
EX ELECTORALI BIBLIO-
THECA SERENISS. VTRIVSQ;
BAVARIAE DVCVM.

PROCLI DIADOCHI LYCII
PHILOSOPHI PLATONICI AC MATHEMATICI PROBATISSIMI IN PRIMVM EVCLIDIS *Elementorum librum*

COMMENTARIORVM
AD
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM
PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM
Libri IIII.

A
FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO
summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę in gręco codice omnes desiderabantur aucti: primùm iā Romanę linguę venustate donati, & nunc recèns editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrium, atque Autorum: Elecho librorū, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt: & Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.

CVM PRIVILEGIO.

PATAVII,
Excudebat Gratiosus Perchacinus
1 5 6 0.


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXIII

VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET INTERPRETIS COMMENDATIONEM.

AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere possit vtilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modò, disce viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere sæpe tuis.
Omnem summatim tractat, vel Dogmata Plato
Quæ scripsit Magnus, quæ vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus vmbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NOmine eius, & Cognomine.

Familiæ nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid proprium? nil aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quòd Virum
Vnus successit Philosophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum qui sapientia
Claram iam mage reddidit,
Tu cæptis faueas Iuppiter inuoco
Musæ principium meæ.
Naturalis amans maximus extitit,
Diuinæ & Sophiæ simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis quæ Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascræumq; polluerit.
Sed quid quòd Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem præbeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,
Non quòd nomine sis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Auum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice cælico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quæ Deus est tela Gigantibus
E' cælo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deûm.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc restitit artibus.
Quare semina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò.
Matris nomine mænia
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cùm tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Vt fœdos tegeret, curribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhæreat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quòd capiat Lupus
Tanquam sæuus oues (nam Pateræ Deus
Hinc dictus colitur suus)

At lætare magis quòd Lycius Proclus . . .
Iactas igniuomum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monstro similis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq́; oreq́;,
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius sidera tangere
Possit, Numinibus frui,
Et secum pariter quosque reducere.

IN EVNDEM AB Interprete recognitum.

QVantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum insinuas scientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recèns vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba; vt sicariis manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM Precatio bona ob Procli restitutionem.

FRancisce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, salus, honor vndique; sint tui labore:
Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquã,
Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit autor
Alte boni bene tanti iterumq́; iterumq́; dico, & oro
Diiq́;, Deæq́; omnes faueant simul, astra, cũcta, q̃ sunt.
Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Mineruæ munera qui suo decori
Restituis, parcis sudoribus, aspiciésq́; nullos
Sũptus. quod bene sit his oĩbus, et bene vsq; in æuum

AD EVNDEM, DE eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κόκκων ecce triuisti,
Gaude θεῖον amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc ἔργα recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus παλλάδος, atque
Ἑρμοῦ: tam κατὰ καιρὸν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis Τοῖς πατριώταις
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te vique rogamus.

Δεκάστιχον πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὶ τὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζεις, ἐλλόγιμός τ' εἶ,
ἀλλ' ἐγχώριος ἐγὼ, καὶ μᾶλλον
βάρβαρος. εἰ μὲν τοι χὴν κτυπῶν
ὥσπερ, ἀείδω φωνηέντων
νῦν μετὰ κύκνων, ἐσθ' ὁ πόθος γε,
ὅς με συνάγει σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε τὴν βούλησιν, καὶ νοῦν
ὕμνου τῆς ψυχῆς ὢν σύμον.
ἀμίμητος πίνδαρος οὐδεὶς
εἰμὶ γὰρ, οὐδεὶς ὅστις ὅμηρος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO.

PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.

AMOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædã res sit, à diuinisquè causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dijsquè genitum eum philosophi, poetęquè finxerũt. Antiquissimum autem cęterorũ Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm summum bonum, quod est primus ille vniuersorũ pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quã Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisquè constat: quæ quidem omnia iuxta suarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dij vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cùm sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; è vestigio quodam, diuinoquè semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & fine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principiũ rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimũ priscę autoritatis philosophi, diuiniquè viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniurià, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendæ pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd si causæ quidem sint, opera sua diligunt, &

summã

summam eorũ pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadẽ natura sint prędita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnà omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cùm ita sit, omni ex parte cõstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suspsius Amore, ne ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quàm humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator? At propagandæ proprię cuiusq; rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solùm immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, ideque omnibus propagandi desideriũ largitus est. quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo fit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq; disperdit. Amor autem cõiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solùm efficit omnia, verùm etiam conseruat. Quo circa iurè autor omnium dicitur, & seruator. Verùm si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuiq; satis, superque perspicuum est, eum scientiarũ quoq; autorem, & custodem esse: nam (si Aristoteli credendum est) eędem sententię, eędemque scientiæ sępenumero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparẽt, atq; euanescunt. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesque demũ res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis floruere post infinita incendia vicissim, ac diluuia, quibus iã deperierant, atq; deciderant: eodemque modo iterũ florescent, atq; peribunt. Quę quidem res cùm ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, pręsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia, & cuiuscunq; generis animantia (pręter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) periere, verũ etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relicti erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandã simplicem, puram, ab omni malitia, atq; versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primùm, deinde naturali hominum sciẽdi de-

side-

siderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demũ totam Mũdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciẽtię iterum omnes, paruo quasi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summũ suę perfectionis euexerint. Pòst verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sęuientia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuastatæ fuerant, multa pręclara priscorum Autorum opera omnibus in scientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euersa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel saltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, nè penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanè ad Deum suum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipsius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cùm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erãt, hoc nostro seculo tanquam ęnigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cùm persæpe inuestigarem, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quæ à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensem insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideraui, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nan-

que

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem, huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit vt cùm essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ętatis suę græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cùm in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliqúe eos instaurandi desiderio, Amoreqúe ardebam. Quapropter vt eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis vt transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreqúe erga me quodam impulsi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc discessissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremò è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoqúe Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam vt amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem grecum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumqúe vidissem, pluresqúe ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metii descendat iudicis aures,
Et patris, & nostras, nonumq; prematur in annum.
Membranis intus positis delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli: alterum Patauij ex bibliotecha Io. Vincentij Pinelli Genuēsis viri tā genere, quā animo, & moribus nobilisſimi. Ex quibus ſanè omnibus, quæ hucuſque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilisſimū, lucidisſimum'q; volumē, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phęnicis inſtar exoritur. De cuius ortu felicisſimo primùm Deo ſummo rerum opifici, deinde Amori non ſolùm ſcientiarum, verū etiam rerū omnium autori, ſeruatoriqúe immortales habendæ ſunt gratiæ. Vides igitur, dignisſime Patriarcha tum præſentē meā lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta ſunt, oriunturqúe quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri. Cùm itaq; opus hoc Amore factum à me ſit, operępretium eſt, vt quoddam etiam munus Amoris mihi ſecum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quę vera Amicitia eſt. cùm enim triplex ſit Amor, vnus, quo iucundū: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honeſtumqúe diligimus, quorum etiam vnuſquiſq; duplex eſt, ſiquidem aut ſimplex, aut mutuus, cumqúe Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū naſcatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam ſit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens eſt, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem eſſe. vnā quidem, cuius finis iucundum: alteram autem, cuius vtile: tertiam verò, cuius finis bonum ſimpliciter eſt, & honeſtum. Hæc autem ſola perfecta, vera inuiolabilis, atq; indiſſolubilis eſt, cùm cæteræ omnes vndiq; claudicent, ψευδοφιλίαι ſint, & violari facilè, diſſolui'q; posſint. Hęc porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philoſophis varijs fuit modis definita. Alij nanq; tum ad eius finem, tum ad ſubiectum reſpicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honeſtam perpetuæ voluntatis cōmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum ſimpliciter, atq; honeſtum comparatam. Alij præterea, ſummam omnium diuinarum, humanarumqúe rerum cum beneuolentia, & charitate conſenſionem. Alij demū, aliter. Hæc ſcilicet ea eſt Amicitia, quæ maximū Amoris munus eſſe mihi videtur. Vtinam aūt tale munus Amoris à pręſenti meo, Amoriſqúe opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duę vitę ſequuntur. O diuinum lucrum, diuinamqúe Amicitiā, quādo vnus animus duo occupat corpora, vna'q; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterqúe alteri ſimilis adeò ſit, vt alter idem vocari posſit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta ſapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaqúe Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in ſapientia enim, & virtute ſummum bonum præ-

* * clarè

clarè positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumqúe bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideraui. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaqúe sublata, omnis est è vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper obseruandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesqúe animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemqúe in tuis, meisqúe Idea, sidere, genio, animæ, corporisqúe affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoq; perfecta coniungere, cunctisqúe vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ beneuolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamqúe fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neq; vllo vnquam pacto violari, dissoluiqúe potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atq; indissolubilis permanet, ex eaqúe semper maxima vtilitas, maximaqúe iucunditas efflorescit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunq; est, tibi dicandam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non grauaberis, neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruęqúe munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaqúe sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO
AD
LECTOREM.

QVVM opus, quod à me multos abhinc menſes ſumma primę rerum omnium cauſæ prouidentia ſuſceptum fuerat, poſt multos labores diuino tandem auxilio completum, abſolutumq; ſit, ſtudioſe Lector, prudenti (ut mihi perſuadeo) conſilio factum iri exiſtimo, ſi antequam ad ſcripta ipſa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti ſunt, te commonefaciam. Quibus inſtructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam conſequi. nam operępretium eſt ante omnem diſciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne ſuarum reminiſci rationum poſſit impedimento ſunt: tum ea cognoſcere, à quibus ipſa diſciplina exoritur. Primùm itaque te ſcire uelim præter alios multos Proclos, unum Clariſſimum omnium fuiſſe, cognomine Diadochum, hoc eſt ſucceſſorem, patria Lycium, Platonicum Philoſophum, Mathematicumq; præſtantiſſimum. qui (ſi Suidæ credendum eſt) magni Syriani fuit diſcipulus, cumq; Athenienſi Scholæ præfuiſſet, alios ipſe diſcipulos habuit, è quorum numero unus, inſignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius ſucceſſor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad conſulatum uſque prouectus fuit. Is ſanè Proclus permulta nobis ſcripta reliquit, in arte Grammatica, in Philoſophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Heſiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos ſumma quidem admiratione dignos, ſummoque ſtudio in manibus habendos cenſeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuerſamque Philoſophiam nobis aditum patefaciunt. & præſertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino inſtauratos nunc ſeſe omnibus offerunt. Quam etiam ob cauſam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Baſileę dilaniato potius quàm impreſſo, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpſi, atque in id unum tranſtuli, quod etiam primus è græco in Latinum ſermonem conuerti. In quo ſanè uertendo quamuis neſcius non eſſem Horatium dixiſſe, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum eſſe cenſui: ſed ubique uerba græca, uerborumque ſenſa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus ſum, qui in uertendis libris non pauca de ſuo adijciunt, permulta prætermittunt, aut ſeriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propoſitum habui. multi nanque interpretati ſunt, at ille ſolus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias ſiquidem multorum uidi conuerſiones, quæ certè ab omnibus ſunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) neſcio cuius rei cauſa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidiſſima ſenſa, obſcuriſſima, falſaq; reddunt: aut quia græcum ſermonem perfectè non callent: aut quia ſcientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua ſcientiarum uocabula (quod fieri non poteſt) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingreſſi, eos etiam ſecum unà peſſum trahunt, qui eorum ſcripta legunt. Alij autem barbariem paſſim quandam adamantes, ita libros è græco ſermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuerſi dici poſſint. hi nanque ſententiam Quintiliani non obſeruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec ſcientias poſſidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conſcribunt, egregiè hallucinantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos comaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus pręterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea usus sum figura, quam ὕστερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facilè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vsi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quòd si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphęra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hasce præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, διὰ τεσσάρων nempe, διὰ πέντε, διὰ πασῶν, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verùm ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porrò Circuli cùm haud per Angulos rectos se inuicem intersecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cùm ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium; quòd Anima

Geometriam quoque in se se præassumpsit. Præterea cùm Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematices partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hasce scias præ cęteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tẽporis curriculo cupis euadere, præsens Procli doctissimũ, lucidissimũq; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimùm animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem ꝙ ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperies, uerba ipsum cõsequẽtia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpsimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenerunt, in quibus nõnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iã impressi erant, uaria esse cõperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus, q̃ hoc ordine subsequũtur.

Pag. 25. Lin. 3.	Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur, uiresq; &c.
Pag. 29. Lin. 22.	Geometrię formas appellat, separari autem nos à sensilibus per huiuscemodi formas, excitariq; à sensu ad mentem concedit &c.
Pag. 76. Lin. 13.	Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimẽdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepãt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea	
Respicicens	respiciens	3	21	
Anti.	autoritate	16	25	In scholijs
Memnone	Menone	26	28	& in scho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14	
Quæq;	quiq;	37	22	
Excucurrit	excurrit	49	26	
Mænechmos	Menæchmios	64	14	
Dixt	dixit	77	11	
Corniculari	Lunulari	109	16	
Cornicularis	Lunularis			
Cornicularis	Lunularis	109	18	
Ab re	non ab re	134	17	
Propter	præter	135	2	
Ad Basim	sub Basi	147	27	
Internus	externus	176	10	
Anguli	Trianguli	180	35	
Ipsi	Ipsis	189	18	
Igitur	autem	199	25	
Infiniti	Finiti	206	23	
Alterntim	Alternatim	215	12	
Puæostensa	Præostensa	224	19	
Problematis	Theorematis	225	17	in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21	
Habebant	habeant	241	30	
		244	31	
Summantur	sumantur	250	32	
Constitutio	& Constitutio	265	7	
Rectangulis	Rectilineis	266	26	

Cæterùm si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperies, huic paruo peccato ignosces.

ANTNE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nõ lateat quòd cùm iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consiliò, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vllo meo discrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta est.

Deorum.

AMor.
Apollo.
Bacchus.
Ceres.
Cœlius.
Diana.
Iuno.
Iuppiter.
Mars.
Mercurius.
Neptunus.
Oracula.
Pluto.
Rhea.
Saturnus.
Venus.
Vesta.
Vulcanus.

Virorum Illustrium.

GElon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniẽsis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergæus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asinæus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonicus.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.
Dinostratus Menæchmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus.
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Milesius.
Theętetus Atheniensis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis discipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati sunt.

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timęum Platonis.
Cõmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis
Commentaria Eutocii Ascalonitę in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cõmentaria Simplicii in lib. Physic. Arist.
Cõmentaria Campani in Euclidis Elemẽta.
Compendium Elementorum Aeneæ Hierapolitæ.
Critias Platonis.
Elemẽta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Musicalia eiusdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni ascriptus.
Ἔργα, καὶ ἡμέραι Hesiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimensione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
Liber Aristotelis de Lineis insecabilibus.
Liber Arist. de Diuinatione per somnum.
Liber Arist. de Sensu, & Sensili.
Libri Arist. Resolutorii.
Libri Metaphysicorum Arist. XIIII.
Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
Libri Arist. de Partibus animalium.
Libri Arist. Physicorum.
Libri Arist. de Anima.
Libri Arist. de Cęlo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarũ enarrationũ Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, siue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuisionibus.
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus.
Liber Hippocratis Coi de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minoribus quàm duo recti pductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea.
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinostrati.
Libri Geometricarum enarrationũ Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miscellanea Porphyrii
Odyssea Homeri.
Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
Parmenides Platonis.
Perspectiua Euclidis.
Phędo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæstiones Philippi Mendæi.
Riuales Platonis.
Sophista Platonis.
Specularia Euclidis.
Symposium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Hesiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO INTERPRETE.

De Mathematicæ Essentiæ medietate Cap. I.

MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex vltimis, à simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, varijsque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum subiectarũ dimensionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia pręparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quẽ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfectè cõstituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione se conijciat, resquè ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, postremamquè naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quę obscuram veritatem nacta est: Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematices formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliquè superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, supremaquè scientia inferior est, opinione autem perfe-

Cõclusio vniuersalis.

Cõclusionis ꝓbatio

Platonis i Repu. & aliis i locis cognitionũ diuisio.

ctior, & magis certa, atque pura. nam progreditur quidem, mentisque impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quæ diuisa sunt, ad mentemque refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanè & quæ sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnius formæ existentijs omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem, & omnino quæcunque sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cùm materiæ sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione pręstent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentię notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumque in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientemque imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animæ notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medietas itaque Mathematicorum generum, ac formarum, in pręsentia huiuscemodi esse intelligatur. Medium vtique complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

Eorū, quę sub cognitione cadunt diuisio.

† progrediendi

Epilogus.

Communia eorum, quæ sunt, Mathematicęque Essentię principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia à seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his nanque duobus primis post illam Vnius causam, quę neque explicari, neque omnino comprehendi potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoque participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idētitatē, firmāque, ac stabilem

De hisce duob⁹ rerū pricipiis, & Vni' causa vide Platonē i Philebo.

Qūo intellectilia genera his princpiis participēt bilem existẽtiam, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamqúe diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nãciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultisqúe principijs: verùm etiã ex ijs, quę ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosqúe eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoq; rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibẽtur verò ab ea, quę Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoq; diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totius'q; particulæ actu finitæ existunt. Atq; adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commẽsurabiles essent, nullaqúe reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non posset (quibus sanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, neq; omnes eorum, quę sunt rationes in seipsis cõplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatẽ, & † eam quę ante ipsũ rationẽ facta est respiciens, diligenterqúe exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioqúe rationum, & formarum vna, eademqúe semper essentia, & æqualitas, & quęcunq; ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principijs opus est. Postrema verò, quęqúe in materia feruntur, ab ipsa'q; natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedẽ: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quoq; Essentiarum præexistunt principia, quę & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Qũo Mathematica gña ex his orta sint principiis.

Arguit secũdo hypothetico rũ modo quòd Finis, & Infinitũ Mathematica rũ Essẽtia rũ principia sint.

† eum qui ãte ipsum est respiciens,

Qũo Materialia genera his duob' pricipiis fruantur.

Epilogus.

Quęnam sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodẽ sanè modo cõmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintque tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspici, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cõuersionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerse, & cõmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodq; horum naturam quãdam habet cõmunem, suique simpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo preterea, atq; dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidẽ similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorũ, quę potentijs illis subijciuntur. Quę sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit. quippe qui cõmunia cũctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmauit, in quibus sanè mensurę quoq; vbertatis, huicque contrarię sterilitatis apparent.

Diuina scientia.

Cõmunes Mathematicę considerationes.

Socrates in 8. de Rep. idẽ inferius in cap. 8. & in com. 13. libri 2.

Communia hęc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. IIII.

OPortet autem cõmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neq; postremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt pręcedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellẽtia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existẽtibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alternatim

Cõclusio.

Cõclusionis probatio.

tim quoque proportionales erunt. hocqúe ex proprijs ſcientiæ ſuæ oſtendat principijs. quis nam eſt ille, qui alternam Rationem per ſe cognoſcit, ſiue in Magnitudinibus illa ſit, ſiue in Numeris? compoſitarumqúe Magnitudinum, vel Numerorum diuiſionem, & diuiſarum ſimiliter compoſitionem? non ſunt certè partibilium quidem ſcientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ ſine materia ſunt, & quæ propius intelligentē contemplationem ſunt conſtituta, nullam habemus ſcientiam, ſed multò prius illorum cognitio ſcientia eſt, & ab illa ſcientiæ multę communes ſuſcipiunt rationes. & ad tantas vſque cognitiones fit aſcenſus à magis particularibus, ad magis vniuerſales, quouſque ad ipſam eius, quod eſt, quatenus eſt reuertamur ſcientiam. ipſa enim non quæ Numeris per ſe inſunt, neque adeò quæ omnibus communia ſunt quantitatibus contemplari æquum ſibi cenſet: ſed cunctorum, quę ſunt vnam, & firmam eſſentiam, atque exiſtentiam contemplatur. Et proinde omnium eſt ſcientiarum capaciſsima, & ab illa cęteræ ſibi omnes ſua aſſumunt principia. ſemper nanque ſuperiores inferioribus primas Demonſtrationum ſuppoſitiones præbent: illa autem, quę ſcientiarum omnium perfectiſsima eſt, omnibus ex ſe principia largitur, alijs quidem magis vniuerſalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thęteto Socrates iocoſa ſerijs cōmiſcens, Columbis quidem ſcientias, quę in no bis ſunt, comparat: volare autem ipſas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, ſeorſum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisqúe capaces ſunt, multas intra ſe magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas diſtributa ea, quæ cognitioni ſubijciuntur attingunt, inter ſe diſtant, nulloqúe modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus ſint excitatæ primis principijs. Vna igitur ſcientia omnes ſcientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeātia cognoſcat, cūctiſqúe Mathematicis ſcientijs principia ſuppeditet. Et hucuſq; de ipſa doctrina noſtra terminetur.

Cōmunia hęc neq; à nāráli Sciētia, neq; à Mathematicacognoſcunt, ſed à Diuina.

D'una Sciētia oium Scientiarū capaciſſima, quam Ari. dominā Sciētiarū vocat ī prio poſt. tex. 23.

Socrates in Theæteto.

Epilogus. Pria Philoſophia, quā Plato Dialecticā vocat ī ſeptimo de Rep.

Quod ſit inſtrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POſthęc autem quod nam ſit inſtrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas conſiderabimus, & conſtituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. ſeorſum quidem quæ ſub cognitionem cadunt, ſeorſum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ ſub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones diſtribuit.

Diuiſio Platonis ī ſeptimo de Rep. & aliis ī locis.

buit. nam eorum, quę sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligẽtiam: ijs autem, quę cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensilibus verò, fidem: cõiecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur. quippe quę postremã quodãmodo in aquis sortita sunt sedem, & simulacrorum verè facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quę à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinẽ, diuisionemq́ꝫ sunt delapsę. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neqꝫ impartibilem, ab omniquẽ diuisione, ac varietate separatam substantiam sortitæ sunt, neqꝫ eam, quę sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacunqꝫ ratione diuisibilem, cuilibet manifestum est, quòd iuxta suam essentiam cogitationi quidẽ subiectę sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicãdum ipsis pręest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis. Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harũ cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum est, & progrediendi vim habet contẽplentur: ea verò, quæ in ipsis reperitur rationum stabilitate, quę etiam confutari non potest, opinionem superant. & quòd quidem ex suppositione ortum trahãt, id sortitę sunt, iuxta primę scientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis constitutę sint, quę sine materia existũt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem. Instrumentum itaqꝫ aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus. quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur.

Cognitio nũ ꝓportio secũdũ Platonẽ.

Mathematicę res cogitationi subiectæ sũt, & Cogitatio est instrumẽtũ iudicãs ipsas.

Socrates ĩ septimo d' Rep.

Idẽ superius cap. primo.

Epilogus.

Quæ nam sit Mathematicorum generum, ac formarum essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Questio. SEquitur autem, vt consideremus quæ nam dicenda sit Mathematicarum

ticarum formarum, generumque essentia, & vtrùm à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in cōmunem vnam rationem: an & ante hęc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primùm itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremò in seipsa formāte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuinciqúe minimè potest, rationibus inest Mathematicis? hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est imposibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi nanque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crasitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi semper stabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmista sunt, nullumque in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quonā modo igitur immobilibus rationibus ex ijs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmamque attribuemus essentiā? quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum ducit essentijs, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adijciemus? quicquid enim īmobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verùm si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiuscemodi ortus quędam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emisiones, & Platoni astibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta: si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tamquue gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint'ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his est metitur? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, q̄ est Aristotelis. Secunda opinio, q̄ est Platonis. Primæ opinionis cōfutatio. Argumētum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Cōclusio argumēti. Alia quæstio. Prima opinio, quę est Platonis. Secunda opinio, q̄ est Arist. eiusq; cōfutatio. Primū argumentū.

ducit varietatem: Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæque ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neque à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtique animæ partus, ac fœtus, permanentes, ęternasque patefaciunt formas. Secundò, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demõstrationes, quęcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusque formis: causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationẽ dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quòd demonstrationis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur: & eorum, quæ cogitationi subijciuntur essentia, potius quàm sensiliũ essentia cognatior demonstrationibus, magisque affinis ostendatur: nam neque siquis (vt dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis ęquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodãmodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstrationem, quàm particulare. itemque demõstrationes ex magis vniuersalibus cõstant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplentur, quę à cogitatione comprehenduntur, quæque perfectiora sunt ijs, quæ à sensu, opinioneque cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quęque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suaptè natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animã imbecilliorem, inferioremque materia non ostendunt: tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quę secundum essentiam, hęc verò earum, quæ secundum excogitationẽ factæ sunt. Quonã pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisque essentiæ primò est particeps, & hinc cognitione,

Cõclusio primi argumenti.

Secũdum argumen.

Cõclusio secũdi argumenti.

Tertiũ argumentũ.

gnitione, totáque vita repletur, obscuriores recipit formas iis, quæ ab vltima corũ, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima recipiuntur sede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ sæpe à plerisque exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd si neque per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, neque per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est vtique animam aut à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibilémque naturam fuerint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quomodo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum exempla? Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi sui, ac mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet materia, quæ potentia solùm est omnia, nullamqúe prorsus formarum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à mente hasce producere, ipsamqúe formarum plenitudinem esse, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusqúe vacua ipsa anima, imò semper scripta, seseqúe suapte natura describens, cùm à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iuxta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoqúe illius, & adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoscit, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & anima per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quòd nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis constituit formis, eamqúe diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisqúe rationibus, & primaria Figurarum principia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa existentes ciet intelligẽter. Cunctæ igitur res Mathematicæ primùm in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur: & ante apparentes Figuras, Figuræ † animales: & ante ea, quæ cõcinnata sunt, harmonicæ Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mouentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumqúe omnium vbertas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, & à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeqúe sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quàndo suas promit rationes,

Cõclusio trimẽbris ex iis, quæ dicta sũt.
Primum mẽbrum.
Scũdum.
Tertium.
primi mẽbri cõfutatio.
Primum
Secundũ.
Tertium argumẽ.
Secundi mẽbri cõfutatio
Primũ ar.
Secũdum.
Tertii mẽbri cõfirmatio.
Cõclusio.

Digressio cõtra Ari.

Cognitio animæ differt à cognitione mentis.

Plato i Timæo animam ex omni' Mathematicis formis cõstituit.

† vitales

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque formis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimẽsione sunt idea corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnẽ ipsius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniũq́ue causas in ipsa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & solidorum septem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundũ essentiam in ipsa præextiterunt. Figurarum autem principia, secundum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipsa subsistit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusq́ue circularis principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarũ rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluensq́ue cogitatio, omnem Mathematicarum scientiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem semper, aliaq́ue post alia inueniens, suas autẽ indiuiduas rationes explicans. cuncta siquidem primiariè præoccupauit, & secundum infinitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitq́ue Theoremata.

Qũo Mathematicę res in anima intelligẽdę sint.

Timæus.

Pulchrũ.

† causam.

Epilogus.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, & quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

VErùm post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnam ipsarum scientiam recurremus, quã ante multas alias esse ostendimus, & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæúe ipsius vires, & quousq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę scientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendũ est. neq; sanè eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm, & perfectũ est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuiusmodi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidẽ cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas eorũ, quæ ab ipsis cognoscuntur nõ habent. At Mathematica extrinsecus à recordatione quidem sumit initium, in intimas verò desinit rationes, & excitatur quidẽ à posterioribus, peruenit autẽ in præcipuam formarũ essentiam. nec ĩmobilis quidẽ eius est actio, sicut intelligens, nec motu locali

Superi⁹ in cap. 4.

Opus Mathematicę scientiæ.

Medietas Mathematicæ sciæ.

tu locali, neque alterante, quemadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscūtur ad ea, quæ quæruntur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Preterea non vtpote ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quemadmodum mens, neque ab alijs, vt sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasque cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quę ipsi quò ad comprehēsionem subijciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamque partibiles sortita sint ordinem, iurè sanè (vt arbitror) cognoscēdi quoque vires totius ipsorum scientię duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemque cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secūdas, à principijsque multifariè multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsque permeat, quę rerū sensiliū absolutiones sunt, naturęque iungitur, & multa vnà cū naturali scientia demōstrat. quemadmodū porrò ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximè accedit cognitionem, primarumque rerū contēplationem attingit. Vnde sanè & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit consideratione, aliasque multas scientias, quę sensilibus implexę sunt, per eaque operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progressibus feruntur cognitiones, suaque genera, & formas perficit, illisque assimilat essētijs: necnō de Dijs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atque hęc de his dicta sint.

Viæ quibus procedit scientia Mathematica

Duplices Mathematicæ sciẽ vires.

Principia Mathematicæ sciæ tū vnū & Multitudo, tū Finis, & Infinitum.

Progressus sciẽtię Mathematicæ, atque regressus.

Extremæ cōsiderationes Mathematicę sciẽtię.

Epilogus.

De vtilitate Mathematicæ scientiæ Cap. VIII.

POstea verò scientiæ huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanè eam habet rationem ad vniuer-

Qua de causa Timęus Mathematicam cognitionē erudiendi viam appellarit.

sorum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animęque oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantùm disciplinis recreari, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem, & à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, & vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque, ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, perfecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum nempè, Amatorium, & Musicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudiue, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibiles harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri quidem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiscentia est, & ad id, quod verè est, veritatemque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem proprij principij opus est. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso, & eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi, inquit Plotinus, sunt Mathematicę disciplinę, vt cum natura assuescat incorporea, eumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorsusque ad omnium eorum, quę sunt considerationem ducere oportet. Cęterùm ꝙ ad Philosophiam Mathematica pręcipuam affert vtilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis quoqꝫ mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehensiones pręparat. quęcunqꝫ enim imperfectis scrutatu difficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagines ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum significationes

† Circum actioné.

Quid dicat Socrates vide i septimo de Repu.

Despecu Platonis vide Proclū in septimo de Rep.

Socrates in Phęd.

† Præludium.

Plotinus.

Dialecticas .i. Metaphysicas.

Vtilitas, quā affert Mathematica ad Philosophiam.

Ad Theologiam.

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesqúe de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumqúe Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinus'ꝗ sermo, & Philolai in Bacchis, totus'ꝗ modus enarrationis Pythagorę de Deis. Ad naturalem autẽ contemplationem maximè confert, quippe quũ rationũ ordinem, quo Vniuersum fabricatũ est patefecerit, & proportionem, quę cũcta ea, quæ in mũdo sunt colligauit, vt inquit Timęus, nec non amica fęcerit quę sibi inuicẽ oppugnant, & conuenientia, cõsentientiaqúe ea, quę inter se discrepant, simplicia insuper, primaria'ꝗ elementa commensurabilitate vndequaꝗ, & ęqualitate comprehensa ostẽderit, per quę totum quoꝗ cęlum confectũ est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, item'ꝗ proprios vnicuiꝗ eorum, quę fiunt Numeros, eorumqúe reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosqúe interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiꝗ ostendens, de omnium natura contemplationẽ Mathematicis nominibus patefacit, elementorũqúe ortus Numeris, atꝗ Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesqúe ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quę Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multùm sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tũ etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fæcundos insuper, atꝗ perfectos, hisqúe contrarios, & concinnos vitę ministros, inconcinnitatẽqúe præbentes, atꝗ omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quę porrò Musarum quoꝗ sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ad deteriorum generationum autorem ponens, morumqúe bonorum indissolubilis perseuerantiæ, atque optimarum Rerũpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusqúe deditæ sunt. quòd enim ad totam Mathematicã disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiã tradere, & nõ ad vnã quãdam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est, per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorũ philosophia.

Philolai sermo in Bacchis.

Ad Naturalem.

Proportio cũcta, q̃i Mũdo sũt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua d' causa Timę' cõtéplatioñẽ rerũ naturalium Mathematicis explicet nominibus.

Ad Politicam.

Musę i 8. d' Repub.

Numerus Geometric' Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. d' quo dicendũ i comẽtarĩs nostris.

Ad moralem.

tis, sterilitatisq́ue rationes permeant. Ad Philosophiam rursus moralem nos instituit, ad eamq́ue postremã perfectionem perducit, ordinem, concinnamq́ue vitã moribus nostris inferens. Figuras prętereà virtuti cõuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus sanè Atheniensis etiã hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutũ insuper rationes in medium affert, aliter quidẽ in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumq́ue demũ excessus, atq; defectus ĩdicat, per quos moderati moribus, ornatiq́ue efficimur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidẽ Caliclẽ inordinatę, intẽperatęq́ue vitæ accusans, Geometriam inquit, ac Geometricã æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, solidamq́ue generationem inuenit. Verũtamen quanta cæteris quoq; scientijs, atque artibus à Mathematica scientia prodeat vtilitas didicerimus vtique considerantes quòd contemplãtibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiuscemodi omnibus, quæcunq; in sermone positę sunt perfectionem, ordinemq́ue addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius similitudinem compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit: Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles q́ue formas determinat. prorsus enim omnes artes (vt ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteq́ue ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varietas, ponderumq́ue differentia ab hac cognoscuntur. Vtilitas igitur totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæterasq́ue scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit audientibus.

Atheniẽsis hospes in 2. de legibus.

Socrates in Gorg.

Socrates ĩ nono de Rep.

Ad cęteras scias, & artes vtilitas Mathematicæ sciæ.

Socrates ĩ Phileb.

Epilog⁹.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipsiusq́ue solutio. Cap. VIIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues sunt propter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ dignitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusq́ue auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores sensilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersè spectan-

Prima opinio.

Secunda opinio.

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamque Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet. non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſciencias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinateq́ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrē pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque exiſtit. Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſque variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis ſiquidem menſura totius ſcientiæ mens eſt, à qua principia quoq; accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibus ſemper, immobilibuſque rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent queadmodum opinabilia, atq; ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibusq́ formis determinata ſunt. Si itaq; pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo nanq; eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſque à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

Fūdamētū ſecūdæ opinionis.

Reſponſio ad primā opinionē.

Tria ſunt, q̄ pulchritudinē efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. i cap. 3.

Q̄uo tria hęc i Mathematicis ſint.

Cōcluſio.

Reſpōſio ad ſecūdā opinionē.

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neque necessitati studentes iudicare æquum ducemus. sic enim ipsam quoque contemplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcque minime respicere, nec cognoscere appetit. Quod sane Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni vero necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaque contemplationem propter se expetendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæque oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sane Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamque sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoque est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eo quod nullum cum sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea vero, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntque omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minime degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunque cum materia operantur huiuscemodi vsum considerant) sed contra eius immaterialitatem, ipsique soli quid boni esse admirandum. cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum conuersi sunt, & non immerito, nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuique coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda vero, quæ animam ab ortu seiungunt, idque, quod est, in memoriam redigunt. † Iure igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuique cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaque animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

Socrates in Theæteto. Vide etiã finẽ Menonis.

Mathematica scientia pp se expetenda est.

Idẽ ĩ superiori capite.

Mathematica scientia ppter vitã cõtẽplantẽ est expetẽda.

Fũdamẽtũ sũptũ ab anti. Arist.

Cõclusio.

Idem ait Arist. in primo Metaph. cap. primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Epilogus.

Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusque solutio. Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgẽtes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciẽtiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunque alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contẽplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quòd ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicuè asseuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęque non solùm Mercurialium, sed Minerualium quoque munerum est particeps: & quòd ipsam vbique scientiam vocat, quòdque exercẽtibus maximę felicitatis causam. Verùm quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen ab ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim presens erit mihi sermo. Scientiã Plato plerisque quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ vti nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

Argumẽtũ ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Respõsio ad Platonicos.

Homerus in Odis.

Explicat Platonis sententiã.

Pla. i multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates i Gorgia.

Platonis diuisio.

bi scientiæ nomen attribuit: experientijs autem nequaquam. res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoscendarum rationem, causamqúe continet, scientia quędam est. Rursus itaq; hanc quoq; scientiam, quę à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium coiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemqúe modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemqúe facultatē, quę in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoqúe rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, scientiam appellat. Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult: alteram verò ex suppositione scaturire. & illam quidem, quæ suppositionis est expers, vniuersorum cognoscendorum vim habere: ad bonum vsque, supremamqúe omnium causam scandere: finemqúe scandendi bonum illud sibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere. & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaqúe est scientia deficere. vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à sciētiarum numero Plato expellit, sed quòd eam ab vnica scientia, quę supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quòd dicit ipsam sua ignorare principia, sed quòd cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare. animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit: aliquando aūt, à generibus, quæ intelligentiæ subijciūtur motum ipsum recipere. quadrantqúe hæc inter se. ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta: est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemqúe continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint.

Quæ

Plato in Symposio

Quō differat ars à sciētia, ostēdit Aristo. sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep.

† in principio, sed in fine esse.

Destructio Argumenti.

Circa hoc vid Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam rectè iudicare posit. Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusqúe ad singulorum proprietates respicere. multa nanque eadē, specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prędicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisqúe similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm subiecto differunt genere. Quòd si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. † Illudqúe, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisqúe ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectalinea sunt conuenit in omnibus. nam quęlibet ratio simul infert quādam prorsus proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figurę. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vtpote si necessarias, talesqúe reddit rationes, quæ coargui, conuinciqúe minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteqúe præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: eum verò, qui de intellectilibus, stabiliqúe essentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim nanque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1. de partib. animaliū, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematic⁹ iudicādus est. Primus terminus.

† Illudq;, cui id cōtingit, idē est in omnibus, Triā gulū nēpe, Triāgularisq; ratio

Secundus terminus.

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timęo.

Metaph. 6.

Idē vide apud Aristo. secundo Meta. tex. 16.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæterasqúe scientias iisdem vti demonstrationibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipsis prębent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaqúe huiuscemodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demostrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū quàm Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hęc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaqúe obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspiciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accōmodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemqúe eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasqúe omnibus coaptat rationes. Verùm de his quidem hactenus.

Tertius terminus.

Qūo erret Mathematic⁹ demōstrādo.

Quartus terminus.

Triplices debēt esse Mathematicę demōstrationes

Epilogus.

Quę, & quot sint totius Mathematicę sciētię species iuxta Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio Mathematicarū Scientiarū ex mente Pythagoræ.

Quotum, & Quātū pricipalia Mathematices Subiecta.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quę, & quot numerò sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumqúe partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut stare, aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per se est Quotum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quātum quatenus immobile est, & Sphæricam quod per se mouetur. Cōsiderare præterea hasce scientias Quotum, & Quantum non magnitudinem absolutè, neque multitudinem, sed quod iuxta vtrunque est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpēdere, ne eā, quæ vtrobique est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cùm autem hęc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in sensilibus ipsis est, neque Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cōtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemque, vnà cum diuersitate, & præter hęc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisque generibus ipsam constituit, quemadmodum Timęus nos docuit, dicendum quòd iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumque diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseque intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitque, horumque cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cōmunicationē, colligationemque Musicam sibi cōparat, ideo etiā Arithmetica Musicam antiquitate pręcellit, cùm porrò anima quoque ipsa ab opifice prius diuisa sit, deide rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rursusque iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnamque essentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricā. mouetur nanque ipsa quoque per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hîc quoque Geometria Sphęricam, vt motum status pręcedit. Quoniam aūt cogitatio ipsa non ad eius infinita vi prędita formarū conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hasce genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineque infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omniū siquidem principia, pariterque multitudinis, atque magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad seipsam similium partium sit, & vna, atque indiuisibilis, rursusque diuisibilis, formarumque ornatum educens, Finis, atque Infinitatis essentialis ex ipsis intellectilibus est particeps. verùm intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesque varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię hasce constituere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitæ

Quō Quotum & Quantum à Mathematico consideretur.

Digressio.

Ex quibus Anima cōstituat opifex ex Timęi sententia.

Quō cogitatio Mathematicas producat scias.

