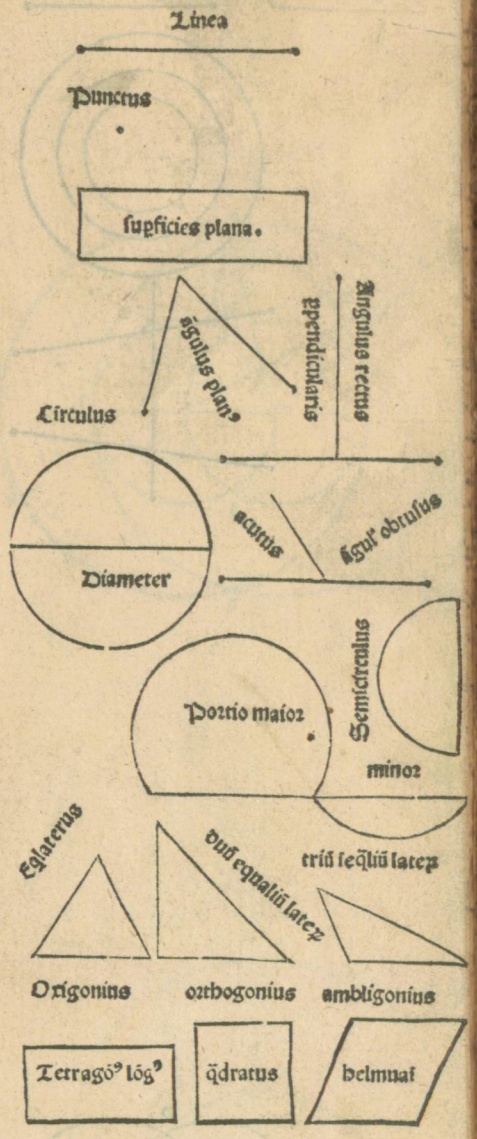
513
E86E 1482
SPEC

¶ Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

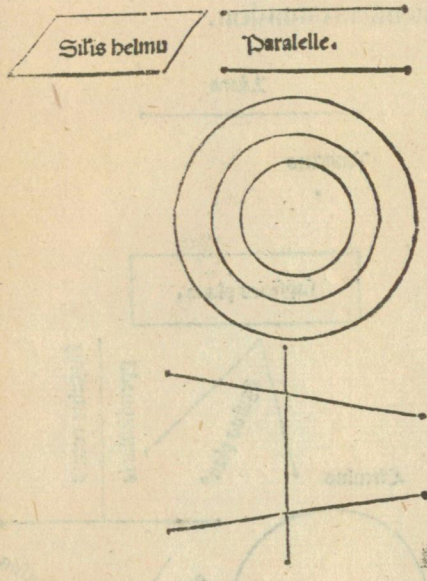
Solebam antea sereniſſime princeps mecum ipſe cogitans admirari quid cauſe eſſet q̄ in hac tua prepotenti ⁊ fauſta vrbe cum varia auctorum veterum nouorumq; volumina quottidie imprimerent. In hac mathematica facultate vel reliquarum diſciplinarum nobiliſſima aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impreſſorū copia qui in tua vrbe agunt: viderentur impreſſa. Hec cum mecum ſepius diſcuterem inueniebam id difficultate operis accidiſſe. Non enim adhuc quo pacto ſchemata geometrica: quibus mathematica volumina ſcatent: ac ſine quibus nihil ī his diſciplinis fere intelligi optime poteſt excogitauerant. Itaq; cum hoc ipſum tantūmodo cōmuni omnium vtilitati que ex his percipitur. obſtaret mea induſtria nō ſine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt ſpero hoc noſtro inuento he diſcipline quas mathemata greci appellant voluminum copia ſicuti relique ſcientie breui illuſtrabuntur. De quarum laudibus ⁊ vtilitate poſſem multa im preſens adducere ab illuſtribus collecta auctoribus: niſi ſtudioſis iam omnibus hec nota eſſēt. Illud etiam plane cognitum eſt ceteras ſcientias ſine mathematibus imperfectas ac veluti mancas eē. Neq; hoc profecto negabunt Dialectici neq; Philoſophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que ſine mathematica ratione minime intelligi poſſunt. Quam diuinꝰ ille Plato mere veritatis arcanū. vt adipiſceretur cyrenas ad. Theodorum ſummum eo tempore mathematicuꝫ ⁊ ad egiptios ſacerdotes enauigauit. Quid q̄ ſine hac vna facultate viuendi ratio nō perfecte conſtat. Nam vt de muſice taceam: que nobis muneri ab ipſa natura ad perferendos facilius labores conceſſa videtur: vt aſtrologiā preteream qua exculti celum ipſum veluti ſcalis machiniſq; quibuſdam conſcendentes verum ipſius nature argumentum cognoſcimus: ſine arithmetica ⁊ geometria: quarum altera numeros altera mēſuras docet ciuiliter: cōmodeq; viuere q̄ poſſum°: Sed quid ego ī his moror que iam omnibus vt dixi: notiora ſunt q̄ vt a me dicantur. Euclides igitur megarenſis ſereniſſime princeps qui. xv. libris omnem geometrie rationem conſummatiſſime complexus eſt: quem ego ſumma ⁊ cura ⁊ diligentia nullo prętermiſſo ſchemate imprimendum curaui: ſub tuo numine tutus felixq; prodeat.

¶Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quãfoelicissime:

De principijs p se notis: et pmo de diffinitionibus earundem.




Punctus est cuius ps nõ est. ¶Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ extremitates st duo pũcta. ¶Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio ĩ extremitates suas vtrũq; eox recipiens. ¶Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ et latitudinẽ tm̃ hz: cui⁹ termi quidẽ sũt linee. ¶Supficies plana ẽ ab vna linea ad aliã extẽsio ĩ extremitates suas recipiẽs ¶Angulus planus ẽ duarũ linearũ alternus ptactus: quax expãsio ẽ sup ficiẽ applicatioq; nõ directa. ¶Quãdo aũt angulum ptinẽt due linee recte rectilin⁹ angulus noiaf. ¶Oñ recta linea sup rectã steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerit eqles: eox vterq; rect⁹ erit ¶Lineaq; linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocaf. ¶Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicif. ¶Angul⁹ vo minor recto acut⁹ appellaf. ¶Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusq; finis ẽ. ¶Figura ẽ q̃ tmino vl termis ptinef. ¶Circul⁹ ẽ figura plana vna qdem linea ptẽta: q̃ circũferentia noiaf: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinicez sut equales. Et hic quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr. ¶Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centx trãsiens extremitatesq; suas circũferẽtie applicans circulũ ĩ duo media diuidit. ¶Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli et medietate circũferentie ptenta. ¶Portio circuli ẽ figura plana recta linea et parte circũferẽtie ptẽta: semicirculo quidẽ aut maior aut minor. ¶Rectilinee figure sũt q̃ rectis lineis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ qtuor rectis lineis. q̃dã multilatere que pluribus q̃z quatuor rectis lineis continent. ¶Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hns tria latera equalia. Alia triangulus duo hns eqlia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Hax iterũ alia est orthogoniũ: vnũ. s. rectum angulum habens. Alia ẽ ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶Figurarũ aute quadrilaterax Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atq; rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est belmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

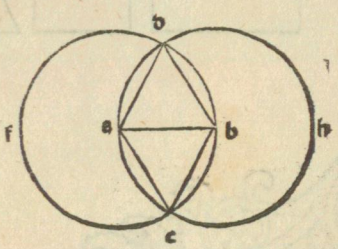



¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atqz oppositos angulos equales: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet: ¶ Preter has autē oēs quadrilatere figure helmua/ riphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superfi/ cie collocate atqz in alterutram partem ꝓtracte non conueniunt etiā si in infinitum ꝓtrahantur.

¶ Petitiones sunt quinqz: ¶ A quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atqz lineā definitā in cōtinuū rectūqz quātūlibet ꝓtrahere. ¶ Super centrū quodli/ bet quātumlibet occupando spacium circulū designare. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales: ¶ Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoqz anguli ex vna par/ te duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eādē ptē ꝓtractas ꝓculdubio ꝓiūctim ire. ¶ Duas lineas rectas supficiē nul/ lam concludere.

¶ Communes animi ꝓceptiones sunt hee: ¶ Que vni ⁊ eidē sunt equalia ⁊ sibiinicē sunt equalia: ¶ Et si equalib⁹ equa lia addant tota quoqz fiēt equalia. ¶ Et si ab equalib⁹ eq̄ lia auferant que relinquūt erūt equalia. ¶ Et si ab ineq̄li bus equalia demas q̄ relinquūt erūt ineq̄lia. ¶ Et si ineq̄/ libus equalia addas ipsa quoqz fiēt inequalia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinicem erūt equales. ¶ Si fuerint due res quar vtraqz vni⁹ eiusdez fuerit dimidiū vtraqz erit equalis alteri. ¶ Si ali/ qua res alicui superponat̄ applicet̄qz ei nec excedat altera alterā: alle sibiinicē eruut eq̄les. ¶ Omne totum ē maius sua ptē.

¶ Sciendū est aūt ꝙ preter has ainmi cōceptiōes: siue cōes scias mul/ tas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarū hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quālibet tertiā eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equales. ¶ Itē alia Quanta est aliqua qnantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter ve/ rum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitu do enim decrescit in infinitū. in numeris aūt non sic: sed si fuerit primus submul/ tiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniā nume rus crescit in infinitū: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

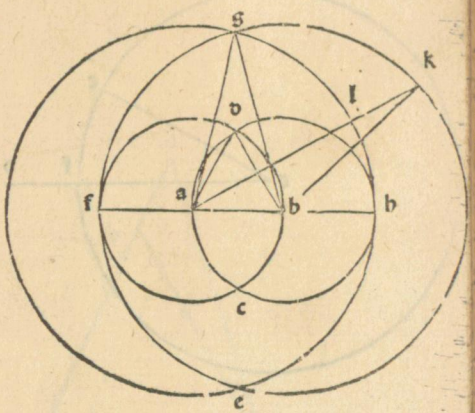



## Propositio prima.

¶ Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam col locare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituere super alterā eius extremitatē. s. in puncto a. ponam pedē circini immobilem: ⁊ alterū pedem mobilem extendam vsqz ad. b. ⁊ describā ꝺm quantitatem ipsius linee date per secūdam petitionē circulū. c. b. d. f.

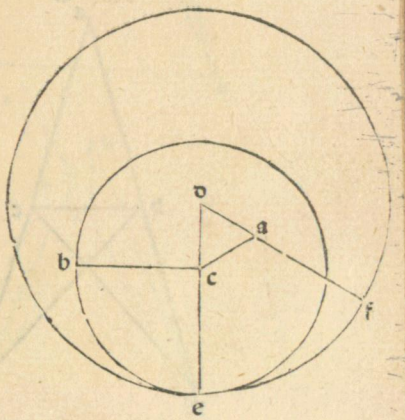
rursus alterã eius extremitatem.ſ.punctũ b.faciam centrũ: ⁊ per eandem petitio nem ⁊ ꝟm eiuſdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b.qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis:que ſint.c.d.⁊ alteram duarũ ſectionum:ſicut ſectionem.d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee ꝓtractis lineis.d.a.d.b. per ꝓmã petitionem : quia ergo a puncto a.qꝺ eſt centrum circuli.c.b.d. ꝓtra/cte ſunt linee a.d.⁊ a.b.vſqꝫ ad eius circũferentiam ipſe erunt equales per diffini tionem circuli. Similiter quoqꝫ: quia a puncto b.quod eſt centrum circuli.c.a.d. ꝓtracte ſunt lince b.a.⁊ b.d.vſqꝫ ad eius circũferentiã ipſe erunt ẽt equales: qa ergo vtraqꝫ duarũ lincarũ.a.d.b.d.equalis ẽ linee a.b.vt ꝓbatum eſt:ipſe erũt equales inter ſe per ꝓmã cõceptionẽ:ergo ſuper datam lineam collocauimus tri angulum equilaterũ:quod eſt ꝓpoſitum.¶Si autẽ ſuper eandẽ lineaꝫ libeat col/locare reliquas duas triangulorꝫ ſpẽs.ſcz.triangulũ duũ eqliũ laterũ ⁊ triangulũ triũ inequaliũ laterũ.ꝓtrahat linea.a.b.i vtrãqꝫ ptem vſqꝫ quo occurret circũſe/rentie amborꝫ circulorꝫ:ſup duo pũcta .f.⁊.b.⁊ poſito cẽtro i pũcto.a.lineet circu lus.e.b.g.ꝟm quãtitatẽ linee.a.b.Itẽqꝫ poſito centro in pũcto.b.lineet circul⁹.e. f.g.ꝟm quantitatẽ linee.b.f.bi aũt circuli interſecabũt ſe i duob⁹ pũctis q̃ ſũt e.g. ¶Coniungant igit extremitates date linee cũ altera dictarũ ſectionũ ꝑ duas lineas rectas q̃ ſunt.a.g. b.g.⁊ quia be linee a.b.⁊.a.f.exeunt a centro circuli.c.d.f.ad eius circũferentiã ipſe erũt equales.Silr quoqꝫ.a.b.⁊.b.b.quia exeũt a centro cir culi.c.a.d.b.vſqꝫ ad ipſius circũferẽtiã ipſe erũt equales: Quia ergo vtraqꝫ dua rũ lincarꝫ.a.f.⁊.b.b.equalis eſt linee.a.b.ipſe erunt inter ſe equales.ergo poſito a.b.cõi erit.b.f.equalis.a.b.ſꝫ.b.f.eſt equalis.b.g.quia ãbo exeũt a centro circu/li.e.f.g.ad eius circũferentiam.Similit quoqꝫ.a.b.eſt equalis.a.g.⁊ vtraqꝫ earũ eſt maior.a.b.eo ꝙ vtraqꝫ duarũ linearum.b.f.⁊.a.b.maior eſt.a.b. quare ſup datam lineã collocauimus triangulũ duorꝫ equaliũ laterũ: ¶ Triangulũ etiã triũ inequaliũ laterũ ſup eandẽ lineã collocabim⁹:ſi aliqꝺ pũctũ exũs in circũferentia alterutrius duorꝫ maiorꝫ circulorꝫ qꝺ nõ ſit in altera duarũ ſectionũ: ⁊ cui nõ ob/uiet f.b.cũ in vtrãlibet ptem ꝓtracta fuerit in cõtinuũ ⁊ directũ: ꝓiunxerimus ꝑ duaslineas rectas cũ ambab⁹ extremitatib⁹ date linee.Sit.n.pũctus.k.ſignat⁹ i circũferentia circuli.c.f.g.⁊ nõ ſit i altera ſectionũ nec occurrat ei.f.b. cũ ꝓtrahe ret in ꝓtinuũ:⁊ directũ vſqꝫ ad eius circũferentiã.ꝓtrahamꝫ ergo lineas.a.k.⁊.b. k.⁊ ſecabit linea.a.k.circũferentiã circuli.e.b.g.ſecet ergo in pũcto.l. eritqꝫ.b.k. equalis.a .l.quia.b.k.eſt equalis.b.g.⁊.a.l.equalis.a.g.quare.a.k.eſt maior.b. k.ſed ⁊.b.k.eſt maior.a.b.triangul⁹ergo.a.b.k.eſt triũ inequaliũ laterũ: Sic igi tur ſup datam lineam omnes triangulorꝫ ſpecies collocauimus.



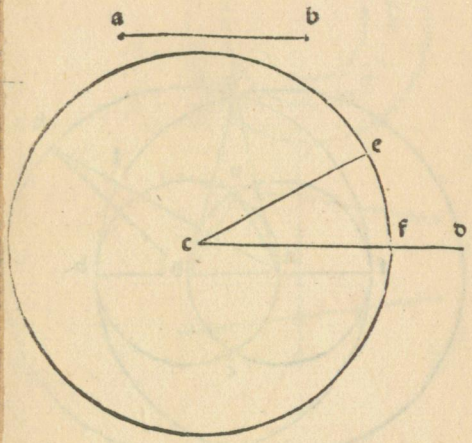

## Propoſitio. 2

Dato puncto cuilibet linee recte ꝓpoſite equam rectam lineam ducere.

¶Sit.a.punctus datus ⁊.b.c.linea data volo a puncto.a.ducere li neã vnã equalem linee.b.c.in quãcũqꝫ ptem contingat : cõungam ergo punctũ.a.cum altera extremitate lince.b.c.cum qua voluero.⁊ conũgã ipſũ.a.cũ extremitate.c.per lineã.a.c.ſuper quã conſtituã triangulũ eqla terũ ꝟm doctrinã ꝓcedentis qui ſit.a. c.d.⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctũ datũ.ſ.in extremitate.c.ponã pedẽ circini imobilẽ ⁊ deſcribã ſu per ipſum circulũ ꝟm quantitatẽ ipſius date lince q̃ ſit circul⁹.e.b.⁊ latus triãguli



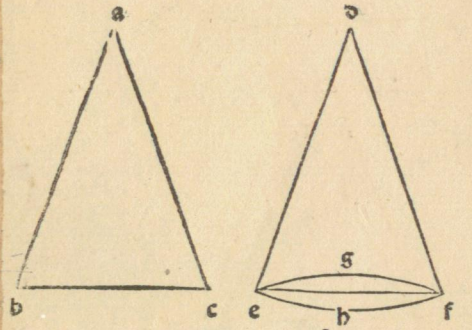
equilateri qd̄ opponit̄ pūcto dato.f.latus.d.c.ꝓtraham ꝑ centrū circuli descripti vsqꝫ ad eiꝰ circūferētiā: ⁊ sit tota linea sic ꝓtracta.d.c.e.ꝑm cuiꝰ quātitatē linea/bo circulū posito centro in.d.qui sit circulus.e.f.⁊ postea ꝓtrahā latus.d.a.vsqꝫ ad circūferentiā hꝰ vltimi circuli ⁊ occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit̄ ꝙ.a.f.est equalis.b.c.nam.b.c.⁊.c.e.sunt equales:quia exeūt a centro circuli.e.b ad eius circūferentiā.Silr̄ quoqꝫ.d.f. ⁊.d.e.sunt equales qꝛ exeūt a centro circuli e.f.ad circūferentiā.sed.d.a.⁊.d.c.sunt equales qꝛ sunt latera trianguli equilateri ergo si.d.a.⁊.d.c.demant̄.d.e.⁊.d.f.que sunt equales: erūt residua que sūt.a.f.⁊ c.e.equalia qꝛ ḡ vtraqꝫ duarū lineaꝝ.a.f.⁊.c.b.ē equalis.c.e.ipse sūt equales int̄ se:quare a pūcto.a.ꝓtraximus lineam.a.f.equalem.b.c.quod ē ꝓpositum.




## Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

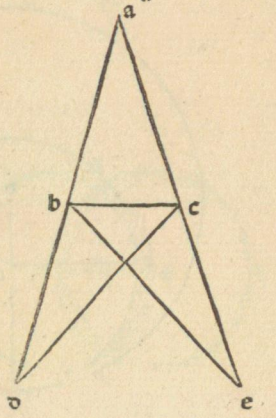
¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ sit.a.b.minor volo ex.c.d.abscindere vnā que sit eq̄lis.a.b.duco p̄mo a pūcto.c.vnā lineā equalē.a.b. ꝑꝫ qd̄ docuit p̄cedens:que sit.c.e.posito ergo centro in pūcto.c.descri/bam circulū ꝑm quantitatē.c.e.q̄ secabit lineā.c.d.Sit ergo vt secet eā i pūcto.f. eritqꝫ linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeūt a centro eiusdem circuli ad cir/cumferētiā:⁊ qꝛ vtraqꝫ duarū linearū.a.b.⁊.f.c.est equalis.c.e.ipse sūt int̄ se equa les:quod est ꝓpositum.




## Propositio .4.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoqꝫ anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoqꝫ illoꝝ reliqua sese respicientia equalia:reliqui vero anguli vniꝰ reliq̄s angulis alterius equales erūt:ac totus triangulꝰ toti triangulo equalis.

¶Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitqꝫ latus.a.b.equale lateri.d.e.⁊ latꝰ.a.c.eq̄le lateri.d.f.⁊ angulꝰ.a.equalis angulo.d.tūc dico ꝙ basis.b.c.ē equalis basi.e.f ⁊ angulus.b.equal̄ angulo.e.Itē angulꝰ.c.equalis angulo.f.qd̄ ꝓbat̄: supponaꝫ triangulū.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita ꝙ angulus.a.cadat sup angulū d.⁊ latꝰ a.b. sup latus.d.e.⁊ latus.a.c.sup latus.d.f.⁊ pꝫ per penultimā ꝯceptionē ꝙ nec an guli nec latera sese excedent eo ꝙ angulus.a.est equalis angulo.d.⁊ latera suppo sita his quibus supponunt̄ ꝑ ypothesym.puncta ergo.b.c.cadent sup pūcta.e.f. si ergo linea.b.c.cadit sup lineā.e.f.pꝫ ꝓpositum:quia cum linea.b.c.superposi/ta linee.e.f.non excedat eā nec excedat̄ ab ea ē ei equalis ꝑ ꝯuersionē penultime conceptiōis:eadem rōne erit angulꝰ.b.equalis angulo.e:⁊ angulus.c.eq̄lis angu lo.f.si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit inter triangulum si/cut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludūt supficiē quod est contra vltimā petitionē.




## Propositio .5.

Omnes trianguli duuꝫ eq̄liū laterū angulos qui supra ba sim sunt equales esse necesse est:ꝙ si eius duo equalia la/tera directe ꝓtrahant̄ fient̄ quoqꝫ sub basi duo anguli inuicem equales.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.sit equale lateri a.c.dico ꝙ angulus.a.b.c.ē eqnalis angulo.a.c.b.ꝙ si ꝓtrahant̄.a.b.⁊.a.c. vsqꝫ ad.d.⁊.c.

fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.quod sic ꝓbatur:ꝓtractis.a.b.ꝛ.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d.equalem linee.a.e.ꝛ ꝓtrahabam lineas.e.b. d.c. ꝛ intelligam duos triangulos.a.b.e.ꝛ.a.c.d.quos ꝓbabo esse equales ꝛ equila teros ꝛ eq̃angulos. Sunt.n. duo latera.a.b.ꝛ.a.e.trianguli.a.b.e.equalia duob⁹ lateribus.a.c.ꝛ.a.d.trianguli.a.c.d.ꝛ angulus.a.e̊ cõis vtriq; ergo ꝑ p̃missã basis.b.c.est equalis basi.c.d.ꝛ angulus.e.est equalis angulo.d. ꝛ angulus.a.b.c. equalis angulo.a.c.d. Item intelligo duos triangulos.d.b.c.ꝛ.c.c.b.quos simili ter ꝓbabo esse equilateros ꝛ equiangulos.nam duo latera.d.b.ꝛ.d.c. trianguli b.d.c.sunt equalia duobus lateribus.e.c.ꝛ.e.b.trianguli.e.b.c. ꝛ angulus.d.est equalis angulo.e.ergo per ꝓmissam:basis basi: ꝛ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.ꝛ hoc est scõm ꝓpositũ.s.q̃ anguli sub basi equales sunt:ꝛ angulus.b.c.d.est equalis angulo.e.b.c.sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d.vt ꝓbatum fuit supra.ergo angulus.a.b.c.residuus est equa/ lis angulo.a.c.b.residuo quoꝝ vterq; est super basim:quod p̃mũ ꝓpositum

## Propositio .6.

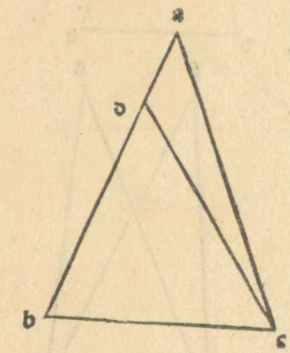
Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoq; la tera angulos illos respicientia equalia erunt.

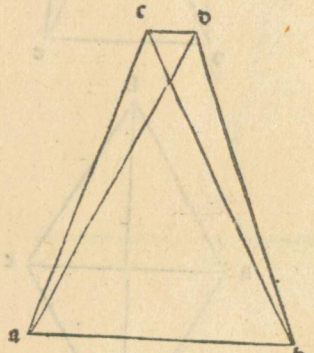
Hec ẽ conuersa p̃misse quantum ad p̃mã eius ꝑtem. Sit enim tri/ angulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.ꝛ.c.sunt equales dico q̃ lat⁹.a. b.est equalis lateri.a.c.Si enĩ non sunt equales erit alterũ alt̃o ma/ ius.sitq; a.b.maius quod resecetur ad equalitatem.a.c.per tertiam ꝓpositionẽ vt superfluum sit a parte.a.ꝛ resecetur in puncto.d.sitq; b.d.equalis.a.c.ꝛ ducaꝫ linea.d.c. Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.ꝛ.d.b.c.quos ꝓbabo esse equila teros ꝛ equiangulos.sunt enim duo latera.d.b.ꝛ.b.c.trianguli.d.b.c.eq̃lia duo/ bus lateribus.a.c.ꝛ. b.c.trianguli.a.b.c.ꝛ angulus.b.equalis angulo.c. totali ꝑ ypothesim ergo basis.d.c.est equalis basi.b.a.ꝛ angulus.d.c.b.equalis angulo.a c.b.pars vt toti quod est impossibile.

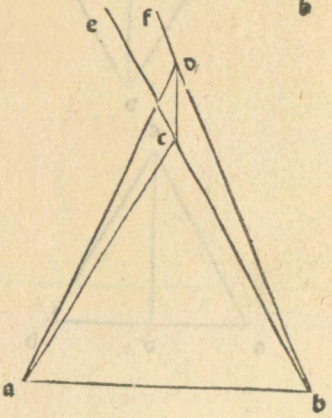
## Propositio .7.

Si a duobus punctis aliquam lineã terminantibus due li/ nee ad punctũ vnum concurrentes exierint ab eisdẽ punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̃ ad aliũ ꝓcurrãt in eandẽ ꝑtem duci est impossibile.

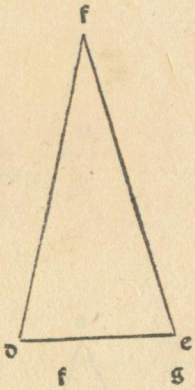
Sit linea a.b.a cuius extremitatibus ꝓtrahanꝫ due linee in par/ tem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.ꝛ.b.c.que concurrant in puncto.c.dico q̃ in eandem partem non ꝓtrabentur alie due ab eisdem extre/ mitatibus que concurrant ad aliud punctum:ita q̃ illa que egredietur a p̃cto.a. sit equalis linee.a.c.ꝛ que egredietur a puncto.b.sit equal linee.b.c.Quod si fue/ rit possibile ꝓtrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in p̃ cto.d.ꝛ sit linea.a.d.equalis linee.a.c.ꝛ linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus d.cadet intra triangulum aut extra:nam in altero laterum .a.c.ꝛ.b.c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti.Si autem cadat extra aut altera linearum.a. d.ꝛ.b.d.secabit alteram linearum.a.c.ꝛ.b.c.aut neutra neutram: ꝛ secet primo altera alteram ꝛ ꝓtrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c. ꝛ.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per.5. Similiter q̃a in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.ꝛ.b.d.sunt equalia erunt ãguli.b.c.d.ꝛ.b.d.c



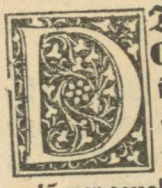
Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c. est maior angulo.a.d.c. se/quitur angulum.b.c.d. esse maiorem angulo.a.c.d. partem. ſ. toto quod est ipos/sibile: Si autem.d. cadit extra triangulum.a.b.c. ita ꝙ linee non se secent ꝓtrahā lineam.d.c. ⁊ producam.b.d. ⁊.b.d. ⁊.b.c. sub basi vsq; ad.f. ⁊ ad.e. ⁊ quia linee a.d. ⁊.a.c. sunt equales: erūt anguli.a.c.d. ⁊.a.d.c. equales ꝑ.5. Similiter quia.b.c ⁊.b.d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f. ⁊.d.c.e. equales ꝑ scōam partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d. minor est angulo.a.c.d. sequitur angu lum.f.d.c. esse minorem angulo.a.d.c. quod est impossibile: ⁊ eodem modo dedu cetur aduersarius ad inconueniens: si.d. pūctus cadat intra triangulū.a.b.c. ⁊c.




## Propositio .8.

OMnium duox triangulox quorum duo latera vni⁹ duo/bus lateribus alterius fuerint equalia: basisq; vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus conten/tos: equales esse necesse est.

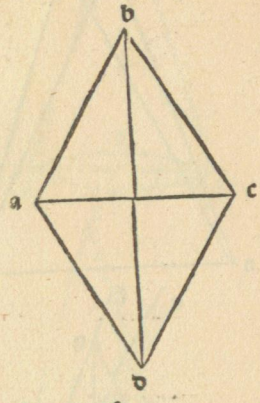
¶ Sint duo triāguli.a.b.c. d.e.f. sitq; a.c. equalis.d.f. ⁊.b.c. eq̄lis e.f. ⁊.a.b. equalis.d.e. dico ꝙ angulus.c. est equalis angulo.f. ⁊ angulus.a. angu lo.d. ⁊ angulus.b. angulo.e. superponā basim.a.b. basi.d.c. que cum sint equales neutra excedet alterā per penultimā conceptionem: aut ergo punctus.c. cadet su/per punctū.f. aut non. Si sic: tunc quia angulus.c. superposit⁹ erit angulo.f. ⁊ neu ter eox excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis p̄dicte: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus.c. non cadit super.f. sed super quemlibet alium qui sit punct⁹.g. quia.e.g. est equalis.b.c. imo eadem: itemq; .d.g. equalis.a.c. erit.e.g. equalis.e.f. ⁊.d.g. equalis.d.f. quod est impossibile per precedentem.




## Propositio .9.

DAtum angulum per equalia secare.

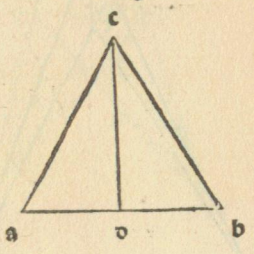
¶ Sit datus angulus quem oportet dividere: angulus.a.b.c. lineas ipsum continentes que sunt.a.b. ⁊.b.c. ponam equales per tertiaz ⁊ producam lineam.a.c. super quaz constituam triangulum equila terum.a.d.c. ⁊ protrabam lineā.b.d. dico ꝙ ipsa dividit datū an/gulū per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d. ⁊.c.b.d. ⁊ quia duo latera a. b. ⁊.b.d. trianguli.a.b.d. sunt equalia duobus lateribus.c.b. ⁊.b.d. trianguli.c.b d. ⁊ basis.a.d. basi.c.d. ergo per precedentem angulus.a.b.d. est equalis angulo c.b.d. quod est ꝓpositum facere.




## Propositio .10.

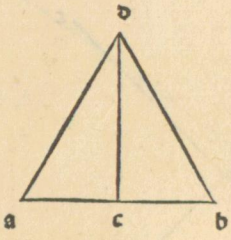
PRoposita recta linea eam per equalia dividere.

¶ Sit proposita linea quā oportet dividere p equalia. linea a.b. sup ipsā ꝓstituā triāgulū eq̄laterū.a.b.c. ⁊ angulū.c. divido p eq̄lia ꝑm doctrinaz p̄cedentis per lineam.c.d. dico ꝙ linea.c.d. dividit datā lineā.a.b. p eq̄lia: Intelligo.n. duos triāgulos.a.c.d. ⁊.b.c.d. ⁊ ar/guo sic: duo lata.a.c. ⁊.c.d. trianguli.a.c.d. sī eq̄lia duob⁹ lateribⁿ b.c. ⁊.c.d. triā/guli.b.c.d. ⁊ angulus.c. vnius angulo.c. alterius ergo per quartam basis.a.d. ba si.d.b. quod est ꝓpositum.



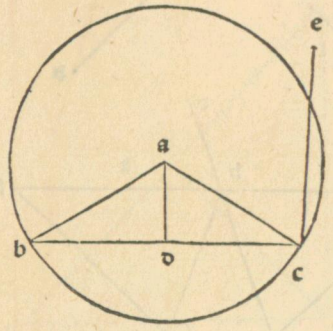
Data linea recta a pũcto in ea signato ppẽdicularẽ extrahere duob⁹ q̃dem angul' eq̃lib⁹ ac rectis vtrinq; subnixam.

¶Sit data linea.a.b.in q̃ sit datus pũctus.c.a quo oꝫ ppẽdicularez extrabere:faciã g̃ p tertiã lineã.b.c.eq̃lẽ linee.a.c.ꝛ sup totã.a.b.cõ stituo triangulũ eq̃laterũ.a.b.d.ꝛ ptrabo.lineã.c.d.ö q̃ dico q ipa ẽ ppẽdicularis sup lineã.a.b. Intelligo duos triangulos.a.c.d. ꝛ.b.c.d. ꝛ qꝛ duo latera.a.c.ꝛ.c.d.trianguli a.c.d.sũt eq̃lia duob⁹laterib⁹.c.b.ꝛ.c.d.trianguli.c.b. d.ꝛ basis.a.d.basi.b.d.erit p.8.angul⁹.a.c.d.eq̃lis angulo.b.c.d. q̃re vtq; eoꝝũ erit rect⁹p diffinitõem anguli recti:ꝛ linea.c.b.ppẽdicularis sup lineã.a.b. p diffinitõem linee ppẽdicularis:qõ ẽ ꝓpositũ. Propositio 12.




A Puncto extra signato ad datã lineã indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

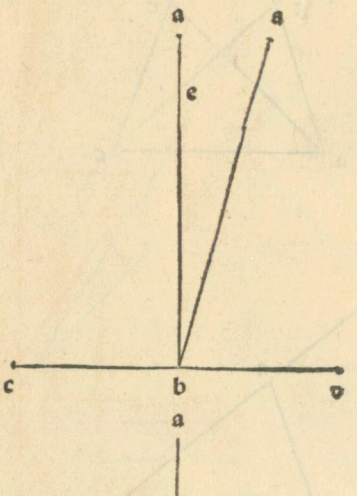
¶Sit.a.punctus signat⁹extra lineã.b.c.a quo ad ipsã oꝫ deducẽ p/ pẽdicularẽ:ptrabã ergo lineã.b.c.i vtrãq; ptẽ q̃tũ libuerit ꝛ super pũctũ.a.describã circulũ .b.c.sic vt secet lineã datã in pũctis.b.c.et ptrabã lineas.a.b.ꝛ.a.c.ꝛ dividã angulũ.b.a.c.p eq̃lia p lineã.a.d.p.9.dico q a.d.ẽ ppẽdicularis sup lineã.b.c. Intelligo duos triãgulos.a.b.d.ꝛ.a.c.d. ꝛ quia duo latera.a.b.ꝛ.a.d.triãguli.a.b.d.sũt eq̃lia duobus laterib⁹.a.c.ꝛ.a.d.trian/ guli.a.c.d.ꝛ angul⁹.a.vni⁹eq̃lis angulo.a.alteri⁹erit p.4.basis.b.d.eq̃lis basi.d. c.ꝛ angulus.a.d.b.eq̃lis angulo.a.d.c:q̃re vtq; eoꝝ rect⁹ꝛ linea.a.d. ppẽdicula/ ris sup lineã.b.c.p diffinitõem anguli recti ꝛ linee ppẽdicularis:qõ ẽ ꝓpositũ.




Propositio .13.

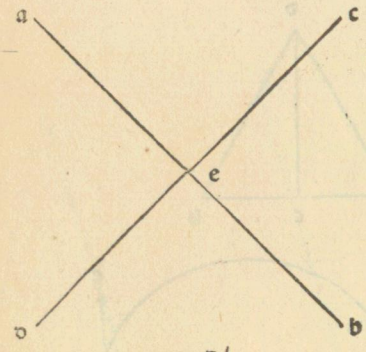
Omnis recte linee sup rectã lineã stantis duo vtrobiq; anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

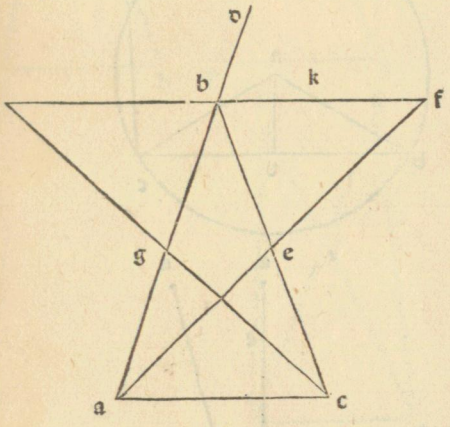
¶Sit vt linea.a.b.supstet linee.c.d.q̃ si fuerit sup eã ppẽdicularis faciet duos angulos rectos p quersionẽ diffinitõis.Si ãt nõ fuerit sup eã ppẽdicularis a pũcto.b.ducaꝫ.b.e.ppẽdicularis sup.c.d.p vndeci mã:erũtq; duo anguli e.b.c.ꝛ.c.b.d.recti p quersionẽ diffinitõis:qꝛ ergo duo anguli.d.b.a.ꝛ.a.b.c.adequanꝫ angulo.d.b.e.ipse cũ ãgulo.c.b.c.erũt eq̃les duob⁹ rectis: q̃re tres ãguli q̃ sũt.d.b.a. a.b.e.ꝛ.c.b.e.sũt eq̃les duob⁹rectis:sꝫ ãgul⁹.c.b a.ẽ eq̃lis duob⁹angul'.c.b.e.ꝛ.e.b.a.g̃ duo ãguli.c.b.a.ꝛ.a.b.d.sẽ eq̃les duob⁹re ctis:qõ ẽ ꝓpositũ:Ex quo pꝫ q totũ spaciũ qõ i q̃libꝫ superficie plana pũctũ qõlibꝫ circũstat q̃tuoꝛ rectis agulis eẽ eq̃le. Propo .14.

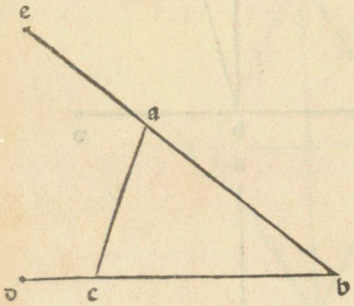


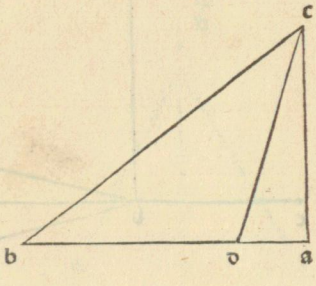

Si due linee a pũcto vni⁹linee ī diuersas ptes exierint duosq; circa se angulos rectos aut duob⁹rectis equales fecerint:ille due linee sibi directe coniũcte sũt ꝛ linea vna.

¶Sit vt a pũcto.b.linee.a.b.exeãt due linee in oppositas ptes que sint.b.c.ꝛ.b.d.ꝛ faciũt duos ãgulos q̃ sẽ.c.b.a.ꝛ.d.b.a.eq̃les duo bus rectis:tũc dico q due linee.c.b.ꝛ.d.b.sẽ sibiũicẽ directe q̃iũcte ꝛ linea vna:ꝛ hec ẽ q̃si quersa ꝓportis:q si nõ fuerit linea vna tũc ptrabaꝫ .c.b.in ꝓtinuũ ꝛ direc/ tũ q̃ qꝛ nõ ẽ linea vna cũ.d.b.trãsibit sup eã vt.b.c.aut infra eã vt.b.f.qꝛ g̃ sup li/ neã rectã q̃ ẽ.c.b.e.cadit linea.a.b.erũt anguli.c.b.a.ꝛ e.b.a. eq̃les duob⁹ rectis p p̃cedẽtẽ:ꝛ qꝛ oẽs recti sẽ ad iuicẽ eq̃les p.3.petitõem anguli quoqꝫ c.b.a.ꝛ d.b.a sẽ eq̃les duob⁹angul' rectis p ypothesym erũt duo ãguli.c.b.a.ꝛ.e.b.a.eq̃les duo/ bus angul'.c.b.a.ꝛ.d.b.a.g̃ dẽpto cõi angulo.c.b.a.erit ãgul⁹e.b.a.eq̃lis angulo




d.b.a.ps toti:quod ē īpossibile:sil'r lineā.c.b.ꝓtractā ꝓbabis angulū d.b.a.esse eq̄lem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersari⁹lineā.c.b.ꝓtractā cadere īfra.b.d.

## Propositio 15.

Omnium duarū linearum se inuicē secātiū: oēs anguli cōtra se positi sūt e q̄les: vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se īuicē secāt q̄tuor q̄ fiūt āgulos q̄tuor rectis eē eq̄les

¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.se īuicē secātes ī pūcto.e.dico ꝙ angul⁹ d.e.b.est eq̄lis angulo.a.e.c.⁊ angulus.b.e.c.ē eq̄lis angulo.a.e.d. Erūt.n.ꝑ.13.duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b.eq̄les duob⁹rectis:itēq3 duo anguli.c.e.b. ⁊.d.e.b.eq̄les duobus rectis ꝑ eandē:q̄re duo p̄mi sūt eq̄les duob⁹postremis eo ꝙ oēs recti sūt ad inuicē equales ꝑ.4. petitionē:dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.e.b. erit angulus.a.e.c.eq̄lis angulo.d.e.b. Eodē mō ꝓbabit̄ anguluꝫ.c.e.b.eē eq̄leꝫ angulo.a.e.d.qd̄ ē ꝓpositū.

## Propositio 16

Si quodlibet laterū trianguli directe ꝓtrahat̄ faciet angulum extrinsecum vtroq3 angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b.ꝓtrahat̄ vsq3 ad.d.dico ꝙ angulus.d.b.c.maior ē vtroq3 duoꝝ anguloꝝ ītrinsecoꝝ sibi oppositorū q̄ sūt.b.a.c.⁊.b.c.a.diuidā.n.ꝑ.10.lineā.c.b.ꝑ eq̄lia in pūcto.e.⁊ ꝓtrahā.a.e. vsq3 ad.f.ita vt.e.f.fiat eq̄lis.a.e. ⁊ ꝓtrahā lineā.f.b. intelligo duos triangulos c.e.a.⁊.b.e.f.⁊ q2 duo latera.a.e.⁊.e.c.trianguli.a.e.c.sūt eq̄lia duobus laterib⁹ f.e.⁊.e.b.trianguli.f.e.b.⁊ angulus.e.vnius ē eq̄lis angulo.e.alteri⁹ ꝑ p̄missā q̄a sūt anguli ꝯpositi: erit ꝑ.4.angul⁹.e.c.a.eq̄lis angulo.e.b.f.⁊ iō angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a. Sil'r quoq3 ꝓbabitur ꝙ est maior angulo.c.a.b.naꝫ diuidam.a.b.ꝑ eq̄lia in pūcto.g.ꝑ.10.⁊ ꝓtrahaꝫ lineā.g.h.equalē linee.c. g.ꝑ.3. postea ꝓtrahā.h. b.k.erūtq3 duoꝝ triāguloꝝ q̄ sūt.a.g.c.⁊.b.g.h.duo latera.a.g.⁊ g.c.p̄mi eq̄lia duob⁹laterib⁹.b.g.⁊.b.h.scd̄i:⁊ angulus.g.vni⁹angulo.g. alteri⁹ ꝑ 15.ergo ꝑ.4.angulus.g.c.a.est eq̄lis angulo.g.b.h.q̄re ꝑ.15.⁊ angulo.k.b.d ⁊ q2 angulus.c.b.d.ē maior angulo.k.b.d.erit etiā maior āgulo.b.a.c.qd̄ ē ꝓpositū.

## Propositio .17.

Omnis triāguli duo q̄libet āguli duob⁹rectis sūt mīores.

¶Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo q̄libet ei⁹anguli duob⁹rectis sūt minores: ꝓtrahat̄.n.vnū latus eius vt.b.c.vsq3 ad.d.eritq3 ꝑ p̄cedentē angulus.e.extrinsecus maior.a.⁊ maior.b.s3.c.extrinsec⁹cum c.intrinseco ē eq̄lis duobus rectis ꝑ.13.g̊ anguli.b.⁊.c.intrinseci siue anguli.a.⁊.c.intrinseci sūt minores duobus rectis:sil'r si ꝓtrahat̄ latus.b.a.ꝓbabit̄ ꝙ duo anguli.a.⁊.b.sunt minores duobus rectis:quod ē ꝓpositū.

## Propositio .18.

Omnis trianguli lōgius lat⁹maiori angulo oppositū est.

¶Sit vt ī t̄angulo.a.b.c.āgul⁹.a.sit maior āgulo.c.dico ꝙ lat⁹ c.b. maior erit latere.a.b.Si.n.sit eq̄le erit ꝑ.5.āgul⁹a.eq̄l' angulo.c.qd̄ ē ꝯ ypothesym:si aūt.a.b.sit mai⁹resecet̄ ad eq̄litatē.c.b.ꝑ.3.sitq3.d b.eq̄le.c.b.erit g̊ ꝑ.5.āgul⁹d.c.b.eq̄l' angl'o.b.d.c.s3.b.d.c.ē maior āgulo.b.a.c.ꝑ.16.g̊.b.c.d.ē maior.b.a.c.q̄re mlto forti⁹maior.a.c.b.ps toto:qd̄ ē īpossibile.

## Propositio .19.

OMnis trianguli maior angulo longius latus oppositū ē

¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maior latere.a.b.dico q̄ angul⁹ a.erit maior angulo.c.z ē ꝓuersa p̄cedētis:si.n.sit eq̄lis tūc p.6. latus.a.b.ē eq̄le lateri.b.c.qō est ꝑ ypothesym:Si āt.c.sit maior tūc p̄ p̄cedentē latus.a.b.ē maior latere.b.c.qō ē ꝑ ypothesym q̄re astruit ꝓpositum.

## Propositio 20.

OMnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

¶Sit triāgul⁹.a.b.c.dico q̄ duo latera.a.b.z.a.c.sūt lōgiora latere b.c.ꝓtrahat linea.b.a.vsqz ad.d.ita vt a.d.sit eq̄lis.a.c.z ꝓtrahat c.d.p.5.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.d.q̄re angul⁹.b.c.d.ē maior angulo.d.ergo p.18.latus.b.d.est maior latere.b.c.sz.b.d.ē eq̄le.a.b.z a.c.q̄re b.a.z.a.c.sil' iūcta sē maiora.b.c.

## Propositio .21.

SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctū vnū ꝓueniant eedē duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt z maiorē angulum continebunt.

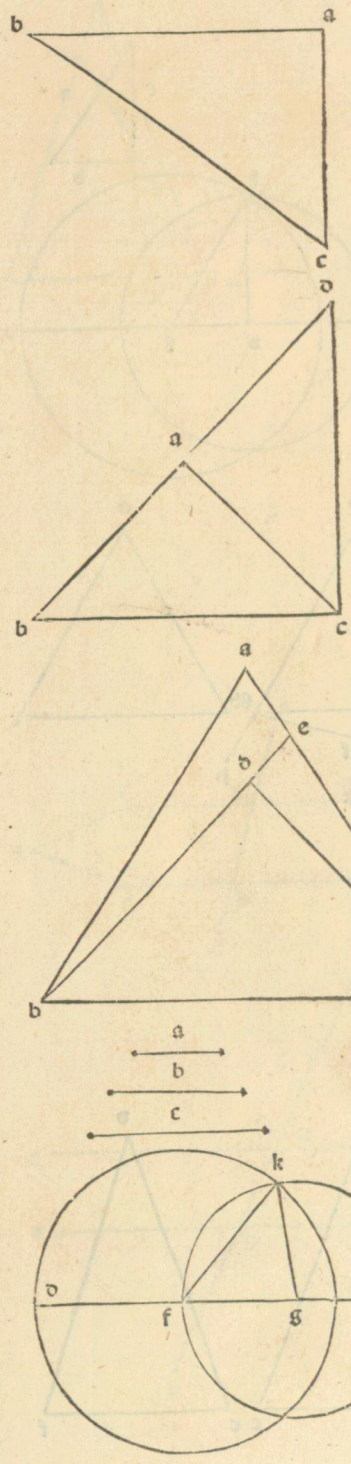
¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c.concurrant due linee.b d.z.c.d.ad punctū.d.intra triangulum.a.b.c.dico q̄ ipse simul iuncte sūt breuiores duabus lineis.a.b.z.a.c.sil' iunctis z q̄ angulus.d.ē maior angulo.a.ꝓtrahā tur.b.d.vsqz quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntqz per.20.b.a.z.a.c.simul iūcte maiores.b.e.ergo.b.a.z.a.c.sunt maiores.b.e.z.e.c. At vero.d.e.z.e.c. simil' iuncte p eandē sūt maiores.d.c.q̄re.b.e.z e.c.sunt maiores.b.d.z.d.c.z q̄.b.a.z a.c.sunt maiores.b.e.z.e.c.vt ꝓbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d. et d.c.qō ē p̄mū ꝓpositum:At q̄m angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c. p.16. et angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a.b.p eandē:erit angulus.b.d.c.multo forti⁹ maior angulo.b.a.c.qō ē scōz ꝓpositū.

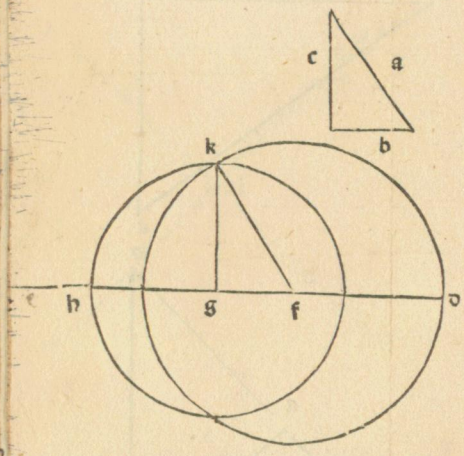
## Propositio .22.

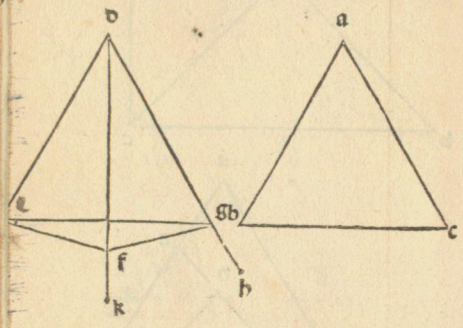
PRopositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte relique sint longiores de tribus alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.

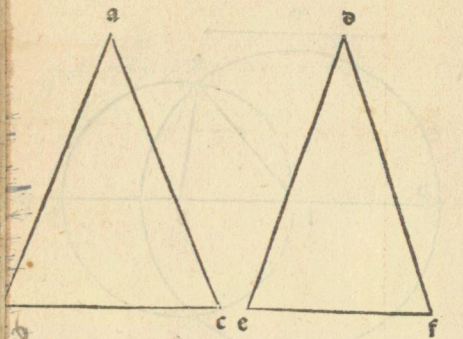
¶Sint tres linee recte ꝓposite.a.b.c.z sint quelibet due sil' iūcte longiores reliq̄.alit̄.n.ex illis tribus eq̄libus triangul⁹ non posset constitui p.20. cū ḡ ex illis tribus p̄dictis volo ꝓstituere triangulū:sūmo lineā rectam que sit.d.e.cui nō pono a pte.e.determiatū finē:ō q̄ sūmo p.3.d.f.equalē.a.z.f.g equalē.b.z.g.b.eq̄lem.c.fcōqz puncto.f.centro describo ꝑm quantitatē linee.f.d. circulū.d.k.itēqz facto.g.centro describo ꝑm q̄titatē linee.g.b.k.b.q̄ circuli iter secabunt se in duobus punctis quoz vnū sit.k.alioquin sequeret vnā dictaz lineaꝝ esse equalē alijs duab⁹ iunctis aut maiores eis:quod est p̄ium p̄ni:duco ergo lineā.k.f.z.k.g.critqz triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis eq̄lib⁹ lineis a.b.c.datis:sūt enim.f.d.z.f.k.equales q̄m sunt a centro ad circūferentiā quare f.k.ē equalis.a. Similit̄qz.g.b.z.g.k.sunt equales:quia exeunt a centro ad circūferentiam:quare.g.k.est equalis c.z quia.g.f.sūpta fuit equalis.b.patet ꝓpositum manifeste.

## Propositio .23.






DAta recta linea ſup terminū eius cuilibet angulo ꝓpoſito equum angulum deſignare.

Sit data linea.f.e.que ē in ſuperiori figura: ⁊ ſint lince.b.a.ꝓtinentes ãgulū datū cui ſubtendā baſim.c.ſup pūctū.f.linee.e.f.iubere facere eq̄lē angulū angulo dato ad lineā.e.f.adiūgo.f.d.eq̄lem linee.a ⁊ ex f.e.ſūmo.f.g.eq̄lē.b.⁊ ex.g.e.ſūmo.g.b.eq̄lē.e.⁊ ſup puncta.f.⁊.g. deſcribo duos circulos.d.k.⁊.k.b.ꝑm quantitatē duarū linearū.f.d.⁊.g.b.⁊ inſecātes ſe in pūcto.k.ſicut docuit p̄cedēs: ductiſq; lineis.k.f.⁊.k.g.erūt eq̄lia duo latera.k. f.⁊.f.g.trianguli.k.f.g.duobus lateribꝰ.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ baſis.g.k eq̄lis baſi.c.ergo ꝑ.8.angulꝰ k.f.g.eq̄lis erit angulo ꝓtēto.ab.a.⁊ a.b.qō ē ꝓpoſitum.

## Propoſitio 24.

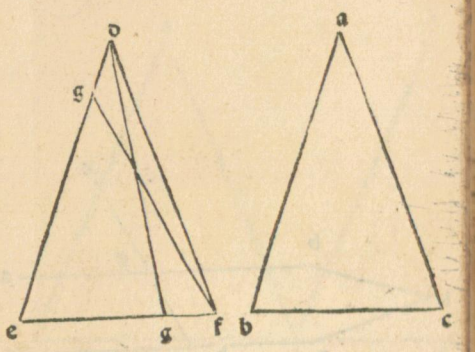
OMniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vniꝰ duobꝰ laterib⁹ alteriꝰ fuerint eq̄lia: ſi fuerit angulo⁹ lūb illis eq̄s laterib⁹ ꝓtētoꝝ alter altero maior baſis quoq; eiuſdē baſi alterius maior erit.

¶Sint duo triāguli.a.b.c.⁊.d.c.f.ſintq; duo latera.a.b.⁊.a.c. eq̄lia duobꝰ lateribꝰ.d.e.⁊.d.f.⁊ vnūquodq; ſuo correlatio dextrū.ſ.dextro: ſiniſtrū q; ſiniſtro: ſitq; angulus.a.maior angulo d.dato: dico ꝙ baſis.b.c.maior erit baſi.e.f.factā.n.iuxta doctrinā p̄cedentis.e.d.g.eq̄lē angulo.a.eritq; ãgulus.c.d.f. ps eiꝰ ⁊ ponā.d.g.eq̄lē.a.c.⁊ ꝓtrabā.e.g.q̄ aut trāſibit ſup̄.e.f.vt ſecet lineā.d.f. aut ſup.e.f.vt ſit ſecū linea vna: aut infra. Tranſeat ergo p̄mo ſup̄: ⁊ q⁹.a.b.⁊.a.c latera triāguli.a.b.c.ſt̄ eq̄lia.e.d.⁊.d.g.lateribꝰ trianguli.e.d.g.⁊ angulꝰ.a.angulo.d.totali: erit ꝑ.8.baſis.b.c.eq̄lis baſi.e.g. At vō q⁹.d.g.⁊.d.f.ſūt eq̄les: nam vtraq; ē eq̄lis.a.c.erit ꝑ.5.angulꝰ.d.f.g.eq̄lis angulo.d.g.f.q̄re d.f.g.maior erit f.g.e.g̃.e.f.g.mīto fortiꝰ maior ē eodē.f.g.e.g̃ ꝑ.18.latꝰ.e.g.maiꝰ ē laterc.e.f.q̄re ⁊.b.c.maior ē.e.f.qō ē ꝓpoſitū. Si vō.c.g. trāſeat ſup.e.f.⁊ ſit ſecū linea vna tūc e.f.erit ps.e.g.ꝑ vltimā g̃ 5ceptōem pz ꝓpoſitū. Si vō.e.g.trāſeat infra.e.f. ꝓtranſeant due linee.d.f.⁊.d.g.q̄ ſūt eq̄les vt ꝓbatū ē vſq; ad.k.⁊ ad.b. fiētq; ꝑ ſcōam ptē.qnte ſub baſi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.b.eq̄les: q̄re angulꝰ.e.f.g.maior erit angulo.f.g.c. ergo ꝑ.18.latꝰ.e.g.maiꝰ ē latere.e.f.q̄re.b.c.maior ē.c.f.qō ē ꝓpoſitū. Iſtud vltimū mēbrū poſſz ēt ꝓbari ꝑ. 21.ꝑ.ipſā.n.erunt i diſpoſitōe ttia due lince.d.g.⁊.e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ q⁹.d.g. ē eq̄lis .d.f.ꝓpt̄ hoc ꝙ ambe ſūt eq̄les.a.c.erit.g.e.maior.e.f.q̄re ⁊.b.c.maior: qō ē ꝓpoſitū: meliꝰ tñ eſt demonſtrare p̄iori mō vt in omni diſpoſitōe arguat̄ per quintam.

## Propoſitio 25.

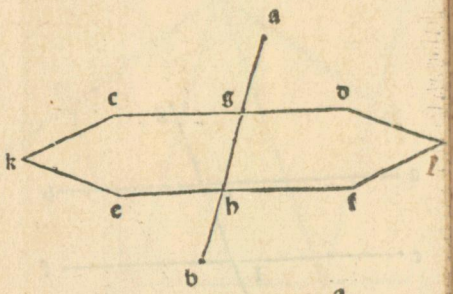
OMniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vniꝰ duobꝰ laterib⁹ alteriꝰ fuerint eq̄lia: baſis vō vniꝰ baſi alteriꝰ fuerit maior: erit quoq; angulꝰ trianguli maioris illis eq̄s laterib⁹ contentus angulo alterius ſe reſpiciente maior.

¶Sint duo triāguli.a.b.c. d.e.f.ſintq; duo lata.a.b.⁊.a.c.p̄mi eq̄lia duobꝰ lateribꝰ.d.e.⁊.d.f.ſcōi vnūquodq; ſuo correlatio: ſitq; baſis.b.c.maior baſi.e.f.dico ꝙ ãgulꝰ.a.maior erit anglo.d. hec ē ꝓuerſa p̄cedētis: Eq̄lis q̄dē non erit: ſic.n.eſſet ꝑ.4.baſis.b.c.eq̄lis baſi.e.f.qō ē ꝑ ypotheſym: ſed nec minor quia ſic eſſet.d.maior: ⁊ ita ꝑ p̄cedētē baſis.e.f.erit maior baſi.b.c.qō ē ꝓriū ꝓpoſitiōi q̄re maior erit ſicq; ꝓpoſitū aſtruit. Propō .26.




Omnium duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo anguli vnius duo/
bus angulis alterius ⁊ vterqꝫ se respicienti eq̄les fuerint
latus quoqꝫ vni⁹ lateri alterius equale: fueritqꝫ latus il/
lud inter duos angulos eq̄les aut vni eoꝝ oppositū: erūt
quoqꝫ duo vni⁹ reliq̄ latera duob⁹ reliq̄s alteri⁹ trianguli
laterib⁹ vnūquodqꝫ se respicienti equalia: angulusqꝫ reliquus vni/
us angulo reliquo alterius equalis.

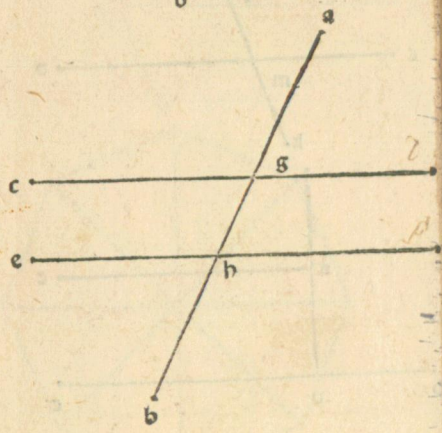
¶ Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitqꝫ angulus.b.eq̄lis angulo.e.⁊.angulus.c.
equalis āgulo.f. sitqꝫ latus.b.c.eq̄le lateri.e.f. aut alterū duoꝝ laterū.a.b.⁊.a.c.
equale alteri duoꝝ laterū.d.e.⁊.d.f.ita ꝙ.a.b.sit eq̄le d.e.aut.a.c.d.f.dico ꝙ re/
liqua duo latera vni⁹ erūt eq̄lia reliq̄s duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ ⁊ reliqu⁹ angul⁹ reliquo
angulo eq̄lis: āgul⁹ vꝫ.a.āgulo.d.ponā ergo p̄mo vt lat⁹.b.c.sup qd̄ iacent anguli
b.c.sit eq̄le lateri.e.f.sup qd̄ iacent anguli.e.f.qui positi sūt eq̄les angulis.b.c.tūc
dico ꝙ latus.a.b.est eq̄le lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d
Si.n.latus.a.b.non sit equale lateri.d.e.alterū erit maius: sit ergo mai⁹.d.e. qd̄
resecabo ad equalitatē.a.b.sitqꝫ.g.e.equale.a.b.⁊ ꝓducā lineā.g.f.eritqꝫ per.4.
angulus.g.f.e.eq̄lis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e.ꝑs toti quod ē ipossibile:
erit ergo .d.e.eq̄le.a.b.ergo ꝑ.4.d.f.eq̄le.a.c.⁊ angulus.d.eq̄lis angulo.a.qd̄ est
p̄mū mēbrū diuisiōis ꝓposite: Sint rursus vt pri⁹ duo anguli.b.⁊.c.eq̄les duo/
bus angulis.e.⁊.f.sitqꝫ latus.a.b.quod opponit̄ angulo.c.eq̄le lateri.d.e.qd̄ op
ponit̄ angulo.f.cui positus ē eq̄lis angulus.c.dico ꝙ latus.b.c.erit eq̄le lateri.e.f
⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d.Si.n.latus.e.f.nō fuerit equale la/
teri.b.c.erit alterū maius: sit ergo.e.f.maius: ponat̄ itaqꝫ.e.g.eq̄le.b.c. ⁊ ꝓducā
lineā.d.g.eritqꝫ ꝑ.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e.
extrinsec⁹ videlꝫ ītrinseco qd̄ ē ipossibile: ꝑ.16.erit ergo.e.f.eq̄le.b.c.ergo ꝑ.4.la/
tus.d.f.equale lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.qd̄ ē scd̄m mēbꝝ diuisio/
nis ꝓposite: q̄re totū manifeste pꝫ.




## Propositio .27.

Si recta linea sup duas lineas rectas ceciderit duosqꝫ an/
gulos coalternos sibiīnicē equales fecerit ille due linee
erūt equidistantes.

¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.⁊.e.f.⁊ secet lineā
c.d.in puncto.g.⁊ lineam.e.f.in puncto.h.sitqꝫ angulus.d.g.h. eq̄
lis angulo.e.h.g.dico ꝙ linee.c.d.⁊.e.f.sūt eq̄distātes.Si.n.nō ꝯcurrant aut ad
ptē.c.e.sup pūctū.k.aut a pte.d.f.sup pūctū.l.⁊ q̄lit̄cūqꝫ fuerit accidet ipossibile
ꝑ.16.videlꝫ angulū extrinsecū cē eq̄lē ītrinseco: nā vn⁹ dictoꝝ anguloꝝ coalt̄norū
q̄ positi st̄ eq̄les erit extrinsec⁹ ⁊ reliquus intrinsec⁹: qꝛ igit̄ ipossibile ē eas ꝯcurrē
ī alterutrā ptē ꝓtractas ipse ꝑ diffinitōem erūt eq̄distātes: quod est ꝓpositum.

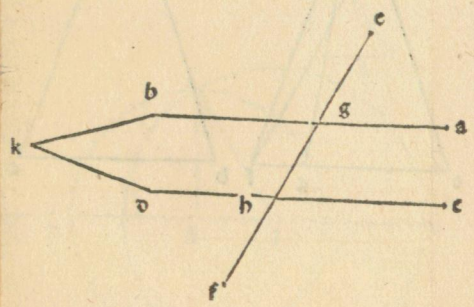



## Propositio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis supuenerit fueritqꝫ
angulus eius ītrinsecus angulo extrinseco sibi opposito
equalis aut duo anguli ītrinseci ex vna parte duob⁹ an/
gulis rectis eq̄les ille due linee equidistantes erunt.

¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.⁊.e.f.ī pūcto g.⁊.h.sitqꝫ
angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto: aut
duo anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadeꝫ parte sumpti sint equales duobus angulis

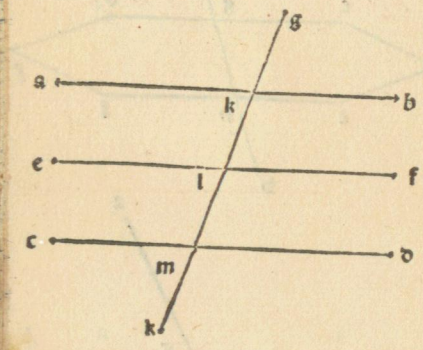
rectis: dico ꝙ due linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angul⁹.d.g.a equalis angulo.f.h.g.eritq3 per.15.angulus.c.g.h.equalis eidem angulo.f.h.g. q̄re ꝑ p̄missam. d.⁊.e.f.sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli.d.g.h.⁊.f.h g.equales duobus rectis: ⁊ q2 ꝑ.13.duo anguli.d.g.h.⁊.c.g.h.sūt sil'r eq̄les duo/bus rectis erit angulus.c.g.h.eq̄lis angulo.f.h.g.q̄re ꝑ p̄missā.c.d.⁊.e.f.erūt eq̄distantes: quod est ꝓpositū.




## Propositio 29.

SI duabus lineis equidistantib⁹ linea supuenerit duo anguli coalterni equales erūt: angulusq3 extrīsecus angulo intrinseco sibi opposito eq̄lis. Itēq3 duo anguli intrinseci ex alterutra ꝑte constituti duob⁹ rectis angul' equales.

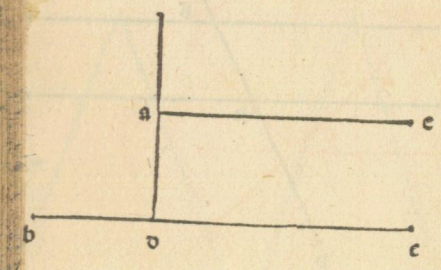
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes super quas cadat linea.e f.secans eas in punctis.g.⁊.h.dico ꝙ anguli.g.⁊.h.coalterni sūt eq̄les: ⁊ ꝙ angulus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem ꝑte sūpto: ⁊ ꝙ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem ꝑte sūpti sunt eq̄les duob⁹ rectis: ⁊ hec est ꝯuersa duarū p̄cedentiū. Primū sic p3: Si.eni āgul⁹.b.g.h.nō ē eq̄lis angulo. c.h.g.alter eoꝝ erit maior.sit g̃ maior āgul⁹.c.h.g.⁊ q2 duo āguli.c.h.g.⁊.g.h.d sunt equales duobus rectis ergo ꝑ.13.erunt duo anguli.b.g.h.⁊.d.h.g.minores duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee.a.b.⁊.c.d. si protrahant̄ ꝯcurrēt in ꝑte.b.⁊.d.ad punctum aliquē vt ad.k.non ergo sūt eq̄distantes ꝑ diffinitionem qd̄ ē ꝯ ypothesim: ⁊ q2 hoc est impossibile.erūt igit̄ duo anguli coalterni b.g.h.⁊.c.h.g.eq̄les quod est p̄mū ꝓpositū. Ex hoc p3 secūdū: ē.n.ꝑ.15.angulus b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̄lis angulo.c.h.g.extrinsecus v3 intrinseco: quod ē scd̄3 ꝓpositū. Ex hoc rursus p3 tertiū: Sūt.n.ꝑ.13.duo anguli.a.g.e.⁊.a.g.h.eq̄les duobus rectis.ergo duo anguli a.g.h.⁊.c.h.g.erunt etiā eq̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem ꝑte sūpti: qd̄ ē tertiū ꝓpositum.




## Propositio .30.

SI fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiinuicē equidistantes erunt.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.quarū vtraq3 eq̄distet linee.e f.dico illas duas videlz.a.b.⁊.c.d.esse equidistantes.hoc aūt est vniuersaliter veꝝ siue due linee.a.b.⁊.c.d.sint in vna sup̄ficie cū linea.e.f.siue non: hic tn̄ non intelligit̄ nisi ꝑm ꝙ oēs sunt in superficie vna: scd̄m.n.ꝙ sūt in diuersis superficieb⁹ ꝓbat̄ i nona.libri.ii.ꝙ sunt equidistātes. Sint ergo oēs i sup̄ficie vna: ꝓtrahā aūt lineā.g.h.secātem lineas a.b.⁊:c.d.in punctis.k.l.m. ⁊ qa a.b.equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per p̄mā ꝑtem p̄cedētis cum illi sint coalterni: atq3.c.d.equidistat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinsec⁹ eq̄lis angulo.l.m.c.intrinseco ꝑ scd̄am ꝑtem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.est equalis angulo.c.m.l.qui cū sint coalterni erūt ꝑ.27.linee.a.b.⁊.c.d.equidistātes: qd̄ est ꝓpositum.




## Propositio .31.

A Puncto extra lineam dato linee proposite equidistantē ducere.

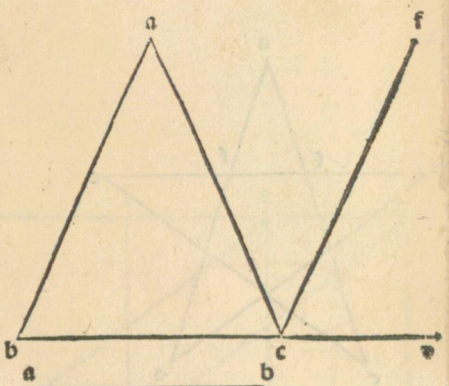
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq3 protrahatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus.a.datus extra lineā b.c.a quo oportet protrahere lineam. equidistantem.b.c.protraho lineam.a.d.qualitercunq3 contingat et super punctum .a. qui est extremitas

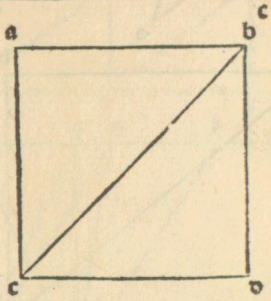
linee.a.d.constituo angulũ.e.a.d.ꝑ doctrinã.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coalterno:eritqꝫ.a.e.equidistãs.b.c.ꝑ.27.quod est ꝓpositum.

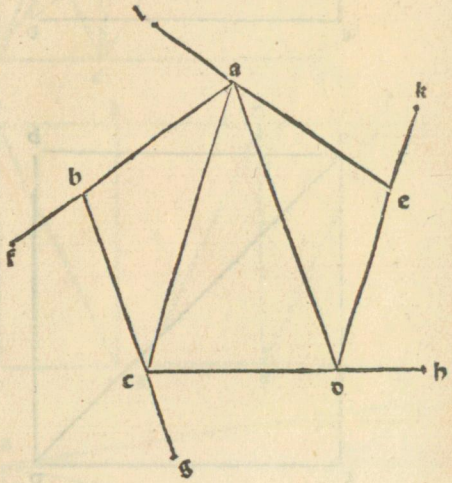
## Propositio .32.

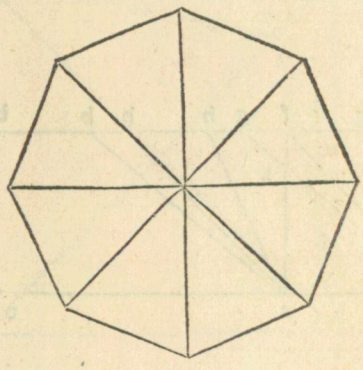
Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autẽ tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

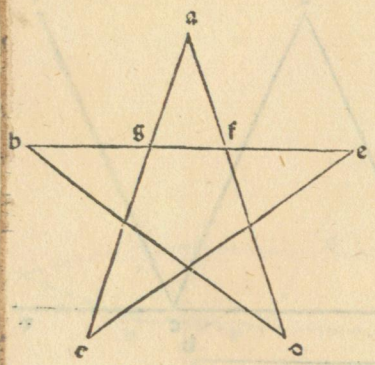
¶ Sit triangulus a.b.c.cuius latꝰ b.c. ꝓtrahat̃ vsqꝫ ad.d.dico ꝙ angulus.c.extrinsecus ẽ eq̃lis duobꝰ angulis.a.ꝛ.b.intrinsecis sibi oppositis sil̃ iũctis:ꝛ ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.sil̃ iuncti sũt eq̃les duobꝰ rectis. A puncto.c.ꝓtraham.c.f.eq̃distantẽ.a.b.ꝑm doctrinã p̃cedẽtis: eritqꝫ angulꝰ.f.c.a.eq̃lis angulo.a.qꝛ sũt coalterni ꝑ p̃mã ꝑtẽ.29.ꝛ angulus.f.c.d.extrinsecꝰ eq̃lis angulo.b.intrinseco ꝑ scd̃am ꝑtem eiusdẽ:q̃re totꝰ.a.c.d.extrinsecꝰ ẽ equal̃ duobꝰ angulis.a.ꝛ.b.intrinsecis sibi oppositis:qd̃ ẽ p̃mũ .ꝛ qꝛ duo anguli.a.c.b.ꝛ.a.c.d.sũt eq̃les duobꝰ rectis ꝑ.13.erũt tres anguli.a.b.ꝛ.c.intrĩseci eq̃les duobꝰ rectis: qd̃ ẽ scd̃m ꝓpositũ. ¶ Ex hac aũt pꝫ ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli sil̃ sumpti tot rectis angulis sũt eq̃les quotꝰ ẽ nũerꝰ quo a p̃ma destiterit duplicatꝰ: vbi gr̃a Poligoniarũ figurarũ ẽ triangula p̃ma:qꝛ si essꝫ duaꝝ lineaꝝ:cũ figura sit clausio linearũ:tunc due linee recte includerent supficiẽ qd̃ ẽ ipossibile ꝑ vltimã petitionẽ Quadrilatera scd̃a:penthagona 3ª.sil̃r aũt q̃libet tota erit i ordĩe quotus erit numerꝰ laterũ aut angulorꝝ eiꝰ inde dempto binario. Dico ꝯ ꝙ triãgule q̃ ẽ p̃ma oẽs anguli sũt eq̃les duobꝰ rectis. Quadrilatere q̃ ẽ scd̃a erũt eq̃lis q̃tuor rectis ꝛ penthagone q̃ ẽ t̃tia erũt eq̃les sex rectis. Hoc aũt inde manifestũ ẽ qm̃ cũ q̃libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulorꝝ eius ad oẽs angulos oppositos:sintqꝫ oẽs anguli oĩs trianguli duobus rectis eq̃les erũt oẽs laterate figure oẽs ãguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a p̃ma:quod ẽ ꝓpositũ. Sit.n.exẽpli gr̃a: Penthagonꝰ.a.b.c.d.e.a cuius angulo.a.ducã lineas ad angulos.c.d.sibi oppositos:eritqꝫ totꝰ penthagonꝰ resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d.ꝛ.a.d.e.quoꝝ cũ cuiuslibet sint anguli eq̃les duobꝰ rectis erũt penthagoni anguli eq̃les sex rectis:qd̃ ẽ duplũ eiꝰ nũeri quo a p̃ma distat siue duplum numeri angulorum aut laterum eiꝰ inde dempto binario. ¶ Possumꝰ quoqꝫ ꝛ sic idẽ ꝓponẽ dicentes ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli pariter accepti sũt tot rectis angulis eq̃les q̃tus est numerꝰ quẽ eiꝰ anguli duplicant inde dẽptis q̃tuor.pũcto.n.quolibet intra figurã signato ꝛ ab eo ad singulos ãgulos lineis ꝓtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quãti fuerit eiꝰ anguli: iõ qꝫ oẽs anguli oĩum illoꝝ triangulorꝝ ꝑiter accepti tot rectis angulis erũt eq̃les quãtus ẽ numerꝰ quẽ duplicãt anguli ꝓposite figure:cũ itaqꝫ sint oẽs anguli triangulorꝝ in quos ipsa resoluta ẽ pũctuꝫ mediũ circũstãtes q̃tuor rectis equales ꝑ.13. manifestũ constat ꝓpositũ. ¶ Similit̃ quoqꝫ pꝫ ꝙ oĩs figure poligonie anguli oẽs extrinseci q̃tuor rectis angulis sũt eq̃les:sũt eni ĩtrinseci ꝛ extrĩseci ꝛ bis tot rectis eq̃les quot hũerint angulos per.13. Intrinseci ãt sũt bis tot rectis eq̃les quot hũerit ãgl̃os demptis inde q̃tuor:ꝯ extrinseci sunt q̃tuor rectis equales:qd̃ ẽ ꝓpositũ. Exempli gratia: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrahantur vt fiant anguli extrinseci a.b.quidẽ ꝓtrahat̃ vsqꝫ ad.f. b.c.vsqꝫ ad.g.c.d.vsqꝫ ad.h. d.e. vsqꝫ ad.k.e.a. vsqꝫ ad.l.eruntqꝫ per.13. duo anguli.a. intrinsecus ꝛ.a. extrinsecus equales duobus rectis:eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus.ꝛ.b.extrinsecus:sic et



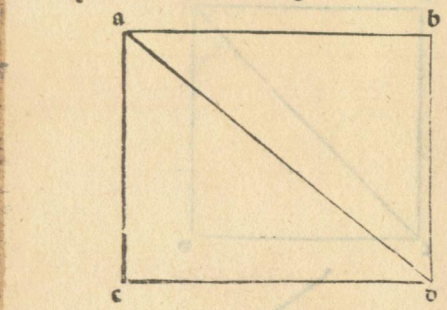





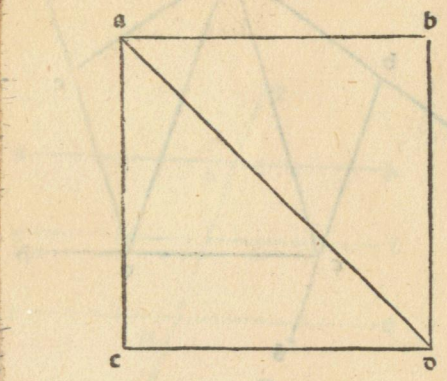

ceteri q̄re.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decē rectis. demptis igit intrinsecis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. vidz.b.a.l.c.b.f.d.c.g.c.d.b.⁊.a.c.k.eq̄les q̄tuor rectis. ¶ Patet ēt q̄ oīs pentagoni cui⁹ vnūquodq; lat⁹ duo secat ex reliqs bz.5.angulos duob⁹ rectis eq̄les. sit q̄lis ꝓponit pentagon⁹.a.b.c.d.e.⁊ secet latus.a.c.latus.b.e.i pūcto.g.⁊ lat⁹.a.d.idē latus.b.e.i pūcto.f.eritq; angul⁹.a.f g.eq̄lis duob⁹ angul'.b.⁊.d.cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo.f.d.b. Itēq; angul⁹.f.g.a.erit equalis duob⁹ angul'.c.⁊.e.cū sit extrinsec⁹ ad ipsos in triāgulo g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cū angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̄tuor anguli.b.d.⁊.c.e.sūt cū angulo.a.eq̄les duob⁹ rectis: qō ē ꝓpositū.

## Propositio .33.



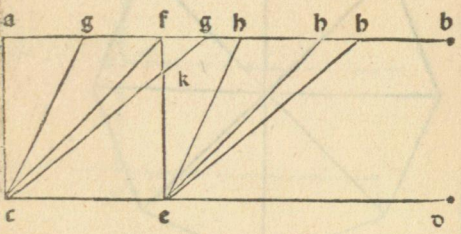

Si in sūmitatib⁹ duarū linearū eq̄distātiū ⁊ eq̄lis q̄ntitatis alie due linee ꝓiūgant ipse quoq; eq̄les ⁊ eq̄distātes erūt. ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.eq̄les ⁊ eq̄distātes q̄rū extremitates cōiungā ꝑ lineas.a.c.⁊.b.d.quas dico esse eq̄les ⁊ eq̄distantes. ꝓtrabam.n.lineā.a.d.⁊ q⁊ linee.a.b.⁊.c.d.sunt equidistātes erit angul⁹ b.a.d.eq̄lis angulo.a.d.c.ꝑ pmā ptē.29.ergo erūt duo latera.a.b.⁊.a.d.triangu li.a.b.d.eq̄lia duob⁹ laterib⁹ d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus a.pmi eq̄lis an gulo.d.secūdi.ergo ꝑ .4.basis.b.d.pmi ē equalis basi a.c.secūdi.⁊ angul⁹.a.d.b. primi equalis angulo.d.a.c.secūdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d.⁊ a.c.equidistantes ꝑ.27.⁊ quia pri⁹ ꝓbatū est ipas esse eq̄les: pz ꝓpositū vtrūq;.

## Propositio .34.




Omnis supficies equidistantibus ꝓtenta laterib⁹ lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet eq̄les diametro ⁊ dividente eam ꝑ medium. ¶ Sit supficies.a.b.c.d.equidistātiū laterū: ita q̄ linea.a.b.equidistet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b.⁊.c.d.itē duas lineas.a.c ⁊.b.d.esse equales. Sit⁹ ⁊ dico angulū.a.esse eq̄lem angulo.d.⁊ angulū.b. angulo c.protrabam diametrū.a.d.que etiā dividet supficiem illā ꝑ mediū.cū.a.b.⁊.c. d.sint equidistantes: erūt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coalterni eq̄les per.29. At quia etiā.a.c.⁊.d.b.sūt equidistantes: erūt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a.qui sunt coalterni equales ꝑ eandē. Intelligo.n.duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ quia duo anguli a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c. ⁊ latus.a.d.sup quod iacēt illi anguli i vtroq; triāgulo ē cōe: erit ꝑ.26.lat⁹.a.b.eq̄le lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊.angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulū.a. totalē pz esse equalē angulo.d.totali ꝑ secūdā cōceptōez totū ꝓpositū cū corela⁹ liquet.

## Propositio .35.




Omnes supficies equidistantiū laterū sup vnā basim atq; i eisdem alternis lineis constitute equales esse ꝓbantur. ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.supficies eq̄distātiū laterū sup basim.c.e.⁊ sup eandē basim ⁊ inter easdē lineas fiat alia supficies.g.c.b.e.similit eq̄distantiū laterꝫ dico duas p̄dcas supficies eē eq̄les quod sic ꝓbat⁹. aut.n.linea.c.g.secabit lineam.a.b in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut i aliquo puncto linee.b.f.secet ergo p̄mo in aliquo pūcto linee.a.f.vt in p̄ma figuratiōe apparet.⁊ q⁊ vtraq; duaꝫ linearū.a.f.⁊.g.b.est equalis linee.c.e. per p̄cedentē vna carū erit equalis alteri

dempta ergo linea.f.g.cōmuni remanebit.a.g.equalis.f.b.qz p ꝓcedentē iterū ē a.c.equalis.f.e.z angulus.b.f.e.angulo.g.a.c.per scōam ptē.29.videlicet extrinsecus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.b. ergo irregulari figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriqz erit supficies.a.c.f.e.equal' superficiei.g.c.b.e.quod est ꝓpositum.Secet ergo mō linea.c.g.lineā.a.b.in puncto.f.vt in secūda figuratione apparet.erūtqz sili argumentatione priori duo trianguli.a.c.f.z.f.c.b.equales quare vtrobiqz addito triangulo.f.c.e. patet ꝓpositum. Secet tertio mō linea.c.g. lineam.a.b.inter duo puncta.f.b.vt in tertia figuratione apparet:secabitqz lineam.f.e.sic vt in puncto.k.z quia simili argumētatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.b.facta cōmuni linea.g.f.erit a.g.equal' f.b.z triangulus.a.g.c.equalis triangulo..f.c.b.addito ergo vtriqz triangulo.c.k.e.z detracto ab vtroqz triangulo.f.k.g.crit superficies.a.c.f.e.equal' superficiei g.c.b.e.quod est ꝓpositum.

## Propositio .36

OMnia palellograma in basibus equalibus atqz in eisdez lineis constituta equalia esse necesse est.

Paralellogramū dicit supficies eqdistantiū laterū.Sint due supficies.a.b.c.d.z e.f.g.b.equidistantiū laterū constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.z.c.b.z super equales bases que sunt.c.d.z.g.b.dico eas eē equales.nam protrabā duas lineas.c.e.z .d.f. eritqz per.33.superficies.c.d.e.f.equidistantium laterum ꝓpter hoc qꝝ.e.f.est equalis z equidistans. c.d.nam vtraqz earū est equalis.g.b.quia ergo per pmissaz vtraqz duarū superficierū.a.b.c.d.z.e.f.g.b.est equalis superficiei.c.d.e.f.ipse erūt sibi inuicem equales:quod est ꝓpositum.

## Propositio .37.

EQuales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eādē basim atqz inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

Sint duo trianguli.a.b.c.z.d.b.c.pstituti super basim.b.c.inter duas lineas.a.c.z.b.f.que sint equidistātes:dico eas esse equales. ꝓtrabam enī.c.g.equidistantē.a.b.z.c.b.equidistantē.d.b.per.31. erūtqz due superficies.a.b.c.g.z.d.b.c.b.equales per.35.z quia dicti trianguli sunt earū dimidia p correlariū.34.ipse erūt eqles per cōez sciam queest quoz tota sūt eqlia z dimidia:sicqz pz ꝓpositū.

## Propositio .38.

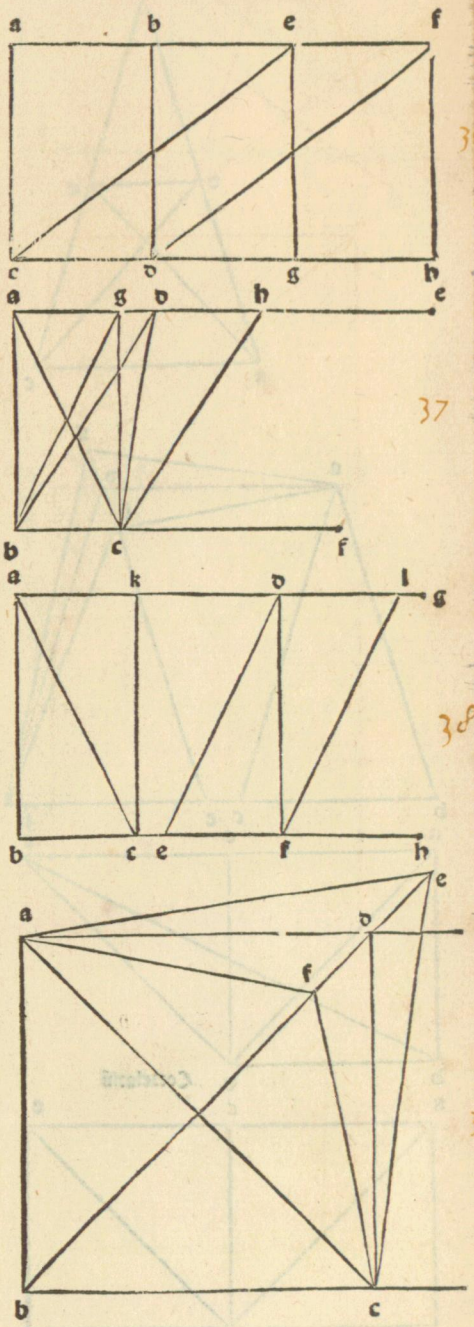
SI duo trianguli super bases equales atqz inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

Sint duo triāguli.a.b.c.z.d.e.f.pstituti sup basef.b.c.z.c.f.eqles z inē lineas.a.g.z.b.b.eqdistātes:dico cos esse eqles. ꝓtrabā enī. c.k.eqdistantē.a.b.z.f.l. eqdistantē.c.d. erūtqz due supficies.a.b.c.k.z.d.e.f.l.eqles p.36.z qz dicti triāgli sūt eaz dimidia p cōrelariū.34.ipi erūt eqles p antedictā cōmunē scientiam.

## Propositio .39.

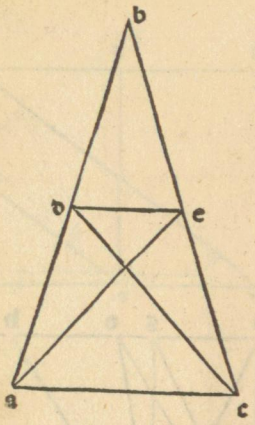
OMnes duo triāguli eqles si in eandē basim z ex eadē pte ceciderint:inter duas lineas equidistantes erunt:

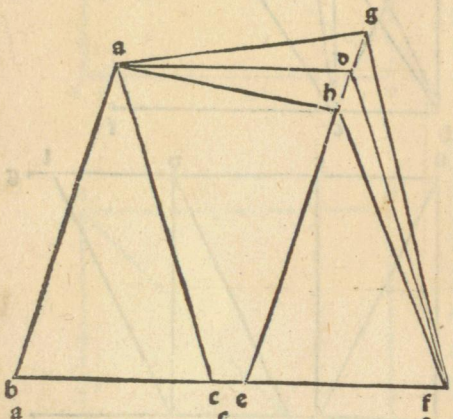
Sint duo ꝯanguli.a.b.c.z.d.b.c.pstituti sup basi.b.c.ex vna eademqz pte:sintqz equales:dico eas eē inē lineas equidistantes:z hec est conuersa.37.a puncto.a.ꝓtrabam lineam equidistantez linee.b c.que si pertransierit per punctuz.d.liquet propositum.Si autem pertransierit supra aut infra: transeat primo supra z sit .a.e. producamqz .b.d.vsquequo secet

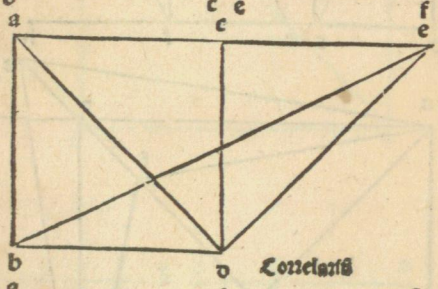


lineā .a.e.in pūcto .ē. ⁊ ꝓtraham lineaꝫ.e.c.⁊ quia triangulus c.b.c.est equalis triangulo a.b.c.ꝑ.37.⁊ triangulus.d.b.c. positus ē equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod est impossibile. Nō igit̄ pertransibit linea que a puñcto a ducitur eque distanter.b.c.supra.d.transeat.ergo infra.⁊ sit.a.f. secans lineam d.b.in puncto.f.protraham ergo lineam.f.c. ⁊ quia per.37.triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistanter .b.c. non transit nisi per punctum .d. patet propositum. ¶ Ex hac autem ⁊ premissa nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ equa secet vl' secuerit ipsa erit t̄tio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que sunt a.b.⁊.b.c.secet lineam.d.e.per equalia.a.b.qd̄ i puncto.d. ⁊.b.c.in puncto.e.dico ꝙ linea.d.e.est equidistans .a.c. protraham eni in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritqꝫ per.38.triāgulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b. Itez qꝫ per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea .c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.est equalis triangulo. c.e.d.quia ergo ipsi sunt ꝯstituti sup eañdē basim videlicet lineā.e.d. ⁊ ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas eque distantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

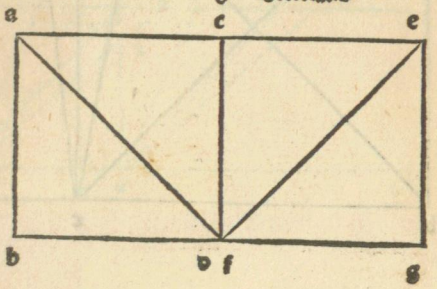
Correlarium




Correlariū




**SI duo trianguli equales super equales bases vnins eiusdemqꝫ linee ex eadeꝫ parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse ē contineri.**

¶ Sint duo trianguli.a.b:c. d.e.f .equales constituti super duas bases que sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. ⁊ hec est conuersa.38. ⁊ probatur per ipsam sicut precedēs per.37.a puncto.a.ducatur linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctum.d.patet propositum.sin autem pertransierit supra vt.a.g. ⁊ producatur.e.d.vsqꝫ ad ipsum que sit .e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritqꝫ per.38.triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f.quare ⁊ triangul⁹.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f.ꝑs toti quod est impossibile: Non ergo transibit supra: transeat ergo infra.⁊ secet lineam .d.e.in puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritqꝫ per .38.triangulus.h.e.f. eq̄lis triangulo.a.b.c.quare ⁊ triangulo.d.e.f: pars toti qnod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ꝓpositum.

**SI ꝑalellogramū triangulusqꝫ in eadem basi atqꝫ ī eisdem alternis lineis fuerint ꝯstituta ꝑalellogramū triāgulo duplum esse ꝯueniet.**

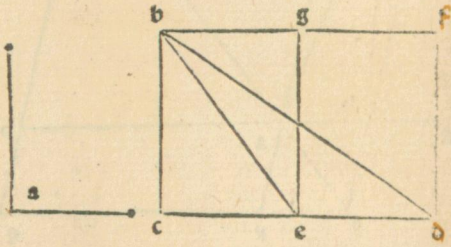
¶ Sit ꝑalellogramū.a.b. c.d.⁊ triāgul⁹.e.b.d.sup basim b.d.⁊.int̄ lineas a.e.⁊.b.d.q̄ sint eque distantes: dico ꝑalellogranū duplū esse triangulo ꝓtrahā in ꝑalellograno diametrum.a.d.eritqꝫ triangulus.a.b.d.dimidiū ꝑalellogrami ꝑ corre⁹.34.⁊ quia triangulus e.b.d.est eq̄lis triangulo .a.b.d. ꝑ.37.pꝫ triangulū.e.b.d:eē dimidiū ꝑalellogrami.a.b.c.d.qd̄ ē ꝓpositū. Similit̄ quoqꝫ pōt ꝓbari ꝙ si ꝑalellogramū triangulusqꝫ in equalib⁹ basib⁹ atqꝫ inter lineas eq̄ distātes fuerit ꝯstituta ꝑalellogramū duplū erit triāgulo: qd̄ iō nō posuit euclides: qꝛ leuit̄ pꝫ ex hac p̄cedēte correlariū.⁊.38.diuiso ꝑalellogramo ꝑ diametrū in duos triangulos. vel sup basim ꝑalellogrami int̄ easdē lineas eq̄ distantes

triangulo cōstituto ad quē duplū erit paralellogramū per hanc precedentē ⁊ ipse equalis alteri triangulo per.38.

## Propositio .42.

Equidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

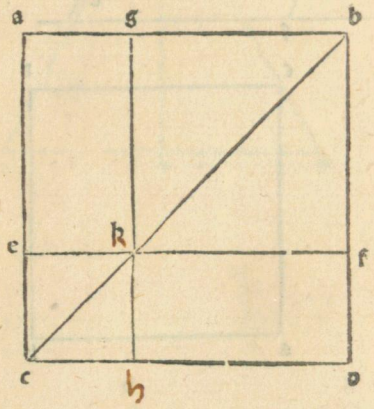
¶ Sit assignatus angulus.a.⁊ assignatus triangul⁹.b.c.d.volo describere supficiē equidistantium laterū equalem triangulo .b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a.diuido basim.c.d.per dimidiū in puncto.e.⁊ protraho lineā.b.e.⁊ a puncto.b.duco.b.f. equidistantem c.d.eritqꝫ per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.est dimidiū totalis trianguli.b.c.d.igit̄ super punctū.e.linee.d.c.constituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.⁊ perficio paralellogramū.g. e.d.f. quod etiā qꝛ per precedentē ē duplū ad triangulū.b.c.d.erit etiā equale triangulo.b.c. d.ꝑ hāc cōem scienciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoqꝫ sunt equalia . est enī triangulus.b.e.d.vtriusqꝫ dimidiū quare descripsimus ꝑalellogramū. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.⁊.d.f.g.cōtrase positorum est eq̄lis angulo.a.quod fuit propositum.




## Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrū sunt ꝑalellogramoꝝ supplementa equa sibi inuicē esse necesse est.

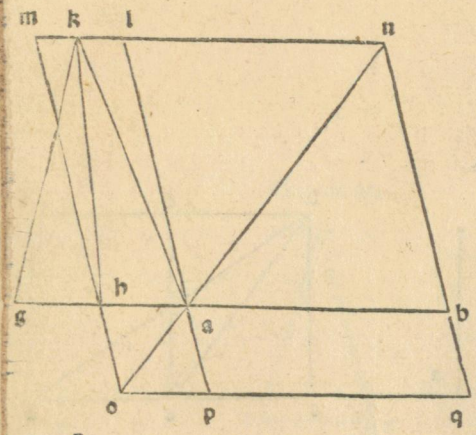
¶ Sit paralellogramū.a.b.c.d.in quo protraham diametrum.b.c. ⁊ protraham.e.f.equidistantē vterqꝫ duoꝝ lateꝝ.a.b.⁊.c.d.que secet diametrum in puncto.k.a quo ducā.k.g.equidistantest vtriqꝫ duoꝝ laterū.a. c.⁊.b.d.⁊ producā eam quousqꝫ secet vtrūqꝫ lat⁹.a.b ⁊.c.d.sitqꝫ tota.g.k.h .erit qꝫ totum ꝑalellogramū.a.b.c.d.diuisum in quatuor ꝑalellograma quoꝝ duo scꝫ.e c.k.h.⁊.g .k.b.f. dicunt̄ consistere circa .c.b.ꝙ diametrum transit per medium eorum et ideo suntcirca diametrum :reliqua duo sciiicet .a.e.g.k.⁊.k.h.f.d.dicūt̄ supplemēta hec duo supplementa dicunt̄ eē equalia.sunt enī duo trianguli.a. b.c.⁊.c.d.b.equales ꝑ correl̄.34.sil̄r quoqꝫ duo trianguli.g.k.b.⁊.f.k.b.sūt equales per idē correl̄.34.At duo trianguli.c.e.k.⁊.k.h.c.sil̄r equales ꝑ idē correlariuꝫ demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.⁊.k.c.c.de totali triāgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.⁊.k.c.h.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cōem sciam residua:que sunt duo dicta supplemēta equalia:quod est propositum.

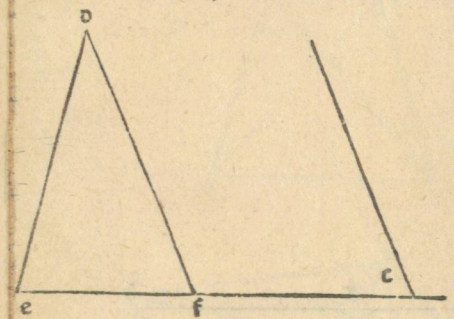


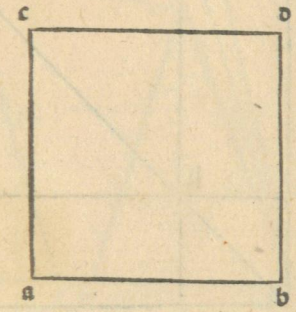

## Propositio .44.

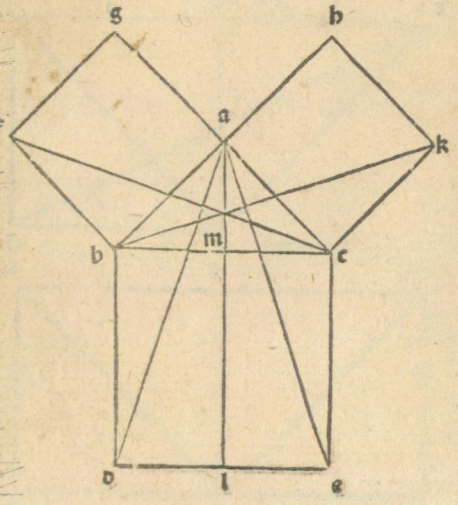
Proposita linea recta sup eam supficiē equidistantiū laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiē equidistantiū lateꝝ super lineā aliquā ē lineā ipsā facere latus vnū ipsi⁹ supficiei .Sit ergo data linea.a.b.⁊ dat⁹ angulus.c.⁊ datus triangulus.d.e.f.super lineā.a.b.volo designare supficiē vnā equidistantiū lateꝝ ita ꝙ linea.a.b.sit vnū ex lateribus eius cuius vterqꝫ duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.⁊ ipsa totalis supficies sit eq̄lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.47.qꝛ hic dat̄ latus vnius supficiei describende scꝫ linea.a.b. ibi autem nullum.cū ergo voluero facere adiungo lineam.a.g




linee .a.b.ſm rectitudinem: quã pono equalem linee.c.f. baſi trianguli dati ſuper quã cõſtituo triangulũ vnũ ei eq̃lé ⁊ equilaterũ. qõ hoc modo facio. Conſtituo ãgu lum.a.g.k. equalem angulo.e.⁊ ngulum.g.a.k. equalem angulo.f. per.23.⁊ quia g.a. poſita fuerat equalis.e.f. erit per.26. triangulus.g.a .k. equalis ⁊ equilaterus triangulo.c.f.d. diuidã ergo.g.a. per equalia in puncto.b.⁊ ꝓtrahã.k.b. ⁊ ꝓducam a puncto.k. lineã .m.k.n. equidiſtantẽ linee.g.b. eritq; per.38. triangul⁹.a.b k. equalis triangulo.g.b.k. tunc ſuper punctũ.a. linee.g.a. faciã angulum.g.a.l.ꝑ 23. equalem angulo.c. dato: ⁊ conplebo ſup baſim.a.b.⁊ inter lineas.g.b.⁊.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiuꝫ laterum.m.l.b.a. que ꝑ.41. dupla erit ad triangulũ.k.b.a quare equalis totali triangulo.k.g.a. quare ⁊ triangulo.d.c.f. ꝓpoſito: ꝓtrabam ergo.b.n. equidiſtantẽ.a.l.⁊ producã diametrum. n.a. quã ꝓtrabã quouſq; cõcurrat cũ.m.b. in puncto.o.⁊ cõplebo ſuperficiem equidiſtãtium laterum .m.o.n.q.⁊ ꝓtrabam.l.a. vſq; ad.p. eritq; per precedentẽ ſupplementũ a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.b.a. quare ⁊ triangulo.d.e.f.⁊ q; per.15. angu lus .l.a.b. ẽ equalis angulo.b.a.p.⁊ ideo angulus.b.a.p. eſt equalis angulo.c. ꝑ ſuper datam lineã .a.b. deſcriptã eſſe ſuperficiem equidiſtantiũ laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f. cuius vterq; duorum angulorum contra ſe poſito rum qui ſunt.a.⁊.q. ẽ equalis dato angulo.c. quod fuit ꝓpoſitum.

## Propoſitio .45.

X data linea quadratum deſcribere.

¶Sit data linea .a.b. ex qua volo q̃dratum deſcribere: a punctis.a ⁊.b. linee .a.b. educo p.11. lineas.a.c.⁊.b.d. perpendiculares ad li neam.a.b. que erũt equidiſtantes per vltimã ꝑtem.28. ⁊ pono vtrã q; earũ eidem.a.b. per ſcdam equalem ⁊ ꝓtrabo lineam.c.d. eritq; ipſa equalis et equidiſtans linee.a.b. per.33.⁊ quia vterq; duorum angulorũ. a.⁊ b. eſt rectus. erit vterq; duorũ.c.⁊.d. rectus per vltimã ꝑtem.29. ergo per diffiniti onem.a.b.c.d. ẽ quadratum quod eſt ꝓpoſitũ. Idem aliter ſit.a.c. perpendicu laris ſuper lineam.ab. per.11.⁊ ſit ei equalis vt prius ⁊ a puncto.c. per.31. ducatur c.d. equidiſtans.a.b.⁊ ponatur equalis ei ⁊ ducatur linea.d.b. que per.33. erit eq̃ lis ⁊ equidiſtans .a.c.⁊ omnes anguli recti per vltimã ꝑtem.29. quare per diffiniti onem habemus ꝓpoſitum.

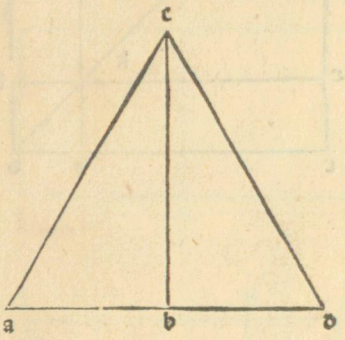
## Propoſitio .46.

In omni triangulo rectangulo quadratum qõ a latere re cto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribit equũ ẽ duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus con ſcribuntur.

¶Sit triangulus.a.b.c. cuius angulus.a. ſit rectus dico q̃ quadra tũ lateris .b.c. equũ ẽ quadrato.a.b.⁊ quadrato.a.c. ſiꝫ ſumptis. Quadrabo g̃ hec tria latera ſm doctrinã ꝓcedentis: ſitq; q̃dratũ.b.c. ſupficies.b.c.d.e.⁊ q̃dratũ.b. a. ſupficies .b.f.g.a.⁊ q̃dratũ.a.c. ſupficies.a.c.b.k. ab ãgulo.a. recto ducã ad baſ iz.d.e. baſiz maximi q̃drati tres lineas .ſ.a.l eq̃diſtãtẽ vtriq; lateri.b.d.⁊.c.e. q̃ ſe cet.b.c i pũcto.m.⁊ ypothemiſas.a.d.⁊.a.e. itẽq; a duob⁹ reliq̃s ãglis triãgli q̃ ſũt b.⁊.c. ducã ad duos angl'os duoꝝ q̃dratoꝝ mioꝝ duas liẽas ſe inſecãtes itra ipſũ

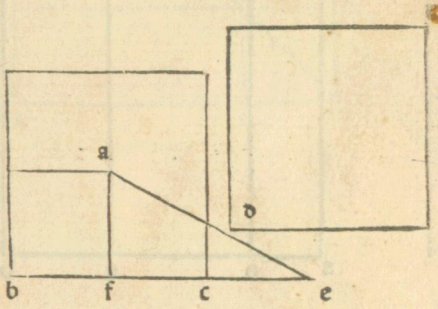
triangulū que ſunt.b.k.ꝛ.c.f.ꝛ qꝫ vterqꝫ duoꝝ angulorum.b.a.c.ꝛ.b.a.g.eſt rectꝰ per.14.erit.g.c.linea vna: eadē rōne erit.b.h.linea vna.qꝫ vterqꝫ duoꝝ angulorum c.a.b.ꝛ.c.a.b.eſt rectus:quia ergo ſup baſim.b.f.ꝛ inter duas lineas equidiſtantes q̄ ſunt.c.g.ꝛ.b.f.cōſtituta ſūt palellogramū .b.f.g.a.ꝛ triāgulꝰ.b.f.c.erit p.41. palellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. ſꝫ triāgulꝰ.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.ꝛ.b.c.latera primi ſunt equalia.a.b.ꝛ.b.d.lateribus poſtremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.poſtremi.eo qꝫ vterqꝫ cōſtat ex angulo recto ꝛ angulo.a.b.c.comuni.ergo palellogramū.b.f.g.a.eſt duplum ad triāguluꝫ .a.b.d ſed pallellogramū.b.d.l.m.eſt duplū ad eundē triangulū. p.41.qꝫ cōſtituti ſūt ſup eandem baſim ſcz. b.d .ꝛ inter lineas equidiſtantes que ſunt. b.d.ꝛ.a.l. ergo per cōmunē ſciam quadratū.a.b.f.g.ꝛ palellogramū.b.d.l.m.ſunt equalia. qꝫ eorum dimidia videlicet predicti trianguli ſunt equalia Eodē mō ꝛ per eaſdē ꝓpoſitiōes mediantibꝰ triangulis.k.b.c.ꝛ.a.e.c.ꝓbabimꝰ q̄dratū.a.c.b.k.ēe equale palello gramo.c.e.l.m.q̄re pꝫ ꝓpoſitū. ¶Propoſitio .47.

SI qō ab vno trianguli latere in ſeipſū ducto ꝓducīt:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis lateribꝰ deſcribuntur.rectus eſt angulus cui latus illud opponitur. ¶Lineā in ſe ipſam ducere eſt eius quadratū deſcribere. ¶Sit trian gulus.a.b.c.ſitqꝫ quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.ꝛ.b.c.ſimul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponīt eſſe rectū:ꝛ hec eſt cōuerſa prioris. ¶A puncto.b.extrabo lineā.b.d.p. 11 .ꝓpendicularē ſuper lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.ꝛ produco lineam .d.c.eritqꝫ per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.ꝛ.b.c. ꝛ qꝫ.b.d poſita eſt equalis.b.a.erunt per cōmunē ſcientiā que eſt linearū equaliū equalia eſ ſe quadrata:quadrata uarū lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.d.equalia:quapropter erit quadra tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem ſciam que ē conuerſa pri oris ſcz lineas quaꝝ quadrata ſunt equalia eſſe equales:erit.d.c.equalis.a.c.qua re p.8.angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qō ē ꝓpoſitū.



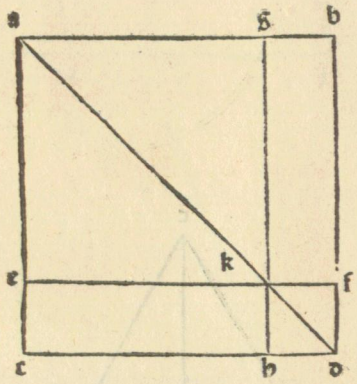

¶Propoſitio .48.

PRopoſitis quibuſcunqꝫ quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem deſcribere. ¶Proponant̄ ergo duo quadrata ſcz.a.b.ꝛ.c.d.ꝛ ſit propoſitū pro ducere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaqꝫ vnū latus quadrati.a.b.ad equalitatem vniꝰ lateris quadrati. c.d. in continuum ꝛ directum ꝛ ſit.f.e.ita qꝫ .f.e.ſit equale vni laterū quadrati.c.d. ꝛ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. ſit ergo triangulꝰ orthogoniꝰ quia.f.ē angulꝰ rectus arguat̄ ergo ꝫm penultimā primi ſic:q̄dratū.e.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.ꝛ q̄dratū f.a.ſed q̄dratū.e.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.ꝛ quadratū.f.a.eſt equale quadrato.a.b.er go quadratū.a.e.eſt equale quadratis.a.b.ꝛ.c.d. Item.c.f.a.eſt triangulus ergo e.f.ꝛ.f.a.latera ſunt longiora.a.e.latere.ſecūdū.20.primi.ſed.f.a.eſt equale:a.b. rōne quadrature:ergo.e.f.ꝛ.f.b.ſunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea ſcz .e.b. eſt maior.a.e.reſecet̄ ergo .b.e.ad equalitatē.a.e.ad punctū.c.ita qꝫ.b.c.ſit equa le.a.e.ergo quadratum.b.c.eſt equale.quadrato.a.e. ſed quadratū.a.e. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.ꝛ.c.d.ergo quadratū.b.c.ē equale eiſdem ſed quadratum.b.c.addit ſuper quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/



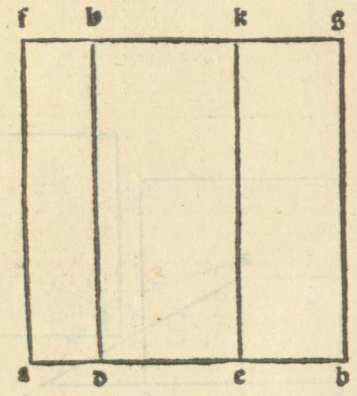
mo ille ēst quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.

OMne paralellogramū rectāgulū sub duab⁹ lineis āgulū rectū ābiētib⁹ dicīt ptineri.
¶Paralellogramū est supficies equidistātiū latez ¶Paralellogramū rectangulū est habens omnes angulos rectos.z pducīt ex vno duorū latez eius ambientiū vnū ex suis angulis in reliquū. z ideo sub illis dicitur cōtineri.



OMnis paralellogrami spacij ea q̄dē q̄ diameter secat p medīū palellograma circa eandē diametz cōsistere dicunt. Eorz vero paralellogramorz que circa eandē diametrū consistūt quodlibet vnū cū supplementis duob⁹ gnomo noīat. ¶Que paralellograma dicunt cōsistere circa diametz.z que sūt supplemēta: exposītū est supra in demonstratione.43.primi. ¶Sit enim paralellogramū.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.dividant due linee.e.f.g.b.ducte equidistanter: laterib⁹ oppositis dicti parallellogrami.secātes se sup diametz.a.d.in puncto .k. eritq3 ipsum paralellogramū divisū in .4. parallellograma z vnūquodq3 duorz paralellogramorz que sunt.a.g.e.k.z.k.f.b.d.que diameter secat p medium dicitur consistere circa diametz. Reliqua duo que diameter nō secat dicunt supplemēta q̄ duo supplementa cū vtr̄oq3 dictorz paralellogramorz cōsistentiū circa diametz cōponūt figurā quādā q̄ gnomo appellat cui deest ad cōplemētū palellogrami palellogramū vnū reliquū circa diametz cōsistēs: qō si addat supra diametz totalis cōpositi cōsistet.eritq3 simile totali. Unde palellogramū addito gnomone quāuis crescat minime tn alterat.quēadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

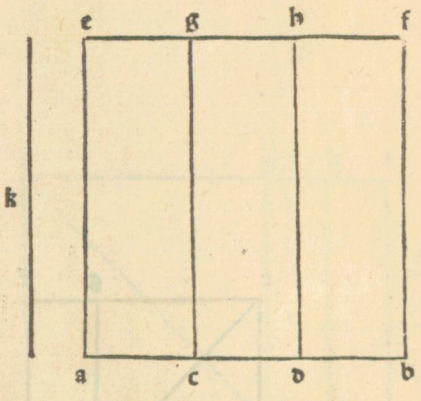
Propositio .j.



SI fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes dividatur.illud qp ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indivise in vnāquāq3 partem linee particulatim divise rectangula producentur.
¶Lineā in aliam lineā ducere ē supra terminos vnius eaz duas lineas orthogonaliter alij eq̄les erigere.z supficiē equidistātiū latez rectāgulā cōplere q̄ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sunt due linee.a.b. z.c.quaz.vna scz.a.b.in quodlibet ptes dividat que sint.a.d.z.d.e z.e.b.dico qp illud quod fit ex ductu.c.in totū.a.b. equū est illis paralellogramis rectangulis simul iunctis que fiūt.ex.c.i.a.d.z i.d.e.z in.e.b. ¶Sup pūcta.a.b erigā lineas.a f.z.b.g.perpēdiculares sup lineā.a.b.quaz vtraq3 sit eq̄lis linee.c. z complebo rectangulā supficiē.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionē producīt ex.c. in.a b.z sub illis dicīt contineri.protrahabam quoq3 a punctis.d.z.e.lineas.d.b.z .e.k. equidistantes lateribus .a.f.z.b.g.eritq3 vtraq3 earū eq̄lis.c.p.34.primi vtraq3 eaz est eq̄lis .a.f.p diffinitionē igīt rectangulū .a.d.f.b.pducīt ex.c.i.a.d.z sub illis dicitur cōtineri z rectangulū.d.b.z.e.k.ex.c.in.d.e.z rectangulū.e.k.b.g.ex c.in.e.b.z q3 hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet vez eē ppositum.

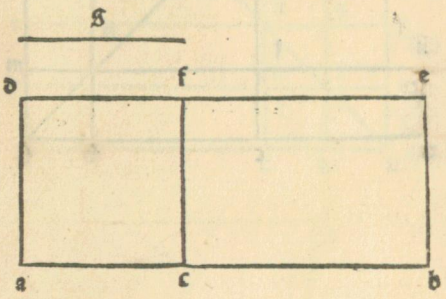
## Propositio .2

SI fuerit linea ī ptes diuisa. illud qō ex ductu toti⁹ linee in seipsā fit: equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē ī oēs suas ptes. ¶Sit linea.a.b. diuisa in.a.c.ꝛ.c.d.ꝛ.d.b. dico q̄ illud qō fit ex ductu totius.a.b. in se qō sit.a.c.b.f. equū est bis que fiunt ex ipsa tota in vnamquāq; dictarum partium qō palam patebit. ductis.c.g.ꝛ.d.b. equidistanter.a.c.ꝛ.b.f. ¶Aliter sumatur.k. eq̄lis.a.b. eritq; p̄ premissam qō fit ex ductu.k. in totam.a.b. equū ei qō fit ex ductu.k. in omnes ptes.a.b.ꝛ q̄ ex.k. i.a.b. tantū fit quantū ex.a.b. in se.ꝛ ex.k. in omnes ptes.a.b. quātū ex.a.b. in omnes ptes eiusdē. ꝓpter id q̄. k.ꝛ.a.b. sūt equales patet vex esse p̄positum.



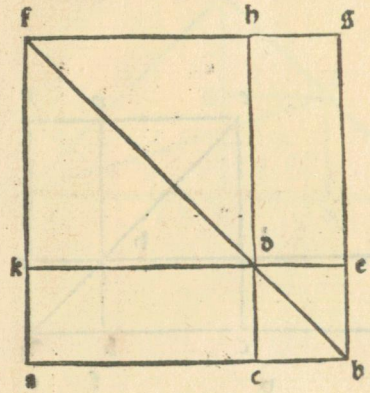

## Propositio .3.

SI fuerit linea in duas ptes diuisa illud qō fiet ex ductu totius in alterutrā parte equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē partis in seipsam ꝛ alterius in alteram. ¶Sit linea.a.b. diuisa in.a.c.ꝛ.b.c. dico q̄ illud quod fit ex tota.a.b. in eius partem.a.c. equū est quadrato eiusdem.a.c. partis.ꝛ ei quod fit ex eadē parte.a.c. in.b.c. fiat quadratum linee.a.c.q̄ sit.a.c.d.f.ꝛ ꝓficiatur superficies.a.b.d.e. patebitq; p̄positū. ¶Aliter sumat̄.g. eq̄lis.a.c.ꝛ q̄.b.a. in.a.c. tantū est quantū.a.c. in.a.b. ecōuerso.ꝛ.a.c. in.a.b.ꝛ in.c.b.ꝛ in seipsaq; quātū.g. i easdē. Ar.g. in totā.a.b. quātū in.a.c.ꝛ in.c.b. ꝓ primam huius patet ꝓpositū scz q̄ tm̄ erit.a.c. i.a.b. quātū in se ꝛ in.c.b. q̄re ecōuerso. a.b. i.a.c. quātū.a.c. in se.ꝛ in.c.b. qō volum⁹ demōstrare.



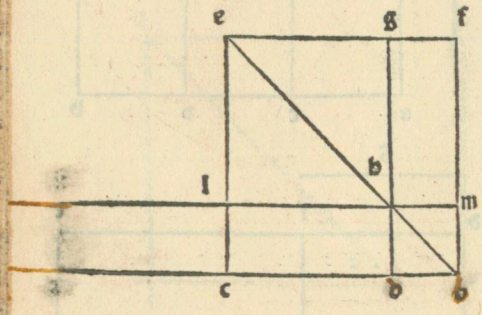

## Propositio .4.

SI fuerit linea in duas ptes diuisa illud qō ex ductu toti⁹ ī seipsā fit: equū ē bis q̄ ex ductu vtriusq; ptis ī seipsā ꝛ alteri⁹ ī alterā bis. Ex hoc manifestū ē q̄ ī oī q̄drato due superficies quas diameter secat p̄ medīū sunt ambe quadrate. ¶Sit linea.a.b. diuisa in. a.c.ꝛ.b.c. dico q̄ quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c.ꝛ.b.c. duplo eius qō fit ex ductu vnius eax in alteram: describam quadratum alterius partialium sitq; c.d.b.e. quadratū linee.c.b. cui adiungam gnomonē secūdū ductū directiuū linee alterius scz.a.c. qō faciam hoc mō. in quadrato descripto p̄otrahabam diametrū b.d.ꝛ a puncto.a. educam perpendicularem sup lineam.a.b. que sit.a.k. quā.a.k ꝛ diametrū.b.d. ꝓducam vsq; quo cōcurrāt in puncto.f.ꝛ a puncto.f. p̄oducam f.b. equidistantē linee .a.b. quā.f.b.ꝛ.b.e. p̄oducam vsq; quo concurrāt i pūcto g.ꝛ p̄oducā.c.d. vsq; ad.b.ꝛ.e.d. vsq; ad.k. Et quia duo latera.d.e.ꝛ.e. b. trianguli.d.c.b. sunt equalia: erūt per.5.primi duo anguli.e.d.b.ꝛ.e.b.d. equales:ꝛ q̄ angulus.e. est rectus erit p̄.32.primi vterq; eox medietas recti. Eadē rōne vterq; duox anguloū.c.d.b.ꝛ.c.b.d. erit medietas recti. quare p̄ secūdā ptem.29.p̄ mi erit vnusquisq; quatuor angulox qui sunt.b.f.d.ꝛ.b.d.f.ꝛ.k.f.d.ꝛ.k.d.f. medietas recti ergo p̄.6.primi.f.g.ꝛ.g.b. sunt equales. similiter quoq; .f.a.ꝛ.a.b. pari rōe.f.b.ꝛ.b.d. itēq; .f.k.ꝛ.k.d. quare vtraq; duarū supficierū.a.b.g.f.ꝛ.k.d.b.f. est quadrata ꝛ q̄ totale quadratum.a.b.f.g.q̄ est quadratū linee.a.b. constat ex duobus quadratis que cōsistunt circa diametx que sunt quadrata duarum linearum.a.c.ꝛ.c.b.ꝛ ex duobus supplementis quox vnūqōq; ꝓducī ex .a. c. in b.c. patet p̄positum nostrū. ¶Aliter sit linea.a.b. vt p̄ius diuisa in.a.c.ꝛ.c.b.



eritqz p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se:equũ ei qđ fit ex ipsa in.a.c.z.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̃ fit quãtũ ex.a.c.in se.z ex.a.c.in.b.c.p.3.huiꝰ. Itẽqz ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̃ fit quãtum ex.c.b.in se.z ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qđ fit ex tota.a.b.in se equũ ẽ ei qđ fit ex.a.c.in se z in.c.b.z ex.c.b.in se.z in.a.c.qđ est propositum. Sed hac via non patet corclariũ. sicut via precedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

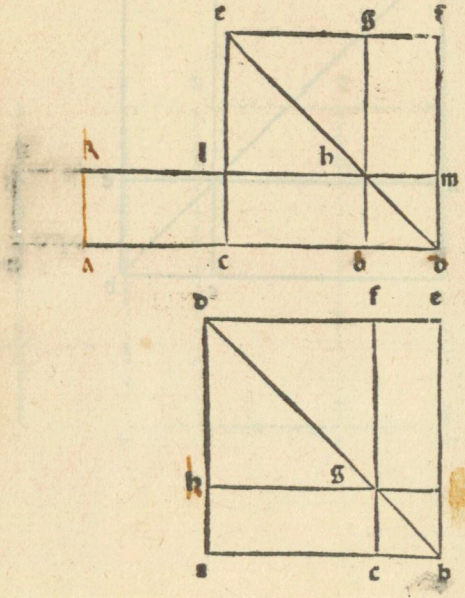
## Propositio .5.




Si linea recta per duo equalia duoqz iequalia secetur.qđ iub inequalibus totius sectionis rectangulũ continet cũ eo quadrato qđ ab ea que inter vtraſqz ẽ sectiones describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius linee in seducto describitur.

¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pũcto.c.z p inequalia in puncto.d. dico quadratuz.c.b.esse equale ei qđ fit ex.a.d.in.d.b.z q̃drato.c.d. ¶Describã quadratum.c.b.q̃ sit.c.b.f.e.in quo ꝓtrabam diametrũ. e.b. z ducã.d.g. equidistantẽ b.f.q̃ secet diametꝝ.e.b.i pũcto.b.z a pũcto.b.educã eq̃distãtẽ linee.a.b.q̃ sit.b.k.secãs lineã.b.f.in puncto.m. z lineã.c.e.in puncto.l.z ꝓtrabã.a.k.equidistantẽ.e.e.eritqz p corclariũ p̃misse vtraqz duaꝝ superficiꝝ.l.g.z.d.m.quadrata.z per 43.primi duo supplemẽta.c.b.z.b.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriqz erit palellogramũ.e.m.equale palellogramo.d.f.z qz.a.l.est equale.c.m. p.36.primi:erit.a.b.equale gnomoni qui circũstat quadrato .l.g. ergo addito vtriqz quadrato.l.g.erit.a.b.cũ quadrato.l.g.equale quadrato.e.f.qđ est propositum.

## Propositio .6.




Si recta linea in duo equalia dividaꝫ.alia vero ei linea in longũ addaꝫ.qđ ex ductu totiꝰ iã cõposite i eã q̃ iã adiecta ẽ cũ eo qđ ex ductu dimidie in seipsã:equũ ẽ ei q̃drato qđ ab ea q̃ cõstat ex adiecta z dimidia i seipsã ducta describit

¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.eiqz addaꝫ linea.b.d. dico ꝙ quadratũ.c.d.qđ sit.c.d.e.f.equale ẽ ei qđ fit ex tota.a.d.i.b.d.z quadrato.c.b. Producã i quadrato predicto diametrũ.d.e.z ducã lineã.b.g.equidistãtẽ d.f.q̃ secet diametrũ.d.e.in pũcto.b.a quo.b.ꝓducã equidistãtẽ linee.a.b.que sit b.k.secans.d.f. in pũcto.m.z.c.e.in pũcto.l.z producã.a.k. equidistantem .c.l. eritqz per.36.primi.a.l.equale.c.b.At.c.b.erit equale.b.f.per.43.primi.quare.a l.ẽ equale.b.f.ergo addito.c.m.vtrobiqz erit.a:m. equalis toti gnomoni circũstãti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiqz erit.a.m.cũ.l.g.equale toti quadrato.c.f.z quia vtraqz duaꝝ superficiꝝ.l.g.z.b.m.ẽ quadrata:p corclariũ.4.huiꝰ pz propositũ.

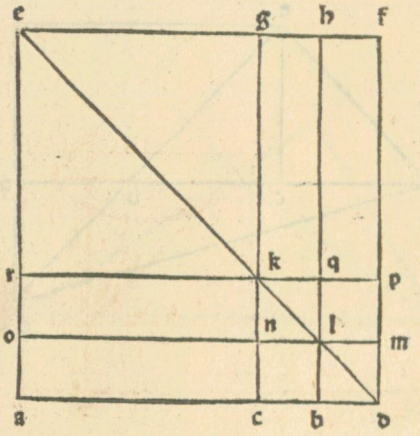
## Propositio .7.

Si linea in duas partes dividaꝫ.qđ fit ex ductu totius i seipsam cum eo qđ est ex ductu alterius partis i seipsam. equum est q̃ eis ex ductu totius linee i eandem partem bis z ex ductu alterius partis in seipsam.

¶Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico ꝙ quadratum totius.a.b.cũ quadrato.b.c.equũ est ei qđ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratuz totius qđ sit.a.b. d.e.z ducatur diametrum .b.d.z

e.f.equidistans.b.e.secans diametrum in puncto.g.⁊ ducatur.k.g.h. equidistās a.b.⁊ quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.h.tm̄ sunt quātum quadratum .k.f. cum duabus superficiebus.a.h.et.g.e.patet propositum

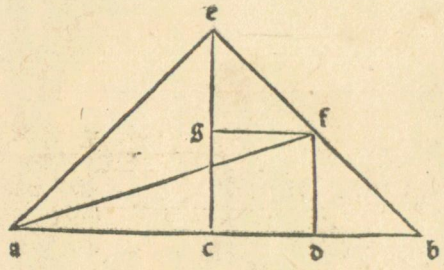
## Propositio .8.




SI linea in duas partes diuidatur :eiq3 in longum equalis vni diuidentium adiungatur:qd̄ ex ductu totius iam cōposite in seipsa3 fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ⁊ ei qd̄ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercūq3 contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qd̄ sit.a.d.e.f.est equale ei qd̄ fit ex.a.b.⁊.b.d. quater cū quadrato.a.c.hoc aūt patebit ducta diametro.d.e.⁊ lineis. c.g. ⁊.b.h equidistantibus linee.d.f.⁊ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.⁊.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per correlariū.4.huius vnaqueq3 superficierum .r.g.n.q.⁊.b.m.quadrata:⁊ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraq3 superficierum.c.l.⁊.l.p.quadrata. Erūtq3.4.quadrata diuidentia quadratū.c.p.equalia ⁊ quia totus gnomo circūstās q̄drato .r.g.est q̄druplus ei qd̄ ex.a.b.in.b.d.q2 quadruplus ad sup̄ficiē.a.l.patet propositum.

## Propositio .9.

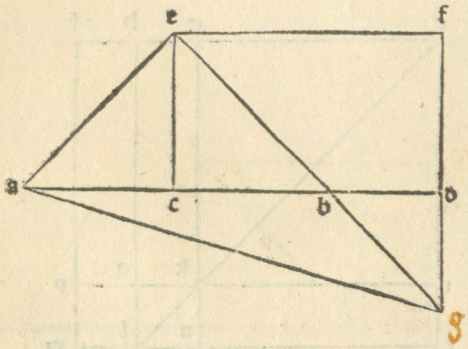



SI linea ī duo equalia duoq3 inequalia diuiditur:q̄ fiūt ex ductu inequaliū sectionū in seipsam pariter accepta: duplū sūt vtriusq3 pariter acceptis.q̄ q̄dē ex dimidia.eaq3 q̄ vtriq3 sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia.m.c.⁊ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.⁊ quadratū.d.b.simul iuncta:dupla sunt quadrato.a.c. ⁊ quadrato.c.d.simul iunctis.¶Super lineā:a.b.erigo lineā.c.e. perpendicularē ⁊ eq̄lem vtriq3 ea⁊ linea⁊.a.c.⁊.c.b.⁊ produco.e.a.⁊.e.b.eritq3 p̄.32.primi vterq3 angulorum.a.⁊.b.⁊ vterq3 angulo⁊ partialium qui sunt ad.e.medietas recti.tot⁹q3 e.rectus.⁊ produco.d.f.equidistantē.c.e.⁊ perpendicularem super linea3.a.b.erit q3 vterq3 angulorum.d.rectus:⁊ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:siue per secūdā partē.29.primi:quare per.6.primi.d.f.⁊.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantē.a.b.eritq3 per secūdā p̄tē.29.primi:vterq3 angulorum.g rectus.⁊ angulus.e.f.g.medietas recti quare p̄ sextā eiusdē latera.e.g. ⁊.g.f. sunt equalia:⁊ quia per penult̄.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.⁊ q̄drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratū.c.d.¶Itēq3 per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.⁊ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.⁊.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum.c.d.sed quadratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.⁊ quadrato.d.f.ergo q̄dratum.a.d.⁊ quadratum .d.f dupla sunt ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum c.d.⁊ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erūt quadrata dua⁊ linearū.

a.d.ꝛ.d.b.dupla quadratis duarum linearum que ſunt.a.c.ꝛ.c.d.qđ ẽ ꝓpoſitum

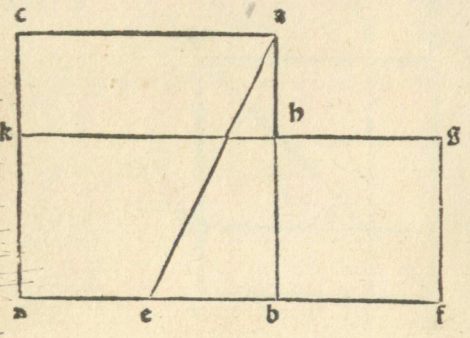
## Propoſitio .10.




Si linea in duo equalia diuidatur eiqꝫ ī longum alia adda tur:quadratum qđ deſcribitur a tota cum addita ꝛ quadra tum qđ ab ea que addita eſt.vtraqꝫ quadrata pariter acce pta.ei quadrato qđ a dimidia.eiqꝫ qđ ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaqꝫ conſiſtit vtriſqꝫ quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.

¶Sit linea.a.b.diuiſa per equalia in.c.ꝛ addita ſibi linea.b.d.dico ꝙ duo qua/drata duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.pariter accepta dupla ſunt duob⁹ quadratis duarum linearum.a.c.ꝛ.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem ſup lineam.a.b.ꝛ equalē vtriqꝫ linearum.a.c.ꝛ.c.b.ꝛ perficio triangulū.a.e.b.ductiſ lineis.a.e.ꝛ.e.b eritqꝫ ut in p̄miſſa vterqꝫ angulorū.a.ꝛ.b.ꝛ vterqꝫ eorum q̄ ſunt ad.e.medietas recti p.32.primi:totuſqꝫ.e.ẽ rectus a puncto.e.produco.e.f.equa lem ꝛ equidiſtantem.c.d.ꝛ produco.f.d.ꝛ.e.b.quouſqꝫ cōcurrūt in puncto.g.ꝛ ꝓ duco lineam.a.g.eritqꝫ per vltimam partem.29.primi:angulus.c.e.f. rectus ſed angulus.c.e.b. eſt medietas recti. ergo angulus .b.e.f. eſt ſimiliter medietas re/cti:ꝛ quia per.33.eiuſdē.f.d.eſt equidiſtans.c.e.erit per.34.eiuſdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiuſdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itemqꝫ per eandē angulus.d.b.g.ſimiliter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g. eſt rect⁹ ergo per.6.eiuſdem duo latera.e.f.ꝛ.f.g.ſunt equalia. Itēqꝫ duo latera. d.b.ꝛ.d. g.ſunt equalia:ergo per penultimam eiuſdem quadratum.e.g.duplum eſt ad qua dratum.e.f.quare ad quadratum.c.d. ¶Itemqꝫ per eandem quadratum.a.e.du plum eſt ad quadratum.a.c.ꝛ quia quadratum.a.g.eſt per eandem equale qua/drato.a.e.ꝛ e.g.ſimiliter quoqꝫ ꝛ quadrato. a.d.ꝛ.d.g. At q̄ quadratū.d.g.eſt equale quadrato.b.d.erūt duo quadrata duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.pariter ac cepca dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. ꝛ.c.d. pariter acceptis qđ eſt propoſitum: hec autem ꝛ omnes premiſſe veritatem habent in numeris ſicut in lineis.

## Propoſitio .11

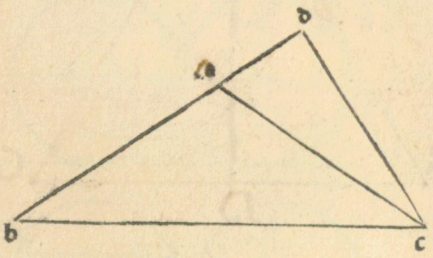



Datam lineam ſic ſecare.vt qđ ſub tota ꝛ vna portione re/ctangulum continetur:equum ſit ei qđ fit ex reliqua ſectio ne quadratū.

¶Sit linea data.a.b.q̄ꝫ volumus ſic diuidere: vt qđ ex tota ꝛ eius minore producitur equum ſit quadrato maioriſ ¶Deſcribo quadra tum ipſius qđ ſit.a.b.c.d.ꝛ latus. b.d.diuido per equalia in.e.ꝛ produco.a. e.et e.b.produco vſqꝫ ad.f.ita quod .c.f.ſit equalis.a.e.ꝛ ex.b.f. portione extrinſe/ca:deſcribo quadratum quod ex latere.a.b.reſecat portionem equalem.b.f. que ſit . b.b .ꝛ quadratum deſcriptum ſit. b.f. b. g. Dico ꝙ a.b. ſic eſt diuiſa in puncto.b.qđ illud qđ fit ex tota.a.b.in eius portionem.b.a.eſt equale quadrato b.b. ꝓduco.g.b.vſqꝫ ad.k.que erit equidiſtans.a.c q̄ ergo linea .d.b. diuiſa eſt per equalia in.e.ꝛ eſt ſibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qđ fit ex.d.f.in.b.f.cū quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare ꝛ quadrato.e.a. Quare ꝙ penultimam

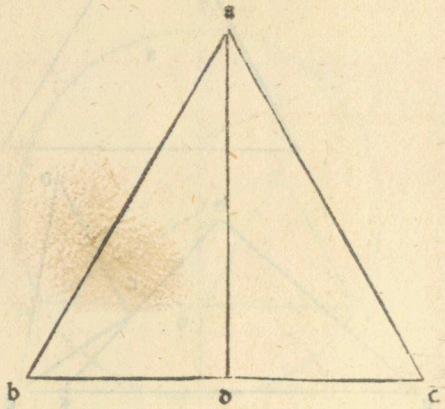
primi: quadratis duaꝝ linearum.e.b.⁊.b.a.ergo dempto ab vtrisqꝫ quadrato li/
nee.e.b.erit qđ fit ex.d.f.in.b.f.⁊ ipsũ est superficies.d.g .equale quadrato linee
a.b.ergo dempto ab vtrisqꝫ paralelogramo.h.d.erit quadratũ.h.f.equale ꝑalello
gramo.h.c.⁊ quia quadratum.h.f.est quadratum linee.h.b.⁊ ꝑalellogramũ.h.c.
producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.h.patet factum esse propositũ. ¶Ad
hoc autẽ faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic di/
uidi: vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente. 16ª 9ª

## Propositio .12.

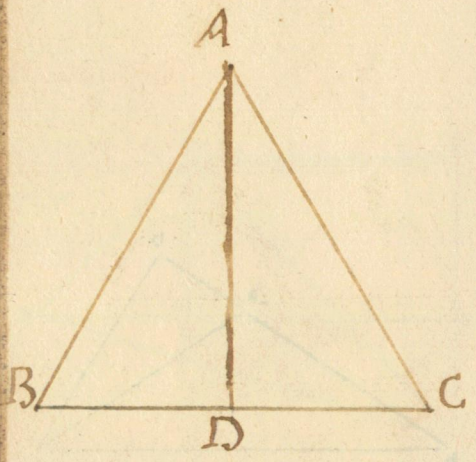



IN his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea
que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateri
bus que obtusum continent angulum amplius potest. quã
tũ est qđ cõtinet̃ bis sub vno eoꝝ: atqꝫ ea que sibi directe
iũcta ad obtusum angulũ a ꝑpẽdiculari extra deꝑhendit̃.
¶Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum.a puncto.c.ducat̃ linea ꝑ/
pendicularis ad lineã.b.a.que necessario cadet extra triangulũ.a.b.c. alioq̃n an/
gulus obtusus esset rectus aut minor recto ꝑ.16.primi: sit ergo.c.d. perpendicula
ris super lineam.a.b. productam vsqꝫ ad.d. Dico ꝙ quadratum lateris.b.c.qđ
subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum
a.b.⁊.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum.quantum est illud qđ fit ex.b.
a.in.a.d.bis: potentia eni linee respectu q̃drati sui est.vnde tm̃ dicit̃ posse linea
quelibet quantũ in se ducta producit̃. Erit eni ꝑ.4.hui⁹ q̃dratũ.b.d.equale duo/
bus quadratis duarum linearum.b.a.⁊.a.d.⁊ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a. d.et
quia quadratum.b.c.per penultimam primi est equale quadrato.b.d.⁊ quadrato
d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. ⁊.d.c. ⁊ duplo eius qđ
fit ex.b.a.i.a.d.sed ꝑ eandẽ quadratũ.a.c.ẽ equale quadratis.a.d.⁊.d.c.ergo q̃/
dratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.⁊.c.a.⁊ duplo eius qđ fit
ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum
est duplũ eius.qđ fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus ꝙ tantũ dicitur posse li/
nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

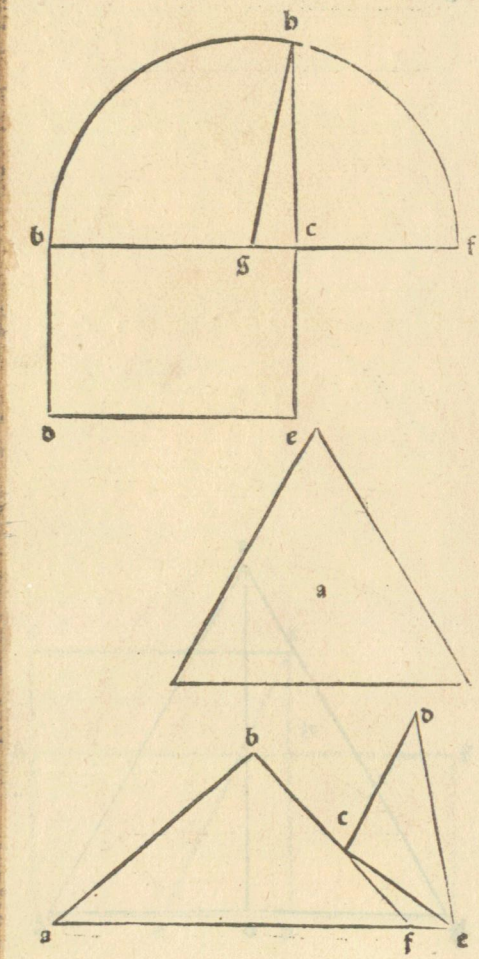
## Propositio .13.




OMnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulũ am
bobus lateribus angulum acutum continentibus minus
potest: quãtum est qđ bis continetur sub vno eorum cui ꝑ
pendicularis intra superstat: eaqꝫ sui parte: que perpendi
culari anguloqꝫ acuto interiacet.
¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi/
gonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu/
lo siue fiat orthogonius siue ambligoni⁹ siue oxigonius. ¶Sit ergo in triangulo
a.b.c.quicũqꝫ triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur
ꝑpendicularis ab vtroqꝫ anguloꝝ.a.vel.b.ad vtrãqꝫ basim.b.c.vel.a.c.quia cum
sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligo/
nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la
tus oppositũ quã manifestũ est cadere intra triangulũ: ⁊ ut simpliciter dicam cum
in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoꝝ anguloꝝ.
qui sunt.a.⁊.b.acutus. Ducam igitur perpendicularẽ ad lineam illam que duobus




acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli. a.b.c. angulus. b. etiã sit acutus ducã: ergo ad b.c. ꝑpẽdicularẽ q̃ sit. a.d. que vt dictũ est cadet intra triangulũ. dico itaq; ꝙ q̃/dratum. a.b. qõ subtendit angulo acuto. c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ. a.c. ⁊ c.b. quãtũ duplũ eius qõ fit ex. b.c. in. d.c. ¶ Vel dico ꝙ quadratum. a.c. qõ etiam subtenditur angulo. b. qué posuimus acutum quicquid fuerit de angulo. a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a.b. ⁊ b.c. quãtũ est duplum eius qõ fit ex. c.b. in. b.d. Erit enim per. 7. huius quadratũ. b.c cum quadrato. d.c. equale ei quod fit ex. b.c. in. d.c. bis ⁊ quadrato alterius ptis scz. b.d. quare addito vtriq; quadrato. a.d. erit quadratũ. b.c. cũ quadratis duaꝝ linearum. a.d. ⁊ d.c. equale quadratis duarum linearum. a.d. ⁊ d.b. ⁊ duplo eius quod fit ex. c.b. in. c.d. At quia per penultimam primi quadratum. a.c. est equale quadratis duarum linearuꝫ. a.d. ⁊ d.c. erit quadratum. b.c. cum quadrato. a.c. equale quadratis duarum linearum. a.d. ⁊ b.d. ⁊ duplo eius quod fit ex. b.c. i. c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ. a.b. equũ est quadratis duarum linearum. a.d. ⁊ b.d. ergo quadratum. b.c. cum quadrato. a.c. equum est quadrato a.b. ⁊ duplo eius qõ fit ex. b.c. i. c.d. quare tanto mĩº potest. a.b. duobus lateribº b.c. ⁊ a.c. quantũ est duplum eius quod fit ex. b.c. in. c.d. quod est propositũ. Simili modo probabis latus. a.c. qõ subtenditur angulo. b. acuto posse tanto mĩº duobus lateribus. a.b. ⁊ b.c. quantum est duplum eius: quod fit ex. c. b. in. b.d. ¶ Notãdũ aũt per hanc ⁊ precedentẽ ⁊ penultimam primi: ꝙ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit arca ipsius ⁊ auxiliantibus tabulis de corda ⁊ arcu cognoscitur omnis eius angulus.

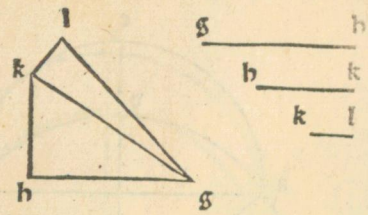


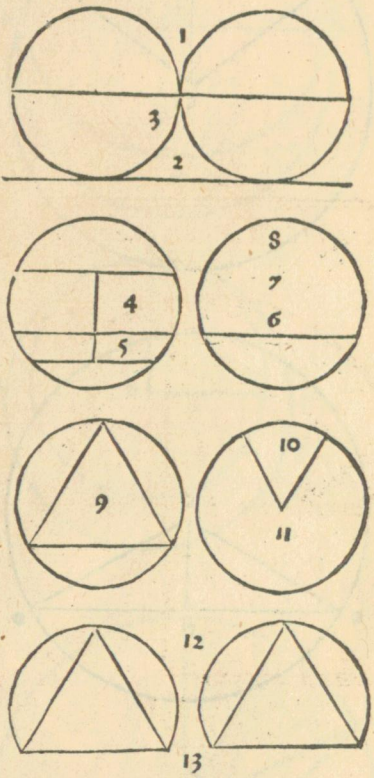

## Propositio .14.

Dato trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus. a. cui nos volumus equum quadratũ describere. Designabo superficiẽ equidistantium laterum ⁊ rectorum angulorum equalem trigono dato ꝑm quod docet. 42. primi: sitq; superficies illa. b.c.d.e. cuius si latera fuerint equalia habemus qõ querimº. ipsa eni erit q̃drata. ꝑ diffinitionẽ Si aũt latera sint ineq̃lia tũc adiũgã minº ipsorum laterũ maiori ꝑm rectitudinẽ. sitq; linea. c.f. equalis minori duoꝝ laterũ qõ ẽ c.e. adiuncta maiori quod est. b.c. ꝑm rectitudinẽ. Totam. b.f. dividam per equalia in pũcto. g. ⁊ facto. g. cẽtro sup lineã. b.f. ꝑm quãtitatẽ linee. g.b. describam semicirculũ. b.b.f. ⁊ latus. e.c. ꝓducã vsq; quo secet circũferentiã in puncto. b. dico ꝙ quadratũ linee. c.b. est equale trigono dato. Producã lineã. g.b. ⁊ qꝛ linea. b.f. divisa ẽ ꝑ equalia in. g. ⁊ ꝑ inequalia in. c. erit ꝑ. 5. huiº qõ fit ex ductu. b.c. i. c.f. cũ q̃drato. c. g. equale q̃drato. g.f. quare ⁊ quadrato. g.b. quare per penultimã primi ⁊ duobus quadratis duaꝝ linearuꝫ. g.c. ⁊ c.b. ergo dempto vtriq; quadrato. c.g erit qõ fit ex. b.c. in. c.f. qõ est equale superficiei. b.e. eo ꝙ. c.f. ẽ equale. c.e. equale quadrato linee. c.b. quare quadratũ linee. c.b. ẽ equale trigono. a. qõ ẽ propositũ: ¶ Et nota ꝙ ꝑ hoc inuenit latº tetragonicũ cuiuslibz altera ꝑte lõgioris ⁊ simplicister omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit. qm̃ omnẽ figurã talẽ in triangulos resoluemº ⁊ cuiuslibz illoꝝ trianguloꝝ inueniemº tetragonicũ latus ꝑm doctrinam istius. ⁊ inuenietis per penultimam primi. lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragonicũ rectilince figure irregularis. a.b.c.d.e.f. resoluo eam. in. 3. triangulos qui sũt

a.b.f.c.d.e.⁊.c.f.e. Inuenio quoq; ꝑm doctrinam istius tria latera tetragonica istoꝝ trium triangulorum.qui sunt.g.h.h.k.⁊.k.l:⁊ erigo.h.k.perpendiculariter super.g.h.⁊ produco.g.k.eritq; per penultimā quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.⁊.h.k.⁊ tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter super lineam.g.k.⁊ produco lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite. Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.



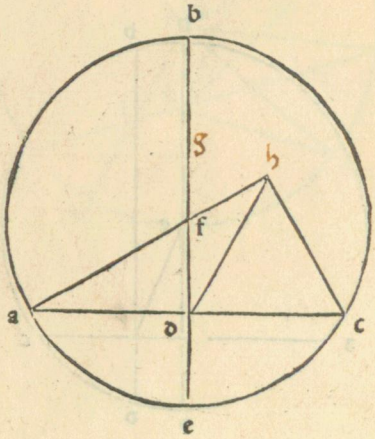



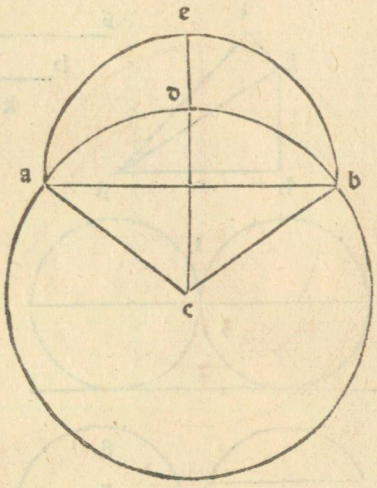

Quoꝝ diametri sunt eq̄les.ipsos circulos eq̄les esse. Maiores aūt quoꝝ maiores ⁊ minores quoꝝ minores. ¶ Circulū linea ꝯtingere dicitur:que cū circulū tangat in vtrāq; partē eiecta.circulū non secat. ¶ Circuli sese contingere dicunt̄ qui tangentes seinuicem non secant. ¶ Recte linee in circulo equaliter distare dicūt̄ a centro.cū a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equales. ¶ Plus vero distare a centro dicit̄.in quā ꝑpendicularis longior cadit. ¶ Recta linea portionū circuli cōtinēs corda noīat̄. ¶ Portio vero circūferentie arcꝰ nūcupat̄. ¶ Angulus aūt portionis dicit̄ q̄ a corda ⁊ arcu continet̄. ¶ Supra arcū angulus consistere dicit̄.qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntibꝰ cōtinet̄. ¶ Sector circuli est figura q̄ sub duabꝰ a cētro ductis lineis ⁊ sub arcu qui ab eis cōprehendit̄ cōtinet̄. ¶ Angulus aūt qui ab eis lineis ambitur supra centrū cōsistere dicit̄. ¶ Sil'es circuloꝝ portiōes dicūt̄ ī quibꝰ qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicē sūt eq̄les. ¶ Arcꝰ quoq; similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt.

