# Des Hypsikles Schrift Anaphorikos nach Überlieferung und Inhalt kritisch behandelt

von Dr. Karl Manitius

Programm des Gymnasiums zum heiligen Kreuz in Dresden
Erste Abteilung

Dresden 1888
Lehmannsche Buchdruckerei

# PROGRAMM

des

# Gymnasiums zum heiligen Kreuz

# in Dresden

womit

## zu der feierlichen Entlassung der Abgehenden

am 20. März

## zu den öffentlichen Prüfungen der Klassen

am 21. und 22. März

## und zu den Turnprüfungen

am 21., 22. und 23. März

im Namen des Lehrerkollegiums

ergebenst einladet

**Rektor Prof. Dr. Hultsch,**

Ritter des Königl. Sächs. Verdienstordens erster Klasse.
Mitglied der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften,
Korrespondent der Königl. Preuss Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Erste Abteilung:

**Des Hypsikles Schrift Anaphorikos nach Überlieferung und Inhalt kritisch behandelt**

von **Dr. Karl Manitius.**

Zweite Abteilung:

**Schulnachrichten vom Rektor.**

**Dresden,**

Lehmannsche Buchdruckerei.

1888.

**1888. Progr. Nr. 504.**

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

# Des Hypsikles Schrift Anaphorikos

## nach Überlieferung und Inhalt kritisch behandelt

von

**Dr. Karl Manitius.**

## Einleitung.

Die Bearbeitung einer Schrift [1]), welche seit ihrem ersten Erscheinen vor 230 Jahren keinen Herausgeber wieder gefunden hat, bedarf fast eines Wortes der Begründung, da dieser Umstand für den innern Wert derselben nicht gerade zu sprechen scheint. Obgleich in der That der Inhalt dieses Werkchens ein äufserst dürftiger ist, so hat dasselbe immerhin die eingehende Beachtung der Fachgelehrten gefunden, wie die von mir zusammengestellten Urteile über dasselbe beweisen werden. Man hat bisher allgemein angenommen, dafs hier ein wegen seines Alters interessanter Versuch vorliege, ein astronomisches Problem ohne Anwendung von sphärischer Trigonometrie zu lösen, deren Erfindung demnach erst in eine spätere Zeit zu setzen sei. Bei längerer Beschäftigung mit dem Gegenstande bin ich zu einem anderen Resultate gelangt, welches ich hiermit zur Prüfung vorlege. Ich erblicke in der Schrift ein astrologischen Zwecken dienendes, mechanisches Rechenexempel, welches selbst nach Erfindung der Trigonometrie auf keine andere Weise hätte gelöst werden können. Gleichzeitig habe ich in der Beweisführung ein so grobes Versehen entdeckt, dafs dieselbe eines grofsen Mathematikers, wie Hypsikles, entschieden unwürdig erscheint. Trotzdem halte ich es nicht für überflüssig, über den bisher als Verfasser geltenden Hypsikles, zumal derselbe ein in philologischen Fachkreisen wenig bekannter Schriftsteller ist, alle Nachrichten zusammenzustellen, welche wir besitzen, um erst, nachdem dies geschehen, über den Inhalt des Schriftchens einige erläuternde Mitteilungen meiner Abhandlung vorauszuschicken.

Wiewohl bereits zu den Epigonen der grofsen Mathematiker Euklid, Archimed, Eratosthenes und Apollonius zählend, erfreut sich Hypsikles doch als Fortsetzer der Elemente des Euklid und als Urheber einer sachgemäfsen Definition (ὅρος) der sogenannten Vieleckzahlen eines ziemlich bedeutenden Rufes [2]). Nach der Überlieferung der Handschriften gilt er nämlich als Verfasser des 14. und 15. Buches der Elemente des Euklid, welche als die beiden Bücher des Hypsikles von den regelmäfsigen Körpern bezeichnet zu werden pflegen. Andrerseits wird ihm von Diophant (c. 350 n. Chr.) [3]) die Aufstellung des Satzes von der Bildung der Vieleckzahlen durch Summierung arithmetischer Progressionen zugeschrieben. Fügen wir hierzu noch die einmalige Erwähnung eines

[1]) Ὑψικλέους Ἀναφορικός. Hypsiclis Anaphoricus sive de ascensionibus. Qua Graece, qua Latine vulgatus per Jacobum Mentelium. Parisiis, ex officina Cramosiana 1657. 4. Diese nach zwei Pariser Handschriften veranstaltete, ziemlich selten gewordene Ausgabe ist ebenso reich an Drucktehlern wie Irrtümern, da der Herausgeber nicht im stande gewesen ist, das Exempel nachzurechnen, wie er zur Genüge dadurch beweist, dafs er Null durch 70 (Omikron) wiedergiebt.

[2]) Theophylaktus, Erzbischof von Bulgarien unter Konstantin IX. Dukas (1059—67), in der *Παιδεία βασιλική* ed. Possinus. Paris 1651. p. 78: *καὶ οὐδὲ τοῖς τὰς πύλας τηροῦσιν ὁ Ἀρχιμήδης, ὁ Εὐκλείδης, ὁ Ὑψικλῆς ἀνεπίγνωστοι.*

[3]) *Περὶ πολυγώνων ἀριθμῶν* ed. Bachet Meziriac. Paris 1621. p. 18: *καὶ ἀπεδείχθη τὸ παρὰ Ὑψικλεῖ ἐν ὅρῳ λεγόμενον.* p. 19: *συναποδειχθέντος οὖν καὶ τοῦ Ὑψικλέους ὅρου.*

Werkes über die Harmonie der Sphären[4]), so werden wir nicht fehlgehn, wenn wir ihn als einen vielseitigen und tüchtigen Mathematiker aus der pythagoreischen Schule bezeichnen.

Über die Zeit, zu welcher er gelebt, stellten einst Gerh. Joh. Vossius († 1649)[5]) und Joh. Alb. Fabricius († 1736)[6]) zwei völlig entgegengesetzte Ansichten auf. Beide gingen von seinem angeblichen Lehrer Isidorus aus, welcher im 15. Buche mit grofser Ehrfurcht genannt wird[7]). Die höchst unsichere Zeitbestimmung, welche derselbe in einem Artikel des Suidas (s. v. *Ἰσίδωρος: ἐφιλοσόφησε μὲν ὑπὸ τοῖς ἀδελφοῖς*) erhielt, veranlafste Vossius, die Blütezeit dieses Mannes unter die Regierung des ägyptischen Herrscherpaares Ptolemaeus VI. Philometor (181—145 v. Chr.) und Ptolemaeus VII. Euergetes II., gen. Physkon (145—117 v. Chr.), zu setzen, welche wirklich Brüder waren und eine Zeit lang zusammen regierten, während Fabricius die gemeinsame Regierungszeit des Marcus Aurelius und seines Adoptivbruders Lucius Verus (161—169 n. Chr.) angedeutet sah. Die hieraus sich ergebenden Bestimmungen für das Zeitalter des Hypsikles, welche einen Unterschied von 300 Jahren aufweisen, haben beide bis in neueste Zeit ihre Vertreter gefunden. Der Datierung des Vossius schlossen sich Mentel, Delambre[8]) und Schaubach[9]) an; Bretschneider[10]) setzt zwar den Hypsikles noch mindestens 100 Jahre früher an, verteidigt aber den Standpunkt des Vossius gegen Fabricius. Der Autorität des Fabricius folgten Weidler[11]), Heilbronner[12]), Montucla[13]), Nesselmann[14]), Pauly[15]) und Nicolai[16]).

In ein völlig neues Stadium ist die Frage durch die Untersuchungen von Friedlein[17]) und Martin[18]) über die beiden letzten Bücher des Euklid getreten. Ersterer hat schon früher gehegte Zweifel[19]) durch ausführlichste Darlegung zur Gewifsheit gemacht und den unumstöfslichen Beweis geführt, dafs nur das 14. Buch, welches von der Vergleichung der in einerlei Kugel beschriebenen fünf regelmäfsigen Körper handelt, eines bedeutenden Mathematikers würdig sei, während das 15. Buch, welches ohne jeden Zusammenhang mit dem vorhergehenden die Lösung einiger unbedeutenden Aufgaben aus dem Gebiete der Stereometrie zum Gegenstande hat, einem mehrere Jahrhunderte n. Chr. lebenden Schriftsteller zuzuweisen sei. Damit ist der nur in diesem Buche genannte Lehrer Isidorus als beseitigt zu betrachten, sodafs wir nunmehr einzig auf das Vorwort des Hypsikles zum 14. Buche angewiesen sind. In dieser Widmung seines Werkes an einen gewissen Protarch erzählt er, dafs einst Basilides von Tyrus nach Alexandria gekommen sei und, an den Vater des Hypsikles empfohlen, die meiste Zeit seines Aufenthaltes im Umgange mit diesem zugebracht habe. Da hätten sie eines Tages des Apollonius Schrift über Vergleichung des in einerlei Kugel beschriebenen Dodekaeders und Ikosaeders durchgegangen und, da ihnen der Vortrag des Apollonius nicht ganz richtig schien, ihre Verbesserungen, wie der Vater dem Sohne mitgeteilt, niedergeschrieben. Nach dieser Zeit sei ihm, dem Sohne, eine andere Schrift des Apollonius in die Hände gefallen, welche eine richtige Auflösung der erwähnten Aufgabe enthielt, deren Untersuchung ihm ausnehmendes Vergnügen bereitet habe. Das Werk des Apollonius könne jeder selbst nachsehen, da es überall zu haben sei. Dasjenige aber, was er nachher aufgesetzt habe, glaube er dem Freunde seines Vaters, dem Protarch, als einem kundigen Beurteiler zuerst vorlegen zu müssen. — Hieraus geht zunächst

---

[4]) Achilles Tatius (c. 150 n. Chr.), *Εἰσαγωγὴ εἰς τὰ Ἀράτου φαινόμενα* ed. Petavius, Uranologium. Paris 1680. p. 136 A: *περὶ δὲ τῆς ἐναρμονίου κινήσεως αὐτῶν εἶπεν, ὡς ἔφην, Ἄρατος ἐν τῇ χαρᾷ καὶ Ἱππαρχος ἐν τῷ Ἑρμῇ καὶ Ὑψικλῆς καὶ Θράσυλλος καὶ Ἄδραστος Ἀφροδισιεύς. Ἤρξαντο δὲ τοῦ λόγου τούτου οἱ Πυθαγόρειοι.*

[5]) De univ. mathes. natura et constit. Amstelod. 1650. p. 328.

[6]) Bibl. Gr. ed. Harles. IV. p. 20.

[7]) Eucl. Elem. ed. Peyrard. III. p. 518: *ὡς Ἰσίδωρος ὁ ἡμέτερος ὑφηγήσατο μέγας διδάσκαλος.* p. 520: *ὁ εἰρημένος εὐκλεέστατος ἀνήρ.*

[8]) Histoire de l'astronomie ancienne I. p. 246 f. (mir nicht zugänglich gewesen).

[9]) Über Hypsikles Schrift *Ἀναφορικός*. N. Arch. f. Phil. u. Päd. V. Jahrg. Jan. 1830. No. 2. p. 9—14.

[10]) Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Leipzig 1870. p. 182.

[11]) Historia astronomiae. Vitemb. 1741. p. 185.

[12]) Historia matheseos universae. Lips. 1742. p. 342.

[13]) Histoire des mathématiques. Paris 1758. I. p. 315.

[14]) Versuch einer kritischen Geschichte der Algebra. 1. Teil: Die Algebra der Griechen. Berlin 1842. p. 246.

[15]) Real-Encycl. s. v. Hyps.

[16]) Geschichte d. griech. Lit. Magdeb. 1867. p. 517.

[17]) Bull. Boncampagni 1873. p. 493—529.

[18]) Ebend. 1874. p. 263—266 (mir nicht zug. gew.).

[19]) Schon Vossius a. a. O. p. 328 sagt: Sed omnino diversi sunt auctoris. Peyrard, Les oeuvres d'Euclide. T. III. Paris 1818. p. II: Itaque censeo non solum hos libros eidem non esse adscribendos, verum etiam alterum altero esse multo antiquiorem.

hervor, dafs man Alexandria mit einiger Sicherheit als die Vaterstadt des Hypsikles annehmen darf. Für die Zeitbestimmung desselben findet Bretschneider in diesen Mitteilungen nur „einen mäfsigen Anhalt", während ich meine, dafs sich aus denselben geradezu bindende Folgerungen ziehen lassen, wie dies zuerst mit möglichster Schärfe Cantor [20]) gethan hat. Wenn nämlich dem Vater des Hypsikles eine Abhandlung des Apollonius, welche zu Lebzeiten des Sohnes überall zu haben war, also noch kein zu hohes Alter besessen haben kann, bei seinem Interesse für den Gegenstand unbekannt geblieben ist, so mufs er gestorben sein, ehe Apollonius diese zweite verbesserte Abhandlung veröffentlichte. Daraus folgt, dafs er ein älterer Zeitgenosse des Apollonius war. Da dieser etwa 200 v. Chr. gestorben ist und Hypsikles seine Arbeit einem noch lebenden Freunde seines Vaters widmete, so kann angenommen werden, dafs er ungefähr 180 v. Chr. seine Abhandlung schrieb, welche demnach als eine Jugendarbeit von ihm zu betrachten wäre.

Ein Beitrag von nur zweifelhaftem Werte ist aus den arabischen Quellen [21]) zu schöpfen. Nach den Mitteilungen des El-Kofti soll Hypsikles, ein Schüler des Euklid, die beiden letzten Bücher der Elemente nach dem Tode seines Lehrers unter dem Nachlasse desselben gefunden, einer Ausarbeitung unterzogen und dem „Könige" dargeboten haben (Regi obtulit: vermutlich aus der Anrede *ὦ Πρώταρχε* entstandene Tradition). Diesen Standpunkt vertritt selbst der gelehrte Nasireddin el Tusi, welcher übrigens den Hypsikles aus Askalon stammen läfst [22]). Hiervon ist jedenfalls nicht mehr zu halten, als von der Herkunft des Euklid aus Tyrus, die entschieden rein auf arabischer Erfindung beruht [23]). Dafs aber dem Hypsikles von Ibn Nadim und El-Kofti neben dem liber anaphoricus noch ein liber de corporum caelestium magnitudine et distantia beigelegt wird, ist ohne Zweifel eine Verwechslung mit der Schrift Aristarchs, welche sich so oft in den Handschriften mit dem *Ἀναφορικός* vereinigt findet.

Zum leichteren Verständnis der *Ἀναφορικός* betitelten Schrift sind einige Vorbemerkungen über den Inhalt notwendig. Mit dem modernen technischen Ausdruck bezeichnet, handelt dieselbe „von der schiefen Aufsteigung (ascensio obliqua) der Ekliptik", d. h. sie beantwortet die beiden Fragen: „in welcher Zeit (modern ausgedrückt: mit wieviel Äquatorgraden zu 4 Zeitminuten gleichzeitig) geht für die geogr. Breite von Alexandrien a. jedes Zeichen, b. jeder Grad der Ekliptik auf?" Zwei Erscheinungen, welche sich mit Leichtigkeit am Himmelsglobus beobachten lassen, mufs man begriffen haben, um der Beweisführung des Verfassers folgen zu können: erstens, dafs bei dem Aufgang der nördlichen Zeichen ♈—♍, vom Frühlingspunkte an gerechnet, im allgemeinen eine Zunahme an Zeit stattfindet, d. h. dafs jedes folgende Zeichen etwas mehr Zeit zu seinem vollständigen Erscheinen über dem Horizonte braucht, als das vorhergehende, während bei den südlichen Zeichen ♎—♓ vom Herbstpunkte an wieder eine entsprechende Abnahme an Zeit stattfindet; zweitens, dafs die Sommerzeichen ♋♌♍ in derselben Zeitsumme aufgehen, wie die Herbstzeichen ♎♏♐, die Winterzeichen ♑♒♓ in derselben, wie die Frühlingszeichen ♈♉♊. Hierzu mufs man noch wissen, dafs die Aufgangszeiten der Sommer- und Herbstzeichen in Summa die Dauer des längsten, die der Winter- und Frühlingszeichen in Summa die Dauer des kürzesten Tages darstellen. Unter der nach heutigen Begriffen allerdings falschen Voraussetzung, dafs die Ab- bez. Zunahme der Aufgangszeit von Zeichen zu Zeichen eine ganz konstante Gröfse sei, wird dieser Wert mit Hilfe von drei an die Spitze der Schrift gestellten Lehrsätzen über Eigenschaften einer fallenden arithmetischen Progression auf $3\frac{1}{3}^0$ (in Zeit $13^m\ 20^s$) berechnet. Nun bedarf es nur der Fest-

[20]) Vorlesungen über Geschichte der Math. Leipzig 1880. I. p. 309.

[21]) Zu diesen gehören in erster Linie drei litterarhistorische Werke arabischer Verfasser: 1. Kitâb al Fihrist des Ibn Nadim ed. Gust. Flügel, Leipzig 1871. 2 Bde, eine aus dem Jahre der Hedschra 387 =987 n. Chr. datierte Litteraturgeschichte. 2. Die Historia philosophorum des Dschemaluddin El-Kofti (1172—1248), nur handschriftlich vorhanden. Ausführliche Excerpte bietet Casiri, Bibl. arabico-hispana Escurialensis. Matr. 1760. T. I. Hyps. betr. p. 340. 346. 3. Das bibliographische Lexikon des Hagi Khalfa († 1658), herausg. v. Flügel, London 1835—1858. 7 Bde. Der *Ἀναφορικος* V. p. 152. No. 10499 in der Übersetzung des Kosta ben Luka: Kitâb el-metâli'.

[22]) Gartz, de interpr. et explanat. Eucl. arab. Halae a. S. 1823. p. 4, vermutlich nach der praefatio. Nasireddins zu dem arabischen Euklid, Rom 1594. Auf dieselbe Quelle geht wohl auch die Notiz zurück im Cat. libr. mss. Angliae et Hib. Oxon. 1697. p. 182: duo posteriores, qui Hypsicli Ascalonitae tribuuntur. Der Kat. der Bodl. von Nicoll und Pusey bemerkt hierüber zu Cod. arab. 279 nichts.

[23]) Gartz, p. 5 sq.

stellung der mittleren Aufgangszeit der drei Zeichen eines beliebigen Viertelkreises, wobei das Verhältnis des längsten zum kürzesten Tage in Betracht zu ziehen ist, um entweder durch Subtraktion oder durch Addition von $3\frac{1}{3}{}^{0}$ aus dieser dem mittleren Zeichen zukommenden Aufgangszeit auch die des ersten und dritten Zeichens zu finden. — Als zweites Resultat wird der Wert, um welchen die Aufgangszeiten der einzelnen Grade vom Frühlingspunkt an zu-, vom Herbstpunkt an abnehmen, auf $0^{0}\,0'\,13''\,20'''$ (in Zeit 54 Terzen 20 Quarten oder nicht ganz $\frac{1}{12}$ Sek.) berechnet. Nachdem dann die Aufgangszeit des ersten Grades des Widders festgestellt ist, können vermittelst dieser sog. Prosthaphäresis die Aufgangszeiten aller übrigen Grade successive gefunden werden.

Die Aufgangszeit der Ekliptikzeichen durch Rechnung zu finden, ist eine Aufgabe der sphärischen Trigonometrie, deren Lösung bereits dem Ptolemäus c. 150 n. Chr. mit Hilfe von Sehnentafeln, in deren Anlegung er schon in Hipparch c. 130 v. Chr. einen Vorgänger hatte, mit einer überraschenden Annäherung an die heutigen Rechnungsergebnisse gelungen ist. Daher hat mit Hinblick auf diese anerkennenswerten Resultate eines Ptolemäus selten eine uns erhaltene Schrift des Altertums so bedingte Anerkennung ihres Wertes erfahren, wie die vorliegende. Montucla erklärt sie für eine „doctrine assez curieuse à certains égards, mais qui n'intéresse plus aujourd'hui l'astronomie." Delambre nennt die darin angewandte Methode „ingénieuse", obwohl sie nach den jetzigen Ansichten auf sehr fehlerhaften Voraussetzungen beruhe. Schaubach erkennt „die sinnreiche Näherungsmethode" an, die freilich ohne Nutzen gewesen wäre, wenn der Verfasser zur Zeit des Ptolemäus oder gar später gelebt hätte. Bretschneider kann einem Geometer von dem Gewichte des Hypsikles diese „wahrhaft kindliche Lösung" unmöglich zutrauen; es sei unglaublich, dafs er eine Aufgabe „auf eine so stümperhafte Art" gelöst haben sollte, wenn zu deren strenger Bearbeitung die nötigen Hilfsmittel bereits vorlagen. Auffallend günstig beurteilt des Hypsikles Leistung Friedlein, jedoch ebenfalls unter der Voraussetzung, dafs er nicht lange nach Apollonius gelebt habe, indem er sagt: „prope igitur accessit Hypsicles ad veros numeros .... nec quidquam reperies, quod hominem non satis peritum prodat [24]). Cantor hält die Methode „dieses äufserst dürftigen Werkchens" nur zu einer Zeit für berechtigt, zu welcher trigonometrische Berechnungsweisen noch nicht erdacht waren. Dasselbe Urteil fällt endlich neuerdings Tannery [25]) mit den Worten: Opuscule très court.... et peu connu, dont l'importance historique dépasse de beaucoup la valeur intrinsèque. Le problème est résolu avec une grossière approximation et de telle sorte qu'il est impossible de supposer qu' Hipparque ait eu quelque précurseur pour l'invention de la Trigonometrie.

Alle genannten Beurteiler stimmen in zwei Punkten mit einander überein: erstens sind sie, wie schon bemerkt, von der Meinung eingenommen, dafs dieses Schriftchen ein Problem der Astronomie zu lösen versuche [26]); zweitens halten sie, Montucla ausgenommen, eben infolge dieser Voraussetzung, das Werkchen für ein geeignetes Mittel, zu beweisen, dafs der Verfasser auf keinen Fall Zeitgenosse des Ptolemäus sein könne, sondern mindestens ebensoviele Jahre vor, wie dieser nach Christus gelebt haben müsse. Diese Verwertung für Zeitbestimmung des Verfassers wird allerdings, wenn es mir gelingt den rein astrologischen Inhalt des Schriftchens nachzuweisen, fortan unter verändertem Gesichtspunkte zu erwägen sein.

# I. Die Überlieferung des Anaphorikos.

## A. Die griechischen Handschriften.

Die Erhaltung dieser kleinen, unbedeutenden Schrift haben wir höchst wahrscheinlich nur dem Umstande zu verdanken, dafs die späteren alexandrinischen Gelehrten etwa im 3. Jahrh. n. Chr. sie in eine Sammlung mathematischer und astronomischer Monographien aufnahmen, für welche der Name *ὁ μικρὸς ἀστρονόμος* [27]) üblich wurde, eine Bezeichnung, welche im Gegensatze zur *μεγάλη*,

[24]) Bull. Boncamp. 1873. p. 36 des S.-A.

