticano.
,, 457 med. in versu qui incipit a $\beta\delta^2 = \beta\varepsilon^2$ post *id est* expressum est $\beta\varepsilon$ pro $\beta\varepsilon^2$.
,, 461 adn. vs. 4 ab ult. pro *langida* lege *languida*.

Praeterea pauca accentuum spirituumve menda corrigenda sunt: p. 14, 23 *στερεός*, p. 144, 25 *σφαῖραν*, p. 168, 17 *ἡ* (ante *μὲν*), p. 276, 30 *πρὸς*, p. 330, 1 *ὅμοια*.

Volumine II.

Pag. 514, 21 pro *ἡ* (ante *ἐπὶ τὰ Z Δ*) lege *ᾗ*.
,, 520, 29 pro *σωζόμενα* lege *σῳζόμενα*, itemque *ι* subscriptum restitue p. 520, 31; 522, 1. 3. 17. 20. Conf. indic. Graecitatis.

Pag. 544 adn. ad vs. 26 litterae τω suo loco motae sunt; repone igitur τούτων BS invito A.
,, 654, 22 pro ἀλλήλῶν lege ἀλλήλων.
,, 908, 30 adn. συναμφοτερα sine accentu scriptum est in Vaticano.

Volumine III.

Pag. 1022, 4 pro τῶ ἐν lege τῶν ἐν.
,, 1023 adn. extr. pro 131—140 lege 114—123 [scilicet illius operis numeri paginarum mutati sunt, posteaquam hanc adnotationem scripseram].
,, 1025 adn. 1 vs. 8 pro 135 lege 118.
,, 1026, 10 pro δὲ restitue δέ.
,, 1027 adn. 2 vs. 2 pro *legendem* corrige *legendum*.
,, 1036, 8 ante ΓΔ in nonnullis exemplaribus excidit littera η sub spiritu aspero.
,, 1172, 20 post τῇ Δ adde ἐστὶν, cuius nota ·/· exstat in codice.
,, 1244 vs. 4 ab ult. in parenthesi ante *est igitur* pro $\frac{2}{5}$ restitue $\frac{3}{2}$.