## Propositio .1.

Circuli ꝓpositi cētrū inuenire.vñ manifestū ē ꝙ duabꝰ rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā termīatis neutra illaꝝ alterā per eq̄lia orthogonal'r secat nisi ipsa super centrum transierit.

¶ Sit circulus propositus.a.b.c.cuius volumus centrū inuenire. duco in ipso circulo lineā.a.c.qualitercūq; contingat quā diuido per equalia ī pūcto d.a quo duco perpendicularem ad lineā.a.c.quā applico circūferentie ex vtraq; ꝑte.sitq;.e.d.b.quā rursus diuido ꝑ eq̄lia in pūcto.f.quē dico esse centrū circuli.Si eni nō ē:erit aūt alibi aut ī linea.e.b.aut extra. In linea.e.b.nō: si eni fuerit ī ea vt ī puncto.g.erit linea.e.f.maior linea.e.g.ꝑs videlꝫ toto qd̄ est īpossibile. Qd̄ si fuerit extra lineā.e.b.ut in pūcto.h.ducant̄ linee.h.a.h.d.h.c.⁊ q̄ latera.h.d.⁊ d.a.trianguli.h.d.a.sūt eq̄lia laterib⁹.h.d.⁊.d.c.trianguli.h.d.c.⁊ basis.h.a. basi.h.c.erit ꝑ.8.primi angul⁹.a.d.h.eq̄lis angulo.c.d.h.q̄re vterq; rect⁹ ⁊ q̄ angulus.a.d.b.fuit etiā rect⁹ erit.a.d.h.eq̄lis.a.d.b.ꝑ.3.petitione p̄mi ꝑs videlicet toti qd̄ ē īpossibile.nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi quā ī pūcto.f.qd̄ ē propositū.






## Propositio .2.

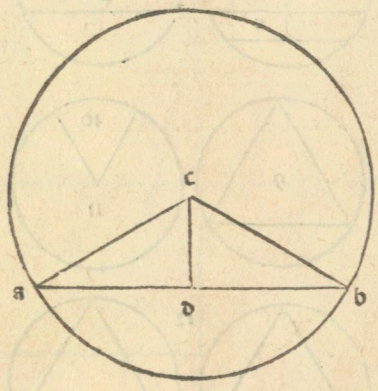
Super circuli circũferentiam duobus punctis signatis.li/neam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum seca re necesse est.

¶Sit vt in circũferentia circuli.a.b.cuius centrum sit.c.signata sint duo puncta que sunt.a.z.b.dico q linea recta coniũgens vnũ cum cum altero secabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:sitq3.a.e.b.linea recta si possibile est:producã lineas.c.a.z.c.b.erũtq3 per.5.primi:angulus.c. a.b.z.c. b.a.equales:protrahatur itẽ linea.c.e.que secet circãferentiam in puncto.d. eritq3 per. 16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e. qua re per. 18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.z quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod est impossibile:quia ergo linea coniungens duo pũcta a.b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

## Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter sup eam insistere.z si in eam orthogonaliter steterit. eam p equa/lia dividere necesse est.

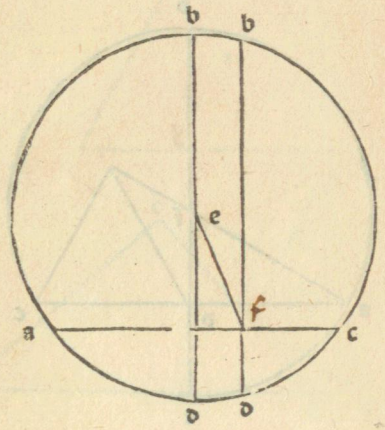
¶Sit vt lineam.a.b.collocatã intra circulum.a.b.cuius centrum sit c.linea.c d.veniẽs a cẽtro dividat p eq̃lia: dico q dividit eam orthogonaliter.z e conuerso videlicet si dividit eam orthogonaliter dividit eam per equalia:producã lineas.c.a.z.c.b.z ponã primo q dividat eã per eq̃lia: erũt ergo duo latera.c.d. z.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.z.d.b.trianguli.c.d.b.z ba/sis.c.a.basi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius est equalis angulo.d.alterius quare vterq3 rectus:quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.qõ est propositum. ¶Ponam iterum q.c.d.sit perpendicularis super.a.b.z ostendam q ipsa divi/dit.a.b.per equalia erit enim ꝓpter hanc positionẽ vterq3 angulorũ qui sunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At q2 p.5.primi angulus.c.a.d.est equalis an/gulo.c.b.d.z latus.c.a.eq̃le lateri.c.b.per.26.primi:eiusdem erit linea.a.d.equa/lis linee.d.b.quod est propositum.




## Propositio .4.

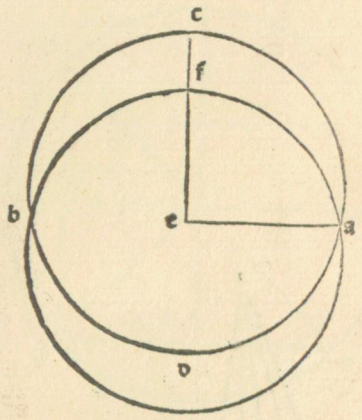
Si intra circulum due linee se invicem secent. z super cen/trũ non transeant.nõ per equalia eas secari necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cui centrũ sit.e.due linee.a.c.z.b. d.se cent se in pũcto.f.z vtraq3 earũ vel altera non trãseat per centrũ.dico q ipse nõ dividunt sese p equalia:ita q vtraq3 p equalia dividat altera. ¶Qõ si fuerit hoc possibile:ponat̃ z sit primo vt neutra trãseat p centrum a centro.e.producã lineã.e.f.eritq3 p primã premisse vnusquisq3.4. angulorũ qui sunt.a.f.e.e.f.c.b.f.c.z.e.f.d.rect9 qõ é impossibile:sic enĩ rect9 esset minor recto. ¶Sit igit̃ vt altera corũ trãseat p centrũ z altera nõ:sitq3.b.d.trãsiens per centrum adhuc dico q nõ dividunt sese per equalia:qõ si sic.tunc p primã ptẽ premisse:cũ b.d.ducta a centro dividat.a.c.per equalia dividat eã orthogonaliter. quare etiã a.c.dividet.b.d.orthogonaliter:z q2 dividit.a.c.ipsã.b.d.p eq̃lia vt ponit aduer sarius:ipsa transibit per centrum ꝑ er corelarium prime huius:quare ambe tran/seunt per centrum quod est contra ypothesim.



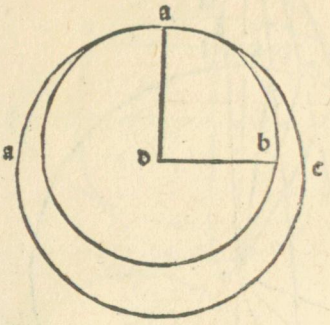
## Propositio .5.

Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.
¶Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.et.b Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶Si enim haberēt idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriq; circulo cōmuni:sitq; illud e.et ducantur linee.e.a.et.e.f.e.eruntq; p diffinitionē due linee.e.a.et e.f.equales. ¶Itemq; per diffinitionem due linee.e.a.et.e .e.equales:quare e.f. est equalis.e.e.cum vtraq; earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti q̄ est impos/sibile.



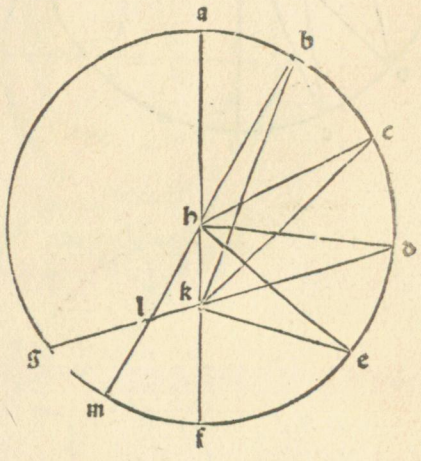

## Propositio .6.

Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse ne/cesse est.
¶Sint duo circuli.a.b.et.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra.Si enim habuerint idem centrum erit p diffinitionem inter minorem eor cum minor positus fuerit itra ma iorem:sitq; ipsum.d.et ducantur linee.d.a.et.d.b.c.eritq; per diffinionem vtraq; duarum linearum.d.b.et.d.c.equalis.a.d.q̄ est impossibile.¶De circulis autem se contingentibus extra quorum sc; vnus est extra alterū:manifestum est per diffi nitionem centri q̄ ipsi non habent idem centrum.

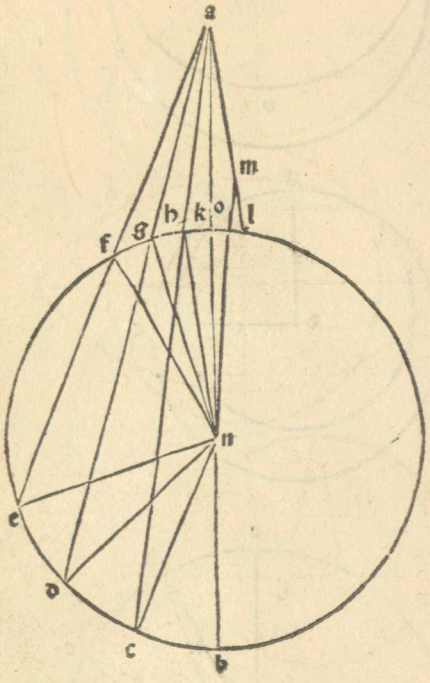



## Propositio .7.

Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur:et ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur:que super centrum transierit omnium erit longissima.que vero dyametrum perficiet omnium erit breuissima.que autem centro proxime ceteris longiores. ¶Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet.¶Duas quoq; equidistā tes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.
¶Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.b.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k. f.k.g.ad circumferentiam:et transeat.a.k.per centrum.b.et.k.f.sit complemētum dyametri:sitq; vt.k.e.et.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q̄.k.a.est omnium longissima.et.k.f.omnium breuis/sima:alie vero tanto lōgiores quāto cētro ꝓpinquiores:vt.k.b.est longior. k.c.et k.c.est longior. k.d.et.k.d.longior. k.e.et. k. e.et.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.b.k.b.duo latera.b.b.et.b.k.per.20.primi:sunt maiora latere.b. k.et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.et eadem ratione maior omnibus alijs et hoc est primum.¶Itemq; quia in triangulo.e.b.k.duo latera .b.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.b.e. quod est equale linee .b.f. ipsa erūt ma iora linea.b.f. ergo dempta communi linea que est.b.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa et hoc est secundum.¶Itēq; q; duo latera.b.b.et.b.k.trianguli .b.b.k.sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .c.b.et.b.k



trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b.b.k.ē maiꝛ angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b. k.maiꝛ basi.k.c.eadē rōne.k.c.maiꝛ erit.k.d.ꝛ.k.d.maiꝛ.k.e. ꝛ hoc ē tertium ¶Qō si due linee.k.g.ꝛ.k.e.nō sunt equales erit altera maiꝛ:sitq; .k.g. de q̄ su/ mam.k.l.equalem.k.c.ꝛ producā.b.l.quousq; secet circūferentiam in puncto.m. ꝛ qꝛ per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi:angu lus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b.ꝛ duo latera.l.k.ꝛ.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa lia duobus laterib⁹.e.k.ꝛ.k.b.trianguli.e.k.b.ergo p.4.primi basis.b.l. est equa lis basi.b.e.ꝛ qꝛ.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qō ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.ꝛ.k.e.equales qō est nostrū propositum.quartum




## Propositio .8.

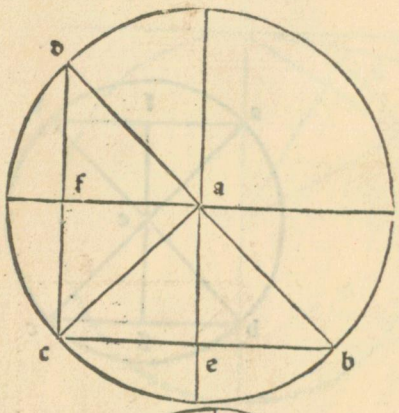
Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/ am linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶Centro au tem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶Li nee vero partiales ad circūferentiaꝫ extrinsecus applica te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiqꝫ propinquiores remotioribus breviores. ¶Due vero que linee breuissime vtrūqꝫ eque propinquāt equales sunt.

¶Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d. ꝛ.a.f.e.Dico qꝫ.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.ꝛ qꝫ.a.c.ē ma/ iꝛ.a.d.ꝛ.a.d.maiꝛ.a.c.ꝛ qꝫ.a.k.ē omniū breuissima extrinsecaꝫ: ꝛ qꝫ.a.b. est minꝛ.a.g.ꝛ.a.g.minꝛ.a.f.ꝛ dico qꝫ si ducatur.a.l.ita qꝫ ipsa ꝛ.a.b. equaliꝫ di/ stent ab.a.k.hoc est qꝫ angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶Producā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g.ꝛ n.b.erūtqꝫ per.20.primi duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.maiꝛa.a.c.ꝛ qꝛ ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maiꝛ.a.c.eadeꝫ ratione erit maiꝛ omnibus aliꝫs qō est primum.ꝛ quia duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.ꝛ.n.d. trianguli.a.n.d.ꝛ angulus.a.n.c.est maiꝛ angulo.a.n. d. erit per.24.primi:ba/ sis.a.c.maiꝛ basi.a.d.ꝛ eadē rōne erit.a.d.maiꝛ.a.e.qō est scōm.¶Itēqꝫ quia in triāgulo.a.n.b.duo latera.a.b.ꝛ.n.b.sunt maiꝛa.a.n.per.20.primi.ꝛ.b.n. ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.b.maiꝛ.a.k.eadem rōne quelibet extrinse/ cus applicataꝫ maiꝛ erit.a.k.qō est tertiuꝫ. ¶Item quia per.21.primi:due linee a.b.ꝛ.b.n.sunt minꝛes duabus lineis.a.g.ꝛ.g.n.ꝛ.b.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maiꝛ.a.b.eadem rōne erit.a.f.maiꝛ.a.g.qō ē quar/ tum.¶Qō si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k.erit altera maiꝛ:sitq;.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.ꝛ producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.ꝛ.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. b.a.ꝛ a.n.trianguli.b.a.n.ꝛ angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a. n.erit per.4.pri/ mi:basis.m.n.equalis basi.n.b.ꝛ quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qō est impossibile ꝛ hoc est quintū

## Propositio .9.

SI intra circulū puncto signato.ab eo plures q̄z due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales.punctū illud centrum circuli esse necesse est.

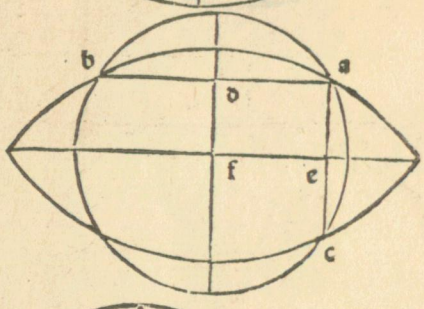
¶Sit vt a puncto.a.signato intra circulū.b.c.d.ducte sint.3.linee.a b.a.c.a.d.ad circūferentiā quas pono ēc equales dico punctum.a. esse centrū circuli. Producā enim duas lineas.c.b.z.d.c.z diuidā vtrāqz eaz p eq̄ lia.c.b.quidem in puncto.e.z.d.c.in puncto.f.z producam.e.a.z.f.a. quas applico circūferentie ex vtraqz parte.eritqz per.8.primi vterqz angulorū qui sunt.a d.e.eq̄l alteri.igit̄ p.13.vterqz erit rect9.Silr quoqz p eādē vterqz angulorz q̄ sūt.a d.f.rectus:ergo per corelariū prime huius.quia.a.c.diuidit.c.b.per equalia z orthogonaliter ipsa transit per centrū.similiter quoqz.a.f.transit per centrum. qua diuidit .d.c .per equalia z orthogonaliter.quare.a.ē centrū qō est propositum




## Propositio .10.

SI circulus circulum secet.in duobus tantum locis secare necesse est.

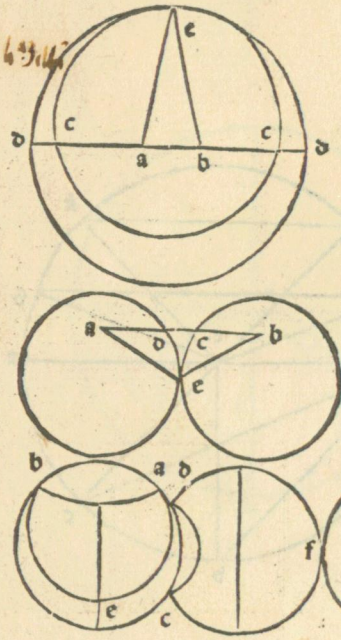
¶Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̄z in duobus locis super .3.puncta.a.b.c.producam lineas.a.b.z.a.c. quas diuidam per equalia in punctis.d.z.e.z producam a puncto.e.lineam.e.f.per pendicularem super lineam.a.c.z a puncto.d.lineam.d. f. ppendicularem super lineam.a.b. z secent se due linee.e.f.et.d.f.i puncto. f. eritqz per corelarinm prime huius punctuz.f.centrum circuli vtriusqz qō est impossibile. per 5.huius.




## Propositio .11.

SI circulus circulum contingat.lineaqz per centra eorum transeat.ad punctum contactus eaz applicari necesse est.

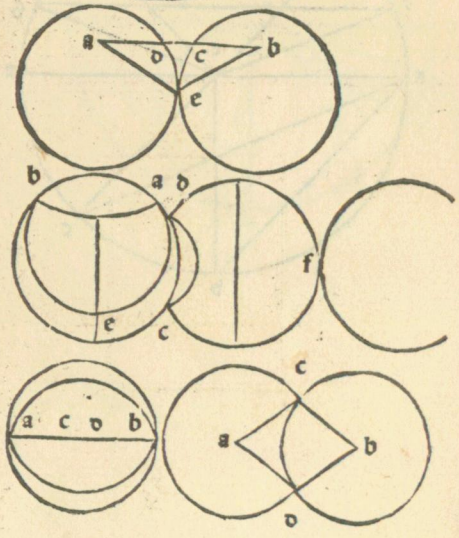
¶Si enim linea transiens per centra duorum circulorum.c.e.et.d.e sese contingentium intra vl extra. nō vadit ad locum contactus secet circūferentiam vtriusqz:sitqz.a.centrum circuli.e.d.et.b. centrū circuli.e.c.et ducatur linea recta.a.b.c.d.secans circūferentiam vtriusqz: et ducantur linee a puncto.e.qui sit locus contactus ad centra que sunt. e.a.c.b. eruntqz in cōtactu interiori.p.20.pmi due linee.e.b.z.b.a.longiores.e.a.q̄re longiores.a d.est enim.a.centrū circuli.e.d.z qm̄.b.c.est equalis.e.b.qm̄ .b. est centrum circuli.e.c.erit.c.a.longior.a.d.qō est impossibile. ¶In cōtactu vero exteriori erūt due linee.a.e.z.e.b.longiores.a.b.quare.a.d.z.c.b.maius erūt q̄ tota.a.b.qō est falsum.

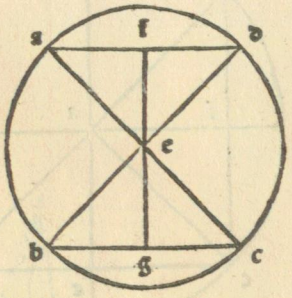



## Propositio .12.

SI circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus.in vno tantum loco contingere necesse est.

¶Si enī fuerit possibile.vt circulus circulū cōtingat in duob9 locis intra vl extra cōtingat circulū.a.b.c.d.circulus.a.b.e.interi9 i duobus pūctis.a.b.vel exteri9 circulus.c.d.f.i duob9 pūctis.c.d.Lū ergo ducemus lineā rectā ab.a.ad.b.si ipsa cadat extra circulū .a.b.e. interiorē accidet ptrariū secūde hui9.Qō si ipsa cadat intra ipsū:cū diuiserimus ipsā p equalia z eduxerim9 a pūcto dionis ppendicularē ad ipsā.fueritqz applicata circumferentie ex vtraqz pte ipsa trāsibit p centrū amboz circuloz.quare accidet cōtrarium premisse. ¶In circulo vero cōtingente exteri9 in pūctis.c.d.si ducam9 lineā rectā a puncto.c.ad punctū.d.necesse est accidere ptrariū he h9.quare vtrūqz ipossibile






## Propositio .13.

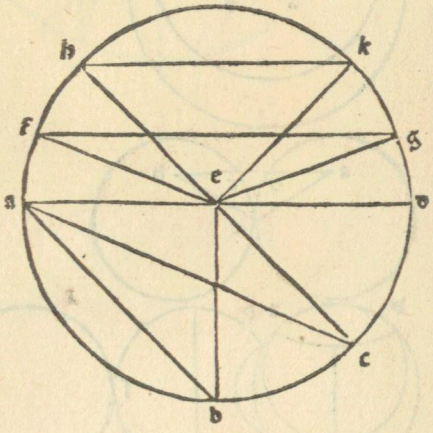
Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare .7 si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee.a.b.7.c.d sint equales.dico q ipse equidistant a centro 7 econuerso. Producā tur enim a centro.e.linee.e.f.7.e.g.perpendiculares ad.a. d.7.b. c. eritq3 per.2. partem tertie hui⁹.a.d.diuisa per equalia.in.f.7.b.c.in.g.q7 ergō duo latera.e.d 7.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.7.c.b.trianguli.e.c.b. 7 basis.e.a.basi.c.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.7 q7 duo late/ ra.e.d.7.d.f.trianguli.e.d. f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.7.c.g.trianguli e.c.g.Nam.d.f.est equalis.c.g.eo q tota.a.d.posita est equalis. b.c.7 angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.e.g. 7 quia iste sūt ppēdiculares veniētes ad eas a cētro patet p diffinitionē:siue.4.hui⁹ipsas eq̄liter distare a centro.¶Aliter idem.Quadratū enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.7.f.d.7 quadratum.e.c.quadrata duarū linearū que sunt.e.g.7.c.g.7 quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.7 quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratū.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicq3 patet idem.Sit ergo.e.f.equalis.e.g.qō est eas equaliter distare a centro. dico tunc q .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis enī duarum linearum.e.d.7.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.7 .e.g. equalibus remanēt per penultimam primi quadrata duaruz linearum.f.d.7.g. c.q̄ per cōmunē scien tiam necesse est esse equalia:quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.qō est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.7 hec est scōa pars propositi.

## Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrū eius omnium longissimam. eiq3 propinquiores remoti/ oribus longiores esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.b.k.sitq3.a.c.d.diameter.dico ipsam esse lon gissimam 7 alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.c.b.e.c.e.f.e.b.7.e.k.eruntq3 per.20.primi duo latera.e.f.7.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.7 quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̄.a.c.quia.a.e.7.e.c. sunt maiora.a.c.7 equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoq3 est maior.b.k. 7 maior etiā q̄.a.b. Qō autem.f.g.sit,maior.b.k. 7.a.c.a.b.patet.quia per.24. primi cum duo latera.f.e.7.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus laterib⁹.b.e. 7.e.k.trianguli.b.e.k.7 angulus.f.e.g.maior angulo.b.e.k.erit basis.f.g.maior basi.b.k.Similiter quoq3 quia.a.e.7.e.c.sunt equalia.a.e.7.e.b.7 angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.7 sic est propositum.

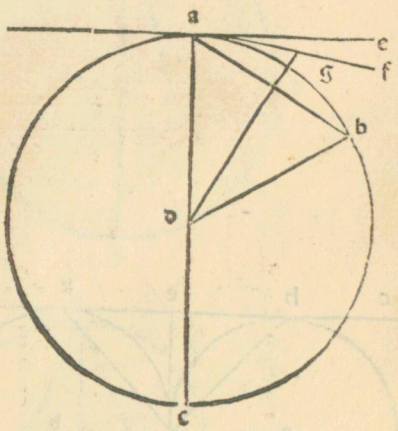


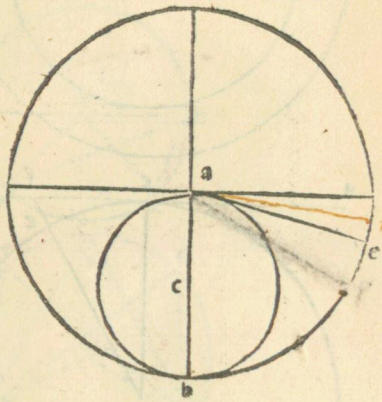

## Propositio .15.

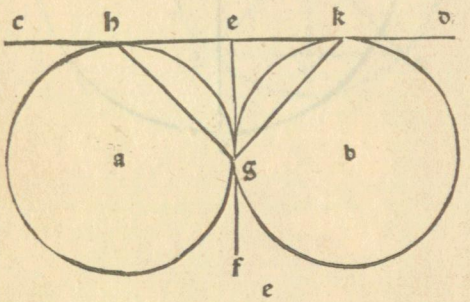
Si ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli ortho/ gonaliter linea recta ducatur:extra circulum eam cadere necesse est.¶Atq3 inter illam 7 circulū aliā lineā rectā ca

pi impossibile est ¶ Angulum autem ab illa z circūferentia contentū. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro z circumferentia contentum omnium angulo rum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestū est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli ortho gonaliter ductam circulum ipsum contingere.

¶ Sit vt a termio a diametri .a.c. circuli .a.b.c. cui⁹ cēt⁹ .d. ducaī linea ortbogona liter: dico q ipsa cadit extra circulum. z q inter lineam illam z circūferentiā nulla alia recta linea itercipiī: z q angulus quē ipsa z circūferētia cōtinet ē minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. z q angulus cō tentus a diametro z circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab. a ortbogonaliter super .a.c. lineam: potest cadere infra cir/ culū. sit illa linea .a.b. z ducatur lin ea .d.b. eritq3 per .5. primi angul⁹ .d.a.b. equa lis angulo .d.b.a. z quia angulus .d.b.a. est rectus per ypothesim. habebit trian/ gulus .a.b.d. duos angulos rectos quod est impossibile. p. 32. primi: ¶ Cadet er/ go extra sitq3 .a.c. q si inter ipsam z circūferentiā pōt linea recta intercipi sit illa a.f. ad quā ducaī perpendicularis .d.g. z quia angulus .d.g.a. est rectus. erit p. 18. primi linea .a.d. longior linea .d.g. quod est impossibile. quare inter ipsam z circū ferentiā nulla linea recta intercipieī. ¶ Propter quod patet q angul⁹ cōtentus. ab e.a. z circūferentia qui dicitur angulus contingentie ē minor omni angulo a dua/ bus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtin gentie equalis. aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secūdū do ctrinaz .9. primi inter lineā .a.c. z circūferentiam posset linea recta itercipi q mon strauimus esse nō posse. per quod patet angulum contentum a diametro z circū/ ferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectili/ neo. ¶ Corelariū patet per primam partem. Cum enim linea .a.e. in vtrāq3 par/ tem erecta non secet circulum z tangat ipsum in puncto .a. ipsa est contingens p diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q nō valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. z per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire maius hoc z minus eodem ergo cōtingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit circulus .a.b. super centrum .c. cuius diameter .a.c.b. z ducatur ab eius termino a. linea .a.d. ortbogonaliter: eritq3 contingens circulum per corelarium huius. Describaī iterū sup pūctū .a. ⁊m quātitatē diametri .a.b. circul⁹ .b.e.d. z imagineī linea .a.b. moueri super punctum .a. per circumferentiam arcus .b.e.d. ita q pun/ ctum .b. numeret omnia puncta arcus .b.e.d. quousq3 perueniat ad lineam .a.d. z cooperiat ipsam. z quia angulus .b.a.d. est rectus: erit vt nō sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea .a.b. cum diametro .a.c.b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi con tento a semicircumferentia .a.b. z diametro .a .c.b. z angulum rectum mani/ festum est esse maiorem eodem. Dico q nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorē intermedius fuit ei equalis. Si enī fuerit aliquis: sit vt illū fecerit linea .a.b. cum punctus .b. fuit in puncto .e. arcus .b.e.d. quia ergo angulus

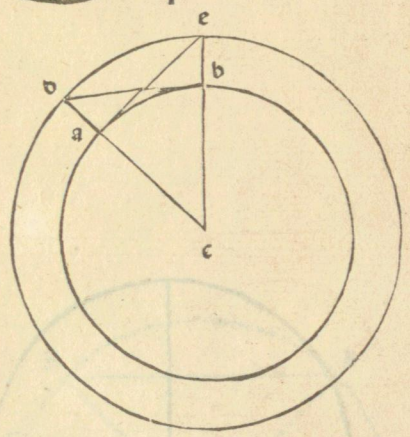





e.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto: angulus aũt semicirculi ē amplissim⁹ omniũ acutoꝝ p vltimã partē huius: erit angulus.e.a.b.amplissim⁹ omniũ acutorũ: diuidat̃ ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi p equalia ducta linea.a.f. eritqꝫ p cõceptionē angulus.f.a.b.ãplior angulo.e.a.b.quare erit aliqd ãpli⁹am/plissimo quod ē iposs̃ibile. ¶Vel sic cũ angulus e.a.b.sit equalis angulo semicirculi sicut ponit̃. Ãt angulus semicirculi cũ angulo cõtingẽtie ē equalis vni recto. Similiter quoqꝫ angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ē equalis vni recto: erit angul⁹.e.a d.equalis angulo cõtingentie: ꝛ qꝛ angulus cõtingentie ē angustissimus omnium acutoꝝ per.3.ptem huius: erit simliter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omniũ acutoꝝ.sed angul⁹.e.a.f.ē eo angustior p cõceptionē: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod ē impossibile: ¶Non ergo erit angulus rectiline⁹ equalis angulo semicirculi ꝛ qꝛ trãsitur a minori ad maius ꝛ non p equale. Jtē qꝛ est reperire minorē eo ꝛ maiorē: patet instantia cõtra vtrãqꝫ argumẽtationē predictam Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

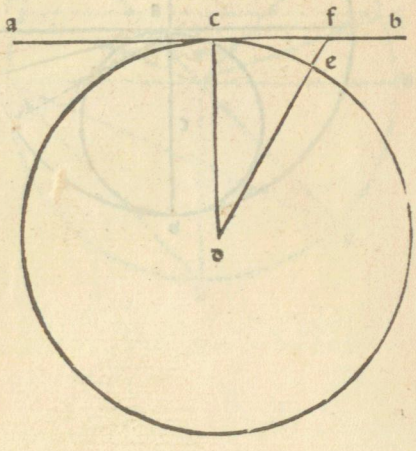
Posset probari quod angulus contingentie est diuisibilis scõm lineã rectã vt cõstat per figurationē hic a latere positam. Certum ē qꝫ angulus qui causat̃ ex cõtactu duoꝝ circuloꝝ vel spaꝝ ē angulus contingentie ꝛ talis diuidat̃ per lineã.c.g: qꝛ hic habeꝫ triangulus. b.g.k.cuius basis.b.k.diuidatur per equalia in puncto.c.ꝛ protrahat̃ versus.g.contactum ꝛ arguitur per.4.primi. deinde p.26. huius ꝛ patet ꝓpositum.




## Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulũ lineã cõtingentẽ ducere.

¶Sit circulus datus.a.b.cui⁹ centꝝ.c.punctusqꝫ datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineã ptingentẽ circulũ.a.b.pduco lineã.d.c.secantẽ circũferentiã circuli.a.b.in puncto.a.sup quã describo circulum.d.e.secũdũ quãtitatẽ linee.d.c.concẽtricũ circulo.a.b.ꝛ a pũcto a.produco lineam.a.c.ꝓpendicularẽ ad lineã.d.c.que secet circũferentiã circuli.d e.in puncto.c. ꝛ pduco lineã.e.c.secantẽ circũferẽtiã circuli.a.b.in puncto.b. deinde produco lineã.d.b.que erit cõtingens circulum.a.b.qꝛ eni duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus laterib⁹.b.c.ꝛ.c.d.trianguli.b.c.d.ꝛ angulus.c.ē cõis vtriqꝫ erit p.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus: p corelarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod est propositum.

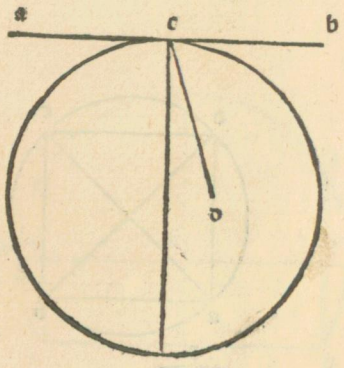



## Propositio .17.

Si circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineã contingentem esse perpendicularem.

¶Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrũ sit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsã. sit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que secet circũferentiam circuli i puncto e.eritqꝫ vterqꝫ angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile: Constat itaqꝫ.d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum.

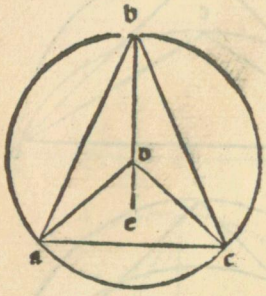
## Propositio .18.




SI circulū linea recta cōtingat: ⁊ a cōtactu in circulū linea quedā orthoganaliter ducat̄. ī eadē cētꝝ eē necesse ē.

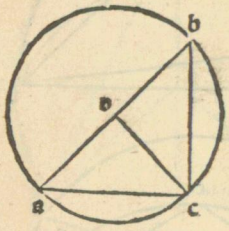
¶ Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c. ⁊.a contactu ducat̄ intra circulū.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico ꝙ centrum circuli est in linea.c.e.⁊ est cōuersa prioris. Si eni non fuerit centrū in linea.c.e.sit alibi vbicunqꝫ cōtingat.sitqꝫ.d.⁊ ꝓducat̄ linea.d c.eritqꝫ.d.c.per premissam perpendicularis ad lineā.a.b.qd̄ est impossibile cū.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

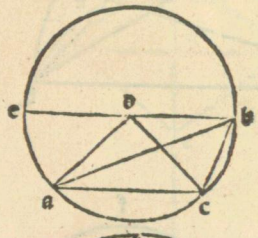
## Propositio. 19.



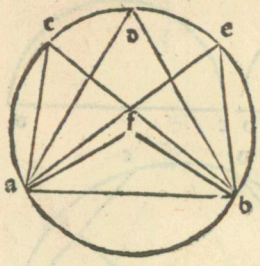

SI intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferētiā cōsistēs eādē basim habeat inferior superiori duplus erit.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrū.d .fiat angulus. a.d.c.super centrū ⁊ angulus.a.b.c.sup̄ circūferentiā.sitqꝫ vtriusqꝫ anguli eadē basis q̄ sit arcus.a.c.dico angulū.a.d.c.duplū esse ad angulū.a.b.c. ¶ Qd̄ sic ꝓbatur. Aut eni due linee.a.b.⁊.b.c.icludūt duas lineas.a.d.⁊.d.c.aut altera eaꝝ fit linea vna cū altera reliquaꝝ.aut etiā altera primarum secat alterā postremarū ¶ Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.⁊ producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per.32.primi: angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d.⁊.a.b.d.anguli ⁊ quia ipsi sunt equales per.5.eiusdē erit angulus.a.d.e.duplus ad angulū.a.b.d.similiter quoqꝫ erit augulus.e.d.c. duplus ad angulū.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ē ad totū angulū. a.b.c.qd̄ est propositum. ¶ Qd̄ si altera duaꝝ linearum.a.b.⁊.b.c.fiat linea vna cū altera duaꝝ lineaꝝ q̄ sunt.a.d.⁊.d.c.vt in secūda figuratione apparet.per easdē ꝑ quas prius: ⁊ simili mō liquet ꝓpositum. ¶ Qd̄ si altera duarum primaꝝ secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineā.d.c. producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per easdeꝫ quas prius assumpsimus ⁊ simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a.⁊ totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ ē ad angulū.a.b.c. qd̄ est propositum.




## Propositio .20



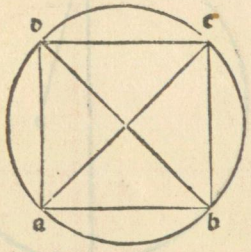

SI in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

¶ Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cōsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sūt.c.d.e.dico eos eē equales.protrahatur eni corda.a.b.⁊ ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee.a.f.⁊.b.f.eritqꝫ per premissam angulus.f. cousistens super centrū ad vnūquēqꝫ eorum.duplus: quare ipsi sunt equales: qd̄ est propositum.

## Propositio .21.

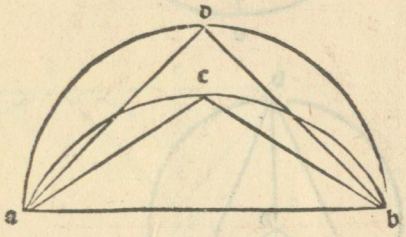
SI intra circulum quadrilaterū describat̄. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterū.a.b.c.d.inscriptū circulo.a. b.c.d. dico quosqꝫ duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis. ꝓtrahant̄ eni in q̄drilatero diamertri.a.c.b.d.eritqꝫ ꝑ premissā angulus. c.b.d. eq̄lis



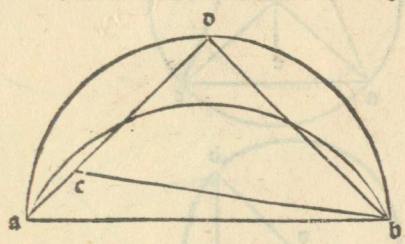

angulo.c.a.d.⁊ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̃lis duo/bus angulis qui sunt.a.c.d.⁊.c.a.d.⁊ quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt eq̃les duobus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.⁊.d.totalis equales duob⁹ rectis quod est propositum.Similiter quoq; probabitur angulos. a.⁊.c. totales esse equales duobus rectis.

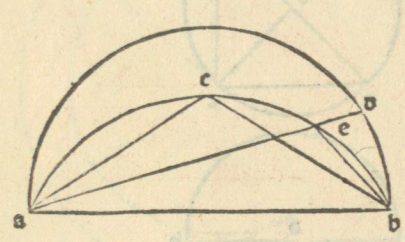
## Propositio .22



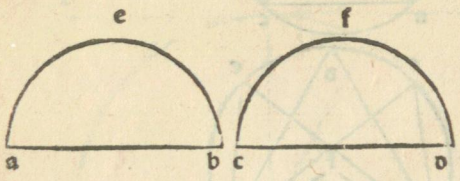

Duas circuli similes portiones inequales.super vnam rectam lineam assignatã.ex eadẽ parte cadere impossibile ẽ

¶Sit linea recta assignata.a.b.sup quã fiat portio circuli.a.c.b.dico ꝙ sup eandem lineã ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic.⁊ ea maior aut minor.¶Qd̃ si fuerit hoc possibile fiat ergo portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei.fiat ergo angulus.a.c. b.ĩ portione minori.⁊ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.⁊ .d.b. includant lineas.a.c.⁊.c.b.vt pz ĩ figuratiõe prima.Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera postremaꝝ.vt in scd̃a.aut vt altera secet alteram vt in tertia.¶Qd̃ si fuerit primo mõ erit per.21. primi: ãgulus.c.maior angulo.d.nõ ergo sũt portiones similes per diffinitionẽ. Qd̃ si scd̃o modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d. per. 16.eiusdem.nec sic igit̃ erũt portiones similes.Si aũt tertio modo sit ut linea a.d.secet lineam..c.b.⁊ secet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.⁊ ducat̃ linea.e.b.eritq; ꝑ eãdẽ.16.primi:angulus.a.e.b.ꝯsistẽs ĩ portiõe.a.c.b.maior ãgulo.d.sz.e.ẽ eq̃lis.c.ꝑ.20.h⁹ q̃re.c.ẽ maior.d.q̃re nullo mõ sil̃es. ¶Sil̃i quoq; mõ ꝓbabis ꝙ sup lineã. a.b.nõ fiet portio sil̃is portioni.a.c.b.mior.e.a.posito.c in loco.d.⁊.d.in loco. c.in figurationibns predictis.erit eni per premissas scz per 21.⁊.16.primi:⁊ premisso modo angulus.d.omniu figurationũ maior angulo.c. quare portiones nõ erũt similes.¶Et nota ꝙ licet proponatur super lineam vnaz nõ posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.verum est tamẽ ꝙ nec ex diuersis qd̃ licet probare minori que est ex vna parte supposita maiori que ẽ ex alia.necesse eni.erit per cõmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per hanc.22.



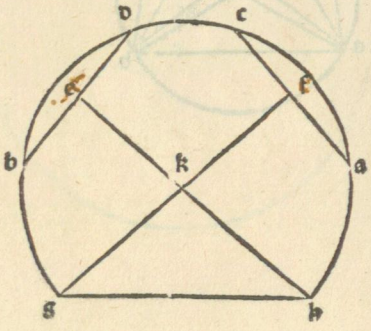




## Propositio .23.




Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint.ipsas portiones equales esse necesse est.

¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equales super quas sint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que suut similes.dico ꝙ ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint equales.quare accidit contrariuz p̃misse qd̃ ẽ impossibile.erũt eni.a.b.⁊.c.d.linea vna.

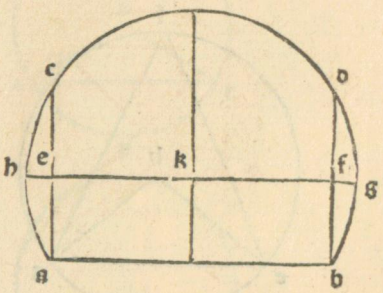


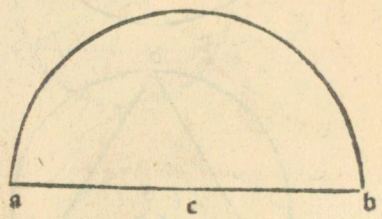

## Propositio .24.

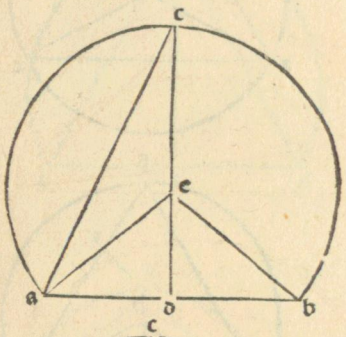
Dati semicirculi.siue semicirculo maioris minorisue portionis circulum perficere.

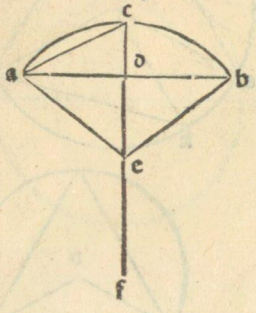
¶Intentum per hanc cõclusionẽ est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercunq; cõtin gat que sint.a.c.z.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidã i puncto.e.z.b.d.in puncto.f.z protrabam.c.g.perpendicularem ad.a.c .z.f.b .perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.critq; per corel'.prime huius centrũ circuli in vtra/ q; linearum.c.g.z.f.b.quare centrum est punctũ.k.Si autem.e.g.non secet. f.b. sed sint linea vna.quẽadmodũ erit si due linee.a.c.z.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit' circũferẽtie dati are$^{i}$.ex vtraq; pte ipsa igit' diuisa p̃ mediũ i pũcto k.erit ibi centrũ circuli per idem corel'.Equidistantes autem non erũt.c.g. z.f.b. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum corel'.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cõmuniter demõstrari qua liter inde circulus perficiatur. ¶Quia tamen auctor videt' hanc cõclusionẽ varia/ re p̃ diuersas species arcuũ omniũ portionũ enumerãdo species:demõstrabim$^{o}$ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ.a.b.portio data semicirculus.critq; per diffinitionẽ semicirculi.linea .a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrũ circuli. ¶Sit rur sus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per corel'.prime huius:z protrabo lineam.a.c.z quia linea.a.b.est minor diame tro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d. minor semidiametro.sed.d.c est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̃3.a.d.ergo per.19.primi: angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e equalis an/ gulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.critq; p sextã pri mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat' igitur linea.c.b .critq; per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.c.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli. ¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu larem ad lineã.a.b.que secet circũferentiam in puncto.c. hãc manifestũ est transi re per centrum per corelarium prime huius.produco iterũ lineam.a.c:critq; an/ gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b, semicirculus.z si minor erit maior semicirculo:positũ est autẽ q̃ sit minor.produco igitur lineã .a. e.que cum linea.a.c.faciat angulũ equalem angulo.c.z secet lineam.c.f.in puncto e.z manifestũ ẽ q̃ punctum.e.cadat extra datam portionẽ.z produco lineam.e.b z quia angulus.a. totalis est equalis angulo.c .erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.c.z quia per quartã primi linea .e.b.est equalis linee. e.a. erit per.9. bu/ ius punctũ.e.centrum circuli quare patet propositum p̃ omnes species portio/ num circuli.



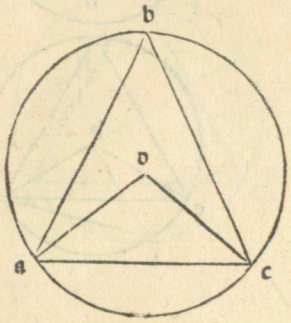



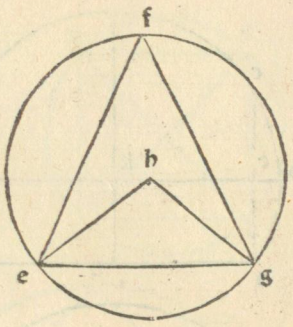




## Propositio 25.

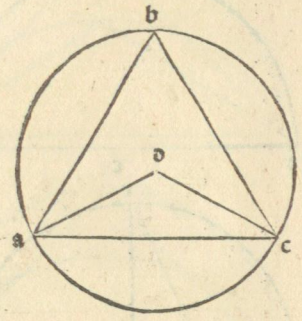
SI in equis circulis seu super centra.seu sup̃ circũferẽtias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.z.c.f.g.cuius cen trũ.b.z fiãt supra cẽtra cor duo anguli.a.d.c.z.c.b.g. qui ponant' equales.dico duas arcus.a.b.c.z.c.f.g.esse equales.protrahantur due linee.a.c. z.e.g.z fiant duo anguli in circũferentiis ipsorũ consistentes supra predictos ar cus qui sint angulus.a.b.c.z angulus.c.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt





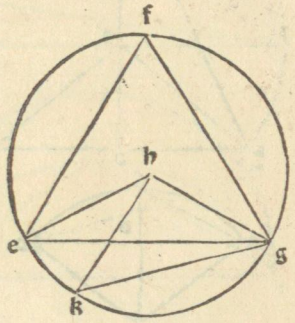

per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales: ⁊ quia duo anguli.d ⁊.b.sunt equales erit per.4.primi:linea .a.c.equalis linee.c.g.⁊ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.angulus sit equalis angulo.b.ergo per diffi/nitionem similium portionum duc portiones.a.b.c.⁊.c.f.g.sunt similes:⁊ qꝝ ipse sunt sup lineas.a.c.⁊.c.g.equales ipse erunt equales per.23. huius: quare arcꝰ.a b.c.⁊.c.f.g.sunt equales.Qꝛ si anguli.b.⁊.f.qui sunt in circūferentia ponantur equales erunt per diffinitionē portiones similes ⁊ anguli.d.⁊.b .equales p.19. hu ius :⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee.a.c. ⁊.c.g.equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum sint similes ⁊ super equales lineas.igitur ⁊ arcus equales :quod est propositum.




## Propositio .26.

SI in equis circulis equi sumātur arcus.infra illos forma/tos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferē/tias cōstituātur equos esse necesse est.

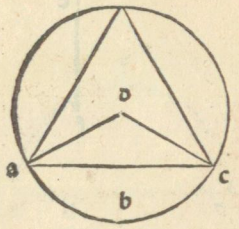
¶Sint vt prius duo circuli.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.c.f.g.cuiꝰ centrū b.sintqꝫ duo arcus.a.b.c.⁊.c.f.g.equales fiantqꝫ super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d.⁊. b.ductis.a.d.c.d.c.b.g .b. Itemqꝫ super eos/dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint.b.⁊.f.ductis lineis.a.b c.b.c.f.⁊.g.f.dico duos angulos d.⁊.b.adinuicē eē eq̄les Itēqꝫ duos.b.⁊.f.adin uicem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris.si enim non sunt.d.⁊. b.anguli ad in uicem equales:sit ergo.b.maior a quo abscindatur angulus.k.b.g.qui sit equalis angulo.d.eritqꝫ per premissam arcus.k.c.f.g.equalis arcui.a.b.c. sed duo arcus a.b.c.⁊.c.f.g.positi sunt equales:accidet ergo partē esse equalem toti: quod ē im/possibile:quare anguli.d.⁊.b.totales sunt equales. ¶Simili quoqꝫ modo proba bis angulos.b.⁊.f.esse equales. vel si maius probato qꝫ anguli.d.⁊.b.sint equa/les.sequitur.b.⁊.f.esse equales per.19.huius ⁊ econuerso.

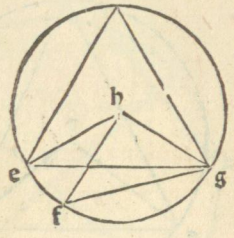



## Propositio .27.

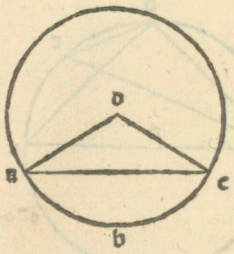
SI in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoqꝫ equos esse.si autē linee ꝛequales fuerint arcꝰ quo qꝫ ꝛnequales.⁊ a maiore linea maiorem arcum:a minore vero minorem abscindi necessariū est.

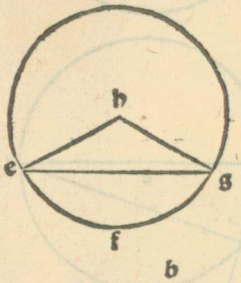
¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centꝝ.d.⁊.c.f.g.cuiꝰ cētruꝫ b.sitqꝫ corda.a.c.eq̄lis corde.e.g.dico duos arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.quos p̄dicte cor de ex predictis circulis resecant esse equales.Qꝛ si corda.e.g.ponaꝫ maior corda a.c.dico arcū.e.f.g.esse maiorē arcu.a.b.c. Primū quidem sic probaꝫ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint.d.a.d.c.b.e.b.g.⁊ quia circuli posi ti sunt fore eq̄les.erūt hec semidiametri equales.⁊ qꝫ linea. a.c. posita est equalis linee.e.g.erit per.8.primi:angulus.d.equalis angulo.b.totali:quare per.25.buiꝰ erit arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.sicqꝫ patet primum. scōm sic. sit.e.g. maior a.c.eritqꝫ per.25.primi angulus.b.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.b.g.eq̄/lis angulo.d.eritqꝫ per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.quare arcus. e.f. g.est maior arcu.a.b.c.quod est scōm. ꝓpositū.



## Propositio .28.

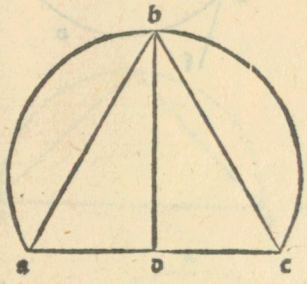



Circulorum equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrum. d. ⁊ e. f. g. cui⁹ centrum. h. sitq; arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico ꝙ corda. a. c. est equalis corde. e. g. ⁊ est hec conuersa prime partis premisse. ¶ Ducāt̃ linee. d. a. d. c. h. e. h. g. eruntq; per. 26. huius anguli. d. ⁊ h. equales: quare ꝑ quartam primi: erit. a. c. equalis. e. g. quod est propositum. Quecunq; autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

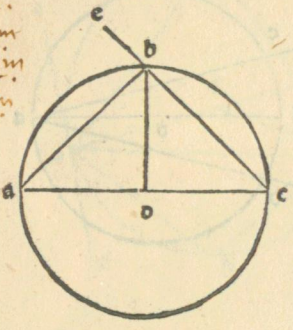
## Propositio .29.




Datum arcum per equalia diuidere.

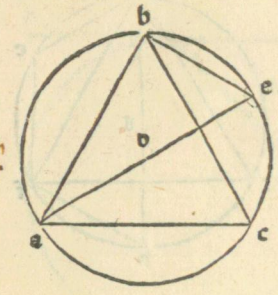
¶ Sit datus arcus. a. b. c. cui subtendatur corda. a. c. que diuidat̃ per equalia in puncto. d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsaꝫ que sit d. b. secans circūferentiam dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datum arcum per equalia. ducantur enim linee. b. a. b. c. que erūt eq̃les per. 4. primi quare ꝑ primā partem. 27. hui⁹ arcus. a. b. erit equalis arcui. b. c. quod est propositum.

## Propositio .30.

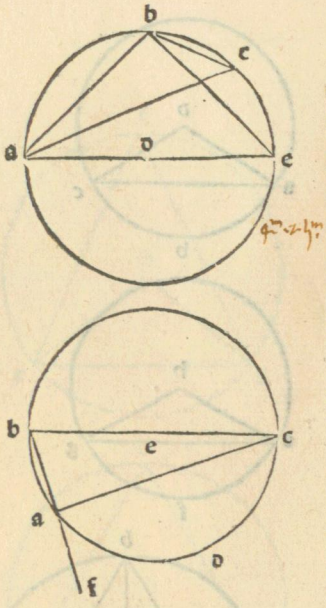


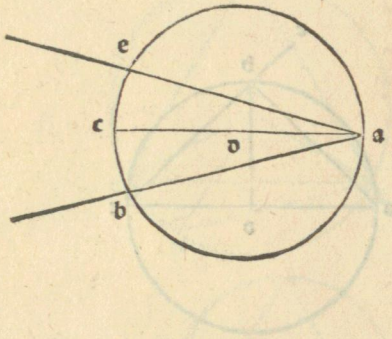

Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

¶ Sit vt in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. ⁊ diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. ⁊ b. c. dico illum angulum esse rectum. protrahatur ab ipso angulo in centrum linea. b. d. eritq; per quintā primi: angulus. a. b. d. equalis angulo. a. ⁊ angulus. d. b. c. equalis angulo. c. ⁊ quia āgulus. c. d. b. ē equalis duobus angulis. d. b. a. ⁊ a. per. 32. p̃mi: ipse erit duplus ad angulum. d. b. a. eadem ratione angulus. a. d. b. dupl⁹ erit ad angulum. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. ⁊ a. d. b. dupli sunt ad totalem angulum. a. b. c. sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 13. primi: erit igitur angulus a. b. c. totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propositum. ¶ Idē aliter protrahatur. b. c. vsq; ad. e. eritq; per. 32. primi: angulus. a. b. e. equalis duobus angulis. a. ⁊ c. ⁊ quia angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. et angulus. c. angulo. c. b. d. erit angulus. a. b. e. equalis totali āgulo. a. b. c. ergo vterq; eorum est rectus per diffinitionem. ¶ Scdo sic patet: sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: ⁊ fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. ⁊ b. c. dico illum angulum esse minorem recto. ducantur enim diametri. a. d. e. ⁊ linea. e. b. eritq; per primam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōmunem scientiam cum sit pars eius: sicq; patet scdm. ¶ Tertium sic. Sit rursus in circulo. a. b.

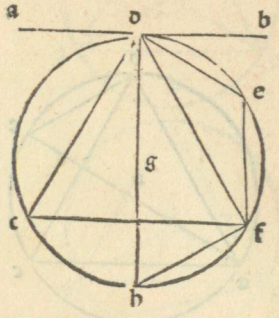


c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ⁊ fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico hunc an/gulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. e .⁊ linea.b.e. eritq3 per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit ma/ior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ⁊ por/tio.a.d.c.cuius eadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b.a.⁊ corda.a.c.esse maiorem recto ⁊ angulum contentum ab arcu .d.a. ⁊ corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri .c.e.b.⁊ linea.b.a.vsq3 ad.f.eritq3 per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f. a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi ⁊ secūdus pars recti euidenter patet vtrūq3.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex istis au tem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo por tionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad an/gulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam par/tem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto. por/tionis vero maioris sit maior recto.⁊ tñ nō erit alicui portionis āgul9.nec simplr aliquis contentus a circumferentia.⁊ linea recta nec rect9 nec eq̄lis recto.Qō ut cla rius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritq3 per vltimā par tem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.⁊ imaginetur linea. a.b. moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.6.coopi ens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penultē ptem b9 angulū maiorē recto.trāsit ergo a minori ad maius non per equale.⁊ sicut in rectilineis angulis est reperire maiores angulo semicirculi ⁊ minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē .i.15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto ⁊ minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.




## Propositio .31.




Si circulum linea recta contingat ⁊ a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum du/catur quoscunq3 duos angulos cum contingēte facit.duo bus angulis qui in alternatis circuli super arcus consi/stunt portionibns:equales sunt.

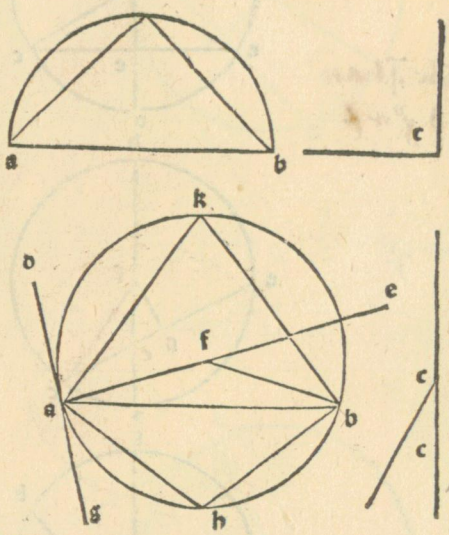
¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.c.f.cuius centrū.g .in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq3angu lus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.e.d.⁊.e.f. ⁊ angu lus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.e.d.⁊.e.f.dico an gulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.⁊ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.b.⁊ linea.f.b.eritq3 per.17.huius.d.b.perpendicularis super. a.b. ⁊ per primam partem premisse angulus.d.f.b.rectus.quare duo anguli.a. d.b.⁊

d.f.b.ſunt equales.poſito ergo cõmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui ſunt.d.f.b.ꝛ.b.d.f.ſed hi duo cum angulo.b. ſunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.ſed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.eſt equalis angulo.b.ergo ꝛ angulo. c.per.20.hui9 ꝛ hoc eſt primum.ꝛ quia duo anguli.c.ꝛ.c.ſunt equales duobus rectis per.21. hui9 erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod eſt ſcõm. Vel iſtud ſcõm ſit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonſtratum eſt.ſed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.eſt equalis angulo.a.d.f.quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .32.

SUper datam lineam.circuli portionẽ deſcribere capientem angulum.dato angulum equalem.ſeu rectum. ſeu maiorem ſeu minorem recto.

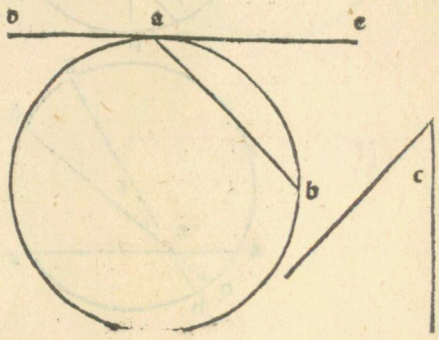
¶Sit.a.b.linea data ꝛ.c.datus angulus ſuper lineam a.b.volo deſcribere vnã circuli portionẽ recipiẽtẽ i circũferẽtia rectilineũ angulũ equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuiſa.a.b.p medium deſcribam ſuper eam ſemicirculum.factumq3 erit propoſitum.per primam partem.30. huius.¶Si autẽ fit obtuſus ductã lineam.d.a.cum linea.b.a. continentẽ equalẽ angulum angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem ſup lineam a.d.ꝛ ſuper punctũ.b.faciã angulũ p.23.p̃mi equalẽ angulo.c.a.b.i quo obtuſus excedet rectum.ducta linea.b.f.vſq3 ad perpendicularem.a.e.eruntq3 per.6.p̃mi: linee.f.a.ꝛ f.b.equales:facto itaq3 pũcto.f.centro circuli deſcribam ſm quantitatem linee.f.a:circulum.a.b.b.eritq3 per corel̃.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.b.b.eſt equalis angulo.d.a.b.quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.¶Si autem angulus.c. ſit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.ꝛ ſuper punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutũ.ducta linea b.f.vſq3 ad perpendiculare3.a.e.eruntq3 per.6.primi linee.f.a.ꝛ.f.b.equales: facto itaq3 puncto.f centro circuli.deſcribam ſm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritq3 per corelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulũ.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.k.b.eſt equalis angulo.g.a. b. quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.

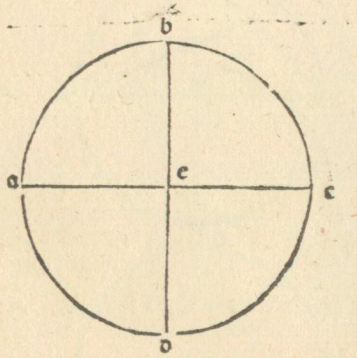



## Propoſitio .33.

A Dato circulo:dato angulo. equum angulum capientem portionem abſcindere.

¶Sit.a.b. datus circulus.et.c. datus angulus. volo ergo a circulo.a b.abſcindere portionem vnam capientem equalez angulum angulo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in puncto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.critq3 per.31.huius portio.a.b.exiſtens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalem angulo.c.quod eſt propoſitum.

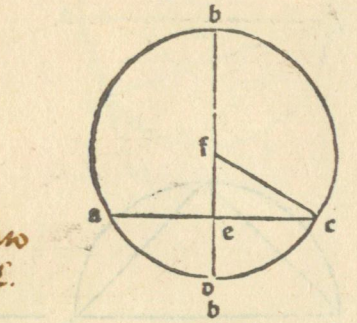


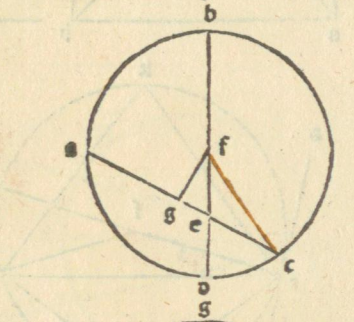


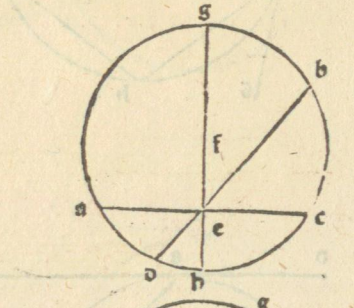

## Propositio .34.

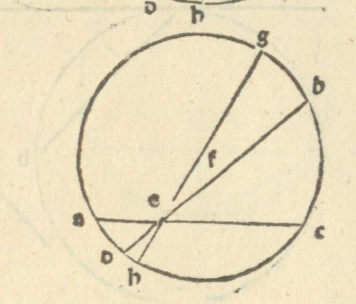
SI intra circulu3 due recte linee ſeſe inuicem ſecent. q3 ſub duabus partibus vniu3 earu3 ꝓcedit. equũ eſt ei rectãgulo qd̃ ſub duabus alterius linee ptibus cõtinetur.

¶Sint due linee. a. c. ⁊ b. d. ſecantes ſe in circulo a. b. c. d. ſuper pũctũ e. dico q3 illud rectangulum qd̃ fit ex. a. e. i e. c. equum eſt ei qd̃ fit ex b. e. in e. d. aut enim ambe linee a. c. ⁊. b. d. tranſibũt p centrum circuli aut altera tm̃ aut neutra. q3 ſi ambe tranſeant per centrũ. erit. e. centrum circuli. omneſq3 4 linee equales: quare liquet ꝓpoſitum. ¶Qd̃ ſi altera earũ tantum tranſit per centrũ ſit illa. b. d. centrumq3 circuli ſit. f. aut ergo. b. d. ſecabit a. c. per equalia aut per inequalia. ſecet ergo primo per equalia: eritq3 per primã partez. 3. huius ſecans eã orthoganaliter. ducatur itaq3 linea. f. c. eritq3 per. 5. ſecundi qd̃ fit ex. b. e. in. e. d. cũ quadrato. e. f. equale quadrato linee. f. d. quare ⁊ quadrato linee. f. c. ergo per penultimam primi ⁊ quadratis duaꝝ linearum. f. e. ⁊. e. c. dempto ergo vtriq3 quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale quadrato linee. e. c. ⁊ quia. e. c. ẽ equalis. a. c. patet ꝓpoſitum. ¶Qd̃ ſi. b. d. tranſiens per centrum ſecat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritq3 per ſecundam partem tertii huius. a. g. equalis. g. c. ⁊ ducatur linea. f. c. eritq3 per. 5. ſecundi quod fit ex. b. e. in. e. d. cũ quadrato. e. f. c. ⁊ ideo per penultimã primi cũ quadratis duarum linearum. f. g. ⁊. g. e. ꝓpter id qd̃ angulus. f. g. e. ẽ rect9 ⁊ ẽ equalis quadrato linee. d. f. ⁊ ideo linee. f. c. ꝓpter quod per penultimã primi ⁊ quadratis duarum linearum. f. g. ⁊. g. c. dempto ergo vtriq3 quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. i e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. ſed per. 5. ſecundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. eſt equũ ei quod fit ex. a. c. in. c. c. cum quadrato eiuſdem. g. e. dempto igitur vtriq3 quadrato linee. g. e: erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod eſt ꝓpoſitum. ¶Qd̃ ſi neutra earũ tranſit per centrum ſiue altera dividat alteraz per equalia ſiue per inequalia. ꝓducam lineam. g. f. e. b. diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera dividat alteram per equalia. ut. b. d. a. c. tũc. g. b. dividit etiã. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per ſecundum modũ huius concluſionis quod fit ex. g. e. in. e. b. equum eſt ei qd̃ fit ex. a. c. in. e. c. ⁊ per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. b. equum eſt ei quod fit ex: b. e. in. e. d ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum eſt ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod eſt ꝓpoſitum. ¶At ſi neutra dividit alterã per equalia erit per tertiũ modũ hui9 cõcluſiõis qd̃ fit ex. g. e. in. e. b. eq̃le vtriq3 eoꝝ que fiunt ex. a. e. in. e. c. ⁊. b. e. in. e. d. quare vnum eoꝝ erit equale alteri: quod eſt ꝓpoſitum.



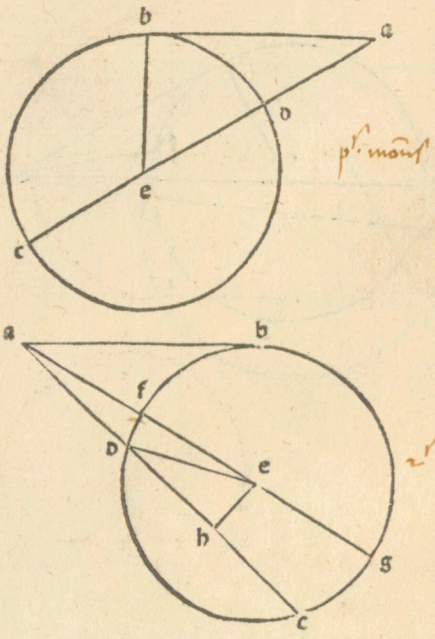




## Propositio .35.

SI extra circulum punctus ſignetur. ab eo autem ad circuluz alia linea ſecãs. alia contigens due recte linee ducant qd̃ ſub tota ſecante. atq3 parte ſui extrinſeca continet equũ eſt ei quadrato qd̃ ex contingente linea deſcribitur.

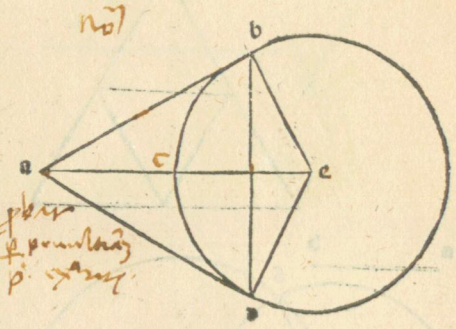
Sit. a. punctus ſignatus extra circulum. b. c. d. cuius centrũ. e. a quo

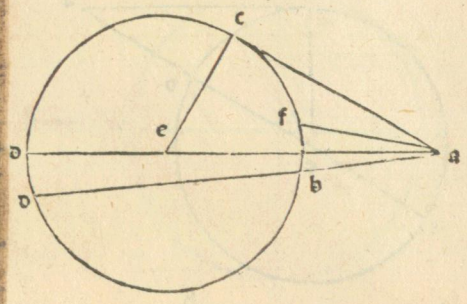
ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.z.a.c.d.secãs.dico q illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per centrum aut non.transeat ergo primo per centrum quod est.e.z ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.z quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.c.z est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.z.a.d.cum quadrato linee.e.d.z ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.z ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum:e.b.z.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqz quadrato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee.a.b.quod est propositũ.¶Qõ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrũ z ducãt linee.e.d.z.e.b.z sit.e.b.ppendicularis ad.a.d.c.eritqz p.3.huius d.b.equalis.b.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.b. z addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.b. equale quadrato linee.a.b.ergo addito vtriqz quadrato.b.e.erit quod fit ex.c.a.in .a.d.cum quadratis duarum linearum.d.b.z.b.e.z ideo per penultimam primi cũ quadrato.d.e.propter id quod angulus.b.est rectus .z ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.z.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.b z.b.e.z ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam secundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a.e. qz ergo vtriqz eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.z ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinqz quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propositum.¶Et ex hac nota q puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. z earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis.¶Nota etiam q si a quolibet puncto extra circulum signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqz earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .Hoc autem euidentius patet per penultimam primi.¶Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.z ab ipso ducantur due linee.a.b.z.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.z.e.d. eritqz per.17.huius vterqz angulorum.b.z.d.rectus. quare per penultimam primi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.z.b.e. Similiter quoqz z duobus:duarum.a.d.z.d.e.quare quadrata duarum linearuz a.b.z.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.z.d.e .z quia quadrata duarum que sunt.b.e.z.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.z. a.d.equalia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.¶Aliter etiã ducatur linea b.d. eritqz per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea:e.b.est equalis linee.e.d.z quia vterqz duorum angulorum.b.z.d. est rectus.erit per cõmunem sciẽtiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.





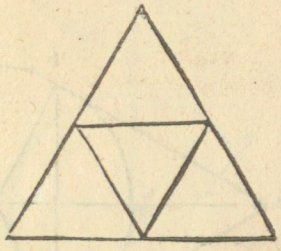







## Propositio .36.

Si fuerit punctus extra circulū signatus aquo due linee ad circūferētiā ducant .altera secans.altera circumferentie applicata fueritq3 qō ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit:erit linea applicata ex necessitate circulū contingens. ¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d. secans ipsum ⁊ linea.a.c.applicata circumferentie.⁊ esto vt qō fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c. dico lineam.a.c.esse contingentē ⁊ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq3 per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositum. ¶ Idē ostēsiue ꝓbabit maneat prior dispositio ⁊ ypothesis.⁊ si linea.a.b.d.trāsit p cētr3 ducatur linea.c.e.q3 erit per.6.secundi qō fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e.b .et ideo cum quadrato.e.c.equale quadrato.a.e.sed qō fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato .c.e.ē equale quadrato.a e. ergo per vltimā primi angulus.c.est rectus.ergo per corel' 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.⁊ quia qō fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulū. Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.



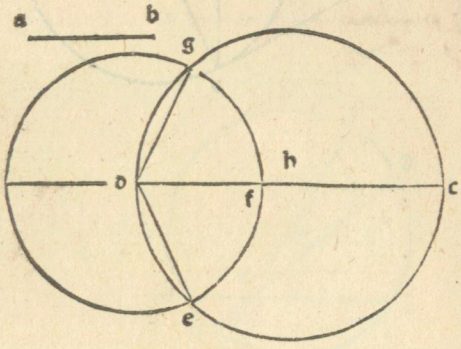
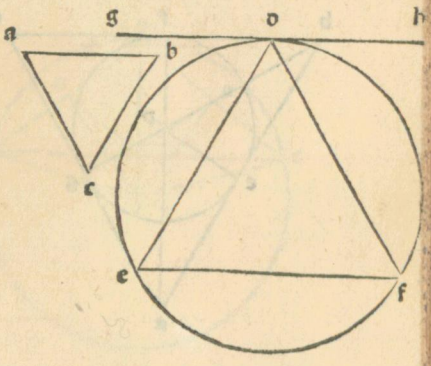



Figura intra figuram dicitur īscribi quando ea que īscribitur eius in qua īscribitur.latera vno quoq3 suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiēs ea quidē figura eius cui circūscribitur finis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

## Propositio. .1.

Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare. ¶ Sit linea data.a.b.circulusq3 datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d.quanō ē maior linea.a.b.volo ītra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ꝓpositū.si aūt minor ex diametro sumat'.d.f.sibi eq̄lis ⁊ sup punctū.d.fm quātitatē linee.d.f.describat' circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.⁊.c.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq3 vtralibet earum equalis linee.a. b.eo q̄ vtraq3 earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

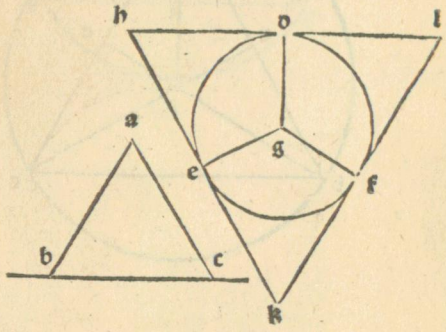
## Propositio .22.




Intra assignatū circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

¶Sit assignatus triāgulus.a.b.c.assignatusq3 circulus.d.c.f.volo intra hunc circulum collocare vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilateruz enim non ē necessariūcē sed ē possibile.produco.g.d.b.contingentem circulum in puncto.d.super quē facio angulum.b.d.f. ducta linea.d.f.equalē angulo.c.z angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.z protrabo lineam.e.f.eritq3 per.31.tertii angul9.e.equalis angulo.c.q2 vterq3 est equalis angulo.b.d.f.c.quidē per positionē .e .vero per.31.tertii eadē rōne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.

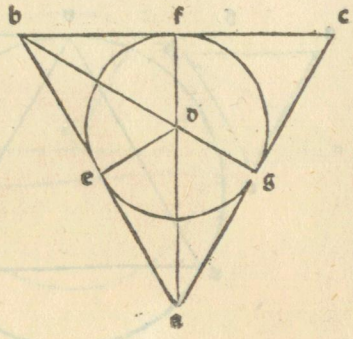
## Propositio .3.




Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulū equiangulum describere.

¶Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq3 circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nō ē necessarium sed ē possibile.producam basim.b.c.ī vtrāq3 partem.vt fiant duo anguli extrinseci,z a centro.g.producam lineam.g.d.ad circūferentiam.z constituā angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. z.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.z a punctis.d.e.f.producam in vtranq3 partem lineas orthogonaliter que per correl'.15.tertii erunt contingentes circulū q̄s cōtingentes ꝓtrabā quousq3 concurrant in punctis.b.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq3 angulorum qui sunt ad.d.z vterq3 eorum qui sunt ad.e. sit rect9 si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad partez.b. minores duobus rectis.quare p penultimā petitionē i ptem illam ꝓtracte concurrent linee l.d.b.k.e.b.eadem rōne concurrent due linee.b.d.l.k.f.l.cum vterq3 angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .b.d.e.g. duo anguli.d.z.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.z.b.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mōstratū ē supra.32 primi:z quia duo anguli.b.intrinsecus z extrinsecus sunt similiter equales duob9 rectis.p.13.p̄mi:at vero.b.extrinsec9 posit9 ē equalis.d.g.e.erit intrinsec9.b.equalis.b.simili quoq3 rōne erit.c.intrisecus equalis.l.z quia duo anguli.b.z.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .b.z.l. minores duobus rectis.quare per penultimaz petitionem due linee. b.e.z.l.f.ꝓtracte concurrent in puncto.k.fietq3 triangulus.b.k.l.z quia angulus.b. ē equalis angulo.b.intrinseco.z angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

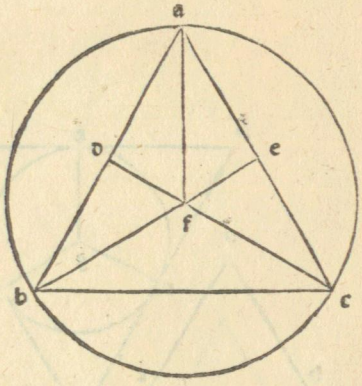
## Propositio .4.




Intra datum triangulum circulu3 describere.

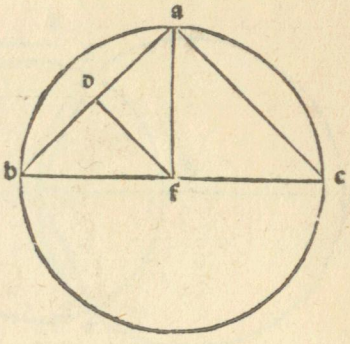
¶ Sit assignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipsu3 circulum describere hec ẽ q̃si cõuersa scd̃e .diuido eni duos ei⁹ angulos.a.⁊.b .ꝑ eq̃lia.a q̃dã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝯcurrãt ĩ puncto.d. a quo ducã ꝑpẽdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.⁊.d.g.ad.a.c.⁊ quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.⁊.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ẽ eq̃/lis angulo.a.alterius.⁊ vterq3 angulorũ.e.⁊.g.rectus ⁊ latus.a.d.cõmune. erit ꝑ 26.primi:linea.d.e.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b d.⁊.f.b:d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius ⁊ vterq3 anguloꝝ.e. et f.rectus:latus quoq3.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.⁊ descripto circulo secundũ quantitatẽ vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:⁊ quia per correl̃.15.tertii vnaqueq3 linearum.a.b.b.c.⁊.c.a. erit cõtingens circulum.patet perfectum esse propositum.

## Propositio .5.

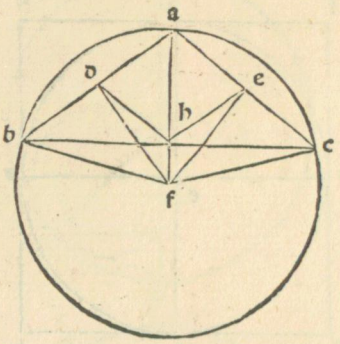


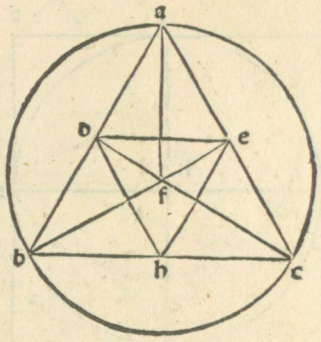

Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

¶ Sit trigonus assignatus:a.b.c.volo circa ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.⁊.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.⁊.a.c.quas protraho quousq3 cõcurrant in puncto.f.sintq3.d.f.⁊.e.f.concurrent eni q̃m cũ vterq3 anguloꝝ.d.⁊.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝓtrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrahunt̃ minores duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui est punctus cõcursus quẽ dico esse centrum circuli quesiti.protrahõ lineas ad singulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.⁊ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.⁊.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.⁊.d.f.trianguli.b.d.f.⁊ angulus.d. vni⁹ angulo.d.alterius:quia vterq3 rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ratione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ⁊ angulis duorum triangulorum.a.e. f.⁊.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersalis demonstratio ad omnes spẽs trigoni. ¶ Quia tamẽ auctor videt̃ velle mediu3 variare disiungendo inter orthogonium ambligonium ⁊ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demõstrandũ . ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq3 angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo pnncto quẽ dico esse centrũ circuli ad medium punctum vtriusq3 duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.⁊ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ⁊.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee. a.c. hoc eni demõstratũ est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundã partem ⁊ per tertiam.29.primi:vterq3 angulorum qui sunt ad .d.rectus:ducatur igit̃ linea.f.a. eritq3 per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõparatis adinuicẽ laterib⁹ ⁊ angulis triãguloꝝ.a.d.f.b.d.f.⁊ q2 linea.b.f. ẽ eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare ꝑ.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitq3 augulus .a .



obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in puncto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt .d. ⁊ .e. duco lineas.h.d.⁊.h.e.eritq3.d.h.equidistans.a.c.⁊.e.h.equidistans.a.b. propter id quod demonstratum est supra.39.primi: videlicet ꝙ linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans: quare per secundam partē.29.primi erit vterq3 duoꝝ anguloꝝ.b.d.h.⁊.c.e.h.eq̄lis āgulo.a.⁊ ideo vterq3 obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.c.quousq3 concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē enī eas concurrere propter causā p̄us dictā.secabit vtraq3 earum lineam. b.c .que respicit obtusum ⁊ concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē punctus concursus earum: produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus.a.b.in puncto.d.⁊ latus.a.c.ī puncto.e.⁊.b.c.in puncto.h.protraho lineas.d.e.d.h.⁊.e.h.eritq3 .d.h. equidistans a.c.⁊.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi: quare per secundam partem.39.primi: vterq3 angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.⁊ iō acutus: ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam .a.c. manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq3 punctus concursus f.quem dico esse centrum circuli: produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̄rtam primi: bis assumptam vt prius erunt equales: quare per.9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet ꝙ si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet ītra triangulum.

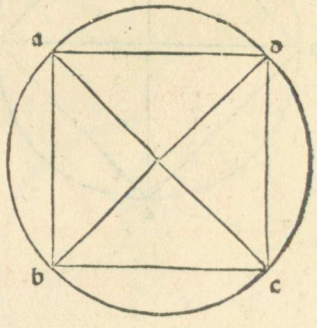



## Propositio .6.

Intra datum circulum quadratū describere.

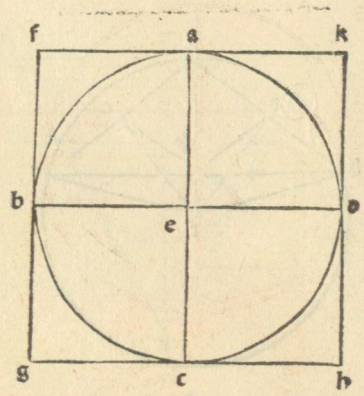
¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centruz.e.volo intra ipsuz describere quadratuz.protraho in ipso duas diametros.a.c.⁊.b.d.secantes se orthogonaliter supra centruz.e.quaruz extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.⁊.d.a. quas dico cōtinere quadratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter assumptam propter id qd̄ quatuor linee.e.a.e.b.c.c.⁊.e.d.sunt equales.et quatuor anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq3.quatuor angulorum.a.b.c.⁊. d.est rect⁹ per primam partem .30.tertii: propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.



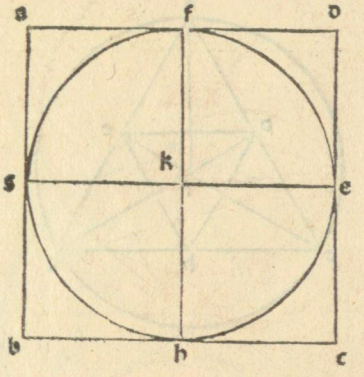

## Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit ꝓposit⁹ circul⁹.a.b.c.d.cui⁹ centꝝ.e.volo circa ip̄m descibere q̄dratū: ꝓtrabo ī ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se ortho/



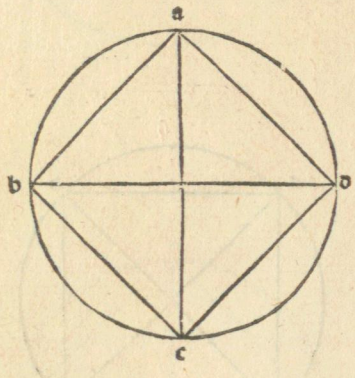

gonaliter sup cētrū.e.a q̄ꝝ extremitatibus duco ī vtrāqꝫ ptē lineas orthogonaliter quousqꝫ q̄libet eaꝝ ꝯcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ sintqꝫ pūcta ꝯcursus eaꝝ.f.g.h.k. eritqꝫ p corret.15.tertij vterqꝫ angulorꝝ qui sūt ad vnūquēqꝫ quatuor pūctorꝝ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.ꝛ.c. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis:vt demonstratum est supra.32.primi :eadem rōne quilibet angulorum.g.h.ꝛ.k.erit rectus:ergo per secūdam partem.28.primi. due linee.f.g.ꝛ.k.h. Jtemqꝫ due.f.k.ꝛ.g.h.sunt equidistantes.ergo per.34.primi.f.k est equalis.g.h.ꝛ.f.g.k.h.ꝛ quia p eandē.f.k.est equalis.b.d.ꝛ. f.g.a.c. At vero b.d.est equalis.a.c.erūt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.ꝛ.k.h. equales: sed ꝛ quatuor anguli.f.g.k..h. sunt recti :vt probatum est prius. ergo.f.g. k.h. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.




## Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.

¶Sit quadratum assignatum. a.b.c.d.volo intra ipsum describere circuluꝫ hec est quasi conuersa .6.diuido vnūqđqꝫ latus eius p equalia.a.d.quidē in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.ꝛ.d.c. in puncto.e.ꝛ produco lineas.e.g.ꝛ.f.h.secantes se in pūcto .k.quē dico esse centrum circuli.erit eniꝫ.f.h.equidistans ꝛ equalis.a.b.per.33.primi: ꝓpter id quod.a.f.ꝛ.d.h.sunt equales ꝛ equidistantes.Similiter per eandem ꝛ.d.c a.b.ꝛ quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.ꝛ.k.h.equales.ergo per.9.tertij.k.est centrum circuli quesiti.




## Propositio .9.

Circa assignatum quadratum circulum describere.

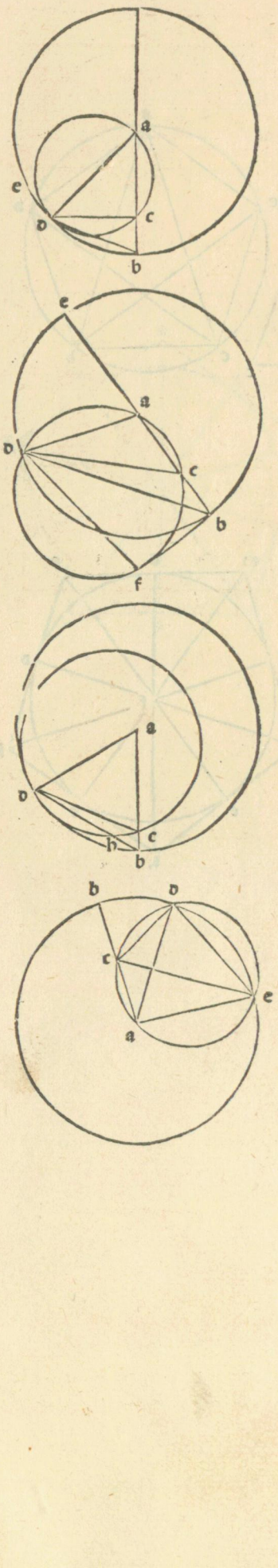
¶Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipsum circuluꝫ describere .hec est quasi conuersa.7. Protraho in ipso duas diametros.a.c.ꝛ.b.d. secantes se in puncto.e.quē dico esse centrum circuli. Cum enī linee a.d.ꝛ.a.b.sint equales erūt per.5.primi: anguli.a.d.b.ꝛ.a.b.d.equales.ꝛ quia angulus.a .totalis est rectus.erit per.32.primi:vterqꝫ eorum medietas recti.¶Simili quoqꝫ modo ꝓbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris ꝛ laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis line ꝛ.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.ꝛ.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.c.d.sunt equales.erit per.9. tertii e.centruꝫ circuli quesiti.quod est propositum.

## Propositio .10.

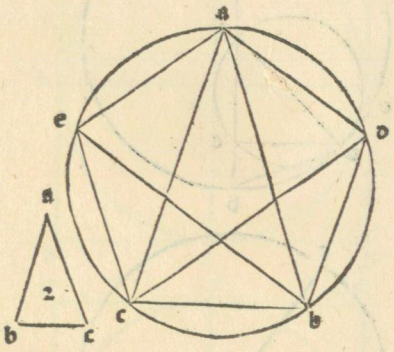
Duum equaliuꝫ laterum triangulum designare. cuius vterqꝫ duorum angulorum quos basis optinet. reliquo duplus existat.

Jntentio ē describere vnū triangulū duū eq̄liū lateꝝ ꝛ tertii ineq̄lis cui⁹ vterqꝫ angulorꝝ q̄ sup lat⁹ qđ ē reliq̄s ī eq̄le existūt ad tertiū duplus existat. Ad hoc aūt faciēdū sumat̄. linea q̄libet q̄ sit .a.b.que diuidat̄ ꝟm ꝙ docet.ii.scđi in puncto.c.ita ꝙ illđ quod fit ex.a.b.ī.b.c.sit equale quadrato. a.c

factoq3 puncto.a.centro ꝺm ipſius quantitatem deſcribatur circulus.b.d.e.intra quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due linee.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.eē q̄lis ꝓponit̄: circūſcribat̄ circul⁹ q̄ ſit d.c.a. per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.eſt equalis .linea.a.c.erit quod fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linee. b.d. quare per vltimam tertii. b.d. linea eſt contingens circulum.d.c.a.ꝛ per.31.eiuſdem angulus.c. d.b. eſt equalis angulo.c.a.d.poſito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equa/ lis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.ſed per.32.primi angulus.b.c.d.eſt eq̄lis eiſdē quia extrinſecus ad ipſos.ergo angulus.b.d.a.eſt equalis angulo.b.c.d.ꝛ q3 an/ gulus.a.d.b.eſt equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.ꝛ.a.b.ſūt e/ qualia.erit angulus.b.c.d. eq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.eſt e / qualis linee.b.d.quare ꝛ linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.eſt equalis an gulo.c.d.a.quia ergo vterq3 angulo3 c.d.b.ꝛ.c.d.a.ē eq̄lis āgulo.c.a.d. erit tot⁹ angul⁹.b.d.a.ꝺupl⁹ ad āgulū.d.a.b.ꝛ iō angul⁹.a.b.d.ſibi eq̄lis.ꝺupl⁹eſt etiā ad angulū.b.a.d.qō eſt ꝓpoſitū. ¶ Forſan dicet aduerſarius circulū.d.c.a.circūſcri ptum trigono partiali ſecare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ ſi/ mul ſecabit lineam.b.d.vnde ipſa non erit circulo applicata.ſicut in demonſtra/ tione ſupponitur. ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt vt ponit aduerſarius ꝛ a puncto.b.ducatur ad ipſum circulum minorem contingens.b.f.ꝛ ducantur li/ nee.f.a.f.d.eritq3 per penultimā tertii qō fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f. ergo.b.f.eſt equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.eſt equalis angulo .b. d.f.ꝛ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.eſt equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d f.maior angulo.a.d.f.quod eſt impoſſibile.cum ipſe ſit pars eius. ¶ Aliter poſſu/ mus iſtud refellere ꝛ oſtendere ꝙ ille minor circulus nullo modo ſecabit linea. b.d forſan enim diceret ꝙ ſecaret eam non ſecando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī poſſibile eſt ꝙ ſecet eam.ſit hoc in puncto.b.eritq3 qō fit ex.a.b.in. b.c. equale ei quod fit ex.d.b.in.b.b. Monſtratum eſt enim ſupra penultimā tertii ꝙ ſi ab ali/ quo puncto extra circulum ſignato quotlibet linee ſecantes ad circulum ducantur que ſub totis ꝛ earum portionibus extrinſecis continentur.equalia ſunt adinuicē: ꝛ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.eſt equale quadrato.b.d.erit qō fit ex. d.b. in.b.b. equale quadrato.d.b.quod eſt impoſſibile per ſcōam ſcōi:quare cōſtat ꝓpoſitum ¶ Et nota ꝙ minor circulus neceſſario ſecabit maiorē ꝛ abſcindet ab eo arcū vnū equalem arcui.b.d.ꝛ maior abſcindet ſimiliter ab eodem vnum arcum equalē ar/ cui.d.c. Quōd ſic probat̄.ſi enim minor non ſecat maiorem.contingit ergo ipſum in puncto.d.ꝛ quia per.11.tertii circulorum ſe contingentium centra.ꝛ punct⁹ con tactus ſunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in ea eſt centrum maioris ꝛ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.eſt rectus quare ſimiliter ꝛ angulus.a.b.d.ſibi eq̄lis ē rectus qō ē impoſſibile.per.32. primi:Secet ergo ipſum in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris eſſe equalē arcui. d.b.ꝛ arcum.e.d.minoris eſſe equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.ꝛ. e.a. eritq3 per.26.tertii vnuſquiſq3 quatuor angulorum qui ſunt.d.e.c.ꝛ.e.a.d.a. c.et a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.e.ꝛ.e.a. ſūt eq̄les.p.27. eiuſdē q̄re to talis angul⁹.a.e.d.ꝺupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.ꝛ iō eq̄lis vtriq3 angulorum .a.b.d. ꝛ.a.d.b.ꝛ q3 angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qō.a. e.ꝛ.a d.ſunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.ꝛ.d.trianguli. a.e.d.



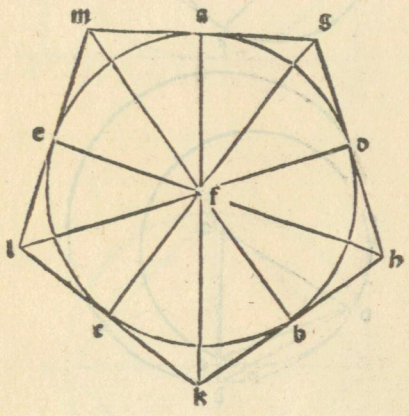
equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .c.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eandē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.




## Propositio .11.

Intra datum circulum equilaterum.atq; equiangulū penthagonum describere.

Sit datus circulus.a.b.c. volo intra ipsum describere penthagonum vnū equilaterū atq; equiangulū. designo triangulū vnū qualez premissa proponit.qui sit.2.cui aliuz equiangulum intra datū circulum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitq; vterq; angulorum .a.b.c z.a.c.b. duplus ad angulum.c.a.b. vtrūq; eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.z.c.d. eruntq; per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e. diuidūt circulum adinuicē equales.propter id qđ quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles.continuatis igitur illis quinq; pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.e.z.e.a.erit penthagonus.a.d.b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arc9:quoz eius quinq; latera sunt corde:sint ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo q; quinq; arcus.d.a.c.a.c.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a. in quos anguli ipsius penthagoni cadunt sunt adinuicem equales:sicq; constat propositum.



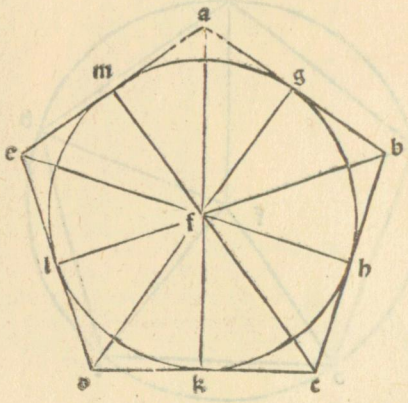

## Propositio .12.

Circa propositum circulum pēthagonum equilaterū atq; equiangulum designare.

Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrū.f. volo circa ipsuz designare penthagonū equilaterez atq; equiangulum. supra circumferentiam ipsius circuli quasi fm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinq; puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētra ducam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq; partem quousq; concurrant in punctis.g.b.k.l.m. eruntq; hee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:z ad ista pūcta concursus ducam a centro lineas.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultimā tertii q; si ab aliquo puncto extra circuluz signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducant q; ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z b.d.b.b.z sic de ceteris. At qm̄ quinq; arcus i quos quinq; puncta.a.d.b.c.e. diuidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinq; anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.c.e.f.a. consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cōmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorū q̄ sunt.a.d.f. Itēq; duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.b.z.b.f.b. Itemq; duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquoz angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.c.f.a.z singuli triū.qui sunt.k.l.m. diuidant̄ p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. z quia hii tres anguli qui sunt.b.f.e.c.f.e.c.f.a. sunt sibi inuicem equales z aliis duob9 q̄ sūt.a.f d.z.d.f.b. equales erunt eorum dimidia que sunt dece anguli facti in centro.f.ad/

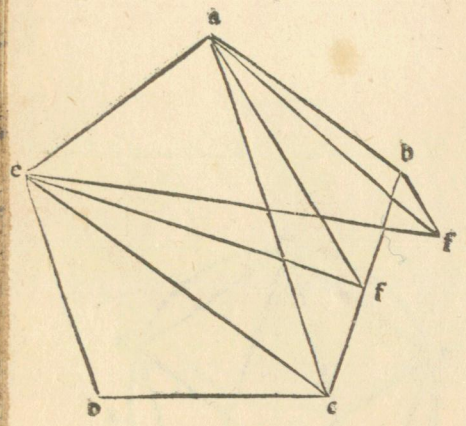
inuicez equales. Quia igitur duo anguli.a.z.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/bus angulis.a.z.f.trianguli.m.a.f.z latus.a.f. cõmune erit per.26.primi angul⁹ g. vnius equalis angulo.m.alterius z latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiõe erit angulus.g.m triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.z latus.g d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiũ.g.m.z.g.d.dimidiũ.g.b.z.g.a.z g.d.sunt equalia:erunt per cõem scientiã.g.m.z.g.b.eorũ dupla equalia.Simili/ter quoq; ꝓbabim⁹.g.m.esse eqnale.m.l z.m.l.l.k.z.l.k.k.b.quare pẽthagon⁹.g b.k.l.m.est equilaterus.sed z equiangulus: cuz enĩ duo anguli qui sunt ad.g.sunt adinuicem equa es. z duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. z.g. partia/lis.sit equalis.m.ptiali.vtrũq; enĩ ꝓbatũ est prius.erit per eandẽ cõem scientiã g.totalis equalis.m.totali.z eadem rõne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus.sicq; constat ꝓpositum.

## ¶Propositio .13.




¶Intra equilaterũ atq; equiangulum penthagonum assi gnatum.circulũ describere.

¶Sit assignatus penthagonus equilaterus atq; equiangulus:quia de aliis nõ est necessariũ hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribe re circulũ.hec est quasi cõuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui sunt.a.z.c.diuido per equalia ductis lineis.a.f.z.e.f.donec cõcurrãt in pũcto.f.i tra ipsum penthagonum quẽ dico esse centrum circuli: cõcurrent enim propter id quod dimidiũ totalis anguli.a.z similiter totalis anguli.c.minus ẽ angulo recto. ¶Si enim intra penthagonum non cõcurrẽt.aut extra ipsum pentbagonum aut in latere pẽthagoni.aut in eius angulo:qui vtriq; angulorũ diuersoꝝ opponitur. Concurrãt ꝑ primo extra in pũcto.f.z ducatur linea.b.f.z quia duo latera. c.a.et a.f.trianguli.e.a.f.sũt equalia duobus lateribus.b.a.z.a.f.trianguli .b.a.f.z an gulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi. f.b. z q; angulus.a.partialis ẽ equalis angulo.e.partiali.propter id qõ.a.totalis.e. totali erit per.6.primi.f.a.equalis.f.e.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo anguli.b.totalis.z.a.ptialis sunt eq̃les.quare.a.ptialis ẽ eq̃lis vl̃ maior.a. totali qõ est impossibile.Concurrãt ergo in pũcto.f.super latus.b.c .critq; arguendo p premissas z premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est impossibile.Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdez z eodẽ modo c.b.equalis.c.a.z ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.to tali.Qõ q; hoc ẽe nõ potest sit ergo punctus concursus qui ẽ.f.infra penthagonũ a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m .z ad duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. z.d.duco lineas.f.b.f.d.z quia duo anguli.a.z.m.trianguli.a.f. m. sunt equales duobus angulis.a.z.g.trianguli.a.f.g.z latus.a.f. cõmune erit per.26.primi.f. m.equalis.f.g.per eandem quoq; probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duob⁹ tri/angulis.z.f.m.z.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f. b.sũt equa lia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius.angulo.a:al/terius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. z quia.b. totalis equalis est.e.totali:z.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis diuisus per equalia. ¶Eodem modo probabis.d.totalẽ diuisum per eq̃lia ꝓpter equalitatem.d.partialis z.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.z. e.d.f. q; ergo

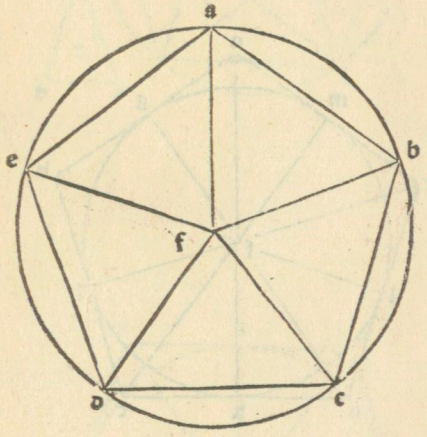



duo anguli.g.z.b.trianguli.g.f.b.ſunt equales duobus angulis.b.z.b. trianguli b.f.b.z latus.f.b.cõe erit per.26.primi.f.b.equalis.f.g. ¶Eodem modo ꝓbabis f.k.equalem.f.l.ſumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm igitur .5.linee.f.g.f.b.f.k.f.l. z.f.m.ſunt equales.erit.f.centruz circuli.per .9.tertij .quẽ deſcribemus ꝟm quãtitatem vnius earum.z tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem linearũ. z nullum eorum ſecabit per primam ptem.15.tertij.ſicqz cõſtat ꝓpoſitum.

## Propoſitio .14.

Circa datum penthagonum qõ ſit equilaterum. atqz equiangulum circulum deſcribere.

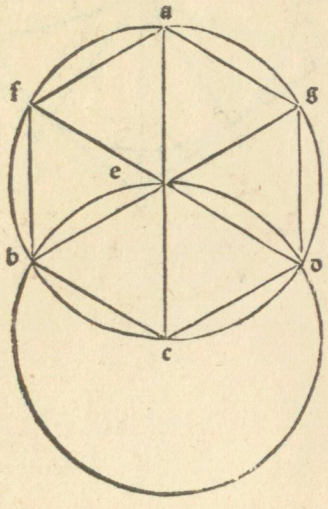
¶Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non eſt neceſſariũ hoc eſſe poſſibile.a.b.c.d.e. volo circa ipſum deſcribere circuluz.hec eſt quaſi conuerſa.12.Duos eius ꝑ pinquos angulos qui ſunt.a.z.c.diuido ꝑ equalia ductis lineis.a.f.z.f.e. quouſqz concurrant intra ipſum penthagonũ in puncto.f.cõcurrent enĩ z intra pẽthagonum vt ꝓbatum eſt in premiſſa.z a puncto cõcurſus duco ad reliquos angulos lineas que ſint.f.b.f.c.f.d.z qz duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f.b.ſunt equalia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius angulo. a. alteri9 erit p.4.primi.f.a.equalis.f.e.z angulus.b.ptialis angulo.e.ptiali.z quia.b.totalis eſt equalis.a.totali.z.e.totalis diuiſus eſt ꝑ equalia.erit ſimiliter.b. totalis diuiſus ꝑ equalia.hoc quoqz modo ꝓbabis vtrũqz angulorz.c.z.d.diuiſum eſſe per equalia.z.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.c.eſſe equales.quare p.9.tertij.f.erit centruz circuli.ſicqz patet ꝓpoſitum.




## Propoſitio .15.

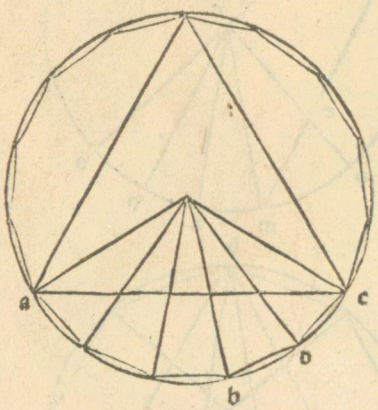
Intra propoſitum circulum.exagonum equilaterum atqz equiangulum deſcribere. ¶Ex hoc itaqz manifeſtum eſt ꝙ latus exagoni equũ eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.

¶Sit ꝓpoſitus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo ſibi inſcribere exagonum equilaterz atqz equiangulũ. ꝓduco diametrum.a.e.c.z ꝟm quantitatem ſemidiametri.e.c.facto centro puncto.c.deſcribo circulum.e.b.d. ſecantem priorẽ in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo primo que ſint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorz extremitates coniungo.6.lineas que ſunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.z.g.a.quas dico continere exagonum queſitum.erit enĩ vt demonſtrat prima primi vterqz triangulorz.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangulus p.5.eiuſdẽ ergo p.32.primi duo anguli.b.e.c.z.c.e.d.cũ vno equali vni eorum ſunt equales duobus rectis ꝓpter id qõ quiſqz torz ẽ tertia duorum rectorum.ſed ipſi p.13.eiuſdẽ cũ angulo.d.e.g.ſunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqz eorz.quare p.15.eiuſdẽ. 6.anguli.qui ſunt ad.e.ſunt adinuicẽ equales.ergo p.25.tertij arcus in quos cadũt ſunt equales.quare z corũ corde p.28.eiuſdẽ qui ſũt latera ipſi9 exagoni.Equilater9 igitur ẽ ſed z equiangul9 p.26.tertij ꝓpter id qõ ſex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidũt circulũ bini z bini ſũpti ſũt adinuicẽ equales.vt arc9.a.f.b.arcui.f.b.c.z iõ angulus.f qui cõſiſtit in ꝑmo ẽ eqlis angulo.b.qui cõſiſtit i ſcõo. idẽ in ceteris .quare cõſtat ꝓpoſitum. ¶Corelarium ex hoc patet ꝙ dimidiũ diametri z latus exagoni ſunt



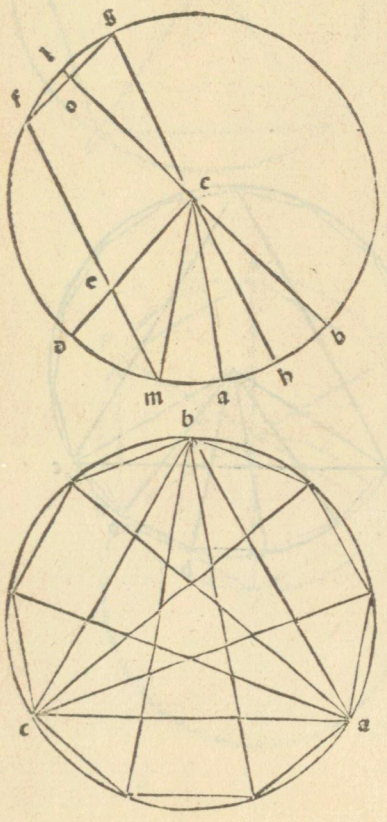
latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.⁊.c.b.⁊.c.d. ¶ Et nota ꝙ non propo/nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi/gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quēadmo/dum fecit de triangulo quadrato ⁊ penthagono. non qꝛ non sit necessariū hoc cē possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et equiangulo. ⁊ in omni figura equilatera. atq; equiangula quecunq; fuerit. Unde quamcūq; figurā equilaterā ⁊ equiangulā scimus circulo inscribere: eandē circulo extra. ⁊ circulū sibi intra ⁊ extra: hisdem medijs per que hec in penthagono fecimꝰ describemus. ¶ Nota etiam ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per. 27. ⁊. 26. tertij sum ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis ⁊ binis. In hos eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. ⁊ ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle/cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit eni vt omnes ipsiꝰ figure angulos linee a centro venientes ꝑ equalia diuidāt. sumptis itaq; quibusli bet duobus eius ꝓximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum. ⁊ cū duo bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos equiangulos adinuicē. ꝑ. 4. primi esse ꝓbabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos ꝑ hanc cōmunē sciam quoꝝ dimidia sūt equalia. tota quoq; esse equalia.

## Propositio. 16.




Intra datuz circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulū designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulū assignatuz quindecagonum equilaterum atq; equiangu lum atq; intra datum quindecagonuz circulū describere ¶ Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi laterum ⁊ equiangulum. denide etiam circūscribere atq; intra talem quindecago/num ꝓpositum circulum describere. Non ꝓponit autem circa talem quindecago/num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere ꝑ alia que ꝓponit. In dato circulo iuxta doctrinā secunde huius. ꝓtraho latus trianguli equilateri. ꝙ sit. a. c ⁊ iuxta doctrinā scdi latus penthagoni equilateri atq; equianguli qđ sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup/fluum inter eos qđ est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabꝰ quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta ⁊ tertia p̄mi numeri habētis quin tam ⁊ tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vl̄ due quin te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui/so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet v̄trumq; duorum arcuum. c. d. ⁊. d. b. esse tertiam arcus. a. b. vl̄ quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circumfe/rentie. subtensis igitur eis cordis. c. d. ⁊. d. b. coaptatisq; continue intra datum cir culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera vero duo que proponit cū tertio ꝙ dat intelligere videlicet quindecagonū circulo

circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota ꝙ quamcunqꝫ figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere ꝛ circūscribere. ꝛ ipsi circulum. diuisis eni arcubus quibus latera eius q̄ scitur inscribi subtenditur, per equalia ꝛ a punctis medijs ad extremitates laterū ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equi latera per. 28. tertij. ergo ꝛ equiangula. hoc enim demonstratū est supra. 15. huius ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hāc cir/culo scimus inscribere sciemus cetera tria per. 12. 13. 7. 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc ꝛ exagonum ꝛ per exa/gonū duodecagonū ac per undecagonuꝫ figuram. 24. laterum. ꝛ sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus. posuit ta/men huius propriā demonstrationē ex qua sequitur potissima pervtile. Et simili/ter quia scimus ꝛ inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figurā cuius laterum numerus est pariter par. per pentbagonum quoqꝫ sciemus decago num. ꝛ figurā. 20. laterum. sicqꝫ continue duplando. idem quoqꝫ intellige de quin/decagono. per ipsum enim scientur figure. 30. 7. 60. ꝛ omnium continue duplatoꝝ laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que ꝑ has nō habenť difficilis est scientia. ꝛ parū vtilis. vt sunt eptagona nonagena undeca/gona. Qō si scirem⁹ triangulū duū equaliū laterū designare. cuius vterqꝫ angulo rum ad basim triplus esset ad reliquū sciremus eptagonū vt supra pentbagonum circulo inscribere. ꝙ si vterqꝫ quadruplus esset ad reliquū sciremus nonagonū. et si quintuplus. undecagonū. Idemqꝫ in ceteris figuris imparium laterum. posito vtroqꝫ angulorꝫ ad basim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui est media/tas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

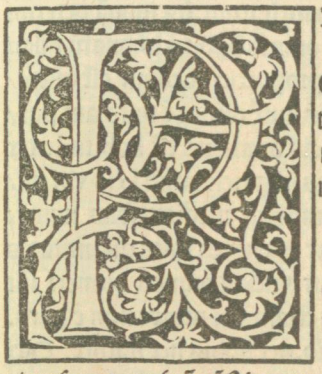



DAtū angulū in tria equa dividere. Sit angulus dat⁹. c. volo ipsū dividere in tres eq̄les angulos qō sic facio. pono p̄mo. c. centrū circuli describendo circu lū q̄litercūqꝫ cōtingat. ꝛ ꝓtrabo latera cōtinentia datū angulū vsqꝫ quo secēt cir/cūferentiā in punctis. a. ꝛ. b. tunc a puncto. c. qō est centrū circuli duco lineā. c. d. perpendicularit̄ ad lineā. c. b. ꝛ in linea. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitatē. c. b. vsqꝫ quo secet circūferentiā circuli in puncto. f. ꝛ ꝓduco. e. vsqꝫ a. deinde ꝓtrabo lineā. g. h. equidistantē. f. a. que sc̄z. g. h. transeat per centrū. ꝛ duco lineam. f. g. equidistantē linee c. c. ꝛ ꝓtrabo lineam. c. b. incontinuū ꝛ dire/ctum vsqꝫ ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonaliter in puncto. o. ꝛ per equalia. dico ergo ꝙ arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. ꝓpter hoc. ꝙ angulus. l. g. c. est equalis angulo. h. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiā duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. ꝛ. g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. er/go ꝛ angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. dimidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. ꝛ patet ꝓpositum.

INtra datū circulū nonāgulū equilateꝝ atqꝫ eq̄āgulū designare. qō sic fieri po/test iuxta doctrinā scōe hui⁹. inscribā circulo assignato triangulū eq̄lateꝝ atqꝫ eq̄angulū q̄ sit. a. b. c. ꝛ vnūquēqꝫ angulorꝫ ei⁹ dividā ꝑ tria eq̄lia ꝛ ꝓtrabā lineas dividētes angulos vsqꝫ ad circūferentiā ꝛ tu nc ꝙ nouē anguli locati in circulo sūt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. ꝓtrabā enim

cordas subtractas singulis arcubus z habebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

## Diffinitio .1.



Pars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quãdoqꝫ sumitur proprie: z hec est q̃ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: z dicitur suum totum numerare per illum numerum ꝺm quẽ sumitur ad ipsi⁹ totius constitutionẽ: talem autem partem quã multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quãdoqꝫ sumitur cõmuniter z hec est quelibet quantitas minor q̃ quotienscũqꝫ sũpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quã aggregatiuã dicimus: eo ꝙ cum alia quantitate diuersa totum suũ cõstituat: p se aũt quotienscũqꝫ sumpta fuerit non producat.

## Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris quando eaꝫ minor metitur.

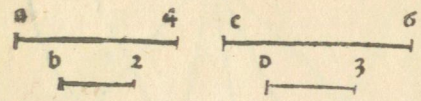
¶ Pars relatiue dicitur ad totuꝫ: z in istis duobus extremis consistit eorũꝫ adinuicẽ relatio: z ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autẽꝫ ipsum multiplex propter hoc ꝙ minus ipsũ aliquotiens sumptuꝫ constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicẽ: pars z multiplex. Nã omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionẽ.

## Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunqꝫ sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo ꝙ earuꝫ altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluꝫ in quantitatibus reperitur proportio. sed i põderibus: potentijs et sonis. In ponderibus quidẽ z potẽtijs vult plato i thimeo esse proportionẽ: vbi elementorum numerũ ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsaruꝫ partiũ suorumqꝫ sonoꝝ: eadem cõuerso modo proportio. Sꝫ in quibuscunqꝫ proportio reperitur: ea participant naturã ꝓprietatẽqꝫ quãtitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo ꝙ earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem ꝓprium est ꝺm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamẽtis. vnde liquet ꝓportionẽ primo in quantitate reperiri. z per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionẽ cui similis nõ sit in aliquibus quantitatib⁹ ꝓpter qõ bene dixit euclides ꝓportionẽ simpliciter esse in quantitate cum eã diffiniuit per habitudinem duarũ quantitatũ eiusdem generis adinuicem: ¶ Cui⁹ diffinitionis intellectus ẽ: ꝙ proportio ẽ habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo ꝙ vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qõ patet ꝙ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tempora. Non enim ꝓtest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea ꝛ superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶Qō autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarū quantitatum: ita inquā determinata ꝙ hec ꝛ non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarū quantitatum sit scita a nobis: nec etiā a natura. ¶Nam proportio quedam est discreta/ toꝝ vt numeroꝝ. quedā aūt continuoꝝ. In numeris autē minor ē pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare ꝛ in eis omnibus est habitudo certa ꝛ nota. ¶At vero in continuis est proportio magis larga: est enim i eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: ꝛ talium omnium mediantibus numeris ē proportio nota: que ꝛ rationalis dicit̄. Dicuntur ꝙ omnes tales quantitates cōmunicantes: quia eas vna ꝛ eadē necessario metitur. vnde ꝛ omnes numeri sūt cōmunicantes. omnes enī ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ē pars. aut partes maioris ꝛ in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicitur ꝙ hec proportio irrōnalis: ꝛ hee quātitates incōmunicantes: vnde fit: ut quecunq; proportio reperitur in numeris reperiat̄ in omni genere continuoꝝ: vt in lineis superficiebus coꝛporibus ꝛ temporib⁹: nō autem econuerso: infinite enī sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nō sustinet. Sꝫ quecunq; proportio reperitur in vno genere continuoꝝ eadem reperitur i oibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quālibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquā aliā. ꝛ quodlibet corpus ad aliqō aliud: similiter ꝛ tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquē aliū: vnde magis ē larga ꝓportio in continuis. ꝙꝫ in discretis Exquo manifestum est proportionē geometricam esse maioris abstractionis: ꝙꝫ proportionem arismeticam: omnis enī proportio circa quā arismetica versatur rōnalis est: geometria vero rōnales ꝛ irrōnales eq̄liter considerat.




## Diffinitio .4.

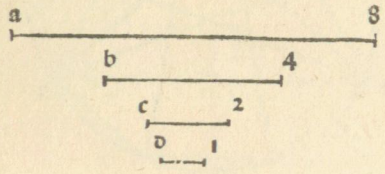
Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶Vt si dicamus ꝙ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. ꝛ. b. similis est illi que est inter. c. ꝛ. d. hec autem silitudo que ex istis ꝓportionibus resultat dicit̄ ꝓportiōalitas

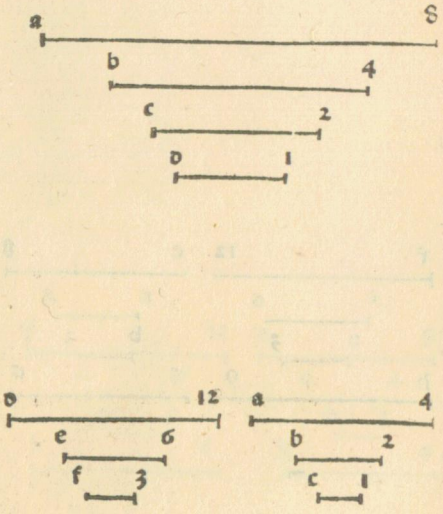
## Diffinitio .5.

Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sūt: aut eque sibi sine interruptiōe addunt aut minuunt.

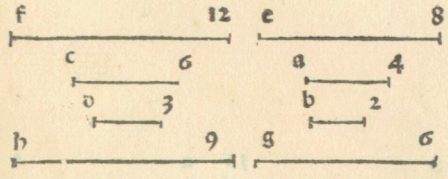
¶Supposita diuisione proportionalitatis ꝙ cōtinuā ꝛ discōtinuam diffinit mēbra dividentia. ꝛ primo cōtinuā imo vt verius dicā: supposita diuisione proportionalium ꝙ continue ꝓportionalia ꝛ incōtinue: diffinit nō cōtinuā ꝓportionalitatē: nec incōtinuam: sed cōtinue ꝓportionalia ꝛ incontinue. diffinitio autem continue ꝓportionalitatis ꝛ incōtinue satis patet per diffinitionē cōtinue ꝓportionalium ꝛ incontinue. ¶Cōtinua aūt ꝓportionalitas ē cū quotlibet quātitatū einsdē generis in qua ꝓportiōe prima antecedit secūdam in eadē quelibet aliaꝝ antecedit ꝓximo cōsequentē. vt cū dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. ꝛ. c. ad. d. eritq; quelibet earum antecedens ꝛ consequens: excepta prima que est solū antecedens: ꝛ vltima que est tm̄ cōsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse einsdem generis propter cōtinuationē propoꝛ/

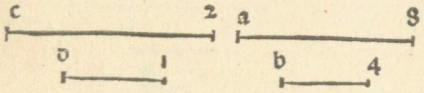


tionū co q̄ nō ſit ꝓportio inter quantitates generum diuerſoꝝ: ⁊ hec erit ad minꝰ in tribus terminis conſtituta. ¶ Incōtinua autem eſt cū quatuoꝛ quantitatū ſiue omnes fuerint eiuſdē generis ſiue due prime vnius ⁊ due poſtreme alterius: i qua proportione prima antecedit ſcōam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus ſicut ſe habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq; earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ conſequens: nec eſt neceſſe vt ſint omnes quatuoꝛ eiuſdē generis ſicut erat in ꝓpoꝛtionalitate cōtinua: eo q̄ cōſequēs prime proportionis nō cōtinuaꝫ anteceden ti ſcōe: ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdē generis: ⁊ poſſibile eſt vt ſint diuerſoꝝ. Sicut eni contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuper/ ficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viſo quid ſit continua ꝓportionalitas. ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premiſſam. Quantitates inquit proportionales cōtinue ſunt quaꝝ cū multiplicia aut ſibi ſunt eq̄lia: aut eq̄ ſibi ſine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiuſdē generis. a. b. c. ad quas ſumanꝫ. d. e. f. cū multiplicia: vt ſicut. d. eſt multiplex ad. a. ita. e. ſit multiplex ad. b ⁊ f. ad. c. crūtq; omnes in eodē genere. Multiplicia eni ⁊ ſubmultiplicia in eodē ſunt genere: ſitq; vt. d. e. f. aut ſint equalia adinuicē: aut ſil'r ſe habeant in addendo aut minuendo ita q̄ ſicut. d. addit ſuper. e. aut minuit ab ipſo: ita. e. addat ſup. f. aut minuat ab ipſo. Cū hec inquā multiplicia ſic ſe habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue ꝓpoꝛtionales. Multiplicia autē nō intelligas ſil'r ſic ſe habere in addēdo aut mi/ nuendo quantū ad quantitatē exceſſus: ſed quantū ad proportionē: aliter eni diſ/ finitio eſſet falſa. Nam quarūlibet quantitatū eiuſdē generis equis ſe differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs ſe excedūt: vnde ſil'r ſe habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem exceſſus. Nec tamē prio/ res qnātitates ſūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ eſt ſemꝑ maioꝛ proportio. hoc autē ideo euenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō ſil'r ſe excedunt quātū ad proportio/ nē. ſed ſolū quantū ad quantitatē exceſſus: eſt eni ⁊ ibi in minoꝛibus multiplicibꝰ maioꝛ proportio. verbi gratia: ſumanꝫ tres numeri equis differentijs ſe exceden/ tes: immediate videlicet ariſmetice: vt. 2. 3. 4. boꝝ trium omnes eque multiplices equaliter ſe excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ ſic de ceteris: nō tamen ſunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ eſt maioꝛ proportio: eſt eni ipſoꝝ ꝓportio ſeſquilatera: ⁊ maioꝝ ſeſquitertia: q; ergo inter eos nō eſt ſimilitudo pro portionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neq; continua neq; incontinua. patet ergo ſimilitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitio/ nis premiſſe. Continua proportionalia ſunt quarū omnia multiplicia equalia ſūt continue proportionalia: ſed noluit ipſam diffinitionez proponere ſub hac forma quia tunc diffiniret idem p̄ idem: aperte tamē rei eſt iſtud cum ſua diffinitione cō uertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet eſſe eiuſdē generis ad hoc ut ea/ rum multiplicia ſibi inuicem equalia ſint: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ⁊ b. eſſent diuerſorum generum. eſſent etiā. d. ⁊ c. ipſarum a. ⁊ b. multiplicia eorūdē diuerſorum generum: propter hoc q̄ multiplicia ⁊ ſub/ multiplicia eiuſdē ſūt generis: quare. d. nō eſſet equalis. e. nec ea maioꝛ: aut mioꝛ. Nam qnantitates diuerſorum generum non ſunt adinuicem comparabiles.




Diffinitio. 6.




Quantitates que dicunt eē ꝑm ꝓportionē vnā prima ad secūdā ⁊ tertia ad quartā sunt quarū prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secūde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

¶Posita superi⁹ diffinitione quātitatū continue ꝓportionaliū. hic ponit diffinitionē incōtinue ꝓportionaliū: ⁊ ē q̄ quarūlibet. 4. quantitatū quarū prime ⁊ tertie eque multiplicia sūpta fuerint: itēq; scōe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritq; multiplex prime sic se habens ad multiplex scōe quantū ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multiplex tertie ad multiplex q̄rte: erit ꝓportio p̄me earū ad scōam: sicut tertie ad q̄rtā. verbi gra. Sint q̄tuor quātitates. a. b. c. d. sumanq; ad p̄mā ⁊ ad tertiā que sunt. a. ⁊. c. eq̄ multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itēq; ad scōam ⁊ quartā que sunt. b. ⁊. d. sumāt alia eq̄ multiplicia: vtpote tripla. q̄ sint g. ⁊. h. sitq; vt hec. 4. multiplicia sic sūpta cōpata adinuicem ꝑm ordinē primarum quatuor quantitatum: ita videlicet q̄. e. cōpetur ad. g. ⁊. f. ad. b. non autē. e. ad. f. aut. g. ad. b. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet q̄ si. e. addit supra. g. ⁊ silr. f. addat supra. b. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. b aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. b. tunc ꝓportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cōtinue ꝓportionaliū: videlicet nō quantū ad quantitatē excessus. sed q̄ntum ad ꝓportionē. ¶Qō aūt dicit eodē ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referant adinuicem ꝑm ordinē earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunt. vt multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex scōe ad multiplex quarte. sed referatur ꝑm primū ordinē ipsarū. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scōe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incōtinue ꝓportionales sunt quatuor quātitates ⁊ ꝓportio prime ad scōam ē sicut tertie ad quartam cū sumptis eque multiplicibus ad primā ⁊ tertiam. Itēq; eque multiplicibus ad scōam ⁊ quartā erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scōe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nō diffiniuit sub hac forma. ꝓpter cām predictā. licet a ꝑte rei idē sit. Nō ē autē necessariū ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo q̄. b. nō continuat in proportione: cum. c. sed possunt eē due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝑ qō patet q̄ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nō autē multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scōe ad multiplex quarte q̄ non semp sunt eiusdē generis. multiplex p̄me ⁊ tertie: nec multiplex scōe ⁊ q̄rte: fuit autē necesse sumere eq̄ multiplices ad p̄mā ⁊ tertiā: itēq; eque multiplices ad scōam ⁊ q̄rtam: ⁊ nō eque multiplices ad primā ⁊ scōam: ⁊ itē non eque ad tertiā ⁊ quartā q̄ nisi ꝑ multiplicium sūptionē cōtinuāt terminip̄me ꝓportiōis cū terminis scōe. nō erit ꝑ quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

## Diffinitio .7.

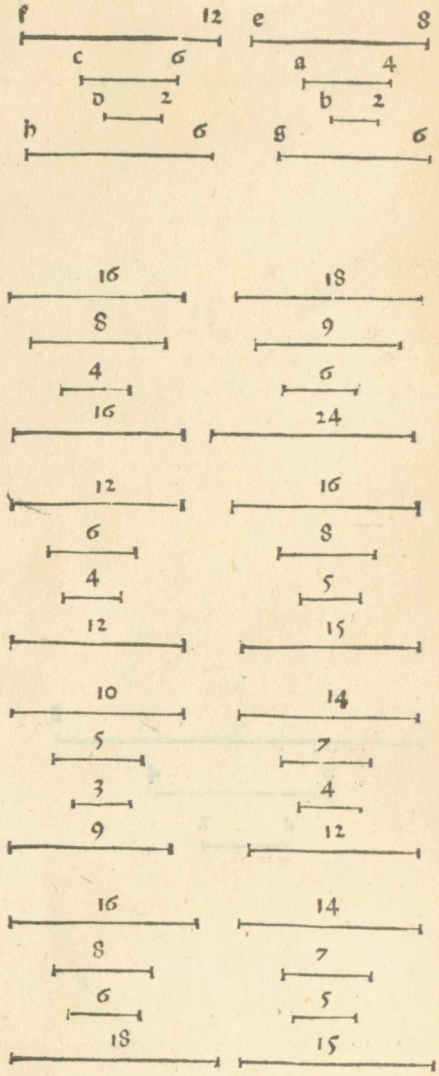
Quantitates quarū ꝓportio ē vna ꝓportiōales noīantur.

¶Postquā diffiniuit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffiniuit quantitates ꝓportionales simplr: et ꝑ diffinitio.

## Diffinitio .8.

Cum fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices. Itemq3 secunde ⁊ quarte eque multiplices. addet q3 multiplex pri me super multiplicem secunde. Nō addet autē3 multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris pro portionis ad scōam q3 tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates im ꝓportiōales Sūt aūt im ꝓportionales inter quas ē silitudo proportionū qō cōtigit dupliciter aut quia maior est ꝓportio p̄me ad secundā q3 tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius sunt due species. Prima quando maior est ꝓportio primi ad scōm q3 tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero q̄n mi nor est proportio primi ad scōm q3 tertij ad quartū: ⁊ dicit̄ minor improportiona litas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scōam q3 tertie ad quartā que est maior improportionalitas: diffinitionē aut̄ earum inter quas est minor proportio prime ad scōam q3 tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̄ fuerint .4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā sumpta sint eque multiplicia. ⁊ ad scōam ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ scōe relata adinuicez non se habebunt similiter multiplicibus tertie ⁊ quarte relatis adinui/ cem in additione diminutione ⁊ eq̄litate: ille .4. quantitates erunt improportiona les. ¶ Qō si ita fuerit q̄ multiplex prime sit equale multiplici scōe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici scōe. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici secūde: ⁊ similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūta/ men plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scōe q3 multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄ multiplex prime sit min⁹ multiplici scōe. ⁊ sil̄r multiplex tertie multiplici quarte. verūtū mi/ nus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex pri me multiplici secūde: q3 multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ .4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q3 tertie ad quartā. Quatuor autē mo/ dis istis oppositis erit minor ꝓportio p̄me ad secūdā q3 tertie ad q̄rtā. Exempla aūt istoꝝ oium euidenter sumēt̄ ex numeris. Additio ꝑilla multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup̄ multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos .4. modos predictos ⁊ ipsos com prehēdit. vñ sensus isti⁹ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fue/ rit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q3 multiplicis tertie ad multiplex q̄rte: erit maior ꝓportio p̄me ad 3am q3 tertie ad q̄rtā: nō diffiniuit autē sub hac forma ꝓpter cōez cām p̄us dictā. Vel possum⁹ dicere q̄ additio multiplicis p̄me sup̄ multiplex secūde: ⁊ nō multiplicis tertie sup̄ multiplex q̄rte: de q̄ loquit̄ in p̄missā diffinitione maioris i ꝓportionalitatis ꝓprie accipit̄ prout verba diffini/ tionis sonāt: ⁊ nō se extēdit nisi ad scōm q̄tuor predictoꝝ modoꝝ: ꝛ reuera quo/ libet illoꝝ q̄tuor modoꝝ sit maior ꝓportio prime ad secūdā q3 tertie ad quartam vñ sensus illius diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt ꝓponit si multiplici pri me exīte maiori multiplici secūde: non sit necessariū q̄ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior ꝓportio prime ad secūdā q3 tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffi/ nitione: q⁹ iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: ⁊ ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq3



eni est maior proportio prime.4.quantitatū ad scdam q̄z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā ⁊ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scde ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scde: nō aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̄z contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scdam q̄z tertie ad quartam vt demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quātitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ⁊ quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̄z.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a:ad.b.q̄z.b.ad.c.

## Diffinitio .9.

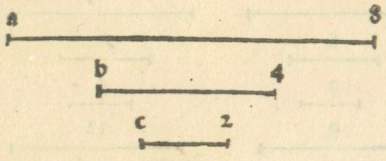
Est autem proportionalitas ad minus inter tres termīos constituta.

¶ Postq̄z auctor diffiniuit ꝓportionē ꝓportionalitatē ⁊ q̄ntitates ꝓportionales ⁊ i ꝓportionales. ostēdit q̄s sit minim⁹ numer⁹ terminorū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. ¶ Ad proportionalitatē aūt exigunt̄ ad minus due proportiōes sil̄es: eo ꝙ proportiōalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aūt proportio habet antecedens ⁊ consequēs: ergo q̄libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia ⁊ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄z tribus terminis: in quibus medius eoꝝ fiet antecedēs ⁊ ꝯsequēs: ⁊ iō proportiōalitas erit ꝯtiuua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstitnta. Incōtinua aūt non erit i paucioribꝰ q̄z in.4.eo ꝙ in ipsa quilibet termin⁹ ē tm̄ antecedēs: aut tm̄ ꝯn̄s: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝯtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

## Diffinitio 10.

Si fuerit tres q̄ntitates ꝯtinue ꝓportiōales dicet̄ ꝓportio prime ad tertiā. ꝓportio prime ad scdam duplicata.

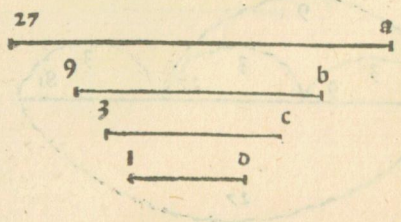
¶ Diffinit proportionē q̄ ē iter extremos termīos continue proportionalitatis in trib⁹ termīs cōstitute. ⁊ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad scdm sicut scdi ad tertiū: erit proportio p̄mi ad tertiū sicut primi ad scdm duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita. siue qd̄ idē ē: erit proportio primi ad tertiū. sicut p̄mi ad scdm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi gr̄a. i numeris Sint.3.numeri cōtinue proportionales: sintq̄z continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiū erit sicut proportio p̄mi ad scdm in se multiplicata: proportio aūt p̄mi ad scdm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā: vnde proportio extremoꝝ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scdm priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.



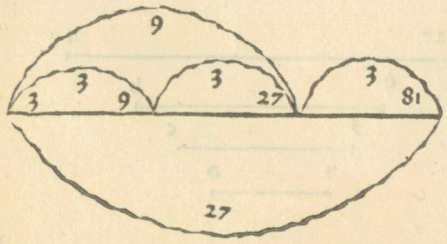

## Diffinitio .11.

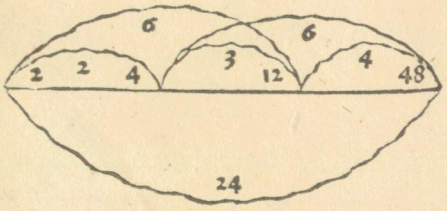
Cum fuerit q̄tuor q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartā dicet̄ ꝓportio prime ad scdaz triplicata

¶ Diffinit ꝓportionē q̄ ē iter extremos termios ꝓtinue ꝓportiōalitatis ī. 4. termi nis ꝓstitute: ⁊ dicit q̄ si fuerit. 4. q̄ntitates ꝓtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtā sicut ꝓportio p̄me ad scōam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōpositā. qm̄ tales inueniūtur in ea: siue qō idem est: erit proportio prime ad quartam sicut pri me ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq̄ cōtinue triplici. vt sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nouplā ⁊ tripla in nouplam pro/ducit vigincuplam septuplam. erit itaq̄ proportio extremorum vigincupla septu/pla. qō est triplum tripli. Vel ꝟm priorem expositionem proportio extremorum ē sicut proportio primi ad scōm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tri bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/nalitatis inter plures q̄3 quatuor terminos cōstitute: propter id q̄ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaz linee. Earuz vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qō fit ex multiplicatione denomiationis duarū primarū in se. Omne autem qō ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed ꝓ/portionis earum quantitatuz denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno/minationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor/pus: omne ⁊ enim qō ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit iso lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas au/tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt. ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq̄ terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̄tuor termi/nis cōstat ex eadem triplicata: i. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex cadē quicuplicata: vñ quēadmodū ī trib⁹ termis ꝓtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ꝓtinet ꝓportionē p̄moꝝ bis. ⁊ i. 4. termis ter. sic i. 5. termis ꝓtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semp ꝓportio extremoꝝ i termis cō/tinue ꝓportionalibus totiēs cōtineat ꝓportionē p̄morum quot sunt omnes ter/mini min⁹ vno. Siliter quoq̄ si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis ī tri bus termis ꝓstitute ē ea q̄ producit ex proportōe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in. 4. in se bis multiplicata: in quinq̄ terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ⁊ i. 6. termis quater: ⁊ sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales mediis

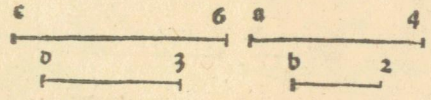


extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extremo/rum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis apparet q̄ proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denomina/tur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis pri/mi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue proportiōa/les qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secūdū denominatur a ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus terna/rij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̄mi ad quartū denominat̄. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ im̄proportionalitatis conti/nue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cō/stitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qō etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri p̄tinue improportio/nales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi ad tertiū tripla: ⁊ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̄rtuꝫ q̄drupla: ⁊ iō p̄mi ad q̄rtū vigincuplū q̄drupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis pri/mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominatio/nes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2. 3. ⁊. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.




## Diffinitio .12.

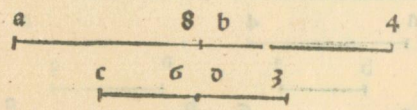



Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentez ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemqꝫ permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem. ¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. dis/iuncta: coniuncta: euersa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi argu/endi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent añcedentia ⁊ consequētia eadē ꝑm substantiā: qō nō ē i disiuncta: ꝓiūcta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur ⁊t in equa: vocat autem antecedens pri/mum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaqꝫ per hanc diffinitionem q̄ si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōclu/dam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qō iste modus arguendi vocetur proportiona/litas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema p̄me ꝓportionis: fiant anteceden/tia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia. vult q̄ iste mod⁹ arguendi vocetur pro/portionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde pro/portionis cōsequens: ⁊ cōsequens p̄me antecedens.

## Propositio. 13.

Coniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cõsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

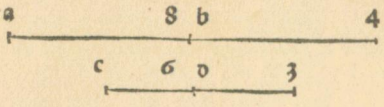
¶ Diffinit coniunctam disiunctam ꝛ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem fm substantiã ꝛ vult ꝙ si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝙ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.




## Propositio. 14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmẽtorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

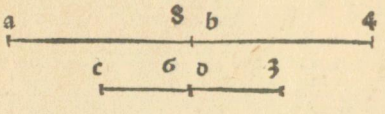
¶ Vult ꝙ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝛ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝙ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.




## Propositio .15.

Uersa proportionalitas dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta sui supra cõsequentia sua similitudo proportionum.

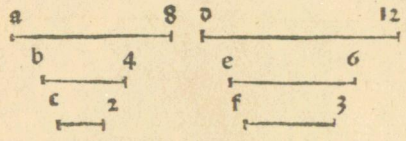
¶ Vult ꝙ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ꝛ ex hoc ego concludã ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ꝙ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

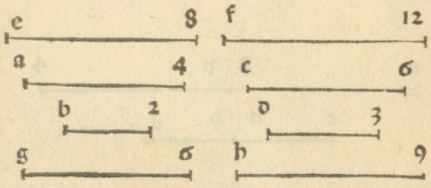



## Propositio .16.

Qua proportionalitas dicitur quãtitatibus plurimis propositis aliisq; scõm eundem numerũ in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq; summorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit̃. ꝛ vult ꝙ si sumant̃ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie sive sint eiusdem generis cum primis. sive alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiõe primaꝛ sive eodẽ ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e ꝛ. b. ad. c. sicut. e. ad. f. sive ordine cõverso vt si dicat̃. a. ad. b. sicut. e. ad. f. ꝛ. b. ad c. sicut. d. ad. e. ꝛ ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝙ iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. ¶ Horum autẽ 6. modõrum arguendi qui dicũtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrã infra in isto .5. Permutatam quidẽ proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctã vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatẽ demonstrat. in. 22. ꝛ. 23. Sed in. 22. cũ quantitates duorũ ordinũ eodẽ ordine sunt proportionales. in. 23. cũ vero sũt ꝓportionales ordine converso. Cõversam vero ꝓportionalitatẽ: aut euersã non demõstrãt eo ꝙ conuersa ꝓ ex diffinitiõe quãtitatũ icõtinue ꝓportionaliũ. Euersa aũt ꝓ ex ꝓmutata adinuicẽ. 19. vt sup eãdẽ. 19. sum9 dicturi. qual'r autẽ ꝙuersa ꝓportiõalitas ex dione quãtitatũ icõtinue ꝓportiõaliũ mãifesta sit demõstrem9 nũc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo ꝫ demõstrare qõ erit b. ad. a.

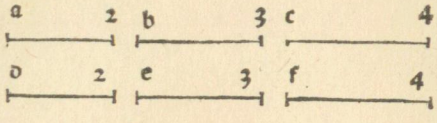





ſicut.d.ad.c.ſumatur.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia.ſimiliter quoqꝫ.g. ad.b. ⁊.b.ad.d.eque multiplicia.eritqꝫ per conuerſionem diffinitionis quātitatum in/ continue ꝓportionalium. vt,e. ⁊.g. itemqꝫ.f.⁊.b.ſimiliter ſe habeant in additi one diminutione ⁊ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.ſecundum. d.tertium.c q̄rtū.ſūptaqꝫ ſūt ad primū ⁊ tertiū.g.⁊.b.eque multiplitia. Jtēqꝫ ad ſecūdū ⁊ q̄r/ tum.e.⁊.f.eque multiplicia ⁊ quia multiplicia primi ⁊ ſecundi que ſunt.g.⁊.e.ſimi liter ſe habent multiplicibus tertij ⁊ quarti que ſunt.b.⁊.f.adinuicem diminutiōe ⁊ equalitate.erit ꝑ dictā diffinitionem ꝓportio.b.primi.ad.a.ſecundum.ſicut.c tertij ad.d.quartum quod eſt ꝓpoſitum.Conſtat itaqꝫ modus arguendi qui di citur conuerſa ꝓportionalitas.¶Huius autē quinti libri principia plurimis dif/ ficilima eſſe videntur.⁊ quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat. ma gis ab intellectu diſtantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̄ꝫ ꝙ duarum quarūlibet quantitatū equalium ſit ad tertiū quālibet vna ꝓpor tio:qō tamen huius quinti ſeptima demonſtrat ex diffinitione incontinue ꝓpor tionalitatis que ab intellectu primo videtur q̄ꝫ plurimum eſſe remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliqué tertiam eandem eſſe ꝓ/ portionem concedat.q̄ꝫ.4.quantitatum ſi multiplicia prime ⁊ tertie equaliter ſum pta multiplicibus ſecunde.⁊ quarte equaliter ſumptis ſimiliter ſe habuerint i ad/ ditione diminutione ⁊ equalitate eſſe ꝓportionem prime ad ſecundam.ſicut ter tie ad quartam. Verum ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit nō poſſe vniri in/ tellectui ꝙ ꝓportio duarum quantitatum equalium ad tertiam ſit vna. niſi per quid eſt eſſe ꝓportionem vnam.Si enim quis ignoret quid eſt eſſe ꝓportionē vnam eandem ꝓportionem alteri .quomodo cognoſcet duarum quantitatum equalium eſſe eandem ꝓportionem ad tertiam. Jndiget igitur proculdubio in/ tellectus anteq̄ꝫ illam que videbatur conceptibilis ꝓpoſitio apprehendat huius rei que per ipſius diffinitionē habebitur cognitione.poſtmodum vtrum ea diffi/ nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertracta tione.qō ſi diffinitio inuenta fuerit illis quātitatibus conuenire concludetur ꝓ/ poſitum. Sin autem oppoſitum. Non eſt igitur immediata ꝓpoſitio q̄ꝫ ſuper ficialis apprehenſio immediatā iudicauit. ¶Similiter quoqꝫ imediacius iudicat prima appbenſio adherere intellectui ꝙ duarum quantitatum inequalium maior eſt ꝓportio maioris earum ad aliam q̄ꝫ minoris ad eandem quā demonſtrat.s. huius. q̄ꝫ qō.4.quātitatum ſit maior ꝓportio prime ad ſecundam q̄ꝫ tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam ⁊ tertiam equaliter ſumptis . Jtemqꝫ alijs ad ſecundā ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit ſuper multiplex ſe/ cunde.⁊ multiplex tertie non addit ſuper multiplex quarte.ex quo que ꝓdicta eſt ꝓpoſitio demonſtratur:ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi per quid eſt eſſe ꝓportionē maiorem¶. Jgitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur ꝓ portionales:⁊ que inꝓportionales diffinire. Proportionales autem ſunt qua/ rum ꝓportio vna eſt.⁊ Jmꝓportionales quaruꝫ ꝓportiones diuerſe. Jtaqꝫ diffiniuit quantitates quarum ꝓportio vna . ⁊ eas in quibus connectuntur extrema nō diſſociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hāc ꝓportionalitatē i tribꝰ ternis ad minꝰ exiſtere.ꝓpter hoc ꝙ vnū ſaltē bis ſumēdū ē mediū.et eas ī quibꝰ accidit interruptio mediorꝫ:⁊ hec ſūt icōtinue ꝓportiōales ⁊ hec ꝓportiōalitas ad minus exigit q̄tuor ternios ꝓpter alteriꝰ medij ſūptionē

ꝛ diffiniuit etiam quantitates que ſunt inproportionales. quarum eſt maior vna proportio quã ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis. tunc facile eſſet intellectui cognoſcere que proportiones eſſent vna ꝛ que diuerſe. ¶ Que enĩ haberent vnam denominationem eſſent vna. que autem diuerſas diuerſe. hec autem facilitas manifeſta eſt ex ariſmetica. quoniam omnium numerorum proportio ſcita ꝛ rationalis eſt. Vnde Jordanus in ſcõo ariſmetice ſue diffiniẽs que proportiones ſunt eedem ꝛ que diuerſe. dicit eaſdem eſſe que eandẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem ꝛ minorem que minorem. Sed infinite ſũt proportiones irrationales. quarum denominatio ſcibilis non eſt. quare cum euclides cõſideret in hoc libro ſuo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vl irrõnales quoniam cõſiderat proportionem repertam in continuis que communis eſt ad iſtas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ. ſicut ariſmeticus: eo ꝙ multarum proportionum vt dictum ẽ ſunt denominationes ſimpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premiſſis diffinire proportionalitatem ſiue idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ꝛ in cõuenientia terminorum coactus eſt refugere ad terminoꝝ multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum ꝛ equalitatem conſideratis equis numeroſitatibus ſumptoꝝ per qõ ad naturam irrationalitatis reducuntur propoſitam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocunq; inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio eſt duarum quãtitatũ eiuſdem generis certa habitudo. conſiderata in eo ꝙ ſunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum entium inter primam. 4. quantitatum ad ſecundam ꝛ tertiam ad quartam eſt ſimilis equalitas prime ad ſecundam. ꝛ tertie ad quartam. aut ſimilis maioritas. aut ſimilis minoritas. hec autem ſimilis equalitas. aut ſimilis maioritas. aut ſilis minoritas. tunc eſt inter quatuor. quaſlibet quantitates cum eſt inter omnes eaꝝ equaliter multiplices. ¶ Qõ ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunt cõtinuam proportionalitatem habere. ꝛ cetera ac ſi diceret. omnes illas quantitates voco continue proportionales qõ eſt eas ſimiliter eſſe equales continue ꝛ ſimiliter continue eſſe maiores. ꝛ ſimiliter continue eſſe minores quarum omnes eque multiplices. aut ſibiinuicem ſunt. ſimiliter continue equales. vel ſimiliter continue maiores. vel ſimiliter continue minores quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe cõtinue ꝓportiõales qõ ſi hoc alicubi i multiplicib⁹ diſſonat eas dico nõ eẽ cõtinue ꝓportionales. ¶ Qõ autẽ dicit in ſexta diffinitione. Quãtitates que dicũt eẽ ẽm ꝓportionẽ vnam prima ad ſcõam ꝛ tertia ad quartam. ꝛ cetera ac ſi diceret oẽs. 4. quãtitates voco icõtinue proportionales. ꝛ ſe habere primam ad ſecundam ſicut tertia ſe habet ad quartã: qõ ẽ primã ad ſcõam. ꝛ tertiam ad quartã ſimilit ſe habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ꝛ tertie ad oẽs eque multiplices ſecũde ꝛ q̃rte. ſimiliter ſe habẽt aut i equãdo ãut addẽdo aut minuẽdo quod eſt etiam multiplices prime in eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecunde. in qua multiplices tertie ſe habẽt ad multiplices quarte. quod ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus. dico non eſſe proportionem

prime ad secūdā sicut tertie ad quartā.qō autē dicit in.s.diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco.4.quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secūdā quā tertia excedat quartā. quax aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte: sumpta ꝫm numerationē multiplicis scōe. qō ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scōe. q̄ꝫ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare. quox ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ꝓportione ⁊ proportiōalitate cōposuit.⁊ accepit tria per modū positiōis tanq̄ꝫ principia que dicit esse per se nota ⁊ ꝓbatione non indigere. ¶Quox primū est quod si fuerint.4.quātitates.quax sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartam. erit ecōuerso ꝓportio scōe ad primā sicut quarte ad tertiam.⁊ hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē.⁊ errauit qm̄ dixit ꝓpositionem esse per se notā. cuius antecedens ⁊ cōsequēs sunt ignota. Ignotum ē enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secūdā sicut tertie ad quartam.quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoq; q: cōsequēs est ignotum.impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶Scōm principiū eius fuit: q̄ si fuerint.4.quātitates quax sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartā.si prima sit maior scōa: erit tertia maior quarta.⁊ si minor minor.⁊ si equalis equalis. ¶Tertiū fuit q̄ si fuerint.4.quātitates quarum sit proportio prime ad secūdā sicut tertie ad quartā: erit primo ad qō libet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: ⁊ accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qō accidebat in primo. Accepit enim i oibus ignota similr̄tā q̄ꝫ nota.quare non demonstrauit.peccauit etiā in secunda demōstratione ⁊ in tertia ⁊ in quinta.i quarū qualibet arguit ex.s.vl' ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue ꝓportionalitatis: Arguit enī sic si proportio a'.b.ad.c.est maior q̄ꝫ .g.ad.d.sit ergo .v.b.ꝓtis.a.b.ad.c.sicut .g. ad.d.per qō apparet ipsum supponere q̄ duax quātitatū.a.b.⁊.u. b.in equaliuꝫ relatarum ad.c.maior maiorem ⁊ minor minorem ad ipsā optinet proportionem vel q̄ quātitas ad.c. habebit minorem proportionē q̄ꝫ habeat. a.b.erit minor.a b.quorum primum demonstrat.s.huius.⁊ scōm.io Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad.c.in proportione.g.ad.d.dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem.a.b.indifferenter sicut voluero.quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus ⁊ principia esse ignotiora conclusionibus.Supponēda sunt igit̄ cū euclide principia tanq̄ꝫ nota.⁊ non ipsa ex conclusionibus.sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.