[25]) La géometrie grecque. Paris 1887. p. 156.

[26]) Eine Andeutung astrologischen Inhalts findet sich nur bei Tannery, La coudée astronomique. Rev. arch. Janv. 1886. p. 32: d'ailleurs le procédé d'Hypsiclès est identique à celui qu'indique Manilius et qu'avait conservé la tradition astrologique.

[27]) Auch *ἀστρονομούμενος* in der Überschrift des 6. Buches der Collectiones mathem. des Pappus, ed. Hultsch p. 634: *Περιέχει δὲ ἀπορίων λύσεις τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένῳ.*

σύνταξις des Ptolemäus, die man den μέγας ἀστρονόμος zu nennen pflegte, gewählt erscheint. Wenn nicht eine Verwechslung vorliegt, hat es auch einen Kommentar dieser Sammlung von dem Alexandriner Theon gegeben [28]). Jedenfalls wird auf diese Zusammenstellung der Umstand zurückzuführen sein, dafs die Werke dieser Auswahl in den uns erhaltenen griechischen Handschriften meist vereinigt vorgefunden werden. Hiernach zu schliefsen, hat die Sammlung aus folgenden Schriften bestanden:

1. $A^1$: Euclidis (c. 300 v. Chr.) Data (δεδομένα).
2. $A^2$: Euclidis Optica (ὀπτικά).
3. $A^3$: Euclidis Catoptrica (κατοπτρικά).
4. $A^4$: Euclidis Phaenomena (φαινόμενα).
5. $B^1$: Theodosii Tripolitani (c. 130 n. Chr.) Sphaericorum (σφαιρικῶν) libri III.
6. $B^2$: Theodosii de habitationibus (περὶ οἰκήσεων) liber.
7. $B^3$: Theodosii de diebus et noctibus (περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν) libri II.
8. $C^1$: Autolyci Pitanaei (c. 330 v. Chr.) de sphaera quae movetur (περὶ κινουμένης σφαίρας) liber.
9. $C^2$: Autolyci de ortu et occasu siderum inerrantium (περὶ ἐπιτολῶν καὶ δύσεων) libri II.
10. D: Aristarchi Samii (c. 280 v. Chr.) de solis et lunae magnitudinibus et distantiis (περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ἡλίου καὶ σελήνης) liber.
11. E: Hypsiclis Alexandrini (c. 180 v. Chr.) Anaphoricus (Ἀναφορικός).

Da über die Zahl und Aufeinanderfolge der im μικρὸς ἀστρονόμος enthalten gewesenen Werke eine bestimmte Überlieferung nicht vorliegt, so mufs mancherlei zweifelhaft bleiben. Pappus verbreitet sich im 6. Buche, welches ausschliefslich Schriften des kleinen Astronomen gewidmet ist, nur über $B^1$. $C^1$. $B^3$. D. $A^2$. $A^4$. Die Nichterwähnung von $A^1$. [29]) und $A^3$ hat vermutlich Vossius [30]) bestimmt, diese beiden Werke auszuschliefsen, indem er die Sammlung nur aus 9 Schriften bestehen läfst (: $B^1$. $A^2$. $A^4$. $B^2$. $B^3$. $C^1$. $C^2$. D. E). Ob das zu den mittleren Büchern der Araber zählende Werk des Menelaus (c. 100 n. Chr.), Sphaericorum libri III, welches von Fabricius [31]) und Wenrich [32]) ohne weiteres zum kleinen Astronomen gerechnet wird, schon von den Alexandrinern aufgenommen war, kann deshalb zweifelhaft erscheinen, weil es uns in keiner griechischen Handschrift erhalten ist. Von Pappus wird im 6. Buche [33]) eine Besprechung dieses Werkes an anderer Stelle in Aussicht gestellt, was eher für die Nichtzugehörigkeit sprechen dürfte.

Mir sind aus den zugänglichen Handschriftenkatalogen folgende den Ἀναφορικός enthaltende Codices bekannt geworden, von deren sonstigem Inhalt ich nur die hier in Betracht kommenden Teile erwähne.

**Wien.** Adami Franc. Kollarii Supplementorum liber I. Wien 1790. p. 423. — **No. 63** (jetzt Suppl. gr. 9). Cod. chart. saec. XVII. in folio von 249 Bl. Früher im Besitz des Mathematikers Ismael Boulliau († 1694 in der Abtei St. Victor zu Paris), der sie nach Kollars Vermutung aus einem Pariser Codex entweder eigenhändig abschrieb oder abschreiben liefs, gelangte die Handschrift durch Kauf in die Bibliothek des Baron Hohendorf und mit dieser in die Hofbibliothek: $A^3$. Prol. ad $A^2$. $A^1$. D. E. — **Leyden.** Cat. libr. tam impr. quam mss. bibl. univ. Lugd. Bat. 1716. p. 341. 391. — **1. No. 39.** Cod. chart. saec. XVI. aus dem Nachlafs Jos. Scaligers († 1609): E (a Fed. Morello in gratiam Scaligeri descriptus). — **2. No. 8.** Cod. chart. in folio aus dem Nachlafs des Isaak Vossius, Kanonikus von Windsor († 1689): $C^2$ τὸ πρῶτον c. schol. E (in fine additur infima ora). — **Paris.** Cat. codd. mss. bibl. regiae. T. II. Paris 1740. — **1. No. 453.** Cod. chart. in folio, um 1600 allem Anscheine nach von der Hand des Cyprioten Jean de St. Maur geschrieben, vermutlich Kopie eines Vatikanischen Codex (wie mir Herr Coyecque in Paris mitteilt). Er stammt aus der Bibliothek des Erzbischofs von Toulouse, Charles de Montchal († 1651), dessen Handschriftensammlung (cf. Montfaucon, Bibl. bibl. p. 886 A) als ein Teil des Geschenks, welches der Erzbischof von Rheims, Charles Maurice Le Tellier, Ludwig XIV. machte, im Jahre 1700 in die Königl. Bibliothek kam: E c. schol. et fig. — **2. No. 2347.** Cod. chart. saec. XVI. in folio, einst gehörig zu der 1599 mit der Königlichen vereinigten Bibliothek der Katharina von Medici: $A^1$. Marini comm. in $A^1$. $A^2$. $A^3$. E. $A^4$. — **3. No. 2363.** Cod. chart. saec. XV. in folio: $B^1$. $C^1$. $A^2$. $A^4$. $B^2$. $B^3$. D. $C^2$. E. $A^1$. — **4. No. 2364.** Cod. chart. saec. XIV. in folio: $B^1$. $B^2$. $B^3$. $C^1$. $C^2$. D. E. — **5. No. 2366.** Cod. chart. saec. XVI. in folio, von der Hand des Joh. Hydruntinus elegant geschrieben, gelangte ebenfalls mit der Bibliothek der Katharina von Medici in die Königliche, früher im Besitz des Kardinal Nicolaus Ridolphi († 1550); cf. Montfaucon, Bibl. bibl. p. 774 B. cod. 25: $B^1$. $B^2$. $B^3$. $C^1$. $C^2$. Prol. ad $A^2$. $A^4$. $A^3$. $A^1$. Marini comm. in $A^1$. D. E (ὑπ. ἀναφ. λόγος εἷς). — **6. No. 2472.** Cod. chart. saec. XIV. in quarto, mit den übrigen Handschriften der Bibliothek von Jean Bapt. Colbert († 1683) für die

[28]) Ebd. p. 1142. 11: δέδεικται μὲν ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου. cf. p. 1143 adn. 2.

[29]) $A^1$ ist die zuerst besprochene von den Schriften des ἀναλύοντος τόπος, denen das 7. Buch gewidmet ist.

[30]) De univ. math. nat. p. 163.

[31]) Bibl. gr. ed. Harles. IV. p. 16.

[32]) De auctor. graec. version. et comment. syr. arab. armen. persicisque Lips. 1842. p. 206.

[33]) ed. Hultsch p. 601 f.: καὶ ἔστιν ἤδη πραγματεία περὶ τούτου γεγραμμένη Μενελάῳ τῷ Ἀλεξανδρεῖ, περὶ ἧς ὕστερον ἐπισκεψόμεθα. Der Teil des Pappus, in welchem er diesem Versprechen nachkommt, ist jedoch nicht erhalten.

Königl. Bibliothek im Jahre 1732 durch Kauf erworben: $B^1$. $C^1$. $A^2$. $A^4$. $B^3$. D. $C^2$. E. $A^1$ c. schol. — **Mailand.** Montfaucon, Bibl. bibl. p. 498 C, 528 E f. Die drei den *Ἀναφορικός* enthaltenden Handschriften führen in dem von mir an Ort und Stelle benutzten handschriftlichen Katalog der Ambrosiana folgende Signaturen: **1. A. 101. Sup.** Cod. bomb. saec. XVI. in quarto. Wegen der eigenartigen Lesarten und starken Abkürzungen erscheint mir Montfaucons Angabe, dafs die Handschrift dem 14. Jahrh. angehöre, durchaus glaublicher: Marini comm. in $A^1$. $A^1$. $A^2$. $B^1$. $C^1$. $A^4$. $B^2$. $B^3$. D. $C^2$. E. — **2. C. 263. Inf.** Cod. bomb. saec. XVI. in folio, ein Sammelband, dessen ersten Bestandteil folgende von derselben Hand geschriebene Schriften ausmachen: D. E. $C^2$. $C^1$. $B^3$. $B^2$. — **3. J. 84. Inf.** Cod. bomb. saec. XVI. in folio, mit nicht besonderer Sorgfalt von einer Hand geschrieben, die vielleicht schon dem 17. Jahrh. angehört: $A^4$. $C^2$. $C^1$. $A^1$. E (im Index: Hyps. astronomia c. schol. quibusdam). $A^1$. Marini comm. in $A^1$. Scholia in Hypsiclem. — **Venedig.** Der von mir kollationierte Codex ist im Katalog der Marciana **No. 304** (jetzt XC. 5). Cod. chart. saec. XV. in quarto, vermutlich, wie mir auf Anfrage Herr Castellani, Bibliothekar der Marciana, freundlichst mitteilt, auf Befehl des Kardinal Bessarion († 1472) geschrieben, von dessen Hand Bemerkungen zum ganzen Codex hinzugefügt sind: $A^2$. $C^1$. $B^2$. $B^3$. D. $C^2$. E. — **Rom.** Nach Montfaucon, Bibl. bibl. p. 9 C, 9 D, 10 B, 11 C, besitzt die Bibliotheca Vaticana vier Codices, welche den *Ἀναφορικός* enthalten. Näher bekannt ist nur der von Parthey, Mon.-Ber. d. Berl. Ak. d. W. 1863. p. 3[84] f. seinem Inhalte nach beschriebene Sammelband von 397 Bl. in Folio **No. 191,** dessen erster Bestandteil, nach Hultsch, Autol. p. XXII ein Cod. membr. saec. XIV., 12 Schriften umfafst: $A^3$. $A^4$. Prol. ad $A^2$. $A^1$. Marini comm. in $A^1$. $B^1$. $B^2$. $B^3$. D. $C^2$. E. $C^1$. — **Escurial.** Miller, Cat. des mss. grecs de la bibl. de l'Escur. Paris 1848. p. 263. 292. — **1. No. 297** (y.—I.—7.). Cod. chart. saec. XVI. in folio von 280 Bl., aus der Bibliothek von Hurtado de Mendoza stammend, mit Randscholien versehen zu: $C^1$. $C^2$. E. D. — **2. No. 343** (x.—I.—4.). Cod. chart. in folio von 287 Bl., datiert vom Jahre 1542, aus derselben Bibliothek herrührend, mit Randscholien versehen zu: $A^2$. $A^3$. $A^4$. $A^1$. $C^1$. $C^2$. E. D. $B^2$. $B^3$.

## B. Die arabischen Handschriften.

Die im 5. Jahrh. n. Chr. gegründeten nestorianischen Schulen zu Antiochia und Edessa waren der Sitz einer Gelehrsamkeit, welche sich nicht nur mit religiösen Streitfragen befafste, sondern gar bald auch die Schätze der griechischen Litteratur, durch syrische Übersetzungen zugänglich gemacht, in ihren Bereich zog [34]). Als die nestorianischen Christen später vor den Verfolgungen der Reichskirche flüchten mufsten, fanden sie im Perserreiche zuvorkommende Aufnahme, wo sie in der Folge zur Blüte der Akademien von Nisibis und Dschundaisabur wesentlich beitrugen und namentlich unter Chosru I. Nuschirwan (532—579), der selbst Freund der Philosophie eines Plato und Aristoteles war, als Übersetzer der geschätztesten griechischen Werke in die Landessprache eine rege Thätigkeit entfalteten. Waren die Nestorianer schon von den persischen Königen in hohen Ehren gehalten worden, so nahmen die von ihnen betriebenen klassischen Studien einen noch erfreulicheren Aufschwung, als die Araber im Orient das herrschende Volk wurden. Das von Almansur 762 gegründete Bagdad wurde nicht nur die politische Hauptstadt des Abassidenreichs, sondern unter den Kalifen Harun Alraschid (786—809) und Almamun (813—833) der Brennpunkt aller wissenschaftlichen Bestrebungen. Des letzteren Regierung wird als das goldne Zeitalter der arabischen Litteratur und Gelehrsamkeit bezeichnet. Unter den Friedensbedingungen, welche er dem von ihm besiegten griechischen Kaiser Michael II. dem Stammler vorschrieb, stellte er in erster Linie diejenige, ihm griechische Manuskripte zu liefern, worauf er in Bagdad eine förmliche Übersetzfabrik gründete, mit deren Leitung er den Johannes ben Mesue beauftragte. Da nur wenige Gelehrte des Griechischen und Arabischen gleich kundig waren, so wurden die Originalhandschriften zunächst in das Syrische und daraus in das Arabische übertragen, was, wie sich denken läfst, für Reinhaltung des Inhalts und Textes nicht gerade vorteilhaft war, wie erhaltene Reste solcher Übersetzungen beweisen [35]).

Unter allen Übersetzern, welche aus dem Volke der Syrer hervorgegangen sind, war der berühmteste Honain ben Ishak aus Hira, Schüler des genannten Johannes ben Mesue. Von diesem wegen seiner lästigen Wissbegierde aus dem Hause gejagt, machte er zwei Jahre lang Reisen in die griechischen Städte, wo er sich die griechische Sprache vollkommen aneignete. Über Al Basra, wo er sich noch im Arabischen vervollkommnete, nach Bagdad zurückgekehrt, wurde er Leibarzt

[34]) cf. Wenrich, p. 4 ff.; Gartz, de interpr.; Hankel, Zur Gesch. d. Math. im Alterth. u. Mittelalter. Lpz. 1874. p. 233; Cantor, p. 602 ff.

[35]) Camus, Des traductions des livres Grecs faites en arabe. Notices et extraits des mss. de la Bibl. Nat. VI. p. 391 sq.

des Kalifen Motawakkil (847—861) und Vorsitzender eines Kollegiums von syrischen Gelehrten, welche mit der Anfertigung arabischer Übersetzungen beauftragt waren. Da letztere immer noch auf dem Umwege der Übertragung aus dem Syrischen entstanden, so fiel ihm als sprachkundigem Beurteiler die Aufgabe zu, dieselben zu revidieren und zu verbessern. Daher ist die Zahl der ihm zugeschriebenen Versionen eine so grofse, dafs er eine schier übermenschliche Arbeitskraft besessen haben müfste, sollten sie alle neben 30 von ihm verfafsten selbständigen Werken wirklich von seiner Hand herrühren. Vom Bischof Theodosius wegen Religionslästerung 873 aus der Gemeinde gestofsen, starb er, wie vermutet wird, an Gift. Auch sein Sohn Ishak ben Honain († 910) ist besonders als Übersetzer mathematischer Werke sehr geschätzt. Da der Vater aber berühmter war, als der Sohn, so wurde nicht nur des letzteren allgemein bewunderte Euklidversion, sondern auch noch manches andere Werk, oft im Widerspruch mit der ausdrücklichen Angabe der Handschriften, dem Vater zugeschrieben. Weil aber beiden bei aller philologischen Gewandtheit und Beherrschung der griechischen und arabischen Sprache die Fachkenntnisse in Mathematik und Astronomie abgingen, so bedurften ihre Übersetzungen einer sachverständigen Revision. Diese liefs ihnen Thabet ben Korrah angedeihen, welcher 836 in Harran geboren, erst in seiner Vaterstadt Geldwechsler war, dann aber in Bagdad sich so bedeutende Kenntnisse als Astronom und Mathematiker erwarb, dafs ihn der Kalif Al Mustadid (892—902) seines nächsten Umgangs würdigte. In dieser bevorzugten Stellung als Günstling des Kalifen behauptete er sich bis zu seinem Tode im Jahre 901. Da er neun Jahre vor Ishak ben Honain starb, so ist zu vermuten, dafs er die Verbesserungen der Übersetzungen desselben mit dessen Zustimmung oder in dessen Auftrage vorgenommen hat. Auch Thabet ben Korrah beherrschte die griechische Sprache vollkommen, sodafs eine nochmalige Vergleichung mit den griechischen Texten bei dieser in der Hauptsache jedenfalls sachkundigen Revision nicht ausgeschlossen erscheint. — Ein fleifsiger Übersetzer war ferner Kosta ben Luka, ein christlicher Arzt und Philosoph aus Heliopolis in Syrien (zwischen 864 und 923), welcher von Reisen in den griechischen Städten eine Menge Bücher nach Hause zurückbrachte, mit deren Übersetzung er sich eifrig beschäftigte. Seine selbständigen Werke, die sich auf die Gebiete der Arithmetik, Geometrie, Astronomie, Musik und Medicin erstrecken, werden wegen ihres knappen Stiles gerühmt. Gleichzeitig mit ihm lebte der gröfste Gelehrte seiner Zeit, Jakob ben Ishak Alkindi, „der Philosoph der Araber“ genannt, Jude von Geburt und Religion. Seine gründlichen Kenntnisse auf allen Gebieten des Wissens, namentlich in Mathematik, Astronomie und Astrologie, sicherten ihm am Hofe der Kalifen eine hochgeachtete Stellung.

Die im μικρὸς ἀστρονόμος vereinigten Schriften wurden von den Arabern um drei Schriften des Archimed und die Sphaerica des Menelaus vermehrt, während die Catoptrica Euclids weder in diesem Zusammenhange erscheinen, noch überhaupt in einer arabischen Übersetzung nachgewiesen sind. Diese Sammlung, welcher aufserdem die eine oder die andre klassische Schrift arabischer Verfasser einverleibt wurde, führte den Namen der „mittleren Bücher“ (libri intermedii), weil sie beim Übergang vom Studium der Elemente des Euklid zu dem des Almagest gewissermafsen ein notwendiges Mittelglied bildeten[36]). Wie der μικρὸς ἀστρονόμος in den aufgezählten griechischen Handschriften als ein zusammengehöriges Ganze überliefert erscheint, so enthält auch eine kleine Anzahl arabischer Handschriften diese mittleren Bücher zu einem Korpus vereinigt. In der folgenden Aufzählung der einzelnen Bestandteile habe ich mich, was die Reihenfolge anbelangt, von einer besonderen Rücksicht auf die Überlieferung nicht leiten lassen. Um die eingeführten Bezeichnungen beibehalten zu können, habe ich die Schriften des kleinen Astronomen vorangestellt und von den neu hinzutretenden Autoren, um die Reihe der griechischen ungetrennt zu lassen, die arabischen an den Schlufs verwiesen. Die Namen der arabischen Übersetzer füge ich nur insoweit hinzu, als sie aus den hier herangezogenen Handschriften bekannt werden, wobei ich in der Umstellung des Namens Honain ben Ishak der Autorität von Pusey[37]) folge.

---

[36]) Zur folgenden Darstellung ist der reichen Stoff bietende Aufsatz Steinschneiders „Die mittleren Bücher der Araber und ihre Bearbeiter“, Ztschr. für Math. u. Phys. X. 1865, p. 456—498, benutzt worden.

[37]) Anm. zu d. Kat. von Uri p. 598.

1. $A^1$: } übers. v. Ishak ben Honain, emend. v. Thabet ben Korrah.
2. $A^2$: }
3. $A^4$: }
4. $B^1$: übers. v. Kosta ben Luka, emend. v. Thabet ben Korrah[38]).
5. $B^2$: } übers. v. Kosta ben Luka.
6. $B^3$: }
7. $C^1$: } übers. v. Thabet ben Korrah.
8. $C^2$: }
9. D: übers. v. Kosta ben Luka.
10. E: übers. v. Kosta ben Luka, emend. v. Alkindi[39]).
11. $F^1$: Archimedis Syracusani (286—212 v. Chr.) de sphaera et cylindro (*περὶ τῆς σφαίρας καὶ κυλίνδρου*) libri II, übers. v. Ishak ben Honain u. Thabet ben Korrah.[40]).
12. $F^2$: Archimedis de dimensione circuli (*κύκλου μέτρησις*), übers. v. Thabet ben Korrah.
13. $F^3$: Archimedis lemmata (*λήμματα*), übers. v. Thabet ben Korrah.
14. G: Menelai Alexandrini (c. 100 n. Chr.) Sphaericorum libri III. Übers. nicht genannt.
15. a: Thabet ben Korrah, liber de datis vel determinatis.
16. b: Abu Dschafar Mohammed ben Musa († 783), liber de sphaera in plano describenda[41]).
17. c: Thabet ben Korrah, de figura secante et ratione composita libri XII.
18. d: Nasireddin el Tusi, libri VII de figurae quae secans dicitur proprietatibus et demonstrationibus[42]).

Im Gegensatz zur Überlieferung des kleinen Astronomen besitzen wir über die Reihenfolge und Anzahl der mittleren Bücher einige Angaben[43]), deren mangelnde Übereinstimmung als sehr wahrscheinliches Ergebnis folgendes hinstellen läfst: Den mittleren Büchern liegt die Sammlung des kleinen Astronomen ursprünglich zu Grunde, allein im Laufe der Zeit wurde noch die eine und andere Schrift in den Studienplan aufgenommen.

1. Der Cod. lat. Par. 9335 bietet auf Bl. 28 v. die Mitteilung: Ordo qui est post librum Euclidis secundum quod invenitur in scripturis Johannitii: $A^2$. $B^1$. $C^1$. $A^4$. $B^2$. $C^2$. $B^3$. E. D. Da Steinschneider in dem Namen Johannitius den Übersetzer Honain ben Ishak vermutet, so würde dieses Verzeichnis den Vorrang des Alters haben. Bemerkenswert ist, dafs es die mittleren Bücher auf den von Vossius festgestellten Umfang des kleinen Astronomen beschränkt, und zwar gleichfalls mit Ausschlufs der Sphaerica Menelai.