Anima prius è diuisa, postea collecta ex mēte Platonis in Timęo. & ideo Arithmetica pcedit Musicam.

Geometria pręcedit Astronomiā, quia motu prior est status

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari.

Cogitatiōis intelligētię iuxta suum Finē Mathematicas sciētias cōstituerūt

Infini-

Infinitatem. mentis siquidem imaginem afferunt, non autem vitæ.

Epilogus.

Pythagoreorum itaq; hęc est sententia, & quatuor sciẽtiarum diuisio.

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuisio, ex Gemini sententia.

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathematicam censent, sicuti & Geminus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt, hæcqúe attingere. Intellectilia vtique appellantes quascunque inspectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè primas, pręcipuasqúe ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Mechanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam quæ ad instruendas, coordinandasqúe pertinet acies, quam Græci (τακτικὴν) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam esse non censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæsia, vt in diuidendis, dimetiendisqúe castrorum metationis campi spatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque historiam scribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet sępenumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem gestarum scriptores, vel Climatum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte sua huiuscemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostẽdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisqúe dixere. Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra, suosqúe exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ sint totius Mathematicæ scientię species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cõtemplationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.

Mathematicæ sciẽtiæ partes. Arithmetica. Geometria. Mechanica. Astrologia. Perspectiua. Geodæsia. Canonica, siue Regularis. Supputatrix.

Excluditur Ars militaris à Mathematicis sciẽtiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtaẽ.

Geometrię duę sũt species, Planorũ considera tio, & Stereometria.

siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quępiam non est tractatio, quoniam neque Figura † ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut diuidat. Itidem Arithmetices distributio est in Numerorum linearium, & planorum, & solidorum contemplationem. species nanque Numeri per se se considerat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiā vsq; accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passiones, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μηλίτας) quasdam, & (φιαλίτας) appellans. & nullum quidem concedit esse minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro mensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quę proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quę reddit causam earū apparentiarum, quę aliter q̄ sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atq; alios situs, & distātias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquā Circulorum aspectionis: & in vniuersam Specularìam, quę circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quę Sciographice, hoc est vmbrarum designatrix appellatur, quę ostendit quō fieri posit vt ea, quę in imaginibus apparēt, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcinnentiarū considerat rationes, Regularū sectiones reperiens, sensusque vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti

aures

Pulchrum.
† in his
Pricipale Geometrię officiū.
Tres Arithmeticę partes, linearium, & planorum, & solidorum Numerorum consideratio.
Geodæsia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quę Arithmetica, & Geometria.
Quę Geodęsia & Supputatrix considerent.
Canonicā intellige esse Musicam.
Tres totius Perspectiuę partes
Perspectiua.
Specularia.
Sciographica.
Canonica quid consideret, de qua Plato in 7. de Repu.

Mechanicę partes.

aures ipſas præpoſuiſſe videatur. Ad has porrò, quas hucuſq; enumerauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipſa quędam exiſtens totius tractationis, & cognitionis rerum ſenſilium, materiæqúe coniunctarum. Sub hac verò eſt inſtrumentorum effectrix, quæ (ὀργανοποιητική) vocatur, eorum inquam, quę gerendis ſunt bellis idonea. qualia ſanè Archimedes etiam fertur conſtruxiſſe, Syracuſas terra, mariqúe obſidentibus reſiſtentia. & miraculorum effectrix, quæ (θαυματοποιητική) dicitur, quippe quæ alia quidem ſpiritibus maximo cum artificio conſtruit, quemadmodum etiam Cteſibius, atq; Heron operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquilibrium, ſtatus verò æquilibrium eſſe cauſam cenſendum, vt Timæus etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisqúe animatas conuolutiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum eſt & æquilibrantium omnino, & eorum, quę centropōderantia vocantur cognitio: nec non (σφαιροποιΐα) hoc eſt Sphęrarum effectrix ad cęleſtium circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus eſt: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt Aſtrologia eſt, quę de mundanis edifferit motibus, de corporum cęleſtium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraqúe diſtantijs, ac de omnibus, quę huiuſcemodi ſunt, multa quidem à ſenſu ſibi aſſumens, multùm verò cum naturali conſideratione communicans. Huius autem vna pars eſt Gnomonica, quę in horarũ dimẽſione poſitu Gnomonum exercetur. Altera eſt Metheoroſcopica, quę eleuationum differentias, ſiderumqúe reperit diſtantias, necnon multa alia, & varia Aſtrologica perdocet Theoremata. Tertia pars eſt Dioptrica, quę ſanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumqúe ſtellarũ diſtantias huiuſcemodi Dioptricis dignoſcit inſtrumentis. Talia de partibus quoque Mathematices à priſcis tradita, memoriæqúe prodita ſuſcepimus.

Inſtrumentorum effectrix. Miraculorum effectrix, quæ triplex eſt. Timæus. Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio. Sphęrarum effectrix. Aſtrologiæ cõſiderationes, & partes. Gnomonica. Metheoroſcopica. Dioptrica. Epilogus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarum coniunctio ex Platonis ſententia. Cap. XIIII.

ATque hæc poſita ſint. Illa rurſus inſpiciamus quo nam pacto Plato Dialecticam Mathematicarum diſciplinarum verticem, ſiue faſtigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipſarum coniunctio ſit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compoſuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione ſuperior eſt, & principia deſuper ipſi ſuppeditat, cogitationemq;

Plato in 7. de Repub. Vide Epinomidem, qui Platoni aſcribitur.

tionemqúe ipſam ex ſeſe perficit, eodem ſanè modo Dialectica quoque purisſima Philoſophiæ pars exiſtens, ſimplicitate Mathematicas diſciplinas proximè vincit. Et totum ipſarum orbem complectitur, vireſqúe à ſe ſe ſuggerit ipſarum ſcientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Reſoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonſtrantem: à quibus ſanè adiuta, & perfecta Mathematica ipſa, alia quidem per reſolutionem inuenit, alia verò per compoſitionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonſtrationem colligit. Haſce quidem vias ſubiectis ſuis accõmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inſpiciendos medios ſermones ſuos. Vnde porrò & reſolutiones in ipſa, & definitiones, & diuiſiones, ac denique demonſtrationes propriæ ſunt, volutãtur'qꝫ ſecundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum eſt veluti vertex, & faſtigium. Quum omne, quod in ipſis intelligens eſt perficiat: & quod certum eſt, ab omni reprehenſione reddat immune: quodqúe immobile, pariter vt eſt cuſtodiat ſtabile: & quod materiæ eſt expers, & purum, ad mentis ſimplicem, à materiaqúe ſecluſam naturam referat: ipſarum præterea prima definitionibus diſtinguat principia: generum ſubinde, & formarum, quæ ſub ipſis ſunt generibus diſcretiones oſtendat: compoſitiones inſuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ conſequuntur principia: nec non reſolutiones, quæ ad prima, ac principia conſurgunt, ſcanduntqúe, edoceat. Cæterùm coniunctio quoqꝫ Mathematicarum diſciplinarum, nõ vt cenſuit Eratoſthenes, proportio ipſa ponẽda eſt. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum, quę Mathematicis communia ſunt dicitur eſſe, & eſt. Multa verò præterea alia ſpectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas diſciplinas, quæ per ſe inſunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem eſt earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium ſcientiarũ ſpeciatim principia ſimpliciori quodã modo in ſeipſam cõplectitur: & cõmunitatem earum, atque differentiam conſiderat: & quæcunqꝫ eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus inſint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè diſcunt fit reuerſio. Hac autem ſuperior Dialectica quoque Mathematicarum diſciplinarum coniunctio eſt. Quam verticem etiam ipſarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipſa ſiquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemqúe potentijs ſuis

Cõiũctio Mathematicarũ, nõ eſt ꝓportio, vt voluit Eratoſthenes

Secunda Mathematicarũ cõiunctio. Plato in Repub.

D reducit

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliqúe reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumqúe varietatem, sua simplicitate: & partitionẽ, impartibili cognitione: multitudinẽqúe, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorũ sermonum† cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis† longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Tertia Mathematicarum cõiunctio.

† pgressũ.

Finis optimus, Math.

† ipsum optimum.

Mathematices nomen vnde sit ortum. Cap. XV.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumqúe disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porrò mihi videtur talẽ scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationẽ, nõ sanè (quẽadmodũ plurima noĩum) à quibuscũq; repertã fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perspexissẽt quidẽ, q; omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscentia est: quæ quidẽ nõ extrinsecus animis aduenit, quẽadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaqúe veluti quæ in opinione posita est cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumqúe perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscentiæ ostendi possint, præcipuè tamẽ (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscentiam esse facillimè cõprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarum'q; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oẽs secundũ essentiã, & occultè: Promit autem vnãquanq;, cùm impedimentis, quę à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quae ad nos metipsos fit conuersionis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quae formae est expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quę nullis affectibus læditur actionis est impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus: & actu scientes esse: & essentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiquę sumus: & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū reminiscentia est. Mathematicaquę (hoc est disciplinatiua scientia, vt sic exponā) propter hanc ea cognitio potissimùm nuncupatur, quæ nobis ad earū rationū reminiscētiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiusce scientiæ, quale porrò sit à nomine sit manifestum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intelligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quę nobis secundū essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu nostro īnatæ sunt, et soluit vincula, quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui intelligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & inquisitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, puręquę mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanè nos quoque præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplationem perscribemus.

Opus Mathematices à nōie sit manifestum.

Opus Mathematices, simile est operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, & quęnam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus eorũ, quæ in prio libro dicta sunt.

COMMVNIA quidem, ad omnemque Mathematicam scientiam spectãtia, in prædictis sermonibus perspeximus, & à Platone non dissentientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præsentem pertinent tractatum colligentes. Posthęc autem consequens est, vt de ipsa quoque Geometria, deque proposita Elementorum institutione differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post Arithmeticam secundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque cognosci potest, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in pręsentia sermone. At à nobis quoque de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi materiam consideraremus, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, & essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam cognoscentis, vtilitasque ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à discentibus comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubitaret aliquis in quo eorum, quę sunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ, de quibus Geometra disserit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos liberare, ad incorporeamque substantiam deducere, item que ad intellectilium inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus vnquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

Dubitatio bimẽbris.

Primũ mẽbrum.

Primũ argumentũ.

Secundum argumẽtũ

pro-

profundam superficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq́ basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonã demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cùm sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq́ue sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq́ue sint progressa? Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq́ue puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq́ue interuallũ propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnà cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumq́ue secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumq́ue, & figurarum accretiones, atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam ꝙ Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiuscemodi formas, exurgereq́ue à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animę proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnũq́ue plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereúe tale, quod existẽtiam quoq; in his habeat; inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq́ue dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq́ue consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq́ue gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq́ue multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt censeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq́ue, subsistunt.

Tertiũ argumẽtum

Secundum membrum

Primũ argumẽtum.

Secundum argumẽtũ

Tertiũ argumentũ.

Quartum argumẽtũ ab autoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiã Arist. 2. phisico. & 3. de aĩa

Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices vniuersales formæ sunt.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quęque in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiæ multitudinibus subsistat. Phantasia nancp propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talē sortitū est existentiā. Vnde sanè & mentē passibilē eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā modo non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentique naturæ competit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt: intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, abomnique impressione, ac passione aliunde aduenienete immunes. Vltimę verò, per instrumenta sese exercent, & passiones potius sunt, cogntiones extrinsecus admittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promitque id, quod sub cognitionem cadit: eò autem ꝙ extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quędam est, & forma intelligentię. Circulumque vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atcp idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum necp in sensilibus. Simul nancp apparet distantia, maiusque, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur insensi-

Duplex materia ex sentētia Arist. i 7. meta. 35. & 39.

Duplex vniuersale, quod in multis est

Arist. 3. de aīa, tex. 20.

Plato in Timęo.

Phantasia media est inter sensū & mētem.

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquenque etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibijnuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phātasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differētia iuxta vnum hic tantùm, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vno quidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quę à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur: Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existētis formæ: altera verò sensilium autor. Sunt enim qui in cœlo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quę in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, expers magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantùm, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponēs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est circularis, & triāgularis ratio.

Geometria vniuersale illud considerat, qđ in imaginabilibus distributū ē.

rò, qui in Geometria eſt circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri: per aliumquè, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari: circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perſpicere: diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaquè, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compoſitioneſquè figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioquè ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcquè iuxta interiora contempletur, & rationum impreſſionibus vtatur, à ſeſequè ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſquè, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniformiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit: tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliquè expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcquè ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſquè intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemquè, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſſibiliquè mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiãgula, omniaquè in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem: Idcircò igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus: quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiquè ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterquè in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt: à quo autem pro-

Idẽ vide ſuperius i lib. 1. c. 1.

Optimus finis Geometrici ſtudii, & doni Mercurialis opus.

De Calypſone vide Plutar. in opuſc. de vitãda vſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaqúe prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quę in nobis est impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quāplurimi Platonicorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quę Geometriæ subijciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timęo, & in 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit. Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentiū Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumqúe Positionum, ac Motuū cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediēs, ad Solida autem vsq; descendens, multiformesqúe ipsorum differentias inueniens. Rursusqúe à compositioribus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus vtitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præuia sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vijs vtens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definitionibusqúe orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoq; inesse ostendit. Vnaquæq; .n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusqúe passiones sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonstrationibus: alia autem, quę per se insunt. Et Pronunciata

Tria i vnaquaq; scia requiruntur. subiectum Accidens, & Principium.

quidem cõmunia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subiecta sibi vtantur materia) genus verò, & per se accidens diuersum. Geometriæ igitur subiecta quidẽ sunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ autẽ his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Excessus, Defectus, huiuscemodi omnia. Petitiones verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat: illud, à quocunque signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere. Et illud, si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæque his cõsequentia sunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæsitum omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit: conuincetur vtique vt Geometra. Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verùm à Geometrica contemplatione sunt aliena. Et hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum illud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autẽ à Geometriæ principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, sed peruersè, vt siquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoscere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere possumus prout errant, hanc habẽt promissionem. Alia nanque Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimùm distant? Certior nanque alia, quàm alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à simplicioribus emanat suppositionibus, quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs: quæque dicit propter quid, quàm ea, quæ tantùm rem ita se habere cognoscit: & quæ circa intellectilia versatur, quàm ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hasce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia simplicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, positionis est expers: Punctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cùm positionẽ susceperit, Geometriæ principium est: Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Sphærica: & Arithmetica, quàm Musica. Hæ nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorematum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quàm Mechanica, Perspectiua, ac Specularia: quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

Geometriæ subiecta. Geometriæ accidentia. Geometriæ principia.

Quæ sint quæsita Geometrica.

Quæ sint quæsita nõ Geometrica. Duplex ẽ quæsitũ nõ Geometricum.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi

Aristo. 1. post. t. 42.

Arithmetica certior est q̃ Geometria. Geometria certior quàm sphærica, & Arithmetica, q̃ Musica.

Geometria certior quàm Mechanica, Perspectiua, & Specularia cipijs differunt, harum verò duarum ſuppoſitiones diſtant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemqúe conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonſtrantur theorematum, alia quidem ſunt ipſis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi poſſe, ſoli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipſa rationes etiam, quæ exprimi non poſſunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones ſecundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorſus non datur. Geometriæ verò peculiaria ſunt ea, quæ circa poſitiones verſantur: numeri enim nullam habent poſitionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nō poſſunt: vbi enim in infinitum procedit diuiſio, ibi quoque quod exprimi non poteſt extat. Ambabus autem communia ſunt, quæ de diuiſionibus habentur, quales tradit Euclides in ſecundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rurſus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus ſimiliter competunt, quæ à tota Mathematica ſciētia in ipſas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationū conuerſiones, et cōpoſitiones, ac diuiſiones, hoc modo ambabus cōmunia ſunt. Quæ verò cōmenſurabilia ſunt, Arithmetica quidem primùm inſpicit: poſtea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuſcemodi cōmenſurabilia, hæc eſſe determinat, quęcunq; rationem ad ſe inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commenſurabilitas in numeris præcipuè ſubſiſtat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cōmenſurabile: & vbi cōmenſurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inſpicit: iuxta proportionem autem ab ipſa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta cauſam ſunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipſarum cauſas, quæ in numeris ſunt, trāſimus. Et quandoquè quidem indifferenter eadem accidentia inſpicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula reſoluitur: Quandoque verò proximo contenti ſumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à ſeptenario duplus eſt, vno defficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant.

Quæ ſint cōia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

Cōmuniū theorematum diſtinctio.

ſcientiarum principia eſt, atque differentiam oſtendentes. Ad Geometricum ſiquidem ſpectat conſpicere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et ſic non Geometrica quidem, ac Geometrica diſtinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre ſcientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quouſque progrediatur, quæqúe ſit ipſius vtilitas. Cap. III.

ALtius autem rurſus exordium ſumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quouſque progrediatur. Sic.n. ornatū, qui in ipſa eſt rectè perſpiciemus. Intelligemus ſanè per omnia ea, quæ ſunt, ipſam ſimul extendi: & cunctis ſuas accōmodare animaduerſiones: & omnium formas in ſe continere: & iuxta quidem ſupremum eius, quodqúe ſummam intelligendi vim habet, ea, quæ verè ſunt circunſpicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumqúe formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et oſtendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ ſint: quæ verò primis eſſentijs: quæ autem animarum ſubſtantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis eſt, varietatem explicat, atque inſpicit; ipſarumqúe exiſtentiam oſtendit, & eas, quæ in ipſis ſunt paſsiones: necnon ipſarum cōmunitates, & differētias. E quibus ſanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad eſſentialemqúe rationū redigit ſubſtantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam conſiderat, traditqúe quonam pacto ſenſilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum, iuxta cauſam in rationibus ipſis ſunt præacceptæ. Habet.n. imagines quidem vniuerſorum intellectilium generum; exemplaria verò ſenſiliū: ſuam autem iuxta ea, quæ cogitationi ſubiecta ſunt cōpleuit eſſentiam. Per hæcqúe veluti per media ad vniuerſa ea, quæ ſunt, & ea, quæ fiunt aſcendit, atque deſcendit. Geometricè verò de ijs, quæ ſunt, ſemper philoſophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumqúe, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus; & varias ipſarum in ſe oſtendit mutationes. Hæc quidem agens īmateriali quadam, cognoſcendiqúe vi; materiā verò attingens, multas à ſe ſe promit

mit scientias; vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumqúe propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumqúe situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra: aliàs verò earum, quæ sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasqúe construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemqúe totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaqúe hominibus ab ijs, quæ incredibilia sunt, manifestauit, omnibusqúe ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cùm nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere pręparabat. Cùm .n. omnes vnà Syracusij nauẽ illã protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cùm corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cõmistarum materiarum pondus comperisset. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes: & proinde pauca ex pluribus nos in præsenti apposuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemqúe ostendentes.

Hierõ Syracusius.

Gelonis corona.

Quis sit Geometriæ ortus, quæqúe fuerint ipsius inuentores. Cap. IIII.

ORtus autẽ ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthæc indicandus est. Diuinus .n. Aristoteles dixit easdẽ sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memoriæ proditum est, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuisse, quæ ab agrorum emensione ortum habuit. Hæc siquidẽ illis necessaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽsione apud Aegyptios primùm.

in

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sensu igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immeritò fiet transitus. Quemadmodum ergo apud Phęnicas propter mercaturas, atque cõmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta est causam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petijsset, hanc cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit, multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidẽ vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ameristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometriæ studium tetigit, degustauitquè memoratur, cuius Hippias quoque Elęus mentionem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem Pythagoras eã Philosophiã, quæ circa ipsam Geometriã versatur, in liberalis doctrinæ figurã cõmutauit, altius ipsius principia cõsiderans: immaterialiterquè, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractationem, mundanarumquè figurarum constitutionẽ inuenit. Hunc verò secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggressus est. Oenopidesquè Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriã sint consecuti. Quibus succedens Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusquè Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus nanq; eorum, qui cõmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autẽ cùm his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiã cæteras Mathematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quẽadmodum alicubi ipse sese manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo frequẽtia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiãquè attingit. Hoc autem tẽpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas Tarentinus, & Theętetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta sunt, ad peritioremquè peruenere constitutionem. Leodamante autem iunior Neoclides fuit, huiusquè discipulus Leon: qui ad ea, quæ superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoq; construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuenerit, quando scilicet quod quęritur problema possibile sit, & quando impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

quæ

Apud Phęnicas numerorũ incepit cognitio. Mathematici clari. Thales Milesius primus, ab Aegypto ĩ Græciam Geometriam trãstulit. Ameristus Hippias Pythagoras. Anaxagoras. Oenopides. Hippocrates. Theodorus. Plato Leodamas Architas Theętetus Neoclides Leon. Eudoxus.

quæ vniuersalia appellantur locupletiorem reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumpserãt initium, in huberiorem diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis vsus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusquе frater Dinostratus perfectiorem adhuc totã fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiã in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregiè, multaqúe particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis iisdem temporibus vigens, & in aliis quidem Mathematicis disciplinis, potissimùm autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thęteto prius edita fuerant huberiora fecit, cõpluraqúe inuenit Elementa, Locosqúe nonnullos conscripsit. Philippus autẽ Mendęus Platonis discipulus, ab ipsoqúe in Mathematicis disciplinis incẽsus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicę Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscripsere, hucusque scientiæ huius perfectionem producunt. Non multò autẽ his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thęteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio ostensa fuerãt, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autẽ iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in aliis libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esset'ne aliqua ad Geometriam capessendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viã regiã, quæ ad Geometriã ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidẽ est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi .n. vno, eodem'qꝫ tẽpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta aũt Platonicus, huicqúe philosophię familiaris est. Vnde sanè totius quoqꝫ Elemẽtorũ institutionis finẽ statuit, earũ, quæ Platonicæ appellãtur figurarũ cõstitutionẽ.

Amyclas. Menæchmus. Dinostratus. Theudius. Cyzicinus. Hermotimus. Philippus Mendęus. Euclides. Primus Ptolem. Archimedes. Eratosthenes. Platonicę figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina. Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumi-

Euclidis opera

na,

na, admirandę diligentię, peritęque cuiusdam considerationis plena. Perspectiua. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Specularia. Musicam capessendam conducunt Elementares institutiones. Item- Musica. que de Diuisionibus liber. Præcipuè verò circa Geometricam Ele- Liber de diuisionibus. mentorum institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordi- niem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorema- Geometrica Elementa. tum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę po- terat dicere, sed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autẽ omnis generis syllogismorũ modos, alios quidẽ à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamque accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: De- monstrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæsita fiunt pro- gressionibus: Resoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæsitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quæ simpliciores, tum etiam earum, quæ compositio- res sunt, in hac tractatione commodè est intueri. Et quæ qui- dem tota totis conuerti possunt: quæ verò, tota partibus, & con- trà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentio- num continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiã quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumque men- dacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imagina- mur tanquam quę veritati adhęrent, quęque parientibus sciẽtiam princi- pijs sunt consequẽtia, quæ tamen tendunt in eũ, qui ex principijs fluit errorem, rudioresque decipiunt, horum quoque perspicacis pruden- tiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediun- tur, ab omnique deceptione permanere immunes. Atque hoc sa- nè volumen, per quod hanc infert nobis pręparationẽ ([illegible]) Liber Mendaciorum, siue Fallaciarum. hoc est Mendaciorũ, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogita- tionem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio ve- rum comparauit, experientiæque ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendique vim habet. Ele- mentaris verò ipsius peritæ Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamque habet enarrationem.

Quod

Quod nam sit Geometriæ Propositum. Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositũ esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsita fiunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem desinit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasqúe habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorũ Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumqúe vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationẽ nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscẽtem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietateqúe in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisqúe cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisqúe suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumqúe demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisqúe egressæ sunt. Quemadmodũ sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cõscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quę in hac ostensa sunt tractatione, tanquã euidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumqúe Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex propositum.

Primum Geometrę Propositũ

Quorũdã opinio.

Secundum Geometrę Propositũ

Archimedes.

Apollonius.

Geometriæ totum Propositũ

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorũ institutor vocetur. Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioseos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusqúe Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio

quam habet rationem, vt sanè de inscriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Elementaria appellare consueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quemadmodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicissima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnisqúe dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ sequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, multorumqúe accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendũt, & simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contemplatio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò scitum quicquam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Elementarium vim. Rursus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum est. vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintiqúe, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elememента esse dicentur. Mútuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniqúe huiuscemodi Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem non omne rursus, omnis Elementum vocabitur; verùm ea, quæ principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt constituta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa constructa sunt: Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè modo in Arithmeticis quoque, in Astronomicisqúe Elementares institutiones multi conscripsere. Difficile autem hoc est, eligere quidem, commodeqúe in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

Triplex Theorema.

Elementũ quid.

Elementare quid.

Theorema. Quid sit Theorema quod neq; Elementũ est, neque Elemétare.

Duplex Elementum ex Menæchmi sententia.

Petitiones Theorematũ Elementa sunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Difficile é Elementa cóstruere.

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modū per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositū continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis cōprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionē. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facilè quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contēplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionē, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à cōmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijsdem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facilè constituuntur, quēadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis modis multi Elementa tradiderunt.

Condōnes quę requiruntur ad optimā Elementorū institutionem.

Euclidis Elemētaris institutio oēs iā dictas habet conditiones. Et ideo omnes aliorū institutiones excellit.

Cur quædā ab Euclide prætermittanē

Apollonius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo. Cap. VIII.

VNiuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquã) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisqúe principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantùm abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt vtique Geometricam Elementorum inſtitutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cõcluſiones; deqúe principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare.

Prima phi loſophia.

Nulla ſcia ſua demõſtrat principia.

Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipſis verba facit: verùm circa ipſa per ſeſe ſibi facit fidem, magisqúe ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſeſe, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens.

Motus, vt ſuppoſitio pricipiũ é.

Ita Medicus, cæterarumqúe ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſq; peritus. Quòd ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaqúe conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataqúe diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cùm quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſeſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia eſſe. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quę per ſeſe fidem faciat, verũtamen ponit, conceditqúe id aſſumenti, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiuſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verũ audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cùm autem rurſus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conceſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos ęquales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

Euclides.

Qũo differant inter ſe Pronuntiatũ, Petitio, & Suppoſitio ex ſententia Ari. 1. poſte. tex. 25

sitio. Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur. Rursus autem, quæ ex principijs scaturiunt, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia. Quęadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis sunt participes: eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpsere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientijs contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præsertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non est. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, effectionemque eius, quod prius nō erat enunciando, vtpute Aequilateris Trianguli constitutionē, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem. Melius itaque (inquiunt) est, dicere quòd omnia, huiuscemodi sunt. Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quę semper sunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè suscipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant: Quemadmodum qui Menęchmum secuti sunt Mathematici. Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speusippi sectatores benè sentiunt. Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices. Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis mutationem. Et qui Menęchmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt. Siquidem neque Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse vllo modo possunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immeritò vtique generationibus assimilari dicuntur. Cogitationis nanque nostrę motum, rationumque in ipsa existentium productionem: Figu-

rarum,

Stoicorū opinio.

Quæ à prīcipiis emanāt in Problemata, Theoremataq; diuiduntur.

Speusippi, & Amphinomi opinio.

Eorū fundamētum.

Menæchmi opinio.

Munus problematis duplex secundū Menęchmum

Duarū superiorum opinionū cōciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quę circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione sunt, sine ortu, omniq́ue mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contrà. Prorsus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsiti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumq́ue oppositum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipere symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Positionem, vel aliquid aliud huiuscemodi. Cùm igitur ita quispiam proposuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusq́ue super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, vt & non æquilaterum constituatur. Cùm autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non potest, vt non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa siquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamq́ue materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponendum est. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in partes æquales secare. nam fieri potest, vt in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispescere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrāgulum descri-

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatū symptoma quid.

describi. Atque omnia quæcunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodori, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quæritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quæritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cõtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes sit'ne super hance rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolutè quidem, atque indefinitè quærere sit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineã ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Cęterùm quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit; interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoq; generationis gratia, nam vt ostendamus quòd id, quod iussum erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quõ differat Theorema à problemate iuxta Zenodori opinionem.

Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonii sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hẽt, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum. Cap. VIIII.

POsthæc autem cùm primi libri Propositum determinauerimus, diui-

diuisionemqúe in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deqúe ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusqúe ad intellectilia Cogitationẽ transferre festinantibus magis conueniens est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, & vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod autem varium existit, indefiniteqúe continentium Laterum numero crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principalissimæqúe Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquã, & Parallelogrãmum. In his enim tanquam sub genere Elementorum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atq; Scalenum, & quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitutæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulũ proxima trium Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum toti cõuenit tractationi, ad vniuersamqúe mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam, quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum rectè inuenit principia, accurateqúe colligauit.

Primi libri Propositũ.

Maximè primæ, & principalissimę Rectilineorũ Figuræ Triãgulum, & Parallelogrãmum.

Triangulũ ęquilaterũ trium Elementorum est proxima causa, Quadrangulum verò, vnius.

Primi libri Diuisio Cap. X.

DIuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesqúe declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodq; per se se inspicit. Triangulum nanq; vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atq; inæqualitatem. Duoqúe supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrãmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrãmorumqúe generationes describens. Itemqúe Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrãmorumqúe cõmunicationem ostẽdit,

Prĩa pars primi libri eiusq; propositum.

Secũda, & eius propositum.

Tertia, & eius propositum.

ostendit,& in Symptomatibus,& in ĳs,quæ ad inuicem fiunt compa rationibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrãma ĳsdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonã pacto fiat Parallelogrãmum ęquale Triangulo: ac denicꝫ de ĳs,quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea,quę à comprehendentibus ipsum. Talis fit & Diuisio.

Quædã ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus ęos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ĳs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamqúe spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cõmemorationem. Pythagoreos imitantes,quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura,& tres Oboli.] ostendentibus quòd vtique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodcꝫ Theorema Gradum ascendit, Animamqúe tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere finit, & contubernalem mortalibus explere vsum,huicqúe consulentem,quę hinc fit euectionem negligere.

Pythagoreorum Aenigma.

INCIPIT TEXTVS.

Signum est, cuius pars nulla.

Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositioribus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat,ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie aũt ad huius Terminũ Lineam: à Linea verò ad Signũ ab omni dimensione immune, sępenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cõment. primum.

Geometra pgreditur à cõpositioribus ad simpliciora.

G sim-

Qō vbi nā Termini Terminatis pręcellāt, & vbi Terminata, Terminis. In immaterialibus rebus simpliciora pcellunt cōpositioribus. Termini imateriales pręcellunt Terminatis imaterialibus. Ratio. In materialibus rebus cōpositiora simplicioribus pręcellūt. Terminata materialia pręcellūt Terminis materialibus. Ratio.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspiciatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quę materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisquè ipsis, quæ sunt sub se se collocatę, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositiorum subsistentia. Proptereaquè & in Mente, & in Ornatibus tū medijs, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta essentiam pręcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur; & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemquè habent ascititiam, compositiores sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæquè in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur, rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquè ipsi aduenìens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisquè sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntquè deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamquè simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cùm enim in alio consistant, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquè

Cōfirmatio eorum quæ dicta sunt.

distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaqúe simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existẽtibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum sortitę sint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verũtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusqúe magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latẽter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusqúe omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaqúe omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundũ Extremorũ distãtiã, aut ex eorũ sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinitè in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia existens. Vtqúe paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatẽ in principijs superiorẽ tenent locũ, in participationibus seruant quidẽ (vt natura eis cõparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cõpositioribus factę rationibus. Materia nanq;, harũ clarius potest fieri particeps, ad hasqúe potius quàm ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarũ ĩmaterialium ordo

Respõdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani. huiusqúe magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręest, omniaqúe partibilia vnit, ac continet, eorumqúę progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium.

Digressio

Stoicorũ opinio, ipsiusq; oppugnatio.

Quòd autem non opinandum est huiuscemodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verùm esse quasdam huiuscemodi naturas in ĳs, quæ sunt, ipsorumqúe rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumqúe Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes.

Cẽtra q̃d faciant.

Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuqúe suo conseruant, & ipsarũ Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseqúe constabiliunt.

Axes.

Axes autẽ ipsas euoluunt, atque circũducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti.

Poli.

Quin etiam Poli Sphęrarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicuè non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atq; incessabilis motus præbitrices?

Pla. in 10. de Rep.

Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiæ vim, & æternam; & stabilem, quæqúe eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumqúe ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circũsilire. Aliæ autem magis reconditę, abstrusæqúe orationes Opificem quoq; Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoqúe diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem.

Pythagorei qua de causa Polum Rheę Sigillũ appellabãt.

Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisqúe vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemqúe vim per hæc in vniuersum effundit.

Cur centrũ Iouis carcerem.

Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidẽ manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentqúe omnia suum custodientia ordinem immutabilem:

Dii Polorum.

& qui Polis assistunt Dĳ, diuisorum collectricem, multiplicatorumqúe vnitricem adepti sunt potentiam: quiqúę

Axes

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Centra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphęrę autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulãtes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quòdque isti, quatenus primarum, & maximè principalium causarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt; verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timęus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet nanque Circulorum Linea tantum est. Omnes autẽ in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaquæque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cùm simplicitate præstet iuxta hancce eorũ, quæ sunt diminutionẽ,

Dij Axiũ.

Propria opinio.

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, secũda Aristo.

Qũo isti Termini subsistant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tãtum est.

Pla. in Timęo, vide etiã Arist. ĩ tertio de Cœlo.

hoc

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam. & interdum quidem penitus ipsa superat secundũ causæ excellentiam; interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam absumit impartibilitatem. Quemadmodũ igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix, alia verò vt substrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam. Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiã Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autẽ Philosopho quidem de omnibus, quę sunt, verba facienti, cuncta certè vtcunque sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias: particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autẽ eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere: hancque intueri simplicitatem, quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signũ iuxta Geometricã materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in pręsenti tamen scientia perfecta est. Siquidẽ Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignẽ, atque Aquam, hisque similia. & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur. At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam scientiam. Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est. hoc siquidem ipsi tantùm deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est. meumque principium, & simplicissimũ nil aliud est, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiũ negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit. Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scatent à principio constat essentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

Dupliciter vnitas cõsideratur.

Dupliciter Signũ cõsideratur.

Dubitatio Solutio.

Solum Signũ i Geometria partiũ expers est, & sola vnitas in Arithmetica.

Finis Digresſionis Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.

Parmenides.

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem est causa, nihil autẽ horum est, quorum est causa, huiuscemodi doctrina perspicuum fit. Fortè autẽ quispiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiũ, diuinarumq́ue Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quã sanè ambiguitatem dicamus, quòd imaginarij motus species neque partibilis tantùm est, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum. Nã si partibilis esset tantùm, non vtique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus. Siquidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per secundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta spectãte nõ esset inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincq́ue † consatam, conspersamúe promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium: desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quòd si huiuscemodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa. & iuxta illam, Signum præcipuè essentiam habere dicendum. Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint. Quòd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisq́ue puri, quàm Magnitudines sint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est. At cùm dicant Vnitatem quidem positionẽ habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures: Figuraq́ue carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantasia palàm se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omniq́ue Interuallo, ac loco immunis. Habet

Dubitatio

Solutio.

Fundamẽtum.

Primũ argumentũ.

Secũdũ argumentũ.

Cõclusio.

† Cõuolutã promere &c.

Phantasię duplex vis.

Definitio Signi secũdũ Pythagoreos, & eius expositio.

Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt.

Intellectilis materia.

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasię gremijs apparet, materialeqúe existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio secunda.

TEXTVS

Linea autem, Longitudo sine Latitudine.

Côm. secundum.

LInea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficiei, principij habet rationē. Nam Signum quidem vtpote Magnitudinum omnium principiū sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Lōgitudo, hacqúe Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cęteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porrò, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoqꝫ simul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non crassa quoqꝫ, tanquam quod consequatur notiorem eius, quod sine Latitudine est. Definiūt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existētiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fœcundamqúe vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumqúe detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Cęterum hęc quidem cuilibet nota, manifestaqúe sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correspondentia ponunt. quæ tamē vt ea, quæ cum Interuallo

Aliæ Lineæ definitiones.

Digressio

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam, Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancq́ue seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adq́ue sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancq́ue Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportione respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primùm, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaq́ue propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemq́ue illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico distat Interuallo: Binarijq́ue materiam. Superficies autem, Ternarius cùm sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamq́ue formam, atque speciem susceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primùm: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cùm tripliciter distet, per Quaternariumq́ue Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hęc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secūdam existentem, iuxtaq́ue primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Arist. primo de cęlo tex. 2.

Exēplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei Lineã Diadicam appellabãt. Parmenides.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesq́ue post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd si Multa ante Totũ Numerus quoque ante Cõtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasq́ue ante Signum erit. siquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque sectatores dicentes, quòd Lineæ quidẽ notionem habemus, quando Longitudines tantùm, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinẽ tunc, Crassitiemq́ue subiungimus: sed vnicam dũtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanè, cùm etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cùm autem Puteos, Solidum. omnes .n. distantias simul colligentes, tantùm esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus vtique, si diuisiones locorũ lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quę super Terram est. hoc nãque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quę vnà cùm Lumine, & Vmbra extenditur.

† hoc nãq;

Finis Digresfionis

Notio Lineæ iuxta Apollonium.

Pulcherrimus Lineę sensus.

TEXTVS

Definitio tertia.

Lineæ autem Extrema, sunt Signa.

Cõm. 3.

OMne cõpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq́ue imagines in Mathematicis principijs palàm se se offerunt. Cùm .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifestè videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quę propter proprium progressum, Extremũ non habet. Quemadmodũ igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamq́ue intolerabilem audaciam sub Terminũ, Finemq́ue redigit, cùm ab illa coerceatur: ita sanè Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cùm .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in sensilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiũ expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longè prima cum Interuallo seipsam

Intolerabilis Binarii audacia

Digressio

consti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumq́ue Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemq́ue vnitur, atq; vndequaq; corripitur. Infinita ergo, finitaq́ue simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cùm .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturq́ue iuxta illius vnionem. Vnde porrò in Imaginibus quoque Signa finem, atq; principium Lineę occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hîc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret vtique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quę ipsis participant, iuxta causam pręcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnà cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumq́ue diuisionem recipiunt. Pręterea hoc quoq; de Linea præaccipiendum est, quòd ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data rectaLinea terminata Triangulum ęquilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis ęquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraq; parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cùm sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neq; infinitæ, neq; cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus .n. quandam circunferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæq́ue Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypeiq́ue Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solùm Linea est, verùm etiam Figuræ perficiēdæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quòd si describi quoq; eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemq́ue principio con-

Finis digressionis
Notādū

Prima propositio primi Elemētorū.
Vigesima secunda ꝓpositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra cōsideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

TEXTVS

Definitio quarta.

Recta Linea est, quę ex æquo inter sua Signa sita est.

Cõm. 4. Diuisio Lineæ secundum Plat. & Arist.

PLato quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasqúe ponens species, Rectam vtiq;, & Circularem, reliquas omnes per mistionem ex his constituit, quæcunq; Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt; & quęcunque per Solidorum sectiones producuntur curuarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginẽ. hoc nanque nullam habet partẽ, quemadmodũ ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autẽ post Vnũ, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitũ, & Mistum, per hasce Linearũ, & Angulorum, & Figurarũ species in rerũ natura producuntur. & Fini quidẽ Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphęra in Solidis proportione respondent: Infinitati verò, Rectũ iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cõpetit, si in vnoquoq; spectetur. Mistum autẽ, quod in his omnibus est, Misto illic existenti. Lineæ nanque mistæ sunt, vt circunuolutæ, implexæqúe Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræqúe Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apsides: Solidæ verò, vt Coni, atq; Cylindri, cæteræqúe id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mista. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantũmodo simplices Lineas, verùm quandã quoque tertiã dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrũ describitur, quando, dũ recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiẽ, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaqúe Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundũ partium similitudinẽ adaptat, vt ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quę quidẽ passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cõpetit. Planę nanq; Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnõ eius, quæ circa Conũ, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola

Pla. in Parmenide.