## Propositio .1.

Si fuerint quolibet quantitates aliax totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem.totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

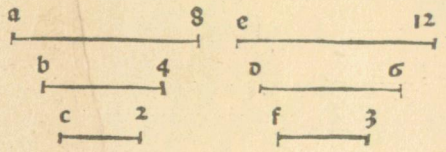
¶Sit quotlibet quātitates.que sint.a. b.c. aliarum totidem que sint.d.e.f. eque multiplices vnaqueq; ad sui cōparē.aut singule sint singulis equales.ita videlicet

q̄ sicut.a.ē mltiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.7.c.mltiplex.f.vl si.a.ē eq̄lis.d.q̄ silit̄ b.sit eq̄le.e.7.c.eq̄lis.f.dico q̄ sicut se hab.3a.ad.d.ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f. ¶Qđ si singule singulis sint equales patet ꝓpositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia addant̄ tota quoq3 erunt equalia. Si aut̄ sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ꝟm quantitatē suaꝝ submultipliciū: erit aggregatū ex prima ꝑte. a.7.prima.b.7 prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.p predictā cōmunez sciam adiuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶Similiter quoq3 aggregatū ex secūdis ꝑtibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicq3 de ceteris: 7 q2 hoc poterit totiens fieri quotiens. d.continet̄ in.a. erit vt eq̄le aggregatū ex.d.e.f.totiés ꝑtineat̄ i aggregato ex.a.b.c.quotiés.d.continet̄ i.a.q2 ḡ quotiés.d.numerat.a.totiés aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet q̄ sicut.a.est multiplex ad.d. ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f. quod ē ꝓpositum.

## Propositio .2.

SI fuerint sex quantitates.quaꝝ prima ad scōam atq3 tertia ad quartā eque multiplices.quinta vero ad secundam atq3 sexta ad quartā eque multiplices: totum prime 7 quinte ad scōam.totumq3 tertie 7 sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.

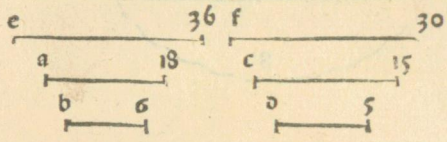
¶Sint sex quantitates.a.prima.b.secunda.c.tertia.d.quarta.e. quinta.f. sexta. Sitq3 .a.7.c.eque multiplices ad.b.7.d.itēq3.e.7.f. sint eque mltiplices ad easdē dico q̄ sicut totū aggregatū ex.a.7.e.ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū aggregatū ex.c.7.f.est multiplex ad quantitatē.d. Nam q2 numerus ꝟm quē.b.continet̄ in.a.est equalis numero.ꝟm quē.d.continetur in.c. Similiter quoq3 numerus ꝟm quē.b.continet̄ in.c.est equalis numero ꝟm quē.d.continet̄ in.f.erit per cōmunez sciaz que est: si equalibus equalia addant̄ 7 cetera. numerus ꝟm quē.b.continetur in aggregato ex.a.7.e.equalis numero ꝟm quē.d.continet̄ in aggregato ex.c. 7.f. quare sicut aggregatū ex.a.7.e.est multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.7.f.ē multiplex ad.d.quod est ꝓpositum.




## Propositio .3.

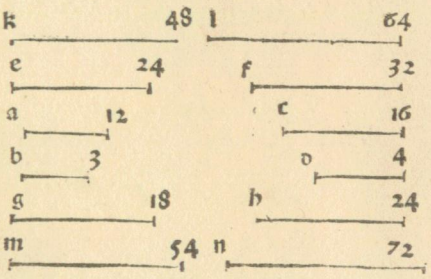
SI fuerint primum secundi 7 tertiuz quarti eque multiplicia: ad primum vero 7 tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secūdū atq3 multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

¶Sit sex q̄ntitates.a.prima.b.secūda.c.tertia.d. quarta.e.quita. f.sexta. Sitq3.a.ad.b.7.c.ad.d. itēq3.e.ad.a.7.f.ad.c.eq̄ mltiplices. dico q̄ sicut e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d. diuidat̄ enim.e.ꝟm quantitatē.a.sui multiplicis. 7.f.ꝟm quantitatē.c.eritq3 ꝓpter equalitatē partiū.e.ad.a.7 partiū.f.ad.c. vt q̄libet ptiū.e.sit ita multiplex ad.b.sicut quelibet ptiū.f.ad.d. Quia ergo sicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps.f.ē multiplex ad.d. Itēq3 sicut scōa pars.e.ē mltiplex ad.b.ita secūda.f.ad.d.ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatū ex duab⁹ p̄mis ptib⁹.f.ad.d 7 q2 rursus tertia ps.e.si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex.ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit p cādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d. ¶Sitq3 si plures fuerint partes.e.7.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs



q̄ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptā: quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus vna:sicq3 patet propositum.

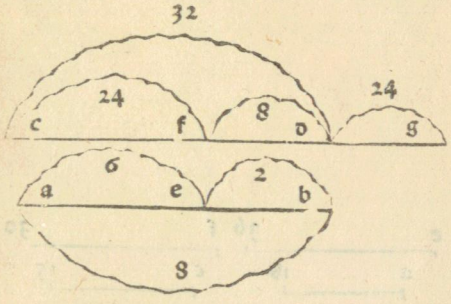
## Propositio .4.




SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii adquartum: ad primum autez et tertium eque multiplicia assignētur. Itemq3 ad secundum et quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶Sit proportio.a.primi ad.b.secūdū.sicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanťq3.e ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia. Itēq3.g.ad.b.z.h.ad.d.eque multiplicia :dico q̄ ꝓportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.b.Sumam.k.ad.e.z.l.ad.f.eque multiplicia.itēq3 m.ad.g.z.n.ad.h.eque multiplicia:z quia.e.z.f.sunt eque multiplicia ad.a. z.c. itemq3.k.z.l.eque multiplicia ad .e.z.f .erunt per premissam.k.z. l.eque multiplicia ad.a.z.c.per eandem quoq3 erunt.m.z.n.eque multiplicia ad.b.z.d. quare per conuersionē diffinitionis incontinue proportionalitatis.k:ad.m.z.l. ad.n. similiter se habebunt in addendo diminuendo z equando:q3 ergo.k. z.l. sūt eque multiplicia ad.e.z.f.itemq3.m.z.n.eque multiplicia ad.g.z.h.erit per diffinitionē incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.qō est propositum:

## Propositio .5.



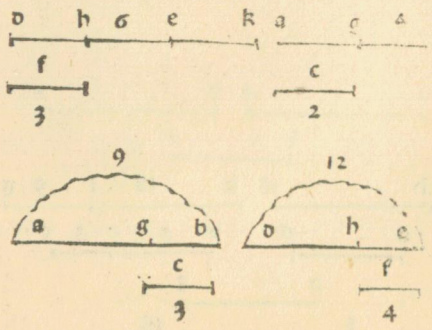

SI fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuaturq3 ab vtraq3 ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq3 totum toti eque multiplex.

¶Vel sic si aliquota erit reliquū reliqui tota ps quota totū toti9.Sit q̄ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturq3.a.b. ex quantitate .c.d.z sit residuum.f.c .eritq3. f.d.equalis.a.b .Similiter quoq3 minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitq3 residuum e.a.dico q̄ quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cū enī f.d.sit equalis.a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex .a.b. ponam itaq3.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut .f.d. est multiplex.e.b. eritq3 ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.sicut.f.d .est multiplex. e.b. z quia sic fuit. c.d. multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraq3 duarum quantitatū.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cōmunem scientiam.c .d.z .f.g. sunt equales adinvicem:dempta igitur ab vtraq3 earum quantitate.f.d.erit.c.f. equalis.d.g.z quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.z ideo sicut.a.b.e.b.quare z sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b. qō est propositum.

## Propositio .6.

SI fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices.dueq3 minores duabus maioribus vtraq3 a sua multiplice subtrahantur.erunt duo reliqua earundē partium eque multiplicia.aut eis equalia.

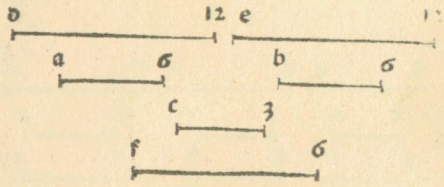
¶Sint quantitates.a.b .ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices :ſubtrabanturqȝ.c.ex a.b.z.f.ex.d.e.z ſint reſidua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.b.critqȝ.g.b.equalis.c. z.b.c.equalis.f.dico ꝙ duo reſidua.a.g.z.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus.c.z.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico ꝙ .d.b.eſt equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.critqȝ per premiſſas ypotheſes vt toties.f.ſit in.b.k.quoties.c.in.a.b. quare ſicut.a.b.eſt multiplex.c.ita b.k.eſt multiplex.f.ſed ſic erat etiam.d.e.erat multiplex eiuſdem.f.erit igitur per cōem ſcientiam.b.k.equalis .d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.b.e. erit.d.b.equalis.e.k.quare equalis.f.quod eſt propoſitū.¶Si autem.a.g.ſit multiplex.c.ponam vt.e.k.ſit eque multiplex.f.critqȝ vt prius vt toties.f.ſit in.b.k quotiens.c.in.a.b.Sed toties erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis b.k.z.d.b.e.k.quare ſicut.a.g.eſt multiplex.c.ita.d.b.eſt multiplex.f.ꝙ eſt propoſitum. Aliter idem cum ꝫm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.ꝫm q̄ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaqȝ ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus ſecundum q̄.a.g.continet.c.z ꝫm q̄.d.b.continet.f.patet quantitates.a.g.z.d.b.eſſe equales aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.



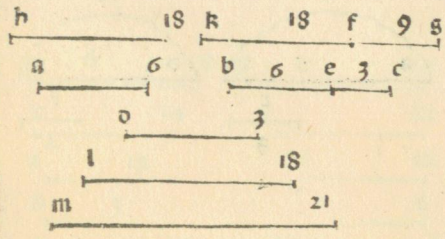

## Propoſitio .7.

Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur eax ad illam erit vna proportio .itemqȝ ad illas,proportio illi⁹ vna eſt.

¶Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiaȝ vt ad.c.dico ꝙ eadem eſt proportio.a.ad.c.z.b.ad.c.itēqȝ eadem.c.ad.a.z.c.ad.b. Primum ſic probatur:cum enim.c.ſit cōſequens ad.a primam z ad.b.tertiam ipſa erit in ratione ſecunde z quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:z.e.ad.b.tertiam eque multiplices: z ſumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que eſt ſecunda z quarta:z quia.a.z.b.quarū ſunt eque multiplices .d.z.e. poſite ſunt equales erit:vt ſi.d,diuidatur ꝫm quantitatem.a.z.e.ſecundū quantitatem.b.ꝙ partes vtrobiqȝ ſint numero z q̄ntitate equales: numero quidam per ypotheſin ꝓpter equalitatem multiplicationis vtrobiqȝ :quantitate autē per hāc cōem ſcientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem ſūt equalia ſibiinuicem ſunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.eſt equalis prime ex partibus.e. z ſecunda:ſecunde:z cetere ceteris.Suntqȝ tot partes in.d.quot ſunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem ſcientiam: ſi due quātitates equales cō/parentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.z.e:ſunt ſimiliter maiores.f. aut ſimiliter minores:aut ſibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que eſt proportio.a.prime ad.c.ſecundam:cadē eſt.b.tertie ad.c.quartā qđ eſt propoſitum.¶Secundum eodē modo probabis ordine cōuerſo:vt.c.ponatur prima z tertia.a.vero ſecunda .b. quarta .Cum vero quantitas.f.que eſt eque multiplex prime z tertie ſit aut ſimiliter maior quātitatibus .d.z.e.que ſūt eque multiplices ſecunde z quarte:aut ſimiliter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.ſecundā :ſicut.c.tertie ad.b. quartam quod eſt propoſitum ſecundum.



## Propositio .8.



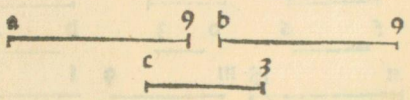

SI due quantitates inequales ad vnã quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionez. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

¶Sint due quantitates inequales.a.z.b.c. sitqz maior .b.c. z proportionentur ad eandem quantitatem que sit.d.dico q̄ maior est proportio. b.c. ad.d.q̄z.a.ad.d.z q̄ econtrario maior est.d.ad.a.q̄z.d.ad .b.c. Primū sic probatur:ponam.e.b.equalem.a.z multiplicabo totiens.e.c.q̄ proueniat quantitas maior.d.sitqz.f.g.z sumam.k.f.ita multiplicem.b.e.z similiter.b.ita multiplicē. a.sicut.f.g.est multiplex.e.c.eritqz per primam huius. b.ita multiplex .a.sicut.k. g.est multiplex.b.c.erit etiam.b.equalis.k.f.propter hoc q̄ earum submultiplices que sunt.a.z.b.e.posite sunt equales:ponam quoqz q̄.b.nō sit minor.d. sed equalis:aut maior:totiens enim multiplicabo vnãquēqz trium quantitatum.c.c.b.e.z a.equaliter:q̄.f.g.multiplex.e.c.proueniat maior.d.z q̄.b.multiplex.a.nō proueniat minor eadem:deinde totiens multiplicabo.d.quod proueniat quantitas maior.b.sitqz.m.prima quātitas multipliciū.d.q̄ sit maior.b. Sub qua sumā maximam multiplicem.d.aut sibi equalem :si. m.est prima in ordine multiplicium .d. que sit.l.eritqz ut.l.non sit maior.b.z constabit.m.ex.d.[z.l. propter id qō omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici z simplo: vt triplum ex duplo: z simplo.excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo.¶ Quia ergo.b.ē equalis.k.f.non erit.k.f.minor.l.itaqz.k.f.z.d.nō efficient minus q̄z.l. z.d. quare non efficient minus q̄z.m.z quia.f.g.est maior.d.erit.k.g.maior q̄z.m. ¶Intelligo igitur quantitatem.b.c.primam.d.secundam.a. tertiam.d. quartam: z q̄ ad primam z tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k.g. z.b. Similiter quoqz ad secundam z quartam eque multiplicia:immo idem in ratione duorū qō est.m.z addit.k.g.multiplex prime super.m.multiplex secunde: non addit autem b.multiplex tertie super.m.multiplex quarte:erit per diffinitionem maioris imp/portionalitatis maior proportio.b.c.prime ad.d.secundā q̄z.a.tertie ad.d. quartam qō est primum. ¶Secundū probabis per eandem diffinitionem conuerso ōrdine:vt.d.sit prima z tertia.a.secunda.b.c.quarta:addit enim.m.multiplex prime super.b.multiplicem secunde.Non addit autem.m.multiplex tertie super.k.g. multiplicem quarte:quare maior est proportio.d.ad.a.q̄z.d.ad.b .c. quod est secundum.¶Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: q̄z posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secūdam q̄z tertie ad quartam.qnin contingat aliqua eque multiplicia ad primam z tertiam reperiri:que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde z quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte:hec autem multiplicia sic reperiemus :sicut demonstrabimus infra supra.12.huius.

## Propositio .9.

SI fuerit aliquax quantitatum ad vnam quantitatem pro portio: vna ipsas esse eqles. Si vero vnius ad eas pro/portio vna ipsas equales esse necesse est.

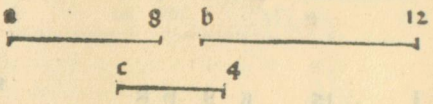
¶Sit duarum quantitatum.a.z.b.proportio vna ad.c.dico eas eē equales.z si ecōuerso fuerit eadem proportio.c.ad vtrāqz earū:ad/huc dico eas esse equales.hec est conuersa.7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior: vtpote.a.erit per primam partē.premisse maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b. q̄z ad.a.quod est etiam contra ypothesim.




## Propositio .10.

SI fuerit vni9 ad quātitatē vnā aliquā ,pportio maior quā titatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandez proportio maior minorem esse necesse est.

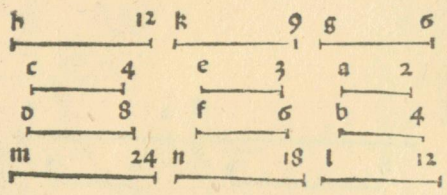
¶Qđ si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.z si fuerit maior.c.ad.b.q̄z.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiorē b.hec est conuersa.8.Primum patet per primam partem.7.z per primam.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue.Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.




## Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqz ,pportiones sibi inuicē equales eē necesse ē.

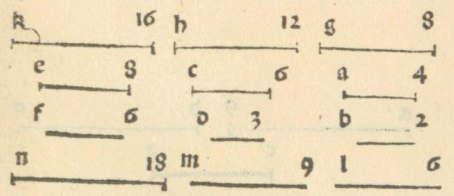
¶Proportionem hāc quā eudides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones:que eidē sunt equalia sibi quo/qz sunt equalia : ,put de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.Sit ergo vtraqz duarum proportionum que sunt.a.ad.b.z.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.z.c.ad.d.sibi inuicem esse equales.Sumam enim.g.ad.a.z.b.ad.c. z.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l .ad.b .z.m. ad.d.z.n.ad.f. eque multipli/ces:z quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.z similiter sicut.c. ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si.k.addit super.n.q.g.addit super.l.z.b.super.m.z si.k.minuit ab.n.q.g.mi/nuat ab.l.z.b.ab.m.z si.k.est equalis.n.qđ.g.sit equalis.l.z.b. equalis. m. quia igitur.g.ad.l.z.b.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo z equando. mediantibus.k.z.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a .ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

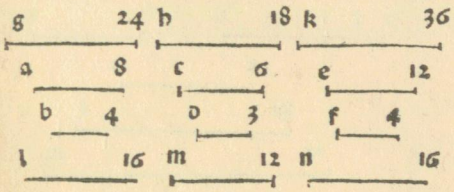


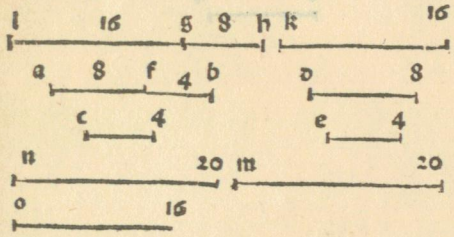

## Propositio .12.

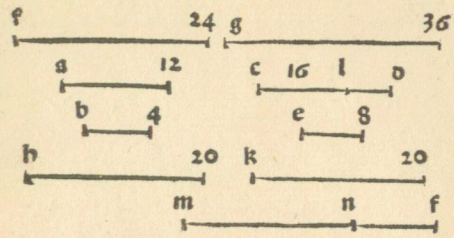
SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quar tum. tertij vero ad quartum maior q̄z quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior q̄z quinti ad sextum.

¶Sicut in precedēti q hic demonstrat in proportionalibus conce/ptibile est in q̄ntitatibus: videz q si due q̄ntitates fuerit sibi inuicē



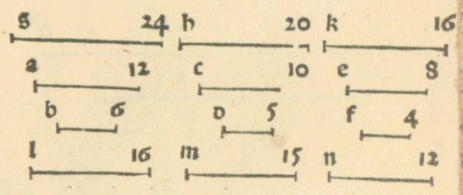

cq̃les quacunq; fuerit vna ea; maior eadẽ maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̃z.e .ad.f.erit quoq;.a.ad.b.maior q̃z.e.ad.f.Sumã enim.g.ad.a.⁊.h. ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad. f.eque multiplices:⁊ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.⁊ maior q̃z.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si .h. addit sup m.⁊ .g.addat super .l.⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.h.⁊. m.si.g. addit super.l.nõ est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod est propositũ. ¶ Simili quoq; modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.c.ad.d.minor q̃z.e.ad.f. erit.a.ad.b.minor q̃z.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minor q̃z .e.ad. f.erit.e. ad.f. maior q̃z.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.h.addat super. m. sed si.h. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.n.per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̃z.a.ad.b.ergo econuerso:minor erit.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod ẽ ꝓpositum ¶ Ex modo autem demõstratiõis octaue hui⁹ ⁊ hac:fiet manifestũ ꝙ si fuerit prime quatuor quantitatum ad secundã maior proportio q̃z tertie ad quartam cõtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie.que cũ cõparabuntur ad aliq̃ eq̃ multiplicia secũde ⁊ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scde. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qđ sic patet:Sit eniz maior proportio.a.b.ad.c.q̃z.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritq; per hanc.12.⁊ per.10.a.f.minor.a.b.⁊ sit minor in quantitate.f.b. quã multiplicabo totiens ꝙ proueniat quãtitas maior.c.que sit.g.h.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatẽ non minorem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.h.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq; per primam huius.l.h.ita multiplex.a.b.sicut.k.d.Deinde ponam ꝙ.m.sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.⁊ ponam.n.ita mnltiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritq; per premissas ypotheses ⁊ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximã multipliciũ.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitq;.n.ex.o.⁊.c.quia ergo. l.g. non est minor.o.⁊.g.h.est maior.c.erit.l.h.maior.n.quare cum.k.sit minor.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cõtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie:quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secũde:⁊ multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maior erit proportio prime ad secundam q̃z tertie ad quartam: qđ sic probatur. Sint quatuor quãtitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintq;.f. ad.a.⁊.g.ad.c.d.eque multiplicia.Similiter.h.ad.b.⁊.k.ad. e.eque multiplicia. ⁊ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maior est proportio.a.ad b.q̃z.c.d.ad.e.Si eniz equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qđ est contra ypothe. Si autẽ minor sit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritq; per huius.10.c.l.minor.c.d.⁊ sit minor ĩ quãtitate.l.d. Ponã igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l. ⁊. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.

eritq3 per primã huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq3 igit̃ vnaꝝ quantitatum.m.p.z.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sũt eq̃les. Nam hec illatio demõstrata est in.7.huius :z quia.g.non est maior.k.nõ erit m.p.maior eadem.sed per conuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis m.n.est maior.k.eo q̃.f.est maior.b.ergo.m.n.est maior.m.p.qõ est impossibile quare relinquitur propositum.

## Propositio .13.

SI fuerint quotlibet quantitatũ ad totidem alias propor/tio vna erit quoq3 que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omnuꝫ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

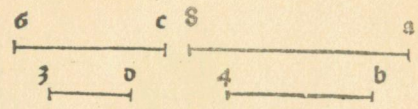
¶Qõ primo proposuit de multiplicib9:hic proponit de omnib9 pro/portionibus:vñ hec est cõmunior illa:eo q̃ omnis multiplicitas est proportio:nõ autez econuerso.Sit igitur.a.ad.b.z.c.ad.d.z.e.ad.f.vna proportio :dico q̃ que est proportio.a.ad.b.eadem est cõpositi ex.a.c.e.ad cõpositũ ex.b.d.f. Sumã.g ad.a.z.b.ad.c.z.k.ad.c.eque multiplicia. Itemq3.l.ad.b.z.m.ad.d.z.n.ad.f.eq̃ multiplicia:eritq3 per primã huius cõpositum ex.g.b.k. ita multiplex cõpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandẽ cõpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cõpositi ex.b.d.f.sicut.l.ẽ multiplex.b.z ꝑ cõuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis.bis sũptã si.g.addit sup .l.b.addit sup.m.z.k.super.n. z si minuit minuit : z si equat equat:ergo per cõmunez scientiam si.g.addit sup.l. compositũ ex.g.b.k.addit super compositum ex.l.m.n.z si minuit minuit :z si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ẽ sicut cõpositi ex.a.c.e.ad compositũ ex.b.d.f.quod est propositũ.




## Propositio .14.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritq3 maior prima tertia.necesse est secundã.quarta esse maior/rem.Qõ si minor z minorẽ.Si vero equalis z equalẽ ee.

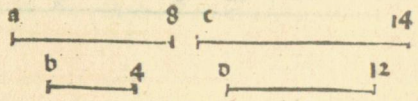
¶Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̃ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.z si minor minor.z si equalis equalis.Si enim.a.sit maior c.erit per primã partẽ.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̃3.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̃3 ad.b.ergo per secũdã partẽ.10.huius.b.erit maior.d.qõ ẽ propo/situm.Qõ si.a.sit minor.c.erit per primã ptẽ.8.minor proportio.a.ad.d.q̃3.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̃3 ad.d.per secũdã ergo ptem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primã partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq3 per secũdã ptẽ:9.b.erit equalis.d.sicq3 patet propositum.

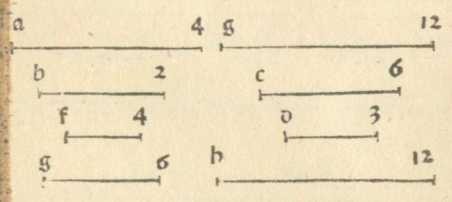



## Propositio .15.

SI fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assi/gnate.erit iplarum multipliciũ atq3 sub multiplicium vna proportio.

¶Sint.c.ad.a.z.d.ad.b.eque multiplices. dico q̃ que ẽ proportio a.ad.b.eadẽ est.c.ad.d.dividat̃.c.ƒm quãtitatẽ.a.z.d.ƒm quãtitatẽ b.c.sũtq3 tot partes.c.quot.d.z quia quelibet pars.c.ad q̃3libet partem.d.se ha/bet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qõ est propositum.

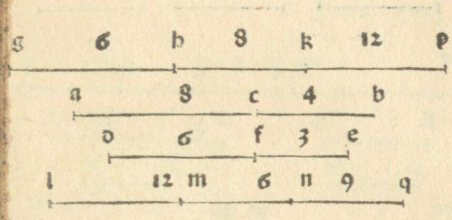





## Propositio .16.

Si fuerit quatuor quantitates proportionales. pmutatim quoq3 proportionales erunt.

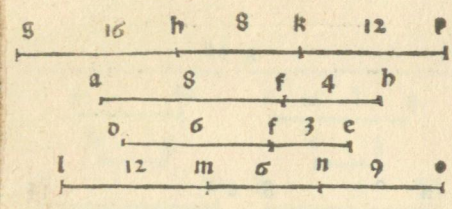
¶Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q3 erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.7 iste est modus arguẽdi qui dicit̃ ꝓportionalitas permutata. cuius demonstratio sic pat3. Sumã.e.ad.a.7.f.ad.b.eque multiplices itemq3.g.ad.c.7.b.ad.d.eque multiplices:eritq3 per premissam.e.ad.f.sicut.g.ad b.quare p.14.si.e.addit supra.g.7.f.addit super .b. 7 si minuit minuit: 7 si equat equat:per diffinitionẽ igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.quod est propositũ. Necesse est aũt vt in pmutata proportionalttate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.




## Propositio .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdẽ disiunctim quoq3 proportionales esse.

¶Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas pmutata:demonstrat illũ qui dicit̃ proportionalitas disiuncta. Sit itaq3 ꝓportio .a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. dico q3 erit.a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e. Sumã enim.g.b.ad.a.c.7.b.k.ad.c.b.itemq3.l.m.ad.d.f.7.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritq3 per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.sicut.g.b.est multiplex.a.c.7.l.n.ita multiplex.d.c.sicut.l.m.est multiplex .d.f. 7 ideo per premissas ypotheses.g.k.ẽsita mꝉtiplex.a.b.sicut est.l.n.d.e.ponã iterũ.k.p.ad.c.b. 7.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntq3 per secundã.b.p.ad.c.b.7.m.q.ad.f.e.eq̃ multiplices per conuersionẽ igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g.k.addit super.b .p.l.n.addit sup.m.q.7 si minuit minuit:7 si equat equat. demptis itaq3 cõmunibus.b.k.7.m.n.erit per cõmunem scientiam:vt si.g.b.addit super.k.p.q3.l.m.addit super.n.q.7 si minuit minuit:7 si equat ꝉequat. ergo p diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.est sicut. d.f. ad.f. e.quod est propositum.



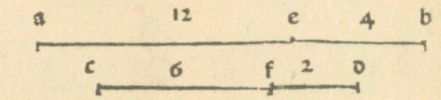

## Propositio .18.

Si fuerint quantitates disiunctim proportionales.coniunctim quoq3 proportionales erunt.

¶Demonstrat modũ arguendi qui dicit̃ proportionalitas coniuncta 7 est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse.7 maneãt omnes eius ypotheses:excepto q3 ponatur esse proportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.dico q3 erit proportio.a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e.sequit̃ enim ex hac ypothesi 7 alijs ypothesibus premisse de multiplicib9 equaliter sũptis per cõuersionẽ diffinitõis incõtinue ꝓportiõalitatis si.g.b.addit super.k.p.q3.l.m.addat sup.n.q.7 si minuit minuat:7 si equat equat ergo positis cõmunibus.b.k.7.m.n.sequit̃ per cõem sciam si.g.k.addit sup .b.p. q3.l.n.addat sup.m.q.7 si minuit minuat:7 si equat equat̃:quare per diffinitionẽ incõtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. qõ ẽ ꝓpositũ. Aliter idẽ indirecte sic. Cũ sit ꝓportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.nõ ẽ. a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquã aliã quantitatẽ sicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.si enĩ esset ei eqnalis cõstaret propositũ.

Sit itaq3 primo maior ꝛ sit.e.g. eritq3 p premissam.a.c.ad .c.b. sicut.d.g .ad.g. quare.d.g.ad.g.ē.sicut.d.f.ad.f.c.Sequit̄ igit̄ p.14.q cū.d.g.prima sit mior.d.f. tertia erit.g.e.scōa minor.e.f.quarta:sed erat positū q esset maior.Sit ergo por/ portio.d.c.ad minorē.e.f.que sit.c.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritq3 p p̄missā. a.c.ad.c. b.sicut.d.b.ad.b.e.q̄re p.11.d.b.ad .b.e.sicut.d.f.ad.f.e.ꝛ qr.d.b.p̄ma ē maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scōa maior.e.f.tertia:q quia est ipossibile.sequit̄ ꝓpositū.

## Propositio .19.



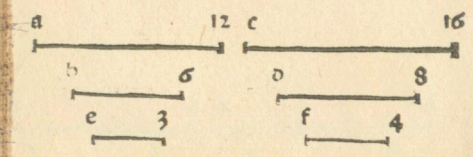

SI a duobus totis due portiones abscindantur.fueritq3 to tum ad totū quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

¶Qō quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cōmunior quāto multi plicitate ꝓportio.Sint igitur due quātitates.a.b.ꝛ.c.d.a quibus abscindant̄ due que sint.b.e.ꝛ.d.f.sitq3 ꝓportio totius.a.b.ad totā.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico q eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti9.a.b.ad to/ tam.c.d.cū eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a. b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.ꝛ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.ꝛ iterū permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.ꝛ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet ꝓpositū. ¶Ex hac aūt.19. ꝛ permutata ꝓportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit̄ proportio nalitas euersa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico q erit.b.a .ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cū sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d. sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qō est ꝓpositum. ¶Conuersa quoq3 ꝓportionali/ tas q̄3 ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.pōt hic quoq3 demōstrari indirecte ex pmutata ꝓportio/ nalitate ꝛ.9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.b.ad. a.si/ cut.d.ad.c.sin autē sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.ꝛ q.a.ad.b.ē sicut.c.ad.d.erit pmu/ tatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ꝛ quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq3 pmuta tim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.c.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile ꝛ contrariu3 secunde partis.9. si autem equalis erit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est ꝓpositum.

## Propositio .20.

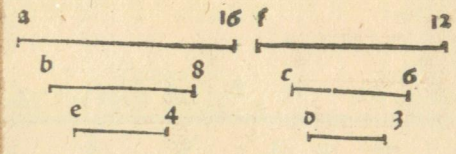
SI fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundū earum nu merum quarum queq3 due prioꝝ secundū proportio/ nem duarum postremarum necesse est improportionali/ tate quidā equalitatis vt si fuerit prima prioꝝ vltima ma ior.ꝛ posteriorum primā vltima esse maiorez.Qō si mi/ nor ꝛ minorem.Si vero equalis ꝛ equalem.

¶Demōstraturus euclides modū arguendi qui dicit̄ eq̄ ꝓportionalitas siue q̄nti tates duoꝝ ordinū directe siue puersim ꝓportionēt:p̄mittit duo añcedētia ad de/ mōstrādū ꝓpositū necessaria:p quoꝝ p̄mū demōstrat̄ eq̄ ꝓportōalitas cū q̄ntita/ tes duoꝝ ordinū directe ꝓportionāt:p 2m aūt cū ꝓportionāt̄ puersim ꝓponit aūt hec duo añcedetia de q̄ntitatib9 duoꝝ ordinū numero eq̄lib9 quecūq3 fuerit. Vlr eni sumptis vtrobiq3 quātitatib9 scōm quēcunq3 numerum veritatem habēt. nō ē




autē necesse ut demōstrrem⁹ ea nisi solū i trib⁹ hoc eni oio sufficiēs ē ad ꝓpo si/tū. de pl'ibus aūt q̄busq3 patebit ꝑ equā ꝓportiōalitatē cū ipsa demōstrata fuerit ¶ Sint igit̄ tres quātitates. a. b. c. sumant̄q3 tres alie q̄ sint. c. d. f. ⁊ sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico ꝙ si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis. Si eni est maior erit per primā ꝑtē. 8. maior proportio. a. ad. b. q̄3. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q̄3. e. ad. b. ⁊ q2 per cōuersam ꝓportionalitatē. e. ad. b. ē sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄3. f. ad. d. itaq3 per primā ꝑtē. 10. c. est maior. f. qd̄ est propositum. Qd̄ si. a. sit minor. e. ꝑ eas dem ⁊ eodē modo ꝓbabit̄. c. esse minorē. f. erit eni minor proportio. a. ad. b. q̄3. e. ad. b. ꝑ primā ꝑtē. 8. ⁊ ideo per. 12. ⁊ ꝑ cōuersam ꝓportionalitatē minor erit. c. ad d. q̄3. f. ad. d. ⁊ ideo ꝑ primā ꝑtem. 10. erit. c. minor. f. qd̄ est propositum. Si autem a. sit eq̄le. e. erit ꝑ primā ꝑtē. 7. ꝓportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ⁊ ideo ꝑ scd̄am. 11. ⁊ cōuersam ꝓportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā ꝑtē. 9. c. ē eq̄/lis. f. quod est propositum. ¶ Quidā aūt hanc cōclusionē demonstrauerūt eā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo. ꝓportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo ꝑmutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ⁊ q2 rursus. b. ad. c. sicut. d. ad. f. erit permutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. 11. erit. a. ad. c. sicut. e ad. f. itaq3 per. 14. si. a. prima est maior. e. tertia. erit. c. secūda. maior. f. quarta: ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis: quod ē ꝓpositum: ¶ Isti autē errauerunt i sua demonstratione: q2 si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū pre mittere hanc conclusionē ꝓ antecedēte ad equā ꝓportionalitatem: si enim rursus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū est que est esse. a. ad. c. si/cut. e. ad. f. sequitur ꝙ sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ⁊ hoc est equa ꝓportionalitas. Pre terea eorum conclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius. Si enim. a. b. e. sint linee. ⁊. c. d. f. superficies: aut corpora: aut tem/pora: non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur vniuersaliter dictū ꝑ/ticulariter demonstrantes.

## Propositio. 21.



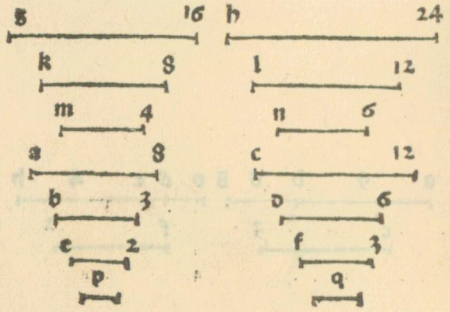

Si fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due ex prioribus quibusq3 dua bus ex posterioribus peruersim comparate secūdū pro/portionem earum fuerint. necesse quoq3 ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima ma/ior. ⁊ posteriorum prima vltima esse maiorem. si autem minor ⁊ mino rem. Si vero equalis ⁊ equalem.

¶ Secundū antecedens sint tres quātitates. a. b. e. sumant̄q3 alie tres que sunt. f. c. d. ⁊ sit proportio. a. ad. b. sicut. c ad. d. ⁊. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico ꝙ si. a. ē. ma ior. e. f. erit maior. d. ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis. equalis: hic autē probatur per easdē ⁊ eodē modo quo precedens: si eni. a. sit maior. e. erit maior proportio. a. ad b. q̄3. e. ad. b. quare maior. c. ad. d. q̄3. e. ad. b. ⁊ ideo maior q̄3. c. ad. f. maior igit̄ f. q̄3. d. per secundā partem. 10. quod est propositum. qd̄ si. a. sit minor. e. erit tan/dem minor. c. ad. d. q̄3 ad. f. quare per eandem partem eiusdē. f. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. e. sequitur ut sit proportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per se/cundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est propositum.

## Propositio .22.

SI fuerint quotlibet quantitates alieqȝ ſecundum earum numerum quarum queqȝ due ſecundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

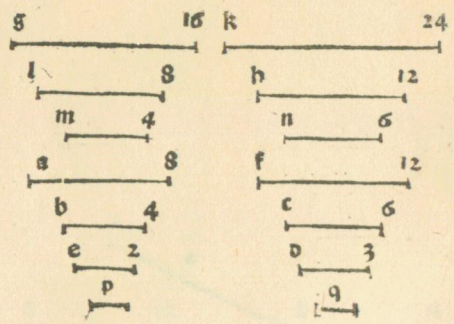
¶ Demonſtratis antecedentibus ad equã proportionalitatẽ. hic demonſtrat eam: & primo cum quantitates duorum ordinũ ſunt directe proportionales. Nõ eſt aũt neceſſe vt demõſtrarẽ niſi cũ in vtroqȝ duoꝝ ordinũ ſunt tantũ tres quantitates. Per hoc eni euidenter ſequitur cum in vtroqȝ ordine fuerint quatuor quantitates & deinceps: & ideo etiã nõ oportuit eius añs demõſtrari niſi ſolũ cũ in vtroqȝ ordine ſunt etiã tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b e. ſumanſqȝ tres alie que ſunt. c. d. f. & ſit proportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. & b. ad. e. ſicut. d. ad. f. dico q̃ erit. a. ad. c. ſicut. c. ad. f. ſumã eni. g. ad. a. & b. ad. c. cq̃ multiplicia. Item qȝ. k. ad. b. & l. ad. d. eque & rurſus. m. ad. e. & n. ad. f. eque. eritqȝ p 4. g. ad. k. ſicut. b. ad. l. & k. ad. m. ſicut. l. ad. n. quare per. 20. ſi. g. eſt maior. m. erit b. maior. n. & ſi minor minor: & ſi equalis equalis. igitur per diffinitionẽ incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ẽ ſicut. c. ad. f. qõ ẽ propoſitũ. ¶ Põt quoqȝ hoc demonſtrari per. 15. huius ſumptis. g. k. m. ad. a. b. e. & b. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. ſicut. b. ad. l. & k. ad. m. ſicut. l. ad. n. cetera pertracta vt prius. ¶ Qõ ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroqȝ ordine: vtpote quatuor additis. p. & q. ita q̃ ſit. e. ad. p. ſicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. ſicut c. ad. q. erit enim. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. hoc enim demonſtratum eſt. ſublatis igitur b. & d. erunt tres quantitates. a. e. p. & alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p ſicut. c. ad. q. ſicqȝ demõſtratur de. 4. per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo demonſtrabis de. 5. per. 4. ſublatis duobus medijs: & de. 6. per. 5. ſublatis tribus: & ſic de ceteris.




## Propositio .23.

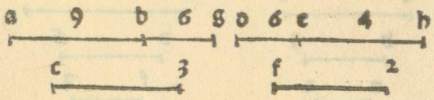
SI fuerint quotlibet quantitates alieqȝ ſecundum earum numerum quarum queqȝ due ſecundus proportionẽ duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

¶ Demonſtrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum ordinũ indirecte ſiue puerſim ꝓportionatis. Nec ẽ neceſſe q̃ demonſtrẽ niſi cum in vtroqȝ duoꝝ ordinũ ſunt tantũ tres quantitates: p hoc eni euidẽter ſequit̃ que/cũqȝ ponant̃ i vtroqȝ ordine ſicut i premiſſa de directe ꝓportionatis demõſtratũ ẽ. Sint igit̃. 3. q̃ntitates. a. b. c. ſumãſqȝ alie. 3. q̃ ſint. f. c. d. & ſit ꝓportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. & b. ad. e. ſicut. f. ad. c. dico q̃ erit. a. ad. e. ſicut. f. ad. d. ſumã eni. g. ad a. & b. ad. c. & k. ad. f. eque multiplicia. Item qȝ. l. ad. b. & m. ad. e. & n. ad. d. eque: eritqȝ per quartã. g. ad. l. ſicut. b. ad. n. & per 15. l. ad. m. ſicut. k. ad. b. quare per 21. ſi. g. addit ſuper. m & k. addit ſup. n. & ſi minuit minuit: & ſi equat equat: ergo per diffinitionem incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ẽ ſicut. f. ad. d. qõ ẽ propoſitũ. ¶ Poteſt quoqȝ & hoc demõſtrari p. 15. huiꝰ ſũptis. g. l. m. ad. a. b e. & k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. ſicut. b. ad. n. & l. ad. m. ſicut. k. ad. b. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hec & premiſſa ſecundm primum modum. ¶ Qõ ſi plures tribus fuerint quantitates in vtroqȝ ordine: vtpote q̃tuor additis. p. & q. ita q̃ ſit. a. ad. b. ſicut



d.ad.q.z.b.ad.e.ſicut.c.ad .d.z.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f ad.q.erit enim per predemonſtrata.a.ad.e.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.z.d. erunt tres quãtitates.a.e.p.z alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo de/ monſtrabis de.5.per quatuor ſublatis, duobus mediis.z de.6.per.5.ſublatis tri/ bus:z ſic in ceteris.

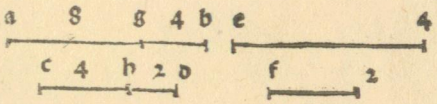
## Propoſitio .24.




SI fuerit proportio primi ad ſecundus tanq̃ tertii ad quar tum.proportio vero quinti ad ſecundus. tanq̃ ſexti ad q̃r tum:erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̃ ſexti z tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

¶Qd ſcda propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnib⁹ pro/ portionibus.vnde eſt illa tanto cõmunior quãto multiplicitate proportio z ſe ha/ bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.c.ad.f.z itẽ.b.g.ad.c.ſicut.e.b.ad.f.dico q proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.b. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.b.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.b.ergo coniun/ ctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.b.ad.b.e.itaq̃ per.22.erit in equa proportionali tate.a.g.ad.c.ſicut.d.b:ad.f.quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .25.



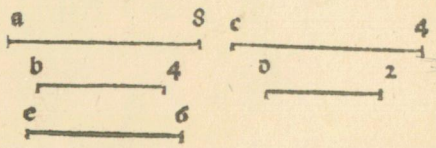

SI fuerint quantitates proportionales:fueritq̃ prima ea/ rum maxima.z vltima minima. primam z vltimaq̃ pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cõproba/ tur.

¶Qd hic proponitur nõ habet locum niſi cum omnes quatuor quã titates ſint ciuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatus eiuſdẽ generis pro/ portio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq̃.a.b.maxima:neq̃ oportet ponere q.f.ſit mi nima:quia ipſum ex hoc ſequitur q.a.b.poſita eſt maxima.Vnde non poſuit hoc auctor in concluſione tanq̃ poſitionem:ſed potius tanq̃ precedentis poſitiõis cõ cluſionem.dico q cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.z.f.q̃ ex. c.d.z.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶Similiter quoq̃ quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.b.d.equalem.f.eritq̃ propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.b.d.quare per. 19.a.g. reſiduum ad. c.b. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totuꝫ.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cũ ergo.a.g.ſe habet ad.c.b.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.é maior.c.d.quare.a.g.maior eſt.c.b.additis igitur vtriq̃ duab⁹quan titatibus.g.b.z.b.d.erit per cõmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.z.b.d. ma/ ius aggregato ex.c.d.z.g.b.z quia.d.b. poſita eſt equalis. f.z.g. b.e. maius erit aggregatum ex:a.b.z.f.quã aggregatum ex.c.d.z.e.quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .26.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſiꝫ econ/ trario,pportio ſcde ad primã minor q̃ quarte ad tertiam Sit ꝓportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d.dico q erit ecõuerſo mõ ꝫrio mior,ꝓportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c.ſi ei é eadẽ.b.ad.a.q̃ é.d.ad.c.erit

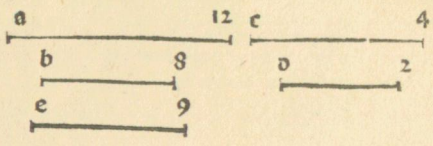
ecõuerso.a.ad.b.vt.c.ad.d.sz nõ ẽ imo maior: At vero si ẽ.b.ad.a.maior q̃z d.ad c.sit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritqz ex.12.e.ad.a.mior q̃z.b.ad.a .q̃re ex p̃ma parte.10.e ẽ mior.b. Ideoqz ex scd̃a parte.8.maior erit ꝓportio.a.ad.e.q̃z.e.ad.b.⁊ qr ꝑ conuersam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.d.erit ex.12.proportio.c.ad.d.maior q̃z.a.ad.b.sed erit minor: relinquitur ergo propositũ. ¶ Possumus quoqz si libet astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte.10.ꝙ illa quantitas cuius ad.b.est.eadem proportio que est.c.ad.d.est minor.a.eo ꝙ ponitur maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d .illa ergo quantitas sit.e. cum sit igitur proportio.e. ad.b.vt.c .ad.d.erit econuerso .b .ad.e.vt.d.ad .c. Constat autem ex secunda parte.8.ꝙ proportio.b.ad.a.minor est q̃z proportio.b.ad.e.itaqz per 12.proportio.b.ad.a.est minor q̃z. d. ad.c.qd̃ voluimus.




## Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam.q̃z tertie ad quartam. erit permutatim maior proportio prime ad tertiam. quam secunde ad quartam.

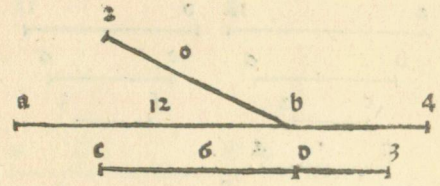
¶ Sit hic quoqz proportio.a.ad.b.maior q̃z.c.ad.d.dico ꝙ erit permutatim maior proportio.a.ad.c.q̃z.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoqz esset permutatim.a.ad.b. sicut.c. ad.d. neqz minor. Nam si hoc ponatur: sit itaqz .e.ad.c.vt.b.ad.d.eritqz ex.12.maior ꝓportio.e.ad. c.q̃z.a.ad c.quare ex prima parte.10.e.est maior.a. Itaqz per primam partem.8.proportio e.ad.b.est maior q̃z.a.ad.b.⁊ quia positum est vt sit.e.ad.c.sicut.b.ad.d. erit ꝑmutatim.e.ad.b.sicut.c.ad.d.ex.12.igitur maior erit proportio.c.ad.d.q̃z.a. ad b.sed positum erat oppositum: verum est ergo propositũ: ¶ Ostẽsiue quoqz idem quẽadmodum in premissa: sumpta enim est.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex prima parte 10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̃z.e.ad.c .sed ex permutata proportionalitate est.e.ad.c.vt. b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.est maior q̃z.b. ad.d.quod est propositum.




## Propositio .28.

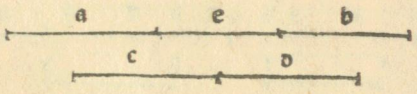
Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad secundã sit maior proportio q̃z tertie ad quartam.erit quoqz coniunctim maior proportio prime ⁊ secunde ad secũdam q̃z tertie ⁊ quarte ad quartam.

¶ Sit maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d.dico ꝙ maior erit totius a.b.ad.b.q̃z totius.c.d.ad.d.quia ipsa neqz erit equalis neqz minor. Si enĩ equalis: tunc erit disiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d. Si autem est minor: sit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.e.eritqz ex.12.maior proportio.e.b.ad.b.q̃z.a.b. ad.b. itaqz ex prima parte.10.e.b.est maior q̃z.a.b.⁊ per cõceptionem.e.maior q̃z.a. quare ex prima parte.8. maior est proportio . e. ad.b. q̃z.a.ad. b.sed.e.ad.b. est vt .c. ad .d. per disiunctam proportionalitatem: eo ꝙ erat.e.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.est maior q̃z.a.ad.b. hoc autem est contra ypothe. ¶ Idem etiam ostensiue: cum enim propositum sit ꝙ maior sit proportio .a . ad. b. q̃z . c. ad . d. sit proportio .e. ad.b. vt. c. ad.d. eritqz ex prima parte decime. e. minor . a.



Jdeoq3 ex cõmuni scientia.e.b.erit minor.q̃3.a.b. quare ex prima parte .8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃3.e.b.ad.b. At vero proportio.c.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit. e.ad. b.tanquã c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̃3.c.d.ad.d.quod est propositum.

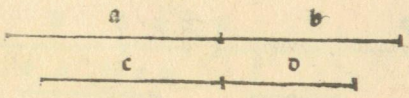
## Propositio .29.




Si fuerit quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundam sit maior proportio q̃3 tertie ⁊ quarte ad quartam . erit quoq3 disiunctim proportio prime ad secundam maior q̃3 tertie ad quartam.

¶Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃3.c. d.ad. d.dico q̃ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃3.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minor.qõ si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d. ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̃3.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c. d.ad d.q̃3.a. b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est q̃ minor.verum est ergo qõ dicitur.Qõ etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e .b. ad.b.sit tanq̃3 proportio.c.d.ad.d.eritq3 ex prima parte.10.e.b.minor q̃3. a.b. quare ex communi scientia.e.est minor q̃3.a.minor igitur est ex prima parte .8. ꝓportio.e.ad.b.q̃3 sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad. b.est sicut.c .ad.d. ex disiuncta proportionalitate:itaq3 ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̃3 sit.c.ad.d. quod est propositum.

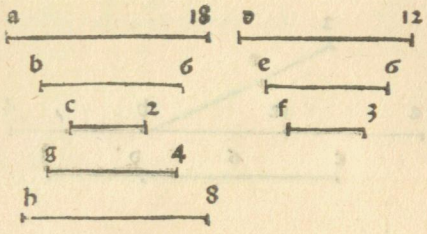
## Propositio .30.




Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundã sit maior proportio q̃3 tertie ⁊ quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime ⁊ secũde ad primam q̃3 tertie ⁊ quarte ad tertiam.

¶Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃3.c.d.ad.d. dico q̃ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃3.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃3.c.ad.d . Jtaq3 per.26.erit econuerso minor. b.ad.a. q̃3.d. ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃3.c.d. ad.c. qõ est propositum.

## Propositio .31.




Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemq3 secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoq3 prime priorus ad tertiã maior proportio q̃3 prime posteriorum ad tertiam.

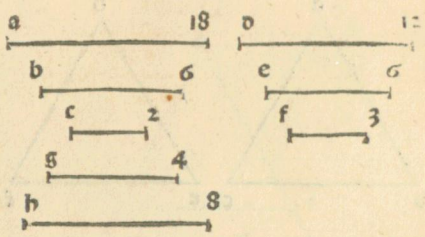
¶Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽq3 alie tres.d.e.f.sitq3 maior ꝓportio.a.ad.b.q̃3 d.ad.e.itẽq3 maior.b.ad.c.q̃3.e.ad.f.dico q̃ maior erit ꝓportio.a.ad.c.q̃3.d.ad f.sit enim.g.ad.c ut.e.ad.f.eritq3 ex p̃ma pte.10..g.minor.b.q̃re ex scõa pte.8.proportio.a.ad.g.ẽ maior q̃3.a.ad.b.mꝫto maior ergo ẽ ꝓportio.a.ad.g.q̃3.d. ad.e sit itaq3.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritq3 ex p̃ma pte.10.a.maior.b.q̃re ex p̃ma pte.8.ꝓ/

portio.a.ad.c.maior est q̃ proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.ꝛ.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex. 12.proportio.a.ad.c.est maior q̃.d.ad.f. quare constat propositum

## Propositio .32.

SI fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.

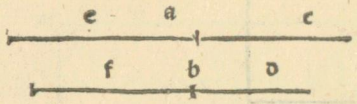
¶Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemq; tres in alio.d.e.f.quẽ admodum in premissa: sitq; maior proportio.b.ad.c.q̃.d.ad.e.ꝛ maior.a.ad.b. q̃.e.ad.f.dico ꝙ maior erit.a.ad.c.q̃.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritq; g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃ ad.b. per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃.c.ad.f.sit itaq;. b. ad g.vt.e.ad.f.eritq;.a.maior.b.ex prima parte. 10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃.b.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.b.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo qꝺ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.ꝛ.b.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃.d.ad.f.quod est propositum.




## Propositio .33.

SI fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ totius ad totum.

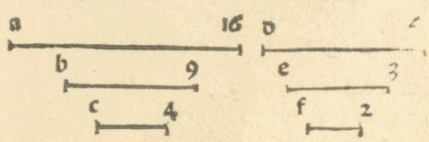
¶Sint due quantitates.a.ꝛ.b.a quibus abscindantur.c.ꝛ.d.ꝛ resi/dua sũt.e.ꝛ.f.sitq; maior proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.dico ꝙ maior erit proportio.e.ad.f.q̃.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatum minor erit.a.ad.b.q̃.e .ad.f. quod est propositum.



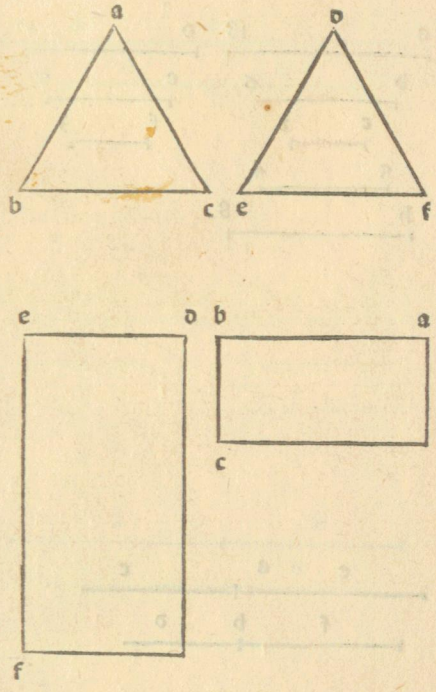

## Propositio .34.

SI quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ alicuius subsequentis ad suaꝫ. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentiuꝫ ad suam comparem aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̃ prime ad primam

Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitq; maior ꝓportio.a.ad d.q̃.b.ad.e.ꝛ.b.ad.e.sit maior q̃.c.ad.f.dico ꝙ ꝓportio.a.b.c.piter acceptaꝫ. ad.d.e.f.piter acceptas. ẽ maior q̃.b.ad.e.vl̃ maior q̃.c. ad.f.ꝛ etiã maior.q̃.b



ꝛ.c.pariter acceptaꝫ ad.e.ꝛ.f.pariter acceptas:ꝛ q̄p ipſa eſt minor q̄ꝫ.a.ad. d.cū ſit eni.a.ad.d.maior q̄ꝫ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maior q̄ꝫ.d.ad.e.ꝛ coniunctim.a.b.ad.b.maior q̄ꝫ.d.e.ad.e.ꝛ iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maior q̄ꝫ.b.ad.e.quare per p̄missam.a.ad.d.eſt maior q̄ꝫ.a.b.ad .d.c. eodēq; modo ꝓbaī maiorē ēe.b.ad.e.q̄ꝫ.b.c.ad.e.f.itaq; maior ꝓportio ē.a.ad.d.q̄ꝫ.b.c.ad.e f.q̄re permutatim maior eſt. a.ad.b.c.q̄ꝫ.d.ad.e.f.ꝛ coniunctim maior.a.b.c.ad b.c.q̄ꝫ.d.e.f.ad.e.f.ꝛ iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.e .f.q̄ꝫ.c.b .ad.e.f. quare per p̄missam maior eſt.a.ad.d.q̄ꝫ.a.b.c.ad.d.e.f. quod eſt ꝓpoſitum. Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.




Superficies ſimiles dicūt q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraq; equos angulos continentia ꝓportionalia.

¶ Vt ſi trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono d.ꝛ.f.fueritq; angulus.a.equalis angulo.d.ꝛ angulus.b.equalis angulo.e.ꝛ ꝓportio.a.b.ad.d.e.ſicut a.c.ad.d.f.ꝛ.b.c.ad.e.f.ipſi erunt ſimiles.

Superficies mutuoꝝ laterum ſūt inter quarum latera uncontinua ꝓportionalitas retrālitine habetur.

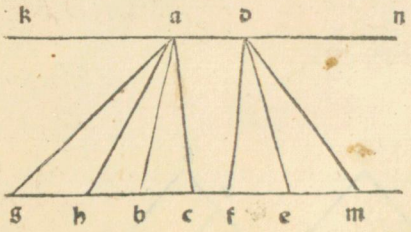
¶ Vt ſi duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.ꝓportio .a.b.lateris primi.ad. d.c.latus ſecundi fuerit ſicut ꝓportio. e.f. lateris ſecundi.,ad.b.c.latus primi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum ſiue mutekeſia. ¶ Linea dicitur diuidi ſecundū ꝓportionē habentē medū ꝛ duo extrema quando eadem eſt ꝓportio totius ad maiorem ſui ſeccionē que ē maioris ad minorem.

## Propoſitio .1.

Si duarum rectilinearum ſuperficierum equidiſtantium laterum ſiue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta ſua baſis ad baſim alterius.

¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico cē ꝓportionē coꝝ:ſicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma ſup lineā vnam que ſit.g.m.erūtq; propter hoc q̄p ſunt equalis altitudinis inter lineas equidiſtantes quarū ſit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.ſumā.g.c.multiplicē ſm quēcumq; numerū voluero.a.d.b.c.ꝛ diuidā eā in ꝑtes equales.b.c.in punctis.b.ꝛ. b.a quibus ꝛ punto.g. ducā equidiſtantes linee.a.b.que ſūt.g.k.ꝛ.b.l.ꝛ cōplebo ſupficies equidiſtantiū laterū.k.b.ꝛ.l.b.eritq; vnaq̄q; earū ꝑ.36.primi equalis.a.c. q̄re ſicut linea.g.c.ē multiplex lincе.b.c.ita ſupficies.c.k.ſuperficiei.a.c.Siliter quoq; ad lineā.c.f.ſumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē ſm quēcūq; numerū voluero e.f.ꝛ cōplebo ſuperficiē equidiſtātium laterum ducta linea.m.n.equidiſtāter lincе d.e.eritq; ſuperficies .n.f. ita multiplex ſuperficiei .d.f.ſicut linea .m.f. linee.c. f.ꝛquia per.36. primi ſi linea.g.c.eſt maior linea.f.m.ſuperficies.k.c.eſt maior ſuperficie.n.f.et ſi minor minor .et ſi equalis equalis erit per diffinitionē icōtinue

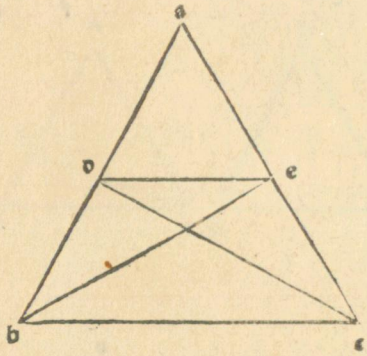
proportionalitatis eadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficici.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum. ¶De triangulis equalis altitudinis idem probabis:z eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus eaꝝ quas ad bases fumes multiplices ad vertices triangulorum.




## Propositio .2.

SI linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidista re necesse est.

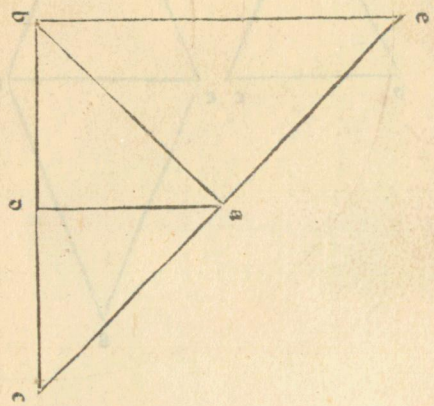
¶Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.z.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qō est.b.c. dico q erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.z ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eꝫ distans linee.b.c.protraham enī duas lineas.e.b.z.d.c.eritqꝫ per.37.primi trian gulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qō ipsi sunt ambo sup lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaqꝫ per scōam partē.7.quinti: ꝓportio trianguli.a.d. c.ad vtrūqꝫ illorum erit vna:sed ꝓportio ei⁹ ꝓpremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.z ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c. Nam ipe cum vtroqꝫ illoꝝ est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qō est primum. ¶Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrūqꝫ illoꝝ proportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equa les:z quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineam.d.e.z ex eadem ꝑte erit ꝑ 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qō est secundum.



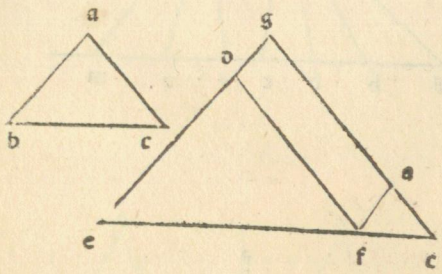

## Propositio .3.

SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim du cta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsi⁹ ba sis reliquis eiusdem trianguli lateribus ꝓportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo du cta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū ꝑ equalia dividere necessario cōprobat.

¶Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.dividat linea. a.d.ꝑ equalia :dico q pro portio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.z ecōuerso:protrahamenim.b.e. equidi stantem.a.d.z producā.c.a.quousqꝫ concurrat cū.b.e.in puncto.e.eritqꝫ per pri mam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. z per scōam partem eiusdem angulus.c.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.c. a.est equalis.a.b.z ideo ꝑ primā partem.7.quinti proportio.c.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶Secunda pars que est conuersa prime ptis probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione si fue rit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissā.e.a.ad.a.c.ē sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.z.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.z.e.b.a sunt equales.igitur per primā z secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equa lis angulo.d.a.c.quod est secundum.



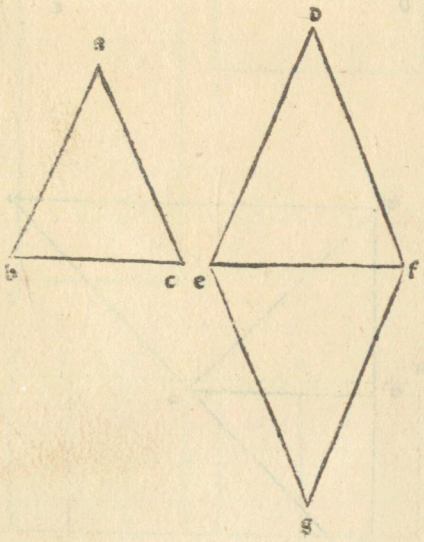
## Propositio .4.




OMnium duorum triangulorum quoꝝ anguli vnius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sunt duo trianguli. a.b.c. d.e.f. equianguli. sitqꝫ angulus. a. eq̄lis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo .e. ⁊ angulus. c. angulo. f. dico q̄ ꝓportio. d.e. ad. a.b. ⁊ d.f. ad. a.c. est sicut. e.f. ad. b.c. ponā enim ambos trianꝯgulos sup lineā vnā que sit. e.c. ita q̄ duo anguli vnius qui erunt sup banc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandē. non quidē medius medio aut extremus extremo. sed medius vnius extremo alterius. ⁊ ponā duos eorū medios angulos in eodē pūcto coire. sitqꝫ. a. f. c. ipse idē triangul⁹ q̄ erat. a.b.c. ⁊ q̄ angulus. a.f.c. ē eq̄lis angulo. c. ⁊ angulus. d.f.e. āgulo. c. p ypothesiꝫ: erit p primā partem. 28. primi linea. a.f. equidistans. d.e. ⁊ d.f. equidistans. a.c. cōplebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit. g.f. eritqꝫ per. 34. primi. g.a. equalis. d.f. ⁊ g.d. equalis. a.f. quia. ergo per secūdum huius. g.a. ad. a.c. sicut. e.f. ad. f.c. et per eandem. e.f. ad. f.c. sicut. c.d. ad. d.g. erit per. 7. quinti .d.f. ad. a.c. ⁊ per eandem. c.d. ad. f.a. sicut. c.f. ad. f.c. quod est propositum.

## Propositio .5.




OMnium duorum triangulorū quorū cunctorū laterū se se respicientiū ē proportio vna anguli lateribus ꝓportionalibus contenti equi sibi invicez esse probantur.

¶ Hec est conversa prioris nec fecit ex ea ⁊ premissa vnā cōclusionem sicut fecit in secunda ⁊ tertia huius: q̄ nec eadē figuratione nec eisdē medijs demonstratur quibus p̄cedens. Sint itaqꝫ duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sitqꝫ proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e.f. dico q̄ angulus. a. ē equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo. e. ⁊ angulus. c. angulo. f. constituā super lineam. e.f. in opposita pte trianguli. d.e.f. angulū. f.e.g. equalem angulo. b. ⁊ angulū. e.f.g equalem angulo. c. eritqꝫ per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a.b. ad. e.g. ⁊ a.c. ad. f.g. sicut. b.c. ad. e.f. quare. a.b. ad. d.e. sicut ad. e.g. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut ad. f.g. igitur per secundam partem none quinti d.e. est equalis. e.g. ⁊ per eandem. d.f. equalis. f.g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d.e.f. ⁊ g.e.f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g.e.f. est etiam equiangulus triangulo. a.b.c. constat propositum.

## Propositio .6.

OMnes duo trianguli quorum vnus angulus vni⁹ vni angulo alterius eq̄lis. lateraqꝫ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

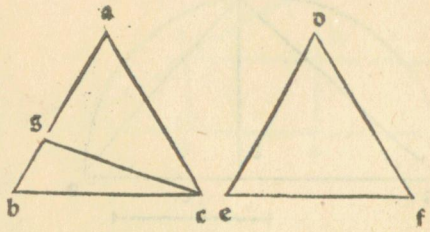
¶ Maneat prior dispositio. ⁊ sit solū angulus. b. equalis angulo. d.e.f. ⁊ proportio. a.b. ad. d.e. sicut. b.c. ad. e.f. dico adhuc duos triāgulos. a.b.c. d e.f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter ypotheses p̄misse conclu-

ſionis.a.b.ad.c.g.ſicut.b.c.ad.c.f.erit.a.b.ad.d.e.ſicut.a.b.ad.e.g.quare per ſe
eundam partem none quinti.d.e.eſt equalis.c.g.quia ergo duo latera.d.e.ꝛ.e.f.
trigoni.d.e.f.ſunt equalia duobus lateribus.e.g.ꝛ.c.f.trigoni.g.e.f.ꝛ angulus.e.
vnius angulo.e.alterius:quia vterqꝫ eſt equalis angulo.b.ipſi erunt per quartam
primi equianguli ꝛ quia.c.g.f.eſt etiam equiangulus.a.b.c.patet propoſitum.

## Propoſitio .7.

SI fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni
angulo alterius equalis:duoqꝫ ſuorum reliquorum angu
lorum lateribus proportionalibus contenti:duorum ve/
ro demum reliquorum vterqꝫ aut neuter recto angulo mi/
nor neceſſe eſt illos duos triangulos omnibus ſuis angu
lis inter ſe inuicem equiangulos eſſe.

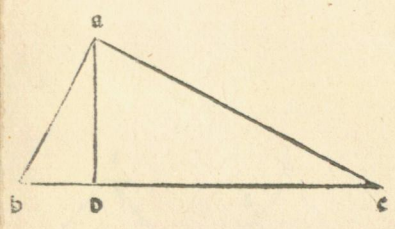
¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.ſitqꝫ angulus.a.equalis angulo.d.ꝛ proportio
a.c.ad.d.f.ſicut.c.b.ad.f.e.ꝛ vterqꝫ duorꝫ angulorum.b.ꝛ.e.aut neuter ſit minor
recto:dico eos eſſe equiangulos.Si enī angulus.c.vnius eſt equalis angulo.f. al/
terius:patet propoſitū per premiſſam.Sin autem ſit.c.maior fiatqꝫ angulus. a.c
g.equalis eidem:eritqꝫ per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.
e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.ſicut.g.c.ad.c.f.ſꝫ ſic fuit.b.c
ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.ꝛ.b.c.ſunt equales .ergo per quintā primi angulus
b.eſt equalis angulo.b.g.c.ſi ergo neuter duorū angulorꝫ.b .ꝛ.e. fuerit minor re/
cto:accidet duos angulos vnius trianguli nō eſſe minores duobus rectis: qō eſſe
non poteſt per.32.primi Qō ſi vterqꝫ fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior
recto per.13.primi:quare ꝛ angulus.e.ſibi equalis eſt etiam recto maior qō ē con
tra ypothe.quare deſtructo oppoſito remanet propoſitū: oportet aūt vtrūqꝫ an/
gulorum reliquorꝫ aut neutrū eſſe minorem recto.poſſibile enim eſt in eodem tri/
angulo vt in triāgulo.a.b.c.lineam.g.c.cē equalē.b.c .ꝛ iō erit.a.c.ad vtrāqꝫ eaꝫ
vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. ꝛ.a. b.c. equianguli
quāuis vnus angulus vnius ſit equalis vni angulo alterius immo idem vt angu/
lus.a.ꝛ proportio linee.a .c. put eſt latus magni ad.a.c.prout eſt latus pui ſicut
b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraqꝫ enim equalis : ꝛ hoc eſt ꝓpter hoc
q̄ angulus.g.minoris eſt maior recto:ꝛ angulus.b.maioris minor.Nam in omni
triangulo duum equalium laterum vterqꝫ angulorum qui ſunt ad baſim eſt minor
recto.




## Propoſitio .8.

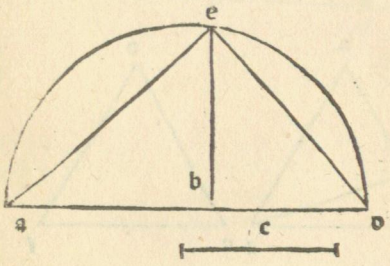
SI ab orthogonij angulo recto ad baſim linea perpendi/
cularis ducatur. fiēt duo trianguli partiales toti triangu
lo ꝛ ſibi inuicem ſimiles. Unde etiam manifeſtum eſt quia
in omni triangulo rectangulo ſi ab eius angulo recto ad
baſim perpendicularis ducatur. erit ipſa perpendicula/
ris inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis. Itemqꝫ vtrūqꝫ
latus inter totam baſim atqꝫ ſibi conterminalē baſis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiuſqꝫ angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.




perpendicularis ad basim. dico ꝙ vterqꝫ duorum triangulorum partialium qui sũ a.b.d.a.d.c.similis est totali triangulo.a.b.c.⁊ vnus eorum alteri. ẽ enim vterqꝫ ipsorum equiangulus totali per.32.primi.eo ꝙ vterqꝫ est orthogonius ⁊ in vno angulo cõmunicat cum totali:quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita ꝙ angulus b.est equalis angulo.d.a.c. ⁊ angulus.b.a.d.angulo.c. ⁊ duo anguli qui sunt.ad d.sibi inuicem ⁊ angulo.a.totali equales:quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia.sunt proportionalia:ergo per diffinitionem sunt similes :qđ est propositum:vtrũqꝫ correl'.ex his euidenter apparet.

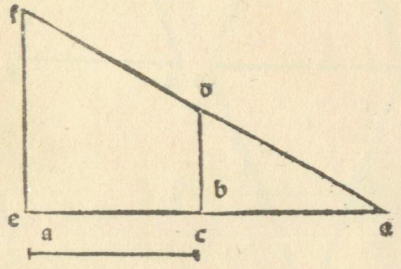
## Propositio .9.




Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earuꝫ alteri sitqꝫ tota ex eis composita.a.d.ita ꝙ.b.d.sit equale.c.⁊ super totam describo semicirculum.a.e.d.⁊ produco .e.b.vsqꝫ ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d.dico lineam.b.e.esse quẽ querimus :produco enim lineas.e.a.⁊.e.d.eritqꝫ per.30.tertij angulus.e.totalis rectus :quare per primam partẽ correl'.premisse ꝓportio.a.b.ad.b.e.sicut.b.e.ad.b. d. qđ est propositum.

## Propositio .10.




Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

¶Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.quibus volo tertiam in cõtinua proportionalitate subiungere: coniũgo lineam.c. angulariter vt cõtingit cuꝫ linea.a.b.sitqꝫ.a.d.sibi equalis. ⁊ produco lineã.a.b.vsqꝫ ad.e.donec fiat.b.e.equalis.a.d.⁊ protracta linea.b.d.a puncto.e.duco lineã sibi equidistantemq̃ꝫ ⁊ lineam.a.d.produco quousqꝫ concurrant in puncto. f.dico igitur lineam.d.f.esse quẽ querimus.est enim per secundã huius proportio.a.b. ad.b.e.sicut.a.d.ad.d.f.sed.a.b.ad.b.e:est sicut.a.b.ad.a.d. per.2.ꝑtẽ.7.quinti:quare.a.b.ad.a.d.sicut.a.d.ad.d.f.qđ est propositum. Qđ si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam.ad quam sit proportio tertie.sicut prime ad secũdaꝫ:ex prima ⁊ secũda fiat linea vna ⁊ toti cõposite tertia:angulariter adiungat̃ ⁊ a cõmuni termio prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatẽ tertie:⁊ ab altero termino secũde ducat̃ huic linee equidistans:quousqꝫ concurrat cum tertia in cõtinuuꝫ rectumqꝫ protracta:eritqꝫ per secundam huius linea q̃ꝫ hec equidistãs abscindet que queritur:quẽadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b.secunda.b.e. tertia.a.d.erit quarta.d.f.

## Propositio .11.

AB assignata linea quotamcũqꝫ iubearis partem abscindere.

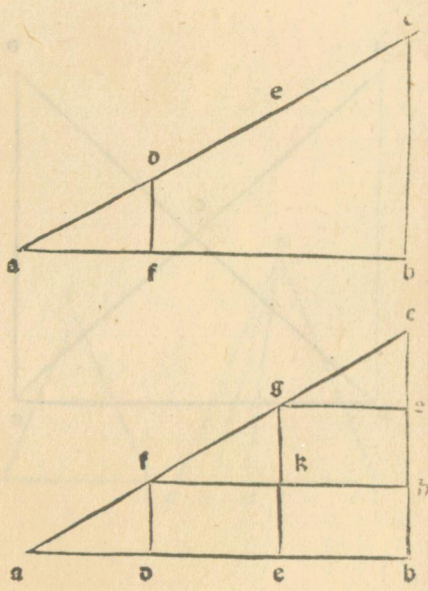
¶Sit.a.b.linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere:coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinite quantitatis que sit .a.c.a qua reseco tres equas portiones.

que sint a.d.d.e.z.e.c.z produco lineas .c.b.z.d.f.sibi equidistãtes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad. d.a. patet.a.f.esse tertiam.a.b.quod est propositum.

## Propositio .12.

DAbus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

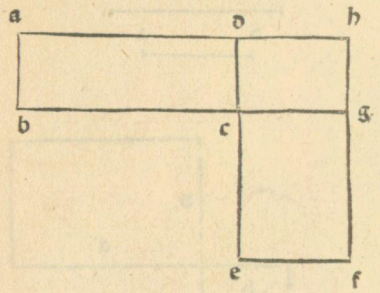
¶Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam.a.b.z.a c.sitqz.a.b.diuisa in tres vel qualescũqz portiones signatis i ea punctis.d.z.e.volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter cõiũxero.protrabã lineã.b.c.z equidistantes.ei.d.f.z.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a. b.protrahã enim.f.b.equidistantez;.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritqz per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.z.c.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k f.quare z sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.z scõam partem.7.quinti qõ est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b. minus vna.At vero.34.primi.z septimi quinti minus duabus.




## Propositio .13.

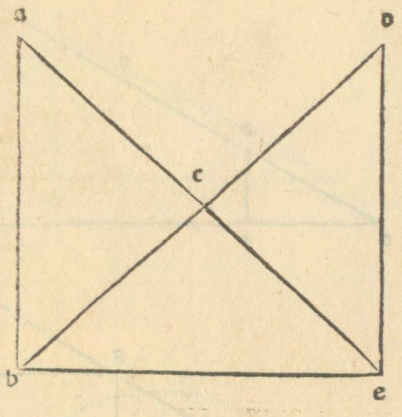
SI due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶Sint due superficies.a.b.c.d.z.c.e.f.g.equidistantium laterum z equales. sitqz angulus.c.vnius equalis angulo.c.alterius.dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g.esse sicut e.c.ad.c.d.z si ꝓportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad .c.d. z predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illas duas superficies equidistantiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.vnius cum angulo.c.alteri⁹ ita ꝙ duo latera earum que sunt.b.c.z.c.g.fiant linea vna :eruntqz similiter duo reliqua latera.d.c.z.c.e.linea vna.alioquin sequeret per presentem ypothe.que est angulum.c.vnius:esse equalem angulo.c.alterius.z per.15.primi:partem eẽ equalem toti.cõplebo itaqz superficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.z.f g.quousqz concurrant in.b.eritqz per primam partem.7.quinti vtriusqz superficiei.a.c.z.c.f.ad superficiem.c.b.proportio vna:z quia per primam huius ꝓportio superficiei.a.c.ad supficiẽ.c.b.sicut linee.b.c.ad lineam.c. g. z superficiei. c.f. ad eandem superficiem.c.b.sicut .e.c.ad.c.d.manifesta ẽ prima pars propositeõ clusionis.Scõa ps sic pz.ꝙ primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.b.z.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandẽ.c.b.z qz positũ ẽ ꝙ proportio.b.c.ẽ ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit vtriusqz duaꝝ supficierũ.a.c.z.e.g.ad supficiẽ .c.b. vna proportio.ergo per primã partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicqz patet scõa pars.




## Propositio .14.

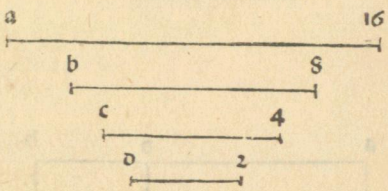
SI duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eqles fuerint:latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eqles




esse comprobantur.

¶Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.c.esse sicut.d.c.ad.c.b.7 si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.7 predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos duos triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita q3 latera.a.c.7.c.e.fiant linea vna.cruntq3 similiter.b.c.7.c.d.linea vna.aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:7 protrahabam lineam.b.c.eritq3 per primam ptem 7.quinti vtriusq3 dictor3 triangulor3 ad triangulum.c.b.c.proportio vna:7 q3 per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.c.7 secundi eorum ad eũdem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓpositeconclusionis.¶Secunda pars econuerso probatur.q3.a.c.ad.c.c.est sicut primi trianguli ad triangulũ.b.c.e 7.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:7 quia positum est vt sit a.c.ad.c.c.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq3 dictorum triangulorum ad triangulũ.b.c.e.vna proportio:quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales.sicq3 patet secunda pars.

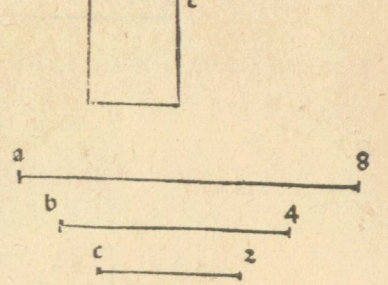
## Propositio .15.




SI fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima 7 vltima rectangulum continetur:equũ erit ei qõ sub duabus reliquis. Si vero qõ sub prima 7 vltima continetur equus fuerit ei qõ sub duabus reliquis continetur rectãgulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitq3 proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d.dico q3 superficies contenta sub.a.7.d.equalis est superficiei contente sub.b 7.c.7 si superficies contenta sub.a.7.d.est equalis supficiei contente sub.b. 7.c.dico q3 proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.Fiant eni superficies contenta sub.a.7.d 7 superficies cõtenta sub.b.7.c.Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. latera illarum superficierũ erunt mutekesia.sed 7 anguli ab eis contenti equales:q3 vtraq3 est rector3 angulorũ: quare per scõaz partẽ.13.huius ipsi sunt equales quod est primum.¶Scõm patet per primam partem eiusdẽ.si enim ipse sunt equales. q3 oẽs anguli earum sunt recti : latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.

## Propositio .16.



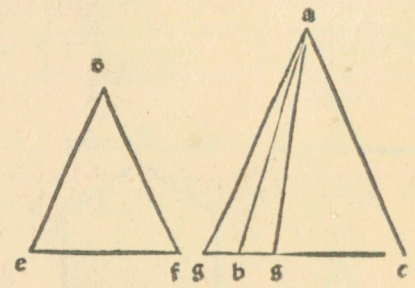

SI fuerint tres linee proportionales qõ sub prima 7 tertia rectangulus continetur: equũ erit ei qõ a secunda quadrato describitur. Si vero qõ sub prima 7 tertia continetur equum est ei quadrato qõ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico q3 superficies contenta sub.a.7.c.equalis est quadrato.b.7 si superficies contenta sub.a.7.c.est equalis quadrato.b.dico q3 proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita q3.b.sit in ratione secunde 7 tertie.

## Propositio .17.

Si fuerint duo triāguli similes proportio alterius ad alterū est tanqz pportio cuiuslibet sui lateris ad suū relatiuū lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestū etiā ex hoc qz omnium triū lineaꝝ cōtinue pportionaliū quāta ē prima ad tertiā tanta erit superficies cōstituta sup primā ad superficiē cōstitutā sup scōam. cū fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

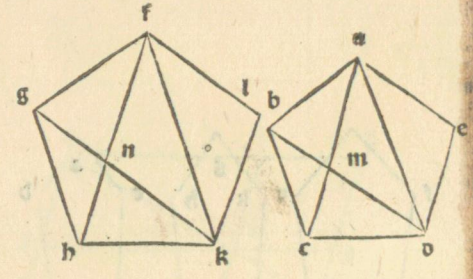
¶Sint duo trianguli. a.b.c. ⁊ d.e.f. similes erūtqz p diffinitionē equianguli ⁊ laterum pportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo e. ⁊ angulus. c. angulo. f. eritqz proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e f. dico qꝫ proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. ē sicut pportio. b.c. ad. e f. duplicata. Subiūgaſ enim ſm doctrinā .1 o. huius duabus lineis. b.c. ⁊ e.f. tertia in continua proportionalitate que sit. c.g. ptracta aut resecata. c.b. si. c.g. fuerit ea maior aut minor ⁊ producatur linea. g.a. eritqz per scōam partem. 14. huius triangulus. a.g.c. equalis triangulo. d.e.f. propter id qꝺ pportio. a.c. ad. d.f. est sicut. e f. ad. c.g. ⁊ angulus. c. equalis angulo. f. quare per scōam partem. 7. quinti trianguli. a.b.c. ad vtrūqz illorum erit vna pportio: sed per primā huius pportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. a.g.c. est sicut b.c. ad. g.c. At vero pportio. b.c. ad. c.g sicut. b.c. ad. c.f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ꝫ pportio trianguli. a.b. c. ad triangulum. d.e.f. ē sicut proportio. b.c. ad. d.f. duplicata qꝺ est ppositum. Si autē. c.g. sit equalis. b.c. erit per scōam ptem. 14. huius triangulus. a.b.c. equalis triangulo. d.e.f. equalis autē pportio cōponitur ex equali duplicata vel tripli/cata vel quotienscūqz sumpta. Istam eandē passionē possemus codē modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterū similibus sumpta solū. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autē eam. qz per sequentem demōstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similib⁹. Quare p correl. qꝫ vniuersaliter pponitur de omnibus superficiebus similibus nōdū patet nisi de triangulis. ſz demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est correl. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.




## Propositio .18.

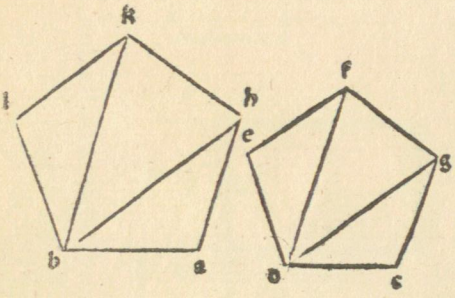
Omnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atqz numero equales. Estqz p/portio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui late/ris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶Sint gratia exempli duo penthagoni. a.c. d.f.b.k. siles. dico qꝫ ipsi sunt diuisibiles in triangulos siles numero eqles. ⁊ qꝫ pportio alterius eorum ad alterꝫ ē sicut .a.b. ad. f.g. pportō duplicata. ducāſ ei linee due. a.c. ⁊ a.d. itēqz f.b. ⁊ f.k. eritqz p presentē ypothe. ⁊ p. 6. huius triangulus. a.b.c. equiangulus triangulo. f.g.b. ⁊ triangulus. a.e.d. triangulo. f.l.k. Similiter quoqz per hāc cōem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangul⁹. a.c.d. equiangulus triangulo. f.b.k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. ⁊ laterꝫ p/portionaliū: ⁊ qꝫ trianguli in quos diuidunt̄ sunt adinuicē equianguli: vt pbatum est. erunt etiā ⁊ siles p. 4. huius ⁊ diffinitionē similiū superficierꝫ: quare cum ipsi sint numero equales patet primū. ¶Scōm sic. ptrahant̄. b.d. que secet. a.c. i puncto



m.⁊.g.k.que secet.f.h.in puncto.n.eritq; triangulus.b.c.d.equiangulus triangulo.g.h.k.per.6.huius ⁊ presentē ypoth.quare ⁊ triangulus.a.b.m.triangulo.f.g.n.⁊.a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad.f.n.⁊ a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n.k.ergo pmutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primā huius.a.b.m.ad a.m.d.⁊.b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.⁊ per eandē.f.g.n.ad.f.n.k.⁊.g.n h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo p.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.sicut.f.g.h.ad.f.h.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d.ad.f.h.k.eadē rōne ꝓbabis ꝙ ⁊ sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo p.13.p̄mi quiti toti⁹ pēthagoni ad totū pēthagonū sicut.a.b.c.ad.f.g.h.per p̄missam igitur est proportio penthagoni.a.c.d.ad penthagonū.f.h.k.sicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qd̄ est ꝓpositū:ex quo rursus patet correl'.precedentis.¶Aliter pōt demōstrari scd̄m.cū eni trianguli i quos pethagoni diuidunt̄ sint adinuicem similes: erit per precedētem proportio.a.b.c.ad f.g.h.sicut.b.c.ad.g.h.duplicata.⁊.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h.k.duplicata.⁊.a.e.d.ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata.qr igitur omnes hec ꝓportiōes duplicate sunt equales propter hoc qd̄ positū est simplas esse equales:erit p.13.quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris vnius ad suum relatiunm.latus alterius proportio duplicata.

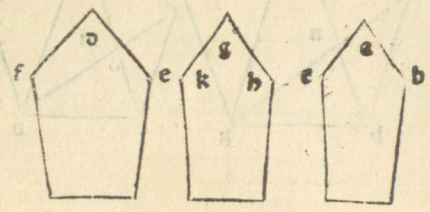
## Propositio .19.




Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶Sit data linea.a.b.supra quā volo constituere superficiem similē date supficiei que sit penthagona:⁊ sit.c.d.e.f.g. diuido hunc pēthagonū in triangulos ductis lineis.d.f.⁊.d.g.⁊ sup punctū.a.cōstituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.h.⁊ super punctū.b.constituo alium angulum:qui sit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quousq; cōcurrat cū a.h.in pūcto.h.eritq; per.32.primi angulus.a.h.b.equalis angulo.c.g.d.⁊ ideo per.4.huius latera duoꝝ trianguloꝝ.g.c.d.⁊.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoq; angulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.⁊ angulum.k.b.l.ducta linea b.e.equalē angulo.f.e.d.⁊ angulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.d.g.f.⁊ angulum.b.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritq; perfectus penthagonus qui cōstituend⁹ erat sup lineā.a.b. est eni equiangulus dato penthagono ꝓpter equalitatē anguloꝝ trianguloꝝ in quos est vterq; diuisus sed ⁊ laterū ꝓportionaliū propter ꝓportionalitatē laterum ipsorū trianguloꝝ que ex.4. huius euidenter apparet:quare per diffinitionem similium superficierū penthagonus constitutus super lineam.a.b.est similis penthagono dato qd̄ est propositum.

## Propositio .20.

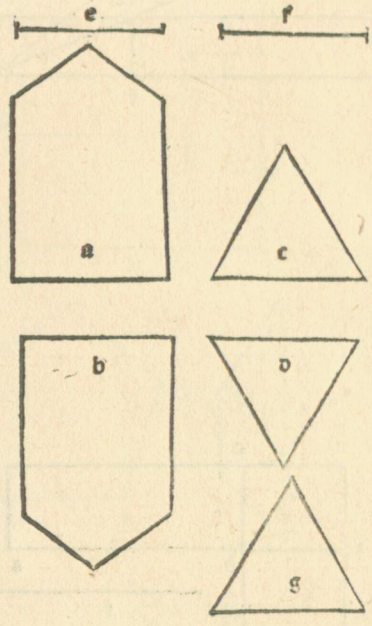



Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶Sit vterq; penthagonorum.a..b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h k.dico eos esse similes sibi inuicem.Est enim vterq; eorum equiangulus pēthagono.g.h.k.per cōuersionē diffinitōis siliū superficieꝝ: quare sunt equianguli adinuicē.Similiter quoq; p cōuersionē eiusdē diffinitionis

proportio.a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.z.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.z.d.e.f.continentia equos angulos esse proportionalia.per diffinitionem itaq3 similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem.quod est propositum.

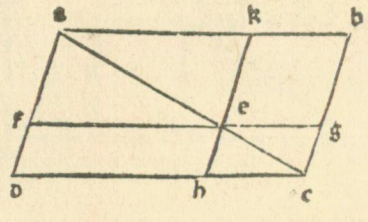
## Propositio .21.




Si fuerint quotlibet linee proportionales atq3 sup binas z binas similes superficies designentur:ipse quoq3 superficies erunt proportionales.Si vero super binas z binas similes superficies constitute fuerint,pportionales:ipsas quoq3 lineas proportionales esse necesse est.

¶Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.sitq3 proportio.a.ad.b. sicut.c. ad d.dico q3 si superficies similes constituantur super.a.z.b.vtpote duo penthagoni similes z alie similes constituantur super.c.z.d. vtpote duo trianguli simles: erit proportio penthagonorum sicut triangulorum.Qđ si fuerint penthagoni similes z similiter etiã trianguli similes:fueritq3 proportio penthagoni ad penthagonum:sicut trianguli ad triangulũ:dico q3 erit ,pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.Subiungat enim lineis.a.z.b.e.z lineis.c.z.d.f .in continua,pportionalitate:sicut docet.10.huius.eritq3 per.22.quinti z per equã ,pportionalitatẽ.a.ad.e.sicut.c.ad.f. quia ergo per correl'.17.huius proportio penthagonorum: ẽ sicut.a.ad.e.z triangulorum sicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum sicut triangulorum:z hoc est primũ.¶Scõm sic patet.Sint duo penthagoni similes z duo trianguli siles. sitq3 proportio penthagonorum sicut triangnlorum.dico q3 proportio. a. ad.b. ẽ sicut c.ad.d.Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum est supra. 10 huius .z super.g.fiat sicut docet.19.huius.superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritq3 per premissam similis ei que constituta est super lineam.d. eritq3 etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoni.a. ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per secundam partem.9.quinti triangulus. d.est equalis triangulo.g.Et quia sunt similes:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum super lineas.c.d.z .g.sint trianguli:vel per secundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas eni nõ ,ducit' ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eq̃li.erit itaq3 c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.

## Propositio .22.




Tancte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti paralellogramo atq3 sibi inuicem sunt similes.

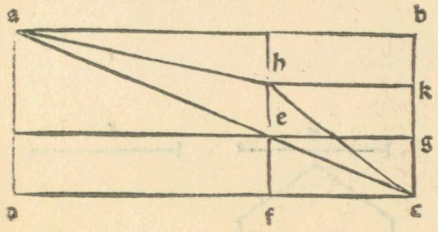
¶Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. consistant superficies.g.b.z.f.k.equidistãtiũ laterũ.circa diametrũ.dico eas eẽ siles toti palellogramo z sibi inuicẽ.ẽ eni p scõa3 $b^9$ .b.g.ad.g.c.z.d.b.ad.b.c.sicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiz.b.c.ad.c.g.z.d.c.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.e. q̃re p. 11.hui$^9$ b.c.ad.c.g.sicut.d.c.ad.c.b.sed etiam sicut.a.b.ad.c.g.cũ.a.b.sit eq̃lis.d.c.z.c. g.b.c.codẽ modo erit .a.d.ad.e.b.sicut.a.b.ad.c.g.z.d.c.ad.b.c.quia ergo ista

paralellograma ſunt equiangula conſtat per diffinitionē ſimilium ſuperficiez.g.b. eſſe ſile.b.d. Sili quoq3 modo ꝓbab.f.k.eē ſile eidē. ꝓpt̄ hoc q.b.a.ad.a.k.t.d.a ad.a.f.ē ſicut.c.a.ad.a.e.ꝑ ſcōaz bui9 t cōiūctā ꝓportionalitatē:q̄re p.20.bui9.f.k ē etiā ſile.g.b. ſicq3 pz totū.

## Propoſitio .23.

SI in ſuo ſpacio palellogramū partiale diſtinctum toti paralellogramo ſimile.atq3 ſcōm ſuū illius eſſe fuerit:circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

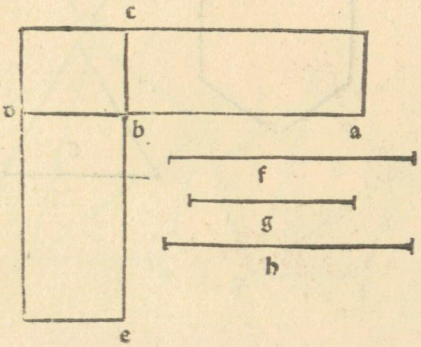
¶Sit ut in paralellogramo.b.d.ſit diſtinctum paralellogramū. f.g. qō ſit ſibi ſimile.t ſcōm ſuū eē.i.participans cū eo in angulo.c. dico q paralellogramū.f. g.conſiſtit circa diametrū paralellogrami .b.d.t. eſt hec conuerſa precedentis.producā enī.a.e.c.que ſi fuerit diameter paralellogrami.b.d.cō ſtat propoſitum.Sin autem ſit.a.b.c.diameter eius.t ducaz.b.k. equidiſtans.f. c.eritq3 per premiſſam paralellogramū.f.k.ſimile palellogramo.b.d.ergo per conuerſionē diffinitionis ſimilium ſuperficiez ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē ſicut.d.c.ad.f.c. ſed per eandē cōuerſionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē ſicut.d.c.ad.f.c propter id qō palellogramum.f.g.poſitum eſt ſimile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.eſt ſicut.b.c.ad.k.c.vtraq3 enī eſt ſicut.d.c.ad.f.c quare p ſecūdā ptē nonē quinti.g.c.eſt equalis.k.c.pars videlicet toti quod ē impoſſibile. Erit igitur.a.c.c.diameter palellogrami.b.d.quod eſt propoſitum.




## Propoſitio .24.

OMnium duarum ſuperficierum equidiſtantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duab9 proportionibus ſuoz latez duos equos angulos ꝓtinentium

¶Sint due ſupficies equidiſtantiū laterū.a.c.t.e.d.ſitq3 angul9.b. vnius equalis angulo.b.alterius. dico q ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta eſt ex proportione.a.b.ad.b.d.t.c.b.ad.b.e.diſponā enim bas duas ſupficies penitus ſicut diſpoſui eas in..13.huius.adiuncto ad vtrāq3 palellogramo.c.d.t ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g.ſit ſicut.a.b.ad.b.d.t.g.ad.b.ſicut.c.b.ad.b.e.qualiter enī hoc fiat.dictum eſt ſupra.10.huius:eritq3 per primā huius.t.11.quinti.a.c. ad.c.d.ſicut.f.ad.g.t.c.d.ad.d.e.ſicut.g.ad.b.quare p.22.quinti erit in equa ꝓportionalitate.a.c.ad.d.e.ſicut.f.ad.b.t quia.f.ad.b.producitur ex.f.ad.g. t.g. ad.b.vt dictū ē in fine expoſitionis.11.diffinitōis q̄nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducaz ex eiſdē:q̄re cōſtat ꝓpoſitū.




## Propoſitio .25.

DAte ſupficiei ſimilem alijq3 ꝓpoſite equalem deſignare.

¶Sint ꝓpoſite due ſupficies rectilince.A.penthagona.B.exagona. volo facere vnā ſupficiem ſilem.a.t equalē.b.vtrāq3 ꝓpoſitaz ſuperficiez reſoluo in triangulos.A quidez i triangulos.c.a.d.B.vero i triangulos.e.b.f.g.t ſup baſim ſuperficiei.a.que ſit.b.k.cōſtituo ſecūdū doctrinā.44.primi ſuperficiē equidiſtantium laterum rectangulam equalem c.que ſit.b.l.t.l.m.equalem.a.t.m.n.equalem.d.ut ſit tota ſuperficies equidiſtātium laterum.b.n.conſtituta ſuper baſim .b. k. equalis penthagono.a. Eodem modo ſuper lineam.k.n.que eſt 6m latus huius ſuperficiei conſtituo aliā ſuperficiem rectangulā eqlem exagono.b.q1 facio.k.o.equalem.e.t.o.p.equalē.b.t.p.q equalē.f.t.q.r.equalem.g.vt ſit tota rectangula ſuperficies.n.r.equalis exagono.

b.z pono per.9.huius lineam.ſ.t.proportionalē inter lineam.b.k.z lineā.k.r.z ſuper eam ſcōm doctrinam.19.huius conſtituo ſuperficiem.v. ſimilem ſuperficiei a.dico ipſā eſſe quā querimus z equalem ſuperficiei.b.cum enīz tres linee.b.k.ſ.t. z.k.r.ſint continue proportionales.z ſuper primā z ſecūdā ſunt conſtitute ſuperficies ſimiles videlicet.a.z. v.erit per corol'.17.huius.a.ad.v.ſicut. b.k. ad.k.r. quare per primam huius ſicut.b.n.ad.n.r.z ideo per primam partem ſeptime q̄nti ſicut.a.ad.n.r.z propter hoc per ſecundam partem eiuſdem ſicut.a. ad.b. itaqz per ſcōam. parte.9.quinti.v.eſt equalis.b.qō eſt propoſitum. ¶ Qō etiā poſſum⁹ ex pmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum ſit. a.ad.v.ſicut.b.n.ad.n.r. erit permutatim.a.ad.b.n.ſicut.v.ad.n.r.z quia.a.eſt equalis.b.n.erit.v.equalis n.r.quare.v.eſt etiā equalis.b.per hanc cōmunē ſcientiam: quecunqz vni z eidem ſunt equalia inter ſe ſunt equalia. Nō eſt autē neceſſariū vt ſuperficies.b.l.l. m.z.m.n.equidiſtantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut ſupficies.k. o.o. p.p.q.z.q.r.equales triangulis.e.b.f.g.ſint rectangule. ſed vt angulus extrinſec⁹ ſuperficiei.l.m.ſit equalis angulo intrinſeco ſuperficiei.l.b.z extrinſecus.m.n.intrinſeco.m.l. Similiter quoqz vt extrinſecus ſuperficiei.k.o.ſit equalis intrinſeco ſuperficiei.b.n.z extrinſecus.o.p.intrinſeco.k.o.ſicqz de ceteris. Cum enīz ſic fuerit erit vnaquaqz linearum.k.n.z ſibi oppoſita.b.m.itemqz.b.r.z ſibi oppoſita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:z per.14.eiuſdem: quotiens oportuerit equaliter repetitas:propter id qō omnes ſuperficies.b.l.l.m.z.m.n. Itemqz.k o.o.p.p.q.z.q.r.ſunt equidiſtantium laterum z angulus extrinſec⁹ cuiuſqz ſequētis eſt equalis intrinſeco eā p̄cedentis:quare due ſupficies.b.n.z.n.r.erunt equidiſtantium laterū z inter lineas equidiſtantes.z equalis altitudinis. Cetera ergo argue vt prius:

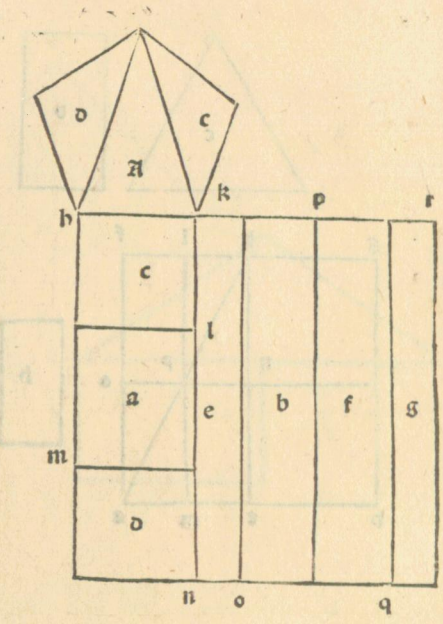
## Propoſitio .26.

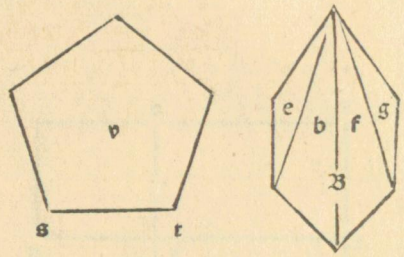
SUper dimidiū date linee palellogramū deſignatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deeſt ad cōpletionē linee ſil'e z ſup diametruz conſiſtens ſuper dimidium collocati.

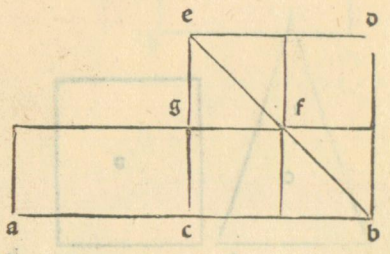
¶ Sit data linea.a. b.ſup cuius dimidiū.c.b.cōſtituaī palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.z ad lineā.a.b.applicet palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ ſecet.c.c.in puncto.g.ita q̄ ad cōplementū totius linee.a.b. deſit ſupficies. f.b.q̄ ſit ſimilis ſupficiei.c.d.z conſiſtēs circa diametrū eius:dico tunc q̄ palellogramū e.d.eſt maī⁹ palellogramo.a.f. Eſt enī p primā huius.a.g.equale.g. b.z p.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē ſcientiam:ſi equalibus equalia addas.z. erit gnomo cōſtans ex tribus palellogramis q̄ ſunt.c.f.f.b.z.f.d.eq̄lis palellogramo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo. a. f.i palellogramo.e.f. qō ē propoſitū. Idē etiā eēt ſi ſupficies.a.f.fieret altior ſupficie.c.d.vt videre potes in ſecunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b. demptis itaqz vtriqz duobus ſupplemētis ſuperficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d. palellogramum.a.f.in palellogramo.f.e.

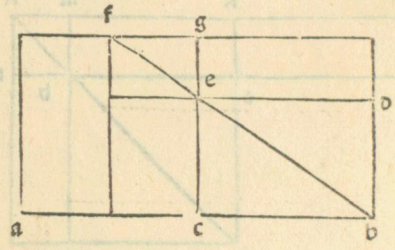
## Propoſitio .27.

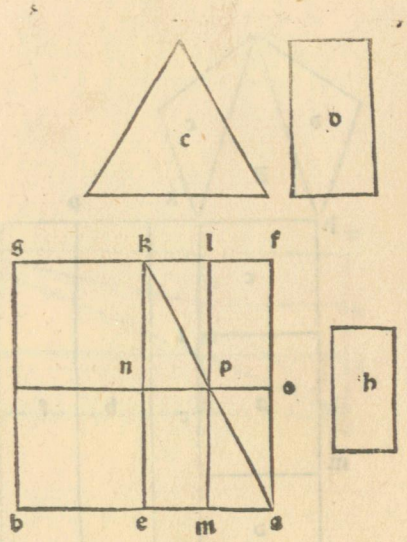
TRilatera ſuperficie ꝓpoſita equū ei ſup quēlibet aſſignatā lineā palellogramū deſignare cui deſit ad cōplēdā lineam alij ſupficiei ꝓpoſite ſil'e palellogramū qō ſcōm eiuſdē ſuum eſſe paralellogramo ſuper dimidium date linee collocato minime maius exiſtat.



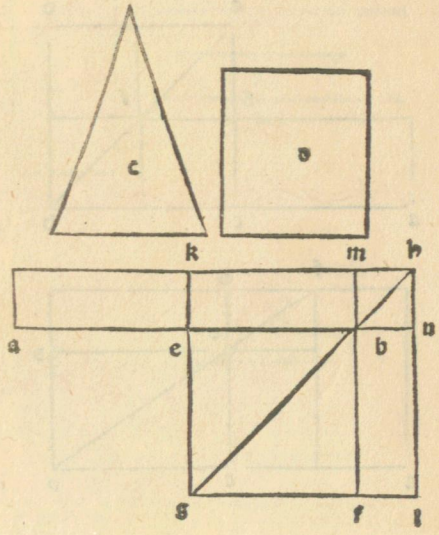






¶Sit assignata linea.a.b.z propositus triangulus.c.propositūqz palellogramum d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita q̄ desit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.z sit ita conditionatū. q̄ triangulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup dimidiū linee.a.b. alioquin ad impossibile laborarē per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per equalia in puncto.e.z secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem .e.b constituo paralellogramuz.e.f.simile.d. z complebo super totam lineam.a.b.paralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g.quale intendit̄ p.36.p̄mi coadinuāte p̄ma pte.9.z p diffinitionē silīū superficierū z.20.hui9.Si aūt minor sit minor in superficie aliq̄ cui eq̄lis z silis.d.fiat p̄m doctrinaz.25.huius que sit b.eritqz.b.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi z proportionalium laterum:protrahamus igitur in palellogramo.e. f.diametrum.b.k.z resecabo latera.k.f.z.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum superficiei.b.protractis lineis.l.m.z.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e. f.secantib9 se in p̄cto.p.vt superficies.k.p.sit equalis z similis superficiei.b.eritqz p.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaqz.o.n.vsqz ad.a.g.dico paralellogramū.a.p.esse eq̄le ꝓponit̄.Deest enī sibi ad cōplemētū linee.a.b.pallellogramū p.b.qō per.22.z.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū a.p.est equale triangulo.c.Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p.43. primi: z hanc cōmunem scientiaz :si equalibus equalia addas.zc.paralellogramū a.p.est equale gnomoni.n.b.l.z quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id qō paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo b.qō est equale paralellogramo.k.p.patet ꝓpositum.

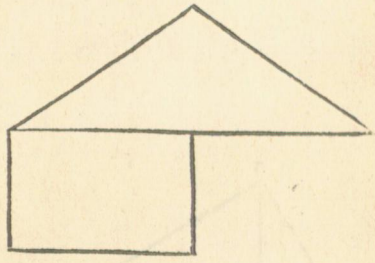
## Propositio .28.




Super datam lineam date superficiei trilatere equum paralellogramum constituere .qō addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium lateruz date superficiei equidistantium laterum similem.

¶Sit vt prius data linea.a.b.z datus triangulus.c.datumqz paralellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangulo.c.qō addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.diuido lineam. a.b.p equalia in puncto.e.z super eius medietatem.c.b.facio.e.f.similem.d. p̄m qō docet.19.huius. z p̄m doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui9 diametrū.g.b. similem.d z equalem duabus superficiebus.e.f.z.c.eritqz per.20.huius.k.l.similis.e.f. supposita igitur superficie.k.l.superficiei.e.f.ita q̄ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei. k.l. quare p̄ctū b.est in diametro.g.b.cōplebo igitur palellogramū.a.b.qō dico esse quale ꝓponitur.qō cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsqz ad.m.z linea.e.b.vsqz ad.n.Est enim per primam partem huius.a.k.equale.k.b.z ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addito ergo vtriqz.e.b.erit p cōez sciam.a.b.equale gnomoni. e.b.f. sed iste gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab9 superficiebus.c.z.e.f.ergo palellogramū.a.b.ē eq̄le.c.z addit ad cōplemētū linee.a.b.palellogramū.m.n.q̄ p.22.z.20.b9 ē silē palellogramo.d. q̄re ꝓstat pfectū esse quod

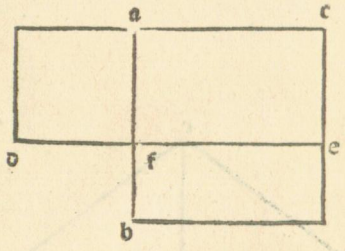
volumus. Possumus aũt ad lineã datã adiungere palellogramũ equale nõ solũ tri
atlere superficiei posite. sed ꝛ cuilibet rectilinee figure proposite quecunqꝫ ipsa fue
rit cui desit ad cõplendã lineam datam superficies similis superficiei equidistanti
um laterum proposite: sicut docꝫ premissa obseruata conditione eius ne laboꝛetur
ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cõplendam lineam superficiẽ
equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cũclusio pre/
sens. propositam enim superficiem cui equale paralellogramũ debet ad lineã da/
tam adiungi. qõ addat aut diminuat ad complctionem linee paralellogramũ simi
le paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ꝛ ipsis mediantibus describe/
mus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc
autem qualiter fiat: ꝛ si scire volueris. require. 25. huius. debinc super duplum ba/
sis eius equalis altitudinis triangulum cõstituemus quẽ si. 44. primi diligenter in
spexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ꝛ superfi/
ciei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramũ ad lineam datam ad/
iunxeris qõ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramũ simile pa/
ralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te p/
fecisse non dubites.



## Propositio .29.

Qamlibet lineam propositam secundũ proportionem ha
bentem medium. duoqꝫ extrema secare.

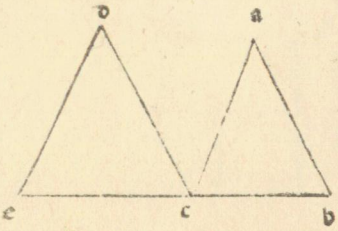
¶ Sit proposita linea. a. b. q̃ꝫ volo diuidere secundũ proportionem habentem medium ꝛ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ꝛ ad eius latus. a. c. adiungo ꝟm qõ docet premissa paralellogramũ c. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cõplementũ linee. a. c. paralellogramũ. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitqꝫ latus palellogrami. c. d. qõ equidistat. a. c. d. e. ꝛ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineã. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est eni a. d. quadratum propter id qõ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ꝛ. f. e. est equalis. a. b. propter id qõ est equalis. a. c. per. 34. primi: ꝛ quia. c. d. equale. b. c. dempto vtrũqꝫ. c. f. erit. a. d. equale. e. b. ꝛ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. er/
go per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ꝛ q̃. e. f. est equalis. a. b. ꝛ. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ꝟm qõ docꝫ. 11. secundi: sitqꝫ. e. b. qõ continetur sub tota. a. b. ꝛ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ꝛ. a. d. sit quadratum. a. f. est itaqꝫ per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qõ restat arguere ut pr̃ꝫ: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qõ docet. 11. secundi. qõ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partẽ 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundã ad. f. b. tertiã per diffinitionem itaqꝫ diuisa est. a. b. vt proponitur.




## Propositio .30.

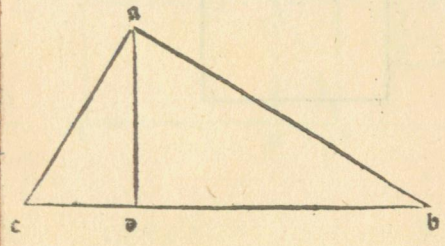
Si fuerint duo trianguli super vnũ angulũ ꝓstituti quoꝝ
duo latera angulũ illuꝫ continentia duobus alijs eoꝝ
lateribus equidistẽt. fuerintqꝫ illa q̃tuoꝛ latera sc̃m equi
distantiam relata proportionalia. illos duos triangulos
super vnã lineam rectam cõstitutos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝓstituti sup angulũ. a. c. d. sitqꝫ. a. c. equidistãs




d.e.z.d.c.a.b..z sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico q̄ due bases co rum.b.c.z.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterq; eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentē ypothe.z.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. z angulus. b. est equalis angulo d.c.e.z angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi enī equantur tribus angulis vtriuslibet duorum tri/ angulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

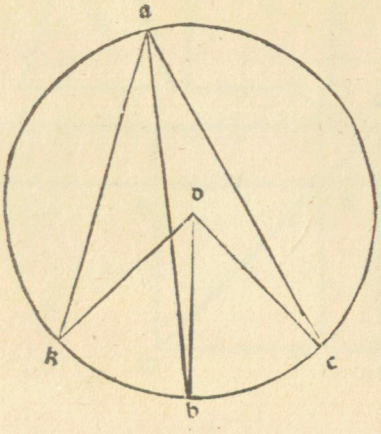
## Propositio .31.




IN omni triangulo rectangulo superficies lateris q̄ sub/ tenditur angulo recto equalis est superficiebus duorū la terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint similes ei in lineatione z creatione:

¶Qō proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tāto vni uersalior quāto superficies laterata q̄drato.¶Sit itaq; triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico q̄ superficies constituta super latus.b.c .est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.z.a.c. cuz omnes tres super/ ficies fuerint similes in figura z situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritq; per secundā partem conel̄.8.huius proportio .b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. z.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaq; super quālibet triū linearum.b.c.c.a.z.a b.fiat supficies similis alijs in figura z situ.erit per conel̄.17.huius ꝓportio sup/ ficiei cōstitute sup.b.c p̄mā.ad cōstitutā sup.c.a.scōaz sicut.b.c.p̄me ad.d.c.ītiā z itē eiusdē supficiei cōstitute sup b.c.p̄mā ad cōstitutā sup .a.b.scōaz sicut.b.c. p̄me ad.d.b.ītiā p idē conel̄.q̄re p cōuersā ꝓportionalitatē supficiei.a.c.ad supficiē.c.b sicut.c.d.ad.c.b.z sikr supficiei.a.b.ad sr̄ficiē.b.c.sicut .b.d.ad sr̄ficiē.b.c.z ponat̄ a.c p̄mat̄.c.b.scōa z q̄rta z.c.d.supficies ītia.z.a.b. supficies quita. z.b.d. supfi cies sexta.z arguat̄ p .24.quiti qō proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas supficies constitutas super.c.a.z.a.b.simul.ē sicut.b.c.ad.c.d.z .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.simul sumptis .erit superfi/ cies coustituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.z.a. b.simul sūptis:qō est ꝓpositū.¶Cōuersam queq; huius possumus facile demon/ strare per modū demōstrationis vltime primi.sit enī triangul⁹.a.b.c. sitq; super/ ficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line as.a.b.z.a.c.sibi similibus.dico q̄ angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a. d.rectū.z lineā.a.d.eq̄lē.a.b:z claudo sr̄ficiē ducta linea.d.c.eritq; p hāc.31.supfi cies cōstituta sup .c.d.eq̄lis duab⁹ cōstitut] sr̄ duas licas.c.a.z.a.d.sibi silib⁹.q̄re etiā cōstitute sup.b.c.sibi sil̄.hec enī posita ē eq̄lis duabus cōstitutis sup.a.b.z.a c.sibi sil̄ibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. ē rectus qō est propositum.

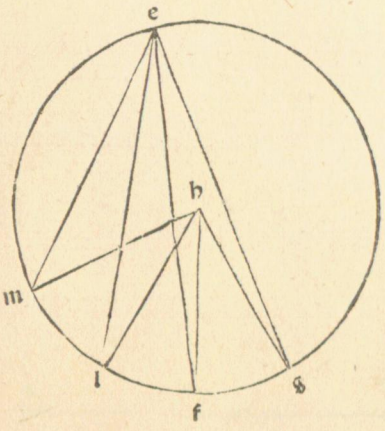
## Propositio .32.




SI in circulis equalibus supra centrū siue supra circūferē tiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq̄z proportio arcuū illos angulos suscipientium.

¶Sint circuli.a.b.c.cuius centrū.d.z.e.f.g.cuius centrū.h. eq̄les: sup quoz centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.h.g.z sup eoz circūferē tias alij duo qui sint.b.a.c.z.f.e.g.dico q̄ ꝓportio angulorz tā eoz q̄ sūt sup cētra

q̄z eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cōtinuabo enī illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scōm eundē numerum: siue secundū diuersos: sitq3 arcus.k.b.equalis.b.c.ꝛ vterq3 duorum arcuum.l.m.ꝛ.f.l.equalis f.g.ꝛ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.c.ꝛ.l.e. eruntq3 per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales.Similiter quoq3 ꝛ qui sunt ad.b.adinuicē equales. Idem etiam de bis qui sūt ad.a.ꝛ de bis qui sūt ad.c. sicut igit̄ arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.ꝛ angulus.k.a.c.anguli.b.a.c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.b.g.anguli.f.b.g.ꝛ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g.ꝛ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ꝛ si maior maiores.ꝛ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaq3 incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulu3 f.b.g.ꝛ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod est propositum. Idem intelli/ge in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.

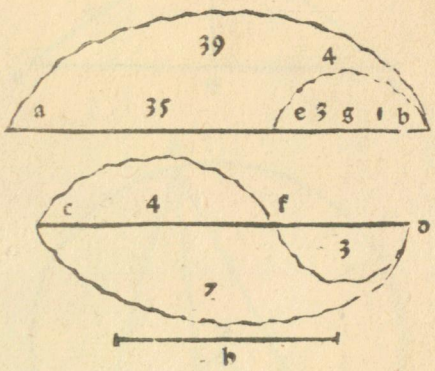



VNitas est qua vna queq3 res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cō posita ¶ Naturalis series numerorum dici tur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia nume/rorum appellatur numerus quo maior ha/būdat a minore. ¶ Numerus primus dicit̄ qui sola vnitate metitur. ¶ Nnmerus com/positus dicitur quē alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunt̄. qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur .quos alius numerus q̄z vnitas metitur. nulluſq3 eorum est ad aliū primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur. qui totiens sibi coacer/uatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero di/citur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium nume rare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū ꝓducit. ¶ Pars ē numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominās est numerus secūdū quē pars sumit̄ in suo toto. ¶ Similes dicuntur par tes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima. simpla numeri pars est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad nu/merum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū q̄ eū continet ꝛ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales dicet̄ ꝓportio primi ad tertiū sicut primi scōm duplicata ad q̄rtū vero triplicata. ¶ Cū cōtinuate fuerit eedē vel di/uerse ꝓportiones dicet̄ ꝓportio primi ad vltimū ex omnib⁹ cōposita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. ¶ Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes siue vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. ¶ Maior vero que maiorē. ¶ Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quoꝝ ꝓportio vna: ꝓportionales appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt quibus in eadē ꝓportione minores sumi ipossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vl̄ multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullus numeꝝ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunqꝫ eiusdē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoqꝫ erūt eq̄les. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorūꝫ eque multiplices fuerint equales: ⁊ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunqꝫ numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Unitas quoqꝫ in quēcūqꝫ ducta producit eundem. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat duos: numerat quoqꝫ cōpositum ex illis. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat totum ⁊ detractum: numerat residuum.

## Propositio .1

SI a maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo superstit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēqꝫ a reliquo primo reliquū secundū quousqꝫ minus eo superstit: atqꝫ in huiusce/modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui antem relictum numeret vsqꝫ ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

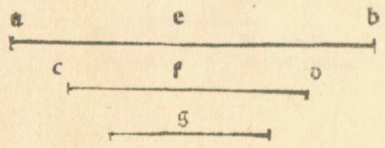



¶ Sint duo numeri. a.b. ⁊ c.d. c.d. minor detrahaturqꝫ c.d. ex. a.b. quotiens potest: ⁊ sit residuum. e.b. qui erit minor. c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c d. detrahatur ⁊ ipse. e.b. ex. c.d. quotiens potest. sitqꝫ residuū. f.d. sed ⁊. f.d. detrahatur ex. e.b. quotiens potest: ⁊ si residuum. g.b. q̄ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a.b. ⁊. c.d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. b. ⁊ quia. b. numerat. c.d. numerabit. a.e. per penultimā cōceptionē: ⁊ quia idem numerat. a.b. numerabit etiam. e.b. per vltimā cōceptionē. ergo ⁊. c.f. per penultī. quare ⁊. f.d. per vltimā. ergo ⁊. g.e. per penultī. ergo ⁊. g.b. p vltī. ⁊ quia. g.b. est vnitas. sequit̄ numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a.b ⁊. c.d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qō si duo numeri. a.b. ⁊. c.d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteqꝫ ad vnitatem p/ueniatur. Et est istud conuersum eius q̄ auctor proponit. Si autē in hac mutua

detractione fuerit status anteq̃z perueniatur ad vnitatem: sit vt .g.b. sit numerus que detrahatur ab .f.d. ⁊ nihil sit residuū. igitur .g.b. numerat .f.d. ergo p̄ penul'. concept. numerat ⁊ .c.g. ⁊ quia etiam numerat se ipsū numerabit p̄ antepenul'. cō cept. totum .e.b. ergo per penul'. numerat .c.f. sed ostensum est prius q̄ numerat .f d. ergo per antepenul'. numerat totum .c.d. quare p̄ penul'. numerat .a.e. ⁊ q̄ ostē/ sum est prius q̄ etiā numerat .e.b. sequitur per antepenul'. vt etiam numeret. a.b. quia igitur numerus .g.b. numerat vtrūq̃z duoꝝ numeroꝝ .a.b. ⁊ .c.d. numeri .a.b ⁊ .c.d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qō est contra ypothe. ¶ Per hanc er go viam propositis quibusq̃z duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniat ad vnitatem. ipsi sunt con tra se primi. Si autem sit status anteq̃z perueniat ad vnitatē ipsi sunt compositi.

## Propositio 2

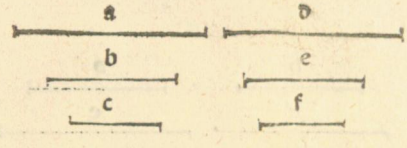
PRopositis duobus numeris adinuicem compositis maxi mum numerum cōmunem eos numerante inuenire. Ui manifestum est quia omnis numerus duos numeros nu/ merans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem.




¶ Sint duo numeri cōpositi .a.b. ⁊ .c.d. minor .c.d. q̄ g̃ numerat eos cōmuniter aliquis numerus p̄ diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cō muniter numerātē. ꝟm modū ⁊ similitudinē prioris: minuo minorē de maiori quo/ ad possum. videlicet .c.d. de .a.b. ⁊ sit residuū .e.b. itemq̃z .e.b. de .c.d. quoad pos/ sum. ⁊ sit residuū .f.d. ⁊ quia huius diminutio nō pōt fieri ifinities per vltimā pe/ titionem: nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē. quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qō est contra ypoth. sit ut cū detraxero .f.d. ex .e.b. quoad potero q̄ nihil sit residuū. dico tunc .f.d. esse maximū numerum nu merantē .a.b. ⁊ .c.d. Qō eni numeret eos patet per penul'. ⁊ antepenul'. cōcep. al/ ternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedē tis. Numerat eni .f.d. .e.b. q̄ cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil fit residuū ergo ⁊ .c.f. per penul'. cōcep. ergo ⁊ .c.d. p̄ antepenul'. quare ⁊ .a.e. per penul'. igitur ⁊ .a.b. per antepenulē. Qō aūt nullus maior .f.d. numeret .a.b. ⁊ .c.d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus .g. maior .f.d. numerās vtrūq̃z duoꝝ numeroꝝ .a.b. ⁊ .c.d. quia igitur .g. numerat .c.d. numerabit per penul'. concep. .a.e. ⁊ q̄ nume/ rat .a.b. numerabit per vltimā .e.b. ergo per penul. numerat .c.f. ⁊ quia etiam nu/ merat .c.d. numerabit per vltē .f.d. maior videlicz minorē: quod est impossibile. Ex hoc sc̄o ꝓcessu liquet corr'.

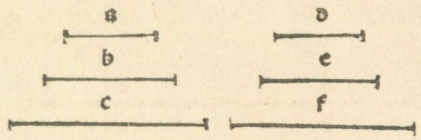
## Propositio

PRopositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.




¶ Priusq̃z hanc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbi/ tramur ipsi⁹ affs: videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poteri/ mus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̃z tres nu meri .a.b.c. de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt .a. ⁊ .b. sint adinuicē p̄mi: qō si sic nō erūt .a.b.c. ad inuicē cōpositi. p̄ diffinitionē. Si aūt .a. ⁊ .b. sūt adinuicē cōpositi: sit per precedēn tem .d. maxim⁹ numerus eos numerās: qui si numerat .c. erūt per diffinitionē .a.b c. adinuicez compositi. Si autē nō numerat ipsū. sz ipsi .c. ⁊ .d. quidē sunt contra se primi. nō erunt .a.b.c. adinuicem cōpositi. Nā quicūq̃z numeraret eos: numeraret

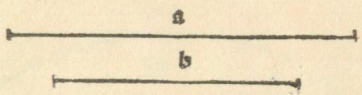
etiam.d.p correl'.precedentis.sicqz essent.d.⁊.c.cōpositi qd̄ est contra ypothe. Si autē.c.⁊.d.sunt cōpositi erunt etiā.a.b.c.adinuicē cōpositi. Sit eni per premissā e.maximus numerans.c.⁊.d.qui etiā p penult'.cōcep.numerabit.a.⁊.b.quare per diffinitionē.a.b.c.sunt adinuicē cōpositi.¶Sili quoqz mō scietur ꝓpositis quotlibet pluribus q̄z tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaqz trib⁹ qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximū numerum numerantē omnes.Sūmo ꝑm doctrinā premisse.d.maximū numerantē. a.⁊ b.qui si numerat.c.ipse est quē querimus.alioquin per correl'.precedentis sequeretur maiorem numerare minorem.Si autem non numerat.c.erūt tamē.c. ⁊.d.adinuicem cōpositi per ypothe.⁊ correl'.precedentis ⁊ diffinitionē. sit igitur maxim⁹ eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantē.a.b.c.Qd̄ enim eos numeret patet per hanc vlt'.ypothe.que est ipsum esse maximū numerantē.c.⁊.d.⁊ per penult'.concep.Et ꝙ nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f. maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cū numeret.a.⁊.b.numerabit p correl'.premisse.d ⁊ quia etiā numerat.c.numerabit p idē correl'.e.maior videlicet minorem quod est impossibile.Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qd̄ ē propositum.¶Simili quoqz modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos:vnde nō oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere:quia idem est modus ⁊ ars in tribus ⁊ pluribus. Ex vltimo aūt huius demonstrationis processu:possumus etiam istud correl'.huic tetrie conclusioni adijcere.Unde manifestum est ꝙ omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos:numerat maximum numerantem eos omnes.⁊ etiam maximos numerantes binos ⁊ binos eorum.




## Propositio .4.

Omnium duorum numerorū inequalium minor maioris aut pars est:aut partes.

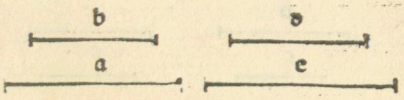
¶Sint duo numeri.a.⁊.b.b. minor. dico ꝙ.b. est pars vel ꝑtes.a. Aut eni.b.numerat.a.aut nō.si numerat pars eius ē p diffinitionē Si nō numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nō:si non sunt adinuicem primi:habebunt per diffinitionem partem cōmunez: que quotiēs fuerit in.b.tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet idez per vnitates.




## Propositio 5.

Si fuerit quatuor uumeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti:erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tota pars secundi ⁊ quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

¶Volens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partez eius qd̄ proposuit per primā quinti de quātitatibus in genere:proponit per hanc quintā huius septimi de numeris.Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitqz .b.tota pars.a.quota.d.c.dico ꝙ.b.⁊.d.pariter accepti sūt tota pars.a.⁊.c.pariter acceptoꝝ:quota.b.est.a.diuisis eni.a.⁊.c.scd̄m quātitatē.b.⁊.d.argumētare sicut in prima quinti.erit eni ut totidē sunt ꝑtes.a. quot.c.per positionē:⁊ ut aggregatū ex p̄ma ꝑte.a.⁊ p̄ma.c.sit equale aggregato ex.b.⁊.d.similiter quoqz ⁊ aggregatū ex scd̄a ꝑte. a.⁊ scd̄a.c. ⁊ qꝛ hec aggregatio

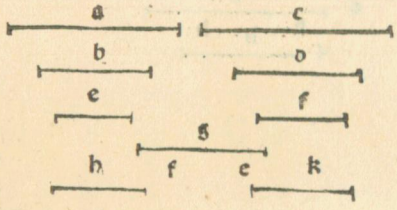


totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis aggregato ex.b.z.d.totiens cōtineat in aggregato ex.a.z.c.quotiens. b.continetur in.a.quare constat propositū.

## Propositio 6

SI fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scōi quote tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

¶ Qō ppositi premissa de parte: ponit ista de partib⁹. Sint itaq; vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitq; ut.b.sit tot z tote ptes.a.quot z quote .d. é.c.dico q.b.z.d.pariter accepti erunt tot z tote ptes.a.z.c.pariter acceptorum: quot z quote.b.est.a.dico aūt tot z totas: q; ptiū pluralitas duobus numeris diffinitur: quoy alter numerator dicit alter denominator: ut cū dicim⁹ tres quinte: ternarius numerat: quinarius denominat. Quia igit̄.b.est ptes.a. sit vt sint ptes ei⁹ numerate ab.b.z denominate a.k.eritq; similiter p positionē.d.partes.c.numerate ab.b.z denoiate a.k. Una itaq; ptiū.b.sit.e.z vna ptium.d. sit.f. eritq; per ypothe.c.pars.b .denominata ab.b.z pars.a.denominata a.k. Similiter quoq; z.f.erit pars.d.scōm.b.z ps.c.scōm.k. Cōpositus igitur ex.e.z.f. sit.g. eritq; per premissam.g.ps.b.z.d .pariter acceptoy scōm.b. itēq; per eandē erit pars. a.z.c pariter acceptoy scōm.k.quare per.16.diffinitionē erunt.b.z.d.pariter accepti ptes.a.z.c pariter acceptorū numerate ab.b.z denoiate a. k.eo q; eorum cōmunis pars est.g.minoris bm.b.z maioris bm.k.z quia sic erat.b.a.constat ppositum.

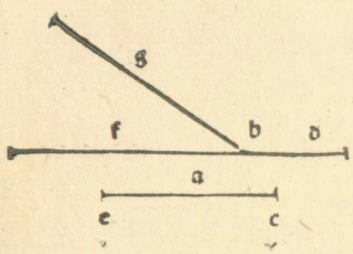



¶ Potes autē z per hanc z premissā qō ponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q; si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cōparent̄ fuerintq; singule singuloy tota pars aut partes: quota vel quote primus scōi: erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoy quota vel quote primus scōi. qō facile probatur p hanc z premissam: quotiens oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionē euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationē eoy: que hic proponit ex.13.quinti: facile demōstrassem⁹ hanc sextam. Nunc autem q; videt̄ oppositū aliter enī superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propijs vti demonstrationibus tanquā ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter qō z petitiones z cōes animi cōceptiones ppositi proprias nō incōuenienter huius septimi principio apposuimus.

## Propositio .7.

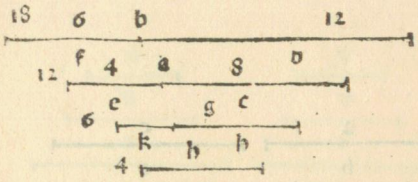
SI fuerint duo numeri quorum ūnus alterius pars detrahaturq; ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

¶ Qō proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. Sit itaq; ut quota pars est totus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico q; tota erit.c.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.z hec est quasi cōuersa quinte. Sit enim p petitionē .e.tota ps .g.quota.c.est.d.eritq; p.5.tota ps.a.cōpositi ex .g. z.d.quota est.c.d.quare z quota ē.a.b.igit̄ per scōam cōceptionē cōpositus. ex.g z.d.est equalis.b.dempto itaq; ab vtroq; numero.d.erit.g. equalis.f. quare erit



.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

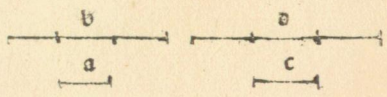
## Propositio 8




Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahātur: erit reliquus reliqui eedē partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi cōuersa sexte: vt si sit quot ⁊ quote ꝑtes est totus. a. totius.b.tot ⁊ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.e.residu⁹.a tot ⁊ tote ꝑtes.f.residui.b.quot ⁊ quote ē.a.b.Sit eni.g.vna ꝑtiū.a.⁊.h.vna partium.c.eritq; ꝓpter ypoth.g.tota ꝑs.a.quota.h.c.⁊ tota.b.quota. h.d.detrahat̄ igitur.h.de.g.⁊ remaneat.k.eritq; k.ꝑ ꝑmissā tota pars.e.quota.g. a.⁊ tota.f.ꝑ eandē quota.g.b.quia igitur.e .⁊.f.habent partē cōmunē que ē.k.erit per.16.diffinitionē.e.ꝑtes.f.tot quidē quota pars est.k.e.⁊ tote quota est.k.f. ⁊ quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.

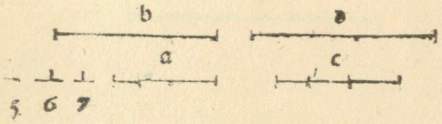
## Propositio 9




Si fuerint quatuor numeri quoꝝ prim⁹ scd̄i tota ꝑs quota tertius quarti: erit ꝑmutatim tota ꝑs aut ꝑtes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit.a.primus tota pars.b.scd̄i quota.c.tertius.d.quarti.sintq; a ⁊.b.minores.c.⁊.d.aliter eni esset econuerso ei qd̄ proponit.dico ꝙ quota pars vel ꝑtes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant̄ eni.b. quidē ꝑm quātitatē.a.d.vero ꝑm.c.eruntq; per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. ⁊ qꝛ vnaqueq; ꝑtium.b.est equalis.a.⁊ vnaq̄q;.d.c.est autē.a.c.ꝑs aut ꝑtes per presentē ypoth.⁊ per quatuor erit vnaq̄q; partium.b.sue cōparis ex partibus.d.ut prima prime scd̄a scd̄e: sicq; de ceteris tota ꝑs aut ꝑtes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ꝑtes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.

## Propositio 10




Si fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ꝑtes secūde quote tertius quarti: erit ꝑmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

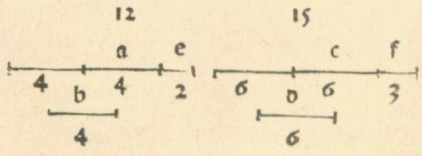
¶ Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint. a.et .b.sitq;.a.tote ꝑtes .b. quote.c. est.d. dico ꝙ quota pars aut ꝑtes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a. ⁊.c.eruntq; per presentē ypoth.tot partes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̄q; ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ꝑtibus.c.est.d.hoc eni habemus ex nr̄a ypothe. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut ꝑtes ē.b.d.tota vel tote sit vnaq̄q; ex partibus.a.sue cōparis ex partibus.c.ꝑ quintā igitur vel.6. sub disiunctiōe quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ꝑtes.b.d.quota vel quote ē.a.c. quod est propositum.

## Propositio .11.

Si fuerint quatuor numeri ꝓportionales quoꝝ prim⁹ secūdo ⁊ terti⁹ q̄rto sit maior: erit scd̄s tota pars.aut partes primi quota vel quote quart⁹ tertij. Qd̄ si scd̄s fuerit tota ꝑs aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintq;.a.⁊.c.maiores: dico ꝙ quota ꝑs aut

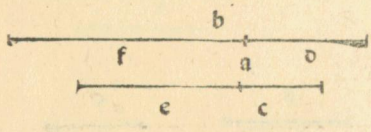
partes eſt.b.a.tota vel tote eſt.d.c.z ecõuerſo:erit enī p conuerſionē diffinitiõis ſimiliũ ꝓportionũ vt quotiens.b.in.a.totiens ſit.d. in.c. z ſi qua ps aut ptes.b. ſuperfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. ſupfluant in.c.ſi itaqꝫ contineaꝫ . b.in.a. ſine ſupfluitate ptis:qꝝ totiens ſine ſupfluitate continet.d.in.c.erit per diffinitio/ nē ſilium ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.ꝙ ſi quotienſlibet continet.b.in .a.cuꝫ ſu perfluitate partis:qꝝ totiens continet.d.in.c.cũ ſupfluitate ſilis ptis diſtincto .a. ꝑm.b.ut ſuperfluat.e.atqꝫ.c.ꝑm.d.ut ſuperfluat.f.erit tota ps.c.b.quota.f.d. At qꝝ totiens continet.b.in dꝫa.a.ad.e.quotiens.d.in dꝫa.c.ad.f. erit ꝙ cõem ſciam totiens.c.in.a.quotiens.f.in.c.cũ igit̃.a.z.b.habeãt.e.ptem cõmunem:ſiliter.c.z d.f.ſit itaqꝫ.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqꝫ.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.dif/ finitionē.b.tot z tote ptes.a.quot z quote.d.c.Si aũt.b.quotienſlibet continet in a.cũ ſupfluitate quotlibet ptium:qꝝ totiens continet.d.in.c.cũ ſupfluitate totidem z ſimiliũ ptium:diſtincto.a.ꝑm.b.vt ſupfluat.e.ſiliter.c.ꝑm.d.ut ſuperfluat.f.erit e.tot z tote ptes.b.quot z quote.f.d.ſumpta itaqꝫ vna ex ipſis argumentandum ut prius:ſicqꝫ patꝫ primũ. ¶Scõm ſic.ſit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.ſi enī eſt tota ps conſtat propoſitum. Si autem tote ptes diuiſis eis ꝑm partes illas patebit totiens eſſe.b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.z totã partē aut ptes.b.ſuperfluere in.a.quotã aut quote.d.ſupfluunt in.c.p diffinitionē itaqꝫ eſt ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.ſicqꝫ liquet totum.




## Propoſitio .12.

SI a duobus numeris ꝑm ſuas proportiones duo nume/ri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanꝫ proportio totius ad totum.

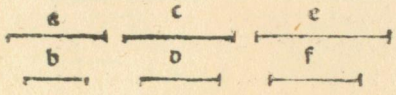
¶Qõ propoſuit euclides in.19.quinti.de quãtitatib⁹ in genere:pro/ ponit hic de numeris.vt ſi ſit proportio totius.a .ad totum.b.ſicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.reſidui.a.ad.f.reſiduũ.b. ſicut.a. ad b.Si enim.a.ſit minor.b.erit ꝓ preſentē ypotb. z per cõuerſionē diffinitiõis.c.to ta pars aut ptes.d.quota vel quote eſt.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ē.a.b.per diffinitionē igitur erit ꝓportio vna: qõ ē pro/ poſitũ.Qõ ſi.a.ſit maior.b.erit per primã ptem p̃miſſe quota pars aut ꝑtes.b.a. tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaqꝫ per ſcõam partē pre/ miſſe.e.ad.f.ſicut.a.ad.b.quare conſtat propoſitum.Ledunt aũt huic.7.z.8. hec enim ſola ꝙ ambe ille continet.Volunt aũt quidã ſcõam partē huius probare per 19.quinti:ſed ſi hoc intenderet euclides:cum iſta ꝓponat particulariter qõ illa vni uerſaliter vane illa demonſtrata in quinto ꝓpoſuiſſet hanc hic in ſeptimo : z quia iterum non demonſtrãt eam ſimplr̃ p.19.quinti.At vero nec modũ demonſtratio nis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationē huius cum illa demonſtret i quan titatibus in genere.p ꝓportionalitatē ꝑmutatã que infra demonſtratur in nume/ ris.Exiſtimo autem z rationabiliter conuinci videtur euclidem quē vultũ demon/ ſtratoris ariſmetici:gratia decimi in quo ſine numerorũ aliqua precognitione trã/ ſire non poterat conſtat aſſumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonſtrauit. hic repetere demonſtrãda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota ſunt intellectui q̃ꝫ



ea per que ꝓcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quātitatum incōicantium difficilia sunt: principia vero numerorū magis vltro se intellectui applicāt: facilius q̄z illa. Egent enī illa intellectu magis disposito.

## Propositio .13.

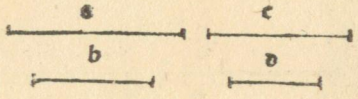
SI fuerint quotlibet numeri ꝓportionales quantus erit vnus aīs ad suū ꝓsequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.



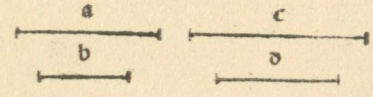

¶ Qō ꝓponit euclides p.13.quinti de quantitatib⁹ ī genere ꝓponit p hanc de numeris: vt si sint.a.b. ⁊.c.d.⁊.e.f. ꝓportionales dico q̄ q̄ ē ꝓportio.a.ad.b.ea est q̄.a.c.e.pariter acceptoꝝ ad.b. d.f.pariter acceptos. Si enim.a.c.e.sint minores.b.d.f.erit per cōuersionē diffinitionis quota ps aut partes.a.b.tota vel tote.c.d.⁊.e.f. per.5.ergo vel per.6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes.a.b.tōta vel tote.a.c.e.pariter accepti. b.d.f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionē ꝓportio vna. Si autem.a.c.e.sīnt maiores b.d.f.erit per primam partem.11.quota pars vel partes.b.a.tota vel tote. d.c.⁊.e.per.5.ergo vel.6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes.b.a. tota vel tote.b.d.f.pariter accepti.a.c.e.pariter acceptorum. itaq̄z per scōam partem.11. proportio.a.ad.b.sicut.a.c.e.pariter acceptorum ad.b .d.f. pariter acceptos: quod est propositum.

## Propositio .14.

SI fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq̄z proportionales erunt.




¶ Modū arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per.16.quinti in quātitatibus in genere: ꝓponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d. erit enī.a.maior.b.aut minor: silr quoq̄z et maior.c.aut minor. Sit itaq̄z primo minor vtroq̄z: erit ergo p presentem ypothe.et conuersionem diffinitionis.a.tota pars aut partes.b.quota vel quote.c.d.per.9. itaq̄z vel.10.erit ꝑmutatim.a.tota pars aut ptes.c.quota vel quote.b.d.quare per diffinitionē proportio vna. Sit igitur.a.maior vtroq̄z: eritq̄z per primam partem 11.vt quota pars aut partes est.b.a.tota vel tote sit.d.c. quare per.9. vel.10.tota pars aut ptes erit.b.d.quota vel quote.c.a.igitur per scōam partē.11.erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d.Sit tertio.a. maior.b.⁊ minor.c.eritq̄z ꝑ primā ptē.11.tota pars aut ptes.b.a.quota vel quote.d.c.quare per.9.vel.10.quota vel quote est.a.c. tota vel tote erit.b.d.per diffinitionē itaq̄z ꝓportio vna: Vltimo quoq̄z sit.a.maior.b. maiorq̄z.c.eritq̄z vt tota pars aut partes sit.c.d.quota vel quote est.a.b. per.9. itaq̄z vel.10.erit tota vel tote.d.b.quota vel quote.c.a. quare per secundā partem.11.b ad.d.sicut.a.ad.c.sicq̄z constat propositum: huic autē cedūt.9.vel.10. q̄ hec sola qō ambe ille proponit.




## Propositio .15.

SI fuerint quotlibet numeri alijq̄z scōm eorum numerum omnesq̄z duo ex prioribus scōm proportionem omnium duorum ex posterioribus; in proportione equalitatis proportionales erunt.



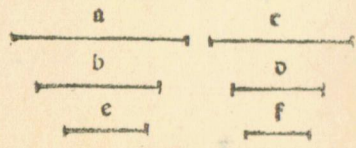

¶ Modū arguendi qui dicit equa ꝓportionalitas quā demonstrauit euclides p.22.quinti de quātitatib⁹ in genere ꝓponit hic demōstrādū in numeris

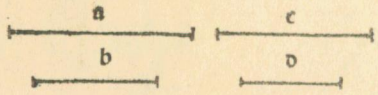
directe ꝓportiõalitatis: equã aũt ꝓportiõalitatẽ quã demõstrauit per. 23. quinti: de quãtitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demõstrãdũ i numeris: sed eã demõstrabum⁹ infra sup. 19. huius. Nec est necessariũ ut p̃demõstremus i numeris qõ demõstratũ ẽ p. 11. quinti de quãtitatib⁹ i genere videl3 si quotlib3 ꝓportiões i numeris fuerint vni eq̃les vel eedẽ ipsas eẽ sibi eq̃les vel easdẽ. hoc eni manifestũ ẽ per diffinitionẽ ut si. a. ad. c. ꝛ. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̃3. e. f. tota ps aut partes. quota vel quote. b. d. aut totiens continebit. a. c. ꝛ. e. f. quotiens. b. d. ꝛ tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ꝛ. f. in. e. quota vel quote. d. in. b. q; ergo quota pars aut ptes ẽ. a. c. tota vel tote est. e. f. aut quotiens. a. continet. c. totiens e. f. ꝛ quota pars aut partes. c. superfluunt. in. a. tota vel tote. f. in. e. erit per diffi/ nitionẽ. a. ad. c. sicut. e. ad. f. Sint igitur ut ꝓponitur numeri. a. b. e. ꝛ alij totidem c. d. f. sitq3. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q; erit in equa ꝓpor/ tionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. erit eni per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed ꝛ b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. igiẽ per eandẽ. a. ad. e. sicut. c. ad. f idẽ erit sumptis plurib⁹: sicq3 cõstat ꝓpositũ. ¶ Q m̃ aũt euclides ceteras quatuor species ꝓportiõalitatis que sunt conuersa: coniũcta: disiuncta: euersa: non ꝓponit demonstrandas in numeris: cõueniẽs arbitramur eas quas auctor tanq̃3 facile de monstrabiles p̃termisit demonstrare: Primũ itaq3 demonstrabimus conuersã: vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit ecõuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si eni fuerit. a minor. b. tunc quoq3 erit. c. minor. d. ꝛ tota pars aut partes. a. b. quota vel quote c. d. quare per scõam ptem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq3 ꝛ. c. maior. d. ꝛ per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota vel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.

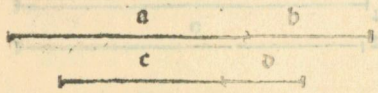
¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Vt si sit. a. b. ad. b. si cut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. crit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ꝛ p. 12. sicut. a. ad. c. q; ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit pmutati. a. ad. b. sicut c. ad. d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre ¶ Vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit eni pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare p. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. pmutatim igitur erit. a b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Euersam proportionalitatem restat in nume ris stabilire. ¶ Vt si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad c. erit eni pmutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. q̃re p. 12. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. patet itaq3 totum. Ex his quoq3 leue ẽ demon strare i numeris q; euclides ꝓponit p penu'ẽ. quiti de quãtitatib⁹ i genere videl3 q;

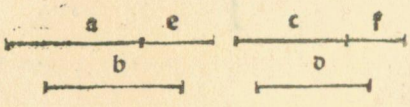
¶ Si proportio primi ad scõm fuerit sicut tertij ad q̃rtũ quinti quoq3 ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi ꝛ quinti pa/ riter acceptorum ad secundum sicut tertij ꝛ sexti ad quartum.

¶ Vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemq3. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. ꝛ. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit enim per conuersam proportio nalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut c. ad. f. ergo coniunctim. a. ꝛ. e. ad. e. sicut. c. ꝛ. f. ad. f itaq3 per equã proportiona/ litatem. a. ꝛ. c. ad. b. sicut. c. ꝛ. f. ad. d. quod est propositum. Eodemq3 modo pro/ babis ecõuerso. si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. itẽq3. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit. b. ad. a. ꝛ. e. sicut. d. ad. c. ꝛ. f. erit enim per conuersam proportionalitatẽ. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ꝛ coniunctim. a. ꝛ. e ad. e. sicut. c. ꝛ. f.

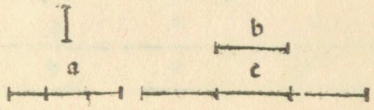


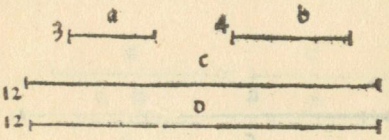



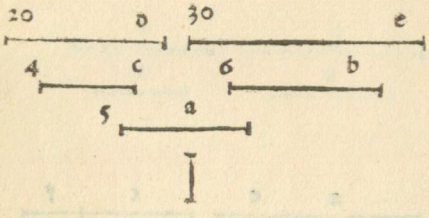
ad.f.igitur ecõuerſo.e.ad.a.ꝛ.e.ſicut.f.ad.c.ꝛ.f.per equã itaqꝫ ꝓportionalita/
tem erit. b.ad.a.ꝛ.e.ſicut.d.ad.c.ꝛ.f.qõ erat ꝓpoſitũ.Ex hoc quoqꝫ manifeſtũ ẽ
ꝙ ſi fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primũ ſicut totidem alioꝝ ad ſcõm.erit
aggregati ex omnibus antecedentibus ad pmũ: ad pmũ ſicut aggregati ex oibus
añtibꝰ ad ſcõm:ad ſcõm.itẽqꝫ ecõuerſo ſi fuerit ꝓportio pmi ad quotlibet numeros
ſicut ſcõi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatũ ex oibꝰ pñtibꝰ ad ipſũ:ſicut ſcõi
ad aggregatũ ex oibꝰ pñtibꝰ ad ipſũ. ¶Propoſitio .16.




SI numeret vnitas aliquẽ numeꝝ quotiẽs quilibet tertius
aliquẽ quartũ:erit quoqꝫ pmutati ut quotiẽs vnitas nume
rat tertium totiens ſecũdus numeret quartum.
¶Vt ſi ſit vnitas ad.a.ſicut.b.ad.c.erit pmutatum vnitas ad. b.ſi/
cut.a.ad.c.Non ſupfluit añt hec demonſtrata pmutata ꝓportione:
non enĩ ex illa põt cõcludi qõ hic proponitur.Nã illa demonſtrata eſt de.4.nume
ris ꝓportionalibus:vnitas vero nõ eſt numerus ꝑ diffinitionẽ:hoc ergo mõ pate
at propoſitum.diuidaꝫ.a.ꝑ vnitates ꝛ.c.ſm quãtitatem.b.eruntqꝫ per preſentem
ypothe.tot ptes.a.quot.c.ꝛ quia vnaq̃qꝫ partiũ.a .eſt vnitas ꝛ vnaq̃qꝫ ptium.c.
eſt equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̃qꝫ ptiũ.a.in ſua cõpari ex
ptibꝰ.c.ꝑ modũ itaqꝫ demõſtratiõis.5.ſequeꝫ totiens eſſe.a.in.c.quotiens vnitas
in.b.qõ eſt propoſitum. ¶Propoſitio .17.