2. Der Cod. arab. Bodl. 279, auf Bl. 212 datiert Gomadi I. 635 H. (d. i. 20. Dez. 1237—19. Jan. 1238), enthält auf Bl. 213 folgende Liste: Series librorum, qui legendi sunt ante Almagestum, qui vocantur intermedii: $A^1$. $B^1$. G. $C^1$. $A^2$. $A^4$. $B^2$. $C^2$. $B^3$ D. E. c. Obgleich allerdings aus der Beschreibung der Handschrift nicht zu ersehen ist, welcher Zeit dieser Zusatz angehört, so scheint er doch eine Stufe des Umfangs darzustellen, welche als dem nächsten Verzeichnisse vorausgehend zu betrachten ist.

3. Hagi Khalfa nennt in der Aufzählung der Werke des berühmten Astronomen Nasireddin aus Tus († 1274) im Anschlufs an dessen Ausgabe des Euklid und des Almagest II. p. 213 folgende Schriften: $A^1$. $B^1$. G. $C^1$. $A^2$. $A^4$. $B^3$. $C^2$. E. D. $F^3$. a. b. $F^1$. $B^2$. Vergleicht man hierzu die Notiz V. p. 371 No. 11358: „Einige Neuere haben (zu den mittleren Büchern) die Lemmata

---

[38]) Nach den arab. Handschriften übersetzte Kosta b. L. bis zur 5. Fig. des 3. Buches, den Rest Thabet, welcher wohl zugleich als Verbesserer der Übers. des Kosta anzusehen ist, cf. Pusey a. a. O. — Übrigens galt dieses Werk den Arabern als das beste der mittleren Bücher, cf. Casiri I. p. 345.

[39]) Eine Übers. des Ishak b. H., welche Thabet emendierte, weist Steinschneider p. 479 in dem Cod. arab. Par. suppl. 952 nach.

[40]) Von doppelter Übers. ist in der Florentiner und der Londoner Handschrift die Rede; vermutlich handelt es sich auch hier nur um Verbesserung.

[41]) Dasselbe Werk erscheint im Codex 960 (Uri p. 208) unter dem Titel: Musaidum, qui sunt Mohammed, Alhasan et Ahmed, de figurarum dimensione liber; bei Hagi Khalfa V. p. 633 No. 12414 als: cognitio dimensionis figurarum planarum et sphaericarum auctoribus filiis Musae; bei Casiri I. p. 418 unter den Werken dieser Brüder, der Söhne des Musa ben Shakir, als: De sphaerae dimensione liber. Hierzu vergleiche man den Titel der Übersetzung Gerhards von Cremona: liber trium fratrum (zu Basel, Haenel, Col. 519: De geometria liber trium fratrum; zu Paris, Cod. 9335: Verba filiorum Moysi, filii Sekir, id est Maumeti, Hameti, Hasen). cf Steinschneider p. 485 ff.

[42]) Dieses im Kat. von Uri anonyme Werk, welches der Autor nach Pusey p. 599 selbst aus dem Persischen ins Arabische übersetzte, ist ohne Zweifel dem Nasireddin zuzusprechen, der nach dem ausdrücklichen Zeugnis des Hagi Khalfa V. p. 212 eine Abhandlung in 5 Büchern über den Sektor zuerst persisch geschrieben, dann ins Arabische übersetzt hat. Die Bücherzahl stimmt übrigens mit der Angabe von Uri überein, während Pusey 7 Bücher nennt. Es scheint mir die Vermutung nahe zu liegen, dafs der den Schlufs des Cod. Med. 286 bildende angebliche Kommentar Nasireddins zu den mittleren Büchern nichts anderes sei, als eben diese Abhandlung über die figura secans (al-Kattā).

[43]) Was von der Mitteilung aus dem Cod. Hunteri 237 (Cod. 908 bei Uri) zu halten sei, dafs Autolyci sphaera als das fünfte der mittleren Bücher gegolten habe, mufs ich dahingestellt sein lassen (Nicoll p. 260 nota c.).

des Archimed hinzugefügt", so scheint Hagi Khalfa im bewufsten Gegensatze zu der eben erwähnten älteren Tradition den Nasireddin selbst bereits zu den Neueren zu rechnen.

4. Ganz abweichend stellt sich die Reihenfolge in den uns erhaltenen Handschriften, welche laut ausdrücklicher Angabe die mittleren Bücher nach der Recension des Nasireddin el Tusi enthalten. Nur zwei, ein Mediceus und ein Bodleianus, stimmen in dieser Hinsicht wenigstens untereinander überein, nachdem einige Irrtümer des Bibliothekars Assemani berichtigt worden sind[44]). Die nach diesen Berichtigungen beiden gemeinsame Ordnung ist diese: $B^1$. $C^1$. $A^1$. $F^1$. $F^2$. $A^2$. $B^2$. $C^2$. $A^4$. $B^3$. D. E. $F^3$. a. G. Auf diese fünfzehnte Schrift folgt im Bodleianus d, im Mediceus b und ein sogleich näher zu bezeichnender Kommentar Nasireddins.

Die mir bekannt gewordenen Handschriften, welche die mittleren Bücher oder wenigstens den Ἀναφορικός enthalten, sind folgende:

**Florenz.** Bibl. Mediceae Laur. et Palat. codd. mss. orient. Catalogus. Steph. Euodius Assemanus rec. dig. et ill. Ant. Franc. Gorio curante. Flor. 1742. — **1. No. 286.** Cod. bomb. in folio von 342 Bl. enthält in der eben mitgeteilten Reihenfolge die mittleren Bücher in zwei Teile getrennt, sodafs die zehn ersten Schriften den ersten Teil ausmachen. Den Schlufs des Ganzen bildet Nasireddins in sechs Bücher geteilter, mit 16 sauber gezeichneten Figuren versehener Kommentar zu den vorstehenden Schriften, vom Autor angeblich vollendet am 25. Tage des Monats Ramadan im Jahre der Hedschra 700 (1300 n. Chr.). Da diese Zahl mit dem Todesjahr Nasireddins unvereinbar ist, so bezieht sie sich vermutlich auf die Vollendung des Codex durch den Schreiber. — **2. No. 271.** Cod. chart. in folio von 478 Bl. ist eine auf Befehl Ferdinands II. von Medici, Grofsherzogs von Toskana (1620—1660), gefertigte, sehr elegante, jedoch nach der Berichtigung von Steinschneider (p. 461 Anm. 17) unvollständige Abschrift des Cod. 286. Die beiden ersten Seiten der Handschrift füllt ein arabisches Inhaltsverzeichnis, in dessen Überschrift die Sammlung ausdrücklich als „die geometrischen mittleren Schriften" nach der Recension und Emendation des Nasireddin el Tusi bezeichnet wird. Am Schlusse des Inhaltsverzeichnisses wird bemerkt, dafs diese Handschrift nur den ersten Teil der Sammlung, welcher mit der neunten Schrift endet, enthalte. Es fehlt nämlich ganz und gar $F^2$, sodafs zu No. 15 bemerkt wird: „damit endet das Buch". — **3. No. 326.** Cod. chart. in folio von 95 Bl., von moderner Hand geschrieben, enthält vom zweiten Teile der genannten Recension: D. E. $F^3$. a. G. — Auf einem Irrtum, den ich weiter unten aufzuklären versuche, beruht es, wenn Assemani bei Beschreibung dieser drei Handschriften den Ἀναφορικός mit den Worten aufführt: Asclepii seu Aesculapii, Hermetis Trismegisti discipuli, liber de ascendentibus nativitatis sive de horoscopo conficiendo cum duabus figuris. Diese Namensveränderung hat Gartz (p. 3) und Wenrich (p. 210) veranlafst, diese Schrift nicht für identisch mit dem Ἀναφορικός zu halten. — **Oxford.** Bibl. Bodl. codd. mss. orient. Catal. a Joh. Uri conf. Pars I. Oxon. 1787. — Catalogi partis secundae Vol. II. Conf. Alex. Nicoll. Editionem absolvit et Cat. Urianum aliquotiens emend. E. R. Pusey. Oxon. 1821—35. — **1. No. 875** (Uri p. 188). Cod. bomb. in folio von 260 Bl., im Jahre der Hedschra 719 (1319 n. Chr.) von Zineddin al Abhari[45]) geschrieben, enthält die mittleren Bücher in der Reihenfolge des Cod. Med. 286 bis auf die erwähnte Abweichung am Schlufs. — **2. No. 895** (Uri p. 194). Cod. bomb. in folio von 115 Bl. enthält dieselben Schriften aufser $B^1$, $C^1$ und $A^2$, welche beiden letzteren schon Uri, obgleich sie im Index verzeichnet stehen, nicht finden konnte, während von $B^1$ Pusey Teile mitten in G entdeckte. Da letzterer den Codex überhaupt in anderer Ordnung fand, z. B. den Hypsikles hinter D, so scheint auch die von Uri mitgeteilte Reihenfolge nicht die ursprüngliche zu sein: $A^1$. $C^2$. $A^4$. $B^3$. D. $F^3$. G. d. $F^1$. a. $B^2$. E. $F^2$. — **3. No. 960** (Uri p. 208). Cod. bomb. in quarto von 78 Bl. enthält (ob nach der Recension des Nasireddin, ist nicht angegeben) nur folgende Schriften: $C^1$. $B^1$. $F^2$. D. $A^1$. a. b (unter dem Titel: Musaidum, qui sunt Mohammed, Alhasan et Ahmed, de figurarum dimensione liber). — **London.** Loth, a Catalogue of the arabic manuscripts in the library of the India Office. London 1877. p. 216. — **No. 743** und **744.** Zwei elegant ausgestattete Codices von derselben Hand, in Oktav ($8^1/_4 : 4^3/_4$ Zoll), 240 und 101 Bl. enthaltend, sollen laut Angabe des Katalogs dem 12. Jahrh. angehören. Da sie aber ausdrücklich Schriften nach der Recension des Nasireddin enthalten, welcher 1274 gestorben ist, so dürfte wohl das 13. Jahrh. gemeint sein. I.: $A^1$. $A^2$. $A^4$. $C^2$. E. $F^1$. II.: $C^1$. $B^2$. $B^3$. D. — **Leyden.** Cat. bibl. univ. Lugd. p. 454. — **No. 162.** Ob dieser von Jac. Golius, Professor der arabischen Sprache und der Mathematik an der Universität zu Leyden († 1667), aus dem Orient mitgebrachte Codex vielleicht den Ἀναφορικός in der von Thabet ben Korrah verbesserten Übersetzung des Ishak ben Honain enthalte, bedarf noch der Untersuchung: $F^3$. E. — **Paris.** Cod. suppl. 952 ist bis jetzt die einzige Handschrift, welche die Übersetzung des Ishak ben Honain enthält (mir nur aus dem Nachweis bei Steinschneider bekannt geworden).

## C. Die Übersetzung des Gerhard von Cremona.

Unter den Übersetzern arabischer Werke ins Lateinische nimmt eine hervorragende Stellung der als Mathematiker, Astrolog und Arzt von Friedrich I. Barbarossa sehr geschätzte

[44]) Pusey p. 541; Steinschneider p. 468 f.

[45]) Wie dieser Schreiber (Fabr. Bibl. gr. ed. Harles. IV. p. 17: Autolyci sphaera ex versione arabica Zineddin Abhari) zu einem Übersetzer gestempelt worden, erklärt Steinschneider p. 461 Anm. 16.

und vielfach unterstützte Gerhardus Cremonensis ein (geb. 1114 zu Cremona)[46]). Als er in Erfahrung brachte, dafs die Araber viele griechische Schriftsteller in arabischen Übersetzungen besäfsen, die man in Italien bis dahin gar nicht kannte, begab er sich nach Toledo, lernte dort Arabisch und widmete dann sein ganzes Leben dem Übersetzen griechischer und arabischer Werke ins Lateinische. Erst im vorgerückten Alter nach Cremona zurückgekehrt, starb er daselbst 73 Jahre alt 1187.

Da er aus Bescheidenheit seinen zahlreichen Übersetzungen nur selten seinen Namen beigefügt hat, so ist von gröfstem Interesse ein Verzeichnis der von ihm übersetzten Werke, welches sich im Anschlufs an eine kurze Nachricht von seinem Leben in mehreren Handschriften des Kommentars zu der Tegni (τέχνη) Galeni von Ali ben Rudhwan findet. Zuerst wurde dieses 71 Titel enthaltende Stück aus einem vatikanischen Codex von Boncampagni vollständig bekannt gemacht. Neuerdings hat Wüstenfeld den Text der Vita nach 3, die Titel nach 5—6 Handschriften festgestellt. Vergleicht man diese Titel mit den Überschriften der z. T. anonymen Übersetzungen des Cod. lat. Paris. 9335[47]), so gelangt man zu dem Ergebnis, dafs man mit einiger Wahrscheinlichkeit alle mit jenem Verzeichnis übereinstimmenden Werke des Codex für Übersetzungen Gerhards halten darf[48]). Den hier in Betracht kommenden Titeln, zu denen sich mit Ausnahme von 9 und 16 in der genannten Handschrift die lateinischen Übersetzungen finden, füge ich, soweit eine Abweichung stattfindet, die Überschriften des Codex bei.

5. Liber Theodosii de speris (sic!) tractatus III.
6. Liber Archimedis tractatus I. (liber Arsamithis de mensura circuli.)
8. Liber Milei tractatus III. (tract. primus libri Milei [d. i. Menelai] de figuris sphericis.)
9. Liber Thebit de figura alchata tract. I.
10. Liber trium fratrum tract. I. (Verba filiorum Moysi, filii Sekir, id est Maumeti, Hameti, Hasen.)
16. Liber Datorum Euclidis tractatus I.
26. Liber Theodosii de locis habitabilibus tract. I. (l. Th. de locis, in quibus morantur homines.)
27. Liber Esculegii tract. I. (liber Esculei de ascensionibus.)
30. Liber Autolici de spera mota tract. I.

Dieser Cod. lat. 9335, früher Suppl. 49, eine Pergamenthandschrift des 14. Jahrh. von 164 Bl. in Folio ($362^{mm}:235^{mm}$), vormals im Besitz des Mathematikers Ismael Boulliau[49]), ist aufserdem noch für viele andere Werke Gerhards eine reiche Fundgrube. So darf man vielleicht auch die darin enthaltene Übersetzung der Optik Euklids, Liber de aspectibus Euclidis, welche sich im Titelverzeichnis seiner Werke nicht findet, den von ihm übersetzten mittleren Büchern hinzufügen.

Durch freundliche Vermittelung des Herrn Prof. Legis in Paris, dem ich noch an dieser Stelle meinen Dank ausspreche, habe ich nicht nur eine ausführliche Beschreibung dieser Handschrift, sondern auch eine sorgfältige Abschrift des liber Esculei de ascensionibus erhalten, welche ich dem Text des Ἀναφορικός zur Vergleichung gegenüberstelle. Da die Namensform Esculeus unwillkürlich an den Asklepius erinnert, den Assemani in den Florentiner Handschriften gefunden haben will, so scheint es angezeigt, hier nochmals auf denselben zurückzukommen. Es ist unzweifelhaft das richtige, in beiden Namen eine Wiedergabe des griechischen Namens Hypsikles zu erkennen. Wenn man den arabischen Namen des Hypsikles buchstäblich in lateinische Schrift umsetzt, so erhält man die Form ʾbskl-vs, worin man den Genitiv Ὑψικλέους zu erblicken hat. Indem Spiritus lenis und Dehnungszeichen jeden beliebigen Vokal zulassen, ergeben sich die Formen Ibskleus, Ebskleus und Abskleus. Da nach der Mitteilung von Gartz (p. 4) das b bisweilen fehlt, so entsteht der lateinische Name Esculeus so natürlich wie nur möglich. Dafs aber aus Abskleus ein Asklepius wird, gehört sicher nicht zu den schlimmsten Verstümmelungen, welche griechische Namen beim Durchgang durch das Arabische in eine lateinische Form haben erleiden müssen. Der Zusatz „Hermetis Trismegisti discipulus“ ist weiter nichts als eine gelehrte Beigabe des Bibliothekars Assemani, welcher durch den sehr richtig gegebenen astrologi-

[46]) Bald. Boncampagni, Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese. Roma 1851. — Wüstenfeld, Abh. d. Kön. Ges. d. W. zu Gött. Hist.-phil. Cl. XXII. Bd. 1877. p. 57—77: „Die Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische“.

[47]) Index bei Libri, Hist. des sciences math. I. p. 297 f.

[48]) Steinschneider, D. Morgenl. Ztschr. XVIII. p. 167.

[49]) Delisle, Cabinet des manuscrits de la Bibl. Nat. II. p. 342 f.

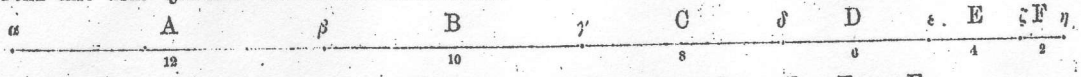
schen Titel „de horoscopo conficiendo“ in dem angeblichen Asklepius nur bestärkt wurde, da ja in der That ein Schüler des berühmten Astrologen Hermes Trismegistos unter diesem Namen bekannt ist.

Das Ergebnis aus dem mitgeteilten Material ist in Kürze folgendes: Von den späteren Alexandrinern c. 300 n. Chr. in die Sammlung des *μικρὸς ἀστρονόμος* aufgenommen, wurde der *Ἀναφορικός* gegen Ende des 9. Jahrh. von Ishak ben Honain sowohl, wie von Kosta ben Luka in das Arabische übersetzt. Des ersteren Übersetzung emendierte Thabet ben Korrah, die des letzteren Jakob Alkindi. Welche von beiden Übersetzungen Gerhard von Cremona c. 1150 seiner Übertragung ins Lateinische zu Grunde legte, kann nur durch Vergleichung dieser lateinischen Übersetzung mit den arabischen Texten festgestellt werden. Sicher ist, dafs Nasireddin el Tusi für die Recension, welche er von den mittleren Büchern c. 1250 veranstaltete, der Übersetzung des Kosta ben Luka den Vorzug gab. Wenn ein Rückschlufs aus dem zu Rom 1594 gedruckten arabischen Euklid dieses Gelehrten gemacht werden darf[50]), so ist auch in dieser Recension eher eine den mathematischen Standpunkt betonende, freie Überarbeitung der vorhandenen Übersetzungen zu suchen, als eine philologische Akribie voraussetzende, kritische Behandlung der Texte. Während von den arabischen Handschriften, in welchen uns diese Recension vorliegt, die drei ältesten noch dem Ende des 13., bez. dem Anfange des 14. Jahrh. angehören, beginnen die ziemlich zahlreichen griechischen Handschriften erst mit diesem Jahrhundert. Dem 14. gehören vier an, darunter nur ein Pergamentcodex, drei rühren aus dem 15., die übrigen neun aus dem 16. und 17. Jahrh. her.

## II. Inhalt, Zweck und Verfasser des Anaphorikos.

### 1. Freie Wiedergabe des Inhalts.

1. Lehrsatz: In einer fallenden arithmetischen Progression von gerader Gliederzahl ist die Differenz zwischen den Summen der beiden Hälften gleich dem Produkt der allgemeinen Differenz mit dem Quadrat der halben Gliederzahl.




Hypothesis: $A-B = B-C = C-D = D-E = E-F = F$
Thesis: $(A+B+C)-(D+E+F) = 9F$

Beweis: $A-B = D-E$ folgl. $A-D = B-E$ } also auch $A-D = C-F$
$B-C = E-F$ folgl. $B-E = C-F$ }
$C-F = C-F$

Durch Addition: $(A+B+C)-(D+E+F) = 3(A-D)$
$A-D = 3F$ weil $A = D+3F$
$(A+B+C)-(D+E+F) = 9F$

2. Lehrsatz: In einer fallenden arithmetischen Progression von ungerader Gliederzahl ist die Summe der Glieder gleich dem Produkt des mittleren Gliedes mit der Gliederzahl.

Hypothesis: $A-B = B-C = C-D = D-E$
Thesis: $A+B+C+D+E = 5C$

Beweis: $A-C = C-E$ folgl. $A+E = 2C$,
$B-C = C-D$ folgl. $B+D = 2C$
$C = C$

Durch Addition: $A+B+C+D+E = 5C$

[50]) Klamroth, Über den arabischen Euklid. Ztschr. d. Morgenl. Ges. 1881. p. 270—326.

3. Lehrsatz: In einer fallenden arithmetischen Progression von gerader Gliederzahl ist die Summe der Glieder gleich dem Produkt der Summe von je zwei paarweise zusammengehörigen Gliedern mit der halben Gliederzahl. (Unter „paarweise zusammengehörig" sind je zwei von Anfang und Ende der Reihe gleichweit entfernte Glieder zu verstehen.)

Hypothesis: $A-B = B-C = C-D = D-E = E-F = F$

Thesis: $A+B+C+D+E+F = 3(A+F) = 3(B+E) = 3(C+D)$

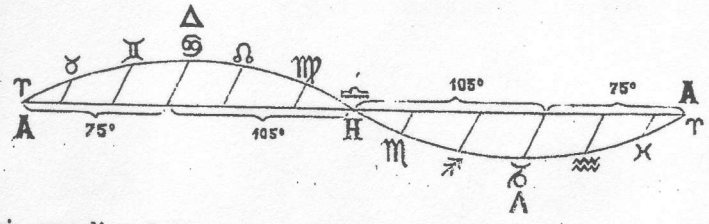
Beweis: $A-B = E-F$ folgl. $A+F = B+E$
$B-C = D-E$ folgl. $B+E = C+D$
also auch $A+F = C+D$
$C+D = C+D$

Durch Addition: $A+B+C+D+E+F = 3(A+F) = 3(B+E) = 3(C+D)$

## *A. Von dem Aufgange der Zeichen.*

Die Ekliptik sei in 360 gleiche Teile geteilt, und jeder Teil heifse ein Raumgrad. Teilt man auch die Zeit, in welcher die Ekliptik von einem beliebigen Punkte bis zu demselben zurück eine Umdrehung vollendet, in 360 gleiche Teile, so bezeichne man dieselben als Zeitgrade (d. s. Äquatorgrade zu 4 Zeitminuten). Mit Zugrundelegung dieser Gröfse läst sich unter Anwendung vorstehender Lehrsätze für einen bestimmten Ort, für welchen das Verhältnis des längsten Tages zum kürzesten bekannt ist, berechnen, wie viel Zeitgrade jedes Zeichen der Ekliptik zu seinem Aufgange braucht (d. h. wie viel Äquatorgrade gleichzeitig mit demselben aufgehen).