Arist. 1. de coelo t. 5.

Dubitatio Xenocratis.

Apollonius in libro de Cochlea.

aũt

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisquè Linea. Nunquid itaque simplices Lineę tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiuscemodi Helicem, queādmodū Apollonius quoq; docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoq; Generationem manifestare. Oritur .n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cùm ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosquè motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla .n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verùm nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaquè sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistionę producta est. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cùm inęqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtique simplicior esse. in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem siquis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim rectę Lineę terminatę vtrūuis quidem

Solutio Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio describet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat; Circularẽ verò Lineam Signũ constituit dum circulariter mouetur.

Solutio.

De his autem satis. Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima esse videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquẽ ex simplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã cessat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omnẽ mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Anima quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se prędassumpsit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, omnemquẽ Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Circulari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in multitudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ solùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, hasquẽ potentias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cùm enim omnium eorum, quæ sunt, principiũ, Media, finesquẽ præassumpsisset, rectas Lineas terminat secundum naturam circũiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequẽ reuersus est, manens in suo quodãmodo more, ait Timæus. Nota autẽ est Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquẽ assistentis prouidentiæ. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit actionis, quæquẽ ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur. Cùm itaque duo hęc principia Rectum scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso prępofuisset, duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumquẽ essentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, sensilibusquẽ ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, sensiliaquẽ sortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectè Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Signa

Digressio

Pla. in Timęo.

Timæus.

Linea recta cuius sit Nota.

Circunferẽtia cuius Nota sit.

Duę, quæ à Deo sũt Vnitates.

Finis Digressionis

Ponderat definitionem Euclidis.

gna æquale occupare spatium. quanta .n. est alterius Signorum ab altero distãtia, tanta est rectę, quæ ab ipsis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quòd si in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineæ spatium, ipsorum distantiã superat; omnisqúe Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à necessario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum posita sunt pati necesse est: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariũ est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipse, & Luna, nosterqúe oculus in vna fuerint recta Linea. tunc .n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectæ Lineæ passio ostenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ sunt, iuxta processus, qui à causis emanãt, Media quidem Extremorũ distantiam, adinuicemqúe cõmunicationem, diuidendi vim habent. quẽadmodum sanè iuxta regressus, quæ etiã ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eosdem. Cùm .n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdẽ Terminos habentium minima est. si .n. quędã fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in easdẽ recidunt sententias. Exẽpli gratia, quòd in suis constituta est extremitatibus. & quòd nõ est pars quidẽ ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q; omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipsa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ sit sibi specie similis Figurã non perficit. hæc .n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progressum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cõpositam, refractam, Angulumqúe efficientẽ; reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeiqúe Lineam, quæqúe Hæderę similis est: non facere autẽ Rectanguli, Obtusanguliqúe Coni sectionem, Conchæ

Definitio rectę Lineæ secundum Pla.

Pulchra & rectæ Lineę passione in iis, quæ sunt, cõtẽplatio

Defõ rectæ Lineæ secundum Archime.

Multę rectæ Lineę defões.

Alia Lineę diuisio secũdũ Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusq́ue alio modo Incópositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidẽ Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliã quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidẽ in se se coincidere, vt quæ Figurã refert Hæderæ, quæ Cissoides vocitatur: aliã verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliã quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliã verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidẽ, quæ circa Sphæram, aut Conũ describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorũ gigni sectione. Istas autẽ sectiones alias quidẽ à Menęchmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Eratosthenis Pentametrum:

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epigrãma.

Tres Lineas in quinq; sectionibus spiricas cùm inuenisset
Perseus, harum causa Dijs sacrificauit.

Conicæ sectiones

Spiricæ sectiones

Quæ quidem tres Conorũ sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipsis. Spiricarum autẽ sectionum alia quidẽ implicata, inuolutaq́ue est, equinę similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spatium minus habet, ad vtranque autem partẽ dilatatur. Cæterarũ autem mistionum multitudo infinita est. Solidarũ nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesq́ue ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dũ circulariter mouetur quandã determinatam facit Superficiẽ, neque etiã Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariè igitur si secentur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearũ, aliæ quidem similium partiũ sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliũ partium, quemadmodũ cęteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nẽpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidẽ in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idq́ue euidenter Geminus demonstrat, cùm insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineã ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ sunt Lineę partium similium

Theorema Gemini.

Hæderę

Hęderęque ſimilium Linearum tradit. Nos verò ipſarum quidẽ cognomina, diuiſioneſque cõmemorauimus, ad ipſarum inquiſitionem ingenioſos excitantes. Ad ſingularum autem inueſtigationem rationes diligenter perquirere, ſuperuacaneũ in præſenti eſſe arbitramur. cùm Geometra ſimplices, primariaſque duntaxat Lineas hîc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præſenti definitione: Circularẽ verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminãtem, eſſe Circunferentiam. Miſtę autẽ nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit miſtos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas miſtas, Segmẽta .ſ. atq; Sectores: Solidaſque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuſcuiuſq; tradidit ſpecies, Linearum autẽ, duas tantum, ideſt Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus eſſe in ſermonibus, qui de ſimplicibus habentur, ſimplices aſſumere ſpecies. reliqua .n. omnia, Lineis compoſitiora ſunt. Quamobrem nos quoq; Geometram ſequentes in ſimplicibus Lineis ipſarum explicationẽ terminabimus.

Geminus tradit ortũ Spiricarũ, et Cõchoidũ, & Hæderę ſimiliũ Linearum.

Cur Euclides duas tãtùm Lineæ ſpẽs tradiderit

TEXTVS

Superficies aũt eſt, quę Lõgitudinem, & Latitudinẽ tãtùm habet.

Definitio quinta.

POſt Signum, & Lineã Superficies collocata eſt, quæ duplici diſtat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Craſſitudinis autẽ expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimenſione diſtante ſimpliciorẽ habet naturã. Quocirca Geometra quoq; particulã [tãtùm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in ſuperficie non exiſtente. hæcque negationi Craſſitudinis æquipollet, vt hîc quoq; Superficiei ad Solidum cõparatæ iuxta ſimplicitatem præſtantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione oſtendat: diminutionem verò, quam habet ſi ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipſis. Alĳ autem Corporis Terminum ipſam definiuerunt, idẽ propemodum dicentes. ſiquidẽ quod terminat ab eo, quod terminatur, vna ſuperatur diſtantia. Alĳ verò, magnitudinem binis diſtantẽ Interuallis. Alĳ demũ aliter quoquo modo eius formant aſſignationem, idem declarantes. Superficiei autẽ cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem diſtinguimus: ſenſum verò quendam cape-

Cõm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit, de Linea ſuperius in cõmento 2.

re, vmbras inspicientes. cùm .n. ipsæ sine Crassitudine sint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non possunt, Latitudinem tantùm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autẽ Ternario ipsam assimilari dicebant. Quoniã sanè omnibus, quæ in ipsa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima est causa. Circulus .n. qui Orbicularium principiũ est, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulũ autem cùm omnium Rectilineorũ principatum teneat, vndequaque manifestum est, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam suscepit.

Qua de cã Pythagorei Ternario Supficiem assimilari dicebant.

TEXTUS

Definitio sexta.

Superficiei verò Extrema, sunt Lineæ.

Cóm. 6.

Digressio

EX his etiam tanquã imaginibus intelligendũ est, quòd omne proximum quolibet eorũ, quæ sunt simplicius, Terminũ cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationẽ perficit, atque determinat: & Natura, Corporũ Motionem; & ante hæc Mens, Animę conuolutiones metitur: ipsiusqúe Mentis vitam, Vnũ. illud .n. mẽsura omniũ est. Queadmodum sanè in his quoque Solidũ quidem à Superficie, Superficies aũt à Linea, Lineaqúe à Signo terminatur. illud siquidem, Terminus omniũ est. In Formis igitur immaterialibus, rationibusqúę impartibilibus Linea vniformis existẽs, in Superficiei progressu variũ motum terminat, ac coërcet, ipsiusqúe proximè vnit infinitatẽ. In imaginibus aũt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminũ ipsi præbet. Siquis autẽ hìc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema sint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema sint. Sphæræ nanq; Superficies, terminata quidem est, non autẽ à Lineis, sed à se se. Dicemus quòd accipiendo Superficiẽ qnatenus duplici distat Interuallo, à Lineis ipsam terminari iuxta Longitudinẽ, Latitudinemqúe reperiemus. Quòd si Sphæricã inspexerimus, ipsam vtique accipimus vt eam, quæ iã Figuram suscepit, & aliam habuit qualitatẽ, & finem principio coniunxit, ex duobusqúe Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum existens, non autem actu.

Vnũ hic, pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

Plana

TEXTVS

Plana Superficies eſt,quę ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas. Definitio ſeptima.

PRiſcis non placuit Philoſophis Planũ Superficiei ponere ſpeciem, Cõm. 7.
verùm vt idē vtrunque aſſumere,ad Magnitudinē duplici Interuallo
diſtantem repræſentandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geome- Plato in 7 de Rep.
triam Planorum eſſe dixit contemplatricem, Stereometriæ ipſam in
diuiſione opponens,perinde ac ſi eſſet idem Planum, & Superficies.
Itidē admirandus etiā Ariſtoteles. At Euclides,& qui eũ ſecuti ſunt, Ariſto. in pluribus locis.
genus quidem Superficiē faciunt,eius verò ſpeciem, Planum, quēad-
modum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque ſeorſum à Su-
perficie definit,ad rectæ Lineę ſimilitudinē. illā nanque ſpatio,quod
inter Signa collocatum eſt æqualē eſſe dicebat. Hancqúe ſimiliter ait
duabus poſitis rectis Lineis locũ occupare ſpatio,quod inter duas illas
Lineas ſitum eſt,æqualē. Hæc.n.eſt,quæ ex æquo inter ſuas collo-
cata eſt Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus Aliorum multæ Superficiei definitiones
ſuis conſtitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea
congruit. At quidā fortaſſe dicant ipſam,breuiſsimā quoque eadem
Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extre-
ma,omneſqúe rectæ Lineæ definitiones,in Planam quoque Superfi-
ciem,genus ſolum mutantes,transferre poterint. ſiquidē Rectum,&
Circulare,& Miſtũ à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt,
vt ſuperius diximus. ſunt.n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex In cõm.4. Parmenides.
proportione. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam
eſſe,aut Circularem,aut Miſtam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus
conſiderare,ſume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: ſi
autem Circulare,Sphæricam accipe Superficiem: ſi verò Miſtũ,Co- Documentum. Geminus.
nicam,vel Cylindricam,vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit
Geminus) cùm Linea,itemqúe Superficies Miſta dicatur, Miſtionis
modum cognoſcere,quoniā diuerſus eſt. Neque.n. per cõpoſitionē Miſtionis modus diuerſus eſt in Lineis, & in Superficiebus.
tantùm, neque per Tēperationem Miſtio in Lineis eſt. Helix ſiqui-
dem miſta eſt,nec tamen eſt pars quidem ipſius recta, pars verò Cir-
cularis,veluti eorum, quæ per Compoſitionē miſta ſunt. neque etiā
ſi vtcunque ſecetur Helix ſimplicium imaginē affert, quod patiuntur Lineæ per Cõfuſionem miſtę ſunt.
ea,quæ per Tēperationem ſunt miſta: verùm in ipſa,corrupta ſimul
Extrema,confuſaqúe ſunt. Quamobrem hoc quidem Miſtionē eſſe

Error Theodori Mathematici. in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Suberficiebus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē: sed potius per quandam Temperationē. Circulū.n.in subiecto Plano intelligentes, & Signum sublime, à Signoqúe ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipsamqúe rotantes, Conicā vtique faciemus Superficiem, quae mista est. Rursusqúe ipsam secantes resoluemus in simplicia. à vertice.n. ad Basim sectionē ducentes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque.n. nos ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secentur, statim per quas etiā Lineas sint procreatę, nobis ostendunt. Modus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quaedā simplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla praecedente doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis artificiosa indigebant deprehensione; ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quae maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphaericarū ex se se notiones habemus: earum verò, quae per Mistionem cōstituuntur, scientia ipsa, eiusqúe ratio inuestigat varietatē. Hoc aūt admirabile in ipsis est, quòd scilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Mistio in generatione saepenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiei. per Circuli.n. reuolutionē haec intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut.n. in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quòd si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua: si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresqúe sunt Spiricae sectiones, iuxta hasce tres differentias. Verūtamen omnis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producitur, Circularisqúe motus. Fiunt aūt Superficies mistae tum à simplicibus (vt diximus) Lineis, dū huiuscemodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cùm ergo tres sint Conicae Lineae, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quae circa Axē conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quę Sphęroidea nominantur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoides. Sciendum autem est, quòd interdum quidē ex Lineis in superficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis.n. Spiricisqúe Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Margin notes: Supficies per Tēperationem mistę sūt. — Coni ort⁹ — Pulchrū. — Commune Lineis, & Superficiebus. — Admirabile Superficierū proprium. — Spirę ort⁹ — Tres sunt Spirae. — 1 Spira cōtinua. — 2 Spira implicita. — 3 Spira diuidua. — Tres sunt Spiricę Sectiones — Dupliciter fiūt mistae Superficies. — Quatuor corpora, q̄ mistas hn̄t Supficies, à trib⁹ Conicis Lineis producuntur. Et eorū Sup

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumq́ue differentia, quòd Lineæ quidem partiũ similium tres sunt (vt superius dictũ fuit) Superficies verò duæ tãtùm, Plana, atque Sphærica. non autẽ Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt. Hæc de Superficierum quoq; differentiis à nobis dicta sint, quarum cùm vnã Geometra elegisset (Planã inquam) hanc vtique definiuit, in hacq́ue vtpote subiecta, Figuras, harumq́ue passiones contẽplabitur. copiosior nanque in hac ei est sermo, quàm in aliis Superficiebus. rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumq́ue Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisq́ue generis Angulorum constitutiones. In aliis verò Superficiebus non omnia hæc inspici possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineũ Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorũ Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non ĩmeritò igitur hãc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat. hinc nanque præsentem tractationẽ Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectũ, & ante oculos constitutum: cuncta verò in hoc Cogitationẽ describentẽ, Phantasia quidem quasi Plano æquiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur. 1 Rectangulũ Conoides. 2 Obtusãgulũ Conoides. 3 Oblongũ Sphæroides. 4 Latum Sphæroides. Secũda cõmunitas linearũ, & superficierũ. Scđa diff. Linearũ, & Superficierum. In cõm. 4. Duæ tãtũ similiũ ptiũ Supficies sunt. Cur Geometra Planã tantùm definiuerit Superficiẽ. Quõ Planũ intelligendũ sit i Geometria.

TEXTVS

Planus autem Angulus est, duarum Linearum in Plano se se tãgentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

ANgulum alii quidem veterũ Philosophorũ in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationẽ esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alii verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atq; Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alii autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidũ.

Cõm. 8. Digressio Triplex dẽ Angulo opinio. 1 opinio, q̃ est Euclidis. 2 opinio, q̃ Eudemi. 3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorũq; fundamentũ.

Tertię opinionis cōfutatio.

Solidum. Verùm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem generis Magnitudines, finitæ existentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationē habent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri potest. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor.

In tertio Elem. propone 16.

Secundæ opinionis cōfutatio.

Primū argumentū.

Atqui si Qualitas solùm est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas inest, & inæqualitas, omninoq́ue diuisibilitas: verùm similiter vtrisq; per se se accidunt. Quòd si ea, quibus hæc per se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū est vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt.

Secūdum argumētū

Qualitatis siquidem Magis, & Minus propriæ sunt passiones, non autē Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hūc quidem maiorem, illū verò minorem: sed dissimiles, aliumq́ue magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena sint à Mathematicarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis Angulus est, ille verò minus.

Primę opinionis cōfutatio.

Tertiò si Angulus Inclinatio est, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existente Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si nihil aliud est quàm ipse Linearum, vel Planorum respectus, quî fieri potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Triangulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inspicies Inclinationem: duos verò distinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli: alterum verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.

Argumentū in contrarium.

Cęterùm necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ sunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.

Propria opinio.

Talibus planè Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum Inclinationē dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem nostrum

ſtrum ſequentibus dicendum eſt, Angulum nil quidem prædictorum ipſum per ſe ſe eſſe; ſed per horum omnium concurſum conſtitui. Et propter hanc cauſam dubitationem illis attuliſſe, qui ad Vnũ quoddam ſpectarunt. Non eſt autẽ Angulus duntaxat huiuſcemodi, ſed Triangulum quoq;. Quantitatis ſiquidem ipſum eſt particeps, ęqualeq́ue dicitur,& inęquale,vtpote materiæ ad ipſa rationẽ habẽs. Adeſt autẽ ipſi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam ſimilia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget ſubiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate,per quam quaſi propriam habet Formam, exiſtentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipſum terminantium,vel Superficierum ipſum comprehendentium reſpectu. ex hisq́ue conſtat omnibus Angulus,nec tamen Vnum aliquid iſtorum eſt. Et eſt quidem diuiſibilis,& æqualitatem,atq; inæqualitatem ſuſcipere poteſt, iuxta eam,quæ in ipſo eſt Quantitatem. Non cogitur autem eiuſdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem,per quam ſæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles ſunt; neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. ſiquidem Quantitas etiam,quæ inter inclinatas collocata eſt Lineas,ipſius complet eſſentiam. Si itaque ad haſce perſpexerimus diſtinctiones, & Abſurda diſſoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non eſſe quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoque ipſius cõpleant eſſentiam) verùm nihil aliud eſſe, quàm Superficiem ipſam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehenſam,vel ab vna ad ſe ſe inclinata Linea: ipſumq́ue Solidum ab inclinatis ad ſeinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum,à taliq́ue reſpectu conſtitutum definitionem ipſi ſuppeditet: non autem Quantitas per ſe,nec Qualitas ſolùm,neque Relatio. Hæc de Angulorum ſubſtantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem,antequã in ſpecies ipſum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo ſint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo ſcripſit, Qualitatem ipſum eſſe conceſſit. ortum .n. Anguli conſiderans,nil aliud eſſe ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd ſi Rectitudo Qualitas eſt, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipſum cùm in Qualitate generationem habeat,omnino Qualitatem eſſe. Euclides autẽ,& quicunq; ipſum Inclinationem dixere,inter ea,quę ſunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipſum, quicunque Angulum eſſe dicunt primũ

Deſtruit argumẽta quæ in ipſum reflecti poſſet.

Anguli Plani perfecta definitio.

Anguli Solidi perfecta defõ.

Vniuerſalis, & pfecta Anguli defõ.

Opinionũ diſtributio

Eudemi fũdamẽtum in lib. ſuo đ Angulo

Euclides.

primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam. oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cùm Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiatur. omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile. Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum: hancqúe vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum. non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam. Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam. verùm de his quidem satis, superqúe. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum. Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur. facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas secans partes, ad Superficierum secantium verticem. suntqúe in Sphærica Superficie huiuscemodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiqúe Linea Angulus comprehenditur: sed harum vna quidem mista est, altera verò simplex. Quòd si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus. Cùm autem Cissoides, hoc est Hæderę similes Lineæ, ad vnum coëuntes Signum, sicut Hęderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cùm Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. duę nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt. ipsosqúe triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamētum.

Fūdamēti destructio Primū argumentū. Secūdum argumētū

Carpi aliud fundamentum.

Fūdamēti destructio Finis Digressionis

Angulorū diuisio.

Anguli Sphęrales

Angulus ex Clypei Linea.

Linearum Cissoidum denoīatio.

Angulus Cissoides.

Angulus ex Hippopedis Lineis

Tres ex Circūferētiis Anguli fiunt.

Angulus vtrinque cōuexus

uos,

quando vtraq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in præsentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoides cùm vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coëuntes Angulum faciunt) totamquè Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunq; alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares Iaceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus vtrinq; cauus, vel Systroides.
Angulus Lunularis
Duo fiunt Anguli ex Linea recta, & circũferẽtia.
Angulus Semicircularis.
Angulus Cornicularis.
Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quibus iferius in cõ. 10.
Ponderat Euclidis dẽfinitionẽ.
Confutat Euclidis dẽfinitionem triplici fũdaméto.
Primũ fundamentũ.
Secundum fundaméntum.
Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defĩ 9.

ANgulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Cõm. 9.
Digressio

Vniuersalis Anguli cõsideratio. in diuinis generibus est, ordinisqúe diuisa in vnũ, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cõmunitatẽ.
copula .n. is quoque plurium Linearũ, Superficierumqúe fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatẽ Signorum collector, & omnis, quæ per
Oracula. ipsum constituitur Figuræ cõprehensor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cõpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumqúe coniun-
ctionum, perquas ea, quæ natura discreta sunt cohęrent sibi inuicem.
Pulcherrima Angulorũ oium cõsideratio. Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis ĩmateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quę vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisqúe rebus cõ-
Angulorũ qui in Superficiebus. munitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autẽ, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
Angulorũ qui in Solidis. mas ipsarum, ĩmistasqúe affingunt: alij verò eas, quæ infinitatẽ pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-
Angulorũ qui in simplicibus Superficiebus. ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Angulorũ qui in mistis Superficiebus. Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitãtur, quę intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumqúe Formarũ ima-
Angulorũ Circularium. gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus pręsident, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cõmuni-
Angulorũ Rectilineorum. tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
Angulorũ Mistorũ. immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiũ est igitur adhæc
respiciendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagorei. Pythagoreos nanque, alios Angulos Dijs alijs dicatos inueniemus;
Philolaus quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsqúe alios consecrauit.
necnon eundem pluribus Dijs, eidemqúe Deo plures, iuxta diuersas,
Asinæus Philosophus. quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Asinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
Vide idẽ superius cap. 9. totius Elementorũ exornationis primaria est causa, alios quidẽ iuxta
Latera: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiã: hos autem, vniuersorum coniunctionẽ,
Solutio tacitę obiectionis progressorumqúe rursus in vnũ collectionem, suppeditãtes. At hæc
quidẽ ad eorum, quę sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę
hîc Angulũ cõtinere dicuntur, nil mirũ est. nam quod in his Vnũ, &
impartibile reperitur, aduentitiũ est: in ipsis autẽ Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cùm

TEXTVS

Cùm verò recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam eos, qui ſunt dei-ceps Angulos æquales adinuicem fecerit: vterque æqualium Angulorum Rectus eſt: & quæ inſidet recta Linea, Perpendicularis vocatur ſuper quam inſedit. Defõ 10.

Obtuſus Angulus eſt, qui maior eſt Recto. Defõ 11.

Acutus verò, qui Recto eſt minor. Defõ 12.

HAe ſunt triplices Angulorum ſpecies, de quibus Socrates quoq; in Republica dicit, qui ex ſuppoſitione apud Geometras accipiũtur, Re- Cõm. 10. Socrates i Repuƀ.
ctilineo iuxta diuiſionẽ in ſpecies, hoſce conſtituẽte Angulos, Rectũ (inquã) Obtuſum, & Acutũ. Illo quidẽ per ęqualitatẽ, & identitatẽ, ſimilitudinemq́ue definito: his verò per Maioris, & Minoris naturã, ac deniq; per inæqualitatẽ, & diuerſitatẽ, & per Magis, & Minus indeterminatè conſtitutis. At multi quidẽ Geometrę huiuſce diuiſionis Digreſſio
nullã poſſunt reddere rationẽ, verùm vt ſuppoſitione hac quoq; vtũtur, tres .ſ. eſſe Angulos. Cùm autẽ de cauſa ipſos interrogauerimus, hæc ab ipſis non eſſe poſtulanda reſpondent. Pythagorici verò tri- Pythagorici Geometrę reddunt cãm cur tres ſint rectilinei Anguli.
plicis diſtributionis ſolutionẽ ad principia referẽtes, nõ ſunt inopes in reddẽdis huius quoq; Rectilineorũ Angulorũ differentię cauſis. cũ.n. principiorũ vnũ quidem per Finẽ ſubſiſtat, Terminiq́ue, & idẽtitatis, & ęqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis cauſa abſolutionibus ſit: alterũ verò infinitũ exiſtat, progreſſumq́ue in infinitũ, & Finis. Infinitum
accretionẽ, & decretionẽ, & inęqualitatẽ, & omnis generis diuerſitatẽ à ſe ipſo genitis tribuat, omninoq́ue deteriori præſit ſeriei, iurè ſanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa conſtituantur principia, quæ quidẽ à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate reſpectu cuiuslibet Recti, ſimilitudineq́ue præditum, & finitum ſemper, atque determinatum, eundemq́ue manentẽ, neque accretionẽ, neque decretionem ſuſcipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm ſit ſecunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris Rõ, quæ à Fine prouenit rectũ efficit Angulũ. Rõ, q̃ ab Infinito ꝓuenit Obtuſum, & Acutũ ꝓducit Angulum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & īmutabilitas illis conuenit Dijs: Obtusos verò, atque Acutos Dijs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansę prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causę assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiæ quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurę igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientię, coniunctionisque naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē. Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, īmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiusce modi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius īmoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acutique Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

Rectilineorū Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

Rectilineorū Angulorū ad ea, q̄ sunt cōparatio

Pulchrum

Perpēdicularis pulchra cōsideratio, et cōparatio

Perpēdiculari Figurarū metimur altitudines. Huius āt causā vide inferius i cōmēto 19.

Rectilineorū Angulorū ad virtutē, & vitiū cōparatio.

Epilogus.

Finis Digressionis

Primū notādum.

& nō

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineũ esse. Hoc itaque primum adnotamus, Secũdum. Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire proposuisset, rectam suscepit Lineã super aliam rectã Lineam stantẽ, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclinatam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ: & non vnica tantùm, queadmodũ Perpendicularis. Rectus angulus non Rectorũ mẽsura ẽ, queadmodũ, & Inæqualium æqualitas. Post hæc autẽ illud, quod dixt [Angulos æquales adinuicem] ad summã quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ sint, Rectos esse necesse est. Tertium. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdã non rectè visum fuit; sed Quartũ. rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus est, quia cùm sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambobus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutè adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnà cũ æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hîc quoque Autoris nostri propositum in memoriã reuocandum censeo, quòd scilicet Quintum de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quãobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quę in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quę Solida appellatur, non est præsentis tẽporis definire. Queadmodum igitur Planũ definiuit Angulum: ita etiã huiuscemodi Perpendicularẽ. quoniam solida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in subiecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

TEXTVS

Terminus est, quod alicuius Extremum est. Defõ 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus est, Lineę nanque Côm. 11.

Termi-

Terminus est,& Extremum: verùm ad Spatia,quæ in Superficiebus sunt,& ad solida Corpora. nunc .n. Terminum vocat Ambitũ, qui vnũquodque Spatium terminat, atque distinguit. huiusecemodiqúe Terminum,Extremum esse definit. non eo modo,quo Signum,Lineę Extremum dicitur: sed eo,quo illud,quod includit,atq; excludit

Geometria, q̃ ab initio fuit

à circũiacentibus. Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit,per quam agros metiebãtur,& Terminos ipsos inconfusos,distinctosqúe seruabant,ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere. Cùm itaq; externum Ambitum, Terminũ Euclides vocasset,nõ immeritò ipsum,Extremum quoq; Spatiorum definiuit. per hunc .n. quodlibet comprehensorum circũscribitur.

Circulus est quoddã Planũ spatiũ.Cõtrariũ vide superi⁹ in cõm.1.

Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidẽ, Terminum, atq; Extremum: ipsum verò Planum,quoddam Spatium: in cæterisqúe similiter.

Defõ 14.

TEXTVS

Figura est, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur.

Cõm.12. Figura multipliciter dicitur Prima species Figuræ.

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasqúe in species diuiditur,operępretium est primùm eius differentias inspicere: postea de illa Figura,quæ in hac proponitur definitione differere. Est itaq; Figura quædam,quæ per mutationem constituitur,& à passione fit,dũ illa,quæ Figuram recipiunt vexantur,vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt,vel alterãtur, vel alias varias affectiones patiuntur. Est etiam Figura,quę ab Arte vtpote Fictoria,vel Statuaria

Secũda.

fit,iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem: Arte quidẽ speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente. Sunt autẽ his adhuc nobiliores, pręclarioresqúe

Tertia.

Figurę,Naturę opificia.alię quidẽ in ijs,quę sub Luna sunt Elemẽtis, Rationũ in ipsis existentium cõprehendendarũ vim habẽtes:alię verò in cœlis,quæ ipsorũ potentias,& motus distingunt.per se se nanq; & adinuicẽ cęlestia corpora plurimã, admirabilẽqúe exhibent Figurarũ varietatẽ:& alias alio in tẽpore formas ostẽdunt,intelligẽtiũ formarũ imaginẽ afferentes:& suis cõcinnis reuolutionibus incorporeas,

Quarta.

ĩmaterialesqúe Figurarũ describunt potentias. Sunt autẽ rursus præter has quoque purisſimæ,atque perfectisſimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per se seque mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt; cùm verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quę dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialemque Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniores sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentijs præstant; vndiq; verò impartibili, Mentisque luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisque firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum ĩmutationẽ ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quę exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circũambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidẽ cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris; & alia quidẽ simplicia, alia verò ex pluribus cõposita formis: & alia quidẽ sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasque demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriã naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsque subsistunt. Animarum autẽ, diuisione, & varietate, omnisque generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnà cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum liberę, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnẽ in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandique sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figurę spẽs oium pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarũ oium consideratio.

Democriti opinio, & eius cõ

futatio, vide ét Ari. in lib. de séſu & séſili, & ī li. de diuinatione per ſomnũ. Primũ argumẽtum Secũdũ argumẽtum Opinio ꝓpria. Prima opinio, quæ é Antiquorũ, & eius cõfutatio. Secũda opinio, q́ eſt Stoicorũ, & eius cõfutatio, vide ét. Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19. Primũ argumentũ. Secũdũ argumẽtum Propria opinio.

guras, producere (motus ſiquidem cùm imperfecti ſint, principalem vtique, primariamqúe habere non poſſent effectuum cauſam: neque ex motibus contrarijs eædẽ ſæpe fierent Figurę. ex additione nanq; & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hęc alijs in generatione ſeruire cenſebimus, perfectionemqúe ipſis ab alijs primigenijs cauſis aſsignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes ſunt Figuræ ſubſiſtere non poſſunt, illæ verò tantùm, quæ in materia ſunt, ſubſiſtunt, vt quidam alicubi dicunt. At neque (vt alij aiunt) ſunt quidẽ extra materiam, ſubſiſtunt verò ſecundum excogitationẽ duntaxat, & abſtractionem, vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abſtractionem ſubſiſtunt, incolumis ſeruari poteſt? eiuſmodi .n. cùm ſint, cuiuſmodi ſenſiles, quàm longè ab inconuincibili, puraqúe deficiunt certitudine. Cùm autem ſuſcipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenã hæc accipient? aut .n. à Senſilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nã dicere ab eo, quod non eſt, omnium eſt abſurdiſsimum. non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo ſubſiſtentes reliquit. nec fas eſt Animam noſtram certiores, & perfectiores, magisqúe ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipſiqúe Dij. Sunt ergo ante ſenſiles Figuras, per ſe ſe mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes. & nos excitamur quidem à ſenſilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines ſunt. & his ſenſiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cognoſcimus. emergentes .n. ſe ſeqúe propagantes quæ in nobis ſunt Rationes, Deorum formas oſtendunt, vniformesqúe vniuerſorum Terminos. per quos inexplicabiliter in ſe ſe cuncta conuertunt, in ſe ſeqúe continent. In Deis igitur cum egregia vniuerſarum Figurarum cognitio eſt, tum gignendi, & cuncta inferiora conſtituendi vis. In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent: cognitionis verò, intelligẽtisqúe perceptionis expertes ſunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio eſt, & per ſe ſe agens cognitio: fœcunda autem, efficaxqúe cauſa, non eſt. Quemadmodum igitur Natura efficiendo Senſilibus præeſt Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem ſui partem agendo, promit in Phantaſia tanquam in ſpeculo Figurarum Rationes. Illa autẽ in ſuis ſpectris eas recipiẽs, habensqúe imagines earũ, quæ intus exiſtunt Rationum, per haſce quippe imagines prębet, Animæ intus conuerſionem, ad ſe ſeqúe ab ipſis ſpectris

Qualis in Deis Figura ſit. Qualis in Naturis. Qualis in Animis. Pulchra Naturę ad Aíam cõparatio.

actionẽ

actionem. Exempli gratia, siquis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita vt denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinẽ admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atq; Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se seque obiectis inserere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in vnionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primùm definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipsam vna cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque sui ipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quàm Figura, & Forma. ipsam siquidẽ terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositũ adijcit. cùm .n. hęc quoq; Finis, & Infiniti duplicẽ progressum in proprijs Formis ostendat (queadmodum etiã Anguli Ratio) vnũ quidẽ Terminum, Formãque simplicẽ infert ijs, quę ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem; plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exẽplum.

Applicat dictis exẽplum.

Epilogus.

Vnũ hic p Deo, vt ẽt superius ĩ cõm. 6.

Finis Digressionis Geometra eã cõteplãt Figurã, quæ in Phantasia est.

Ponderat Euclidis Defõnem

Qũo Figura, Finem, et Infinitũ in ppriis Formis ostendat

Qualis sit Figura, q̃ ab Eucli. definitur.

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuriâ ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At

Cēsō Posidonii.

Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur: Terminusque, à Ter-

Cōparat Posidonii Defōnem Definitioni Euclid.

minato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantùm ostendit. & alter quidem definit quod figuratum est,

Duplex Circuli cōsideratio. vide ēt superius in cōm. 1. & in cō. 11.

quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quantitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis

Dubō contra Euclidis definitionem.

obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt

Argumentum.

species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quòd genera quo-

Solutio.

que, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione complectitur. Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue cau-

Digressio. Causę Figura perficientes.

sis perficitur? Dico sanè, quòd primum quidem ex Fine oritur,

Figurę Rationis triplex cā prima.

& Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti.

Secūda cā q̃ est pria Totalitas.

Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porrò ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figuratum in diuersas ipsarum dissecatur species. Circulus namque, & Rectilineorum quodlibet, in

Euclides i lib. de Diuisionibus

ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat vtiq;, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et queadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanè ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrà rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verùm qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisiõne repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficimus, siquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad hasce assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatæ sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã, quæ est accumulata Multitudo.

Quarta cã, q̃ ẽ Numerus Ternarius.

Numerus est i Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quĩta cã, q̃ est secũda Totalitas

Qũo Figura Diis attribuatur.

TEXTVS

Defõ 15. Circulus est Figura Plana ab vna Linea cõprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurã sunt oẽs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem ęquales sunt.

Defõ 16. Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cõm. 13. Circulus ẽ oium Figurarũ pstãtisſima.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarũ Circulus est. nã Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciori loco existit; ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiqúe, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuinioris esse naturę Circulum reperies. si.n. in cœlum, & Generationẽ vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularẽ, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circulare est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius.n. circunuolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemqúe mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentẽ ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidẽ esse dixeris Circulũ, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionẽ ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationẽ Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlũ. Circulariter.n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentẽ imitatur. Animę autẽ generatio, & progressus, secundum rectã fit Lineã. aliàs.n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidẽ corporeum Recti portione: omnę verò Animale, Circuli identitate, similitudineqúe participare constitues. nam illud quidẽ cõpositum est, potẽtijsqúe varium, quẽadmodum rectilineę Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligẽs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se seqúe agens. Vnde porrò Timæus quoq; cùm vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularẽ, & informationẽ ab ea, quæ Mundò insidet Anima præbuit. Veruntamẽ quòd Circulus quidẽ vbiq; respectu aliarum Figurarũ primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operępretium est autẽ totam quoq; ipsius seriẽ inspicere, desuper inchoantẽ, & vsq; ad inferiora desinentẽ, omniaqúe perficientẽ, iuxta eorum aptitudinẽ, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dijs itaq; conuersionẽ ad suas causas, atq; vnionẽ præbet, & hoc, quòd in seipsis maneant, à beatitudineqúe sua non discedant, summas quidẽ ipsorũ vnio-

Socrates i Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio.

Circulus pfectionẽ reb⁹ oĩbus prębet. Deis.

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumquę simplicitatę continens. Mētium autē essentijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequę intellectiones perficiant, omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circunsiliēdi, redeundiquę iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinem, ęquationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur; & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinem affert. ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà; vt corruptio quoq; vnà cū generatione fit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circunuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium essentiis.

Animis.

Vnum hic pro Mēte.

Cęlestib' corporib'

Quatuor Elemētis.

Aīalibus, & Plātis.

Iis, q̄ pter naturam fiūt.

Musæ ī 8. de Repu. Socrat. in Repub.

Digitized by Google

ordo: vt nullum immoderatum, malumqúe sit, nec desertum à Dijs: sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiã infinitam varietatem ad terminum, conuenientemqúe ipsis redigat ordinẽ. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cùm decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoq; media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsq; ad Denarium circũuoluitur. Quinarius enim, atq; Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ijs, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur. cùm .n. multiplicantur, in se se desinunt. Progressionis igitur imago est multiplicatio, siquidem in multitudinem extẽditur: Regressionis verò, exitus in eadem specie. Horum autẽ vtrunq; Circularis præbet potentia, excitãs quidẽ à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cõuertẽs verò post productiones multitudinem ad causas. Duo itaq; Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisqúe Naturæ conuertibile genus præcedit: alter verò omne femineum, & par, fœcundasqúe series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verùm hęc quidem hucusq; terminata sint. Mathematicam autẽ Circuli definitionem accuratam vndequaq; existentem contemplabimur. Figuram itaq; ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est, & ab vno Termino vndequaq; comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Termino consociatus. Itemqúe Planũ, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectẽtur Corporibus, Circulus planarũ Figurarũ prima est, simplicitate quidẽ solidis pręstans, Vnitatis verò ad planas rationẽ habens. Ab vna autẽ Linea cõprehensum, eò quòd Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumqúe extrinsecus circũpositorum varietatẽ non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent: aliæ verò haud cunctas. Ellipsis nanq; ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamqúe incidentes, æquales sunt: verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes ęquales sint. Quoniam autẽ Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnius haud sunt Centra)

Epilogus.

Circuli pulchra in Numeris cõtẽplatio

Numeri Circularis cõtẽplatio

Quinari⁹, et senarius mediũ inter oẽs numeros possidẽt locũ.

Finis Digressionis

Mathematicę Circuli defõnis contẽplatio, & cõditiones.

Prima cõditio.

Secũda cõditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

trà) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita.n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnũ hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nanque Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quę intra Figuram sunt Signorum] neque hoc abre fecit, Centrum solum accipiẽs, non autem Polum. siquidẽ vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoque adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiã incidentes, æquales suut, Centrum est Circuli. nam duo tantùm huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atque Centrum. verùm ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exẽpli gratia, Si Gnomonem in Cẽtro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes.n. quę ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterquẽ in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferẽtia, quidquẽ tota Circularis Figura, hucusque deteterminatum est. Rursus ergo ex his ad Exẽplarium recurramus contemplationem, in illisquẽ Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbique intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentiã multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaquẽ Circunferentia: ita sanè in illis quoque haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verùm vnà quidem omnia sunt, permansio, progressus, atque regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quòd si distantẽ ab hoc progressum, in hoc quoque habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cùm itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defĩo Cẽtri.