SI duorum numeroꝝ vterqꝫ ducatur in alterum :qui in/
de producentur erunt equales.
¶Sicut ſi ex.a.in.b.pueniat.c.ꝛ ex.b.in.a.pueniat.d.erunt.c.ꝛ.d
equales:cũ enĩ.b.multiplicatus ꝑ.a.,pducat.c.erit ꝑ cõuerſionẽ diffi
nitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo ꝑ premiſſam erit.a.in.c.
quotiens vnitas in.b.ꝛ qꝛ totiens eſt.a.etiã in.d.qꝛ ex.b.in.a.fit.d.ſequitur ut to
tiẽs ſit.a.i.c.quotiẽs in.d.ꝑ concept.igitur.c.ꝛ.d.ſunt ſimiles. Poſſumus quoqꝫ
hanc concluſionem alio modo ꝓponere:ſi duoꝝ numeroꝝ vterqꝫ ducaꝫ in alterũ
idẽ numerus vtrobiqꝫ ꝓueniet:vt ſi ex.a.in.b.pueniat.c.idẽ etiã ex.b.in.a. pro/
ueniet:qꝛ enĩ ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius ꝑ cõuerſionẽ diffinitionis.b.in.c.quoti/
ens vnitas in.a.Et permutatim ꝑ premiſſam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia
igiꝫ.a.totiens ſibi coaceruaꝫ in.c.quotiens in.b.eſt vnitas:ſequiꝫ ꝑ diffinitionem
ꝙ ex.b.in.a.fit.c. ¶Propoſitio .18.



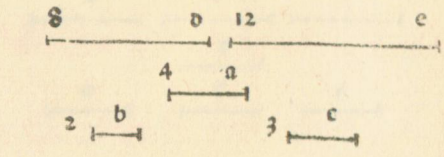

SI vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde
productorum alter ad alterum:quantus duorum multipli
catorum alter ad alterum.
¶Multiplicet.a.vtrũq̃ duoꝝ nũeroꝝ.b.et.c.ꝛ pueniãt.d.ꝛ.e.dico
ꝙ erit ꝓportio.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.ſequiꝫ enĩ ꝑ cõuerſionẽ diffini/
tionis eius qõ eſt multiplicari ut.b.in.d.ꝛ.c.in.e.ſit quotiens vnitas in.a. quare
ꝑ diffinitionẽ ꝓportio.d.ad.b.ẽ ſicut.e.ad.c.equaliter enĩ eos continent. qꝛ quo/
tiens.a.vnitateꝫ:ergo permutatim.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.quod eſt propoſitum.
¶Propoſitio .19..

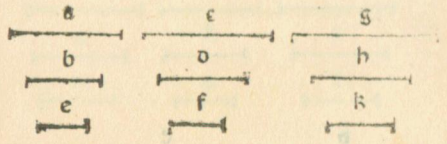
SI duo numeri vnum multiplicent :erit proportio duoꝝ
inde ꝓductoꝝ tanq̃ duorum multiplicantium.
¶Ex conuerſione antecedentis premiſſe conduditur hec eadẽ paſſio
que in premiſſa:vt ſi vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ.b. ꝛ.c. multiplicet.a.et

ꝓueniant.d.ꝛ.e.erit.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.erit enī ꝑ ante ꝑmiſſā ut ex.a.in.b.ꝛ.c.
fiāt.d.ꝛ.e:q̄re ꝑ ꝓmiſſā.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.qđ é ꝓpoſitū: ¶Potes aūt qđ ꝓpo
ponit ꝑ hanc ꝛ ꝑmiſſā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: ꝙ ſi
vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Silr quoqꝫ
ſi quotlibet multiplicēt vnū erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicantium vna ꝓportio qđ ꝑ hāc
ꝛ ꝓmiſſā quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. Hic aūt ut ſupra pollitici
ſumus demōſtrare volumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duoꝝ or/
dinū indirecte ꝓportionalitatis quā demōſtrat euclides p.23.quinti ī quantitati/
bus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

¶Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoqꝫ in eadem ꝓportione proportionales erunt.

¶Vt ſi ſit.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.ꝛ.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit.a. ad.e. ſicut.c. ad.f.
ducatur enī.c.in.d.ꝛ.f.ꝛ proueniant.g.ꝛ.b.eritqꝫ per premiſſam.g.ad.b. ſicut.d
ad.f.quare ꝛ ſicut.a.ad.b.ducaī.ité.f.in.d.ꝛ ꝓueniat.k.eritqꝫ per hanc. 19.g.ad
k.ſicut.c.ad. f.ꝛ qꝛ ex.f.in.d.fit.k. fiet idem ecōuerſo p.10.ex.d. in.f. quia igiī ex
c.ꝛ.d.in.f.fiunt.b.ꝛ.k.erit ꝑ hanc.19.b.ad.k.ſicut.c.ad.d.quare ſicut. b.ad.c .et
qꝛ iam oſtenſum eſt ꝙ é.g.ad.b.ſicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.e.ſicut.g.ad.k.ſed ſic
erat etiam.c.ad.f.eſt igitur.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.quod eſt propoſitum. Idem pro/
babis ſi fuerint in vtroqꝫ ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in
23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

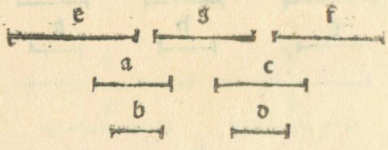



## ¶Propoſitio .20.

¶Si fuerint quatuoꝛ numeri proportiōales qđ ex ductu pri
mi in vltimū ꝓducetur equū erit ei qđ ex ductu ſecundi in
tertiū. Si vero qđ ex primo ī vltimū ꝓducet equū é ei qđ
ex ſecundo in tertiū: illi quatuoꝛ numeri ſūt ꝓportiōales.

¶Quod propoſuit euclides per.15.ſexti de quatuoꝛ lineis ꝓportio/
nalibus: ꝓponit hic de quatuoꝛ numeris ꝓportionalibus. verbi gratia. Sit ꝓpoꝛ
tio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.fiatqꝫ ex.a.in.d.e.ꝛ ex.b.in.c.f. dico ꝙ.e.ꝛ.f.ſunt equa/
les econuerſo: ducatur enim.a.in.b.ꝛ fiat.g.eritqꝫ per.18.g.ad.c.ſicut.b.ad.d. et
qꝛ per.17.ex.b.in.a.fit.g.ꝛ ex eodē.b.i.c.f.erit p.18.g.ad.f.ſicut.a.ad.c.ſed p.14.
eſt.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e.eq̄les igiī ſūt.f. ꝛ.e. qđ eſt
ꝓmū. Nec oportet ꝑdemōſtrare ſi vnī⁹ numeri ad duos ſit vna ꝓportio ꝙ ipſi ſūt
eq̄les: aut ſi ipſi ſūt eq̄les ꝙ vnī⁹ ad ipſos ſit vna ꝓportio. Si enim eſt vna pro/
portio.g.ad.e.ꝛ ad.f.aut ipſe erit tota pars vel partes.c. quota vel quote idem
eſt.f.ꝛ tunc per conceptionem patet.e.ꝛ.f.eſſe eq̄les: aut totiens.g. continebit.e.
quotiens.f.ꝛ ſuperfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem
ſuperfluent .f.ꝛ tūc etiam per conceptionē patet eos eſſe equales. Qđ ſi ipſi fue/
rint equales patet per conceptionē ꝙ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel
quote.f.ꝛ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrumqꝫ eoꝝ proportio vna.
aut equaliter continebit vtrunqꝫ cum ſuperfluitate ſimilium ꝛ tot numero par/
tium: ꝛ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunqꝫ proportio vna. ¶Se/
cundū ſic patet: ſit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f. ꝓducto ex.b.in.c. dico ꝙ ꝓ/
portio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.ꝛ eſt hec conuerſa prime partis. Sit enim vt prius

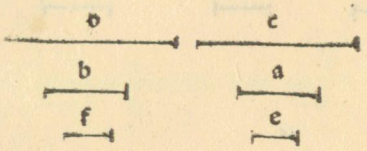


g.qui fit ex.a.in.b.z quia.e.z.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũqz eorum proportio vna z quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.z ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut .c.ad.d. Non proponit autem cu lides de tribus numeris continue proportionalibus q̃ ille qui ex ductu primi in tertium p/ ducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit fue/ rit equalis quadrato medij: q̃ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis .hoc eni facile demonstratur per hanc.20.me dio illorum trium numerorum equali assumpto:quẽadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

## Propositio 21.

Numeri secundus qualibet proportionem minimi: nume/ rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶Sint. a.z. b. minimi numeri in sua proportione.sitqz. c.ad .d. sicut .a. ad. b.dico q̃ .a. numerat.c.z.b.d. equaliter. Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad. d. erit permutatim. a.ad.c. sicut. b .ad.d. erit igitur .a.c.to/ ta pars vel partes quota vel quote .b .d. si itaqz fuerit pars constat propositum: At si partes sit .e.vna partium.a.z.f.vna partium.b.z quia tota pars est.e.c.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut. f.ad.d. quare p/ mutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaqz.a.z.b.mi/ nimi sue proportionis:quod est contrarium positis. Similiter quoqz:




¶Quotlibet numeri sine in eadem proportione sine in diuersis mini mi numerant omnes in eadem proportione quisqz suum correlatiũ equaliter.

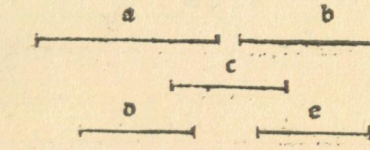
¶Vt si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintqz in eadem vel eisdem.d.e.f.ita q̃ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.z.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico q̃.a. nume rat.d.z.b.e.z.c.f.equaliter:quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutati.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad. e.ut.c. ad.f. quare.b.ad.e.z.c.ad.f.sicut.a.ad.d.z quia.a.b.c.sunt minores.d.e. f.erit. b.e.z c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d.Si itaqz pars constat propositũ .At si par tes sit.g.vna partium.a.z.b.vna partium .b.z.k .vna.c.eritqz per presentẽ ypo/ thc.tota pars.b.e.z.k.f.quota.g.d.quare per diffinitionẽ.b.ad.e.z.k.ad. f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.b.vt.d.ad.e.z.b.ad.k.vt.e. ad. f.quare.g. ad.b.ut.a.ad.b.z.b.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.b.k.sunt minores.a.b.c.z i ea dem proportione sequitur contrarium positi.




## Propositio .22

Si fuerint duo numeri scõm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

¶Sint duo numeri.a.z.b.scõm suaz proportionem minimi. dico q̃ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.ꝑm.d.z.e.erit qz per.18. d.ad.e.sicut.a.ad.b.z quia.d.z.c.sũt minores .a.z.b.se/ quitur.a.z.b.non esse sue proportionis minimos:qõ ẽ ꝓriũ positioni. Silr quoqz




¶Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum ꝓportionum

sine eadē sine diuerse fuerint mīmi. nullus numerus numerabit oīs.
¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in ꝓtinuatione suaꝝ ꝓportionū: dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos. d. a. quidē. ꝑm. e. b. vero ꝑm. f. ꝛ. c. ꝑm. g. eritq; ꝙ. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. ꝛ. f. ad. g. sicut. b. ad. c. qꝛ ergo. e. f. g. sūt minores a. b. c. ꝛ ꝑm ꝓportionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq; autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ductoetenim quolibet numero in aliquez ad se primū ac vtroq; eoꝝ in aliquē tertiū ad vtrunq; primū: prouenient tres numeri quoꝝ quiq; duo erunt cōpositi. Nullꝰ tamē numerabit oīs. Sint eni. a. b. c. tres numeri quoꝝ quisq; sit primus ad alios: ducaq; ꝙ. a. in. b. ꝛ. c. ꝛ proueniat. d. ꝛ. c. itemq; b. in. c. ꝛ ꝓueniat. f. dico quosq; duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos tamē nullus numerabit omnes duos quosq; ꝑ esse cōpositos. a. enim numerat. d ꝛ. c. b. vero. d. ꝛ. f. ꝛ. c. e. ꝛ. f. Qō autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstrato ꝙ. a. est maximus numerans. d. ꝛ. e. b. quoq; maximꝰ numerās. d. ꝛ. f. ꝛ. c. maximus numerās. e. ꝛ. f. hoc aūt sic cōstat: si eni. a. nō ē maximꝰ numerās. d. ꝛ. e. sit itaq; ꝙ. numeretq; d. ꝑm. b. ꝛ. e. ꝑm. k. eritq; ꝓ scōam ptē. 20. a. ad. g. sicut. b. ad. b itemq; ꝓ eādē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. qꝛ ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. ꝛ. k. minor. c. ꝛ qꝛ b. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq; eni ē sicut. d. ad. e. ꝓ. 18. bis assumptā. sunt autē: b. ꝛ. k. minores. b. ꝛ. c. erit ꝓ imediate sequētē ꝛ per hāc ypoth. ꝙ. b. ꝛ. c. sint ꝓtra se primi reperire minimis minores: qō qꝛ ē impossibile: erit. a. maximꝰ numerās. d. ꝛ. e. Eodēq; mō ꝓbabit ꝙ. b. sit maximus numerās. d. ꝛ. f. ꝛ. c. maximꝰ numerās. e. ꝛ. f. siquis ergo numerat. d. e. f. ꝓ conclē. scōe ter assūptū ipse numerabit a. b. c. sed quisq; eorū primus erat ad reliquos. Accidit igit ipossibile. Sīr quoq;

¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat scōm cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū sunt minimi. ¶ Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin sint minimi. d. e. f. qui ꝑ. 21. numerabunt. a. b. c. quisq; suū relatiuum equaliter. sit ergo vt scōm. g. eritq; per. 17. vt viceuersa. g. numeret. a. b. c. scōm. d. e. f. quare accidit ꝓrium positioni.

## Propositio .23.

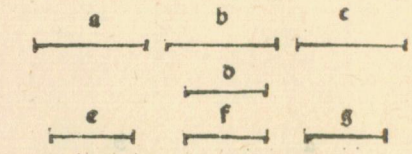
Quilibet numeri ꝓtra se primi sūt ꝑm suā ꝓportōem mīmi.
¶ Hec ē cōuersa ꝓmisse vt si duo numeri sint. a. ꝛ. b. ꝓtra se ꝑmi: ipsi erūt ꝑm suā ꝓportionē minimi: sin aūt sint minimi i eadē ꝓportiōe si possibile ē. c. ꝛ. d. cōstat itaq; ꝓ. 21. ꝙ. c. numerat. a. ꝛ. d. b. eqliter sit igitur vt scōm. e. erit per. 17. vt viceuersa. e. numerat. a. ꝛ. b. a. quidem secddū. c. ꝛ. b. scōm. d. non sunt igit. a. ꝛ. b. ꝓ se ꝑmi qō ē ꝓ ypoth.

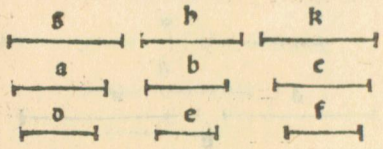
## Propositio .24.

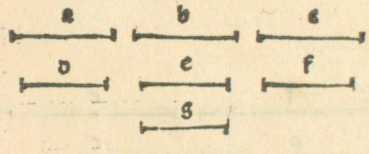
Si fuerint duo numeri cōtra se primi. si quis vnū eoꝝ numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.
¶ Sit. a. ꝛ. b. ꝓ se ꝑmi. c. vero numeret. a. dico ꝙ. c. ꝑmꝰ ē ad. b. alioquī nūeret eos. d. q̄ ꝓ penult. ꝓcept. nūerabit etiā. a. nō sūt ꝑ. a. ꝛ. b. ꝓ se ꝑmi. d. eni numerat ābos.

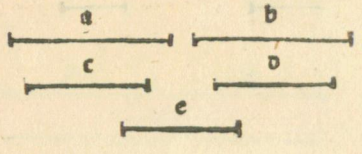
## Propositio .25.

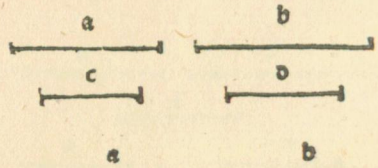
Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vnius in alterū ꝓducetur. ad eundem erit primus.
¶ Sit vteraq; duoꝝ numeroꝝ. a. ꝛ. b. primus ad. c. ꝛ ex. a. in. b. sit. d dico ꝙ. d. est primus ad. c. aliter eni numeraret eos. e. d. q̄dā ꝑm. f.

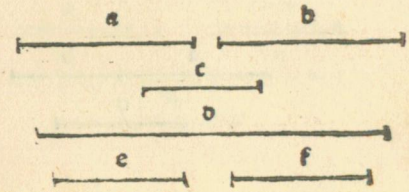


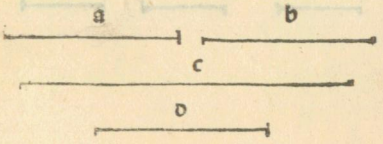





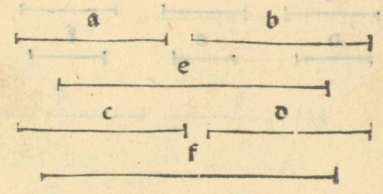

eritq3 p ſcõam ptẽ.20.a.ad.c.ſicut.f.ad.b.7 q1. a.7.c.ſũt p̃mi.7.e.numerat.c.ipſe erit p.24.primus ad.a.q̃re p.23.a.7.e.ſunt ſcõm ſuã ꝓportionẽ minimi:ſequit̃ ergo p.21.ut.c.numeret.b.7 q1 poſitũ ẽ q3 ipſe numeret.e.nõ erunt.b.7.c. p̃ ſe p̃mi: qõ eſt contra ypothe.

## Propoſitio 26.

SI fuerint duo numeri contra ſe primi qui ex vno eorũ in ſe ipſum producitur ad reliquum eſt primus.

¶Sint cõtra ſe primi .a.7.b.7 ex.a.in ſe fiat.c. dico q3.c.primus eſt ad.b.ſit enim.d.equalis.a.eritq3.d.primus ad.b.7 ex.a.in.d:fiet.c per premiſſam igitur patet.c.primũ eſſe ad.b.qõ propoſuimus.

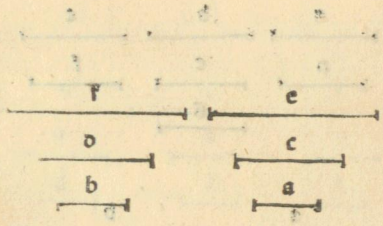
## Propoſitio .27.




SI duobus numeris ad alios duos cõpatis vterq3 ad vtrũq3 fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus poſterioribus producetur erit primus.

¶Sint.a.7.b.p̃ores.c.7.d.poſteriores:ſitq3 vterq3 duo3.a.7.b.primus ad vtrũq3 duo3.c.7.d.7 ex.a.in.b.ſit.e.7 ex.c.in.d.f.dico q3 e primus eſt ad.f.hoc aũt.25.ter aſſumpta euidenter conclusit:cũ enĩ fiat.e.ex.a.i-b.quorum vterq3 primus eſt ad.c.7 ad.d.erit per ipſam.e.primus ad.c.7 item ꝑ ipſam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quo3 vterq3 prim9 eſt ad.d.erit rurſus per ipſam.f.primus ad.e.qõ ẽ ꝓpoſitũ.

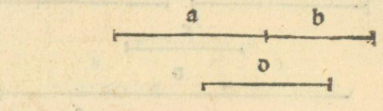
## Propoſitio .28.




SI fuerint duo numeri contra ſe primi ducaturq3 eorum vterq3 in ſeipſum: erunt inde producti cõtra ſe primi. Itẽ q3 ſi in vtrũq3 productoꝝ ſuum ducatur principiuz: erũt quoq3 producti contra ſe primi.

¶Sint.a.7.b.cõtra ſe primi:ducaq3 vterq3 in ſe:7 proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itẽq3 ducaſ.a.in.c.7 proueniat.e.7.b.in.d.7 proueniat.f. dico.c.7.d.eſſe contra ſe primos:itemq3.e.7.f.contra ſe primos:eſt enim per.26. c.primus ad.b.per eandẽ igitur erit.d.primus ad.a.7 ad.c.ſicq3 conſtat primum qõ ẽ.c.7.d.eſſe contra ſe primos.¶Reliquum ſic:eſt enĩ vterq3 duoꝝ numerorum a.7.c.primus ad vtrũq3 duo3.b.7.d.itaq3 per.27.erit.e.primus ad.f.qõ eſt reliquum. Non ſolum autem erit.e.primus ad.f.ſed etiã per.25.ad.b.7 ad.d. itemq3 per eandẽ.f.ad.a.7.c.ſicq3 ſi infinities ducerẽt vtrũq3 productoꝝ in ſuum principium eſſent omnes producti contra ſe primi:7 non ſolum ſed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.

## Propoſitio .29.




SI fuerint duo numeri contra ſe primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrũq3 eorũ erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrũq3 eorũ fuerit prim9 duo quoq3 numeri adinuicem erunt primi.

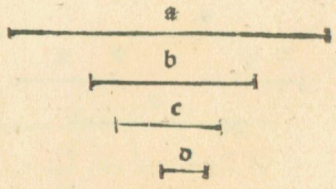
¶Sint .a.7.b.cõtra ſe primi:dico q3 ex eis cõpoſitus.a.b.ad vtrũq3 eorũ erit prim9 7 cõuerſo.nã ſi.d.numerat totũ.a.b.7 altez eoꝝ numerabit p cõez ſciaz 7 reliquũ.q̃re nõ erũt p̃ ſe p̃mi:ſz hoc poſitũ fuerat:pz ergo p̃mũ.Scõm ſic:ſit.a.b .prim9 ad vtrũq3 ſuoꝝ componentium qui ſunt. a. 7.b. dico q3.a.7.b.

sunt ꝯtra se primi: posito enī ꝙ.d.numeret vtrūqꝫ duorum numeroꝝ.a. ⁊. b.se/quitur per cōem sciam ꝙ etiā numeret.a.b.ex eis cōpositum: quare ad neutrum duoꝝ numeroꝝ.a.⁊.b.erit.a.b.primus: sed positum erat ꝙ esset ad vtrūqꝫ. Accidit igitur impossibile. Eodē quoqꝫ mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoqꝫ erit ad reliquū. ideoqꝫ ⁊ coaceruati inter se: sit enī cōpositus ex.a.⁊.b.primus ad.a. dico ꝙ erit etiā primus ad.b.alioquin numeret eos.d qui per cōceptionē numerabit ⁊.a.cum numeret totum ⁊ detractum: hoc autē inconueniens erat enim compositus ex.a.⁊.b.primus ad.a.

## Propositio .30.

Omnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.

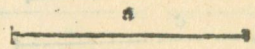
¶ Sit.a.quilibet numerus cōpositus: dico ꝙ aliquis prim⁹ numerat ipsū: qꝛ enī est cōpositus numerabit̄ ab aliquo numero qui sit.b. qui si fuerit primus verū erit qd̄ dicit̄. si aūt cōpositus sit.c.qui numerat eum: qui etiā per cōem sciam numerabit.a.si ergo vel ipse fuerit primus constat qd̄ dicit̄. At si cōpositus necessario numerabit eū.alius qui sit. d. qui etiā per cōem sciam numerabit.a.de quo rōcinare vt prius: qꝛ ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile ⁊ contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.




## Propositio .31.

Omnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.

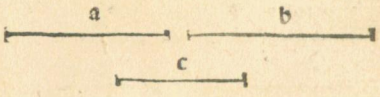
¶ Sit.a.quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam.a.igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.




## Propositio .32.

Omnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹.

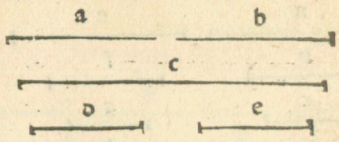
¶ Sit .a.numerus primus non numerās.b.dico ꝙ.a.⁊.b. sūt cōtra se primi. si enī.c.numerat eos nō est verū ꝙ.a.sit primus.




## Propositio .33.

Si numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alteꝝ illoꝝ duoꝝ numerare.

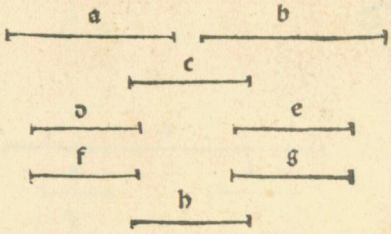
¶ Sit.c.productus ex.a.in.b.⁊ sit.d.numerus primus qui ponatur numerare.c.dico ꝙ.d.numerat.a.vel.b.numeret enī.c. ꝟm.e.si ergo nō numerat.a.erit primus ad ipsū ꝑ premissam: ⁊ iō erūt ꝟm suā ꝓportionē mimi ꝑ.23.⁊ qꝛ.a.ad.d.sicut.e.ad.b.ꝑ scd̄am ꝑtē.20.sequit̄ ut.d. numeret.b.ꝑ.21.qd̄ est propositū. Uñ manifestū ē ꝙ si aliquis numerus numerat ꝓductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoqꝫ erit alteri eoꝝ.



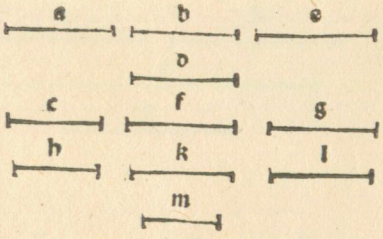

## Propositio .34.

Numerus ꝟm ꝓportionē nūeroꝝ assignatoꝝ minimos inuenire. ¶ Unde manifestū ē maximū numeꝝ duos cōiter numerantē ꝟm minimos illius ꝓportionis eos numerare

¶ Sint.a.⁊.b.numeri propositi ꝟm quorum proportionē volumus inuenire mimos. si g̃ fuerit ꝯ̄ se p̄mi sūt q̄les inq̄rim⁹ ꝑ.23.si aūt cōpositi sumat̄: vt docet scd̄a maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit.c.numeretqꝫ eos ꝟm



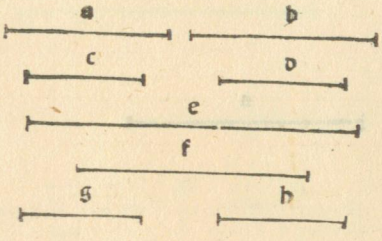
d.⁊.e.erũtq3 in cadẽ ꝓportione ꝑ.18.quos dico ẽe q̃les q̃rim⁹.Sint autẽ sint.f.⁊ g.q̃ ꝑ.21.numerabũt. a.⁊.b.eq̃liter:sit igit̃ ut ꝟm.h.eritq3 ꝑ scd̃am ꝑtẽ.20.c.ad. h sicut. f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ẽ minor.h.itaq3 cũ.h.numeret.a. ⁊.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerãs sed erat positũ ꝙ sic.ergo ⁊c.Sil̃iter quoq3 possum⁹.




¶ Numeros ꝟm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiã manifestũ ẽ maximũ numeꝝ quotlibet cõmuniter numerãtẽ ꝟm minimos proportionũ eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.ꝟm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos om̃s: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratũ est. Si autem vnus numerat om̃s:sumat̃ ut docet tertia:maximus eos cõiter numerans qui sit. d.numeret q3 eos ꝟm.e.f.g.qui erunt in cadẽ ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h. k.l.qui per.21. numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut ꝟm.m.eritq3 ꝑ scd̃am ꝑtem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur. d.q̃3 m.quare cũ.m.numeret.a.b.c.nõ fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit enĩ.d.maximus numerans.a.b.c.

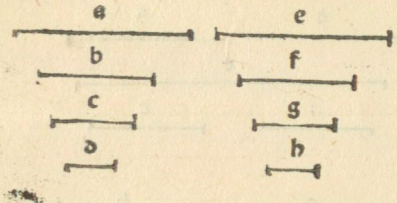
## Propositio .35.




Quilibet duo numeri minimos numeros sue ꝓportionis maior minorẽ ⁊ minor maiorẽ multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producũt. Unde manifestum ẽ minimũ quẽ duo numerãt quẽlib3 ab eis numeratũ numerare

¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.minimiq3 in eoꝝ ꝓportiõe. c.⁊.d. eritq3 per primã ꝑtẽ.20.vt ex.a.in.d.⁊.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quẽ dico esse minimũ numeratũ ab.a.⁊.b.aliter enĩ sit.f.quẽ numeret.a.⁊.b.ꝟm.g.⁊.h.eritq3 ꝑ scd̃am partẽ.20.h.ad.g.sicut.a.ad.b.⁊ sicut.c.ad.d.⁊ per.18.erit.c.ad.h.sicut. e. ad.f.cũ itaq3 ꝑ.21.c.nũeret.h.e. nũerabit.f.maior minorẽ:q2 ergo hoc ẽ ipossibile cõstat veꝝ eẽ qd̃ dicit̃.

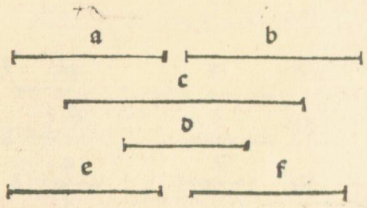
## Propositio .36.




Propositis quotlibet numeris minimũ ab eis numeratũ repire. Manifestũ etiã ex hoc ẽ minimum numeꝝ quem quotlibet numerãt quẽlibet ab eis numeratũ numerare.

¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo iuenire mimũ numeꝝ numeratũ ab eis. Inuenio itaq3 primo minimũ numeratũ ab.a.⁊.b.ꝙ si.a numerat.b.nõ erit ali⁹ q̃3.b.si autẽ nõ numerat eũ nec ecõuerso:si ipsi sunt ꝯtra se p̃mi qui ex vno in alterũ ꝓuenit erit minimus per.23.⁊ p̃missam.Qd̃ si sunt cõicantes:sumant̃ minimi in eoꝝ ꝓportione:vt docet.34.⁊ maior in minorẽ eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per p̃missam.Simili quoq3 modo inueniat̃ minimus numerat⁹ ab.e.⁊.c.qui sit.f.eritq3.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed ⁊ minimus quẽ numerant.f.⁊ .d. sit.g. eritq3.g. minimus quẽ numerant numeri ꝓpositi:qd̃ enĩ omnes ipsũ numerent:patet per cõceptionẽ sed si nõ ẽ minimus ponat̃ ergo.h. quẽ q2 numerat.a.⁊ .b.numerabit etiã ipsũ ꝑ correl̃.p̃misse.c.ꝑ idẽ quoq3 correl̃.numerabit ipsũ.f. sed ⁊.g.maior itaq3 nũerat minorẽ qd̃ est impossibile.hec ⁊ p̃missa ꝓponunt̃ ĩ alio loco sub trib⁹ conclusiõib⁹ quaꝝ prima equiualet p̃misse:secũda componit̃ ex correlarijs ambobus :tertia ꝓponit de tribus qd̃ hec de quotlibet numeris.Est itaq3 prima.

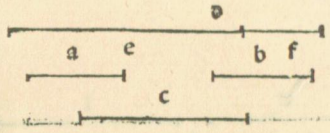
¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.




¶Dati numeri sint.a.z.b.quorũ minor si numerat maiorem est maior quẽ queri/ mus. alioquin maior eoz numeraret minorem se.Si autẽ neuter neutrũ numeret si ipsi sunt contra se primi.erit qui ex.a.in.b.,puenit qui sit.c. minimus omnium quẽ numerat.a.z.b.Nam si minorem eo numerauerint esto.d. quẽ numerent ꝑm e.z.f.eritq; per scõam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.z quia.a.z.b. sunt sue por/ portionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.z quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a. ad.f.Nam ex.b.in.a.z.f.fiunt.c.z.d.sequitur.c.numerare.d.sed erat.d. minor.c quare impossibile.Si autem.a.z.b.sint cõicantes: negociare proposituz ut in.35. secunda trium conclusionum exambobus conet.est confecta.

## ¶Si plures numeri numerum vnum numerent:necesse est vt minimus quẽ numerant eundẽ numerum numeret.

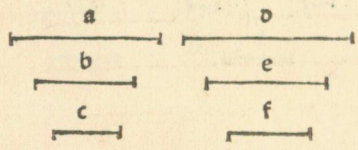
¶Vt si sit quilibet numerus quẽ numerat.a.z.b.d.minimusq; ab eisdem numeratus.c.erit ut.c.numeret.d.cũ eni sit .d. maior.c. si.c.nõ numerat ipsũ. numerabit tamẽ aliquid eius: sitq; plurimũ qõ numerat.c.z residuũ sit.f. eritq;.f.minus c.quia igitur.a.z.b.numerant.c.numerabunt per cõem scientiaz z.e. sed numerabunt.d.itaq; per aliã cõmunem sciam numerabunt.f. incõueniens ergo sequit̃ qꝫ c.nõ fuit minimus quẽ numerant.a.z.b.¶Idem cõuinces z eodẽ mõ de quolibet numerato a quotlibet pluribus.s. qꝫ minimꝰ ab illis quotlibet pluribus numera/ tus eundem numeret: vltima triũ cõclusionũ é.




## rum inuenire:

## ¶Propositis tribus numeris:minimũ numeroz ab eis numerato/

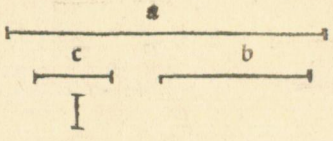
¶Tres numeri ꝓpositi sint.a.b.c.minimusq; quẽ numerant.a.z.b.sit. d. qui su/ metur ut prima trium conclusionũ docet.Si igitur.c.numerat.d.scito .d. esse quẽ querimꝰ.Si eni.a.b.c.minorem eo numerant:sit eni.e.quẽ per ꝑmissam conclusio nẽ numerabit.d.qõ est impossibile.Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.mini/ mus numeratus ab eis.qꝫ autem.e.numeret̃ ab.a.b.c.patet qz.c. numerat ipsum z.d.similiter:ergo z.a.b.qui numerant.d.quare.c.numerabitur ab.a.b.c.eritq;.e minimus quẽ numerãt.a.b.c.Sin autem sit.f.quẽ per premissam conclusionẽ nu/ merabit.d.sed.c.numerat.f. quia. a.b.c. numerant eum:quare. c.d. numerabut eum:quare per premissam.e.numerabit eum z est maior eo sed z.e.maior minorẽ qõ nõ esse potest. Idem inuenies z eodẽ modo quotlibet propositis.




## ¶Propositio .37.

SI numerus aliquis aliũ numerum numeret:erit in nume/ rato pars a numerante denominata.

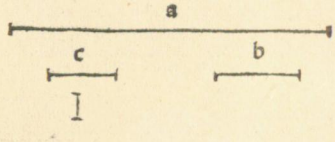
¶Huius sensus est qꝫ ois numerꝰ numeratꝰ a ternariõ habet tertiaz z numeratꝰ a quinario hz quintã.sicq; de ceteris:vt si.b.numeret.a. erit in.a.ps denominata a.b.numeret eniz ipsũ quotiens vnitas in c.eritq; per.16.vt.c.quoq; totiens numeret.a.quotiens vnitas i.b.quare tota ps est.c.a.quotta vnitas.b.z qz vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cõmunem sciam:erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.




## ¶Propositio .38.

SI numerus aliquis partẽ quotãcunq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶Hec est cõuersa premisse cuius est intentio:qꝫ ois nũerus hñs ter/ tiã numerat̃ a ternario:z hñs quitã a quinario:sicq; de ceteris vt si.b sit ps.a.denoiata a.c.seq̃t ut.c.nũerz.a.qz ei.b.é ps.a.denoiata a.c



ſed ꝛ vnitas eſt pars.c. denominata ab ipſo ꝑ cõcep. ſequitur ut quoties vnitas numerat.c. toties.b. numerat.a. itaqꝫ per. 16. quoties vnitas.b. toties.c. numerat.a. ꝙre cõſtat ꝓpoſitũ. ¶ Aliter idẽ: cũ ſit.b. pars.a. ſi tota vnitas.c. eritqꝫ per hanc cõmunem ſciam vnitatem eſſe partem omnis numeri ab ipſo denominatam.c. denoians.b. in.a. ꝛ quia eſt.b. in.a. quoties vnitas in.c. euidẽter ſequitur ꝓpoſitum ꝑ. 16.

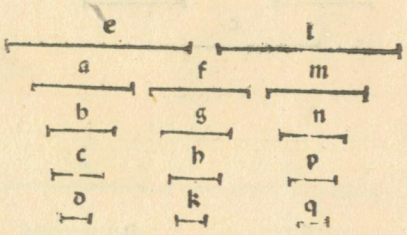
## Propoſitio .39.

NUmerum minimum propoſitarum denominationum habentem partes inuenire. Exquo manifeſtum ẽ ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ẽ minimus habens partes denominatas ab ipſis.

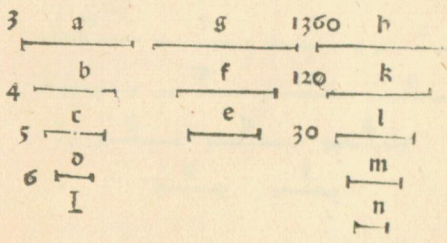
¶ Sint.a.b.c.d. denominantes partes ꝓpoſitas. ꝛ.c. minimus numeratus ab eis ſũptũ ꝟm. 36.: ipſũ.e. dico eſſe quẽ querimus. Sint enĩ ꝟmquos numerant ipſum.f.g.b.k. eritqꝫ per. 16. ꝛ hanc cõmunem ſcientiam: vnitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta: vt viceuerſa.f.g.b.k. numerent.c. ꝟm.a.b.c.d. quare ſunt partes eius ab illis dicte. eſt igitur.e. habens partes propoſitarum denominationũ. ¶ Minimus etiã qm̃ ſi alter fuerit vt.l. ſint ꝑtes.l. dicte ab eis.m.n.p.q. eruntqꝫ per. 16. ꝛ predictam cõem ſcientiam. a b.c.d. viceuerſa ꝑtes.l. dicte ab.m.n.p.q. quare nõ erat.e. minim⁹ quẽ numerãt. a.b.c.d. qd eſt inconuenies. ¶ Habito minimo: ſi cura eſt habere ſcõm. aut quotũcũqꝫ libet: ſi ſcom qd ſume duplũ minimi: ſi tertium triplum: ꝛ ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex.e. numeretur ab. a.b.c.d. per hanc cõem ſcientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratũ ab illo neceſſe eſt per. 37. vt omnis multiplex.e. habeat partes denominatas ab. a.b.c.d. ſi itaqꝫ duplus.e. nõ fuerit ſcõs habens ꝑtes ꝓpoſitarũ denoiationũ: erit ali⁹ quẽ ſicut ſequit̃ eẽ maiorẽ.e. ſic ſeqiuꝫ ẽe minorẽ duplo: ꝛ qꝫ illum numerant. a.b.c.d. per. 38. ſequitur per corel'. 36. ꝙ.e. numeret eundẽ qd eſt impoſſibile. cum enim numeret ſe. numeraret ꝑ hanc cõmunem ſciaꝫ omnis numerus numerãs totũ ꝛ detractum: numerat reſiduũ: differentiam illius ad ſe. que cum ſit minor ſe: maior numerus numeraret minorem qd eſſe non poteſt ſequitur itaqꝫ duplum.e. eſſe ꝟm numerũ habentẽ propoſitarum denominationũ partes. ¶ Similit̃ quoqꝫ argues triplũ.e. eſſe tertiũ probato duplo eſſe ſcõm. alioquin quia eſſet triplo minor. ꝛ duplo maior. ſequeretur.e. numerare aliqꝫ iter ipſius duplum ꝛ triplum. qd ut prius patꝫ eſſe impoſſibile: probato aũt triplo eſſe tertium ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum: ꝛ ſic in ceteris.

## ¶ Minimũ numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continue reperire.

¶ Vt minimum numerꝫ habentẽ tertiã que tertia habeat quartam: que etiã quarta habeat quintã: aut ſeptimã: aut qualitercũqꝫ contingat eas ab eiſdem vel diuerſis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorẽ prime partis in denominatorẽ ſcõe: ꝛ ex eis ꝓductum in denominatorẽ tertie: ꝓductum quoqꝫ i denominatorẽ quarte. ſicqꝫ de ceteris vſqꝫ ad vltimam. a prima vel vſqꝫ ad primã ab vltima ꝛ qui prouenerit erit qui inquirit̃ vt in ꝓpoſito. 60. vel. 84. ¶ Hoc autẽ ita eſſe demonſtratiue ſic habeto. Sint numeri ꝑtes ꝓpoſitas denoiantes. a.b.c.d. volum⁹ inuenire minimũ numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita ꝙ illa ꝑs habeat partẽ denominatã a.b. ꝛ illa aliã denominatã a.c. ſed ꝛ hec aliã dictã a.d

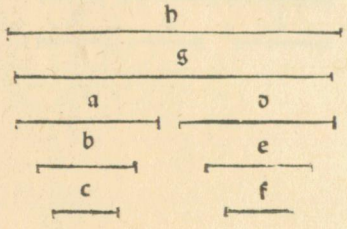


ducatur itaq3.d.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.e.in.b.⁊ proueniat.f.f.quoq3 ducatur in.a ⁊ proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum enī ipse.g.ꝓueniat etiam ex.a.ī f.ꝑ.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At qr.f.ꝓuenit ꝑ eādē ex.b.ī.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed ⁊ propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.⁊ quia vnitas est ꝑs.d.dicta ab ipo d.p3.g.habere ꝑtes ut ꝓponit̄.Si ergo nō fuerit minimus sit.h.sitq3.k.ꝑs eiꝰ dicta ab.a.⁊.l.ꝑs.k. dicta a.b.⁊.m ꝑs.l.dicta a. c.n.quoq3 pars.m.dicta a. d.erit q3 per.18.g.ad.f.vt.h.ad.k.⁊.f.ad.e.vt.k.ad.l.⁊.e.ad.d.ut.l.ad.m. sed ⁊.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatē vt h.ad.n.ergo ꝑmutatim erit.g.ad.h.vt vnitas ad.n.quare cum.h.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaq3.g.minimus habens ꝑtes vt ꝓponit̄ Quo inuēto si cura fuerit habere scdm aut quotūquelibet ꝑ minimii multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio ꝟm hunc modum.




## ¶ Propositis partibus quotiscūq̄libet:minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si ꝑtes proposite sint.a.b.c.sintq3 eas denominātes.d.e.f. ⁊ sumat̄ minimꝰ quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus:erunt enī in eo proposite partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens:sit ergo.h.quē numerabunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit .g.minimus numeratus ab eis qd̄ est incōueniēs qr erat. Intelligo vero ꝑtes.a.b.c.indeterminate poni ⁊ nō sub quātitate certa:aliter enī nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset minimus continens partes ꝓpositas:plurimas enī contingit partes reperire q̄s numerus numeratus ab eoꝝ denoiatoribus non continet:verbi gr̄a. Tres numeri q̄ sūt 120.90.⁊.72.sunt eiusdem numeri ꝑtes.primus quidē tertia.secūdꝰ vero quarta.⁊ tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eoꝝ qui est.60. ꝑtes istas continet. Instandū igitur est si ꝑtes sub certa quantitate ponant̄ prime consequentie huius demōstratiōis:nō enim sequit̄ ut arguit ꝑ.37.si ternariꝰ hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia:s3 ergo habet tertiā: qua ꝓpter idē est quod ꝓponit̄ ꝟm vtrūq3 modū: sed scdm primu3 conuenientius videt̄ qd̄ intēdit̄ proponi. Attēdere aūt oportet ꝙ cū oīs ꝑs habeat quātitatē ī eo ꝯtingit ponere quotlibet ⁊ quaslibet ꝑtes scdm quātitatē:⁊ inquirere quis minimus eas cōtinet ⁊ sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.ꝟm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant .Contingit iterū ponere quotlibet ⁊ quaslibet denominatiōes: ⁊ inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt̄ ⁊ ꝟm quas quātitates. Minimū quoq3 cōstat esse minimū numeratū ab illis:ꝟm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiq3 autē idcirco inquirit̄ minimꝰ:qr infiniti sunt hinc quidē qui has ꝑtes continent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt̄. Contingit rursus ponere quotlibet partes ⁊ totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes ⁊ totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslib3:sed certas cū certis. Si enī ponā ꝑtes tres quatuor quinq3 ⁊ denoiationes earū.6.7.8.⁊ inquirā quis numerus continet has ꝑtes sub istis denoiationibus.silis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ꝑtes cū denoiationibus certis ⁊ nō ut contingit ⁊ inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationibꝰ cōtinet:nō aūt quos minimus vnicus enī est:nā siue ꝓposita fuerit vna ꝑs ⁊ vna denoiatio siue plures ⁊ plures:

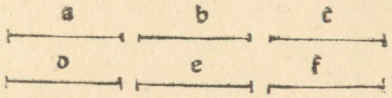


non erit ſumere plures numeros qō ꝓpoſitū erit cōtinentes. Solus eni ē cui⁹ ternarius ē quinta: nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua: ⁊ ſenarius quarta: nō plures. ideoq; ꝓponentem ptes ⁊ denoiationes ipſaꝝ in toto nō eſt querere quis minimus cōtinet has ptes ſub iſtis denoiationibus: ſed quis vnus continet: ꝓponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis minineas continet ⁊ a quibus in eo denominanť: ſolas quoq; ꝓponentē denoiationes conuenit querere que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunť. Cōuenientius aūt videť partes p denominationes inquirere: q̄; denominationes p ptes: diuerſitatē quidem denominationū non partiū comitať ꝓportionū diuerſitas. Explicit liber ſeptimus incipit liber Octauus.

DAtera numeroꝝ dicunť quoꝝ multiplicatōe numeri ꝓducunť. ¶ Supficies appellať numer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtineť. ¶ Solidus vero qui ſub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione hz procreari. ¶ Quadratus ē numerus ſupficialis equalib⁹ lateribus cōſiſtēs. ¶ Cubus eſt ſolidus equalib⁹ cōſiſtēs lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri ſupficiales ſiue ſolidi quoꝝ latera ſūt proportionalia.

### Propoſitio .1.

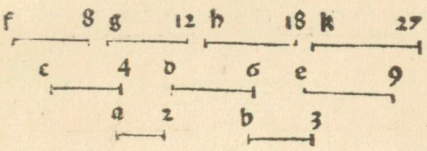
SI numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra ſe primi: eos omnes ſecundum ſuam proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.




¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a.b.c. duoq; extremi qui ſunt. a.c. ſint ꝑ ſe primi. dico q; in eadē ꝓportione nō repient totidē minores. Si aūt contingit ſint. d.e.f. critq; p. 15. ſeptimi. a. ad. c. ſicut. d. ad. f. ⁊ q⁊. a. ⁊. c. ſunt mmi i ſua ꝓportione p. 23. eiuſdē ſequiť p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. c. f. miores ſcilicz maiores qō eſſe non potes.

### Propoſitio .2.

NUmeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis ſm ꝓportionē datā mīmos inuenire. vñ manifeſtum erit: q; ſi fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis ſm eā mīmi duo extremi erūt quadrati. q; ſi fuerint q̄tuor erūt extremi cubi:



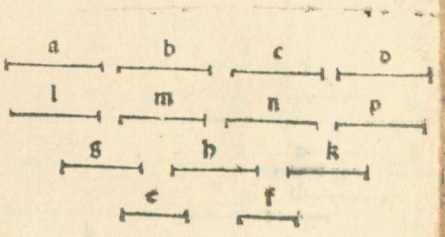

¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ⁊. b. ducaťq; a. in ſe ⁊ fiat. c. ⁊ in b. ⁊ fiat. d. b. quoq; in ſe. ⁊ ꝓueniat. e. eruntq; c. d. e. cōtinue ꝓportionales i proportione. a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. ſeptimi: ⁊ q⁊. c. ⁊. e. ſūt ꝓtra ſe primi p. 28. eiuſdē erunt c. d. e. ſm datā ꝓportionē minimi p ꝓmiſſam: ducať iterū. a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt f. g. b. ⁊. b. i. c. ⁊ ꝓueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. b. k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. ſeptimi: mīmi quoq; p. 28. eiuſdē ⁊ ꝑmiſſā hac via ⁊ rōne ineni

### Propoſitio .3. enť. 5. vel. 6. vel quotlibet.

SI numeri quotlibet continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint mīmi: duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cōuerſa prime. Sint eni. a.b.c.d. cōtinue ꝓportiōales

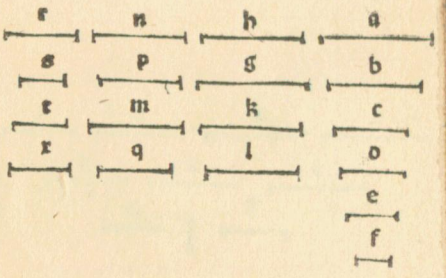
ꝛ ſm ſuã ꝓportionẽ minimi. dico ꝙ. a. ꝛ. d. extremi erũt adinuicẽ primi: mĩmi enĩ in ꝓportione. a. ad. b. ſint. e. ꝛ. f. eruntq; p. 22. ſeptimi contra ſe primi. ꝑ bos ergo duos ſm doctrinã p̃miſſe inueniañ totidẽ cõtinue ꝓportionales ꝛ mĩmi quot tũt numeri ꝓpoſiti: primo quidẽ tres qui ſunt. g. b. k. deinde q̃tuor qui ſunt. l. m. n. p. ꝛ ad hunc modũ cõtinue ꝑ additionẽ vnius quouſq; fiãt tot quot ſunt numeri ꝓpoſiti vt ſunt hic. l. m. n. p. ſequit̃ ergo. l. m. n. p. equales eſſe. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem proportione ſunt vtriq; minimi ꝛ qꝛ. l. ꝛ. p. ſunt cõtra ſe primi p. 28. ſeptimi: erunt quoq;. a. ꝛ. d. illis equales contra ſe primi: quod eſt propoſitum.




## Propoſitio .4.

SImilitudinẽ aſſignatarũ ꝓportionũ ĩ mĩmis numeris ſm ipſas ꝓportiões cõtinuatim proportionalibus inuenire.

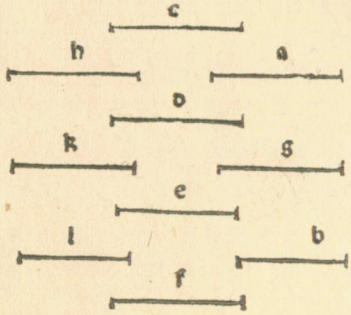
CAſſignate ꝓportiones ĩ mĩmis termis inueniañ ut docet. 34. ſeptimi Sintq; prima inter. a. ꝛ. b. ſcõa inter. c. ꝛ. d. tertia inter. e. ꝛ. f. ſit quoq; de pluribus ſi fuerint plures. volo bas ꝓportiões in quatuor mĩmis numeris cõtinuare. Sumo ergo. g. mĩmũ quẽ numerãt. b. ꝛ. c. ꝛ quotiens. b. numerat ipſũ. g. totiẽs. a. numerat. b. d. quoq; totiẽs numeret. k. quotiẽs. c. g. itaq; ſi. e. numerat. k. ſit vt. f. totiẽs numeret. l. erũtq; b. g. k. l. quos querim⁹: cõſtat enĩ p. 18. ſeptimi ꝙ ſit. b. ad. g. ſicut. a. ad. b. ꝛ. g. ad. k. ſicut. c. ad. d. at. k. ad. l. ſicut. e. ad. f. Mĩmi quoq; nã ſi alij ſint mĩmi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. ſeptimi bis aſſumptã ut vtriq; duoꝝ. b. ꝛ. c. numeret. p. q̃rc ꝛ. g. nũerabit eũdẽ. ꝛ p corol̃. 35. ſep. qõ ẽ incõueniẽs. Sunt igit̃. b. g. k. l. mĩmi. at vero ſi. e. non numerat. k. ſit. m. minimus numerat⁹ ab eis ſcz. e. ꝛ. k. quẽ. m. quotiẽs nũat. k. totiẽs. b. numeret. n. ꝛ. g. totiẽs. p. erũtq; p. 18. ſeptimi. n. p. m. in ꝓportione. b. g. k. q̃rc. n. ad. p. vt. a. ad. b. ꝛ. p. ad. m. vt. c. ad. d. ſed quoties. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. ꝛ erit ꝑ candẽ. m. ad. q. ſicut. e. ad. f. Manifeſtũ ẽ igit̃ ꝙ aſſignate ꝓportiones cõtinuate ſũt in quatuor numeris qui ſunt. n. p. m. q. Qui ſi nõ fuerint mĩmi. ſint ſi poſſibile eſt alij qui ſint. r. ſ. t. x. qꝛ itaq; p. 21. ſeptimi bis aſſumptã vtrq; duoꝝ numeroꝝ. b. ꝛ. c. numerat. ſ. ſequit̃ per corol̃. 35. ſep. vt. g. numeret⁹ eundẽ quare etiã. k. numerabit. t. at qꝛ p. 21. ſeptimi. e. numerat eundẽ. t. nõ erit. m. mĩmus quẽ numerãt. k. ꝛ. e. hac rõne quartã illis ꝛ quotlibet alias ſine omni offendiculo cõtinuare poteris.

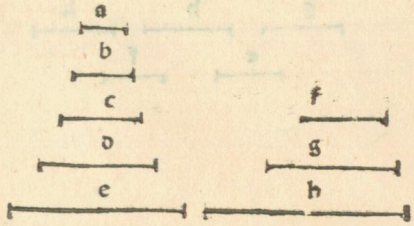



## Propoſitio .5.

OMnium duoꝝ numeroꝝ cõpoſitoꝝ ꝓportio vnius ad alterum eſt ex laterũ ſuoꝝ producta proportionibus.

CQõ proponit. 24. ſexti de ſuperficiebus equidiſtantiũ laterũ: ꝓponit hic de numeris cõpoſitis. Sit duo numeri cõpoſiti. a. b. latera. a. ſint. c. ꝛ. d. latera. b. ſint. e. ꝛ. f. dico itaq; ꝙ ꝓportio. a. ad. b. conſtat ex ea que eſt. c. ad. e. ꝛ ea que eſt. d. ad. f. ſit enĩ ut ex. d. i. e. fiat. g. qꝛ ergo ex. d in. c. fit. a. ꝛ ex. f. in. e. fit. b. ꝑ cõuerſionẽ diffinitiõis latex erit p. 18. ſeptimi. a. ad g. ſicut. c. ad. e. ꝛ p. 19. eiuſdẽ. g. ad. b. ſicut. d. ad. f. quare per diffinitionẽ ꝓportio a. ad. b. cõpoſita ẽ ex ea que ẽ. c. ad. e. ꝛ ea que eſt. d. ad. f. qõ eſt ꝓpoſitum. Nec eſt neceſſariũ vt cõtinuemus ꝓportiones latex videlicet eã que ẽ. c. ad. e. ꝛ eã que eſt d. ad. f. in minimis numeris reptis ſm doctrinã p̃cedentis vt docent quidam: hoc enim eſt propoſito p̃ter neceſſarium. Arguũ. enĩ poſito ꝙ illi minimi ſint. b. k. l. ita ꝙ ſit. b. ad. k. ſicut. c. ad. e. ꝛ. k. ad. l. ſicut. d. ad. f. ꝓportionẽ. b. ad. l. eſſe cõpoſitã ex ꝓpoſitoꝝ latex ꝓportionibus. ſumptoq;. g. fieri ex. d. in. c. arguũt. a. ad. g.






vt.b.ad.k.q; vt.c.ad.c.z.g.ad.b.vt.k.ad.l.q; vt.d.ad.f. ideoq3 ẽm equã ꝓpoꝛ. z.a.ad.b.vt.b.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.z.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

## Propositio .6.

SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus scõm non numeret:nullus eoꝝ numerabit vltimum

Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico q; si.a. nõ numerẽ. b.nullus eoꝝ numerabit.e.Manifestũ aũt est q; si ipsum numeret omnes numerabunt.e.z simpliciter quilibet p̃cedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet q;.d.nõ numerabit.e. nec simplr aliq̃s eorum ꝓximo sequentẽ:q; sunt positi continue ꝓportionales:sed q; nullus ali⁹ ut.c: numeret ipsum sic constat:sumant̃ ẽm doctrinã sc̃de huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione cadẽ quot sũt ipse.c.z oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h. eruntq3 p.3.hui⁹ z.f.z.b.p̃ se primi:z q; p equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. b.cũ f.non numeret.b.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis alioꝝ: quare liquet quod propositum est.

## Propositio .7.

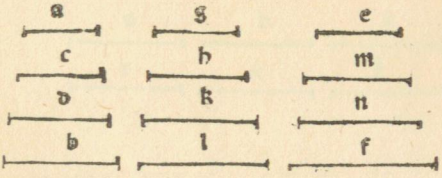
SI numeroꝝ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse z secundum numerabit.

Sint qui pri⁹ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.c. qõ ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed z oẽs z quisq3 eorum quẽlibet ipsum sequentem.

## Propositio .8.

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

Sint.a.z.b.inter quos cadunt.c.z.d.in cõtinua ꝓportione habẽtes se in proportione.e.ad.f.dico q; totidẽ cadunt inter.e.z.f.z i eadem proportione quot inter.a.z.b.Sint enĩ.g.b.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. z.b.qui inter eos cadunt sumpti.quẽadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓportionales in cadẽ ꝓportione:eruntq3 p.3.g. z.l.cõtra se primi: z per equã ꝓportionem erit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq3 z sicut.e.ad.f.z q; ipsi sunt in sua ꝓportione minimi p.23.septimi.sequit̃ per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.z.l.f.equaliter:totiens igitur numeret.b.m.z.k.n.positisq3.m.z.n.inter .e.z.f. constat p.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales:quẽadmodũ sunt.g.b.k.l.z ideo quẽadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̃lia dividi:si enĩ hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt: ideoq3 tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia dividi non potest:sed necessario dividit̃ in minus semitonium et maius.




## Propositio 9.

SI inter duos numeros ꝓtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũq3 eorum z vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

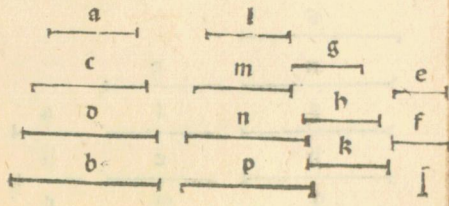
Sint.a.et.b.ꝓtra se primi.inter quos cadat incõtinua proporc.z d.dico q; totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.z vnitatẽ:itẽq3 totidem inter.b.z vnitatẽ.Sint enĩ in illa proportione minimi.e.z.f.sumpti ut docet.34.septimi:ex quibus sumant̃ tres cõtinue proportionales et minimi i eorũ

proportione,put docet scda huius qui sint.g.b.k.deinde q̃tuor qui sint.l.m.n.p.z hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiãt totidẽ quot sunt numeri ꝓpositi:vt sunt hic.l.m.n.p.Cõstat itaq; cũ sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione mimi p primã huius. sintq;.l.m.n.p.totidẽ z mimi in eadẽ.Nõ sit aũt possibile eẽ aliquid minus min/mo q̃ numeri.l.m.n.p.equales erũt nũeris.a.c.d.b.qui vsq; suo relatiuo ẽ igit̃:l. equalis.a.z.p.b.Manifestũ aũt ex scda huius q̃ ex.f.in se fit.k.z ex eodẽ.m. k.p p diffinitionẽ igit̃ eius qõ ẽ multiplicari:erit.f.in.k.k quoq; in. p.quotiẽs vnitas ẽ in.f.itaq; vnitas.f.k.p.sunt cõtinue ꝓportionales.Silr aũt z vnitas.e.g.l.sũptis ergo.a.z.b.loco.l.z.p.sibi equaliũ erunt inter.a.z vnitatẽ.g.z.e.z inter.b. z vnitatem.k.z.f.cõtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.z.b. quod est propositum.

## Propositio 10.

SI inter vtrũq; eox̃ z vnitatem quotlibet numeri cõtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

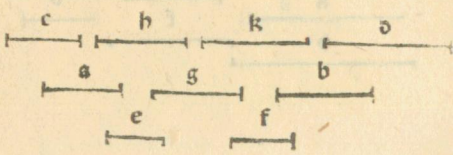
Sint duo numeri.a.z.b.sintq;.c.z.d.inter.a.z vnitatẽ.e.quoq; z f.inter.b.z vnitatẽ continue proportionales.dico totidẽ esse inter.a z.b.cõtinue proportiõales:hec ẽ eõuersa prioris excepto q̃ ad subiectum p̃misse appositũ erat.a.z.b.esse contra se primos qõ nõ apponit̃ hic ad passionẽ: quap/pter vlior est passio huius subiecto illius.Quia igit̃ quotiens vnitas in.d.totiẽs ẽ d.in.c.z totiẽs.c.in.a.cõstat qõ ex.d.in se fit.c.z ex eodẽ.d.i.c.a.Silr quoq; ex.f. in se z in.e.fient.e.z.b.ducaũ itaq;.d.in.f.z ꝓductus sit.g.itẽq; idẽ.d.ducaũ.i.g. z.e.z sint producti.b.z.k.Constat igitur ex.18.septimi q̃.c.ad.g .vt. d.ad. f.z ex 19.q̃.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales i proportione d.ad. f.itẽ p.18.itex̃ sunt.a.ad.b.sicut.c.ad.g.z.b.ad.k.sicut.g.ad.e.z p.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.b.k.b.continue proportionales:quare cõstat propo/situm.




## Propositio 11.

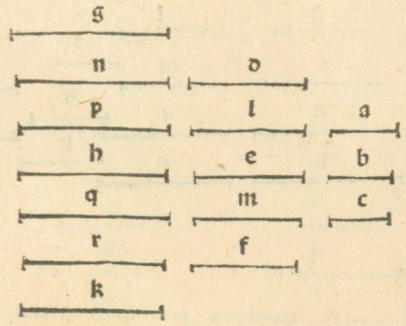
SI fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterũ tãquã sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tãquã sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

Sint duo quadrati.a.z.b.z duo cubi.c.z.d. latera tã quadratorũ q̃z cubox̃ sint.e.quidẽ.a.z.c.f.vero b.z.d.dico q̃ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut cadẽ triplicata.Manifestũ enĩ est q̃ ex.e. in se fit.a.z ex ipso.e.i.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.z ex ipo in.b.d.ducaũ igit̃.e.in.f.z puenit.g.z in.g.z.b.z proueniant.b.z.k.eritq; p.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f z per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f. duplicata qõ est primũ.Scõm eodez modo cõstat.sunt eui p.18.itex̃.c.ad.b.sicut.a.ad.g.z b.ad.k.sicut.g.ad.b.z per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.b.k.d. sunt etiã continue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.p diffinitionẽ igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est secũdũ.



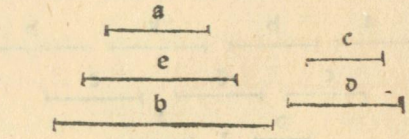

## Propositio 12

SI numerox̃ cõtinue ꝓportionalitatis quisq; in seipsũ ducatur:qui inde ꝓducent sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Qõ si itẽ in ipsos ꝓductos principia sua ducaũt: inde quoq; ductos cõtinue ꝓportionalitatis eẽ necesse est. idẽq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



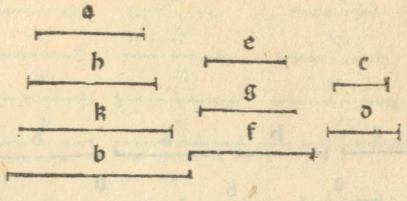

¶Sint.a.b.c.ꝓtinue ꝓportionales quox quisq3 in se ducatur ꝛ prouenīāt ex.a: quidē.d.ex.b.vero.e.ꝛ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.sūt ꝓtinue ꝓportionales: ꝙ si item.a ducaī in.d.ꝛ ꝓueniat.g.b.quoq3 in.e.ꝛ prouenīat.b.ꝛ.c. in. f.ꝛ ꝓueniat.k. dico etiā ꝙ.g.b.k.erunt cōtinue ꝓportionales.sit enī ex.a.in.b.l.ꝛ ex.c.i eundem. m. eruntq3 p.18.ꝛ.19.septimi.d.l.e.m.f.ꝓtinue ꝓportionales i proportione.a. b.c: itaq3 per equā proportionalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.qō est primū. Reliquū sic.ducaī.a.in.l.ꝛ.c.ꝛ prouenīāt.n.ꝛ.p.c.quoq3 ducaī in.e.ꝛ.m.ꝛ prouenīāt q.ꝛ.r.eruntq3 per easdem.g.n.p.b.q.r.k.continue quoq3 proportionales in proportione primox:p equā igiī ꝓportionalitatē cōclude.g.ad.b.sicut.b.ad.k.qō est reliquum. Eadem erit rō quotienscunq3 primi in productos ducantur.

## Propositio .13.




Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoq3 suū latus illi⁹ numerare ꝓbatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratuz ¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.quadrati:lateraq3 eox.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a numerat.b.c.quoq3 numerabit.d.ꝛ ecōuerso:cōstat enī ꝙ ex.c.in se fit.a.ex.d.quoq3 in se.b.fiat igitur.c.ex.c.in.d.eruntq3 per.18.ꝛ19.septimi. a.c.b ꝓtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.si igiī.a.numerat.b.idem ipse per.ꝙ huius numerabit.c.quare ꝛ.c.d.qō est primū. Conuersa sic patet.si.c.numerat.d. a.numerabit.c. ꝓpter id qō ꝓportio.a.ad.c.sicut.c.ad.d.ꝛ si numerat.c.ipse numerabit.b.propter hoc ꝙ sunt continue proportionales.

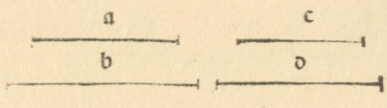
## Propositio .14.




Si cubus alium cubum numeret:latus quoq3 suū latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret:cubum numerabit cubum.

¶Sit duo numeri.a.ꝛ.b.cubi lateraq3 eox.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a.numerat.b.c.quoq3 numerabit.d.ꝛ ecōuerso:ducatur enī.c.in se.ꝛ fiat.e. d.quoq3 in se.ꝛ fiat.f.ꝓstat igiī ꝙ ex.c.in.e.fit.a.ꝛ ex.d.in.f.b.fiat itaq3.g.ex.c. in.d.eruntq3 per. 12.ꝛ.19.septimi.e.g.f.ꝓtinue proportionales in proportione.c ad.d.sed ꝛ.b.ꝛ.k.prouenīant ex.c.in.g. ꝛ.f.per easdem igitur erunt.a .b.k.b. cō tinue quoq3 proportionales in eadem proportione.itaq3 si.a.numerat.b. idem ꝙ 7.huius numerabit.b.quare ꝛ.c.d.est enim.c.ad.d.sicut.a.ad.b.constat igiī prima pars. Conuersa patet:sicut conuersa prioris. Nam si.c. numerat. d.a. quoq3 numerabit.b.quē si numerat necesse est vt numeret.b.

## Propositio .15.




Si numerus quadratus quendā alium quadratū nō numeret:nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

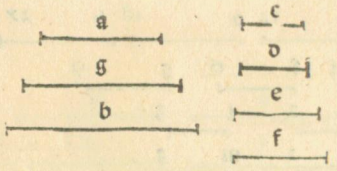
¶Hec.15.proponit negationes cōuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti proposuit opponuntur: vt si sint duo numeri quadrati.a.ꝛ. b.quorum latera.c.ꝛ.d.si.a.non numerat.b.c.quoq3 non numerabit. d. econuerso etiā si.c.non numerat.d.nec.a.b.sit enim primo vt. a. non numeret.b. si itaq3.c. numerat.d.per secundā partem.13.huius ꝛ.a.numerabit.b. qō ē cōtrariū positioni sicq3 patet primum.secūdū quoq3 sic:sit ut.c.nō numeret.d.itaq3 si.a. numeret.b

per primã ptem.13.neceſſe eſt vt.c.numeret.d.neceſſe eſt igitur vt numeret ipſum cũ non numerat ipſũ:qõ eſt impoſſibile.Quẽadmodũ autẽ neceſſe eſt cõuerti negationes oppoſitas affirmatiõibus quas.13.demõſtrauit ꝓuerti:ſic quoq; neceſſe ẽ eas negatiões que opponũt illis affirmationibus quas ꝑmiſſa cõuerti demõſtrauit cõuertanť.vnde ſi cubus nõ numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illi⁹ ecõuerſo quoq; ſi latus vnius nõ numerat latus alterius:nec ipſe cubus numerabit alterũ cubũ.demõſtrať autẽ hoc ꝑ ꝑmiſſam a deſtructione ꝓſequẽtis:ſicut qõ ꝓpoſitum eſt per.13.ideoq; hoc auctor nõ propoſuit:ſed per id qõ propoſitũ ẽ ipſũ vedit intelligi.

## Propoſitio .16.

SI duo numeri ſupficiales fuerint ſil'es neceſſe ẽ tertiũ numerũ ſm ꝓportionalitatẽ cõtinuã eis intereſſe:eritq; proportio vnius numeri ad alterꝝ ſibi ſimilẽ velut vni⁹ lateris ſui ad latus alterius ſe reſpiciens proportio duplicata.

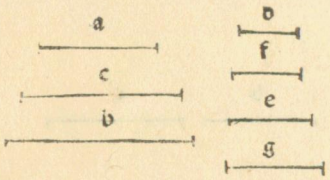
¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.ſuperficiales ꝛ ſimiles:dico ꝙ inter ipſos cadet vnus numerus in cõtinua ꝓportione:latera eni.a.ſint.c.ꝛ.d.b. vero latera ſint.e.ꝛ.f.eruntq; ex cõuerſione diffinitionis numeroꝝ ſimiliũ.c.ad.e.ſicut.d. ad f.conſtat autẽ ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.ꝛ ex.e.in.f.b.fiat itaq; g.ex. e.in. d.eritq; p. 19. ſeptimi.a.ad.g.ſicut.c.ad.e.ꝛ per.18.eiuſdẽ.g.ad.b.ſicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. ſicut.g.ad.b.eſt itaq; g.cõtinua ꝓportionalitate medius inter.a.ꝛ.b.qõ eſt propoſitum.Lꝛeť.autẽ patet.cũ ſit.a.ad.b.per diffinitionẽ ſicut.a.ad.g. duplicata. que eadem eſt illi que eſt.c.ad.e.




## Propoſitio 17.

SI ſecũdũ cõtinuam ꝓportionalitatẽ tertiꝰ numerꝰ duob⁹ numeris interſit:illi duo numeri ſupficiales ſunt ꝛ ſimiles.

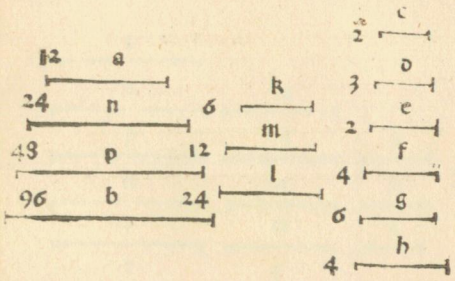
¶Hec eſt cõuerſa ꝑmiſſe:ut ſi inter.a.ꝛ.b.ſit.c.ſub cõtinua ꝓportionalitate cõſtitutus.a.ꝛ.b.erunt ſupficiales ꝛ ſimiles.ſint eni. d.ꝛ e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.ſeptimi numerabunt.a.ꝛ.c.equaliter:ſitq; vt ſm.f.ꝛ per eandem.c.ꝛ.b.equaliter :ꝛ ſit vt ſm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.ꝛ.b.ſuperficiales:ꝛ erunt etiam per diffinitionem.d.ꝛ.f.latera numeri.a.e.quoq; ꝛ.g.latera numeri.b.Qõ autẽ ipſi ſint ſimiles ſic habeto:cum enim ex.d.in.g.ſit.c.ꝛ ex.e.in.f.ſit idẽ.c.erit ꝑ ſcõam partem.20.ſeptimi.d.ad.e.ſicut.f.ad.g.per diffinitionẽ igitur.a.ꝛ.b.ſunt ſimiles qõ eſt propoſitum:hoc autem vltimum qõ eſt.a ꝛ.b.eſſe ſimiles poteſt etiam haberi per.19.ꝛ.18.ſeptimi ꝛ per has ꝓpoth.ꝙ.a.c.b. ſunt ꝓtinue ꝓportionales in ꝓportione.d.ad.e.minimoꝝ numerantiũ.a.ꝛ.c.ſm.f.ꝛ.c.ꝛ.b.ſcõm.g.

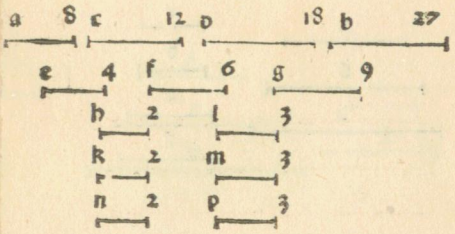


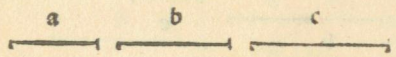

## Propoſitio 18.

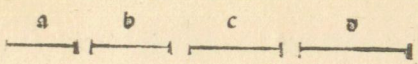
SI fuerint duo numeri ſoluidi ſil'es:neceſſe eſt eis duos numeros ſm continuam proportionalitatem intereſſe.eritq; proportio vnius ſolidi ad alterum ſibi ſimilem.velut cuiuſlibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe ꝓportionaliter proportio triplicata.

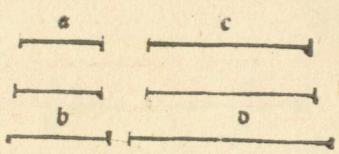
¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.ſolidi ſimiles:dico ꝙ inter ipſos cadent duo numeri in cõtinua ꝓportione.Sunt eni latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.ſint.f.g.b.erũt qꝫ excõuerſione diffinitionis numeroꝝ ſimiliũ.c.ad.f.ꝛ.d.ad.g.ſicut. e.ad.b.Sic igitur ex.c.in.d.k.ꝛ ex.f.in.g.l.eruntq; ex diffinitione.k.ꝛ.l.ſupficiales ꝛ ſimiles.




quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ſm ꝓportionē.c.ad.f. qui ſit.m. Manifeſtū aūt ē q̄ ex.e.in.k.fit.a.ꝛ ex.b.in.l.b.ſi igit̄ ex.e.in.m. ꝛ.l. fiant.n.ꝛ.p.erūt ꝑ.18.ſeptimi.a.ad.n.ſicut.k.ad.m.ꝛ.n.ad.p. ſicut.m. ad.l. ḡre a.n.p.ſunt ꝓtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.ꝛ q̄ per.19.eiuſdē.ꝑ .ad.b. ſicut.e.ad.b.ꝛ ideo ſicut.c.ad.f.ſequit̄ ut quatuor numeri.a.n. p.b. ſint continue ꝓportionales ſm ꝓportionē.c.ad.f.ſunt itaq; inter.a.ꝛ.b.duo numeri.n.ꝛ.p.me dij incōtinu. ꝓportionalitate ſuor laterum interpoſiti:qō ē ꝓpoſitū. Corrol.autē pz cū ꝓportio.a.ad.b.ſit ꝑ diffinitionē ſicut.a.ad.n.triplicata que eſt eadem illi. que eſt.c.ad.l.

## Propoſitio 19

Si eis ſcōm cōtinuā ꝓportionalitatē duo numeri interia/cent quilibet duo numeri ſolidi ſunt atq; ſimiles.

Thec eſt q̄uerſa p̄miſſe vt ſi inter.a.ꝛ.b.ſint duo numeri.c.ꝛ.d.me dij in cōtinua ꝓportione:erūt.a.ꝛ. b.ſolidi ꝛ ſimiles:Sumant̄ enim tres minimi in eadē proportione ꝓtinue ꝓportionales qui ſunt. c.f. g.erūtq; per.17.c.ꝛ.g.ſuperficiales ꝛ ſimiles.ſint ergo.h.ꝛ.k.latera.c.at.l.ꝛ.m.la tera.g.eritq; per corrol.· 16.huius.e.ad.f.ſicut.h.ad.l.aut ſicut.k. ad.m. manife/ſtū autē eſt ex tertia q̄.e.ꝛ.g.ſunt ꝓtra ſe primi: ideoq; per.23.ſeptimi in ſua ꝓ/portione minimi.ꝛ q̄ ꝑ equā ꝓportionalitatē ſunt.a.ad.d.ꝛ.c.ad.b.ſicut.e.ad.g ſequit̄ per.21.ſeptimi:ut ipſi numerent.a.ꝛ.d.equaliter qō ſit ſm.n.ꝛ item.c .ꝛ.b. eq̄lit̄ qō ſit ſm.p. Quia igit̄ ex.b.in.k.fit.e.ꝛ ex.e.in.n.fit.a.ſequit̄ ꝑ diffinitionē vt.a.ſit ſolidus eiuſq; latera.b.k.n.ſil̄r q̄ ex.l.in.m.fit.g.ꝛ ex.g.in.p.b. ſequitur etiam ut.b.ſit ſolidus ꝛ eius latera.l.m.p.ipſos aūt eſſe ſil̄es ſic conſtabit cū ex.g. in.n.fiat.d.ꝛ ex eodē in.p.b.erit ꝑ. 18.ſeptimi.n.ad.p.ſicut.d.ad.b.ꝛ q̄ ſic erant b.ad.l.ꝛ.k.ad.m.ꝑ diffinitionē manifeſtū eſt.a.ꝛ.b.eſſe ſimiles:qō eſt ꝓpoſitū.

## Propoſitio 20.

Si trium numerorū continue ꝓportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoq; quadratum eſſe.

Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.fitq;.a.quadrat⁹ dico q̄.c.eſt etiā quadratus ſunt enī ꝑ.17.a.ꝛ.c.ſupficiales ꝛ ſimiles cum igitur.a.ſit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.quadratus.

## Propoſitio 21

Si quatuor numerorum continue proportionalium. pri/mus fuit cubus:quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

Sint quatuor numeri cōtinue proportionales.a.b.c.d. ſitq;.a.cu bus:dico q̄.d.eſt etiam cubus:cōſtat enim per.19.q̄.a. ꝛ.d. ſunt ſo lidi ſimiles:ꝛ q̄.a.eſt cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.

## Propoſitio 22.

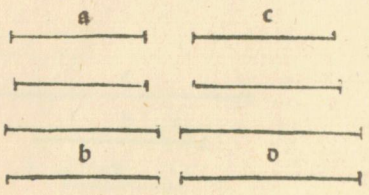
Si duor numerorū quor proportio ſicut quadrati ad qua dratū fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū quoq; quadratum eſſe.

Sint duo numeri.a.ꝛ.b.in proportione duor quadratorū qui ſūt c.ꝛ.d.ſitq;.a.vel .b.quadratus:dico reliquū eſſe quadratū: cū enim c.ꝛ.d.ſint quadrati:ſequitur eos eſſe ſuperficiales ſimiles.ideoq; per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.ꝛ inter.a.ꝛ b.per.20. igitur cōſtat propoſitum.

## Propoſitio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ ꝓportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse.

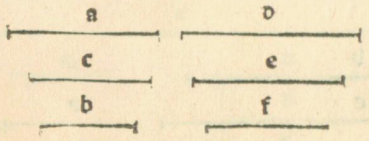
¶Sint duo numeri.a.z.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt.c.z.d sitqꝫ.a.vel.b.cubus: dico reliquū esse cubum. necesse est enim q.c.z d.sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes z solidi: itaqꝫ ꝑ 18.inter ipsos cadent duo medij in continua ꝓportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.z.b.itaqꝫ per.21.manifestum est quod dicitur.




## ꝓpositio .24

NUmeroꝝ superficialium similium est ꝓportio vnius ad alterum sicut ꝓportio quadrati ad quadratum.

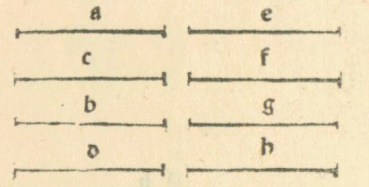
¶Sint.a.z.b.superficiales similes. dico q vnus ad alterū est ꝓportio sicut quadrati ad quadratū: erit eni per.16.inter eos vnus numerus medius in continua ꝓportione qui sit.c.sumptis itaqꝫ tribus minimis in ꝓportione eoꝝ: qui sunt.d.e.f.erunt per corel'.2.d.ad.f.quadrati: et qꝝ ꝑ equā proportionalitatē est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.cōstat vez esse qō ꝓponitur.




## ꝓpositio 25

OMnium duoꝝ solidoꝝ similium est ꝓportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

¶ Sint.a.z.b.solidi simles: dico q ꝓportio vnius eoꝝ ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum. Sūt quidem ꝑ.18.inter eos duo numeri medij ꝑm continuā ꝓportionē qui sit.c.z.d.i eoꝝ ꝓportione sint minimi: quatuoꝝ.e.f.g.h.quoꝝ.e.z.h.erunt cubi per corelarium scōe.qꝝ igitur per equā proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.h.liquet propositum. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.

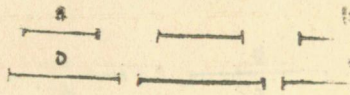



PAr numerus est qui potest in duo equalia diuidi. ¶Impar numerus ē qui i duo equalia diuidi nō pōt: additqꝫ supra parē vnitatē Pariter par ē quē cūcti pares eū numerantes paribus vicibus numerant: ¶Pariter i par est quē cuncti pares eū numerātes ipaꝝ vicibꝰ numerāt. ¶Pariter par z ipariter ē quē pares eū numerātes quidā paribꝰ quidā im paribꝰ vicibꝰ numerāt. ¶Imparíter ipar quē cūcti ipares eū numerantes imparibus vicibus numerāt. ¶Perfectus numerus appellaꝫ qui oībus ptibꝰ suis quibꝰ numeraꝫ ē equalis. ¶Abundans dicitur qui oībus suis ptibus minor est. ¶Diminutus vero qui maior.

## ꝓpositio. .1.

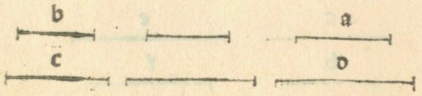
SI fuerint duo numeri supficiales silēs qui ex ductu alterius in alterum producetur numerū quadratū eē necesse ē.

¶Sint.a.z.b.superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione proueniat.c.dico.c.esse quadratū.fiat eni.d.ex.a.in se.eritqꝫ per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. z qꝝ inter.a.z. b.cadit vnus medius scōm cōtinuā ꝓportionalitatē ꝑ.17.octaui.sequiꝫ ꝑ.8.eiusdē vt vnꝰ quoqꝫ cadat inter.d z.c.itaqꝫ cū.d.sit quadratus erit per.20.eiusdē.c.quoqꝫ quadratus qō ē ꝓpositū.



## Propositio 2

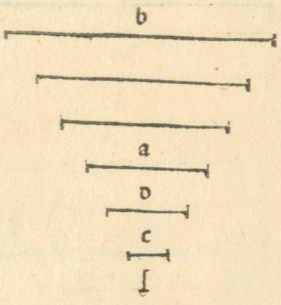
SI ex ductu alterius in alterum tetragonus ꝓducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē tetragonus producatur illū numerum aliquē esse tetragonū. Itēq; si ex ductu tetragoni in numeꝝ aliquē non tetragonus producatur eū numerum aliquē non tetragonū esse. Si vero tetragonus in numeꝝ aliquē non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.




¶ Hec est ꝯuersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritq;.c.quadratus: erunt.a. ⁊.b. supficiales similes. sit enī.d.ex.a.in se.eritq; per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a. ad.b. per.16.aut.8.cum.d.⁊.c.sint supficiales similes: eo ꝙ sūt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi⁹ ꝟm cōtinuā propor.ꝑ.8.itaq; eiusdē erit etiam vnus inter.a.⁊.b.igitur ꝑ.17.eiusdē.a.⁊.b.sunt superficiales sil'es: quod est propositum Prima ꝑs correl'.patet ꝑ premissam: sunt eni omnes tetragoni supficiales similes scd̄a patet ex hac cū sit solus tetragonus sil'is tetragono. Tertia ꝑs patet ex prima ipsius correl'.ꝑte a destructione ꝯsequētis. quarta vero pz ex eiusdē ꝑte scd̄a a destructione etiā ꝯsequētis.

## Propositio .3.

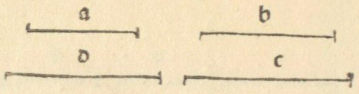
SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.




¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico. b.esse cubū. sit enī.c. latus cubicū.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaq; ꝙ ex. c.in. d.sit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ꝯtinue ꝓportionales: qd̄ ex.18.septimi ⁊ p̄sentibus ypothesibus manifestū est: ⁊ quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo ꝙ quotiens vnitas ē i.a.totiēs.a.in.b.erūt iter.a.⁊.b.duo numeri medij ꝟm ꝓportionalitatē ꝯtinuā per.8.octaui: cum igit̄ ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoq; cubus: qd̄ oportebat demōstrare.

## Propositio .4.

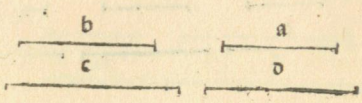
SI cubus ī alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.




¶ Sint.a.⁊.b.cubi: fiatq;.c.ex.a.in.b.dico.c. esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se.eritq; per premissā.d.cubus ⁊ q2 per.18.septimi ē.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eē cubum: qd̄ est propositum.

## Propositio .5.

SI numerus cubus in numeꝝ alium ducatur: fueritq; productus cubus in quē ductus ē numerum cubum esse necesse est. vnde ⁊ manifestū est: quia ex ductu cubi in nō cubū producitur non cubus. Ductoq; cubo in numeꝝ aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quē il le ductus fuerit necesse est esse non cubum.

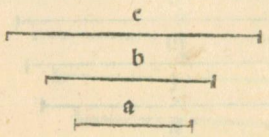



¶ Sit eni ex.a.cubo in.b.numeꝝ ꝓduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eē cubū: fiat eni.d. ex.a.ī se qui ꝑ antep̄missā erit cub⁹: q2 igit̄ ē ꝑ.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estq;.a.cubus sz ⁊.d.⁊.c.cubi erit ꝑ.23.octaui.b.cub⁹ qd̄ ē ꝓpositū: p̄ma ꝑs correl'.patet ex hac quinta a destructione ꝯn̄tis. scd̄a per p̄missam sil'r a destructione cōsequentis.

## Propositio .6.

SI ex ductu cuiusdã numeri in se ipsum cubus producat̃ eũ esse cubuz necessario comprobatur.

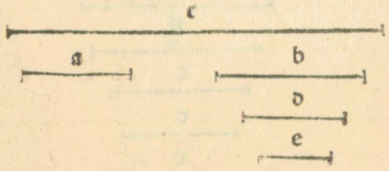
¶ Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitqz.b.cubus: dico ergo.a. esse cubũ: fiat eni.c.ex.a.in.b.eritqz ex diffinitione.c.cubus. et qm̃ constat ex.18. septimi ꝙ sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cũ sint.b. et.c.cubi: sequit̃ ex.23 octaui.a.esse cubũ: qd̃ ẽ ꝓpositũ.




## Propositio .7.

SI numerus cõpositus in numerum quẽlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

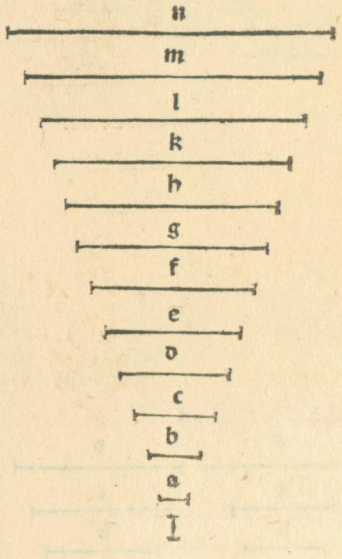
¶ Sit.a.numerus cõpositus: qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c esse numerũ solidũ: cũ eni.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeretqz eum scd̃m.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.ꝛ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiõe solidoꝝ.c.solidus eiusqz latera.e.d.b.qd̃ ẽ ꝓpositũ.

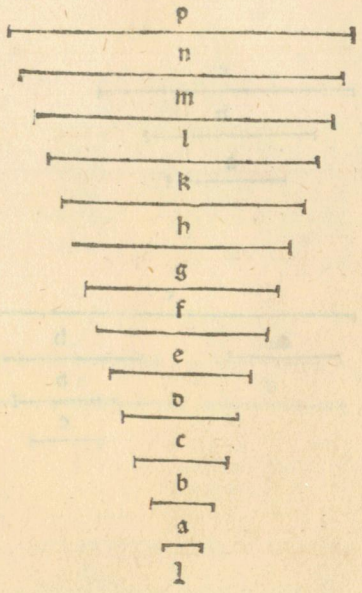



## Propositio .8.

SI fuerint numeri ab vnitate cõtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itẽqz septimus ab vnitate ẽ quadratus cubicus.ac deinceps: quinqz semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

¶ Sint cõtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse quadratũ ꝛ.d.obmisso.c.ꝛ sic alios vno semꝑ obmisso. vnde simplr̃ om̃s existẽtes in in locis ĩparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubũ ꝛ.f.duobus obmissis: et sic in ceteris. Omnisqz simplr̃ est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit suꝑ ternariũ: vel quẽlibet multiplicẽ ipsius ternarij vnitatẽ: vt sũt quartus septimus decim⁹ tertiusdecimus ꝛ sextusdecimus. in hs eni ꝯueniunt omnes qui duos transmittunt. Itẽqz dico.f.ab vnitate septimũ esse quadratũ cubicũ: ꝛ silr̃.n.quinqz numeris intermissis: idẽqz in ceteris. Simplr̃ autẽ dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus ꝛ vicesimusquintus: illũ eẽ quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ qm̃ eius locus impar: cubũ aũt qm̃ suꝑ multiplicem ternarij addit vnitatem quippe senarij multiplices cũctos ternarij necesse est eẽ multiplices. Que aũt ꝓposita sunt sic constãt. Est eni ex ypothesi.a.in.b. quotiẽs vnitas in.a.itaqz.b.ex diffinitione quadratus: qꝛ igit̃.b.c.d.sũt cõtinue proportionales cũ.b.sit quadratus pz ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rõne et f.qꝛ.d.e.f.sunt ꝯtinue ꝓportionales: et.d.est quadratus: idem in ceteris vno itermisso: ꝯstat itaqz primũ. Scd̃m sic cũ sit.b.in.c.quotiẽs.a.in.b.ex ypothe.sequit̃ a diffinitione vt ex.a.in.b.suũ quadratum fiat.c.igit̃ ex diffinitiõe cubi .c.est cub⁹ At qꝛ.c.d.e.f.sũt ꝯtinue ꝓportionales sed ꝛ.f.g.h.k.est aũt.c. cubus: necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoqz sit cubus.ideoqz ꝛ.k.idemqz ĩ ceteris duob⁹ trãsmissis: q̃re liquet scd̃m. Qm̃ aũt.m.f.septimo ꝛ in.n.tertiodecimo: ceterisqz quinqz medios obmittẽtib⁹.simplr̃ vero ꝛ in oibus quoꝝ loc⁹ semꝑ quẽlibet multiplicẽ senarij addit vnitatez: terminant̃ quadratoꝝ ꝛ cuboꝝ cõputatiões: in his quidem vni⁹: in illis aũt duoꝝ obmissione sequit̃ ipsos esse q̃dratos: ex huius prima ꝑte ꝛ cubicos ex scd̃a: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur






## Propositio. 9

Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs quadratꝰ fuerit: ceteri quoq; oẽs erunt quadrati. Si vero qui vnitatẽ sequitur fuerit cubus ceteri quoq; omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitq; .a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes eẽ cubos. b. eni constat esse quadratũ ꝑ premissaz: qꝛ ergo .a. ad .b. sicut .b. ad .c. ex 22. octaui sequit̃. c. esse quadratũ. idẽ quoq; ex eiusdẽ. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autẽ idẽ eodẽq; modo ꝓbabis: quare patet primũ. Scõm autẽ sic. cũ .b fiat ex .a. in se si fuerit .a. cubus erit per .3. ipse quoq; cubus .c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per .23. octaui. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enĩ .a. ad .b. sicut .c. ad .d. Idem quoq; arguere potes ex .19. vel .21. eiusdem sunt enĩ .a. b. c. d. sed et .b. c. d. c. singuliq; quatuoꝛ continue sumpti continue proportionales.

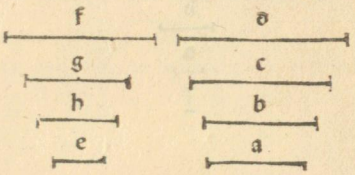
## Propositio 10.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs non quadratus fuerit. non erit alioꝛ quisq; quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semꝑ ĩtermisso reperiunt̃ tetragoni. Si vero secũdus ab vnitate nõ fuerit cubus: nullus ceteroꝛũ erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ⁊ deinceps bis qui duoꝛ semꝑ ĩtermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ptem oppositi passionis. dico aũt partẽ qm̃ ex .8. ꝓstat oms impares esse quadratos. omnesq; quoꝛ locus sup ternarium vel quẽlibet ipsius multiplicẽ addit vnitatẽ esse cubos. sint itaq; qui prius ab vnitate ꝓtinue proportionales nõ sit autẽ .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oibus esse quadratum: aut cubicũ nisi quos octaua proponit. si enĩ quis alius ponatur quadratus sequit̃ ꝑ .22. octaui .a. esse quadratũ. Qõ si cubus sequit̃ per .23. eiusdem .a. esse cubum quoꝛ vtrũq; contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositũ:

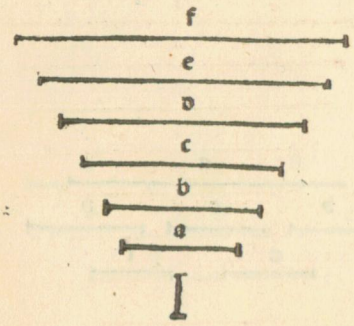
## Propositio .11.

Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numerꝰ primus vltimum numeret: eum quoq; qui vnitatẽ sequitur numerare necesse est.




¶ Sint vsq; ad .d. ꝓtinue proportionales ab vnitate: sitq; .c. numerꝰ primus de quo ponat̃ ipsũ numerare .d. dico ꝙ idem numerabit .a. Nã si nõ erit ad ipm primꝰ ꝑ .32. sep. ⁊ qꝛ ex .a. i se fit .b. sequit̃ ex .26. eiusdẽ ut ipe quoq; sit primꝰ ad .b. sed ⁊ ad .c. ⁊ ad .d. sequit̃ ipm eẽ p̃mũ. p. 25. eiusdẽ: eo ꝙ ex .a i .b. fit .c. ⁊ ex eodẽ in .c. d. nõ ergo numerat .d. cũ sit primus ad ipm: q̃re accidit ꝺ̃ riũ ypoth. Idẽ aliter cũ sit .e. primꝰ si nõ numerat .a. p̃mus erit ad ipm ꝑ .32. sep. itaq; ꝑ .32. eiusdẽ erũt minimi i sua ꝓportione: qꝛ aũt .e. ex ypoth. numerat .d. sit vt ꝺm. f. ꝓstat vero ꝙ ex .a. in .c. fiat .d. ergo ꝑ secũdã ptẽ .20. sep. erit .a. ad .e. sicut f. ad .c. q̃re ꝑ .21. eiusdẽ .e. numerabit .c. ⁊ sit ut ꝺm. g. ⁊ qꝛ ex .a. i .b. fit .c. sequit̃ quoq; per easdem ⁊ eodẽ mõ ut .e. numeret .b. esto ergo ꝙ ꝺm. b. ⁊ qm̃ rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterũ per easdẽ ut .e. numeret .a. sed positũ erat non numerare ꝺ̃ accidit impossibile.

## Propositio .12.

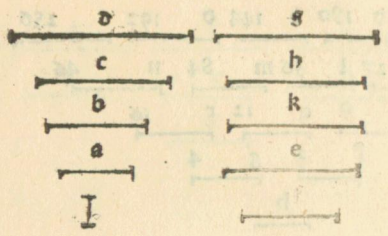



Si numeris ab vnitate ꝓtinue ꝓportiõalibꝰ minor maiorẽ numerat ꝑm aliquẽ i illa ꝓportionalitate dispositum.

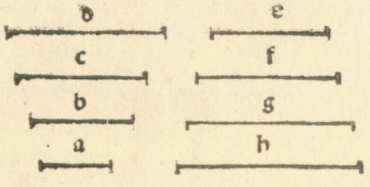
¶Sint ab vnitate vsq; ad.f.cõtinue ꝓportionales.dico nullũ ipsoꝝ numerare.f.nisi ꝑm aliquẽ alioꝝ:cõstat enim q;.e.numerat ipsũ.f.ꝑm a.est enim.e.ad.f.vt vnitas ad.a.sed ꝛ.d.numerat eũdẽ.f.ꝑm.b.ẽ nã q; ꝑ equã ꝓportionalitatẽ.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq; patet eodẽ mõ q; secũdũ se ipsũ numeret eum.Econuerso quoq;.a.numerat eũ ꝑm.e. eo q; sicut vnitas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ꝑm.d.est enim vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. vex igiꝫ est q; ꝓponitur.Quippe quotus quisq; qui proponiꝫ vltimũ numerare fuerit sub vltimo ꝑm totum supra vnitatem:numerare ipsum conuinciꝫ ꝑ equã proportionalitatem ꝛ diffinitionem.

## Propositio 13

Quotlibet numeris ab vnitate cõtinue ꝓportionalibus si qui vnitatem sequitur fuerit numerus primus maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.




¶Sint vt prius vsq; ad .d.continue proportiõales ab vnitate .sitq; a.numerꝰ primꝰ:dico q; nullus numerabit vltimũ nec sumpl'r aliquẽ eoꝝ nisi aliqs eoꝝ qui antecedit vltimũ vel eũ qui ponit numerari.Sit enim si possibile ẽ.e.diuersus ab eis qui numeret.d.qui si fuerit primus ꝑ.11.numerabit.a.non igiꝫ ẽ.a.ꝑmꝰ quod ẽ ꝫ ypotb.Si aũt ipse fuerit cõpositus necesse ẽ per.30.septimi:vt aliqs primus nũeret eũ qui nõ erit nisi.a.Nã si ẽ alius ab.a.vt.f.cũ necesse sit ipsũ nũerare d.arguẽt etiã eũdẽ numerare.a.ꝑ.11.sic quoq;.a.nõ erit ꝑmus.Est igiꝫ.a.primus numerãs.e.qm̃ aũt.e.nũerat.d.sit vt ꝑm.g.critq; ꝑ scõaz ptẽ.20.sep.a.ad.e.sicut g.ad.c.sit enim.d.ex.a.i.c.q̃re cũ.a.numeret.e.ꝛ.g.numerabit.c.sitq; ut ꝑm.b. sequiꝫq; ut.a.numeret.g.sicut sequbat vt numeraret.c.alioquin si.g. quidẽ ẽ ꝑmꝰ cũ numeret.c.sequiꝫ ꝑ.11.ipsũ numerare.a.Si aũt cõpositus ꝑ eãdem sequiꝫ numerũ primũ numerantẽ.g.numerare.a.quod ẽ incõueniẽs.itaq;.a. numerat eũ. sequiꝫ ergo ꝑ secundã ptẽ.20.septimi vt.b.numeret quoq;.b.eo q; tã ex.a.in.b.q̃; ex. g. in.b.ꝓstat ꝓduci.c.numeret.b.itaq; ipm ꝑm.k.Constat aũt vt priꝰ de.g.q;.a.numeret.b.Nã si nõ nõ erit.a.primꝰ itaq; ꝑ secũdã ptẽ.20.sep.sequ̇ ut.k.numeret.a fit enim tã ex.a in se q; ex.b.i.k.b.Manifestũ ẽ autẽ.k.nõ esse.a.nullus enim numeroꝝ.g.b.k.ẽ aliquis ex.a.b.c.d.si enim.g.esset aliquis ex eis cũ ipe numeret. d.secundũ.e.eẽt ꝑ ꝑmissã.e.quoq; aliquis ex eis.sz nõ erat: nec igiꝫ.g.silr cũ.b.numeret.c.ꝑm.g.nõ erit.b.aliquis ex.a.b.c.Nam esset.ꝑ ꝑmissã ꝛ.g.ostẽsum ẽ autez q; non :nec igiꝫ.b.eadẽ rõne nec.k.cũ enim ipse numeret.b.secundũ.b.si ipse eẽt.a.cõuincereꝫ ꝑ ꝑmissã.b.quoq; eẽ.a.At nõ erat:nec igiꝫ.k.erit.a.numerat autẽ ipsum Nõ ẽ itaq;.a.primꝰ qõ ẽ ipossibile.¶Aliter idẽ si.e.diuersus ab.a.b.c.d.numerat d.sit vt secundũ.f.ꝛ q;.a.numerus primus numerat.d.ꝓductũ ex.c.in.f.sequiꝫ ex 33.sep.q; ipse numeret.e.vel.f.numeret.ergo.e.q; igiꝫ tã ex.a.i.c.q̃; ex.e. in.f.fit d.erit per secundã partẽ.20.septimi.a.ad.e.sicut.f.ad.c. numerat itaq;.f.c. sit vt secundũ.g.critq; per.33.septimi ut.a.quoq; numeret. f.vel. g.sitq; ut. f.sequiꝫq; per secundam partem.20.eiusdem vt .g.numeret .b.sitq; ut secundum.b.ut primus igitur.a.numerabit.g.vel.b.ꝛ sit vt nnmeret.g.b. ergo per secundam ptẽ.20. numerabit.a.si itaq;.b.non ẽ equalis.a.non erit.a.primus :quod ẽ ꝓtra ypotb. Si autẽ equalis erit vnusquisq; numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.ꝑ ꝑmissã quo

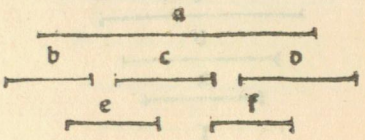


tiens oportet assumptam. Non est igit̃.e.diuersus ab eis:qd̃ est etiã cõtra ypothe: itaqz constat verꝫ esse qd̃ proponit̃.

## Propositio .4.

SI ꝓpositus fuerit numerꝰ mĩmus quẽ numerãt primi assignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos assignatos:

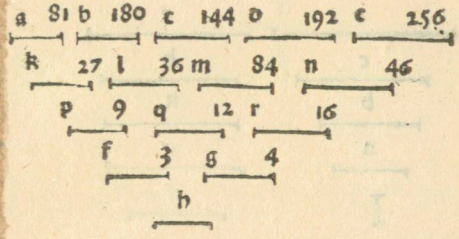
¶Sit.a.minimus numerus numeratꝰ a numeris primis qui sũt.b.c.d.dico ꝙ alius primus p̃ter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs cũ ꝑm.f.qꝛ ergo quilibet numeroꝝ.b.c.d.numerat .a.ꝓductũ ex e.in.f.ẽ autẽ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eoꝝ numeret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eoꝝ numerat.f.cum itaqz sit.f.minor.a.vtpote qui numerat eũ ꝑm. e.nõ erit.a. minimus numeratus ab illis qd̃ est inconueniens.




## Propositio .15.

SI quotlibet numeri continue proportionales ꝑm suã proportionẽ fuerint minimi: quicũqz aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius ꝓportionis erit cõmensurabilis

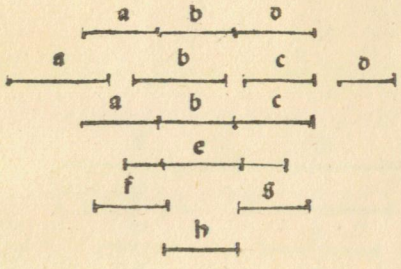
¶Sint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi ꝑm ꝓportionez f.ad.g.qui sint in sua ꝓportione minimi:⁊ ponatur.h.numerare.c. dico ꝙ.h.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant̃ eni in eadẽ ꝓportione quatuor minimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scd̃a octaui ꝙ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtingeret esse minus minimo qd̃ esse nõ potest.itaqz per correl̃.33.septimi erit. h.cõmensurabilis.f.vel.m.ꝙ si.f.cõstat ꝓpositum:si aũt.m.sumant̃ in eadẽ ꝓportione tres minimi qui sint.p .q.r.eritqz ex scd̃a octaui vt. m.fiat ex.f.in.r. ne minus mĩmo aliq̃d eẽ cogamur cõcedere :q̃re per predictũ correl̃ .h.ẽ cõmensurabilis.f.vl̃ r.sed nõ erat.f.sic eni constabat propositũ :cõmensurabilis igitur ẽ. r. qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto correl̃.ut.h.sit cõmensurabilis.g. qd̃ est propositum.




## Propositio .16.

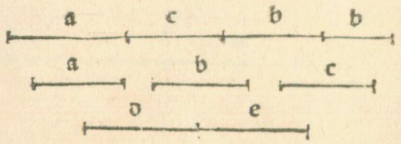
SI fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales ĩ sua proportione minimi quilibet eoruz ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

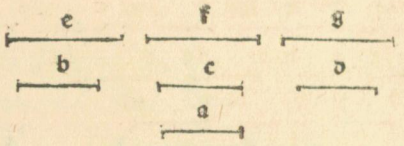
¶Sint.a.b.c.d.cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi.dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d.Si eni nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.⁊.d.ꝑ p̃missã igit̃ erit.e.cõicans alteri terminoꝝ illius ꝓportionis qui sunt.f.⁊.g.erit itaqz numerꝰ aliq̃s numerãs.e.⁊ alterum duorum.f.g. qui sit.h.quia ergo.h.numerat.e.numerabit.d.⁊ cõpositum ex.a. b.c. ⁊ quia numerat.f.vel.g.quorũ vterqz numerat vtrũqz mediorum ⁊ simpliciter oẽs si pl̃es duobus sint:ex secũda octaui sequit̃ ut ipse numeret.b.⁊.c.ergo ⁊.a.qꝛ numerat totum a.b.c.nõ sunt igit̃.a.⁊.d.ꝯ se p̃mi qd̃ ẽ incõueniẽs ꝑ.3.octaui:sil̃r quoqz constabit ꝓpositũ ex.a.b.d.p̃mũ eẽ ad.c.si eni vt prius.e.numerat ãbos sequit̃ ꝑ p̃missam ut aliquis numerus qui etiã sit.h.numeret.e.⁊ alterũ duorũ.f.g.itaqz.h.numerat c.⁊ totũ.a.b.d.sed ⁊.b.cũ vtraqz radicũ numeret omnes medios :igit̃ ⁊ cõpositũ ex.a.⁊.d.⁊ qꝛ necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit ⁊ reliquũ.Nõ sũt igitur.a.⁊.d.cõtra se primi:⁊ ita idẽ ut priꝰ.¶Demõstrãt aũt idẽ aliter de tribꝰ cõtinue ꝓportiõalibꝰ ⁊ mĩmis sine aminiculo p̃misse ꝓbãt eni ex quibusqz duobꝰ cõpositũ p̃mũ eẽ ad reliquũ.sint itaqz.3.cõtinue ꝓportionales ⁊ mĩmi.a.b.c.qnoꝝ termini.d.⁊.e.dico tũc compositum ex.a.⁊.b.primũ

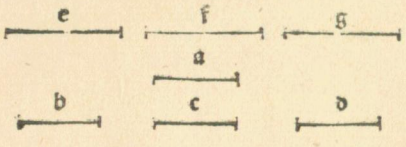


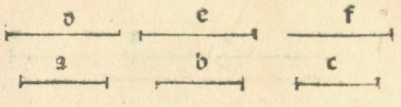
esse ad.c.z cõpositũ ex.b.z.c.ad.a.itẽqꝫ ex.a.z.c. ad.b. manifestũ enim est ex se/cunda octaui qõ ex.d.in se fit.a.z in.e.fit.b. z ex.e. in se. c.z ex.22.septimi.qõ.d.z.e.sũt cõtra se primi:itaqꝫ ex p̃ma pte.29.eiusdẽ erit tot⁹.d.e.p̃m⁹ ad vtrũqꝫ coꝝ qꝝ igit̃ vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ.d.z.d.e.prim⁹ ẽ ad.e.erit p.25.eiusdẽ qui ex.d.in.de.p̃ducitur z ipse ẽ cõpositus ex.a.z.b.p̃mus ad.e.sequit̃ ergo p.26.eiusdẽ.ut etiã cõpositus ex.a.z.b.sit p̃m⁹ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quoqꝫ demõstratõe p/babis cõpositũ ex.b.z.c.p̃mũ esse ad.a.At vero cõpositũ ex.a.z.c.p̃mũ esse ad.b: sit babeto:cũ sit eni vterqꝫ duoꝝ.d.z.e.p̃mus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui ex.d.in.e.p̃ducit̃:z ipse est.b.p̃mus ad.d.e.itaqꝫ p.26.eiusdẽ qui ex. d. e.in se p/uenit:z ipse est qui cõponit̃ ex.a.z.c.z duplo.b.primus erit ad.b.sequit̃ ergo compositũ ex.a.z.c.p̃mũ esse ad.b.necesse eni ẽ ut ex duobus cõpositus cũ primus fuerit ad vnũ coꝝ ex quib⁹ componit̃:sit primus ad reliquũ:demonstratum aũt ẽ hoc supra.29.septimi. Oportet aũt stabilire ad robur istius demonstratiõis compositũ ex.a.z.b.p̃duci ex.d.in cõpositũ ex.d.z.e.supposito q̃ ex.d.in se fit.a. z ex codez in.e.b.itẽqꝫ q̃ ex.d.e.i se p̃ducat̃ cõpositũ ex.a.z.c.z duplo.b.supposito eo quod prius z q̃ ex.e.in se sit.c.huius itaqꝫ gr̃a p̃ponim⁹ hec demonstrãda.

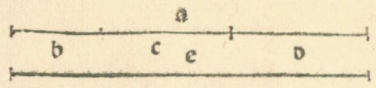
¶ Qõ fit ex ductu vni⁹ numeri i quotlibet tantũ ẽ:quantũ qõ ex ductu eiusdẽ i cõpositũ ex illis. ¶ Idẽ p̃ponit p̃ma scõi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b z in.c.z in.d.p̃ueniant.e.z.f.z.g.dico q̃ ex.a.in cõpositũ ex. b.z. c.z. d.p̃uenit cõpositũ ex.e.z.f.z.g.sequit̃ eni ex cõuersione diffinitionis eius qõ multiplicat̃ ut tota pars sit.b.e.z tota.c.f.sed z.d.tota.g.quota ẽ vnitas.a. per quintã itaqꝫ se/ptimi:tota quoqꝫ ps erit cõpositus ex.b.z.c.z.d.compositi ex.e.z.f.z.g.quota est vnitas.a.ergo per diffinitionẽ ex.a.in cõpositũ ex.b.z.c.z.d.fit cõpositus ex.e.z f.z.g.qõ est p̃positũ. ¶ Qõ fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in vnum equũ ẽ ei qõ fit ex cõposito eoꝝ in eundẽ. ¶ Hoc ẽ cõuersũ eius qõ modo demõstratũ ẽ:vt si ex.b.z.c.z.d.in.a.fiant.e.z.f.z.g.fiet quoqꝫ cõpositus ex cõposito i eundẽ:qõ ex.17.septimi z p̃demonstrato facile cõcludit̃. ¶ Qõ fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in quotlibet alios:equũ est ei qõ fit ex cõpositoboꝝ in compositũ illoꝝ. ¶ Vt si.a.b.c.multiplicẽt.d.e.f. quilibet quẽ/libet:iungant̃qꝫ p̃ducta.dico aggregatũ ex p̃ductis esse equale p̃ducto ex cõpo/sito ex.a.z.b.z.c.in cõpositũ ex.d.z.e.z.f. est eni p premissam qõ fit ex cõpositoex.a.b.c.in.d.quãtũ qõ ex singulis in illũ.d.sic z in.c.z in.f.ex cõpositoaũt boꝝ a.b.c.in quẽlibet illoꝝ.d.e.f.p ante p̃missã fit quãtũ ex cõpositoin cõpositũ.itaqꝫ constat p̃positũ. ¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantũ est qõ fit ex toto eo in se:quantũ qõ ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idẽ p̃ponit scõa se/cundi de lineis. vt si.a.diuidat̃ in.b.z.c.z.d.dico qõ tantum fit ex.a.in se quantũ in oẽs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima baꝝ incidentũ tm̃ fieri ex.e.in.a.quãtũ in oẽs ptes.a.sed p cõcept.ex.e.in.a.fit quãtum ex.a.in se.z ex.e in ptes.a.quãtũ ex.a.in easdẽ. Manifestũ ergo ẽ vez esse qõ dicit̃. ¶ Numero in duo diuiso qõ fit ex toto in alterum diuidentium:tm̃ est quantũ qõ ex eodem in se z in alterum. ¶ Idem proponit tertia scõi de lineis. Sit eni.a diuisus in.b.z.c.dico tm̃ fieri ex.a.in.c.quãtũ ex.c.in se.z in.b. Nam qõ ex.a.i.c. ẽ quãtũ qõ ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaqꝫ.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum d.in.a.At per primã harũ.d.in.a.ẽ quantũ in.b.z.c.qꝝ ergo.d.in.a.z i.b.z.i.c.ẽ quantum.c.in.a.z in.b.z in se propter equalitatem.c.z.d.constat propositum.

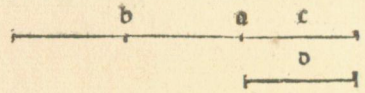


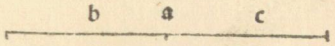



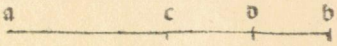






¶ Numero in duo diuiſo qđ ex ductu totius in ſe: eſt quantum qđ ex ductu vtriuſqz diuidentium in ſe ꝛ alterius eorum bis in alterum.

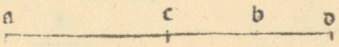
¶ Idem ꝓponit quarta ſcđi de lineis vt ſi .a. diuidatur in .b. ꝛ .c. dico tm̃ fieri ex .a i ſe. quātū ex .b. in ſe. ꝛ .c. i ſe ꝛ ex .b. bis in .c. eſt enī per quartam harum qꝫ ex .a. in ſe quantū qđ ex eo in .b. ꝛ in .c. ex eo autē in .b. per ꝓmiſſā eſt quantū ex .b. in ſe. ꝛ in .c. at ex .a. in .c. per eandem eſt quantum ex .c. in ſe. ꝛ in .b. ꝛ qꝫ ex .c. in .b. tā tum eſt quantum ex .b. in .c. per .17. ſeptimi. liquet verum eſſe quod ꝓponitur.

¶ Numero per duo equalia duoqz inequalia diuiſo quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.



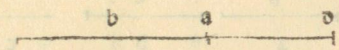

¶ Idem ꝓponit de lineis quinta ſecundi: vt ſi .a.b. diuidatur in duos numeros equales qui ſint .a.c. ꝛ .c.b. itemqz in duos inequales quoꝝ ſit maior .a.d. ꝛ minor .d.b. dico qꝫ illud qđ fit ex toto .a.d. in .d.b. cū quadrato .c.d. equale eſt q̃drato .c.b per ꝓmiſſam enim quadratū .c.b. eſt equale quadrato .c.d. ꝛ quadrato .d.b. ꝛ ei qđ fit ex .b.d. in .c.d. bis: ſed ex .b.d. ille ꝛ i .c.d. tm̃ fit quātū i .c.b. ꝑ ꝓmā baꝝ: ꝛ iō quātū i .a.c. itaqz ex .b.d. in ſe ꝛ in .c.d. bis quātū ex ipſo .b.d. i .a.d. ꝑ eādē igitur quadratū .c.b. ſupat id qđ fit ex .b.d. in .a.d. in q̃drato .c.d. cōſtat ergo ꝓpoſitū.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̃lia diuiſus eiqz alius numerus adiūctus: qđ fit ex ductu totius compoſiti in adiunctum cum quadrato medietatis equum eſt quadrato compoſiti ex dimidio ꝛ adiuncto.



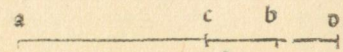

¶ Idem ꝓponit ſexta ſecundi de lineis: Sit enī .a.b. diuiſus in duos equales numeros qui ſint .a.c. ꝛ .c.b. addaturqz ei numerus .b.d. dico illud qđ fit ex toto .a.d in .d.b. c.cū quadrato .b. eſſe equale quadrato .c.d. eſt enim ex ſexta harū quadratū .c.d. equale quadrato .d.b. ꝛ q̃drato .b.c. ꝛ ei qđ fit ex .d.b. in .b.c. bis: ſz per primā baꝝ ex .b.d. in ſe ꝛ in .b.c. bis eſt q̃ntū ex: b.d. in .d.a. Sūt enī .a.c. ꝛ .c.b. eq̃les. itaqz q̃dratū .c.d. ſupat id qđ fit ex .b.d. in .d.a. in q̃drato .c.b. qđ ē ꝓpoſitum

¶ Cū numerus in duo diuidit̃ qđ fit ex toto in ſe cū eo qđ ex altero diuidētiū in ſe: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero i ſe.



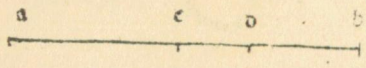

¶ Idem ꝓponit ſeptima ſcđi de lineis. Sit enī numerus .a. diuiſus in .b. ꝛ .d. dico quadratū .a. cū quadrato .d. tm̃ eſſe quātum qđ fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. conſtat quidē ex ſexta baꝝ qꝫ quadratum .a. tantū ē quantū quadratū .d. ꝛ quadratum .b. ꝛ qđ fit ex .d. in .b. bis: itaqz quadratum .a. cum quadrato .d. tm̃ ē quantum qđ ex .d. bis in ſe. ꝛ bis in .b. cum quadrato .b. ſed ex .d. bis in ſe ꝛ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per ꝓmam harum: ergo quod fit ex .d. bis i .a. cū quadrato .b. eſt quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet ꝓpoſitum.

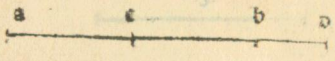
¶ Cum fuerit numerus in duo diuiſus eiqz equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compoſiti equum eſt quadruplo eius qđ fit ex ꝓmo in additum cum quadrato alterius.

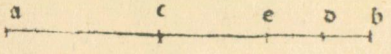


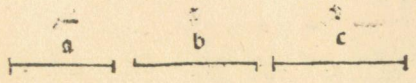

¶ Idem ꝓponit octaua ſcđi de lineis. Sit numerus .a.b. diuiſus in .a.c. ꝛ .c.b. cui addatur .b.d. qui ponatur equalis .c.b. dico quadratum .a.d. tantum eſſe quātum eſt id quod fit ex .a.b. in .b.d. quater cum quadrato .a.c. eſt nanqz per ſextam baꝝ quadratum .a.d. equum quadrato .a.b. ꝛ quadrato .b.d. ꝛ ei qđ fit ex .a.b. in .b.d. bis: ꝛ quia quadratum .b.d. eſt equale quadrato .c.b. erit quadratū .a.d. equale quadrato .a.b. ꝛ quadrato .c.b. ꝛ ei qđ fit ex .a.b. in .b.d. bis: per ꝑmiſſam autē eſt quadratum .a.b. cum quadrato .c.b. quantum quadratum .a.c. cū eo quod fit

ex.a.b.in.b.c.bis:itaqꝫ quadratum.a.d.tantū ē quātū qͦ ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cū quadrato.a.c.⁊ qꝝ ex.a.b.in.b.c.tm̄ fit quantū in. b.d. constat vex eē quod ꝓpositum est. ¶Cum fuerit numerus in duo equalia duo/ qꝫ inequalia diuisus: quadrata amborꝫ inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis. ¶Idem proponit nona scōi de lineis Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.⁊.d.b.dico q̄ quadrata duox numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.pariter accepta sunt duplū duobus quadratis duox numeroꝝ.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam bax quadratum.a.d.quantū quadratū.a.c. ⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qͦ fit ex.a.c.in.c.d.qꝝ aūt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratū.a.d.quantū quadratū b.c.⁊ quadratū.c.d. ⁊ duplū eius qͦ sit ex.b.c.in.c.d.itaqꝫ quadratū.a.d. cū quadrato.b.d.sunt quātū quadratū.b.c.⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qͦ fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratū.b.d.duplū aūt eius qͦ fit ex.b.c.in.c.d.cū quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.ꝑ.9.bax ergo quadrata duox numeroꝝ.a. d.et d.b.sunt quantū quadrata duox numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b .c.⁊.c.a sunt equales:ꝫ ꝓpositū. ¶Cum fuerit numerus in duo equa diuisus alinsqꝫ adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo/ siti ex medietate ⁊ adiuncto. ¶Idē proponit.10.scōi de lineis.Sit enim nu/ merus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.⁊.c.b.sitqꝫ sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratū.a.d.cū quadrato.b.d.duplū eē ad quadratū.a.c.cū quadrato .c.d cū sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiqꝫ sit.a.c.equalis vni diuidentiū addit⁹ erit per.10.bax quadratū.a.d.quantū qͦ fit ex.c.d.in.c.a.quater cū quadrato.b. d.qꝝ vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratū.a.d.quātū qͦ fit ex.d.c.i.c.b.q̄ter cū q̄ drato.b.d.itaqꝫ quadratū.a.d.cū quadrato.d.b.erit quantū qͦ fit ex.d.c. in.c.b quater cū duplo quadrati.b.d.hoc aūt ꝑ.19.bax duplū ē ad q̄dratū .c.d.cū q̄dra to.c.b .cū igit̄ sit q̄dratū.c.b.equale quadrato.a. c.cōstat ꝓpositum. ¶Nu/ merum aliquem ita diuidere ut qͦ ex toto ⁊ vna eius portione cōtine tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶Qͦ.11.secundi pro/ ponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur:sic eni di uideret ꝫm proportionē habentem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ⁊.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitqꝫ.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a. erit itaqꝫ.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d qꝝ igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detra/ ctum ab.b.c.erit eadem .a.c .residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaqꝫ.d.c.de.c.d.ut sit.d. e.eq̄lis.d.b.erit etiā ꝓportio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̄re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.c.residuū.c.d.pōt igit̄.c.e.detrahi ab.e.d.nō erit itaqꝫ finis ist⁹ detractiōis qͦ ē ipossibile.Nūc ad ꝓpositū reuertamur. ¶Propositio .17. ¶Si fuerint duo numeri ꝓtra se primi quātus ē primus eox ad scōm:tantū esse scōm ad tertium quēq̄ impossibile est. ¶Sint.a.⁊.b.contra se primi:dico impossibile esse aliquē eis in con tinua ꝓportionalitate adiungi.Si enim pōt sit.c.qꝝ igit̄.a.ad.b.sicut



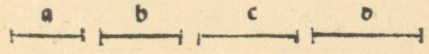



b.ad.c.sunt aũt.a.z.b.in sua ꝓportione minimi per .23. septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum etiaꝫ numeret se: non erunt.a.z.b.contra se ꝓmi: quod est contrarium poni.

## Propositio .18.

SI quotlibet numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium duo extrema fuerint cõtra se primi quantꝰ est primus ad scõm tantũ esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

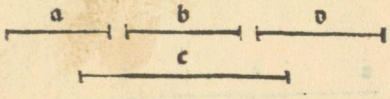
¶ Sint.a.b.c.cõtinue proportionales.sintqꝫ.a.z.c.contra se primi dico ꝙ in eadẽ proportione non potest eis adiũgi alius. si enĩ potest sit.d.quia igitur ẽ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt autẽ.a.z.c.in sua ꝓportione minimi per.23.septimi itaqꝫ p.21.eiusdem.a. numerat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim continue proportionalium:si primꝰ numerat scõm: ipse numerat omnes z simpliciter quilibet precedẽs quẽlibet sequẽtem.at qz etiam numerat se:non erunt.a.z.c.cõtra se primi: qõ est inconueniens.




## Propositio .19.

PRopositis duobus numeris an sit eis tertius cõtinue proportionalis perscrutari.

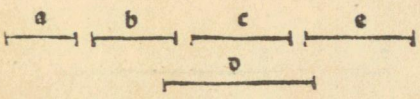
¶ Sint.a.z.b.duo numeri propositi: volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt cõtra se primi impossibile est per.17.si vero cõpositi ducatur.b.i se.z proueniat.c.quẽ si.a.numerat erit.si vero nõ numerat non erit. Numeret enim eũ ꝟm d.qui erit quẽ querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no ı numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqꝫ qz ex.b.in se fit.c.sequitur per primã partem.20.septimi.ut ex.a.in.d.sit idẽ.igiꝫ.a.numerat.c.ꝟm.d. sed erat positũ ꝙ nõ quare sequiꝫ impossibile.




## Propositio .20.

DAtis tribus numeris cõtinue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

¶ Sint cõtinue proportiõales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.z.c.sunt ꝓtra se primi impossibile est per.18.si aũt cõpositus.sit.d.qui prouenit ex b.in.c.quẽ si numerat.a.erit.si vero nõ numerat nõ erit.numeret enim eum ꝟm.e qui erit quẽ querimus:per scõam partem.20.septimi.sit ergo ut nõ n meret eum. est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.c.itaqꝫ qz ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primã ptem 20.septimi.vt ex.a.in.c.sit idem.ergo.a.numerat.d.ꝟm.e.sed positũ erat ꝙ non: Idẽ potes perscrutari quotlibet cõtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cõtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scõo in vltimũ si productum numeret primus:is scõm quẽ eũ numerat est quẽ querimus per scõam ptẽ.20.sep.si aũt primꝰ ꝓductũ nõ numerat nullꝰ erit: quotlibet enĩ posito ꝙ primã ptẽ eiusdẽ ꝟm ipsũ positũ.numerabit primꝰ ꝓductũ: qõ positũ erat nõ numerare.

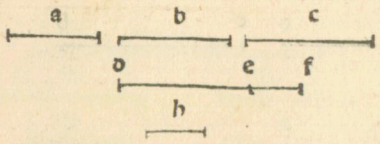



## Propositio .21.

DAtis quotlibet numeris primus aliquẽ primũ ab eis diuersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intendiꝫ nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint enĩ.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquẽ primũ diuersuꝫ ab eis sit quidẽ.d.f.minimus quẽ numerãt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

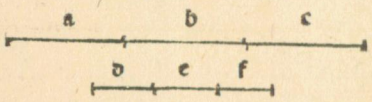
est primus aut compositus. si primus constat ꝓpositum. si compositus numerat cũ aliquis primus qui sit. h. quẽ non est possibile esse aliquẽ ex primis ꝓpositis. si enĩ esset aliquis coꝝ cũ quilibet ipsoꝝ numeret. d. f. ipse quoqꝫ numeraret eundẽ: at qꝛ numerat. d. g. oporteret ipsuꝫ numerare. f. g. qui est vnitas qđ: est impossibile Idẽ sequitur posito. d. f. quolibet numero quẽ numerant. a. b. c. q̃re ꝯstat ꝓpositũ




Propositio .22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoqꝫ ab eis coaceruatus erit par.

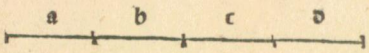
¶ Sit quisqꝫ numeroꝝ. a. b. c. par: dico ex eis cõpositũ eẽ parem. habet enĩ ex cõuersione diffinitionis quisqꝫ coꝝ medietatẽ. sint ergo eorum medietates. d. e. f. qꝛ igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. ⁊ c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaqꝫ totꝰ. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaqꝫ. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.




Propositio .23.

SI numeri impares numero pares coaceruent̃: totus quoqꝫ ex eis coaceruatus erit par.

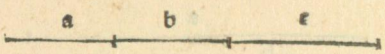
¶ Sit quilibet numeroꝝ. a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parem: dempta enim a quolibet vnitate cõstat residuos esse pares: ⁊ qꝛ ille vnitates dempte cõponũt parẽ. cũ sint numero pares: constat propositum per premissam.




Propositio .24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoqꝫ ex eis coaceruatum imparem esse.

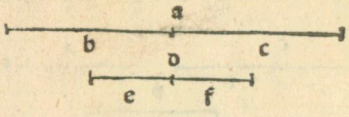
¶ Sit quilibet numeroꝝ. a. b. c. impar: dico totũ ex eis cõpositũ esse imparem. erit enĩ per p̃missam cõpositus ex. a. ⁊ b. par: ⁊ qꝛ. c. dempta vnitate est par erit per ante premissã totus. a. b. c. dempta vnitate par: per diffinitionem itaqꝫ constat totum esse imparem.




Propositio .25.

SI a numero pari numerus par detrahat̃ reliquus erit par

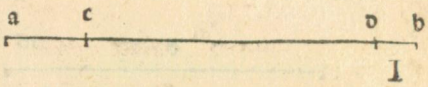
¶ Sit totus. a. par a quo detrahat̃. b. qui quoqꝫ sit par: ⁊ residuꝰ sit c. dico. c. esse parẽ. sit enĩ. d. medietas. a. e. quoqꝫ sit medietas. b. detractoqꝫ. e. de. d. sit reliquus. f. erit ꝑ. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ẽ medietas. itaqꝫ. c. est par: qđ est propositum.




Propositio .26.

SI a numero impari detrahat̃ impar reliquus erit par.

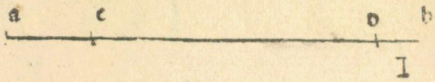
¶ Sit. a. b. numerꝰ impar a quo detrahat̃. b. c. qui etiã sit impar: dico reliquum qui est. a. c. esse parẽ: detrahatur enĩ ab vtroqꝫ duorum numeroꝝ. a. b. ⁊ b. c. vnitas q̃ sit. b. d. eritqꝫ vterqꝫ duoꝝ residuoꝝ q̃ sũt. a. d. ⁊ d. c. par. ꝑ p̃missã itaqꝫ constat. a. c. eẽ parẽ: qđ ẽ ꝓpositũ.



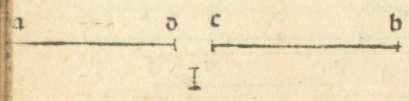

Propositio .27.

SI a numero impari numerũ parẽ subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuũ eẽ imparẽ. sit enĩ. b. d. vnitas: eritqꝫ. a. d. par ⁊ qꝛ. a. c. ẽ par erit ꝑ. 25 c. d. par cũ itaqꝫ sit. d. b. vnitas erit. c. b. impar: qđ est propositum.




Propositio .28.




SI de numero pari imparē tollas qui relinquit impar est.

¶Sit.a.b.par a quo tollat.a.c.qui sit impar:dico.c.b.residuuz esse imparē:subtrabatur enim ab.a.c.vnitas que sit.c.d.eritqz.a. d.par itaqz per.25.d.b.quoqz erit par.qz igit.d.c.est vnitas sequit.c.b.esse imparē:qō ē ꝓpositū. ℙropositio .29.

SI numerus impar in numerū parem ducatur qui inde produ/cetur erit par.

¶Ex.23.manifestum est quod dicitur.

ℙropositio .30.

SI in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.

¶Hec quoqz ex.24.manifesta est.

ℙropositio .31.

SI numer⁹ impar numerum parem numeret:numero pari eum numerabit.

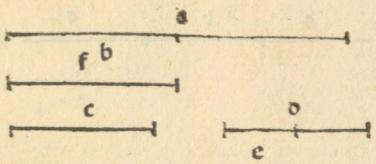
¶Si enī numero ipari eū numeraret ex ipari i imparē fieret par:qō ē incōueniēs ꝑ ꝑmissā. ℙropositio .32.

SI umpar imparē numeret impariter eum numerat.

¶Si enī pariter eū numeraret ex numero impari i numez parē fieret im par qō ē incōueniēs p.29. ℙropositio .33.

SI numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quo/qz dimidium ipsum metiri necesse est.

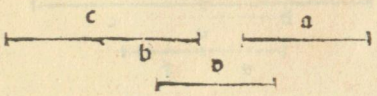
¶Sit.a.numer⁹ par cuius dimidiū.b.sitqz.c.numer⁹ impar qui nu/meret.a.dico qꝺ.c.numerabit.b.numeret enī.a.ꝝ.d.eritqz p.31.d. numerus par.Esto igit eius dimidiū.e.ducaturqz.c.in.c.z ꝓueniat f.eritqz p.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.c.z qz etiā est.a.ad.b.sicut.d.ad.c. sequit.b.z f.esse equales.cū itaqz.c.numeret.f.idē numerabit.b.quod est ꝓpositum.




ℙropositio .34.

SI numerus impar ad aliqué fuerit primus:idem ad eiusdē duplum erit primus.

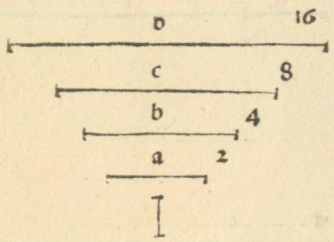
¶Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplū sit.c. dico qꝺ.a. ē primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cūqz.a.sit impar sequit.d. esse imparē:quicūqz enī iparē numerat impar est ꝑ premissam itaqz d.numerabit.b.non sunt igitur.a.z.b.contra se primi :qō est contra ꝓpthesi.




ℙropositio .35.

NUmeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.

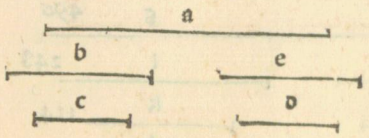
¶Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue ꝓportiōales.sitqz.a.binarius: dico oēs eos eē pariter pares eisqz ꝝ hanc ꝓportionē in infinitū auctis nullū aliū eē paritē parē: de his quidē constat ꝑ diffinitionē cū p.12. quilibet p̄cedens numeret quēlibet sequētē ꝑ aliquē coz.quos omnes oportet esse pares:z nullus alius numeret aliquē coz per.13.eo qꝺ.a.qui ē binari⁹ vnitatē sequēs ē prim⁹.Qō aūt null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par ꝓstat:sic posito cnī aliquo diuidat i duas medietates eiusqz medietas i duas: z hoc totiēs fiat quous qz numer⁹ aut vnitas diuisionē ipediat qō necesse ē euenire ꝑ vltimā petitionē.si vero numer⁹ hāc ꝓhibeat ipse erit ipar q̄ cū numeret piter parē positū nō erat pit par q̄ posit⁹ ē piter par.si aūt vnitas nō erit.15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.



## Propositio .36.

NUmerus cuius medietas est impar est pariter impar.

¶Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparē.sit enī.c.binarī⁹manifestū itaqz qm̄ ex.c.in.b.fit.a. sit aūt.d.quilibet numerus par numerās.a. qui numeret eū scōm.e eritqz p scōam ptē.20.septimi.e.ad.b .sicut.c.ad.d.igit̄.e .numerat b.nā qz.c.numerat.d.erit itaqz.e.numerus impar.erat enī z.b.p diffinitionē igit̄ a.est pariter impar.




## Propositio .37.

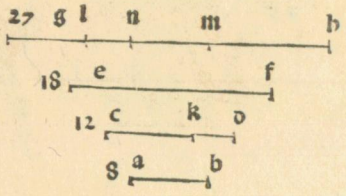
ODnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par z impariter.

¶Sit numer⁹.a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b.po natur par.dico ipsū esse pariter parē z ipariter.sit enī.c.binarius de quo manifestū ē qp ipse numerat.a.ƀm.b.qz vero.a.nō est duplus a duobus:necesse ē si eius medietas que ē.b.in alias duas medietates dividat̄:me/ dietatisqz medietas in alias duas vt tandē occurrat numerus impediēs divisionē qui ꝓpter hoc qp divisionē nō recipit erit impar.sitqz is in quo sistit divisio.d. in numero q̄ppe necesse ē stari qz sivsqz ad vnitatē pueniret divisio eēt.a de numeris duplis a binario de quibus nō ē:de.d.vero manifestū ē qp ipse numerat.a.p banc cōem sciam:oīs numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo.Nume/ ret ergo eū ƀm.c.eritqz.e.par.Alioquin.cū.d.sit maior impar sequereť p.30.a.eē imparē:qz igit̄.b.numerus par numerat.a.ƀm.c.qui quoqz ē par est enī binarius At vero.e.numer⁹ par numerat eādē ƀm.d.q̄ ē impar.ꝓstat ex diffinitiōe numeꝝ a.eē pīter parē z impīter:qō ē ꝓpositū.

## Propositio .38.

SI de scōo atqz vltimo numeroꝝ cōtinue ꝓportionalium equale primi demat̄ quantū ē reliquuz scōi ad primum tm̄ eē reliquū vltimi ad coaceruatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

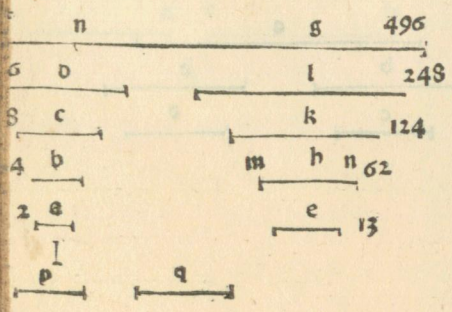
¶Sint ptinue ꝓportiōales.a.b.c.d.e.f.g.b.demaťqz.de.c.d.eq̄/ lis.a.b.qui sit.c.k.z de.g.b.qui sit.g.l.dico tūc qp ꝓportio.k.d.ad.a.b. ē sicut.l.b ad cōpositū ex.e.f.c.d.z.a.b.sumať ex.g.b.equalis.e.f.qui sit.g.m. z eq̄lis.c.d.q̄ sit.g.a.eritqz.l.n.eq̄lis.k.d.manifestū aūt ē p.12.sep.qp cū sit.g.b.ad. g.m. sicut g.n.ad.g.n.erit.b.m. residuū ad .m.n.residuū sint.g.b.ad.g.m.ideoqz sicut.e.f. ad.c.d.sili quoqz mō erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.ꝑmutatim igit̄ erit. b.m. ad.e.f.z.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaqz cōiuncti p.13.sep.erit.l.b. cōpositus ex.b.m.m.n.z.l.n.ad cōpositū ex.e.f.c.d.z.a.b.sicut.l.n.ad.a.b. ideoqz sicut.k. d.ad.a.b.qō est propositum.




## Propositio .39.

CUm coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eoꝝ in aggrega/ tum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶Sint ab vnitate ptinue dupli.a.b.c.d.ex eis aūt z vnitate coacer/ uatus sit.e.qui ponať eē numer⁹prim⁹in quē.c.multiplicēť.d.z pro/ ducat.f.g.dico.f.g.eē numeꝝ pfectū. Sumāť igit̄.b.k.l.ptinue dupli ad.e.ut tot sint.e.b.k.l.quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti.eritqz p equā ꝓportionali tatē.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare p primā ptē.20.sep.ex.a. in.l.ꝓducit.f.g. Nā ipse f.g.ꝓducit ex.d.in.e.z qz.a.ē binari⁹ ē.f.g.duplus ad.l.sunt igit̄. e.b.k. l.z.f.g.

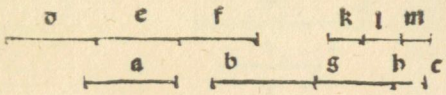



cōtinue ꝓportionales: demat̄ igit̄ ex.h. equalis.e.qui sit .m.h.⁊ residuus.h. n.q̄ erit etiā eq̄lis.e.itēq3 ex.f.g.demat̄ eidē equalis qui sit.f.n.eritq3 ꝑ p̄missam.n.g. quātū aggregatū ex.e.⁊.h.⁊.k.⁊.l.sed ⁊.f.n.cū sit equalis.e.ē quātū aggregatum ex.a.⁊.b.⁊.c.⁊.d.⁊ vnitate.itēq3 totus.f.g.ē quantus aggregat⁹ ex oībus his sc3 a.b.c.d.⁊ vnitate ⁊ illis.e.h.k.l.de quibus oībus manifestū ē ꝙ numerāt cū sc3.f. g.c.quidē ꝑm.h.⁊.b.ꝑm.k.qd̄ ex p̄ma ꝑte.20.sep.ꝯuincit̄ adiuuāte equa ꝓportio/ tionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut.d.ad.c.sic.h.ad.e.⁊ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatē: quare ⁊ ex.c.in.h.⁊ ex.b.in.k.necesse ē ꝓuenire.f.g. quē dudū ꝓduxerat.d.in.e.si igit̄ nullus alius ab his numerat.f.g.i pse erit ꝑ dif/ finitionez numerus ꝑfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ē sit.p.qui numeret cū ꝑm.q.eritq3 ꝑ.33.sep.vt.e. numeret alteꝝ eoꝝ ponat̄q3 ꝙ numeret.p.⁊ q2 ꝑ scd̄am ꝑtē.20.sep.ē.q.ad.d.sicut e.ad.p.seqnit̄ ut.q.numeret.d.quare cū.a.qui sequit̄ vnitatē sit primus ē eni binari⁹ erit.q.ꝑ.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq3 aūt hoꝝ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.h.si eni q.fuerit.a. constat ꝙ p.erit.l.qd̄ fit fuerit.b.p.erit.k.si aūt.c.p.quoq3 erit.h.non ē igit̄.p.diuersus ab illis vt fuerat positū: relinquitur ergo ꝙ.f.g.sit numerus per/ fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

Uantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis eas numerās: dicēt̄ cōicātes. quib⁹ vero nō fuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēt̄ i/ cō mēsurabiles. Linee i potētia cōicātes di/ cunt̄ quaꝝ supficies q̄dratas vna cōis supfici es nūerat. Linee icōmēsurabiles i potētia di cunt̄ quaꝝ supficies q̄dratas nō numerat vna cōis supficies: q̄ cū ita sint manifestū ē q2 oī linee posite multe alie sūt incōmēsurabiles. q̄dā i longitudīe tm̄. q̄dā i lōgitudine ⁊ potē tia. Oīs aūt linea cū q̄ rōcinamur posita vo cet̄ rōnalis. Lineeq3 ei cōicātes dicūt̄ rōnales: Eidē aūt icōicātes di cūt̄ irrōnales siue surde. Oīs vero q̄drata supficies de q̄ ꝑ ypotesi rōci namur dicit̄ rōnalis. Supficies vero ei cōicātes dicūt̄ rōnales. Eidē autem icommensurabiles superficies dicūtur irrationales siue surde Latera vero q̄ in illas q̄dratas possūt dicūt̄ rōnalia. ¶ Quālibz quā/ titatē totiēs posse multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem positam excedat.

Propositio .1.

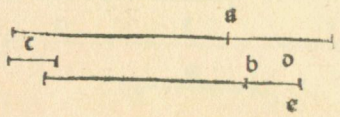
Si a duabus quātitatibus inequalibus ꝓpositis maius di midio a maiori detrahat̄. itēq3 de reliquo maius dimidio demat̄ deinceps quoq3 eodē mō: necesse ē vt tandē mino re positaꝝ minorquātitas relinquat̄. ¶ Sint due quan/ titates inequales.a.⁊.b.c.b.c.maior. dico ꝙ totiēs pōt maius dimi dio detrahi a.b.c.vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatē minorem.a. multiplicet̄ eni.a.quotiēs excedat.b.c.sitq3 eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra hatur itaq3.a.b.c.maius dimidio ꝙ sit.b.g.itēq3 ex residuo qd̄ est.g. c.mai⁹ dimi dio qd̄ sit.g .h.hoc quoq3 totiens fiat quousq3.b.c.diuisa fiunt in tot ꝑtes quotiēs a ꝯtinet̄ in.d.e.f.dico tunc ꝙ vltimū residuū vt est hic.h.c.est min⁹.a. multiplicet̄



namq3 .b.c. quotiens ẽ multiplicata .a. i. d.e.f. ſitq3 eius multiplex .k.l.m. q3 igitur vnaqueq3 quãtitatũ .k.l.m. ẽ equalis .b.c. ſequiť ut ꝛ.k. ſit minoꝛ .b.g. ſed ꝛ.l. minoꝛ g.b. at qꝛ.m. ẽ equalis .b.c. erit ꝑ cõceptionẽ .k.l.m. minoꝛ .b.c. quare minoꝛ .d.c.f cũ ſit ergo .d.e.f. ad .a. ſicut .k .l.m. ad .b. c. ſitq3 .d.e.f. maioꝛ .k.l.m. ſequiť ꝑ. 14. quinti ꝙ .a. ſit maioꝛ .b.e. qõ ẽ ꝓpoſitũ. Jdeq3 ſequiť ſi de .a. maioꝛi dimidiũ de mať. itẽq3 de reliquo dimidiũ: ſitq3 totiens quouſq3 maioꝛ diuidať in tot partes quotiens cõtineť minoꝛ in quolibet ſuo multiplice: maioꝛẽ poſitaꝫ quãtũlibet excedente. ¶ Attendere aũt oportet ꝙ huic videť .15. tertij ꝓdicere ꝓponẽs angulũ contingentie minoꝛẽ eſſe quolibet angulo a duabus lineis rectis cotento: poſito enim angulo quolibꝫ rectilineo: ſi ab ipſo maius dimidio demať. itẽq3 de reſiduo maius dimidio: neceſſe videť hoc totiens poſſe fieri quouſq3 angulus rectilineus minoꝛ angulo cõtingentie relinquať: cuius oppoſitũ .15. tertij ſyllogizat: ſed hi nõ ſũt vnius uoce anguli: nõ enim eiuſdẽ ſunt generis ſimpliꝛ curuũ ꝛ rectũ. At vero nec angulum contingentie totiens cõtingit ſumi ut qualecũq3 rectilineũ excedat: qõ neceſſariũ ẽ ut ex prehabita demõſtratione ꝓ3: ad hoc ut ꝓpoſitio ex antecedente ſequať: planũ ſ ẽ etiã quelibet angulũ rectilineũ infinitis angulis contingẽtie eſſe maioꝛem.

## Propoſitio .2.

SJ fuerint due quantitates inequales detrabať q3 maioꝛi equale minoꝛi donec minus eo ſupſit: ac deinde minoꝛi ipſius reliqui equale demať donec minus eo relinquatur denuo quoq3 reliquo primo eq̃le reliqui ſcõi donec minus eo ſupſit auferať: ꝛ in huiuſmodi cõtinua detractione nullũ reliquũ qõ ante relictũ numeret: inueniať: eas duas quãtitates. incõmenſurabiles eſſe neceſſe eſt. ¶ Simile huic ꝓpoſuit prima ſeptimi ĩ numeris. Sint due quãtitates inequales .a.ꝛ.b. maioꝛ .a. quibus ſi fiat reciproca quoad põt detractio: nõ occurrat etiã ſi infinities fiat aliq̃ ꝗntitas detractiõez ipe diẽs ſiue ante relictũ numerãs dico eas incõmẽſurabiles eſſe. Sin aũt ſit cõis eaꝫ menſura .c. detrabať igiť .b. ex .a. quotiẽs põt. ſitq3 reſiduũ .d. qõ reſiduũ detrabať ex .b. quotiens põt ꝛ ſit reſiduũ .e. Jtaq3 totiens iſta detractio quouſq3 ex alteruꝛtra duaꝫ quantitatũ .a.ꝛ.b. remaneat minus .c. hoc eni neceſſe eſt eſſe poſſibile ꝑ ꝑcedentẽ. Siq3 hic .e. minus .c. cũ igiť .c. mẽſuret .b. detractã ab .a.ꝛ etiã .a. menſurabit per cõceptionẽ .d. reſiduũ. ideoq3 cũ menſuret .d. detractũ .a.b.ꝛ etiã ipſũ .b. menſurabit .e. reſiduũ. ſed erat .e. minus .c. maioꝛ: ergo quantitas menſurat minoꝛem. qõ eſt impoſſibile.




## Propoſitio .3.

PRopoſitis duabus quantitatibus inequalibꝰ cõicantibus maximã quantitatẽ cõiter eas numerantẽ inuenire. Ex hoc itaq3 manifeſtum eſt: que duas metitur quantitates maximam quoq3 cõmuniter ambas metientem metiri.

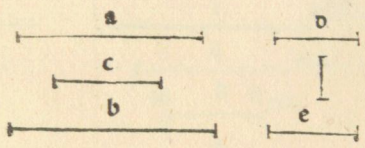
¶ Huius demonſtrationem ſi ſcõam ſeptimi non ignoraꝫ nõ potes ignoꝛare: ꝓceſſus eni vtrobiq3 idem.

## Propoſitio .4.

PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas cõmuniter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia ſeptimi ſic patet ſicut premiſſa ex ſecunda ſeptimi.

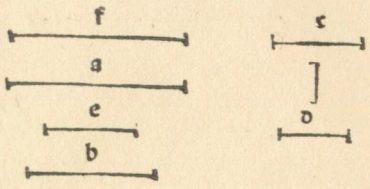
## Propoſitio .5.




Omnium duarum quantitatum cõmunicantium est ꝓportio tanq̃z numeri ad numerum.

¶ Sint due quãtitates.a.⁊.b.cõmunicantes: dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cõmuniter mensurans.a.⁊.b.reperta ut docet scd̃a huius: que mensuret.a.ꝫm numeꝝ.d.⁊.b.ꝫm numerũ.c.eritq3.a.ad.c.vt.d.ad vnitatẽ: eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ẽ multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̃ sicut.c. ẽ submultiplex.b.ita vnitas ẽ sub multiplex.e.igitur per equã ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.e.quod est propositum.

## Propositio .6.

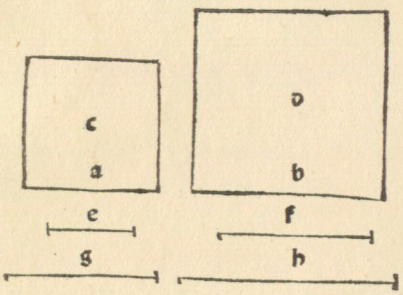



Si fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alterã tanq̃z numeri ad numeꝝ: eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:⁊.b.ꝯmunicantes.sit eni.e.totiens mensurans.b.quotiẽs est vnitas in.d.⁊ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad vnitatẽ.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatẽ.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiã ut.a.ad.b.igit̃ per primã partem.9. quinti.f.est equalis.a.cũ itaq3.e.mensuret.f.per conceptionẽ mensurabit.a.igitur a.⁊.b.cõicantes: mẽsurabat eni ⁊.b.quod est propositum.