Für die Breite von Alexandrien in Ägypten (31° 30') steht der längste Tag (von 14 St.) zum kürzesten (von 10 St.) in dem Verhältnis von 7:5 (Verhältnis der Mittagsschattenlängen an den beiden Solstitialtagen). Unter dem längsten Tag ist die Zeit zu verstehen, welche der Halbkreis der Sommer- und Herbstzeichen ♋—♐ (*JHJ*) zu seinem Aufgange braucht, unter dem kürzesten Tage die Zeit, in welcher der Halbkreis der Winter- und Frühlingszeichen ♑—♊ (*JAJ*) aufgeht. Diese Zeiten müssen sich demnach zu einander wie 7:5 verhalten. Wenn also der ganze Kreis (7 + 5) zu seinem Aufgange 360 Zeitgrade braucht, so kommen auf den Halbkreis *JHJ* (12:7 = 360:x, also $x = \frac{7 \cdot 360}{12}$ =) 210, auf den Halbkreis *JAJ* (12:5 = 360:x, also $x = \frac{5 \cdot 360}{12}$ =) 150 Zeitgrade. — Die beiden Hälften dieser Halbkreise vollenden ihren Aufgang in je der halben ihren Halbkreisen zukommenden Zeit, weil sie beiderseits vom Äquator gleichweit entfernt liegen (13. Lehrsatz der Phaenomena des Euclid). Also geht beispielsweise der Viertelkreis der Sommerzeichen *HJ* in 105°, der Viertelkreis der Frühlingszeichen *AJ* in 75° auf. Die Differenz dieser Aufgangszeiten beträgt 30°.




Fassen wir nun diese beiden neben einander liegenden Viertelkreise mit diesen verschiedenen Aufgangszeiten zu einem Halbkreis zusammen, so sind die Aufgangszeiten der darin enthaltenen sechs Zeichen die Glieder einer fallenden arithmetischen Progression, da die Aufgangszeiten vom Herbstpunkte an (dies gilt als feststehende Annahme) um eine konstante Gröfse abnehmen. Zur Berechnung dieser konstanten Gröfse dient Lehrsatz 1: die Differenz zwischen den Summen der beiden Hälften (30°) ist gleich dem Produkt der gesuchten Gröfse (x) mit dem Quadrat der halben Gliederzahl (9).

$$30 = 9x. \quad x = 30:9 = 3\tfrac{1}{3}.$$

Die Differenz der Aufgangszeiten der einzelnen Zeichen beträgt demnach $3\frac{1}{3}^0$ (d. h. jedes folgende Zeichen braucht zu seinem Aufgange $3\frac{1}{3}$ Äquatorgrade weniger als das vorhergehende).

Nun sind weiter die Aufgangszeiten der Sommerzeichen die Glieder einer fallenden arithmetischen Progression von ungerader Gliederzahl. Folglich ist nach Lehrsatz 2 die Summe dieser Glieder ($105^0$) gleich dem Produkt des zu bestimmenden mittleren Gliedes (x) mit der Gliederzahl (3).

$$105 = 3x, \quad x = 35.$$

(d. h. das mittlere Zeichen ♌ wird gleichzeitig mit 35 Äquatorgraden aufgehen.)

Auf dieselbe Weise findet man die Aufgangszeit des mittleren Frühlingszeichens ♉ $= 25^0$.

Weil also die Differenz der Aufgangszeiten der einzelnen Zeichen $3\frac{1}{3}^0$ beträgt, und weil die gleichweit vom Äquator entfernt liegenden Zeichen in den gleichen Zeiten aufgehen, so ergeben sich für die 12 Zeichen der Ekliptik folgende Werte:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ♈ | $25 - 3\frac{1}{3} = 21^0\ 40'$ | i. Z. $1^h\ 26^m\ 40^s$. | ♎ | $38^0\ 20'$ | i. Z. $2^h\ 33^m\ 20^s$. |
| ♉ | $25^0$ | i. Z. $1^h\ 40^m$. | ♏ | $35^0$ | i. Z. $2^h\ 20^m$. |
| ♊ | $25 + 3\frac{1}{3} = 28^0\ 20'$ | i. Z. $1^h\ 53^m\ 20^s$. | ♐ | $31^0\ 40'$ | i. Z. $2^h\ 6^m\ 40^s$. |
| ♋ | $35 - 3\frac{1}{3} = 31^0\ 40'$ | i. Z. $2^h\ 6^m\ 40^s$. | ♑ | $28^0\ 20'$ | i. Z. $1^h\ 53^m\ 20^s$. |
| ♌ | $35^0$ | i. Z. $2^h\ 20^m$. | ♒ | $25^0$ | i. Z. $1^h\ 40^m$. |
| ♍ | $35 + 3\frac{1}{3} = 38^0\ 20'$ | i. Z. $2^h\ 33^m\ 20^s$. | ♓ | $21^0\ 40'$ | i. Z. $1^h\ 26^m\ 40^s$. |

Auch die Untergangszeiten eines jeden Zeichens sind hiermit bekannt, da die Aufgangszeit eines Zeichens gleich ist der Untergangszeit des diametral gegenüberstehenden (11. Lehrsatz der Phaenomena des Euklid).

### *B. Von dem Aufgange der Grade eines Zeichens.*

Aus der Differenz der Aufgangszeiten der einzelnen Zeichen mufs man zunächst die Differenz der Aufgangszeiten der einzelnen Grade jedes Zeichens berechnen. Fassen wir zu diesem Zweck zwei auf einander folgende Zeichen, $AB$ und $B\Gamma$, von denen das zuerst aufgehende $AB$ längere Zeit zum Aufgange brauchen soll, als das nachfolgende $B\Gamma$, als ein Ganzes zusammen, — die Differenz ihrer Aufgangszeiten beträgt, wie bekannt, $3\frac{1}{3}^0$ — so sind die Aufgangszeiten der einzelnen Grade dieser zwei Zeichen die Glieder einer fallenden arithmetischen Progression. Folglich ist nach Lehrsatz 1 die Differenz zwischen den Summen der beiden Hälften ($3\frac{1}{3}^0$) gleich dem Produkt der konstanten Differenz der Reihe (x) mit dem Quadrat der halben Gliederzahl (30 . 30).

$$3^0\ 20' \text{ oder } 200' = 900\,x. \quad x = 2' : 9 = 120'' : 9 = 0^0\ 0'\ 13''\ 20'''.$$

Die gesuchte Differenz der Aufgangszeiten der einzelnen Grade beträgt also $0^0\ 0'\ 13''\ 20'''$ (i. Z. $0^h\ 0^m\ 0^s\ 54^t\ 20^q$ oder c. $1\frac{1}{2}$ Sek.).

Aus den beiden gefundenen Differenzen der Aufgangszeiten der Zeichen ($3^0\ 20'$) und der einzelnen Grade ($0^0\ 0'\ 13''\ 20'''$) kann nun die Zeit berechnet werden, welche jeder einzelne Grad eines Zeichens zu seinem Aufgange braucht.

Nehmen wir als Beispiel das Zeichen des Widders (man kann auch jedes andere mit demselben Erfolg hierzu verwenden), dessen Aufgangszeit $21^0\ 40'$ beträgt. Sei $A\Gamma$ der erste Grad, $AB$ der letzte. Da die Aufgangszeiten der einzelnen Grade eines Zeichens die Glieder einer fallenden arithmetischen Progression von gerader Gliederzahl sind, so ist nach Lehrsatz 3 ihre Summe ($21^0\ 40'$) gleich dem Produkt der Summe von je 2 paarweise zusammengehörigen Gliedern (Anfangsglied x und Endglied y) mit der halben Gliederzahl (15).

$$21^0\ 40' = 15\,(x+y). \qquad x+y = \frac{21^0\ 40'}{15} = 1^0\ 26'\ 40''.$$

Andrerseits ist, da die Aufgangszeiten der einzelnen 30 Grade um die Gröfse $0^0\ 0'\ 13''\ 20'''$ konstant abnehmen:

$$x = y + 29\,.\,0^0\,0'\,13''\,20''' \text{ oder } x - y = 0^0\,6'\,26''\,40'''.$$

Diese beiden Gleichungen bestimmen die Werte des Anfangs- und des Endgliedes der Reihe:

$$\begin{array}{rl} x+y = & 1^0\,26'\,40'' \\ x-y = & 0^0\,\,6'\,26''\,40''' \\ \hline 2y = & 1^0\,20'\,13''\,20''' \\ y = & 0^0\,40'\,\,6''\,40''' \end{array} \qquad \begin{array}{rl} x = y+ & 0^0\,\,6'\,26''\,40''' \\ y = & 0^0\,40'\,\,6''\,40''' \\ \hline x = & 0^0\,46'\,33''\,20''' \end{array}$$

Ist so die Aufgangszeit des ersten Grades (x) bekannt, so lassen sich auch die Werte für alle folgenden Grade durch fortgesetztes Abziehen der Grösse $0^0\,0'\,13''\,20'''$ berechnen.

## 2. Ein Fehler in der Beweisführung.

Wer sich über den Aufgang der Zeichen mit Hilfe eines Himmelsglobus nur einigermafsen unterrichtet hat, kann einen groben Irrtum, den die im Vorstehenden mitgeteilte Darlegung enthält, kaum übersehen. Stellt man nämlich den Globus auf die Breite von $30^0$ ein, für welche das angenommene Verhältnis von 210:150 gilt, so erhält man folgende in Äquatorgraden ausgedrückte Aufgangszeiten der einzelnen Zeichen:

♈ $21^0$. ♉ $24^0$. ♊ $30^0$. ♋ $35^0$. ♌ $35^0$. ♍ $35^0$. ♎ $35^0$. ♏ $35^0$. ♐ $30^0$. ♑ $24^0$. ♓ $21^0$.

Verlassen wir uns vorläufig einmal auf unsern gut gearbeiteten Globus, so belehrt uns ein Blick auf diese Zahlen, dafs die zu Grunde gelegte Theorie von der fallenden arithmetischen Progression thatsächlich auf ein erkünsteltes Rechenexempel hinausläuft, dessen Resultate mit der Beobachtung durchaus in Widerspruch stehen. Indessen angenommen, Hypsikles habe mit seiner Voraussetzung recht, so kann von einer fallenden Progression jedenfalls nur bei den südlichen Zeichen ♎—♓ die Rede sein, wie ja auch im allgemeinen richtig bemerkt wird, dafs die Abnahme der Aufgangszeiten vom Herbstpunkte an eine feststehende Annahme sei. Dagegen kann die analoge Zahlenreihe der nördlichen Zeichen ♈—♍ nur als eine steigende Progression betrachtet werden, da doch die Richtung der Zeichen, d. i. ihre Reihenfolge im Aufgange, mafsgebend sein mufs. Wollte also Hypsikles seine Aufgabe mit Hilfe der Theorie von der fallenden Progression lösen, so mufste er unbedingt den Halbkreis ♎—♓ der speziellen Ausführung zu Grunde legen, aber nicht die Viertelkreise der nördlichen Zeichen ♈—♍. Diese Inkonsequenz hat indessen zunächst noch keine falschen Resultate zu Tage gefördert, da die Werte der beiden Reihen identisch sind.

Schlimmer wird die Sache in der Untersuchung über die einzelnen Grade eines Zeichens. Wenn er dort zwei auf einander folgende Zeichen, von denen das zuerst aufgehende längere Zeit zum Aufgange brauchen soll, als das nachfolgende (ἀρχὴ δὲ τῆς ἀναφορᾶς ἔστω τὸ $A$ σημεῖον), mit $AB$ und $B\Gamma$ bezeichnet, so meint er damit offenbar Widder und Stier, von denen gerade das Entgegengesetzte gilt (♈ $21\frac{2}{3}{}^0$. ♉ $25^0$), richtet jedoch mit diesem Irrtum immer noch keinen Schaden an. Wenn er aber weiterhin am Beispiel des Widders ($AB$) die Aufgangszeiten des ersten und letzten Grades berechnet und ausdrücklich bemerkt, dafs es ganz gleich sei, welches Zeichen man hierbei zu Grunde lege, so ist dies ein grober Irrtum, der ein ganz verkehrtes Resultat zur Folge hat. Denn man sieht leicht ein, dafs in dem Viertelkreis ♈♉♊, in welchem die Aufgangszeiten der Zeichen zunehmen, auch die Werte für die einzelnen Grade von einem kleinsten beginnend immer gröfser werden müssen. Allein der in seiner Theorie von der fallenden Progression einseitig befangene Autor findet für den ersten Grad des Widders den grösseren, für den letzten den kleineren Wert! Dieser Fehler ist so stark, dafs man diese Arbeit in der That mindestens als ein ganz gedankenloses Machwerk bezeichnen mufs. Friedleins schon erwähntes Urteil — nec quidquam reperies, quod hominem non satis peritum prodat — dürfte daher bei dieser näheren Beleuchtung des Inhalts kaum aufrecht zu erhalten sein.

## 3. Zweck des Anaphorikos.

Da uns der Verfasser über den eigentlichen Zweck seiner Schrift völlig im Dunkeln läfst, indem er dort abbricht, wo man wenigstens Andeutungen erwartet, in welcher Weise er die glücklich gewonnenen, scheinbar so genauen Resultate praktisch zu verwerten gedenkt, so ist es ganz dem Ermessen des Lesers überlassen, sich hierüber eine Ansicht zu bilden. Da von dem Verhältnisse des längsten zum kürzesten Tage ausgegangen wurde, so liegt die Vermutung nahe, dafs die zu lösende Aufgabe darin bestehe, auch für die dazwischenliegenden Halbkreise durch Addition der berechneten Ascensionalwerte von je 6 Zeichen die Tagebogen der Sonne zu finden. Daher meint Schaubach, die Schrift handle „eigentlich" von der Aufgabe, den halben (?) Tagebogen der Sonne zu finden, was mit Bretschneiders Auffassung übereinkommt, „die Schrift versuche, die Aufgangszeiten oder, kürzer gesprochen, die Tagebogen der einzelnen Punkte der Ekliptik annähernd zu bestimmen". Friedlein gelangt durch Vergleichung der durch Addition gewonnenen Summen mit den verbesserten Werten des Ptolemäus zu dem Ergebnis, dafs Hypsikles den richtigen Zahlen sehr nahe gekommen sei und nur darin geirrt habe, die Zunahme der Tage als eine gleichmäfsige vorauszusetzen.

Um zu beweisen, wie weit Hypsikles mit seinen Resultaten hinter der Wirklichkeit zurückbleibt, ist es notwendig, die von Friedlein angebahnte Vergleichung noch auf die trigonometrisch berechneten Zahlen auszudehnen, welche dem heutigen Stande der Wissenschaft entsprechen. Diese verdanke ich der Güte meines hochverehrten Freundes Dr. Amthor, welcher mir die Rechnung für die zu $31^0\ 30'$ angenommene Breite von Alexandrien ausgeführt hat. Unsere Aufgabe ist demnach eine doppelte:

1. Vergleichung der Ascensionalwerte der einzelnen Zeichen.

| | | Nach Hypsikles | Diff. | Nach heut. Berechnung | Diff. | Nach Ptolemäus |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ♈ | ♓ | $21^0\,40' = 1^h\,26^m\,40^s$ | $+\ 3^m\,44^s$ | $20^0\,44' = 1^h\,22^m\,56^s$ | $+36^s$ | $20^0\,53' = 1^h\,23^m\,32^s$ |
| ♉ | ♒ | $25^0 = 1^h\,40^m$ | $+\ 3^m\,48^s$ | $24^0\ 3' = 1^h\,36^m\,12^s$ | $+36^s$ | $24^0\,12' = 1^h\,36^m\,48^s$ |
| ♊ | ♑ | $28^0\,20' = 1^h\,53^m\,20^s$ | $-\ 5^m\,44^s$ | $29^0\,46' = 1^h\,59^m\ 4^s$ | $+36^s$ | $29^0\,55' = 1^h\,59^m\,40^s$ |
| ♋ | ♐ | $31^0\,40' = 2^h\ 6^m\,40^s$ | $-11^m\,44^s$ | $34^0\,36' = 2^h\,18^m\,24^s$ | $+\ 4^s$ | $34^0\,37' = 2^h\,18^m\,28^s$ |
| ♌ | ♏ | $35^0 = 2^h\,20^m$ | $-\ 3^m\ 8^s$ | $35^0\,47' = 2^h\,23^m\ 8^s$ | $-44^s$ | $35^0\,36' = 2^h\,22^m\,24^s$ |
| ♍ | ♎ | $38^0\,20' = 2^h\,33^m\,20^s$ | $+13^m\ 4^s$ | $35^0\ 4' = 2^h\,20^m\,16^s$ | $-1^m\,8^s$ | $34^0\,47' = 2^h\,19^m\ 8^s$ |

Hier erregt es zunächst unser Erstaunen zu sehen, wie nahe schon Ptolemäus mit Hilfe seiner Sehnentafel den wahren Werten gekommen ist, indem der Unterschied im höchsten Falle $1^m\ 8^s$ beträgt, wovon ein Teil auf Rechnung des von ihm zu Grunde gelegten Wertes der geogr. Breite ($30^0\ 24'$) zu setzen ist, welche er mit den ihm zu Gebote stehenden Mitteln noch nicht mit der heutigen Tages erreichbaren Genauigkeit bestimmen konnte. Wenn demgegenüber die Zahlen des Hypsikles Differenzen bis zu $13^m\ 4^s$ aufweisen, so kann man über den astronomischen Wert solcher Resultate nicht länger im Zweifel sein.

2. Vergleichung der aus je 6 Ascensionalwerten zusammengesetzten Tagebogen der Sonne.

| | | Nach Hypsikles | Diff. | Nach heut. Berechnung | Diff. | Nach Ptolemäus |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ♋—♐ | | $210^0 = 14^h$ | $-3^m36^s$ | $210^0\,54' = 14^h\ 3^m36^s$ | $-3^m36^s$ | $210^0 = 14^h$ |
| ♌—♑ | ♊—♍ | $206^0\,40' = 13^h\,46^m\,40^s$ | $+2^m24^s$ | $206^0\ 4' = 13^h\,44^m\,16^s$ | $-3^m\ 4^s$ | $205^0\,18' = 13^h\,41^m\,12^s$ |
| ♍—♒ | ♉—♎ | $196^0\,40' = 13^h\ 6^m\,40^s$ | $+9^m20^s$ | $194^0\,20' = 12^h\,57^m\,20^s$ | $-1^m\,44^s$ | $193^0\,54' = 12^h\,55^m\,36^s$ |
| ♎—♓ | ♈—♍ | $180^0 = 12^h$ | — | $180^0 = 12^h$ | — | $180^0 = 12^h$ |
| ♍—♈ | ♓—♌ | $163^0\,20' = 10^h\,53^m\,20^s$ | $-9^m20^s$ | $165^0\,40' = 11^h\ 2^m\,40^s$ | $+1^m\,44^s$ | $166^0\ 6' = 11^h\ 4^m\,24^s$ |
| ♐—♉ | ♒—♋ | $153^0\,20' = 10^h\,13^m\,20^s$ | $-2^m24^s$ | $153^0\,56' = 10^h\,15^m\,44^s$ | $+3^m\ 4^s$ | $154^0\,42' = 10^h\,18^m\,48^s$ |
| | ♑—♊ | $150^0 = 10^h$ | $+3^m36^s$ | $149^0\ 6' = 9^h\,56^m\,24^s$ | $+3^m36^s$ | $150^0 = 10^h$ |

Zur richtigen Beurteilung dieser durch Rechnung gefundenen Tagebogen bedarf es einer Bemerkung. Erstens ist hierbei die Refraktion unbeachtet gelassen, zweitens ist die Sonne nicht als leuchtende Fläche in Rechnung gebracht, sondern es ist der Mittelpunkt der Sonnenscheibe als die Auf- und Untergangszeit bestimmend angenommen, drittens ist von der täglichen Bewegung der Sonne in der Richtung der Zeichen abgesehen, alles Umstände, welche die Dauer des Tages in Wirklichkeit verlängern. Mögen diese Zahlen also auch nur einen problematischen Wert haben, so sind sie für unsern Zweck lehrreich genug. Denn wenn sich bei Ptolemäus eine Differenz von höchstens $3\frac{1}{2}$ Zeitminute oder nicht ganz einem Grade findet, so ist dieser Fehler bei der schon erwähnten abweichenden Bestimmung der geographischen Breite nicht zu hoch anzuschlagen. Dagegen kann ein Unterschied von fast 10 Zeitminuten oder 5 Vollmondbreiten selbst mit den mangelhaften Beobachtungsmitteln des Altertums nicht entschuldigt werden.

Wollte man nun auch das eigentliche Endresultat des Hypsikles, die Ascensionalwerte der einzelnen Grade, auf diesem Wege praktisch verwerten, so hieſse dies mit Hilfe derselben für jedes Zeichen 30, d. h. für einen Jahreslauf der Sonne 360 Tagebogen von je $180^0$ aufstellen, welche um die Differenz der Aufgangswerte des wegfallenden und dazukommenden Grades gröſser oder kleiner würden. Da man hierbei von der falschen Voraussetzung ausgehen würde, daſs die Sonne in der Richtung der Zeichen täglich $1^0$ zurücklegt, so kann über die Nutzlosigkeit einer solchen Tagebogentafel kein Zweifel sein. Kurz, man sieht, dass auf astronomischem Gebiete die scheinbar so genauen Resultate des *Ἀναφορικός* nicht praktisch zu verwenden sind. Es bleibt also nur übrig nachzuforschen, ob sich dieselben für die Zwecke der Astrologie irgendwie nutzbar machen lassen.

Angenommen, die Schrift rühre wirklich von Hypsikles her, so würde schon durch den Umstand, daſs er die Aufzählung der Zeichen des Tierkreises mit dem Widder beginnt und den Ausdruck *ζυγός* „Wage“ braucht[51]), darauf hingewiesen sein, daſs es sich hier um einen Gegenstand altägyptischer Tradition handelt. Während nämlich bei den älteren Astronomen der Griechen, wie Arat, Eudoxus, Hipparch, der Tierkreis mit dem Krebs beginnt und ausschlieſslich *χηλαί* (Scheren des Skorpions) für das Sternbild der Wage vorkommt, haben erst die jüngeren, wie Geminus, Achilles Tatius, Ptolemaeus, den Anfang mit dem Widder und die Bezeichnung *ζυγός* von den Ägyptern entlehnt. Da nun Ägypten bekanntlich als die Wiege der Astrologie gilt, so muſs uns bei einer Schrift aus dem Zeitalter der älteren griechischen Astronomen der Zusammenhang mit diesem Lande sofort die Vermutung astrologischen Inhalts nahe legen.