Quid sit Polus Circuli, & eius defĩo.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distãtiarũ à Centro, & Circũferẽtiæ in Exẽplaribus cõtẽplatio.

Qũo hæc cũ illis cõmunicẽt.

Qũo differant.

Pulchrum

Qũo inueniatur ille qui verè ẽ

Circulus, & vera Circularis natura.

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio è cōspectu remoueris, eū, qui verè est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non sui maximè impartibile, maximeq; singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quæ in ipso est infinitatem: ad vnum verò sese exsese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturę, occultatricemque in ipso vnius vim se se excitantem. Quod porrò vnum cùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquā Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atq; desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prępositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Idē superius in principio hui' cōmenti.

Cētri Mathematici ad cētrum intelligibile pulchra comparatio

Defō Cētri ab Oraculis tradita.

Centrum est, à quo omnes vsq; ad Circunferentiam ęquales sunt: Et ad quod.

Verùm quòd quidem sit distantiæ Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque suscepit, supremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causæ assimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad sese infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Prima cā, p quā Figura Circularis apparuit.

Orphei carmen

Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquā Centrum suæ habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressionis

Triadicus Deus.

nis etiam rectilinearum Figurarum primã in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologicorumque maximè arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quòd prima quidẽ Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectilibus causas.

Prima Figurarũ circulus, & prima Rectilinearũ Triãgulũ.

Epilogus.

TEXTVS

Dimetiens autem Circuli, est recta quædam Linea per Centrũ ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumque bifariam secat.

Defõ 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicuè Euclides ipse ostẽdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogrãmorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea est, multis autẽ in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoq; hæc tantùm vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neq; huius terminum transcendit: sed vtrinq; ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quòd bifariam quoq; Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminãtur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrũ rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, ęquum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetienrem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. ęqualis non est, vel intra cadit, vel

Cõm. 14.

Qũo differãt Dimetiens, & Diagoni⁹, & Axis.

Dimetiẽs in circulo tãtùm propriè dicit̃.

Thales.

Demõstratio.

M extra

extra: vtcunque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori, siquidem omnes à Centro ad Circunferētiam, sunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit. at hoc fieri non potest. congruūt ergo, & proinde æquales sunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat. Verùm si vno existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infiniti verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem. Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm. & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vna Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infiniti erunt, & si in infinitum sumpti fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt: verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia sunt. semper siquidem sumpti Dimetientes, finiti numero sunt. quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cùm Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet?

Dubitatio Hac .vij. obiectione Io. gra. in lib. cōtra Proc. Vide et Simpliciū 13. digressione contra Gra. in 8. phisico. Solutio.

TEXTVS

Defō. 18. Semicirculus verò, est Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipsa Dimetiente aufertur Circuli Circunferentia.

Defō 19. Centrum autē Semicirculi, idem est, quod etiam Circuli.

Cōm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę sunt in Circulo Signis discrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamquę ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quidnam sit edocet: & quòd à duobus Terminis continetur, hisquę semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia: & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens. siquidem minus quoq; Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaquę continentur, non tamen hęc Semicirculi sunt. eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est. Cunctæ ergo huiuscemodi Figuræ,

Figurę biformes.

bifor-

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem intersecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verùm simplicibus, hisqúe per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusqúe fit Angulus. non enim seinuicem intersecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæterùm quòd idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocqúe omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales. hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circuliqúe Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet; ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumúe rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemqúe causis participare? Duplicitet enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsan assimilatur vtique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadic' Circulus. Figuræ, q à duobus Terminis cõprehẽditur diuisio

Cur Euclides Semicirculũ in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit et segmenta. ibi .n. locus est proprius. Figura Lunularis

Corona

Vtrinque cõuexa Figura.

Notãdum

Centrum tres habet locos.

Digressio

Dupliciter Semicircul° cũ Circulo cõicat.

Pulchra Semicirculi cõsideratio.

cipia coordinationibus, quę illis principijs participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur.

TEXTVS

Defô 20. Rectilineę Figurę sunt, quę à rectis cōprehenduntur Lineis.
Defô 21. Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Defô 22. Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Defô 23. Multilaterę aũt, q̃ à pluribus q̃ quatuor cōprehendũtur Lateribus.

Cōm. 16.

POst Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemque Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea namque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quàm si multiplicetur: Numerus verò contrà, plus si multiplicetur, quā si componatur: Binarius aũt siue in se se multiplicetur, siue componatur, ęquale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est: ita etiam Semicirculus, iuxta quidem Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circunferentiā, cum Circulo. Progrediuntur aũt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilaterę enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoq; sunt: verum habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissemus; cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarũ verò, Quadrilaterarumque duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum ēt primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterq; itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cùm de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrāmis) in primo libro docturus sit, non īmeritò ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his suffi

Idē ī superiori cō.

Quomodo Binari' medi' sit iter vnitatem, & Numerū. Q̄ro Semicircul' medius sit iter Circulū, & Figuras rectilineas.

Duplici q̄ causa duarum tantùm rectilinearū Figurarum Euclides mentionē fecit. Prima causa.

Secunda.

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendũ, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à simplicibus continentur Lineis, aliæ verò à mistis, aliæ autẽ ab vtrisque. Et earũ, quæ à simplicibus cõprehenduntur, aliæ quidẽ à similibus specie, vt rectilineæ: aliæ verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmẽta, & Apsides, quæ Semicirculis minores sunt. necnon earum, quæ à similibus specie continentur, aliæ quidẽ à Circulari cõprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autẽ, quæ à Circulari Linea cõprehenduntur, aliæ quidẽ ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autẽ à pluribus continentur. Ab vna quidẽ, Circulus ipse. A' duabus verò, aliæ quidẽ deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Angulosæ, vt Lunula. A pluribus autẽ quàm duabus, processus in infinitũ. à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quædã continentur Figuræ. si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiũt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earũ autẽ, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidẽ à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autẽ à pluribus cõprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cõprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidẽ spatium, quod ab vno Termino, vel duobus cõprehenditur, aut mistũ est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniã mistæ ipsum cõprehendunt Lineæ, queadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiã Apsidẽ: dupliciter siquidẽ Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autẽ omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quòd autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quòdque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiares sunt Dijs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum Figurarũ diuisio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmẽta, & Apsides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis spatiũ nõ cõprehẽdit. idẽ ĩ superiori com. & ĩferius ĩ 10. pronuntiato. Figura dupliciter Mista dicitur. Dupliciter fit Mistio. idem superius ĩ com. 7. Digressio.

Vide superius cõ. 10. Generatione hic intelligit Elemẽtaré regionem. vide etiam in com. 13.

TEXTVS

Defō 24 Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

25. Aequicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26. Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27. Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cōm. 17.

Duplex Triāgulorū diuisio.

Diuisio Triāgulorū à Lateribus.

Diuisio Triangulorum ab Angulis

Cur Euclides duplicē Triāgulorum tradat Diuisionem.

Triangulū Quadrilaterū, quod Acidoides

TRiangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autē ea, quę ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atque Acutus: Aequalitas verò Laterum, atque inæqualitas, est vtique in non rectilineis quoque Figuris. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quòd Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectāgulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quemadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod vtique omnes habet Acutos. non .n. hîc quoque satis est vnicum habere Acutū. cuncta siquidē Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionē fecisse: quòd scilicet non omnē Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ ([illegible]) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem ([illegible]) hoc est cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, su-

perque

perque vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiuscemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel ęquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit.n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumque formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliū, varieque permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumque materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemque præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dijs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmētis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumque existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli que Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Oxygonii appellatur.

Quadrangulū quinquilaterū. Digresfio. Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota q̄s sit Aduētitius Angulus, quē Triāguli tres Anguli Lineis Triāgularibus præbēt.

Philolaus quatuor Diis Triāgularē Angulū cōsecrauit.

Quadripartita Elemētorū exornatio

Saturnus. Mars. Pluto. Bacchus.

Nota quę sint horū Deorū in īferioribus operōnes.

Nota quæ sint horū

Deorũ ꝓpriæ naturæ. Obtusanguliq́ue Ratio formas materiales in magnitudinẽ auget, & in omnis generis mutationẽ. Acutus autem Angulus diuisibilem ipsorum naturã efficit: Acutanguliq́ue Ratio diuisiones ipsis in infinitũ fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo distantem, & vndequaq; partibilẽ materialium corporum constituit essentiam. Tot quidẽ de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex hisce autẽ diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum species esse septẽ numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidẽ vnum est, cùm Acutangulum tantùm sit: reliquorum autẽ vtrunque est triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulũ est, aut Obtusangulũ, aut Acutangulum: Scalenumq́ue similiter hanc triplicẽ habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo se habẽt, septẽ omnes Triangulorum species dicantur.

Cõfirmat Pythagoreorũ, & Timæi dictum alia ratione. Finis Digresſionis Documentum. Septẽ Triangulorũ sunt spẽs.

Digresſio Aequilaterum Triãgulũ Diuinis asſimilatur Aĩs. Aequicrus melioribꝰ generibus. Rursus autẽ iuxta Laterum quoq; diuisionem, Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionẽ intelligas: nam Aequilaterum quidẽ æqualitate prorsus, simplicitateq́ue præstans, Diuinis cognatũ est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æqualitas, queadmodum & inferiorũ omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialẽ naturam dirigentibus, quorũ maior pars quidẽ mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemq́ue ĩmoderationem attingunt: Aequicrurium nanq; duo quidẽ Latera æqualia sunt, Basis autẽ inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaq; claudicãt, se seq́ue præparant, cùm ad generationẽ tendant, refertæq́ue materia sint.

Scalenum Vitis partibilibus.

TEXTVS

Defõ 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquilatera est, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, sed rectangula non est.

33. Rhomboides verò, quæ ex opposito Latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera est, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

QVadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. vtrumque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumqúe rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocqúe dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia vèrò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuscemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verùm Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septē horum quoqꝫ posuit species, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimè potuit, quippe qui neqꝫ de Parallelis mentionē fecit, neqꝫ de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia aūt, Trapezoideaqúe omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanqꝫ, & Altera parte longius, ipseqúe Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cùm neqꝫ æquilaterū ipsum dixisset, neqꝫ rectangulū. in quibus.n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quòd verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cùm illa rectangula sint. si .n. Quadran-

Cōm. 18. Diuisio Quadrilaterarū Figurarū secundū Posidonium.

Septē sūt spēs Quadrilaterarum Figurarum.

Euclidis Diuisio.

Parallelogrāmorū ꝓprietas.

In Propositione 34 primi. Documētum.

N gulū,

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosqúe fieri reperies: alios verò dilatari, Obtusosqúe apparere. Videturqúe hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neq; æquilatera sunt, similiterqúe Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum ęquilaterum] vel [Quinquangulum, quod ęquilaterum sit, atque æquiangulum] quasi possint hæc, talia quoq; non esse. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterũ indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatiũ & iuxta Latera, & iuxta Angulos †Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumqúe Obtusos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumqúe Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ essentiæ afferre imaginem. purum siquidem, immaculatumqúe ordinem per hoc potissimùm significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminatiqúe ordinis, & indeclinabilis potentiæ sunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæqúe Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrã cõstituat, proximumqúe ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fœcundasqúe suscipiat potentias, non iniurià hisce Dijs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

† optimũ.

Digressio Pulchra Pythagoreorũ consideratio.

Motus ab inęqualitate emanat Quies aũt ab ęqualitate, idẽ in 1. lib. c. 13

Philolaus trib⁹ Deis Quadrangularẽ angulũ cõsecrauit.

Quadrangulũ ꝓximũ Terræ est Elemẽtũ. Idẽ su gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autē non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus fœcundorū quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectilium, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide et Platonem in Timæo. Vide interpretem in Theogonia Hesiodi.

Quorūdā cōtēplatio

Notādum pulcherrimum.

Cōclusio.

Duodenarius est Iouis imperium.

Dodecagoni Angulū Ioui Philolaus cōsecrauit cuius cām vide etiā apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide, et apud Proclū in Timæo, & apud Plutar. in op. de Placitis.

Epilogus.

Defō 35.

TEXTVS

Parallelæ rectæ Lineæ sunt, quæ cùm in eodem sint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producātur, in nulla parte sibi inuicem coincidunt.

Cōm. 19.

In p̄pōne 27. & 28.

QVænam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraque parte producuntur non coincidere, sed in infinitū produci, & non Parallelę n. si aliquatenus producantur, non coincident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit. neque etiam hoc absolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera distant. Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt. quòd si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, rectè insuper acceptum fuit. si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident, non tamen proinde Parallelæ sunt. Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant. his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Posidonius autem hæ Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: sed æquales habent omnes Perpendiculares, quæ à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt. Perpendicularis siquidem Spatiorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantiæ: maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores. Sciendum autem est, quòd ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum namque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: sed opus est etiam ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis. possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quæ si vna cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his rectè diuisit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ sunt terminatæ, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Linea, necnon Cissoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectangulique Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa. Rursus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones: aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea pro-

Duæ rectæ Lineæ nullũ spatiũ cõprehendere possunt. Idẽ in cõ. 15. & 16. & hæc est causa cur nõ Parallelæ ex vna parte in infinitũ pduci possint.

Cõdõnes Parallelarũ rectarũ Linearũ.

Posidonii Parallelarum diffõi.

Perpendiculares terminãt Spatiorũ altitudines, & Linearũ distantias: ideo ppendiculari Figurarũ metimur altitudines, vt dictũ est superius in cõm. 16.

Notandũ.

Diuisio Linearũ secundũ Geminum.

ducun-

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes sunt, quę scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano; aliæ verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoq́ue Plano existentium, aliæ quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliæ verò interuallum semper imminuunt, queadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæ siquidem cùm imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-inuicem, nunquam autem omninò annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo; quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ sunt.

Admirabile in Geomet. Theorema. de quo ét inferius in côm. 3. & 3 quarti. Hic quędã q̃ non sũt parui momẽti animaduertemus in cõmentariis nostris.

Tot etiam ab eleganti Gemini studio ad propositorum explanationem decerpsimus.

FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

De Petitione, & Pronuntiato Cap. Vnicum.

Cōtinuatio Libri.

In cap. 8. superioris Libri.

QVVM Geometriæ principia trifariè diuisa sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc sit differentia in superioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præsentia propositum nobis sit, quandoquidem & de ijs præcipuè nunc sermonem habeamus. Suppositiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quàm Petitionibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tanquam manifestas accipi, cæterorumqúe principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus distincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per se se cognitu manifesta sunt, nostrisqúe indoctis notionibus sunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunq; factu, comparatuqúe facilia sunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæqúe nulla egent varietate, & nulla Constructione. Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaqúe sumptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam demonstrans cognitio, Quæsitorumqúe vnà cū Constructione sumptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia, simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quòd per se se fidem faciunt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter siquidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitionem

Cōmunitas Petitionū, & Pronūtiatorum ex sententia autoris, et Gemini. Eorū differentia.

Speusippus.

nem pręparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quàm obiectorum visus: alia verò cùm statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia; hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cùm enim indeclini Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoq; methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnius reuolutionis Helicē descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cùm Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atq; Constructione, propter Quæsitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verùm hocquidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alijquidem omnia ista Petitiones

Exēplum.

Helicis Planę generatio.

Aequilateri Triāguli cōstitutio.

vocan-

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) ęqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus ęquè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quispiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, queadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transiere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vtitur quod cōmune est suæ accomodans materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tāquam principium tamen suscipi: Pronuntiatum verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cùm sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantū Petitionem à Pronūtiato distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatū illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nūc tanquam Pronuntiatum adscribunt. hoc enim Geometricæ materię proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

Archimedis, & aliorū opinio. Prima Petitio Archimedis i lib. Aequipōderantium. Aliorū opinio, de qua vide ēt in superiori libro cap. 8. Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt. Idē in principio capitis. Aliorum opinio de differētia Petitionū, & Pronūtiatorum.

Aristotelis opinio de differētia Petitionis, & Pronuntiati q̄ vide ēt i superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25. Iuxta primā differentiā nec quarta, nec quīta Petitio, in Petitionibus cōnumerari debent.

Iuxta secūdā differentiam nō est Pronuntiatū, illud, qđ vltimū in

gulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quę per demonstrationẽ quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectè enim Geminus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusq́ue Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quòd non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicuè ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Geminus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneè. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaq́ue huiuscemodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatis enumeratur. Quæ sint Petitiones, & q̃ Pronuntiata ex Ari. sentẽtia.

Reprehẽdit Apolloniũ iuxta Arist. et Gemini sentẽtiã.

Reprehẽdit Euclidẽ iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriã sentẽtiã, quippe q. quartã, & quintã Petitionẽ, malè i Petitionibus enumerauit.

In Propositione 17 primi Elementorũ.

Hoc inferius ostenditur in cõment. 2.

Iuxta Gemini sentẽtiã excludit à Pronuntiatis vltimũ ꝓnuntiatũ.

Epilogus.

Pronũtiatorũ, et Petitionũ diuisio, per quã 2. opinio d' dña Petitionis & Pronũtiati, cõfutatur.

O scie-

ſcientijs, aliæ verò cõmunes omnibus. nam illam quidẽ, quę petit diuidere Numerũ in partes minimas, peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ eſſe dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere, Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nanq; & Magnitudo poſſunt hoc pati.

Quãtitas hic cõiter ꝓ genere accipitur.

PETITIONES.

TEXTVS

Petitio 1. Petatur ab omni Signo ad omne Signũ rectam Lineam ducere.

Secũda. Et rectam Lineam terminatam ſecundum continuum in directum producere.

Tertia. Et omni Centro, & Interuallo Circulum deſcribere.

Cõm. 1. TRes iſtę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemîni ſententia neceſſariò collocandæ ſunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere, eam conſequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum eſſe ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuiſsimoq́ue motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta eſt, nilq́ue varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipſa Signo terminetur, ſimiliter ipſius Extremum breuiſsimo, indecliuiq́ue motu moueri intellexerimus, ſecunda Petitio à facili, ſimpliciq́ue apprehenſione comparata erit. Si verò terminatam rurſus rectam Lineam manere quidem ſecundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, ſecundum reliquũ, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, eſt Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta

Dubitatio .n. hæc eſt, tanta eſt Centri ad omnes Circunferentiæ partes diſtantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipſos Geometricis rebus adhibemus, imobilibus exiſtentibus, quo autẽ impartibilia mouemus

Solutio (hęc.n. minimẽ fieri poſſe) eum rogabimus non paſsim moleſtũ eſſe, ſi memoria tenet ea, quę in principio demonſtrata fuere. quòd vtiq; Rationes eorũ, quę in Phantaſia iacent, omnes ibi deſcribũt Cogitationis imagines, quarũ Cogitatio ipſa rationẽ habet. Tabella.n. non ſcripta, huiuſcemodi Mens eſt, vltima, atq; paſsibilis. At nulla apud

Mens vltima, & paſſibilis, & q recipit ſpecies, idẽ in ſuperiori lib. cap. 1. nos oratio hęc. Mẽs.n. illa, quæ recipit ſpecies, aliunde per motũ ipſas recipit. & motum quidẽ non corporeum, ſed imaginarium intelligamus. impartibiliaq́ue corporeis moueri motibus minime cõcedamus, verùm imaginarios pati decurſus. Etenim Mens impartibilis exiſtens mouetur, non tamen ſecundum locum. & Phantaſia iuxta eius

Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deserimus. A corporeo itaque loco, externisqúe motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusqúe locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur. siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse: impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur: necnõ alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetqúe hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, neq; perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidẽ, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis cõtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisqúe terminantur: & q; etiam prius quã constituantur, vndequaq; ab ipsis comprehensa sunt. nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisqúe terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quõ ea, quę sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationẽ in illis seruantia, quę tandem ab ipsis nõ abripiuntur: sed propter infinitę potentię causam, vbiq; permeare conãtur. Tertia aũt, quõ ea, quę progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regressum. Scire aũt oportet q; in infinitum produci non omnibus inest Lineis. neque .n. Circulari, neq; Cissoidi, neq; omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neq; illis, quę nullam faciunt Figuram. neq; .n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa constituitur. neq; vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est. non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digresſio.

Finis Digresſionis Documẽtum.

TEXTVS

Petitio 4.

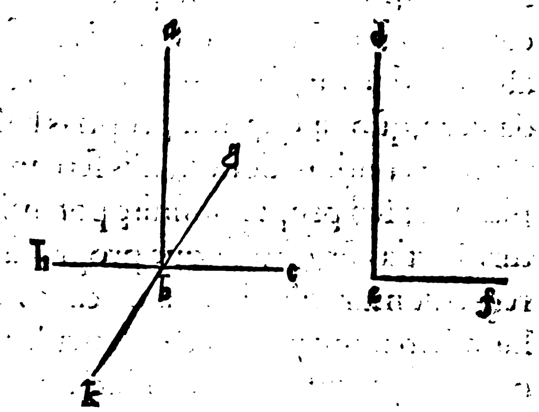
Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse.

Côm. 2.

PRæsens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaq́ue egens demonstratione à nobis cõceditur, Petitio quidẽ non est ex Gemini sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Aristotelis diuisionẽ Petitio est. Petitio enim ex sententia illius aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse dicimus, ipsiusq́ue demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam stetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f.

Excludit quarta Petitio à Petitionũ numero, tũ iuxta Gemini, tum iuxta Ari. sententiã. idẽ superius cô. 1. hui⁹ libri.

Demõstratio quartę Petitionis



Dico quòd æquales sunt. si .n. non sunt æquales, alter ipsorũ sit maior, vtputa qui ad Signũ b. Si igitur Linea d e, ad Lineã a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vsq; ad Signum h. Quoniã igitur Angulus a b c rectus est, Angulus quoque a b h rectus erit, & sibi inuicem erunt æquales. habemus .n. in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus ergo a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuersa, vera non est, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verùm si rectilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Posse autem curuilineum

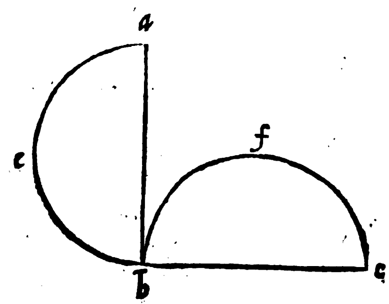
In 10. definitione.

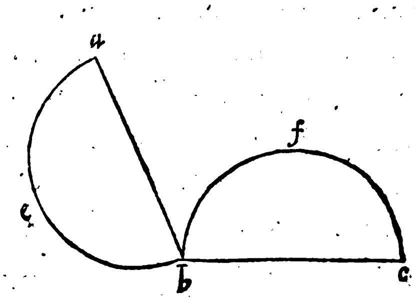
Pappi documentũ.

quoq;

quocp Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiuscemodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectã rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem necp rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisqúe Semicirculi, Centro, & Interuallo descripti a e b, & b f c. Quoniã itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis est Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c, Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus a b c, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferentiam b e secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itacp descripta sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si necp rectilineus est, quo nam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autẽ est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est, quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

In 10. definitione.



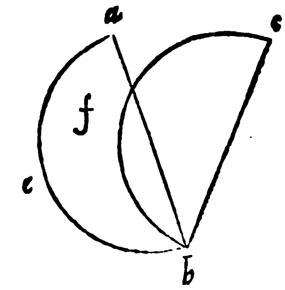


Documẽtum.

Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem. quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est.



Petitio 5.

TEXTVS

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadẽ parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitũ producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores.

Cõm. 3. Ptolemę' in Lib. cui titulus est, à minoribus duob' rectis productas coĩcidere.

In 17. propõne primi Elem.

Quorũdã obiectio.

Gemini responsio

Aristo. 1. Ethi. cap. 3. idẽ ẽt superius ĩ 1. lib. c. 11.

Simmias ĩ Phędone Platonis, de quo vide ẽt Plu. in vita Periclis.

HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema.n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cõuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit. Fortasse autẽ quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorũ diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet. Ad quos Gemînus rectè respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentẽ, ad Geometricas rationes capessendas. simile.n. est, inquit etiã Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare. & qui apud Platonẽ Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio. Et hîc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est: hoc verò, magis atque magis dũ producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autẽ necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est. nã esse quidẽ quasdam Lineas in infinitum quidẽ annuentes, nunquam aũt coincidentes, licet incredibile, admirabileq́ue videatur, nihilominus verũ est, & in alijs Lineæ formis obseruatum fuit. Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis? antequam.n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt. Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitã-

Idẽ in fine secundi libri.

tes

tes valde mordaces essent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demõstrandum ipsum sit, quibusq́ue rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturus est, tanquam manifesto vtens. tũc enim necessarium est ipsius euidentiam ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verùm per demonstrationem manifesta fit. Excludit oino Petitio hæc è numero Petitionũ.

PRONVNTIATA.

TEXTVS

Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Primũ pnuntiatũ
Et si æqualibus æqualia adiiciantur, tota sunt æqualia. 2
Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia sunt. 3
Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota sunt inæqualia. 4
Et si ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia sunt. 5
Et quæ eiusdem duplicia, sibi inuicem sunt æqualia. 6
Et quæ eiusdem sunt dimidia, æqualia sunt adinuicem. 7
Et quæ sibi met ipsis congruunt, adinuicem æqualia sunt. 8
Et totum, est sua parte maius. 9
Et duæ rectæ Lineæ spatium non comprehendunt. 10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediatæ propriè sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem simplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumq́ue dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseq́ue propter euidentiam fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsiq́ue Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cõm. 4.

Idẽ in 2. libro cap. 8.

Aristo. & Geometrarũ opinio: idẽ in lib. 2. cap. 8.

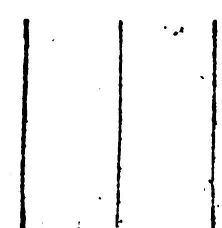
nis

Dänatur Apolloni' qui Pronū tiata de-- mōstrauit idē superius j c. 1. huius lib. In demō-strabilia à demōstra bilibus na tura diffe rūt. & eorū sciȩ diuersȩ sunt idē Arist. 1. post. t. 5. & 6.

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabilium quoque demonstrationes inuenire conatus est. Hæc autem natura ab inuicem differunt, scientiarumqúe genus diuersum est. earū inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quȩ omnino propter euidentiam in nostram cognitionem cadunt: & earum, quæ demonstrationibus vtuntur, quȩ principia ab illis accipiunt, cumqúe acceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi persuasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam inspexerit.

Apollonii demō.

Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b ȩquale ipsi c, dico quòd etiam a ipsi c æquale est. Cùm enim a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē b. & quoniam b ipsi c ȩquale est, eundem, quē & ipsum occupat locum. & a igitur eundē occupat locum, quem c. ȩqualia igitur sunt. In his itaque duo præassumpsisse oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupāt locum, sibi inuicem æqualia sunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & adinuicem eundem occupant locum.



a b c

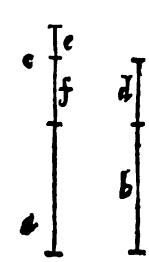
Quòd autem hæc præsenti Pronuntiato obscuriora sint, manifestum est. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia sunt? secundum Totum, an secundum partem? vel secundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum est, ad locum transire, qui ijs, quȩ in loco sunt ignotior nobis est. difficilis enim, atq; ambigua est essentiæ ipsius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cùm per se nota & credibilia sint. qui enim ijs, quæ manifestissima sunt demonstrationem affert, non cōfirmat veritatem, quȩ de ipsis est: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis prȩnotionibus habemus.

Pria Pronūtiatorū ꝓprietas. Secunda Pronūtiatorum ꝓprietas

hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt, & non solùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocqúe necessarium est. Aequale enim, atq; Inæquale; & Totum, atq; pars;

&

& Magis, ac Minus discretis, continuisqúe Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque à nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraqúe passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cõgruunt ęqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiã alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cùm ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem ęqualia, propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiusdemqúe multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adijciantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorũ, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adijciãturqúe ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, nec non f ipsi d, a f ipsi b d ęquale erit: nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantùm superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c, d, adiunganturqúe ipsis ęqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-



Qũo ex cõmunib' principiis pprię fiãt conclusiones. idem superius cap. primo.

Herõ tria tm̃ Pronũtiata posuit.

Resecat sextum, & 7. & 10. Pronũtiatum.

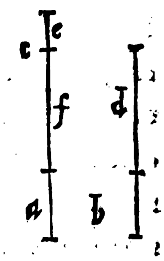
Pronũtiata comunis sũt generis. idẽ superius. cap. 1.

Quædam alia Pronuntiata quę à Pappo adducuntur.

Demonstratio primi Pronũtiati à Pappo adiecti

Demõstratio secũdi.

niam igitur a æquale est ipsi b, & f ipsi d, a f ipsi b d erit ęquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantùm excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque, iã dicta Pronuntiata consequuntur, & non immeritò in pluribus exẽplaribus prætermittuntur.



Reliqua ex definitionib. manifesta fiunt.

Quotcunq; autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta fuere, illasqúe consequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem congruunt, quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriqúe in infinitum potest. Verum enimuero quoniam de his quoque summatim diximus, reliquũ est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq; enim principia se extendunt.

Eorũ, qui cõtra Geometriam ĩstant diuisio.

† Terminos.

Stoici, quorũ opinionẽ vide in lib. secundo com. 1.

Pyrrhonii Philosophi,

Epicurei.

Zeno Sidonius.

Liber Posidonii aduersus Zenonem.

Eorum autem, qui aduersus Geometriam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidẽ omnem quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena regione, fœcundaqúe Philosophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philosophorum; aliorum verò Geometrica tantùm principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permisissent, non posse inquiunt ea, quæ principia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis concedatur, quod in principijs pręacceptum non fuerit. hunc .n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiã integrum scripsit librum, imbecillem totam ipsius opinionem ostendens.

† Verum eniuero, qui de pricipiis diuersi inter se afferũt sermones, moderatè à nobis ex iis, q̃ pcedũt, absoluti sunt.

In comẽt. sequenti.

Propositũ Autoris ĩ sequẽtib.

† Verum enimuero causę illę, quę de principijs ratione reddi poterãt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se coniunctæ sunt. Zenonis aũt infestum accessum paulò post considerabimus. Nunc verò cùm Theorematũ, Problematumqúe sermonẽ & de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis fiunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum, quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes, infinitamqúe ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,

rò,

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumque varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus.

Iuuenes ad Casuũ, Sumptionũq; varietatẽ libẽter currunt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.

TEXTVS

Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod ęquilaterum est, constituere.

Propositio prima Problema primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumque inuẽtionem diuisit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struereque proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circunscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaque huiuscemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusque conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de ijs omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quęrit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ sit similiũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuscemodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciẽtia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematũ. idẽ in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quib⁹ Geometrię sit sermo.

Geometria q̃rit quatuor ea, quę q̃ri solent.

Geometria q̃rit ipsũ Quid est, dupliciter.

Quõ Geometria quærat ipsum Si est. Quomodo, Quale quid é. Respõdet Procl. cõtra Amphinomi, & Ari. sentẽtiã, ex sententia Gemini. Argumẽtum.

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile; & quousque locum habet; & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cùm enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quòd ipsum [quale est] ibi quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non est quærere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusqúe Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nõdum manifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusqúe similibus, continuò & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verùm de Quæsitis quidẽ hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneqúe Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionẽ, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datũ excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quæ Dato desunt ad Quæsiti venationem, adijcit. Demonstratio autem, peritè ex cõcessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumqúe partes tot sunt: maximè autem necessariæ, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodqúe ostensum est concludere, harumqúe trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

Quõ, & q̃do propter quid Geometria q̃rat.

Epilogus.

Problematum, atq; Theorematũ partes.

Propositionis officium.

Expositionis officium.

Constructionis officium.

Demõstrationis officium.

Cõclusionis officiũ

Tres partes sũt maximè necessariæ, q̃ semp esse debent tũ in Problematib⁹, tũ in Theorematibus, Proposiplum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nõ est, † Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere; Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cùm in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio vt plurimùm in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verùm aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quòd opus est hoc comparare. Et fit quidem hìc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hìc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatũ est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cùm igitur vtrunque Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quòd huiuscemodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quòd Datum non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoque huiuscemodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cùm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quòd scilicet rectilinea, ne iisdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cùm autẽ dicimus, quòd si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoque proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demõstratio, & conclusio. Propositio decima Quarti Elementorum. Quando constructio deficiat.

† Demõne

Prio post. tex. 1.

Qñ Determinatio, & Expositio deficiat & quãdo non.

Expositio, atq; Determinatio Dati est.

Propõ 29 Decimi Elem.

Documẽtum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cùm Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipsius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quęsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbique autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinsecus Triãguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cùm interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutũ est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consueuere. cùm enim vt in Dato ostẽderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes. nam cùm subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trãscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positis non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantùm. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinẽ in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcẽdere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidẽ ipsius non subiungo,

Quadrupliciter Datũ accipitur. & ideo Expõ quoq; quadrupliciter fit. Demõstratio Geometrica duplex ẽ. Perfectio Demõnis.

Cõclusio Geometrica duplex est.

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem sit patet, imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari, Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat, nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere posis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hęcce. & vides quòd ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaternm constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demōstrationem nos efficit, Quęsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusqúe Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineę rectę continuentur. & vides quòd in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demōstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineę æqualis est, & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales esse dicebat. Vtraq; igitur, eidem æqualis est. Quæ aūt eidem ęqualia, & inter se sunt ęqualia,

Primi Euclidis Problematis ꝓpositio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Eucl. prob. Expositio.

Determinatio.

Constructio.

In cōstructione Petitiōibus, in demōne aūt pronuntiatis Geometrę vtunt.

Demō.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositionem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum ęquilaterum constitutum est. siue.n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eædem Constructiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Problematicā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemq́ue enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rursusq́ue ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit ostendisse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perspicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumq́ue sermonum meditationē affert. Verūenimuero quoniā hæc quoque determinata sunt, agè de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter disseramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quid'qꝫ Inductio. Sumptionem itaqꝫ de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prędicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cùm enim vel in Constructione, vel in Demonstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ratione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū inquisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis existit, cùm illa absqꝫ Demonstratione ad aliorum fidem faciendā per se sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in solutio-

Prima cō clusio primi probl. Elemē, Secunda cōclusio

Particularū Quod fecisse, & Quod de mōstrasse oportuit pulchra cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio quid.

lutionibus, nullisqúe methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autē, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationē à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod quęritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisqúe mutationē enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ēt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quēadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemqúe ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositū quoque perspicuum est. Exempli causa, quēadmodum cùm & Cubi duplicatio quæsita esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc cōsequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quę à Plat. traduntur.

Casus qd.

Corollariū quid.

Vide Varronē i lib. de lingua Latina.

Instantia quid.

Inductio quid

Nota inductiōis Geometricæ, cū inductione Logica similitudinem.

Hippocrates primus fuit inductiōis Geometricę inuentor.

Digressio.

Q Triā-

Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ est, assimilaturq; circulo. Duorũ circulorũ Aequilaterũ Triangulũ comprehẽdentiũ cõtemplatio. † Intelligẽtias. Vide Platonem in Phędro, & Proclũ in Timęo pagi. 123.

Triangulum inter Triangula optimũ sit, & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam aequales, vnamq́ue simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumq́ue ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; descriptum est, sed in illa parte, quae ex vtriusq; partibus constat) ostẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quae à principijs egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & aequalitatem ab illis suscipiunt. nam hoc modo & quae in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluuntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipsę cùm † motus trãsientes habeant, per restitutiones, & circunuolutiones non trãsientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentiae Mentis imago est, Triangulum verò, primae Animae, propter ęqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurè sanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum substantię Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum suscipere.

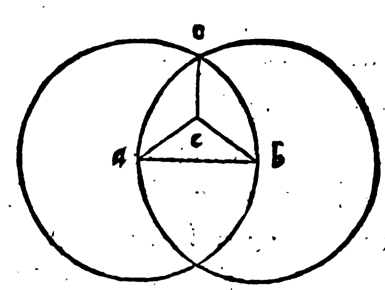
Epilogus.

Verum enimuero haec quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniã autem quidã aduersus aequilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus.

Zenonis ĩfestus accessus, & eius fundamenta.

Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam superius mẽtionẽ feci, quòd & si quis principijs Geometrarum permiserit, non tamen ea, quae principia consequũtur cõmuni compararet consensu hoc ipsis non concesso, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi .n. hoc datum esset, † aequilaterum Triangulum minimè constitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est aequilaterũ Triãgulum. Describantur autem Circuli, & à cõmuni ipsorum sectione protẽdantur rectę Lineae c e a, c e b cõmunę habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni sectione protensas, Lineae a b datae ęquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse aequalia, verùm duo reliquio minora, nempe ipso

† Triangulum nõ ostẽderet ęquilaterũ. Sit .n.



ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituetur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè consequuntur, nisi hoc quoque praeacceptum esset, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta? Aduersus haec porrò dicendum, primùm quidē quòd hoc quodammodo in principijs praeacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non esse cōmune Segmentum. etenim Rectae definitio hoc comprehendebat, siquidem Recta est, quae ex aequo inter sua collocata est Signa. hoc .n. aequale esse Signorum interuallum ipsi Rectae, eam, quae ipsa Signa coniungit, vnā, breuissimamque efficit, ita vt si quis ipsam secundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi congruat. cùm .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd breuissima est totam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quae ait [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicuè ostendit, quòd ea, quę producitur, vna esse debet, vnoque motu produci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius accipere, sit si fieri potest a b, ipsius a c, & ipsius a d cōmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus describatur a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c per Centrum est ducta, Semicirculus est ipse a e c. & quoniā recta Linea a b d per Centrū est protracta, Semicirculus est ipse a e d. Aequales igitur sibi inuicem sunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non potest. Aduersus autem hanc Demonstrationem dicet forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos praeaccepimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum. sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel si non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obstat (ait ille) non totam toti congruere, verùm secundum aliquam partem. donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū dispescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā conscium quòd licet secundum partē Circunferentiae non congruant, Demonstratio

Respōsio cōtra Zenonem.

Alia Responsio.

Secūda Petitio.

Demōstratio contra Zenonē.

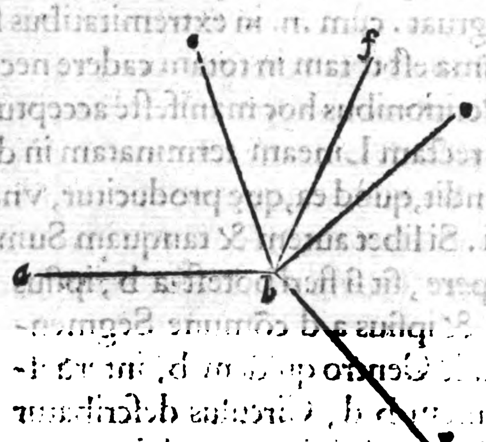
Argumentum Zenonis cōtra Demōnē.

Posidonii Respōsio.

ſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cõgruunt, altera quidem intrà: altera verò extrà erit, eademque abſurda ſequentur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales .n. erunt quę à Centro ſunt, tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesque ſunt: aut ſecundum partẽ congruens, ſecundum reliquam viciſſim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant.

Alia Demõstratio quam dãnat Zeno.

Zeno autem aliam Demonſtrationẽ adſcribit huiuſcemodi, cui etiã obtrectare conatur. Sit .n. duarum Rectarum a c, a d, cõmune Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nõ poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autẽ Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt. Demonſtratio itaque hæc eſt, quã Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare.



Posidonii cõtra Zenonem reſponſio.

Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes calumniari: eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiã quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunq; enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocque præaſſumpſimus rectum Angulum definientes. tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem fortaſſe hæc, quam erexi-

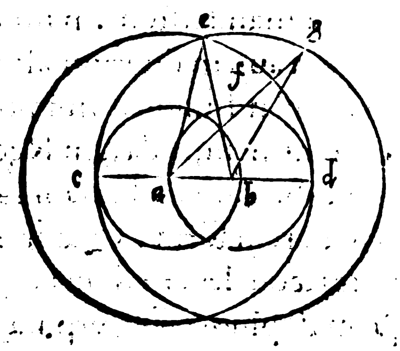
Epicurus.

mus. ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omneſque alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſſibilis quoq; materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt.

Toti-

Finis Digressionis

Totidem de æquilatero Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Aequicrus. Sit igitur Linea recta a b, super qua oportet Aequicrus constituere. & describantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraq; parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipsi a d æqualis est. Centro itaque b, Interuallo autē c b, Circulus c e describatur. Rursusque Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli seinuicē intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c; e a quoq; ipsi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam sunt ipsa a b. Aequicrus igitur est Triangulum a b e, quod fecisse oportuit. At porrò iussum sit Scalenū constituere Triangulum super data Recta a b. & describantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & sumatur in Circunferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturque ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autē est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenū ergo Triangulum est. Tria itaq; Triangula sunt constituta. At hæc quidem diuulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Aequilaterum quidem vndequaq; æquale existens, vnico modo constituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndiq; inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autē quę sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur quod Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, secun-



Reliquorū Triangulorum cōstitutio.

Documētum.

Problematū vniuersalis Diuisio.

Amphinomus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterũ verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiuscemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dispescere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentũ, minore maius quàm duplum esset, vtputa triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarũ maior vel dupla est, vel tripla (multiplex.n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoq; proportionales partes secabitur. Scire autẽ oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Propriè autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantẽ operationem proponitur. quod nanq; in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædã Problemata vocant. Magis propriè autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neq; Deficiens hoc sortitũ est nomen. Est autẽ Excedens quidem, quod ait huiuscemodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc.n. superuacaneũ est, frustraque adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunq; quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quęcunq; verò his, quę accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiã quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinẽ, Scientiamq; parientẽ Terminũ reducatur. Veluti siquis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilũ enim hoc est, atq; indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem vtroq; æqualium Laterũ habet, necnon vtrum illud, quod verticalem Angulũ vtriusq; eorum, qui ad Basim sunt duplũ habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumq; eorum, qui ad Basim

Problema multipliciter dicitur.

Problema Geometricum.

Excedens Problema quid.

Impossibile Problema quid.

Maius Problema quid.

Deficiens Problema quid.

ſim ſunt Angulorum eius, qui ad verticem eſt duplũ habet: vel quod ſecundum quãdam aliam rationem hoſce habet Angulos, Triplam ſcilicet, vel Quadruplam. fieri .n. poteſt vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifeſtum eſt, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nõ eſſe ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præſtat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum eſt, neque multipliciter, vel infinitis modis cõſtruitur. tale .n. eſſe oportuit, quod eſt aliorum Elementum futurum.

Hoc ꝓponitur i Propõne 10. quarti Elemẽt.

Quale dẽt eſſe ꝑfectũ Problema quod & ꝓpriè problema dicitur.

Primũ problema primi Elem. ceteris ꝓblematib⁹ preſtat.

TEXTVS

Ad datum Signum, datæ rectæ Lineæ equam rectam Lineam ponere.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecũdum.

PRoblematum quemadmodum & Theorematum alia quidẽ ſunt ſine Caſu, alia verò multos habent Caſus. Quæcunꝗ igitur eandem habent vim pluribus deſcriptionibus aduenientem, Poſitioneſqúe mutantia eundem Demonſtrationis ſeruant modũ, hæc Caſum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantùm Poſitionem, vnamqúe Conſtructionem procedunt, ſine Caſu hæc ſunt. ſimpliciter .n. Caſus ipſe circa Conſtructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaꝗ Problema multos habet Caſus. Datum autem eſt in ipſo Signum quidem, Poſitione, ſiquidem hoc tantùm modo dari poteſt: recta Linea verò, & forma (non .n. ſimpliciter Linea eſt, ſed talis) & Poſitione, quæritur ſiquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbicunque hoc poſitum fuerit. Manifeſtum eſt autem, quòd omnino in ſubiecto Plano Signum eſt, in quo etiam recta Linea, & non in ſubli miori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum ſubijci Planum exiſtimandum eſt. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. ſi infinita data eſt? præſens nanque Datum ad finitam, ad infinitamqúe pertinet. ſiquidem omne, quod inquiſitionis gratia propoſitum nobis

Cõm. 6.

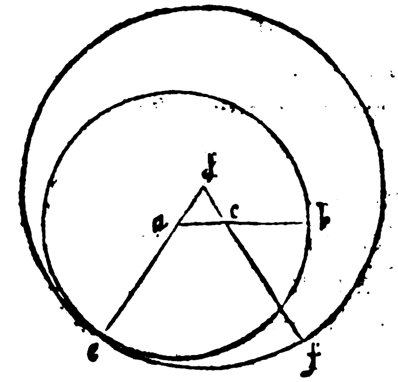
Caſus in Conſtructione eſt.

Documẽtnm

Dub.

In præcedẽti Prob.

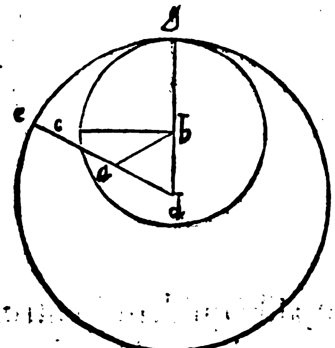
bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ est ęqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit: Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat; aut è directo datæ, ita vt si ipsa producatur, in extrà posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d e, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a e æqualis est. & propterea æqualis est d e, ipsi d f. quarum d c, ipsi d a ęqualis est. Triangulum enim d a e, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat autem a e, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt: Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Laterum protensiones, Circulorumqúe descriptiones, adhuc multò plures.

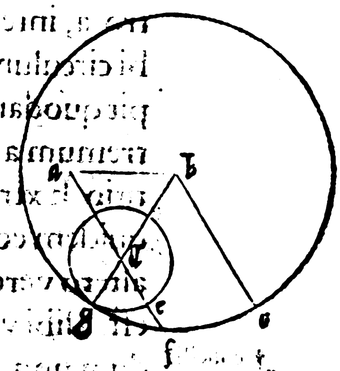


In 12. Propositione. Solutio.

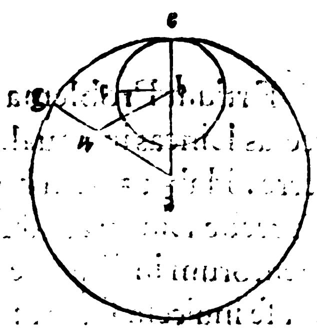
Varii hui9 Prob. Casus.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaqúe Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque æquilaterum in ipsa non constituatur superius habẽs verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur æqualis, quod iussum erat factum est. † Si autem minor, Centro





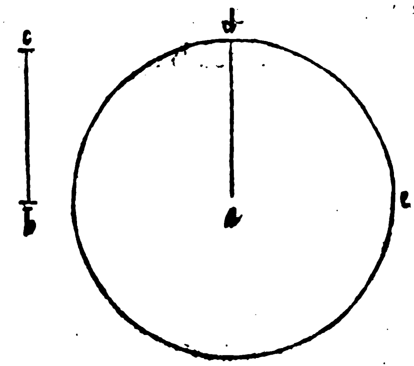
quidem b, interuallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendũ erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus designetur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniã igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verùm b e, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c æqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiã Casibus existentibus, satis est hos quoq; in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circumferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex



† Si aũt minor, Cẽtro quidẽ b, interuallo verò b c, Circulus describatur, & producã tur a d, d b vsq; ad Signa g f, & Cẽtro quidẽ d, interuallo aũt d g, Circulus designetur. Quoniã itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro.n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ẽ. æquilaterũ.n. est. Tota igitur a e, toti b g est æqualis. Verùm b g æqualis est ipsi b c, ex Cẽtro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod fecisse oportuit.

Quorũdã praua demõstratio

Centro, quanta est ipsa b c. & factum est id, quod iussum erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, describi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipsi b c, ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non † approbabimus.



† concilia bimus.

Propõ 3. Problema tertium.

TEXTUS

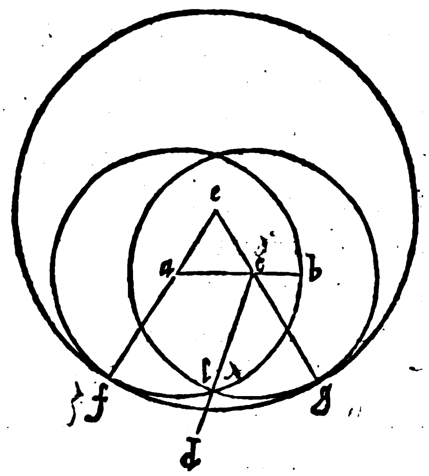
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori æqualẽ minori abscindere.

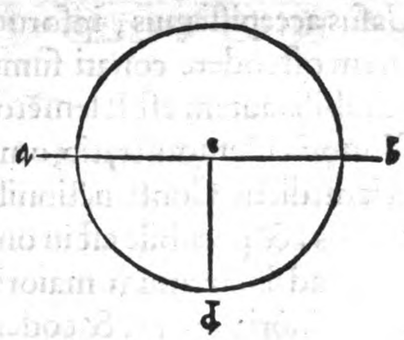
Cõm. 7.

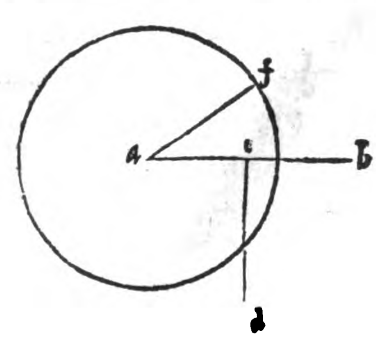
Varii hui⁹ Problematis Casus.

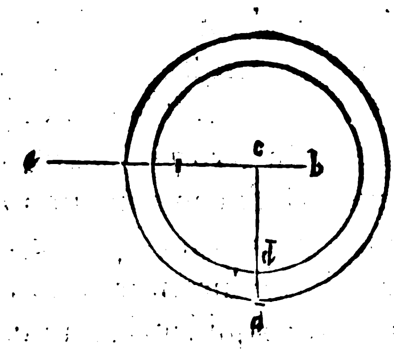
TErtium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocqúe dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verùm si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demõstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel è conuerso. & si seinuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocqúe dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

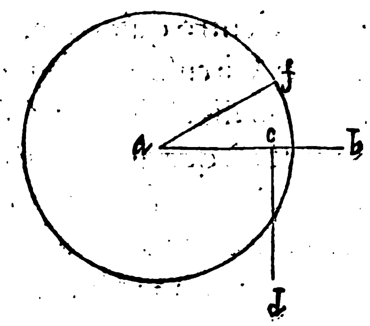
ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autẽ c d, secetque ipsam a b sui ipsius Extremo c, & Centro quidem a, Interuallo verò a b, Circulus describatur b f, & constituatur Triangulum æquilaterum super a c, quod sit a e c, & producantur e a, e c. & rursus Centro quidem e, Interuallo autem e f, designetur Circulus g f. rursusque Centro quidem c, Interuallo verò c g, Circulus g l. Quoniam igitur e f ęqualis est ipsi e g (Centrum enim est e) quarũ e a, ipsi e c æqualis est, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipsi a b est æqualis. a enim Centrum est. & c g igitur, ipsi a b æqualis erit, & hæc ęqualis est ipsi c l. centrum enim est Signum c. & a b igitur ipsi c l æqualis est. Aequalis igitur ipsi a b ablata est ipsa c l. Verùm sit c d minor ipsa a b, secetque ipsam a b, iuxta c suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiũ est ipsius a b, & est æqualis a c, ipsi c d: aut medietate minor, & Centro quidem c, Interuallo verò c d, Circulum designans ab ipsa a b ipsi c d æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipsi c d æqualem ponens, describensque Circulum Centro a, Interuallo autem a f, ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem abscindes. Si autem c d ipsam a b non per mediũ dispescit, erit c d aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas est, vel minor medietate ipsius a b, Centro vtens Signo c, Interuallo autem c d, abscindes ab ipsa a b, ipsi c d æqualem, iussumque factum est. Si verò

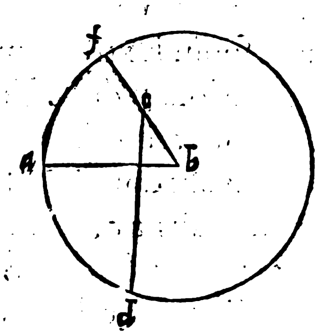












ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d ęqualem. Si autem se inuicem intersecaret quemadmodum c d, a b; Centro b, Interuallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producatur vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cùm ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elemētorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Interuallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.

TEXTVS

Propō 4. Theorema primū

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterū alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum: & Basim Basi æqualē habebunt, & Triangulū Triangulo ęquū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt ęquales, sub quibus æqualia Latera subtendunt.

Cōm. 8. HOc primum Theorema in Elemētorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū

quidē

quidem Triangulorum ortum tractas; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat; hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triãgulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triãgula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquã Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non'ne igitur facile penitus est † ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrùm nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicẽ ęquales esse? & potissimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiã est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inęqualis est, & nunquam ęqualis, & Semicircularis similiter, transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cõmune est) & ęqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices. nam alteram quidem, omnino nõ existentem producit; alteram verò, ab Inęquali per ablationem acquirit. hisque non immeritò Theorema subdit, per quod ostenditur quomodò Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur; duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel ęqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas; quęruntur autem tria, Basis ad Basim ęqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primũ in quãtitate est Symptoma.

† Ipsi occurrere? neq;.n. omnino scim⁹ an Triãgulũ cõstitutum sit.

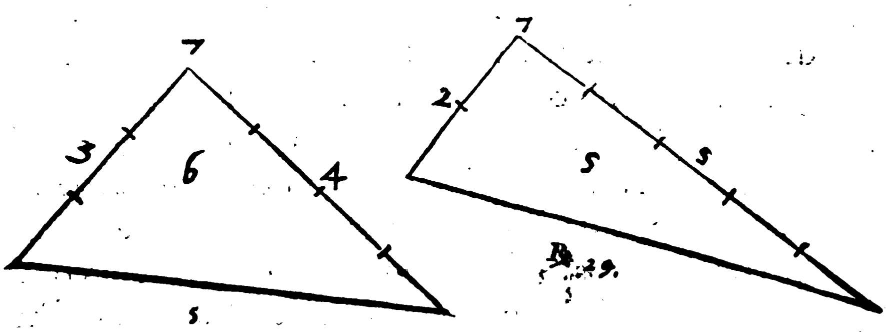
Vide 16. Propõnẽ tertii Elementorũ.

Datum huius Theorematis.

Quęsitum hui⁹ Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera ęqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in cōm. propōnis 37. & in cōm. propōnis 47.



geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hęc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo ęquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & hujus rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit ęquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cùm maiorem agrum sumpsissent, iusti existimari fuere, perinde ac si æqualem suscepissent; quoniam vtraq; simul vnum agrū comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operępretium est igitur alterum quoque alteri ęquale suscipere. & vbicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniā ab re hoc addit, si quidē de datorū quoq; ęqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab ęqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam pręaccepitis necessariò reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hîc quoque Elementorum institutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur; quemadmodum sanè Ambitum etiam, Li-

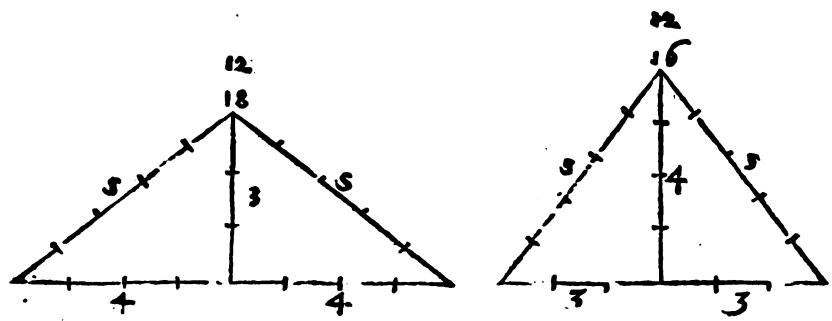
Pulchrū.

Documētum. Basis Triāguli quid. Duplex ē Trianguli Basis.

Quō Triāgulū Triāgulō ęquale sit. Area Triāguli quid. Ambitus Triāguli quid.

neam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam. Diuersum igitur est vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areæ debet esse æqualis. Accidit autem in quibusdam Triangulis Areis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse. Duo-



bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse. & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpsere. Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ ęqualis est, cùm ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-
stroidibus,

Pulchra cōsideratio. Vide ét in lib. 4. in cōm. ꝓpōnis 37. & 44.

Qūo recta Linea alii rectæ Lineæ æqualis dicatur.

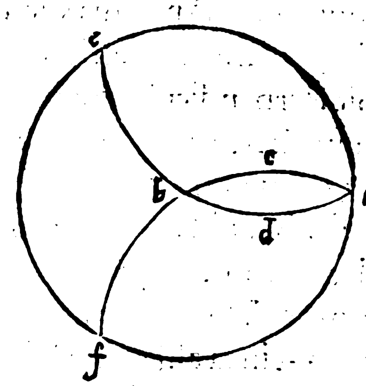
Qūo rectilineus Angul' rectilineo Angulo dicatur ęqualis.

ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus .n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quòd Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, à reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncqúe cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualē dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum. Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cōſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit igitur quòd hoc fieri nō poſsit? Sint duæ Rectę Spatium comprehēdentes a c b, a d b, & producanturin infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniā itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minimè fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniunguntur. Fieri autem poteſt vt & extra, & intra Semicirculos infinitę Circūferentię

Quō Latera dicātur Angulos ſubtēdere.

Documēti finis. † pręaſſumātur. Ad ipſius aūt Demōnē illud

Demonſtrat quòd duę rectæ Lineę ſpatiū non cōprehēdūt.



Documētum.

cunferentiæ data Signa coniungentes describantur. causa verò est, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cùm vnus sit, mensura cęterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quòd autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cõmunibus dependet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniẽs est, ab ipsaqúe Suppositionum euidentia egressa, cuilibet manifestum est. nam cùm quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, sibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusqúe ad Latera coaptatis, infernę etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Basis quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaqúe omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstrationis causa esse apparuit. duo enim hîc sunt Pronuntiata totam propositi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt: & hoc simpliciter verum est, nullaqúe indiget limitatione, quo Elementorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisqúe Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę ęqualia data sunt, sibi inuicẽ congruunt. Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à similibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiuscemodi sit. Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcqúe sibimetipsis conueniunt. Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusqúe omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt. Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd omnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verũ enim vero de † tota Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idẽ in lib. secundo. Cõm. 10.

Finis Documéti.

Præsentis Theorematis Demõstratio

Octauum Pronũtiatum.

Conuersum octaui Pronũtiati.

Nota ꝙ speciẽ hic specialissimã intelligit.

† Siplici.

Digressio.

Distinctio Problematũ, & Theorematũ secundum Carpum.

Prima differentia.

Secũda differentia.

Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quæruntur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaque artificiosa intelligentia indigentem, hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentique scientiam iudicio indigentem, vt neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsque nostrum (inquit ipse) nemo communem horũ inuentionis methodum tradere posfit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtique esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoque institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorũ institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartũ est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si et nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema, omnino enim cõmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit, congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iure Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariũ illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellũt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ sciẽtiæ cohæret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis spectans

Tertia differentia.

Propria opinio.

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemino obtrectare tanquam Theorema Problemate prius esse dicenti. etenim Carpus ipse Problematibus ipsum Præcedere iuxta ordinem assignauit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipsum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cùm quidē in Theorematibus Simplicissimum sit, atq; principalissimum (ab ipsis enim solis, vt ita dicā, primis notionibus suapte natura ostenditur) quoddam verò demōstret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duosqúe Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò post Problemata primum collocatum est, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta sunt, omninoqúe Data ipsa construuntur. Defendit Geminū.

TEXTVS

Aequicrurium Triāgulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales ad inuicem sunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, sibi inuicem æquales erunt. Propō 5. Theorema secundum.

THeorematum alia quidem Simplicia sunt, alia verò Composita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppositiones, & iuxta Conclusiones indiuisibilia sunt, vnum habētia Datum, & vnū Quęsitum. exempli gratia, si hoc modo Elementorum institutor dixisset, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet. Composita verò, quę ex pluribus constant, aut Suppositiones compositas habentia, aut Cōclusiones Suppositione Simplici existente, aut etiam vtrasque. Et horū alia quidem sunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Composita existentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè possunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & consequens, verùm fieri non potest vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataqúe fiant. non enim si Triangula Latera sola ęqualia habuerint, vel solum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidūt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Bases.] possibile Cōm. 9. Theorematum diuisio.

Prima propositio sexti.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Altitudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisque similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Conclusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemque omnibus inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hîc Cōpositio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur, Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera subtendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, & Parallelogrāmorum Theoremate sub eadem Altitudine existentiū. Et iuxta vtrunq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūque Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt: alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaque diuidit, † vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus, quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bifariam secant. Segmentorumque omnium Angulos æquales faciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmentorum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt. Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolutionumque gratia machinati sunt. multa .n. cùm incomposita quidem sint, non resoluuntur, Composita autem solùm Cōmoditates ad Resolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum est, & iuxta vtrunq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæsitum. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum cùm vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita apposuit, quippe qui Aequicrurium dixit, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, rursusque deinceps, & productis ęqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, ęquales sunt. non .n. duo esse Theoremata existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Datum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtroque, Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Triangulum: si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

Theorema.

† Vnamquāq; quidem Complexi partē nō vniuersaliter.

† Sed eorū tātùm, quę

† quæ,

&

Triangulum Aequicrus est. Verùm Elemẽtorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, ęquales esse, minimè, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, ęquales esse. nequaquã enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematũ Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interserere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarũ tamen destructiones, obiectionumq́ue Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum aũt est, ad scientiamq́ue spectat solutiones oppugnantiũ ijs, quæ dicenda sunt præparare, responsionũq́ue subsidia præmoliri. vt non solùm eorũ, quę vera sunt Demonstrationes ex ijs, quę prius sunt demõstrata, verũ etiã Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem † ex hoc quoq; in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentũ. nam qui in illis etiã sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præter propositũ est) alijs primò ipsorũ solutiones præparare, is vtique certissimam mirũ in modum disputationum viã prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, ijs, quæ nunc ostendũtur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, ęquales esse simul demonstrat, & mendacij, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuũ erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextũ non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatẽ, verùm per accidens ad totã scientiã nobis confert. Siquis autẽ à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoq; ęquales demonstrare) quodãmodo Cõstructionẽ transponentes, & eas quæ extra fiunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit.n. Aequicrus a b c, accipiaturq́ue in Linea a b quodcunque Signum, sitq́ue illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quę sit a e, & protrahãtur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in pręsenti cõm.

Dubitatio

Solutio.

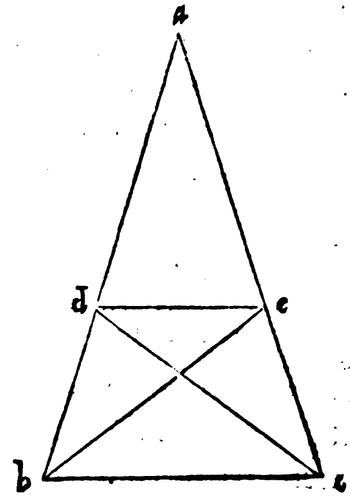
Notãdum † ex hoc quoq; eius qui i Geometria est ordinis ad Rhetoricã emolumẽtum.

Ecce causa, quã superius pmisit.

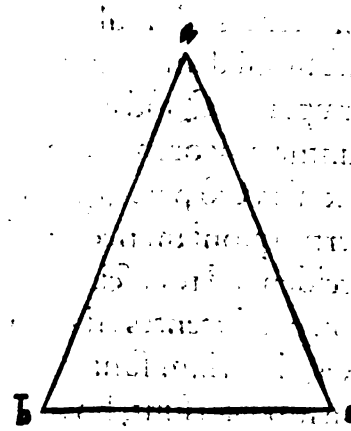
Quidã huius Theorematis casus.

a c

a c æquales sunt, Angulusq́ue a cõmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quãob rem Angulus a b e, Angulo a c d ęqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c ęquales sunt, Angulusq́ue d b e, Angulo e c d ęqualis est. & Basis igitur d e cùm vtrisque cõmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaq́ue omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniã igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, à quibus Anguli d e b, e d c ęquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri ęqualia, & Basis b c cõmunis. & omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quãobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtẽdunt ęquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidẽ d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiã rectis Lineis non productis. Adhuc autẽ breuius hoc Pappus ipse demonstrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Aequicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnũ tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniã a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b ęquales sunt, duæ vtique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusq́ue b a c, Angulo c a b æqualis est (idẽ .n. est) & omnia igitur, omnibus ęqualia sunt. Basis quidẽ b c, Basi c b. Triangulum aũt a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nẽpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorũ, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturq́ue hunc Demonstrationis modũ inuenisse, cùm considerasset quòd Elementorũ quoque institutor in quarto Theoremate cũ duo Triangula vnisset,



† nulla additione indigens, Demõstratio Pappi.



&

sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusq́ue vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula cōtēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratię sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quòd vtique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, ęquales sunt: moreq́ue Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (è quorum numero Gemînus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circunferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Gemînus Theoremate vtens, ostendit quòd tres solæ Lineæ & non plures similium partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quēadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similium partium Lineam incidentium. illis enim primùm inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus hui⁹ Theorematis īuentor.

Laudat Geminū.

Theorema Gemini.

In 20. ꝓpositione.

TEXTVS

Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propō 6. Theorema 3.

PRæsens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quęcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones adinuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio

Cōm. 10.

Cōuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium ęqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur.

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionib⁹, conclusio, nē faciūt, vnā Suppositionū, vel et plures. & hoc modo.

nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus ęqualia Latera posita, ęquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est.

Duplex Cōuersio Geometrica, propria, atq; impropria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū Notadū.

Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quędam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt propriè Cōuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Menęchmi, Amphinomique familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum aūt, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cùm .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Pręcedens hoc appellant. Cùm autē è contrario Suppositionem quidem Sympto-

Quid præcedēs, & quid Conuersum Theorema.

ma

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subijcitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triāgulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusqúe passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusqúe contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ijs, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocqúe supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudqúe Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principijs quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaqúe euidentia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verùm ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisqúe cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principijs illis ad Quęsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid.n. eorum, quę concessa sunt, exploratáque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtēdentia

Genus hic pro subiecto.

Epilogus.

Deductio ad impossibile quid apud Geometras.

Documentum.

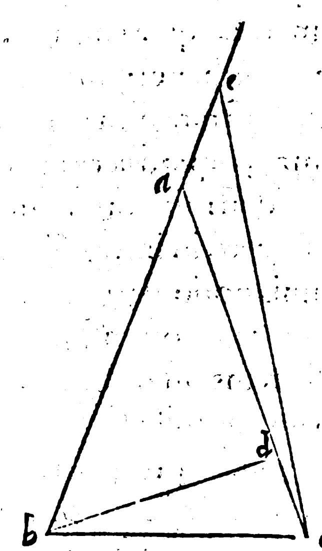
Porphyr.

æqualia non ſunt, Totum ſuæ parti æquale eſt: verùm hoc fieri non poteſt. Triangulorum igitur duos Angulos ęquales habentium Latera quoque æquos Angulos ſubtendentia æqualia ſunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impoſsibile vocatur ſufficiant. Vtitur aũt (quod iã diximus) Elementorũ inſtitutor Conuerſione quidem, in Propoſitione, quippe qui Concluſionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppoſitionem tanquã Quæſitum adiecit: Deductione autem ad impoſsibile, in Conſtructione, atque in Demonſtratione. Si autem aliqui ſurgant dicentes, quòd nõ oportet ipſi a b ab ipſa a c æqualem auferentem, ad Signũ c, facere ablationẽ, ſed ad Signum a, hanc quoque ponentes Suppoſitionem in idem impoſſibile incidemus. Sit.n. a b ęqualis ipſi a d, & producatur b a, ponaturque æqualis a e, ipſi d c. Tota igitur b e, toti a c ęqualis eſt. Connectatur ipſa e c. Quoniã itaque a c æqualis eſt ipſi b e, cõmunis autẽ b c, duę duabus æquales ſunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis eſt. Sic.n. poſitum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c ęquale eſt, Totum parti, quod minimè fieri poteſt.

Epilogus.

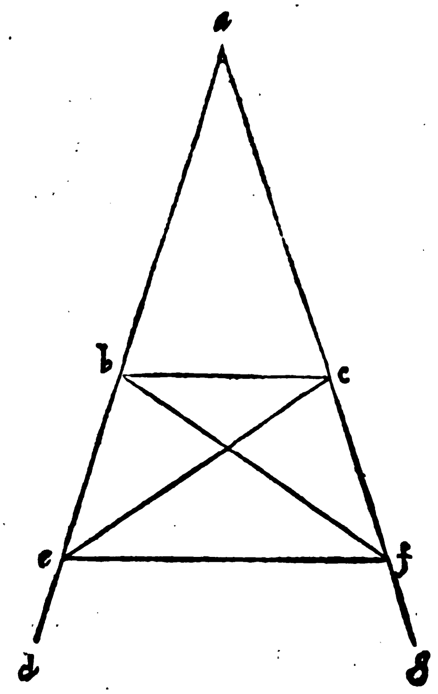
In principio huius cõmenti.

Quidã huius Theorematis caſus.



Verùm quoniam hoc quoque manifeſtum eſt, ſequitur vt reliquum etiam Conuerſionis oſtendamus. nam Elementorum quidem inſtitutor ad quinti Theorematis partẽ, totum ſextum conuertit. Operæpretium eſt autem reliquam quoque Conuerſionem adijcere. hæc autem eſt illa, quæ accipit quidem tanquam Suppoſitionem, cuiuſdam Trianguli Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe: oſtendit verò Triangulum eſſe Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, ſintque Anguli, qui ſub Baſi ſunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b c, Aequicrus eſt. Sumatur.n. in Linea ad Signum c, ipſique b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipſi c f æqualis eſt, cõmunis autẽ b c, duæ duabus ęquales ſunt. & Angulus e b c, Angulo f c b ęqualis eſt. ſub Baſi enim ſunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. & Baſis igitur e c, Baſi f b æqualis eſt, Angulusque

Demõ reliqui conuerſionis membri.



lusqúe b e c, Angulo c f b: & Angulus c b f, Angulo b c e. sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus e b c Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b ęqualis est. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis est. est autem b e, ipsi c f: & b f, ipsi c e æqualis, æqualesqúe continent Angulos. & omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis est. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f ęquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus b e, ipsi c f æqualis est. sic enim ablatę fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum a b c. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos ęquales habuerit, hoc etiam modo datum Triãgulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoq; partem Elementorum institutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt ęqualibus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur solutionem ipsi confert, cùm sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipsiqúe ansam illa præbeãt, Angulis, qui sub Basi sunt, ęqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi? si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosqúe Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui sub Basi sunt ęqualibus existentibus, Triangulũ Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

T 2 matum

matum Demonstrationem, nam paulò pòst apparebit Theorema
Propō 13. ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent: quæ vero hoc sequuntur, hac indiguere, hocqúe Theoremate fidem facient.

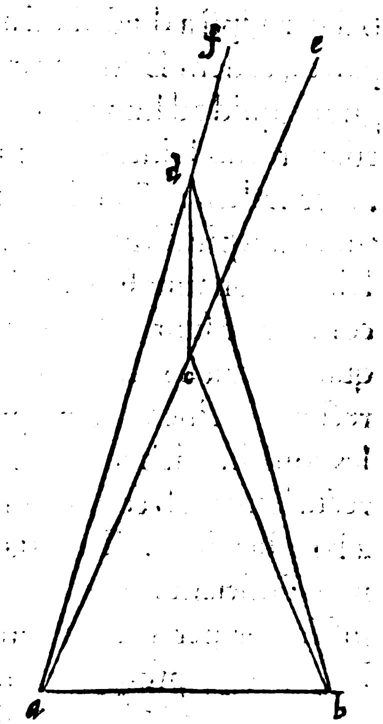
Propō 7. Theorema 4.

TEXTVS

Super eadem recta Linea duabus eisdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineę ęquales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad ad easdem partes, eadem Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes non constituentur.

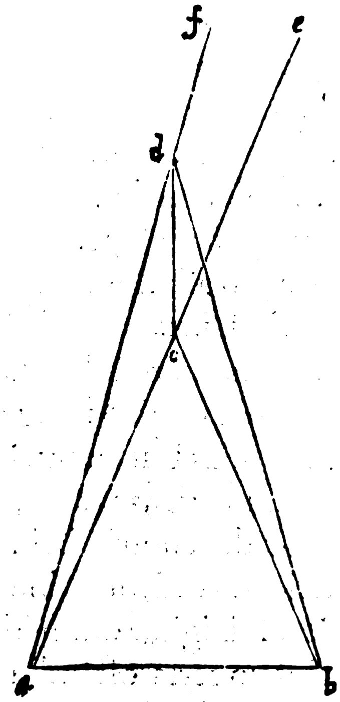
Côm. 11. PRæsens Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter ijs, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium ipsis est. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorū Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (vt
Aristote. in 1. po. st tex. 31. inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientijs maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeque nihil indigens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si debet ostendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonstratio est,
† nam sine affirmōne neque neq; Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ, plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtuntur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce Theorematis Propositio, omnibusqúe additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta est, vt ab ijs, qui calumniari conan-
Prima huius Theorematis cōditio. tur, coargui, cōuincique minimè possit. nam primò quidem particula illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus alteram alteri æquales ostendamus, Propositioneqúe vtentes circun-
Secunda. ueniamus. Secundò vna recta Linea existēte, nō inquit super ipsam duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest) sed alteram alteri. quid .n. mirū est vtrasque vtrisq; ęquales sumpsisse eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verùm alteram alteri (inquit) impossibile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
Tertia. enim si quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri ęquales fecisset, hasce illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptasset, hasqúe constituisset? omnino .n. æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum congruēt.

gruent. Quartò adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alte-
ram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissemus, ita vt recta il-
la Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices haben-
tium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Ele-
mentorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem
partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis Quinta.
rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem
recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud
Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & su-
per hac ipsas duas constituens, ijs, quę constituuntur non eadem Ex-
trema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Qua-
drangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intelle-
xerimus, duæ duabus ęquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo
Lateri, alteriq́ue Dimetienti. Verùm ęquales eadem non habebunt
Extrema. neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ
Extrema habebunt. ipsę autem erant æquales. His igitur distinctio- Instantia.
nibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur.
Fortasse autem quidam præter hos quoq; omnes scientiam gignen-
tes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri
potest vt id, quod Geometra dicit im-
possibile sit. Sit .n. a b recta Linea,
& super hac duabus a c, c b, duę ęqua-
les a d, d b, sintq́ue hæ extra illas, vt
ad aliud atque aliud Signum, c nempe,
atque d sint, eademq́ue Extrema cum
ijs, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis
habeant, a scilicet, atque b. & sit a c
quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi
b d. Aduersus itaque hoc modo instã- Respõsio.
tes occurremus, connectendo quidem
Lineam d c, producendo verò Lineas
a c, & a d ad Signa e f. his .n. constru-
ctis manifestum, quòd Triangulũ qui-
dem a c d Aequicrus est, ęquali existẽ-
te (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c:
Anguli verò, qui sub Basi, æquales,
Angulus scilicet e c d, Angulo f d c.



Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est
Angu-

Angulus b c d, Angulo b dc. Sed quoniam rursus Linea d b æqualis est Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximā affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus existētibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Consimiliter autē in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.



Alia Instātia.

Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis sit ipsi a c: b d verò, ipsi a d, ad aliud atq; aliud Signū, a scilicet, atq; b, ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea a b constituere, hisqúe æquales super eadem recta Linea a b constitui? hoc modo enim Elementorum quoq; institutor in Propositione dicit. Ipse autem a c, & a d rectę Lineæ non sunt super recta Linea a b, sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super a b recta Linea consistunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæqúe ipsis ęquales constitui debent. cùm tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea a b constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa a b recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutore per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octaui

Respōsio.

† quæque ipsis æquales sunt.

Theorematis esse. ad illius namque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit vtilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius vsum reperiemus.

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint aût & Basim Basi equalem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt. Propô 8. Theorema. 5.

OCtauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non.n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verùm aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæsitorum, quæ in illo sunt contexens, vnũ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositum est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæsitorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæsitorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autẽ causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positũ est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad imposibile ostenditur, imposibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniã verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad imposibile ostendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate, euidentiora .n. ad redargutionẽ sunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia sunt, iis quæ Theorematibus contradicunt. hęc siquidẽ

Cõm. 12.

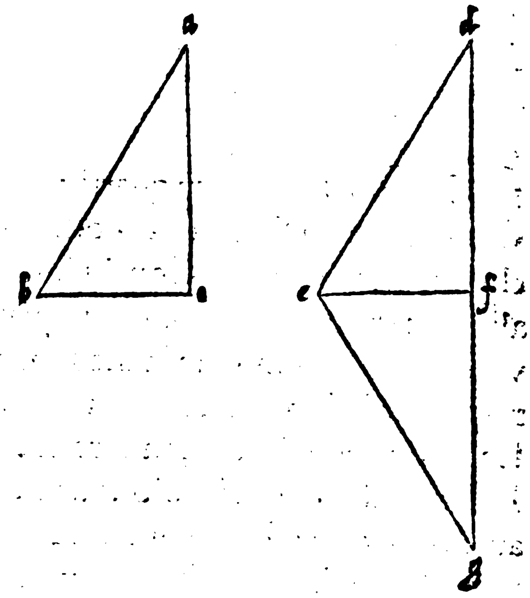
Quęstio

Respõsio.

per

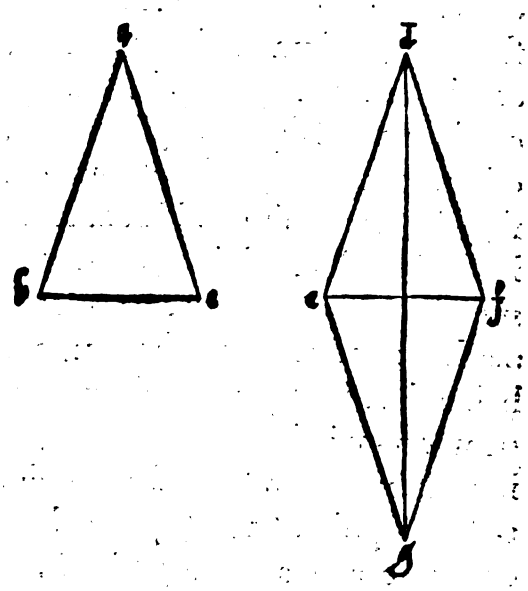
per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autẽ cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit. Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauũ se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus a b c, & d e f, duoq́ue Latera duobus Lateribus ęqualia, & Basim b c, Basi e f ęqualem habentibus, Basis Basi congruens, Triãgulumq́ue a b c, & Triangulum d e f positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum fit: ad alteram verò vtcunq; ipsius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppositi ipsorum vertices sint, viceq́ue ipsius a b c, sit hoc modo positum ipsum e f g. & sit ipsi quidem d e, æqualis e g: ipsi autem d f, ipsa f g. Ipsa itaque f g aut in directũ posita erit Lineæ d f, aut non in directum. & si nõ in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primùm in directũ posita. Quoniam igitur ęqualis est d e ipsi e g, vnaq́ue est Linea ipsa d f g, Triangulũ d e g Aequicrus est, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cõnectaturq́ue d g. Quoniam igitur e d, e g æquales sunt, Basisq́ue d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis est. Rursus quoniã æqualis est d f, ipsi f g, Basisq́ue d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis est. Erat aũt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e

Philonis Demonstratio.