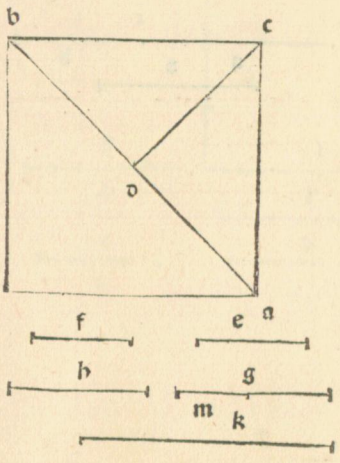
## Propositio .7.

Omnium duarum superficierũ quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cõmunicant est proportio vnius ad alteram tanquã numeri quadrati ad numerũ quadratum. Si vero fuerit proportio sup̃ficiei quadrate ad superficiem quadratam: tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ: erunt latera earũ in longitudine communicantia. Qd̃ si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã: non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incõmensurabilia.




¶ Sint.a.⁊.b.due linee quadrate quaꝝ quadrata sint.c.⁊.d.dico ꝙ si.a.⁊.b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ ⁊ ecõuerso: si aũt ꝓportio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ.a.⁊.b.erũt incõmẽsurabiles in longitudine ⁊ ecõuerso. Verũtñ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit: Primũ p3 sic.si.a.⁊.b.cõmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.⁊.f.quoꝝ quadrati sint g.⁊.h.q2 ergo ẽ.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti: sequit̃ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiã ẽ per.11.octani.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qd̃ ẽ primũ. Scd̃m sic: sit.c.ad.d.sicut.g.numerus quadratus ad.h.numeꝝ quadratũ: dico ꝙ.a.⁊.b.erunt in longitudine cõicantes. Cũ enim sit.e.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.⁊.g.ad.h.ꝑ.11. octaui ut.e. ad.f. duplicata: quare ⁊ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt .a.⁊.b.cõicãtes qd̃ est scd̃m. Tertiũ vero p3 ex primo a destructione cõsequentis. Sil'r quartũ patet ex scd̃o a destructione ꝯñtis. ¶ Ex tertia ꝑte hui⁹ nota diametꝝ ẽe incõmensurabilẽ coste. Cũ eni sit q̃dratũ diametꝝ duplũ q̃drato coste: dupla vero ꝓportio

nō sit sicut numerox q̄dratox: seq̄t diametx eē incōmensurabilē coste ī lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati ⁊ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Ax. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste q̄ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a.b. commensurabilis lateri. a.c. eritq3 per. 5. a.b. ad a.c. sicut aliquis numerus ad aliuz. Sint ergo bij numeri. e.⁊. f. qui sint minimi in sua proportione: eritq3 ob hoc alter eox impar. Si eni vterq3 par: nō erūt minimi: quadrati quoq3 eox sint. g.⁊. b. si ergo. e. é ipar: erit quoq3 ex. 30. noni. g. ipar sit itaq3. k. duplus ad. b. eritq3. k. ex diffinitione par. q⁹ igitur. a.b. ad. a.c. ut. c. ad f. erit per. 8. sexti ⁊. 11. octaui quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. ut. g. ad. b. é itaq3. g. duplus ad. b. sic enim est quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. ꝑ penultimā primi: ⁊ q⁹ etiam. k. est duplus ad. b. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eq̄lis. k. numero pari. Qō si. c. sit par ⁊. f. impar: erit ꝓportio. f. ad dimidū. e. qō sit. l. si cut. a.c. ad dimidiū. a.b. qō sit. a.d. ⁊ ideo erit proportio quadrati. a.c. ad quadratum. a.d. sicut proportio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur eē duplus: eritq3. k. per diffinitionem par. At q⁹ quadratū. a.c. é duplū ad quadratū. a.d. per penultimā primi erit. b. dupl⁹ ad m. cūq3. k. sit etiā duplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari qō ē propositū.

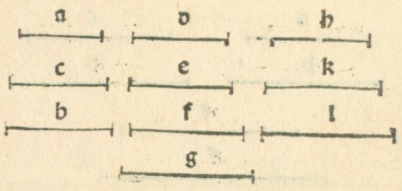



## Propositio .8.

SI fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoq3 inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

¶ Sit vtraq3 duax quantitatū. a.⁊. b. cōicans quantitati. c. dico. a.⁊ b. esse cōmensurabiles: est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numex: similiter quoq3 per eandē. c. ad. b. sicut numerus ad numerum Sit itaq3 numerus. d. ad numerū. c. sicut. a. ad. c. numerusq3. f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. ⁊. f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. b. k. l. ut docet. 4. octaui: eritq3 per equā proportionalitatē. a. ad. b sicut. b. numerus ad. l. numex: per. 8. igitur sunt. a. ⁊. b. cōicantes qō est ꝓpositū.

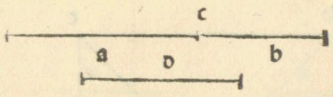
¶ Ex hac quoq3 sequitur q̄ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūq3 vna earum communicat ⁊ reliqua: ⁊ cuicunq3 vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates. a.⁊. b. cōmunicantes: ponaturq3 quelibet quantitas que sit c. cum qua cōmunicet. a. dico q̄. b. cōmunicabit cum eadez: qō ex hac octaua patet cum vtraq3 earum cōmunicet cum. a. ex ypothesi. Qō si itex. a.⁊. b. sint cōmunicātes ut prius: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet. a. dico q̄. b. nō communicabit cum eadem. si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq3 ꝑ ypoth. communicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a.⁊. c. communicantes. sed positum erant q̄ non essent: quare constat quod diximus.




## Propositio .9.

SI fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq3 ex eis confectum vtriq3 earx: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq3 cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

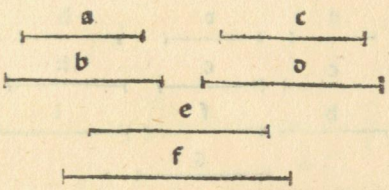
¶ Sint due quātitates. a.⁊. b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq3 earum esse commensurabile ⁊ econuerso. Adhuc quoq3 si totum ex eis compositum vni earum communicet. dico q̄ communicabit alteri: ⁊ ipse similiter inter se. Idem quoq3 in contrario. si enim. a. ⁊




b.sint incõicantes:dico ꝙ.c. vtriqꝫ earum erit incõmunicans ⁊ ecõuerso :ac si.c.al teri earum sit incõmunicans:erit quoqꝫ incõmunicans ⁊ alteri:⁊ ipse etiã inter se. Sint itaqꝫ primum.a.⁊.b.cõmu icantes:sitqꝫ earum cõmunis mensura.d.qui cũ vtrãqꝫ eaꝝ numeret per cõceptionẽ similẽ antepenultime numerabit.⁊.c.quare ꝑ diffinitionẽ.c.cõicabit vtriqꝫ eaꝝ.scꝫ.a.⁊.b.Ecõuerso quoqꝫ si.c.cõmunicet vtriqꝫ earum.sit oim cõis mensura.d.cõstat itaqꝫ per diffinitionẽ.a.⁊.b. cõmunicantes esse sed cõmunicet.c.cũ altera earum que sit.a.dico ꝙ cõmunicabit cũ.b.⁊.a .etiã ⁊.b.communicabunt adinuicem.sit enim.d.communiter mensurans. c.⁊.a. quia igitur.d.mensurat totum ⁊ detractum per conceptionem ipsa mensurabit residu/ um videlicet.b.per diffinitionem ergo ⁊ .c.communicat cum. b.⁊.a.communicat quoqꝫ cum.b. Si autẽ a. ⁊.b.sint incommunicantes erit .c.incommunicans vtri qꝫ earum:si enim cum vtraqꝫ seu etiam cum altera earum communicaret ⁊ ipse cõ municarẽt adinuicem: quod est contra ypothesiꝫ Similiter quoqꝫ econuerso si.c.ẽ incommunicans vtriqꝫ earum seu etiam alteri earum:erit quoqꝫ incommunicans relique:⁊ ipse inter se:qđ palam est ex predemonstratis a destructiõe consequẽtis.

## Propositio .10.

Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicãs secunde: tertia quoqꝫ erit communi/ cans quarte. Si vero prima incõmensurabilis fuerit secũ de:tertia quoqꝫ incõmensurabilis erit quarte.



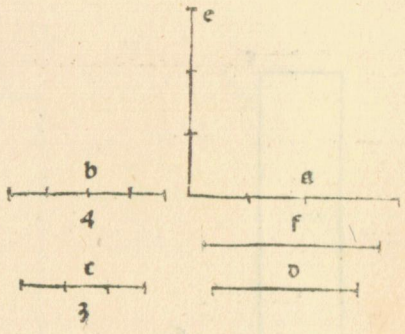

¶Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico ꝙ si.a.cõ municat cũ.b.c.quoqꝫ cõmunicabit cũ.d.ꝙ si.a.est incõmensurabilis.b.c. quoqꝫ erit incõmensurabilis.d.⁊ si.a.cõicat cũ.b.in potentia tm̃. c.quoqꝫ cõmunicabit cum.d.in potentia tantum. Verũtamẽ illud non ꝓponit auctor qꝛ facile patet ex demonstratione priorũ. Si eni.a.cõicat cũ.b.erit per.5.a.ad.b.sicut numerus ad numerum.sit ergo sicut.e.ad.f.at qꝛ est per ypothesim.a.ad.b.sicut.c.ad. d.erit.c ad.d.sicut numerus.e.ad numeꝝ.f.per.6.igit̃ est.c.communicans cũ.d.qđ est pri mum.Scđm patet ex primo a destructione consequentis.si enim.a. est incõmensu rabilis.b.oportet.c.esse incõmensurabilẽ.d. nam si esset ei cõmẽsurabilis cũ sit ut c.ad.d.sic.a.ad.b.per ypothesim:esset per primam partẽ. a. cõmunicans cum.b. sed non erat: quare constat totũ qđ proponit auctor. Qđ autẽ adiunxim⁹ videli/ cet ꝙ si.a.cõicat cum.b.in potentia tm̃.c.cõmunicat cum.d.i potentia tm̃. sic pa tet.Luꝫ enim.a.non cõmunicet cũ.b.in longitudine: nec.c.quoqꝫ ex parte secũda huius cõmunicabit cum.d.in longitudine.At vero cum quadratum.a.communi/ cet cum quadrato.b.ex ypothesi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratũ linee b.sicut numerus ad numerum qui sint.e.⁊.f.⁊ quia quadratum.c. ad quadratum d.sicut quadratũ.a.ad quadratũ.b.erit etiã quadratũ.c.ad quadratũ.d.sicut nu/ merus.e.ad numerũ.f.per.6.igitur.c.⁊.d.cõicant in potentia:⁊ qꝛ non cõmuni/ cãt in longitudine:cõstat ꝓpositũ.

## Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incõmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

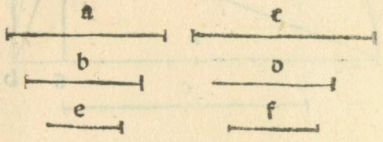
¶Sit linea.a.ꝓposita:volo duas lineas reperire quaꝝ vna cõicet cũ a.i potẽtia tm̃:altera vero sit icõmẽsurabilis ei i lõgitudie ⁊ i potẽtia

Sumo itaq; duos numeros nequaq; se habentes in ꝓportione aliquox numerox quadratox. sintq; bij. b. z. c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quēlibet nō quadratū eā habeat ꝓportionē quā nequaq; habent aliqui numeri q̄/drati cōfirmāte hec. 22. octaui: duob⁹ talib⁹ numeris sūptis inenio lineā. d. ad cui⁹ q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. sicut numerus. b. ad numex. c. hanc aūt lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot ꝑtes equales quot sunt vnitates in numero. b. qō fa/cile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. per pendiculariter in qua totiens ꝓtineatur vna ex ꝑtibus. a. quoticns vnitas est in. c. Quia igit ex ꝑma sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. z iō sicut numeri. b. ad numex. c. si ponaf. d. in medio loco ꝓportio/nalis inter. a. z. e. sicut docet. 9. sexti q; tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiei ꝓducte ex. a. in. e. z erit ꝓportio quadrati linee. a. ad q̄dratū linee. d. sicut numeri. b. ad numex. c. quare. a. z. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione e per vltimā ptē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaq; d. prima linea quā ꝓpositū erat inquirere. ¶ Alterā sic rep⁹rio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco ꝓportionalē inter. a. z. d. eritq; per correl'. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaq; per scōam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare z in longitudine. ē itaq; f. scōa linea quā ꝓpositū erat reperire. Et sic pz pro positum.



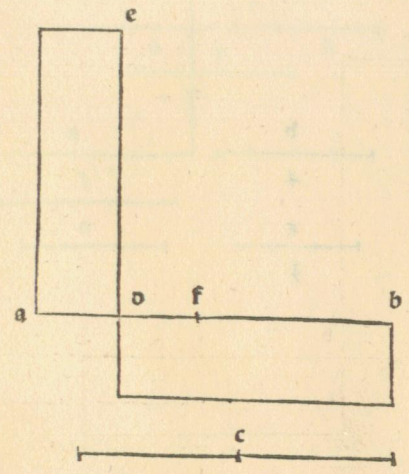

## Propositio .12.

OMniū quatuor lineax ꝓportionaliū si prima tanto am/plius possit scōa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sibi in longitudine. necesse ē tertiā quoq; tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: q; si fuerit prima potentior scōa q̄dra to alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoq; ter/tia potentior q̄rta q̄drato alicui⁹ linee sibi icōmēsurabilis i lōgitudine ¶ Sint q̄tuor linee ꝓportiōales. a. b. c. d. sitq; a. maior. b. z. c. maior. d sit quoq; a. potētior. b. q̄drato linee. e. z. c. potētior. d. q̄drato linee. f. dico q; si. a. cōicet. e. in lōgitudie. c'. quoq; cōicabit. f. i lōgitudie q; si. a. nō cōicat. e. i lōgitudie nec. c. cōica bit. f. i lōgitudine. Qō z si. a. cōicat. e. i potētia tm̄. c. quoq; cōicabit. f. i potētia tm̄ Nex tamen illud vltimū nō ꝓponit auctor q; facile patet ex prioꝝ demōstratione cū sit enī ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut qua drati. e. ad quadratū. d. z q; quadratum. a. est equale quadratis duax lineax. d. z f. b. z. e. silr quadratū. c. quadratis duarum linex. d. z. f. erit ꝓportio quadratox duax linex. b. z. e. et quadratū. e. sicut q̄dratox. d. z. f. ad q̄dratū. f. ergo diuisim erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam ꝓportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de/ime constat prima pars huius: z per secundam scōa: z per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.




## Propositio .13.

SI fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi aduncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte su/perficiei desit ad complendam totam lineam superficies




quadrata neceſſe ē ipſā lineā longiorē linea breuiori tāto āpli⁹ poſſe quātū ē q̄dratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis ſibi ī lōgitudine adiūgat̄q3 ei ſuperficies eq̄lis quarte pti q̄drati breuioris linee cui deſit q̄drata ſuperficies ſuperficiē ſibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēſurabiles diuidere neceſſe eſt.

¶Sint due linee.a.b.z.c.maior.a.b.z adiūgat̄ ad lineā.a.b.q̄rta ps q̄drati linee c.ita q̄ deſit ad pplendā lineā.a.b.ſuperficies q̄drata.hoc eni ē poſſibile p.27.ſexti qō facile fiet hoc mō.diuidat̄.a.b. ī duas lineas.a.d.z.d.b.ita q̄ inter eas cadat medietas linee.c.ꝓtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōſtratiōis hui⁹ docebit̄:eritq3 ex. 16.ſexti ſuperficies.a.d.in.d.b.q̄ ſit.d.c.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.ſcōi erit cadē ſub quadrupla q̄drati linee.c. deeſt quoq3 ad pplendā lineā.a.b.ſuperficies q̄drata:cū z.a.d.ſit equalis.d.g.z.d.b.eq̄lis.g.e.di/co itaq3 q̄ ſi ſuperficies.d.e.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potē/tior linea.c.in q̄drato alicui⁹ linee ſecū cōicantis in longitudine z econuerſo. ¶Cum aūt lit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.ſic eni eēt ſuperficies.d.e.quadrata z q⁹ ipſa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.eſſet.a.d.eq̄lis medietati. c.z tota.a.b.toti.c.qō ē ꝫ ypotb.nō eſt igit̄.a.d.equalis.d.b.itaq3 de maiori ea⁊ que ſit d.b.abſcindat̄.d.f.equalis.a.d.eritq3 p.8.ſcōi q̄dratū totius.a.b.eq̄le bis q̄ ſunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c .in q̄drato linee.f.b.quā neceſſe ē cōicari toti.a.b.ſi linea.a.d.eſt cōicās linee.d.b. ſi enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.ſue eq̄li quare p.9.b.f.cōicat cū.f.d.z iō toti. a.d. z ꝑpē hoc cū tota.a.f.igit̄ z cū tota.a.b.ſicq3 ꝑ3 p̄mū.¶Cōuerſū hui⁹ſic p3 ſit.a.b potētior.c.in linea .f.b.q̄. cōicet ſecum in longitudine.dico tūc q̄ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita q̄ deſit ſuperficies q̄drata diuidet lineā.a .b.ī duo cōicātia:diuidat̄ eni3.f.a. p eq̄lia in.d.z fiat ſuperficies .d.e .ex.d.b. in.d.a.z deerit ad pplēdā lineā.a.b.ſuperficies q̄drata eritq3 p.8.ſcōi:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo ſuperficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b. igit̄ q̄druplū ſuperficiei.d.c. ē eq̄le q̄drato.c. q̄re ſuperficies.d.e.ſit eq̄lis quarte pti q̄drati.c.dico igit̄ q̄.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū ſit.f.b.cōicans cū.a.b.ſi eni hoc fuerit ut q̄.a.d.ſit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p.9.quare z cū.a.d.ſ3 z cū.d.f.itaq3 z.d.b.ē cōicās cū.a.d.qō ē ſcōm ¶Nūc aūt mōſtrādū eſt qualit̄ linea.a.b.cū ipa poſita fuerit maior linea.c.poſſit ſic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c: ꝓtinue ꝓportionalis. ¶Cum eni ſic fuerit diuiſa: ſuperficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.z ipſa erit ſuperficies eq̄lis quarte pti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a b.ita q̄ deſit ſuperficies q̄drata.hoc eni ſic fiet diuiſa.a.b.p eq̄lia in.d. lineaꝫ ſup eā ſemicirculus.a.f.b.z ſilit̄.b.e.ꝓpendicularis ad.a.b.que ponat̄ eq̄lis medietati linee.c.z ducat̄.e.f.equidiſtans ad.a.b.vſq3 quo ſecet circūferentiā ſemicirculi in puncto.f.neceſſe eſt eni vt ſecet eā:cū linea.a.b.ſit maior linea.c.z ducat̄.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p.34.p̄mi ſit equalis linee.e.b.erit quoq3 eq̄lis medietati linee.c.ducāt̄ itaq3 linee.f.a.f.b.eritq3 p p̄mā ptē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:z iō per p̄mā partē corol̄.8.ſexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.z.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē ſibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter eaſdē q̄ ē noſtrum ꝓpoſitum:

## Propoſitio .14.

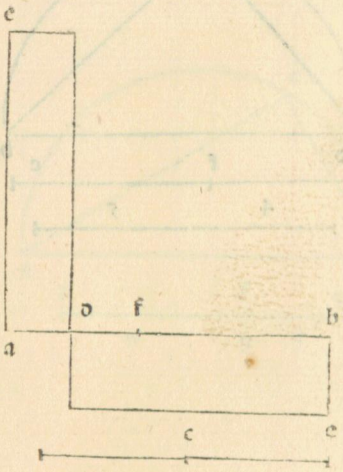
Si fuerint due linee inequales quarum longiorem dividat in duas partes incōmensurabiles superficies equalis quarte parti quadrati breviōris sibi adiuncta ita q̄ desit ad ei⁹ cōpletionē: superficies quadrata erit lōgiōr potētiōr breviōri augmēto q̄drati linee icōmensurabilis ipsi longiōri ī longitudine. Si vero lōgiōr potētiōr fuerit breviōri quadrato linee incōmensurabilis sibi longiōri in longitudine adiungaf q̄ ei superficies equalis pti quarte q̄drati breviōris defueritq̄ longiōri superficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incōmensurabiles dividat.

Hec. 14. ex p̄rio añtis p̄misse infert p̄riū p̄ntis p̄misse ⁊ non differt eius dispō a dispōne illius. sed ⁊ mod⁹ argumētandi vtrobiq̄ idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq̄ p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neq̄. a. f. sunt enī. a. f. ⁊. e. f. cōicantes tanq̄ numerans ⁊ numeratū. ió neq̄. a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qđ si hoc fuerit videlicet si a. b. nō cōicet cū. f. b. nō cōicabit cū. a. f. q̄re neq̄ cū. a. d. aut. d. f. neq̄ igit̄. a. b. cū. d. a. Pōt quoq̄ hec. 14. demōstrari p p̄missā. p̄ma ps huius ex scōa illi⁹ ⁊ scōa ex p̄ma a destructiōe p̄ntis. si enī. a. d ⁊. d. b. nō cōicent nec etiā. a. b. ⁊. f. b. cōicabunt: nā si. a. b. ⁊. b. f. cōicarent oportet p scōam ptē p̄misse ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē q̄ non. Eodē mō de scōa pte. si enī. b. a. ⁊. b. f. nō cōicant nec. a. d. ⁊. d. b. cōmunicabunt. nā si sic sequitur per primā ptē p̄misse ut. a. b. ⁊. b. f. cōicēt q̄ nō cōicant: quare patet propositū.

## Propositio. 15.

Omnis superficies rectāgula quā continent due linee ī lōgitudine rationales rōnalis esse probatur.

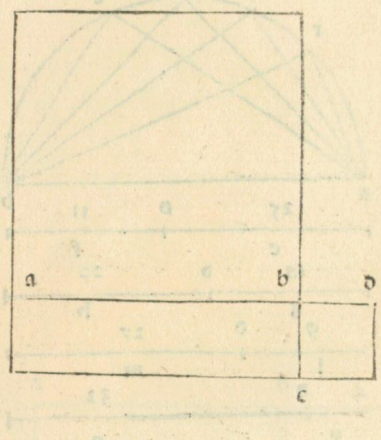
Sint due linee. a. b. ⁊. b. c. p̄tinētes superficiē rectāgulā. a. c. rōnales in longitudine: dico superficiē. a. c. esse rōnalē: descripto enī quadrato cuius vis ea ⁊. ut. c. d. lunec. b. c. erit p primā sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b d. ad. a. b. q̄ igit̄. b. d. cōicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo q̄. b. c. sua equalis erit p primā ptē. 10. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaq̄. c. d. rōnalis p diffinitionē erit ⁊. a. c. rōnalis qđ est ꝓpositū.




## Propositio. 16.

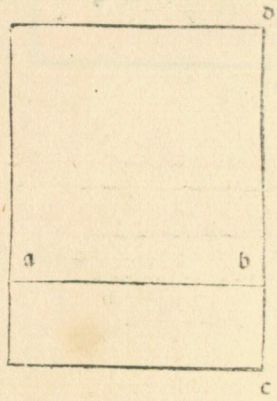
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali superficies rōnalis rectāgula latus eius scōm erit in longitudine rōnale lateriq̄ primo ī longitudine cōmēsurabile

Hec ē quasi quersa prioris ut si superficies. a. c. adiuncta ad lineā. a. b. rōnalē in longitudine fuerit rōnalis: dico q̄ latus eius scōi qđ ē. b c. erit etiā rōnale in longitudine ⁊ cōicans lateri primo. sit enī. a. d. quadratū. a. b. eritq̄ rōnale ex diffinitione ⁊ ꝓpter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: q̄ igit̄ p primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicat aūt. d. a. cum. a. c. erit p p̄mā ptē. 10. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eq̄li sed. b. a. rōnalis ē q̄re p diffinitionē ⁊. b. c. ꝓstat itaq̄ ꝓpositū.

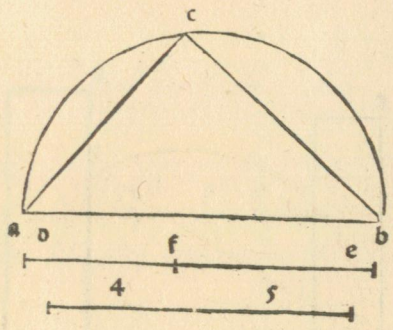



## Propositio. 17.

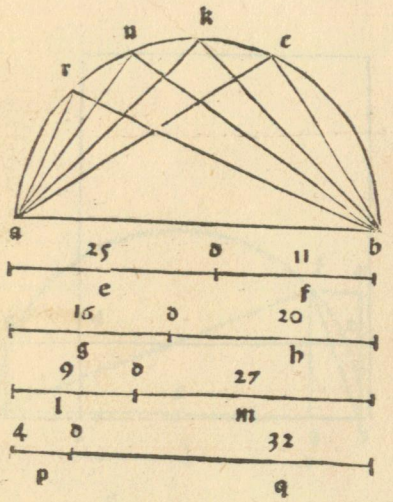
Duas lineas invenire potentia tantum rōnales cōmensurabiles quarum lōgiōr plus possit breviōri quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.




Propositū ē invenire duas lineas rōnales potētia tm̄ cōicātes q̄rū longiōr sit potētiōr breviōri q̄drato linee sibi cōicās in longitudine




Sumo itaq; aliquã lineã rõnalẽ que sit. a. b. sup quã describo semicirculũ. a. c. b. ꝛ sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsũ in duos numeros. d. f. ꝛ f. e. ita ꝙ sit ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̃drati ad numerũ q̃dratũ nõ sit aũt ꝓportio. d e. ad. f. e. ut numeri q̃drati ad numeꝝ q̃dratũ: talis aũt numer⁹ ẽ quilibꝫ q̃drat⁹ di uisibilis in quadratũ ꝛ nõ quadratũ. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ꝛ. 5. ꝛ oẽs boꝝ eque multiplices: ꝛ inuenio lineã ad cuius q̃dratũ se habeat q̃dratũ linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. qualiter aũt ipsa reperiaꝫ in demonstratione. 5. dictuꝫ ẽ: banc lineã inuentã que necessario ẽ minor. a. b. coapto ꝑ primã quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq; a. c. ꝛ subtrabã lineã. c. b. dico duas lineas. a. b. ꝛ. c. b. esse quas querim⁹. erit igiꝫ ꝑ primã ptẽ. 30. tertij angulus. c. rectus: ꝛ iõ ꝑ penultimam primi quadratũ. a. b. equale est q̃dratis duaꝝ lineaꝝ. a. c. ꝛ. c. b. ꝛ qꝛ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ lince. a. c. ẽ sicut. d. e. ad. d. f. ꝑ ypothe. erit ꝑ euersam ꝓportionalitatẽ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ linee. c. b. sicut. d. e. ad. f e. ergo quadratũ. c. b. cõicat cũ quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igiꝫ quadratum. c. b. rõnale per diffinitionem cũ cõicet rõnali supficiei: ꝛ qꝛ. c. b. ꝛ. a. b. sunt incõmensurabiles ꝑ vltimã partem. 7. constat duas lineas. a. b. ꝛ. c. b esse rõnales potẽtia tm̃ cõicantes. At qꝛ linea. a. b. ẽ potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝑ scõaꝫ partem. 7. cõicat secũ in longitudine cõstat habitũ esse ꝓpositũ. ¶ Si autẽ libeat plures duab⁹ potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝvna potentior longior sit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secũ cõicantis in lõgitudine reperire. sit ut ꝓp⁹ linea. a. b. rõnalis in longitudine super quã describatur semicirculus. a. c. b. sumaturq; numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ꝛ nõ quadratos quoꝝ nõ quadratoꝝ mirne sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̃dratoꝝ: tales aũt numeri vltro se offerũt vt. 36. qui ẽ diuisibilis i. 25. ꝛ. 5. itẽq; i. 16. ꝛ. 20. rursus; q; in: 9. ꝛ. 27. ac itẽꝝ in. 4. ꝛ. 32. istoꝝ vero nõ quadratoꝝ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicẽ nõ est ꝓportio sicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidaꝫ in. e. q̃dratũ ꝛ. f. non quadratũ: sitq; quadratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. c. sicut numerus. d. ad numeꝝ. e. ꝛ ducaꝫ linea. c. b. ꝛ ꝓstat ꝓpositum ut prius demonstratũ ẽ. a. b. ꝛ. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Silr quoq; diuidã. d. i. g. q̃dratũ ꝛ. b. nõ q̃dratũ sitq; q̃dratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. k. sicut. d. ad. g. ꝛ ducaꝫ linea. k. b. eruntq; vt prius due linee. a. b. ꝛ. b. k quales inquirim⁹. Eodẽ mõ si rursus diuidaꝫ. d. m. l. q̃dratũ ꝛ in nõ q̃dratũ ꝛ proportio q̃drati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. n. sicut. d. ad. l. ꝛ ꝓducatur n. b. erunt due linee. a. b. ꝛ. b. n. quales inquirim⁹. Qõ si rursus diuidaꝫ. d. in. p. quadratũ ꝛ in. q. nõ quadratũ ꝛ fuerit ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. ꝛ protracta fuerit linea. r. b. erũt ctiã due linee. a. b. ꝛ. b. r. quales inquirimus. Sunt itaq; linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̃ rationales ꝛ in ea cõicãtes q̃rũ vna videlicet. a. b. ẽ potẽtior qualibet aliaꝝ i q̃drato linee secũ cõicãtis in lõgitudine. si igiꝫ quatuor lineaꝝ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cõicant alij in longitudine ꝓstat ꝓpositũ. Istud aũt sic ꝓbaꝫ pz eni ex prmissis ꝙ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. b. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerũ. b. sed null⁹ q̃tuor numeroꝝ. f. b. i. q se habet ex ypothesi ad aliũ sicut numer⁹ q̃dratus ad numeꝝ q̃dratũ. q̃re p. 3. ptẽ

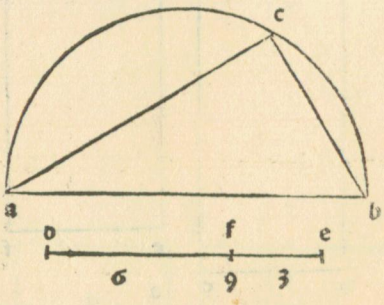


7. due linee. b. c. b. k. sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine: liquet ergo qõ volumus.

## Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breuiori; quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.

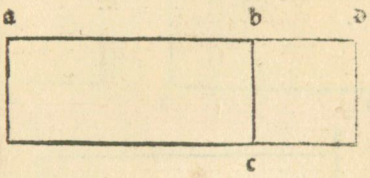
¶ In hac quoq; remaneat eadẽ dispositio eedẽq; ypotheses que in premissa hoc solũ mutato q; proportio numeri. d. e. ad neutrũ duorũ numerorũ. d. f. 7. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: hoc aũt facile fiet: posito. d. e. quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si. d. e. sit. 9. 7. d. f. 6. 7. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q; a. b. 7. a. c. sint incõmensurabiles in longitudine p vltimã partẽ. 7. ¶ Et sciendũ q; due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium: 7 minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã q; linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis 7 alia irrõnalis sicut latera tetragonica duaꝝ superficieꝝ quaꝝ vna sit. 25. pedũ 7 alia. 24. sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia: latus enim prime superficiei est. 5. latus vero scõe nõ numeraꝫ 7 possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duaꝝ superficieꝝ quarũ vna sit. 24. pedũ 7 alia. 23. neutrius eni numeraꝫ latus. suntq; i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Qõ si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna sit potentior qualibet aliaꝝ in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumaꝫ talis numer⁹ qui possit pluries sic diuidi q; ipsius ad nullã suaꝝ partiũ nec alicui⁹ ad aliquã aliaꝝ sit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut. 25. pot diuidi in. 2. 7. 25. item in. 5. 7. 20. 7 rursus in. 7. 7. 18. Et sic processus idẽ q̃ fuit in p̃missa.




## Propositio .19.

Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis dicitq; superficies medialis eiusq; latus tetragonicum scz qõ i eam potest est irrõnale dicturq; linea medialis.

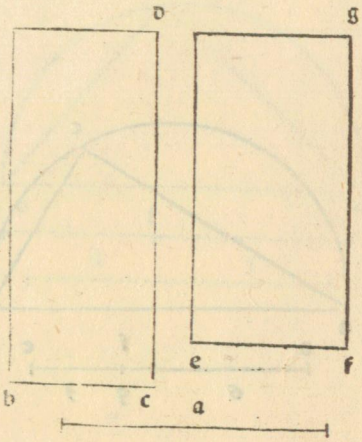
¶ Sint due linee. a. b. b. c. p̃tinẽtes superficiẽ. a. c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes: q̃ qualr reperiaꝫ ex p̃missa 7 añp̃missa. manifestum ẽ: dico superficiẽ. a. c. esse irrõnalem. Sit eni. c. d. quadratũ. b. c. eritq; rõnale p ypothesim eo q; linea. b c. ẽ rõnalis i potẽtia: 7 q; ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cõicat aũt. a. b. cũ. b. d. q; ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ. b. c. sequitr p scõam ptẽ 10. ut etiã. a. c. nõ cõicet cũ. c. d. q̃re p diffinitionẽ superficies. a. c. ẽ. irrõnalis. ideoq; 7 suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale. dicitr aũt hec superficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco proportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ lineaꝝ ipsã p̃tinẽtiũ 7 lineã potẽs in ipsã dicitr medialis. qm̃ ipsa quoq; ẽ medio loco proportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes 7 hec due linee sunt latera dicte superficiei. Et hoc est quod volumus.




## Propositio .20.

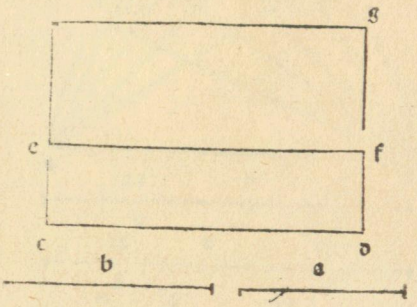
Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis lat⁹ eius scõm potentialitãtũ erit rõnale lateriq; primo i lõgitudine icõmẽsurabile

¶ Hec est quasi conuersa premisse. Sit. a. linea medialis. sitq;



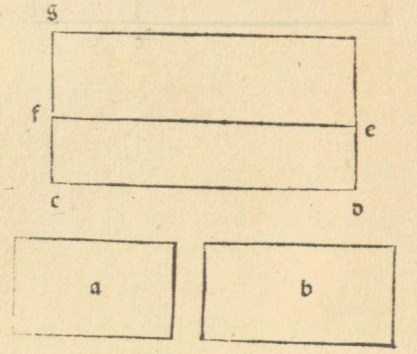

linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis quadrato linee.a.ꝙ hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cõtinua proportionalitate: ut docet.10.sexti: eritq; superficies ex.b.c.in.c.d. equalis quadrato linee.a.per.16.eiusdẽ: dico latus eius ꝑm quod est.d.c.esse rõnale in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabile in longitudine lateri.b.c. Eritq; ex premissa ꝑ diffinitionẽ linee medialis ut linea.a.possit in aliquẽ superficiẽ contentam a duabus lineis potentia tm̃ rõnalibus cõmunicantibus que sit superficies.e.g.cuius latera e.f.⁊.f.g.eruntq; due superficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.sexti: laterum mutuorum propter hoc ꝙ ipsi sunt equales ⁊ rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad.c.f.est sicut.f.g.ad.c.d.quare ꝑ.10.cũ.b.c.cõicet i potentia cũ.e.f.eo ꝙ q̃drata vtriusq; earuz sunt rõnalia ex ypothesi.f.g.cõicabit in potentia cum.c.d. cũ igit̃ quadratum.f.g.sit rõnale per ypothesim: erit quoq; quadratũ.c.d.rõnale per diffinitionem: at qꝛ superficies.b.d.est irrõnalis sicut sua equalis.e.g. per premissã.sequitur vt quadratum linee.c.d.nõ cõicet cũ superficie. b.d. ⁊ quia quadratũ linee c.d.ad superficiem.b.d.est per primam sexti: sicut.c.d.ad. c.b. erit per secundam partem.10.ut.c.d.non cõmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.sit rõnalis in longitudine ex ypothesi: erit.c.d.irrõnalis in longitudine ⁊ potentia tm̃ rationalis: patet ergo proposita conclusio.

## Propositio .21.




Omnis linea communicans mediali est medialis.

¶ Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.esse cõmunicans siue in longitudine siue in potentia tm̃: dico ꝙ etiam linea.b.est medialis. Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superficies.c.f.equalis quadrato linee.a.⁊ item superficies.e.g.equalis quadrato linee.b.hoc autem qualiter .iat in premisse demonstratione dictũ ẽ. Eritq; per premissam linea .d.f. rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis linee.c.d.et quia per primam sexti.e.g.ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem. e.g.cum. c.f.eo ꝙ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primaz partem.10.ut linea.f.g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rõnalis i potentia tm̃ sicut est.d.f.⁊ incõmensurabilis in longitudine linee.c.f.cũ linea.d.f.sibi cõmunicans sit incõmẽsurabilis eidem.e.f.eo ꝙ sue equali: hoc enim probatum est in.8.qd̃ si fuerint due quantitates cõicantes cuicũq; vna earuz non cõicat nec reliqua: itaq; per.19.erit superficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est propositũ. ¶ Silr̃ quoq; omnes superficies cõicans superficiei mediali medialis eẽ conuincitur. Sit eni superficies.a.medialis cui ponatur superficies.b.esse cõicans dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit. sit linea.c.d.rõnalis in longitudine: adiungaturq; ei superficies.c.e.que sit equalis superfiiciei.a.qd̃ hoc modo fiet. Inueniatur linea.c.f.ad quã sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a. sicut linea.c.d.se habet ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.sexti dictum est. Eritq; ex.15.eiusdem superficies.d.f.equalis.a.itẽq; eodem modo ad lineam.e.f.adiũgatur superficies.e.g.que sit equalis.b. erit itaq; per.20.linea c.f.potentia tm̃ rõnalis: erit quoq; linee.c.d.in longitudine incõmensurabilis. Et quia.a.⁊.b.erant cõicantes ex ypothesi: erunt quoq;.c.e.⁊.e.g.eis equales cõicantes: itaq; per primam partem sexti ⁊ per primaz partem.10.huius erunt due linee c.f.⁊.f.g.cõicautes in longitudine. ¶ Est igitur linea.f.g.rõnalis in potentia tm̃ ⁊

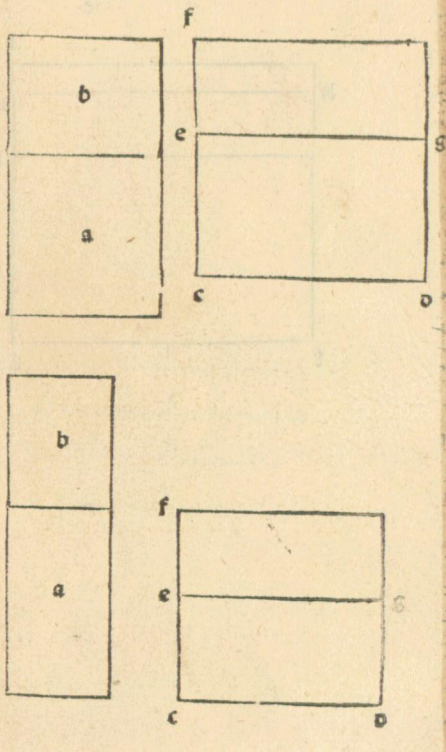


linee.e.f.incõmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medi
alis:cum linea.e.f.sit rõnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cũ sit ergo.b.eq̃/
lis.e.g.erit quoqz.b.medialis qõ ẽ propositũ. ¶Et nota q̃ omnes superficies me
diales cõicantes cõponunt superficiem medialẽ. Vnde tota .d.g.ẽ medialis:q̃ cũ
due linee.c.f.z.f.g.sint rõnales in potẽtia tm̃ z nõ cõmunicantes in longitudine
sequitur ut tota.c.g.sit rõnalis in potẽtia tm̃ z nõ cõicãs.c.d.i longitudine.itaqz
p.19.d. g.ẽ medialis Eodẽqz mõ si sint plẽs.

## Propositio .22.

OMnis differentia qua habundat mediale a mediali:irra
tionalis esse probatur.

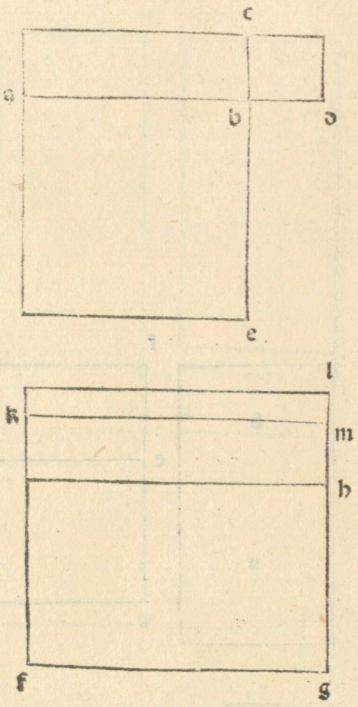
¶Sit vtraqz duaꝝ superficierũ.a.b. z.a. medialis:dico q̃ supficies
b.que est eaꝝ differentia ẽ irrõnalis.Sit eni linea.c.d.rõnalis i lon/
gitudine cui adiungat̃ superficies.d.e.equalis supficiei.a.z superfici/
es.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aũt qualiter fiat in premissa docuim9:q̃
ergo.d.f.est equalis.a.b.z.d.e.equalis.a.erit p cõceptionẽ.g.f.equalis.b. Si ita/
qz supficies.b.nõ est irrõnalis sed rõnalis:erit z.f.g.sua equalis rõnalis. At cum
linea.e.g.sit rõnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. ra/
tionalis in longitudine z cõmunicãs linee.e.g. p.20. aũt est vtraqz duaꝝ linearuz
c.e.z.c.f.potentialiter tm̃ rõnalis z linee.c.d.incõmensurabilis i longitudine: ita
qz.e.f.linea est incõmensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primã sexti
quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.c.f.in.c.e.ẽ sicut.c.f.ad. c.e.sequit̃
per scõam partem. 10.ut quadratũ linee.c.f. sit incõmensurabile supficici facte ex
e.f.in.c.e. quare z ipsũ quadratũ erit incõmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e
quadratũ vero.c.e.cum sit rõnale est cõicans quadrato e.f.totum igitur ex ambo
bus compositũ erit per.9. cõicans quadrato e.f.z idco incõmensurabile duplo su/
perficiei ex.e.f.in.c.e. Et q̃ per quartã scõi quadratũ linee.c.f.ẽ.equale duob9 qua
dratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f.z duplo supficici ex.c.e.in. e.f. et duplũ superficiei
c.e.i.e.f.ẽ incõmensurabile aggregato ex duob9 quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f.
sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratũ.c.f.sit incõmensurabile aggre/
gato ex duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f.at cũ aggregatũ ex bis quadra/
tis sit rõnale:sequit̃ quadratũ linee.c.f.nõ esse rõnale: z ideo linea.c.f.nõ ẽ ratio/
nalis in potentia: z idcirco nõ erit superficies.d.f.medialis neqz.a.b.sibi equalis
quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur q̃ superficies
b.est irrationalis:quod est propositum.




## Propositio .23.

OMnis superficies quã cõtinẽ due linee mediales poten
tialiter tantũ cõicantes:aut rõnalis est aut medialis.

¶Sint due linee.a.b.z.b.c.mediales potentia tm̃ cõmunicãtes:di/
co q̃ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rõnalis aut medialis
Sint enim.c.d.quadratũ linee.b.c.z.a.c.quadratũ linee.a.b. erunt
qz ex ypothesi hec duo quadrata communicantia z erit per primam sexti superfi/
cies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur
linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.b. equa/
lis quadrato.a.e.z.b.k.equalis superficici.a.e.z.k.l.equalis quadrato.d.c.erunt
qz hec tres superficies.f.b.b.k.z.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̃les



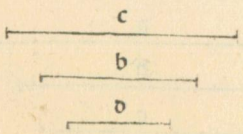

a.c.a.c.z.d.c.quare per primã ſexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. z.m.l.q̃ ſunt baſes earum continue proportionales: z cuz ſuperficies.f.b.z.k.l.ſint cõmunicãtes ſicut duo quadrata.a.c.z.c.d.eis equalia: ſequitur per primã ſexti z.10.hui⁹ vt linea.g.b.ſit cõmunicans cum.m.l.vtraqz autem earum eſt rõnalis in potẽtia per 20.huius:igitur ſupficies vnius eaꝝ in alteram eſt rõnalis: omnis enim ſuperficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine neceſſario eſt rationalis ut patet ex prima ſexti z prima pte. 10.huius z ex diffinitiõe ſuperficierum rõnalium: z quia ex prima pte.16.quadratum linee.b.m. eſt equale ſuperficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratuz linee.b.m.rõnale. Si ergo linea.b.m.eſt rationalis in longitudine ſiue cõicans linec.k.m.que eſt equalis linee. f.g. erit per 15.ſuperficies.b.k.rõnalis:ideoqz z ſua equalis.a.c.ſi autẽ linea.b.m. ſit irrõnalis in longitudine ſiue incõmenſurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia: eo qꝺ ſuũ quadratũ eſt rõnale:erit ex.19.ſuperficies.b.k.medialis:quare z ſua equalis.a.c.conſtat ergo propoſitũ. ¶Et nota qꝺ ſi due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales in longitudine cõmunicantes: eſſet ſupficies a.c.medialis tm̃:eſſet enim ſuperficies.a.c. cõmunicans vtriqz duoꝝ quadratoꝝ a.e.z.c.d.per primã ſexti z per preſentẽ ypotheſim z per.10.huius:z ideo ſuperficies.b.k.ſibi equalis.a.c.eſſet cõmunicãs vtriqz ſuperficiei.f.b.z.k.l.igit̃ per p̃ma ſexti z.10.huius linea.b.m. eſſet cõmunicans vtriqz duaꝝ lineaꝝ. g.b.z.l.m.z qz bee ambe ſint rõnales in potẽtia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoqz.b.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g .z iõ nec cõmunicans linee.b.d.quare per.19. erit ſuperficies.b.k.medialis tm̃. z ideo etiam.a.c.ſibi equalis:Si autẽ due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales neqz in longitudine neqz in potentia cõicantes:ſuperficies.a.c.non eſſet rõnalis neqz medialis ſi enim ſic eſſet ſcz qꝺ due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales neqz in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incõmunicantia.itaqz z due ſupficies.f.b.z.k.l.eis equales quoqz: eẽnt incõicãtes:quare z due linee. g.b.z. m.l. eſſent incõmẽſurabiles per primã ſexti z per ſcõam p̃tẽ.10.z qz vtraqz eaꝝ ẽ rõnalis tm̃ in potentia p.20.eſſet ſupficies vnius eaꝝ ad alterã medialis per.19.cũ ergo quadratũ linee.b.m.ſit equale dicte ſuperficiei que fit ex.g.b.in.m.l.per primã partẽ.16.ſexti eẽt per.19.linea.b.m.linea medialis:per.15.ergo nõ eſſet ſuperficies b.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec ſua equalis.a.c.

## Propoſitio .24.

DUas líneas mediales potentia tantum cõmunicantes ſupficiemqz rationalem continentes quarum longior ſit potentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶Cum omnes due lince mediales potentia tantũ cõmunicantes cõtineant ſuperficiem rõnalem aut medialez ut ex premiſſa patet: docet inuenire eas duas que continent ſuperficiem rõnalem z eas que medialem. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruz longior poſſit amplius breuiori in quadratõ alicuius linee ſibi cõmunicantis in longitudine que contineant ſuperficiem rõnalem. ¶Ad hoc ꝑm doctrinam.17.Sumo duas lincas.a.z.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

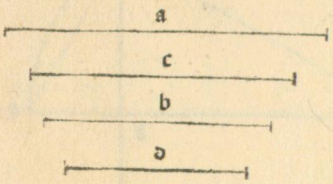
sit.a.possit amplius breuiori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝯmuni/cantis in longitudine: ⁊ ponam lineam.c.scdm doctrinā.9.sexti medio loco ꝓpor/tionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter fiat in.10.sexti dictum est. Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus: patet enī ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent due linee.a.⁊.b.ē medialis: ⁊ qꝛ ꝑ primā ꝑtē 16.sexti quadratū linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medialis. Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypothesi: qꝛ tam.a.q̄ꝫ.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoqꝫ cōicet cum d.in potentia tm̄.itaqꝫ per.21.cuꝫ.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis: ⁊ per primā ꝑtē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝯmunicātis in lōgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt quales inquirimus. Eas aūt cōtinere suꝑficiē rationalē sic habeto: cū sit.a. ad.b.sicut c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c. ad.b. igitur est.c.ad.b.sicut.b .ad.d .itaqꝫ per primā partē.16.sexti superficies quā continent due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aūt quadratū.b.rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee.c.⁊ d.est rationalis: quare constat propositum.




## Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes superficiemqꝫ rōnalem cōtinentes: quaꝝ longior sit potentior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire.

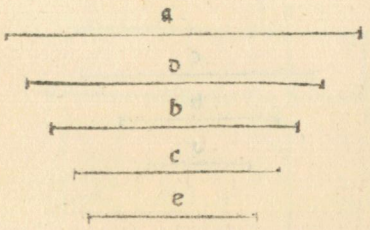
¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cōmunicantis in longitudine: que quidē reperiunt̄ ꝟm doctrinā .18.ceterisqꝫ positionib⁹ manentibus sicut in p̄missa argumētando modo cōsimili: patebit duas lineas.c.⁊ .d.esse quales querimus. Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire componunt bimediale primū: ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est: dicitur residuum mediale primum.




## Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes superficiemqꝫ medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.

¶ Cū docuerit īuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes superficiēqꝫ rationalē continentes: quaꝝ longior plus possit breuiori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ secum incōmensurabilis in longitudine Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiemqꝫ medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breuiori in q̄drato linee nō secum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud enim facile habetur ex isto. Sint itaqꝫ tres linee sumpte ꝟm ꝙ doctrinā.18.a.b.c. potentia tm̄ rōnales ⁊ ī ea solū cōicantes. sitqꝫ.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: ⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter a.⁊.b.ut docet.9.sexti: ⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊. e. esse q̄les inquirimus. cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

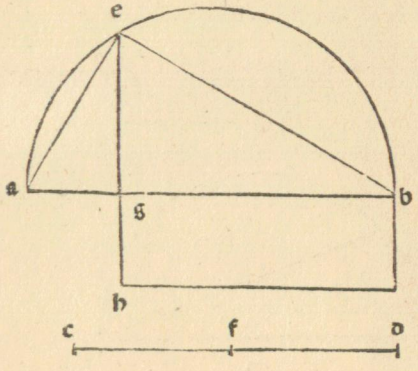



z.b.per primã partẽ.16.sexti. Sitq3 superficies contẽta sub.a.z.b.medialis: ex.19. cum.a.z.b.sint potentia tm̃ rõnales conicantes:erit ex eadem linea.d.medialis. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi sequitur ex.10.ut.c.quoq3 cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaq3 per.21.erit.e. linea medialis.et etiã q2.a.est potentio2.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoq3 p.12.d.potẽtio2.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudic Si igitur due linee.d.z.e.contineant supficiẽ medialẽ constat eas esse quales iquirimus: Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habeẽ:cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d. ad.b. p ypothesim:itaq3.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti:superficies quã continẽt.d.z.e.est equalis ei quã ꝓtinẽt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi:itaq3.d.z.e.continent superficiẽ medialẽ:qõ est propositũ. ¶Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes supficiẽq3 medialem continentes:quaꝝ longio2 esset potentio2 breuiori quadrato linee secum cõicanti s i longitudine:Sumeramus tres lineas ꝑm doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales z in ea solum cõmunicantes:z ponerem⁹ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine:cetera vero manerent ut prius z argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d.z.e.esse quales proponiẽ inquirere. Et nota q̃ due linee quas hic.26.docet inuenire:cõponũt bimediale scõm z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

## Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq3 medialem continentes quaru3 quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire:

¶Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam i potentia q̃3 in longitudine que contineant superficiem medialem z quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem:ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.z.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quaꝝ longio2 que sit.a.b.sit potentio2.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine z super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. z diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.z diuido lineam.a.b.ad punctum.g.itaq3 linea.e.f.cadat in medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: z pono q̃ superficies.b.b.fiat ex.a.g.in.g.b.eritq3 ex prima pte.16.sexti quadratum.c.f.equale superficiei.b.b.z quia quadratũ.c.f.est equale quarte pti quadrati.c.d.ex quarta scõi:z q2 supficiei.b.b.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superficies quadrata cuꝝ.a.g.sit equalis.g.b.z quia linea.a.b.potentio2 est linea.c. d.q̃drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi:erit ex scõa parte.14.linea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem super lineam.a.b.vsq3 ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.z protrabo lineas.a e.z.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f. eo q̃ vtraq3 cadit medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b.prima quidem per primam partẽ coneẽ.8.sexti.scõa vero per ypothesim: propter qõ quadratum vtriusq3 earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.b. ipsi igit̃ sũt

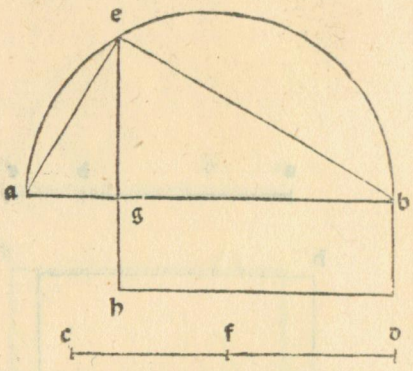


equales. At quia per quartã sexti ꝓportio. a.e. ad. e.b. ẽ sicut. a.g. ad. g.c. sunt aũt a.g. ⁊ g.e. ⁊ g.b. ꝓtinue ꝓportionales erit. a.e. ad. e.b. duplicata sicut. a .g. ad. g. b. quare ꝑ. 18. sexti erit quadratũ linee. a.c. ad quadratũ linee. e.b. sicut. a.g. ad. g.b cum sit igitur. a.g. incõicans. g.b. erit per scõam ptem. 10. quadratũ. a.e. incõicans quadrato. e.b. quare due linee. a.e. ⁊. e.b. sunt incõmẽsurabiles in potentia. Et qꝛ ꝑ penultimã primi quadratũ. a.b. ẽ eq̃le q̃dratis duaꝝ linearꝝ. a.e. ⁊. e.b. piter accep/ tis q̃dratũ aũt. a.b. ẽ rõale: cũ. a.b. sit rõnalis i potẽtia ꝓ ypothe. erũt quoq; q̃/ drata duaꝝ linearꝝ. a.e. ⁊. e.b. piter accepta rõnale. Si vero hee due linee cõtinent superficiem medialem habitũ ẽ ꝓpositũ. erat aũt. c.d. rõnalis in potẽtia ⁊ in ea tm̃ cõicans linee. a.b. quare ⁊. c.f. ⁊ iõ etiã. g.e. sibi equalis erit potentia rõnalis ⁊ tm̃ in cadẽ cõicans cũ. a.b. itaq; ꝑ. 19. supficies. a.b. in. g.e. est medialis: qꝛ igit̃ ꝓ quar tã sexti ⁊ per primã ptẽ. 15. eiusdẽ supficies. a.e. ⁊. e.b. ẽ sibi. ſ. supficiei. a.b. in. g.e. equalis cõstat duas lineas. a.e. ⁊. e.b. esse quales volumus. ¶ Et nota q; due linee quas docet hec. 27. inuenire cõponunt lineã maiorẽ ⁊ minori eaꝝ absciſa que reli/ qua est dicitur linea minor.

## Propositio .28.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq; rationalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter ac/ cepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadẽ dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a.b. ⁊. c.d. quales ꝓponit. 25. eruntq; simili argumẽtatiõe premisse due linee. a.e. ⁊. e.b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enĩ. a.b. linea me/ dialis erit eius quadratũ mediale per. 19. ⁊ iõ quadrata duaꝝ linearꝝ. a.e. ⁊. e.b. sunt mediale per penulẗ. primi: ⁊ quia. a.b. i. c.d. ꝓtinet supficiẽ rõnalem: sequitur etiã ut. a.b. in. c.f. ⁊ ideo in. g.e. sibi equalẽ cõtineat superficiẽ rõnalem: itaq; ⁊. a.e in. c.b. patz ergo qõ queriẗ. ¶ Unde due linee quas hec. 28. docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in rõnale ⁊ mediale ⁊ minori eaꝝ absciſa de maiori que reliqua ẽ di/ citur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.




## Propositio. 29.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq; medialẽ continentes quaꝝ quadrata ambo pariter acce/ pta sint mediale duplo superficiei vnius in alterã incõmẽ/ surabile inuenire.

¶ Huius quoq; dispositio a duaꝝ premissaꝝ dispositione non sit in quoquã diuersa. Sint aũt linee due. a.b. ⁊. c.d. quales. 26. ꝓponit eruntq; ꝑmissa argumentatione due linee. a.e. ⁊. e.b. quas inquirimus. Cũ enim. a.b. sit linea me dialis erunt quadrata duaꝝ linearꝝ. a.e. ⁊. e.b. pariter accepta mediale. at cum. a.b ⁊. c.d. contineat superficiem medialẽ. sequit̃ ut. a.b. in. c.f. ⁊ ideo in. e.g. sibi equa/ lem contineat quoq; superficiẽ medialẽ: omnis enĩ superficies mediali cõmunicãs medialis esse conuincit̃: quẽadmodũ in. 21. monstratũ est: supficies igit̃. a.e. i. e.b medialis est cũ ipsa sit equalis supficiei. a.b. in. g.e. Quia vero linea. a.b. ẽ incõ/ mensurabilis linee. c.d. erit etiã incõmensurabilis linee. c.f. quare ⁊ linee. e.g. qua/ re per primã sexti ⁊ scõam ptẽ. 10. huius: superficies. a.b. in. e.g. que est equalis su perficiei. a.e. in. e.b. erit incõmensurabilis quadrato linee. a .b. itaq; ⁊ quadratis duarum linearum. a.e. ⁊. e.b. pariter acceptis: qõ cũ ita sit sequitur quoq; vt du/ plum superficiei. a.e. in. e.b. sit incõmensurabile quadratis predictis duaꝝ linearũ

a.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis ꝛ hoc erat mōſtrandū .¶Due linee quas hec.29.docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia ꝛ minori earꝫ abſcisa de maiori q̄ reliqua eſt dicit̄ linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

## Propoſitio 30.

SI due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumq3 coniungantur:tota linea ex his com/poſita erit irrationalis:diceturq3 binomium.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.in cōtinuū directūq3 cōiuncte rōnales in potentia tm̄ cōcantes:quas p.17.ꝛ.18.reperies: dico totā lineā.a.c ex eis cōpoſitā eſſe irrōnalem ꝛ ipſa vocatur binomiū. Eſt eni per quartā ſecundi quadratū.a.c.equale quadratis duarꝫ linearꝫ.a.b.ꝛ.b.c.ꝛ duplo ſupficiei vni9 ea/rum in alterā:quadrata aūt ambarꝫ faciunt ſupficiē rōnalem ex ypotheſi:duplū ve ro ſuperficiei vnius earꝫ in alterā facit ſupficiē medialē ex.19.itaq3 quadrata amba rū pariter acceptarꝫ faciunt ſupficiē incōmenſurabilē duplo ſupficiei vnius earum in alterā.erit igit̄ ex.9.quadratū.a.c.incōmenſurabile duobus quadratis duarum linearꝫ.a.b.ꝛ.b.c.piter acceptis quare irrōnale p diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt ſupficiē rōnalem.ideoq3 ſuum latus tetragonicū quod eſt.a.c. irrōnale quo q3 p diffinitionē:ꝓſtat ergo ꝓpoſitū. Propoſitio .31.

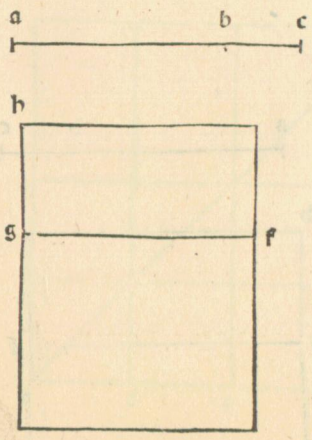
SI due linee mediales potentia tantū cōicantes ſuperfici emq3 rationalē continentes directe coniungant̄:tota li/nea ex his cōpoſita erit irrōalis dicet̄q3 bimediale ꝑmū.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c. i cōtinuū directūq3 ꝓiuncte quales ꝓ/ponuntur quas p.24.ꝛ.25.reperies:dico totam lineā.a.c.eſſe irrōna lem ꝛ ipſa vocatur bimediale ꝑmū.Eſt eni duplū ſupficici.a.b. i.b.c. rōnale per ypothe.duoq3 quadrata duarꝫ linearꝫ.a.b.ꝛ.b.c.piter accepta faciunt mediale.cuj vtrūq3 quadratū ſit mediale per ypotheſim ꝛ vnū coꝫ cōicans alij:duplū igitur ſu perficiei vnius earꝫ in alterā eſt incōicans duob9 quadratis piter acceptis : totum ergo aggregatū ex duplo ſupficici ꝛ duobus quadratis ꝛ ipſū ē quadratū toti9.a.c.per quartā ſcōi ē incōmenſurabile duplo ſupficiei vnius earꝫ in alterā p.9.huius cū itaq3 duplū ſupficiei ſit rōnale erit quadratū.a.c. irrōnale. ideoq3 ꝛ linea .a.c. qō ē ꝓpoſitū. ¶Idē aliter:ſit linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiungat̄ ſup/ficies.d.f.equalis duobus quadratis duarꝫ linearꝫ.a. b. ꝛ.b.c. eritq3 ſupficies hec d.f.medialis cum vtrūq3 quadratū ſit mediale per ypothe .ꝛ vnū coꝫ cōicans alij quare per.20.linea.d.g.eſt rōnalis in potentia tm̄:non cōicans in longitudine li/nee.d.e.rurſus ad lineā.f.g.que eſt equalis.d.e.adiūgat̄ ſupficies.f.b.equalis du/plo ſuperficiei. a.b.in.b .c.eritq3.f.b.rōnalis per ypotheſim:quare per.16.linea.g b.erit rōnalis in longitudine:due itaq3 linee.d.g.ꝛ.g.b. ſunt potentialiter rōna/les ꝛ in ea tm̄ cōicantes:ergo p.30.tota linea ex eis cōpoſita que eſt.d.b.eſt bino/miū ꝛ irrōnalis:quare p.16.a deſtructione ꝓtis ſupficies.e.b.ē irrōnalis.At quia p quartā ſcōi latus ei9 tetragonicū ē linea.a.c.ipſa erit irrōnalis p diffinitionē qō oportuit demōſtrari. Propoſitio .32.

SI due linee mediales potentialiter tantum cōmunicantes ſuperficiemq3 medialē continentes directe coniungantur tota linea erit irrōnalis diceturq3 bimediale ſecundum.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.in cōtinuū directumq3 ꝓiūcte ut ꝓponit̄

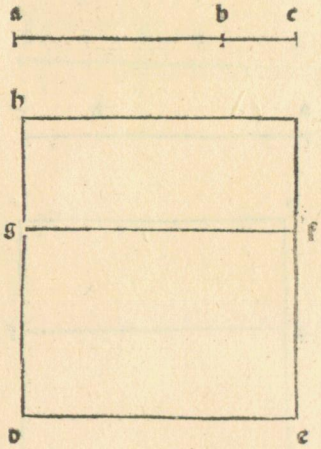
quas per.26.contingit reperiri: dico totā.a.c.ex eis cōpositā esse irrōnalem ⁊ ipsa vocatur bimediale scōm. Esto enim linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiungatur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter acceptis ⁊ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cōicantia: ⁊ vtrūqꝫ mediale: erit superficies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scōm est rōnalis i potentia tm̄: ⁊ linee.d.e.incōmensurabilis in longitndine: Rursus adiungaꝫ ad lineā g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit qꝫ etiā supficies.f.b.medialis: erat enī per ypothesim supficies.a.b.i.b.c.medialis. ergo duplū eius cui est equalis.f.b.erit mediale per.20.igitur est linea.g.b.rationalis in potentia tm̄ ⁊ incōmensurabilis in longitndine linee.g.f.qꝫ vero.a.b.⁊.b.c.sunt potentialiter tm̄ cōicantes erit p primā sexti ⁊ per scōam ptem.10.huius supficies vnius in alterā incōmensurabilis quadrato vtriusqꝫ. At qꝫ quadrata eaꝝ cōicant per ypothesim: erit dicta supficies quare ⁊ duplū eius incōicans duob⁹ quadratis earū pariter acceptis: due ergo supficies.d.f.⁊.f.b.sunt incōicantes: p primam itaqꝫ sexti ⁊ scōam ptē.10.huius erit linea.d.g incōmensurabilis linee.g.b. que cū sint rōnales in potētia: erit per.30.tota linea.d.b.binomium ⁊ irrōnalis: ergo per.16.a destructione p̄ntis erit supficies.e.b.irrōnalis. Et qꝫ latus eius tetragonicū per quartā scōi est linea.a.c. sequitur per diffinitionē qꝫ linea.a.c. sit irrationalis: qō ꝓpositū erat ostendere.



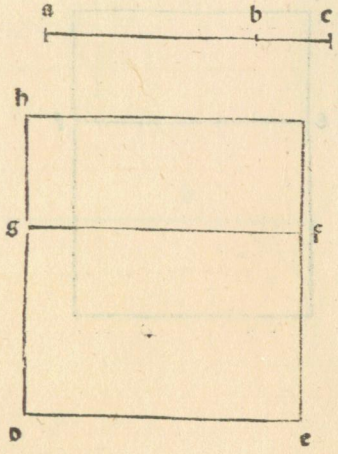

## Propositio .33.

CUm coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles supficiēqꝫ medialē continētes quaꝝ ambo q̄drata piter accepta fūt rōnale: tota linea erit irrōnalis diceturqꝫ linea maior.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.sibi in continuum directumqꝫ coniuncte sicut ꝓponitur: quas cōtingit ex.27.repire: dico.a.c.ex eis cōpositā esse lineā irrationalē ⁊ ipsa vocaꝫ linea maior. Cū enī ambo quadrata piter accepta sint rōnale supficies vero alteri⁹ in alterā quare et eius duplū medialis p ypothesim: erit totū ex duobus quadratis piter acceptis incōicans duplo supficiei vnius in alterā. itaqꝫ totū aggregatū ex duobus quadratis ⁊ duplo supficiei ⁊ ipsū est equale quadrato a.c. per quartā icōi: erit p.9.hui⁹ incōmensurabile duobus quadratis.a.b.⁊.b.c.piter acceptis: per diffinitionē ergo ē quadratū linee.a.c. irrōnale ⁊ linea.a.c. irrōnalis qō ē ꝓpositū. ¶ Idē aliter sicut i p̄missis ad lineā.d.c.que sit rōnalis in longitudine adiungaꝫ supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c. pariter acceptis eritqꝫ rōnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scōm qō est.d.g. erit etiā rōnale in longitudine ⁊ cōicans linee.d.e. Rursus ad lineā.f.g. adiungatur superficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c. eritqꝫ medialis per ypothesiꝫ: quare per.20.linea.g.b.que est eius lat⁹ scōm ē rōnalis in potentia tātū per.30.igitur est linea.d.b.binomiū ⁊ irrōnalis: ideoqꝫ per.16.a destructione consequentis superficies.e.b.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaꝫ secundi est.a.c.ē irrationale per diffinitionem: qō volumus ostendere.




## Propositio .34.

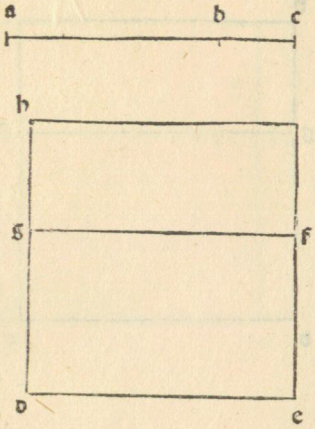



Cum cõiuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq3 rõnalem continentes quax ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq3 potens in rõnale ⁊ mediale.

¶Sint ut in premissis due linee. a.b. ⁊ b.c. in continuũ directumq3 coniuncte quales ꝓponit̃: ⁊ ipse sunt ex. 28. sumende: dico ꝙ tota linea. a.c. ex eis cõposita erit irrõnalis ⁊ illa vocatur linea potẽs i rõnale ⁊ mediale. Cũ sit enĩ superficies. a.b. in. b.c. rationalis per ypothesim. ideoq3 ⁊ duplũ eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartã secũdi ⁊. 9. huius quẽadmodũ in premissis ꝙ quadratũ totius. a.c. sit incõicans duplo superficiei. a.b. in. b.c. ꝓ diffinitionẽ igitur ipsũ est irrõnale ⁊ linea. a.c. irrationalis qõ ẽ ꝓpositũ. ¶Idẽ aliter: sit vt in premissis linea. d.e. rationalis in longitudine superficieiq3. d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duax̃ linea x̃. a.b. ⁊ b.c. erit q3 medialis per ypothesim: p. 20. igitur: erit linea. d.g. rõnalis in potentia tm̃ nõ cõmunicans in longitudine linee. d.e. Sitq3 superficies. f.b. adiuncta ad lineã. g.f. equalis duplo superficiei. a.b. in. b.c. critq3 rõnalis per ypothe. ⁊ iõ p. 16. latus ei⁹ fm quod ẽ. g.b. rõnale in longitudine quare per. 30. linea. d.b. ẽ binomium ⁊ irrationalis: ⁊ superficies. e.b. per. 16. a destructione ꝓ̃tis est irrõnalis. Cum itaq3 linea. a.c. sit eius latus tetragonicũ: per quartã scõi: sequit̃ ut. a.c. sit irrõnalis ꝓ diffinitionem: ꝓstat ergo propositũ.

## Propositio .35.

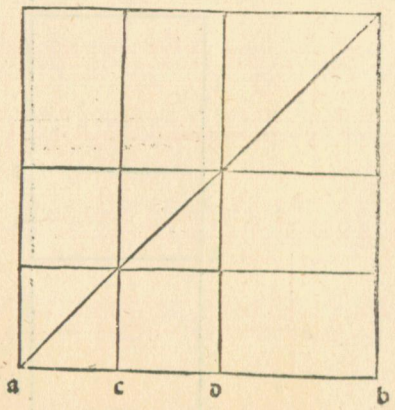
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq3 medialẽ cõtinentes quax̃ quadrata ambo pter accepta sit mediale duplo supficiei vni⁹ i alteram incommensurabilem tota linea erit irrõnalis dicetur q3 potens in duo medialia.




¶Sint quoq3 due linee hic. a.b. ⁊ b.c. in cõtinuũ directũq3 cõiuncte ut proponit̃ que ex. 29. sumende sunt: dico ꝙ linea. a.c. ex eis cõposita est irrõnalis ⁊ ipsa dicit̃ potens in duo medialia. Adiungatur enĩ ad lineã. d.e. que sit rõnalis in longitudine superficies. d.f. equalis duobus quadratis duax̃ linea x̃. a.b. ⁊ b.c. pariter acceptis: critq3 medialis per ypothesiz quare per. 20. linea. d.g. erit rõnalis in potẽtia tantũ ⁊ incõmensurabilis. d.e. linee rõnali in longitudine. Rursus ad lineã. g.f. que est equalis. d.e. adiungatur superficies. f.b. que sit equalis duplo supficiei vni⁹ in alterã erit etiã ex ypothesi medialis quare per. 20. linea. g.b. erit rõnalis in potẽtia tm̃. at qr per ypotesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei vnius in alterã sequitur ut. d.f. sit incõmensurabilis. f.b. quare ꝑ primam sexti ⁊ secundam partẽ. 10. huius linea. d.g. est incõmensurabilis. g.b. per 30. igitur est linea. d.b. binomiũ ⁊ irrõnalis. itaq3 supficies. e.b. est irrõnalis ⁊ ei⁹ latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. ut in premissis: quare constat propositũ. Si aũt duplum superficiei. a.b. ⁊ b.c. non esset incõmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a.c. medialis. esset enĩ. d.f. cõicans. f.b. ideoq3 linea. d.g. linee. g.b. tota igit̃. d.b. esset rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee. d.e. per. 19. igit̃ esset supficies. e.b. medialis eiusq3 latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. linea medialis. Vt aũt facilior fiat doctrina sequẽtiũ premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

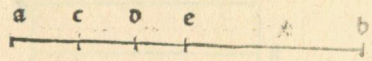
¶Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vni⁹ earū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.

¶Sit enī linea.a.b. diuisa per duo inequalia in puncto.c. sitq; maior portio.c.b. de qua sumatur.c d. equalis.a.c. dico q; quadrata duaꝝ linearum.a.c. ⁊.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato lince. d.b. nam quod fit ex.a.c. in.c.b. bis cum quadratis duarum linearū.a.c. ⁊.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c. in.c.b. quater cum quadrato.d.b. eo q; vtraq; hec equalia sunt quadrato linee.a.b. primum quidem per quartam secundi scōm vero per.8. eiusdem. Demptis itaq; vtrūq; equalibus videlicet eo qō fit ex.a.c. in.c.b. bis erūt residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duaꝝ linearuꝝ.a.c. ⁊.c.b. de secundo vero quod sit ex.a.c. in.c.b. bis cum quadrato.d.b. equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q; si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiū pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.




¶Si aliqua linea per duo inequalia. itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplꝰ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtrasq; ē sectiones ⁊ quadruplum eius qō fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium ⁊ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

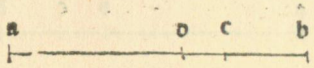
¶Sit linea.b. diuisa per duo inequalia in puncto.c. itemq; per alia minus inequalia in puncto.d. rursus per equalia i.e. dico q; quadrata duaꝝ partium magis inequalium que sunt.a.c. ⁊.c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt.a.d. ⁊.d.b. quantum est duplum quadrati linee.c.d. ⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d. in.d.e. sunt enim per.9. secūdi quadrata duarum linearum.a.c. ⁊.c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.e. ⁊.e.c. pariter acceptis. at per eandem.9. secundi quadrata duaꝝ linearuꝝ a.d. ⁊.d.b. piter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum.b.e. ⁊.e.d. piter acceptis: itaq; quadrata duarum linearum.a.c. ⁊.c.b. pariter accepta excedūt quadrata duarum linearum.a.d. ⁊.d.b. pariter accepta in eo quo duplū quadrati linee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e. hoc autē per quartam secundi est duplum quadrati linee.c.d. ⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d. in.d.c. quare cōstat propositum. Ex hoc manifestum est q; quanto fuerint sectiones alicuius lince magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: ⁊ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

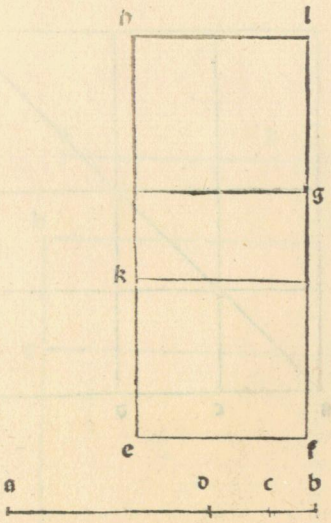


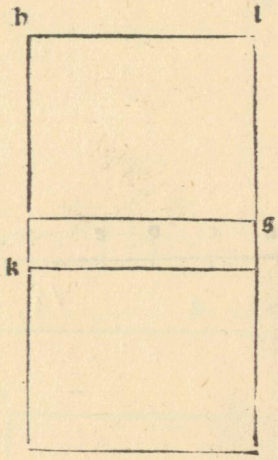

## Propositio .36.

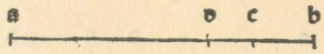
In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum ⁊ nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶Sit linea.a.b. binomium eritq; ex.30. composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint.a.c. ⁊.c.b. dico q; ipossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac dione videlicet q; ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si enī pōt diuidaī i.a.d. ⁊.d.b. q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq; linea.e.f. rōnalis in lōgitudine cui adiungaī superficies .c.g. que






sit equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ supficies. f.h. que sit equalis quadrato linee.a.b.eritqꝫ superficies.e.g.rōnalis eo ꝙ vtrūqꝫ quadratoꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis est rōnale per ypothesim ⁊ superficies .g.h. medialis per.19.qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. i.c.b.ꝑ quartā scd̄i.Sit igit̄ rursus supficies.f.k.eq̄lis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d ⁊.d.b.pariter acceptis que cū sint diuerse a duabus lineis.a.c.⁊.c.b.erit per scd̄m p̄demonstratoꝝ antecedentium superficies.f.k.diuersa a supficie.e.g.eaꝝ ergo differētia sit.k.g. eritqꝫ ꝑ q̄rtā scd̄i excessus supficiei.f.h.sup.f.k.qui sit.k.l.eq̄lis duplo ei⁹qd̄ fit ex.a.d.i.d b.⁊ ꝓpter hoc erit etiā supficies.f.k. rōalis.⁊ supficies.k.l.medial̄: itaqꝫ supficies k.g.cum ipsa sit differentia duarū superficieꝝ rōnalium que sunt.e.g.⁊.f.k.erit rationalis.Non enī differt rationale a rōnali nisi in rōnali.⁊ hoc dico diffinitione ⁊ 9. huius hoc ꝯfirmantibus. Eadē quoqꝫ cū ipsa sit differentia duaꝝ superficierum medialium que sunt.g.h.⁊.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

## Propositio .37.

**Bimediali primo ꝟm terminū suum in duas lineas mediales diuiso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.**

¶Sit quoqꝫ hic linea.a.b.bimediale primū diuisa ī duas lineas mediales potentia tantum cōicantes superficiemqꝫ rōnalem continentes:ex quibus.31.asserit eā cōponi que sint. a.c.⁊.c.b.dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eaꝝ diffinitione.Qd̄ si possibile fuerit diuidam eā in puncto.d.assumptaqꝫ linea rōnali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c .b.et superficies.f.h.equalis quadrato.a.b.⁊ superficies.f.k.equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.b.eritqꝫ per quartā scd̄i.g.h.eq̄lis duplo superficiei.a.c.i.c.b.⁊ per eandē erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoqꝫ erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ .e.g.⁊.k.f.medialis ⁊ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.g.h.⁊.k.l.rōnalis. hoc autē impossibile:esset enī per primum superficies.k.g.irrōnalis ex.22.per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione ⁊.9.qd̄ est incōueniens.

## Propositio .38.

**Bimediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.**

¶Sit vt prius linea.a.b.bimediale scd̄m diuisa ī duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantuꝫ communicantes superficiemqꝫ medialem continentes:ex qnibus.32.proponit eam componi:dico ꝙ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione ī alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintqꝫ vt prius superficies.e.g.f.h.⁊.f.k .adiuncte ad lineā rōnalem.e. f.erūtqꝫ per presentes ypotheses vtreqꝫ supficies.e.g.⁊.g.h.mediales quare ꝑ.20.vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.g.⁊.g.l.erit rationalis in potētia tantū nō cōicās ī longitudine linee.e.f.At qꝛ due linee.a.c.⁊.c.b.erūt incōmensurabiles in longitudine:sequitur per primā sexti ⁊ per scd̄am ꝑtē.10.huius ꝙ vtrūqꝫ q̄dratoꝝ lineaꝝ.a. c.⁊.c. b:sit incōmensurabile supficiei vni⁹ ī alterā:cūqꝫ dicta q̄drata cōicent:ex ypothesi sequit̄ vt ambo q̄drata ꝑiter accepta sint incōmēsurabile superficiei vni⁹ ī alterā. ideoqꝫ ⁊ ei⁹ duplo:quare superficies.e .g.incōmēsurabil̄ ē supficiei.g.h.⁊ linea .g.f. linee

g.l.per primã sexti ꝛ scõam ꝑtẽ.10.huius:itaqꝫ per.30.linea.f.l.ẽ binomium diui/
sa ꝟm suũ terminũ i pũcto.g. ¶ Eodẽqꝫ mõ ꝓbabiť ipsã binomiũ esse mediantib⁹
supficiebus.e.m.ꝛ.m.b.diuisam scõm suũ terminũ in puncto.m.qõ est impossibi
le ꝑ.36.Nõ enĩ põt dici qꝫ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.ꝛ.m. in partes consiles
sic enĩ esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ẽ maior linea.m.l.ut patet ex ꝑmo pre/
missoꝝ antecedentiũ b⁹ꝛ ꝑma sexti cũ.e.m.supficies sit maior.b.m.superficie: bu
ius aũt demõstrationis modus potest esse cõis.37.ceterisqꝫ eam sequentibus.

## ¶Propositio .39.

LInea maior nisi in duas lineas tantũ ex quib⁹ constat sub
earum termino diuidi non potest:

¶Sit quoqꝫ hec linea maior.a.b .diuisa ad punctũ.c.i duas lineas
potentialiter incõmensurabiles supficiẽqꝫ medialẽ cõtinentes quarũ
ambo quadrata pariter accepta sint rõnale:ex talibus enĩ cõponitur
vt affirmat.33.dico qꝫ impossibile ẽ ad aliũ punctum in alias duas lineas sub hac
diffinitione ipsã diuidi qꝫ si põt.sit hic ad.d.maneant sub his eadẽ figura eedemqꝫ
ypotheses que prius ꝛ argue quẽadmodũ in.36.supficiẽ.g. k.esse rationalẽ ꝛ irra/
tionalem:qõ est impossibile. ¶Propositio 40.

LInea potens in rõnale ꝛ mediale nisi in suas duas lineas
tantum sub termino suo non diuiditur.

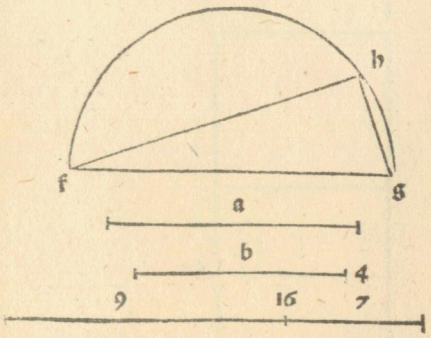
¶Hec quoqꝫ.40.manentibus prioribus figura ꝛ positionibus exce/
ptoqꝫ ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex
quibus.34.dicit eã cõponi probabiť :quẽadmodũ.37. Si autẽ aliter
fuerit q̃ꝫ proponat erit supficies. k.g.rõnalis ꝛ irrõnalis:qõ esse non potest.

## ¶Propositio .41.

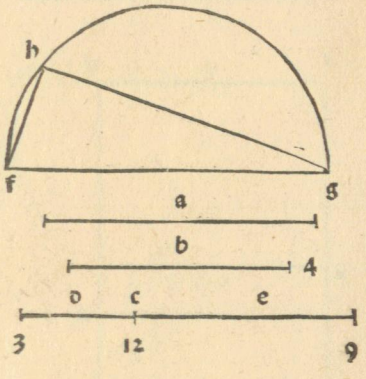
LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas
sub termino eaꝫ ex quibus coniuncta est:sed in suas tantũ
duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶Hec enĩ.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.as/
serit eam componi ceterisqꝫ ut supra tam figira q̃ꝫ positionibus ma/
nẽtib⁹ ꝓbať sicut.38.nã dato opposito ꝓpositi.Seq̃ť oppositũ.36.qõ ẽ ĩpossibile
¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmẽto q̃/
drati linee cõicantis eidem longiori in longitudine fueritqꝫ eadẽ lõ/
gior linee posite rõnali cõicans ipsuꝫ:vocabiť binomiũ primũ.Si ve
ro breuior posite rõnali cõmunicet dicet binomiũ scõm. Qõ si neu/
tra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet appellabiť binomiũ tertiũ. Itẽ
si longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratũ alicu/
ius linee ipsi longiori icõmensurabilis i lõgitudie fueritqꝫ lõgior por
tionũ posite linee rõnali cõicãs i lõgitudie ipsũ nũcupabiť binomiũ
binomiũ quartũ.Si vero breuior posite rõnali cõicet i longitudine
quintũ noiabiť.Si aũt neutra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet i lõgi
tudine erit binomiũ sextũ. ¶Propositio .42.

BInomiũ primũ inuenire.¶Sit. a.linea rõalis posita:sumãťqꝫ
duo numeri q̃drati .b.ꝛ.c.quoꝝ.c.sit diuisibiť i q̃dratũ qui sit.d.ꝛ i
nõ quadratum qui sit.e.ponaťqꝫ ꝓportio quadrati linee.a.ad q̃dra
tum linee.f g. sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.eritqꝫ ex scõa ꝑte.7.linea

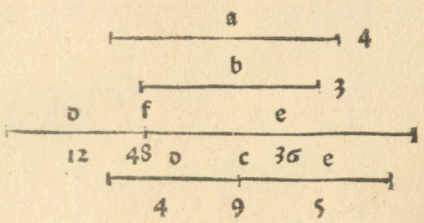



f.g. cõmunicans linee.a.rõnali posite ī longitudine: super eã igitur lineetur.f.g.b: semicirculus: sitqꝫ ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut.c.ad.d ꝛ ducatur linea.g.b.dico ergo duas lineas.f.g.ꝛ.g.b.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.b.que est breuior in quadrato linee.f.b.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: cõicat autem linea.f.b.linee.f.g.in longitudine per scõam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsarꝫ.f.g.ꝛ.f.b.sit sicut numerorꝫ quadratorꝫ qui sunt.c.ꝛ.d.linea vero.g.b.convincitur esse rõnalis in potentia tm̃: non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoqꝫ neqꝫ linee.a.rõnali posite: cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut numerus.c.ad numerꝫ.d.erit per euersam ꝓportionalitatẽ quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.g.b.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaqꝫ.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃t per vlt̃.ptem.7.ut linea.g.b.sit incõmensurabilis linee.f.g.in longitudine: relinquit̃ igitur ipsam.g.b.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ꝛ a dicone lineas.f.g.ꝛ.g.b.ꝓponere binomiũ ꝑmũ: qõ erat inueniẽdũ.




## Binomium secundum reperire. Propositio .43.

Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus diuisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tm̃ ꝙ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numerorꝫ quadratorꝫ: talis autem numerus est. 12.ꝛ.48.diuisibilis enī est.12.in.9.quadratũ numerꝫ ꝛ.3. non q̃dratum: estqꝫ ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quorꝫ vterqꝫ quadratus eodẽ mõ. 4s. diuisibilis est in.36.ꝛ.22. Tales aũt numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadratus.b.quoqꝫ sit vnitate minor: cuius quadratũ sit.c. At vero.d. ꝓueniat ex.b.in.a eritqꝫ ex prima incidentium noni.b. differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓueniat.e.eritqꝫ.e.quadratus ex prima ꝑte conel̃.scõi noni eo ꝙ vterqꝫ numerorum a.ꝛ.c.est quadratus per ypothesiꝫ: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqꝫ.f.qualẽ querim⁹ est enim ex vltima parte predicti conel̃.numerus.f.non quadrat⁹: eo ꝙ.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹. Si enī.d.numer⁹ esset q̃drat⁹: esset quoqꝫ.b.q̃drat⁹ ex.2. ꝑte eiusdẽ conel̃.2.noni ꝛ ex.22.octaui: ꝛ qꝛ.a.ẽ quadrat⁹ esset p.16.eiusdẽ: tertius continue ꝓportionalis inter.a.ꝛ.b.qõ ẽ impossibile cũ sint sola vnitate distãtes: nõ est igit̃.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.ꝛ.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis: erit per primam incidentium noni qõ fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.ꝛ in.c.ꝛ quia ex.a.in.b.sit.d.ꝛ in.c.sit.e.sequitur ut.d.sit differentia.f.ad.e.ꝛ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim f. ad.d.sicut.e.ad.c.Cũqꝫ vterqꝫ duorꝫ numerorum.e.ꝛ.c.sit quadratus manifestũ ẽ numerꝫ.f.eẽ qualẽ volumus.ẽ enī non q̃drat⁹ diuisibilis ī.d.nõ q̃dratũ ꝛ.e.quadratũ: cui⁹ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ videlꝫ.e.ad.c.cetera oia sint vt pri⁹: dico ꝙ linee.f.g.ꝛ.g.b.ꝓponũt binomiũ scõm. cũ enī sit q̃dratũ.a.ad q̃dratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqꝫ quadratum.f.g.ad quadratum. g.b. sicut.c.ad.e. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.b. sicut.b. ad.e. cũ igit̃ vterqꝫ duorꝫ numerorꝫ.b.ꝛ.e.sit q̃drat⁹ erit p scõam ptẽ ꝛ linea.g.b.cõmũicãs in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat ꝙ ipsa sit rationalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine p vltimam partem.7.que cum sit potentior linea.g.b.in linea.f.b.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: cõmunicet aũt linea.f.b.linee.f.g.in longitudine p scõam ptẽ.7. eo ꝙ

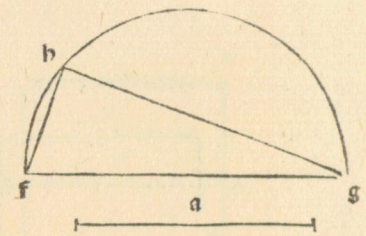


eoꝝ quadrata ſunt in ꝓportione numeroꝝ.c.ꝛ.d.quoꝝ eſt ꝓportio ſicut nume/roꝝ quadratoꝝ per ypotheſim: conſtat ꝓpoſitū. ¶Aliter quoq; idem eſt linea.g.b communicans a rationali poſite in longitudine quā facile eſt inuenire ſitq; .c.nu/merus quadratus diuiſibilis in quadratū.d.ꝛ non quadratū.e.ſitq; ꝓportio qua drati linee.g.b.ad quadratū linee.f.g.ſicut numer⁹.e.ad numeꝝ.c. eritq;.f. g. in/cōmenſurabilis linee.g.b.in longitudine per vltimā ptem.7.ꝛ potentior ea i qua/drato linee.f.b.cui cōicat in longitudine: primo per conuerſā deinde per euerſam proportionalitatēm: ꝛ per ſcōam ptē.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝛ.g.b. cōponunt binomium ſcōm.

## ¶Propoſitio .44.

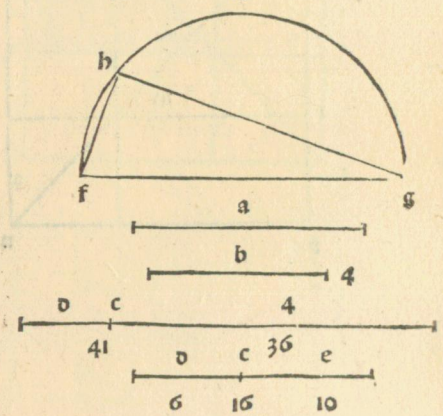
## Binomium tertium inueſtigare.

¶Binomiū quoq; tertiū ſic reperiē: poſita ut pri⁹ linea.a.rōnali i lō/gitudine ſit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuiſibilis in qua/dratum.d.ꝛ non quadratū.e.cetera oia ſint vt prius: dico ꝙ due li/nee.f.g.ꝛ.g.b.cōponunt binomiuꝝ tertiū: neutra eni eaꝝ eſt incom/menſurabilis in longitudine linee.a.rōnali poſite ſed vtraq; incōmenſurabilis.f.g quidē per vltimā ptem.7.b.g. vero per equā ꝓportionalitatem ꝛ vltimā partē.7. Eſt eni p equā ꝓportionalitatē quadratū linee .a.ad q̄dratū linee.g.b .ſicut nume/rus.b.ad numeꝝ.e.mediantib⁹: hinc quidē quadrato linee.f.g.inde vero numero c.numeri autē.b.ꝛ.e.nō ſunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ: cū.b.ſit nmer⁹ primus.ſi eni eſſent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ: neceſſe eſſet p.16.octaui ꝛ octauā eiuſdē: tertiū eis in cōtinua proportionalitate intereſſe. eſſet igitur per.17 eiuſdē numerus.b.ſuperficialis qō ē impoſſibile cū ſit primus ꝓ ypothe. incōmenſu/rabilis eſt itaq; linea g.b.linea.a.rōnali poſite ex vltima pte.7.q; ergo linea .f.g. potentior ē linea.g.b.in quadrato linee.f.b.ex.30.tertij ꝛ penuł. primi que cōicat ei in longitudine ex ſcōa pte.7.ex diffinitione binomij tertij: ꝙ noſtra intentio



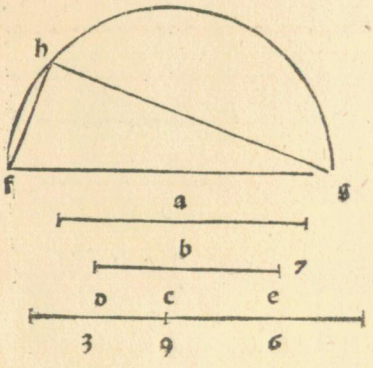

## Binomium quartum ſcrutari. ¶Propoſitio .45.

¶In inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē ſicut in in/uentione primi.excepto ꝙ q̄dratus numerus.c.diuidat̄ in duos nō q̄dratos qui ſunt.d.ꝛ.e.cetera oia negocianda ſunt hic ex diffinitio/ne binomij quarti ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.




## Binomium quintum querere. ¶Propoſitio .46.

¶Huius inuentio ſic ē ſicut binomij ſcōi: excepto ꝙ numer⁹.c.nō q̄/dratus diuidet̄ in.d.nō quadratū ꝛ.e.quadratū. ita tamē ꝙ ꝓpor/tio.c.ad.d.nō ſit ſicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū. Cetera oia ſūt hic ꝙquirenda ex diffinitione binomij quinti ſicut ibi queſita ſunt ex diffinitione binomij ſcōi. vel pone ꝙ linea.g.b.ſit cōicās linee.a.rōnali poſite i longitudine: ꝛ pone numeꝝ.c.quadratū diuiſū in duos nō q̄dratos qui ſūt.d.ꝛ.e. pone itaq; ꝓportionē q̄drati linee.g.b.ad q̄dratū.f.g.ſicut numeri.c. ad numeꝝ c.deinde aſtrue ꝓpoſitū ex vltima parte.7.ꝛ pñib⁹ ypotheſib⁹ ꝛ conuerſa ꝛ euerſa ꝓportionibus ꝛ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.




## ¶Propoſitio .47.

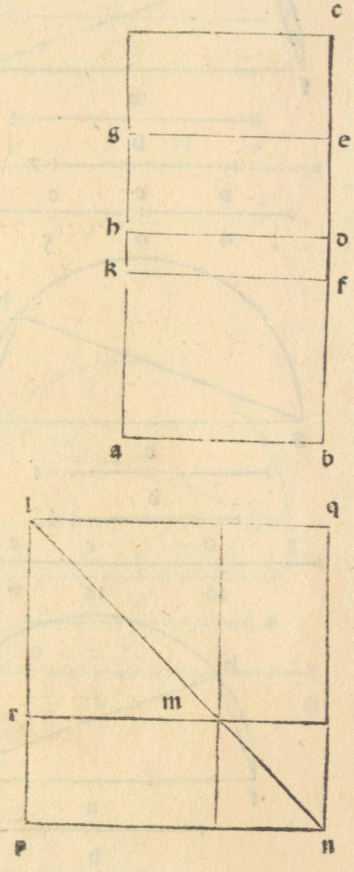
A binomio ſexto demū oportet inſiſtere. ¶Binomiū ſextū ſicut tertiū ſcrutādū ē ꝛ tñ erit hic nūer⁹ q̄drat⁹.c.diuiſ⁹ i duos nō q̄/dratoſ.d.ꝛ.c cetera ut ibi eritq; ex diōne binomii.6.linea q̄ ꝓponūt

f.g.z.g.b.sibi inuicem directe cõiuncte binomiũ sextũ:qõ ẽ ꝓpositum inuenire.

## Propositio .48.

SI fuerit superficies binomio primo lineaqz rationali contenta: latus qõ super eam potest binomium eẽ necesse est.

¶Sit superficies.a.c.contenta linea rõnali.a.b.z binomio primo q̃ sit.b.c.dico q̃ latus tetragonicũ superficiei. a.c.é binomiũ :Sit cñ punctus.d.cõmunis termin⁹ duaꝝ portionũ binomij prim i:b.c.cuius maior portio sit.b.d.eritqz rõnalis i longitudine ex diffinitione:z cõmensurabilis linee.a.b.rõnali posite . Diuidatur item minor portio que est.d.c.per equalia ad punctũ e.lineaqz.d.b.diuidaꝫ sub ea conditione ad punctũ.f. qõ inter partes eius que sũt.b.f.z.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum est:ducantur autẽ linee.c.g.d.b.f.k. equidistantes lince.a .b.z quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.est potentior linea.d. c.in quadrato lince sibi cõmunicantis in longitudine:sequitur ex scõa parte.13.q̃ due linee.b.f.z.f.d. sint cõicantes: per.9.igitur est vtraqz eaꝝ cõmunicans toti linec.b.d.quare ꝑ diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine.ideoqz per.15.vtraqz duaꝝ superficieꝝ a.f.z.f.b.est rõnalis :describatur itaqz quadratũ.l.m.cuius latus.l.r.equale superficiei.a.f.cui circũponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatẽ qõ ipsius gnomonis quadratũ:qõ sit.m.n.sit equale superficiei.f.b.duoqz ci⁹ supplementa sint.p.m.z.m.q.que necesse est esse equalia duabus supficiebus. d.g.et g:c.qõ sic collige:cũ enim sit linea.d.c.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.z f.d.erit superficies.d.g.ex prima sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a.f.z.f.b. quare z inter quadrata.l.m.z.m.n.z quia supplementuz p.m.est etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti:sequitur ut.p.m.sit equalis.d.g.ideoqz.m.q.g.c.igitur linea.l.p.est latus tetragonicũ superficiei.a.c. banc lineã dico esse binomiũ: cũ sint enī ambo quadrata. l.m. z.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linec.l.r.z.r.p.potentialiter rõnales. Est autem per primam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.c.scd.b.f.est incõmensurabilis.d.c.ſ.q̃.b.f est .ationalis simpliciter vt probatum est.d.c.vero quia cõicat in longitudine.d.c rõnale in potẽtia tantum eritqz ipsa rõnalis in potentia tantũ per.18.qõ ex p̃miſsis ypothesibus manifestũ est itaqz per scõam ptẽ.10.supficies.a.f.est incõmensurabilis superficiei.d.g.igitur z quadratum.l.m.supplemento.p.m.quare ꝑ primã sexti z scõam ptẽ.10.linea.l.r.ẽ incõmẽsurabilis linee.r.p.ex.30.igiť ꝓstat lineã.l.p esse binomiũ qõ erat monstrandũ.




## Propositio .49.

SI fuerit superficies linea rationali binomioqz secũdo cõtenta:latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

¶Sit eadem figura eedemqz ypotheses q̃ in premissa: eritqz ex diffinitione binomij secundi linea.d.c.rationalis in longitudine :quare per.15.vtraqz duarum superficierum.d.g.z.g.c.ideoqz et duo supplementa.p.m.m.q.erit rationalis:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum:et diuisa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij secundi z premissis ypothesibus z secunda parte.13.per.19.igitur erit vtraqz duaꝝ superficieꝝ.a.f.z.f.b.ideoqz z vtrũqz quadratoꝝ.l.m.z.m.n.mediale:itaqz ambe

linee.l.r.z.r.p.ſunt mediales in potentia quoqʒ cõmunicantes :nã cum linea.b.f. cõicet linee.f.d.ſequitur ut.a.f.ꝓmunicet.f.b.quare quadratũ.l.m.quadrato .m. n.ideoqʒ z linea.l.r.linee.r.p.in potentia:in longitudine autẽ non cõmunicãt:qm̃ vna earum ad alterã eſt ſicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nõ ꝓmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rõnalis videlicet.m.p.ſequitur ut.l.r nõ cõmunicet in longitudine.r.p. qꝛ igitur ipſe continent ſuperficiem rationalem que eſt.m.p.ꝓſtat lineam.l.p.ex.31.huius eſſe bimediale primum.

## Propoſitio .50.

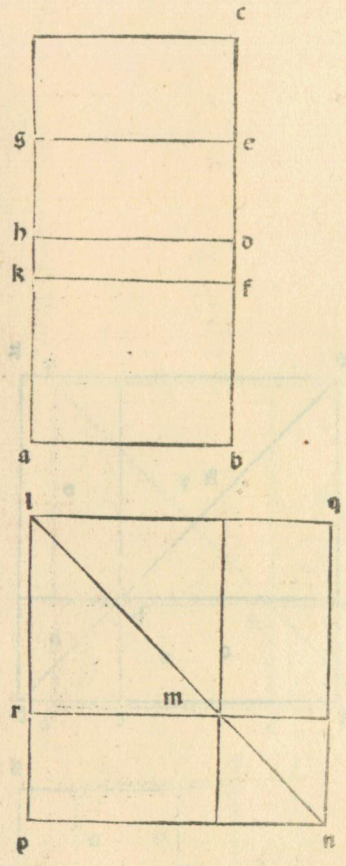
SI binomio tertio ac linea rationali ſuperficies coutinea/ tur linea in eam potens erit bimediale ſecundum.

¶Diſpoſitio z ypotheſes maneant vt ſupra.Eritqʒ ex his ypotheſi/ bus z diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueqʒ quatuoꝛ ſupficierũ in quas diuiſa ẽ ſupficies.a.c.medialis: quare vtrũqʒ duoꝝ quadra toꝝ.l.m.m.n.z vtrũqʒ duoꝝ ſupplemẽtoꝛũ.p.m.z.m.q.erit etiã mediale vtraqʒ igitur duaꝝ linearũ.l.r.z.r.p.erit medialis.z cũ due ſuperficies.a.f.z.f. b.ſint cõ municantes eo ꝙ due linee.b.f.z.f.d.ſint cõmunicantes per ſecũdã partẽ.13.erũt due linee.l.r.z.r.p.cõmunicantes in potentia in longitudine vero nõ:qꝛ ſupficies l.m.non cõicat cũ ſuperficie.m.p.eo ꝙ neqʒ.a.f.cõicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nõ cõmunicat cum.d.e. cum igiꝫ ipſi ꝓtineant ſuperficiem medialem que eſt.p.m cõſtat ex.32.lineã.l.p.eſſe mediale ſcõm:quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .51.

SI linea rationali binomioqʒ quarto ſuperficies cõtinea tur:que in eã ſuperficiem poteſt eſt linea maioꝛ.

¶Cunctis ut in premiſſis manẽtibus erit ex ypoth. z diffinitione bi nomij quarti z.19.vtraqʒ duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.z. g.c. quare z vtraqʒ duaꝝ.p.m.z.m.q.medialis duoqʒ quadrata.l.m.z.m.n.pariter ac cepta rõnale eo ꝙ ſuperficies.a.d.ẽ rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti z. 15. Et quia.d.b.diuidit in puncto.f.in duo incõicantia per ſcõam partẽ.14.erit ſuper ficies.a.f. incõmenſurabilis ſuperficiei.f.b. Idcoqʒ z quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.ſunt incõmenſurabiles i potentia que cũ contineãt ſuperficiem medialẽ.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta ſunt rationale ꝓſtat per.33.lineã.l.p.eſſe lineam maioꝛẽ quod erat monſtrãdum.




## Propoſitio .52.

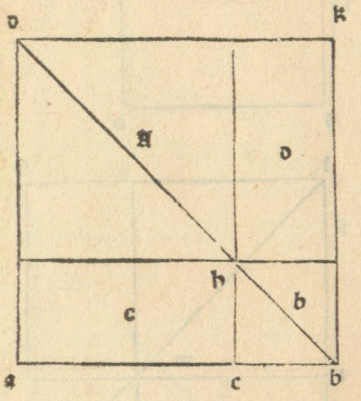
SI fuerit ſuperficies linea rationali atqʒ binomio quinto contenta quecunqʒ in eam linea poteſt petens in ratio/ nale z mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur.

¶Nec in hac quoqʒ ẽ aliquid ex priorum diſpoſitione z poſitionib⁹ mutandũ:eis enim manẽtibus erit ex his que poſita ſunt in diffini/ tione binomij quiti z. 15.vtraqʒ duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.z.g.e.quaꝝ vtraqʒ duaꝝ .p. m.z.m.q.rõnalis totaqʒ.a.d.quare z duo q̃drata.l.m.z.m.n.piter accepta me/ dialis ex.19.cũqʒ ex ſcõa pte.14.ſit linea.f.b.icõmẽſurabilis linea.f.d.iõqʒ ſupfici/ es.a.f.ſupficiei.f.b.z q̃dratũ.l.m.q̃drato.m.n.erit linea.l.r.icõmẽſurabil̃ i potẽ/ tia linea.r.p.at qꝛ ipe ꝓtinẽt ſupficiẽ rõnalẽ.p.m.z eaꝝ q̃drata ãbo piter accepta ſunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.eſſe potentem in rationale z mediale:quod promiſſum eſt.

## Propositio .53.

Si binomio sexto lineaqz rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

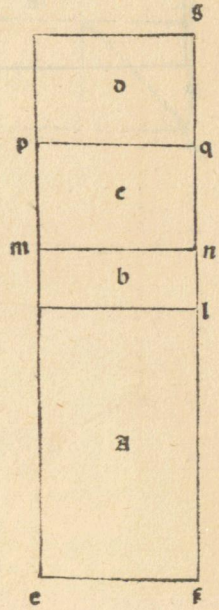
Hec.53.adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta eni est premissis dispositione z positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis z dispositione.i. diffinitione binomij postremi z.19.quālibet ex superficiebus.a.d.z.d.g.z.g.c.propter quod z ambo quadrata.l.m.z.m.n.pariter accepta z.p.m.z.m.q.esse medialez. Lunqz.b.f.z.f.d. propter qō.a.f.z.f.b.ideo qz.l.m.z.m.n.sint incōmensurabiles erunt due linee.b.c.z.r.p.incōmmensurabiles in potentia.at qnia ipse continent superficiem medialem.p.m. earumqz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qō est duplo superficiei vnius in alterā incommensurabile:qō ex eo probatur q superficies.b.b. ē incōmensurabilis superficiei.b.c.propter hoc q linea.d.b.est incōmensurabilislinee.d.c. sequitur ex.35.lineam.l.p.esse que potest in duo medialia.




## Propositio .54.

Si linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scōm binomiū primū esse cōueniet.

Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē huj⁹ autem est hec intentio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.z.c.b.fm suam diffinitionē aut termini ciusqz.a b.quadratum sit.b.d.sitqz linea.e.f.rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies.c.g.equalis quadrato.b.d. dico q latus scōm:huius superficiei quod ē linea f.g.est binomiū primū. Diuidatur eni quadratū.b.d.in duo quadrata.b.b.z.b. d.que sint quadrata duarum portionuz binomij: z in duo supplementa.a.b.z.b. k.quorum vtrūqz continetur sub duabus portionibus binomij:eritqz ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūqz istoz quadratoz rōnale.z per.19.vtrunqz supplementū mediale. Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.b.z.l.m.equalis quadrato .b.b.z.n.p.equalis vni duorūz supplementorum .a.b.vel.b.k.eritqz.p.g.residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g.ex premissis aūt manifestū est q vtraqz duaz superficierum.e.l.z.l.m.z iō tota superficies.e.n.est rōnalis Et vtraqz duarum equalium. n.p.z.p.g.z ideo tota.m.g. medialis:quare per.16.vtraqz duarum linearuz.f.l.z.l.n.z tota linea.f.n.rōnalis in longitudine: z linee.e.f.rationali posite cōmensurabilis:z per.20.vtraqz duaruz.n.q.z.q.g.z tota.n.g.rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee.m.n.z ideo linee.e.f.sibi eqli z per consequēs z linee.f.n.in longitndine: Si igit linea.f.a. que est maioz linea n.g. vt ex primo duoz antecedētiū.35.demonstrationi subiunctorū z prima sexti apparet:fuerit potentioz linea.n.g.minoz in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam.f. g.eē binomium primum.Hoc autem ita esse sic habeto.Lum inter duo quadrata. d.b z.b.b.sit per primā sexti superficies.a.b.medio loco proportionalis:conuincitur ex prioribus ypotbesibus superficiem.m.q.esse inter superficies.e.l.z.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea.n.q.que est medietas linee. n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas.f.l.z.l.n.qō igitur fit ex .f.l.in

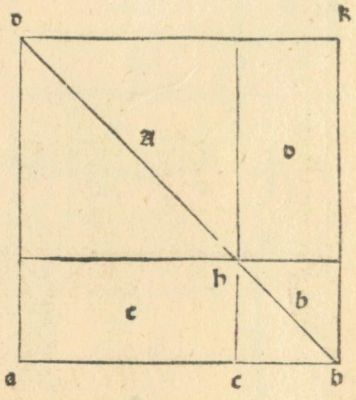


l.l.n est quantū qđ ex.n.q.in se per.16.sexti:ideoq3 per.4.scōi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaq3 per primā3 ptē.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q3 ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine:constat ergo propositum.

## Propositio .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat̄ lat9 ei9 reliquū biōmiū scōm eē oportebit

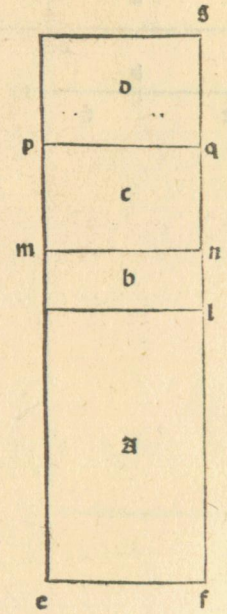
¶Sit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scōm suum terminū. Cetera aūt sint ut prius:dico lineā.f.g.esse binomium scōm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q3 ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n.mediales cōicātes eo q3 portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per. 16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea. n.g. ex primo duor̄ antecedentiū demonstrationi.35.adiunctor̄ ⁊ prima.6.ea que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scōm quod est propositum.




## Propositio 56

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scōi lat9 ei9 secundum binomium tertium esse necesse est:

¶Si fuerit linea.a.b.bimediale scōm diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g .binomium tertium. Erit eni ex.32.⁊ nostris positionibus vtraq3 superficies.e.n.⁊.m.g. mediales:quare per.20.vtraq3 duar̄ linear̄.f.m.⁊.n.g.erit rōnalis in potentia tātū. at q3 bimedialis scōi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans supficiei.l.m.⁊ iō linea.f.l.linee .l.n.potentior:ergo ē p primā partē.13.f.n. q3 sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq3 sint supficies.a.b. ⁊ quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q3 linee.a.c.⁊.c.b.incōmēsurabiles: ideoq3 ⁊ amborum quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis. eo q3 quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoq3 cū sibi inuicē sint eq̄lia:seq̄t vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.⁊ iō linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit̄ ē linea.f.g.binomiū tertiū qđ ē ꝓpositū.




## Propositio .57.

Si linee rōnali rectāgulū equū q̄drato linee maioris adiūgat̄ altex se cōtinentium laterum erit binomium quartum

¶Si hec quoq3 fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scōm terminū suum ad punctū.c. cunctaq3 reliqua non fuerint aliter q̄3 prius:erit linea .f.g. binomiū quartū. Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis :ideoq3 per. 16.linea.f.n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g.erit medialis ꝓpter illud q3 portiones linee maioris cōtinēt supficiē medialē.itaq3 per 20.linea.n.g.ē in potētia rōnalis tm̄:⁊ q3 etiā portiones prefate linee.a. b.sūt potentia iter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoq3 linea f.l.linee.l.n.igitur per primā partē.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i q̄drato

lineē sibi incōmensurabilis: ex diffinitione igitur ē linea.f.g .binomium quartum: quod erat propositum.

## Propositio 58.

SI linee rōnali quadrato linee potentis supra rōnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea.a.b.ea que pōt supra mediale ⁊ rōnale diuisa ꝟm eius diffinitionē ad punctū. c.nihil imutet̄ de reliquis. sequit̄q; lineā f.g.esse binomium quintū Cū enim ptes hui⁹ linee.a.b.contineāt rōnalē superficiē necesse est vt superficies.g.m.ideoq; p.16.linea.n.g. sit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius linee ꝑiter accepta sint mediale erit superficies.e.n .medialis ⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tm̄.at q; portiones predicte linee sūt incōmensurabiles in potentia: erit superficies.e.l.incōmensurabilis superficiei.m.l.ideoq; ⁊ linea.f.l.linee.l.n.potentior igit̄ ē per primā ptē.14. linea.f.n.linea.n.g in quadrato linee sibi incōmensurabilis: per diffinitionē itaq; binomij quinti conclude propositum.

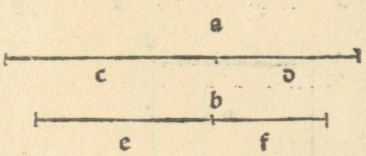
## Propositio .59.

QUotiens adiuncta fuerit linee rōnali suꝑficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiei latus scd̄m binomiū sextum esse conuicitur.

¶ In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia: que aūt preter hec sunt sicut supra maneant ⁊ erit tunc linea. f.g. binomium sextū qd̄ ignorare nō poteris si premissoꝝ eiusq; qd̄.35.ꝓponit imemor nō fueris: ⁊ sic pz in hac nostra intentio.

## Propositio .60.

OMnis linea cuiuslibet binomiorum cōmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.



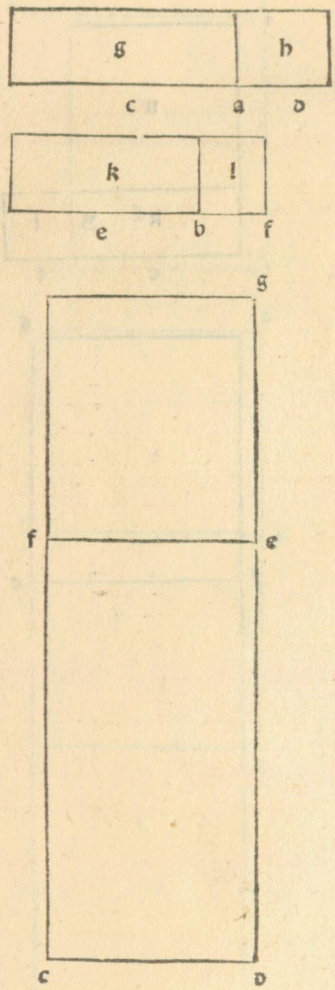

¶ Sit linea.a. binomium cuius uis speciei: sitq; linea.b.sibi cōicans in longitudine: dico lineā.b.eē binomiū eiusdē speciei cui⁹.a.sint enī binomiales portiones.a.c.⁊.d.eruntq; ambe rōnales in potētia tm̄ cōicantes per.30.linea vero.b.diuidat̄ per.12.sexti ꝟm ꝓportionē.c.ad.d. in.e.⁊ f.eritq; per cōiunctam ⁊ euersam ⁊ permutatam proportionalitatem.c.ad.e.⁊.d. ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a .⁊.b.cōicātes: erunt etiā per primā partē.10. c.⁊.e.itēq;.d. ⁊.f.cōicantes.si igitur fuerit.c.rōnalis in potentia tm̄ erit ⁊. e.si autem in longitudine ⁊.e.Eodēq; modo si.d.ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in longitudine tm̄.erit quoq; ⁊. f.sil'r ⁊ ex.12.si potētior ē.c.d.quadrato linee sibi cōmēsurabilis in lōgitudine vel si forte incōmēsurabilis erit.⁊.e.potentior.f.in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiā incommensurabilis: necesse est ex diffinitionib⁹ sex specieꝝ binomioꝝ vt eiusdē speciei binomij sint. a.⁊.b.Si autē linea.b.cōmunicet binomio.a.in potentia tm̄ erit etiā et sic linea.b. Binomium aūt eiusdē speciei non est necessariū imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scd̄a quarta vel quinta.sz necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnū enī eoꝝ esse in aliqua ex tribus primis speciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile.cum enim.a cōicet cū.b.in potentia tm̄.c.quoq; cū.e.⁊.d.cū.f.cōicabit tm̄ in potentia ex.10. Si igitur alterutra duarum linearum.c.⁊.d.fuerit rōnalis in longitudine non erit sua cōpar ex lineis.e.⁊.f.rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile ut .a.et b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum

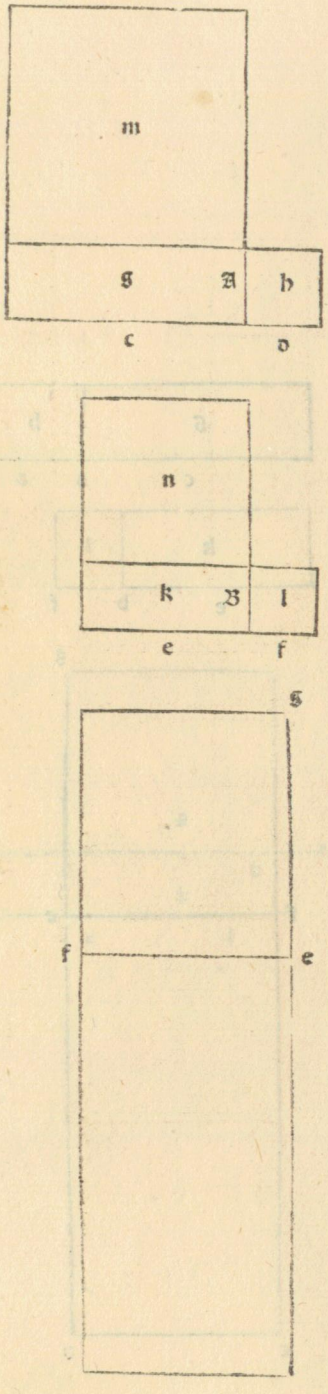
portionū binomij est rōnalis in longitudine. hec aūt species sūt: prima ⁊ scōa quarta ⁊ quinta. At vero q̄ per .12. due linee .c.⁊.c. simul potentiores sunt duabus lineis .d.⁊.f. in quadratis duaꝝ linearū sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōicantium: necesse est vt ambo binomia .a.⁊.b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorū aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierū: Lineā aūt .b. quid dubitas esse binomiū cū sint. eni .c.⁊.e. cōicantes i potentia tm̄ sil̄r quoq; .d.⁊.f. sint aūt .c.⁊.d. rōnales in potentia: cōuincitur .e.⁊.f. esse rōnales in potentia tm̄: que q̄ nō cōicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales .c.⁊.d. ipse cōponunt indubitanter binomiū per .30. huius.

## Ꝓpositio .61.

OMnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

CVeritate habet quod dicit̄ siue in longitudine siue etiā in potentia tm̄ cōicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint eni due linee cōmunicantes .a.⁊.b. quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ. sitq; .a. bimediale primū vel scōm: dico q̄ etiā .b. est bimediale primū vel scōm ꝑut fuerit .a. Diuiso eni .a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per .31.⁊.32 q̄ sint .c.⁊.d. b. quoq; diuisa i .e.⁊.f. 6m ꝓportionē .c.ad.d. vt docet .12. sexti posita q3 .g. superficie contēta sub .c.⁊.d.⁊.k. sub .e.⁊.f. Et posito .b. quadrato. d.⁊.l.f. erit per cōiunctā ⁊ euersam ⁊ permutatā ꝓportionalitatem quēadmodū in premissa .c ad .c.⁊.d. ad .f. sicut .a. ad .b. sicut igitur ex positione .a.⁊.b. sint cōicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic .c.⁊.e. itemq; .d.⁊.f. sil̄r erunt cōmunicantes At quia .c.⁊.d. sunt mediales potentia tātū cōicantes: sequitur ex .21. ut .c.⁊.f. sint etiā mediales ⁊ ex .10. potentia tantū cōicantes cū ipse per ypothesiꝫ sint ꝓportionales .c.⁊.d. cuiq; sit per primam sexti .g. ad .b. sicut .c. ad .d.⁊.k. ad .l. sicut .e. ad .f. erit .g. ad .b. sicut .k. ad .l.⁊ permutatim .g. ad .k. sicut .b. ad .l. quia igitur .b. ē communicans .l. eo q̄ duo coꝝ latera que sunt .d.⁊.f. cōicant in longitudine vel in potentia 6m q̄ .a.⁊.b. in alterutro coꝝ cōmunicant. sequit̄ ex .10. ut .g.⁊.k. quoq; sibi inuicem cōicent erit igitur .k. rōnalis aut medialis ꝓut fuerit .g. ex diffinitione superficiei rōnalis aut .21. In hoc eni tm̄ differt bimediale primū a bimediale secundo q̄ portiones bimedialis primi in quas scōm suū terminū diuidit̄ continēt superficiem rōnalem: bimedialis aūt scōi medialē. Si igitur .a. fuerit bimediale primuꝫ erit superficies .g. rōnalis quare ⁊.k.⁊ iō .b. bimediale primū p .31. Qō si .a. fuerit bimediale scōm erit superficies .g. medialis ob hoc etiā ⁊.k.b. itaq; p .32. erit bimediale scōm q̄re cōstat ꝓpositū. Idē aliter ad lineā rōnalez .c.d. posita .a. alterutro bimedialiū ⁊.b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur superficies .c.e equalis quadrato .a.⁊.f.g. equalis quadrato .b. eruntq; superficies .c.e.⁊.f.g. cōmunicantes eo q̄ quadrata eis equalia que sūt quadrata linearū .a.⁊.b. sunt cōicantia ex ypothesi: ex prima igitur sexti ⁊ .10. hui9: necesse est duas lineas .d.e.⁊.e.g. esse cōicantes: ⁊ quia si .a. fuerit bimediale primū linea .d.e. erit binomium scōm p .55. ideoq; .e.g. etiam binomium scōm per premissam quare latus tetragonicū superficiei .f.g: ⁊ ipsum est .b. bimediale primū per .49. at vero si .a. fuerit bimediale secūdū linea .d.e. erit binomium tertium per .56. ideo .e.g. ē binomium tertium p̄ premissam quare ⁊ lat9 tetragonicū superficiei .f.g. ipsū ē .b. bimediale scōm per .50. Manifestū ē igit̄ vez eē qō ꝓponit̄. Ꝓpositio .62.






OMnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

¶Et hec quoq; veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõmunicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanq; a. i eas portiões ex quibus constat per. 33. que sunt. c. r. d. r. b. ẽm earum ꝓportionẽ in. e. r. f. positoq; q. g. sit superficies cõtenta sub. c. r. d. r. k. sub. e. r. f. r. m. r. b. sint quadrata. c. r. d. at. n. r. l. e. r. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scõam ptẽ. 18. sexti r coniunctim. m. r. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. r permutatim. m. r. b. ad. n. r. l. sicut. b. ad. l. q; ergo. b. cõicat cũ. l. eo q. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut. a. cõicat cũ. b. sequit ut ambo quadrata. m. r. b. pariter accepta communicent cũ ambobus quadratis. n. r. l. pariter acceptis. cũ itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq; r duo postrema rõnale ꝑ diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialẽ sicut. g. ex. 21. linea sq;. c. r. f. esse incõmensurabiles in potentia sicut. c. r. d. ex. 10. concluditur ꝑ. 33. lineã. b. esse lineã que dicitur maior qõ est ꝓpositũ. ¶Idẽ aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cõicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rõnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cũ igit̃ q̃drata duaꝝ linearꝝ. a. r. b. sint cõicãtia ex ypothesi: erit superficies. c. e. cõicãs superficiei. f. g. iõq; ꝑ primã sexti r. 10. bꝰ linea. d. e. linee. e. g. i lõgitudie. at q; ex. 57. linea. d. c. ẽ binomiũ q̃rtũ erit quoq; ꝑ. 60. liẽa. c. g. binomiũ q̃rtũ: igit̃ ex. 51. linea. b. potẽs i supficiẽ. f g. ẽ linea maior. ¶Propositio 63.

SI qua linea linee potenti in rationale r mediale ꝓmunicet ipsa in rationale r mediale potens esse comprobatur.

¶Verũ quoq; est q; qualitercũq; linea aliqua sit cõicans potenti in rationale r mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiã est potens in rõnale r mediale: qõ sicut prius duplici modo probatur: necesse est antẽ quantũ ad primũ modũ vt sicut due linee. c. r. d. sint i potentia incõmẽsurabiles. ita sint etiã. e. r. f. ꝑ. 10. Et quẽadmodũ. g. est superficies rõnalis: nã tale ꝓtinent portiones linee potentis in rõnale r mediale. ita etiã per diffinitionẽ sit. k. rõnalis r quẽadmodũ duo quadrata. m. r. b. pariter accepta sũt mediale: sicut etiã per. 21. duo quadrata. n. r. l. piter accepta erunt mediale: igit̃ ex 34. b. ẽ potẽs i rõnale r mediale. quãtũ aũt ad scõm modũ necesse ẽ ex. 58. ut linea d. e. sit binomiũ quintũ. iõ. 3 r ꝑ. 60. linea. c. g. ẽ binomiũ quintũ: quare ꝑ. 52. latꝰ tetragonicũ supficiei. f. g. qõ est. b. erit linea potens in rõnale r mediale: quod ẽ ꝓpositum. ¶Propositio .64.

OMnis linea cõmunicans potenti i duo medialia: ipsa quoq; potens est in duo medialia.

¶Hec quoq; manentibus eisdem dispositione r positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cõmunicet linea. b. cũ linea. a. potẽti in duo medialia. Quantũ eni ad primũ argumẽtationis modũ erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq; r. k. per. 21. cum cõicet ei: duo quoq; quadrata. m. r. b. pariter accepta erũt ex eadẽ. 35. mediale: ideoq; duo. n. r. l. pariter accepta ꝑ. 21. at q; duo quadrata. m. r. b. pariter accepta ex ꝑdicta. 35. sunt incõmensurabile duplo superficiei. g. eq̃ ꝑ. 10. r nostras positiões vt duo quoq;. l. r. n. piter accepta sint icõmẽsurabile

duplo ſuperficiei.k.cum-itaqꝫ ſint.e.z.f.incõmenſurabiles in potentia quẽadmodõ c.z.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantũ aũt ad ſcõm ſolite argumentationis modũ erit p.59.d.e.binomiũ ſextũ. ideoqꝫ etiã p.60.linea .e. g. erit binomiũ ſextum quare per.53.latus tetragonicũ ſuperficiei.f.g.qõ eſt.b.erit potens in duo medialia quod eſt propoſitũ. Propoſitio .65.

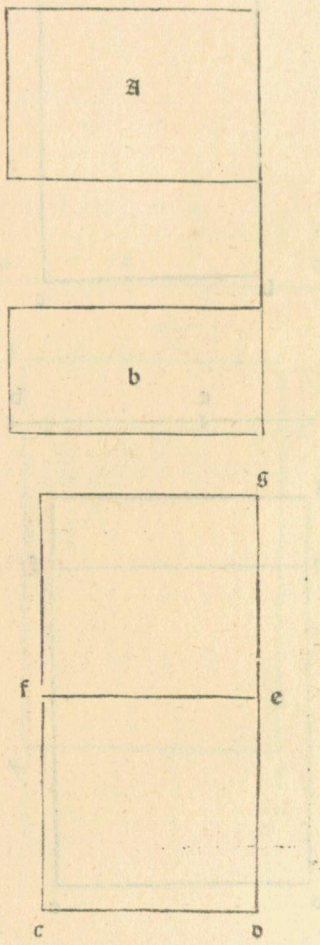
SI due ſuperficies quarꝫ altera rõnalis altera vero medialis cõiungantur:linea potens in totã ſuperficiem inde cõpoſitã aliqua erit quatuor irrationalium linearꝫ videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potẽs in rationale z mediale:

CVt ſi.a.ſit rõnalis ſuperficies z.b.medialis erit linea potens in totã.a. b.aliqua premiſſarꝫ quatuor.Sit eni linea.c.d.rõnalis cui adiungat̃. c.e. equalis .a.z.f.g. equalis.b.eritqꝫ ex.16.linea.d.e.rõnalis in longitudine cõicans linee.c. d. rõnali poſite z ex.20.linea.e.g.rõnalis in potentia tm̃ z ex.30.linea.d.g. binomiũ cuiuſ cum altera binomialiũ portionũ que eſt.d.e .ſit rõnalis in longitudine cõicans linee rõnali poſite que eſt.c.d.ipſũ erit ex diffinitione ſpeciẽ binomij aut binomium primũ aut ſcõm aut quartũ aut quintũ:tertiũ aũt aut ſextũ nõ erit ex diffinitione.itaqꝫ ex.48.49.51.z.52.linea potens in totã.c.g .que ẽ equalis duabus ſimul a.z.b.erit aut binomiũ aut bimediale primũ:aut linea maior aut potens in rõnale z mediale:qõ eſt propoſitũ:bimediale vero ſecũdũ aut potens in duo medialia non erit:qm̃ ſi eſſet bimediale ſecundum:eſſet ex.56.linea.d .g.binomiũ tertium qõ ſi eſſet potens in duo medialia eſſet ex.59.linea.d.g.binomiũ ſextũ. ſed neutꝫ erat:vnde patet noſtra intentio. Propoſitio .66.

CUm coniuncte fuerint due ſuperficies mediales incõmenſurabiles linea potens in totam ſupficiẽ alterutra erit duarũ irrõnaliũ linearum videlicet aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia.

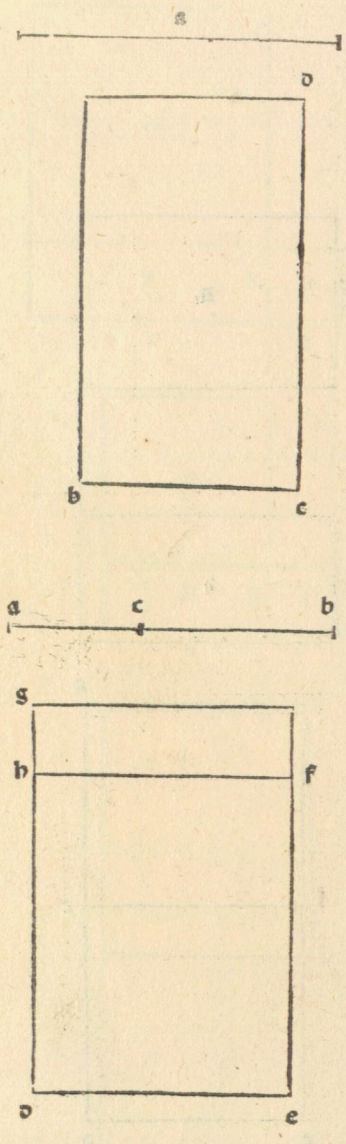
CVt ſi.a.z.b.ſint due ſupficies mediales incõmenſurabiles.ſi enim cẽnt cõmenſurabiles eſſet cõpoſita ex eis medialis ex.9.z.21.quare z linea potens in ea medialis ex. 19. dico qꝫ linea potens in cõpoſitã ex ambabus erit aut bimediale ſcõm aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea.c.d. rõnalis:ſupficies vero ſibi adiuncta.c.e.equalis.a. z ſupficies.f.g.equalis.b.eritqꝫ ex.20.linea.d.e. ſil'r quoqꝫ linea.e.g.rõnalis in potentia tm̃:cũqꝫ ſupficies.c.e.z.f.g.ſint incõmenſurabiles ſicut.a.z.b.eis equales.ideoqꝫ linee.d.e.z.e.g.ex prima ſexti z.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiũ cuius cũ vtraqꝫ binomialiũ portionũ que ſunt.d. e.z.e. g.ſit incõmenſurabilis linee rõnali poſite que ẽ.c.d.ipſũ erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ:linea ergo potẽs i totã.c.g.eẽlem ꝓpoſite ex.a.z.b.erit ex.50 z.53.aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia :quod eſt propoſitum.

Propoſitio .67.




CUm poſita fuerit linea binomialis cetereqꝫ irrationales ſequentes eam:non erit eaꝫ aliqua ſub termino alterius.

CVult qꝫ ſi linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex ſex ꝑbabitis lineis irrationalibus que ſunt binomiũ z eius quinqꝫ comites ipſa non erit aliqua aliaꝫ.Si enim quadrato eius equalis ſupficies adiũgatur ad lineã rõnalem.b.c.que ſit.b.d.ſiquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.




binomiū primū: que si fuerit bimediale primū: erit. c. d. ex. 55. binomiū scōm: si aūt bimediale scōm: erit. c. d. ex. 56. binomiū tertiū. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomiū quartū. At si potens in rōnale ⁊ mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomiū quintū: aut ex. 59. binomiū sextū: et q̄ impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciēb⁹ binomior̄ a diffinitiōe ē ipossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex p̄habitar̄ lineār̄ irrationaliū: Dc linea aūt mediali cōstat q̄ ipsa quoq; nō sit aliqua sex sequentiū videlicet neq; binomiū neq; aliqua ex ipsius comitibus. cū enī supficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalē: latus eius scōm est rōnale in potentia ex. 20. cum aūt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suar̄ comitū: latus eius scōm est binomiū aut p̄mū aut scōm ⁊ sic de ceteris per. 54. ⁊. 5. cā sequētes quare ipsū est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandē lineā esse rōnalem in potentia ⁊ irrationalem tā in longitudine q̄; in potentia: nimirū impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquā ex quinq; suis comitibus.

## Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintq; ambe potētialiter tantū rationales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum.

Sit linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintq; ambe rōnales tantū potentia cōicantes quales docuit inuenire. 17. ⁊. 18. ⁊ hec sunt que cōponunt binomiū. dico q̄. a. c. reliqua est irrōnalis ⁊ ipsa vocatur residuum. cōstat enim ex 7. scōi q̄ quadrata duar̄ linear̄. a. b. ⁊. b. c. piter accepta que cōponunt superficiem rōnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rōnalis supficiei ⁊. 9. huius tm̄ sunt quantū duplum superficiei. a. b. ⁊. b. c. cū quadrato. a. c. cūq; ex. 19. superficies. a. b. i. b. c. sit medialis. ideoq; ⁊ duplum ei⁹ mediale per. 21. ⁊ iō. irrōnale per 19. sequit̄ vt ambo quadrata duar̄ linear̄. a. b. ⁊. b. c. piter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei vnius ear̄ in alterā: quare per. 9. ⁊ quadrato linee. a. c. ex diffinitione igit̄ quadratū linee. a. c. ē irrōnale cū ipsū sit incōmensurabile rōnali videlicet duobus quadratis duar̄ linear̄. a. b. ⁊. b. c. piter acceptis: itaq; etiā ex diffinitione linea. a. c. ē irrōnalis quod est p̄positū. Exemplariter in figura esto supficies. e. g. equalis duobus quadratis duar̄ linear̄. a. b. ⁊. b. c. piter acceptis: eritq; rōnalis. itemq; sit supficies. d. f. equalis duplo supficiei vnius in alterā: eritq; ex. 19. medialis ⁊ erit ex 7. scōi supficies. f. g. equalis q̄drato linee. a. c. cūq; supficies. e. g. sit incōmensurabilis supficiei. d. f. eadē erit ex. 9. incōmensurabilis. f. g. quare. f. g. irrōnalis ⁊ eius tetragonicū latus. a. c.

## Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fueritq; ambe mediales potentialiter tantū cōicantes superficiemq; rōnalē cōtinētes reliq̄ linea erit irrōnalis diceturq; residuum mediale p̄mū.

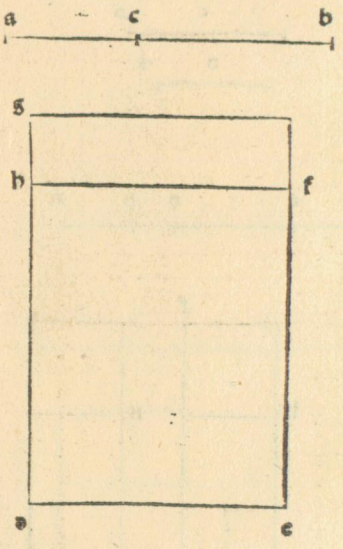
Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintq; ambe quales ꝓponitur quas ex. 24. ⁊. 25. reperies ⁊ hec sunt que cōiungūt bimediale primū. dico q̄ reliqua linea. a. c. erit irrōnalis ⁊ ipsa dicit̄ residuū mediale primū: Erūt enī ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplū vero supficiei vnius in alteram rōnale. itaq; ambo quadrata piter accepta incōmensurabile sunt duplo superficiei vni⁹ i alterā q⁹ itaq; ābo quadrata piter accepta cōponunt̄ ex duplo supficiei vni⁹ i alterā ⁊ q̄drato linee. a. c. sequit̄ p. 9. ut q̄dratū linee. a. c. sit incōmēsurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄z latus ei⁹.a.c. ē irrōnale p diffinitionē ꝯstat ergo ꝓpositū Qd̄ quēadmodū i p̄missa si libet potes declarare exēplariter i figura ¶ Aliter idē sic: sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine: cui adiūgatur supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊ supficies.g.e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritq3 p.7.scd̄i supficies.f.g.equalis quadrato linee.a.c.cū itaq3.p.ypothesi sit supficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tm̄. Cū vero sit supficies. c.h.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.h.rōnalis in longitudine: itaq3 per.68.linea.g.h.est residuū ⁊ irrationalis ideoq3 p.16.a destructione ꝯn̄tis superficies.f.g.est irrōnalis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.

## Propositio .70.

SI linea de linea secetur fuerintq3 ambe mediales potentialiter tantū cōmunicātes cōtinentesq3 mediale: reliqua linea erit irrōnalis dicet̄q3 residuū mediale secundum.

¶ Sit hic quoq3 linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vterq3 autē.a.b. ⁊.b.c.sint vt proponitur ⁊ ipse p.26. reperiunt̄ ⁊ sunt que cōponunt bimediale scd̄m: dico ꝙ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ⁊ ipsa dicit̄ residuū mediale scd̄m. Sunt eni ex ypothesi ⁊.21.ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.pariter accepta mediale. sil'r quoq3 duplū superficiei vnius in alterā ē mediale. Cum itaq3 ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scd̄i duo quadrata.a.b.⁊.b.c.pariter accepta excedunt duplū supficiei vnius in alterā irrōnale quare ⁊ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoq3 exemplo patefieri pōt istud ut pri⁹. Si eni sit.e.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.⁊.b.c.sil' ⁊.d.f duplo supficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scd̄i equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia supficiei vnius medialis.e.g.ad supficiē medialē.d.f.ipsa est irrationalis per.22.⁊ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale. ¶ Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat̄ supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊. e.g. equalis ambobus quadratis p̄iter acceptis.eritq3 p.7.scd̄i.f.g.equalis quadrato.a .c. q2 vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Sil'r quoq3.cū.e.h. sit medialis erit ex eadē linea.d.h.rōnalis: sil'r in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.⁊.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoq3 quadratū vtriusq3 eaꝝ supficiei vni⁹ in alterā: ⁊ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi communicent. sūt quoq3 incōmensurabiles duplo supficiei vnius in alterā: sequit̄ vt.e g.sit incōmensurabilis.h.e.qua ꝓpter linea.d.g.linee.d.h.igit̄ ex.68.linea.g.h.ē residuū ⁊ irrōnalis.ideoq3 per.16.a destructione ꝯn̄tis supficies.f.g.irrationalis. ⁊ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.




## Propositio .71.

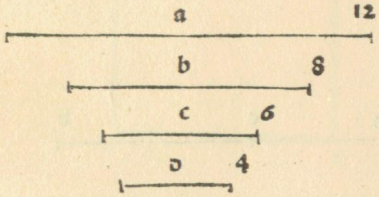
SI linea de linea detrahat̄ fuerītq3 ambe potentialiter incōmensurabiles cōtinentesq3 mediale quadrataq3 earum ābo p̄iter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis vocabiturq3 minor. ¶ Si sint.a.b.⁊.b.c. q̄les ꝓponit̄ que p.27.reperiuntur ⁊ ꝯponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ⁊ ipsa est q̄ dicit̄ linea minor: qd̄ qui p̄missa firmiter tenuerit positiōnesq3 diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

## Propositio 72

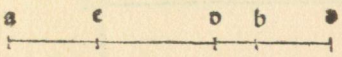
SI linea de linea demat̃ fuerintq3 ambe potentialiter ĩcõ/mensurabiles sup̃ficiemq3 rõnalẽ cõtinentes quadrataq3 earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irratiõalis diceturq3 iũcta cũ rõnali cõponẽs totũ mediale ¶ Et hoc quoq3 nescire nõ põt qui priora nouerit nisi a memoria exciderint: qm̃ positis lineis. a. b. ⁊. b. c. de qualibet ꝓponit̃ que ⁊ p. 28. reperiunt̃ lineã potẽtẽ in rõnale ⁊ mediale cõponunt: sit. a. c. reliqua irrõnalis ipsa dicitur que iuncta cũ rõnali cõponit totũ mediale.

Propositio. 73.

SI linea a linea detrahat̃ fuerintq3 ambe potentialiter incõmensurabiles sup̃ficiẽq3 medialẽ continentes quadrataq3 eaꝝ ambo ꝑiter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile: reliqua linea erit irrationalis diceturq3 iuncta cũ mediali faciẽs totũ mediale: ¶ Sint etiã hic. a. b. ⁊. b. c. quales ꝓponitur que p. 29. reꝑiunt̃ ⁊ ipsi sunt que componunt lineã potentẽ in duo medialia eritq3. a. c. reliqua irrõnalis dicta que iuncta cũ mediali ꝯponit totũ mediale qđ vt facile p remissa duplici argumentatione concludas ꝓcessũ. 70. moneo diligenter attendas: ẽ aũt premittẽdũ hic añs necessarium ad demõstrationes sequẽtiũ qđ ẽ ꝓpositũ.

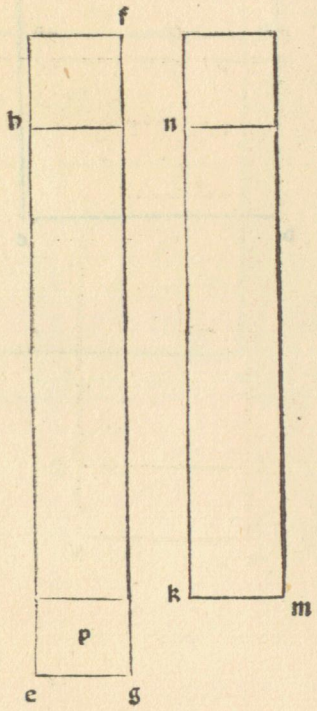



¶ Si fuerint quatuor quantitates differẽtia prime quaꝝ ad scđam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartã. ¶ Intelligendũ est hoc de quantitatibus eodẽ modo relatis vt cũ prima maior fuerit secunda sic quoq3 tertia maior quarta cũ vero minor ⁊ minor. Exẽpli grã sit dr̃ia. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico ꝙ erit. a. ad. c. sic. b. ad d. ẽ eni ꝑ hãc cõem ai ꝯceptionẽ dr̃ia extremoꝝ cõposita ex differentijs ipsoꝝ ad media dr̃ia. a. ad. c. ꝯposita ẽ ex ea que ẽ. a. ad. b. ⁊ ea que est. b. ad. c. at ea que est b. ad. d. ꝑ eandẽ ꝯceptionẽ ꝯponit̃ ex ea que ẽ. b. ad. c. ⁊ ea que ẽ. c. ad. d. ⁊ quia ex ypothesi ẽ dr̃ia. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est cõis sequit̃ ꝑ cõem sciam vt sit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. qđ ẽ ꝓpositũ.




Propositio .74.

NUlla linea nisi vna tantũ residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem ¶ Sit linea. a. c. residuũ que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq3. a. b. ⁊. b. c. rõnales tm̃ potentia cõicantes ex. 68. dico ꝙ ipsa. a. c. nulli alij linee q̃3. b. c. poterit ꝯponi sub hac diffinitione neq3 maiori b. c. neq3 minori. b. c. Si aũt põt componat̃ cũ3. c. d. indr̃nt̃ maiori aut minori q̃3 c. d. eruntq3 ob hoc ambe linee. a. d. ⁊. d. c. rõnalis in potentia tm̃ cõicãtes: q2 ergo ex. 7. scđi q̃drata ambaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊. b. c. ꝑiter accepta excedũt duplũ superficiei vni⁹ eaꝝ i alterã i q̃drato. a. c. sil'r quoq3 q̃drata duaꝝ lineaꝝ. a. d. ⁊. d. c. ꝑiter accepta excedũt duplũ sup̃ficiei vni⁹ ip̃aꝝ i alterã i q̃drato eiusdẽ. a. c. sequit̃ ex p̃misso ãtecedẽte vt dr̃ia duoꝝ q̃dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊. b. c. ꝑiter accepta ad duo quadrata duaꝝ lineaꝝ a. d. ⁊. d. c. ꝑiter accepta sit sicut dr̃ia dupli superficiei. a. b. i. b. c. ad duplũ sup̃ficiei. a. d. in. d. c. cum aũt sint duo quadrata vtriusq3 sectionis pariter accepta rõnale ex ypothesi: duplũ vero sup̃ficiei vnius in alterã portionũ vtriusq3 sectionis mediale per ypothe. ⁊. 19. erit vna ⁊ eadẽ dr̃ia duaꝝ superficieꝝ rõnaliũ ⁊ duaꝝ medialiũ: hoc aũt ẽ impossibile: rõales eni superficies nõ differant nisi in rõnali superficie: vt p3 per diffinitionẽ rõnalis superficiei ⁊ per. 9 medialis aũt



nō differt a mediali nisi i rōnali superficie per.22. hoc aūt fit manifestius in figura sic. Sit eni supficies.e.f. adiuncta ad lineā.e.g. equalis ambob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c. pariter acceptis. At.g.b. sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterā eritqꝫ.f.b. equalis quadrato linee.a.c. ex.7. scōi: silr quoqꝫ sit.k.l. adiuncta ad lineā.k.m. equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c. piter acceptis ꝛ.m.n. sit equalis duplo supficiei vnius in alterā: eritqꝫ ex.7. scōi. n.l. equalis quadrato linee.a.c. ideoqꝫ etiam equalis.b.f. est litaqꝫ differentia.e.f. ad.g.b. sicut .k.l. ad m.n. quare p añs premissū erit pmutatim differētia.e.f. ad.k.l. ꝛ ipsa sit. p sicut. g b. ad. m.n. ꝛ qꝛ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.f. ꝛ.k.l. est rōnalis vtraqꝫ vero duaꝝ lineaꝝ g.b. ꝛ.m.n. medialis: sequit impossibile videlicet superficiem p. esse rationalem ꝛ irrationalem.

## Propositio .75.

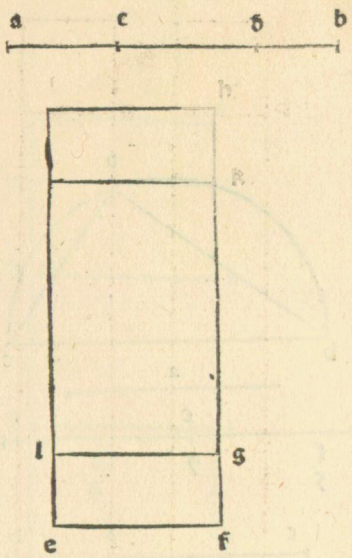
NUlla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo cōiungi pōt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erāt ante separationem

Hoc quoqꝫ ꝓbabit simili mō. Sint eni i vtraqꝫ sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero supficiei vnius in alteram rōnale ꝛ qꝛ vt prius eadē ē differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplū supficiei alterius erit vna ꝛ eadem superficies differentia duarum medialiū ꝛ duarum rationalium quod est impossibile.

## Propositio .76.

NUlla linea residuo mediali secūdo comū gibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̄ que ab ea ante separata erat.

Sit eni. a.c. residuū mediale scōm que fuit residua abscisa. b.c. ex. a b. eruntqꝫ ex.70. due linee. a.b. ꝛ.b.c. mediales potentia tm̄ cōicātes mediale cōtinentes dico ꝙ ipsa: a.c. nulli linee alij q̄ꝫ.c.b. sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. c.d. sitqꝫ linea. c.f. rationalis in longitudine ad quā cōiungatur supficies. e.b. equalis quadratis duaꝝ linearum. a.b. ꝛ.b.c. pariter acceptis ꝛ.e.k. eq̄lis quadratis lineaꝝ.a.d. ꝛ.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur. e.g. equalis quadrato linee. a.c. eritqꝫ per.7. scōi superficies. l.b. equalis duplo superficiei. a.b. i. b.c. ꝛ.l.k. per eandē sit equalis duplo superficiei. a.d. in. d.c. qꝛ ergo quadrata ambaꝝ partiū prime sectionis sunt media le ꝛ duplum etiā superficiei mediale incōmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e.b. medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ꝛ superficies. l.b. medialis cū ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterā: per.20. igitur ē vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ. f.b. ꝛ.g.b. rōnalis in potentia tm̄. ꝛ qꝛ vna est incommensurabilis alij: eo ꝙ supficies. e.b. est incōmensurabilis supficiei. b.l. sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex.68. linea. f.g. residuū quare linea. f.g. que est residuum componitur linee. g.b. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Silr quoqꝫ ꝓbabis eandem. f.g. cuꝫ linea. g.k. componi eadē conditione mediantibus superficiebus. e.k. ꝛ.k.l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearuꝫ. a.d. ꝛ.d.c. pariter acceptis: ꝛ secunda duplo superficiei vnius in alteram: quod est impossibile per.74. ꝛ hic modus demonstrationis potest esse communis.75. ceteriseqꝫ quatuor sequentibus eam.l



Propositio .78.

Nulla linea minori cõiungibilis est vt sub termino suo fiãt nisi tãtũ que ante sibi abscisionẽ coniungebatur.

¶ Intellige quid sit linea minor: qđ si oblitus es cõsule .21. ⁊ sine obiectione ꝯcludes ꝓpositũ. Si quẽadmodũ i.74. ꝓcesseris: poterisq; si libuerit quẽadmodũ i.76. ꝓcedere.