Die erste Aufgabe des Astrologen war, den Ascendens oder das Horoskop im engern Sinne, d. i. den in der Geburtsstunde eines Menschen aufgehenden Punkt der Ekliptik (*τὴν ὡροσκοποῦσαν μοῖραν*) zu bestimmen. Dieser Punkt der Sonnenbahn erschien von ganz besonderer Bedeutung, weil mit ihm der in der Geburtsstunde aufgehende Planeten- oder Zodiakalgott gefunden wurde, welchem man die hauptsächlichste Macht über das Schicksal des Neugeborenen zuschrieb. Von diesem Punkte aus muſste alles Übrige berechnet werden. In der Auffindung dieser wichtigen Stelle möglichste Genauigkeit zu erreichen, muſste demnach von jeher eine hervorragende Aufgabe der astrologischen Technik sein. Das erste Erfordernis war hierbei die Rücksichtnahme auf die geographische Breite des Beobachtungsortes. Daher wurde die bewohnte Erde ($16^0\,27'$—$48^0\,32'$) in sieben Klimata eingeteilt[52]), welche von Meroe aus nach Maſsgabe der Zunahme des längsten Tages um je $\frac{1}{2}$ Stunde nordwärts bis zur Mündung des Borysthenes (Dnjepr) fortschritten[53]). Innerhalb eines jeden Klimas nahmen die ältesten Astrologen eine gleichmäſsige Ab- und Zunahme in der Aufgangszeit der Zei-

---

[51]) „Über den Namen der Wage“ Boeckh, Über die vierjährigen Sonnenkreise der Alten. Berlin 1863. p. 167—174. Ideler, Hist. Unters. über die astron. Beob. d. Alten. Berlin 1806. p. 370—78. Derselbe, Urspr. des Tierkr. Abh. d. Berl. Ac. d. W. 1838. p. 10 f.

[52]) Julius Firmicus Maternus (c. 430 n. Chr.), Astronomicon l. II. ed. Basel 1533. p. 27. — Über die hierbei herrschende Willkür und Verwirrung cf. Salmasius, de annis climactericis. Lugd. Bat. 1648. p. 706 ff.

[53]) Sieben von diesen verschiedene, welche um nur je $16^m$ ($=4^0$) Zunahme des längsten Tages unterschieden von der Breite Alexandriens ausgehen, kennt Vettius Valens aus Antiochia (c. 330 n. Chr.). Libri primi *Ἀνθολογιῶν* fragmentum. An: Jo. Laurentii Lydi de Mensibus. Ed. Hase et Creutzer. p. 335—39. 2. Cap. *περὶ ἀναφορᾶς τῶν ζῳδίων*. Daſs in der hier aufgestellten Regel für die Klimaeinteilung ein Fehler sein müsse, bemerkt schon Salmasius a. a. O. p. 684. Denn für das 2. Klima ist, damit die Prosthaphäresis 4 herauskomme, entschieden der längste Tagebogen mit $216^0$ anstatt $214^0$ anzusetzen, wie ich im folgenden gethan habe.

chen an. Gegen diese Lehre eiferte zwar Ptolemäus[54]), weil sie sich durch seine trigonometrischen Rechnungen als durchaus falsch erwies, weshalb er sie in seinem astrologischen Werke, der Tetrabiblos, auch nicht mehr zur Anwendung brachte; aber sie mufs trotzdem für die praktischen Zwecke der Astrologie in ausgedehntem Mafse in Gebrauch geblieben sein. Denn Manilius[55]) und Vettius Valens überliefern zur Bestimmung der sog. Prosthaphäresis, d. i. des Wertes, um welchen die mittlere Aufgangszeit entweder vermehrt oder vermindert werden mufs, folgende einfache Regel: Teilt man den in Zeitgraden (*χρόνοι ἰσημερινοί*, tempora aequa) ausgedrückten längsten Tagebogen ♋—♐ in dem betr. Klima durch 6, so erhält man die Aufgangszeit der mittleren Zeichen (♌ und ♍) seiner beiden Hälften. Da sich diese mit der Aufgangszeit der diametral gegenüberliegenden Zeichen (♒ und ♉) zu 60° ergänzt, so ist auch letztere gefunden; dieselbe ist auch zu erhalten, indem man mit 6 in die Grade des kürzesten Tagebogens (♑—♊) dividiert. Diese beiden Werte zieht man von einander ab und teilt den Rest durch 3. Das so erhaltene Resultat ist die Prosthaphäresis des betreffenden Klimas. Für die Klimata von Alexandrien und Babylon, welche nach Vettius Valens als die beiden ersten gelten, gestaltet sich dieses Rechenexempel folgendermafsen:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 210 : 6 = 35 (♌ oder ♍) | } 60° | | 216 : 6 = 36 | } 60° | |
| 150 : 6 = 25 (♒ oder ♉) | | | 144 : 6 = 24 | | |
| 10 : 3 = $3\frac{1}{3}$. | | | 12 : 3 = 4. | | |

Wir erhalten also einerseits den von Hypsikles berechneten Wert, aus welchem sich die von ihm aufgestellte Zahlenreihe ergiebt, die nach dem Zeugnisse des Porphyrius (233—305 n. Chr.)[56]) und des Paulus Alexandrinus (c. 375 n. Chr.)[57]) den Astrologen der alten Schule eigen ist; andrerseits ergeben sich mit der Prosthaphäresis 4 die von Vettius Valens und Manilius[58]) für das zweite Klima mitgeteilten Zahlen.

Die Ascensionalwerte der Zeichen wurden in Verbindung mit der genauen Bestimmung des Ascendens von grofser Wichtigkeit für die Berechnung der Lebensdauer des Neugeborenen[59]). Man betrachtete nämlich als mafsgebend für dieselbe den dem Ascendens im Aufgange folgenden Viertelkreis, dessen 90. Grad im Augenblicke der Geburt unter der Erde kulminiert[60]). Die Zeitgrade, welche den Ascensionalwert eines Zeichens ausdrücken, wurden kurzweg als Jahre bezeichnet, Bruchteile derselben rechnete man in Monate um. Man sagte also, der Widder gehe in 21 Jahren 8 Monaten, der Stier in 25 Jahren, die Zwillinge in 28 Jahren 4 Monaten auf. Die Summe dieser drei Zeichen, 75 Jahre, ergiebt demnach beispielsweise das Lebensalter, welches ein unter dem Ascendens ♈ 1° geborner Mensch erreichen kann, wenn er die gefährlichen Stufenjahre (anni climacterici), welche jedes Zeichen enthält, glücklich überwindet. — Die Berechnung des Lebensalters war sehr schnell ausgeführt, wenn der Ascendens mit dem ersten Grade eines Zeichens zusammenfiel; lag er jedoch im Innern eines solchen, so dafs vier Zeichen in Betracht zu ziehen waren, so mufste man wissen, wieviel Monate auf den einzelnen Grad in den beiden nicht vollen Zeichen kamen. Hierfür giebt Vettius Valens am Beispiele des Widders (20°) folgende geheimnisvolle Regel: *δίπλωσον τὴν ἀναφορὰν ἑκάστου* (vielleicht *ἢ ϗ ἔστω*?) *ζῳδίου· καὶ ταῦτα ἑξάκις γίνονται σμ΄· ἡ μοῖρα μῆνες η΄*. Das heifst so einfach als möglich ausgedrückt: Man verwandle die Jahre in Mo-

---

[54]) Tetr. ed. Melanchthon, Basel 1553. p. 44: *ἡ καινὴ πραγματεία ἡ πρὸς ὁμαλὰς ὑπεροχὰς τῶν ἀναφορῶν συνισταμένη μηδὲ κατὰ μικρὸν ἐγγὺς ἐστι τῆς ἀληθείας.*

[55]) Astronomicon l. III. v. 395—416.

[56]) *Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν ἀποτελεσματικὴν τοῦ Πτολεμαίου*. Basel 1559. p. 194 f.: *Οὐ συνεφώνησαν δὲ ἐν τούτοις ἀλλήλοις πάντες. ἀλλ' οἱ μὲν ἀρχαῖοτατοι ἄλλως τὰς ἀναφορὰς ἐποιήσαντο. πάντες γὰρ σχεδὸν ἐν τῷ δι' Ἀλεξανδρείας κλίματι καὶ τῶν ἐγγύτατα κειμένων πόλεων τὸν ♈ ἀναφέρεσθαι ἐλεγον κα μ΄, τὸν δὲ ♉ κε* u. s. w. die bekannten Zahlen.

[57]) *Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν ἀποτελεσματικήν*. Viteb. 1588. B: *Ἀναφέρεται δὲ ἕκαστον τούτων τῶν ζῳδίων κατ' Αἰγυπτίους ἐν τῷ τρίτῳ κλίματι, ὅ ἐστι δι' Ἀλεξανδρείας, ὁ μὲν ♈ καὶ οἱ ♎ ἐν ὥρᾳ α κϛ΄ μ΄΄, χρόν. κα μ΄, ὁ δὲ ♉ καὶ ♒ ἐν ὥρᾳ α μ΄, χρόν. κε* u. s. w. die bek. Zahlen.

[58]) Astron. l. III. v. 275—295: ♈ 20°. ♉ 24°. ♊ 28°. ♋ 32°. ♌ 36°. ♍ 40°. Etwas anders gestalten sich die von Marcianus Capella ed. Eyssenhardt p. 312 in Zeit mitgeteilten Zahlen, wenn man sie in Grade umrechnet: ♈ 20°. ♉ 25°. ♊ 28° 45′. ♋ 31° 15′. ♌ 35°. ♍ 40°.

[59]) Porph. p. 195 f.

[60]) Paulus Alex. Κε: *Τὸ δὲ δ΄ ἀπὸ ὡροσκόπου καλεῖται ὑπόγειον καὶ ἀντιμεσουράνημα, βόρειον κέντρον ὑπάρχον, σημαῖνον τὴν τοῦ γήρως ἡλικίαν καὶ τὴν τοῦ σώματος περιστολὴν καὶ τὰ μετὰ θάνατον πάντα.*

nate und verteile letztere gleichmäfsig auf die 30 Grade des Zeichens. In dem alexandrinischen Klima stellt sich beispielsweise für den Stier die Rechnung wie folgt: 2. 6. 25 : 30 = 300 : 30 = 10 d. h. 10 Monate auf den Grad. Diese gleichmäfsige Verteilung ist aber offenbar ebenso mechanisch wie ungenau; denn gerade wie die Werte der Zeichen müfsten auch die Werte der einzelnen Grade vom Anfang der Zeichen gegen das Ende hin allmählich ab- oder zunehmen, weil sonst in auf einander folgenden Zeichen, deren Ascensionalwerte verschieden sind, vom letzten Grade des einen zum ersten Grade des nächsten ein auffallender Sprung stattfinden würde. So würden z. B. an der Grenze von Widder und Stier Werte von $8\frac{2}{3}$ Monat mit solchen von 10 Monaten unvermittelt neben einander liegen. Es scheint, als ob gerade diese Ungenauigkeit mit dem Endresultate des *Ἀναφορικός* beseitigt werden sollte. Die praktische Verwertung desselben erscheint geradezu als geboten, wenn es sich darum handelt, die Summe von 90 beliebigen auf einander folgenden Gradwerten rasch zu ermitteln. Nichts ist einfacher, wenn man den ersten und letzten Gradwert als Anfangs- und Endglied einer arithmetischen Progression betrachten darf. Unter der Voraussetzung, dafs der Zeitgrad einem Jahre gleich sei, findet man den entsprechenden Wert der auf $0^0\ 0'\ 13''\ 20'''$ berechneten Ascensionaldifferenz mit Hilfe der nach Lehrsatz 1 aufgestellten Gleichung $3\frac{1}{3}{}^0 = 30^2 x$:

3 Ja. 4 Mo. = 900 x. $\quad x = 1200 : 900 = 1\frac{1}{3}$ Tag.

Zur Berechnung des kleinsten Wertes eines Ekliptikgradaufgangs benutzen wir, um den Fehler des Hypsikles zu vermeiden, das Zeichen der Fische, in welchem die Aufgangszeiten der Grade die Glieder einer fallenden arithmetischen Progression bilden, also in umgekehrter Reihenfolge denen der Grade des Widders entsprechen. Nach Lehrsatz 3 ergiebt sich folgende Gleichung:

$$15\,(a + z) = 21 \text{ Ja. } 8 \text{ Mo. oder } 260 \text{ Mo.}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a + z$ | $= 17\frac{1}{3}$ Mo. | $a + z$ | $= 17\frac{1}{3}$ Mo. |
| $a - z$ | $= 1$ Mo. $8\frac{2}{3}$ Tg. d. i. 29. $1\frac{1}{3}$ Tg. | $a - z$ | $= 1$ Mo. $8\frac{2}{3}$ Tg. |
| $2a$ | $= 18$ Mo. $18\frac{2}{3}$ Tg. | $2z$ | $= 16$ Mo. $1\frac{1}{3}$ Tg. |
| $a$ | $= 9$ Mo. $9\frac{1}{3}$ Tg. | $z$ | $= 8$ Mo. $\frac{2}{3}$ Tg. |

Von diesem kleinsten Werte z, welcher dem ersten Grade des Widders zukommt, ausgehend, erhält man durch fortgesetzte Addition von $1\frac{1}{3}$ Tag für die einzelnen Grade der Ekliptik folgende Grössen:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♈ | $1^0$. 8 Mo. $\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 9 Mo. $9\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♓ | ♉ | $1^0$. 9 Mo. $10\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 10 Mo. $19\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♒ | ♊ | $1^0$. 10 Mo. $20\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 11 Mo. $29\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♑ |
| ♋ | $1^0$. 12 Mo. $\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 13 Mo. $9\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♐ | ♌ | $1^0$. 13 Mo. $10\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 14 Mo. $19\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♏ | ♍ | $1^0$. 14 Mo. $20\frac{2}{3}$ Tg. | $30^0$. 15 Mo. $29\frac{1}{3}$ Tg. | $1^0$. | ♎ |

Unter der Voraussetzung dieser arithmetischen Progression wird die Summe eines Viertelkreises, von jedem beliebigen Grade an gerechnet, rasch gefunden nach der Formel $45\,(a + z) = x$. So beträgt sie z. B. im Viertelkreise der Frühlingszeichen:

45 (8 Mo. $\frac{2}{3}$ Tg. + 11 Mo. $29\frac{1}{3}$ Tg.) oder 45. 20 Mo. = 900 Mo. oder 75 Ja.

Da auf diese Weise das Endresultat des *Ἀναφορικός* eine ganz entsprechende Verwertung findet, nach welcher wir auf astronomischem Gebiete vergeblich suchten, so halte ich den Beweis für erbracht, dafs uns in demselben ein Schriftchen erhalten ist, welches rein astrologischen Interessen dient.

### 4. Der Verfasser des Anaphorikos.

Sehr treffend weist Tannery[61]) darauf hin, dafs uns Hypsikles, wenn wir seine Leistungen überblicken, durchaus nicht als ein schöpferisches Genie erscheint, welches neue Bahnen einschlägt, sondern im Gegenteil als ein Gelehrter, welcher auf allen Gebieten, die er berührt, sich auf die Schultern seiner Vorgänger stützt. Wie seiner Abhandlung über die Vergleichung der regelmäfsigen Körper eine Schrift des Apollonius über denselben Gegenstand zu Grunde liegt, so kann auch seine Theorie von den Vieleckzahlen als eine Fortsetzung der arithmetischen Bücher des Euklid betrachtet werden; ebenso wird er auch in seinem Werke über die Harmonie der Sphären bei zahlreichen Vorgängern nichts Originelles geschaffen haben. So würde denn auch eine nähere Begründung der uralten Lehre von den Ascensionen seiner wiederaufnehmenden und ausführenden Thätigkeit durchaus entsprechen. Aber soll man glauben, dafs er bei seiner sonst anerkannten Tüchtigkeit zur Behandlung dieser einfachen Aufgabe nicht einmal die notdürftigsten astronomischen Vorkenntnisse mitgebracht habe? Diese Schmach dürfen wir ihm nicht anthun. Schon aus der kahlen, mit keinem Worte begründeten Voranstellung der drei Lehrsätze mitsamt den hier eigentlich überflüssigen Beweisen läfst sich vermuten, dafs dieselben als gegebene Grundlage dem ὅρος des Hypsikles jedenfalls wörtlich entnommen sind. Verfasser aber der mit dieser gegebenen Hilfe (*χρώμενος τοῖς προγεγραμμένοις θεωρήμασι*) angestrebten Lösung einer an sich recht einfachen Aufgabe ist ein mit schülerhafter Unsicherheit arbeitender Anfänger, der sich bei dieser Gelegenheit ein höchst fatales Versehen zu Schulden kommen läfst. Dafs aber diese Leistung, die vermöge so unzweifelhaft Hypsikleischer Lehrsätze den Namen des Hypsikles geradezu an der Stirn trug, von der Nachwelt in ihrem ganzen Umfange dem bekannten Urheber dieser Sätze zugeschoben wurde, zumal da das darin genannte Alexandria als seine Vaterstadt angesehen werden durfte, ist gewifs leicht erklärlich.

Obgleich der Einwand, das hier eingeschlagene Verfahren weise auf die Zeit vor Erfindung der Trigonometrie hin, bei dem rein astrologischen Inhalt der Schrift hinfällig geworden ist, indem dasselbe auch noch später für diesen Zweck das einzig brauchbare war, so möchte ich doch den anonymen Verfasser der Zeit nach nicht zu tief herabsetzen, vielmehr ihn aus zwei Gründen für einen Zeitgenossen des Hipparch halten. Erstens ist es wahrscheinlich, dafs die sich hierzu von selbst empfehlenden Lehrsätze des Hypsikles sehr bald nach ihrer Aufstellung Veranlassung zum weiteren Ausbau dieser alten astrologischen Lehre wurden; zweitens ist die Beschränkung der Gradteilung auf die Ekliptik, wo die gleiche Teilung des Äquators anzunehmen so nahe lag, ein Zeichen ziemlichen Alters der Schrift. Nirgends wird durch die *μοῖραι χρονικαί* (bei den späteren Astrologen *χρόνοι ἰσημερινοί* genannt) im *Ἀναφορικός* eine direkte Beziehung auf den Äquator ausgedrückt[62]), während die 24 Stundenkreise Hipparchs[63]) offenbar nichts anderes sind, als auf dem Äquator abgemessene, vom Krebs aus gerechnete Rektascensionsabschnitte von je $15^0$. Hipparchs Schrift[64]) „über den Aufgang der Zeichen" ist ohne Gradteilung des Äquators, da sie ohne Zweifel schon mit Anwendung der Trigonometrie (*δι' ἀριθμῶν*) den Gegenstand vom astronomischen Standpunkte behandelte, gar nicht denkbar. Mit diesem Verhältnis zu Hipparch, dessen Schriften die Gradteilung des Äquators voraussetzen, begründe ich meine Vermutung, dafs der Verfasser des *Ἀναφορικός* wenigstens nicht nach der Zeit desselben, d. h. etwa 130 v. Chr., gelebt habe.

## III. Text und Übersetzung des Anaphorikos.

Da die Editio princeps wegen zahlloser Fehler aller Art zur Vergleichung mit Handschriften wenig geeignet erschien, so habe ich mir zunächst von dem Cod. graec. LXIII der Wiener Hofbibliothek eigenhändig eine genaue Abschrift gefertigt. Unter Zugrundelegung derselben habe

[61]) La géom. gr. p. 157: il nous apparaît moins comme un esprit original que comme un géomètre reprenant et éclaircissant des questions déjà connues.

[62]) Tannery, Rev. arch. 1886. p. 31: à la division du zodiaque correspond celle du nychthémère en 360 *μοῖραι χρονικαί*, mais il est nullement parlé de division de l'équateur.

[63]) *Τῶν Ἀράτου καὶ Εὐδόξου φαινομένων ἐξηγήσεων βιβλία γ'* ed. Victorius, Flor. 1567. p. 52.

[64]) Pappus ed. Hultsch p. 600: *Ἵππαρχος δὲ ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν ιβ' ζῳδίων ἀναφορᾶς συναποδείκνυσι δι' ἀριθμῶν, ὅτι κτλ.*

ich alsdann sowohl die Lesarten der im Jahre 1882 in Mailand und Venedig von mir verglichenen Handschriften notiert, als auch diejenigen Abweichungen der Editio princeps berücksichtigt, welche Lesarten zu bieten scheinen. Bei einem zweiten Aufenthalt in Mailand im August 1887 revidierte ich nochmals meine Kollation der beiden jüngeren Handschriften und fügte diesem kritischen Apparat die Vergleichung des ältesten Codex A. 101. hinzu. Nicht nur wegen seines Alters, sondern auch wegen eigentümlich selbständiger Lesarten habe ich letzteren schliefslich zur Grundlage des neuen Textes gemacht und den Lesarten der jüngeren Handschriften nur ausnahmsweise den Vorzug gegeben. Der von mir festgestellte Text beruht demnach auf folgenden Hilfsmitteln:

A = Ambros. A. 101. sup. bomb. saec. XIV. in quarto.
B = Ambros. C. 263. inf. bomb. saec. XVI. in fol.
C = Ambros. J. 84. inf. bomb. saec. XVI. in fol.
V = Marc. CCCIV. chart. saec. XV. in quarto.
W = Vindob. LXIII. chart. saec. XVII. in fol.
E = Ed. princ. Paris 1657. 4.

Von mir als notwendig erkannte Zusätze stehen sowohl im griechischen Text als in den Scholien in gebrochener Klammer <>, auszuscheidende Worte in eckiger [], während die runde Klammer () im Text ohne Bezug auf Kritik, in den Scholien zur Empfehlung von Änderungen angewendet wird. Die Aufzählung von Lesarten habe ich möglichst beschränkt: Accentdifferenzen, welche Schreibfehlern ähnlich sehen, Weglassungen des ι subscr., welche in C unzählig sind, Abweichungen in den Zahlen, auf welche in V gar kein Verlafs ist, habe ich nicht angegeben. Nur das eine scheint über die Zahlen bemerkenswert, dafs die Minuten in BCW meist als Bruchteile von Graden, z. B. $\overline{κα}$ $\overline{γβ}'$, $\overline{κη}$ $\overline{γ}'$ angegeben werden, während sie in AE in ganzen Zahlen ausgedrückt sind: $\overline{κα}$ $\overline{μ}'$, $\overline{κη}$ $\overline{κ}'$.

Scholien bietet C in doppelter Gestalt: einmal Randscholien ($C^r$), welche von zweiter Hand an der betreffenden Stelle des Randes hinzugefügt sind, sodann fol. 170 v. — 171 v. eine von dem Schreiber des Codex geschriebene Scholiensammlung ($C^v$), deren Bestandteile mit den Randscholien nicht immer identisch sind und auch vermöge der abweichenden Lesarten auf verschiedenen Ursprung schliefsen lassen. A bietet am Rande nur ein längeres Scholion und eine Citierung der Phaenomena Euklids. Die Lesarten der Randscholien des Parisinus graecus 453 chart. saec. XV. in folio sind nach einer von Herrn Coyecque in Paris gefertigten Abschrift (P) mitgeteilt. Mit der Empfehlung von Ausscheidungen bin ich bei den Scholien ιγ′ und κ′ nicht zurückhaltend gewesen, da hier zwei Recensionen in einander geflossen zu sein scheinen.