Casus Demonstrationis Philonis.

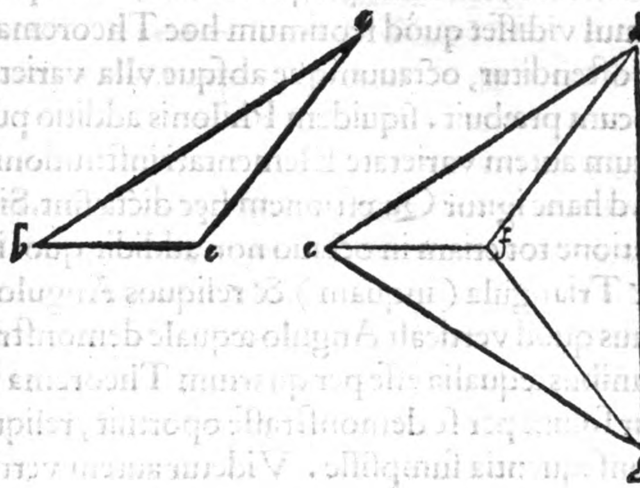
Primus.



Secundus.

ęqualis

æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta externam partem faciat Angulum ad ipsam d f, ipsa f g, & connectatur extrà recta Linea d g. Quoniam igitur d e, e g æquales sunt, Basisqúe d g, Anguli e d g, d g e ęquales sūt. Rursus quoniam d f, f g æquales sunt, Basisqúe d g, Angulus f d g, Angulo f g d æqualis est. Erāt autem toti etiam e d g, d g e Anguli ad inuicem ęquales. & reliqui igitur e d f, f g e Anguli inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet f g rectæ Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstrauimus, septimoqúe nusquam vsi fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) frustra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter octauum tantùm ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam illo ostensum est, quonam pacto penitus inutile septimum non apparet? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præcessere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, ijs, qui Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæqúe defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt vtentes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tanto temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exempli gratia, si post primum secundus sex mensibus, vigintiqúe diebus elapsis factus fuit: Tertium vtique post secundum tanto tēporis spatio minimè factum esse, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem sic se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solùm Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis conferens obiter ostendisse, verùm multa quoque alia Theoremata, atq; Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū proponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,



Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defectus cōsequēter ęquali spatio distantes esse nō possunt.

Vltima propositio libri quarti quo ad Astronomiā conferat.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quindecangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Elementorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cùm autem simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theoremate ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Casuum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens. Ad hanc igitur Quæstionem hec dicta sint.

Dubitatio Siquis autem dubitet qua ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,

Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse: Dicemus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque omnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tanquam

Documētum. consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum ęqualitatem, Laterum illos Angulos cōprehendentium, Basiumque æqualitas efficere, neque enim Basibus inæqualibus existentibus ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus suppositis, verùm dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur, & dum crescit illa, Angulus quoque vnà crescit. neque ijsdem Basibus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angulus manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò augentur, īminuitur. Contrariam.n. passionē Anguli, Lateraque illos cōprehendentia patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiorē partē descēdere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum aūt ab ipsis cōprehensum auges, maioremque ipsorū ab inuicē distantiam efficis. Si aūt in altū ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē continent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē existēs, & Latera ęqualia existētia, ipsius Anguli ęqualitatē determināt.

TEXTVS

Propō. 9. Probl. 4. Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cōm. 13. PRoblematibus Theoremata admiscet, Theorematibusque Problemata contexit, & vtrisque totā Elementarem institutionem cōficit, tum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta

ipsa

ipsa considerans. Cùm itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo ęqualitati Laterum consequentem ęqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quòd Conuersionis modus in vno, in duobusqúe Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetqúe datum Angulum rectilineū bifariam secare. Et manifestum, quòd Angulus hìc quidem iuxta Formā est datus. Rectilineus.n. dictus est, & non quicunq;. nam omnē Angulū bifariam secare secundū Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari posit. fortasse enim dubites vtrū possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiā sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinq; partes æquales. nam Rectum quidem trifariā secare possibile est, paucis eorū, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non trascendentem, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autē manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomedes quidē ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinē, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippię, Nicomedisqúe quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes ijs, qui instituuntur contemplatu difficiles cùm sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis cōmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circunferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solùm bifariam, verùm etiam Trifariam secare. & ab ijsdem Lineis prisci omnē Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circunferentiamqúe bifariam tantùm secuit. Species autem, quæ ex his mistione constituuntur explicatu, enumeratuqúe difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiuscemodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisqúe formis ea solùm, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in pręsentia proponitur Problema: Datum Angulū

Circa hoc Vide Vitellionē i 28. Propositione primi.

Nicomedes ꝓprietatis Conchoidū Linearū fuit inuentor.

In Propositione 30. tertii Elemen.

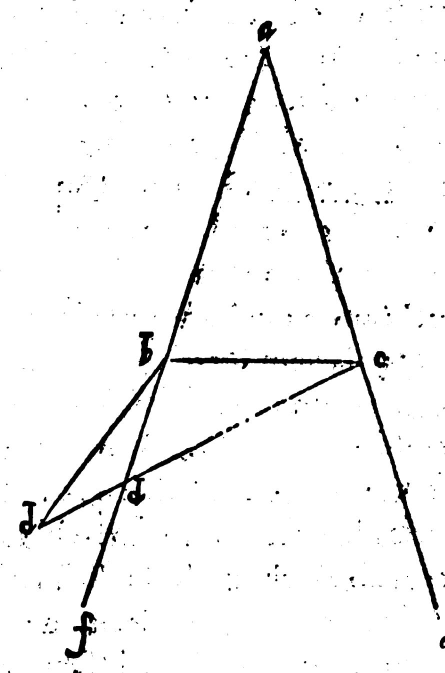
Hic tradit causam ꝓpter quā Eucl. rectilineū Angulū solū, & Circunferentiam in duas tātū partes ęquales secuit.

gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate: in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtitur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodqúe scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autē quidam aduersus Geometram instent dicentes, quod apud ipsum cōstituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus b a c, quem bifariam secare oportet. & in Linea a b, Signum b, & ipsi b a æqualis c a, & connectatur b c, cōstituaturque in ipsa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas est, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemqúe impediunt aut in altera rectarum Linearū ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum sit. Aequalis igitur est d b, ipsi d c, & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior est Angulo c b d. Rursus quoniam a b, ipsi c a æqualis est, Triangulum a b c æquicrus est, & Angulos, qui sub b c Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d esse non potest. Similiter ostendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniā igitur b d, ipsi c d æqualis est, Anguli, qui ad Basim, ęquales sunt, nempe b c d, & c b d. Maior igitur est Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior est b c e, ipso c b f. verùm æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidē b c Aequicruris a b c sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra duas

In lib. 2. cap. 8.

Instantia.

Solutio.

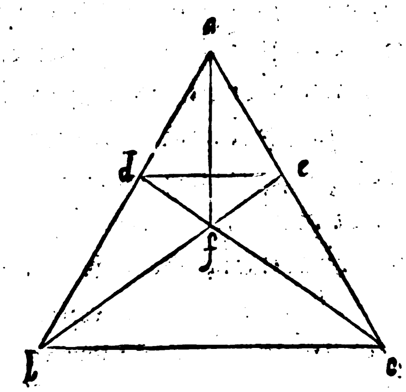


duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quòd Instantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quòd plura scientię oppugnantium, debilia, facileqúe cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quòd hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi b c locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ b a, a c constituere, necesse vtique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis b a, a c congruere, si ipsæ quoque Basi c b æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi b c minores: aut intra, si ipsæ b a, a c, ipsa b c maiores fuerint.

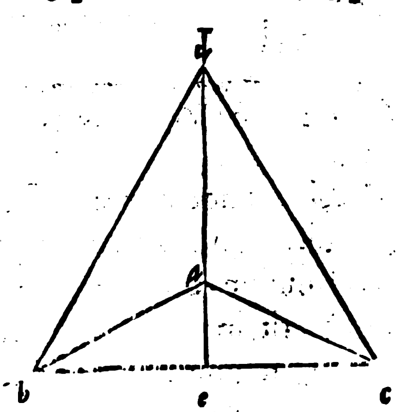
Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.

Congruant primùm, sitqúe Aequilaterum ipsum b a c, & sumatur in Latere a b Signū d, & à Latere a c auferatur æqualis ipsi a d, quæ, sit a e, connectanturqúe d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi a e æquales sunt, duæ b a, & a e, duabus c a, a d æquales sunt, eūdemqúe Angulum comprehendūt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo e c d ęqualis est. Aequalis autem est

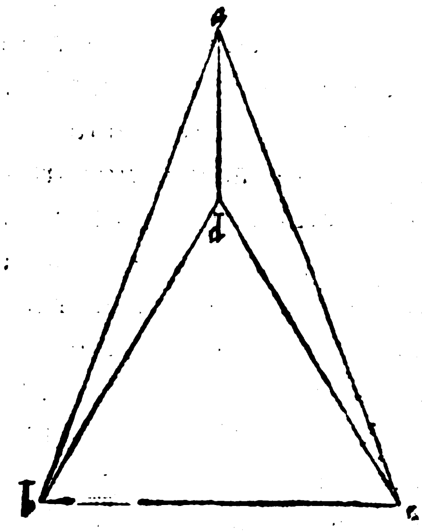


& d b ipsi e c: & b e, ipsi c d. Et omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus est. sub his æqualia Latera subtendunt. Et d f igitur ipsi e f (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur a e, ipsi a d ęqualis ęst, & a f cōmunis, Basisqúe d f, Basi e f ęqualis, Angulus d a e ī duas partes ęquales dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint b d, d c, connexaqúe d a producatur vsq; ad Signū e. Quoniam itaque b d, d c æquales sunt, communis autem d a, Basesqúe b a, a c ęquales, Angulus quoq; b d a (per octauum) Angulo c d a ęqualis est. Rursus quoniam b d, d c æquales sunt, & d e cōmunis, Anguloseque æquales continent (vt ostensum est) Basis quoque b e, Basi e c (per



quar-

quartum) æqualis est. Quoniam igitur a b æqualis est ipsi a c, communisq́ue a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipsa b d, d c, connectatur rursus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipsi a c æqualis est, communisq́ue ipsa a d, Basis autem b d æqualis est Basi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signũ a, quomodocunq; Aequilaterum constituatur. Documẽtum. Veruntamen quoniam de his quoq; summatim diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari potest. etenim Positione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocq́ue Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mistum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantùm datus est.



TEXTVS

Propõ 10, Probl. 5. Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

PRoblema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam Cõm. 14. supponit, siquidem ex vtraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio: illa enim, quæ in eisdẽ partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessariò est maior. Reliquum igitur est vt ex vtraque parte finita Dubitatio accipiatur quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc

Problemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartibilibus constet, aut ex imparibus finita, completaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cùm ex pluribus impartibilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartibilibus constat. Si autem nō ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidē Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est, quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cùm enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem cōmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiā dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fieriqúe potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadā Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cùm ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariā secturi sumus, & Centro

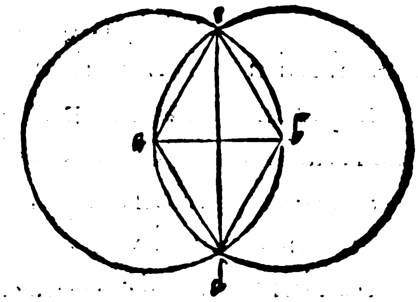
Solutio ex Gemini sē tentia.

Vide Aristo. in libello de Lineis isecabilibus.

Confutatē hic Xenocratis opinio de Lineis isecabilibus. vid et Ari. in libello de Lineis insecabilibus.

Apollonii Pergę Demōstratio

tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus describatur. Rursusq́ue Cētro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea c d. hæc bifariam secat rectam Lineam a b. cōnectantur enim d a, d b, & c a, c b, quę ęquales sunt. nam vtraque ipsi a b ęqualis



est. Communis autem c d, & d a, ipsi d b per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo a c d, Angulo b c d ęqualis est. Quamobrem a b (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū est bifariā dissectū suscepisse, bifariam eum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cùm & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Epilogus.

Melior est Eucli. Demō Demō stratione Apollonii

TEXTVS

Propō 11. Probl. 6.

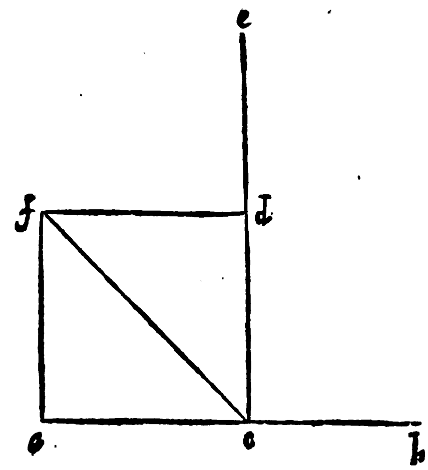
Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare.

Com. 15.

Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam acipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cōmodè Geometræ succedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cùm in recta Linea Positione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tertio, vnaq́ue Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaq́ue Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendemus.

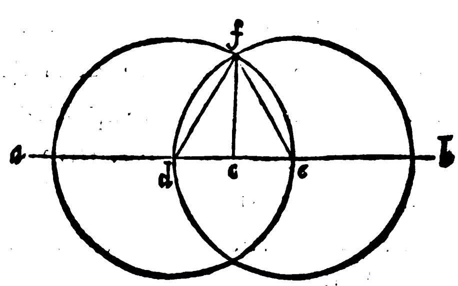
Casus problematis.

mus. Sit enim recta Linea a b, datumque in ea Signum a, & sumatur in recta Linea a b quodcunque Signum, sitque illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementũ nos docuit) ipsi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa c e, & ab ipsa c e, ipsi a c æqualis abscindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea c f, & à Signo d, ipsi e c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui



ad Signum a, rectus est. cùm .n. d c, ipsi c a æqualis sit, cõmunis autem c f, Angulosque æquales contineãt. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam sectus fuit) & d f igitur, ipsi f a æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d, Rectus igitur est & qui ad Signũ a. Quęsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, vt quę excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineã ad Angulos rectos excitat hoc modo. Apollonii Demõ.

Sit .n. (inquit) data quidẽ recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, sumatur aũt in ipsa a c quodcunque Signũ, sitque illud d, et ab ipsa c b, ęqualis ipsi c d auferatur, quę sit c e, & Centro quidẽ d, interuallo verò d e, Circulus describatur, rursusque Cẽtro quidem e, interuallo autem e d,



Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem sunt & d c, c e, & cõmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides'ne rursus quòd ma- Comẽdat Euclidis Demõnẽ.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorẽ, Circulorumq́ue descriptione indiguit, ut hinc super d e recta Linea Triangulum æquilaterum designaret, propositumq́ue ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidẽ præsupponit eorũ, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisq́ue institutionis ordine omnino decidit.

Dãnat Demõnẽ, quę fit per Semicirculos.

TEXTVS

Propõ 12. Probl. 7.

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nõ est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cõm. 16. Oenopides prim' fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomõ etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem sit, quemadmodũ (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aũt rursus Perpendicularis est, alia quidẽ plana: alia verò, solida. & cùm quidẽ Signũ, à quo Perpẽdicularis recta Linea ducitur, in eodẽ Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur; cùm verò Signũ sublime, extraq́ue subiectum Planũ fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidẽ ad rectã Lineã ducitur: solida aũt, ad Planũ. Propterea necessariũ ẽt est illã non ad vnã rectã Lineã rectos Angulos facere, verũ ad omnes, quę in eodẽ Plano sunt rectas Lineas. ad Planũ.n. Perpendicularis deducta fuit. In præsenti igitur Problemate Elementorũ institutor planã Perpẽdicularẽ deducere proponit. ad rectã siquidẽ Lineã deductio proponitur, & quatenus oĩa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniã Signũ in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpẽdiculari aũt, datã rectã Lineam infinitã supponit, quoniam Signũ, à quo Perpẽdicularis ducetur extra rectã alicubi iacet. si.n. infinita nõ esset, eatenus Signũ accipere possemus, vt extra quidẽ datã rectã Lineã esset, in directũ ipsi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaq́ue haud bene succederet. Idcirco infinitã posuit rectã Lineã, vt ad alterutrã tantũ ipsius partẽ Signũ accipiatur, nusq; loco ipsi relicto, in quo datę rectę Lineę in directũ esse posit, nisi in illa, & nõ extra illã ponẽdũ sit. Hac igitur

Duplex perpendicularis.

de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quòd Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcqúe actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quòd itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusqúe Rationibus esse huiuscemodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multò minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantùm subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamqúe, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritqúe ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaqúe incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quòd vim impartibilem habet, quæ assiduè progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit: quod enim tanquam quod percurri non potest reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantasia posuissemus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaqúe huiuscemodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamqúe in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesqúe sunt, non ad scientiam Infinito vtitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est; sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē vtitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniā si concesseris ipsi datū signū neq; in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaqúe ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-

Digressio

Aristo. 3. phy. in c. de infinito.

Infinitum in Phantasia subsistit.

Pulcherrimum exēplum.

Phantasia habet vim impartibilem. idem in 2 libro cōm. 1.

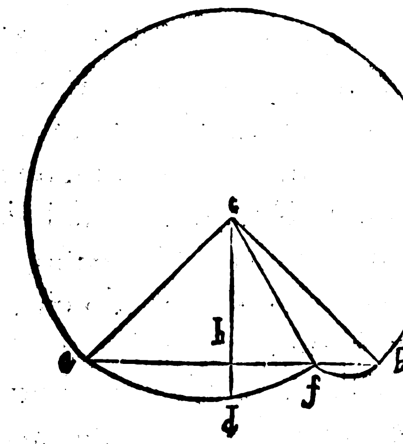
tasiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur.

Finis Digressionis

De Infiniti itaque suppositione tot in præsenti sufficient. Post hæc aũt veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Constructionem feruntur.

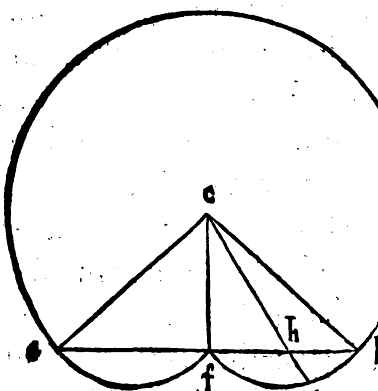
Instantiæ huius Problematis.

Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita existente a b, Signoqúe dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, queadmodum inquit Geometra. verùm Circulus, qui secat rectam Lineam a b in Signis a b, secet etiam ipsam in Signo f, situmqúe subscriptum habeat.



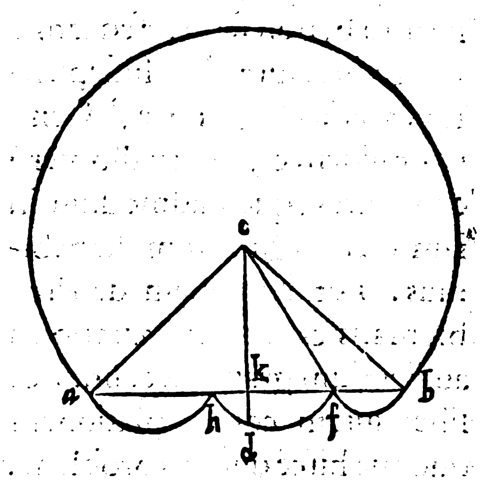
Responsio.

Aduersus itaque hunc sermonẽ dicemus quòd impossibile dicit. secetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cõnectaturqúe c h, & producatur vsque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturqúe c a, c b, c f. Quoniam itaq; ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b ęqualis est, cõmunis verò c h, omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipsi c f ęqualis est, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales sunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis est, suntqúe deinceps, Recti igitur sunt. Est autem vterque etiam Angulorum, qui sunt ad Signũ h, rectus. Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt. & c h igitur, ipsi c d ęqualis est, quod fieri nõ potest. Nõ secat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis aũt dicat quòd qui describitur Circulus ipsam a b in Signo f bifariam secat, rursus idẽ impossibile ostẽdemus. Describantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b bifariam secetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b ęquales sunt, cõmunis autẽ c f, Basisqúe c a, Basi c b æqualis, omnia

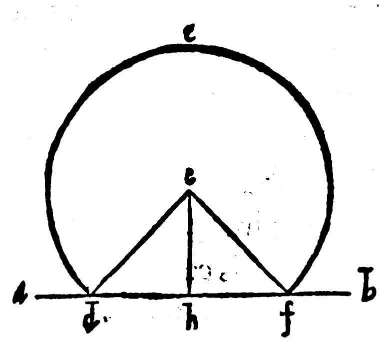


omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f, recti sunt. Rursus quoniam æqualis est f h, ipsi h b, cōmunisqúe c h cōnexa, & Basis c f æqualis Basi c b, ex Centro .n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti sunt. æquales .n. deincepsqúe sunt. Quoniā igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus est, æqualis est c f, ipsi c h. Verùm c f, ipsi c e æqualis est, ex Centro enim sunt, & c h igitur, ipsi c e inęqualis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet .n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; secātes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cōnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nō potest ostēdemus. cùm enim a k, k b æquales sint, & communis c k, Basesqúe c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales sunt, qui autem ad Signū k, recti. Verùm vtraq; ipsi c f æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti sunt, ęquales sunt .n. deinceps existentes. ipsa igitur c f ęqualis est ipsi c k. rectos .n. Angulos subtendunt. At c f æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt, c d ergo, ipsi c k æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vel ī pluribus alijs pręter Signa a b Circulus, qui describitur, rectam Lineam a b secet. Instantiæ itaque hæ sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instātijs sunt distinguendi. non .n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumqúe est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enūtient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autē Signū c. Dicit itaque aliquis quòd nō est amplius locus in altera rectæ Lineę parte, sed in illa tantum vbi Signum c



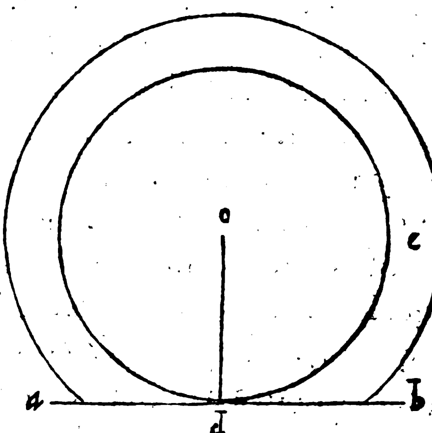
Qūo differat Casus ab Instātia. & quo vide ēt superius cō. primo huius libri.



Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumẽtes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferẽtiam describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cõnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cõmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cẽtro.n.sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicẽ æquales sunt deinceps existẽtes. Recti igitur sunt. Perpẽdicularis ergo est c h ad ipsam d f.



Quin etiam siquis dicat Circulum, qui describilur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si libet autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendentis, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Termino, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesue à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusue, firmusque, atq; indecliuis ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita; Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibi-

Digressio

Vnum hic pro Deo.

litatis,

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cùm tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataqúe potentia repletur Mente participans, †. vnaqúe cum Mente progrediens. † Mentiq; adhęrēs.

TEXTVS

Cùm recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Propō 13. Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiuit ea consequens, quæ per Problemata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere, si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se habentes ad rectam Lineā efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vniuersaliter ostēdit quòd omnis recta Linea super quadam recta Linea cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius indecliuis, firmus, nusquamqúe vergens fuerit: aut duobus rectis ęquales, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quòd omnis recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in rectę Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest. omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quemadmodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit. Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid autem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis ęquales]? etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis ęquales efficit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cōmune est, alterum verò ęqualium tantùm proprium? Consueuimus autem cùm quidem & proprium, & commune

Cōm. 17.

Dubitatio

Solutio.

mune

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cõmuni contenti esse ad subiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cõmune est, verùm non solùm de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorũ peculiare existit. Solùm igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solùm verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm.n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspicere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis .n. Obtusi, Acutiquè Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaquè sit, à Recto tamẽ finẽ, terminumquè suscipere dicitur, & vterq; quidem seorsum à similitudine ad illũ recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autẽ ad Recti simplicitatem ęquiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatẽ recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cùm per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarũ causarum, iuxtaquè vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistẽtium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefiniteq̀ue fertur intellectilibus congruit, quodãmodoquè ipsis adæquatur, nisi per participationem dum fęcundis potentijs ipsa progrediuntur, seseq̀ue tantùm multiplicant? quæ enim in sua simplicitate, impartibilitatequè manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsenti quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio Idẽ superius in lib. 2. cõ. 10. & aliis in locis.

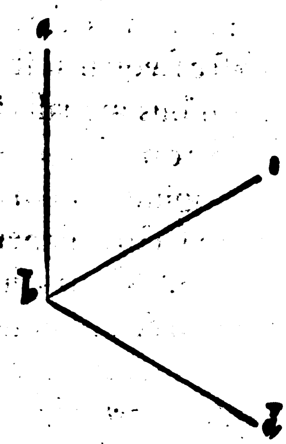
Epilogus.

Propõ 14. Theor. 7.

TEXTVS

Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq; Signũ duę rectæ Lineæ consequenter, non ad easdem partes positę, eos, qui deinceps sunt Angulos duobus rectis equales fecerint, ipsę rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt.

Cõm. 18. PRæsens Theorema prędictis Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cùm itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidẽ ad aliquam Rectam duos, qui efficiũtur Rectos, ostẽostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemqúe ad impossibile ostenditur, hoc modo .n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoq; summam, eximiamqúe orationis scientiam gignentis diligentiã aspicere. nam primò quidem cùm dixisset, si ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiusqúe Signum] quid .n. si duobus rectę Lineæ Extremis existẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusqúe rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent'ne propterea in directum esse: & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt: Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusqúe Signum] cùm vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [cõsequenter] tum ad easdem partes, tum vtrobiq; cõsideratur: Lineas autem quę ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobique positione sunt accipiendæ. hæ siquidem in directum etiam esse ostẽdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusqúe Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæ itaq; cõsequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hasce consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis .n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacẽt, in directum minimè sunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis ęquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamqúe recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tertias es-



Conuersa Theoremata per Deductionẽ ad impossibile vt plurimũ debẽt ostẽdi, problemata verò p præcipuã Demõnẽ, cuius causã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

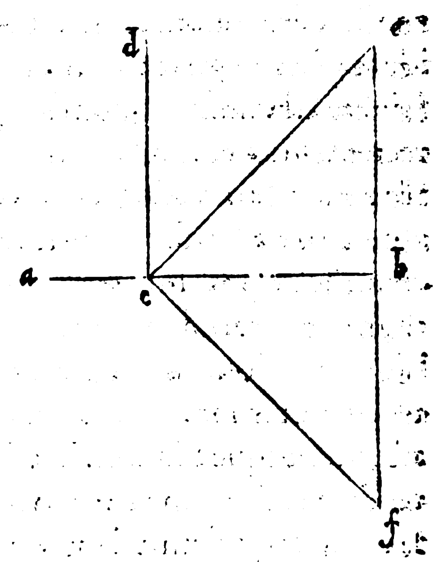
Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

† Signum b sunt.

esse, tot de Propositione sufficiant. In Constructione autem vna Petitione vtitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theoremate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoque esse ęqualia dicit: & eo, quod si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum sua parte esse maius, est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quòd autem possibile est ad eandem rectam Lineam, adeiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam sunt, duobus rectis ęquales efficere, ostendemus sic, quemadmodũ & Porphyrius.

Porphyrii Demõ.

Sit quædam recta Linea a b, & quodcunque in ipsa Signum c, & ipsi a b exicitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, seceturque bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipsa e b, ponaturque ipsi e b æqualis b f, & connectatur c f. Quoniam itaque e b, ipsi b f æqualis est, communis autem est b c, ęqualesque continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur e c, Basi c f æqualis est. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis est.



Angulus autem e c b recti dimidium est. rectus siquidem d c b bifariam sectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti est & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus d c f. Est autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiusque Signum c, duæ rectæ Lineæ consequenter positę sunt, ad easdem partes, ipsæ nempe c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipsa c e, vnũ verò & dimidium ipsa c f. Ne igitur ea, quę fieri non possunt quęramus, quonam pacto scilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes.] Oportet ergo ad vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hasce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.

TEXTVS

Si duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, Angulos qui sunt ad verticem, ęquales efficiunt.

Propõ 15. Theor. 8.

ANgulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē insecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nã Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua ęqualia sunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineę in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipsa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad easdē partes sumãtur facientes Angulos a c d, b c e ęquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d super rectam Lineam a b insederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis est. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales sunt.

Côm. 19.

Anguli deinceps qui sint.

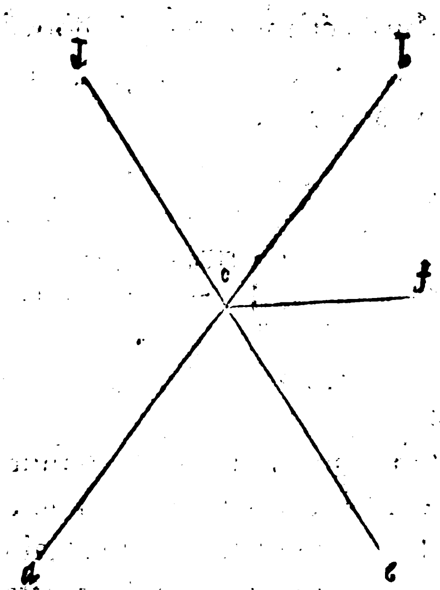
Anguli ad verticem qui sint.

Thales fuit primº huius Theorematis iuentor referẽte Eudemo. Euclides verò primus hoc demõstrauit.

Conuersũ huius Theorematis.

Demõ Cõuersi præsentis Theorematis.

Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam b c, ad eiusq́ue Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter c d, c e non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ c d, c e. Conuersum igitur præsenti Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum



Cur Euclides hoc p̃termiserit

ostendimus. ijsdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea c d, rectæ Lineæ c e in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi c d in directum recta Linea c f. Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant a b, & d f, Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur a c d, b c f æquales sunt. Erant autem a c d, b c e quoq; Anguli æquales. Angulus ergo b c e, Angulo b c f æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam c d, ipsi c e in directum erit. Ipsæ ergo c d, c e rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cùm itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cõuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusq́ue situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasq́ue habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoq́ue non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verùm non etiā reliquos, vtrinq; cauum scilicet, atq; vtrinq; conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorū

Alia eiusdē ostēsio indirecta.

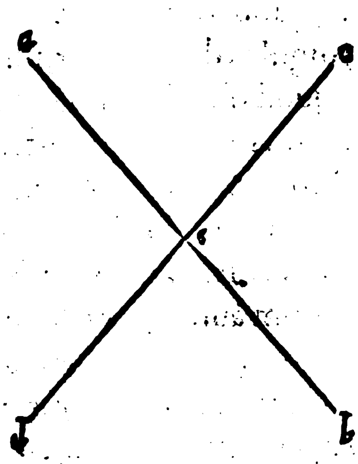
Documentum.

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.

TEXTVS

Ex his porrò manifestum est, quod si duæ rectę Lineę se inuicem secuerint, quatuor Angulos quatuor rectis ęquales faciunt. Corollarium.

VNum quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. vocant .n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonstrationibus probãtur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumẽta quærentium existentia: & quæcunq; quęruntur quidem, inuentione autem indigẽt, & neq; generationis solæ causa quæruntur, neq; simplicis contẽplationis. nam quòd quidẽ Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contẽplari oportet, existentiumq́ue rerum huiuscemodi cognitio est. Angulum autẽ bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæsitorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verùm de huiuscemodi quidem Corollarijs dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidẽ cùm aliorum Demonstrationibus apparẽt, ipsa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nã quærebatur quidẽ si duabus rectis Lineis se inuicẽ secãtibus, Anguli ad verticẽ ęquales sunt. Dum aũt hoc ostendebatur simul etiam demonstratũ est, quòd quatuor qui fiũt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cùm .n. dicebamus sint duæ rectę Lineę a b, c d se inuicẽ in Signo e secantes. quoniã igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps



Côm. 30.

Duplex Corollariũ. idem in côm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorũ cõstruxit.

An-

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa b e super ipsam c d stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vna cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improuiso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtiq; vera Dei munera, veraqúe lucra hæc sunt, non aũt quę illi videntur. hęc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxqúe sciẽtiæ vis præcipuis quæsitis adijcit, copiosas Theorematũ opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicẽdum.

Definitio Corollarii. *Vide Varronem in lib. de lingua latina*

Diuidẽda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciẽtias. Corollariorum .n. alia quidẽ Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam pręsens quidẽ Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secũdi Theorematis septimi libri Arithmeticorum Elementorum adijcitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematibus consequẽtia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autẽ rursus iuxta ostẽsiones. nam alia quidẽ vnà cum vijs ostẽdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directa ostẽsione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiã alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsenti hæc quoq; sufficiẽt. Præsens aũt Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docẽs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis ęquales Angulos distribuitur, illi etiã admirabili Theoremati ansam præbuit, quòd Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signũ vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verùm æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæqúe eius parti æqualis est: Quadrangulum verò, quater. nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos com-

Corollariorũ Diuisio. *Primò.* *Secundò.* *Tertiò.* *Documentum.* *Admirabile Pythagoricum Theorema.*

plẽt,

plent; nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicē secantibus quatuor erunt Anguli ęquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterquê in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est. Propô 16. Theor. 9.

Côm. 21.

QVi hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipuè Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometrę familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaquê fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integra'q; fuit perscripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò pôst ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessariò ad eos, qui ex opposito

Philippi Mathematici obtrectatio referente Herone.

In 32. propositione.

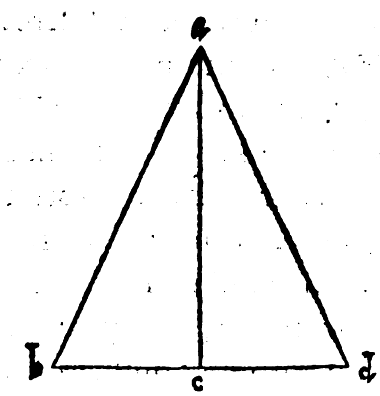
sunt

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, vtroque omnino est maior. Si enim Trangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumquéque ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusanguliũ fuerit, fieri poterit vt internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deiceps sibi proximo ipsum cõparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur vtroq; internus maior est, nõ autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triãguli Angulus vtroq; interno, ex oppositoqúe iacenti maior est: & duo quilibet internorũ Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò pòst in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoqúe existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hîc quoq; igitur in similibus Quæsita contexere, Propositionẽqúe compositam efficere æquũ esse censent. & est manifestũ, quòd id quidẽ, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnũqúe Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiẽdum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hęc de his. Assumemus aũt ex pręsenti Theoremate, q; fieri non poteſt vt ab eodẽ Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c ęqualis est Angulo a c b.

Quorũdã opinio.

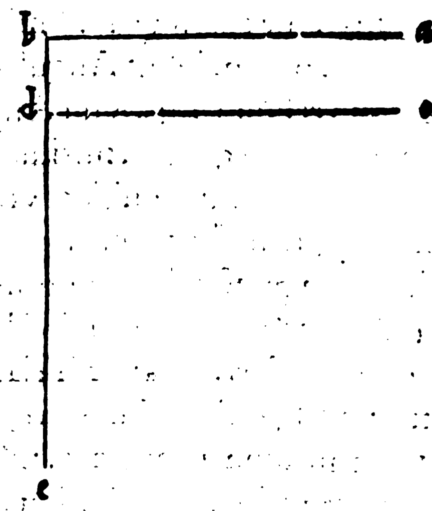
Eorũ fundamentũ. In 32. propositione.

Documentum. Corollarium tanq̃ sumptio.



Rursus

Rursus quoniã æqualis est a b, ipsi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis est. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b æqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis est, externus interno, & ex opposito iacenti, quod fieri non potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectæ Lineæ æquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoque demonstrabimus, quòd si in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex opposito existenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idẽ & maior, & æqualis erit, quod est impossibile. Exẽpli gratia, sint a b, c d rectæ Lineæ, in ipsasque recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e æquales faciat, non coincident porrò rectæ Lineæ a b, c d. si enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cũ externus sit, interno, ex oppositoque iacenti maior erit. necesse igitur est si coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, sed omnino illũ, qui est ad Signum d augeri. siue enim a b immobili manente, c d ad ipsam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies distãtiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipsam a b, tãtò magis ab ipsa d e recedit. siue etiam manente ipsa c d, excogitaueris a b ad ipsam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. simul .n. ad ipsam c d fertur, & ad ipsam b d. siue etiam vtrasque ad se inuicem moueri feceris, ipsam quidẽ a b ad ipsam c d tendentẽ, Angulumque a b e, contrahentem: ipsam verò c d ab ipsa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumque c d e crescentem reperies. Necessariò igitur si Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex opposito iacẽti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis distrahitur. Horum autem causa est rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulũ, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocque tibi cõ-



Aliud Corollarium

† Altera quidẽ ad eas partes in quibus internũ facit Angulũ tẽdẽte: altera verò ab iis partibus, i quibus externũ facit Angulũ sese mouente.

Z siderãſiderandum eſt, quomodo rerum ortus veras Quęſitorum cauſas ante conſpectum nobis afferunt.

Propó 17 Theo. 10.

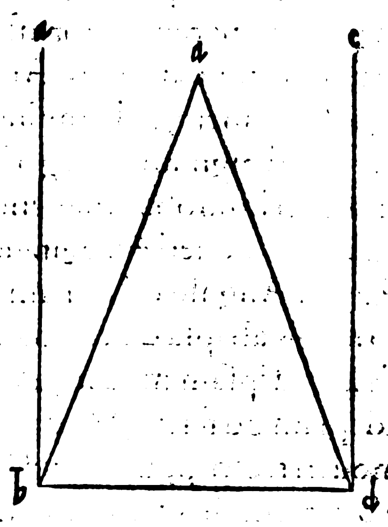
TEXTVS

Omnis Triãguli duo Anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Cõm. 22. In Propoſitione 32

NVnc quidem indeterminatè oſtenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores, in ſequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd ſcilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipſius Anguli duobus Rectis ęquales ſunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus ſunt Rectis minores. Et Elementorum quidem inſtitutoris Demonſtratio manifeſtam habet viam. præcedenti ſiquidem vtitur Theoremate. Operæpretium eſt autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inſpicientem præſentis Symptomatis cauſam reperire. Sint igitur a b rurſus, & c d rectæ Lineæ, ipſi b d ad Angulos rectos. ſi itaque Triangulũ futurum eſt, rectas Lineas a b, c d ad ſe inuicem annuere oportet. ipſarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n. ſunt ante nutum. Conſimiliter autem ſi etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos ſtantes intellexerimus, eadem ęuenient iuxta rectarum Linearũ nutũ: & Anguli, qui ſunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo cauſa eſt, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppoſitoque iacenti maiorem eſſe. nam productum quidẽ eſſe Latus, neceſſarium non eſt, neque aliquem extrà conſtitutum eſſe Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores eſſe, neceſſarium eſt. Quomodo autem quod neceſſarium non eſt, neceſſarij cauſa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) cauſa quidem eſt id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linea-

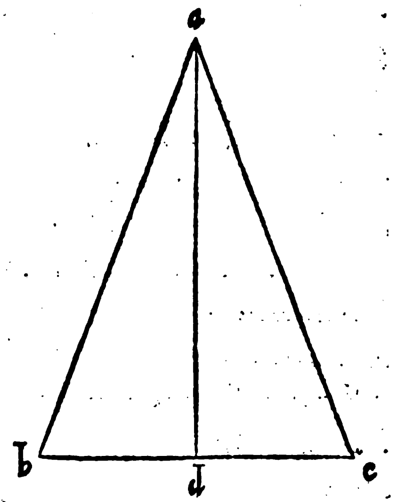
Documẽtum.



rum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus. Casus huius Theorematis.