Propositio .78.

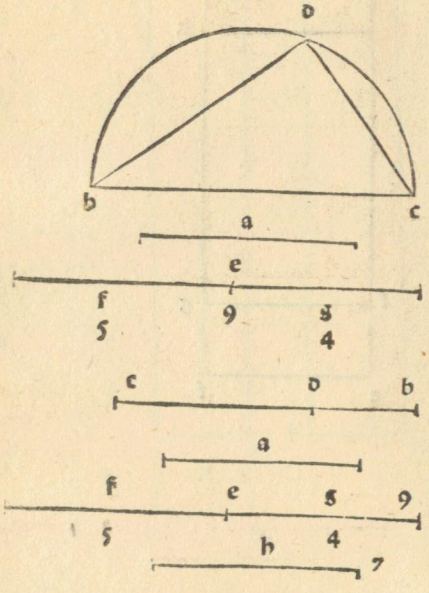
Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantũ componi nõ potest vt sub eaꝝ termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc.78. dicitur demonstrare a ꝓcessu.75. in quoq̃ nõ deuias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.

Linee que iuncta cũ mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ huius linee que iuncta cuꝫ mediali cõponit totũ mediale mgr̃a ẽ.73. de q̃ qđ hec.79. enũciat sic ꝯcludere cogeris sicut de residuo mediali scđo qđ ꝑ.76. enunciatũ est ꝯclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta qꝫ ipsi residuo linea aliqua ꝑm eius terminum si fuerit totum inde cõpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cõicantis in longitudine: fueritqꝫ idẽ totũ posite rõnali linee in longitudine cõmensurabile qđ positũ erat dicetur residuũ primũ. Si vero linea adiecta posite rationali cõicet in longitudine dicet̃ residuũ scđm. Qđ si fuerit vtraqꝫ rõnali posite in longitudine incõmensurabilis vocabit̃ residuũ tertiũ. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmẽto quadrati linee ipsi toti incõmensurabilis eadẽqꝫ tota posite rõnali cõicet in longitudine nuncupabitur residuũ quartũ: Si vero linea adiecta posite rõnali cõicet in longitudine vocabit̃ residuũ quintũ. Qđ si fuerit vtraqꝫ posite rõnali i longitudine icõmensurabilis appellabit̃ residuum sextum.




Propositio .80.

Residuũ primũ innestigare. ¶ Ab inuentione omniuꝫ specierũ residui facile nos absoluat inuentio ꝑ ordinẽ omniũ specieꝝ binomij Nam i qualibet specie biomioꝝ si minor portio abscindat̃ de maiori linea reliqua erit residuũ silis spẽi vt pꝫ ex diffinitionib⁹ tam binomiorũ q̃ꝫ residuoꝝ: ꝓprijs tñ inuentionibus residuoꝝ isistentes sic inquiram⁹ primũ. Sit linea.a. rõnalis posita cui cõmẽsurabilis i lõgitudie. sumat̃.b.c. sitqꝫ.e. numer⁹ quadratus diuisus in.f. non quadratum. ⁊ in quadratum.g. sitqꝫ ꝓportio q̃drati linee.b.c. ad q̃dratũ linee.c.d. sicut.e. ad.f. eritqꝫ ꝑ vltimã partẽ.c.d. rõnalis i potẽtia tm̃. cũ itaqꝫ sit.c.b. potẽtior.c.d. i q̃drato linee sibi cõicãtis i lõgitudine qđ pꝫ sicut i explanatiõe binomij p̃mi ꝯstat ex diffitiõe lineã.b.d. eẽ residuũ primũ.

Propositio .81.

Residuũ scđm patefacere. ¶ Ad hñdũ residuũ scđm sit.a. liẽa rõnalis posita: eiqꝫ cõicãs in lõgitudie.c.d. ⁊ sit q̃dratũ.c.d ad q̃dratũ b.c. sicut.f. ad.e. eritqꝫ.b.d. residuũ scđm ex dione: si dubitas aut positas nõ seruas ypotheses aut binomij secũdi repetitione indiges.

## Propositio .82.

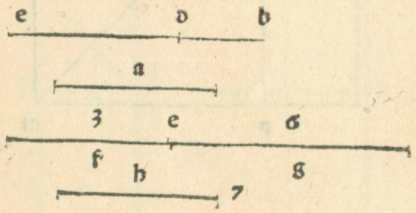
### Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rōnali numeroq3 e. quadrato diuiso in .f. non quadratum .z. g. quadratum: assumpto/ q3 .b. numero primo ac quadratum linee .a. ad quadratū linee .b. c. si cut .b. ad .c. sit quadratū linee .b. c. ad quadratū linee .c. d. sicut .c. ad f. eritq3 ex diffinitione: de quo si hesitas cōsule binomiū tertiū: linea .d. b. residuū tertium.

## Propositio .83.

### Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea .b. c. communicans li nee .a. rationali posite: numerus autem .e. quadratus sit diuisus i. f. z. g. quorum sit vterq3 non quadratus: sitq3 quadratum linee .b. c. ad quadratum linee .d. c. sicut .e. ad .f. z scies ex diffinitione lineam .d. b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras obli/ tus non fueris.




## Propositio .84.

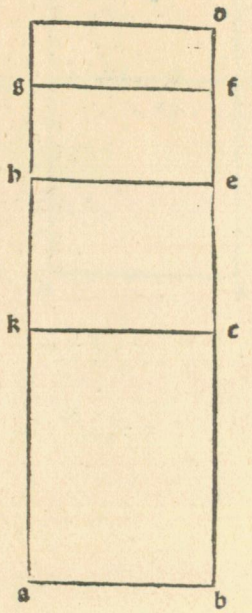
### Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c. d. cōmuni/ cans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. z. e. quorum neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee .c. d. ad quadra / tum .b. c. sicut .f. ad .e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti no/ ticia binomij quinti: lineam .d. b. esse residuum quintum.

## Propositio .85.

### Residuū sextum demum presto sit reperire.

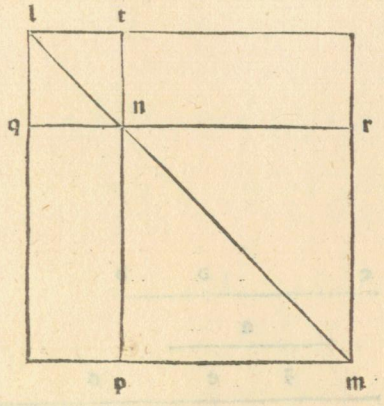
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea .a. rōnalis posita z .c. numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹ in .f. z. g. non quadratos z erit .b. nume rus primus z quadratum linee .a. ad quadratū linee .c. b. sicut .b. ad e. At vero quadratū .b. c. ad quadratū .c. d. ut .e. ad .f. eritq3 ex diffi nitione linea .d. b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exerce/ ri te conuenit in inuentione binomij sexti.




## Propositio .86.

### Si fuerit superficies linea rōnali atq3 residuo primo cōtenta latus eius tetragonicū necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies .a. c. cōtēta linea rōnali .a. b. z residuo primo .b. c. di co latus tetragonicū superficiei .a. c. cē residuū: adiungat eni ad lineā b. c. linea .c. d. sitq3 illa cuius detractione .b. c. fuit residuū primum. Eritq3 ex dione .b. d. rōnalis ex longitudine z .c. d. in potentia tm̄ .b. d. quoq3 erit potētio⁹ .d. c. i q̄drato linee secū cōicantis i lōgitudine. diuidat igit̄ .d. c. p eq̄lia i .e z tota .b. d. diuidat ea ꝺditione in .f. ꝙ inter .b. f. z. f. d. sit .e. d. medio loco ꝓporti onalis: eritq3 ex scōa pte .13. b. f. cōicans in lōgitudine .f. d. p. 9. igit̄ vtraq3 earꝫ cōi/ cat cū tota linea .b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant itaq3 linee .f. g. e. b. z. c. k. equidistantes .a. b. eritq3 p. 15. vtraq3 duarꝫ superficierꝫ .a. f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo .l. m. eq̄le superficiei .a. f. eritq3 rōnale z lat⁹ eius rōnale i potētia. intra illud q̄dratū ꝓtracta dianogali linea .l. m. describat q̄dra/ tum .l. n. equale superficiei .g. d. eritq3 ipsum rōnale z ei⁹ latus rōnale in potentia




protrahantur aũt due linee.m.p .q.n. vel equidistãter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r. esse equale superficiei.a.c.ꝛ eius latus quod ẽ.n.p. ẽ residuũ. Cum eni linea.d.e. sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.ꝛ.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b. medio loco proportionalis inter duas supficies a.f.ꝛ.g.d. ideoqꝫ ꝛ inter duo quadrata.l.m.ꝛ.n.l. cũqꝫ ex prima sexti sit supficies l.p. medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b. et etiã.b.c.ꝛ qꝛ quadratũ.l.n. est equale.g.d. erit.t.r. equale.g.e. totus itaqꝫ gnomo circũscriptus quadrato.m.n. est equalis.c.g.ꝛ qꝛ.l.m. erat equale. a.f. relinquitur m.n. equale.a.c.ꝙ aũt.n.p. lat⁹ quadrati.m.n. sit residuũ sic collige. Est eni vtraqꝫ duaꝝ.p.t.ꝛ.t.n. rõnalis in potentia eo ꝙ vtrũqꝫ quadratũ.l.m.ꝛ.n.l. ẽ rõnale vnaqꝫ eaꝝ est incõmensurabilis alij per primã sexti ꝛ. 10. huius: eo ꝙ quadratum l.m. est incõmensurabile.l.r. superficiei sicut supficies.a.f. supficiei.b.d. de quibus manifestũ est ꝙ ipse sunt incõmensurabiles: est eni per primã sexti vna eaꝝ ad alterã sicut linea.b.f. que ẽ rõnalis in longitudine ad lineã.d.e. que est rõnalis i potentia tantũ ex. 68. igiꝫ linea.p.n. que põt in supficiem.a.c. est residuum: ꝛ hoc est quod intendimus.

## Propositio .87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoqꝫ secundo cõtineatur: linea in eandẽ potẽs erit residuũ mediale primũ

¶ In hac quoqꝫ argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi ꝛ scõa pte. 13.ꝛ nona ꝛ decimanona ꝛ. 15.ꝛ. 69.

## Propositio .88.

Si linea rõnali residuoqꝫ tertio superficies contineat erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ꝛ facile cõcludes propositum ex diffinitione residui tertij ꝛ secunda pte. 13.ꝛ.9.ꝛ. 19.ꝛ.70.

## Propositio .98.

Si fuerit supficies linea rõnali residuoqꝫ quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoqꝫ nõ aliter ꝓcedas q̃ꝫ prius. facile eni erit ibi ꝓpositũ ꝓcludere. si premissam nõ despicis ex dione residui q̃rti ꝛ scõa pte. 14 ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.71.ꝛ sic patebit ꝓpositum.

## Propositio .90.

Si fuerit linea rõnali residuoqꝫ quinto supficies contenta latus eius tetragonicum erit cũ rõnali cõponẽs mediale:

¶ Mitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ꝛ secunda parte. 14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.72. quod propositus est concludere.

## Propositio .91.

Si linea rõnali residuoqꝫ sexto superficies contineatur latus tetragonicum qõ super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

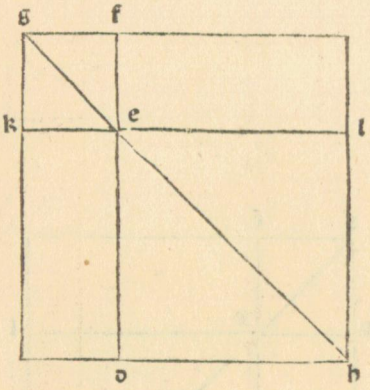
¶ Nunc quoqꝫ vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti ꝛ scõa parte. 14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.73.

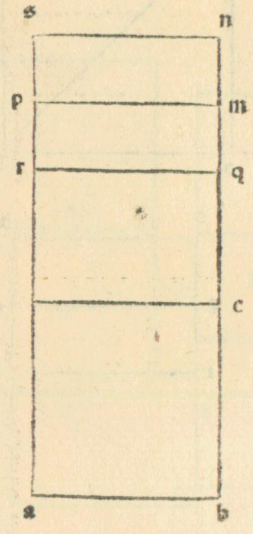
in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primã earum ꝛ pfecte didiceris ꝛ memoriter tenueris :ꝛ quid quoqꝫ supponat solerter attenderis. Qꝺ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

## Propositio .92.

Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicet:alterũ latꝰ residuũ primũ esse necesse est.

Hec sex sequẽtes sũt quorũ sex precedẽtiũ p ordinẽ.huiꝰ aũt prime hec est intentio qꝫ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equalis quadrato residui qꝺ sit.d.e.erit eius latus scõm qꝺ est.b.c.necessario residuũ primũ.Adijciatur enī linee.d.e.que proponitur esse residuũ :linea p cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitqꝫ ei adiuncta.e.f.eritqꝫ ex.68.vtraqꝫ duarũ linearꝫ.d.f.ꝛ.f.e. rõnalis in potentia ꝛ vna earꝫ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ linee.f.e.qꝺ sit.e.g.ꝛ quadrãtũ.d.e. que posita est esse residuũ qꝺ sit.e.b.ꝛ adijciantur supplementa.d.k.ꝛ.f.l.eritqꝫ quadratũ.g.b.tanꝺqꝫ quadrtum linee.d.f.ꝛ quadratũ.e.b.erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũqꝫ quadratorꝫ.g.b.ꝛ.g.e.rõnale.Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.b:eritqꝫ ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: superficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ꝛ p.16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaqꝫ tota linea.b.n.est rõnalis p.9.diuidat aũt c.n.per equalia.m.q.ꝛ ducat.q.r.equidistans.a.b.eritqꝫ ex prima sexti.c.r.equalis.r.n.Manifestũ vero ẽ qꝫ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.b.ꝛ.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duarꝫ linearum.d.f.ꝛ.f.e.ꝛ supficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.qꝺ est.e.b.erit per.7.scõi superficies residua ex a.n.que est.c.s.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ꝛ horum dimidia que sunt.r.n.ꝛ.d.g.necesse est esse equalia.cũqꝫ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.b.ꝛ.g.e.eritqꝫ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.ꝛ.p.n. ideoqꝫ per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.ꝛ.m.n. cumqꝫ sit q.n.dimidiũ linee.n.c.ꝛ linea.b.n.diuisa p punctum.m.in duo cõicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequit ex prima pte.13.qꝫ linea.b.n.sit potentior linea.n.c.in quadrato linee secũ cõicantis i longitudine:qꝛ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aũt supficies.c.r.sibi equalis medialis ꝛ linea.c.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoqꝫ etiã duplũ eiꝰ qꝺ ẽ linea.n. c.ẽ. rõnalis tãtũ i potentia:qꝛ ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.c.i quadrato linee sibi cõmunicãtis i longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.c.cẽ residuũ primũ:qꝺ ẽ ꝓpositũ.

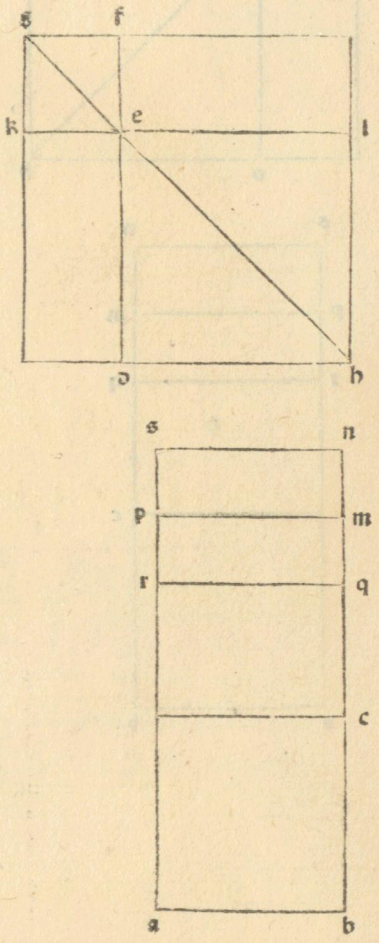



## Propositio .93.

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

Hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ꝛ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico qꝫ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ premisse quousqꝫ eam solido amplectaris habitu institeris ꝛ quales lineas oporteat esse.d.f.ꝛ.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.




## Propositio .94.

Si superficies equalis q̄drato residui medialis scōi applicata fuerit ad lineam rōnalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

Hoc etiā erit.d.e.residuū mediale scōm ꝛ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū:qō ut facile ꝓcludas prime demōstrationi isistas ꝛ q̄les lineas ꝓueniat esse.d.f.ꝛ.f.e.ex.70.collige.

## Propositio .95.

Cum adiuncta fuerit linee rōnali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius scōm erit residuū quartum:

Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.ꝙ.b.c.erit residuū quartū:est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.ꝛ.f.e.cum d.e.fuerit linea mīnor:ꝛ est astruendum ꝓpositū: p̄misso modo:excepto ꝙ in hac ꝛ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū. m.in duo incōmensurabilia que in tribus p̄missis diuidebaī necessario i duo cōmensurabilia:nam in tribus p̄missis fuerant due linee.d.f.ꝛ.f.e.cōicantes i potentia tm̄ ꝛ ideo earum quadrata cōicantia:propter qō ꝛ superficies.a.m.ꝛ.p.n. quadratis earum equales cōicantes.Quapropter etiā ꝛ due linee.b.m.ꝛ.m.n.ideōq; fuit i tribus p̄missis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima ꝑte.13.In hac aūt ꝛ duabus sequētibus sunt due linee d.f.ꝛ.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.ꝛ.72.ꝛ.73.ꝛ ideo earum quadrata ꝓpter qō ꝛ superficies.a.m.ꝛ.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qō ꝛ due linee.b.m.ꝛ.m.n.incōmensurabiles.ideoq; per primā ꝑtē.14.tam in hac q̄; in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine:cetera perquire ut prius.

## Propositio .96.

Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cōstituentis mediale equale superficies adiungatur:latꝰ eius secundum erit residuum quintum.

Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū rōnali ꝓponat totū mediale ꝛ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.ꝛ.f.e. ꝛ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi opportune insiteris lineam.b.c.esse residuum quintū.

## Propositio .97.

Si ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur:latus eius alterum erit residuū sextum.

Nunc vltimo conuenit lineā.d.e.esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fūcrat que ꝓponitur si quales lineas.d.f.ꝛ.f.e. esse oporteat ex.73.vidiceris priorē argumētationē firma mente tenueris sine obice quoq; lineā.b.c.esse residuū sextū concludere poteris.si aūt fortassis in aliquo retardare ꝓtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.b.ad sibi equalē superfic.a.n referendum erit:ꝛ sic patebit ꝓpositū nostrū.

## Propositio .98

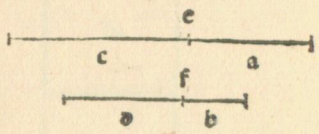
Omnis linea residuo p̄mensurabilis ipsa quoq; i termio ꝛ ordine ē idē residuū

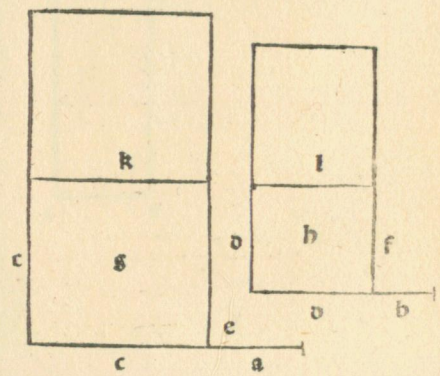
Qō .60.ꝛ.quatuor.eā sequētes de binomio eiusq; comitibꝰ q̄nq; ꝓposuerūt hec .98.ꝛ.quatuor.eam sequentes de residuo suisq; q̄nq;

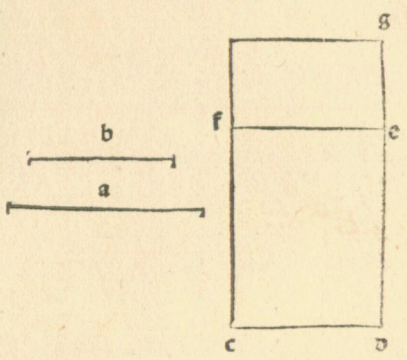
comittibus ꝟerum eſſe ꝓponunt: quibus qui vſq; ad ſolitum habitum inſtiterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine et potentia tantum dictum eſt: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea reſiduo cõmunicans in longitudine ſiue in potentia tm̃ ipſa etiã eſt reſiduum. ſed ſi communicat in longitudine: non ſolum eſt ipſa reſiduum. ſed etiam eiuſdẽ ſpẽi reſiduum. Verbi gratia: linea cõmunicans in longitudine reſiduo ꝓmo eſt reſi/ duũ ꝓmũ: ⁊ ſecũdo cõicans eſt ſcõm. ſic quoq; in ceteris: Qõ aũt linea communi/ cat reſiduo in potentia tantum: ipſam quoq; neceſſe eſt eſſe reſiduum ſed nõ eiuſ/ dem ſpecici: imo ipoſſibile eſt vt linea cõmunicans in potentia tantũ reſiduo ꝓi/ mo aut ſcõo aut tertio aut quarto aut quinto cadat ſimul cum eo ſub eadem ſpecie ſed neceſſe eſt vt ãbo cadãt ſimul ſub trib⁹ ꝓimis ſpeciebus aut ãbo ſimul ſub tri/ bus poſtremis. Sit itaq; exempli gratia. a. reſiduũ cui cõmunicet. b. in longitudi/ ne: dico ꝙ. b. erit reſiduũ eiuſdẽ ſpeciei cũ. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineaꝫ a. ⁊ cum illa ſit per cuius abſciſionẽ. a. fuit reſiduũ: ⁊ ad. b. adiũgaꝫ alia que ſit. d. ad quã ſic ſe habeat. b. ſicut. a. ad. c. ſitq; compoſita ex. a. ⁊. c. e. compoſita vero ex b. ⁊. d. ſit. f. eritq; ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ⁊ ꝓ. 13. quin ti erit. e. ad. f. ſicut. a. ad. b. vel ſicut. c. ad. d. cum itaq; a. cõmunicet cum. b. erit per 10. c. cõmunicans cum. d. ⁊. c. quoq; cõmunicans cum. f. ⁊ quia etiam eſt neceſſa/ rio ex permutata ꝓportionalitate. e. ad. c. ſicut. f ad. d. ſequitur ꝓ. 12. vt ſi fuerit e. potentior. c. in quadrato linee ſibi cõicantis in longitudine vel ſi forte incõmen/ ſurabilis: ſit ſimiliter. f. potentior. d. at qm̃ omnis linea cõmunicans in longitudi ne linee rationali eſt ſimiliter illi rationalis: ſimiliter dico quia ambe erunt rationa les in longitudine vel ambe in potentia tantum: ſequitur ex diffinitionibus reſidu orũm vt. b. ſit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum. a. Si autẽ. b. cõmunicat in potentia tantũ cum. a. ipſa quoq; erit reſiduum non tamen eiuſdem ſpeciei neceſſario. ſed quẽadmodũ dictũ eſt: cuius demõſtratio ex his que in. 60. de binomijs dicta ſunt colligenda eſt.

## Propoſitio .99.

OMnis linea vtrilibꝫ reſiduo mediali cõmunicans: eſt ſub ipſius termio ⁊ ordine reſiduũ mediale. Hoc eſt qõ dicit ſiue cõicet linea cum vtrolibet reſiduo mediali in longitudine ſiue in potentia. Sit enim. a. vtrũlibet reſiduũ mediale cui. b. cõicet in lõgi/ tudine vl̃ potẽtia. dico ꝙ. b. ẽ etiã reſiduũ mediale q̃le fuerit. a. adiũ gaꝫ eni linea. c. ad lineã. a. ⁊ ſit. c. ꝓ c⁹ abſciſionẽ. a. fuit reſiduũ mediale: ⁊ ad. b. adiũgaꝫ alia q̃ ſit. d. ſitq; b. ad. d. ſicut. a. ad. c. totaq; ꝓpoſita ex. a. ⁊. c. ſit. e. ⁊ ex: b. d. ſit. f. deſcribãꝫ igit̃ q̃drata. c. ⁊. d. q̃ ſint. g. ⁊ b. ⁊ ſuꝑficies. e. i. c. ſit. k. ⁊. f. i. d. ⁊ ſit. l. Et q⁹ ẽ vt ꝓi⁹. e. ad. f. ⁊ c. ad. d. ſicut. a. ad. b. ſũt aũt. e. ⁊. c. mediales potentia tm̃ cõicãtes ex. 69. ⁊. 70. ſequit̃ ex. 21. vt. f. ⁊. d. eis cõicãtes. ſint etiã mediales po tẽtia tm̃ cõicãtes: ꝓſtat aũt ex prima ſexti ꝙ ſit. k. ad. g. ſicut. e. ad. c. ⁊. l. ad. b. ſicut f. ad. d. ⁊ q⁹ ẽ. e. ad. c. ſicut. f. ad. d. ſequit̃ ut ſit. k. ad. g. ſicut. l. ad. b. Et ꝑmutati. k. ad. l. ſicut. g. ad. b. cũ g. g. cõicet cũ. b. ſequit̃ vt. k. cõicet. cũ. l. Si igit̃. k. ẽ rõnale qõ ẽ in reſiduo mediali primo erit etiã ꝑ diffinitionẽ. l. rõnalis q̃re ꝓ. 69. b. etiã ẽ reſi/ duũ mediale primũ. ſi aũt. k. ſit medial⁹ qõ ẽ i reſiduo mediali ſcõo: erit ꝓ. 21. etiã. l medialis: ideoq;. b. ꝓ. 70. reſiduũ mediale ſcõz q̃re ꝓſtat ꝓpoſitũ. Idẽ aliter Si liẽa b. cõicat cũ liẽa. a. q̃ ẽ vtrũlibet reſiduũ mediale i lõgitudiel̃ i potẽtia ſit ſuꝑficies c. e. adiũcta ad lineã rõalẽ. c. d. eq̃lis q̃drato. a. ⁊. f. g. eq̃lis q̃drato. b. erũtq; ob hoc



c.c.z.f.g.cõicantes quẽadmodũ z quadrata linearum.a.z.b.eis equalia.idcoqꝫ p primam ſexti z. 10.huius.d.e.z.e.g.ſunt cõicantes in longitudine: z quia ſi. a.eſt reſiduum mediale primũ:eſt:linea.d.e.eſt reſiduum ſcõm per.93.z ſi.a.eſt reſiduũ mediale ſcõm:linea.d.e.eſt reſiduũ tertium per.94.at cum.d.e. eſt reſiduum ſcõm linea.e.g.eſt etiam reſiduũ ſcõm z cũ illa ẽ tertium:ſilr z hic eſt tertiũ per.98.ſequi tur itaqꝫ ex.87.z.88.vt.b.ſit reſiduũ mediale primũ aut ſecundũ prout fuerit. a.et ſic patet quod intendimus.

## Propoſitio .100.

SI linea aliqua linea minori cõmunicet.ipſa quoqꝫ erit li/nea minor.

Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut pmiſſam:ſiue cõmuni/cet linea aliqua cum linea minori in longitudine ſiue in potentia hoc aũt appoſito quãtũ ad primũ modũ q cum ſit.f.ad.d. ſicut.e.ad.c. erit ex ſcõa pte.18.ſexti quadratũ.f.ad quadratũ.d.ſicut quadratũ.e. ad quadratũ c.z coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.z.d.ad quadratũ.d.ſicut quadrata du arum linearum.e.z.c.ad quadratum.c.z permutatim quadrata duaꝝ linearum.f. z.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.z.c.ſicut quadratũ.d.ad quadratum.c. cõicat autẽ quadratũ.d.ad quadratũ.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter ac cepta cõicant cũ duobus duaꝝ lineaꝝ.e.z. c.piter acceptis:z quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.z.c.pariter accepta ſunt rõnale: erit aũt per diffinitionẽ z duo duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter accepta rationale. Cũqꝫ ſit ſuperficies.k. medialis erit etiã.l.ſibi communicans medialis:igitur ex.71.b.eſt linea minor. Quantũ autem ad ſcõm modũ erit per.95.linea.d.e.reſiduũ quartum:idcoqꝫ per.98.z linea. e.g. erit etiam reſiduum quartum.idcoqꝫ etiã per.89.linea.b.eſt linea minor.

## Propoſitio .101.

OMnis linea cõmunicans lineę cum rõnali componẽti me diale eſt cum rationali componens mediale:

Hanc quoqꝫ duplici predicto modo nõ eſt difficile probare:ſiue de communicantia in longitudine ſiue de cõicantia in potentia tantum intelligatur:ſed quantum ad primum modũ erunt duo quadrata du arum linearum.f.z.d.pariter accepta mediale per.21.quẽadmodũ ſunt duo qua/drata duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.piter accepta ex.72.quibus ipſa cõmunicant z ſuperfici/es.l.erit rationalis:per diffinitionem quẽadmodũ eſt ſuperficies.k.ex.72.cum ipſa cõmunicat:igitur ex.72.b.eſt cum rationali componens mediale:quantũ ad ſcom modũ:erit.d.e.reſiduum quintum ex.69.ideoqꝫ z.e.g.ex.98.quare.b.eſt cũ rõnali componens mediale.per.90. Propoſitio .102.

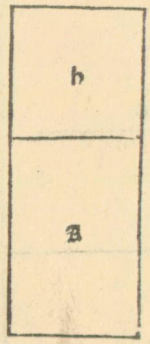
OMnis linea cõmẽſurabilis lineę cum mediali conſtituen/ti mediale eſt cum mediali conſtituens mediale.

Hic quoqꝫ pone lineã aliquã cõicare cum ea que cũ mediali compo nit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̃ ꝓut volue/ris:z duplici modo pmiſſo ſine difficultate ꝓcludes eã quoqꝫ cũ me/diali ꝓponere mediale.erit etiã quantũ ad primũ modũ ſupficies.l.medialis quẽ/admodũ z.k.z duo quoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.piter accepta mediale ſi/cut z duo quadrata duaꝝ.e.z.c.z qꝫ duo quoqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.ad.k.ſicut duo duaꝝ.f.z.d.ad.l.cũ duo prima non cõmunicẽt cũ duplo.k.ex.73.neqꝫ duo ſecũda

cõicabunt cũ duplo .l.ex.10. igitur ex.73.b .est cũ mediali cõponẽs mediale. quantum autẽ ad scõm modũ erit.d.e.residuũ sextũ ex.97. ideoq3 ꝛ.e.g. ex.98.quare.b est cũ mediali cõponens mediale ex.91. ℙropositio .103.

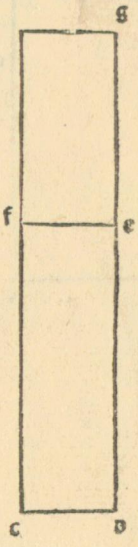
SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur linea i reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

CSit eni tota superficies constans ex.a.ꝛ.b.rõnalis a qua detrahatur.b.que sit medialis: dico ꝙ linea potens in.a.residuũ aut ẽ residuum aut linea minor. Esto nanq3 linea.c.d.rationalis superficiesq3.c.e. sibi adiuncta sit tãq3.a.ꝛ.f.g.tãq3.b.ꝛ.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritq3.c.g.rõnalis.ideoq3 p 16.linea.d.g.rõnalis in longitudine ꝛ.f.g.erit medialis.ideoq3 per.20.e.g. rõnalis in potentia tm̃: est igit̃ ex diffinitiõe line a.d.e.residuũ primũ aut quartũ: ergo per.86.ꝛ.89.linea potens in superficiem.c.e. ꝛ iõ in superficiẽ.a.sibi equalem est residuũ aut linea minor: qõ ẽ ꝓpositum. ℙropositio .104.




SI de superficie mediali superficies rõnalis detrahatur linea in reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale p primũ: aut cum rationali componens mediale.

CHec quoq3 sicut premissa ꝓbat̃. Erit eni tota.a.b.m edialis.b. aũt rõnalis: ꝛ tunc dico qꝺ in.a.residuum põt: aut est residuũ mediale primũ aut cum rõnali cõponens mediale. Cũ eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tm̃: ꝛ cũ sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.c.g. rõnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.c.residuũ scõm aut quintũ quare per.87.ꝛ.90. latus tetragonicũ superficiei .c .e.ꝛ ideo superficiei.a.est residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.



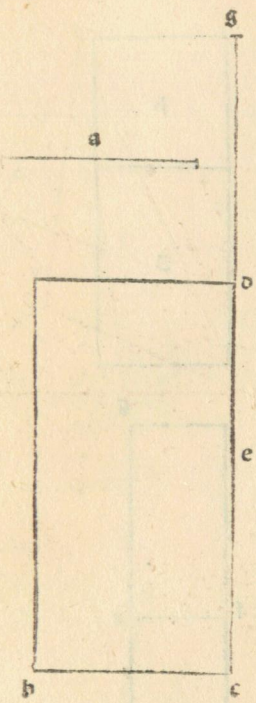

ℙropositio .105.

SI superficies medialis superficiei mediali detrahatur fueritq3 reliqua toti incõmensurabilis que in ipsam reliquã potest: alterutra erit duaꝝ irrõnaliu3 videlicet aut residuum mediale scõm aut cum mediali componens mediale

CSi a duaꝝ premissaꝝ demõstratione non deuias conclude sine difficultate propositũ. Sint eni tota.a.b.ꝛ.b.mediales ꝛ sit.a.reliqua incõmensurabilis toti: aliter eni esset.a.medialis ex.21.ꝛ eius latꝰ tetragonicũ mediale ex.19 tunc dico ꝙ linea potens in.a.est residuũ mediale scõm aut cũ mediali cõponens mediale. nam cũ sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tãtũ per candẽ quoq3 cum sit.f.g.equalis.b.erit etiã.e.g.rõnalis in potentia tm̃ ꝛ cum sit.a.incõmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incõmensurabilis.c .g. ideoq3 per primã sexti ꝛ. 10.huius erit etiã.e.g.incõmensurabilis.d.g. igit̃ a diffinitione linea .d.e. erit residuũ tertiũ aut sextũ: q̃re p.88.ꝛ.91.latus tetragonicũ superficiei.c.e.ꝛ iõ superficiei.a.ẽ residuũ mediale scõm aut cũ mediali componẽs mediale.

ℙropositio .106.

INeaꝝ irrõnaliũ que sunt residuũ ꝛ post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoq3 binomij terminũ vel ordinẽ cõuenire non est possibile. CVult aũt ꝓ banc. 106.ꝙ residuũ ꝛ alie quinq3 lince



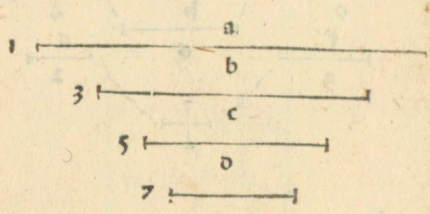

irrōnales eam ſequentes differunt ſpecie ⁊ dione abinuicē ⁊ nulla linea vna poſſ
cē ſub duabus neq3 ſub pluribus ſpecieb⁹ hax ſex lineax irrōnaliū que ſunt reſidu
um ⁊ eius quinq3 comites: ⁊ q⁹ oēs ſpēs reſidui differunt ab oibus ſpeciebus bino
mij nec ē poſſibile linecā vnā ſimul eſſe reſiduū ⁊ binomiū cuiuſcūq3 ſpecici reſidui
vel binomij: ꝑs prima ſic ꝓſtat: qm̄ ſupficies equalis quadratis reſidui ⁊ ſuax
quinq3 comitū cū adiūgant̄ ad lineā rōalē habēt ſcōa latera neceſſario diuerſa ab
inuicem ex. 92. ⁊ quinq3 eā ſequentibus. ſunt autē ſcōa latera reſiduū primū ⁊ ſe
cūdū ⁊ deinceps vſq3 ad ſextū. Scōa ꝑs ꝓſtat hoc modo: ſi eadē linea pōt cē ſimul
reſiduū ⁊ binomiū. ſit. a. cui⁹ quadrato adiūgat̄ ad rōnalē lineā. b. c. ſitq3. b. d. erit
q3 ex. 54 linea c. d. binomiū primū ⁊ ex. 92. reſiduū primū. inquantū ergo binomi
um primū diuidat̄ in ſuas binomiales portiones ad punctū. e. ſitq3 maior portio
c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine ꝑ diffinitionē: iquātū aūt ē reſiduū primū adiūgat̄ ei
d. g. ꝑ c⁹ abſciſionē fuerat reſiduū primū: eritq3 etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudie
Cū itaq3 ſit vtraq3 duax linex. c. g. ⁊ c. e. rōnalis i lōgitudie erit ēt ꝑ. 9. linea. e. g.
rōnal̄ i lōgitudie: at q⁹ linea. d. e. ē rōnalis i potētia tm̄ cū ipſa ſit ꝑ ypothe. maior
portio binomij ꝓmi: erit per. 68. linea. d. g. reſiduū ⁊ q⁹ ipſa erat rōalis i potentia
tm̄ cū per eius abſciſionē cēt linea. c. d. reſiduū ſequit̄ impoſſibile ꝑ. 68. Qō ut da
rius pateat: eſto ſupficies. b. d. adiuncta ad lineā rationalē. b. c. equalis q̄drato li
nee. d. g. cū itaq3 linea. d. g. ſit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōna
lis in longitudine. at cū etiā linea. d. g. ſit reſiduū erit ex. 92. linea. c. d. reſiduū ꝓmū
quod eſſe nō poteſt cum linea que dicitur reſiduum ſit irrōnalis per. 68.

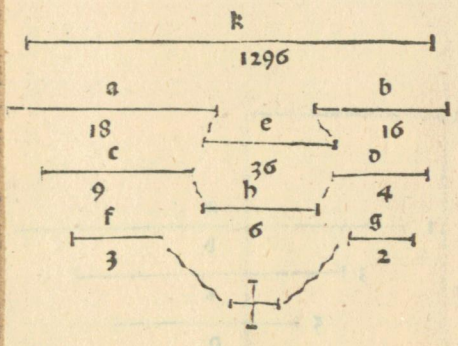
## Propoſitio .107.

Linea que reſiduū dicit̄ vllave irrationaliū que poſt eam
ſunt nequit eſſe ſub termino binomij aut ſub termino ⁊ or
dine vllius ceterax lineax irrōnalium que binomiū ſubſe
quūtur: cum aūt poſſibile ſit lineax irrōnaliū ſeriē in in
finitum ꝓduci non eſt poſſibile vllā earum cum ea que
precellerit in termino ⁊ ordine cōuenire.

Vult per hanc vltimā libri. 10. q⁹. 13. irrōnales linee de quib⁹ in hoc decimo de
monſtratū ē ⁊ ipſe ſunt linea medialis binomiū ⁊ ei⁹ quinq3 comites reſiduq3 ⁊ ei⁹
quinq3 comites ſint abinuicē ſingule a ſingulis ſpecie differentes: ⁊ q⁹ nulla linea
vna pōt cē ſimul ſub duab⁹ aut pluribus ſpeciebus cax: ⁊ q⁹ ſpēs lineax irrōnaliū
pñt i infinitū ꝓduci q̄x nulla cū alia ꝓuenit i dione ⁊ ordine. Qō aūt hec. 13. linee
videlz medialis binomiū ⁊ ei⁹. 5. comites reſidūu ⁊ ei⁹. 5. comites ſint irrōales de
monſtratū eſſe ſuperius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio aūt ⁊ eius
quinq3 comitib⁹ ex. 30. ⁊ quinq3 eā ſequētibus: at vero de reſiduo ſuiſq3 quinq3 co
mitibus ex. 68. ⁊ quinq3 eā ſequētibus. Nullā aūt hax. 13. lineax irrōnalium poſſe
ꝓuenire in ſpecie cū aliqua aliax lineax ſic colligе. Eſto enī vt ad vnā eādēq3 lineā
rōnalē in longitudine adiungant̄ ſuperficies equales quadratis prēdictax. 13. line
arū irrōnaliuz ꝺm q⁹ ordine ſe inuicē ſequunt̄: eritq3 ex. 20. ſecūdū latus prime iſta
rum. 13. ſuperficierum ⁊ quinq3 eam ſequentiū rationale in potentia tm̄. ſcōa aūt
latera ſcōe iſtax. 13. ſuperficiex ⁊ quinq3 eam ſequentiū erūt omnes ſpēs binomio
ruz ꝑ ordinē videlicet binomiū primū ſcōm ⁊ deinceps vſq3 ad ſextū ex. 54. ⁊ quin
q3 eā ſequētibus demonſtratū eſſe memineris. ſcōa vero latera octaue ſuperficiei ⁊
quinq3 eā ſequētiū ſunt ſpēs reſiduoz in ordine videlicet reſiduū primū ⁊ reſiduū

ſecundū ⁊ deinceps vſq; ad ſextū qō ex. 92. ⁊ quinq; eā ſequētibus didiciſti. Cum igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq̄ ſpecie binomioꝝ aut cū aliqua reſiduoꝝ quoniā omne binomiū p. 30. ⁊ oē reſiduū p. 68. ē linea irrōalis ⁊ i lōgitudine ⁊ i potentia. Et cū nulla ſpēs reſiduoꝝ cōueniat cū aliqua ſpē binomiorū ex ſecūda pte penul'. b° decimi: ſequit̄ ut oia ſcōa latera baꝝ. 13. ſuperficieꝝ ſint ab/inuicem diuerſa: ideoq; p primā ſexti ⁊ ipſe. 13. ſuperficies ſunt diuerſe cū caꝝ omnium altitudo ſit vna quare etiā hec. 13. linee irrōnales ꝓpoſite ſunt ſingule a ſingulis diuerſe. ¶ Poſſunt aūt baꝝ. 13. lineaꝝ irrōnaliū ſpecies in infinitū ꝓduci. infinite enī ſūt ſpēs lineaꝝ medialium. infinite quoq; binomioꝝ ⁊ ſic de ſingulis Qō hoc modo ꝓſtat: eſto linea. a. medialis. ſumaturq; vnitas ⁊ quotlibet numeri p̄mi vt. 3. 5 ⁊. 7. ⁊ ſint totidem linee. b. c. d. quot ſunt ſūpti numeri primi. ſintq; q̄drata iſtaꝝ lineaꝝ. b. c. d. ad quadratū. a. ſicut hi numeri primi ad vnitatē: eruntq; linee b. c. d. mediales ex. 21. q̄m̄ ipſe cōicant in potētia cū linea. a. mediali. oēs aūt erūt diuerſe in longitudine ab. a. ⁊ a ſeinuicē ꝑ vltimā ptē. 7. q̄m̄ nullius iſtorum numeroꝝ ad vnitatē nec alicuius eoꝝ ad alteꝝ per. 16. ⁊. 8. ⁊ corelariū ſcōe octaui ⁊ preſentis ypotheſis ē ꝓportio ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a. ⁊ omnes ſibi cōicantes in longitudine ſub p̄ma ſpecie lineaꝝ medialiū. b. vero ⁊ oēs ſibi cōicantes in longitudine ſub ſcōa. c. aūt ⁊ oēs eidē cōicantes vel cōmenſurabiles ſub tertia. d. quoq; ⁊ oēs ſibi cōicantes in longitudine ſub quarta: ⁊ q: numeri primi ſunt infiniti vt ex. 21. noni didiciſti: neceſſe ē ſpēs lineaꝝ medialiū ēe infinitas. Qō aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio ſuiſq;. 5. comitib°: ⁊ reſiduo ſuiſq;. 5. comitib°: nā ſicut ois linea cōicans mediali ē medialis ſiue cōicet ei in longitudine ſiue in potentia ut probatū eſt in. 21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuaꝝ quinq; comitū vel etiā reſiduo aut alicui ſuaꝝ quinq; comitū in longitudine vel in potentia eſt ſecū ſub eadē ſpecie vt probatum eſt in. 60. ⁊ quatuor eam ſequentibus ⁊. 98. ⁊ quatuor eam ſequentibus. Sunt igit̄ ſpecies baꝝ. 13. lineaꝝ irrōnaliū infinite quaꝝ nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordine vel dione. Conuenit quoq; dīe aliter ſpecies linearum irrōnaliū eſſe infinitas nam omne latus tetragonicū ſuperficiei dicte a numero nō quadrato eſt irrōnale ꝑ vltimā ptē. 7. ⁊ ꝑ diffinitionē. cum itaq; tales numeri ſint infiniti: erunt etiā ſpecies baꝝ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit ſcōam ptem huius vltime concluſionis libri decimi ſic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū ſpēs ꝓduci quaꝝ nullā cum aliqua caruꝝ que ipſā preceſſerint: poſſibile eſt in diffinitione ⁊ ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua ſupficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiq;: eritq; latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: q̄m̄ ipſū ē incōmenſurabile lateris tetragonico ſuperficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima ptē. 7. dico ergo q̄ huiꝰ lateris latus. itemq; ſcōi lateris latus ⁊ rurſus huius tertij lateris latus ⁊ ſic in infinitū: ſunt linee irrationales tam in longitudine q̄z in potentia: ⁊ q̄ nulla earum conuenit diffinitione vel ſpecie cum aliqua que eā preceſſerit in ordine. eſtq; latus tetragonicum premiſſe ſuperficiei quecunq; dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium ſicut radix ⁊ principium ⁊ quelibet ipſaꝝ eſt principiū oīm ipſam ſequentiuꝫ: ⁊ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur diuerſe ſunt in longitudine ⁊ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis ſuperficiei generantur ⁊ hoc dico cum ipſaꝝ ſupficieꝝ






non fuerit ꝓportio ſicut numeroꝝ quadratoꝝ. hec aũt vt poſſumus firma demonſtratione colligere antecedens ad ipſa premittere oportet. ſitq; iſtud.

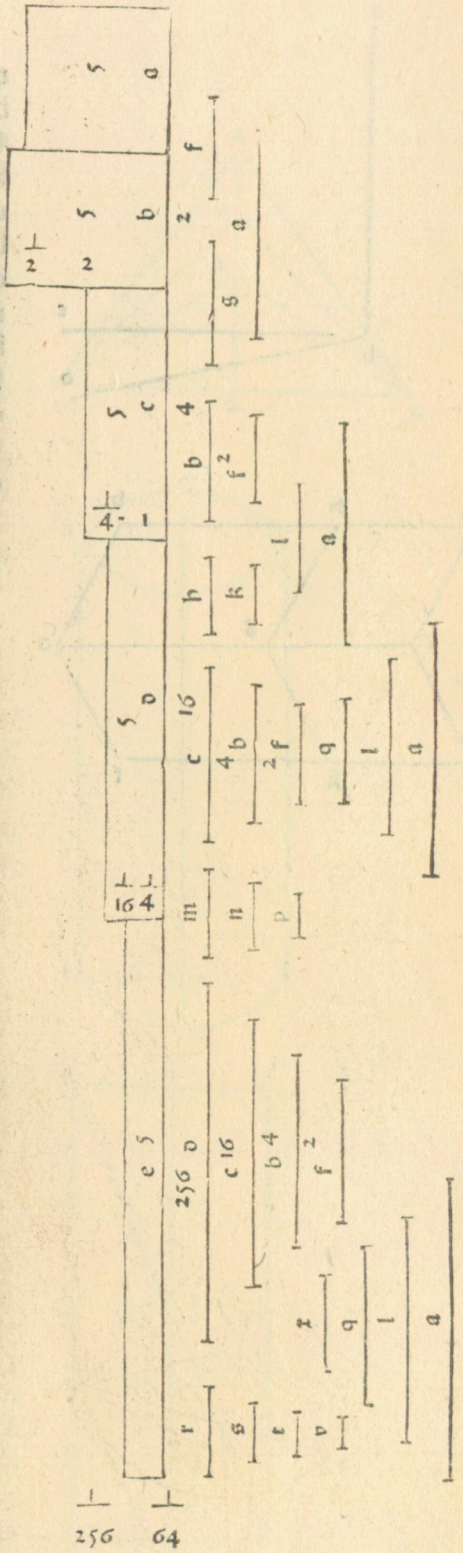
¶ Quibuſlibet duobus inuicem ductis ſi quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum lauts ipſius producti produces.

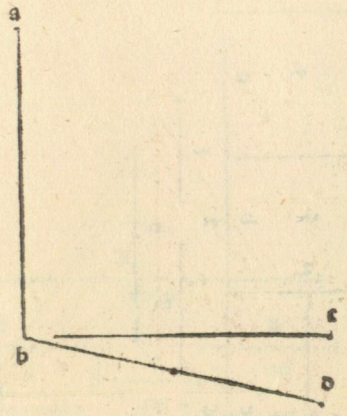
¶ Verbi gratia ſit vt ex. a. in. b. ſit. k. ad. c. ⁊ d. ſint latera tetragonica. a. ⁊. b. fiat autẽ. e. ex. c. in. d. ſintq; itez. f. ⁊ g. latera tetragonica. c. ⁊ d. ⁊ fiat. b. ex. f in. g. dico ꝙ. b. eſt latus tetragonicũ. e. ⁊ ꝙ. e. rurſus eſt latus tetragonicũ. k. cum eni ex. f. in ſe ⁊ in. g. fiant. c. ⁊ b. erit. c. ad. b. ſicut. f. ad. g. ſed ⁊ ſit. b. ad. d. ſicut. f. ad. g. eo ꝙ ex. g. in. f. ⁊ in ſe fiunt. b. ⁊ d. ſint igiť. c. b. d. continue ꝓportionales itaq; ex. b. in ſe quantũ ex. c. in. d. quare. b. eſt latus tetragonicũ. c. eadẽ quoq; rõne cũ ex. c. i ſe ſit. a. in. d. ſit. e. ⁊ ex. d. in ſe ſit. b. erunt etiam. a. c. b. cõtinue ꝓportionales i ꝓportiõe. c. ad. d. cũ igiť ex. a. in. b. ſit. k. ſequiť etiã vt ex. e. i ſe ſit. k. q̃re. e. eſt latus tetragonicũ. k. conſtat itaq; qõ dicť. reſtat itaq; demonſtrare qõ propoſitum eſt. Sit igiť ſupficies. a. rõnalis dicta a numero nõ quadrato. ut. 5. ſitq; linea. a. ci° tetragonicũ latus ⁊ ſumanť quotlibz linee rõnales i lõgitudie q̃ ſint. b. c. d. e. Sint qz dicte a numeris quoꝝ quiſqz precedẽs ſit tetragonicũ latus proximo ſequentis: vt ſi. b. ſit ⁊. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad bas aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur ſupficies equalis. a. eruntq; ſcõa latera ſingulaꝝ rõnalia in longitudine per. 16 vt ſcõm latus. b. 2. ⁊ dimidiũ: ſecundũ. c. vnuz ⁊ quarta: ſecundũ vero. d. vna quarta ⁊ vna. 16. at vero ſuperficiei. e. ſecundũ latus erit vna. 64. ⁊ vna. 256. ſit ergo. f. tetragonicũ latus. b: g. vero ſit tetragonicũ latus ſcõi lateris ſuperficiei. b. eritq; ꝓ premiſſam añs ut ex. f. in. g. ſit. a. rurſus ſit. b. tetragonicum latus ſecundi lateris c. k. quoq; ſit tetragonicũ latus. b. eritq; per predictũ añs vt ex. b. in. b. ſit. a. ⁊ ex. f in. k. ſit tetragonicũ latus. a. qõ ſit. l. ſit itez. m. tetragonicũ latus ſecũdi lateris ſupficiei. d. ſed cũ. n. ſit tetragonicũ latus. m. ⁊. p. tetragonicum. n. eritq; per predictũ antecedens vt ex. c. in. m. fiat. a. ⁊ ex. b. in. n. l. ⁊. ex. f. in. p. tetragonicuz latus l. qõ ſit. q. Amplius aũt ſit. r. tetragonicũ latus lateris ſecundi ſuperficiei. e. ſit quoqz. ſ. tetragonicũ. r. ⁊. f. ⁊. t. ſ. ſit et. u. tetragonicũ. t. ſequiť que per dictũ antecedẽs vt ex. d. in. r. fiat. a. ⁊ ex. c. in. f. l. ⁊ ex. b. in. t. ſit. q. ⁊ etiam ex. f. in. u. tetragonicũ latus. q. qõ ſit. x. ⁊ ſic in infinitũ: dico ergo bas lineas. a. l. q. x. quaꝝ. a. eſt tanquã radicale principium eſſe irrationales. a. quidem in longitudine tantum ⁊cetere vero in longitudine ⁊in potentia ⁊ dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffiniti/one vel ordine. Luz eni ex. f. in. g. ⁊. k. fiant. a. ⁊. l. erit. a. ad. l. ſicut. g. ad. k. ⁊ qz vt pz ex dictis ypotheſib⁹. g. ⁊. k. ſũt incõmenſurabiles in longitudine ⁊ in potentia. ſequitur etiã vt. a. ⁊. l. ſint incõmenſurabiles in longitudine ⁊ in potẽtia: eadem ratione. a. ⁊. q. eſt enim. a. ad. q. ſicut. g. ad. p. ⁊ propter eandẽ cauſam etiã. a. ⁊. x. cũ ſint ſicut. g. ⁊. u. ⁊ hac via quoq; neceſſe eſt vt. l. ⁊. q. ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tã i lõgitudine quã in potẽtia. cum eni ex. f. in. k. ⁊. p. fiant. l. ⁊. q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p: at. k. ad. p. nec commenſurabiles ſunt in longitudine nec in potentia. Si enim ſint erunt. b. ⁊. n. commenſurabiles. ſed non ſũt: at vero. l. ⁊. x. oportet eẽ vtroq; modo incommenſurabiles: eſt enim. l. ad. x. ſicut. k. ad. u. eo ꝙ ex. f. in. k. ⁊ u. fiunt. l. ⁊. x. ſunt autem. k. ⁊. u. vtroq; modo incommenſurabiles. Sinautẽ accidet. d. ⁊. b. eſſe commenſurabiles quod eſt inconueniens: q. vero ⁊. x. ꝙ ſint quoq; incommenſurabiles potentia ⁊ longitudine ex eo patet ꝙ ẽ. q. ad. x. ſicut. p. ad. u.

constat autē ꝙ.p.⁊.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō erunt.n.⁊.c. cōmensurabiles.ideoqꝫ.m.⁊.s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaqꝫ infinitas lineas irrationales in longitudine ⁊ in potentia incommensurabiles ⁊ ideo diffinitiōe ⁊ specie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Restat aūt nunc ostendere ꝙ quecūqꝫ irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ꝫ in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuꝫ prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄: hoc quoqꝫ sic constat. Sint.a.⁊.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaruꝫ superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitqꝫ ut illi numeri nō sint ī ꝓportione aliquorum numerorum quadratoruꝫ: linee quoqꝫ que procedunt hac via ab.a.sint.c.d.e.⁊ a.b.procedant.f.g.h.dico ꝙ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.⁊.f.tetragonica latera.a.⁊.b.at.d.⁊.g.tetragonica latera. c.⁊.f.⁊.e. ⁊.h. tetragonica.d ⁊ g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl̄ longitudine vel potētia. Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.sequitur ut.d.cōmunicet cum.g.⁊.c.cum.f.quare ⁊.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypothesim. Uniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroqꝫ modo incommensurabilem cuilibet istarū. Dato nanqꝫ ꝙ.d.communicet cum. h. etiam ī potentia tantum.sequitur ut.c.quoqꝫ cōicet cum.g.⁊.a.cum.f.quod nō ē possibile. Attendere autem oportet ꝙ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ꝫ latus superficiei denominate a latere priori.vnde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est quā continet linea.a.⁊ linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineē.sit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate ⁊ ipsa est minima omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.sit.c.est igitur ꝑ.16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a. in.b.⁊ ex.c.in se. At vero ex.a.in.b.fit sup̄ficies dicta ab.a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producitur ab eo qd̄ vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. esse maiorem linea.a.⁊ minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.

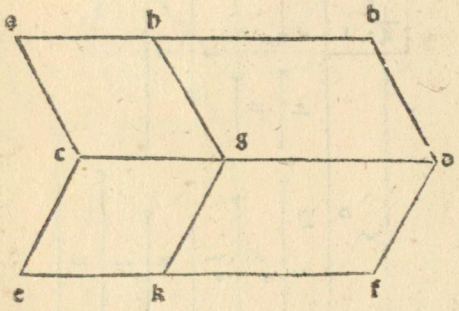
Corpus est qd̄ longitudinem ⁊ latitudinem ⁊ altitudinē habet cui⁹ termini sunt sup̄ficies Linea erecta supra sup̄ficiē ē que cū singulis sibi ꝯterminalibus lineis in ea sup̄ficie expāsis angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse ⁊ ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat̄ enī linea.a.b.exurgere supra planū: ita ꝙ pūctus.a.imaginet̄ ī aere ⁊.b.in plano ⁊ a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.⁊ quotlibꝫ alie. Si igit̄ ita fuerit ꝙ linea .a.b.cū linea b.c.⁊ cū linea.b.d.⁊ cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.ī plano illo angulū






rectū cōtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua ꝓtracte sūt beelinee videlicet.b.c.ꝛ.b.d.ꝛ alie cū quibus ipsa ponit continere angulū rectuz. ¶Superficies autē erecta sup supficiē est quotiēs puncto vno eodem linee que est cōmunis terminus illaꝝ supficieꝝ due perpendiculares cōterminales supstant que rectū cōtinentes angulū in eisdē supficiebus site sunt. ¶Verbi grā imaginemur supficiē.a.b.c.d.exurgere supficiē vero.c d.e.f. iacere: ꝛ intelligamus lineam .c. d.esse communem terminum ambarum in ea itaqꝫ signet punctus.g.a quo ad lineā.c.d.extrabant due linee perpendiculares vna vidz i superficie.c.d.e.f.que sit.g.k:ꝛ alia i supficie.a.b.c.d.que sit.g.b si igitur angulus quē continent hec due linee perpendiculares videlicet.g.b.ꝛ.g.k. erit rectus supficies.a.b.c.d.dicitur ortbogonaliter erecta super supficiē.c.d.e.f. ¶Superficies equidistātes sunt que in vtrālibꝫ partem ꝓtracte nō concurrent et si in infinitum ꝓducantur. ¶Intellectum est quod dicit. Scire tamē debes qꝫ omnes plane supficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnē partē ꝓtracte cōcurrent alicubi ꝛ super rectā lineā se secabunt lineas autē rectas nō ē necessariū vl' eē equidistantes vel in vtrāqꝫ ptez ꝓtractas concurrere Quippe que in eadē supficie nō sunt nec equidistant ab inuicē nec tñ quantūlibet ꝓtracte cōcurrent. ¶Equa corꝓora sunt atqꝫ similia quoꝝ termina les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint at qꝫ similes similia corꝓora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ¶Si bas duas diffinitiones de corꝓoribus equa/libus ꝛ similibꝰ nō intelligis ad diffinitionē similium superficieꝝ posita in princi/pio sexti recurre. ¶Corpus seratile dicitur qō quiqꝫ superficiebus qua/rum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur. ¶Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectū vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ꝛ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ¶Spera est transitus arcus circūferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel supꝓremo semicirculo lineaqꝫ di ametri fixa' donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur. ¶Super quālibet lineā semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re volutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat cuius centrū con/stat esse centrum semicirculi circūducti. ¶Piramis laterata est figura cor/porea quā cōtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnū op/positum punctū surſum erecte. ¶In omni laterata piramide cuncte supfici/es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctū sublevātur qui conus pirami/dis dicitur suntqꝫ omnes hec laterales supficies triangule: basis vero frequēter nō est triangula. ¶Piramis rotunda est figura solida: estqꝫ transitus tri anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continē tium fixo ꝛ donec vsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹ obtusiangula erit. Axis autē ipsi⁹ figure ē latus fixū. Basisqꝫ sua cir/culus Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

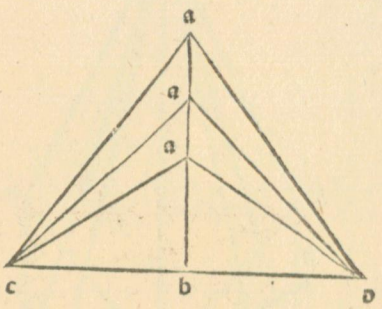


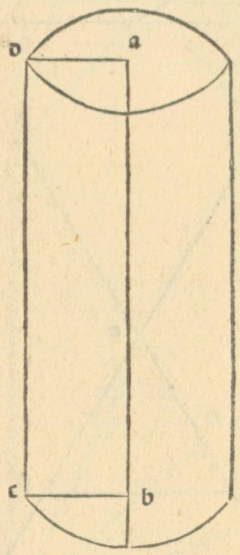

¶Sit trigonus.a.b.c.rectū angulū habens qui sit.b.figaturqꝫ altez duoꝝ laterū ambictiū rectū angulū.b.sitqꝫ latus ꝛ ō figit.a.b.quo fixo circūducat trigon⁹ quo/

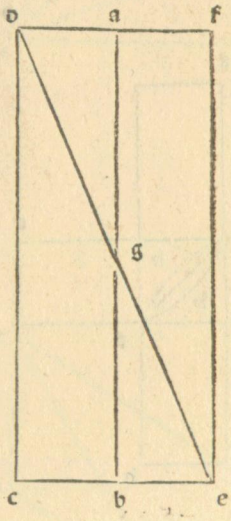
usq3 ad locū vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellat: cui⁹ tres sūt diffie. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidē ē qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto eni ut linea.b.c.cū rotatu trigoni puenerit ad situ lince.b.d.ita q̄ punct⁹.c.cadat sup pūctū.d.fiatq3 linea vna.hoc ē vt ipsa tunc p̄iungat situi a quo moueri cepit scōm rectitudinē: eritq3 linea hic q̄si.b.c.d.z q̄ ex.32.p̄mi z.5.eiusdē angulus .c.a.b.ē medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq3 piramis hec dicitur rectangula. Si autē latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi z.19.eiusdē angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq3 totus angulus.c.a.d.ē mior recto z acutus: quare piramis acutiangula. Qō si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.primi et 19.eiusdē z totus.c.a.d.qui ē duplus ad ipsū.c.a.b.maior recto z obtusus. igitur z piramis cōuenienter tūc dicit obtusiangula. Axis autē huius piramidis dicit linea.a.b. basis vero eius circulus quē describit linea.c.b.super centr̄.b.dicit quoq3 hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quā motu suo describeret palellogrammum ꝓueniens ex.a.b.z.b.c.latere.a.b.manente fixo.

¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus z crassitudine idest altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectū angulum continente fixo ipiaq3 superficies donec ad locū suū redeat circunducta dicitur q3 hec figura columna rotūda. Columne itaq3 rotunde atq3 spere circuliq3 vnū atq3 idē est centrū. ¶ Sit palellogramū rectangulū.a.b.c.d.figuraq3 latus.a.b.z eo fixo totū palellogramū quousq3 ad locū suū cadat vel redeat circūducat: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d.a.z eius centrum est punctus.a. Axis autem.huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qō si imaginati fuerimus parallelogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e .f.communi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totū sit vnū palellogramū.d.c.e.f.z protraximus in eo diametrū. d.c. erit quoq3 diameter .d. e.diameter colūne. Qō autē dicit columne z spere z circuli idem esse centrū: intelligi oz cū box vna ē eadēq3 diameter. Verbi grā diximus eni q̄. d.e.ē diameter istius colūne Sperā igit atq3 circulū quox diameter est linea.d.e. necesse est idē centr̄ habere cū centro ꝓposite colūne. Sit eni vt linea. d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq3 .g.centr̄ columne: diuidit eni axem colūne p equalia z diametr̄ colūne p equalia qō p3 p.25.primi nam anguli qui sunt.a.d.g. sunt equales ex.15.primi z anguli qui sunt ad.a.z.b.recti ex ypothesi: linea quoq3.a.d.ē equalis linee.b.e.itaq3.d.g.est equalis.e.g.z.a.g.equalis.g.b.cunq3 anguli.c.z. f.sunt recti si super punctū.g.scōm spaciū.d.g.ac super lineā.d.e.circulus describat trāsibit ex cōuersa p̄me ptis.30.tertij per puncta.c.z.f.itaq3 punctum.g. est centrū circuli cuius diameter est diameter columne. ideoq3 z spere: quare manifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq3 columne rotunde speram esse circūscriptibiles. Sicq3 patet q̄ voluit istud theoreuma.

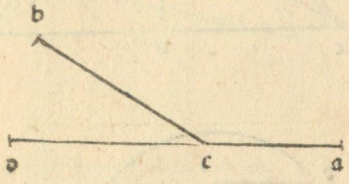
¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q3 duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem



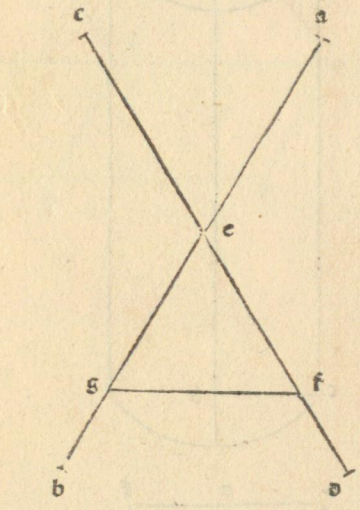
conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidū angulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis quēadmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secūdū sitū rectitudinis applicari. ¶ Similes sunt figure corporee rotūde siue sit colūne siue earū piramides quaꝝ axes diametris suarū basiū sunt proportionales. ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaꝝ ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.




## Propositio .1.

Linee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi ē impossibile.

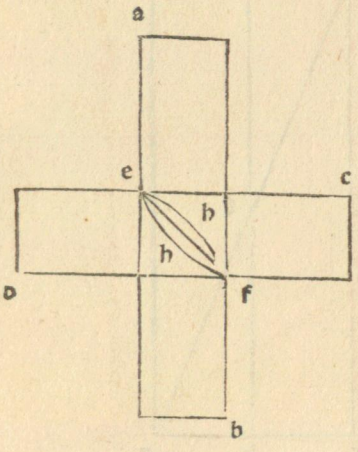
¶ Sit linea.a.b..recta.dico q̄ non est possibile ut pars eius sit in plano ⁊ pars sursum elevata. si enī est possibile sit pars eiꝰque est.a c.sita.in plano ⁊ pars eius que ē.c.b. in sublimi posita ⁊ protrahat̄ directe.a.c.in plano in quo ipsa sita est vsq; ad.d.eritq; vt vni eidemq; linee que est linea.a.c.due linee penitꝰ diuerse que sūt linee.c.b.⁊.c.d.ex eadē parte directe adijciant̄ qō est ipossibile:ex.13.primi.




## Propositio .2.

Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omneq; triangulus in vna supficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes in puncto.e.dico eas esse in superficie vna ⁊ omnē triangulū dico esse in superficie vna totū.signetur enī punctus.f.in linea.c.d.⁊ punctū.g.in linea.a.b.⁊ ducat̄ linea.f.g.Quia igitur impossibile est ptez trianguli.e.f.g.esse in plano ⁊ ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū lineaꝝ vnius aut plurium pars similiter sit in plano.⁊ pars simūliter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile pcē premissam erit quoq; impossibile de triangulo.itaq; totus triangulus.e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secūda parte ⁊ premissa cōstat prima ps huius secunde propositionis.




## Propositio .3.

Omnium duarum superficieꝝ se inuicē secantiū cōmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige ⁊ verum erit qō dicitur. Sint itaq; due superficies plane.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes dico q̄ earuꝫ cōmunis sectio erit linea recta. Esto enī duo pūcta.e.⁊.f.termini cōmunis sectionis eaꝝ que cōtinuent̄ per lineā rectā que sit.e.f.si igitur linea.e.f.est in vtraq; duaꝝ supficieꝝ.a.b.⁊.c.d. ꝓstat ꝓpositū:at vero si in neutra aut si nō in altera:cū ambo puncta.e.⁊.f.sint in vtraq; supficieꝝ.a.b.⁊.c.d .in ea superficie in qua ipsa nō fuerit protrahat̄ linea recta que sit.c.b.f.erūt igit̄ due recte linee.ef.⁊.e.b.f.hñtes duos terminos cōes qō ē ipossibile.sic enī due recte linee includerēt superficiē qō ē ꝑ petitionē vltimā p̄mi libri.

## Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta super inscisionē duaꝝ linearū

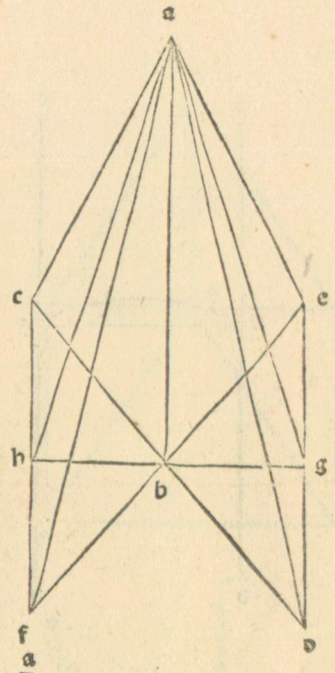
c.d.z.e.f.secãtiũ se in puncto.b.de quibus ꝓstat ꝑ antepremissã qꝫ ipse sunt site in vna superficie dico qꝫ linea.a.b.ꝓpendicularis ẽ ad ipsaꝫ supficiẽ. Sint enĩ.c.b .z b.d.equales at vero.f.b.z.b.e.equales z ꝓtrahanꝫ lince.e.d.z.c.f.que erũt equales per.4.primi z equidistantes p.27.eiusdẽ.Signato itaqꝫ puncto aliquo i linea c.d.qui sit.g.ducaꝫ linea.g.b.b.critqꝫ ex.26.primi .e.g. equalis.f.b. igiꝫ a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittanꝫ ypothemisaliter lince.a.c.ad.a e.a.f.a. g.a.b.critqꝫ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.z.a.c.eq̃lis.a.f.Itẽ p.8.eiusdẽ eq̃lis erit agulus.a.e.d.eq̃lis ãgulo.a.f.c.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̃lis.a.b. z ideoqꝫ p.8. eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.b.quare ex diffinitione vterqꝫ ẽ rectus z linea.a.b.ꝓpendicularis ad lineã.g.b.Simili quoqꝫ mõ ꝓbabis eãdẽ esse ꝓpendiculare ad oẽs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficie duaꝫ lineaꝫ.c.d.z.e. f.igiꝫ ex dione constat lineã.a.b.eẽ ꝓpendiculare ad supficiẽ i qua site sũt due linee c.d.z.e.f.seinuicẽ secãtes qõ ẽ ꝓpositũ.

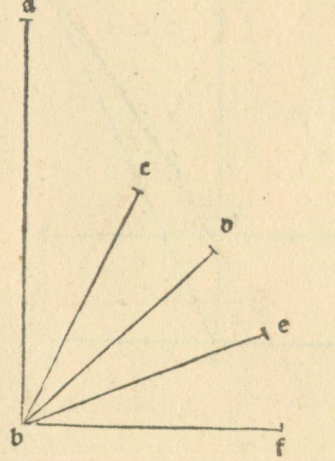
## Propositio .5.

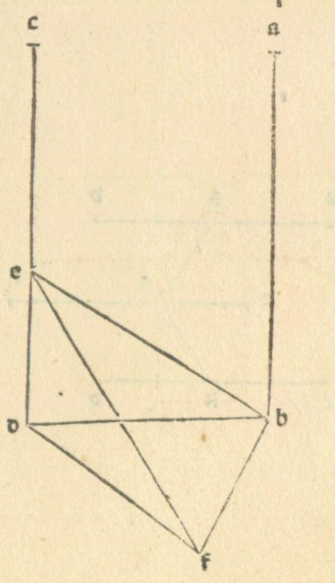
Si super tres lineas cõterminales cõi eaꝫ termino erecta linea quedã orthogonaliter insistat eedẽ tres linee i vna superficie site erunt. Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cõem terminũ triũ lineaꝫ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cõtingentiũ in puncto.b.quaꝫ nulla alij directe applicetur qõ idem ẽ ac seinuicem secent in puncto.b. protracte enĩ se secabunt dico qꝫ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. Constat autẽ de quibusqꝫ eaꝫ duab⁹ qꝫ ipse sunt in vna super/ficie site per scõam buiꝰ vel ꝑ primã ptẽ.2 .buiꝰ.si igiꝫ linea.b.d.nõ fuerit in sup/ficie duaꝫ lineaꝫ.b.c.z b.e.sed ille duo i planoꝫ:hoc autẽ in sublimi:erit vt hec su per ficies in qua site sunt due linee.a.b.z.b.d.si ꝓtrahatur z ꝑ illud qõ notũ est sup quartã secet illã in qua site sunt.b.c.z.b.e.eritqꝫ per.3.huius cõis eaꝫ sectio linea recta z ipsa sit.b.f.qꝫ igitur ex premissa linea.a.b.ẽ ꝓpendicularis ad superfi ciẽ duaꝫ lineaꝫ.b.c.z.b.e.sequiꝫ ex diffinitione vt ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cunqꝫ etiã angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothe si.sequitur ipossibile videlicet ptẽ suo toti eẽ equalẽ.

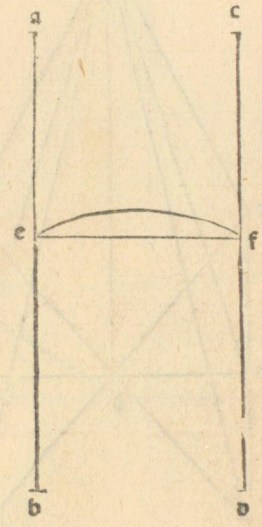
## Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnã supficiẽ ꝓpendiculares eas eqdistãtes eẽ necesse est. Sint due linee.a.b.z.c.d.ꝓpendicu lares ad vnã superficiẽ dico eas esse equidistantes:ꝓtrahaꝫ enim li nea.b.d.eruntqꝫ ex dione duo anguli.a.b.d.z.c.d.b.recti.si igiꝫ due lince.a.b.z.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scõaꝫ partẽ.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super li/neam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.z.c.d.ꝓtrahe orthogona liter lineam.b.f.z ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.z ꝓtrahe lineas.e.b.z.e. f.erunt igiꝫ duo latera.e.d.z.d.b.trianguli.c.d.b.equalia duob⁹ lateribus. f.b.z d.b.trianguli.f.d.b.z angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cũ vterqꝫ sit rect⁹. ita qꝫ per quartã primi linea.b.e.ẽ equalis linee.d.f.itẽqꝫ cũ duo latera.e.b.z.b. f.tri anguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.z.d.e.trianguli.f.d.e.z basis.e.f. cõis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cũ vterqꝫ sit rect⁹ :qꝫ igiꝫ angul⁹.f.d.e.ẽ rect⁹ a dione erit etiã angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaqꝫ linea.f.b. ꝓpẽdicula riter ẽ erecta sup cõem terminũ triũ lineaꝫ.b.a.b.d.b.e.se ꝓtingẽtiũ angulariter i puncto.b.q̃re ꝑ ꝑmissã ipse sũt i supficie vna:cũ igiꝫ ex ꝑma parte b⁹ scõe linea.c.d






sit in eadem superficie. cum vtraq; lineaꝝ.e.b.ꝛ.b.d.sequitur.a.b.ꝛ.c.d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

## Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq; in eandem sitam eē necessario comprobatur.

¶Sint due linee. a.b .ꝛ. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitiōem q̄ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.ꝛ.f.ꝛ producatur linea recta.e. f. dico itaq; lineam.e .f. esse sitam in superficie linearum.a.b.ꝛ.c.d. Sin autem sit.e.f. in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a. b.ꝛ.c.d. eritq; per.3. huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile. sic enī due recte linee cōcluderent superficiem.

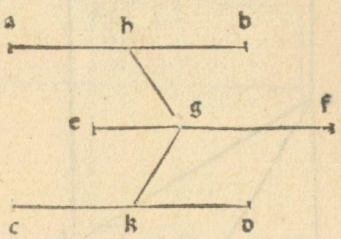
## Propositio .8.

Si in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

¶Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b.ꝛ.c.d. equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet: dico reliquā earum que est.a.b. esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta: eritq; ut ibi vtraq; duoꝝ angulorꝝ.f.d.b.ꝛ. f.b.c. rectus: primus quidem per positionem. secūdus autē per.8. primi: quare p.4. huiꝰ linea.f.b. ē ꝓpendiculariter erecta super supficiem i qua sunt due linee.b.d.ꝛ.b.c. cūq; per premissā due linee.a.b.ꝛ.c.d. sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.ꝛ.b.c. sequitur lineā.f.b. esse ꝓpēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a. rectus ꝛ q̄ etiam angulus.d.b.a. est rectus per vltimā partē.29. primi: sequitur per quartam huius lineam.a.b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.ꝛ.b.f. quare constat propositum.

## Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

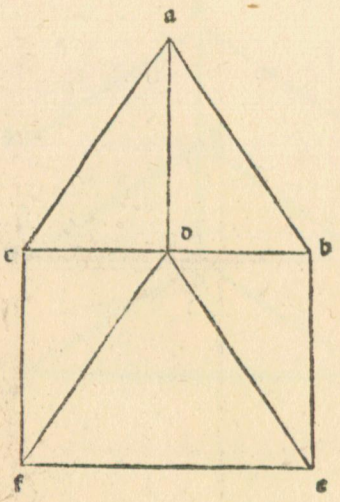



¶Sit vtraq; duarum linearum.a.b.ꝛ.c.d. equidistās linee.e .f. nec sint omnes in superficie vna: dico q̄ eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidē que sunt omnes in supficie vna probatū est per.30. primi: at vero de his que in vna supficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur surſū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū. signetur itaq; in ea pūctus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.ꝛ.c.d. que sint.g h.ꝛ.g.k. eritq; per.4. huius linea.e.f. perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.ꝛ.g.k. itaq; per premissā bis assumptā vtraq; illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.c.d. ꝓpendicularis ē ad eandē supficiē videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. h.ꝛ.g.k.p sextā huiꝰ igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qō est propositū.

## Propositio .10.

SI due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cõtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nõ aũt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

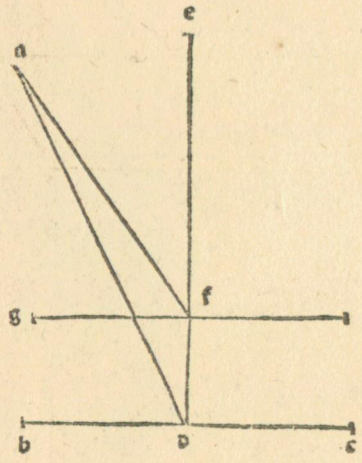
¶Sint due linee: a.b. ⁊ a.c. se angulariter contingentes in puncto. a equidistantes alijs duabus que sunt. d.c. ⁊ d.f. se quoq; angulariter contingentibus in puncto. d. nec sint cum eis i superficie vna: dico angulũ. a. esse equalẽ angulo. d. Esto enĩ linea. d.c. equalis linee. a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. ⁊ d.f. equalis. a.c. cui etiã ipsa equidistare ponit̃ ⁊ ducant̃ linee. d.a. ⁊ c.b. ⁊ f.c. eritq; ex. 33. primi bis assumpta vtraq; duaꝝ linearꝝ. b.e. ⁊ e.f. equalis ⁊ equidistans linee. a.d. per conceptionẽ igitur ⁊ premissam cedẽ sunt equales ⁊ equidistantes sibi inuicem. ⁊ itaq; per. 33. primi denuo repetitã due linee. b.c. ⁊ e.f. sunt etiã equales ⁊ equidistãtes: igit̃ per. 8. primi cõstat ꝓpositũ.




## Propositio .11.

PUncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶Sit punctus. a. sursum in aere a quo volumus ad superficiẽ subiacentem perpendicularem ducere: ducat̃ igitur in plano illo: linea. b.c vtcũq; cõtigerit ad quã ab ipso puncto. a. ducat̃ perpẽdicularis. a.d scõm doctrinã. 12. primi rursusq; a puncto. d. in plano illo ad qõ ducenda est perpendicularis a puncto. a. extrahat̃ linea. d.e. que sit perpendicularis ad lineã. b.c vt docet. 11. primi. Ad hanc quoq; lineã. d.e. ducat̃ alia linea perpẽdicularis a puncto. a. que sit. a.f. hanc dico esse eã quã intẽdim9. Sit enĩ linea. f.g. equidistãs linee b.c. ⁊ qr vterq; duoꝝ angulorꝝ. b.d.a. ⁊ b.d.f. est rectus: erit ex quarta hui9 linea b.d. perpendicularis ad supficiẽ in qua est triangulus. a.d.f. ideoq; etiã p.8. hui9 erit linea. g.f. ꝓpendicularis ad eandẽ superficiẽ: igit̃ a diffinitione erit angulus. g f.a. rectus: cũq; etiã angulus. d.f.a. sit rectus: sequit̃ ex quarta huius lineã. a.f. esse ꝓpendicularẽ ad superficiem in qua sunt due linee. d.f. ⁊ f.g. qõ est propositum




## Propositio .12.

SUperficie ꝓposita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datam supficiẽ lineã orthogonaliter erigere. ¶Cũ a puncto quolibet in superficie ꝓposita assignato ꝓpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandẽ supficiẽ ꝓpẽdicularẽ quẽadmoõ ꝑmissa docuit demittere que si i assignatũ punctũ ceciderit ipsa ẽ quã queris. Sin aũt ab ipsa assignato pũcto ad demissã perpendicularẽ equidistantem ducito: eã q; per. 8. huius probabis ẽ quam queris.

## Propositio .13.

DUas lineas super pũctũ vnũ ad supficiẽ vnã orthogonaliter isistere ẽ ipossibileẽ. ¶Si enĩ possibile ẽ vt due linee vni eidẽ q; supficiei sup punctũ vnũ ꝓpendiculariter insistãt supficies i q̃ ipse ꝓpendiculares site sũt itelligat̃ ꝓduci quousq; secet supficiẽ cui dicte linee ꝓpendiculariter isistũt eritq; per. 3. hui9 cõmunis eaꝝ sectio linea recta: ⁊ qr ex diffinitione vtraq; illaꝝ duarũ perpendiculariũ cũ cõmuni sectione cõtinet angulum rectũ sequitur ut angulus rect9 sit ps anguli recti qõ est impossibile. Quẽad modũ aũt demonstratũ est impossibile esse ab vno eodem puncto extra supficiem

duas lineas ſuper punctum vnum ad eandem ſuperficiem eſſe perpendiculares ita etiam demonſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab vno eodemq3 puncto extra ſuperficiem ſignato ad eandē ſuperficiem protractas ad ipſā eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipſe erunt equidiſtantes ex.6.huius qđ eſt impoſſibile ex diffinitione lineaꝝ equidiſtantium. Conſtat igitur ex hac q3 ſi aliqua ſuperficies plana aliā planā ſuperficiem orthogonaliter ſecet ⁊ ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam perpendicularis ducatur:in cōmuni eaꝝ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioquin ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad cōmunē earum ſectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni ſectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē ſectionē in ſuperficie ſecta educatur ut docet.11.primi:eritq3 ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus:quare per quartā huius prima baꝝ duarum perpendicularium etiam eſt perpendicularis etiā ad ſuperficiē ſectā.ergo ab vno puncto protracte ſunt due linee perpendiculares ad eandē ſuperficiem quod eſt impoſſibile:relinquitur itaq3 propoſitum noſtrum.

## Propoſitio .14.

Si linea vna ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat:ille due ſuperficies ſi etiā in infinitū i quācunq3 partem protrahantur nunquā concurrēt.

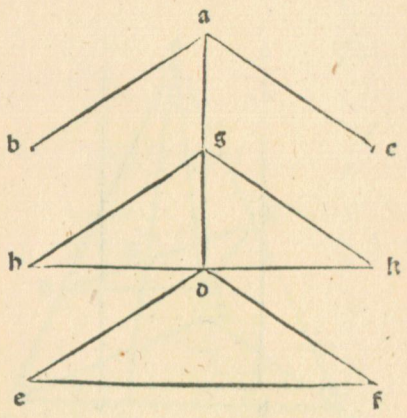
Ponta enī linea vna duabus ſuperficieb9 orthogonaliter inſiſtere ſi poſſibile ē ſupficies illas cōcurrere in eaꝝ cōi ſectione que per.3.huius erit linea recta: punctuq3 quocunq3 modo ſigneť a quo due linee in illis duabus ſupficieb9 ad lineā illā que ipſis ꝓpendiculariter ſupſtat ꝓtrahať: eritq3 conſtitutus triangulus ex his duab9 lineis ⁊ perpēdiculari hui9 itaq3 trianguli vterq3 duoꝝ angulorū qui ſuperpendiculare cōſiſtūt ē rect9 vt p3 ex dione linee ſupra ſupficiē ꝓpendiculariter ſtantis hoc aūt ē ipoſſibile per.32.primi.

Econuerſo quoq3 videlicet ſi ſuper duas ſuperficies equidiſtātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis ſit ipſa quoq3 perpendicularis erit ad reliquum. Poſitis enim duabus ſuperficiebus equidiſtantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ꝓpendiculariter ſuperſtat:dico q3 eadem linea reliquę ſuperficiei ꝓpendiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies vna ſecans poſitas ſuperficies equidiſtantes ſuper lineam eas penetrāte eritq3 cōis ſectio huius ſupficiei ſecātis ⁊ alteri9 ſectarū videlicet illi9 cui linea penetrās ponit ꝓpendiculariter inſiſtere cōtinēs angulū rectum cū ipſa linea penetrāte ex dione linee ꝓpēdiculāris ad ſupficiē:ſi igit alia cōis ſectio ipſi9 ſupficiei ſecātis ⁊ reliq3 duarū ſectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝓtineat angulū rectū erit ex vltima petitione ꝑmi vt ille due cōes ſectiōes i alterutrā ꝑtē protracte neceſſario ꝓcurrāt quare ⁊ ſupficies que poſite ſūt equidiſtantes neceſſario ꝓcurrēt.⁊ qz hoc ē ipoſſibile erit ille angul9 rect9 eodēq3 modo erit de qualibz alia ſupficie eaſdē ſupficies eqdiſtātes ſecāte ſup eandē lineā: igit ex ārta b9 ⁊ ex iſta.14. conſtat verū cē qđ dixim9.

## Propoſitio .15

Si fuerint due linee ſe continentes angulariter equidiſtantes alijs duabus ſe contingentibus non autem in ſuperficie vna ab eiſdem lineis contente due ſuperficies in nulla parte quantūcunq3 producantur poſſunt concurrere.

¶Sint due linee.a.b.⁊.a.c.ſe angulariter contingentes in puncto.a. equidiſtantes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.ſe angulariter contingentibus in puncto.d. ⁊ nō ſint in ſuperficie vna: dico eaꝝ ſuperficies i quācūqꝫ ptē ⁊ quātūcūqꝫ protrahant̄ nunqꝫ concurrere: protrabatur ⁊ eni a puncto.d. ꝑput docet.5.huius perpendicularis ad ſuperficiē duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.a.c.ſitqꝫ.d.g.⁊ a puncto.g.ducatur.g.b.equidiſtās.a.b.⁊.g.k.equidiſtans.a.c.eritqꝫ ex diffinitione vteꝝ duoꝝ angulorum.d.g.b.d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidiſtans linee.g.k.⁊ linee.d.e.equidiſtans linee.g.b.quare ꝑ vltimā ptem.29.primi vteꝝ duoꝝ angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoqꝫ per quartā huius linea.d.g.erit ꝑpendicularis ad ſupficiem duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.d.f.cunqꝫ ipſa eadem ſit etiā ex ypotheſi perpendicularis ad ſuperficiē duarum linearum.a.b.⁊.a.c.igitur ex premiſſa liquet quod ē ꝓpoſitum




## Propoſitio .16.

Si duas ſuperficies equidiſtantes vna ſuperficies ſecet cōmunes eaꝝ ſectiones equidiſtantes erunt.

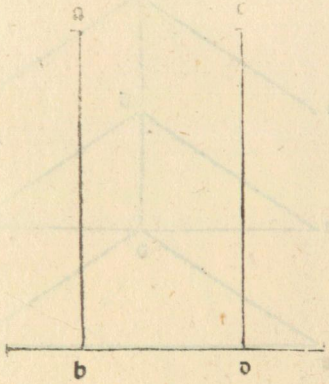
¶Conſtat equidem ex tertia qꝫ vna ſuperficie quaſcūqꝫ duas ſuperficies equidiſtantes ſecante cōmunes earum ſectiones erunt due linee recte: que cū ſint ambe ſite in ſuperficie ſecante. ſi ipſe nō fuerit equidiſtantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere: erit itaqꝫ vt vn⁹ atqꝫ idē punctus ſit in vtraqꝫ illaꝝ duaꝝ ſectionū cōmunium cunqꝫ vna illaꝝ communiū ſectionū ſit in vna duaꝝ ſupficieꝝ ſectaꝝ ⁊ reliqua in altera. ſequit̄ ſupficies illas que poſite ſunt eſſe equidiſtantes concurrere: hoc autem impoſſibile eſt. Ergo igitur cōes earum ſectiones equidiſtantes quod eſt propoſitū. ¶Ex hac ⁊ premiſſa potes elicere concluſionē vnā ſimilem.30.primi videlicet iſtam. Si fuerint due ſuperficies vni equidiſtantes ipſe quoqꝫ erunt adinuicē equidiſtantes. Poſitis eni tribus ſuperficiebus quarum vtraqꝫ duaꝝ extremarū equidiſtet medie dico qꝫ neceſſe eſt ipſas extremas equidiſtare adinuicem. ſecentur omnes illi tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoqꝫ inuicem ſecantibus: erūtqꝫ ex hac.16.cōmunes ſectiones duaꝝ extremaꝝ ſuperficieꝝ equidiſtantes ſectionibus medie: quare ex.30 primi ipſi etiā ſectiones duaꝝ extremaꝝ ſuperficieꝝ erant equidiſtantes adinuicē. Et quia ipſe contingunt ſe in cōmuni ſectione duaꝝ ſuperficieꝝ tres poſitas ſuperficies ſecantium ex premiſſa euidenter conſtat quod diximus.

## Propoſitio .17.

Si ſuperficies tres vel plures equidiſtantes duas rectas lineas ſeinuicem contingentes vel equidiſtantes ſecēt illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

¶Intelligant̄ eni due recte linee penetrantes qualitercūqꝫ cōtigerit tres ſuperficies equidiſtantes aut etiā plures tribus. dico itaqꝫ duas portiones illaꝝ linearum inter quaſlibet duas lineas ſupficies interceptas proportionales eſſe quibuſque duabus inter alias duas ex illis equidiſtantibus ſupficiebus interceptis. Coniungant̄ enim due extremitates illaꝝ duaꝝ lineaꝝ recta inter eas linea vna diagonalit̄: eritqꝫ hoc diagonalis cū vtraqꝫ illarū duaꝝ lineaꝝ penetrātiū ſupficies ꝓpoſitas in ſupficie vna illas equidiſtantes ſupficies poſitas ſecāte. ſi ergo baꝝ ſupficieꝝ cōes ſectiōes q̄ ꝑ premiſſā erūt equidiſtātes cogitatōe protraxeris ex prima parte ſecunde ſexti conſtabit propoſitum.

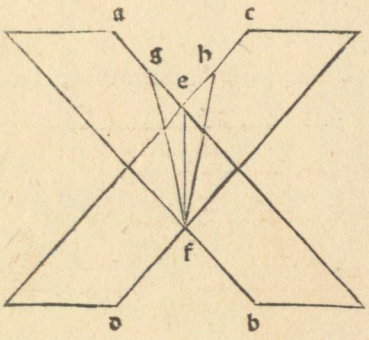
## Propoſitio .18.




SI in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea oīs superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enī linea.a.b.erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē ⁊ a linea.a.b.ꝓducat̄ superficies quorsū libuerit: quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmunis sectio linea recta ex.3.huius. sitq3.b.d.in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit.d.extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea.a.b.linea quedā ꝑpendicularis ad lineā.b.d. que sit d.c.eritq3 ex secunda ꝑte.28.primi linea.c.d. equidistans: linee. a.b. ideoq3 ex.8. huius linea.c.d.est etiā perpendicularis ad superficiē propositā: quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b. d.ad ipsam lineam.b.d.in ipsa superficie que producta est a linea.a.b.est perpendicularis ad propositā superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiē orthogonaliter erecte: cōstat verꝫ esse qd̄ propositū est.

## Propositio .19.




SI due superficies se inuicē secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

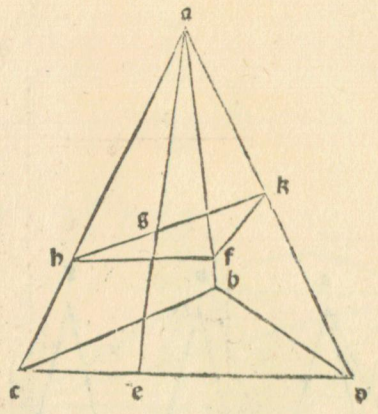
¶ Sint due superficies.a.b.⁊.c.d.seinuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficiez: sitq3 cōmunis earꝫ sectio linea recta.e.f.hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem. alioquin a puncto f.qui est cōis termin⁹ sectionū duaꝫ superficieꝫ secantiū: ⁊ tertie supficiei secte ꝓducat̄ vna linea recta que sit.f.g.in superficie.a.b.perpēdicularis ad supficiē assignatā. itēq3ab eodē pūcto ducat̄ alia perpendicularis ad eandē supficiē que sita sit in superficie.c.d.⁊ ipsa sit.f.h.eruntq3 due linee.f.g.⁊.f.h.orthogonaliter insistentes super punctū vnū ad supficiē assignatā: hoc aūt impossibile per. 13.huius Tales aūt lineas posse ꝓtrahi a puncto.f.in vtraq3 duaꝫ superficieꝫ.a .b.⁊. c.d. cū.e.f.nō fuerit perpēdicularis ad assignatā superficiē dubitare nō cōuenit. Intelligat̄ quidē linea.f.b.cōis sectio superficiei.a.b.⁊ supficiei assignate ⁊ linea.f.d.superficiei.c.d.⁊ supficiei assignate. Si igit̄ linea.e.f.fuerit ꝑpendicularis ad vtranq3 duaꝫ lineaꝫ.f.b.⁊.f.d.ipsa etiā erit perpendicularis ad supficiē assignatā ex q̄rta huius. si aūt ad neutrā sit.f.g.ꝑpendicularis ad.f.b.⁊.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ꝓtrahe in superficie assignata vnā lineā ꝑpendicularē ad lineā f.b.q̄ ex dīone supficiei sup aliā supficiē orthogonaliter erecte cū linea.f.g.ꝯtinebit angulū rectū: ꝑ quartā igit̄ hui⁹ erit linea.f.g.ꝑpendicularis ad superficiē assignatā Eodē quoq3 mō ꝓtracta alia linea a puncto.f.i supficie assignata q̄ sit perpendicularis ad lineā.f.d.sequet̄ ex dīone predicta ⁊ ex quarta hui⁹ lineā.f.h.eē ꝑpēdicularē ad supficiē assignatā qd̄ ē impossibile ꝑ.13.huius. Qd̄ si ꝯfiteare lineā.e.f. esse ꝑpendicularē ad lineā.f.b.sed nō ad lineā.f.d.sequet̄ modo consimili duas lineas.e.f.⁊.f.h.esse perpendiculares ad superficiem assignatam: qd̄ nihil minus ē impossibile.

## Propositio .20.

SI tres anguli supficiales solidū angulū ꝯtineāt illoꝫ triū angulorum quiq3 duo ꝑiter accepti reliquo sūt maiores.

¶ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte supra superficiem.b .c .d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

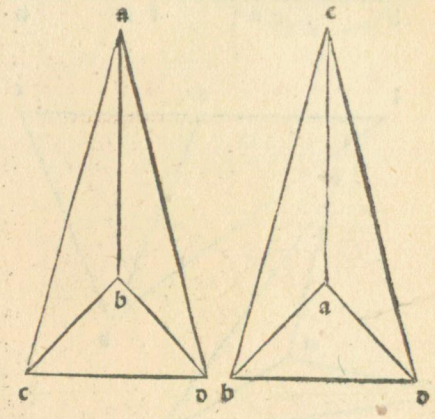
perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angu/lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maiores. Si enī hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les:aut si duo tantuz equales tertio exñte minore vtrolibet duoꝝ equaliuz:ꝯstat ꝑ cōem scientiā verum esse qd̄ dicitur. Qd̄ si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit siue illi duo ponant̄ equales siue non equales:adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duorū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ⁊ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores:sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulis.c.a.d. maior vtrolibet reliquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.e.a.d.equalem angulo. b.a.d. ꝓtracta linea.a.e.⁊ sumā ex hac linea.a.e.lineā.a.g.⁊ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas ponam esse equales ⁊ protraham lineam a puncto.g.qualitercūqz contingat in superficie duaꝝ linearuz.a.c.⁊.a.d.quousqz secet.a.c.in puncto.h.⁊.a.d. in puncto k.⁊ ipsa sit.h.g.k.⁊ producā lineas.f.h.⁊.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posita.a.k.cōmuni erit per quartaz primi.f.k.equalis.k.g.⁊ qꝛ ex.20.prime due linee h.f.⁊.f.k.sunt maiores linea.h.k.erit per cōceptionē.h.f.maior. h.g. ideoqz per 25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.h.maior angulo.h.a.g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.h.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē maiores angulo.h.a.k.qd̄ erat demonstrandū.

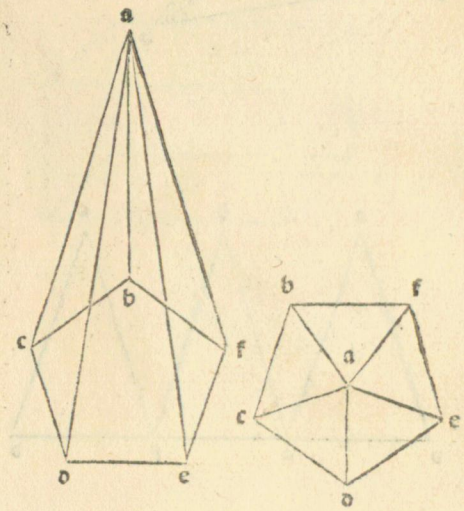



## Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex anguloꝝ superficialiū ipsū solidū continentium quantitate determinatur:hac ergo.21.proportiōaliter ꝓponit̄ quoqz quoslibet sup̄ficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores .Sit enī triangula piramis a.b.c.d.cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ anguloꝝ hic tñ sit.a.de quo dico ꝙ tres sup̄ficiales anguli ipsū.a.ꝯtinentes sint minores quatuor rectis. Constat enī ex.32.primi.9.angulos triū t̄anguloꝝ hanc piramidē circūstantium ⁊ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b .esse equales sex angulis rectis:de trib⁹ aūt angulis basis ei⁹ que ē triāgulus.b.c.d .cōstat quoqz ꝑ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis.cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictoꝝ hanc nostram piramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū:qui inq̄z sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos ꝓiramidis continent:sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis:sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex.nouē-igit̄ angulis trium trianguloꝝ piramidē circūdantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scia reliqui tres ⁊ ipsi sunt qui constituūt solidū angulū.a.miores.4.rectis.Si aūt angul⁹.a.sup̄mus i assūpta piramide plurib⁹ angulis sup̄ficialib⁹quā trib⁹ ꝯtineat̄ qd̄ erit ꝑm multitudinē angl̄oꝝ sue basis: cū igit̄ oēs anguli oim trianguloꝝ ipsā piramidē circūdātiū ꝑiter accepti sint ex.32 p̄mi tot rectis angulis eq̄les quāt⁹ē numer⁹angl̄oꝝ sue basis duplicat⁹:eo ꝙ tot necesse ē ēe triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Cūqz omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quant⁹ē numer⁹anguloꝝ suoꝝ duplicatus: demptis inde.4.ut in.32.p̄mi demonstratum est. Cunqz igitur omnes an/



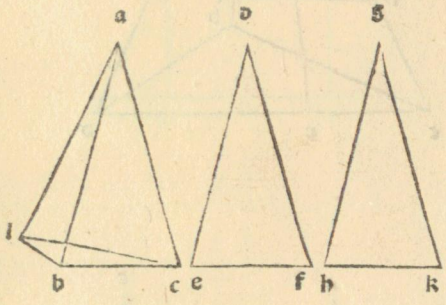



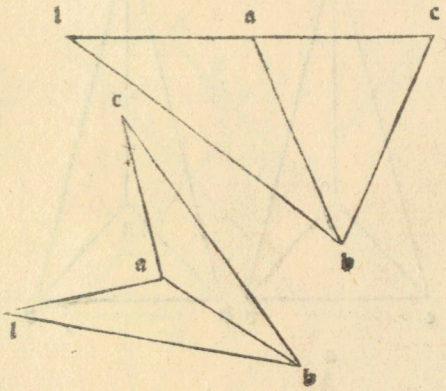
guli triangulox piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt cuidēter constat ex premissa totiēs quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario sequitur ex cōi scia supficiales angulos solidū angulū. a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquā minores quo oēs anguli trigonox piramidem circūdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

## Propositio .22.

SI tres anguli superficiales quox quinq; duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsax linex equalium terminis subtendēnbus triangulum subsistui vel constitui possibile est:

¶Sint tres supficiales anguli. b. a. c. e. d. f. b. g. k. vt ꝓponit̄: tales videlicet ut qui q; duo coruꝫ tertio sint maiores. sintq; sex latera eos continentia equalia que sint a. b. a. c. d. e. d. f. g. b. g. k. ꝛ subtēdant̄ eis tres bases que sint. b. c. e. f. b. k. Ex bis ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto enī angulus. b. a. l. equalis angulo. d. ꝛ linea. a. l. linee. d. e. ꝛ protrahantur. l. b. l. c. eritq; ex. 4. primi linea l. b. equalis linee. e. f. ex ypothesi vero ꝓstat totalem angulū. a. esse maiorem angulo. g. erant enī quiq; duo ex tribus angulis. b. a. c. d. ꝛ. g. tertio maiores igit̄ ex. 24 primi linea. l. c. linea. b. k. ē maior. cunq; sint ex. 20. primi due linee. l. b. ꝛ. b. c. maiores linea. l. c. sequitur duas lineas. l. b. ꝛ. b. c. esse multo fortius maiores linea. b. k. quia igitur. l. b. est equalis. c. f. erunt due linee. b. c. ꝛ. c. f. maiores linee. b. k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. b. k. esse longiores tertia: igit̄ ex. 22. primi constat verum esse qō dicitur: hoc dūtaxat addito q; si duo anguli. b. a. c. ꝛ. d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due linee l. a. ꝛ. a. c. ex. 14. primi linea vnaq; cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g b. ꝛ. g. k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. b. k. cunq; ex eadē linee due. l. b. ꝛ. b c. sint longiores linea. l. c. sequitur vt prius. b. c. ꝛ. c. f. piter acceptas eē longiores b. k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee. a. l. ꝛ. a. c. ideoq; ꝛ due. g. b. ꝛ. g. k. breuiores duab⁹ q̄ sūt. l. b. ꝛ. b. c. quare vt prius. b. c. ꝛ. e. f. pariter accepte sunt longiores linea. b. k.

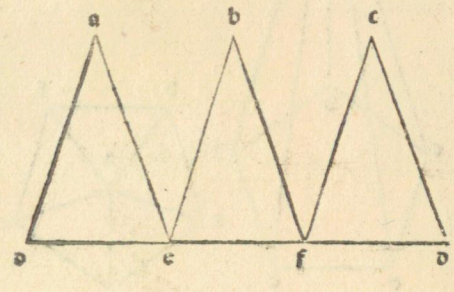


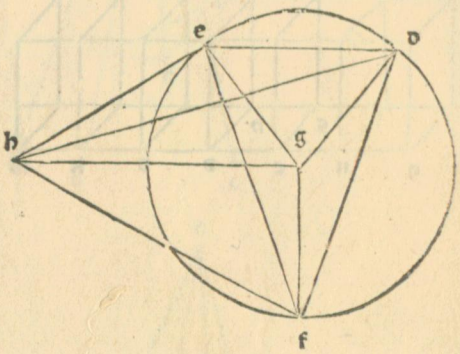

## Propositio .23.

TRibus angulis supficialibus propositis quox quiq; duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ quelescunq; sint solidum angulum constituere.

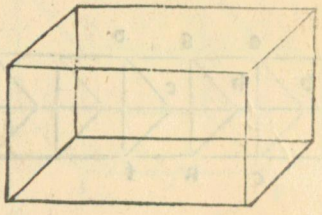
¶Sint ꝓpositi tres anguli supficiales qui sunt. a. b. c. de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igit̄ ex. 21. b⁹ vt quiq; duo eox pariter accepti tertio sint maiores ꝛ ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ꝛ ipse sint d. e. e. f. ꝛ. f. d. eritq; ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalib⁹ triāgulum constitui. Sit igit̄ ex eis cōstitut⁹ ꝟm doctrinā. 22. primi triangulus. d. e. f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribat̄ circulus. d. e. f. supra centrum. g. ꝛ ꝓtrahāt̄: g. d. g. e. g. f. que cū sint adiuicē cōles ex diōne circuli lateraq;



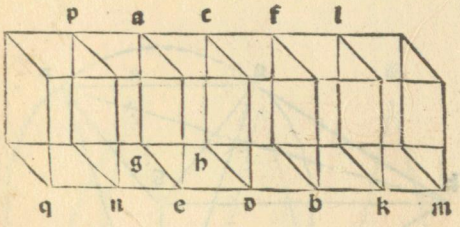
rres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aūt aut maiorē esse est impossibile Si enī linea exiens a centro.g.ad circūferētiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūq3 bi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p3 ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exentiū a centro ad circūferentiam in continuum ⁊ directū:essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qō est cōtra posita. Qō si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis dividentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq3 illi cū quo cōicat in basi itaq bases supponant basibus equales videlicet equalibus ⁊ anguli.a.b.c.cadant ad ptem puncti. g. sequeret ex.21.p̄mi tres āgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. cēnt itaq3 maiores q̄tuor rectis qō ē ampli⁹ ꝓtrariū positis Relinquit itaq3 vnū/quodq3 ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ābientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circūferentiā.d.e.f.ideoq3 etiā potentius.Sit igitur potentius ī linea.g. b.que sit scōm. 12.b⁹ orthogonaliter erecta sup superficiē anguli vel circuli d.e.f.demittāturq3 tres ypothemise.b.d.b.e.b.f.quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto.b cū eni quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.⁊. g.b.ex ypothesi Ät quadratū linee .d.b.sit equale eisdē ex penultima primi necesse est linea.a.d.esse equalem linee.d.b eodēq3 modo ⁊ linea.a.e.linee.e.b.igit̄ ex.8.p̄mi cū bases etiā sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.b.e .silr quoq3 nō erit angulus.b.equalis angulo.e.b.f.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.b.d. quare cōstat factū eē quod facere diſposuimus. Propositio .24.



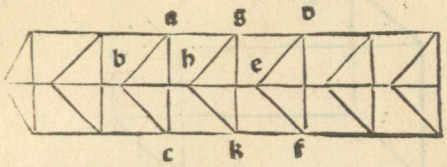

SI superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius opposite supficies sibi invicē equales sunt ⁊ equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicut eē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat eni columnā exagonā posse. 8.superficiebus que binē bine opposite sibi invicem equidistant contineri:sic quoq3 octogonā. 10.⁊ decagonam. 12.⁊ ad istaꝝ similitudinē in infinitū.sz horꝝ omniū solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solū illud dicit̄ paralellogrammū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt ⁊ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq3 qō sex tm̄ supficiebus ambit̄ dico debere itelligi ꝙ hec.24.ꝓponit:sic igit̄ tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas:patebitq3 tibi vnāquāq3 earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis ⁊ quatuor sectaꝝ.Sint autē ille quatuor secte bine ⁊ bine fm ꝙ adinuicem opponunt̄ equidistantes ex ypothesi:sequit̄ ex.16.bis assumpta ut quatuor latera bui⁹ supficiei secantis ⁊ quatuor sectaꝝ sint adinuicē bina ⁊ bina equidistātia. Cō stat itaq3 scōm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera opposita istaꝝ sex superficieꝝ eē equalia:erūt igit̄ bina latera angulū planū cōtinētia cuiusq3 eaꝝ equalia binis lateribus angulū planū in supficie sibi opposita ꝓtinentib⁹.anguli quoq3 ab illis binis ⁊ binis lateribus ꝓtenti equales p.10.b⁹: igit̄ ex quer[illegible]a penultime cōis



scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido.a.b.oppo/
sitas esse sibi inuicē equales qd̄ est propositū. Propositio .25.

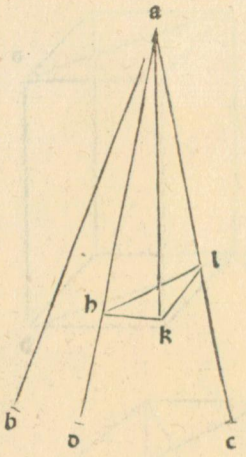


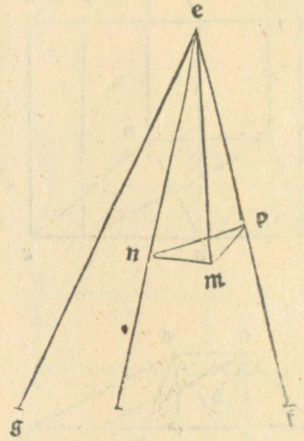

SI superficies quedā secet solidū paralellogramū eq̄distā/
ter duabus ipsius solidi supficiebus oppositis duo partia
lia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cō/
munē terminū copulant̄ suis basibus sunt proportionalia
¶Sit corpus.a.b.solidū palellogramū ⁊ secet ipsum supficies.c.d.
equidistanter duabus eius oppositis supficiebus que sunt.a.e.⁊.f.b.⁊ sit supficies
g.b.basis ipsius solidi.a.b.de qua constat per premissā ꝙ ipsa sit equidistantium
lateꝝ ⁊ sit cōis sectio duaꝝ supficieꝝ.c.d.⁊.g.b.linea.h.d.de qua constat p.3.hu/
ius ꝙ ipsa sit linea recta ⁊ p.16.huius ꝙ ipsa sit equidistans.g.e. ideoq; sunt due
superficies.g.d.⁊.h.b.equidistantiū lateꝝ ⁊ ipse sunt bases duoꝝ ptialiū corpoꝝ
in que supficies.c.d.diuidit solidum.a.b. dico itaq; ꝙ ꝓportio solidi.a.d.ad soli
dū.b.c.ē sicut basis.g.d.ad basim.h.b.protrahant̄ eni vtrinq; quātū libuerit.qua
tuor linee penetrantes supficiē.c.d. sup eius angulos ⁊ ipse sunt.a.f.⁊.e.b.cū dua
bus reliquis sibi equidistantibus. Sumant̄q; ex eis omnib⁹ portiones ex pte pun
cti.b.quot libuerit que ponant̄ singule eq̄les linee.b.d. ⁊ ex parte puncti.e.alie sil'r
quot libuerit que ponant̄ equales linee.e.d.sup quas vtrinq; ꝯstituāt̄ solida palel
lograma scd̄m suaꝝ longitudinē exigentiū.Sintq; ex p te puncti.b.solida.f.k.⁊.l.
m.⁊ ex pte puncti. e.solida. a.n.⁊.q. a.critq; ex dione corpoꝝ equaliū atq; simi/
liū vnūqd̄q; solidoꝝ.f.k.⁊.l.m.equale solido.e.b. ⁊ vnūqd̄q;.a.n.⁊.p.q. ē equale
a.d.fiat igit̄ argumētū quēadmodū i prima sexti ē eni solidū.c.m.ita multiplex so
lidi.b.c.sic basis.h.m.basis.h.b.⁊ solidū.q.c.ita mltiplex solidi.a.d.sic basis.q.h
basis.g.d.⁊ si basis.h.m.ē eq̄lis basi.q.h.solidū.e.m.est eq̄le solido.q.c.ex dione
corpoꝝ equaliū atq; similiū ⁊ si basis ē minor basi ⁊ solidū ē min⁹ solido ⁊ si maior
mai⁹ qd̄ pz ex dione eadē resecata maiori basi ad eq̄litatē minoris ⁊ descripto sup
eam solido palellogramo.itaq; ex dione icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio solidi
a.d.ad solidū.c.b.sicut basis.g.d.ad basim.h.b.qd̄ est ꝓpositū. Qd̄ si superficies
aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus supficiebus
oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōem termi
num copulant̄ suis basib⁹ erūt proportionalia. ¶Sit eni.a.f.corpus seratile cuius
sint due trigone supficies.a.b.c.d.e.f.Cōstat igit̄ ex dione secratilis vnāquāq; tri
um supficieꝝ que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.eē paralellogramū: secet igit̄ supfi/
cies.g.h.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis supficiebus q̄ sunt
a.b.c.d.e.f.dico ꝙ ꝓportio seratilis.a.k.ad seratile.g.f.ē sicut basis.a. k.ad ba/
sim.g.f.qd̄ sicut de solidis palellogramis ꝓbat̄ ꝓtractis eni in vtrāq; ptē lineis.a
d.b.e.c.f.factisq; inter eas ex pte puncti.e.seratilibus equalibus seratili. g.f. ⁊ ex
pte puncti.b.alijs equalibus seratile.a.k.vtrinq; quouis numero ex dione incon
tinue ꝓportionalitatis.si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile cōclude/
re quod diximus. Propositio .26.




SUper datum punctū date linee angulo solido proposito
equalē angulū solidū constituere. ¶Solidus angulus
propositus sit.a.qui cōtineat̄ tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres super/
ficiales angulos ipsū solidū pficientes cōtinentib⁹ cui sup punctū.e.
linee.e.f.ꝓposite que ad libitū ꝓponentis iaceat:aut in sublimi cōsurgat iubemur

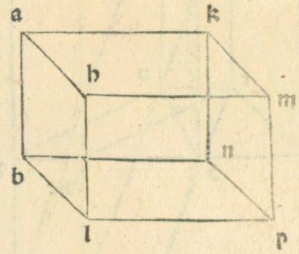
equalē angulum solidū cōstituere qualiscūqz sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūqz volueris signato: ꝓducito lineā.g.e.eruntqz ex scd̄a h⁹ due linee.e.f.⁊.g.e.i supfi/cie vna.in hac itaqz superficie super punctū.e.datū in assignata linea scd̄m ꝯsiliuz 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.⁊ ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.h.sicut volueris ⁊ a puncto.h. producito perpendicularem h.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.qd̄ qualiter faciendum sit.11.huius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝑpendicularis h.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ lineā.a.k.positoqz puncto.l.in linea.a.b.vbicūqz volueris ꝓtrahe lineas.k.l.⁊.l.h.⁊ pone angulū.f.e.m.in supficie lineaꝝ.e.f.⁊.e.g. equalē angulo.b.a.k.⁊ lineā.e.m.equalē linee.a.k.⁊ ex linea.e.f. sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.⁊ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.⁊.e.g.⁊ pone eā equalē.h.k.⁊ protrahe lineas.e.n.n.p.⁊.p.m. dico igit̄ tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu/lo.a.proposito: cū sint eni ex ypothesi duo latera.a.k.⁊.k.h.triāguli.a.k.h.equalia duobus lateribus.e.m.⁊.m.n.trianguli.e.m.n.⁊ anguli qui sunt ad.k.⁊ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta p̄/mi due linee.a.h.⁊.e.n.equales:per eandē quoqz erunt due linee.k.l.⁊.m.p.equales.ideoqz etiā ꝑ eandē.h.l.⁊.n.p.equales:cum sint.h.k.⁊.k.l.equāles.m.n.⁊.m p.⁊ anguli.h.k.l.⁊.m.n.p.recti ꝑ.s.igit̄ primi erit angnlus.n.e.p. equalis angu/lo.h.a.l.Simili quoqz modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.constat itaqz nos effecisse qd̄ volumus:huic si studiosus institeris quotcūqz lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineat̄ qd̄ a te petit̄ sine offēdiculo perficere poteris

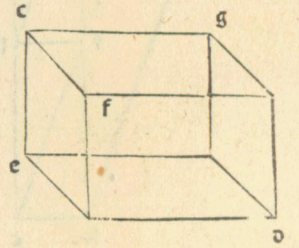



## Propositio .27.

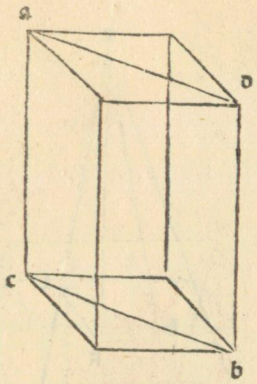
Super assignatā lineam dato solido equidistantium supficierum simile solidum constituere. ¶ Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curet̄:sitqz assignatū ꝑalellogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a.b.iubemur simile solidū fabricare. Sint igit̄ tres linee ꝯtinentes superficiales angulos ex quibus ponit̄ solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g. At scd̄m p̄/cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituat̄ angulus solidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.h.a.k.⁊ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.⁊.e.f.ad a.h.⁊.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : dehinc a trib⁹ punctis.b.h.k.ꝓtrahant̄ sex linee h.l.equidistans linee.a.b.⁊.h.m.equidistans linee.a.k.iteꝝ.b.l.equidistās linee a.h.⁊.b.n.equidistans linee.a.k.rursus quoqz.k.n.equidistans.a.b.⁊.k.m. equidistans.a.h.amplius aūt ꝓtrahant̄.m.p.equidistans.h.l.⁊.p.l.equidistans.h.m ꝓtrahat̄ quoqz ⁊ linea.p.n .eritqz cōpletū solidū ꝑalellogramū.a.p. quod dico eē simile solido.c.d.hoc aūt ex dīone sil̄ium supficieꝝ ⁊ dīone sil̄ium corpoꝝ si earum memineris facile cōcludes.

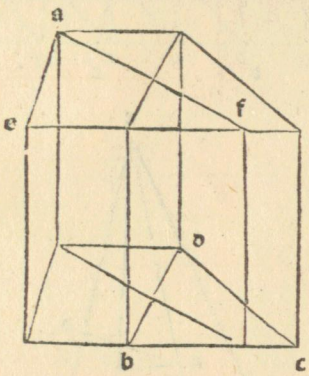


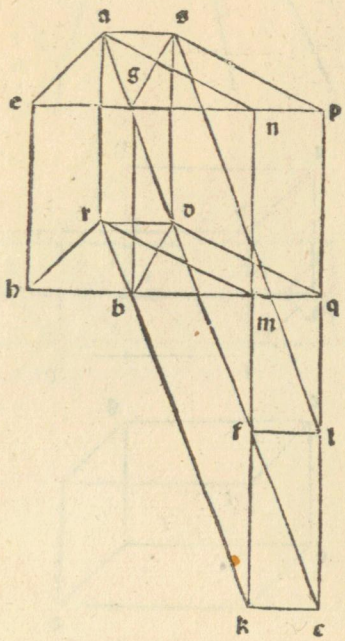




## Propositio .28.

Si supficies aliqua solidū ꝑalellogramū sup duas quaslibz oppositas supficies eius terminales ⁊ sup eaꝝ duas diametros secet eādē supficiē corp⁹ illud ꝑ equalia secare necesse est. ¶ Sit corpus.a.b.solidū ꝑalellogramū de quo sit positum ꝙ supficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝝ superficierū oppositaꝝ ipsū solidū terminātiū q̄ sint .a. d.⁊.c.b .dico ꝙ ipsa diuidit istud solidū




ꝓpositū per eq̄ualia. cōstat eni ꝙ ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ sup ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicē relatas scdm ꝙ ipse sunt opposita la/ tera solidi ꝓpositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur positū sit esse palellogramū: ex eadē quoq; ⁊. 41. primi cōstat trilateras supficies di ctoꝝ seratiliū esse equales: igit̄ a dione solidoꝝ equaliū liquet quod propositum est

## Propositio .29.

Cuncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atq; i eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia.

¶ Neꝝ ē ꝙ solida equidistantiū lateꝝ eque alta siue iter supficies eq̄ distantes super vnā ⁊ eādē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/ cut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vnā basim ⁊ inter line as equidistantes ꝯstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoꝝ que dā dicunt̄ constitui super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo op/ posita latera sunt: ꝑm rectitudinē ꝓtracta linea vna: ⁊ de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinuicem. sunt aūt eoꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficieꝝ duo latera oppo sita quecūq; sumant̄ ꝑm rectitudinē ꝓtracta nō sunt linea vna ⁊ de talib⁹ sequens demonstrandū ꝓponet ipsa quoq; oia eē adinuicē equalia. Sint itaq; duo solida palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes. a. b. ⁊. a. c. cōstituta sup vnā basim que sit. a. d. quoꝝ suppreme supficies sint. e. b. ⁊. f. c. Sintq; haꝝ supp̄/ maꝝ supficieꝝ duo latera opposita cū scdm rectitudinē ꝓtrahant̄ linea vna ⁊ ipsa sunt. e. f. ⁊. b. c. dico itaq; ꝙ solida. a. b. ⁊. a. c. sunt equalia: hoc aūt si figurā ci⁹ ꝑm ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quēadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus qd̄ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/ runtq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

## Propositio .30.

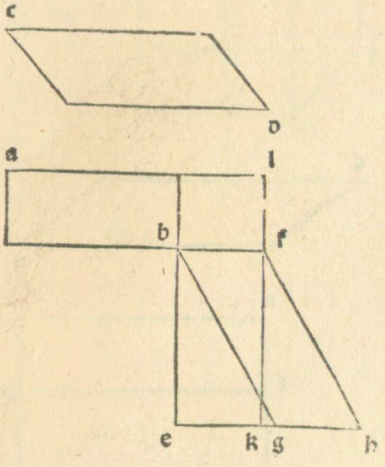
Cuncta solida equidistantiū supficieꝝ eque alta que ī eadē basi nō aūt sup lineā vnā fuerint ꝯstituta ꝓbant̄ esse eq̄lia.

¶ Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq̄ distantes sintq; sup vnā ⁊ eādē basim sed nō sup lineā vnā ꝯstituta: dico iteꝝ ea eē equalia. Esto eni duo solida palellograma. a. b. ⁊. a. c. eque alta siue inter supficies equidistātes ꝯstituta sup vnā basim que sit. a. d. s; nō super vnā lineā: sintq; eoꝝ suppreme supficies. e. b. ⁊. f. c. quaꝝ opposita latera ꝑm rectitudinē ꝓtracta nō erūt linea vna. cūq; ipsa ex ypothesi sint ī vna superficie eo ꝙ solida proposita sunt inter superficies equidistnates: necesse ē vt duo latera vni us earum ꝓtracta scdm rectitudinē secēt duo alterius eaꝝ ꝓtracta scdm rectitudi/ nē: protrahāt̄ itaq; duo opposita latera superficiei. e. b. que sint. e. g. ⁊. h. b. ⁊ duo opposita superficiei. f. c. que sint. k. f. ⁊. c. l. ⁊ secent se sup quatuor pūcta. m. n. p. q eritq; superficies. m. n. p. q. equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiq; triū superficierū. quaꝝ vna ē basis ꝓpositis solidis cōis ⁊ ipsa ē. a. d. ⁊ due relique sūt suppreme su/ perficies eorundē solidoꝝ ⁊ ipse sunt. e. b. ⁊. c. f. ductis itaq; lineis a quatuor pun/ ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scdm directā habitudinē relatos/ q̄ sit. n. a. m. r. p. s. q. d. perfectū erit solidū paralellogramū. a. q. ī eadē basi cū vtro q; duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altū ⁊ sup lineā vnā cū vtroq; ipsoꝝ: per premissaꝫ igit̄ vtrū/ libꝫ duoꝝ solidoꝝ ꝓpositoꝝ que sūt. a. b. ⁊. a. c. ē equale solido. a. q. p ꝯceptionem

ergo est solidū.a.b.eq̄le solido.a.c.q̄re constat ꝓpositū. ¶Potes quoq; ꝓuersas huius ꝛ premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile:ponas enī quelibet duo solida ꝓalellograma cē eq̄lia ꝛ ꝓstituta super eandē basim equidistātia ꝛ demōstrabis ea cē eque alta.Ē rūtq; hec ꝛ premissa tue demōstrationis mediū:impossibile aūt ad quod duces erit:partē suo toti esse equalē:qđ euidenter patebit si de illo solido qđ altius cē mentit aduersarius cū tū ambo posita sint equalia ꝛ sup eandē basim cōstituta vnū solidū paralellogramū eque altū demissioni absciderit: hoc autē abscisum equale esse demissioni cōuinces ex hac ꝛ premissa.ideoq; ꝛ toti illi a quo ipsum absciderit ex cōi scia. ¶Propositio .31

Solida equidistantiū superficiē in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶Et hoc quoq; vez̄ ē ꝙ oia solida paralellograma in equis basib⁹ atq; inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiū laterū super equales bases ꝛ inter lineas equidistātes constitutis in.36.primi probatū ē. At taliū solidoz̄ alia sūt quoz̄ angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de quib⁹ hec.31.ꝓponit demōstrandū esse ea cē equalia.Alia vero sunt quoz̄ angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte:de quibus sequēs demōstrādū proponit ea cē equalia:intelligant itaq; super duas bases.a.b.ꝛ.c.d.que sint equales ꝛ equidistantiū latez̄ nō tū vnius creationis.sed sit.a.b.tetragonus longus.ꝛ.c.d. simile helmuaym duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos ꝓpositaz̄ basiū ꝓpendiculares ad ipsas.dico hec duo solida ad inuicē esse equalia protrahant itaq; duo latera basis.a.b.ꝛ sint illa que cōtinēt angulum.b.vsq; ad.f.ꝛ.e.ꝛ fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. ꝛ sumāt due linee.b.f.ꝛ.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cōtinent angulū.c.ꝛ perficiat superficies equidistantium laterum.b.b.que erit equalis ꝛ silis basi. c.d. debinc ꝓtrahat.b.e.equidistans.b.f.ꝛ.f.k.equidistans. b.e. eritq; quadrilatera superficies.b.k.equidistantiū laterū equalis.b.b.ex.35.primi:cūq;.b.b.sit equalis.c.d.erit per cōceptionē.b.k.equalis.a.b.Cōpleat itaq; superficies equidistantium laterum.b.l.protracta linea.k.f.quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus continentibus angulū.a.in puncto.l.age ergo super tres superficies equidistantiū laterum que sunt.b.b.b.k.b.l.cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim a.b.sintq; linee omniū solidoz̄ istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas ꝛ appellentur bases ꝛ solida super eas cōstituta eisdē nominibus .manifestum est ergo ex diffinitione solidoz̄ equalium atq; similium ꝙ duo solida.b.b .ꝛ.c.d. equalia atq; similia sunt:de solidis aūt.b.b.ꝛ.b.k.constat ex.29.ꝙ ipsa sūt equalia:sunt enī eque alta ꝛ cōstituta super vnā ꝛ eandē basim ꝛ ipsa ē superficies erecta super lineā.b.f.ꝛ super lineā vnā:ē aūt p.25.proportio solidi.a.b.ad solidum b.l.sicut basis.a.b.ad basim.b.l.ꝛ per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l.cunq; sit vtriusq; duarum basium.a b.ꝛ.b.k.ad basim.b.l. vna proportio:ex prima parte.7.quinti erit vtriusq; duoz̄ solidorum.a.b.ꝛ.b.k: ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida.a.b.ꝛ.b.k.equalia: at quia solidū.b.k.est equale solido.b.b.solidūq;.b.b.solido.c.d.sequit ex cōi scia solidum.a.b.cē eq̄le solido.c.d.quod est propositum.



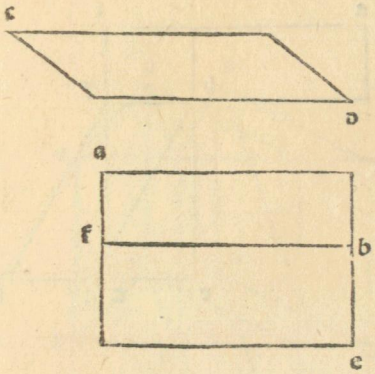
## Propositio .32.

Si solida equidistantiũ superficiex in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autẽ angulares supra bases orthogonaliter nõ steterint:ipsa eẽ equalia necesse est.

¶Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̃ sint equidistantiũ terminox ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter nõ aũt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremax superficiex ipsox ad bases suas perpẽdiculares ducantur q̃ ex 6.erũt singulares equidistantes ⁊ etiã ex ypothesi singule singulis equales ipse enĩ solidox ꝓpositox altitudinẽ diffiniunt:⁊ si inter eas solida equidistantiũ laterum pficiant constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicẽ equalia:Cumq3 duox priox ⁊ duox posteriox sint eedem bases videlicet eox superficies suppreme: constat ex.29.vel.30.et hac cõmuni scientia:quecũq3 equalibus sũt equalia sibi inuicẽ sunt equalia vex esse qõ ꝓpositũ est.Ex his potes cõuersas huius ⁊ premisse eisdẽ mediantib⁹ indirecte demõstrare si libet codẽ mõ ⁊ ad idẽ icõueniẽs sicut in cõuersis duax istas antecedentiũ deducẽdo:pones enĩ duo solida paralelograma eẽ equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cõuinces ea esse eque alta vel pones ea eẽ eque alta ⁊ eq̃lia ⁊ cõuinces ea eẽ sup bases eq̃les.

## Propositio .33.

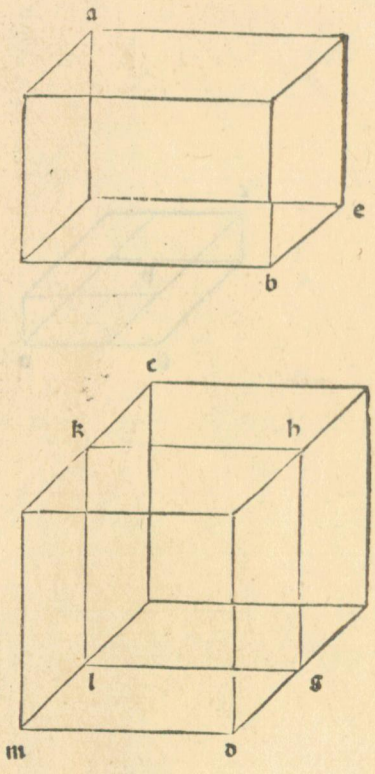
Omnia solida equidistãtiũ superficiex eque alta suis basibus sunt proportionalia.¶Sint duo solida equidistãtiũ superficiex eque alta cõstituta super duas bases.a.b.⁊.c.d.dico q ꝓportio illox duox solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarũ basium que sũt.a.b.⁊.c.d.vni⁹ ad alterã.Cõstat quidẽ ex.24.vtrãq3 bax duarũ basiũ esse equidistantiũ laterũ:duo igitur latera opposita ⁊ equidistãtia in superficie.a.b.ꝓtrahant ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiũ lateruz que sit.f.e.equalis.c.d.deinc supra supficiem.f.e.cõpleatur solidum palellogrammum eque altũ ei qõ cõstitutũ est sup basim.a.b.sitq3 amboz cõis terminus illa supficies que exurgit sup lineã.b.f.hec aũt solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent nominibus.q⁹ igit basis.f.e.ẽ equalis basi.c.d.erit ex.31.vel.32.solidũ.f.e.equale solido.c d.At q⁹ totale solidũ.a.e.secat superficies exurgens super lineã. b.f. equidistanter duobus lateribus oppositis:erit ex.25.ꝓportio solidi.f.e.ad solidũ.a.b. sicut basis.f.e.ad basim.a.b.cumq3 sint.c.d.⁊.f.e.tam bases q̃3 solida equalia:bases quidẽ ex ypothesi:solida autẽ ex.31.vel.32.Sequitur ex.7.quinti bis assumpta semel ꝑ basibus ⁊ semel ꝑ solidis q solidox .a.b.⁊.c.d.basiumq3.a.b.⁊.c. d.sit ꝓportio vna qõ demõstrare volumus: huius quoq3 conuersam eadẽ ipsa mediãte demõstrare quẽadmodũ conuersas precedentiũ nõ ẽ difficile.ponces enĩ duo solida parallelogramma eẽ suis basibus ꝓportionalia ⁊ cuinces ea eẽ eque alta abscisoq3 ab eo qõ alti⁹ mẽtiet aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissioni erũt abscisũ ⁊ demissi⁹ suis basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi ⁊ ex hac.33.cũq3 etiã cẽt tota le alti⁹ a quo ptiale abscidisti ⁊ ipsũ demissi⁹ eisdẽ basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi sequit ex ꝑma pte.9.quinti totale qõ aduersari⁹ dicit alti⁹ ⁊ ptiale qõ ab eo abscidisti esse equalia:




## Propositio .34.

Si duo solida equdistantiũ superficiex lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorũq3 bases eorũdẽ altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint

duc baſes ſuis altitudinib⁹ mutue ipſa ſolida ſibi inuicē equalia eſſe ne ceſſe eſt. ¶ Quocunq; ſint duo ſolida equidiſtantiū ſuperficiey equalia coy baſes ⁊ altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias ⁊ econuerſo quēadmodū de ſuperficie/bus equidiſtantiū latey equiangulis. 13. ſexti ꝓpoſuit. Attamē hac. 34. iſtud demō ſtrandū proponitur de illis ſolidis palellogramis in quibus linee altitudinum ſuis baſib⁹ palellogramis orthogonaliter inſiſtūt. ea vero que ſequiť ꝓponit idē de ce/teris. Sint ergo nūc duo ſolida palellograma. a.b.⁊. c.d. equalia quoy baſes ſint a.e.⁊.c.f. linceq; altitudinū ipſoy ſint ſuper bas baſes orthogonaliter erecte ⁊ ſit altitudo ſolidi. a.b. linea. c.b.⁊ ſolidi. c.d. linea. f.d. ſi igitur fuerint duc lince. e.b. ⁊.f.d. determinantes ipſoy ſolidoy altitudines equales adinuicē: cum ipſa quoq; ſolida ſint ex ypotheſi equalia. erunt ex cōuerſa. 31. baſes eoy que ſunt. a.e.⁊.c.f. eq̄ les. ideoq; baſes ⁊ altitudines erunt mutue: ſicq; cōſtabit ꝓpoſiti prima ps. ⁊ ecō/uerſo cōſtabit ſecūa vt ſi altitudines ⁊ baſes ſint mutue: ponanť altitudines equa/les erūt quoq; baſes equales. ideoq; p. 31. ⁊ ſolida equalia ⁊ ſic cōſtat ſecunda ps. At vero ſi linee. c.b.⁊.f.d. nō fuerint equales ſit. f.d. maior ⁊ ex ea reſeceť. f.g. ad equalitatē. c.b. tribuſq; ceteris lineis que ſunt altitudims ſolidi. c.d. ad eādē men/ſurā in punctis. b.k.l. reſecatis perficiať ſolidū palellogramū. c.g. eque altū ſolido a.b. eritq; ex premiſſa. a.b. ad. c.g. ſicut. a.e. ad. c.f. cū itaq;. c.d. ſit equale. a.b erit ex prima pte. 7. quinti. c.d. ad. c.g. ſicut. a.e. ad. c.f. p premiſſā aūt ē ꝓportio. c.d. ad. c.g. ſicut. m.f. ad. f.l. qō pz ſi vna ex lateralib⁹ ſupficieb⁹ ſolidi. c.d. ⁊ ipſa ſit. f. m. intelligať baſis ipſi⁹. at per primā ſexti. f.m. ad. f.l. ſicut. d.f. ad. f.g. ideoq; per 7. quinti. ſicut. d.f. ad. b.e. igiť. a.c. ad. c.f. ſicut. d.f. ad. b.e. cōſtat itaq; prima ps. Scōam ptē cū ſit cōuerſa prime cōuerſo mō ꝓbabis: ſit eni eadē diſpoſitione ma/nente ꝓportio. a.e. ad. c.f. ſicut. d.f. ad. e.b. dico tunc ſolida. a.b.⁊. c.d. cē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d.f. ad. f.g. ſicut. a.e. ad. c.f. ſed ex p̄miſſa ē. a.b. ad. c.g. ſicut a.e. ad. c.f. igiť ē a.b. ad. c.g. ſicut. d.f. ad. f.g. ex prima aūt ſexti ē. d.f. ad. f.g. ſicut m.f. ad. f.l. ⁊ ex p̄miſſa. c.d. ad. c.g. ſicut. m.f. ad. f.l. itaq;. c.d. ad. c.g. ſicut. a.b. ad. c.g. igiť ex. 9. 5. a.b.⁊. c.d. ſūt cēlia: qō ē propoſitū.

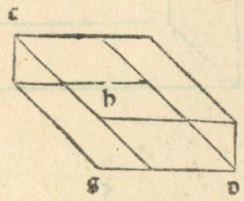


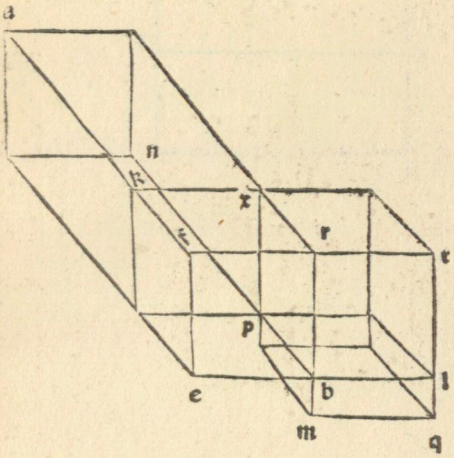

## Propoſitio .35.

SI duo ſolida equidiſtantiū terminoy fuerint equalia eoy baſes eorūdē altitudinibus crūt mutue Si vero baſes ſue altitudinibus ſuis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/diſtantium ſuperficierum probātur eſſe equalia.

¶ Qō premiſſa ꝓpoſuit de ſolidis palellogramis quoy linee altitu/dinū ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indiſtincte de om nibus: demōſtrare aūt cōuenit hāc ex premiſſa quēadmodū demonſtrauim⁹. 32. ⁊ 33. Fabricatis eni duobus ſolidis equidiſtantiū laterū quibuſcūq; ſi linee altitu/dinū ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt: cōſtat vey eſſe qō dicť ex p̄miſſa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis ſuppremay ſupficiey in vtroq; ſolido quaterne linee demittanť perpendiculariter ad baſes vel a punctis angularibus infimarum ſupficiey quaterne erigantť: iter quas duo ſolida palellograma pficiantť eque alta ſo lidis prioribus. eruntq; ex. 29. ⁊. 30. hec duo ſolida duobus prioribus ſolidis equa lia. cum igitur horum ⁊ eorū ſint eedē baſes ⁊ eedē altitudines: ſit aūt ex premiſſa de poſterioribus verum eſt quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

## Propoſitio .36.



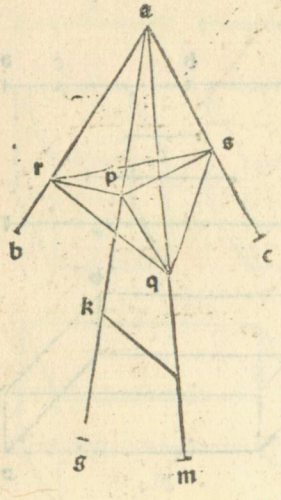

SI duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit vtriusq; ad alterū tanq̄; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

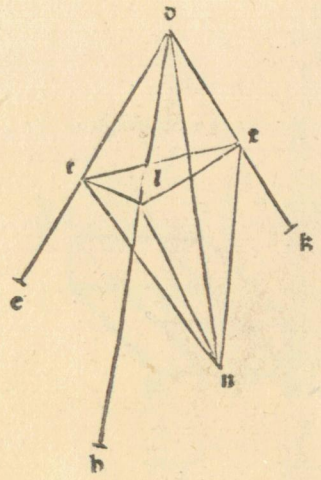
¶ Sint eni duo solida .a.b.⁊.c.d.palellograma ⁊ sil'ia: dicō ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alteꝝ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteri⁹ qd̄ sibi refert̄ ꝓportio triplicata: quēadmodū duaꝝ supficieꝝ sil'ium ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in. 18. sexti demonstratū ē. nā si solida .a.b.⁊.c.d. fuerint equalia cū ipsa ponant̄ sil'ia erunt ex diffinitionib⁹ sil'iuz corporū ⁊ similiū supficieꝝ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoq; cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotienslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu veꝝ cē qd̄ proponit̄. Si autē inequalia: sit .a.b. maius cuius longitudo sit. b. e. latitudo. c.f. altitudo. f.a. basis. c.r. ⁊ supprema superficies. a.n. Solidi vero. c.d. sit longitudo. d.g. latitudo g.h. altitudo. h.c. cōstat itaq; ex dīone similiū corpoꝝ ⁊ ex diffinitione similiū supficierū ⁊ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio. a.f. ad. c.h. ⁊. f.e. ad. h.g. ⁊. e.b. ad. g.d. sit ꝓportio vna. sumat̄ igit̄ ex linea. a.f. quā manifestū ē ēe maiorē. c.h. linea. f.k. equalis. h.c. cetereq; tres determinantes altitudinem solidi. a.b. resecentur ad equalitatem eius ⁊ inter eas cōpleatur solidū palellogramū. k.b. eque altū solido. c.d. ⁊ ꝓtrahant̄ due linee basis. e.b. vsq; ad. l. ⁊. r.b. vsq; ad. m. sitq;. b.l. equalis. g. d. ⁊. b m. equalis. h.g. ⁊ perficiat̄ supficies equidistantiū laterū. m.l. que erit equalis ⁊ similis. h.d. sup eā igit̄ erigat̄ solidū palellogramū. p.q. ꝟm altitudinē prescisam ex altitudine solidi. a.b. eritq;. p.q. equale ⁊ sil'e solido. c.d. rursusq; inter lineas. r. b. ⁊. b.l. pficiat̄ superficies equidistantium laterum. b.t. sup quā quoq; erigatur solidū paralellogramū. x.l. eque altū vtriq; duoꝝ solidoꝝ. k.b. ⁊. p.q. replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ hyantium inter ea: cū aūt duo solida. a.b. p.q. sint sil'ia eo ꝙ ābo posita sint sil'ia solido. c. d. corpa vero vni ⁊ eidē corpori sil'ia iter se sunt sil'ia vt pz ex dīone sil'ium corpoꝝ ⁊. 20. sexti manifestum ē ex. 25. ter assumpta ꝙ inter duo solida. a.b. ⁊. p.q. ꝟm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b. ⁊. x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ypotesibusq; memorie firme commendatis ex prima sexti facile ꝯcludes propositū. Excute torporē ⁊ diligenter attēde sciesq; ex. 25. huius ꝓportionē solidi. a.b. ad solidū. k.b. eē sicut supficici. a.r. ad superficiē. k.r. iōq; ex prima sexti sicut linee. a.f. ad lineā. k.f. ⁊ ꝓportionē solidi. k.b. ad solidū. x.l. sicut supficiei. k.r. ad supficiē. x.t. iōq; sicut linee. f.r. ad lineam. r.t. ⁊ ꝓportionē solidi. x.l. ad solidū. p.q. sicut superficiei. r.l. ad supficiē. l.m. ideoq; sicut linee. r.b. ad lineā. b.m. Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee. f.r. ad lineā. r.t. ⁊ linee. r.b. ad lineā. b.m. ē sicut linee. a.f. ad lineā. k.f. itaq; ex dīone ꝓportionis triplicate posita in ꝓhemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi. a.b. ad solidum. p.q. ideoq; etiā ad solidū. c.d. ē sicut linee. a.f. ad lineam. k.f. triplicata ⁊ qr linea. k.f. posita est equalis linee. c.h. pz veꝝ esse quod dicit̄. ¶ Scire aūt oportet ꝙ quicquid p hanc. 36. ⁊ p. 7. eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis palellogramis. idē quoq; veꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone. hoc aūt ex. 28. ⁊ hac. 36. ⁊. 7. eā cōtinue precedentibus cōstabit igenioso inspectori. Si eni fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales coiter tn̄ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramorum suarum altitudinū ex. 28. ipsa erūt equalia ex. 29. ⁊ trib⁹

ꝯ̄ ſequẽtibus: ex his eñ conſtat ſolida paralellograma ipſis ſeratilibus dupla eẽ equalia. Siꝫ qnoqꝫ ſi fuerint duo ſeratilia ſup baſes cõiter ꝟgonas aut cõiter tetragonas eque alta ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia quẽadmodũ de ſolidis paralellogramis ex. 33. habeť ipſa eñ ſunt ex. 28. dimidia ſolidoꝝ palellogramorum ſue altitudinis: ſolidoꝝ aũt palellogramoꝝ ſue altitudinis coꝝũqꝫ baſiũ ẽ vna ꝓportio ex. 33. cum itaqꝫ ſit ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio ſicut ſeratiliũ qꝫ ſicut ſimplũ ad ſimplũ ſic duplũ ad duplũ ex. 15. quinti atqꝫ baſiũ ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ẽ ꝓportio ſicut baſiũ ſeratiliũ: aut eñ cedẽ erũt baſes ſeratiliũ ꝫ ſolidorum paralellogramoꝝ: ꝫ hoc quidẽ erit cũ baſes ſeratiliũ fuerit tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdẽ baſes erũt ſolida palellograma cõplenda: aut baſes ſeratilium erũt ſubduple ad baſes ſolidoꝝ palellogramoꝝ: ꝫ hoc quidẽ erit cũ baſes ſeratilium fuerint cõmuniter trigone: tunc eñ erunt ex ſeratilibus ſolida palellograma cõplenda adiunctis ad baſes ſeratiliũ ſuperficiebus trigonis vt fiant baſes ſeratiliũ cũ ꝟgonis adiũctis ſupficieb⁹: ſupficies eꝗdiſtãtiũ laterũ. ſcꝫ ut ſit ꝓportio ſeratiliũ ſicut ſuaꝝ baſiũ. Eodẽqꝫ mõ ſi ſeratilia fuerint eq̃lia fueritqꝫ cõmuniter ſuper baſes trigonas vel cõiter ſuper baſes tetragonas: baſes coꝝ altitudinibus ipſorum mutue erunt. Qđ ſi baſes coꝝ ſuis altitudinibus fuerint mutue ipſa ſeratilia erunt equalia quẽadmodũ de ſolidis palellogramis. 34. ꝫ. 35. ꝓponunt: hoc autem facile ꝑꝫ ex his que dicta ſunt in. 35. ſi vero ſeratilia fuerit adinuicẽ ſilia: erit ꝓportio vnius ad alterũ. ſicut ꝓportio lateris vn⁹ ad ſuum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata: quẽadmodũ de ſolidis palellogramis. 36. ꝓponit qđ ex eadem 36. facile tibi patebit. ſi ex illis ſeratilibus ſilibus ſolidis palellogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia: qđ ex diffinitione ſimiliũ coꝝpoꝝ ꝫ ſilium ſuperficierum ꝫ ex hoc ꝙ ſeratilia ponunť adinuicẽ ſilia ex. 34. primi leue ẽ negociari.

## Propoſitio .37.

SI fuerint duo anguli plani equales ſuper quos due ypothemiſe in gere ſtatuanť cum lateribus angulorꝝ ſubiacentium ſingulos ſingulis equos angulos continentes atqꝫ i illis ypothemiſis duo puncta ſignentur a quib⁹ punctis due ꝑpendiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitoꝝ demittanť a punctis aũt ſuper que ꝑpendiculares ceciderit ad eoſdẽ duos angulos planos due recte linee ducanť duo anguli qui ab illis duabus lineis atqꝫ duabus ypothemiſis cõtinenť equi ſibi inuicẽ eſſe ꝓbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ꝫ. d. equales contenti lineis. a. b. ꝫ. a. c. ꝫ. d e. ꝫ: d. f. ꝫ ſuper eos erigantur due linee ypothemiſaliter. a. g. ꝫ. d. b. ſitqꝫ angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. ꝫ angulus. g. a. b. equalis angulo. b. d. e. atqꝫ in duabus ypothemiſis. a. g. ꝫ. d. b. ſignenť qm̃oilibet duo puncta. k. ꝫ. l. a quib⁹ ꝝm ꝓcepta. 11. huius demittantur ad ſuperficies angulorum. a. ꝫ. d. due perpendiculares que ſint. k. m. ꝫ. l. n. ꝫ ꝓtrahantur due linee. a. m. ꝫ. d. n. dico igitur angulum g. a. m. eſſe equalem angulo. b. d. n. ſi linea. a. k. eſt equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. ſumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad ſuperficiem anguli. a. linea que ſit. p. q. manifeſtum eſt igitur ꝙ punctum. q. eſt in linea. a. m. quod ex. 6. huius ꝫ diffinitione linearum equidiſtantium q̃s neceſſe ẽ eẽ in ſupficie vna facile ꝓſtat ſtudioſe intuenti dehic: a pũcto. q. ducãť ꝑpendiculares due vna ad lineã. a. b. que ſit. q. r. ꝫ alia ad lineã. a. c. q̃ ſit. q. ſ. Siꝫ

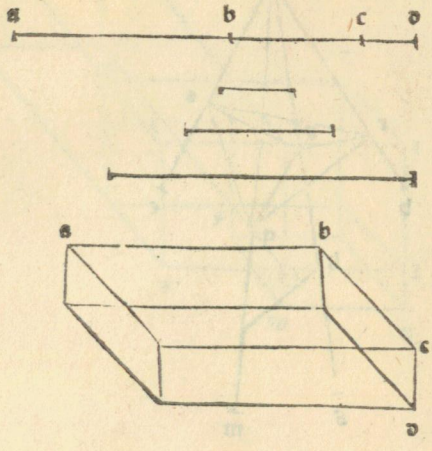





quoqz a puncto.n.ducant due alie perpendiculares vna ad lineã.d.e. q̃ sit.n. t.z alia ad lineã.d.f.que sit.n.x.z ptrahant.r.s.z.t.x.iterũ qz a punctis.p .z.l.demit tant ypothemise. p.q.p.r .p.s.z.l.n.l.t.l.x.bis itaqz positis figuraqz prudẽt di/ sposita demonstrationẽ ppositi sic colligе:cõstat ex penultia primi qp quadratum linee.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.z.p.q.ac ex eadẽ qp quadratũ .a.q ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.s.z.s.q.itaqz quadratũ.a.p.ẽ equale quadra/ tis triũ linearũ.a.s.s.q.z.q.p.Sed ex eadẽ quadratũ.s.p.ẽ equale quadratis dua rũ linearũ.s.q.z.p.q.ergo quadratũ.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.s.z.s p.ideoqz ex vltima primi angulus.a.s.p.ẽ.rectus:silꝫ mõ ꝓbabis vnũquẽqz triũ angulorꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ẽ rectũ.cũ igitur ex ypothesi sit angul⁹.s.p.a.equal⁹ an/ gulo.x.d.l.z linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea.d.x.equalis.a.s.z.x.l. eq̃/ lis.s.p.eodẽ quoqz mõ cũ ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l. erit ex eadẽ linea.a.r.equalis.d.t.z.r.p.equalis.t.l.quare ꝑ quartã primi linea.r.s.erit eq alis linee.t.x.z angulus.a.r.s.equalis angulo.d.t.x.z angulus. a.s.r. angulo est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo.d.a cõceptione igitur erit angulus s.r.q.equalis angulo.x.t.n.z angulus.r.s.q.angulo.t.x.n.sunt eni residui duorũ rectorũ demptis equalibus necesse ẽ itaqz ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis. t.n z.q.s.equalis.n.x.Cũqz ex penultima primi quadratũ linee.r.p.sit equale q̃dra/ tis duarum linearum.r.q.z. q.p.z quadratum linee.t. l.equale quadratis duaruz linearum .t.n.z .l.n .sint autem due linee.r.p .z.t.l.equales:duo quoqz que sunt r.q.z.t .n.equales:sequitur ex communi scia duas que sunt.p:q.z. l.n.ẽ equales Eodẽ mõ cũ quadratũ linee.a.p.sit equale quadratis duaꝝ linearũ que sũt.a. q.z q.p.silr quadratũ linee.d.l.quadratis duarũ lineaꝝ que sũt.d.n.z.n.l.si aũt.a.p. equalis.d.l.z.p.q.equalis.l.n.sequit ex cõi scia.a.q.ẽ equalẽ.d n.ex.s.igit primi cõcludo ppositũ videlicet angulũ.p.a.m.ẽ equalem angulo.l.n.d.