Die dem Parisinus latinus 9335 membr. saec. XIV. in folio entnommene lateinische Übersetzung gebe ich genau entsprechend der sorgfältigen Abschrift des Herrn Coyecque. Die handschriftliche Überlieferung dieses Werkchens ist eine auffallend korrekte, sodafs sich nur an wenigen Stellen ein in runder Klammer stehender Änderungsvorschlag oder ein in gebrochener Klammer hinzugefügter Zusatz nötig gemacht hat, während einige geringfügige Ausscheidungen auch hier in eckiger Klammer stehen. Auf stillschweigender Änderung beruht die Wiedergabe von ē durch ae, die Schreibung von aggregatio mit doppeltem g, und die Verwandlung von c in t in: aequinoctii, solstitialium, tertia.

## Lesarten.

### A. Zum Ἀναφορικός.

1. 3. 4. ἡ ὑπεροχῇ ὑπερέχει C. — 5. ἀπὸ μεγίστου BVWE. ἀπὸ μεγίστων C. — 7. 8. ἀπὸ τοῦ ἡμίσους πλήθους C. — 8. ἐγκειμένων BWE. συγκειμένων C. — 9. 10. ὁ αβ βγ κτλ. AV. — 11. κείμενοι fehlt E. — 13. ἡμίσους δὲ τοῦ πλ. BWE. ἥμισυς δὲ τοῦ πλ. C. ἥμισυ δὲ τοῦ πλ. AV. — 15. τουτέστιν alle Hdschr., τοῦτ' ἔστιν regelm. E. — 17. πολλαπλασίων ἐστὶ BCVWE. — 21. ἐστὶ fehlt C. — 21. 22. τῇ τῷ βγ γδ ὑπεροχῇ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν βγ εξ ὑπεροχῇ, πάλιν κτλ. B. — 23. τῇ τῶν εξ ζη ὑπεροχῇ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν εξ ζη ὑπεροχῇ, ἐναλλὰξ κτλ. B. ‖ ἄρα fehlt BCVW. — 23–25. ἐναλλὰξ — ΓΔ ΧΙΙ ὑπεροχῇ fehlt E. — 31. τῆς τῶν] τοὺς τῶν C. — 32. τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ] τῶν αβ βγ C.

3. 2. 3. 4. κατὰ τὸν τετρ. — τουτέστι fehlt AV. — 3. ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλ. τῶν αβ βγ γδ E. — 4. 5. ἀπὸ τοῦ πλ. τοῦ ἡμίσους V. ‖ τουτέστι κατὰ τὸν τετρ. τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλ. αβ βγ γδ, τουτέστι κ. τ. τετρ. τ. ἀπὸ τοῦ ἡμ. τοῦ πλ. τῶν ἐγκ. ὅρων. W. — 6. ὧσιν fehlt C. — 8. ἀπὸ μεγίστου BCVWE. — 10. ἐγκειμένων W. — 11. 12. οἱ ΑΒ ΒΓ κτλ.] fehlt E, folgt ohne Artikel hinter κείμενοι. — 12. καὶ ἐν ἴσῃ V. ‖ ἀρχόμενοι fehlt A. — 15. μίσον C. μέζον E. — 18. ἴσον BCW. — 20. τῶν ΑΒ ΓΔ] τῶν αβ βγ γδ. C. — 22. ἐστὶ BCVWE. — 23. τοῦ ΓΔ fehlt A. ‖ πολλαπλάσιος ἐστὶ CV. πολλαπλασίων ἐστι W. — 27. ἴσος BCVW.

5. 1. τὸν ἥμισυ C. τ᾽ ⌙″ A. — 2. ἐγκειμένων W. — 8. κείμενοι fehlt C. ‖ τοῦ *AB*] τοῦ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ C. — 9. ἄρτιον] ἄριστόν τι C. ‖ ὁ fehlt E. — 11. πολλαπλασίων C. ‖ τὸν ἥμισυ C. τ᾽ ⌙″ A. τὸ ἥμισυν E, wo πλήθους ohne Artikel folgt. — 13. ἡ fehlt B. ‖ ὑπεροχὴ fehlt E. ‖ ἴση fehlt B. — 15. ἴσός ἐστι B. ἰσός ἐστι CW. — 17. ἴσος ἐστὶ C. ἴσως ἐστὶ W. ἴσος ἐστὶ συναμφοτέρῳ fehlt A. — 19. τῷ *AH*] τὸ $\overline{\alpha\eta}$ B. ‖ τοσοῦτον B. τοσοῦτο W. — 19. 20. οἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\zeta\eta}$ $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$ (ohne $\overline{\varepsilon\xi}$) CV. — 20. ὅσον ἐστὶ CE. fehlt V. ὅσον ohne ἐστὶ A. τοσοῦτόν ἐστι B. τοσοῦτον ἐστὶ W. — 21. τουτέστι ὅσον ἐστὶ A. τουτέστιν ὅσόν ἐστι B. — 23. 24. τὸν ἥμισυ C. τ᾽ ⌙″ A. — 14 — 24 ist in W dadurch, dafs ein Nachtrag am Rande an falscher Stelle eingeschoben wird, in Verwirrung geraten: συναμφότερος ἄρα ὁ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\zeta\eta}$ ἴσός ἐστι συναμφοτέρῳ τῷ $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$. ἔνεισιν ἄρα τῷ $\overline{\alpha\eta}$ τοσοῦτο συναμφότεροι οἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\zeta\eta}$ λ, $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\varepsilon\xi}$ $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$, τοσοῦτον ἐστὶ τὸ πλ. κτλ. Der Nachtrag am Rande: τῷ $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\varepsilon\xi}$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\varepsilon\xi}$ ἴσως ἐστὶ συναμφοτέρῳ gehört nicht hinter das Zeichen λ, sondern zwischen συναμφοτέρῳ .... τῷ $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$. — 25. ζῳδίων] ohne ι subscr. in allen Hdschr. und E hier und überall. ‖ τριακοσίας ἑξήκοντα BVWE. τριακοσίους ἑξήκ. C. — 26. ἴσα C. ‖ διηρημένον B. — 29. παραγίνεται BCVWE. — 30. τριακοσίους ἑξήκ. B CVWE. ‖ διηρημένοι C. διηρημένους E. — 32. 33. θεωρήμασιν BE. — 33. ὡς fehlt C. — 33. 34. γινωσκ. BCW. γινοσκ. E. — 34. ἀκροτάτη W. — 35. ἡμέραν fehlt C.

7. 3. 4. τῆς πρὸς V. τῆς πρὸς C. — 5. βιχυτάτην W. ‖ λόγον ἔχει BCWE. — 6. ὃν τὸ ζ πρὸς τὸ ε C. — 7. γινομέναις ACW. — 8. τροπικαῖς μεσ. σκιαῖς BVWE. τροπικαῖς fehlt C. — 11. 12. κατὰ τὰ αβ. γδ. εξ. ηθ. > κλ. μν. BCVW. κατὰ τὰ αβ, γδ, εξ, ηθ, κ, λ, μ, ν. E. — 13. τοῦ fehlt V. — 17. ὃν ὁ ζ πρὸς ε BCVWE. ‖ μεγίστη C. — 18. καρκῖνον ABVW. καρκῖνον C. — 21. αἰγόκερον W. αἰγόκαρα E. ‖ τουτέστι fehlt BCVWE. — 23. πρὸς τὸν τῆς τοῦ A. τῆς fehlt BVWE. τῆς τοῦ fehlt C. ‖ *ΔΑΔ*] δαλ C. αλδ V. — 24. ὁ $\overline{\nu\xi}$ πρὸς $\overline{\varepsilon}$ C. ὃ ζ E. — 25. καὶ ὅλος ὁ χρόνος BVW, letzterer κύκλος a. R. καὶ ὅλος κύκλος CE. — 27. δὲ fehlt C. — 28. ἐν μοίραις] ἐν fehlt B.

9. 1. τὸ $\overline{\eta\lambda}$ C. τὼ $\overline{\eta\lambda}$ V. $\overline{\omega\delta}$ a. R. W. — 3. τῷ *ΑΔ*] τὼ $\overline{\eta\lambda}$ V. ‖ nach τεταρτημορίῳ ἀναφέρεται BCVWE fehlt A. ‖ ἴσον BCVW. — 5. 6. 7. ρε′ — χρονικῶς fehlt A, in B nach ρε′: τὸ δὲ δα τεταρτημόριον ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικῶς ρε· τὸ δὲ δα τεταρτημόριον ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικῶς οε. — 8. *HZEΔ*] ηζεδ C. ηζ, εδ E. ηεδ BVW. δη A. — 8. 9. χρόνος τοῦ τοῦ BVWE. χρόνους τὰ τοῦ C. — 9. *ΑΓΒΑ*] διβα C. δγ, βα E. δβα BVW. δα A. — 11. ἐπεὶ] ἐπὶ B. — 12. ἀναφορᾶς V. — 13. ἀλλήλοις BCW. ‖ ἀρχόμενος C. — 14. μεγίστου τοῦ *HZ* von mir verbessert aus μεγ. τοῦ κζ A. μεγ. τοῦ πρὸς τῷ $\overline{\eta}$ CVWE. πρὸς τὸ $\overline{\eta}$ B. — 15. πραγματευομένοις] ἀναφερομένοις V. — 15. 16. ἡ ὑπεροχή, ἣ ὑπερέχει] ἣ ὑπερέχει ὑπεροχὴ V. — 17. ἀρχομένου W. 17—20. ἀρχομένων — πλήθους fehlt C. — 20. μὲν fehlt C. — 22. ἀρχόμενος C. — 22. 23. ἀπὸ τοῦ μεγίστου E. — 23. λ′] τριάκοντα B. — 24. ὁ ἀπὸ] ὁ fehlt C. ‖ τοῦ πλήθους fehlt BCVWE. — 25. τὸ δὲ ἔννατον τῶν τριάκοντα E. τὸ δὲ θ′ τῷ λ′ W. — 27. ὑπεροχῶν ἔστι C. ὑπεροχή ἐστὶν W. — 28. ἐπειδὴ CE. — 29. ηζ ζε περιφερῖῶν C. — 32. μέζου E. — 35. τρία BCVWE. — 36. ρε′ λε′] λε′ fehlt C.

11. 2. ἀναφοραὶ] ἀναφορικαῖς V. — 4. ἐν $\overline{\kappa\varepsilon}$] ἐν fehlt BCVW. — 5. καρκῖνος ABVW. καρκῖνο mit Weglassung von δὲ ἐν C. — 7—9. καὶ αἱ ἴσον (ἴσον E) ἀπέχουσαι ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἀναφέρονται BCVWE. — 10. δὴ ἐν] δὴ fehlt A. ἐν fehlt E. — 12. ἐν $\overline{\kappa\alpha}$ μ′] ἐν fehlt CVW. — 14. ἑνὸς οὗ δήποτε ABC. ἕνος οὗ δήποτε W. — 15. ἀναφοραὶ C. ‖ τῇ fehlt C. — 16. καταδύσει] καταδύεσιν C. — 17. γινοσκομένης C. γιγνομένης E. — 19. ζῳδιακοῦ] διακοῦ B. — 20. 21. τῶν ἑξῆς ἀλλήλοις κειμένων γνωσθήσονται αἱ ἀναφοραὶ BCVWE. — 24. ἑξοῖς B. — 26. ἀναφορᾶς] φορᾶς V. — 31. ἀλλήλων E. ‖ ἀρχομένου C. — 32. τοῦ fehlt V. ‖ αἱ fehlt C. — 35. ἐν τῷ C. — 36. τῶν fehlt BCVWE. — 37. 38. τῆς πρὸς τῷ α A. τῆς α BCVWE. — 41. καὶ τὸν τετρ. C. — 42. ἐκκειμένων fehlt ABVW. — 43. μοίραις E.

13. 1. χρονικῶς E. — 2. ἐστὶ τ B. ἐστὶν οὖν C. ἐστὶν ohne Zusatz V. ἐστὶν τ W. — 2. 3. ἐννακοσιοστῶν ἐστὶν C. ἐννεακοσιοστόν ἐστιν E. — 8. οὐδηποτε οῦν A. οὗ δήποτε οὖν BC. οὗδηποτε οὖν W. οὗ δηποτοῦν E. ‖ ἐν αἷς A. ἑνὸς αἷς BCVW. — 9. γινωσκομένης W. γινοσκομένης C. — 11. δωδεκατημορίων C. — 16. οὐδὲν διοίσειν C. — 18. ἐν χρονικαῖς μοίραις A. — 19. δωδεκατημορίῳ BC. δωδεκατημορίων W. — 21. πρῶτον] ω ABCVE. — 22. τὸ *AB*] τὸ αβ E. τὸ βδ A. — 27 u. 30. ὑποκειμένων BCVWE. — 29. τῶν ἐκκειμένων ὅρων fehlt ABVW. — 30. συγκείμενος fehlt ABCVE. — 31. ὁ δὲ ⌙″ A. ὁ δὲ ε V. ὁ δὲ ἡμίσυς W. — 32. γίνεται BW. 33. $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\beta\delta}$ VW. — 36. τριακοστημορίων BCVW. fehlt E.

15. 1. 2. μεγίστην C. — 3. τῆς *AB*] τῆς $\overline{\alpha\beta}$ W. — 6. γίνονται AW. — 6. 7. ὥστε καὶ ἡ περιφέρεια τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ C. — 7. ἀναφορὰς B. ‖ τὴν *AB*] τὴν βδ W. — 9. ἀναιρέρεται] ἀναφοραὶ E. ‖ ἐν χρον. μοίραις A. — 10. ἐν fehlt BCVW. — 10. 11. ἡ μὲν ἄρα $\overline{\omega\delta}$ ἀνενεχθήσεται ū $\overline{\lambda\varsigma}$ $\overline{\nu\gamma}$″ $\overline{\kappa}$‴; ἡ δὲ $\overline{\alpha\gamma}$ ū $\overline{\mu\vartheta}$ $\overline{\mu\varsigma}$ $\overline{\mu}$; ἡ δὲ $\overline{\delta\beta}$ ἐν ο $\overline{\mu\varsigma\mu}$. C. — 12. τῶν δὲ C. ‖ εἰρημένων A. ‖ γινωσκομένης CW. — 13. ἐν ταῖς fehlt V. ‖ περιφερείας BCVW. ‖ ἀναφορικαῖς C. — 13. 14. ὑπεροχῆς fehlt BCVWE. — 14. ὃ ἐστιν ū $\overline{\iota\gamma}$ $\overline{\kappa}$″ A. ὁ ἐστὶν οὐδὲν ū $\overline{\iota\gamma}$ $\overline{\kappa}$″ BE. ὅ ἐστιν οὐδὲν ū $\overline{\iota\gamma}$ $\overline{\kappa}$″ CW. ὁ ἐστὶν ū ū $\overline{\iota\gamma}$″ $\overline{\kappa}$‴ V. — 15. ἐφ᾽ ὅσῳ ABCVWE.

## Ὑψικλέους Ἀναφορικός.

*Α.* Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἄρτιοι τὸ πλῆθος, <ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ μείζονος,> ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους [ἀρχομένων ἀπὸ τοῦ μείζονος] τῶν λοιπῶν, τῆς ἐν τοῖς πᾶσιν ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

α β γ δ ε ζ η

a $\alpha'$ b $\iota'$ g $\eta'$ d $\varsigma'$ e $\delta'$ z $\beta'$ h

Ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι οἱ *AB BΓ ΓΔ ΔE EZ ZH*, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἄρτιοι τὸ πλῆθος, ἀρχόμενοι ἀπὸ μείζονος τοῦ *AB*, <ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ τοῦ> ἡμίσους τοῦ πλήθους ἔστω ὁ *ΑΔ*· λέγω ὅτι ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους τῶν λοιπῶν, τουτέστιν ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ *ΑΔ* τοῦ *ΔH*, τῆς ἐν (α) τοῖς πᾶσιν ὑπεροχῆς πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ τῶν *AB BΓ* ὑπεροχὴ ἴση (β) ἐστὶ τῇ τῶν *ΔE EZ* ὑπεροχῇ, ἐναλλὰξ ἄρα ἡ τῶν *AB ΔE* ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν *BΓ EZ* ὑπεροχῇ· πάλιν ἐπεὶ ἡ τῶν *BΓ ΓΔ* ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν *EZ ZH* ὑπεροχῇ, ἐναλλὰξ ἄρα ἡ τῶν *BΓ EZ* ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν *ΓΔ ZH* ὑπεροχῇ. <καὶ ἔστιν ἡ τῶν *ΓΔ ZH* ὑπεροχὴ ἴση ἑαυτῇ.> ὥστε ἡ τῶν *AB ΔE* ὑπεροχὴ καὶ ἡ τῶν *BΓ EZ* ὑπεροχὴ καὶ ἡ τῶν *ΓΔ ZH* ὑπεροχή, τουτέστιν ἡ τῶν *ΑΔ ΔH* ὑπεροχή, τῆς τῶν (γ) *AB ΔE* ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸ πλῆθος τῶν *AB BΓ ΓΔ*. ἔστι δὲ καὶ ἡ τῶν *AB ΔE* ὑπεροχὴ τῆς τῶν *AB BΓ* ὑπεροχῆς (δ) πολλαπλασίων κατὰ τὸ πλῆθος τῶν *AB BΓ ΓΔ*·

(α) Ἀντὶ τοῦ μιᾶς οἱασδηποτοῦν ὑπεροχῆς τῶν ἐκκειμένων, τοῦ *AB* πρὸς *BΓ* ἢ τοῦ *BΓ* πρὸς *ΓΔ* ἢ ἄλλης οἱασδήποτε τῶν ἐφεξῆς. C$^{rs}$ P.

(β) Διὰ τὸ λῆμμα τὸ ἐν τῷ πρόσθεν. C$^{s}$ P.

(γ) Ἀντὶ τοῦ τριπλασίων· ἴσαι γὰρ ὑπόκεινται συντεθέμεναι οὖν τριπλάσιοι εἰσι τῆς τῶν *AB ΔE* ὑπεροχῆς. C$^{rs}$ P.

## LIBER ESCULEI DE ASCENSIONIBUS.

I. Si fuerint quotlibet quantitates, quarum numeratio sit par, <et fuerint> continuae, et fuerit augmentum aliarum super alias aequale, fueritque prima earum maior eis, compositio medietatis earum primae addet super compositionem medietatis earum secundae secundum aequalitatem multiplicationis medietatis summae numerationis earum in se et postea in unam additionum.

Cuius exemplum est, ut ponam quotlibet quantitates, quae sint *ab bg gd de ez zh*, quarum numeratio est par, et augmentum aliarum super alias sit aequale, et ipsae sint continuae, et sit prima earum, quae est *ab*, maior; dico igitur, quod compositio medietatis earum primae, quae est *ad*, addit super aggregationem medietatis earum secundae, quae est *dh*, secundum aequalitatem multiplicationis medietatis summae numerationis earum in se et postea in unam additionum.

Quod sic probatur. Quia enim augmentum *ab* super *bg* est aequale augmento *de* super *ez*, ergo cum permutabimus, fiet augmentum *ab* super *de* aequale augmento *bg* super *ez*; et propter hoc erit augmentum *bg* super *ez* aequale augmento *gd* super *zh*; ergo augmentum *ab* super *de* et augmentum *bg* super *ez* et augmentum *gd* super *zh*, cum aggregabuntur, scilicet augmentum *ad* super *dh*, est aequale augmento *ab* super *de* multiplicato in numerationem *ab bg gd*, quae est tres; ergo augmentum *ab* super *de* et augmentum *bg* super *ez* et augmentum *gd* super *zh*, quae iam ostensa sunt esse aequalia, sunt triplum augmenti *ab* super *de*; augmentum vero *ab* super *de* est aequale augmento *ab* super *bg* multiplicato in numerationem *ab bg gd* multiplicatam etiam in se

(δ) Ἀντὶ τοῦ τριπλασίων· ἴσαι γὰρ ὑπόκεινται αἱ τῶν *AB BΓ* καὶ τῶν *BΓΓΔ* καὶ τῶν *ΓΔ ΔE* ὑπεροχαί, καὶ συντεθεῖσαι αἱ τρεῖς, τουτέστιν ἡ τῶν *AB ΔE* ὑπεροχή, ὡς ἑξῆς δείξω, τῆς μιᾶς αὐτῶν, οἷον τῆς *AB* πρὸς *BΓ*, τριπλασίων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ ὁ *ΓΔ* τοῦ *ΔE* ὑπερέχει μιᾷ ὑπεροχῇ, ὁ δὲ *BΓ* τοῦ *ΓΔ* μιᾷ, ὁ ἄρα *BΓ* τοῦ *ΔE* ὑπερέχει δυσίν. ἀλλὰ καὶ ὁ *AB* τοῦ *BΓ* μιᾷ· ὁ ἄρα *AB* τοῦ *ΔE* ὑπερέχει τοσαύτας, ὅσον ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν *AB BΓ ΓΔ* [ἀντὶ τοῦ τριπλασίων]. A C$^{rs}$ P.

ὥστε ἡ τῶν ΑΔ ΔΗ ὑπεροχὴ τῆς τῶν ΑΒ ΒΓ ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ πλήθους τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ, τουτέστι κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

*Β.* Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, περισσοὶ τὸ πλῆθος, ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ μείστου, ὁ ἐκ πάντων συγκείμενος τοῦ μέσου πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸ πλῆθος τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

ipsam. Iam igitur ostensum est, quod augmentum *ad* super *dh* est aequale multiplicationi medietatis quantitatum in se et postea in unam additionum. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

II. Cum fuerint quotlibet quantitates, quarum numeratio sit impar, et fuerint continuae, et prima earum fuerit maior eis, et fuerit augmentum aliarum super alias aequale, aggregatio summae earum erit aequalis ei, quod fit ex multiplicatione mediae earum in numerationem earum.