Sit Triangulum a b c, sumaturqúe in Latere b c quodcunq; Signum d, & connectatur a d. Quoniā itaq; Trianguli a b d Latus vnū productum est, ipsum scilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior est. Rursus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum est, ipsum nēpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa a d rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus sunt Rectis minores. Similiter ostendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores sunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoqúe b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signū suscipiendo, à Signoqúe c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest vt per hoc, illud quoq; ostendatur, q scilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpēdiculares minimè ducentur. sint .n. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaq; a b c, a c b, recti sunt. At quoniam ipsum a b c, Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores sunt. Verùm ęquales quoq; duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaq; fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur. Corollarium tanq̄ Sumptio.



TEXTVS

Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subtēdit. Propō 18 Theo. 11.

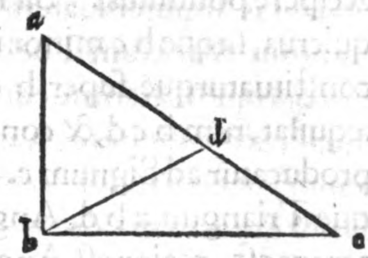
Cõm.23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his ſubtenduntur, æquales efficit, Angulorũq́ue æqualitas ſimiliter Latera ipſos ſubtendentia, æqualia oſtendit, per quintum, & ſextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum ęqualitas conſequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonũ decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum ſub maiori Latere, alterum verò ſub maiori Angulo maius Latus oſtendit. quippe quę conuertuntur quidem ſibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & ſextum Theorema contẽplatum fuit.

Documétum. Manifeſtum autem eſt, quòd maius, minusq́ue Latus proportionaliter ſumemus, maximumq́ue, medium, & minimũ diſtinguemus, Angulosq́ue ſimiliter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius ſimpliciter, & Minus ſufficient. vnum ſiquidem eſt Latus, quod duobus eſt inæquale, aut maius, aut minus exiſtens, quẽadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides

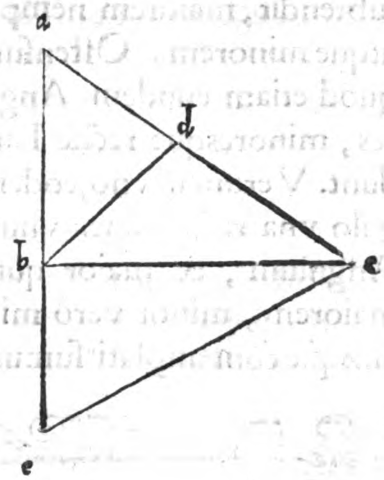
Digresſio quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem oſtendunt, æquilateris, æquicruribusq́ue Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque ſcalenis. Cauſa autem eſt, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate ſola, alia autem ex ſola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta ſunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ conſtituuntur. atq; alia quidẽ Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per miſtionem vtriuſque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iſte permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figuriſq́ue, Trilateras, Quadrilateras, cæterasq́ue conſequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per ſimilitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis ineſſe Formis excogitatur: & Infinitũ tum quidem per diſsimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Miſtum interdum quidẽ ex ſimilitudinibus, & diſsimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Cauſa autem horum quoq; eſt, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemq́ue ſpectant. Hæc itaque aſsignauimus, quoniã hæc duo nobis aſsignantibus, manifeſtũ nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum inſtitutor dicens, non etiam ęquilateri dicit, ſed eius, quod maius, minusq́ue Latus habet. oportet ſiquidem Dato præcedenti Quæſitũ conſequẽs exiſtimare: quod autem maius, minusq́ue Latus

Finis Digresſionis habet, huic ſub maiori Latere maiorẽ Angulum eſſe. Quoniam autem

tem Geometra cùm in Constructione Triangulũ a b c, Latusq́ue a c maius Latere a b suscepisset, vt Angulo qui ad Signũ c Angulũ qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abscidit, dicat aũt aliquis, quòd oportet a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; suppositione Propositũ ostẽdamus quemadmodum Porphyrius. sit .n. d c ęqualis ipsi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturq́ue b e æqualis ipsi d a . tota igitur a e, toti a c æqualis est. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipsi a c æqualis est, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis est. Angulus igitur a e c maior est Angulo a c b. Est autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli siquidẽ c b e vnũ Latus productum fuit, ipsum scilicet b e, & sic Angulus a b c externus cùm sit, interno, ex opposito'q; iacẽti maior est. Multò maior igitur est Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat ostendendũ. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostẽsiones huiusce-modi sunt. Manifestum est autẽ quòd causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illũ quoq; simul diminuit, magisq́ue contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus sitũ. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorũ quoq; magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minoriq́ue recta Linea subtendatur: eademq́ue recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus a b c, & sumatur in ipso a b Latere Signum d, & ipsi a d, æqualis auferatur a e, connectaturq́ue d e. Angulum igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ d e, b c subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasq́ue

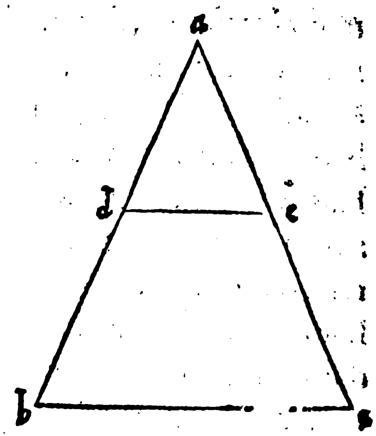


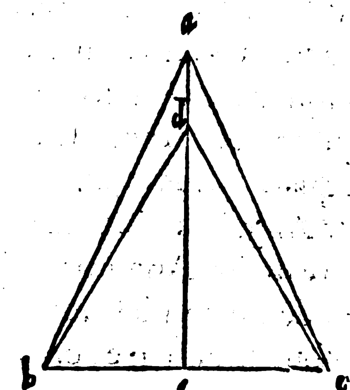
Porphyrii Demõ.



Documẽtum.

eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus a b c Aequicrus, sitque b c minor ipsis b a, & a c, constituaturque super b c Triangulum aequilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus est, maior est Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior est Angulo c a d. Totus ergo b d c maior est toto b a c, eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectae Lineae subtendunt. Verùm in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.





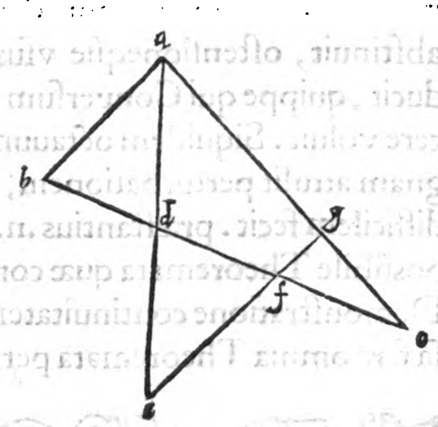
TEXTVS

Propõ 19 Theo. 12. Omnis Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

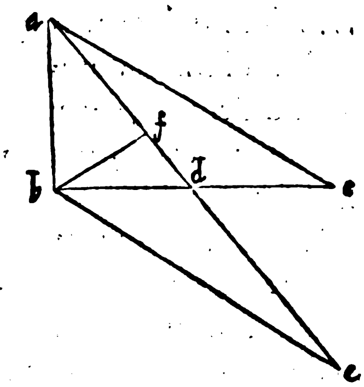
Cõm. 24. HOc praecedenti Theoremati cõuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quaesitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Praecessit autem illud, quoniam datam habet Laterum inaequalitatẽ: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inaequales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inaequalibus existentibus, dico (inquit ipse) quòd Latera quoque inaequales Angulos subtendentia, inaequalia sunt. &

maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quę maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verùm si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremqúe minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptiunculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansqúe Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, Sumptio. seceturqúe bifariā Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipsa a d secet Basim b c in partes īęquales, sitqúe pars c d maior parte b d. Dico quòd maius est Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipsi a d. & quoniam d c, ipsa d b maior est ponatur d f æqualis ipsi b d, & connectatur e f, & producatur vsqȝ ad Signum g. Quoniā itaqȝ a d, ipsi d e: & b d, ipsi d f ęquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosqúe æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur b a, Basi e f ęqualis est, & omnia ergo omnibus ęqualia sunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis est Angulo d a b. At hic ipsi d a g inæqualis non est. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum est, per sextū. Latus igitur a c, Latere e f maius est. Latus aūt f e æquale est Lateri a b. maius est ergo Latus a c, Latere a b, quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius est Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipsi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipsi d c: & a d, ipsi d e æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosqúe æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur b e, Basi a c æqualis est, & omnia



omni-



omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b e, Angulo qui ad Signũ c æqualis est, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariã Angulus quoque a b e per rectam Lineam b f. Maior est igitur e f, ipsa f a. Quoniã itaq; Trianguli a b e, Angulus qui ad Signum b, bifariã sectus fuit per rectam Lineam b f, & maior est e f, ipsa f a, maius est (per præostensum) Latus b e, Latere b a. ipsa autẽ b e, ipsi a c ęqualis ostensa fuit. Latus igitur a c maius est Latere a b, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneqúe vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Documé-tum.

Causa ꝑpter quã Conuersa Theoremata per ipossibile ostédunt.

TEXTVS

Propó 20 Theo. 13.

Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

Cõm. 25. Epicureorũ impugnatio.

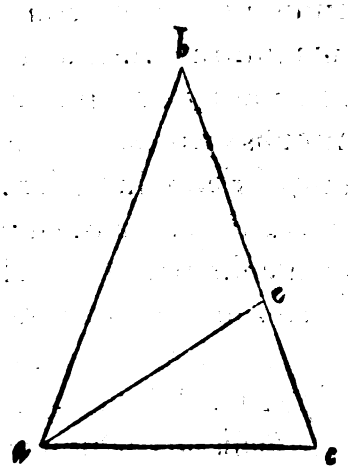
PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quę clara sunt probatione digna censere, immanifestisqúe per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileqúe manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hęc itaq; dicendum quòd pręsens Theorema sensu quidẽ manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Respõsio.

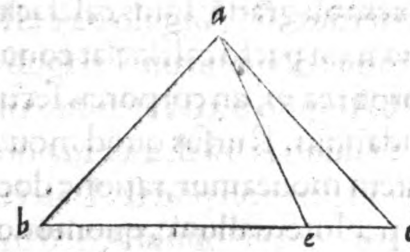
Exẽpli

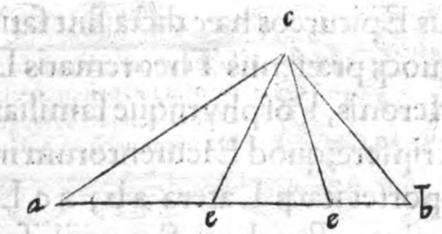
Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoq; sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat conuincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quòd mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoq;, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoq; præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunq; Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta descripsere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaq; Latera a b, a c Latere b c maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis positus fuit. Angulus igitur a e c maior est Angulo e a c. Quapropter Latus quoq; a c, Latere c e maius est. Eadẽ sanè ratione Latus etiã a b maius est Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus est, maiorque Angulo c a e, hoc est Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius est. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulũ a b c. Si itaq; æquilaterum est Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidẽ Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa b c maior, abscindaturque alterutri illorum ęqualis, quę sit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e. eadem sanè ratione Angulus etiã a e b, Angulo c a e maior est. Angulí igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorũ b e a æqualis est ipsi b a e, siquidem

Porphyrii & Heronis Demonstrationes.

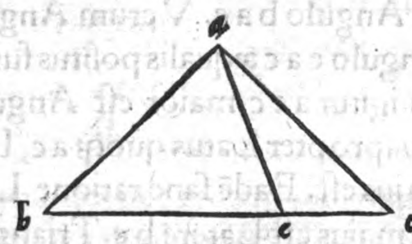


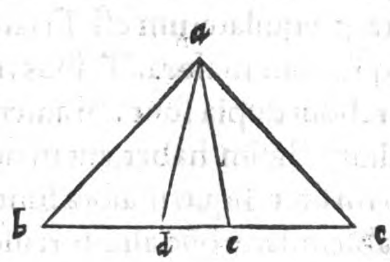
dem a b, etiam ipsi b e ęquale est. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se nanque vtroque maius est. Si aũt Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæreremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisqúe Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quodcunq; Triangulum a b c. Dico ꝙ Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturqúe b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e ęqualis est, ęquales subtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipsi c e ęqualis est, ęquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signũ, æquales sunt Angulis, qui ad a Signũ sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturqúe ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inęqualis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c ęqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniã Trianguli a d c, Angulus b d a exter-





Demõ per Deductiõne ad impossibile.





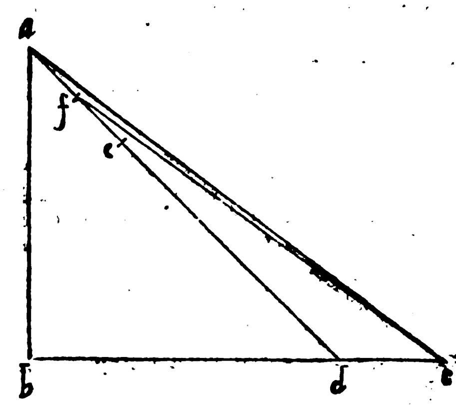
externus est, Angulo e a c est maior. maior est nanque ipso c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus est, maior est Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior est. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur a b, a c neque æqualia sunt Lateri b c, neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.

TEXTVS

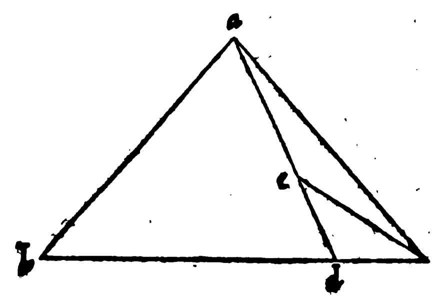
Si super vno Trianguli Latere duę rectę Lineę ab Extremis incipientes introrsum constitutę fuerint, quę constitutæ sunt rectę Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt. Propô 21 Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorẽ, euidens est: Theoremaqúe prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex pręostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostẽdendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis cõprehensum Angulo ab externis comprehenso maiorẽ, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoqúe iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis sunt disciplinis cõmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusqúe alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc .n. ostenso, simul quidẽ manifestum erit, quòd necessariò Elementorũ institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superqúe vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituantur: simul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto Cóm. 26. Quoddã admirabile in Geometria.

constituuntur Latere, externarum minores sunt; quę verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturquè in Latere b c quodcunque Signũ, sitquè illud d, & connectatur a d. Maior est igitur a d, ipsa a b. Auferatur ab ipsa a d, æqualis ipsi a b, quæ sit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f c. Quoniam igitur a f c, Triangulum est, ipsæ a f, f c maiores sunt ipsa a c. Verùm a f æqualis est ipsi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f c, ipsa a c maiores sunt. Aequalis autem est d e, ipsi a b. Rectæ Lineæ igitur f c, f d maiores sunt rectis Lineis a b, a c, & sunt intrà.



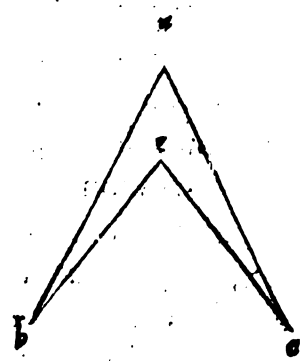
Sit rursus Triangulum æquicrus a b c Basim b c vtroque ęqualium Laterum maiorẽ habens, abscindaturquè a b ipsa b c, æqualis ipsi a b, quæ sit b d, & cõnectatur a d, sumaturquè in ipsa a d quodcunq; Signum, sitquè illud e, & connectatur c e. Quoniam itaq; a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b a d, Angulo b d a æqualis est. & quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe d e c. Quamobrem Angulus quoq; b a d, Angulo d e c maior est. Multò maior est igitur Angulus b a c, Angulo d e c, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, e c minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumquè ostensum est, nobis expositorum Parallelis non vtentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorẽ Angulum cõprehendẽtes. Cùm aũt hoc modo ab Extremis incipiẽdo constituuntur, corũ etiã Triangulorũ, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quę in Geometria



Idẽ in lib. secũdo in com. 17.

admi-

admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus b a, a c, c e, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præsens Figura.



TEXTVS

Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum construere. Oportet autem duas reliqua esse maiores quomodocunq; assumptas. Propositio 22. Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non potest vt ex ijsdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construatur: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacqúe de causa adiecit, quòd vtique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunque assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæqúe per hanc solam additionem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunque assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

Com. 27.

In 20. Propositione.

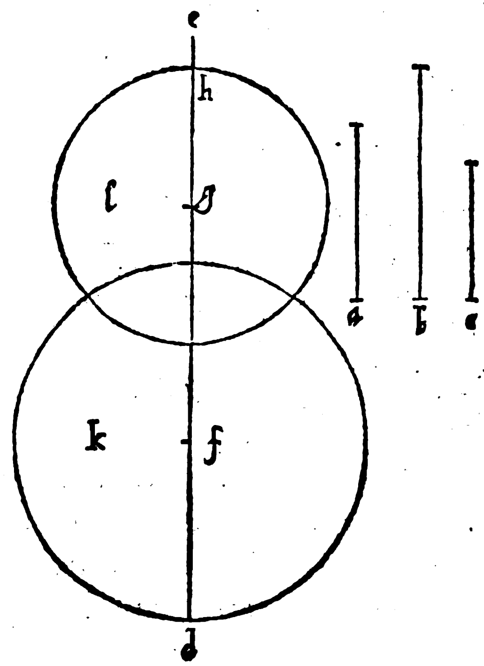
De Problematib' Determinatis, Indeterminatis, Possibilib', & Impossibilib' vide superi' in com. primo.

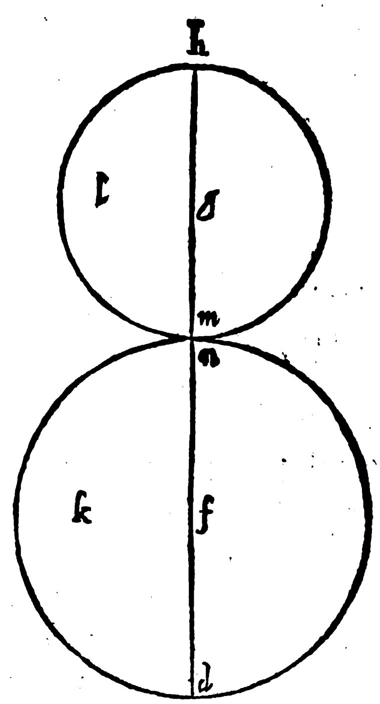
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoq; Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atq; Impossibile. Quòd autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometrę.n. verba sequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptæ reliqua sint maiores, Iussumqúe facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidẽ parte finita, vtputà ĩ Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursus'q; Cẽtro quidẽ g, ĩteruallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli. hoc siquidem Elementorũ institutor † sortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantùm se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem intersecare, aut tangere, aut distare ab inuicem. Dico itaq; quòd necessariò se inuicem intersecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaq; f Signũ Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodũ etiam a vnà cùm c, ipsa b est maior. illis siquidẽ sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaqúe maiores sunt, quod fieri

Instantiæ huius Problematis.

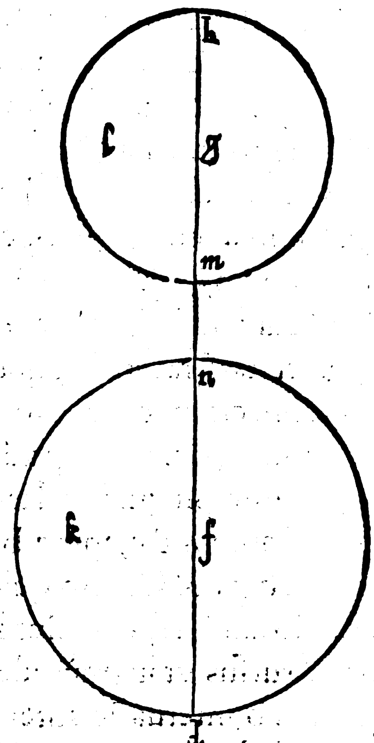
† assũpsit.

Respõsio.





fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a: ipsa autem f g, ipsi b: ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem intersecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triũ etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomodocunque assumptas, non autem vni æquales, neque ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales: distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



TEXTVS

Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere.

Propô 23 Prob. 9.

PRoblema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuetum lucrum est, vt ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumque in ea Signum constitutionem exigit. Hôc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessariò Euclides adiecit. quoniã nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantùm curuilineorũ Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iã ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Cõm. 28. Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referẽte Eude.

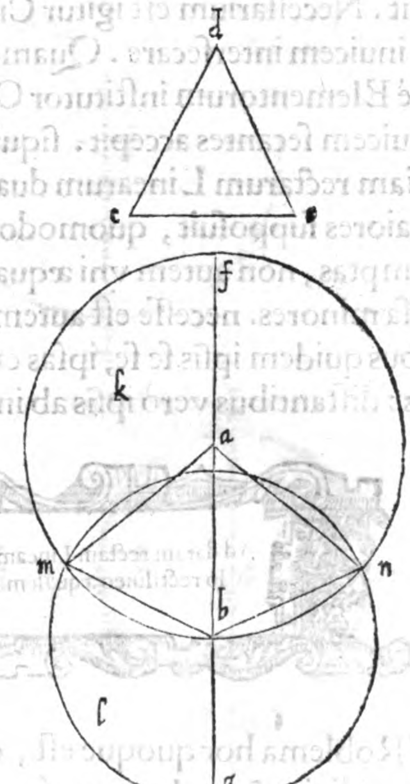
In cõm. 2. huius lib.

Fit

Nota, quod Angul. Figurę similis Securi, species est Anguli lunularis, & vocat Pelecoides Angulus.

Fit aũt huiuſcemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra ſe inuicem ſecantibus. Hoc verò, ad quandã rectam Lineam Anguli conſtitutionem fieri, Angulum qui conſtiſtituitur determinatum efficit, nõ autem ſpecie indifferentem, ſed aut rectilineum, aut miſtum. cùm autem nullus miſtus rectilineo æqualis eſſe poſſit, manifeſtum quòd ipſe quoque omnino rectilineus eſt. Elementorum itaque inſtitutor præcedenti Problemate ſimpliciter vſus, ex tribusq́ue rectis Lineis, quæ tribus datis æquales ſunt, Triangulum machinatus, Propoſitum fecit. Accipies autem Trianguli cõſtitutionem exquiſitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipſa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e.

Alia exquiſitior huius Problematis Demõ.

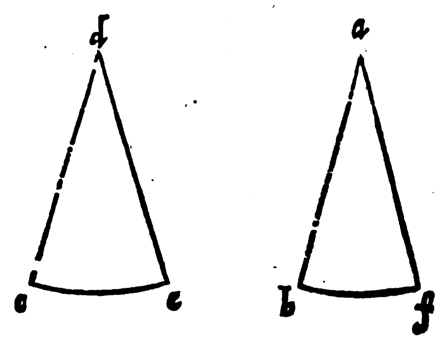


oportet itaq; facere id, quod iuſſum eſt. Cõnectatur c e, & producatur a b ad vtranq; partem vſq; ad Signa f g, & ponatur ipſi quidẽ c d æqualis, ipſa f a: ipſi autem d e, ipſa a b: ipſi verò e c, ipſa b g. & Centro quidem a, interuallo autẽ a f, Circulus k deſignetur. & rurſus, vt in præcedenti, Cẽtro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l deſcribatur. Circuli igitur ſe inuicem interſecant, quemadmodum ſuperius oſtenſum eſt. Secẽt ſe in Signis m, n, à Signoq́ue n cõnectantur ad Centra rectæ Lineæ, ſimiliterq́ue à Signo m. Quoniã igitur f a, ipſi a m & ipſi a n æqualis eſt: ipſi autem f a, æqualis eſt ipſa c d, ipſa quoque a m, & ipſa a n, ipſi c d æquales ſunt. Rurſus quoniam b g, ipſi b m, & ipſi b n æqualis eſt: ipſa autem g b, ipſi c e inæqualis non eſt, ipſæ etiã b m, & b n, ipſi c e æquales ſunt. Verùm & ipſa a b, ipſi d e æqualis eſt. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nõ ſunt, & Baſis b m æqualis eſt Baſi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis eſt. Rurſusq́ue duæ n a, a b duabus c d, d e æquales ſunt, & Baſis n b, Baſi c e ęqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e eſt ęqualis, Iuſſũq; dupliciter factum eſt. non .n. vnum tantùm, ſed duos conſtituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

vt in

vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoqúe contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adijcimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ijs indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum c d e, Dãnat Apollonii ostẽsionẽ.

& rectam Lineam a b, Cẽtro quidem d, interuallo aũt c d, c e Circunferentiam describit. Similiterqúe Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferẽtiam designat. intercipiensqúe c e Circunferentiam æqualem ipsi b f, connectit rectam Lineam a f, Angulosqúe a, c æqualibus Circunferẽtijs insistentes, æquales affirmat.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiã a b, ipsi c d æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiuscemodi itaque ostensionẽ tanquam posterioribus vtẽtem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.

TEXTVS

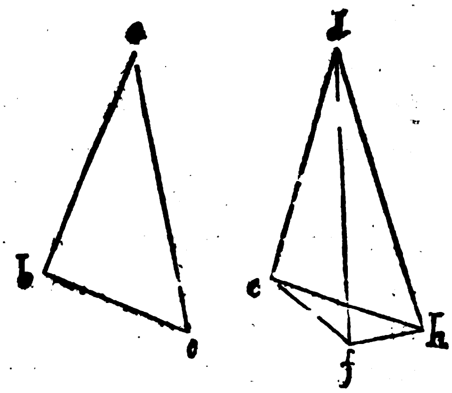
Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basi maiorem habebunt. Propõ 24 Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiuit, & similes de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponẽs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq;, interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius consequentẽ esse demonstrauit Basium æqualitatem, harumqúe æqualitati Angulorũ Verticalium ęqualitatem esse consequentem similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatẽ nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc Cõm. 29

b pro-

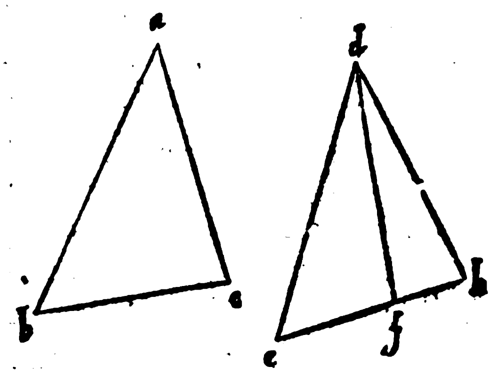
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales suppoſuit, hoc verò inæquales ipſos ſupponit. & illud quidem æquales ipſorum Baſes demonſtrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. precedit autem ſequenti Theorematí. nam illud quidẽ à Baſibus ad Angulos, ſub quibus Baſes ſubtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò è conuerſo ab Angulis ad Baſes, quæ ſub ipſis ſunt. Quamobrem ipſum conſequenter huic quidem iam dicto modo cõuerſum eſt, octauo autem Theoremati oppoſitum. nam alterum quidem ab æqualitate Baſium Angulos Verticales ęquales demonſtrat, alterum verò à Baſium inæqualitate ipſos quoq; inæquales oſtendit. Cõmune autem eſt hiſce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale verſantur, quartum ſcilicet, & octauũ: duo verò circa inęquale, hoc vtiq;, & ſequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præſentia quęrere propoſuimus: duo autem à Baſibus, octauum porrò, quodq́ue deinceps poſt pręſens collocatum eſt) commune cunctis inquam hiſce quatuor eſt, tum quarto, & octauo, tum vigeſimo quarto, & vigeſimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his.n.inæqualibus exiſtẽtibus omnis inquiſitio ſuperuacanea eſt, à deceptioneq́ue haud immunis. Hęc de his in vniuerſum dicta ſint. Age autem Elementorum quoq; inſtitutoris pręſentis Theorematis Conſtructionem conſideremus, quodq́ue deficit ipſi adijciamus. accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumq́ue ad a Signum exiſtentem Angulo ad d Signum exiſtenti maiorem, & volens oſtendere Baſim b c, Baſi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumq́ue in ipſa, quod eſt d, Angulo qui ad a Signum eſt ęqualem conſtituit Angulum e d h. maior enim eſt Angulus qui ad à Signum eſt, Angulo qui ad Signum d, connectitq́ue ipſi a c, ęqualem d h. Recta itaq; Linea e h ad Signum h producta aut ſupra rectã Lineam e f cadit, aut ſuper ipſa, aut infra ipſam. Elementorum ſanè inſtitutor vtpotè ſuprà iacentem ipſam accepit. Sit autem ſuper ipſa

Varii hui⁹ Theorematis Caſus.

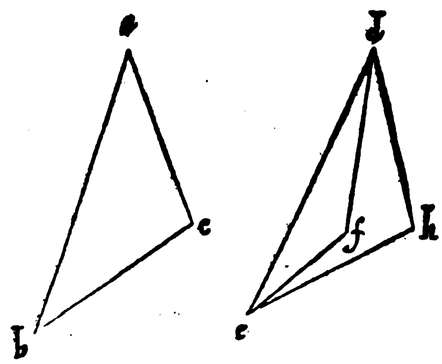


recta

recta Linea. Rursus itaque idẽ ostendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales sunt, æqualesqúe continent Angulos. & Basis igitur b c, Basi e h æqualis est. At ipsa e h maior est quàm ipsa e f, quapropter ipsa quoqꝫ b c maior est quàm ipsa e f. Verùm sit infra ipsam e f, posita. Connectentes itaque



ipsam e h dicemus quòd cùm ipsæ a b, a c ipsis d e, d h æquales sint, æqualesqúe Angulos comprehendant, ipsa quoque b c, ipsi e h ęqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duę rectæ Lineæ d f, f e in Latere d e sunt constitutę, externis minores sunt. Aequalis autem est d h, ipsi d f. ipsi nanqꝫ a c æqualis est. Maior est igitur ipsa h e quàm ipsa e f. Sed h e æqualis est ipsi b c. Maior est ergo ipsa b c quàm ipsa e f. Iuxta itaqꝫ omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstrauit quòd Areę quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd pręter Basium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc vtiqꝫ dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in ęqualibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidẽ, & Basibus ęqualibus existentibus, Triangulorum etiam ęqualitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arearũ inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusqúe illud, quod maiorem Angulum, Basimqúe maiorem habet, itemqúe minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arearum cõparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triãgula æqualia ostẽ-



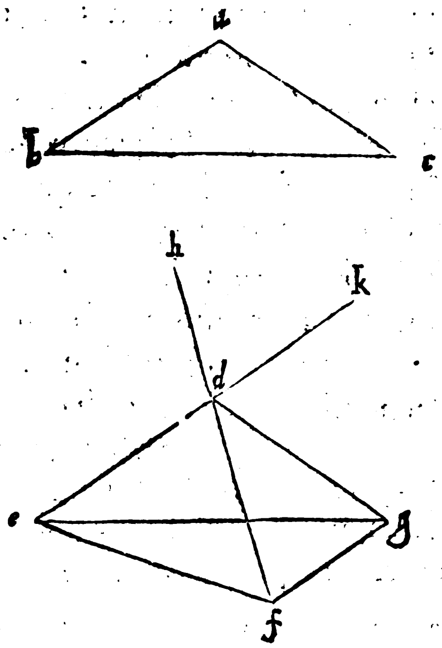
Dubitatio

Solutio.

Digressio

Arearum pulchra cõparatio.

duntur: maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet: minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipsę e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales sunt. Sunt autē Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verùm ipse e d f æqualis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, ęqualis est. At isti ęquales sibi inuicē sunt. ipsa nanq; d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemqúe d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verùm Triangulum g d e, Triāgulo a b c est æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacētibus æqualis est: altero autem, quòd si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ sunt: tertio verò, quòd Triangula super eadem Basi, in eisdemqúe Parallelis constituta, æqualia sunt. Quæ Elementorum quoq; institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verùm sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt: Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior

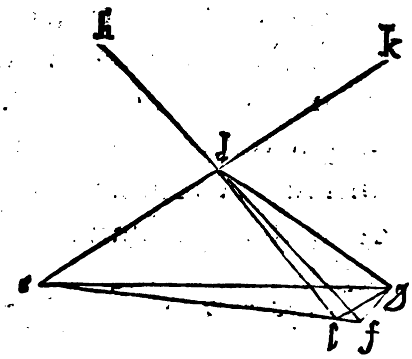


Propositio 32.

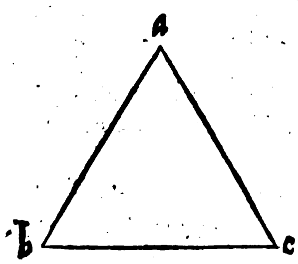
Propositio 27.

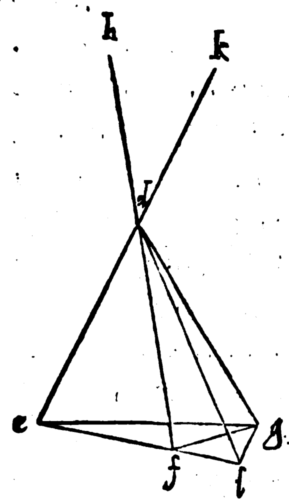
Propositio 37.

ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus est Anguli g d k, ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur g d k minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo est g l, ipsi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia sunt. At Triangulum l d e minus est Triangulo f d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus est. Aequale autem est Triangulum g d e, Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet.



Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadêque construantur. Quoniã itaq; Anguli e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, cõmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus est ipsius g d k. Sed duplus etiam ipsius qui ad g Signum est. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior est. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & coincidat g l cum ipsa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur est g l, ipsi d e. Aequalia ergo sibi inuicẽ sunt Triãgula g d e, l d e. Verùm Triangulũ quidem l d e maius est Triangulo f d e: Triãgulum verò g d e æquale est Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius est. Ostensum est igitur Triãgulum a b c, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus,





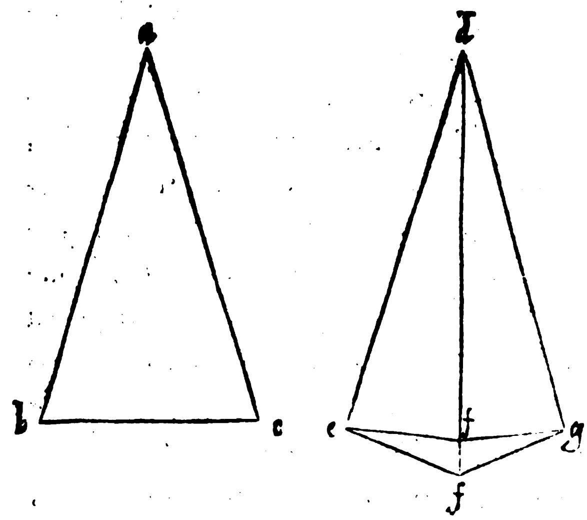
aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus existentibus, omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si, Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimidium

dium esset: qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertiæ, non'ne duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a, vnus Rectus, Rectique esset dimidium: qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non'ne duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior? Omnes itaque hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

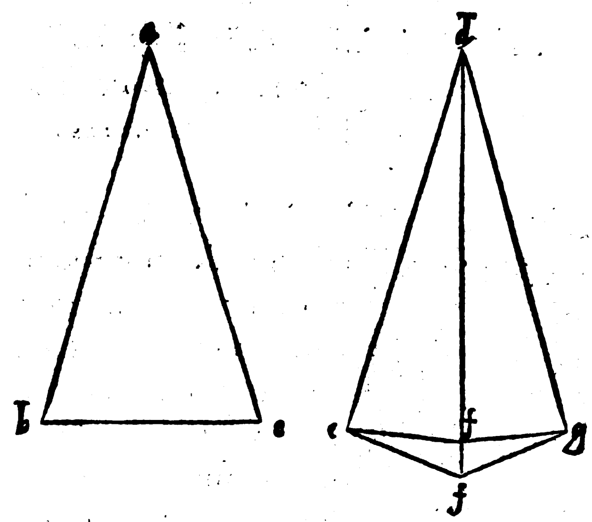
INCERTI AVTORIS SCHOLIVM in vigesimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

Scholium in exéplari quodā veteri repertum.

SI MEAM afferre sentētiam operæpretium est, errauit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quę posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoque institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triāgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f ęqualia, & Angulus qui ad Signū a, Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d. Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit. nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaque duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipsi etiam d f e est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e ęqualis



lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex opposito collocato ęqualis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minimè potest vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philosophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cùm enim ipsa d e, tum ipsi d f, tū ipsi d g ęqualis supponatur, ipsa quoque d f, ipsi d g erit ęqualis. Quapropter tria Triāgula æquicrura sunt, vtputà d e f, d f g, & d e g. æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, &



adhuc ipsi d f e: & qui ad Signum g, ipsi d f g. Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim ęquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g ęquales vtriq; simul vtrisq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus sunt Rectis æquales. siquidē recta Linea d f super rectā Lineā e g stetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimum Theorema destructum est. At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producitur recta Linea e g, super eadem recta Linea e f non cōnectetur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (vt dictum est) neque extrà incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdo hoc maius est. Dicēdum igitur pro Philosopho quòd eos, qui instituuntur alloquens, non satis scitè exposuit. Vel exercitationis gratia, animiqúe excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cùm enim quatuor Anguli sigillatim ęquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse d f e, & ipse d f g: & adhuc qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea super rectā consistens Lineā Dein-

Defendit Proclū magis eū offendēdo.

ceps

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus eſt. Quamobrem vterque ipſorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum eſt, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verũ, deſtructum eſt rurſus ſeptimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt. noſtra autem ſuppoſitio oſtẽdit ipſos duobus Rectis æquales, quod eſt abſurdum.

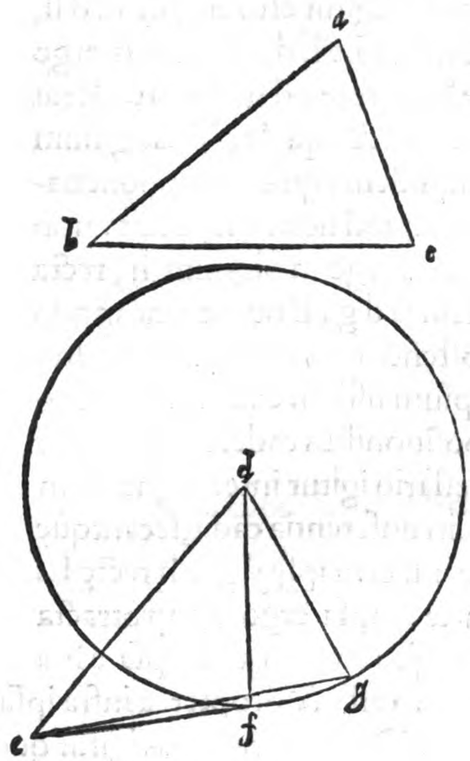
FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM aduerſus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigeſimum quartũ Theorema Primi Lib. Elementorũ Euclidis.

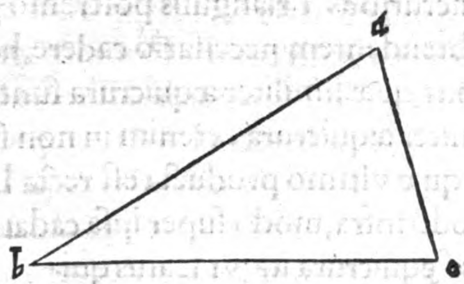
Scholium Interpretis.