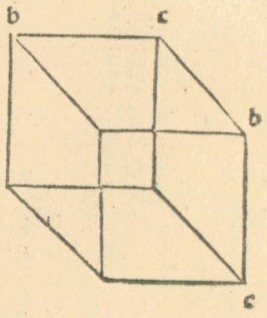
## Propositio .38.

Solidũ tribus lineis ꝓportionalibus cõtentum equũ erit solido qđ a medie linee equis lateribus continet.si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.



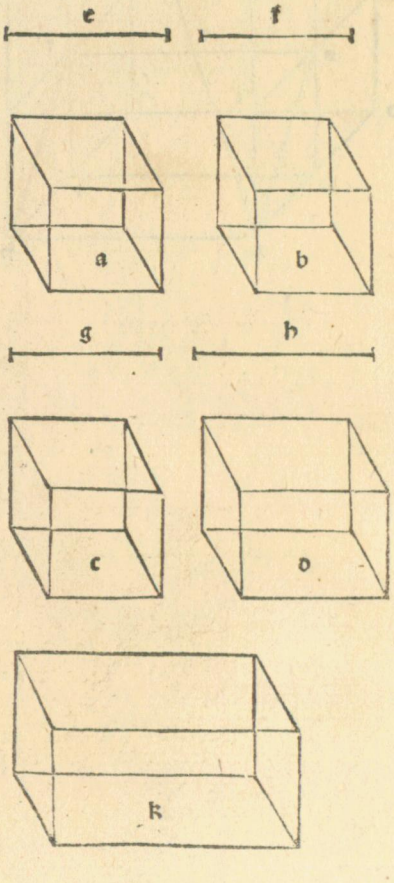

De solidis paldiogramis intelligat: de bis eni qualiacũqz sint dũ tamẽ equiangula verũ ẽ qp cõtentũ a tribus lincis ꝓportionalibus equale ẽ ei qđ a media carũ cõtinet quẽadmodũ de supficiebus rectangulis proba/ tum est in.16.sexti z de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pte.13.eiusdẽ Sint igit tres linee.a.b.b c.z.c.d.continue ꝓportionales fiatqz ex eis vnus angu lus solidus ad libitũ z pficiat solidũ equidistantiũ laterũ cui⁹ linea.a.b. sit lõgitu/ do b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo z ipsum solidum dicatur. a.d. sumpta quo qz alia linea qualibet equali.b.c.que etiã vocetur.b.c.sup ipius extremitatẽ q̃ ẽ.b. Ꝑstituat angulus solidus equalis angulo solido. a. ẽm qđ docet.26.lineeqz cetere solidũ angulũ.b.cõtinẽtes resecent ad equalitatẽ linee.b.c.z pficiat solidũ equidi/ stantiũ superficierũ cuius longitudo latitudo z altitudo sit linea.b.c .z ipsum ap/ pellet.b.c.dico itaqz duo solida.a.d.z.b.c.ẽ equalia. manifestum ẽ eni qp cuncte supficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficieb⁹ alteri⁹ qđ ex.34.ꝑmi pa tere põt.nã cũ solid⁹ angul⁹.b.ponat cõlis solido angulo.a.necesse ẽ vt vn⁹ angls vniuscuiusqz supficiei solidi.a.d.sit eq̃lis vni ãgulo suc relatiue supficiei in solido b.c.itaqz per.34.primi coꝝ oppositi erunt equales .At qz vniuscuiusqz superficiei

quadrilatere oēs anguli ſunt equales quatuor rectis ex.32.primi:neceſſe ē duos reliquos vnius eſſe equales duobus reliquis ſue relatiue. cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiā adinuicē equales cōuincitur neceſſario vt vnāqq; ex ſupficiebus ſolidi.a.d.ſit equiangula ſue relatiue i ſolido.b.c.quare ex ſcōa pte.13.ſexti baſes duox ſolidox ꝓpoſitox erunt eqles.ſūt eni equiangule ⁊ laterū mutuox.Si itaq; lince altitudinū ſuper baſes ipſox orthogonaliter inſiſtunt conſtat ex.31.ipſa eſſe equalia.cū eni hec linee ſint equales ⁊ ipſe determinent altitudinē ſolidorū erunt ſolida eque alta.At ſi lince altitudinū ipſorū nō inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter ab ipſax ſūmitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis erunt ex p̄miſſa hec ꝓpendiculares adinuicē equales ipſe eni erūt ſicut erant ⁊ in premiſſe demonſtrationis figura due linee.p.q.⁊.l.n.quas demōſtrauimus oportere eē equales. Quia igit̄ omniū ſolidox altitudo ex ꝓpendicularibus a ſūmitatib⁹ ipſox ad ſuas baſes deſcēdēt̄ib⁹ diffinit̄ erūt ex.32.duo ſolida.a.d.⁊.c.b.equalia. Cōuerſa quoq; huius poſſumus ſi delectat cōuerſo mō ꝓbare vt ſi palellogramū corpus. a.d. ſit equale ⁊ equiangulū corpori palellogramo.b.c.⁊ corpus.b.c.cōtineat̄ a media triū linearū cōtinentiū corpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes corpus.a.b. cōtinue ꝓportionales.cū eni duo ſolida palellograma.a.d.⁊.c.b.ſint equalia ⁊ eque alta ex ypotheſi ipſa erūt ſuper baſes equales p cōuerſas.31.⁊.32.⁊ q; ipſe baſes eorū ſunt equiangule ſequit̄ ex prima pte.13.ſexti q̄ ipſe ſunt mutuorū laterū itaq; pro portio.a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.d.quare cōſtat propoſitum.




## Propoſitio .39.

SI fuerint quotlibet linee ꝓportionales ſolida quoq; ſua equidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficiex erūt ꝓportionalia.ſi vero ſolida equidiſtantiū atq; ſil'ium vniuſcuiuſq; creatiōis ſupficiex fuerint ꝓportionalia linee quoq; a quibus ipſa ſolida continent̄ erunt ꝓportionales. Sil'e ꝓponit vigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. ¶Sint eni.4.linee.a.b. ⁊.c.d. ꝓportiōales ⁊ ſup bas fabricent̄ quatuor ſolida palellograma ciſdē noibus dicta q̄ ſint exp̄ſſe ſilia.duobus eni ad libitū fabricatis ſuper duas lineas.a.⁊.c.cetera bm p̄cepta.27.cōſtituenda erūt.dico hec.4. ſolida eē ꝓportionalia ⁊ ecōuerſo.ſubiungant̄ eni duabus lineis.a.⁊.b.in continua ꝓportione due:q̄ ſunt.e.⁊.f.quēadmodū docet.10.ſexti ex duabus lineis.c.⁊.d.alie due que ſint.g.⁊.b.conſtat igit̄ ex.36. et ex diffinitione ꝓportionis triplicate que poſita ē in principio quinti ⁊ ex hac ypotheſi q̄ ſolida.a.⁊.b.ſibi inuicem ⁊ ſolida.c. ⁊.d.ſibi adinuicē ſunt expreſſe ſilia q̄ ꝓportio ſolidi.a.ad ſolidū.b.ē ſicut ꝓportio lince.a.ad lineā.f.ſolidi quoq;.c.ad ſolidū.d.ſicut linee.c.ad lineā.b.⁊ quia p.22. quinti proportio linec.a.ad lineā.f.eſt ſicut linee.c.ad lineā.b.erit ex.11.quinti ſolidū.a:ad ſolidū.b.ſicut ſolidū:c.ad ſolidū.d.ꝓſtat igitur prima pars. Secunda ſic ſint duo ſolida.a.⁊.b.ſibi adinuicē duoq; que ſint.c.⁊.d.ſibi adinuicē expreſſe ſimilia.Sintq; cuncta palellograma ⁊ ponāt̄ ꝓportionalia.dico q̄ linec.a.b.⁊.c.d. ſup q̄s ſūt ꝓſtituta ſūt ꝓportiōales .ſit eni ex.10 .ſexti ſicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.⁊ fiat bm.27.b⁹ ſup lineā.k.ſolidū exp̄ſſe ſil'e ſolido.d. q̄ etiaꝫ dicat̄.k.eritq; ex diffinitionib⁹ ſil'iuꝫ corporū ⁊ ſil'iuꝫ ſupficiex ⁊.20. ſexti corp⁹.k. exp̄ſſe ſil'e corpi.c.iōq; p primā pt̄e huius.39.iā ꝓbataꝫ erit ꝓportio ſolidi.a. ad ſolidum.b.ſicut ſolidi.c.ad ſolidum.k. ⁊ quia eadem erat ſolidi. c.ad ſolidum .d.

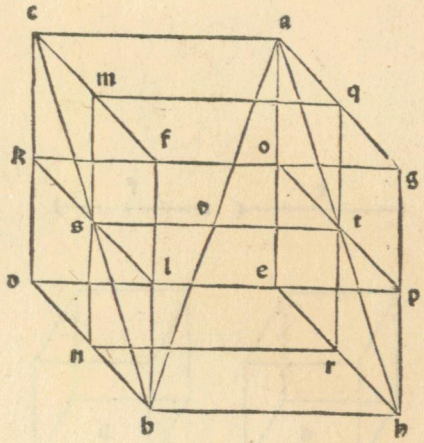


erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cunq3 esset sibi ex/
presse simile sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/
ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:
igit ex scoa pte.7. quinti constat etiã b9 moi ps scoa. decipis aũt si arbitraris opor
tere vnũqq3 quatuor solidoꝝ. a. b. c. d. ee sile cuilibet alioꝝ: necesse e eni duo so/
lida. a. r. b. sibi adinuicem. itq3 duo. c. r. d. sibi adinuice ee similia: solida aũt. c. r
d. solidis. a. r. b. esse similia contingens est: necessariũ aute nõ. Idẽ ex hac. 39. de
seratilib9 facile poteris concludere.

## Propositio .40.

Si inscisa fuerint latera duaꝝ oppositaꝝ superficierum cubi
vnũ quodq3 in duo media: exierintq3 a punctis sectionum
due superficies se vicissim secantes r cubum cõem eaꝝ sectio
ne diametrum cubi per equalia secare r ab ipsa diametro
versanice per equalia secare necesse est.

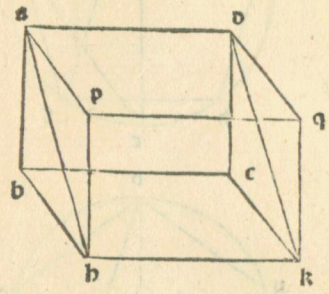
¶ Statue cubũ qui sit. a. b. de quo constat per dionem q3 omnes linee ipsũ conti/
nentes sint equales r ei9 superficies rectangule: tale eni: corpus cubũ dicim9: cui9
igit basis sit superficies. a. c. d. e. supficies vero eius suppema. b. f. g. h. dextra ve
ro eius superficies sit. a. e. g. b. sinistra aũt superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq3 sit
d. e. b. h. sed vlterior. a. c. g. f. eiusq3 diameter sit. a. b. diuidant itaq3 oia latera dua
rũ quarũlibet supficieꝝ oppositaꝝ ei9 per equalia: r sint nũc supficies quaꝝ latera
diuidãt dextra atq3 sinistra: diuidant inquã quatuor latera: dextre quidẽ sup qua/
tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. r p3
gant puncta in bis superficiebus opposita ductis lineis. o. p. r. q. r. que secent se i
puncto. t. item q3. k. l. r. m. n. que secent se in puncto. s. r perficiantur due superfi/
cies secãtes se inuicẽ r cubũ: ptractis itẽ lineis. o. k. r. p. l. q. m. r. r. n. sitq3 baꝝ du
arũ superficieꝝ cõis sectio linea. s. t. dico igit q linea. s. t. diuidit diametꝝ. a. b. et
diuidit ab eadẽ diametro p eq̃lia: qõ p3 vtraq3 eni eaꝝ transit p centꝝ cubi. ¶ Air
vero quenit qõ ꝓpositũ e demõstrare ꝓducant eni due linee. t. a. r. t. b. r item due
s. c. s. b. critq3 ex. 4. p̃mi. a. t. equalis. t. b. r. s. c. equalis. s. b. cõstat aũt ex prima pte
29. primi: q angulus. p. t. q. e equalis angulo. a. q. t. r ex. 4. primi angulus. b. t. p.
e equalis angulo. t. a. q. itaq3 ex. 32. primi totus angulus. b. t. q. cũ angulo. q. t. a.
valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. b. erit linea vna: silr quoq3 linea. a. b.
erit linea vna At q3 ex. 9: b9 linea. a. c. e equidistans linee. b. b. vtraq3 eni e equidi
stãs linee. d. e. cũq3 ipse sint equales q3 latera cubi: sequit ex. 33. primi duas lineas
a. b. r. c. b. esse equales r equidistãtes. ideoq3 p cõceptionẽ eaꝝ medietates que sũt
a. t. r. b. s. erunt equales: ex. 7. aũt huius manifestũ e q3 linea. s. c. e i superficie dua
rũ lineaꝝ. a. b. r. b. c. r ex eadẽ linea. a. b. que est diameter cubi. e etiã diameter sup
ficiei paralellograme. a. c. b. h. itaq3 linea. s. t. secat diametrũ. a. b. secet ergo ipsam
i pũcto. u. dico ergo lineã. s. u. esse equalẽ linee. u. t. r linea etiã. a. u. linee. u. b. intel
ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoꝝ anguli qui sunt ad. t. r. s. sunt equales
adinuicem: similiter anguli coꝝndem qui sũt ad. a. r. b. equales adinuicem ex p̃ma
parte. 29. primi: ꝓpter id q3 linea. a. t. equidistat linee. s. b. r quia etiã ipse sũt adi/
uicẽ equales: sequit ex. 26. primi q3 ꝓpositũ e. ¶ Idẽ quoq3 eodẽ mõ cõcludaꝝ r si
solidum. a. b. nõ sit cubus sed solidũ corpus palellogramũ siue equalibus lineis si/
ue nõ equalib9 cõtentũ fuerit siue quoq3 sup basim orthogonaliter erectũ siue etiã

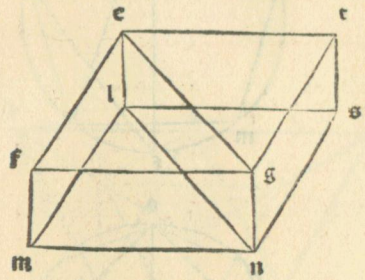


ꝛ super ipsā indinatū. Unde ampliat̄ in hac.40.figuratio cubi ad oēs figuras pa/ralellogramas solidas.

## Propositio .41.

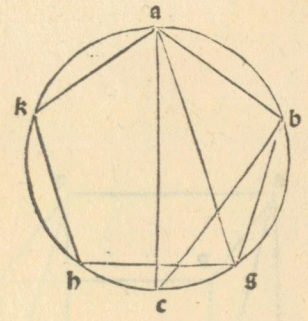
Si duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē eē equalia. ¶ Sit superficies.a.b.c.d.equidistātiū laterū dupla trila/tere superficiei.e.f.g.ꝛ super has duas superficies fiāt duo corpora seratilia eque alta: sitqꝫ seratile qd̄ est supra basim q̄drangulā.a.b.h.d.c.k.cui⁹ ba/sis est superficies equidistantiū lateꝝ ꝓposita.a.b.c.d.alia eius superficies equidistantiū lateꝝ ē.a.h.d k.tertia vero ē.b.h.c.k.due aūt ei⁹ triāgulares sup̄ficies sūt altera quidem triangulus.a.b.h.reliqua vero triangulus.d.c.k. seratile aūt qd̄ est super basim triangulā.e.f.g.sit.e.f.g.l.m.n.cui⁹ altera duaꝝ trilateraꝝ superficieꝝ ē basis predicta: reliqua vero triangulus.l.m.n.triū aūt sup̄ficieꝝ ei⁹ equidistātiuꝫ lateꝝ: prima quidē ē.e.f.l.m.scd̄a vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.dico itaqꝫ hec duo seratilia ꝓposita esse adinuicē equalia: perficiant̄ eni duo solida ꝑalellograma adiungendo vtriqꝫ duoꝝ propositoꝝ seratiliū aliud seratile sibi equale: primo quidē seratili super eandē basim sitqꝫ adiunctū seratile.a.p.h.d.q.k.cuius due trila/tere superficies sunt.a.p.h.d.q.k.tres aūt quadrilatere: prima quidē.a.h.d.k.qui ē terminus cōis sibi ꝛ ei cui adiungit̄: scd̄a vero.a.d.p.q.t̄cia quoqꝫ.p.q.h.k.scd̄o aūt seratili adiungat̄ aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungat̄ primo triangulo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita ꝙ tota sup̄ficies.e.f.g.r. sit equidistātiū laterū ꝛ super hunc triangulū fiat seratile.e.g.l.r.l.n.s.qd̄ cū illo cui ad/iungit̄ perficiat corpus ꝑalellogramū huius seratilis adiuncti: due trilatere super/ficies sunt.e.g.r.l.n.s.tres aūt ꝑalellograme sunt: prima quidē. e.l.r.s.scd̄a.e.l.g.n.ꝛ ipsa ē cōmunis terminus sibi ꝛ ei cui adiūgit̄: tertia vero.g.r.n.s.manifestum igitur ex diffinititione solidoꝝ equaliū atqꝫ similiū ꝙ duo seratilia paralellogamū cōponentia solidū.a.k.sibi inuicem.itēqꝫ duo cōponentia solidum paralellogra/mum.e.n.sibi ad inuicē sūt eq̄lia. At vero ex.31.vel ex.32.h⁹ duo solida.a.k.ꝛ.e.n.sunt sibi inuicē equalia: qꝛ ergo hoꝝ solidoꝝ medietates sunt seratilia ꝓposita per cōem sciam ꝯstat ea esse equalia: quecunqꝫ eni fuerint equalia eoꝝ medietates necesse ē esse equales: liquet itaqꝫ qd̄ ꝓpositū ē. Explicit liber Undecim⁹ Incipit liber Duodecimus.

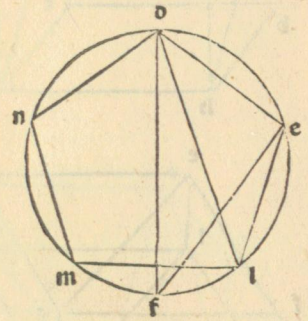


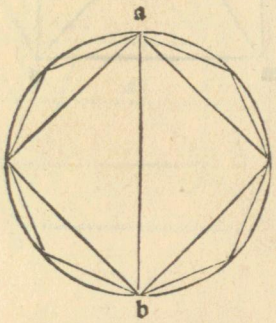



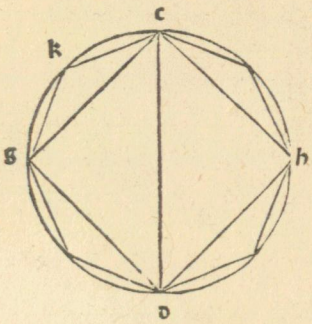

## Propositio .1.

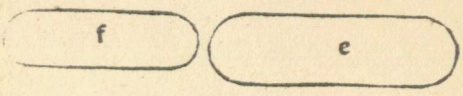
Omniū duaꝝ sup̄ficieꝝ sil'iuꝫ multiangulaꝝ īter duos circulos descriptaꝝ ē ꝓportio al/terius ad alterā tāq̄ꝫ ꝓportio q̄dratoꝝ q̄ ex diametris circuloꝝ eas circūscribētiū ꝓue/niunt. ¶ Sint duo circuli.a.b.c.d.e.f.quib⁹ inscribātur due quelibet figure poligonie q̄ ponant̄ adinicē sil'es: sintqꝫ nūc penthagone inscripte vt docet.11.q̄rti ꝛ ipse sint.a.b.g.h.k.aliud penthagonū.d. e.l.m n.diametri quoqꝫ circuloꝝ sint.a.c.ꝛ.d.f.dico itaqꝫ ꝙ proportio penthagoni.a.b.g.h.k.ad pēthagonū d.e.l.m.n.ē.sicut q̄dratū diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f. protrahantur enim in vtroqꝫ circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum



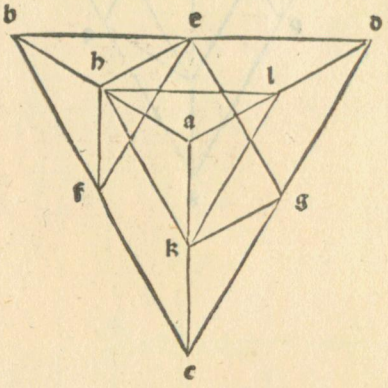




pēthagonū i hoc quidē.a.g.⁊.c.b.i illo āt.d.l.⁊.f.e.eritq; ex.6.sexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nā cū pēthagoni ponant̄ adinuicē sil̄es erūt ex dif finitione sil̄ium sup̄ficieꝝ angulus.b.equalis:angulo.e.⁊ latera ipsos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cū sint autem ex.20. tertij duo anguli.f.⁊.l.sibi inuicē equales. Itēq; duo alij.c.⁊.g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt.c.⁊.f.adinuicē equales ex hac cōi scia:que equalibus sunt equa lia sibi quoq; equa esse necesse est. Et qꝛ ex prima p̄te.30.tertij vterq; duoꝝ angu/ loꝝ.a.b.c.d.e.f.est rectus sequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.esse equiangulos quare per quartā sexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ. d.f. ē sicut lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportio duplicata ⁊ per eandē.cū itaq; ex scd̄a p̄te.18.se xti ꝓportio duoꝝ penthagonoꝝ ē sicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportō duplicata ⁊ p̄ eandē ꝓportio quadrati diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cōem sciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoq; adinuicē esse equalia. manifestum est qd̄ propositum est.

## Propositio .2.

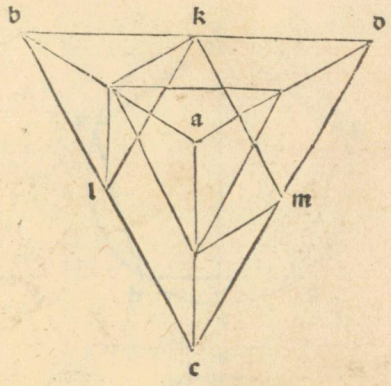
Omniū duoꝝ circuloꝝ ē proportio alterius ad alteꝝ tan/ q̄ꝫ ꝓportio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. ¶ Sit duo circuli.a.b.⁊.c.d.quoꝝ diametri quoq; dicāt̄.a b.⁊.c.d.dico itaq; ꝙ ꝓportō circuli.a.b.ad circulū.c.d.ē sicut q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.manifestū eni ē ex hac cō/ muni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam ꝙ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a .b.ad superficiem aliquā que sit.e. cuiuscūq; figure aut forme ponat̄:hanc autem impossibile ē maiorē esse a t mino/ rem circulo.c.d.Si eni est possibile ipsā eē minorē circulo.c.d.sit itaq; minor i su/ perficie.f.itaq; circulus.c.d.sit equalis duabus superficiebus.e.⁊.f. p̄iter acceptis constat igit̄ ex prima. 10.ꝙ totiens possit ex circulo. c.d. suisq; residuis subtrahi maius dimidio quousq; relinquat̄ quantitas aliqua minor.f. inscribatur ergo sibi vt docet.6.quarti quadratū.c.d.g.h.de quo constat ꝙ ipsum sit maius medieta/ te circuli:quadratū eni quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt patꝫ ex penultima primi ⁊.7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qu adrati p̄iter accepte fuerint minus superficie. f.sufficit. Sin aūt quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia diuidantur ⁊ puncta ipsos arcus diui/ dentia cum extremitatibus lateꝝ cōtinent̄ per lineas rectas.verbi gratia arcus.c. g.diuidat̄ per equalia in puncto.k.⁊ ꝓtrahant̄ linee. k.c.k.g.sicq; de ceteris.Erit q; quilibꝫ triangulоꝝ descriptoꝝ sup̄ latera q̄drati maior medietate portionis i q̄ existit eo ꝙ ois triangul⁹ ysocheles ē medietas p̄alellogrami sue basis per.41.pri/ mi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti p̄iter accepte minus superficie.f.si eni nondū hoc esset:nō cessarē diuidere arcus quoꝝ latera vl time descripte figure sunt corde per equalia:⁊ iscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius di/ midio quousq; p̄ p̄mā.10.portiōes super latera alicui⁹ talis figure circl̄o īscripte ex istētes p̄it̄ accepte erūt min⁹ superficie.f.sint g̊ nūc q̄ dicte sūt:eritq; ex ꝯceptiōe oc togonū.c.d.maius superficie.e.in circulo igit̄.a.b.eadeꝫ via inscribat̄ sil̄e octogo/ num: quod dicatur.a.b. sitq; ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum

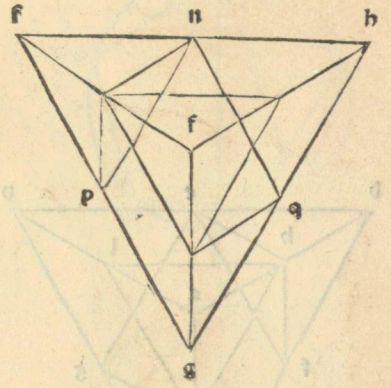
c.d.ſicut quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.iōq3 p.11.quinti ſicut ꝓportio circuli.a.b.ad ſupficiē.e.itaq3 pmutatim poligonij.a.b.ad circulū.a.b.ſicut poligonij.c.d.ad ſupficiē.e.cūq3 ſit poligoniū.c.d.maius ſupficie.e. erit poligoniū.a.b.maius circulo.a.b.hoc aūt ipoſſibile nō ē:ergo ſupficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Eſto enī ſi poſſibile ſit:cū igit̄ ſit ꝓportio q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.ſicut circuli.a.b.ad ſupficiē.e.erit ecōuerſo quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.ſicut ſuperficiei.e.ad circulū.a.b.z ꝓſtat ex cōi ſcia in principio huius demonſtrationis poſita ꝙ cadē ē circuli. c.d. ad aliquā ſupficiē que ſit.f.eritq3 ex.14.quinti ſupficies.f.minor circulo. a.b.itaq3 ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b eſt ſicut circuli.c.d.ad ſupficiē.f.minorē circulo.a.b.ſed ex hoc demōſtrauimus paulo ante ſequi impoſſibile videlicet poligoniū inſcriptū circulo maius eſſe circulo:ſicut ergo ſuperficies e.nō pōt eſſe minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo neceſſario equalis quare ꝑ ſcōam partē.Z.quinti liquet qō ꝓpoſitū ē. **Propoſitio .3.**




OMnis piramis cuius baſis triangula ſcindi pōt in duas equas piramides ſibi inuicem totiq3 piramidi ſil'es vnaq3 in duo ſeratilia q̄ ambo piter accepta dimidio totius piramidis neceſſe eſt eſſe maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.ſup baſiz triangulū.b.c.d.cuiuſq3 vertex ſolidus angulus.a.a quo demittāt̄ tres ypothenuſe.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos baſis:z diuidant̄ oia latera baſis ꝑ equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq3 ypothenuſe per eq̄lia in tribus punctis.b.k l.z protrahant̄ in baſi due linee.e.f.z.e.g.eritq3 baſis eius diuiſa in tres ſuperficies quaꝝ due ſunt duo triangули.b.e.f.e.g.d.quos ex ſcōa parte ſcōe ſexti z dione ſilium ſuperficieꝝ ꝓſtat eē ſiles ſibi inuicē z toti baſi z equales ad inuicem ex.8.p̄mi ſcia ē tetragona:palellograma z ipa ē.e.f.g.c.quā ꝓſtat eē duplā ad tāgnlū.e.g.d ex.40.z.41.p̄mi:demittant̄ ergo rurſus a pūcto.b.due ypothenuſe.b.e.f.b.z a pūcto.k.ypothenuſa.k.g.z ꝓtrahant̄ linee.b.k.k.l.z.l.b.diuiſa ē itaq3 tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que ſint.b.b.e.f.z.a.b.k.l.z duo ſeratilia quoꝝ vnū ē.e.b.f.g.k.c.z ē ſuper baſim quadrangulā.c.f.g.e.z aliud ē.e.g.d.b .k.l. z eſt ſuper baſim triangulā.e g.d.de duabus aūt piramidib⁹.b.b.e.f.a.b. k.l. ꝙ ipe ſūt eq̄les adinuicē ſibiq3 z toti piramidi.a.b.c.d.ſil'es:ꝓſtat ex dione coꝝpoꝝ equaliū z ſil'ium z ex.10.11.libri z ex ſcōa parte.2.ſexti: de duob⁹ aūt ſeratilib⁹ ꝙ ipſa ſint eq̄lia.ꝓſtat ex vltiā.11.libri.Q̄ō vero ambo ſeratilia piter accepta ſint mai⁹ medietate toti⁹ piramidis:ex hoc manifeſtū ē ꝙ vtrūq3 illoꝝ diuiſibile ē i duas piramides quaꝝ altera triāgula eq̄lis vni duaꝝ in quas z ſeratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̄ dupla ē ad reliquā quare ꝑ3 ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eē totalis piramidis diuiſe:hāc ꝓportionē ſi ſcire deſideras. ſextā huius.12.libri ꝓſule.ſed ſufficit tibi ſcire quantū ad ꝓpoſitū illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas z ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitatē excedere. **Propoſitio .4.**

SI due piramides eque alte quaꝝ bales triāgule ſingule i binas piramides eq̄les ſibi inuicē ac toti ſimiles binaq3 ſeratilia eq̄lia diuidant̄ erit ꝓportio baſis vni⁹ ad baſim alteri⁹ tāq3 ꝓportio duoꝝ ſeratiliū ſuoꝝ ad duo ſeratilia alteri⁹.eritq3 palā oia ſeratilia q̄ fuerit in vtralib3 illaꝝ




piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ ī altera piramide fuerit in cādē hr̄e ꝓportionē q̄z basis eiꝰ piramidis ad basī alteriꝰ piramidis.

¶Sint due piramides quaꝝ bases triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus pnctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e. h. hec antē due piramides diuidant̄ sicut in premissa.Sintq̄z bases eaꝝ diuise hec quidē protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l. ꝛ. k.m. illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo q̄ ꝓportio basis.b.c.d.ad basiz f.g.h.est sicut duoꝝ seratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestū est aūt ex.18.sexti pte scōa q̄ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū .k.m.d.ē sicut linee. b.d.ad lineā.k.d.duplicata p candē quoq̄z ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.b.sicut linee.f.h.ad lineā. n.b duplicata.Cūq̄z sit linea.b.d.ad lineā.k.d.sicut linea .f.h.ad lineaz.n.b .vtrobiq̄z eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.sicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.b.ꝛ pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. sicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.b.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. b.ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exīs sup illū p.33.vndecimi huius quoq̄z seratilis ad illud ē sicut amboꝝ seratiliū piramidis.a.piter acceptoꝝ ad ambo seratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:necesse ē eni vt sit duplū ad duplum quēadmodū simplū ad simplū.itaq̄z cōclude ex. 11.quinti qō ꝓpositū est. Dormitas aūt si dubitas seratilia vnius baꝝ piramidū eque alta esse seratiliōꝰ piramidis alterius.cū eni sint piramides eque alte:sit quoq̄z vtraq̄z eaꝝ diuisa i duas piramides equales sibi totiq̄z similes ꝛ in duo seratilia equalia ꝛ sint due ptiales piramides eque alte eo q̄ similes ꝛ equales qō facile patebit demissis a verticibus ptialium piramidū ꝑpendicularibus ad bases ipsaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales.Cūq̄z altitudines baꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintq̄z ambo seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup ptialem triangulum basis totalis piramidis cōponit̄ non est phas ambigere seratilia vniuſ eaꝝ piramidū esse eque alta seratilibus alterius eaꝝ. Corelariū vero ex eo manifestū ē q̄ similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vniꝰ ad bina seratilia alterius.ꝛ q̄ bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scōa pte.18.sexti ꝛ permutata ꝓportione constat ex.13. quinti verū cē quod corelarium proponit.

## Propositio .5.

ODnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

¶Qō.33.vndecimi ꝓposuit de solidis palellogramis ꝛ ī fine.36.vndecimi vez esse demonstrauimus:de seratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligātur eni due piramides eque alte quaꝝ bases sunt duo trigoni.a.ꝛ.b.dico q̄ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.est sicut basis.a.ad basim.b.qō eedem demōstrationis vel argumētatiōis genere demōstrandū ē quo scōam huiꝰ demōstrauimus.sit eni ut basis.a. ad basim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico q̄ ipsū nō erit minus neq̄z maius piramide.b.nā si possibile ē vt sit minꝰ esto minꝰ ī solido.d.vt piramis.b.sit eqlis duobus corporibus.c.ꝛ.d.pariter acceptis diuisa itaq̄z piramide.b.vt ꝓponit.3.

detrahantur ab eo duo ſeratilia que ex premiſſa ſunt maius medietate piramidis ipſius: itemq; ex vtraq; duarum partialium reſiduarum piramidum duo earum predicto modo diuiſarum ſeratilia demantur ⁊ fiat hoc totiens quouſq; ex pira/mide.b.cogatur aduerſarius per primam.10.confiteri relinqui minus ſolido.d. eruntq; ex communi ſcientia ſeratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. ſimilis ſeratilium detractio.⁊ intelligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritq; ex corelario premiſſe ſicut baſis.a. ad baſim.b.ita ſeratilia detracta a piramide.a.ad ſeratilia detracta a piramide.b.ſic ſed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaq; ſeratilia piramidis.a.ad ſeratilia piramidis b.ſicut piramis.a.ad corpus.c. ⁊ permutatim ſeratilia piramidis.a.ad piramidē.a ſicut ſeratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumq; ſint ſeratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt ſeratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impoſſibi bile nō erit corpus.c.minus piramide.b.ſed nec maius.hoc enī poſito cum ſit p/portio baſis.a.ad baſim.b.ſicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerſo baſis.b. ad baſim.a.ſicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritq; eadē ex cōmuni ſcia piramidis b.ad aliqō corpus qō ſit.d.ſequeſq; ex. 14.quinti q̄ corpus.d.ſit minus piramide a.eo q̄ piramis.b.ponit minor corpe.c.Erit igit baſis.b.ad baſiz.a.ſicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonſtratū ē ſequi impoſſibile vide licet ſeratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide,a qua detrahunt ideoq; relinquit corpus.c.eſſe equale piramidi.b.cum nec minus ea poſſit eē nec maius ⁊ pportionē piramidis.a.ad piramidem.b.eſſe ſicut baſis.a.ad baſim.b. hoc aūt erat demonſtrandū.

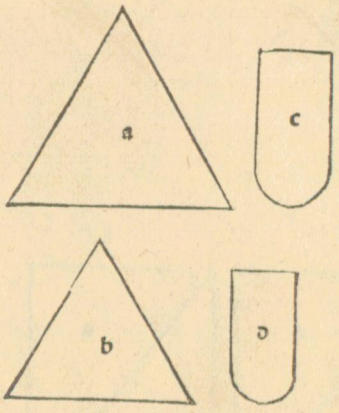
## Propoſitio .6.

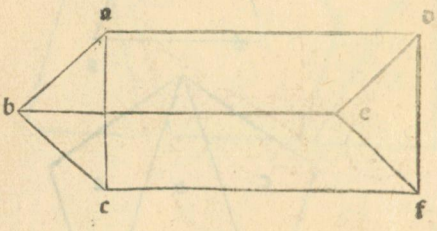
OMne corpus ſeratile in tres piramides equales baſeſq; triangulas habentes eſt diuiſibile.

¶ Sit ſeratile.a.b.c.d.e.f.ipſū dico eſſe diuiſibile in tres piramides triangulas equales ptrahat enī in vnaquaq; ſuax triuz ſuperficierū palellogramax linea diagonalis ita q̄ vna eax diagonaliū ſit cōter/minalis reliquis duabus ut ſi ptrahas lineas.b.d.d.b.f.⁊.f.a.quas ppter cōfuſio/nē protrahere cōtempſi:eritq; totum ſeratile in tres triangulas piramides diuiſū quas ex premiſſa bis aſſumpta facile cōſtat eē equales.Qm̄ aūt euclides nihil de/monſtrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis ſolidis bis quax ſunt baſes triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q̄ ponit:ſufficienter elicere poſſi/mus:quedā arbitramur nō inutile demōſtrationibus hic poſitis adiungere :ſolis enī elemētis contentus euclides multa ptermiſit que quāuis ex eis conſequant non tamen ſine difficultate patent ſtudentibus:box primum eſt hec.

¶ Si duo ſolida quoruz alterum ſeratile alterum vero piramis cuius baſis triangula ſuper eandem baſim aut ſuper equales trigonas aut ſeratile ſuper quadrangulā:piramis vero ſuper trigonā que quadrangule baſis ſeratilis ſit dimidiuz conſtituta fuerint eque alta ſeratile piramidi triplum eſſe conueniet

¶ Si ſeratile ppoſitū fuerit ſuper baſim trigonam tunc ex piramide ppoſita ſup propriam baſim perficiatur ſeratile piramidi ppoſite eque altum. Si vero ſeratile fuerit ſuper baſim quadrangulam tunc baſi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ⁊ baſi piramidis perficiatur ſuperficies equidiſtantium laterum ſuper quā ex ipſa



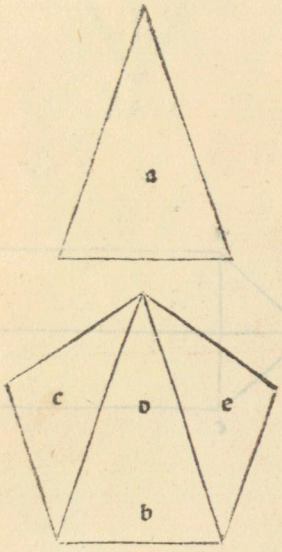
piramide compleatur ſeratile piramidi e ne altum: q3 igiſ iſtud ſeratile ſeratili pri ori eſt eque altum ⁊ vtroq3 baſes ſunt equales ex ypotheſi. ſequitur ipſa ee equa lia. hoc eni demonſtratū eſt in. 36. vndecimi. at qm̃ ex. 6. hui⁹. 12. libri ſeratile ſcom triplum eſt ad piramidē ꝓpoſitā. nam ipſa eſt vna ex tribus piramidibus in quas ipſum ſeratile diuidiſ. Erit quoq3 per cōmunem ſcientiam ꝓpoſitam ſeratile tri/ plum ad ꝓpoſitam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum baſes triangule ſuper vnā eandē q3 baſim ſiue ſuper equales conſtitute fuerint: eque alte eas eſſe adin/ uicē mequales neceſſe eſt. ¶ Fabricato eni vno ſeratili eque alto piramidib⁹ ꝓpoſitis ſup baſim triangulā equalē baſib⁹ ꝓpoſitaꝝ piramidū aut ſup baſim quadrangulā duplā baſibus earūdē: erit ipſū ſeratile triplū ad piramides ſingl'as. hoc eni conſtat ex premiſſa addita ſiue interpoſita: igiſ ex cōi ſcia cūcte ꝓpoſite piramides ſunt vt diximus adinuicē equales.

¶ Omnes piramides quarum baſes triangule eque alte ſuis baſibus ſunt ꝓportionales. ¶ Fiant ſuper baſes ꝓpoſitarum piramidum aut ſup alias trigonas equales aut ſuper palellogramas duplas ſeratilia ipſis piramidi/ bus eque altra eruntq3 ob hoc ſeratilia ſibi adinuicē eque alta ⁊ q3 ſeratilia ſuis ba/ ſibus ſunt ꝓportionalia ut probatum ē in. 36. vndecimi. 33. ipſius mediante. Cū/ q3 ex prima harum additarum manifeſtum ſit hec ſeratilia tripla eſſe ad ꝓpoſi/ tas piramides vnūqōq3 videlicet ad ſuā relatiuam: baſeſq3 ipſorū3 equales aut du plas eſſe baſibus ipſarum. ſic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita ſum/ pluni ad ſimplum erunt quoq3 ꝓpoſite piramides ſuis baſibus ꝓportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq3 alterius ba ſis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipſas ſuis baſibus ꝓportionales eſſe conuenit.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte ſuper duas baſes. a. ⁊. b. ſitq3 baſis. a. triangula. b. vero penthagona. Et dicantur hec piramides. a. ⁊. b. itaq3 dico ꝓportionem piramidum. a. ⁊ b. eſſe ſicut baſium. a. ⁊. b. diſtinguatur quidem penthagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. eritq3 tota piramis. b. diſtincta in tres piramides eque altas quarum baſes ſunt trianguli. c. d. e. que etiā dicātur nominibus ſuarum baſium. quia igitur ex premiſſa interpoſita ꝓportio pirami dis. c. ad piramidem. a. eſt ſicut trigoni. c. ad trigonum. a. ⁊ piramidis. d. ad pira/ midem. a. ſicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemq3 piramis. c. ad piramidem. a. ſi/ cut trigoni. c. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis aſſumpta ſequitur q3 ſit ꝓpor/ tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. ⁊ ipſum eſt piramis. b. ad pirami/ dem. a. ſicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. ⁊ ipſum eſt penthagonus. b. ad trigonum. a. conſtat igitur quod volumus.



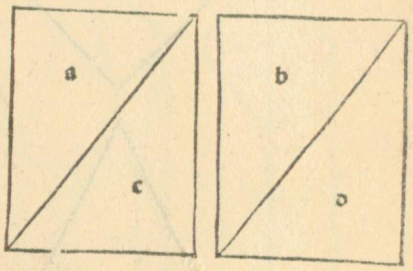

¶ Omnes laterate piramides eque alte ſuis baſibus ꝓportiona/ les eſſe probantur.

¶ Si altera earum fuerit ſuper baſim trigonam ex premiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis vtriuſq3 fuerit poligonia vtralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos ⁊ ipſa piramide i piramides triangulas: erit ex premiſſa in terpoſita ꝓportio vniuſcutuſq3 harum triangularium piramidum iter quas alte ra ꝓpoſitarum diuiditur ad reliquā ſicut ſue baſis ad baſim alterius. itaq3 per 24. quinti quotiens oportet aſſumptam: conſtat verum eſſe quod diximus.

## Propositio .7.

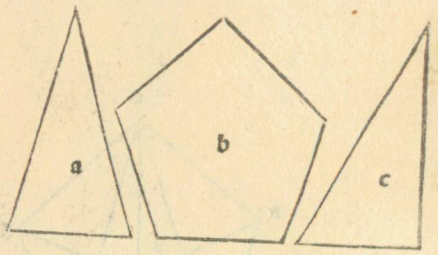
Si due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

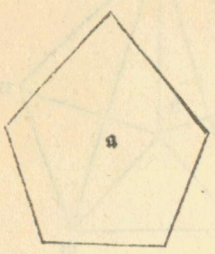
¶Qō trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: & nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligā tur enī duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos. a. & .b. que dicantur. a. & .b. dico itaq; q̄ ꝓportio basis. a. ad basim. b. est sicut proportio altitudinis piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. & si hoc fuerit dico piramides. a. & .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. & .b. duo alij qui sint. c. & .d. vt fiant ambe superficies. a. c. & .b. d. equidistantium laterum et ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. cōpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur. a. c. & .b. d. manifestū igitur est ex sexta huius. 12. q̄ piramis. a. ē sexta pars solidi. a. c. & piramis. b. sexta solidi. b. d. itaq; ex. 35. vndecimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.



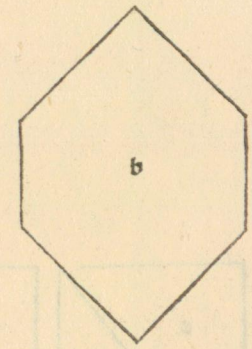

¶Qō si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

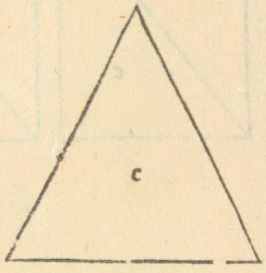
¶Si bases vtrarūq; fuerint triangule demonstratum est verum esse qō diximus. Si altera tm̄: sit igitur. a. basisq; alterius piramidis sit. b. & sumatur trigonus. c. eq̄lis poligonio. b. fiatq; super. c. piramis eque alta piramidi que est super. b. & sint. a b. c. equiuoca nomina piramidum & basium. Quia igitur ex ypothesi duo piramides. a. & .b. sūt equales & ex vltima interposita ꝑ ad sextam huius vtrasq; piramides b. & .c. sunt equales: & erūt ex communi scientia due piramides. a. & .c. equales: igit̄ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte. 7. huius. Cumq; bases. b. & .c. sint equales: altitudines quoq; piramidū. b. & .c. equales erunt ex prima pte & secunda. 7. quinti bases. a. & .b. mutue altitudinib⁹ piramidum. a. & .b. Scōa pars cōuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit ex .2. parte & prima .7. quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. itaq; ex secūda pte hui⁹ .7. duo piramides. a. & .c. sunt eq̄les quare ꝑ cōmunē scientiam due quoq; piramides .a. & .b. sunt equales. Si vero neutra propositarū piramidum fuerit trigona sed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. & .b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. & .c. equales. ideoq; due que sunt. a. & .c. etiam per cōceptionem equales quare basis. a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a.



erit quoq; ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudinē piramidis.a.ideoq; ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.z.c.eq̄les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt.a.z.b.erūt etiā equales.Et hoc ē propositum.



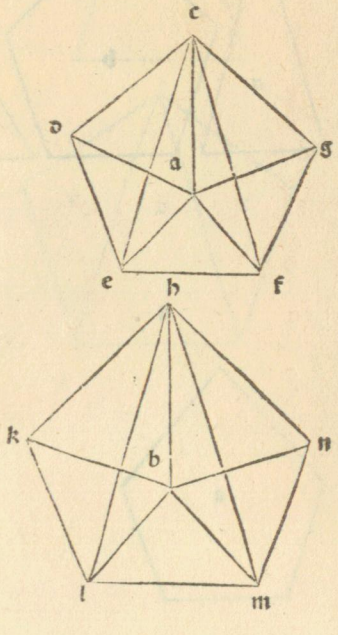

## Propositio .8.

OMnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse:eruntq; hec duo solida paralellograma similia eo q̄ piramides ponuntur similes ad inuicem.nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes piramidibus z solidis paralellogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoq; illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum paralellogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium.ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.z.13.quinti cuncte sex supficies hoz duorum solidoz paralellogramoz sunt similes adinuicē:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z piramidū sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cumq; sit proportio solidoz vna sicut suorum relatiuoz laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aūt latera solidorum eadez quoq; latera piramidū.erit quoq; ex. 11.quinti proportio propositaz piramidum sicut suoz relatiuoz laterum proportio triplicata:quod est propositum.

¶ Nō si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

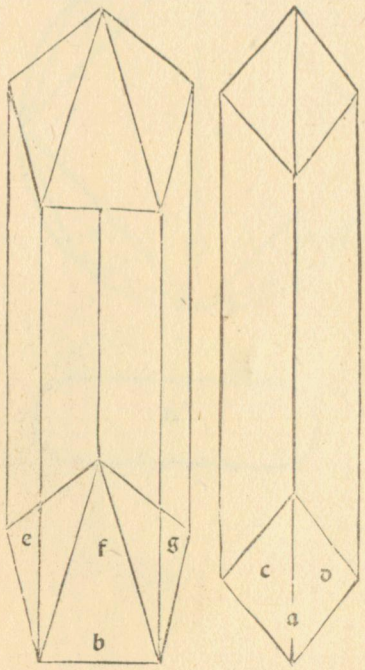
¶ Sint due laterate piramides quaz coni.a.z.b.similes sintq; super bases pentbagonas que sunt.c.d.e.f.g.b.k.l.m.n.dico q̄ ꝓportio eaz est sicut suoz relatiuorum laterum triplicata .Constat enim ex diffinitione similiū superficiez z corpoꝝ q̄ penthagoni qui sunt bases propositarum piramidū sibi ad inuicē cunctiq; relatiui al'reliqui triāguli ipsas ābientes sibi inuicē sūt similes.diuidant̄ itaq; bases ambaz in triangulos sil'es z numero equales ꝑut. 18.sexti ꝓponit esse possibile:protractis in hac quidē lineis.c.e.z.c.f.i illa vero.b.l.z.b.m .dico igit̄ istas piramides esse diuisas in piramides triangulas sil'es z numero equales.Conferāt̄ enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.b.k.l.quaz coni sunt.a.z.b .cōstat autem ex ypotbesi triangulū.c.a.d.esse similē triangulo. b.b. k.z triangulū.d .a.e. triangulo.k.b.l.z q̄ etiā ex ypotbesi angul⁹.d.ē equalis angulo.k.z latera .c.d.z d.e.cōtinētia angulū.d.sunt ꝓportionalia lateribus.b.k.z.k.l.cōtinētibus angulū.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e. z. b.k.l.equianguli. ideoq; per.4.sexti erit ꝓportio.c.d.ad.b.k.sicut.c.e.ad.b.l.cūq; ex ypotbesi sit ꝓportio.c.a. ad.b. b.z etiā.a.e.ad.b.l.sicut.c.d.ad.b.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.b.b.z.a.e. ad.b.l. sicut.c.e.ad.b.l.igit̄ ex.5.sexti z diffinitione similiū superficiez triangulus.c.a.c. erit sil'is triangulo.b.b.l.manifestum est itaq; ex diffinitione ſilium corporum q̄ piramis.a.c.d.e.ē similis piramidi.b.b.k.l.sil'r quoq; cōstat piramidē.a.c.e.f.cē



silem piramidi .b.h.l.m.⁊ piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.qꝛ ergo ex hac.8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.h.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.h.k. triplicata ⁊ etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.h.l.m.sicut.e.f.ad.l.m .tripli/cata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.h.m.n.sicut.c.g.ad.h.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.⁊.c.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.⁊. b.sit sicut vnius haꝝ ꝑtialium ad aliā vnā.igiť ex hac.8.⁊ vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶ Verū ē qd dicitur sup qualescūqꝫ bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases ⁊ supficies suppreme sunt siles ⁊ equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū supficieꝝ intelligiť eē statutū Scda vero spēs ē colūna cui⁹ basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:⁊ tertia ē cuius basis ē pentagona ⁊ ipsa ex tribus seratilib⁹ pficiť .Simpliciter aūt dico ꝙ oīs laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant̄ itaqꝫ due colūne laterate.a.⁊.b.ꝯstitute sup duas bases.a.⁊.b.eque alte.dico ꝙ ꝓportio colūnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut basiū.a.⁊.b.distinguāť nāqꝫ hee bases i triāgulos ⁊ hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigonos.s.c.⁊.d.⁊ colūna.a.in duo seratilia.c.⁊.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguať in tres trigonos.e.f.g.⁊ colūna.b.in tria seratilia que silr vocent̄.e .f.g. Manifestū ē igiť ex his que in.36.vndecimi dicta sunt ꝙ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.⁊ iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a .ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igiť ex.24.quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaqꝫ ex hoc ꝙ




¶ Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

¶ Cum eni vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basib⁹ ꝓportionales. ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoqꝫ ꝙ.

¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia ⁊ laterate colūne eque alta ipsa quoqꝫ suis basibus proportionalia eē necessario cōprobantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateataꝝ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguatur basis columne in triangulos ⁊ ꝑm numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia ⁊ piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaqꝫ vnumquodqꝫ seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumqꝫ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et

et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erũt. Si vero bases earum ⁊ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis laterata colũna ẽ tripla ad suã piramidẽ. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quẽadmodũ demonstratum est in septima huius: quia igitur columnarum suarumq; piramidũ eedem sunt bases ⁊ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓpositarum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum eni eedem sint bases eedemq; altitudines colũnaꝝ suaꝝq; piramidum: erunt bases ⁊ altitudines piramidũ ꝓpositaꝝ colũnarum mutue. si hoc vt positũ est veꝝ fuerit de columnis. erunt itaq; piramides equales ꝓut in septimo huius demonstratum ẽ igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secũda pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq̃; lateris ad suam relatiuum latus proportio triplicata.

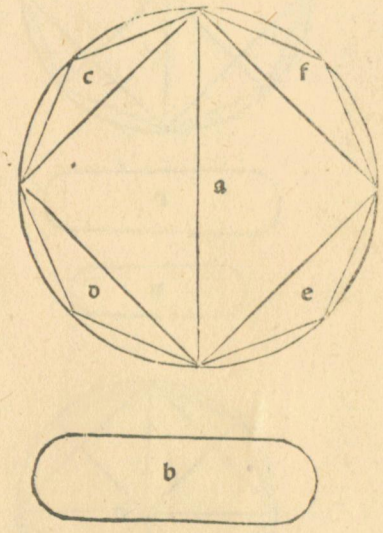
¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiũ corporum bases earum cetereq; superficies eas ambientes sil'es Diuidant̃ itaq; bases earum in triangl'os similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse columne diuidant̃ in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eẽ similia: qd̃ facile probabis ex ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ⁊ diffinitione similium corporum hoc autẽ probato erit ex .36. vndecimi proportio vnius cuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ⁊ quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

## Propositio .9.

Omnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cõprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secũdum eandẽ suã altitudinẽ erecte: dicanturq; equiuoce ipsa piramis et columna ⁊ circulus nomine vno scz. a. dico itaq; ꝙ colũna .a. est tripla ad piramidẽ .a. cuius ꝓbatio ẽ quia neq; maior neq; minor põt esse q̃; tripla Sit eni primũ si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

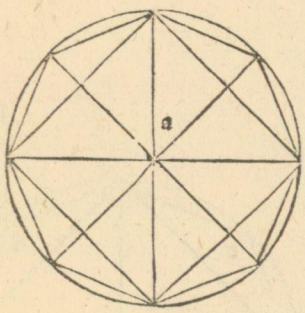
corp⁹ demat̃ de colũna.a.erit resid ũ ei⁹ triplũ ad piramidẽ .a. Inscribaf ergo quadratuz circulo.a.sup qõ erigant̃ duo seratilia eque alta colũne.a. de quibus duobus seratilibus piter acceptis cõstat qp ipsa sũt plus medietate colũne.a .quẽ/ admodũ ipsum quadratũ constat esse plus medietate circuli.a. Si eni ex ipsis sera tilibus perficiant̃ solida palellograma quoz ipsa sunt medietates: erit ipsa colũ/ na ps ipsoz duoz solidoz piter acceptoz: deinde super latera quadrati inscripti p ficiã quatuor triangulos duum equaliũ latez in portionibus circuli quaz portioni uz latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaz portionũ p equalia z sint illi trianguli.c.d.e.f .super quos etiã erige seratilia ad altitudinẽ colũne.a.z manife/ stũ est qp hec seratilia sunt maius medietate portionũ columne super portiões cir/ culi consistentiũ quẽadmodũ z ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circu li. Fiat aũt hoc totiens quousqz p p...nã . 10.cogaf aduersarius cõsiteri portiones colũne piter acceptas esse minus corpore.b. Erit igif columna laterata octogona quã cõponunt omnia seratilia pariter accepta quaz bases sunt trianguli diuiden/ tes poligoniũ inscriptũ circulo .a.maiⁱ⁹ triplo piramidis rotũde.a. z qz ipsa latera ta colũna ẽ tripla ad suã piramidẽ sicut demonstratũ e in eis que premissa sunt. se quitur ex scõa pte. 10.quinti libri vt rotunda piramis.a.sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ẽ inscriptũ poligoniũ basi rotunde piramidis.a. qõ est impossibile. Est eni piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nõ ẽ igif piramis.a.minⁱ⁹ tertia pte sue columne. sed nec plus tertia. Si eni possibile ẽ: sit pi ramis.a.plus tertia pte columne.a.quãtitate corporis.b. ita qp detracto corpore.b de piramide.a.sit residuũ ipsius piramidis tertia pars colũne.a. igif quẽadmodũ prius ex piramide.a. intelligaf detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratũ circulo.a. inscriptũ quã lateratam piramidem constat esse plus dimi/ dio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a. rursus intelligaf detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f. qui sunt in portionibus ba/ sis z hoc totiẽs fiat vt ex prima decimi relinquaf ex piramide.a. minus corpore.b erit itaqz piramis laterata inscripto poligonio supstans quã cõponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colũne.a. z quia ut probatũ ẽ in p̃cedentibus hec piramis laterata ẽ tertia ps sue columne laterate a. sequif denuo ex scõa pte. 10.quinti libri columnã rotundã.a. esse minorẽ colũna laterata eiusdẽ altitudinis cuius basis ẽ poligoniũ basi rotunde piramidis inscri/ ptũ: hoc aũt impossibile: nã hec colũna rotunda laterata ps ẽ colũne rotũde. Cum igitur columna rotunda nõ possit eẽ minus triplo sue piramidis neqz maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

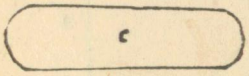


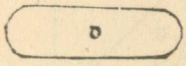

## Propositio .10.

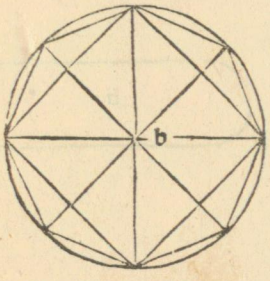
OMnium duarum rotundaz piramidum similiũ columnarumve rotundarum similium ẽ proportio alterius ad alteram tanqz diametri sue basis ad diametrũ basis alteriⁱ⁹ proportio triplicata.

Sint duo circuli.a.z.b. super quos constituantur due rotũde piramides simles ducqz columne rotunde simules z dicantur circuli z piramides z co/



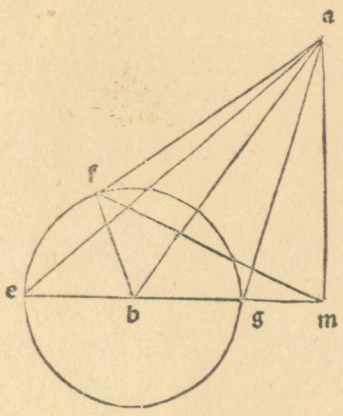



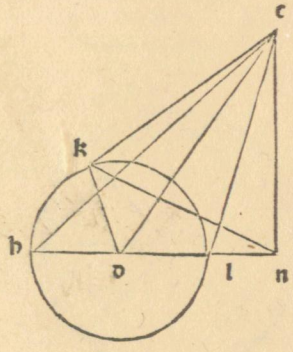



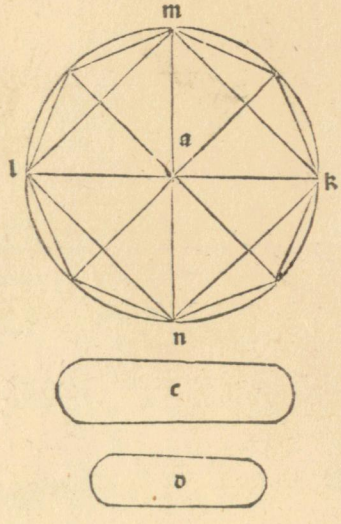

lumne ⁊ diametri circulorum his nominibus.a.⁊.b.equinoce:dico itaq; ꝙ ꝓpor/tio duarum piramidum.a.⁊.b.duarūq; columnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut duaꝝ diametroꝝ a.⁊.b.proportio triplicata:hoc autem si de piramidibus constiterit :de columnis autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidē:de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile.Est enī per cōmunē sciam posita in principio scōe demōstrationis huius. 12.libri : que proportio diametri.a.ad diametrū.b.triplicata: eadem pira/midis.a.ad aliqō corpus:illud igit̄ corpus sit.c.de quo dico ꝙ ipsum non pōt esse minus neq; maius piramide.b.Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor poris.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.piter accepta sint quātum piramis. b.itaq; quē admodū in scōa ꝑte premisse ex piramide.b .detrahaī laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptū circulo.b.⁊ ex residuo eius detrahanī pi/ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli.b. fiat ita q; boc totiens quousq; cogente prima. 10.sit residuū piramidis.b. minus corpore d.eritq; ex cōi scia laterata piramis detracta quā cōponunt partiales piramides detracte maius corpore.c. Inscribaī itaq; circulo.a.poligoniū simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide.b.⁊ ad angulos huius poligoniꝭ in/scripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligo nium lateratā piramidē eque altā rotunde piramidi.a.banc igit̄ studeas demon/strare esse silem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qō boc mō fa/cies:in vtraq; piramide eriges axem ipsius que erit ex diffintōne linea cōtinuans verticē piramidis cū cētro basis ⁊ erit perpendicularis ad basim:deinc a centris basium protrabas in vtroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq; poligonij inscripti.cunq; ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓ/portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba sis alteri⁹.ideoq; etiā ex.15.quinti ⁊ equa ꝓportiōalitate sicut semidiametri ad se midiametrū.sint aūt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris conti nent recti.necesse ē ex sexta ꝓpositione sexti libri ⁊ quarta eiusdē ⁊ diffinitiōe simi lium superficieꝝ ⁊ similiū corporꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis late rate piramidi.b.quare ꝑ additā ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad la/teratam.b.ē sicut lateris vnius ad suū relatiuū latus alterius ꝓportio triplicata. ideoq; ⁊ sicut diametri.a.ad diametrū.b.triplicata.igit̄ quoq; sicut rotunde pira/midis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate pirami/dis.a.ad rotundā piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.⁊ q; latera ta piramis.b.maior ē corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide a.qō ē impossibile cū sit ꝑs eius:nō est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b Restat itaq; ꝓbandū ꝙ nec maius.si enī aduersarius dicat ipsū eē mai⁹ tunc argu atur ex cōuersa proportionalitate ꝓportionē diametri.b.ad diametrum.a.tripli/catā esse sicut corpis.c.ad rotundā piramidē.a.sed ex cōceptione eadē est rotunde piramidis.b.ad aliqō corpus aliud qō sit.d.⁊ q; ex ypotbesi corpus.c. maius ē ro tunda piramide.b.sequit̄ ex. 14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d. itaq; proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qō ē minus rotunda piramide.a videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametrꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc aūt est impossibile .nā ex hoc demōstrauim⁹ sequi ꝙ ꝑs sit maior suo toto.cū ergo

corpus.c.nō possit minꝰ eē neqꝫ maiꝰ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̄/
le.ideoqꝫ ex scōa pte.7.quinti constat ꝓpositū.Nō lateat autem nos huius demon
strationis processum ad eas tm̄taxat colūnas ⁊ piramides rotundas coartari qua
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales enī diffinite fuerūt i prin
cipio vndecimi:cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqꝫ rotundis similibus siue eaꝝ axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ⁊ ap/
pellent̄ differentie cā hec rotunde colūne ⁊ pirammides q̄rum basibꝰ axes ortho/
gonaliter superstant erecte:relique vero dicant̄ inclinate :⁊ qꝫ in principio. 11.non
sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocamꝰ:hec
quidē per motū palellogrami rectanguli.illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ⁊ piramides diffinitionibꝰ
cōmuniter ⁊ vniuoce conuenientibus erectis ⁊ inclinatis columnis ⁊ piramidibus
rotundis.Cum igit̄ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctꝰ qui
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quousqꝫ ad locum vnde moueri inceperit.
circūducat̄:corpus qō a curua supficie quā motu suo describit hec linea ⁊ ab ipso
circulo cui circūducit̄ cōtinet̄ voco piramidē rotundā.et circulū cui linea hec circū
ducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aūt punctū extra circulū supficiem si/
gnatū voco conū piramidis:lineamqꝫ rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira
midis appello axem seu sagittā piramidis.Cunqꝫ hec sagitta fuerit perpendicula/
ris ad basim dico piramidē esse erectam.cū vero inclinata dico etiā piramidē incli
natam.cum aūt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana supficies p eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqꝫ continua
te per lineā rectā due relatiue sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū.
Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/
perit quousqꝫ ad locū suum redeat circūducat̄:corpus qō a curua supficie quā mo/
tu suo describit hec linea ⁊ a duobus ꝓpositis circulis continet̄:voco columnā ro/
tundam.cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqꝫ duorum circulo/
rum:dico columnam esse erectam.Cum vero fuerit super basim inclinata dico co
lumnam esse inclinataꝫ.Cunqꝫ fuerint due rotunde piramides aut columne a qua
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqꝫ anguli quos axes ⁊ communes sectiones harum superficierum ⁊ basiuꝫ
continent ad inuicem equales: ⁊ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterīꝰ:tunc illas duas pi
ramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse.his dif
finitionibus positis demonstrandū est qꝫ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similium columnarūve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.

**Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes ⁊ tranqꝫ quaꝝ**



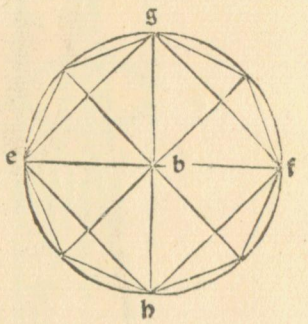




due plane superficies super axem secent fueritq3 haꝝ duaꝝ supficieꝝ altera in vtraq3 piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes ⁊ due communes sectiones basium ⁊ earum superficieꝝ que sup̄ bases nō ponūt̄ orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē eq̄les.

¶ Sint due rotunde piramides.a.b.⁊.c.d.quaꝝ bases sūt circuli.e.f.g.⁊.h.k.l.et axes due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ diametri basiū.e.g.⁊.h.l.centra basiū sunt duo pūcta b.⁊.d.coni piramidū.a.⁊.c.similes ad inuicē: ⁊ ab earum conis ad superficiē basiū protrahant̄ vt docet.11.vndecimi libri due ꝑpendiculares que sunt.a.m.⁊.c.n. ⁊ continuentur puncta .m.⁊.n.cū centris basiū ꝓtractis lineis .b.m.⁊.d.n. eritq3 ex.18.vndecimi sup̄ficies.a.b.m.que egredit̄ ab axe.a.b.erecta sup̄ basim piramidis.a.b.orthogonaliter. Eodē modo sup̄ficies.c.d.n.que egredit̄.a.b.axe.c.d.erit erecta super basim piramidis .c.d.orthogonaliter.sint itaq3 duo arcus.f.g.⁊.k.l. similes: ⁊ intelligant̄ due superficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus ⁊ secare piramides .a.b.⁊.c.d. sil̄es: dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.esse adinuicem equales.protrahant̄ eni̅ due linee.f.m.⁊.k.n.q2 igit̄ due piramides.a.b.⁊.c.d.sunt similes ⁊ due sup̄ficies.a.b.m.c.d.n.stantes orthogonaliter super bases egrediunt̄ ab earum axibus: erit ex diffinitione similiū piramidū angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n: ⁊ q2 ex diffinitione linee supra sup̄ficiem ꝑpendiculariter erecte vterq3 duoꝝ āguloꝝ .a.m.b.c.n.d. ē rectus erunt ex.32.primi ⁊ .4. sexti duo primi trianguli .a.b.m.⁊.c.d.n.laterū ꝓportionaliū vt ꝓportio linee.a.b.ad lineā.c.d.sicut b.m.ad.d.n. ⁊ sicut.a.m.ad.c.n.⁊ q2 ex diffinitione siliū piramidū ꝓportio axis a.b.ad axem.c.d.ē sicut semidiametri.b.f.ad semidiametꝝ.d.k .erit ex.11.quinti. proportio .b.f.ad.d.k.sicut.b.m.ad.d.n. Cunq3 sint duo anguli.f.b.m.⁊.k.d.n. equales eo ꝙ duo arcus .f.g.⁊.k.l. sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta ⁊ quarta sexti proportio .f.m.ad.k.n. sicut.b.m.ad.d.n: ideoq3 sicut .a.m.ad.c.n. ⁊ quia iteꝝ ex diffinitione linee super superficiē perpendiculariter erecte vterq3 duorū anguloꝝ.a.m.f.c.n.k.ē rectus: erit ex sexta ⁊ quarta sexti ꝓportio.a.f. ad .c.k. sicut a.m.ad.c.n.ideoq3 per.11.quinti sicut.a.b.ad.c.d.⁊ sicut.b.f.ad.d.k.igit̄ ex quinta sexti duo anguli.a.b.f.⁊.c.d.k.sunt adinuicem equales quod est propositum.

¶ Idem ꝓbabis leuiter de rotūdis columnis similibus: hoc itaq3 demonstrato dico ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq3 fuerint siue erecte siue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.⁊.b.quarum bases sunt circuli.a.⁊.b.⁊ horum circulorum diametri sint etiam.a.⁊.b.sitq3 proportio piramidis.a. ad corpus.c. sicut diametri.a. ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus.c.minus neq3 maius rotunda piramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq3 communis sectio huius superficiei et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. ⁊ protrahatur inter circulum .b.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g.h. Sicq3 inscribatur circulo.b .quadratum. e.g. f.h .⁊ a rotunda piramide .b. intelligatur

detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli.b. fiatq3 hoc totiens quousq3 residuum sit rotunde piramidis. b.minus corpore.d.ex prima decimi. Eritq3 ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tunc ergo prodeat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter recta super circulum.a.z sit cōmunis sectio huius superficiei z circuli.a.linea.k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur aūt in circulo.a.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.m.n.sicq3 inscribatur in circulo.a.quadratū.k.m.l n.z dividendo arcus portionū circuli.a.per equalia pficiatur in circulo.a.poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo.b.z ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis.a.pficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altā piramidi.a.banc aūt lateratā piramidē ꝓbabis esse similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies ꝓduces axes cogitatione vel actu vtriusq3 in vtriusq3 piramidib⁹ .a.z.b.z a centris basium ꝓtra/bas lineas rectas ad omnes angulos inscriptoꝝ poligonioꝝ. Eruntq3 ex premisso antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis.a.cum singulis lineis ductis a centro circuli.a.ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis.b.cū singulis lineis ductis a centro circuli.b. ad āgulos poligonij sibi inscripti. Et q3 ex diffinitione rotundaꝝ piramidū similiū proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.est sicut semidiametri circuli.a.ad semidiametrū circuli.b.sequitur ex sexta z quarta sexti z diffinitionib⁹ similium superficierū z similiū corporum q3 due laterate piramides.a. z.b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo.constat itaq3 de omnibus rotundis piramidibus similibus q3 proportio eaꝝ sit sicut diametroꝝ suaꝝ basium triplicata.z quia omnis columna rotunda ē tripla ad suā piramidē.hoc eni sufficiēter ē demōstratū siue colūne z sue piramides fuerint recte siue inclinate: sequit ex.15.quinti vt etiā quarumlibet columnaꝝ rotundaꝝ silium sit proportio sicut suaꝝ diametroꝝ triplicata.




## Propositio .11.

**OMnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.**

¶Supra duos circulos.a.z.b.statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant silr.a.z.b.z due rotunde columne eque alte eisdē litteris asscripte .a.z.b.dico itaq3 q3 ꝓportio duaꝝ piramidū .a.z .b.duarūq3 colūnaꝝ.a.z.b.ē sicut duoꝝ circuloꝝ.a.z.b.quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit omnis eni rotunda columna tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem cōstabit indirecta demōstratione hoc modo. Est eni ex cōi scia ꝓportio rotunde piramidis.a.ad aliq̄ corpus sicut circuli.a.ad circulū.b.illud corp⁹ sit.c.dico itaq3 q3 corp⁹ .c.nō pōt eē maius neq3 min⁹ rotūda piramide.b.sit eni p̄mo min⁹ q̄ntitate corpis.d.igit circlo. b.inscribat q̄dratū z detrahat a rotunda piramide.b.piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo.b.inscriptū z ex portionibus piramidib⁹ detrahant piramides

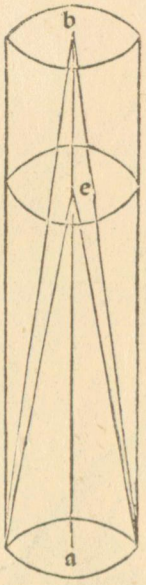
ſuper trigonos portionum circuli conſiſtentes fiatq3 hoc totiens quouſq3 ſit ex pi
ramide.b.reſiduum minus corpore.d.eritq3 laterata piramis detracta quã com/
ponunt partiales piramides detracte maiori corpore.c.inſcribatur ergo circulo.a.
poligonium ſimile illi poligonio quod eſt baſis laterate piramidis.b.z perficiat
ſuper ipſum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a.ad an/
gulos poligonij inſcripti.Eruntq3 due laterate piramides.a.z.b.eque alte.hoc enĩ
eſt propoſitum de rotundis:quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratã pi
ramidem.b.eſt ſicut baſis eius ad baſim illius videlicet ſicut poligonij.a.ad poli
gonium.b.hoc enim demonſtratum eſt in ſexta huius.at vero poligonij.a.ad
poligoniũ.b.ẽ ſicut circuli.a.ad circulum.b.quod manifeſtum ẽ ex prima z ſecun
da huius:itaq3 laterate piramidis.a.ad lateratã piramidem.b.ſicut rotunde pira
midis.a.ad corp9.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/
dem.a.ſicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumq3 ſit laterata piramis.b.ma/
ior corpore.c.ſequitur lateratam piramidem.a.eſſe maiorem rotunda piramide
a.hoc autem impoſſibile:eſt enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun
da piramide.b.Si vero ponat aduerſarius q̃ ſit maius demõſtrabimus. rurſum
idem impoſſibile conſequi:erit enim per conuerſam proportionalitatem ꝓportio
corporis.c.ad rotundam piramidẽ.a.ſicut circuli.b.ad circulum.a.ſit quoq3 eadẽ
rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qõ ſit.d.cum igit̃ corpus.c.ſit maius ro
tunda piramide.b.per ypotheſim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor
pore.d.itaq3 proportio circuli.b.ad circulum.a.erit ſicut rotunde piramidis.b.ad
quoddã corpus minus rotunda piramide.a.ſed hoc demõſtratũ ẽ prius eſſe im/
poſſibile.ſic enim ſequit̃ q̃ pars ſit maior ſuo toto.non eſt igit̃ corp9.c.neq3 min9
neq3 maius rotunda piramide.b.ſed tm̃ equale.itaq3 ex ſcõa parte ſeptime quinti
conclude propoſitum. Vt aũt facilius incõcuſſiuſq3 demonſtrare cõ ſequitur:ad
ipſam eſt antecedens vtile premittendum quod eſt.

¶Si ſuperficies quedam rotundam columnam equidiſtanter baſi ei9
ſecuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam ſecantem ſupficiem
terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶Simile ẽ hoc ei quod ꝓpoſuit.25.vndecimi libri de ſolidis paralellogramis nec
ſolum verum eſt hoc de columnis rotundis imo ſimpliciter de omnibus columnis
ſiue laterate fuerint ſiue rotunde.Qõ qui argumentationem prime ſexti vel.25.vn
decimi firmiter tenuerit facile demonſtrare poterit:hic enĩ nõ aliter q̃ ibi ex diffi/
nitione incontinue proportionalitatis que poſita ẽ in prohemio quinti libri argu/
endum eſt propoſitum.Attendere aũt oportet q̃ quecunq3 ſuperficies ſecat colũ/
nam equidiſtanter baſi ipſius ſecat etiam eam equidiſtanter ſuperficiei baſis eius
oppoſite.nam quecunq3 ſuperficies vni ſuperficiei ſunt equidiſtantes ipſe quoq3
ſunt equidiſtantes adinuicem ut ex his que dicta ſunt ex decimaſexta vndeci/
mi libri didiciſti:quare manifeſtum eſt q̃ omnes rotunde columne quarum ſunt
baſes eq̃les altitudinib9 ſuis ſunt proportionales:Idem quoq3 de lateratis.idem
quoq3 de piramidibus rotundis:z etiam de lateratis quod de piramidibus cõſta/
bit ſi prius de columnis probetur.Eſt enim omnis columna triplex ad ſuam pi/
ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que ſupra in octa/
ua demnoſtrata ſunt

## Propositio .12.

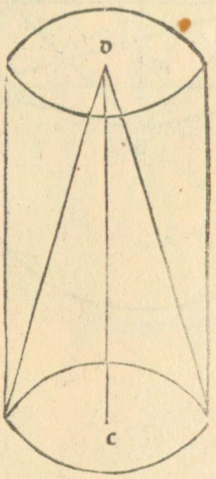
Si due piramides rotunde siue columne fuerint eq̃les sue bases ⁊ altitudines erũt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colũnas eq̃les eẽ necesse ẽ. ¶ Altitudiné piramidũ determinant linee a conis ad bases ꝓpendiculariter descẽdentes: colũnaꝝ autem a supremis earũ superficieb⁹ ad bases. Sint itaq; due rotũde piramides. a. b. ⁊ c. d. eq̃les: dueq; rotũde colũne. a. b. ⁊ c. d. eq̃les: suntq; cões bases tam piramidũ q̃; colũnaꝝ duo circuli. a. ⁊ c. cões quoq; altitudines tam piramidũ q̃; colũnaꝝ determinate p lineas. a. b. ⁊ c. d. dico q; ꝓportio circuli. c. ad circulum. a. ẽ sicut altitudinis. a. b. ad altitudinẽ. c. d. ⁊ ecõuerso. hoc aũt si de colũnis ꝓbatũ fuerit de piramidibus certũ erit: qm̃ ois colũna rotũda tripla ẽ ad suã piramidẽ. si itaq; due altitudines a. b. ⁊ c. d. fuerint eq̃les ex p̃missa cõstat ꝓpositũ. Si aũt ineq̃les sit. a. b. maior sumaturq; a. e. eq̃lis. c. d. ⁊ secet colũna. a. b. a superficie. e. equidistãter basi ei⁹. a. erit q; ex p̃misso antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. iõq; ex prima pte. 7. quinti colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. quare ꝑ scõam ptẽ. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. ex premissa aũt ẽ colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sicut circulus. c. ad circulũ. a. itaq; p. 11. quinti ẽ altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima ps. Scõa cõuerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. sit enĩ vt basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. dico q; due colũne. a. b. ⁊ c. d. sũt eq̃les. erit enĩ ex scõa pte. 7. quinti altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ q; ex p̃missa colũna. c. d. ad colũnã. a. e. ẽ. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ ex p̃missa antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e sequit̃ ex. 11. quinti vt colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem a. c. igitur ex prima pte. 9. quinti due colũne. a. b. ⁊ c. d. sunt equales: quare cõstat etiã secunda pars.

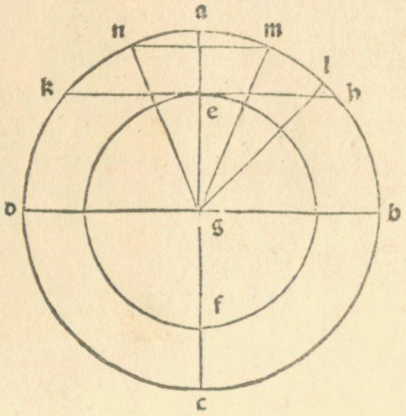


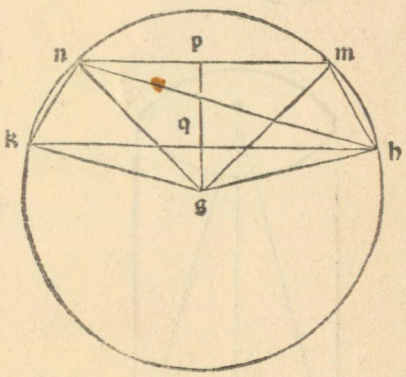

## Propositio .13.

Cum ꝓpositi fuerit duo circuli ab vno cẽtro circũducti superficiẽ multiangulã equaliũ latez circulũ minorẽ minime tangentiũ intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. ⁊ e. f. ab vno cõi cẽtro qõ sit. g. circũducti. dico q; intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile ẽ vnũ poligoniuz qõ sit equilatez describi minorẽ circulũ qui ẽ. e. f. nullo suoz latez tangens. Quadrenĩ enĩ bi duo circuli duabus diametris sup centz ipsoz orthogonaliter seinuicẽ secantibus que sint. a. c. ⁊ b. d. sitq; e. f. diameter minoris ps diametri. a. c. q̃ ẽ diametri maioris. sicq; igit̃ a puncto. e. ducaẽ vtrinq; vsq; ad circũferentiã maioris linee orthogonaliter super diametz. e. f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidẽ ĩ puncto. b. inde vero in puncto. k. critq; ex corrolario. 15. tertij linea. b c. k. contingens circulum minorẽ: postea vero quadrantẽ. a. b. maioris circuli diuide per equalia in puncto. l. seũdũ doctrinam. 29. tertij: debinc rursus arcum. a. l. p equalia ad punctum. m. cunq; hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu. a. b. sitq; hic. a. m. hoc autẽ idcirco necessarium est q; cuz fuerint due quãtitates ineq̃les si a maiori eaz demaẽ ei⁹ dimidiũ. itẽq; a residuo dimidiũ possibile ẽ hoc totiẽs fieri quousq; tãdẽ minor minore eaz relinq̃t quecadmodũ ĩ ꝓma. 10. demõstratũ ẽ. cũ igit̃ sic diuidẽdo ad arcũ q̃ntulumcũq; minorẽ. a. b. fuerit



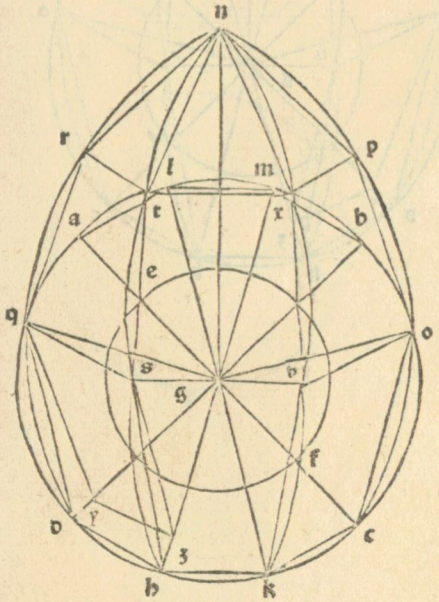


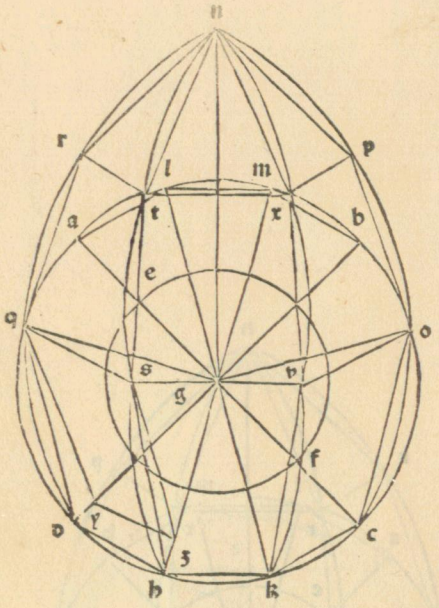

ueniẽtũ cuiuſmodi eſt arcus hic.a.m.ſumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/canturq3 due linee.a.m.7.n.m.quia igitur arcus.a.k.eſt equalis arcui. a.b.quod ex ſecunda parte tertie tertij 7 quarta primi 7.28. tertij manifeſtum ẽ 7 quia arcus a.n.eſt equalis arcui.a.m.erit ex cõmuni ſcientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b. ergo due linee.m.n.7.k.b.ſunt equidiſtantes ergo linea.m.n.non poterit tange/re circulũ.e.f.q̃re multo fortius neq3 linea.a.m.poteſt ipſum tangere:¶Quoniaz igitur conſtat circulum.a.b.c.d.diuiſibilem eſſe per arcus equales arcui.a.m.iõq3 per.28.tertij ſil' cõſtat itra ipſũ circulũ poſſe chordulas eq̃les chordule.a.m.conti/nue coaptari circulum ipſum poligonie chordantes.manifeſtũ eſt itra circulũ ma/iorẽ poſſe vnũ poligoniũ equilaterũ cuius vnũ latus ẽ linea .a.m. inſcribi 7 quia linea.a.m.nõ contingit circulum minorẽ p3 ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̃diſtantium q̃ inſcriptũ poligoniũ nullo late/rũ ſuoz tangit circulũ minorẽ qõ eſt propoſitũ.¶At quid dubitas duas lineas.m n.7 k.b.eẽ eq̃diſtantes cũ ſint duo arcus.n.k.7.m.b.equales:hoc aũt incõcuſſaz veritatẽ ſortitum eſt q̃ due linee circulũ vnũ nõ aũt ſe inuicẽ ſecantes: ſi ex circum ferentia equales arcus bincinde lineis ipſis inter ſint erunt equidiſtantes:duc qui dem a centro.g.lineã.g.p.ꝓpendiculareẽ ad lineã.m.n.que ſecet lineã.b .k.i punc/to.q.7 protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.7 duobus arcubus:n.k.7.m.b.ſubten de duas chordas que etiã dicanť.n.k.7.m.b.erũtq3 ex.28.tertij hec chorde eq̃les n.k.7.m.b.eo q̃ arcus equales 7 per ſecũdã ptẽ tertie eiuſdẽ tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterq3 duoz angulorum qui ſunt .a. d.p. ſit rect9 ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m.At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ẽ equalis angulo.b. g.m. itaq3 p cõ/munem ſcientiã que ẽ ſi equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.b.ideoq3 per quartã primi linea.k.q erit equalis linee q.b.quare p primã partẽ tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineã.k.b. igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.7.k.b.ſunt equidiſtantes 7 hoc eſt qõ dubitare conqueſtus es.¶Hoc enĩ idem aliter demõſtrare eſt poſſibile ducať enĩ linea.n.b.eritq3 ex vltima ſexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo q̃ ar/cus.b.m.eſt equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidiſtans linee b.k.¶Conuerſam quoq3 ſi libuerit conuerſo modo probabis.ſi enim.linea.m.n.eſt equidiſtans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt enĩ ex prima par/te.29.primi duo anguli.b.m.n.7.n.b.k.equales.ideoq3 ex vltima ſexti duo arcus n.k.7.m.b.erunt etiam equales.

## Propoſitio .14.

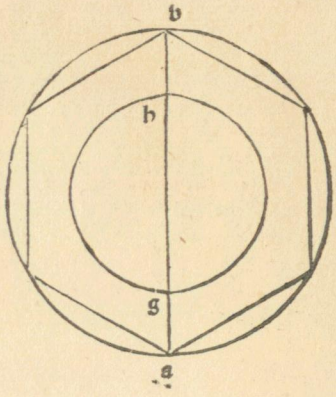
DAabus ſperis vnum centrum habentibus propoſitis in/tra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperfici/em minoris ſpere minime tangentiũ figuraliter cõſtituere Quo conſtituto ſi in minori ſpera ſiue in qualibet alia ſpe ra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur erit propor/tio corporis multarum baſium intra maiorẽ ſperam conſtituti ad cor pus multarum baſium intra minorem ſperam vel aliam conſtitutam ſicut diametri maioris ſpere ad diametrum minoris vel alterius ſpere proportio triplicata.

¶ Sint proposite due spere.a.b.c.d.⁊.e. f.vnum atq; idem centrum quod sit.g. habentes ⁊ sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere : de quib⁹ non intendimus ꝙ ipse bases sint equales aut similes sed ꝙ nulla earum tangat superficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sperarum vna plana superficie per cōmune centrum earum transeunte: eruntq; ex diffinitione spere ⁊ diffinitione circuli cōmunes sectiones huius secantis superficiei ⁊ superficierum sperarum propositaꝝ linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli.a.b.c.d.⁊.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo propositum est ꝙ ipsum sit.g. Quadrabimus igit̄ hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secantibus que sint.a.c.⁊.d.b.postea maiori circulo ꝑm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita ꝙ in quadrante ipsius maioris circuli qui est .c.d .sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.h.h.k. ⁊.k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima ꝑte.27.tertij arcus earum equales: dehinc a duobus punctis. h.⁊.k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt.h.m.⁊. k.l.⁊ super centrum.g .erigemus lineam.g.n. perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quā producemus quousq; obuiet superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam.g.n.sed prima earum supra lineam.g.n.⁊ diametrum.d.b.secūda super lineam.g.n.⁊ diametrum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.⁊ diametrum.k.l.quarta autem super lineam.g.n.⁊ diametrum.c.a.eruntq; ex diffinitionibus spere ⁊ circuli cōmunes sectiones harum superficierum ⁊ superficiei spere maioris linee continentes circulos ⁊ erūt portiones inscripte vt inter punctū.n.⁊ quatuor puncta que sūt.d.h.k. c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.⁊.k.n.⁊. c.n. hoc autem ideo euenit ꝙ omnes anguli quos continet linea .g.n.cum vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autē circulorum equalium manifestum est ꝙ vnusquisq; hoꝝ q̄tuor circuloꝝ ē equalis circulo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsoꝝ ē diameter spere maioris. igit̄.ꝑ.15. quinti q̄drantes eorū sunt equales: quare quinq; arc⁹ qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n.⁊ d.c.sunt equales: i vnoquoq; ergo q̄tuor q̄drantiū circuloꝝ erectoꝝ coaptent̄ ypothemisales chorde quaꝝ q̄libꝫ sit eq̄lis chorde circuli ꝓstrati q̄ sūt latera poligonij sibi inscripti ⁊ ē vna eaꝝ chorda.d.h.sintq; i p̄mo quidē.d.q.q.r.⁊.r.n.in secūdo vero.h.s.s.t.⁊.t.n.in tertio autē.k.u.u.x.⁊.x.n.⁊ in quarto sint.c.o. o.p.⁊ .p.n. ⁊ protrahant̄ corausta cōiūgētes capita ypothemisaliū chordaꝝ q̄ sint.q.s.s.u.u.o ⁊.r.t.t.x.x.p.vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que quidem quarta pars ē.d .n.c.iscriptum ēe corpus.9.basium quarū tres que cocunt in puncto.n.sunt triangule: cetere autē sunt quadrangule.suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē ⁊ chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aūt scies si perpendiculares a






corausto⁊ extremitatib⁹ ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus ꝓstat ꝙ ipse cadent super diametros circulo⁊ quos corausti ꝓtinuāt qō ex demōstratis in 13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. demisse due perpendiculares. q.y. ⁊.s.z. cadentes in diametris. d.b. ⁊.b.m. ⁊ ꝓtrabātur linee. q.g. ⁊.y.z. eruntq3 ex quarta sexti duo trianguli. q.y.d. ⁊.s.z.b. siles quare ꝓportio duarum perpendicularium. q.y. ⁊.s.z. erit sicut duaꝝ cordaꝝ. q.d. ⁊.s b. cunq3 sint corde equales erunt etiā ⁊ ꝓpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi corausti⁹. q.s. est equalis ⁊ equidistans linee. y z. ⁊ quia ex scōa pte scōe sexti linea. y.z. ē equidistans corde. d.b. ⁊ iō minor. e.a. sequitur ex. 9. vndecimi ut corausti⁹. q.s. sit etiā equidistās corde. d.b. ⁊ minor ea ex conceptione. Cum itaq3 corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo tacenti ⁊ ipse sunt oēs equales corde. d.b. nō tangāt sperā minorē: necesse est ut nullus latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tāgat eandem minorem sperā cū oia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Similiter autē dico ꝙ nulla etiā harū basiū de quibus omnibus manifestum est ex secunda pte scōe. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto contingere minorem speram eo ꝙ omnis linea recta ducta super quēlibet punctum cuiusq3 earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartaruz maioris spere tam superioris hemispherij q3 inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilateriscq3 superficiebus subtexantur: eritq3 maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodū ꝓpositū fuerit inscriptū Dico isup ꝙ si in alia qualibet spera simile corpus statuaꝫ erit ꝓportio vnius ad alterū sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusq3 corpis bases totidem lateraꝝ piramidū quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipsaꝝ sperarum bas autē piramides persicies. si a singulis angulis inscriptoꝝ corpoꝝ que sūt extremitates cordaruz ⁊ corausto⁊ lineas ad centra sperarum produxeris. Stude itaq3 ex diffinitione silium corpoꝝ ꝓbare cūctas piramides vni⁹ eē siles suis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuscuiusq3 earum vni⁹ ad suā relatiuā alterius sicut ꝓportio semidiametroꝝ sperarum ipsarum triplicata. sunt enī semidiametri sperarum latera cunctaꝝ piramidum. At q3 semidiametrorum ⁊ diametrorum est ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiusdem facile concludes propositum.

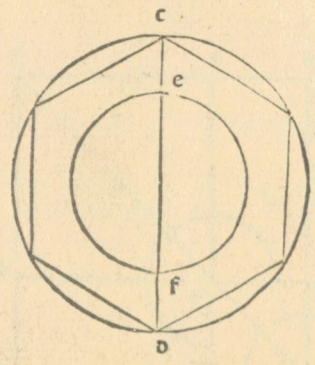


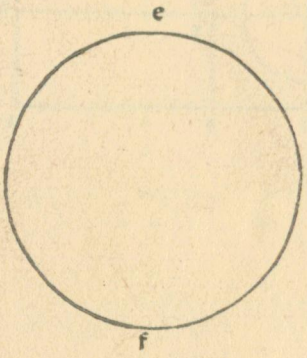

## Propositio .15.

OMnium duarum sperarum est proportio alterius ad alteram tanquā siue diametri ad diametꝝ alterius proportio triplicata.

¶ Sint duc spere. a.b. ⁊.c.d. quarum diametri sint. a. b. ⁊.c.d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametrorum ꝓportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neq3 ad minorē sperā q3 sit spera. c.d. neq3 ad maiorē est proportio spere. a.b. sicut diametri. a.b. ad diametꝝ. c.d. triplicata. Esto quidē ꝓportio spere. a.b. ad speram. e.f. sicut diametri. a.b. spere. a.b. ad diametrū. c.d. triplicata: demonstrabo itaq3 ꝙ spera. e.f. non potest esse minor neq3 maior qm̄ spera. c.d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginaboream inducdi a spera. c.d. ⁊ circūduci ab eodem centro ⁊ inscribam spere. a.b. qō etiā nomine

sue spere dicat̃.a.b.ꝯstat itaqꝫ ex scd̃a pte p̃misse ꝛ.11.quiti ꝙ ꝓportio spere.a.b. ad sperã .e.f.ẽ sicut corpis mltaꝝ basiũ qd̃ ẽ.a.b.ad corp⁹ multaꝝ basiũ:qd̃ ẽ. c.d. vtraqꝫ eni ẽ sicut diameter. a.b.ad diametrũ.c.d.triplicata:hec aũt ex ypothe.illa vero ex scd̃a pte p̃misse:quare ꝑmutatim ꝓportio spere .a.b.ad corpus multarum basium.a.b.ẽ sicut spera.e.f ad corpus multaꝝ basium.c.d. cũ igit̃ spera.a. b.sit maior corpore multaꝝ basiũ.a.b.erit etiã spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium c.d.hoc aũt est impossibile.nã ipsa est pars ei⁹:nõ ẽ ergo spera.e.f.est minor spe/ra.c.d.Si aũt dicat aduersarius eã esse maiorẽ cõfutabimus ipsũ hoc modo: erit eni per cõuersã proportionalitatẽ spera. e.f. ad sperã.a.b. sicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.sit itaqꝫ eadem spere.c.d.ad speram.g.h.eritqꝫ ex. 14: quinti spera.g.h.minor spera.a.b.eo ꝙ spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̃re ꝓportio spere.c.d.ad aliquã sperã minorẽ spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad diametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossbile:nam ex hoc sequit̃ ꝙ ꝑs sit maior suo toto ut demonstratũ est prius.itaqꝫ spera.e.f.nõ est maior neqꝫ minor q̃ꝫ spera.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositã conclusionẽ que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

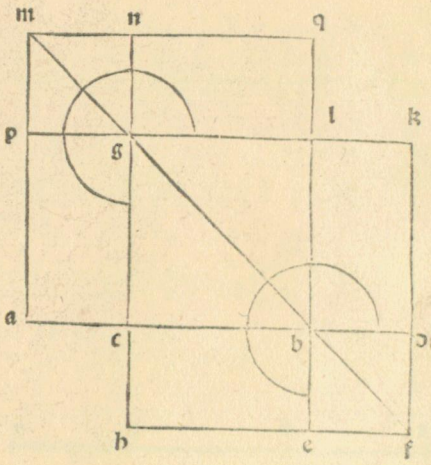



## Propositio .1.

Cum diuisa fuerit linea scd̃m proportionem habentem mediũ duoqꝫ extrema:si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise:quadratũ linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdẽ linee diuise quintuplum esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c. ꝓut docet.29.sexti.ꝛ sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungat̃ linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹ a.b.dico ꝙ quadratũ linee.c.d. erit quintuplum ad quadratũ linee.b.d.Quadrabo eni lineã.b.d.ꝛ sit eius quadratũ.d.e.ꝛ circũponã huic quadrato gnomonẽ scd̃m quantitatẽ linee.b.c.ꝓtracta diametro.f.b.g. sitqꝫ circũpositus gnomo.e.g.d.eritqꝫ ex.22.sexti superficies inde cõposita que sit.h.k tanq̃ꝫ quadratũ linee.c.d.dico igitur quadratũ.h.k.quintuplũ esse ad q̃dratũ.d.e sit igit̃.e.l.quadratũ circũpositi gnomonis sibi que circũponatur alius gnomo ad quãtitatẽ linee.a.c.ꝓtracta diametro.f.b.vsqꝫ ad.m.sitqꝫ hic gnomo.e.m.l.ꝛ protrahant̃ linee.c.n.ꝛ.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrũ.f.m.in puncto.g.Manifestũ est aũt ex.22.sexti ꝙ compositũ ex hoc secundo gnomone ꝛ quadrato.c.l.ꝛ ipsũ quadratũ sit.a.q.est quadratũ linee.a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplũ ad quadruplũ.d e.eo ꝙ linea. b. d.ẽ medietas linee.a.b.cũqꝫ sit ex p̃ma parte.16.sexti sup̃ficies.a.n.ideoqꝫ ꝑ.43.p̃mi sup̃ficies .m.l.equalis q̃drato.c.l.ꝓuenit eni.a.n.ideoqꝫ ꝛ.m.l. ex.b.a.in. a.c.ꝛ.c.l. ꝓuenit ex.c.b.in se ꝛ cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoqꝫ equalis. l.d. ꝛ.c.e. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cõmuni scientia:si equalib⁹ equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̃le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e. quẽadmodũ erat quadratũ.a.q. itaqꝫ totum quadratum.h.k.cum ipsum constet ex simplo ꝛ quadruplo erit ex cõmuni scientia



quintuplū ad idē qō ē ꝓpositū. Jdē aliter ex quarta ſcōi cōſtat q̄ quadratū linee a.b.ē quadruplū ad quadratū linee.b.d. At per ſcōam eiuſdē qō fit ex.a.b.in.b.c. ⁊ in.a.c.ē equale quadrato .a.b.qō aūt ex.a.b.in.b.c.equū ē ei qō ex.b.d.bis i.b. c.qō ex prima ſcōi manifeſtū eſt.cū.a.b.ſit dupla ad.b.d. At vero qō ex.a.b.in.a. c.ē ex prima ꝑte. 16.ſexti equale quadrato.b.c.itaq3 ꝑ cōem ſciam qō fit ex.b.d.bis in.b.c.⁊ qō ex.b.c.in ſe ē equale quadrato.a.b.⁊ ideo ē quadruplū ad quadratum b.d.quare ſupaddito quadrato.b.d.erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qō fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̄drato .b.c. ⁊ q̄drato.b.d. atquia ex quarta ſecundi hoc totū eſt equale quadrato.c.d.conſtat verum eſſe quod diximus.

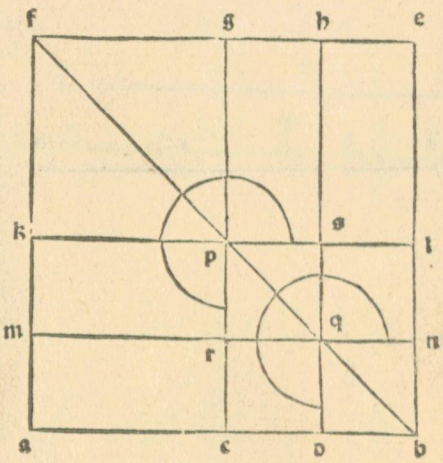
## Propoſitio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius ſuaꝝ portionū ſit quintuplū in longū ſibi linea addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cū addita linea fiat duplex: eadē duplex linea ſcōm ꝓportionē habentē medium duoq3 extrema diuiſa erit maior q3 portio eius erit linea media. Hec ē cōuerſa premiſſe duplici quoq3 modo ſicut illa demō/ſtrabitur via retrograda eadē prorſus manente diſpone. verbi grā. ſit quadratū b.k.quintuplū ad quadratū.d.e.⁊ linea.a.b.dupla ad lineā.b.d.dico q̄ linea.a. b.diuiſa ē in puncto.c.ſm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius ē linea media vt ē.c.b.cōſtat aūt ex.4.ſcōi q̄ quadratū.a.q. quadruplum ē ad quadratū.d.e.itaq3 gnomo.g.d.c.equalis ē quadrato.a .q.quocirca duo ſupplementa.l.d.⁊.c.e.piter accepta ſunt quantū gnomo.c.m.l.atq3 eadē ſupplemē/ta pariter accepta ſunt ex prima ſexti quantū.a.l.ideoq3 quantū.c.q.ſequit q̄.c.q ſit equalis gnomoni .c.m.l.demptā igit̄ ab vtroq3 ſuperficie.l.n.erit quadratum.c.l equale ſuperficiei.a.n.cum igit̄ fiat ſuperficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. ſit autem quadratum.c.l.quadratū linee.c.b.erit ex ſcōa ꝑte. 16.ſexti proportio.a.b.ad.b.c.ſicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ſm proportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuiſe poſitā in principio ſexti libri cōdude ꝓpoſitū. Jtē aliter cum quadratū.c.d ſit ex ypotheſi quintuplū ad quadratū.b.d.quadratū vero.a .b.ſit ex quarta ſcōi quadruplū ad idem.at quadratū.c.d.ſit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadrato .b.d.⁊ ei qō ſit ex.b.d.bis in.c.b.ſequitur ut illud qō ſit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.ſit equale quadrato.a.b.ſed ex.b.d.bis in.c.b.tm̄ ē quantū qō ex.a b.in.b.c.eo q̄.a.b.dupla eſt ad.b.d.ergo quod ſit ex.a.b.in.b.c.cuꝝ quadrato.b c.eſt equale quadrato.a.b.⁊ q̄ ex ſcōa ſcōi qō ſit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.eſt equale quadrato.a.b.ſequitur ex cōmuni ſcientia ut quadratum linee.b.c.ſit equale ei qō ſit ex.a.b.in.a.c.igitur ex ſecunda parte.16.ſexti ⁊ diffinitione conſtat ꝓpoſitum.

## Propoſitio .3.

Cum diuiſa fuerint linea ſcōm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ſi minori portioni tanq3 dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde compoſite quintuplum ſit quadrati qō ex ipſa maioris medietate portionis deſcribit. Sit linea.a.b.diuiſa in puncto.c. ſecundum proportionē habentē medium ⁊ duo extrema .ſitq3 eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico q̄ quadratum linee .a.d.eſt quintuplum ad quadratū linee.c.d.deſcribatur enim quadratū.a.b.quod ſit .a.e. in quo ꝓtrahāt

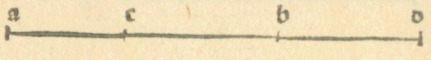
diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.b.itemqꝫ.k.l.ꝛ.m.n.equidiſtanter lateribus oppoſitis ſecantes ſe inuicē ſup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ.q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r.ꝛ.ſ.manifeſtū igit̄ ē ex.22. ſexti vel ex corelario quarte ſcōi:ꝙ omnes ſuperficies exiſtentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium ſunt quadrate:quatuor autem ſuperficies que ſunt.a.r.m.p.p.b.ꝛ.ſ.e.conſtat ex 43.primi ꝛ prima ſexti eſſe adinuicē equales.nā due poſtreme.p.b.ꝛ. ſ.e.ſunt adinuicē equales ex prima ſexti qm̄ izit̄ ex pūti ypothesi ꝛ diffinitiōe linee ſm ꝙ ꝓponit̄ diuiſe ꝛ prima pte. 16.ſexti quadratū.c.l.ē equale ſupficici.a.g.ideoqꝫ ꝛ gnomoni.r.f.ſ.ꝓpter id qō ſupficies.a.r.ē equalis ſuperficiei.p.b.ꝛ qm̄ ex quarta ſecundi quadratū.c.l.eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.qō ē tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d ſequitur ex cōmuni ſcientia ꝙ quadratū.m .b.ſit quintuplū quadrati .r.ſ. conſtat enī ex gnomone quadruplo ꝛ .r.ſ.ſumplo.hoc aūt eſt ꝓpoſitū. Jdeꝫ aliter cū ſit linea.b.c. diuiſa per equalia in puncto.d.ꝛ addita eſt ei linea.a.c.erit ex.6.ſecūdi quod ſit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod ſit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex prima pte. 16.ſexti:hoc autem eſt quadruplum ad quadratum .c.d.manifeſte pꝫ veritas eius qō dicit̄. Potes quoqꝫ ſi libet etiam duplici modo ex cōſequēte huius ſuū antecedens cōcludere proceſſu retrogradu.ſit enī cadē diſpoſitione manente quadratū.m.b.quintuplū ad quadratū.r.ſ.critqꝫ gnomo.r.f.ſ.equale quadrato.c.l. Vtrūqꝫ enī eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.at qꝛ ſupficies.a.g.ē equalis gnomoni predicto neceſſe ē vt ſupficies cadē ſit equalis quadrato predicto:quare ex ſcōa pte. 16.ſexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuiſa in puncto.c.ſm ꝓportionē habentē medium ꝛ duo extrema:ꝛ maior portio eius ē linea.c.d. Jdē aliter cū ſit ex ypothesi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.ſcōi idē ipſū quadratum ſit equale ei quod ſit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.ſequit̄ vt id qō fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.ſit quintuplum ad idē quadratū.c.d.ideoqꝫ eo dempto erit reſiduū videlicet qō fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipſum ꝛ qꝛ etiā ex quarta ſcōi quadratum linee.c.b.ē quadruplum ad idē neceſſe ē vt qō fit ex.a.b.in.a.c.ſit equale quadrato.c.b.quare iterum ex ſecunda pte. 16.ſexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuiſa ſm ꝓportionē habētem medium ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maior eius portio eſt linea.c.b.

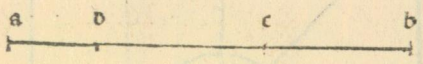


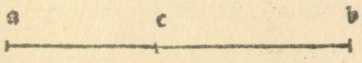

## Propoſitio .4.

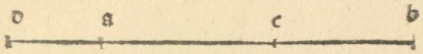
Si ſcōm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema quelibet linea fuerit diuiſa eiqꝫ ī longū directe tanq̄ꝫ maior ſectio adijciat̄:erit totā lineā inde cōpoſitā ſm ꝓportionem habentē mediū ꝛ duo extrema diuiſaꝫ eſſe ꝛ erit eius maior portio linea prima.

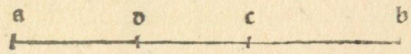
Sit linea.a.b.diuiſa qua ſupponit̄ ꝓportione in puncto.c.ꝛ ſit eius maior portio.c.b.totiqꝫ.a.b.adijciat̄ directe linea.b.d.que ſit equalis.c.b.dico ꝙ tota.a.d. eadem ꝓportione diuiſa eſt in puncto.b.ꝛ maior eius portio ē linea .a.b .que ē linea prima. Eſt enī ex diffinitione .a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex ſeptima quinti .a.b.ad.b.d.ſicut ad.b.c.igitur ex vndecima einſdē.a.b.ad.b.d. ſicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuerſam ꝓportionalitatem.b.d.ad.b.a. ſicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.c.Cumqꝫ ſit ex ſeptima quinti.a. b.ad.b.c ſicut ad.b.d.erit ex vndecima einſdē.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.d.itaqꝫ ex diffinitione linea .a.d. diuiſa eſt in puncto .b.ſecundū ꝓportionem habentē medium






ꝛ duo extrema ꝛ maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quoq3 modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise tanq̄3 minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio scdm eandē proportionem diuisa. eritq3 maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea.a.b.sicut ꝓponitur in puncto.c.diuisa sitq3 maior portio.a.c.a qua detrahat̄.c.d.equalis.c.b.dico ꝙ.a.c.ē diuisa: ꝟm proportionē eandem ī puncto.d.ꝛ ꝙ maior portio ei⁹ ē linea.d.c.cum enī sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad c d.ideoq3 per.19.quinti: sicut.c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq3.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitiōe ergo cōstat qd̄ diximꝰ: nec igit̄ ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quātūcunq3 vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.

## Propositio .5.

Si secūdū proportionē habentē medium ꝛ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qd̄ ex tota linea quodq3 ex minori portione producit̄ ambo q̄drata ꝑiter accepta triplū sunt eius qd̄ ex maiore portione quadratū describit̄.

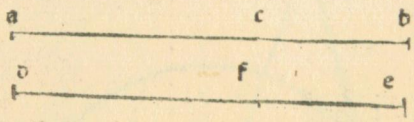
¶ Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitq3 maior portio eius linea.c.b.dico ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.ꝛ.c.a.pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b.hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.ꝛ duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemq3 quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffinitione ꝛ prima parte.16.sexti: manifestum est propositum.

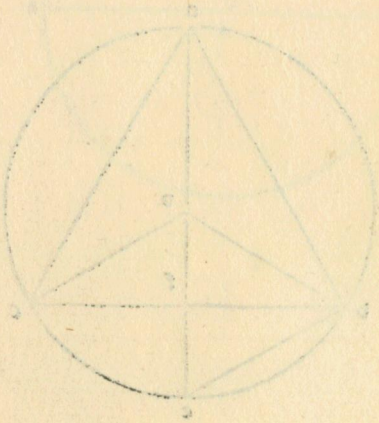
## Propositio .6.

Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū ꝛ duo extrema diuise vtranq3 portionem residuū esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.ꝟm solutā proportionem diuisam in puncto.c.rationalis.dico ꝙ vtraq3 portio eius residuū. Sit enī maior ei⁹ portio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritq3 etiā.d.a.rationalis ex.6.decimi libri ꝛ diffinitione. constat autē ex prima huius ꝙ quadratu3 linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igit̄ linea.d.c.est cōicans linee.d.a. in potentia ex diffiuitione. sed non in longitudine ex vltima ꝑte.7.decimi quare ꝑ 68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.ꝛ.d.a.sint ambe rōnales potentialiter tm̄ cōicantes.ꝛ quia iterum si ad lineam rationalem.a.b.adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum erit latus eius secundum linea.c.b.ex prima ꝑte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū primum: quare constat propositum. Amplius autē si linee sic diuise vt proponit̄ maior portio fuerit rōnalis: erit minor residuum: verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa ī.c ꝟm dictam proportionem ꝛ maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidat̄ per equalia in.d.eritq3 ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at q2.d.c.ē rōnalis cu3 ipsa sit dimidiū.a.c.sequit̄ vt due linee.d.b.ꝛ.d.c.sint rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rōnalis in potentia tm̄ ꝟm proportionem habentem mediū ꝛ duo extrema

diuidat̃ adhuc necesse est vt vtraqꝫ portio eius sit residuũ. sit eni. a. b. rõnalis i potentia tm̃ diuisa sicut ꝓponitur in puncto. c. ⁊ sumat̃ aliqua rõnalis in longitudie que sit. d. e. q̃ etiã diuidat̃ in. f. ꝟm p̃dictã proportionẽ. manifestũ est igit̃ ex secũda 14. libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequũtur inconcussa demostratione roborat̃ ꝙ ꝓportio. a. b. ad. d. e. est sicut. a. c. ad. d. f. ⁊ sicut. c. b. ad. f. e. Cum ergo a. b. cõicet cum. d. e. in potentia sequit̃ ex prima ꝑte. 10. decimi ꝙ. a. c. communicet cũ. d. f. ⁊. c. b. cũ. f. e. in potentia. Et qꝛ vtraqꝫ portio linee. d. e. ẽ residuum ut patet ex predictis sequit̃ ex. 98. decimi vt vtraqꝫ portio linee. a. b. sit etiã residuũ sed non eiusdem speciei vt ibidẽ demonstratũ est. Quare cõstat ꝙ oẽs linee rõnalis in longitudine vel in potentia tm̃ scd̃m ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuise vtraqꝫ portio ẽ residuũ. Et nota ꝙ prima ꝑs p̃ntis demonstrationis qua demonstrat̃ ꝙ maior portio linee diuise ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema sit residuũ si tota linea sit rõnalis ꝓcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponat̃ rõnalis in longitudine siue in potentia tm̃. Scd̃a vero ꝑs qua demonstrat̃ hoc de minori portione ꝙ ipsa quoqꝫ sit residuũ si tota ẽ rõnalis nõ ꝓcedit ex sufficientib⁹ nisi tota sit rõnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur ꝙ minor portio ẽ residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise ꝙ ipsa sit residuũ sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̃. sed ad cõcludendũ quoqꝫ hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionẽ maiorẽ. silr̃ rõnalẽ in potentia tm̃. sed ad cõcludenduꝫ hoc de minori portione mediante necesse est ponere totã lineã esse rõnalem i longitudine aut vtẽdũ ẽ scd̃a. 14. libri quẽadmodũ dictum est.

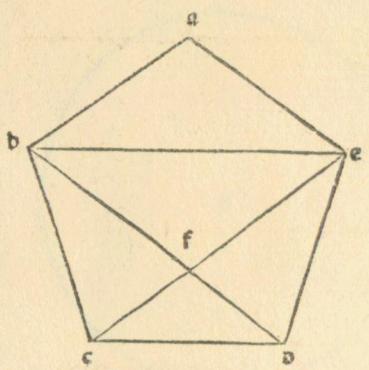


## Propositio .7.

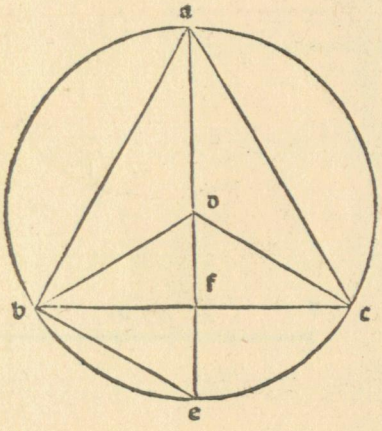
SI quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoqꝫ idẽ pentagon⁹ eẽ ꝓbat̃.

¶ Sit pentagonus. a. b. c. d. e. equilater⁹. sintqꝫ quilibet tres ei⁹ anguli siue cõtinue siue incõtinue: sumant̃ adinuicẽ equales ⁊ sint pri⁹ incontinue sumpti. sintqꝫ anguli. a. c. d. illi tres qui ponunt̃ adinuicẽ equales dico totũ pentagonũ eẽ equiangulũ. His angulis subtendant̃ chorde. b. e. b. d. ⁊. e. c. ⁊ totus pentagonus diuidat̃ in trigonũ ⁊ quadrilateꝝ cuius due diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliũ anguloꝝ secantes se intra quadrilaterũ ipsũ in puncto. f. eritqꝫ ꝑ quartã primi basis. b. e. equalis basi. b. d. ⁊ angulus. a. e. b. equalis angulo. c. d. b. Cunqꝫ ꝑ quintã primi angulus. b. e. d. sit equalis angulo b. d. e. eo ꝙ duo latera. b. e. ⁊. b. d. sint equalia. erit ex cõi scia totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. similiter probabis totalẽ angulum. b. esse equalẽ angulo totali. c. est eni per quartã primi basis. b. e. equalis basi. c. e. ⁊ angulus. a. b. e. equalis angulo. d. c. e. per quintã aũt eiusdẽ seꝫ primi est angulus. e. b. c. equalis angulo. e. c. b. igit̃ ex cõi scia totalis angul⁹. b. ẽ equalis totali angulo. c. Sint itaqꝫ tres anguli. b. c. d. cõtinue sũpti equales ⁊ sic quoqꝫ erit pentagonus equiangulus: erit enim ex. 4. primi basis. b. d. equalis basi. c. e. ⁊ angulus. c. d. b. angulo. d. e. c. ⁊ angulus. b. d. c. angulo. e. c. d. quare ꝑ sextã primi due linee. c. f. ⁊. f. d. erũt equales cũ duo anguli trianguli. f. c. d. qui sunt ad basim. c. d. sunt equales: igit̃ ex hac cõi scia erit linea. f. b. equalis linee. f. e. erat eni tota. b. d. equalis toti. c. e. ideoqꝫ per quintã primi erit angulus. f. b. e. equalis angulo. f. e. b. ꝑ eandẽ autẽ ẽ angulus. a. b. e.



equalis angulo.a.e.b.itaq3 per cōem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo e.totali tres eni partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus ꝑtialib⁹ cō/ponentibus alium vnusquisq3 suo relatiuo. Manifestū ē igitur ꝙ tres anguli.e.b c.nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales.cū aūt sic demōstratu3 est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

## Propositio .8.

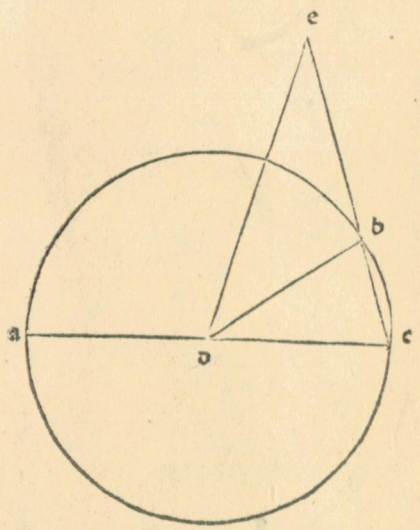


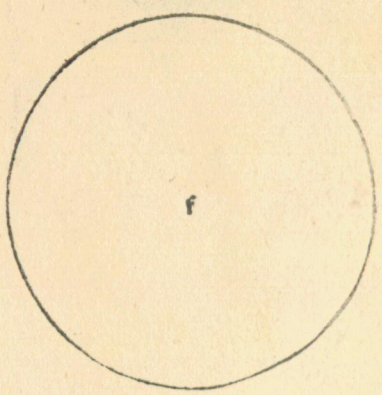

Omnis trianguli equilateri qđ a latere suo quadratū de/scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. ¶ Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūscribatur.circulus .a.b.c.supra centrū.d.quēad modum docet quinta quarti libri ⁊ protrahat̄ in eo diameter.a.d.e dico ergo ꝙ quadratū linee.a.b.triplū est ad quadratū semidiametri.a.d. ducant̄ eni due linee.b.d.⁊.d.c.⁊ arcui.b.c.subtendat̄ chorda.b.e.eritq3 ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimā sexti arcus.b.e.est equalis arcui.e.c. Et q2 ex.27.tertij tres arcus.a.b.b.c.⁊.c.a.sunt adinuicē equales eo ꝙ eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi :erit arcus.b.e.sexta ꝑs circūferentie.ideoq3 chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl̄. 15.q̄rti linea.b.e.ē eq̄lis semidiametro.a.d. Manifestū ē autē ex prima parte.30.tertij ꝙ angulus.a.b.e.est rectus.ideoq3 quadratum linee.a.e.ē equal· quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis ex penultima p̄mi. At ve/ro quadratū.a.e.quadruplū ad quadratum.b.e.ex quarta scđi cum linea.a.e.sit dupla.b.e.relinquitur ergo quadratū.a.b.triplū esse ad quadratum.b.e.⁊ ideo ad quadratum.a.d.qđ est propositum. Nō lateat aūt nos ꝙ linea.b.c.que ē latus tri goni diuidat semidiametꝝ.d.e.per equalia. Esto quidē punctus diuisionis.f.con/stat igit̄ ex quarta primi ꝙ .b.f. est equalis f.c.ideoq3 per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad.f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d.ē equale quadratis duarum liuearum.d.f.⁊.f.b.quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.⁊. f.e. Et q2.b.d.est equalis.b.e.erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum.b.f.⁊.f.d.ꝑiter accepta equa lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.f.⁊.f.e.pariter acceptis:dempto igit̄ utrinq3 quadrato .b.f.erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e.re/siduo quare ⁊ linea.f.d.linee f.e.ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaq3 manifestū ē ꝙ perpendicularis ducta a centro circu li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro eius dē circuli ad ipsius circūferentiam.

## Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusq3 decagoni equilateri quos ambos vnus idēq3 circulus circūscribit sibi inuicē3 in lōgū directūq3 cōiūgant̄ tota linea ex eis cōposita ſm ꝓportionē habētē mediū ⁊ duo extrema diuisa erit ma/iorq3 eius portio latus exagoni. ¶ Sit circulus .a.b.c.cuius centrum .d.⁊ diameter .a.d.c.sitq3 arcus .c.b.quinta ꝑs arcus semicirculi.a.b.c. cui subtendat̄ chorda.c.b.quā ꝯstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti adiungat̄q3 linee .c.b.incōtinuū ⁊ directū linea .b.e.que ponatur eē eq̄/lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā.c. e.diuisam eē in puncto.b.ſm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maiorē3 ei⁹ portionē

dico esse linea̅ .b.c. que est latus exagoni: ducant̃ eni in centr̃ due linee .c.d. ꝛ .b.d. eritq; angulus .c.e. equalis angulo .b.d.c. ex .5. primi ꝓpter hoc q̃ linea .c.b. ẽ eq̃lis linee .b.d. ex corol̃. 15. quarti angulus quoq; .d.b.c. est equalis angulo .c.e. ex .5. primi: quare ex .32. primi angul⁹ .a.d.b. erit duplus ad angulu̅ .d.b.c. ꝛ q̃ ꝓ cãdẽ an/gulus .d.b.c. ẽ duplus ad angulu̅ .c. sequit̃ vt angulus .a.d.b. sit quadrupl⁹ ad an/gulu̅ .c. Est eni ex cõi scia q̃druplu̅ quicquid fuerit duplu̅ dupli. cuq; sit ẽt idẽ angulus .a.d.b. quadruplus ad angulu̅ .b.d.c. ex vltima sexti eo q̃ arcus .a.b. ẽ quadruplus ad arcu̅ .b.c. necesse ẽ ex cõi scia ut angulus .e. sit equalis angulo .b.d.c. si igit̃ intelligant̃ duo trianguli .d.e.c. totalis ꝛ .b.d.c. ptialis cu̅ angulus .e. totalis sit eq̃lis angulo .b.d.c. partialis ꝛ angulus .c. sit cõis vtriusq; necesse ẽ ex .32. primi: vt ipsi sint equianguli: quare per quartã sexti ꝓportio duo̅ late̅. .e.c. ꝛ .c.d. cõtinentiu̅ angulu̅ .c. i totali triãgulo ẽ sicut duo̅ late̅. .d.c. ꝛ .c.b. ꝓtinẽtiu̅ eũdẽ angulu̅ i ptiali triangulo quia ꝑ ꝓportio .e.c. ad .c.d. ẽ sicut ad .e.b. ex scõa ptc. 7. quinti. ꝛ .d.c. ad .c.b. ẽ sicut .e.b. ad cãdẽ ex p̃ma ptc eiusdem. sequit̃ ex .11. quinti ut sit proportio .e.c. ad .e.b. sicut .e.b. ad .b.c. igitur a dione cõclude ꝓpositu̅ linea̅ .e.c. esse diuisã ꝟm proportionẽ habẽtẽ mediu̅ ꝛ duo extrema ꝛ maiorẽ portionẽ eius eẽ latus exagoni q̃ oportuit nos demonstrare. Cõuersam quoq; demonstrare ꝓuenit qõ facile fiet via retrograda: eã eni assumit Ptolemeus capitulo .9. prime dictiõis almagesti ad demonstrandu̅ quantitatẽ chordar̃ arcuu̅ circuli. Dico itaq; q̃ si linea quelibet ꝟm proportionẽ habentẽ medium ꝛ duo extrema diuidat̃ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdẽ minor erit latus decagoni. At vero cuius minor erit lat⁹ decagoni eiusdẽ maior erit latus exagoni. Sit eni priori dispositiõe manente linea .e.c. diuisa in puncto .b. ꝟm predictã proportionẽ ꝛ maior ei⁹ portio sit .e.b. dico q̃ cuiuscũq; circuli linea .c.b. est lat⁹ exagoni eiusdẽ ẽ linea .b.c. latus decagoni: ꝛ cuiuscunq; circuli linea .b.c. est latus decagoni eiusdẽ est linea .c.b. lat⁹ exagoni. Intelligo aũt hoc de exagonis ꝛ decagonis equilateris. si eni sit .e.b. latus exagoni circulo .a.b.c. inscripti: erit ꝑ corol̃. 15. quarti .e.b. equalis .d.c. ꝛ quia ꝓportio .e.c ad .e.b. est sicut .e.b. ad .b.c. ex ypothesi erit ex .7. quinti. c.c. ad .d.c. sicut .d.c. ad .c.b. igit̃ ex .6. sexti duo trianguli .e.d.c. ꝛ .d.c.b. sunt equianguli: angulus ergo .e. est equalis angulo .b.d.c. ipsos eni latera ꝓportionalia respiciunt. cuq; sit angul⁹ .a.d.b. q̃druplus ad ãgulu̅ .e. ex .32. p̃mi bis assũpta. ꝛ quita eiusdẽ bis: sequit̃ vt etiã idẽ angulus .a.d.b. sit quadruplus ad angulu̅ .b.d.c. ideoq; ex vltia sexti arcus .a.b. quadruplus est ad arcu̅ .b.c. linea igit̃ .b.c. ẽ latus decagoni .a.b.c. inscripti. Qõ si linea .b.c. fuerit latus decagoni circuli .a.b.c. erit .e.b. latus exagoni eiusdẽ. sit eni .e.b. latus exagoni circuli .f. eritq; ex predictis .b.c. latus decagoni eiusdẽ. intelligant̃ igitur inscripti eẽ decagoni equilateri duobus circulis .a.b.c. ꝛ .f. quor̃ omnia latera erũt equalia linee .b.c. ꝛ quia ois figura equilatera circulo inscripta ẽ equiangula vt probatu̅ est in .15. quarti libri sequit̃ vtroslibet decagonos esse equiangulos. Cumq; omnes anguli vni⁹ piter accepti sint equales omnibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in .32. primi: necesse ẽ ex hac cõi scia quotũlibet eq̃liu̅ decimas aut quotaslibet ptes eiusdẽ denominationis eẽ equales ut vnus horu̅ decagonoru̅ sit equiangulus alij. ideoq; silis ex dione silium superficier̃: ꝛ q̃ si due figure siles duobus circulis inscribant̃: erit ꝓportio duor̃ relatiuor̃ later̃ illar̃ figurar̃ sic t duar̃ diametror̃ illoru̅ circulorum vt apparet ex corol̃. 18. sexti libri ꝛ prima. 12. cu̅ latera decagonor̃ silium inscriptoru̅

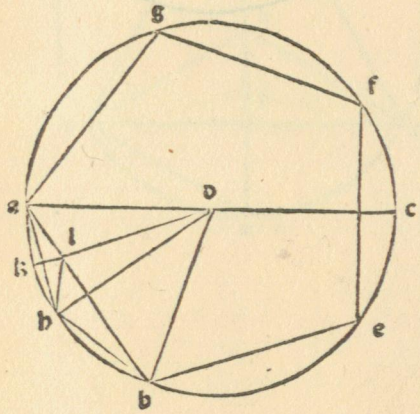


duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. ſint equalia ſequitur ut diametri eorum ſint equales. ideoq; et ſemidiametri etiam equales. ſunt autez ſemidiametri ⁊ latus exagoni equalia ex corclario. decima ⁊ quinta ſexti. erit ergo linea.c.b. latus exagoni circuli.a.b.c. inſcripti ſicut ipſa eſt latus exagoni circuli.f. ſibi equalis: hoc autem ē qđ demonſtrare voluimus. Ex hac aũt nona hui⁹.13.libri noueris exortã cẽ decimam quarti libri que duũ equaliũ latez ꝓponit trigonũ deſcribendũ cuius vterq; duorũ angulox quos baſis obtinet ad tertiũ duplus exiſtat: talis enī ē vterq; triangulox. e.d.c. ⁊.d.c.b. ⁊ ſimpliciter ois cuius duo latera ſunt equalia maiori portioni alicuius linee diuiſe ꝺm proportionē habentē mediũ duoq; extrema ⁊ tertiũ quod eſt baſis eſt equale minori portioni linee ciuſdē vel cuius duo latera sũt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inſcripti: baſis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inſcripti qđ ē ꝓpoſitũ

## Propoſitio .10.

DOne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē latere exagoni equilateri quantũ poteſt latus decagoni equilateri ſi ſint in eodē circulo ambo inſcripti.



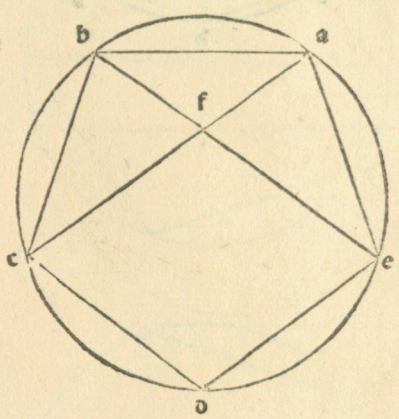

¶Sit circulus.a.b.c. cuius centz.d. ⁊ diameter.a.d.c. inſcribaturq; ei pentagonus equilaterus qui ſit.a.b.c.f.g. ⁊ a centro.d. ꝓtrahatur perpẽdicularis ad latus.a.b. que producatur vſq; quo obuiet circũferentie in puncto.b. ſitq; d.b. ⁊ protrahant due chorde.a.b. ⁊.b.b. que erunt equales adinuicez ex ſcõa pte.3.tertiꝯ ⁊ quarta primi. ideoq; etiã duo arcus.a.b. ⁊.b.b. cẽles adinuicem ex.27.tertij. Eſt igitur vtraq; duarz chordarz.a.b. ⁊.b.b. latus decagoni equilateri ꝓpoſito circulo inſcripti. dico itaq; ꝙ quadratũ linee.a.b. que eſt latus pentagoni ē equale duobus quadratis duarz linearz.b.d. ⁊.a.b. piter acceptis quarum prima eſt eqlis lateri exagoni ex corel'.15. quarti: ⁊ ſecunda ē latus decagoni ꝓtrahatur enī a centro.d. ꝓpendicularis ad lineã.a.b. que eſt latus decagoni que ꝓducat' vſq; ad circũferẽtiã: ſitq;.d.k: q̃ ſecet lineã.a.b. q̃ ē latus pẽtagoni i pũcto l. ⁊ ꝓtrahat' linea.b.l. ꝓſtat aũt ex ſcõa pte tertie tertij ⁊.4. p̃im ⁊.27. tertij ꝙ linea d.k. q̃ eſt ꝓpendicularis ad chordã.a.b. ſimul diuidit ꝑ equalia chordã ⁊ arcũ iõq; arcus.a.k. eſt equalis arcui.k.b. quare ex vltima ſexti angulus.a.d.l. ē equalis angulo.l.d.b. ideoq; ex quarta primi baſis.a.l. baſi.l.b. igit' ex quinta primi angul⁹ l.a.b. equalis eſt angulo.l.b.a. cũq; etiã ſit ex cadẽ angulus.b.a.b. equalis angulo.b.b.a. ſequitur vt angulus.l.b.a. ſit equalis angulo.b.b.a. ergo ex.32.p̃mi duo trianguli.b.a.b. ⁊.a.b.l. ſunt equianguli. eſt enī angulus.b. maioris equalis angulo.b. minoris ⁊ ãgulus.a. ꝯmunis eſt vtriq;: itaq; ꝑ quartã ſexti ꝓportio.b.a. ad a.b. ē ſicut .a.b. ad.l.a. quare ex prima pte.16. ſexti qđ prouenit ex.b.a. in.a.l. eſt equale quadrato linee.a.b. que ē latus decagoni. cũ ſit autẽ ſemicirculus.a.c.c. eq̃lis ſemicirculo.a.f.c. ⁊ arcus.a.c. arcui.a.f. erit arcus.c.c. reſiduus equalis arcui.f.c. reſiduo: quare arcus .c.c. eſt medietas arcus.c.f. ideoq; equalis arcui .a.b. ⁊ duplus ad arcũ.b.k. ⁊ q̃ arcus.c.b. ē duplus ad arcum .b.b. erit ex.13.quinti totus arcus.c.c.b. duplus ad totũ arcũ.b.b.k. ideoq; ex vltima ſexti angulus.c.d. b. eſt duplus ad angulũ.b.d.l. cunq; etiã angulus.c.d.b. duplus ſit ad angulũ. b.a.d. ex.32. ⁊ quinta primi. ſunt enī duo latera.d.a. ⁊.d.b. equalia erit angulus.b.d.l. equalis angulo.b.a.d. itaq; per.32.primi erit triangulus.b.d.l. equiangulus triangulo.b.a.d. Eſt enim angulus.d. minoris equalis ãgulo.a. maioris. ⁊ angul⁹.b ē cõis vtriq;: ergo per quartã ſexti ꝓportio.a.b.ad.b.d. ē ſicut.b.d.ad.l.b. quare

per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a.b. in. b.l. est equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̄ illud qō prouenit ex. a.b. in. l.a. ē equale quadrato. a.b. itaq; quod prouenit ex. a.b. in. a. l. ⁊ in. l.b. est equale duobus quadratis duaꝝ linearum. a.b. ⁊. b.d. ⁊ quia ex scōa secundi qō prouenit ex. a.b. in. l.a. ⁊ in. l b. est equale quadrato linee. a.b. est autem linea. a.b. latꝰ pentagoni equilateri ꝓ posito circulo inscripti: linea vero. a.b. ē latus decagoni equilateri. ⁊ linea. b. d. est ex corelario. 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri ꝓposito circulo inscripto rum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

## Propositio .11.

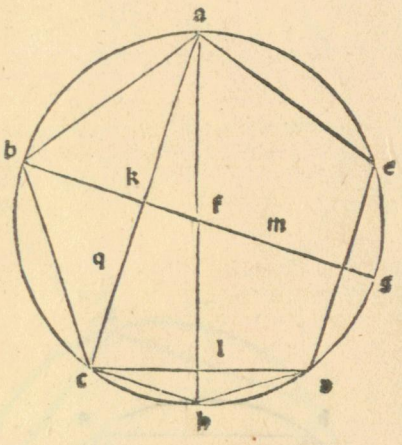
SI duobꝰ ꝓpīquis āgulis pētagoni equilateri ītra circulū descripti a terminis iuoꝝ latexꝝ due recte linee subtendantur vtraq; alteram scōm proportionē habentē mediū duo q; extrema secabit maiorq; ipsius portio lateri ipsius pē/ tagom equalis erit.

¶ Sit pentagonus equilaterus. a.b.c.d.e. inscriptus circulo cīdem litteris signa/ to ⁊ duobus eius ꝓpinquis angulis qui sunt. a. ⁊. b. subtendantur due recte linee. a e. ⁊. b.e. secantes se inuicē in puncto. f. dico itaq; vtranq; baꝝ esse diuisā i puncto f. bm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema: ⁊ q̄ maior portio vtriusq; ē equa lis lateri pentagoni. ¶ Manifestū est enī ex. 27. tertij q̄ quinq; arcus circuli penta/ gonū proposituī circūscribentis quoꝝ latera ipsius pentagoni sunt chorde: sunt ad inuicem equales. ideoq; ex vltima sexti quatuor anguli. a.c.b. a.b.e. b.a.c. ⁊. b.c.a sunt adinuicē equales. Nam arcus. a.b. a.e. ⁊. b.c. sunt adinuicem equales. cunq; sit arcus. c.d.e. duplus ad arcū. b.c. erit quoq; ex vltima sexti angulus. c.a.e. du/ plus ad angulū. c.a.b. at vero ex. 32. primi angulus. a.f.c. duplus ē ad angulū. f.a b. igitur angulus. a.f.c. ē equalis angulo. f.a.e. quare per sextam primi linea. a.e. ē equalis linee. f.e. sunt aūt duo trianguli. a.b.e. ⁊. a. f.b. equianguli per ea q̄ dicta sunt ⁊ p. 32. primi: est enī angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris ⁊ angu/ lus. b. cōis vtriq;: igit̄ p quartā sexti ꝓportio. e.b. ad. b.a. sicut. b.a. ad. f.b. cūq; sit. e.f. equalis. a.b. eo q̄ ipsa ut probatum est equalis. a.e. sequitur ex. 7. quinti: vt sit proportio. b.e. ad. e.f. sicut. e.f. ad. f.b. quare per diffinitionē linea. e.b. ē di/ uisa bm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema ⁊ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. si aūt hoc ē verū de linea. e.b. erit quoq; ex. 7. quinti ⁊ quī ta eiusdē ⁊ diffinitione idē verū de linea. a.e. nam tota. b.e. est equalis toti. a.e. ex quarta primi ⁊ portiōes portionibꝰ ex sexta primi ⁊ cōi scia: portiōes enī. a.f. ⁊. b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq;. f.e. ⁊. f.e. reliduē erunt adinuicē equales ex cō ceptione vel potes si libet ⁊ facilius de linea. a.e. demonstrare propositum nego/ tiando circa ipsum vt prius circa lineam. e.b.



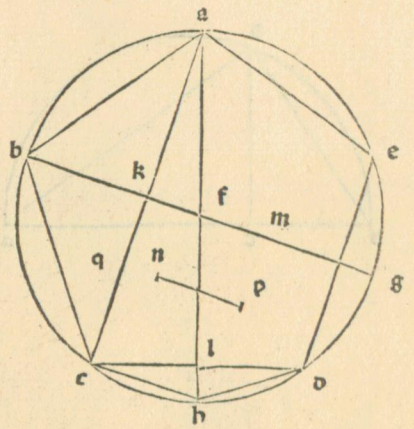

## Propositio 12.

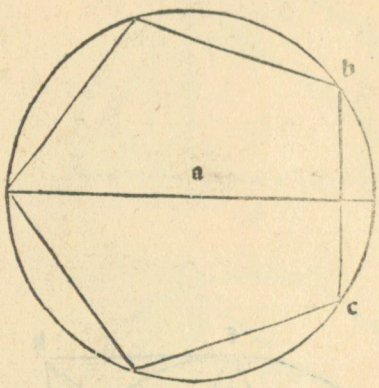
SI circuli pentagonū equilaterum circūscribentis diame tros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irra/ tionalis ea scilicet que dicitur minor. ¶ Sit pentagonꝰ equi/ laterꝰ. a.b.c.d.e. iscriptꝰ circulo cīsdē litteris ascripto cuiꝰ cētrꝝ. f. ⁊ due diametri. b.g. ⁊. a.b. sitq; vtraq; baꝝ diametroꝝ linea rōnalis i longi tudie: dico tunc q̄ latꝰ pētagoni inscripti erit linea irrōnalis illa videlꝫ q̄ dicit̄ mi/ nor: ꝓtrahat̄ enī linea. a.c. q̄ secet diametrꝝ. b.g. in puncto. k eritq; ex vltima sexti

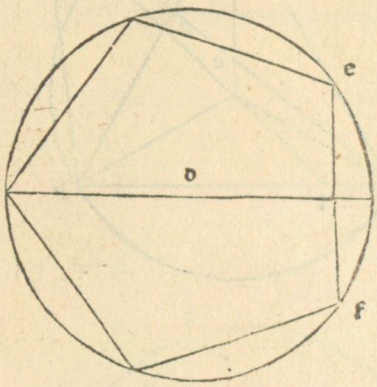



ꝛ quarta p̃mi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonaliꝛ ꝛ p eq̃lia i pũcto.k.qꝛ cũ semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g.ꝛ arcꝰ.b.c.arcui. b. c.sicut ꝓstat ex.27.tertij erit arcus.a.g.residuꝰ equalis arcui.c.g.residuo:iõqꝫ ex vltima sexti angulus.a.b.g.eq̃lis etiã angulo.c.b.g.cũ itaqꝫ duo latera.a.b.ꝛ.b.k.trianguli.a b.k.sint eq̃lia duobus lateribꝰ.c.b.ꝛ.b.k.trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b .vnius an/ gulo.b.alterius:erit ex quarta p̃mi basis.a.k.eq̃lis basi.k.c. ꝛ oẽs anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima ꝓte tertie tertij:diameter aũt.a.b.secet latus pẽtagoni.c. d.in puncto.l.Eritqꝫ siliter linea.c.d. diuisa a diametro.a .b. orthogonaliꝛ.ꝛ per equalia in puncto.l.cũ eni sint duo arcus.a.d.b.ꝛ.a.c.b.eq̃les ꝛ arcus.a.c.sit eq̃/ lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sũt.c.b.ꝛ.d.b. eq̃les quibꝰ si sub/ tendanꝫ due chorde que sunt .c.b.ꝛ.d.b.ipse quoqꝫ ex.28.tertij erunt equales ꝛ qꝛ arcusꝫ.a.c.ẽ equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.b.l.eq̃lis angulo.d.b l.ideoqꝫ per quartã primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .ꝛ omnes anguli qui sunt ad.l.recti ex prima ꝓte tertie tertij.itaqꝫ duo trianguli .a.c.l.ꝛ.a.f.k.sũt eq̃angu/ li ex.32.p̃mi.Est eni angulus .l.maioris eq̃lis angulo.k. minoris eo qꝫ vterqꝫ est rectus ꝛ angulus .a.ẽ cõis vtriqꝫ:quare ex quarta sexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ẽ sicut k.f.ad.f.a. Sumaꝫ igiꝫ ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidia/ metri eritqꝫ per equam proportionalitatẽ proportio.c.l.ad quartã partẽ linee. a.c que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam partẽ linee.f.a.que est.f.m. ꝛ qꝛ ꝓ. 15.quinti ꝓ/ portio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simpluꝫ ad simplum:erit p.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.ꝛ cõiuncti linee cõstan/ tis ex.d.c.ꝛ.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.ꝛ iõ per primam partem.21.sexti pro/ portio quadrati linee cõposite ex.d.c.ꝛ.c.k.ad quadratũ linee. c.k. sicut quadrati linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.cõstat autẽ ex p̃missa qꝫ si linea. a. c.diuidatur ſm proportionẽ habentẽ medium duoqꝫ extrema maiꝛ portio eiꝰ erit eq̃lis linee d.c.igiꝫ linea constans ex.d.c.ꝛ.c.k. cõponiꝫ ex maiori portione diuise ſm pro/ portionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema ꝛ ex medietate totiꝰ linee sic diuise:ẽ eni c.k.medietas.a.c.itaqꝫ p primã istius. 13.libꝛi quadratũ linee composite ex. d.c. ꝛ.c.k.quintuplum quoqꝫ ẽ ad quadratũ linee.c.k.ideoqꝫ quadratum linee. k. m. quintuplũ quoqꝫ ẽ ad quadratũ linee.m.f.cum sit boꝝ quadratoꝝ ꝛ illorum vna ꝓportio ẽ aũt linea.b.m.quintupla ad lineã.m.f.erat eni.m.f.quarta ps semidia metri propositi circuli:ergo quadratũ linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.est sicut li nee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda ꝓte.18.sexti quadratũ linee. k.m.ad quadratum linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndeci ma quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata: igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.ꝛ. m .f.qõ sic constat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas sũpta ſm do/ ctrinã none sexti eritqꝫ ex diffinitione ꝓportionis duplicate que posita ẽ i p̃cipio quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:ꝛ qꝛ.b.m.ad.n.p.sicut n.p.ad.m.f.erit etiã ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.n.p.ad.m.f. dupli/ cata igiꝫ ex prima ꝓte. 9.quinti due linee.k.m.ꝛ.n.p.sunt eq̃les:iõqꝫ ex prima ꝓte 7.quinti ꝛ ex scõa ꝓte eiusdẽ linea.k.m. ẽ medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et m.f.quare ex conel'.15.sexti proportio quadrati linee .b .m.ad quadratum linee m.k.ẽ sicut ẽ linee.b.m.ad lineam.m.f.ꝛ quia linea.b.m.ẽ quintupla ad lineam m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplũ ad quadratũ linee.m.k.linea aũt.b.m.

est rōnalis in longitudine: ergo per vltimā ptē. 7. decimi linea .m.k. est rōnalis in potentia tm̄ ⁊ qꝛ linea.b.m.ē potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt in cōtinuo ꝓbabiť erit linea.b.k.residuū quartū ex diffinitione residui quarti. Qd̄ aūt probandū assumpsimus sic patet. sit numerus.r. quintuplus ad numeꝝ.s.sintqꝫ.t.⁊.s.quantū.r.ac si esset.r.quinqꝫ.s.vnū.t.quatuoꝛ: ⁊ sit linea .b.m.potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee.x.cū igiť sit quadratum linee.b.m.ad quadratū linee.m.k.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.s.erit ꝑ euersā ꝓpoꝛtionalitatē quadratū linee.b.m.ad quadratū linee.x.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.t. quare per vltimā ptē. 7. decimi linea.x.ē incōmensurabilis linee.b.m.in longitudine.nō est ergo dubiū quin.b.k.sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex.34.tertij: ꝙ illud qd̄ fit ex.b.k.in.k.g.ē equale ei qd̄ fit.a k.in.k.c.ideoqꝫ etiā ipsū idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ē equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriqꝫ erit ex penultima primi qd̄ fit ex.b.k in se ⁊ in.k.g.equale quadrato .b.c. et qꝛ ex prima secundi quod fit ex .b.k.in se ⁊ i.k.g.est equale ei qd̄ fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicū suꝑficici contenti a duabus lineis.g.b.⁊.k.b .⁊ quia linea.g.b.ē rōnalis: linea vero.b.k.ē residuū quartū.⁊ qꝛ linea potens in superficiē linea rōnali residuoqꝫ quarto cōtenta est linea minoꝛ vt constat ex.89.decimi libri necesse est lineā.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eē lineā minoꝛem qd̄ erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequiť ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minoꝛ. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tm̄. adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ. esto eni linea.a.rōnalis in potentia tm̄ supra quā describatur circulus eiqꝫ descripto i/scribať pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. b.c. dicanťqꝫ pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.ē linea minoꝛ. Sumatur eni aliqua linea rōnalis i longitudine que sit.d.⁊ super eā lineetur circulus cui inscribať pentagonus equilater⁹ ⁊ sit vnū latus ipsius linea.e.f dicanťqꝫ pentagonus ⁊ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ē linea minoꝛ cū diameter.d.sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero ꝓ/portio pentagoni.a.ad pentagonū.d.ē sicut quadrati linee.b.c.ad quadratum li/nee.e.f.vtraqꝫ eni ē ex scd̄a ꝑte.18.sexti: sicut linee.b.c.ad lineā.e.f. duplicata pentagoni aūt.a.ad pentagonū .d.ē sicut q̄drati.b.c.ad quadratū linee.e.f.diametri a.ad quadratū diametri.d.ex prima. 12.erit ex.11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratū linee.e.f.sicut quadratū diametri.a.ad quadratū diametri.d. cūqꝫ quadrata duaꝝ diametroꝝ.a.⁊.d.sint cōicantia: qꝛ ambo sūt rōnalia ex ypothesi erūt quoqꝫ ex prima ꝑte.10.decimi quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.e.f. cōicantia: ergo li/nea.b.c.cōicat i potētia cū linea.e.f.⁊ qꝛ linea.e.f. ē minoꝛ: sequiť ex.100.decimi: ꝙ etiā.b.c.sit linea minoꝛ qd̄ ē ꝓpositū. siue ergo diameter alicuius circuli sit ra/tionalis in longitudine siue i potētia tm̄ necesse ē vt latus pentagoni equilateri si/bi inscripti sit linea minoꝛ.