Cuius exemplum est, ut ponam quotlibet quantitates, quae sint *ab bg gd de ez*, quarum numera-

| α | β | γ | δ | ε | ζ |
|---|---|---|---|---|---|
| a ωβ′ | b ι′ | g ρ′ | d ϛ′ | e δ′ | z |

Ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι οἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ μείστου τοῦ ΑΒ, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ἔστω· λέγω ὅτι ὁ ἐκ πάντων συγκείμενος ὁ ΑΖ τοῦ μέσου τοῦ ΓΔ πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸ πλῆθος αὐτῶν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ ἐν ἴσῃ εἰσὶν ὑπεροχῇ, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν (ε) ΑΒ ΒΓ ΓΔ τῷ πλήθει τῶν ΓΔ ΔΕ ΕΖ, ἔσται (ϛ) ἄρα δι' ἴσου ἡ τῶν ΑΒ ΓΔ ὑπεροχὴ ἴσῃ τῇ τῶν ΓΔ ΕΖ ὑπεροχῇ· συναμφότερος ἄρα ὁ ΑΒ ΕΖ τοῦ ΓΔ ἔσται διπλασίων, ὥστε συναμφότερος ὁ ΑΒ ΕΖ τοῦ ΓΔ πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸ πλῆθος τῶν ΑΒ ΕΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ ΔΕ τοῦ ΓΔ πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸ πλῆθος τῶν ΒΓ ΔΕ. καὶ ἔστιν ὁ ΓΔ ἴσος ἑαυτῷ. ὥστε ὁ ΑΖ τοῦ (ζ) ΓΔ πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸ πλῆθος τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ.

tio est impar, et augmentum aliarum super alias sit aequale, et sint continuae, et sit prima earum eis maior, quae est *ab*; dico igitur, quod compositio, quae est ex summa earum, quae est *az*, est aequalis ei, quod est ex multiplicatione mediae, quae est *gd*, in numerationem *ab bg gd de ez*, quae est quinque.

Quod sic probatur. Quia enim quantitatum *ab bg gd de ez* aliae super alias aequaliter addunt, et numeratio *ab bg gd* est aequalis numeratio<ni> *gd de ez*, secundum proportionem aequalitatis erit augmentum *ab* super *gd* aequale augmento *gd* super *cz*; ergo *ab cz* cum aggregabuntur, erunt aequales *gd*, cum multiplicabitur in numerationem *ab cz*, quae est duo. Et propter hoc erunt etiam *bg de*, cum coniungentur, aequales *gd*, cum multiplicabitur in numerationem *bg de*, quae est duo. Ergo *ab ez* et *bg de* cum aggregantur, sunt aequales *gd*, cum multiplicatur in numerationem eorum, quae est quattuor. Cum ergo multiplicationi in numerationem eorum addetur unus, donec multiplicatio sit facta in numerationem summae eorum, erit quod congregabitur ex ea, aequale [agregationi] toti aggregationi *az*. Iam igitur ostensum est, quod multiplicatio mediae in numerationem quantitatum est aequalis aggregationi summae earum. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

III. Cum fuerint quotlibet quantitates, quarum numeratio sit par, et augmentum aliarum super alias fuerit aequale, et fuerint continuae, et prima earum fuerit maior eis, compositio summae earum erit aequalis ei, quod erit ex multiplica-

*Γ.* Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἄρτιοι τὸ πλῆθος, <ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ μείστου,> ὁ ἐκ πάντων συγκείμενος δύο τῶν κατὰ συζυγίαν

(ε) *Διὰ τὸ λῆμμα τὸ ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ.* C$^{s}$ P.

(ϛ) *Ἐπεὶ γὰρ ἡ τῶν ΑΒ ΒΓ ὑπεροχὴ ἴση ὑπόκειται τῇ τῶν ΓΔ ΔΕ ὑπεροχῇ, διὰ δὴ τὸ λῆμμα τὸ α′, ἐναλλὰξ ἡ τῶν ΑΒ ΓΔ ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῇ τῶν ΒΓ ΔΕ <ὑπεροχῇ. καὶ ἡ τῶν ΒΓ ΔΕ ὑπεροχὴ> ἴση ἐστὶ τῇ τῶν ΓΔ ΕΖ ὑπεροχῇ διὰ τὸ ἐναλλὰξ πάλιν· ὥστε καὶ ἡ τῶν ΑΒ ΓΔ ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν ΓΔ ΕΖ ὑπεροχῇ.* C$^{s}$ P.

(ζ) *Τοιτέστι πενταπλασίων· καὶ γὰρ ὁ μ′ ἀριθμὸς ὁ γινόμενος ἐκ τῆς συνθέσεως ἀπὸ τοῦ ιβ′ ἀρξάμενος πενταπλασίων ἐστὶ τοῦ η′.* C$^{rs}$ P.

πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν ἥμισυν τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

Συζυγεῖς δὲ ἀλλήλων ὅρους καλῶ δύο τοὺς ἄκρους καὶ πάλιν τοὺς τούτων ἐχομένους δύο καὶ ἀεὶ δύο τοὺς ἑξῆς μέχρι τῶν μεσαιτάτων.

tione duarum comparium earum in medietatem summae numerationis earum, scilicet ex duabus comparibus earum extremis, postea ex illis duabus, quae sequuntur duas extremas in utramque duarum partium, deinde ex illis duabus, quae sequuntur illas, donec perveniatur ad duas medias.

| α | | β | | γ | | δ | | ε | | ζ | η |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | ιβ′ | b | ι′ | g | η′ | d | ϛ′ | e | δ′ | z | β′ h |

Ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ὅροι οἱ *AB BΓ ΓΔ ΔE EZ ZH*, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἑξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ μείζονος τοῦ *AB*, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ἔστω· λέγω ὅτι ὁ ἐκ πάντων συγκείμενος ὁ *AH* δύο τῶν κατὰ συ-
(η) ζυγίαν πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν ἥμισυν τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ τῶν *AB BΓ* ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν *EZ ZH* ὑπεροχῇ, συναμφότερος ἄρα ὁ *AB ZH* ἴσος ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῷ *BΓ EZ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ *BΓ EZ* ἴσος ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῷ *ΓΔ ΔE*. <καὶ ἔστιν συναμφότερος ὁ *ΓΔ ΔE* ἴσος ἑαυτῷ.> ἐνεισιν
(θ) ἄρα τῷ *AH* τοσοῦτοι συναμφότεροι οἱ *AB ZH BΓ EZ ΓΔ ΔE*, ὅσον ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν *AB BΓ ΓΔ*, τουτέστιν ὅσον ἐστὶ τὸ ἥμισυ τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων. ὥστε ὁ *AH* δύο τῶν κατὰ συζυγίαν πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν ἥμισυν τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων.

Cuius exemplum est, ut ponam quotlibet quantitates, quae sint *ab bg gd de ez zh*, et sit augmentum aliarum super alias aequale, et sit earum numeratio par, et ipsae sint continuae, et prima earum sit maior eis, quae est *ab*; dico igitur, quod compositio summae earum, quae est *ah*, est aequalis ei, quod est ex multiplicatione duarum comparium earum in medietatem numerationis summae earum.

Quod sic probatur. Quoniam augmentum *ab* super *bg* est aequale augmento *ez* super *zh*, ergo tota *ab zh* est aequalis toti *bg ez*. Et propter hoc etiam erit tota *bg ez* aequalis toti *gd de*. In tota igitur *ah* ex multiplicibus *ab zh* et *bg ez* et *gd de* existit aequale numerationi *ab bg gd*, scilicet aequale numerationi medietatis quantitatum. Iam igitur ostensum est, quod compositio *ah* ex omnibus quantitatibus est aequalis ei, quod est ex multiplicatione omnium duarum comparium earum in medietatem numerationis earum. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

---

α. Τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου εἰς τξ′ περιφερείας ἴσας διῃρημένου, ἑκάστη τῶν περιφερειῶν μοῖρα τοπικὴ καλείσθω. ὁμοίως δὴ καὶ τοῦ χρόνου, ἐν ᾧ ὁ ζῳδιακὸς ἀφ' οὗ ἔτυχε σημείου ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον παραγίγνεται, εἰς τξ′ χρόνους ἴσους διῃρημένου, ἕκαστος τῶν χρόνων μοῖρα χρονικὴ καλείσθω. τούτων ὑποκειμένων χρώμενοι τοῖς προγεγραμμένοις θεωρήμασι δείξομεν, ὡς ἐν τῷ δοθέντι τόπῳ γιγνωσκομένου τοῦ λόγου, ὃν ἔχει ἡ μακροτάτη ἡμέρα πρὸς τὴν βραχυτάτην ἡμέραν, ἕκαστον τῶν ζῳ-

1. Cum circulus signorum in trecentos et sexaginta aequales arcus divisus fuerit, tunc unusquisque horum arcuum nominabitur pars localis. Et etiam cum circulus signorum ascenderit totus, scilicet ab aliquo puncto super ipsum posito, donec illud punctum redeat ad ascensionem suam, in trecentis et sexaginta temporibus aequalibus, tunc nominabimus unumquodque illorum temporum partem temporalem. Postquam autem hoc ita diximus, ergo ostendam, quod, cum fecerimus has figuras, quae praecesserunt, et noverimus proportionem longioris diei ad breviorem in terra nota,

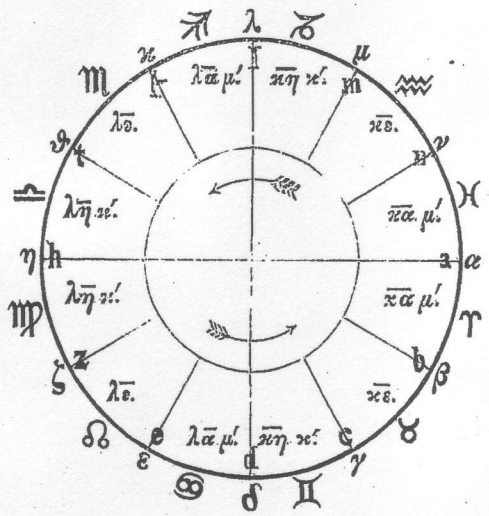
(η) Ἀντὶ τοῦ τριπλασίων· ἴσαι γὰρ ὑπόκεινται <αἱ> τῶν *AB BΓ* καὶ τὰ (l. τῶν) ἑξῆς <ὑπεροχαί>. C[a] P.

(θ) Εἰ οὖν οἱ τρεῖς οἱ συναμφότεροι ἴσοι εἰσὶν ἕκαστος συναμφότερος ἑκάστῳ συναμφοτέρῳ, τουτέστιν ἴσοι οἱ *AB ZH* τοῖς *BΓ EZ* καὶ οἱ *BΓ EZ* ἴσοι τοῖς *ΓΔ ΔE*, δῆλον ὡς οἱ τρεῖς συναμφότεροι ἅμα ἑνὸς συναμφοτέρου τριπλασίονές εἰσιν· οἱ δὲ τρεῖς εἰρημένοι συναμφότεροι ὅλος ἐστὶν ὁ *AH*· ὥστε ὅλος ὁ *AH* δύο τῶν κατὰ συζυγίαν πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸ ἥμισυ τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων. C[a] P.

δίων γνωσθήσεται, ἐν ὅσαις χρονικαῖς μοίραις ἀναφέρεται.

Ὑποκείσθω δὴ τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τῇ πρὸς Αἴγυπτον κλίμα, ἐν ᾧ ἡ μακροτάτη ἡμέρα πρὸς τὴν βραχυτάτην ἡμέραν ἔχει λόγον, (ι) ὃν ζ′ πρὸς ε′. ὅτι γὰρ οὕτως ἔχει, ἐδείξαμεν χρώμενοι ταῖς ἀπὸ τῶν γνωμόνων γιγνομέναις κατὰ τὰς τοῦ ἡλίου τροπὰς μεσημβριναῖς σκιαῖς.

Ἐκκείσθω ὁ τῶν ζῳδίων κύκλος, ἐν ᾧ (ια) ἰσημερινοῦ διάμετρος ἡ *ΑΗ*. καὶ διῃρήσθω ὁ κύκλος εἰς τὰ ζῴδια κατὰ τὰ *ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ ΖΗ ΗΘ ΘΚ ΚΛ ΛΜ ΜΝ ΝΑ*. καὶ ἔστω τὸ



μὲν *Α* σημεῖον ἀρχὴ κριοῦ, τὸ δὲ *Β* ἀρχὴ τοῦ ταύρου, τὸ δὲ *Γ* ἀρχὴ διδύμων, καὶ τὰ ἑξῆς σημεῖα τῶν ἑξῆς ζῳδίων νοείσθω. καὶ ἐπεὶ ἡ μεγίστη ἡμέρα πρὸς τὴν βραχυτάτην ἡμέραν (ιβ) λόγον ἔχει, ὃν ζ′ πρὸς ε′, καὶ ἔστι μεγίστης ἡμέρας χρόνος, ἐν ᾧ τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον ἀναφέρεται, τουτέστι τὸ *ΔΗΛ*, ἐλαχίστης δὲ ἡμέρας χρόνος, ἐν ᾧ τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμικύκλιον ἀναφέρεται, τουτέστι τὸ *ΛΑΔ*, ὁ ἄρα τῆς τοῦ *ΔΗΛ* ἡμικυκλίου ἀναφορᾶς χρόνος πρὸς τὸν τῆς τοῦ *ΛΑΔ* ἡμικυκλίου ἀναφορᾶς χρόνον λόγον ἔχει, ὃν ζ′ πρὸς ε′. ὅλος δὲ ὁ κύκλος ἀναφέρεται ἐν χρονικαῖς μοίραις τξ′· τὸ μὲν ἄρα *ΔΗΛ* ἡμικύκλιον ἀναφέρεται ἐν μοίραις χρονικαῖς σι′, τὸ δὲ *ΛΑΔ* (ιγ) ἡμικύκλιον ἐν μοίραις χρονικαῖς ρν′. καὶ ἐν

possibile nobis erit scire, in quot partibus temporalibus ascendat unumquodque duodecim signorum in terra illa nota.

Sit igitur terra nobis nota Alexandria Aegypti, cuius maioris diei proportio [in ea] ad minorem ipsius est sicut proportio septem ad quinque, quemadmodum hoc iam est ostensum in umbra meridiei, cum sol fuerit in duabus partibus duorum solstitialium.

Ponam autem circulum signorum, in quo producam diametrum aequinoctii diei, quae sit *ah*. Et dividam circulum in duodecim partes aequales, quae sunt signa duodecim, supra puncta *a b g d e z h t k l m n*, sitque punctum *a* principium arietis, et punctum *b* principium tauri, et punctum *g* principium geminorum, et reliqua puncta sint supra reliqua principia signorum. Et quia proportio diei maioris ad diem minorem est aequalis proportioni septem ad quinque, et tempus longioris diei est tempus, in quo ascendit medietas circuli signorum, quae sequitur principium cancri, et ipsa est aries (l. arcus) *d h l*, et tempus brevioris diei est tempus, in quo ascendit medietas circuli signorum, quae sequitur principium cancri (l. capricorni) et ipsa est [capricorni, quae est] arcus *l a d*, et quia proportio temporis ascensionum medietatis zodiaci *d h l* ad tempus ascensionum medietatis zodiaci *l a d* est aequalis proportioni septem ad quinque, et totus circulus signorum elevatur secundum partes temporales in trecentis sexaginta partibus, ergo manifestum est, quod medietas zodiaci *d h l* ascendit in ducentis et decem partibus temporalibus, et medietas zodiaci *d a l* ascendit in centum et quinquaginta partibus tem-

(ι) Ἡ γὰρ μακροτάτη ἡμέρα ἐστὶν ὡρῶν ιδ′, ἡ δὲ βραχυτάτη ὡρῶν ι′· τὸ δὲ ἥμισυ τούτων ζ′ πρὸς ε′· τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. C$^{rs}$ P.

(ια) Δύο διαμέτρους πρὸς ὀρθὰς ἀγαγεῖν καὶ ἐν ἑκάστῳ τεταρτημορίῳ δύο τομὰς διδόναι. C$^{s}$ P.

(ιβ) Ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ. C$^{s}$ P.

(ιγ) Ἐπειδὴ τὸ *ΔΗΛ* ἡμικύκλιον πρὸς τὸ *ΛΑΔ* ἡμικύκλιον λόγον ἔχει, ὃν ἡ ζ′ πρὸς τὴν ε′, ἔστι δὲ ὅλος ὁ κύκλος τξ′, [δεῖ ἄρα τὸν δοθέντα ἀριθμὸν τὸν τῶν τξ′ διελεῖν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τῶν ζ′ πρὸς ε′· καὶ γενήσεται οὕτως· ζ′ ε′ συνθέντι ἔσται ιβ′ πρὸς ε′ ζ′ ε′. ἐπειδὴ οὖν ὁ λόγος τοῦ *ΔΗΛ* ἡμικυκλίου πρὸς τὸ *ΛΑΔ* ἡμικύκλιον, ὃν ζ′ πρὸς ε′ .... συνθέντι ἄρα τοῦ κύκλου ὅλου πρὸς τὸ *ΛΑΔ* ἡμικύκλιον λόγος ἐστίν, ὃν ιβ′ πρὸς ε′. ἔστι δὲ κατὰ τὸ ἀληθὲς ὅλος τξ′.] δεῖ ἄρα ποιῆσαι ὡς ιβ′ πρὸς ε′, οὕτως τξ′ πρός τι ἄλλο· ποιοῦμεν οὖν οὕτως· πολλαπλασιάζομεν τὸν τξ′ ἐπὶ τὰ ε′, μερίζομεν παρὰ

ἴσῳ χρόνῳ τὸ μὲν ΔΗ τεταρτημόριον τῷ ΗΛ τεταρτημορίῳ ἀναφέρεται, τὸ δὲ ΛΑ τεταρτημόριον τῷ ΑΔ τεταρτημορίῳ· ἴσον γὰρ ἀπ-
(ιδ) έχει τοῦ ἰσημερινοῦ. τὸ μὲν ἄρα ΔΗ τεταρτημόριον ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικαῖς ρε', τὸ δὲ ΔΑ τεταρτημόριον ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικαῖς οε'. ὑπερέχει ἄρα ὁ <τῆς> τοῦ ΗΖ ΕΔ τεταρτημορίου ἀναφορᾶς χρόνος τοῦ τῆς τοῦ ΔΓ ΒΑ τεταρτημορίου ἀναφορᾶς χρόνου μοίραις χρονικαῖς λ'.

Καὶ ἐπεὶ ἓξ ὅροι εἰσὶν αἱ τῶν ΗΖ ΖΕ ΕΔ ΔΓ ΓΒ ΒΑ περιφερειῶν ἀναφοραί, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἐξῆς ἀλλήλων κείμενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ μεγίστου τοῦ ΗΖ (τοῦτο γὰρ ὑπόκειται τοῖς τὰ ἀναφορικὰ πραγματευομένοις), ἡ ὑπεροχή, ἣ ὑπερέχει ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους [ἀρχομένων ἀπὸ μεγίστου] τῶν λοιπῶν, τῆς ἐν τοῖς πᾶσιν ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν ἀναφορῶν, ἣ ὑπερέχει ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους [ἀρχομένων ἀπὸ μεγίστου] τῶν λοιπῶν, μοῖραι χρονικαὶ λ', ὁ δὲ τετράγωνος ὁ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους θ'·
(ιε) τὸ δὲ θ' τῶν λ' εἰσὶ μοῖραι χρονικαὶ γ κ'. ἡ ἄρα τῶν ἐν τοῖς ΗΖ ΖΕ ΕΔ ΔΓ ΓΒ ΒΑ δωδεκατημορίοις ἀναφορῶν ὑπεροχή ἐστι γ κ'.

Πάλιν ἐπεὶ ὅροι ὁσοιδηποτοῦν εἰσιν αἱ τῶν ΗΖ ΖΕ ΕΔ περιφερειῶν ἀναφοραί, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἐξῆς ἀλλήλοις κείμενοι, περισσοὶ τὸ πλῆθος, <ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ μεγίστου,> ὁ ἐκ πάντων συγκείμενος τοῦ μέσου πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸ πλῆθος αὐτῶν. καὶ ἔστι τοῦ μὲν ἐκ πάντων συγκειμένου ἀναφορὰ ρε', τὸ δὲ πλῆθος τῶν ΗΖ ΖΕ ΕΔ γ', τὸ δὲ τρίτον τῶν ρε' λε'. ἡ ἄρα ΕΖ περιφέρεια, ἥτις ἐστὶ λέοντος, ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικαῖς λε'. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΓ ἀνενεχθήσεται, ἥτις ἐστὶ ταύρου, ἐν μοίραις χρονικαῖς κε'.

poralibus. Et quarta circuli, quae est *dh*, ascendit in temporibus aequalibus temporibus, in quibus quarta circuli ascendit, quae est *hl*; et quarta circuli, quae est *la*, ascendit in temporibus, quae sunt aequalia temporibus, in quibus quarta, quae est *ad*, ascendit, quoniam earum elongatio a linea aequinoctii diei est aequalis. Manifestum est itaque, quod quarta circuli signorum, quae est *dh*, ascendit in centum et quinque partibus temporalibus, et quarta circuli signorum, quae est *ad*, ascendit in septuaginta quinque partibus temporalibus. Est ergo augmentum temporum ascensionum quartae zodiaci, quae est *hd*, super tempora ascensionum quartae zodiaci, quae est *ad*, triginta partes temporales.

Et quia arcus *hz ze ed dg gb ba* sunt sex continui, et eorum numeratio est par, et eorum inceptio fit a maiori eorum in ascensionibus, qui est *hz*, et augmentum <ascensionum> aliorum super alios est aequale (et <est> hoc secundum quod posuerunt operantes per doctrinas ascensionum), ergo augmentum ascensionum arcus compositi ex prima medietate horum arcuum super ascensiones arcus compositi ex secunda eorum medietate est aequale multiplicationi medietatis numerationis in se et postea in unam additionum. Augmentum vero ascensionum medietatis primae horum arcuum super secundam eorum medietatem est triginta, et multiplicatio medietatis numerationis eorum in se est novem. Cum ergo diviserimus triginta partes per novem, provenient ex divisione tres partes et viginti minuta, quae sunt partes temporales. Erit ergo superfluum ascensionum signorum *hz ze ed dg gb ba* tres partes et viginti minuta.

Et etiam quia arcus *hz ze ed* sunt continui, et augmentum ascensionum aliorum super alios secundum ascensiones est aequale, et inceptio eorum est a maiori eorum, et eorum numeratio est impar, ergo summa ascensionum eorum est aequalis multiplicationi ascensionum medii eorum in numerationem eorum. Sed compositio summae eorum est centum et quinque, et numeratio eorum est tres. Cum ergo diviserimus centum et quinque per tres, erit, quod proveniet ex divisione, medium; cum autem diviserimus centum et quinque per tres, proveniet ex divisione triginta quinque. Apparet itaque, quod ascensiones arcus medii, qui est signi leonis, et <est> arcus *ez*, sunt in triginta quinque partibus temporalibus. Et propter hoc erunt ascensiones arcus *bg*, qui est signi tauri, in viginti quinque partibus temporalibus.

τὸν ιβ', καὶ ἔστιν ὡς ιβ' πρὸς ε', οὕτως τξ' πρὸς ρν'· λοιπὸν ποιοῦμεν διελόντι ὡς ζ πρὸς ε', οὕτω σί πρὸς ρν'. C$^{s}$ P.

(ιδ) Λιὰ τὸ ιγ' τῶν φαινομένων. A.