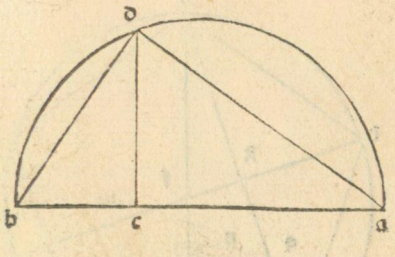


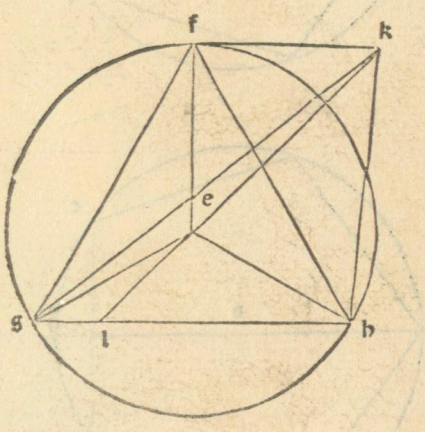




## Propositio .13.

Piramidē q̄tuoꝛ basiū triāgulariū ⁊ eq̄lateraꝝ ab assignata spera circūscriptibilē fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̄alterā ꝓpoꝛtionē potentialiter habere ꝓbať. ¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.⁊ lineeť super eam semicirculus.a.d.b.⁊ producatur linea.c.d.orthogonaliter suꝑ lineā.a.b.⁊ ꝓducať linea




b.d.⁊.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrū.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scda quarti libri inscribat triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cui⁹ angulos ꝓtrahant a centro linee.e.f.e.g.e.h.deinde sup centr.e.erigatur
ꝑm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̄ ponat equalis.a.c.ꝑpendicularis
ad superficiē circuli.f.g.h.⁊ demittant a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h.eritq;
cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū ⁊ equilaterar quā dico esse ab assigna
ta spera circūscriptibilez ⁊ dico quadratum diametri ꝓposite spere sexquialter esse
ad quadratum lateris fabricate piramidis .cōstat eni ex prima ꝑte correlarij .8.se/
xti ꝙ linea.c.d.ē medio loco ꝓportionalis inter.a.c.⁊.c.b.quare ex correl.17.ei⁹/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiunctī
quadratū.a.c.⁊ quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoq; ex penult.
primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a. b.sit tri/
pla ad.b.c.erat eni.a.c.dupla ad eā erit quoq; quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex .8. huius quadratū .f.g.triplū ad quadratū. e.f.quare cū ex ypothesi
d.c.sit equalis .e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.⁊ qr ex diffinitione linee perpē
dicularis ad superficiē linea.e.k.continēt cū singulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quar quelibet ē equalis linee .c.d.⁊ qr ipsa eadē ē equalis linee.a.c .⁊ angu
lus.c. ē rectus :erit per quartā primi vnaqueq; triū linear.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifestum est igit fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangula/
riū eq̄laterar. Ipsā aūt eē circūscriptibilē ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ꝑm rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ē diameter assignate spere:hanc aute lineā inquā.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoq; ad.ipsius supficiem ex ꝑte inferiori sicut est
c.k.ex parte supiori eritq; vnaqueq; triū linear.e.f.e.g.e.h.⁊ simplr q̄libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓportionalis inter.k.e.⁊.e.l.quēadmodū ē. d.c.
inter.a.c.⁊.c.b. nam hee sūt equales illis vnaquaq; sue relatiue. Si igit sup lineaz
l.k.describat semicircul⁹ circūducaturq; quousq; ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione sperar equaliū spera descripta motu huius semicirculi eq̄
lis spere assignate.sunt eni spere equales quar sunt equales diametri quēadmo/
dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicirculū hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. silr autē dico
ꝙ semicirculus hic qui sup lineā.k.l.fuerit descript⁹ si circūducat quousq; ad locuz
redeat vnde moueri cepat continget circulū.f.g.h.super omnia puncta circūferen
tie ipsius.Qd ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super lineaz rectā per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat uel circumstat medio lo/
co proportionalis ponatur.fueritq; super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius ꝑ extremitatem linee medio loco ꝓpor/
tionalis posite ꝑpendiculariter necessario trāsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝑpēdiclares ad lineā.k.l.⁊ medio loco ꝓportiōales iter ꝑtes ipi⁹
que sunt.k.e.⁊.e.l.sequit ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circūducat transeat ꝑ
omnia puncta circūferentie.f.g.h.⁊ per omnes solidos angulos piramidis fabri/
cate.itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata
est inscriptibilis illi spere quā semicirculus super lineam.k.l.lineat⁹ mutuo suo de/
cribit:⁊ quia hec spera descripta est assignate spere equalis ꝑ diffinitionē equaliū
sperar sequit ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spera circū/

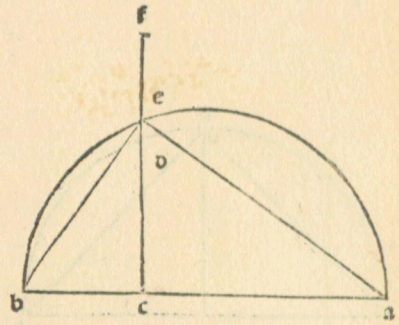


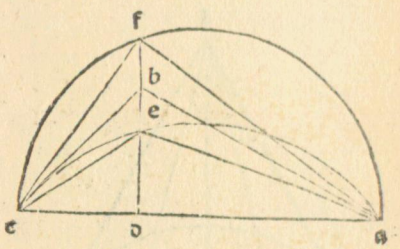
scriptibilis qō est ꝓpositū. Cōclariū aūt ꝑ sic. Cum enīꝫ .a.b. sit tripla ad .b. c. ꝑ cuersam proportionalitatē erit .a.b. sexquialtera ad .a .c. idcoqꝫ ex scōa ꝑte conclarij .8. sexti ꝛ conclario .17. eiusdē quadratū linee .a.b. erit etiā sexquialtex ad quadratū linee .a.d. ꝛ q; linea .a.d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero .a.b. est diameter spere: constat vex eē qō per conclariū dicīt. Ne aūt quīqꝫ de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumꝰ hoc mō demōstratione firmare. Sit igitur sup lineā .a.b. linea .c.d. ꝓpendicularis q̄ ponat medio loco ꝓportionalis inter ꝑtes linee .a.b. que sint .a.c. ꝛ .c.b. ita q; proportio .a.c. ad .c.d. sicut .c.d. ad .c.b Et super lineā .a.b. describat semicirculus .a.e.b. dico q; huius semicirculi circūferentia transibit per punctū .d. qui ē extremitas ꝓpendicularis. Si nauté aut secabit lineā .c.d. aut suptransibit eā totā ipsā trāsiens ꝛ includens ꝛ non contingens. secet ergo primo eā in puncto .e. ꝛ ducant linee .c.b. ꝛ .c.a: critqꝫ ex prima ꝑte .30. tertij totalis angulus .a.c.b. rectus. itaqꝫ ex prima ꝑte conel. .8. sexti ꝓportio est .a.c. ad .c.e. sicut .c.e. ad .c.b. at vero ex secunda ꝑte .8. quinti ꝓportio .a.c. ad .c.e. ē maior q̄ꝫ .a.c. ad .c.d. eo q; .c.e. ē minor q̄ꝫ .c.d. cū igitur sit .c.e. ad .c.b. sicut .a.c. ad .c.e ꝛ .c.d. ad .c.b. sicut .a.c. ad .c.d. erit per .12. quinti .c.e. ad .c.b. maior q̄ꝫ .c. d. ad .c. b. idcoqꝫ per primā ꝑtē .10. quinti .c.e. ē maior q̄ꝫ .d.c. ꝑs videlicet q̄ꝫ suū totuꝫ qō est impossibile. Nō ergo secabit circūferentia semicirculi lineā .c.d. ¶ Sup transeat igitur ꝛ ꝓducat .c.d. vsqꝫ ad circūferentiā: sitqꝫ tota .c.e. ꝛ protrahant linee .c.b. ꝛ .c.a. sequet̄qꝫ ut pri⁹ lineā .c.d. esse maiorē q̄ꝫ sit linea .c.e. qō est etiā impossibile: constat ergo ꝓpositū. Silr aūt dicimus q; si fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis subtendat sup quā semicirculus lineet: ipsius circūferentiā ꝑ angulū rectū transire necesse ē. conuersā vero huius ꝓponit prima ps. 30. tertij. qō aūt dicimus sic constat ¶ Sit eni angul⁹ .a.b.c. rectus cui subtendat basis .a.c. ꝛ sup eā lineet semicirculꝰ dico q; ipsius circūferentia transibit ꝑ punctū .b. in quo coeunt linee continentes angulū rectū cuius demonstratio ē q; neqꝫ transibit supra neqꝫ infra. sin autē trāseat: primo infra sitqꝫ .a.c.c. ꝛ ab angulo .b. producat linea .b.d. perpēdicularis ad basim .a.c. que secet circūferentiā semicirculi in puncto .e. ꝛ protrahant linee .e.a. ꝛ .e.c. critqꝫ angulus .a.e.c. rectus ex prima ꝑte .30. tertij. at ipse ē maior angulo .a.b.c ꝑ .21. primi hoc autē ē impossibile ex tertia petitione cū vterqꝫ sit rectus. hic qui dē ex ypothesi: ille vero ex prima parte .30. tertij. Nō ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulū .b. transeat itaqꝫ supra ꝛ sit .a.f.c. ꝓducatur autē ꝓpendicularis .d.b. quousqꝫ obuiet circūferentie semicirculi .a.f.e. i puncto .f. ꝛ producant linee .f.a. f.c. critqꝫ ex prima parte .30. tertij angulus .a.f.c. rectus. cūqꝫ etiā eēt ex ypothesi angulus .a.b.c. rectus sequit impossibile ꝑ .21. primi sicut in principio. relinquit ergo qō diximus. hoc aūt necessariū est ad cognitionē eox que sequūtur.

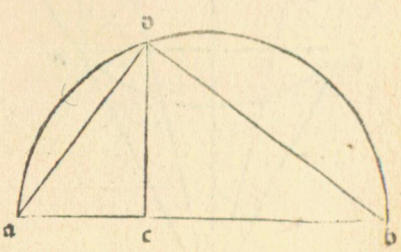
## Propositio .14.

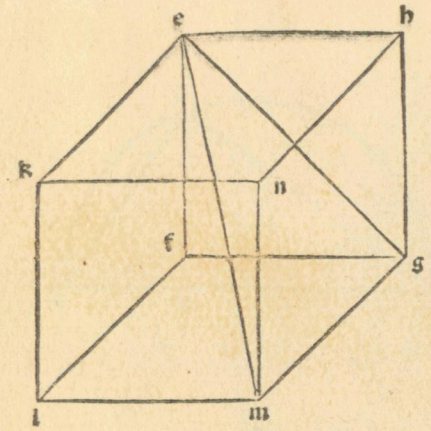
A Bassignata spera circūscriptibilem cubum constituere eiusdem autem spere diametrum lateri ipsi⁹ cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

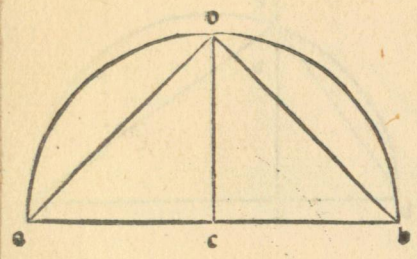
¶ Assignate spere diametrum sit .a.b. super quā linecetur semicirculus .a.d.b. diuidaturqꝫ diameter i puncto .c. prorsus secundum conditionem premisse videlicet ut linea .a.c. sit dupla ad lineam .c. b. ꝛ producatur .c.d. perpendicularis ad .a.b. ꝛ protrahantur .d.b. ꝛ .d.a. postea fiat vnū q̄dratum cuius oia latera sint equalia linee .b.d. sitqꝫ .e f.g.b. sup cui⁹ q̄tuor angl'os erigant

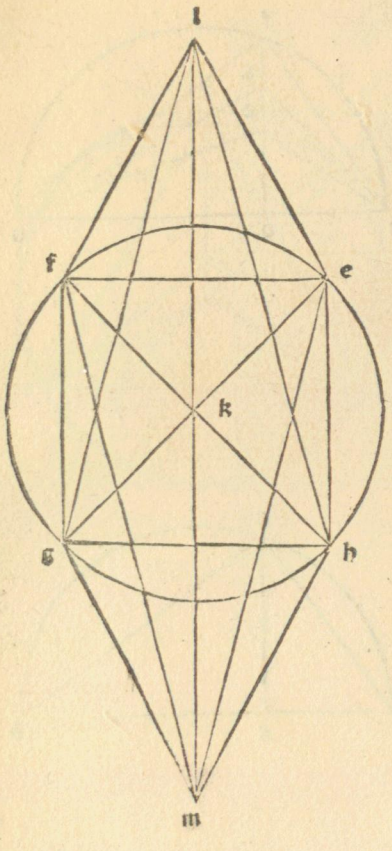





vt docet.12. vndecimi quatuor linee ꝑpẽdiculares ad suꝑficiẽ ipsi⁹ q̃drati q̃ꝝ q̃libꝫ ponatur etiã equalis linee.b.d.sintqꝫ.e.k.f.l.g.m.h.n.eruntqꝫ hee quatuor ꝑpendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi: ⁊ anguli quos cõtinent cũ lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ꝑpẽdicularis ad suꝑficiẽ: deinde cõiungant̃ extremitates istaꝝ ꝑpendiculariũ ꝓtractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritqꝫ cõplet⁹ cub⁹ sex suꝑficieb⁹ q̃dratis cõtentus.cõstat eni ex.34.p̃mi ꝙ q̃tuor superficies ipsum ambientes ⁊ ipse sunt quaꝝ opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate: de basi autẽ hoc positũ est.at vero de supprema ei⁹ suꝑficie que ẽ.k.l.m.n.ꝙ ipsa quoqꝫ sit quadrata. cõstat ex.34.primi ⁊.10.vndecimi.ideoqꝫ ex quarta vndecimi manifestũ ẽ singula latera eiusdẽ cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autẽ cubũ hunc ab assignata spera circũscriptibilem eẽ demonstremus: in vna suaꝝ suꝑficieꝝ ꝓtrahat̃ diagonalis.verbi gratia in basi eius sitqꝫ.e.g.⁊.a.b.huius diagonalis altera extremitate ꝓtrahatur diameter cubi.e.m.eritqꝫ ex penultima primi quadratũ. e.g. duplũ ad quadratũ .f.g.ideoqꝫ ⁊ ad quadratũ.g.m.eo ꝙ.g.m.ẽ equalis.f.g. sũt eni omnia latera cubi adinuicẽ equalia.⁊ qꝛ rursus ex penultima primi quadratũ.e.m.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.g.m. ꝓpter hoc ꝙ angulus.e.g.m.ẽ rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiẽ: erit quadratũ.e.m. triplum ad quadratũ.m.g. constat eni ex duplo ⁊ simplo.cunqꝫ ex secũda ꝑte correl̃.8. sexti ⁊ ex correl̃.17.eiusdẽ q̃dratũ quoqꝫ.a.b.sit triplũ ad quadratũ.b.d.eo ꝙ linea.a.b. tripla ẽ ad lineã .b.c.sit autẽ.b.d.equalis.g.sequitur ex cõi scia ut.e.m.q̃ ẽ diameter cubi sit equalis.a.b.que ẽ diameter spere.itaqꝫ si suꝑ.e.m.lineet̃ semicirculus circumducat̃qꝫ quousqꝫ ad locũ vnde fuit initiũ motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione speraꝝ equaliũ equalis spere assignate.at vero qꝛ hic semicirculus trãsitũ faciet ꝑ punctũ.g.eo ꝙ angulus.e.g.m.ẽ rect⁹ eadẽqꝫ rõne ꝑ ceteros singl̃os rectos angulos cubi qd̃ ex antecedente ante hãc.14. imediate p̃misso manifestũ ẽ constat cõstitutũ cubũ ab assignata spera eo ꝙ a sua equali circũscriptibilẽ esse qd̃ demonstrare oportebat.correlarij vero demõstratio in isti⁹ demõstratiõis ꝓcessu prepatuit.

## Propositio .15.

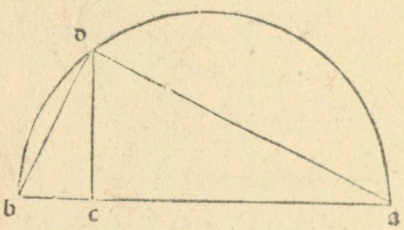
Corpus octo basiũ triãgulariũ ⁊ equilaterarũ a spera ꝓposita circũscriptibile cõponere: eritqꝫ palã eiusdeꝫ spere diametꝝ lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter.

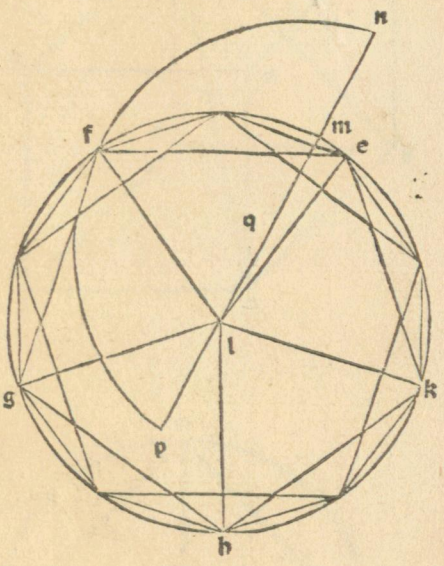
¶ Diameter spere ꝓposite sit.a.b.que diuidat̃ ꝑ equalia i puncto.c. ⁊ suꝑ eã lineet̃ semicirculus.a.d.b.⁊ ꝓducat̃.c.d.ꝑpendicularis.ad.a.b.⁊ iungat̃ punct⁹.d.cũ.a.⁊ cũ.b.describat̃qꝫ vnũ quadratũ cuius singula latera sint equalia linee.b.d.sitqꝫ quadratũ.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant̃ diametri due. e.g.⁊. f.h. secantes se inuicẽ in puncto.k.ꝯstat igit̃ ex.4.primi ꝙ vtraqꝫ istaꝝ diametroꝝ sit equalis linee.a.b .que ẽ diameter spere cũ angulus .d.sit rectus ex p̃ma ꝑte.30.tertij ⁊ singuli quoqꝫ anguli.e.f.g.h.recti ex dione q̃drati: ꝯstat rursus ꝙ eedem due diametri.e.g.⁊.f.h.diuidũt se inuicẽ ꝑ equalia in puncto k.hoc autẽ ex.5.primi ⁊ 32.⁊ sexta eiusdẽ facile ẽ elicere.erigat̃ itaqꝫ suꝑ punctũ.k.linea.k.l.ꝑpendicularis ad suꝑficiẽ q̃drati q̃ ponat̃ eq̃lis medietate diametri.e.g.l̃.f.h.⁊ demittãt̃ ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erũtqꝫ ex his q̃ posita sunt ⁊ penul p̃mi quotiẽs oportuerit repetita singule haꝝ ypothemisaꝝ eq̃les sibi inuicẽ et equales laterib⁹ q̃drati. habes ergo piramidẽ quatuor equilateraꝝ triangulariumqꝫ basiũ suꝑ quadratũ ꝯstitutã.

hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas
pforando quadratum vsq; ad.m.ita q̄.k.m.exñs sub quadrato sit equalis .l.k.
existenti supra: ⁊ iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati ꝓducendo.4 .alias
ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoq; manifestū ē ex penul'.
primi:quēadmodū de alijs que sunt in supiori pte q̄ ipse sint equales ad inuicē et
lateribus quadrati.Cōpleuim⁹ igitur corpus.4.basiū triangulariū ⁊ equilaterarū
hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī q̄ linea. l. m.est
equalis diametro assignate spere:nā vtraq; earꝝ ē equalis diametro quadrati.igit'
si sup.l.m.lineet' semicircul⁹ qui circūuoluat' quousq; ad locū suū redeat:spera quā
motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione sperarꝝ equalium
colligit'.hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati ⁊ simpl'r p oia
puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū:eo q̄ semidiameter quadrati
vt linea.f.k.⁊ portiones linee.l.m.que sunt.l.k.⁊.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re
ex diffinitione eius qd̄ ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibi
le ē spere motu huius semicirculi descripte.itaq; ⁊ spere assignate ex cōcept.cū ipse
sint adinuicē equales ex diffinitione.Correl'.vero manifeste cōstat:sunt enī due li/
nee d.b.⁊.d.a.equales ex.4.primi:ideoq; quadratum.a.b.duplū est ad quadra/
tum.b.d.ex penul'.primi:latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. veruz est
ergo correlarium.

## Propositio .16.

Corpus viginti basiū triangulariū atq; equilaterarꝝ a da/
ta spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/
re.eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis eē lineā irrationalem
eam scz que dicitur minor.¶Sit hic quoq; diameter assignate
spere.a.b.q̄ ponat' cē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄
⁊ diuidat' in puncto.c.ita q̄.a.c.sit quadrupla ad.c.b. ⁊ lineet' super eā semicircu/
lus.a.d.b.⁊ ꝓducat'.c.d.ꝑpendicularis ad.a. b.⁊ ꝓtrahat' linea.d.b. deinde ꝑm
quantitatē linee.d.b.lineet' circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribat' penta/
gonus equilaterus eisdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducant' li/
nee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribat' decagon⁹ equilater⁹:diui/
dant' enī cuncti arcus quorꝝ chorde sunt latera pētagoni p equalia ⁊ a punctis me/
dijs ad extremitates cunctorꝝ laterꝝ inscripti pentagoni linee recte dirigant'. itēq;
super singulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ ꝑm q̄ docet.12.vndecimi quo
rum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.⁊ cōtinuent' extremitates horꝝ quinq; cathe
corꝝ quinq; coraustis.erūtq; ex.6.vndecimi quinq; catheci erecti adinuicē equidi/
stantes:cūq; ipsi sint eq̄les erūt quoq; ex.33.primi quinq; corausti eorꝝ extremita
tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni.demitte igitur a summitatibus singulis sin/
gulorꝝ cathecorꝝ binas ⁊ binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos iscripti
decagoni ⁊ harꝝ decē ypothemisarꝝ a quinq; extremitatibus cathecorꝝ ad.5. pūcta
que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates ꝯtinua
aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq; erit equilaterus ex.23.
tertij:cū hoc itaq; feceris videbis te pfecisse decē triangulos quorꝝ latera sunt decē
ypothemise ⁊ quinq; corausti ⁊.5.latera h⁹scdi pentagoni inscripti.hos ergo decē
triangulos eq̄lateros eē sic collige.cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄z q̄libet
erectorum cathecorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi:erit ex correlario.15.quarti
quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:



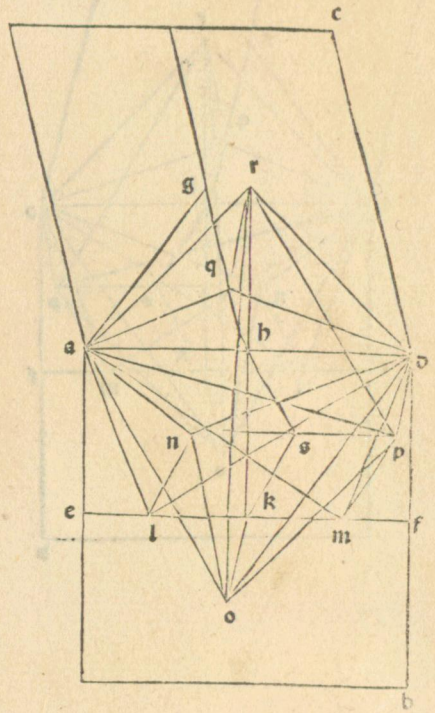


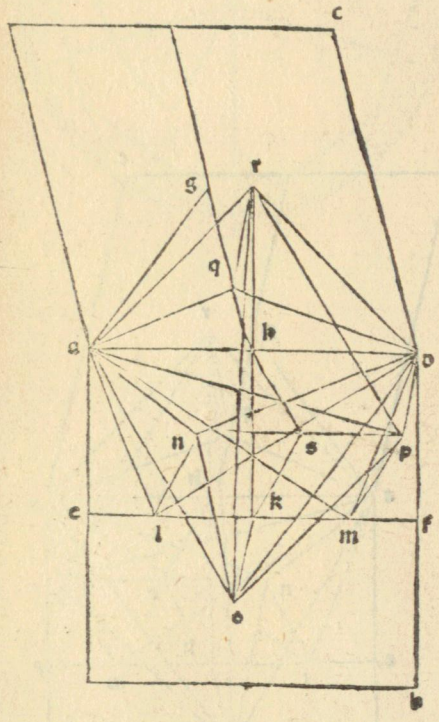

est equalis lineę.b.d.inscripti.quia vero ex penul'. primi vnaq3. 10.ypothemisaꝝ tanto est potentior catheco quātū pōt latus decagoni. at vero ex. 10.huius latus quoq3 pentagoni ē tanto potentius eodē quātū pōt idē latus decagoni.erit ex cō muni scientia vnaq3 haꝝ ypothemisaꝝ equalis lateri pentagoni. De corausis aūt iam patuit q ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaq3 cuncta latera horum decē triangulorꝝ aut sunt latera pentagoni equilateri scōa vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igit' equilateri trianguli. Amplio aūt sup centꝝ circuli qō ē punctū l.erige aliū catheū equalē priori qui sit.l.m.eiusq3 superiorē extremitatē que ē pūctus.m.iūge cū singulis extremitatib priorꝝ p quinq3 corausios eritq3 ex sexta vn decimi hic centralis catheus singulis catheorꝝ angulariū equidistans:tōq3 ex. 33 primi bi quinq3 corausti erunt semidiametro circuli equales ꝛ ex corrol'. 15.quarti quilibet eorꝝ tāquā latus exagoni.centrali ergo catheo ex vtraq3 pte adijciatur li/ nea vna equalis lateri decagoni:supra quidē adijciat' ei.m.n.deorsum aūt sub cir/ culo adijciat' sibi a centro circuli.l.p.postea demittant' a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decē triangulorꝝ qui sunt in circuitu.ꝛ a puncto.p.alie.5 ad alios quinq3 inferiores eruntq3 hec decē ypothemise equales adinuicē laterib inscripti pentagoni ex penul'.primi ꝛ.10.huius quēadmodū de alijs decē pri de/ monstratū est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atq3 equilateraꝝ cui cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p. horꝝ aūt.20.triangulorꝝ decē cosistunt in circuitu supra circulū.quinq3 aūt cōsur/ gunt sursum ad punctum.n.cōcurrentes.at quinq3 reliqui deorsum emergunt sup punctū .p.cocuntes.hoc autē ycocedrū corpus a data spera circūscriptibile cē sic erit manifestum:cū linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ꝛ.m.n.lateri decagoni equi lateroꝝ quos circulus.c.f.g.circūscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa sm ꝓportionem .h.m.ꝛ.d.extra in puncto.m. ꝛ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaq3 .l.m.per eq̄lia in.q. eritq3 ex cōmuni scia.p.q.eq̄lis.q.n.nā. p.l. posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū.m.n.quare.q.n.ē medietas.n.p.quē admodū ē.q.m.medietas.m.l.cū ergo quadratū.n.q.sit ex.3.bni quintuplus ad quadratum.q.m.erit quoq3 ex.15.quinti quadratū.p.n.quintuplū ad quadratum l.m.est eni ex quarta scōi quadratum.p.m.quadruplū ad quadratū.q.n.quadra/ tū quoq3.l.m.quadruplū ad quadratū.q.m.ex cadē:quadruplū autē ad quadru/ plū ē vt simplum ad simplū teste. 15.quinti.at vero quadratū.a.b.quintuplum est ad q̄dratū.b.d.ex scōa pte corrol'.8. sexti:ꝛ ex corrol'.17. eiusdē:ē etiā.a.b.quinqu/ pla ad.b.c.eo q.a .c.fuit ad eandē quadrupla:qꝛ ergo .l. m.ē ex ypothesi equalis b.d.erit ex cōi scia.a.b.equalis.n.p.itaq3 si sup lineam.n.p.semicirculus describa tur qui tandiu q locū primum repetat circūuoluat' spera ipsi motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliū equalis spere ꝓpositę.ꝛ q m̄ linea.l.m.ē medio lo co ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.n.m.ideoq3 inter.l.n.ꝛ.p.l.erit quoq3 quelibet semi/ diameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.l.p.ꝛ cū.l.m. sit equalis se/ midiametro circuli.itaq3 semicirculus sup.p.n.descriptus transibit p oia pūcta cir cūferentię circuli.c.f.g.ideoq3 ꝛ per singulos angulos solidi fabricati in illa circū/ ferentia cōsistentes:ꝛ qꝛ eadē rōne singuli corausti cōtinuantes extremitates an/ gulariū catheorꝝ:cū extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.ꝛ.m.n.eo q quilibet eorꝝ ē equalis.l.m.sequit' utidē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure ycocedre statute .ē igitur corpus hoc iscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoq; ꝛ ſpere cuius diameter.a.b.Latus aũt huius ſolide fi/
gure dico eſſe lineã minorẽ.cõſtat enī ꝙ linea. b.d .ẽ rõnalis in potentia cũ eius
quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ lince.a.b.que poſita ẽ rõnalis ſiue in lon
gitudine ſiue in potentia tm̃:itaq; ſemidiameter atq; ſemidiametri circuli.e. f.g.ẽ
etiã rõnalis in potentia.nam eius ſemidiameter ẽ equalis.b.d. igit̃ ex.12.hui⁹lat⁹
pẽtagoni equilateri huic circulo iſcripti ẽ linea minor.at vero ſicut i huius demon
ſtrationis proceſſu patuit latus huius figure eſt quantũ latus pentagoni:ergo la/
tus huius figure.20.alchaidaꝝ ẽ linea minor quẽadmodum proponitur.

## Propoſitio .17.

Corpus duodecim baſium pentagonoꝝ equilateraꝝ atq; equiãgularũ ab aſſignata ſpera circũſcriptibile coſtitue re.eritq; palã lat⁹ eiuſdẽ corporis irrationale eſſe.id qõ reſiduũ dicit̃. ¶ Fiat cubus ẽm ꝙ docet.14.huius circũſcriptibile ab aſſignata ſpera:ſitq; huius cubi due ſuperficies.a.b.ꝛ.a.c.ima/ ginemur aũt nunc ꝙ.a.b.ſit ſuprema ſuperficies cubi ꝛ.a.c. ſit vna ex laterib⁹.ſit q; linea.a.d.cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus.diuidant̃ itaq; in ſuperficie.a.b duo oppoſita latera ꝑ equalia videlicet.d.b.ꝛ latus ei oppoſitũ:ꝛ puncta diuiſio/ nis cõtinuent̃ ꝑ lineã.c.f.latus quoq;.a.d.ꝛ illud qõ ſibi opponit̃ in ſupficie.a.c. diuidant̃ per equalia ꝛ puncta diuiſionis ꝓtinuent̃ linea recta cuius medietas ſit g.b.ſitq; punctus.b.medius punct⁹ linee.a.d.ſimiliter linea. e.f. diuidat̃ ꝑ equa/ lia in .k.ꝛ protrahat̃.b.k.quãlibet igit̃ triũ lineaꝝ.e.k.k.f.ꝛ.g.b.diuide ẽm pro/ portionẽ.ba.me.ꝛ.bu.ext.in trib⁹ pũctis.l.m.q.ſintq; maiores portiones eaꝝ.l. k.k.m.ꝛ.g.q.quas manifeſtũ ẽ cẽ eq̃les cũ tote linee diuiſe ſint equales videlꝫ que libet eaꝝ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.ꝛ.m.erige perpendicu lares vt docet.12.vndecimi ad ſupficiẽ.a.b.quaꝝ vtrãq; ponas equalẽ linee .k.l. ſintq;.l.n.ꝛ.m.p.ſimiliter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad ſuperficiẽ a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q.ꝑtrahe itaq; lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n a.r.a.q.d.r.d.q. Manifeſtũ eſt igitur ex quinta huius ꝙ due linee.k.e.ꝛ.e. l.po/ tentialiter ſunt triplũ ad lineã.k.l.ideoq; etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.ꝛ.l. n.ſint eq̃les At vero.k.e.ẽ equalis.e.a.igit̃ due lince.a.e.ꝛ.e.l.ſunt potentia triplũ ad lineã.l. n.quare ex penult̃.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l. n.ideoq; per eandẽ.a. n.ẽ po/ tentia quadrupla ad.l.n.Cũq; ois linea ſit potentia quadrupla ad medietatẽ ſui ſequit̃ ex cõi ſcia ꝙ.a.n.ſit dupla in longitudine ad.l.n. ꝛ q;.l.m.dupla eſt ad.l.k At.k.l.ꝛ.l.n.ſunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.ſunt cui eaꝝ dimidia equalia .Et q; ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres lineas.p.d.d.r.ꝛ.r.a.eſſe equales ſibi inuicẽ ꝛ duabus predictis .habem⁹ itaq; ex bis quinq; lincis pentagonũ equilateꝝ qui ẽ.a.n.p.d.r.ſed fortaſſe dices ipſũ nõ eſſe pentagonũ q; nõ nec forſan ẽ totus in ſupficie vna.qõ eſſet neceſſariũ ad hoc vt eſſet pentagonus .Qõ ergo ſit tot⁹ in ſupficie vna ſic habeto:prodeat equidẽ a puncto.k.linea.k.ſ.perpendicularis ad ſupficiẽ.a.b.que ſit equalis. l.k. critq; ob hoc equalis vtriq; duaꝝ.l.n.ꝛ.m.p.cũq; ipſa ſit equidiſtãs vtriq; eaꝝ ex ſexta vn decimi:ideoq; cũ ambab⁹ in eadẽ ſupficie ex dione lineaꝝ equidiſtantiũ neceſſe ẽ vt punct⁹.ſ.ſit in linea.n.p.ꝛ ꝙ diuidat eã ꝑ equalia:ꝑtrahant̃ igit̃ due linee.r.b. ꝛ.b.ſ.ſunt itaq; duo trianguli.k.ſ.b.ꝛ.q.r.b.ſup vnũ angulũ videlicet.k.b.q.cõ/ ſtituti ꝛ ẽ proportio.k.b.ad.q.r.ſicut.k.ſ.ad.q.b.nã vt.g.b.ad.q.r.ſic.k.b.ad.q






r.ex.7.quinti:7 vt .r.q.ad.q.b.sic.k.s.ad.q.b.ex cadē.sed.g.b.ad.q.r. vt.q.r.ad q.b.eo q̄.q.r.est equalis.g.q.ergo p.30.sexti linea.r.b.s.ē linea vna.Quare ex se cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in supficie vna. Ipsū quoq3 dico esse equiangulū.cū enī.e.k.sit diuisa ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema 7.k.m.sit equalis maiori portioni eius:erit quoq3 ex.4.pītis tota.e.m. diuisa ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema:maior quoq3 portio eius linea e.k.iōq3 per.5.due linee.e.m.7.m.k.iōq3 due.e.m.7.m.p.nā.m.p.ē equalis. m. k.sūt potētia triplū ad lineā.e.k.iōq3 7 ad lineā.a.e.nā.a.e.ē eq̄lis.e.k.itaq3 tres linee.a.e.e.m.7.m.p.sunt potentia quadruplū ad lineā.a. e. Constat autē per penultimā primi bis assumptā q̄ linea.a. p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.7.e. m.7.m.p.itaq3.a.p. ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū sit duplū ad lineā.a.e.est potentia quoq3 quadruplū ad ipsā ex .4.scōi:igit̄ ex cōi scientia.a.p.est lateri cubi equalis.Cūq3.a.d.sit vnū ex lateribus cubi erit. a.p. equalis.a.d.ideoq3 ex.8. primi angulus.a.r.d.ē equalis angulo.a.n.p.Eodē modo ꝓbabis angulū.d.n.p.esse equalē angulo.d.r.a.q: ꝓbabis lineā.d.n.esse potentia liter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex bis pentagonus sit equilater⁹ 7 habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pītis libri. Si ita q3 hac via rōneq3 cōsili 7 sup vnūq̄q3 reliquo⁹ latex cubi pentagonū equilaterū3 7 equiangulū fabricemus pficiet̄ solidū . 12.supficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū.cub⁹ eni habet.12. latera. Reliquū aūt ē demonstrare solidū hoc esse a data spera circūscriptibile: ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.s.k. due supficies secantes cubū quax vna secet ipsū super lineā.b.k.7 alia sup lineā.c.f.eritq3 ex.40.vndecimi vt cōis sectio hax duax supficiex secet diametrx cubi 7 secetur vicenersa ab ipsa diametro per equalia.sit ergo cōis sectio eax vsq3 ad diametrū cubi linea.k.o ita q̄.o.sit centrū cubi 7 ducant̄ linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. constat aūt q̄ vtraq3 duax linearx.o.a.7.o.d.est semidiameter cubi.ideoq3 equales.d.c.linea.autē.o.k cōstat ex.40.vndecimi q̄ ipsa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et q: k.s.est equalis.k.m.erit.o.s.diuisa in puncto.k.ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema 7 maior portio ei⁹ erit linea.o.k.q̄ ē eq̄lis.e.k.itaq3 p.5.b⁹ erūt due lince.o.s.7.s.k.iōq3.o.s.7.s.p.eo q̄ .s.p. ad quos hec demōratio ñ extēdit̄.ē eq̄lis k.s.triplū ī potētia ad lineā.o.k .7 iō ad medietatē lateris cubi q̄re ꝑ penul̄.ꝓmi. linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi.Ex corel̄.aūt.14.b⁹ cōstat q̄ semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscribit eadem spera.itaq3.o.p.est quanta semidiameter spere circumscribentis cubu3 ꝓpositum.Eadem ratione enucte lince ducte a puncto.o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inq̄3 qui ꝓprij sunt pentagonis nō aūt cōes eis 7 supficiebus cubi sc3 ꝓprij q̄les sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r.de illis aūt lineis que veniunt a puncto.o.ad angulos singulos pentagonox qui sunt cōes pentagonis 7 supficiebus cubi quales sunt in pentagono pīti duo anguli.a.7.d.cōstat q̄ ipse sūt equales semidiametro spere circūscribentis cubū:ipse eni sunt diametri cubi ex.40.vndecimi.at vero semidiameter cubi ē tanq3 semidiameter spere ipsū circūscribentis quēadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad singulos angulos duodecedri sunt equales adinuicē 7 semidiametro spere semicirculus itaq3 super totā diametrū spere vel cubi lincatus.si circūducat̄ trāsibit per omnes

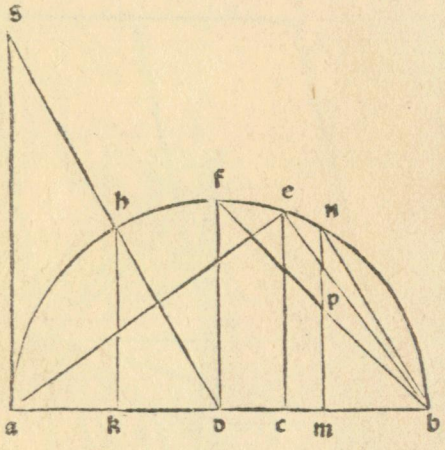
ãgulos ei⁹ quare ꝑ diffinitionẽ ipsũ est ab assignata spera circũscriptibile. dico iterꝝ ꝙ latus huius figure ẽ linea irrõnalis ista videlicet que residuũ dicitur si diameter spere ipsũ circũscribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni diameter spere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationale in potentia si diameter spere fuerit rõnalis in longitndine vel in potentia. Constat autem ex. 11. ꝙ linea. r. p. diuidit lineam. a. d. que est latus cubi ꝑm proportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema ⁊ ꝙ portio ei⁹ maior equalis est lateri pentagoni ⁊ qꝛ maior portio ei⁹ ẽ residuũ ex sexta huius manifestũ est latus figure duocedron esse residuũ qđ demõstrare voluimus. Fabricata sũt igitur ꝑ. 13. ⁊ quatuor eam sequentes quinqꝫ corpora equilatera atqꝫ equiangula quoꝝ vnũqđqꝫ ẽ circũscriptibile ab assignata spera. Sunt aũt hec solida: primũ quidẽ q̃tuor basiũ triãgularium: ⁊ dicitur tetracedron. Secũdũ est sex basiũ quadrataꝝ ⁊ dicitur cubus siue exacedron. Tertiũ octo basiũ triangulariũ: ⁊ dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ solidũ ycocedron ⁊ est viginti basium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. basib⁹ pentagonis cõsistit: diciturqꝫ duodecedron. hec autẽ quinqꝫ solida regularia dicuntur qm̃ ipsa eq̃ãgula sũt atqꝫ eq̃latera ⁊ a spera atqꝫ ab inuicẽ circũscriptibilia. plura vero his quiqꝫ eq̃latera q̃ sint ⁊ eq̃ãgula esse ẽ impossibile. Ad cõstitutionẽ cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres sup̃ficiales angulos cõcurrere. Ex duobus eni solis superficialibus nequit solidus angulus cõpleri: qꝛ ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri ⁊ equianguli sunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero eptagoni ⁊ cuiuslibet pluriũ lateꝝ figure equilatere atqꝫ equiangule tres anguli sũt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit̃: omnis autẽ angulus solidus quatuor rectis angulis minor ẽ teste. 21. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atqꝫ eptagoni: ⁊ simpliciter omnis plurilatere figure equilatere tamẽ atqꝫ equiangule solidũ angulum constituere. iõ nulla solida figura equilatera atqꝫ equiangula põt ex sup̃ficiebus exagonalibus aut pluriũ lateꝝ constitui. Si eni tres anguli exagoni equilateri atqꝫ equianguli quemqꝫ solidũ angulum excedũt quatuor ⁊ plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pentagoni equilateri atqꝫ equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestũ ẽ ⁊ quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqꝫ equianguli possibile est solidũ angulũ constitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impossibile. ideoqꝫ vnũ duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atqꝫ equiangulis cõstitutũ est illud videlicet qđ duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonoꝝ terni et terni solidos angulos ꝑficiunt. Eadem quoqꝫ est rõ in quadrilateris figuris equilateris ⁊ equiangulis que in pentagonis: oĩs enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaqꝫ fuerit ipsa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes ei⁹ anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igit̃ angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum cõstitui: ex quatuor aũt aut ex plurib⁹ impossibile est: ꝓpter qđ ex talib⁹ figuris superficialib⁹que cũ drilatere ipse sũt eq̃latere atqꝫ equiangule vnicũ solidũ qđ cubũ dicimus: fabricatũ ẽ trianguloꝝ aũt equilateroꝝ sex anguli sũt eq̃les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores ⁊ plures maiores: igit̃ ex sex angulis taliũ trigonoꝝ aut ex pluribus impossibile ẽ angulum solidum fieri: ex quinqꝫ et ex quatuor ⁊ ex tribus possibile. Cum itaqꝫ tres anguli trigoni equilateri efficinnt angulum solidũ: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor basium triangularium atqꝫ equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

basium quod octocedron diximus. At vero si quinqꝫ triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cōtineant fiet corpus ycocedron viginti basi m triangu/lariū ⁊ equilateraꝝ. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura his non sint dictum est.

## Propositio .18.

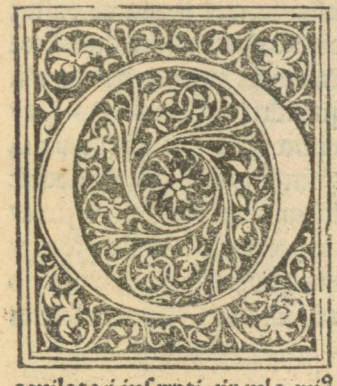
Latera quinqꝫ corporum premissorum ab eadeꝫ spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

¶ Sit .a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinqꝫ premissoꝝ corpoꝝ elicere. Diuidam⁹ igit̄ hanc diametrum in .c. ita ꝙ .a.c. sit dupla ad .c.b. ⁊ per equalia in .d. ⁊ lineemus sup̄ eam semicirculum .a.f.b. ad cuius circūferentiā protrahant̄ due linee perpendiculares ad lineā .a.b. que sint .c.e. ⁊ .d.f. ⁊ iungam⁹ .e. cū .a. ⁊ cū .b. ⁊ .f. cū .b. Manifestū ergo ē ex demonstratione .13. ꝙ .a.e: ē latus figure quatuor basium triangulariū ⁊ equilateraꝝ ⁊ ex demōstratione .14. ꝙ .e.b. ē lat⁹ cubi: ⁊ ex demōstratione .15. ꝙ .f.b. est latus figure octo basium triangulariū ⁊ equilateraꝝ: prodeat itaqꝫ a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. ⁊ equalis eidē .a.b. ⁊ iungat̄ .g. cum .d. sitqꝫ .h. punctus in quo .g.d. secat circūferentiā semicirculi ⁊ ducat̄ .h.k. perpendicularis ad .a.b. ⁊ quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo triāguli .g.a.d. ⁊ .h.k.d. eq̄anguli ex .32. primi eo ꝙ angul⁹ .a. maioris ē equalis angulo .k. minoris: nāqꝫ vterqꝫ rectus ⁊ angulus .d. ē cōis vtriqꝫ: igitur ex quarta scd̄i .h.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penul̄. primi .h.d. est potentia quincupla ad .k.d. cūqꝫ .d.b. sit equalis .h.d. est eni .d. centrū semicirculi erit quoqꝫ .d.b. potentia quincupla ad .k.d. At vero cū tota .a.b. sit dupla ad totā .b.d quēadmodū .a.c. detracta ex prima .a.b. ē dupla ad .c.b. detractā ex secunda .b.d. eritqꝫ ex .19. quinti .b.c. residua prime: dupla ad .c.d. residuā secunde: ideoqꝫ tota .b.d. est tripla ad .d.c. igitur q̄dratū .b.d. est nonecuplū ad quadratū .d.c. ⁊ qꝛ ipsū erat quincuplū tm̄ ad quadratum .k.d. erit ex scd̄a p̄te decime quinti .quadratū .d.c. minus q̄drato .k.d. ideoqꝫ .d.c. minor .k.d. sit ḡ .d.m. equalis .k.d. ⁊ ꝓdeat .m.n vsqꝫ ad circūferentiā que sit perpendicularis ad .a.b. ⁊ iungat̄ .n. cū .b. Cū igit̄ .d.k ⁊ .d.m. sūt eq̄les erūt ex diffinitione ei⁹ qd̄ ē aliq̄s lineas a centro eq̄distare due linee .h.k. ⁊ .m.n. eq̄liter distantes a centro. ideoqꝫ eq̄les adinuicē ex scd̄a parte .13. tertij ⁊ ex scd̄a p̄te tertie eiusdem. itaqꝫ .m.n. ē equalis .m.k. nam .h.k. erat equalis ei. At qꝛ .a.b. dupla est ad .b.d. ⁊ .k.m. dupla est ad .d.k. ⁊ quadratum .b.d. quincuplū ad quadratū .d.k. erit ex .15. quinti quadratū .a.b. sil̄r quincuplū ad q̄dratū .k.m. ē eni quadratū dupli ad quadratū dupli sicut quadratū simpli ad q̄dratum simpli. Ex demōstratione eni .16. manifestū ē ꝙ diameter spere ē potētialiter quicupla tā ad lat⁹ exagoni circuli figure .20. basiū ḡ .k.m. ē eq̄lis lateri exagoni circuli figure .20. basiū nā diameter spere q̄ ē .a.b.c potētialiter quicupla tā ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure q̄ꝫ .ad .k.m. Kurs⁹ qꝫ ex demōstratione eiusdē manifestū ē ꝙ diameter spere cōstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure .20. basiū cū ergo .k.m. sit tanq̄ꝫ lat⁹ exagoni. at vero .a.k. sit eq̄lis .m.b. nā ipsa sūt residua eq̄liū dēptis eq̄lib⁹ erit .m.b. tāq̄ꝫ lat⁹ decagoni: qꝛ igit̄ .m.n. ē tāq̄ꝫ lat⁹ exagoni. nā ipsa est equalis .k.m. erit ex penul̄. primi ⁊ .10. hui⁹ .n.b. tanq̄ꝫ lat⁹ pētagoni figure circuli .20. basiū ⁊ qꝛ ex demōstratione .16. apparet ꝙ lat⁹ pentagoni circuli figure 20. basiū ē lat⁹ eiusdē figure .20. basiū. constat lineā .n.b. ēe lat⁹ isti⁹ figure

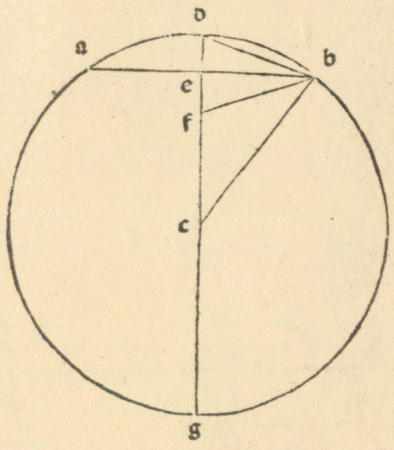


Diuidat̃ itaq3.e.b.que ē lat⁹ cubi ab assignata spera circũscriptibilis ꝑm ꝓportio
nē habentē mediũ duoq3 extrema ī puncto.p.sitq3 maior portio eius.p.b.constat
igit̃ ex demõstratione p̃misse ꝙ.p.b. ē lat⁹ figure.12.basium. Inuenta ergo sũt la
tera.5. premissoꝝ corpoꝝ ex diametro spere nobis ꝓposita.ē eni latus. a.e.pira/
midis.4. basiũ.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus ycocedri:li/
nea aũt.p.b.latus duodecedri. Que autē hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur.
constat eni ꝙ.a.e.ē maior.f.b.nã arcus.a.e.est maior arcu. f.b.itēq3.f.b.ē maior
e.b.ꝛ.c.b.maior q̃3.n.b.at vero.n.b.dico etiã esse maiorē q̃3.p.b.cum eni sit.a.c.
dupla ad.c.b.erit ex quarta scd̃i quadratũ.a.c.quadruplũ ad quadratũ.c.b. ꝯstat
autē ex scd̃a ꝑte correlarij.8.sexti ꝛ ex correlario.17.eiusdē ꝙ quadratũ.a.b.tripluꝫ
ē ad quadratum.b.e.sed ꝑ.21.sexti quadratũ.a.b.ad quadratũ.b.e.ē sicut quadra
tum.b.e.ad quadratũ.c.b.ex eo ꝙ ꝓportio.a.b.ad.b.e.ē sicut.b.e.ad. b.c. ex se/
cunda ꝑte correlarij.8.sexti.itaq3 ꝑ.11.quinti quadratũ.b.e.triplũ est ad quadra/
tum.c.b.ꝛ qꝛ quadratũ.a.c.quadruplũ est ad idē quadratũ vt ostensum ē: erit ex
prima ꝑte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.b.e.ideoq3 linea.a.c.maior
ē linea.b.e.iõq3.a.m.multo maior.b.e.manifestũ vero ex.9.huius ꝙ si linea.a.m
diuisa fuerit ꝑm ꝓportionē habentē mediũ duoq3 extrema erit maior portio eius
linea.k.m.que ē equalis.m.n. At vero cũ.b.e.diuidit̃ ꝑm eandē proportionem vi
delicet habentē medium duoq3 extrema maior eius portio ē linea. p.b. cum itaq3
tota.a.m.sit maior tota.b.e.erit.m.n.que est equalis maiori portioni.a.m.maior
q̃3.p.b.q̃ est maior portio b.e.hoc autē manifestũ est ex scd̃a.14.libri que sine auxi
lio alicuius eaꝝ q̃ sequũtur firma demõstratione solidat̃ :ergo ꝑ.19.p̃mi a fortiori
n.b.maior ē q̃3.p.b. Quare pꝫ latera hoꝝ.5.corpoꝝ p̃missoꝝ fere eo ordine quo
corpora seinuicē sequunt̃ se inuicē excedere.in cubo eni dũtaxat ꝛ octocedro habet
hic instantias.nã latus octocedri excedit latus cubi q̃zuis cubus antecedat octoce
drũ. Cubũ aũt premittunt idcirco octocedro :quia eadē diuisione diametri assig/
nate spere latus piramidis.4. bases triangulas habentis ꝛ latus cubi inuenit̃.est
igit̃.a.e.latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ:post ipsũ aũt ē.f.b.lat⁹
octocedri maius sequentiũ corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit̃ ī magnitudie.e.
b.latus cubi. Quarto vero loco est.n.b.latus ycocedron. Minimũ autem est om/
nium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicit liber Terciusdecimus
Incipit liber Decimusquartus.

## Propositio .1.



Omnis perpendicularis a centro circuli du
cta ad latus pentagoni intra circulũ ipsũ de
scripti dimidio lateris decagoni atq3 dimi/
dio lateris exagoni intra circulũ eundē de/
scriptoꝝ ambobus dimidijs in longũ dire/
ctũq3 cõiunctis equalis eē ꝓbat̃. patet igit̃
ꝙ ꝑpendicularis ducta a cẽtro circuli ad la/
tus pentagoni ē equalis ꝑpẽdiculari ducte
a centro ad latus trianguli dimidioq3 late/
ris decagoni intra eũdē circulũ descripti di
recie cõiunctis. ¶ Sit linea.a.b.latus pentagoni
equilateri inscrpti circulo cui⁹ centꝝ.c.ꝛ ducat̃ a centro.c.ꝑpendicularis ad lineaꝫ
a.b. que ꝑ scd̃am ꝑtem tertie tertij diuidet ipsã ꝑ equalia ꝛ arcũ eius etiã ꝑ equalia

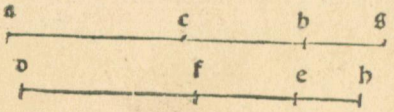



ex quarta primi ꝛ.27.tertij sitq3 hec ꝑpendicularis linea.c.d.secans.a.b. in pũcto e.ꝛ arcũ ei⁹ in puncto.d.est igit̃ vt dixim⁹ linea.a.e .eq̃lis linee.e.b.ꝛ arc⁹.a.d.ar cui.d.b. ꝓtrahat̃q3 linea.d.b.de qua cõstat ꝙ ipsa est lat⁹ decagoni equilateri ꝓ/ posito circulo inscripti cũ ipsa subtẽdat̃ medietati quinti totius circũferentie: dico itaq3 ꝙ linea.e.c.c̃ equalis medietati linee.c.d.ꝛ medietati linee. d.b. in longum directumq3 cõiunctis Cõpleatur quidem diameter.d.c.sitq3.d.c.g.ꝛ sit.e.f.equa/ lis.e.d.ꝛ ꝓtrahat̃.b.f. eritq3 ex.4.primi.b. f.eq̃lis.b.d.iõq3 per.5.primi angul⁹ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cõstat aũt ex vltima sexti ꝙ angulus.g.c.b. qua/ druplus ẽ ad angulũ.b.c.d.eo ꝙ arcus.g.b.quadrupl⁹ ẽ ad arcũ.b.d.at vero an/ gulus.g.c.b.ꝑ.32.primi dupl⁹ ẽ ad angulũ.b.d.c.nã ipse c̃ extrinsecus duob⁹ qui sunt.b.d.c.ꝛ.d.b.c.at ipsi sunt eq̃les ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad ãgulũ .b.c.d:q̃re ãgulus quoq3.b.f.d.duplus ẽ ad ãgulũ .b.c f.sed angul⁹.b.f d.ẽ equalis duob⁹ intrinsecis q̃ sunt.b.c.f.ꝛ.c.b.f.ꝑ.32.p̃mi.itaq3 duo ãguli.b.c.f ꝛ.c.b.f.sũt eq̃les:iõq3 ꝑ .6.primi .c f.ẽ eq̃lis.b.f. iõq3 etiã.c.f.c̃ eq̃lis.b.d.nã.b:d ꝛ b.f. sũt eq̃les adinuicẽ:q̃re dimidiũ.c.d.cũ dimidio.b.d.est quantũ dimidiũ.c.d cũ dimidio.c.f.at vero dimidiũ.c.d.cũ dimidio.c.f.ẽ quãtum dimidiũ.c. f.bis cũ dimidio.f.d.dimidiũ aũt..c.f.bis ẽ quãtum.c.f.ꝛ dimidiu3.f.d.ẽ q̃ntũ.e.f.itaq3.c c.est quantũ dimidiũ .c.d.cũ dimidio.c.b.ꝛ.d.b.qd̃ ẽ ꝓpositũ.Correl̃.aũt sic con stat manifestũ ẽ eni ex.8. tredecimi libri ꝙ ꝑpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad la/ tus trianguli sibi inscripti ẽ equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiam hoc quidẽ ibi demõstratum ẽ ꝛ quasi correl̃.cõclusũ.cum igit̃ ex hac prima isti⁹.14 libri pateat ꝙ ꝑpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiã ꝛ dimidio lateris decagoni: sequitur ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ꝑpendicu lari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioq3 lateris decagoni intra eundẽ cir/ culum descripti:ꝛ hoc est qd̃ ex correl̃.ꝓponit̃.Nunc ergo explicandũ est quod ait. Ariste⁹.in libro ĩtitulato Exposito scie.5.corpoꝝ nec nõ ꝛ Appoloni⁹ in dono secũ do:in ꝓportionalitate figure. 12.basiũ ad figurã.20.basiũ dicẽs:ꝙ ꝓportio suꝑfi cieꝝ figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ẽ tãq̃3 ꝓ/ portio corporis.12.basium ad corpus.20.basiũ:linea ꝛ eni ducta a centro circuli pentagoni figure .12.basium duodecedri ad circũferentiã eius ẽ quasi linea ꝓdiẽs a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circũferentiã eius.hec sunt ipsi⁹magni appollonij verba Intelligẽda aũt sũt de figura.12.ꝛ figura.20.basiu3 ab vna eadẽq3 spera circũscriptibilium.Est eni ꝓportio corꝑis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna eadẽq3 spera circũscribit sicut ꝓportio omnium su ꝑficieꝝ duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad oẽs suꝑficies ycocedri pariter acceptas quẽ/ admodũ Appolloni⁹ p̃missoꝝ verboꝝ p̃ma ꝑte cõmemorat:qd̃ ꝛ decima huius.14 libri solida demõstratione stabilitur.ꝛ ẽ circulus circũscribens pentagonũ duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ꝛ ycoce/ dron eadem spera circumscribit quẽadmodum ipse appollonius secunda ꝑte pre/ missorum verborum cõmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

## Propositio .2.

QUicquid accidit vni linee diuise secūdū ꝓportionē habē tem medium ⁊ duo extrema omni linee siliter diuise pro/ batur accidere ⁊c.

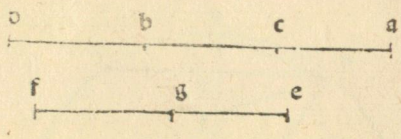
¶Sit vtraqꝫ duaꝝ linearꝝ.a.b.⁊.d.c.diuisa ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqꝫ maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaqꝫ ꝙ ambaꝝ ad sui maiores por/ tiones est vna ꝓportio.itemqꝫ ambaꝝ ad sui minores portiones est ꝓportio vna ad quoqꝫ maiorꝝ portionū ad minores vna.⁊ econtrario ⁊ permutatim ⁊ cōiuncti ⁊ diſiunctim ⁊ euersim.Nihil enī aliud est quicquid vni earꝝ accidit. idē quoqꝫ alij accidere.cōstat enī ex diffinitione linee ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extre ma diuise ⁊ ex prima pte.16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a. b.in. b.c. est equale qua/ drato.a.c.eodēqꝫ modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoqꝫ ꝓ/ portio eius qō fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius qō fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraqꝫ enī ē ꝓportio equalitatis:igit̄ quadruplū ei⁹ qō fit ex.a. b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.c.in.e.f.ad quadra tum.d.f.qō ex.15.quinti:⁊ permutata ⁊ equa ꝓportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadra tum. a.c. sicut quadruplū eius qō fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f.Adiungaſ autem ꝟm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.q̄ dicatur.b.g.⁊ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicaſ.e.b.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.b. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.b.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.⁊.b.g.sunt equales.similiter quoqꝫ quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qō fit ex.d e.i.e.b.eo ꝙ.e.f.⁊.e.b.sūt etiā eq̄/ les:igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.b.ad quadratum .d.f.Quare ex scōa pte.21.sexti proportio linee .a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. b ad lineā.d.f.⁊ con iunctim.a.g. ⁊.a.c.ad.a.c.sicut.d.b.⁊.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tan/ q̄ꝫ duplum .a.b.⁊.d.b.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sicut duplum.d.c.ad.d.f.⁊ permutatim duplum.a.b.ad dupluꝫ.d.c.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.c.sicut.a.b.ad .d.c .ex.15. quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqꝫ permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ diſiunctim et coniunctim:qō oportebat ostendere.




## Propositio .3.

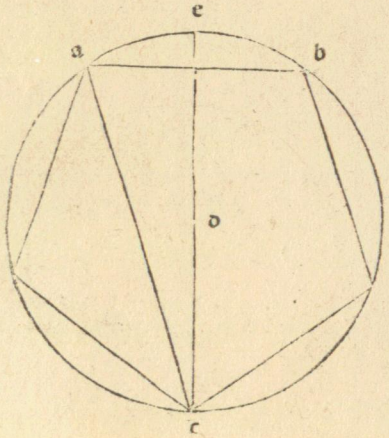
DIuiso latere exagoni ꝟm proportionē habentē medium duoqꝫ extrema maior eius portio erit latus decagoni cir cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶Sit linea .a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secūdū ꝓporti onem habentem mediū duoqꝫ extrema ī puncto.c.sitqꝫ maior por/ tio eius.b.c. dico ꝙ cuiuscunqꝫ circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit la/ tus decagoni.Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:critqꝫ ex nona.13.linea.a.d.diuisa secun dum proportionem habentem mediū duoqꝫ extrema ⁊ maior portio eius erit




linea.a.b.cum igitur vtraq3 duarum linearu3.a.b.7.a.d.fit diuisa 6m ꝓportionē habentem medium duoq3 extrema:igit̄ erit per premissā ambaꝝ ipsaꝝ ad sui ma/ iores portiones vna ꝓportio.itaq3.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a. b.ad.b.c. que est etiā eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffi nitione linee diuise 6m proportionem habentem medium duoq3 extrema 7 maior portio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. sicut.a .b.ad. b.c .quare per secundā ptem.9.quinti.b.d.7.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoq3 ex cōi scia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad linea.a .b. adiungaſ.b.d. equalis.b.c.eritq3 ex.4.tredecimi tota.a.d.diuisa 6m ꝓportionē habentē mediu3 duoq3 extrema 7 maior portio ei9 linea.a.b.itaq3 per cōuersā.9.tredecimi quā cō/ tinue post ipsā demōstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni ciusdez li nea.b.d.ideoq3 linea.b.c.sibi equalis ē latus decagoni. Possumus itez idez alia via si libet demonstrare.Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etiā diuidaſ i.g.6m ꝓportio nē habē tē mediū duoq3 extrema 7 sit maior portio ei9 linea.f.g.ꝓstat igit̄ ex p̄mis sa q9 quēadmoꝺ.a.b.ē eq̄lis.e.f.sic.a.c.ē eq̄lis.c. g.7.c.b.eq̄lis.g.f.cūq3 fuerit.b d.adiūcta ad.a.b.lat9 decagoni illi9 circuli cui9.a .b.ē lat9 exagoni erit sicut p̄ius dictū ē ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa 6m ꝓportionē habentē mediū duoq3 extre ma 7 maior ei9 portio erit linea.a.b.itaq3 p̄ p̄missā.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. q̄re p̄ p̄mā partē.15.sexti qō fit ex.a.b.in.g.c.equū est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cū q3.a.b.sit equalis.e.f.7 erit qō fit ex.e.f.in.g.c.equū ē ei qō fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equū est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise 6m ꝓpor/ tionē habentem medium duoq3 extrema 7 ex prima ꝓte.16.sexti:igit̄ qō fit ex.b.d. in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoq3 ex prima sexti linea.b. d.ē equalis.f.g.7 q3 f.g.ē equalis.c.b.erit quoq3.c.b.equalis.b.d.7 latus decagoni qō oportebat ostē dere.

## Propositio .4.




Quadratū lateris pentagoni intra circulum descripti qua dratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit̄ ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

¶Sit in circulo.a.b.c.cuius centrū.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit.a.b.7 protrahaſ diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.7 eius arcū per equalia. Est igitur arcus.a.e.medietas quinte ptis circūferen tie illius circuli quare arcus.a.c.ē due quinte totius circūferentie: protrahanſ ita/ q3 due linee. a.e.7 .a.c. eritq3. a.e.latus decagoni equilateri eo q9 eius arcus est medietas quinte ptis circumferentie.linea vero.a.c.erit que subtendit̄ vni ex an/ gulis pentagoni predicti:eo q9 arcus.a.c.est due quinte partis circumferentie cir/ culi:dico itaq3 q9 quadrata duarum linearum.a.b.7.a.c.pariter accepta quincu/ plum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c. e.quadruplum ad quadratum linee.d.e.Cum autem angulus. c.a.c. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntq3 ex penultima primi quadrata duaꝝ linearum.c.a.7 a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.7.a.c.7 d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.7 quia ex decima tredecimi libri q/ dratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a .e.7. d.e. sequitur vt qua/

drata duarum linearum.a.b.z.c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.e. quod est propositum.

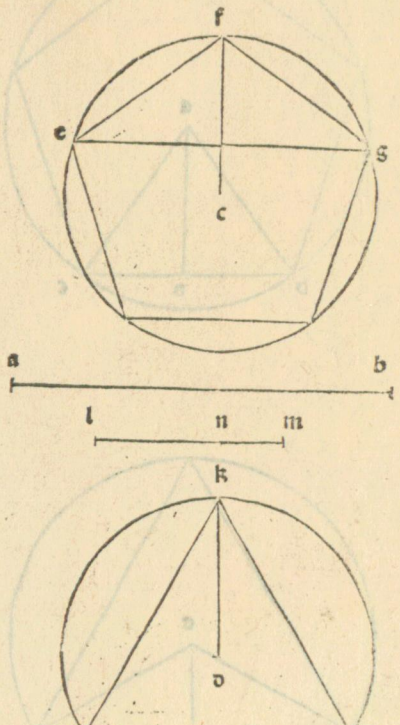
¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atqꝫ quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum z figurā duodecim basiū eadem spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

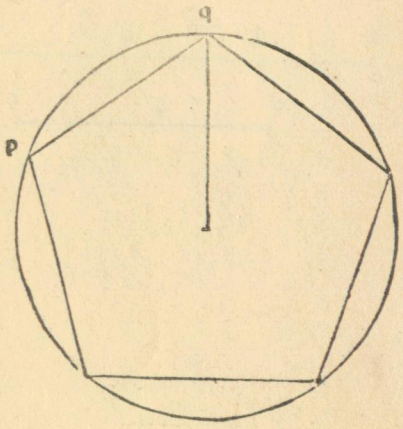
¶ Istud corelariū vere manifestum est:constat enim ex demonstratione.17.trede cimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubū z o decedron vna eademqꝫ spera circūscribit:itaqꝫ p hanc quartam sine obice constat corelarium.ꝛc.

## Propositio .5.

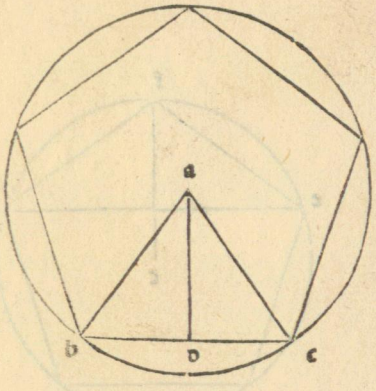
PEntagonus figure duodecim basium triangulus qꝫ figure viginti basium quos eadē spera circumscribit vno eodemqꝫ circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circūscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et ycocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit.d.pentagono aūt.c.z trigono.d.super duo centra.d.z.c.circumscribanť duo circuli huic q̄dē .f.c.ex.14.q̄rti illi vero.f.d. ex.5.ciusdē:dico itaqꝫ ꝙ hi duo circuli sperayꝫ ꝓpositayꝫ quorum alter circūscribit pentagonū.c.alter vero trigonum.d.sunt equales.Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnū ex suis angulis cōtinentia litteris.e. f.z.f.g.z protrahanť linea e.g.que subtendat angulum.f.z semidiameter circuli que sit.c.f.vnūqōqꝫ ex lateribus trigoni.d.signeť litteris.k.b.z protrabatur semidiameter sui circuli que sit.d. k.debinc sumať linea.l.m.ad quā sit linea.a.b.que ē diameter spere assignate quī cupla i potentia:q̄ quidē.l.m.diuidať i.n.ſm proportionē habentem medīū duoꝫ extrema sitqꝫ maior portio eius linea.l.n.z scōm quātitatē totius.l.m. lineetur circu'us.p.q.itaqꝫ semidiameter circuli.p.q.sit equalis lineę.l.m.eritqꝫ ex corelario.15.quarti linea.l.m.tanq̄ꝫ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. iōqꝫ per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̄ꝫ latus decagoni equilateri eidē circulo inscripti:igitur ex.11.quarti inscribať pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q.eritqꝫ ex.10.tredecimi libri quadratū.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.z.l.n.pariter acceptis.constat autem ex demonstratione.16.trede/cimi ꝙ.b.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.b. k.est equale quadratis duarum linearuꝫ.l.m.z.l.n.piter acceptis.At vero ex demōstratiōe.17.ttedecimi.manifestū ē ꝙ.e.g.ē latus cubi ab eadē spera circūscriptibilis:q̄re p corel'.14.tredecimi.a.b. q̄ ē diameter spere potentialiter ē tripla ad.e.g.q̄ ē latus cubi.si aūt.e.g.diuidatur ſm ꝓportionē hītem mediū duoꝫ extrema pꝫ ex demonstratiōe.17.tredecimi ꝙ e.f.ē tanq̄ꝫ maior portio eius:igitur ex secunda huiꝰ.e.g.ad.l.m.sicut.e.f.ad. l.n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem.itaqꝫ per.21.sexti quadratum e.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.e.f.ad quadratū.l.n. q̄re p.13.quinti q̄/drata duarum linearum.e.g.z.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.z.l.n.piter accepta sicut quadratū.e.g.ad quadratū.l. m. ergo p.15.quinti:et





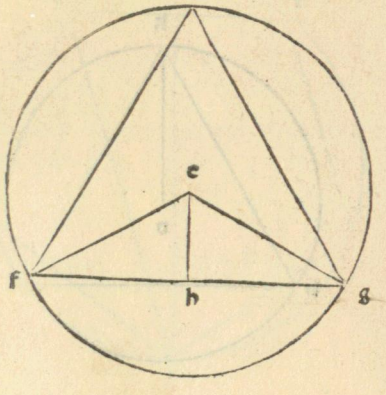

ꝑmutatā ꝓportionalitatez ⁊ equā triplum duorum quadratorum duarum lineaꝝ e.g.⁊ .e.f. ꝑiter acceptoꝝ ad q̄drata duarum linearum.l.m.⁊ .l.n. pariter accepta sicut triplū quadrati. e.g.ad quadratū.l.m.triplū aūt. e.g.quadrati est tāq̄z quadratū.a.b.ex correl'.14.tredecimi:at quadratū.a.b.ē per ypothesim quincuplū ad quadratū.l.m.ergo triplū quadrati.e.g.quincuplum quoq̄z ē quadrati.l.m.quare etiā triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.e.f.ꝑiter acceptoꝝ ē quincuplū ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.ꝑiter accepta:⁊ q̄r ꝓbatū ē ꝙ quadratū.h. k.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.ꝑiter acceptis.sequit̄ ex cōi scia vt triplū quadratoꝝ.e.g.⁊.e.f.sit quincuplū ad quadratū.h.k.cōstat aūt ex.8.tredecimi ꝙ quincuplum quadrati. h.k.est quindecuplum ad quadratū.d. k.nam simplum est triplum.Et ex quarta hui⁹ cōstat ꝙ triplū quadratoꝝ.e.g.⁊.e. f.est quincuplū quadrati.e.f. nam simplū est quincuplū.itaq̄z quindecuplū quadrati.c.f.ē eq̄le quindecuplo quadrati.d.k.ideoq̄z per.15.quinti quadratū.c.f.est equale quadrato. d.k. quare etiā linea.c.f.ē equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliū circulus circūscribens pentagonum.c.ē equalis circulo circumscribenti trigonū.d.quod erat ex principio demonstrādum.nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f.⁊.d.k.




## Propositio .6.

Quadratū quoq̄z qd̄ est triangulū al' trigincuplū tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circūscribentis pentagonū figure duodecim basium ad latus pentagoni atq̄z sub latere ipsi⁹ pentagoni cōtinetur omnib⁹ superficieb⁹ corporis duodecim basiuz pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

¶ Sit pentagonus.a.vna ex. 12.basibus figure duodecedri ⁊ vnū ex eius laterib⁹ sit.b.c.sibiq̄z ex.14.quarti circūscribat̄ circulus supra centꝝ.a.⁊ ꝓtrahant̄ linee.a. b.⁊.a c.⁊.a.d. ꝑpendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplū eius qd̄ fit ex a.d.in b.c.est equale omnibus suꝑficiebus duodecedri ꝑiter acceptis.constat eni pentagonū.a.eē diuisibilē in quinq̄z triangulos equales triangulo.a.b.c.ex .8.p̄mi.itaq̄z omnes.12.pentagoni duodecedri cum oēs sint equales ⁊ sil'es pentagono. a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quoꝝ quisq̄z ꝑ .8.primi ē equalis triangulo.a.b.c. Qd̄ autē sit ex.a.d.in.b.c.est duplum ꝑ 41.p̄mi:ad triangulū.a.b.c.ergo trigincuplum eius qd̄ fit ex.a.d.in.b.c.ē sexagincuplum ad triangulū.a.b.c.nā vt simplū ad simplum sic duplum ad duplum.Cum itaq̄z omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiā sexagincuplū ad triangulū.a.b.c.sequit̄ vt trigincuplū ei⁹ qd̄ fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri ꝑiter acceptis:qd̄ ē propositum.




## Propositio .7.

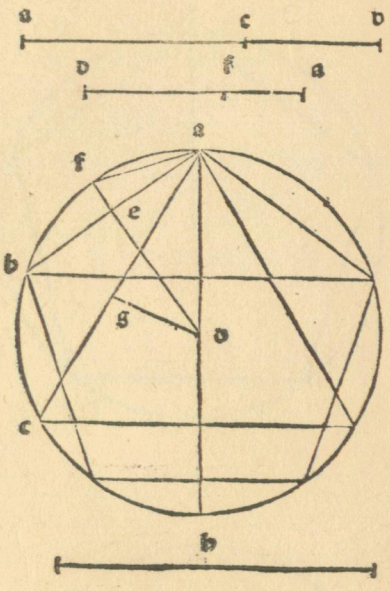
Quadratū quoq̄z qd̄ est triangulū al' trigincuplum tetragoni qui sub ꝑpendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ sibi inscripti trianguli figure viginti basiū atq̄z sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basiū ꝑiter acceptis.¶ Esto eni hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri ⁊ vnū ex eis laterib⁹ sit .f.g. sibiq̄z ex.5. quarti circumscribat̄ circulus super centꝝ.e.⁊ ꝓtrahant̄ linee.e.f.e.g.⁊.e. h.ꝑpendicularis ad.f.g. dico igit̄ ꝙ trigicuplū ei⁹ qd̄ fit ex.e.h.i.f.g.ē eq̄le oib⁹ suꝑficieb⁹ ycocedri ꝑiter acceptis.ꝯstat eni trigonū.e.eē diuisibilē i tres trigonos quoꝝ quilz

per octauā p̄mi ē equalis trigono.e.f.g itaq; oēs.20.trigoni ycocedri ꝑiter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sūt tanq̄ sexagincuplum trigoni.e.f.g. ⁊ qr per. 14.p̄mi qd̄ fit ex.e.h.in.f.g.est duplū trigoni.e.f.g.iōq; trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹:sequit̄ ut trigincuplū.e.h.in.e.f.sit equale oibus sup/ficiebus ycocedri ꝑiter acceptis qd̄ erat demōstrādū. ¶ Manifestū igitur ē q⁊ porportio superficierū figure duodecim basiū in aliqua spera ꝯtente ad sup̄ficies figure viginti basium in eadē spera cōcluse:ē tanq̄ ꝓpor tio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba/siū ⁊ sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta goni:ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū ⁊ perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu li corporis viginti alchaidaꝝ. ¶ Qd̄ per illud correl'. ꝯcludit̄ veꝝ esse siue fi/gura.12.basiū ⁊ figura.20.basiū sint ab eadē spera circūscriptibiles vt ꝓponit̄:siue etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis speris:ꝓponit̄ autē ꝓut hee figure sint cir/cūscriptibiles ab eadē spera qm̄ hoc modo valet ⁊ sufficit ad ꝓpositū. Ei⁹ ergo cō munis veritas sic pz.cōstat eni ex.6.hui⁹ ꝙ trigincuplū.a.d.in.b.c.equū ē oibus superficiebus duodecedri ꝑiter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.sup̄fici ebus ⁊ ex hac.7. ꝯstat sil'r ꝙ trigincuplū.e.h.in.f.g.equū ē oibus sup̄ficieb⁹ ycoce dri ꝑiter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron ⁊ istud ycocedron eadē spera circūscribat siue diuerse.itaq; ꝓportio trigicupli. a.d in.b.c.ad omnes sup̄ficies illius duodecedri ꝑiter acceptas ē sicut trigincupli.e.h. in.f.g.ad omnes sup̄ficies ycocedri ꝑiter acceptas:vtrobiq; eni est ꝓportio equali tatis:quare permutatim trigincuplū.a.d.in.b.c.ad trigincuplū:e. h.in .f.g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri ⁊ per.15. quinti trigincupli ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit̄ ꝑ.11.quinti ꝙ ꝓportio omniū sup̄ficieꝝ illius duodecedri ad oēs sup̄ficies huius ycocedri ē ei⁹ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qd̄ fit ex.e.h.in.f.g.⁊ hoc ē qd̄ ex correlario ꝓponit̄.

## Propositio .8.

Proportio cunctarū superficieꝝ corporis duodecim ba/sium ꝑiter acceptaꝝ ad cūctas sup̄ficies corꝑis viginti ba sium ꝑiter acceptas que ab vna spera ābo circūscribunt̄ est tanq̄ ꝓportio lateris cubi quē circūscribit eadē spe/ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Ut ab huius.8. demōstratiōis libri.14.ꝓcessu ambiguitas oīs abscedat:istud prescire oportet. Qd̄ si aliq̄ linea ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema fu/erit diuisa ⁊ ex medietate eius tanq̄ dimidiū sue maioris portionis detrahat̄:ipsa quoq; medietas ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema diuisa erit ⁊ ei⁹ ma ior portio ē tanq̄ dimidiū maioris sue duple.verbi grā sit.a.b.diuisa ꝟm ꝓportio nē habentē mediū duoq; extrema in.c.⁊ maior eius portio sit.a.c.⁊ sit.d.e.tanq̄ dimidiū.a.b.⁊.d.f.tāq̄ dimidiū.a.c.dico ergo ꝙ.d.e.diuisa ē i.f.ꝟm ꝓportiōem hn̄tem mediuꝫ duoq; extrema ⁊ maior portio ei⁹ ē.d.f.ꝯstat eni ex.15.q̄nti ꝙ ꝓ/portio.a.b.ad.a.c.ē sicut.d.e.ad.d.f.vꝫ dupluꝫ ad dupluꝫ tāq̄ simplū ad simplū q̄re ꝑmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̄ ꝑ.19.q̄nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b.ad d.e.ē itaq;.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ē.a.b.ad.d.e.cū igit̄ tota.e.b.sit dupla ad to/tā.d.e.⁊ sigl'e ꝑtes.a.b.ad sigl'as ꝑtes.d.e.q̄re ex.15.q̄nti ⁊.11.ei⁹dē ⁊ dione linee




diuise ꝺm ꝓportiõem hñtem mediũ duoꝝ extrema erit linea.d.e.diuisa i.f.quẽad modũ ꝓponit. Nũc igit̃ demõstrationi eiꝰqꝺ ꝓpositũ ẽ isistamꝰ. Ad cuiꝰexẽplũ sit a.b.c.circulꝰcuiꝰ centꝝ.d.circũscribẽs pentagonũ duodecedri ⁊ trigonũ ycocedri q̃ ambo piter cadẽ spera circũscribit ⁊ ꝓcludit.nã ex.5.huiꝰmanifestũ ẽ ꝙ idẽ circulꝰ huius pentagonũ ⁊ illiꝰ trigonũ circũscribit.sit aũt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.sitꝝ linea.b.tanq̃ latus cubi ab cadẽ spera circũscripti: dico itaq̃ ꝙ ꝓportio omniũ supficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oẽs supficies ycocedri piter acceptas ẽ sicut linea.b.ad lineã.a.c. ꝓducaꝫ quidẽ a centro.d.ꝑpendicularis ad.a.b.que transeat vsq̃ ad circũferentiã secans.a.b.in puncto.c.⁊ arcũ eiꝰ i puncto.f.hanc autẽ ꝑpendicularẽ ꝓstat diuidere ꝑ equalia tã lineã.a.b. q̃ꝫ eius arcum chordã quidẽ.a.b.ꝑ scõam ptẽ tertie tertiꝫ:arcũ vero eiꝰ ꝑ quartã ꝑmi ⁊.27.tertij.ẽ igit̃ arcus.f.a decima ꝑs circũferentie.subtendaꝫ itaq̃ sibi chorda.a.f.q̃ erit latus decagoni equilateri eiusdẽ circuli.erit igit̃ ex .9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a diuisa ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoꝝ extrema.⁊ maiꝛ portio eius erit linea d.f.At vero ex prima huius.d.e.ẽ equalis dimidio.d.f.dimidioꝝ.f.a.i longũ dirrectũq̃ cõiunctis.Sit igit̃.d.g.ꝑpendicularis ad.a.c.eritq̃ ex corelario.8.tredecimi:g.d.tanq̃ dimidiũ.d.f.itaq̃ si a linea.d.e.q̃ est tanq̃ dimidiũ.d.f.a.cũ.d.f ⁊.f.a.sit linea vna:detrahaꝫ eq̃lis.d.g.q̃ ẽ tanq̃ dimidiũ.d.f.erit ꝑ illud qꝺ ante hoc ꝓbatũ ẽ linea.d.e.diuisa ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoꝝ extrema et maiꝛ portio erit tanq̃.g.d.ex demõstratione aũt.17.tredecimi cõstat ꝙ si linea b.q̃ ẽ latus cubi diuidaꝫ ꝺm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoꝝ extrema maiꝛ portio eius erit tanq̃.a.b.q̃ ẽ latus pentagoni figure.12.basiũ. itaq̃ per scõam huiꝰ ꝓportio.b.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.quare ꝑ primã ptẽ.15.sexti: qꝺ ꝓuenit ex b.in.g.d.equũ ẽ ei qꝺ fit ex.a.b.in.d.e.Ex corelario aũt premisse manifestum est ꝙ ꝓportio omniũ supficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.piter acceptaꝝ ad oẽs superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ẽ sicut eius qꝺ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qꝺ fit ex.a.c.in.g.d.igit̃ ex prima pte.7.quinti ⁊.11.eiusdẽ ꝓportio eiꝰ qꝺ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illud qꝺ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ẽ sicut omniũ superficieruꝫ illiꝰ duodecedri ad oẽs huius ycocedri.At vero eius qꝺ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illꝺ qꝺ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ẽ ꝑ primam sexti sicut.b.ad.a.c.itaq̃ ꝑ.11.quinti ꝓportio omniũ supficieꝝ illius duodecedri ad oẽs huius ycocedri ẽ sicut .b.ad.a.c. quod ẽ ꝓpositũ.Hoc ipsũ aliter ꝓbare poterimꝰ.si ad ipsũ huius antecedens necessarium ꝑmiserimꝰ quod est.¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulũ ꝙ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius linee angulũ ipsius pentagoni subtendentis continetur eidẽ pentagono equũ eẽ ex necessitate oportet.¶ Maiores nostri vnũqꝺq̃ integꝝ in. 12.ꝑtes eq̃les intellectu ⁊ rõne diuiserũt oẽsq̃ eas sic.hoc ẽ ipm totũ assem:vocaueruut vndecim vero eaꝝ dixerũt deunce.dece aũt dextantes. noue dodrante.octo vero bisse.at septũce septãte vel quicũce.sex aũt semis:quiq̃ quinquince.q̃tuor triente.tres aũt q̃drãte.duas vero sextãte.vnã aũt appellauerũt vnciã easq̃ ꝑ ordinẽ talibꝰ designauere figuris q̃ sepissime iuueniũt i antiq̃s libris

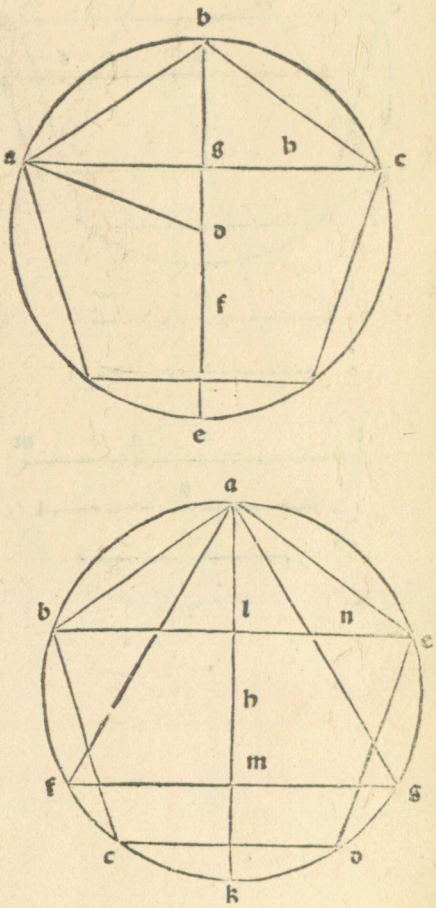
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| As | Deunx | Dextans | Dodrans | Bisse | Septunx |
| Semis | Quantunx | Triens | Quadrãs | Sextans | Uncia |

¶ Vncia quoq; quã duodecimã ptẽ assis fore dixim⁹ i alias rursꝰ.12.fractiões. Sz alia via diuiserũt.nã medietatẽ vncie dixerũt semivnciã.tertiã vero duellã.quartã sicilicũ.sextã sexculã.octauã dragmã.duodecimã semissiclam.decimãoctauã tremissem.vigesimã quartã scrupulũ.quadragesimã octauã obulũ. septuagesimã secũdã bissiliquã .nonagesimã sextã ceracẽ. Vltima vero q̃ ẽ centesima quadragesima q̃rta ps ipius vncie siliquã nominauerũt. His aũt.12.fractionibus vncie posteriores adiunxere calcũ. Est aũt calcus centesima nonagesima scõa ps vncie: cuiꝰ additionis cã fuit vt vsq; ad minimũ extremũ diatesseron z diapente symphoniaz tonoz semitonorũq; interuallis distinctaz hax fractionũ denoiatio cõscẽderet vl cõtenderet z ipsas omnes ẽm ordinẽ talibus annotauere figuris.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semũncia | | Duella | | Sicilicꝰ | | Sexcula | | Dragma | | Emiffcela | |
| ℒ | 2̄ | ℳ | 3̄ | 9 | 4̄ | ℭ | 6̄ | ℋ | 8̄ | ℙ | 12̄ |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tremissis | | Scrupulus | | Obulus | | Bissiliqua | | Cerates | | Siliqua | | Calcus |
| ℍ | 18̄ | ℱ | 24̄ | ÷ | 48̄ | ℳ | 72̄ | ℤ | 96̄ | ℏ | 144̄ | ℒ | 192̄ |

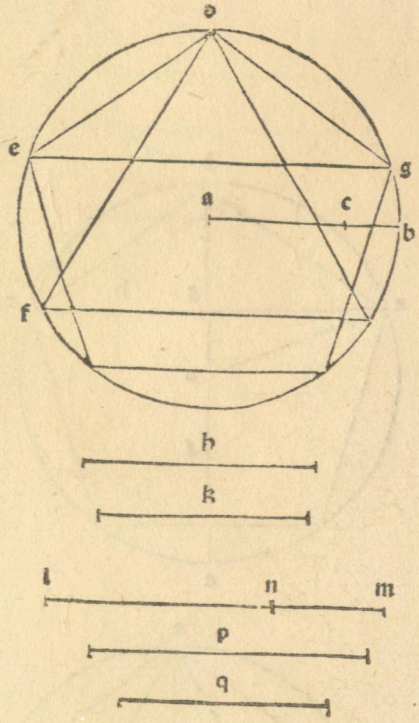
¶ Eius ergo qõ dicit: sensꝰ ẽ: q̃ si in aliquo circulo pentagonꝰ eqlateris inscribat illud qõ fit ex tribꝰ q̃rtis diametri circuli i quinq; sextas linee subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono. verbi grã. Sit circ'us.a.b.c. sup cẽtz.d eiq; ex.11.q̃rti inscribat pentagonꝰ equilaterꝰ cuiꝰ duo latera vnũ ex suis angulis ptinẽtia sint.a.b.z.b.c.z anglꝰ.b.subtendat linea.a.c.z ptrahat diameter.b.d.e secãs lineã.a.c.p eq̃lia in puncto.g. sitq;.d.f. medietas.d.e .z.g. b.dupla ad.b.c. eritq;.b.f. dodrãs diametri: ẽ eni tres q̃rte ipsi⁹ z.a.b. erit dextãs vel sextãs.a.c.ẽ eni:.5.sexte eius: ptrahat aũt linea.a.d: dico q̃ illud qõ puenit ex.b.f.in.a.b.ẽ e/q̃le pẽtagono inscripto circulo. cũ eni.a.g. sit ppendicularis ad.b.d. erit ex.41.pmi z illud qõ puenit ex.b.d.in.a.g. duplũ ẽ ad triangulũ.a.b.d. iõq; qõ puenit ex.b.f.in.a.g. triplũ erit ad eundez triangulũ z qõ puenit ex.b.f.in.b.g. duplũ z ex.b.f.in totã.a.b. quincuplũ. cũ itaq; totus pentagonꝰ quintuplꝰ sit ad cũdẽ triangl'm cõstat q̃ istud qõ fit ex.b.f.in.a.b.ẽ eq̃le pentagono z illud erat demõstrãdũ. Qõ igit ex pncipio ppositũ ẽ nunc alia via sicut pmisimꝰ demõstremꝰ. sint itaq; circulo cuiꝰ centz.b. inscripti pentagonꝰ figure.12.basiũ z trigonꝰ figure.20.basiuz q̃s eadem spera circũscribit. Constat eni ex.5.buiꝰ q̃ buiꝰ duodecedri pentagonꝰ z illius ycocedri trigonꝰ ab eodẽ circulo circũducent. sitq; pentagonꝰ.a.b.c.d.e. z trigonus.a.f.g.z angulo.a.pentagoni subtendat linea.b.e.q̃ ex demõstratione.17. tredecimi erit latꝰ cubi quẽ eadẽ spera cõcludit: ptrahat itaq; diameter.a.b .k.secans orthogonaliter z p equalia vtrãq; duaz lineaz.b.c.z.f.g. hãc q̃dẽ i puncto.l illã vero in pũcto.m. dico g̃ q̃ pportio oiuz superficiez duodecedri ad oẽs ycocedri quoz pentagonꝰ z trigonus ppositio circulo sint inscripti ẽ sicut linee.b.e. que est latus cubi ab eadẽ spera conclusi ad lineam.f.g. que est latus trigoni ycocedri. constat enim ex corolario octaue tredecimi q̃ linea.b.m.ẽ dimidiũ linee.a.b. iõq;.a.m. erit dodrans diametri.a.k.ẽ eni eius tres quarte. sit ergo. l.n. dupla ad. n.e. eritq; .b.n. dextans.b.c. est eni quinta ciꝰ sexte. itaq; per pmissũ añs qõ prouenit ex.a.m.in.b.n. erit equale pentagono.a.b.c.d.e. qõ autẽ puenit ex.a. m.in.m.f.ẽ equale triangulo.a.f.g. igit ex prima sexti pportio pentagoni ad trigonũ est sicut b.n.ad.m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni sint duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qõ ex.15.quinti z equa proportionalitate manifestum est duodecuplum autẽ.b.n.ẽ tanq; decuplum. b.c.nã.12.



dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄z decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.z q; duodecuplū illi⁹ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincupl ī autē huius trigoni est omnes supficies ycocedri z quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniū superficiex duodecedri pariter acceptax ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

## Propositio .9.

Diuisa q̄libet linea scd̄m ꝓportionē habētē mediū duoq3 extrema erit ꝓportio linee potētis supra totā lineā ei⁹q3 maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēq3 minorē portionē tāq3 ꝓportio lateris cubi ad lat⁹ triāguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso ī eadē spera ptenti.




Sit linea.a.b.diuisa scd̄m proportionē habentē mediū duoq3 extrema z maior portio eius sit linea.a.c.z super centx.a.fm quantitatē lince.a.b. describaī circul⁹ d.b.e.eiq3 inscribaī ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.e. z ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.z vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igit̄ ex.5. hui⁹ q; spera circūscribens duodecēdron cuius pentagoni latus est.d.e .circūscribit sil̄ ycocedron cuius trianguli latus ē.d.f.z ex demōstratione.17.tredecimi manifestum ē q; eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumaī ergo linea.b.potēs super totam.a.b.z eius maiorem portionem .a.c.z sumaī.k.potens super totam a.b.z minorē eius portionem .b.c.dico itaq3 q; ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti:ē sicut.h. ad.k.cōstat q̄dē qō ex corelario.15.q̄rti q;.a.b.ē tanq̄z lat⁹ exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti:igit̄ ex tertia huius.a.c.est tāq3 latus decagoni eiusdē circuli itaq3 per.10.13.d.e.potens ē super totā.a.b.z eius maiorē portionē.a.c.quare.d. c.est equalis.b.nā quadratum vtriusq3 earum tantū est quantū quadrata duax lineax.a.b.z.a.c.piter accepta: p3 autē ex octaua.13.q;.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5. eiusdē patet q;.k.quoq3 tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutati.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.z quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē q; si e.g.diuidaī fm ꝓportionē habētē mediū duoq3 extrema maior portio eius erit tā q̄3 .d.e.erit p scōam huius ꝓportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re p.11.quinti erit quoq3 .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.z ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et q; per primā ptē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.b.ad.k.co q;.d.e.z.b.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.b.ad.k.qō est propositū. Nō solū aūt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.b.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā:quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam fm proportionem habentem medium duoq3 extrema z sup eius maiorem portionē:altera vero super totam z eius minorem portionē.nā singulax linearum taliū ē ꝓportio vna:verbi gratia.manēt priores ypotheses circa lineas.a.b.b.z.k. z sumatur quoq3 quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa fm proportionē habētem medium duoq3 extrema in.n.z portio maior sit.l.n.sitq3 linea. p. potens super totam.l.m. z eius maiorem portionem.l.n. z linea.q.sit potens

ſuper totam.l.m.ꝛ eius minorẽ portionẽ.m.n.dico ergo ꝙ ꝓportio.p.ad.q.eſt ſi cut.b.ad.k.cõſtat enī ex ſcõa huiꝰ ꝙ.b a.ad.a.c.ẽ ſicut.l.m.ad.l.n.ergo ꝑ ꝑmam ptẽ.21.ſexti quadrati.b.a.ad quadratũ.a. c.ẽ ſicut q̃drati.m. l.ad quadratũ. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratũ.a.c.ſicut quadrati.p.ad quadratũ.l.n ꝛ permutatim quadrati.b.ad quadratũ.p.ſicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodẽ argumẽtationis genere ſequiꝫ ꝙ ꝓportio quadrati.k.ad quadratũ.q .eſt ſi cut quadrati.c.b.ad quadratũ.n m.ꝛ qꝛ ex ſcõa huius exprima ptẽ.21.ſexti qua/ dratũ.a.c.ad quadratũ.l.n.ſicut quadratũ.c.b .ad quadratũ.m.n.erit ex.11.quīti quadratũ.b.ad quadratũ.p.ſicut quadratũ.k.ad quadratũ.q.quare ꝑ ſcõam ptẽ 21.ſexti.b.ad.p.ſicut.k.ad.q.Et ꝑmutatim.b.ad.k.ſicut.p.ad.q.qõ erat demon/ ſtrandũ.ꝛ ne quiſq̃ dubitationis locus ea que demõſtrãda reſtant obfuſcet :prę/ mittenda adhuc arbitramur quedã quibus ſequẽtia firmo demõſtratiõis roboꝛe incõcuſſa permaneant.

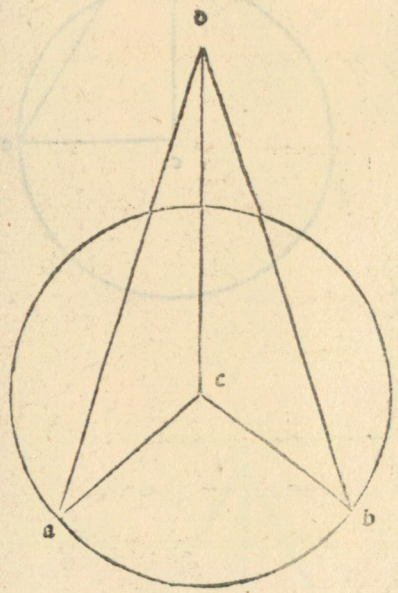
¶Si aliqua plana ſuperficies ſperam quãlibet ſecet cõis differentia plane ſuperficiei ſecantis ꝛ curue ſuperficiei ſpere erit circumferentia continens circulum.

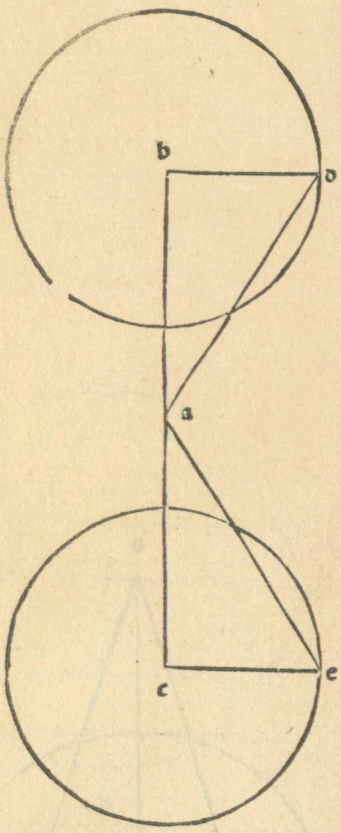
¶Sit igiꝫ aliqua plana ſupficies ſecans ſperam ꝛ ſit linea.a.b.cõis ſectio ſupficiei ſecantis ꝛ ſupficiei ſpere.dico ꝙ linea.a.b.eſt circũferentia circuli.aut enī centrum ſpere eſt in plana ſupficie ſecante.aut extra.Qõ ſi fuerit in ea ponaꝫ vbicunq; ꝓti gerit ꝛ ſit.c.Quia ergo tota linea.a.b.ẽ in ſupficie ſpere ꝛ qꝛ omnes lince ducte a centro ſpere ad ipſius circũferentiã ſunt equales quẽadmodũ conſtat ex diffinitio ne ſpere.ſequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineã.a.b.ſint equales.ẽ igiꝫ ex diffinitione circuli ſuperficies quã continet linea.a.b.circulus ꝛ eius centꝝ ẽ .c. videlicet idẽ ꝙ centꝝ ſpere.ſi aũt centrũ ſpere fuerit extra ſuperficiẽ ſecantẽ: pona tur ergo vbilibet qõ ſit.d.a quo ꝑ doctrinã. 11.vndecimi ducaꝫ linea.d.c.perpen/ dicularis ad ſupficiẽ ſecantẽ ꝛ ꝓtrahanꝫ ab eodẽ centro.d.duc linee recte qũocũq; contingat ad lineã.a.b.que ſint.d.a.ꝛ.d.b.ꝛ iungaꝫ.c.cũ .a.ꝛ cũ.b.eruntq; due li nee.d.a.ꝛ.d.b equales eo ꝙ ipſe ſunt a centro ſpere ad ſuperficiem eius:ex diffi/ nitione autẽ linee perpendicularis ad ſuperficiẽ.manifeſtũ eſt ꝙ anguli.d.c.a.ꝛ.d c.b.ſũt recti:ideoq; ex penulꝫ.primi ꝛ iſta cõi ſcia:que equalibus ſũt equalia iter ſe ſunt equalia:erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.c.d.ꝛ.c.a.pariter accepta equalia qua/ dratis duaꝝ lineaꝝ.d.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis :dempto itaq; vtriuq; quadrato.d c.erit quadratũ.c.a.equale q̃drato.c b.quare ꝛ linea .c.a.linee.c.b. Eodẽ argumẽ tationis genere neceſſe eſt omnes lincas ductas a puncto .c.ad lineã.a.b.eẽ eq̃les ergo ex diffinitione circuli ſupficies quã continet linea.a.b.eſt circulꝰ ꝛ eiꝰ centruꝫ eſt.c.quod eſt propoſitum.

¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt ꝙ cum ſuperficies ſecat ſperam ſuper centrum eius ſectoꝛ ꝓueniens in ſuperficie ſpere eſt linea continens circulum cuius centrum eſt centrum ſpere.Cum autem ſuperficies ſe cat ſperam non ſuper centrum eius ſectoꝛ quoq; ꝓueniens ī ſuper ficie ſpere eſt linea continẽs circulũ cuius centꝝ ẽ punctus ille in quo incidit ꝓpendicularis ducta a centro ſpere ad ſuperficiem ſecantem.

¶Amplius autem dico ꝙ

¶Si in ſpera aliqua fuerint circuli equales ꝓpendiculares ducte a cẽ tro ſpere ad ſupficies illoꝝ circuloꝝ erunt adinuicem equales.






¶Sint i ſpera cuius centꝝ .a.ſignatꝫ duo circuli.b.ꝛ.c.equales ad quoꝝ ſupficies ꝓtrahanꝫ a centro ſpere videlicet a puncto.a.perpendiculares ꝟm qꝫ docet.11.vn decimi:ad hunc quidē.a.b.ad illū autē.a.c.dico qꝫ due linee .a.b.ꝛ.a.c.ſūt equa/les:ꝓtrahanꝫ enī a punctis.b.ꝛ.c.ſingule linee recte ad circūferentias illoꝝ circu/loꝝ ꝓut libuerit:in hoc quidem.b.d.in illo aūt.c.e.ꝛ iungaꝫ.a.cū.d.ꝛ cum.e. erit qꝫ ex diffinitione linee ſupra ſuperficiē ꝓpendiculariter ſtantis vtriqꝫ duoꝝ angu loꝝ.a.b.d.a.c.e.rectus.At vero ex ſcōa ꝑte ꝑmiſſi corelarij. ¶Manifeſtū ē qꝫ duo puncta.b.ꝛ.c.ſunt centra circuloꝝ.b.c.ideoqꝫ due linee.b.d. ꝛ.c.e. ſunt ſemidia/metri coꝝ:qui circuli cū ponanꝫ equales ſequiꝫ ex diffinitione equaliū circuloꝝ bas ſemidiametros eſſe equales:ꝛ quia due linee.a.d.ꝛ.a.c.ſunt equales qꝫ ſunt ducte a centro ſpere ad eius ſupficiē:erunt ex penulꝫ.primi due ꝓpendiculares.a.b.ꝛ.a.c equales qō oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.

## ¶Propoſitio .10.

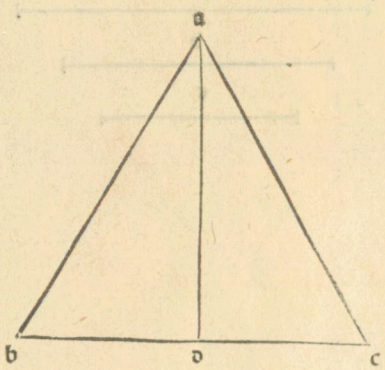
¶Proportio corporis duodecedri ad corpꝰ ycocedri qꝫ am bo vna eadēqꝫ ſpera ĩcludit:eſt ſicut omniū ſuperficierū eius ꝓiter acceptaꝝ ad oēs ſupficies illius ꝓiter acceptas ¶hoc eſt qō ſuperius poſt demonſtrationē prime huius auctorita te Ariſtei ꝛ apollonij cōmemorauimus cuiꝰ demonſtratio ex his qꝫ/premiſſa ſunt euidenter elicitꝫ. Ex quinta quidē huius manifeſtū ē qꝫ circuli quorꝝ alter circūſcribit pentagonū duodecedri:reliquꝰ vero trigonū ycocedri que ambo corpora ſpera vna cohercet ſunt adinuicem equales:itaqꝫ erunt perpendiculares a centro ſpere ad ſuperficies omnium circuloꝝ circūſcribentium pentagonos bu/ius duodecedri ꝛ trigonos illiꝰ ycocedri i coꝝ centra cadentes adinuicem equales ſicut ex premiſſis manifeſtū ē nam omnes hi circuli teſte .5.huius ſicut dictū ē eq̄/les ſunt ſibi adinuicē piramides:igitur quaꝝ ſunt baſes pentagoni duodecedri co ni autē eaꝝ ſunt centꝝ ſpere atqꝫ piramides quaꝝ baſes ſūt trigoni ycocedri: ꝛ co ni eaꝝ ſimiliter centrū ſpere ſunt eque alte cunctaꝝ quidē piramidū altitudinē mē ſurant vel determinant a conis ad baſes ꝓpendiculares cadentes:piramides autē eque altas ſuis baſibus ꝓportionales eſſe oportet quēadmodum in.6. duodecimi probatū eſt:itaqꝫ proportio piramidis cuius baſis pentagonus duodecedri ad pi ramidē cuius baſis trigoni ycocedri ē ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonū.iōqꝫ per.24.quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius baſis pentagonus duo decedri ad piramidē cuius baſis trigonus ycocedri ſicut duodecupli illius pentago ni ad hunc trigonū.hec aūt.12.piramides quaꝝ ſunt baſes.12.pentagoni duode/cedri ſunt tanq̄ꝫ totū corpus ipſius duodecedri.At.12.pentagoni tanq̄ꝫ oēs ſuper ficies eius:itaqꝫ ꝓportio corporis duodecedri ad piramidē cuius baſis eſt trigo/nus ycocedri ē ſicut ꝓportio omniū ſupficieꝝ.duodecedri ad trigonū ycocedri.qua re rurſus ex.24.quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius pirami/dis cuius baſis eſt trigonus ycocedri ē ſicut omniū ſupficieꝝ duodecedri ad vigin cuplū trigoni ycocedri.cū igitꝫ vigincuplū huius piramidis ſit tanq̄ꝫ totū corpꝰ yco cedri ad vigincuplū iſtius trigoni tanq̄ꝫ omnes ſuperficies ipſiꝰ ycocedri erit ꝓ/portio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna cadēqꝫ ſpera con/cludit ſicut ꝓportio omniū ſupficieꝝ corpis duodecedri ꝓiter acceptaꝝ ad omnes ſuperficies corporis ycocedri ꝓiter acceptas. hoc aūt eſt predictoꝝ philoſophorum de proportione hoꝝ duoꝝ corporꝝ ſententia fixa ſolidaqꝫ demōſtratiōe roborata.

cui quoq; adijciendū est hoc. nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cū ipso cubo ab eadē spera cōclusi sit sicut ꝓportio omniū superficiey corporis duodecedri piter acceptay ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera cōclusi sicut ex. 8. huius demonstratū est: erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circūuoluit tāq; proportio lateris cubi eidēq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius aūt q; diuisa qualibet linea ꝟm proportionē habentē mediū duoq; extrema est proportio lince potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā ⁊ eius minorē portionē sicut lateris cubi alicuiꝰ spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadē spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē erit etiā ex. 11. quinti vt diuisa qualibet linea ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema sit ꝓportio lince potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā ⁊ eius minorē portionē veluti ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadē spera circūscribit. Ex dictis igiꝰ manifestum est q; ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circūscripti. itemq; ꝓportio cunctay superficiey duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo sup eadē spera circūscribit. Et rursus ꝓportio lince potentis super quālibet lineā diuisā ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema et super eius maiorē portionē ad lineā potentē super eandē ⁊ super eius minorē portionē atq; itey ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera cobercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia lince ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema diuise: cui cū plurima pholosophātiū admiratione digna cōueniāt hoc ꝑncipiū vel ꝑcipuū ex superiorꝫ pricipiorꝫ inuariabili ꝓcedit natura vt tā diuersa solida tū magnitudine tum basiū numero tū etiaꝫ figura irrōnali quadam simphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q; proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̄ ambo spera vna cōambit est quasi ꝓportio lince potentis sup quālibet lineā ꝟm prefatā proportionē diuisā ⁊ super eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē super eandem ⁊ eius minorē ꝑtem. quoniā vero de tribus ceteris corporib⁹ regularibus nō habem⁹ aliquid dictū studeam⁹ de ipsis aliquid dicere.

## ꝓpositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsā ꝓpēdicularē potentialr sexquitertiū eē ꝓueniet.

Sit eni triangulus equilaterus. a.b.c. ducaq; ab angulo. a. linea a.d. ꝓpendicularis ad basim: dico q. a.b. ē potentialr sexquitertiū ad. a.d. sunt quidē ex. 5. p̄mi duo anguli. b. ⁊. c. eq̄les ⁊ quia anguli ad. d. sunt recti erit ꝑ. 26. p̄mi linea. b.c. diuisa ꝑ equalis in pūcto. d. itaq; ex quarta scōi quadratū b.c. q̄druplū ad q̄dratū. b.d. iōq; etiā q̄dratū. a.b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b.d. Est eni triangul⁹ equilater⁹ q̄re ꝑ penul. primi q̄drata duay lineay. a.d. ⁊. b.d. pariter accepta quadruplū sūt ad q̄dratū. b.d. itaq; q̄dratū. a. d. triplū ē ad q̄dratū. b.d. cōstat ergo ꝓpositū.




## ꝓpositio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale superficies medialis eē ꝓbat. Sit vt prius triangulus. a. b.c. equilaterus ⁊ sit latus eius. a.b. rōnale siue i longitudine siue i potentia tm̄ dico itaq; q; ipse triāgulus ē superficies medialis: ducat eni ꝓpēdicu-

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq3 ex premissa et ex.6.decimi ꝛ dione super/ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ꝛ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipsa autẽ ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee.a.b,ideo/q3 ꝛ linea .b.d.que est tanq̃3 eius dimidiũ.sunt itaq3 due linee.a.d.ꝛ.b.d.rõnales potentialiter tantũ cõicantes.igit̃ ex.19.decimi superficies vnius eaꝝ in alteram est medialis.cunq3 superficies vnius earum in alterã sit equalis trigono.a.b.c. ꝓstat verũ esse quod diximus.

## Propositio .13.

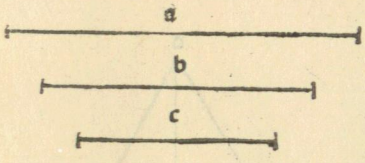
Cuncte superficies vtriuslibet duoꝝ solidoꝝ quoruq3 alterũ est piramis quatuor basium triangularium ꝛ equilateraꝝ reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:si diameter spere ea circum scribentis rõnalis fuerit componũt superficiẽ medialem.

Nam si diameter spere alteꝝ duoꝝ propositoꝝ corporum circũscribentis fuerit rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:erit ex corelario.13.tredecimi libri latus piramidis rõnale in potentia ꝛ ex corelario.15.eiusdem latus quoq3 corporis octo basium rõnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslib3 corpis erũt superficies mediales.ꝛ qꝛ trianguli vtriuslib3 coꝝ sibi adinuicẽ sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes superficies vtriuslib3 coꝝ pariter accepte cõponentes superficiẽ medialem quẽadmodũ ꝓponitur.ꝛc.

## Propositio .14.

Si tetracedron ꝛ octocedron vna eademq3 spera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnã ex basibus octocedri:oẽs aũt bases octocedri piter acceptas ad omẽs bases tetracedri pariter acceptas sexquialterã ꝓportionẽ habere necesse est.

Sit aliqua spera cuius diameter.a.circũscribens piramidem cui⁹ lat⁹.b.ꝛ octocedron cuius latus .c.dico itaq3 ꝙ triangulus equilater⁹ cuius latus.b. sexquitertius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.ꝛ ꝙ superficies quã ꝓponũt octo trianguli equilateri cuiusq3 quoꝝ ẽ latus.c.sexqualtera ẽ ad superficiem quã componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq3 quoꝝ est latus.b.cõstat eni ex corel̃.13.tredecimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.sicut.6.ad.4.igit̃ ecõuerso quadratũ.b.ad q̃/dratũ.a.sicut.4. ad.6.Ex corelario vero.15.eiusdẽ manifestũ est ꝙ quadratum.a. ad quadratũ.c.sicut.6.ad.3.itaq3 per equã ꝓportionalitatẽ quadratũ .b. ad quadratũ.c.sicut.4. ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ sicut trigonus equilaterus cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Vtrobiq3 eni est sicut.b .ad.c. ꝓportio duplicata ex secunda ꝑte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus b.ad trigonũ equilateꝝ cui⁹ lat⁹.c.sicut.4.ad.3.quare cõstat prima ps ꝓpositi. Ex quo euidenter elicit̃ scõa:erit eni ꝑ quersã ꝓportionalitatẽ trigon⁹equilaterus cui⁹ latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.sicut tria ad quatuor. iõq3 octuplum trigoni eqlateri cui⁹ lat⁹.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹.b.est.sicut octuplũ ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt sicut.24.ad.16.ꝛ qꝛ octuplumtrigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹ .c.ẽ omẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c. ꝛ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹ .b.ẽ oẽs bases piramidis cui⁹ lat⁹.b.ꝛ qꝛ ꝓportio.24.ad. 16.ẽ sexqq̃altera seq̃tur vt superficies quã cõponunt oẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c.ad superficiẽ quã cõponũt oẽs bases piramides cui⁹ lat⁹.b.sexq̃altera sicut diximꝰ i ꝓportione respiciat.



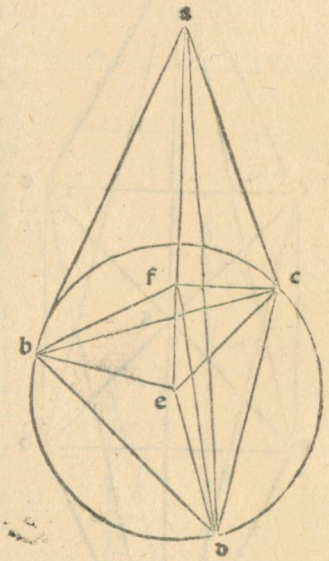
## Propositio .15.

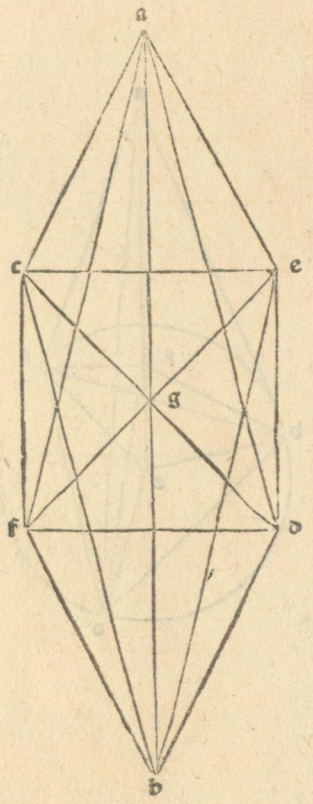
PIramide quatuor basium triangulariū atq; eqlaterarū intra sperā quālibet collocata si a quolibet angulor eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrū circuli basim circūscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

¶Sit piramis .a.b.c.d .4. basium triangulariū atq; eqlaterar intra sperā aliquā cuius centrū sit f.collocata ⁊ cū quilibet quatuor angulor istius piramidis possit esse conus eius at qlibz qruor triangulor basis Imaginemur nūc eius solidū āgulum.a.esse conū ⁊ triangulū .b.c.d.imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circūscriptū esse circulū.b.c.d.debinc a puncto.a.quē imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineā rectā transeuntē per punctū.f.qui est centrū spere circūscribentis piramidē de qua disputamus ⁊ occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quā imaginati sumus basē piramidis sup punctū.c. dico igit̄ q punctū.e.ē cētrū circuli .b.c.d.⁊ q linea.a.f.e.ē perpendicularis ad supficiē.b.c.d producam enim lineas.f.b.f.c.f.d.⁊ qr quatuor puncta.a.b.c.d.sunt in superficie spere cuius centr.f.ꝓpter hoc q illā speram positū est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo qr duo latera.a.f.⁊.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.f.c.trianguli.a.f.c.⁊ basis.a.b. basi.a. e.nā piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq; p.13.primi āgul⁹ quoq;.b.f.e.erit eqlis āgulo.c.f.e.Eodē modo ꝓbabis angulū .d.f.e.esse equalē angulo.c.f.e.necesse est enī ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare p.13.primi angulus quoq;.c.f.e.erit eqlis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.e.adinuicē equales.protractis igit̄ lineis.e.b.e.c.⁊.e.d.sequit̄ ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales.ideoq; per.9. tertij punctus.e.ē centrū circuli.b.c.d. ⁊ qr perpendicularis ducta a centro spere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrū eiusdē circuli sicut ex his que ꝑmissa iūt vidclicz ex his q̄ decimā hui⁹ immediate p̄cedunt didicisti cōuincit̄ lineā.a.f.e.ē ꝓpēdicularē ad supficiem circuli.a.b.c. quēadmodū ꝓponit̄ .Sin aūt erūt eiusdē circuli duo cētra qō natura tanq; ipossibile exhorruit.

## Propositio .16.

SOlidum octo basiū triangulariū atq; equilaterar qō ab aliqua spera circūscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quar altitudo equalis ē semidiametro spere:basis autē vtriusq; quadratū qō est sub duplū quadrato diametri spere.¶Esto corpus octo basiū triangularium atq; equilaterar cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circūscripta a spera cuius centrum.g constat itaq; q sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igit̄ centrū.g.iungatur cū quolibet hor sex punctor erūt due linee iūgentes ipsū eis adinuicē equales cū ipse sint a centro spere ad superficiē:cū aūt ex corel'.15.tre decimi sit diameter spere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corpis erit ex quarta scōi latus huius corporis potentialiter duplū ad semidiametr spere.quadratū ergo.e. f. duplū ē ad quadratū.c.g.iōq; eqle duobus quadratis duar linear.c.g.⁊.g.f. itaq; p penul'.primi angulus .c.g.f.ē rectus.eadem rōne quisq; triangulor.f.g.d.






d.g.e.z.e.g.c.est rect⁹ quare p .14. p̃mi z.c.g.d.z.f.g.c.ẽ linea vna:igit̃ ex scõa.11 quinq3 puncta.c.f.d.c.g.sunt in supficie vna.Manifestũ ẽ aũt ex quinta primi:z 32.ciusdẽ q̃ quilibet quatuor angulor̃.c.c d.f.ẽ rectus:igit̃ ex diffinitione quadrati supficies.c.e.d.f.ẽ quadrata.z q3 latus eius ẽ latus ꝓpositi corporis.constat ex corelario .15. tredecimi istud quadratũ esse subduplũ q̃drato diametri spere. cõsilì quoq3 rõcinatiõne ꝓstat vtrãq3 duar̃ linear̃.a.g.z.g.b.cũ q̃libet q̃tuor linear̃ c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulũ rectũ:iõq3 ex.4.vndecimi vtrãq3 ear̃ ẽe perpendiculare ad superficiẽ.c.c.d.f.z ambas sc3.a.g.z.g.b.p.14.p̃mi componere linea3 vnã:diuisum ẽ igit̃ ꝓpositũ corpus in piramidẽ.a.c.f.d.e.cuius basis quadratũ.c e.d.f.quod est subduplũ quadrato diametri spere z etiã altitudo linee.a .g.que est semidiameter spere z in piramidẽ.b.c.f.d.e.cuius basis est predictũ quadratum z eius altitudo linea.g.b.quod est semidiameter spere:z hoc ẽ qõ oportebat oñdere

## Propositio .17.

PIramidẽ quatuor basium triangulariũ atq3 equilateraꝝ spera aliqua circũscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantẽ lateris ipsius piramidis z sub linea super quinq3ptiente vicesimasseptimas eiusdẽ dodrantis cõtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiũ triangulariũ atq3 equilateraꝝ que ambo eadem spera circũducantur ¶Sit spera cuius diameter.a.b.z centrũ.b.circũscribens piramidem quatuor basium triangulariũ atq3 equilateraꝝ.a.c.d.z corpus octo basiũ triangularium atq3 equilateraꝝ qõ sit.e.sitq3 linea.l.m.potẽtialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que ẽ latus piramidis z linea.n.m.cõtineat dodrantẽ predictũ z ei⁹ quinq3 vicesimasseptimas sitq3.p.quadratũ diametri.a.b.dico itaq3 q ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.ẽ sicut superficiei.l.m.in.m.n.ad quadratũ.p. imaginemur eni solidũ angulũ.a. esse conũ piramidis z basiq3 piramidis cuius vnũ lat⁹ est.d.c.secare diametrũ spere in puncto.f.critq3 quẽadmodũ ex rõcinatiõe.13.tredecimi manifestũ ẽ.a.f.dupla ad.f.b.cumq3 etiã.a.b.sit dupla ad. b.b. erit ex.19. quinti.b.f.dupla ad.b.f.iõq3.a.f.quadrupla ad.f.b.imaginemur igit̃ superficiem secantem piramidẽ.a.c.d.super centrũ spere equidistanter basi ipsius. sitq3 linea g.k.cõis sectio huius supficici z triãguli.a.c.d.critq3 ex. 17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.b.igit̃.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic eni est ex cuersa proportionalitate.f.a.ad.a.b.constat etiã ex scõa ptc·29.primi z.16.vndecimi z·10.eiusdem z prima pte scõe sexti z diffinitione similiũ supficier̃ z similiũ corpor̃ q piramis.a.g.k.ẽ silis piramidi.a.c.d.ideoq3 ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a c.d.ad piramidẽ.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.constat autem ex secunda octaui q ꝓportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64.ad.27.itaq3 proportio piramidis.a.c.d.ad piramidẽ.a.g.k. est sicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.quã cõstat eẽ dodrantẽ linee.a.c.z producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.s. critq3 ex.11.huius linea q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoq3 equalis.l.m.adijciat̃ quoq3 linee.r.s.,linea.s.x.ita q proportio.r.x. ad.r.s. sit sicut.64.ad·27.dividaturq3

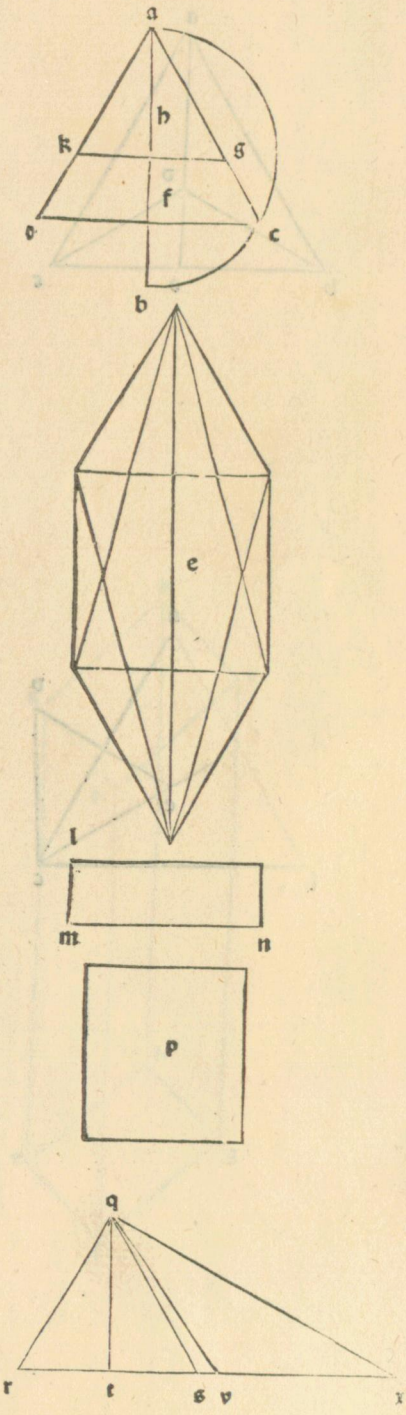
r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut. r.x. 64.eritq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur lince.q.u.z.q.x.eritq3 ex prima sexti pro/portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27.cunq3 per eandē trian gulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qō fit ex.q.t.in.r.u.du/plum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qō fit ex.q.t.in.r.u.z ipsū ē equale superfi cici.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio superficici.l.n .ad triangulū .q.r.s.ē sicut 64.ad.27.iōq3 sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.b9 q linea.a.f.ē ꝑpēdicularis ad basiz piramidis.a.c.d.ideoq3 p.19 .vndecimi linea a.b est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a.g.b. igit altitudo. a.g. k.pi/ramidis est semidiameter spere.diuidat itaq3 octocedron. e. quēadmodū ꝓponit premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit eq alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q3 igitur oēs laterate pirami des equc alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in .6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 eaꝝ in quas diuidit octocedron.e. sicut basis eius ad bases eaꝝ:q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octo cedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases am/barum piramidū in quas diuidit.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les qua/drato diametri spere per premissam videlicet.p.qm̄ ergo ꝓportio piramidis.a.c. d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s. videli cet.64.ad.27.z piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadra/tum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.z hoc erat demonstrandum.

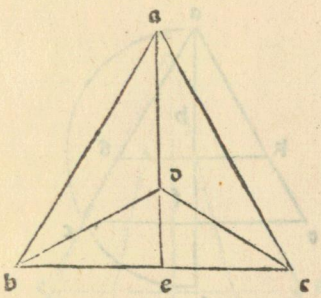
¶Ex premissis igitur manifestum est q perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiuz triangularū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

¶Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles z equales erūt quo q3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝑpendiculares a centro spere ad eos dem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝑpendiculares autē cadentes ad circlos sunt ꝑpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt ad/invicē equales.linea aūt.b.f.est ꝑpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.b.f q3 constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse verus qō per conuer.concluditur. Idez aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

¶In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

¶Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscri bentis a quo ducantur lince ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/les cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem. a.d. in continuum z directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.e. constat igi/tur ex octaua primi q angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.p̄mi






angulus.b.d.e.ẽ equalis angulo.c.d.e.quare per quartã primi.b.e.ẽ equalis.e.c. ⁊ anguli qui sunt ad.c.recti:itaq; .d.e.perpendicularis ẽ ad.b.c.veniens a centro circuli circũscribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis est etiã ad.b.c.veniens ab vno angulo⁹ predicti trigoni:dico ergo q̃.a.e.tripla est ad.e.d.cõstat enĩ q̃ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragon⁹ quoq; qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ẽ trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ẽ ad trigonũ.d.b.c.eritq; tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e: in.e.b.cum igit̃ ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a.e.in.e.b.ad tetragonũ.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit.a.e.tripla ad.e.d.quẽadmodũ proponitur.

**¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.**

¶ Nunc itaq; qõ promisimus absoluamus ad hoc aũt imagi nemur piramidẽ quatuor basium triangulariũ atq; equilaterar⁹ cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptã esse a spera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d.e.ꝑpendicularis ad superficiẽ trianguli.a.b.c.quã constat cadere in centrũ circuli dictũ trigonũ circũscribentis.dico igitur lineã.d.e.esse sextã ptẽ diametri spere ꝑpositã piramidẽ circũscribentis:producũ eni lineã.d.c.⁊ lineam.c.f.perpendicularem ad lineã .a.b.quã.c.f. ex proximo corelario cõstat transire per punctũ.e.⁊ ex premisso antecedente triplã esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi q̃ scõm q̃ quadratũ dametri spere cuius centrũ.d.est.36.ẽ quadratũ semidiametri .d.c. 9.ex corel'.aũt .13.tredecimi est quadratum.b.c.24.ꝫp.11.huius quadratũ.c.f.18. ⁊ per premissum antecedens quadratum.c.e.8.q̃ igitur ex penul'.primi quadratũ d.c.ẽ equale quadratis duar⁹ linear⁹.d.e.⁊.e.c.ẽ aũt quadratũ.d.c.9. ⁊ quadratus c.e.8.put quadratũ diametri spere est.36.relinquitur quadratũ.d.e. vnum prout quadratũ diametri spere ẽ.36. itaq; linea.e.d.est vnũ ꝑput diameter spere est.6.qõ oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabit̃ nobis q̃ semi diameter spere circumscribentis corp⁹.8.basium triangulariũ atq; equilaterarum tripla ẽ in potentia ad perpendicularẽ a centro spere circũscribentis ipsũ ad quãlibet suarum basium descendentẽ:cõstat quidẽ quẽadmodũ dictum ẽ pri⁹ q̃ cũ oẽs bases huius corporis sint equales ⁊ sil'es erunt circuli ipsas circũscibentes equales ideoq; perpendiculares a centro spere i ipsor⁹ circulor⁹ centra cadentes erunt adinuicẽ equales.cumq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adinuicẽ sunt equales.Si ergo qõ dicimus de perpendiculari ad vnã suar⁹ basiũ probetur:relinquetur verũ eẽ qõ proponit̃.Sit itaq; ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circũscripti a spera cuius centrũ.d.⁊ cetera quoq; fiant vt prius cũ igitur ex corel'.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad lat⁹ octocedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplũ ad semidiamet⁹ spere.iõq; cum quadratũ linee.b.c.est .12.erit quadratũ linee.d.c.que ẽ semidiameter spere.6.ex.11.autẽ huius cum quadratũ.b.c.ẽ.12.quadratũ.c.f.ẽ.9.Et ex premisso antecedente quadratum.c.e.est.4.itaq; cũ q̃dratũ.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duar⁹ linearũ .c.e.⁊.e.d. sequitur ut quadratũ.e.d.sit duo ꝑput quadratum.d.e.est .6. constat ergo qõ diximus.

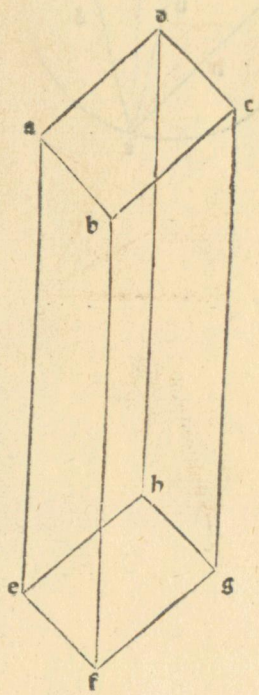
**Propositio .18.**

Duplum quadrati quod ex diametro spere cubum circũscribentis describitur equũ ẽ omnib⁹ superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quãlibet ex superficieb⁹ cubi ꝓducit medietati lateris cubi eiusdẽ eq̃lis eẽ ex necessitate cõuincit. ¶ Manifestũ ẽ eni ex correlario .14. tredecimi ꝙ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplũ sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum: duplũ quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autẽ oẽs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ꝑs: scdam autem partem ex .18. ⁊ .19. ⁊ .40. vndecimi libri facile probabis.

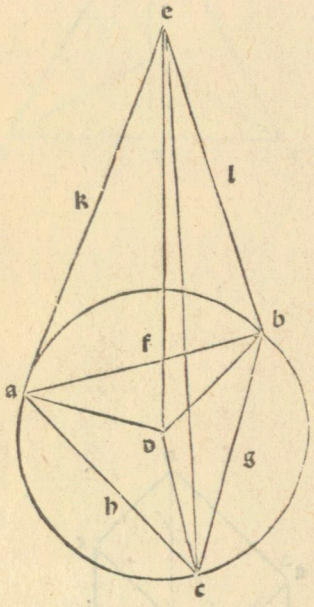
¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi ĩ bisse quadrati producti ex diametro spere ipsũ cubũ ãbientis cubi solidi/tas ꝓducatur. ¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

## Propositio .1.

Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruz designare. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratuz a.b.c.d. suprema vero eius sup̃ficies quadratũ .e.f.g.h. Ipsum aũt hac arte fabricare conueniet q̃drato basis ꝑm quãlibz lineã ex .45. primi descripto sup̃ singulos angulos eius ex .12. vndecimi cathecus ꝑm mensurã lateris ipsius qnadrati erigatur quos ex .6. vndecimi constat esse equidistantes. Quiq; ergo eorum bini ⁊ bini corausto eis imposito equidistanter lateri quadrati continuent̃. Constat igitur esse cõpositum cubũ: nã quatuor ei⁹ laterales sup̃ficies sunt quadrate ex .33. primi ⁊ ex .34. eiusdem ⁊ diffinitione quadrati: de suprema autẽ superficie. manifestum est quoq; ꝙ ipsa ẽ quadrata ex .10. imo .24. vndecimi ⁊ hac cõi scia que equalib⁹ sunt equalia sibi quoq; sũt equalia: ⁊ ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ sup̃ficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cõtinuet duas extremitates infimas duoꝝ cathecoꝝ ⁊ alia cõtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aĩo intelliges esse a.c. ⁊ .h.f. dehinc a duobus punctis .h. ⁊ .f. terminantibus diametrum sup̃ficiei supreme demitte ypothemisaliter binas ⁊ binas diametros q̃ q̃uor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h. quidem .a.h. ⁊ .h.c. at vero .ab.f.f.a ⁊ .f.c. has aũt diametros in hac plana figura ꝓtrahere cõtempsi ne multitudo lineaꝝ cõfunderet intellectũ. si igit̃ figurã hãc ut oportet actu vel aĩo cõpleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus piramidem quatuor basium triangularium esse perfectam q̃z cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.




## Propositio .2.




Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶Si intra piramidē quatuor basiū triangulariū ⁊ equilaterar octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsaz fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuaf̄ scōm cuiuslibet lince quātitatē trigonus equilaterus qui sit. a.b.c. cui circūscribaf̄ circulus supra centr. d. ⁊ excat. d.e. ppendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponaf̄ dupla esse in potencia ad semidiametr circuli circūscribentis trigonū. a.b.c. ⁊ a puncto. e. cadāt tres ypothemise super tria puncta. a.b.c. Est itaq; cōpleta piramis quatuor basiū trilaterar ⁊ equilaterar ꝓtrabanf̄ enī. d.a. d.b. d.c. cū igif̄ anguli quos cōtinet linea. e.d cum singulis lineis. d.a. d.b. d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiē. cumq; quadratū linee. e.d. sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli. a.b.c. erit ex penultima primi quadratū vnuscuiusq; triū ypothemisarium linear. e.a. e.b. e.c. triplum ad quadratū semidiametri circuli. a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū later trianguli. a.b.c. triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igif̄ oia latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterar basiū. Cum itaq; sibi octocedron inludere voluerim⁹ diuidemus vnūq̄q; sex later eius in duo media equalia ⁊ cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctor reliquor later cū quibus ipsū continet ⁊ angulū superficialē. verbi gratia diuidā latera basis in punctis. f. g b. ⁊ ypothemisas cadentes ab. e. i pūctis. k. l. m. ⁊ ꝓtinuabo pūctū. f. cū pūcto. g. ⁊ cū. b. ⁊ cū. k. ⁊ cū. l. pūctūq; m. cū eisdē. g. b. k. l. ⁊. g. cū. b. ⁊ cū. l. ⁊. k. cū eisdēb. ⁊. l Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: bas aūt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

## Propositio .13.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶Qualiter aūt cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium ⁊ equalium later in eo ex prima huius designef̄. ac intra ipsam piramidem exprimissa octocedron distinguatur. quo facto simul etiā factū erit quod voluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi ⁊ ex rōcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igif̄ ex dione habem⁹ ꝓpositum. Aliter idem centris cunctaruz basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cētro suprēme superficiei ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficier quatuor ypothemisas demitte ⁊ a cētro infime ⁊ ad earūdem lateraliū superficierum cētra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor laeraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet q̄ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Verbi gra. iungas centꝝ anteriorꝝ cū centro dextre ꝛ cū cētro siniſtre: centꝝ quoꝝ vltime iunges cū eiſdē. hoc eni cū centro dextre ꝛ cū centro siniſtre. habes itaqꝫ corpus octo baſiū triangulariū bis. 12. lineis que centra ſupficieꝝ cubi cōplexū continuant. Si igitur has baſes equilateras eſſe ꝓbare volueris: a cetris baſium cubi ad cuncta ipſius latera ꝓpendiculares ꝓtrabe quas neceſſariū ē oia latera ipſius cubi ꝑ equalia diuidere ex ſcōa ꝑte tertie tertij: quod planū ē ſi vnicuiqꝫ baſiū cubi circulū circūſcripſeris atqꝫ iō binas ꝛ binas ſuper idem punctū in lateribus baſiū cubi cōſtat cōcurrere eaſqꝫ ex ſcōa ꝑte. 13. tertij patet adinuicē eē equales ꝛ equi diſtantes lateribus cubi ex ſcōa ꝑte. 28. primi. iōqꝫ etiā ſingulas eſſe equales dimidio lateris cubi. igit ex. 10. vndecimi manifeſtū eſt binas ꝛ binas eaꝝ ſup idē latus cubi in medio eius puncto cōcurrentes rectū angulū continere: eo ꝙ omnes ſuperficies cubi ſunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra ſupficieꝝ cubi cōtinuantes ꝛ anguli quos hee linee ſuper media puncta laterū cubi cōcurrentes hinc ꝛ hinc cōtinent ſubtendūtur ipſe erunt ex quarta primi vl etiā ſi maius ex penultima primi adinuicē equales: ergo eſt in ꝓpoſito cubo deſignatū corpus octo baſiū triangulariū ꝛ equilateraꝝ. qō oportebat facere. ꝛc.

## Propoſitio .4.

### Intra datum corpus octo baſium triangulariū atqꝫ equilaterarum cubum figurare.

Non dubites quin corp⁹ octo baſiū triāgulariū atqꝫ equilateraꝝ certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea ſuper aliqō planū ſurſū orthogonaliter erecta eā ꝑ equalia diuide ꝛ a puncto ei⁹ medio duas lineas hincinde ꝓpendiculares extrabe que cōponant lineā vnā erunt qꝫ hee due linee ſeinuicē ſecantes videlicet prima que ſuper poſitū planū ē orthogonaliter erecta ꝛ alia que ipſā ſup eius mediū punctū orthogonaliter ſecat i eadē ſupficie ſite ſunt ꝑ primā ꝑtē ſcōe vndecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſe ſite ſunt ſuper cōem punctū ſectionis earum quēadmodū. 12. docet vndecimi perpendicularem erigere quā facias candē ſupficiē in vtrāqꝫ ꝓtem penetrare: ꝛ ponc cuncta. ſex portiones baꝝ trium linearum a puncto in quo ſeinuicē ſecant equales. ſic eni quelibet quālibet ꝑ eq̄lia ꝛ orthogonaliter diuidet. ita ꝙ cum ſint tres q̄qꝫ due eaꝝ ſalutifere crucis venerandū ſignū ad angulos rectos cōtinebūt a ſuprēmo igitur erecte linee ſup poſitū planū puncto quatuor ypothemiſas ad extremitates duaꝝ lineaꝝ ipſā ſecātium demitte: deinde ab infimo einſdē erecte pūcto: q̄tuor alias ypothemiſas ad eaſdē duaꝝ ſecantiū lineaꝝ extremitates eleua: poſtremo quoꝝ harū ypothemiſaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hec duodecim linee videlicet q̄tuor ypothemiſe a ſup̄mo puncto erecte ꝓpendicularis deſcēdētes: quatuor que poſtreme ab eius infimo puncto ſurſū eleuate ꝛ relique quatuor linee baꝝ ypothemiſaꝝ extremitates continuantes ex penul. primi ſine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̄les: q̄re conſtat corpus ab eiſdē terminatū octo baſibus triangularib⁹ equilateriſqꝫ contineri Si igitur huic corpori cubum inſcribere delectat centra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac lege cōtinua vt centꝝ cuiuſqꝫ boꝝ trianguloꝝ cū cētro cuiuſqꝫ triū ad ipſi⁹ latera terminatoꝝ ꝑ rectā lineā copuleſ. nō ē aūt h⁹ rei idoneū figuram i plano depingere. ideoqꝫ reſtat vt quod dicitur mente cōcipias ipſūqꝫ ſi placet actu ꝛ ope compleas

videbis eni. 12. lineis hoꝝ triangulorꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/ nere quē restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres esse conclu sum. nō eni erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadrate. ducito ergo a quo/ libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus i li angulo oppositū. has autē ppēdiculares ex. 11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les ꝛ diui dere latera quibus ppendiculariter insistunt per equalia. ideoq; binas ꝛ binas sup idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēq; cōstat ex his que i. 17. quar tidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorꝝ. ideoq; p extremitates laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonoꝝ ꝛ late/ ra ipsoꝝ intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an gulos quoq; ab his ppēdicularib⁹ binis ꝛ binis coeūtib⁹ cōtētos ex. 8. primi patet esse equales. Et quia hec perpendiculares sueq; portiones inter centra ꝛ latera in tercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq; anguli quos linee a centris trigo/ noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes binc ꝛ binc cōtinēt adinuicē equales. cū/ q; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoq; rectangulū protrabant eni diagoni in singulis superficieb⁹ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs adinuicem equales eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendiculari/ bus per ipsaꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu los ex. 8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū basium corporis huius sint adinuicem equales: latera quoq; earundē basiū equa lia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/ angulas. a tq; ex. 32. primi oēs anguli cuiusq; eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/ quitur eas esse rectangulas: itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̄ inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

## Propositio .5.

PIramidem quatuor basium triangularium atq; equilate rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/ q; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basiū inscribe p̄m precepta premisse cubū cuboq; inscripto inscribe. vt docet prima piramidē hui⁹ q̄lis ꝓponit̄ cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/ tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in superficieb⁹ assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/ poris octo basium cū eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē nos fecisse quod queritur.

## Propositio .6.

PEtra datū corpus viginti basiū ꝛ equaliū lateꝝ corpus duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū lateꝝ atq; equalium angulorꝝ figural'r cōponere. ¶ Corp⁹. 20. basiū nō docem⁹ hic fabricare quoniā ex. 16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis cui dens est eo igitur ut ibi docet̄ cōpositō. si sibi corp⁹. 12. basiū pētago naꝝ atq; equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum eni est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos hr̄e. ꝛ q; ad ꝓstitutionē vniuscuiusq; solidi āguli corpis ycocedri quiq; supficiales conueniūt sicut ex demōratione. 16. tre decimi colligitur. constat illud corp⁹ duodeci solidis angulis cōpleri. iuentis igit̄ ut

in ante prémissa centris cunctorũ triangulorũ totũ ycocedron terminantiũ ea.30. rectis lineis cõtinua ita ꝙ cuiusq; centꝝ centris omniũ circũiacentiũ cũ quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iungas.cũ ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq; pentagonos quẽadmodũ in antepremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis.Necesse est eni vt quorũlibet triangulorꝝ duorꝝ idem latus habentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiã equiangulos esse silogises.Manifestũ est autẽ ex rõcinatione.16.tredecimi datum corpus viginti basium ab eadẽ spera cuius diameter est tanq̃; diameter hui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cõtinuat esse circũscriptibile .Si igit̃ hec diameter per mediũ secet̃ punctus sectionis erit centrũ spere ipsum circũscribentis ab eo. itaq; ad superficies cunctorꝝ pentagonorꝝ perpendiculares ex.11. vndecimi ducto ⁊ a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorꝝ angulos rectas lineas dirigito.deinde centrũ spere cum singulis angulis ipsorꝝ pentagonorꝝ continuato:age ergo eos ꝓba eẽ equi angulos hoc modo. Cum eni omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes ⁊ in eorꝝ cẽtra cadentes equales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam anguli pentagonorꝝ sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiuꝫ ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus sectorẽ prouenientẽ in superficie spere cum aliqua plana superficies sperã secat nõ super centrũ eius esse circũferentiã cõtinentẽ circulũ:necesse ẽ quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup̃ficies omnium pentagonorꝝ ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales.itaq; omnib⁹ his duodecim pẽtagonis ẽ circulus circũscriptibilis.cũ igit̃ ipsi sint eq̃lateri cõuincit̃ eos esse etiã equiangulos qd̃ oportebat ostendere.

## Propositio .7.

Intra datũ corpus duodecim basium pentagonaꝝ equilaterarum atq; equiangularũ corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium petagonorꝝ equilateraꝝ atq; equiangulaꝝ cõponere oporteat ex.17.tredecimi require.Sed qualiter corpus viginti basium triangularium ⁊ equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonorꝝ centris vt in. 14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pẽtagoni secum in latere cõicantis iungatur ita videlicet ꝙ vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantiũ vel circũiacentium continet̃. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pentagonorum continuantibus contenti.eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trianarium quas equilateras eẽ demonstrabimus ⁊ erũt.12.solidi anguli huius corpis 20.basiũ in cẽtris.12.pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium:hos itaq;.20.triangulos equilateros eẽ sic proba.a cẽtris pentagonorꝝ ducito ꝑpẽdiculares ad latera erũtq; oẽs ꝑpẽdiculares equales binas ergo ⁊ binas probabis ex

octaua primi equos angulos continere: & quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositū: Perpendiculares autē binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas carum diuidere latera pētagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicē equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idez latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt cōmune p equalia: has igitur ppendiculares binas & binas vsq; ad angulos quibus cōmune latus in quo coeunt oppositum per centra penthagonorū producito & eisdem āgulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est esse tanq; latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo q; omnia latera cubi sint equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes ꝓpter hoc q; ambe equidistant cōmuni latere in quo bine & bine perpendiculares cōueniunt. At vero ipsas easdē constat ex bis perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per .33. primi cuncte linee continuantes puncta i quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq; cubi latera fore diximus cōcurrunt sunt adinuicē equales. Nam omnes sunt tanq; latus cubi. igit ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus iunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo ē proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus

## Propositio .8.

**Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarū proposito intra ipsū cubum distinguere.**

Cum duodecedron super cubi latera fabricet ut constat ex .17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vni cuiusq; cor vni angulo ꝓput cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: ḡ a centro: illius spere ad omnes bas quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe & a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarū superficiez rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterax superficierum cum centro spere iunge: eruntq; hee linee centz spere cū angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri spere de quax quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanēt ex penultima primi quadrata lineax continuantiū punctum cōcursus perpendiculariū cum angulis quadrilaterax supficierum necesse est omnibus bis quadrilateris supficiebus circulos esse circumscriptibiles

iõq3 necesse ẽ eas esse equiangulas cum sint equilatere. Et q2 ex. 32. primi anguli cu iusq3 ea7 pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas eẽ rectã gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

## Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demum octocedron includere.

¶ Composito duodecedro ut in. 17. ⁊ t̃cij decimisex latera suarum supficierũ ea videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per equalia secantes erectis tanq̃3 eorum corausti iungunt per equalia diuide: eaq3 bina ⁊ bina adinuicẽ composita cõtinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia secabunt: eruntq3 vt quoq3 due ea7 trium seinuicem quoq3 ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiu3 triangulariũ ⁊ equilaterarum ⁊ quarta p̃mi vel si mai⁹ ex penultima primi: qd̃ oportebat ostendere.

## Propositio .10.

Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq3 equilaterarum adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq3 piramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rõcinatione prime ⁊ anguli cubi in angulis duodecedri ex rõcinatione octaua: erunt quoq3 anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq3 cõstat quod volumus.

## Propositio .11.

Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex octaua: constat autẽ ex demonstratione sexte ꝙ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri ⁊ anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaq3 anguli cubi sunt i centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

## Propositio .12.

Icocedron datum piramidem quatuor basium triangularium atq3 equilatera7 sibi postulat inscribi

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq3 ex p̃ma piramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptõe in hoc. 15. libro determinet̃ si vnũqd̃q3 eo7 quilib3 cẽtro7 eẽt inscriptibile. 20. eorũdẽ inscriptões accideret̃ Quippe quil3 eo7 quinq3 eẽnt cetera q̃tuor inscriptibilia. iõq3 q̃ter quiq3 inscriptões qd̃ ẽ. 20. necessario ꝓuenirẽt. at vero piramidi solũ octocedron ꝯueniẽs est inscribi. Non enim sũt in piramide bases aut anguli aut latera in quib⁹ anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ piramidis ꝯtingere

Cubum quoq; soli⁹ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eoꝝ singulis cadant collocabis: ycocedron autē cū cetera cōuenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ycocedri nequit esse recepta/culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicē bini ⁊ bini oppositione respiciunt lineaq; eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaq; illud gl'osū signū ad cuius intuitū cōsternant̄ demones sub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neq; eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera bac diametrali orthogonaliq; oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoꝝ receptator existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo quēadmodū piramidis formā igni eo q; sursum sub piramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri forma piramidis. formā ad motū habilitate comittat̄. Viginti vero basium figuram atq; dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuleē in sperā fluentis rei motui magis q̄z scandentis conuenire visa est. Cubon vere figurā quidaz dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusq; reperiē terra. si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis nō substinet binasq; a quibus naturā cubi ⁊ octocedri alie/na est. Rursusq; vnā cui ꝛepugnat ycocedri figura reiecceris erūt relique tm̄. 12. in/scriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

## Propositio .13.

Fabricato quouis quinq; regulariuꝝ corporꝝ sibi sperā inscribere.

Ex tertiodecimo libro itaq; manifestū est vnūqōq; q̄nq; horū corporum esse spere inscriptibile. nūc itaq; cōstabit viceuersa sperā vni cuiq; ipsoꝝ esse inscriptibilē. a circūscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumq; omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntq; hec perpendiculares equales. itaq; si fm quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris ciusq; semicirculum quousq; ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipsum per extremitates cunctaꝝ perpendicularium necesse est transire conuinces ex corrolario. 15. tertij sperā istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mouebatur contingit: quare assignato corpori constat nos sperā quemadmodū ꝓpositum erat inscripsisse.

Opus elementoꝝ euclidis megarensis in geometriā artē Jn id quoq; Campani pspicacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M̄.cccc.lxxxij. Octauis. Calcñ. Jun̄. Lector. Vale.

Arduzzi I D.

Collated by Dr. Hans Nahrens
for H. P. Kraus (H.P.)

Complete 138 leaves

1/10 54 HN

5650
022