(ιε) Τὰ λ' ἄρα ἐννεπλάσια ἐστιν ἑκάστης ὑπεροχῆς τῶν ἐκκειμένων. καὶ ἔστι τὸ θ' τῶν λ' ἐννάκις τρία κξ'· εἶτα τὰ τρία τὰ λοιπὰ λύσαντες εἰς ξ' ἕκαστον, ἔχοντες ρπ', ἔχομεν τὸ θ' αὐτῶν κ', ὅ ἐστι γ'. C$^{rs}$ P.

Καὶ ὑπερέχουσιν ἀλλήλων αἱ τῶν ἑξῆς περιφερειῶν ἀναφοραὶ μοίραις χρονικαῖς γ κ'. ὁ μὲν ἄρα κριὸς ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικαῖς κα μ', ὁ δὲ ταῦρος ἐν κε, δίδυμοι δὲ ἐν κη κ', καρκίνος δὲ ἐν λα μ', λέων δὲ ἐν λε, παρθένος δὲ ἐν λη κ', καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἡ μὲν ΖΗ τῇ ΘΗ, ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΘΚ. (αἱ δὲ ἴσον ἀπέχουσαι τῶν ἰσημερινῶν σημείων ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἀναφέρονται.) ἀνενεχθήσεται ἄρα ζυγὸς μὲν δὴ ἐν λη κ', σκορπίος δὲ ἐν λε, τοξότης δὲ ἐν λα μ', αἰγόκερως δὲ ἐν κη κ', ὑδροχόος δὲ ἐν κε, ἰχθύες δὲ ἐν κα μ'.

Φανεραὶ δὲ καὶ αἱ τῶν ζῳδίων καταδύ- (ιξ)
σεις ἔσονται, ἐπειδήπερ ἑνὸς οὐδήποτε ζῳδίου ἀναφορὰ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ κατὰ διάμετρον ζῳδίου καταδύσει.

β. Τῆς ὑπεροχῆς γιγνωσκομένης, ᾗ ὑπερέχουσιν ἀλλήλων αἱ τῶν ἑξῆς δωδεκατημορίων τοῦ ζῳδιακοῦ ἀναφοραί, καὶ τῶν ἐν τοῖς δωδεκατημορίοις τριακοστημορίων τῶν ἑξῆς ἀλλήλων κειμένων αἱ ἀναφοραὶ γνωσθήσονται, ἐν ᾗ εἰσιν ὑπεροχῇ.

Ἐκκείσθω τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου δωδεκατημόρια ἑξῆς ἀλλήλοις τὰ ΑΒ ΒΓ, καὶ ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ ΑΒ τοῦ ΒΓ ἀναφερέσθω, ἀρχὴ δὲ τῆς ἀναφορᾶς ἔστω τὸ Α σημεῖον· ἡ ἄρα τοῦ ΑΒ δωδεκατημορίου ἀναφορὰ τῆς τοῦ ΒΓ δωδεκατημορίου ἀναφορᾶς ὑπερέχει μοίραις χρονικαῖς γ κ'· λέγω δὴ ὅτι τῶν ἐν τοῖς ΑΒ ΒΓ δωδεκατημορίοις τριακοστημορίων τῶν ἑξῆς ἀλλήλοις κειμένων [ἀρχομένων ἀπὸ μεγίστου τοῦ πρὸς τῷ Α] γνωσθήσονται αἱ ἀναφοραί, ἐν ᾗ εἰσιν ὑπεροχῇ <, ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς πρὸς τῷ Α>.

Ἐπεὶ γὰρ ἐν τοῖς ΑΒ ΒΓ δωδεκατημορίοις αἱ τῶν τριακοστημορίων ἀναφοραὶ ἐν ἴσῃ εἰσὶν ὑπεροχῇ, ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς πρὸς τῷ Α, ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους τῶν λοιπῶν, πολλαπλασίων ἐστὶ τῆς ἐν τοῖς πᾶσιν ὑπεροχῆς κατὰ τὸν τετράγωνον τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων. καὶ ἔστιν ἡ μὲν τῶν ΑΒ ΒΓ ὑπεροχὴ μοῖραι

Et erit superfluum signorum, quae sequuntur [haec duo signa], tres partes et viginti minuta. Ascensiones ergo arietis sunt in partibus viginti et una et quadraginta minutis, et tauri in viginti quinque partibus, et geminorum in viginti octo partibus et viginti minutis, et cancri in partibus triginta et una et quadraginta minutis, et leonis in triginta quinque partibus, et virginis in triginta octo partibus et viginti minutis. Sunt autem ascensiones arcus *hiz* aequales ascensionibus arcus *ht*, et ascensiones arcus *ze* sunt aequales ascensionibus arcus *tk*, quoniam arcus, quorum elongationes ab aequinoctio diei sunt aequales, ascendunt in temporibus aequalibus. Ascensiones igitur librae sunt in triginta octo partibus et viginti minutis, et scorpionis in triginta quinque partibus, et sagittarii in partibus triginta una et quadraginta minutis, et capricorni in viginti octo partibus et viginti minutis, et aquarii in viginti quinque partibus, et piscium in partibus viginti una et quadraginta minutis.

Manifestum vero, quod, postquam sciuntur tempora ascensionum signorum, noscuntur etiam tempora descensionum signorum. Tempora namque ascensionum cuiusque signorum sunt aequalia temporibus descensionis sui oppositi.

2. Nunc vero demonstrabo, quod, postquam augmentum ascensionum signorum continuorum super se ad invicem notum fuerit, tunc etiam augmentum triginta partium, quae sunt cuiusque eorum, super se ad invicem notum erit.

Ponam itaque duo ex signis signiferi, continuaque sint *ab bg*, sitque principium ascensionum punctum *a*. Est ergo augmentum ascensionum signi *ab* super signum *bg* tres partes et viginti minuta. Dico igitur, quod superfluum ascensionum partium duorum signorum *ab bg* continuorum, quorum (l. quarum) principium est maior earum, quae est illa, quae est ad *a*, est notum.

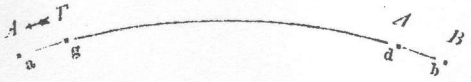
Quod sic probatur. Quia [est] ascensionum partium duorum signorum *ab bg* augmentum super se ad invicem est aequale, et earum inceptio est a maiori earum, quae est ea, quae sequitur *a*, ergo augmentum primae medietatis earum super medietatem earum secundam est aequale multiplicationi medietatis numerationis earum in se prius et postea in unam additionum. Augmentum vero medietatis earum primae super secundam earum

(ιξ) *Διὰ τὸ ια' τῶν φαινομένων.* P.

χρονικαὶ $\overline{\gamma}$ κ΄, ὁ δὲ τετράγωνος ὁ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ πλήθους ἐστὶ $\overline{\text{ϡ}}$· τὸ δὲ τῶν $\overline{\gamma}$ κ΄ ἐνακοσιοστόν ἐστιν ϑ ο΄ ιγ″ κ‴. ἡ ἄρα ζητουμένη ἀναφορικὴ ὑπεροχὴ τῶν ἐν τοῖς δωδεκατημορίοις τριακοστημορίων τῶν ἑξῆς ἀλλήλοις κειμένων ἐστὶν ϑ ο΄ ιγ″ κ‴.

Τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου δωδεκατημορίου οὐδηποτοῦν γνωριζομένου, ἐν ὅσαις χρονικαῖς μοίραις ἀναφέρεται, γιγνωσκομένης δὲ καὶ τῆς ἀναφορικῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχουσιν αἱ τῶν ἐν τοῖς δωδεκατημορίοις τριακοστημορίων τῶν ἑξῆς ἀλλήλοις κειμένων ἀναφοραί, καὶ ἕκαστον τῶν τριακοστημορίων γνωσθήσεται, ἐν ὅσῳ χρόνῳ ἀναφέρεται.

Ἐκκείσθω τὸ τοῦ κριοῦ δωδεκατημόριον τὸ $AB$ (οὐδὲν δὲ διοίσει, καὶ ἐὰν ἄλλο ὑποθώμεθα). τὸ $AB$ ἄρα δωδεκατημόριον ἀναφέρεται ἐν μοίραις χρονικαῖς $\overline{\text{κα}}$ μ΄· δεῖ δὴ εὑρεῖν καὶ ἕκαστον τῶν ἐν τῷ $AB$ δωδεκατημορίῳ τριακοστημορίων, ἐν πόσῳ χρόνῳ ἀναφέρεται.




Ἔστω πρῶτον μὲν τριακοστημόριον τὸ $A\Gamma$, ἔσχατον δὲ τὸ $\Delta B$. καὶ ἐπεὶ ὅροι ὁσοιδηποτοῦν εἰσιν αἱ τῶν ἐν τῷ $AB$ δωδεκατημορίῳ τριακοστημορίων τῶν ἑξῆς ἀλλήλοις κειμένων ἀναφοραί, ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἄρτιοι τὸ πλῆθος, ἀρχόμενοι ἀπὸ μεγίστου τοῦ $A\Gamma$, ὁ ἐκ πάντων τῶν ἐκκειμένων συγκείμενος δύο τῶν κατὰ συζυγίαν πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν ἥμισυν τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ὅρων. καὶ ὁ μὲν ἐκ πάντων τῶν ἐκκειμένων συγκείμενός ἐστιν $\overline{\text{κα}}$ μ΄, ὁ δὲ ἥμισυς τοῦ πλήθους ιε΄· τὸ (ις) δὲ ιε΄ τῶν $\overline{\text{κα}}$ μ΄ γίγνεται $\overline{\text{α}}$ $\overline{\text{κς}}$ μ″. συναμφότερος ἄρα ἡ $A\Gamma\Delta B$ ἀνενεχθήσεται ἐν μοίραις χρονικαῖς $\overline{\text{α}}$ $\overline{\text{κς}}$ μ″.

Πάλιν ἐπεὶ αἱ τῶν ἐν τῷ $AB$ δωδεκατημορίῳ τριακοστημοριαίων περιφερειῶν ἀναφο-

(ις) Πέντε καὶ δεκάκις γὰρ ἐν $\overline{\text{κα}}$ μ΄ λοιπὸν $\overline{\text{ξ}}$· ταῦτα ἀνελυθέντα εἰς πρῶτα ἐστὶ τξ΄· πρόσϑες μ΄ ὡς καὶ ἀπὰ πρώτα· ἔστι γ΄ (l. υ΄)· καὶ τὸ ιε΄ αὐτῶν [δεκάκις κξ΄· πεντάκις κξ΄· δεκάκις σξ΄· πεντάκις σμ΄ (ρλ ?)· ἕ] ἐστιν $\overline{\text{α}}$ $\overline{\text{κς}}$ μ″. Cʳˢ P.

medietatem est tres partes et viginti minuta. Et multiplicatio numerationis medietatis earum in se est nongenta. Cum ergo diviserimus tres partes et viginti minuta per nongenta, provenient ex divisione tredecim secunda et viginti tertia. Erit ergo superfluum ascensionum partium duodecim signorum tredecim secunda et viginti tertia. Iam igitur scimus augmentum ascensionum partium secundarum super se ad invicem, quae sunt uniuscuiusque duodecim signorum. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ostendam autem, quod, postquam notae fuerint ascensiones alicuius duodecim signorum, qualecunque fuerit signum, scilicet in quot partibus temporalibus ascendat, et notae fuerint additiones triginta partium super se ad invicem, quae sunt cuiusque duodecim signorum, tunc iam notum erit, in quot partibus temporalibus quaeque triginta partium, quae sunt cuiusque duodecim signorum, ascendat.

Ponam igitur signum arietis, arcum *ab*; non enim differt, utrum ponamus signum arietis an aliud praeter ipsum ex signis. Manifestum est igitur, quod arcus *ab* ascendit in partibus viginti una et quadraginta minutis. Volo autem scire, in quot partibus ascendat unaquaeque triginta partium.

Ponam ergo arcum *ag*, et sit principium partium triginta [*ab*], et arcus *db* sit postrema earum. Et quia <ascensiones partium> in arcu *ab* sunt <quotlibet> quantitates [aequales], et earum numeratio est par, et earum inceptio est a maiori earum, et [earum ascensiones] sunt continuae et ascensionum (l. earum) augmenta super se ad invicem sunt aequalia [et principium earum est maior earum, scilicet ascensionum, quae sunt <in signo> *ab*], ergo compositio summae earum est aequalis multiplicationi duarum comparium earum in medietatem numerationis earum. Compositio vero summae earum est partes viginti una et quadraginta minuta, et medietas numerationis earum est quindecim. Cum ergo diviserimus partes viginti unam et quadraginta minuta per quindecim, provenient ex divisione pars una et viginti sex minuta et quadraginta secunda. Erunt ergo ascensiones duorum arcuum *agbd* secundum partes temporales in parte una et viginti sex minutis et quadraginta secundis.

Et etiam quia triginta partium, quae sunt in signo *ab*, ascensionum superflua sunt aequalia,

ραὶ ἐν ἴσῃ εἰσὶν ὑπεροχῇ, ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΑΓ (καὶ ἔστι πρώτη μὲν ἡ ΑΓ, ἐσχάτη δὲ ἡ ΔΒ), ὑπερέχει ἡ ΑΓ τῆς ΔΒ
(ιη) κθ′ ὑπεροχαῖς ταῖς ἀνὰ ϙ ο′ ιγ″ κ‴. αἱ δὲ τοσαῦται ὑπεροχαὶ αἱ ἀνὰ ϙ ο′ ιγ″ κ‴ συντε-
(ιθ) θεῖσαι γίγνονται ϙ ς′ κς″ μ‴. ὥστε καὶ ἡ τῆς ΑΓ ἀναφορᾶς ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΔΒ ἐστὶν ϙ ς′ κς″ μ‴. καὶ συναμφότερος ἡ ΑΓΔΒ ἀναφέρεται ἐν μοίραις χρονικαῖς α κς′ μ″. ἡ μὲν
(κ) ἄρα ΑΓ ἀνενεχθήσεται ἐν ϙ μς′ λγ″ κ‴, ἡ δὲ ΔΒ ἐν ϙ μ′ ς″ μ‴.

Τούτων δὲ εὑρημένων καὶ γιγνωσκομένης τῆς ἐν ταῖς ἑξῆς περιφερείαις ἀναφορικῆς ὑπεροχῆς, ὅ ἐστιν ϙ ο′ ιγ″ κ‴, καὶ αἱ λοιπαὶ γνωσθήσονται, ἐν ὅσῳ χρόνῳ ἀναφέρονται.

Τέλος τοῦ Ὑψικλέους Ἀναφορικοῦ.

quarum principium est maior earum, quae est arcus <*ag*, et postrema earum est arcus> *bd*, et superfluum est tredecim secunda et viginti tertia, ergo augmentum ascensionum arcus *ag* super ascensiones arcus *db* est aequale viginti novem additionum ascensionum partium. Augmentum vero ascensionum partium, sicut ostensum est, est tredecim secunda et viginti tertia. Ex horum igitur multiplicatione in viginti novem proveniunt sex minuta et viginti sex secunda et quadraginta tertia. Est ergo augmentum ascensionum arcus *db* sex minuta et viginti sex secunda et quadraginta tertia. Iam autem ostensum fuit, quod duo arcus *ag db* ascendunt in parte una et viginti sex minutis et quadraginta secundis. Manifestum est igitur, quod arcus *ag* ascendit in quadraginta sex minutis et triginta tribus secundis et viginti tertiis, et arcus *db* ascendit in quadraginta minutis et sex secundis et quadraginta tertiis.

Postquam autem hoc iam manifestum est et scitur, quod superfluum ascensionum partium triginta, quae sunt uniuscuiusque signorum, super se ad invicem est tredecim secunda et viginti tertia, ergo patens est, quod ascensiones cuiusque <partis duodecim> signorum sunt notae secundum modum, quo operati fuimus.

Explicitus est liber Esculei de ascensionibus

---

(ιη) Ὁσωνδήποτε γὰρ ὄντων ὅρων ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ μέγιστος τοῦ κύκλου λα τούτου (l. τοῦ μικροτάτου) τοσαύτως <ὑπεροχαῖς> ὑπερέχει, ὅσον ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν ὅρων παρὰ ἕνα. C$^{rs}$ P.

(ιθ) Εἰκοσάκις καὶ ἐννάκις ϙ ο′ ιγ″ κ‴ τοῖς φ θξ τπσμ· (l. τος″ φπ‴ ϑ″ς′ ς′κς″μ‴). C$^{s}$ P.

(κ) Ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ συναμφοτέρου τῆς ἀναφορᾶς χρόνου ὁ τῆς ἀναφορᾶς <ὑπεροχῆς> χρόνος, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ α κς′ μ″ ὁ ϙ ς′ κς″ μ‴. λοιπὸν μένει α κ′ ιγ″ κ‴. τοῦτον τέμνομεν δίχα. [οὕτω γὰρ εὑρίσκομεν τὴν ἐλάττονα ἀναφοράν· ἐπεὶ γὰρ ἀφεῖλον τὴν ὑπεροχήν, οἷον ὡς ἐπὶ τῶν ΓΑ ΔΒ εὐθειῶν τὴν ΓΕ λοιπὸν ἔχω, τὰς ΑΓ ΔΒ εὐθείας ἴσας ἅμα ἔχω, ἀφαιρεθείσης τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν· διὸ τέμνομεν τὰ κατάλοιπα δίχα καὶ φαίνεται ὁ ἐλάττων· τῶν β′ γὰρ ἴσων ὄντων, δηλονότι ὁ δίχα τῆς ὑπεροχῆς ἐλάττων ἐστὶ] καὶ γίνεται ϙ μ′ ς″ μ‴. οὗτός ἐστιν ὁ τῆς ἐλάττονος περιφερείας τῆς ΒΔ ἀναφορᾶς χρόνος. τούτῳ οὖν πρόσθες τὴν ὑπεροχὴν τὴν ϙ ς′ κς″ μ‴ καὶ ποιήσεις τὴν μείζονα ἀναφορὰν τῆς ΓΑ, τὰ ϙ μς′ λγ″ κ‴. [συναμφότερον α κς′ μ‴, ὑπεροχὴ ϙ ς′ κς″ μ‴, λοιπὸν α κ′ ιγ″ κ‴· τοῦτο δίχα τέμε· ϙ μ′ ς″ μ‴· ϙ μς′ λγ″ κ‴.] C$^{r}$ P.

## Lesarten. B. Zu den Scholien.

1. 33. αὐτὸν τοῦ μ. C$^{s}$. ‖ ὑπεροχῆς fehlt P. — 34. ἐγκειμ. P. — 34. 35. ᾗ ἐναλλὰξ οἱαοδηποτοῦν P. — 37. 38. αὐτὸ τριπλάσιον ἴση γὰρ ὑπόκειται συντιθεμένων C$^{s}$. ‖ τοῦ fehlt P. — 38. εἰσι fehlt P. — 2. 35. αἱ fehlt C$^{rs}$P. — 36. τῷ αβ βγ καὶ τῷ βγ γδ καὶ ἐκ τῶν γδ δε C$^{r}$. καὶ αἱ τῶν γδ δε C$^{s}$P. — 37. καὶ τρεῖς συντεθεῖσαι C$^{s}$P. καὶ τρεῖς ἀντιθεῖσαι C$^{r}$. ‖ αἱ τῶν αβ δε P. — 37. 38. ὑπεροχὴ fehlt C$^{rs}$P. ‖ αβ καὶ δε ὑπεροχῆς A. — 38. ὡς fehlt A. ‖ δείξει A. ‖ πρὸς ΒΓ fehlt C$^{s}$. — 39. τοῦ ΔΕ] τουτέστιν C$^{r}$. — 41. ἀλλὰ μιᾷ καὶ A. — 43. ἀντὶ τῶν AC$^{r}$. — 3. 35. ὑπεροχὴ fehlt P. — 36. σχῆμα τὸν πρῶτον P. — 36. 37. τὸ ἐναλλὰξ ἡ τοῦ P. — 4. 45. καὶ γὰρ fehlt C$^{r}$. — 46. ἀρχόμενος P. — 5. 36. ἴσον γὰρ ὑπόκειται P. — 37. τὰ ἑξῆς fehlt C$^{s}$. — 38. 39. συναμφότεροι εἰσὶν ἕκαστοι συναμφότεροι C$^{r}$. — 6. 40. ὁ αβ δη C$^{s}$. οἱ αβ ἐκ τοῖς C$^{r}$. — 43. ὅλος ἅρα ὁ αβη ὥστε C$^{r}$. — 8. 42. ἴσως λόγον P. — 43. ὁ fehlt P. ‖ ἀριθμὸν τῶν P. — 44. διελθεῖν C$^{s}$P, beide a. R. ἴσως διελεῖν. — 44. 45. τὸν δόθ. λόγον — ιβ′ πρὸς fehlt P. — 45. ἐπειδὴ] διά τι P. — 48. τὸ fehlt C$^{s}$. — 9. 44. ἐννεακλάσιά εἰσιν P. — 13. 37. καὶ μ′] ἐν ιε′ C$^{rs}$. ἐκεῖ P. ‖ ταῦτα fehlt P. — 38. εἰς τὰ α εἰσὶ τξ′ C$^{r}$. εἰσὶ fehlt P. — 39. πρῶτα ἐπὶ τὸ ιε C$^{r}$. πρῶτα ἐστι γ τὸ ιε C$^{s}$. πρῶτα γ καὶ τὸ ιε′ P. — 40. 41. ἃ εἰσιν α. κ. σ. μ. C$^{r}$. ἃ ἐστι ακ καὶ μ. P. — 15. 18. ὁ με. ὁ ϛκ μέγιστος C$^{s}$. ‖ χα C$^{s}$P. — 19. τοσαύτως ὑπερό. C$^{r}$. — 21. καὶ τὸ ζ φ ϑ ξ P. — 23. ἀφορήσθω C$^{r}$. — 26. δίχα] διὰ δίκα P. — 27. τὰ ἐλάττονα C$^{r}$. — 29. zwischen ΑΓΔΒ und εὐθείας: ἅμα ὡς ἴσως οἷον ὡς τὰς εα, δβ P. — 30. Διὸ τέμνομεν τὸ κατάλιπον P. — 31. δίχα φαίρεται ἐλάττων C$^{r}$. ‖ τῶν βγ δ′ ἴσων C$^{r}$. — 16. 28. ὁ ἐλάττων P. — 32. τοῦ γα C$^{r}$. ‖ συναμφότερα C$^{r}$. — 33. 34. τοῦτο δέχεται με. P.

Zusatz: p. V Zeile 29 l. nach: erstens, daſs „für mittlere nördliche Breiten“ u. s. w.
Berichtigung: p. VI Zeile 6 und p. XV Zeile 32 l.: in Zeit 53 Terzen 20 Quarten oder nicht ganz $^{9}/_{10}$ Sek.