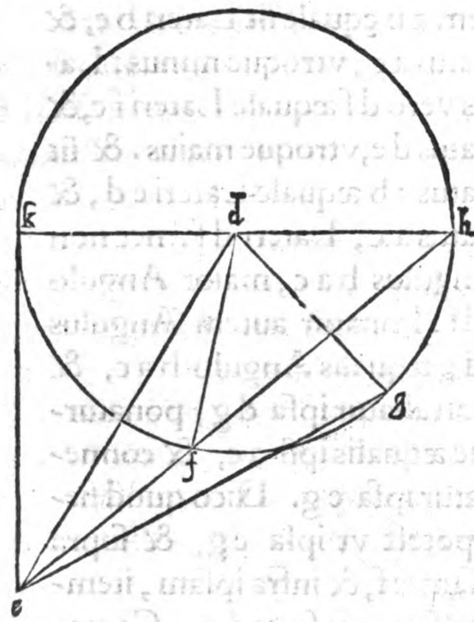
SI MEA quoque afferenda eſt ſententia errauit planè incertus quiſquis ſit Autor, non errauit autẽ Philoſophus. nam ſciẽdum eſt quòd ipſa Triangula, quæ Elementorum inſtitutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. ęquilatera enim eſſe non poſſunt, cùm inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri ſint. erũt ſiquidem Anguli etiam ęquales, quod non ſupponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor ipſa accepit, neceſſariò ſupra ſubtendentem quæ vltimò protracta eſt recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor oſtendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipſa ſuſcepit, fieri poteſt vt quæ vltimò protracta eſt recta Linea, tum ſuper ipſa ſubtendente, tum ſupra ipſam, tum etiam infra ipſam cadat. & iuxta omnem poſitionem Theorema veritatem in ſe continet, vt apud Proclum ipſum quilibet videre poteſt. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infeſtat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel ſuper ipſa ſubtendente vltimò protractam Proclus accepit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Cùm autẽ indeterminatè aliquid affirmamus, ĩ quibus fieri poteſt ipſum intelligimus, nõ aũt in quibus non poteſt fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quaſi ad rudes, ambitionis cauſa, quippe quòd tantũ virum deceptum oſtẽdat, aut exercitationis gratia, Animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio valent, præſens ſcripſit Scholium, aut fortaſſe etiam hallucinatus eſt. Scire autem operæpretium eſt quòd cùm ait incertus Autor in æ-

quicru-

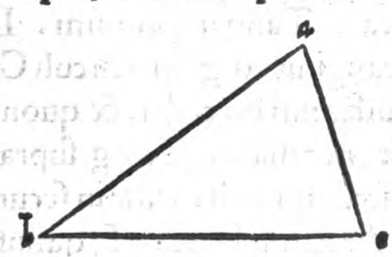
quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, vt quæ vltimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula a b c. d e f ęquicrura ita, vt Latus quidem a b ęquale sit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e, & Latus d e, vtroque maius. & sit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. necnon Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipsa d g, ponaturqúe æqualis ipsi a c, & connectatur ipsa e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g, & supra ipsam e f, & infra ipsam, itemqúe super ipsa cadat. Centro enim Signo d, interuallo autem Linea d f, Circulus describatur, quem aut tangit Linea e f, aut secat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa e g supra ipsam e f cadet. Secet autem ipsa e f Circulum vt habetur in secunda nostra descriptione, & producatur in directum Linea e f, quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa d g, ipsi d f æqualis est, necessariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h, aut vltra h Signum. At qui fieri non potest vt in Signum h, aut vltra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f, & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipsa d h, & producatur ipsa h d in directum vsque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quę tangat Circulum,

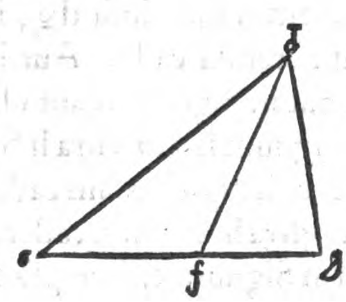






in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales sunt, Basis autem e h, Basi e k est maior, Angulus sanè e d h, Angulo e d k maior est. Verùm Angulus e d k maior est Angulo e h d. Multò maior igitur est Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius est. Erat autem & ęquale, Triangulum siquidem ęquicrus supponebatur, quod fieri non potest. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem sanè modo ostendemus quòd neque vltra ipsum ijsdem existentibus suppositionibus cadere potest. Necessariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, secantqúe se inuicem ipsę d g, e h rectę Lineæ. Ipsa ergo e g protracta magis remota quàm ipsa e h à Cẽtro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cadere potest. Reliquum autem est ostẽdere quòd fieri potest, vt etiam super ipsa subtendente quæ vltimò protracta est recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ superius descripta sunt. & sit quidem vterque Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemqúe duplus Anguli e d f. hoc enim fieri potest. constituatur aũt ad d e rectã Lineã, ad Signũqúe in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearũ a c, d f æqualis ipsa d g, cõnectatur'que Linea e g. Dico quòd his suppositis, necessariò ip-

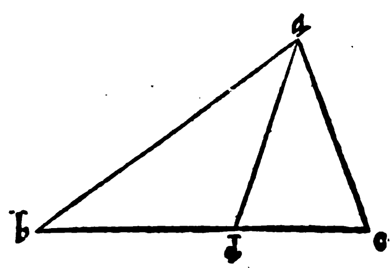




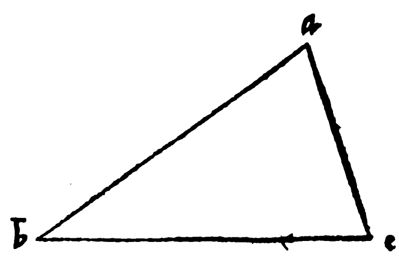
sa

sa f g ipsi e f in directũ est, ipsaque e g postremò protracta, super ipsa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur ostendendum quòd in directũ est ipsa g f, ipsi f e, vnaque est recta Linea ipsa e f g: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quędã, quæ talis est. Si Trianguli ęquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, ęqualis est Basi Trianguli, quod initiò erat, itemque alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Triãguli Angulo magis propinquũ est. Sumptio.

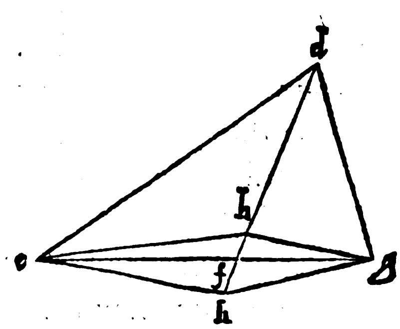
Sit Triangulũ a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Basim sunt Angulorum reliqui duplũ, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectã Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b. Demõ Sũptionis.



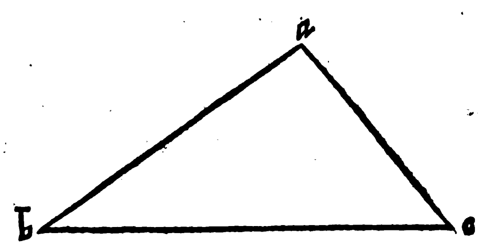
Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoque iacentibus, ipsis nẽpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est ęqualis. æquicrus.n. Triãgulum a b c supponebatur. Angulus igitur a d c, Angulo a c d ęqualis est. & Latus ergo a d ęquale est Lateri a c. Ostensum est aũt ipsi etiam d b ęquale. Recta igitur Linea a d vtriq; a c, d b rectarum Linearũ æqualis est, quod oportuit demonstrasse.



Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa g f in directum non est ipsi f e, sed sunt duæ Rectæ ipsæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signũ recta Linea, quę aut supra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nã super duabus rectis Lineis Propositi Demõ.

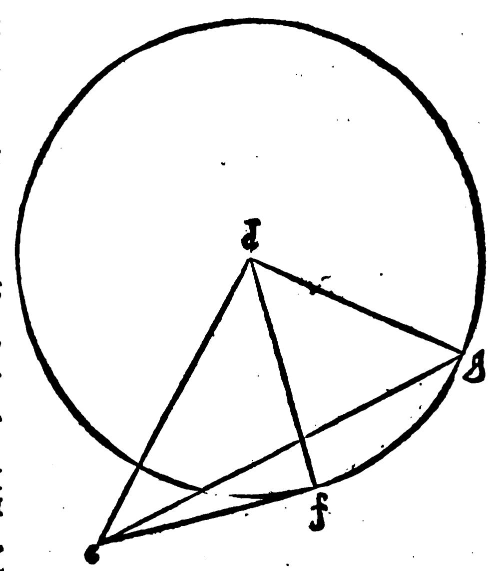


vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e: & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehẽdunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g ęquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f ęqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nõ cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verũ vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nõ sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cùm autẽ vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiuscemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo se se habent recta quę vltimò protracta est Linea, neq; suprà, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiuscemodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse.



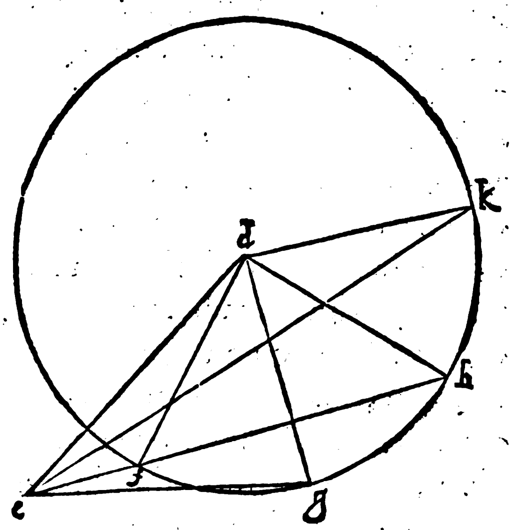
Demõ in Scalenis.

Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tũ in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtẽdẽte cadat. Sint ergo duo Triãgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri ęqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signũ est, maiorem habeant. Cõstituatur



tur

tur itaq; ad rectam Lineam d e, a d Signumque in ea d, Angulo b a c æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipsarum a c, d f æqualis ipsa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g & supra ipsam e f, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa e f, & tunc recta Linea e g supra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus ostensum est: aut secat ipsum. Secet, & producatur in directū ipsa e f quousq; secet rursus Circulum in h Signo. Aut ergo ipsa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & sic ipsa e g infra ipsam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipsa e g super ipsa e f in directum cadet, vt ipsa e h: aut vltra h Signū, vt ipsa d k, & sic ipsa e k, hoc est ipsa e g supra ipsam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta est recta Linea non solùm supra subtendentem, verum etiam infra, itēque super ipsa cadere potest, quod erat demōstrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinauit, sed simpliciter enuntiauit.



Digressio

Assumemus autem ex his Triangulorū cum ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quæ sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participent, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per mistionem vtriusque subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & ęqualitatem, & similitudinem seruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisque generis diuersitatem in se se ostendunt: quæ verò per mistionem vtriusq; gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem seriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiā Figuræ per illa principia constituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantùm, Triãgulorũ ad ſua principia relatio.

& ſimilitudine eſt præditum, & iuxta omnia finitum ſemper, atque terminatum, idemq́ue manens, & neq; accretionem iuxta Angulos, neq; decretionem, neq; vllam iuxta Latera varietatem ſuſcipiens: Infinitatis aũt, ſcalenũ, quod ſolius inęqualitatis, & diſsimilitudinis eſt particeps, iuxtaq́ue omnia indeter̃nationem, & motum infinitum, & varietatem oſtendit: vtriuſque autem, quippe quæ medium ipſarum tenet Centrum, miſtæq́ue ex ambobus naturæ eſt particeps, æquicrus, quod Finis ſimul, atque Infinitatis oſtendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præſens Vigeſimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera eſſe nõ poſſunt (hoc ſiquidẽ inęqualitatẽ oſtẽdit, illa ãt ab æqualitate vndiq; ſcatent) verũ aut æquicrura, aut ſcalena. & ſi æquicrura, aut ſimiliter. rurſus ęquicrura, aut nõ ſimiliter. & in ſcalenis magis varia eſt ipſius Conſtructio, q̃ in æquicruribus. in ſcalenis .n. quæ poſtremò protracta eſt recta Linea & ſupra, & infra ſubtendentem, itemq́ue ſuper ipſa cadere poteſt: in æquicruribus autẽ neceſſariò ſupra ipſam cadit. in æquicruribus inquam, quæ ſimiliter æquicrura ſunt. quæ enim non ſunt ſimiliter æquicrura diuerſitate, & varietate iuxta poſitionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura ſimiliter ſunt. vnde etiam magis varia iſtorum, quàm illorum Conſtructio eſt. Iurè igitur in ſcalenis magis varia Conſtructio ipſa, & Demonſtratio eſt, quàm in æquicruribus. Siquidẽ ſcalena quidẽ varietate, & diuerſitate, ſimpliciterq́ue deteriori ſerie magis quàm æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ ſunt magis cognata. Propterea ſanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium menſuris, & ſimplicitate, & æqualitate, identitateq́ue præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei aſsimilant: æquicrus autem ſecundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ menſura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemq; immoderationem iuxta ſuas extremitates attingunt, æquicrurium ſiquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales ſunt, Baſis autem, Verticaliſq́ue Angulus inæqualis: Scalenum verò vitiis partibilibus, quę vndequaq; immoderatione, & inęqualitate, omniſq́ue generis diuerſitate, & varietate refertæ ſunt. Verùm de his quidem hactenus.

Pulchra Triãgulorum iuxta Pythagoreos ad ea q̃ ſunt cõparatio.

Finis Scholii

Corollarium ex Scholio.

Corollarium.

EX his porrò manifeſtum eſt quòd in Triangulis non ſimiliter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Anguli li Verticalis alterius, necessariò quę vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipsam: cùm verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

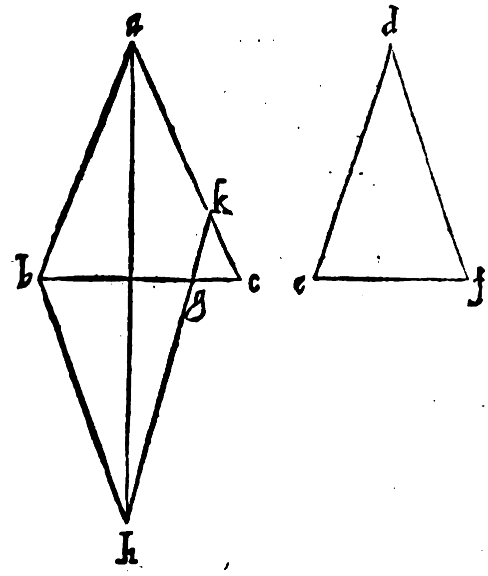
SEQVVNTVR PROCLI Commentarij

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Basim verò Basi maiorem: Angulū quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt. Propō 25 Theo. 16.

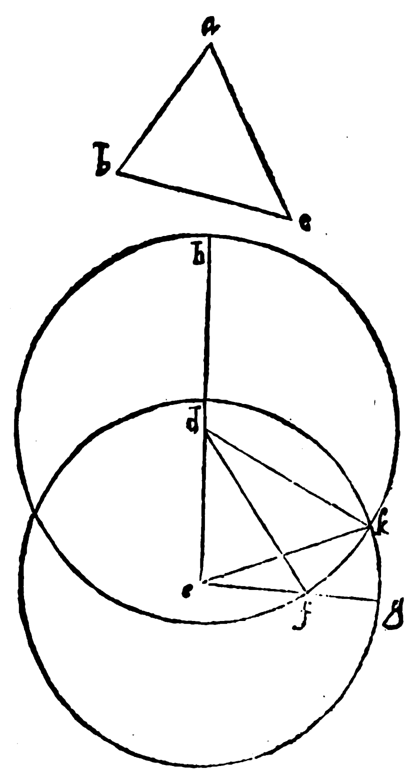
PResens Theorema Octauo quidem oppositum est, pręcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumqúe æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Pręcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostēsionibus: in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Cōm.30. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem ęqualitati Laterum, quę in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusqúe è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verùm ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cùm sit, ex Libris legere ijs, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Demōstratio Menelai Alexādrini. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Basimqúe b c, Basi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi b c, Basi e f æqualis, quæ sit b g, & constituatur ad b Signum Angulo d e f, ęqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipsi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vsque ad k Signum, cōnectaturqúe a h. Quoniam itaque

que



que b g æqualis est ipsi e f, b h autem ipsi e d, duæ duabus sunt æquales, Angulosq́ue æquales continent. Ipsa igitur g h, ipsi d f ęqualis est, et Angulus b h g Angulo e d f inęqualis non est. Et quoniam g h ęqualis est ipsi d f, ipsa autem d f, ipsi a c, ipsa quoque g h, ipsi a c æqualis est. Maior est igitur h k, quàm a c, quamobrē multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior est. Rursus quoniā æqualis est ipsi a b, ipsa b h, ipsi nanque d e est æqualis, Angulus b h a, Angulo b a h æqualis est. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, ostensus est. Angulus ergo b a c, Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menelai Demōstratio est. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impossibile idem ostendit. Sint duo Triāgula a b c, d e f, eędēq́ue sint suppositiones. & quoniam b c maior est quàm ipsa e f, producatur e f, & ponatur ipsi b c, æqualis e g, similiterq́ue protrahatur d e, & ponatur ipsi d f, ęqualis d h. Circulus igitur, qui Cētro d, interualloq́ue d f describitur transibit etiam per Signum h. Describatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores sunt ipsa b c, hæ autem ipsi e h ęquales sūt, & b c, ipsi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g describitur, secat ipsam e h. Secet vt ipse g k, & connectantur à communi Circulorum sectione ad Centra rectę Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrū est Circuli h k f, ipsa

Heronis Mechanici Demō.



ipsa d k, ipsi d h ęqualis est, hoc est ipsi a c. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli g k, ipsa e k ipsi e g æqualis est, hoc est ipsi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k sunt æquales, & b c Basis, e k Basi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k est æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior est.

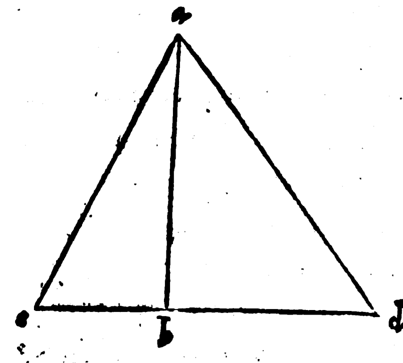
TEXTVS

Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vnumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod sub vno æqualium Angulorum subtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt. Propõ 26 Theo 17.

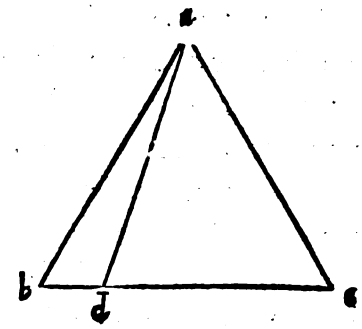
Cõm. 31. Pulcherrima cõparationis Triãgulorũ Diuisio

TRiangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaq; Angulos quidẽ ęquales cùm accepisset Euclides, Latera quoq; Triangulorum nõ potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaqúe spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim ęquales habeãt. Sola verò Latera ęqualia cùm supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauũ Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimqúe Basi æqualem habent, hæcqúe æquiangula, æqualiumqúe Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessariò consequentem, nullaqúe Demonstratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumqúe Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosqúe Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoqúe Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoqúe Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumqúe Latus cùm accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorũ scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumqúe Angulum ęqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inęqualia sint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta super rectam Lineam c d, sit autem maior b d quàm b c, & connectantur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusqúe Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autẽ Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraqúe ęqualia ostẽdere, & hoc facit per pręsens Theorema. Vnũ verò Latus, & tres Angulos ęquales iterum supponere superuacaneum est. Siquidẽ duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulũ, duoqúe Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantùm ęqualia assumpta, cæterorum æqualitatem concluserunt. Quinetiam duo Latera, duosqúe Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ.n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiã comitantur, dũmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæqúe vnum Latus, & duos Angulos, quã nunc Geometra proponit: huicqúe opposita. Et propterea hęc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorũ habemus, quæ in Lateribus, Angulisqúe versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inualidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Queadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoqúe Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumqúe Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut sub vno ęqualium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsenti Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

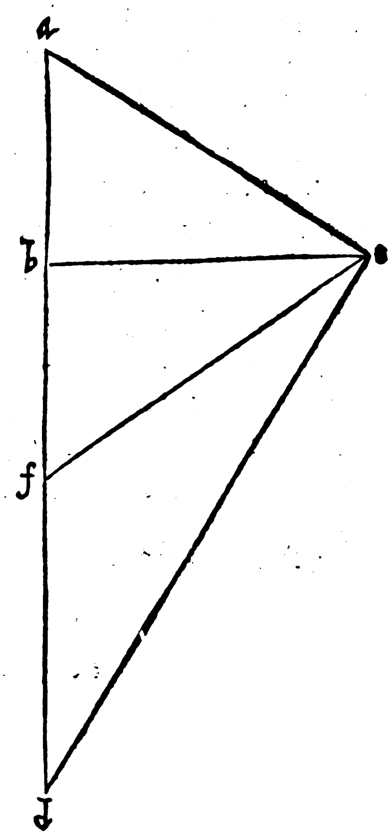
† decẽtibus.



Trian-



Triãgula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnũq́ue Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputà Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum ęqualem suscepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præsens quoque Theorema turbare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorũ subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latusq́ꝫ b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ea c, Angulo b a c, ęqualis Angulus b c d, & coincidant b d, c d productæ vsqꝫ ad Signum d. Duo itaqꝫ Triangula sunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosq́ue Angulos duobus Angulis ęquales a b c quidẽ, ipsi c b d (Recti.n.sunt) b a c autem, ipsi b c d. sic.n. constituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. causa aũt est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum ęqualiũ Angulorũ subtẽdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens.



Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut ęquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obseruantes Triangulũ illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo.n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est? constituatur.n. ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ipsa datum c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterũ alteri ęquales habentia, vnũquę Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autẽ Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præsens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostẽdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter assumemus, prætermissorumquę causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas redarguentes. & huc vsque finem habere Elemẽtorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inęquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quę circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodq; sibi ipsi idem est, à se ipsoquè discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem: omniaquè eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas, inæqualitasquè reperta fuit.

Porphyrius. Eudemus ĩ Geometricis enarrationib[9] ad Thaletem hoc Theorema refert

Epilogus primæ sectiõis primi lib. Elementorum Euclidis. Documẽtum.

Pulchra consideratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVARTVS.

Quod ſit Secundæ primi Elementorum Partis Propoſitum Caput vnicum.

DE TRIANGVLORVM quidem Ortu,& æqualitate,vel inæqualitate quæcunque Elemẽtari inſtitutiõe dici poterãt ex iã dictis didicimus. De Quadrilateris aũt Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrãmis nos edocens,ſimul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoqꝫ doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppoſitionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quaſdam ſpecies, Trapeziumqúe ſimiliter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum eſt, Trapezium verò non eundem, neque ſimilem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipſi eſt ſermo, vnà autem cum his Trapezium quoqꝫ contemplatur. ex Parallelogrammorum enim ſectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifeſtum erit. Quoniam autem rurſus fieri non poteſt vt aliquid de Parallelogrãmorum conſtitutione, vel æqualitate dicatur abſqꝫ Parallelarum conſideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifeſtum, Parallelogrammum illud eſt, quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus rectis Lineis circunſcribitur) neceſſariò hinc à Parallelis doctrinæ ſumit initium, paululum autem ab his progreſſus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vſus Theoremate inter harum, illorumqúe Elementarem inſtitutionem. quippe quod videtur quidẽ Symptoma quoddam, quod Parallelis ineſt contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim eſt quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſę quoque æquales, & Parallelæ ſunt. nam in hoc quidem Theoremate

Continuatio Libri.

Incõ 18. Libri 2.

Inferius ĩ Propõne 35.

Propõ 33.

te

te quoddam ęqualibus, Parallelisquę rectis Lineis Accidens considератur : ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaquę habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessariò præassumptus fuit, ex his manifestum est. Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisquę conuertuntur, non solùm tria simul, sed vnũquodq; etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnũ quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secãte, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoquę iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatũ demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autẽ cęteri quoq; Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius nanq; in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & † Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusquę in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptũ, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoq; institutor Parallelarum Symptomata primùm inuestigat.

Tria, quæ Parallelis p se insunt

Apolloni⁹ † Nicodemus. Hippias. Perseus.

SECVNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo 27 Theor. 18

TEXTVS

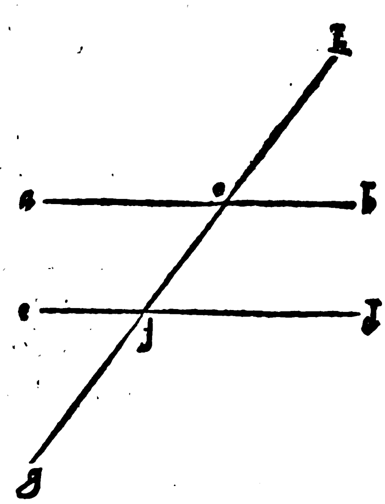
Si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea Alternos Angulos æquos ad inuicem fecerit Parallelæ ipsæ rectæ Lineæ ad inuicem erunt.

Cõm. prinum.

IN præsenti quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quę in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectę Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil .n. obstat in modũ literę X rectis Lineis altera quidẽ in vno, altera verò in alio Plano iacẽtibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent

rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodem'q; Plano excogitamus. In lib. 2. in cõm. 7.
Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendũ aũt est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, Notandũ
interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationũ consequentiam. & iuxta hanc quidem significationẽ in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autẽ alterã, tum in hoc, tum cũctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasqúe incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autẽ intra Parallelas existunt, differũt verò eò q; alter quidẽ sursum, alter aũt deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternatim Angulos appellat. Dico aũt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidẽteqúe in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itẽqúe Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alterno, cõmmutatoúe ordine iuxta positionem se habentes. Qui sint Alterni Anguli.



Illud aũt sciendum est quòd tali rectarũ Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantùm Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdẽ partes Angulos sumemus, aut non ad easdem. Documẽtum.

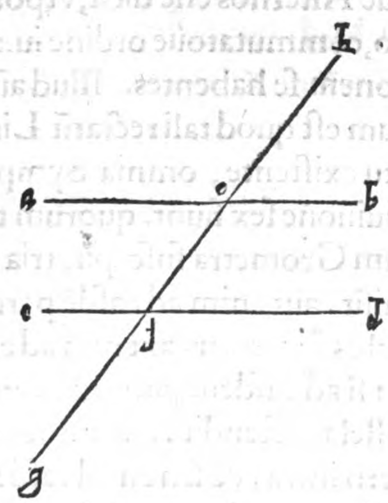
Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà po- Diuisio Symptomatũ Parallelarũ Linearũ.

nes,

nes, vt ipsos a e f, & e f d, vel ipsos c f e, & f e b: aut vtrunq; extrà, vt ipsos a e h, & d f g, vel ipsos h e b & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocq́ue rursus quadrupliciter. aut enim ipsos a e h, & e f d: aut ipsos h e b, & e f c: aut ipsos g f c, & f e b: aut ipsos g f d, & f e a pones. & præter has alia Sumptio non est. Cùm itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequẽtia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdẽ sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo sunt, & ij, quorum vnus quidẽ extrà, alter verò intrà, prætermissi sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidẽ, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis ęquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermissas suppositiones eadem consequuntur.

Anguli in Parallelis sex modis sumũtur.

Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli h e b, d f g, dico ꝙ hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b: & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis est. Si autem Anguli b e f, e f d duobus rectis ęquales sunt, Anguli etiã d f g, h e b duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdẽ partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus a e h, Angulo b e f æqualis est, Anguli autẽ b e f & e f d duobus Rectis sunt ęquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales sunt.



Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales sunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f est æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inęqualis non est. Si igitur quę in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cõsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur. pręter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra suscepit iuxta quidem

duas

duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales: in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cùm enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non īmeritò quæ prætermissæ, ijs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hasce suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atque idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur. Cur tres sumptiones Angulorū Euclides ꝑtermiserit.

TEXTVS

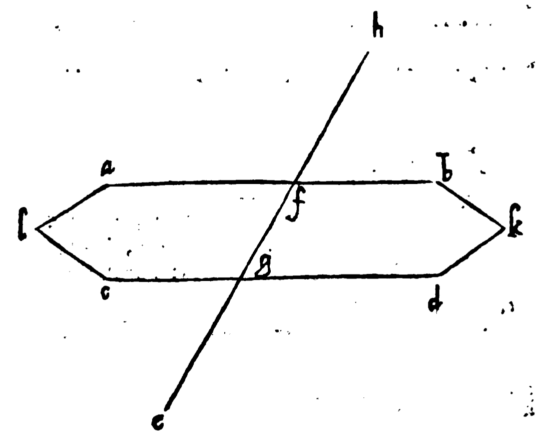
Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externū Angulū interno, & ex opposito iacēti, ad easdéq; partes ęqualé fecerit, aut internos, & ad easdem partes iacentes duobus Rectis ęquales: Parallelę erunt inter se ipsę rectę Lineæ. Propō 28 Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aūt rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extrà] & [intrà] Angulos separat, altera verò ambos intrà supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Cōm. 2. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, triaque Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis ęquales. Dubitatio in pręsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos ęquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Hierapolita Aeneas cōpendiū Elementorū scripsit. Quęnam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione Solutio.

e pro-

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes: nam pręcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verùm quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex iis, quæ scripta sunt. Ptolemæus aūt in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostē dens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, secetqúe ipsas quędā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipsæ rectæ Lineę Parallelę sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincidant dum producūtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaq; recta Linea e f stetit super rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam f g super c d stetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales sunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq; duobus Rectis ęquales sunt. Si ergo rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq; a f g, c g f æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur sunt.

Ptolemæi Demōstratio i libro, cui titulus est Rectas Lineas ab angulis minoribus, q̄ duo Recti productas coicidere.



In

TEXTVS

In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter se æquales: & externum interno, & ex opposito, & ad easdem partes iacenti ęqualē: & internos, ad easdéq; partes iacentes duobus Rectis ęquales efficit.

Proposi- tio 29. Theo. 20.

PRæsens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in vtroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aũt in illis Data sunt, ostęndere proponit. & hęc etiam Conuersorum differẽtia silẽtio prętereũda nõ est, ꝙ omne, quod cõuertitur, aut vnũ vni cõuertitur, vt quĩto sextũ: aut pluribus vnũ, vt p̃cedentibus quod in pręsentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pòst nobis manifestũ erit. In præsenti autẽ Theoremate primùm Elementorum institutor hac Petitione vsus est, quę ait si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, & ad easdẽ partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitũ producũtur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quòd non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demõstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Triãguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Prætęrea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non est, eò quòd aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitio assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autẽ Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditqúe ipsum cùm multa præassumpsisset eorũ, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocqúe veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnũ autẽ hoc quoq; est eorum, quæ pręostensa sunt, quod ait rectas, quę à duobus Angulis ęqualibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam Cõuersorum differentia.

In cõ. 32. Propõnis.

Quĩta Petitio.

In lib. 3. i cap. 1. & i cõm. 3.

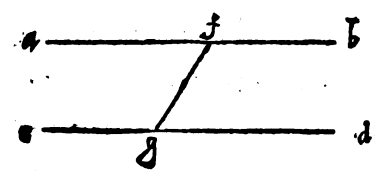
In fine secũdi lib. et in cõm. 3. libri tertii Digressio.

Quę Ptolemęus dicat in suo Libello.

Secũda ps Propõnis 28.

Conuersa secũdę partis 28. Propõnis, & tertia 29. pars.

ab vna recta Linea secentur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis ęquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in ipsas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad easdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiā Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quāobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus q̄ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neq; minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdēque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quòd si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidētes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verùm ostensum est quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cùm præostendisset Ptolemęus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quòd si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solùm non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores



Flagitiosa Ptolemæi rócinatio.

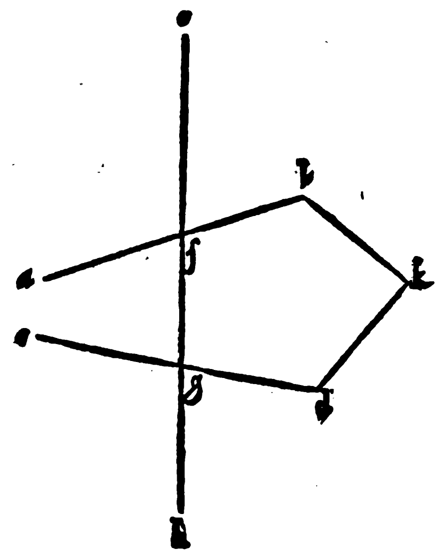
Demō tertiæ Partis huius Theorematis secundū Ptolemæum.

Demō quintæ Petitionis secūdū Ptolemęū

Alia quintę Petitionis secundum Ptolemęū accuratior Demō.

sunt,

ſunt,non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽsq́ue in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g,& c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a,c coincidẽt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g,& c g f duobus Rectis ſunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus



interno, & ex oppoſito iacenti minor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit,in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne fortè aliqua peruerſa,captioſaq́ue ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea,quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales,aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non.n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas,quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur,duos quidem,qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò,qui ad reliquas, duobus Rectis minores,& vnam, eandemq́ue rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non.n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores,vel minores fecit,propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor,qui intra Lineas,quæ ſecantur ſunt Anguli,quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſup-

Aduerſus Ptolemęũ

Primũ fundamentũ.

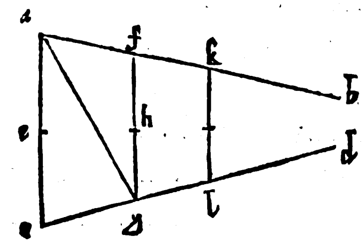
Secũdum fundamétum.

poſi-

positionum fieri non potest. quandoquidem siquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdẽ suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorũdã instãtia aduersus quĩtã Petitionem.

Agè autem illos quoq; inspiciamus, qui dicunt fieri non posse vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepissent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internosq́ue duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidẽtes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa a c in Signo e, & abscintur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d, æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaq; est quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipsi a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindãturq̀ue æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocq́ue in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexã bifariam secando, à rectisq́ue Lineis hisce dimidijs ęquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidẽ dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verũ est ipsas nullomodo prorsus coincidere. non coincidant enim ipsæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamẽ impediet quin coincidãt in Signis k, l, si ẽt ipsę f k, g l ipsis f h, h g ęquales fuerint. coincidẽtibus. n. ipsis a k, c l nõ adhuc ijdẽ manẽt ipsi k f h, l g h Anguli, & quędã ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas Lineas relĩquitur. & sic duæ rursus ipsæ scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt, quantã intercipiunt in interiori ipsius f g rectę Lineę parte.

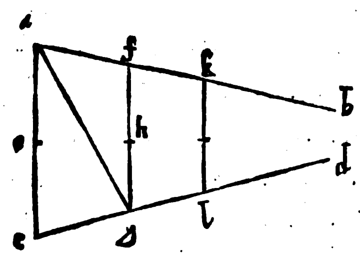


Responsio ad instantiam.

Alia Responsio.

Pręterea aũt illud quoq; dicendũ est indeterminatè ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̃ duo Recti protrahuntur nõ coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrùm igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur: si verò possibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiã g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus sunt Rectis minores.



Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũenim uero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc quęrere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quæ in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferentiã productæ sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non sunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, secetque ipsam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipsam quoq; c d secabit. cùm enim duæ rectę Lineę sint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipsæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent distantiam. Quapropter hac quoq;, quæ tanta est quantũ est interuallũ, quod inter Parallelas adiacet.

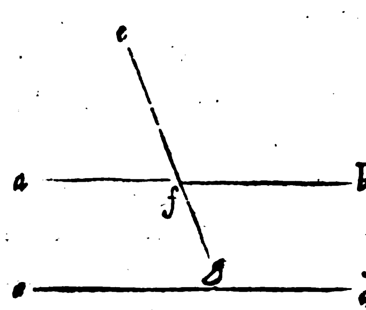
Aliquę rectę Lineæ à minoribus q̃ duo Recti productę coĩcidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc est ꝓpria Autoris opinio.

Pronuntiatũ, quo vsus est et Aristot. 1. de cęlo tex. 35.

Ostẽsio Aristo.

Sumptio.

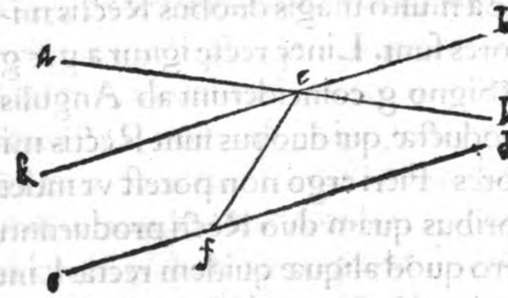
Demõ Sũptionis.



cet.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa f g ipsam c d secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoq; secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, c d, cadatque in ipsas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hisce in partibus coincidẽt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internosque Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipsos scilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę sunt. & secat ipsam k h, ipsa a b. Secabit igitur & ipsam c d, per sumptionem, quæ puæostensa est. Coincident ergo rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.

Quitę Petitiõis pulchra Demõ.



Propõ 30. Theo. 21.

TEXTVS

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelæ.

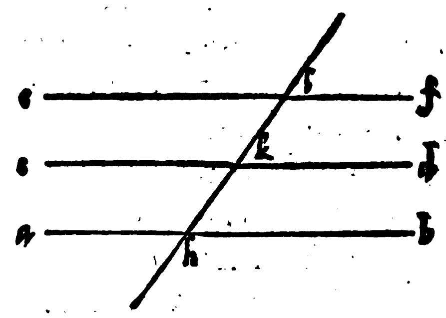
Cõm. 4.

COnsueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusque dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonstrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq; dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoq; sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę, in

Primũ ꝓnuntiatũ. Propõ 21. sexti Elementorũ. Propõ 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallelę Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum ęquali ęquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. † ipse nanque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quòd quæ eidem Parallelæ sunt, omnino ita se habent, vt ad inuicem quoque Parallelæ sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habēt respectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallelę. Fieri autem potest vt qui etiam situm iā permutauit, idem ostendat iisdem viis, quibus Geometra ad Propositum ostendendum vsus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus suprà iacentibus, ipsa a b infrà, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, vtrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineę igitur c d, e f, Parallelæ sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelæ, & inter se igitur Parallelę sunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ sunt partes, & non sunt duæ Parallelæ. in infinitum siquidē produci Parallelæ intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelæ partes & ipsæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę, tum partibus ipsius Parallelę sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuueniles'que Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuscemodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus pręsens Theorema conuertere, atque ostendere quòd quæ inter se Parallelæ, eidem quoque sunt Parallelę. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelæ eidem erunt, in idem'que redibimus.



In quibus respectib' identitatis cōsequentia verificetur.

tex. gręcus sic habet † ipsa nanque Parallelitas si dici potest similitudo.

Finis Documenti.

Casus huius Problematis.

Dubitatio

Sol.

Notādū.

f Per

TEXTVS

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Propō 31. Prob. 10.

Cōm. 5. OPortuit non solùm Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamqúe Lineā suscepisset, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Documétum. Oportet autē nos præassumere quòd necessarium est vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoqꝫ recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam, erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamqúe Lineam partitus sit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiēdum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Cōmunitates hui⁹, & duodecimi Problematis. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoqꝫ institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc verò Parallelam. Incō. 22. lib. tertii. Verùm illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoqꝫ Parallelę erunt, in dato Signo coincidētes, quod fieri minimè potest. Differétię huius, & duodecimæ Prepositionis. Opus est autem differentias quoqꝫ harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoqꝫ quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quòd secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quòd cum ipso coincidit, terminatqúe suum respectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęqúe Lineę distantiam. quantum enim datum

Signū

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.

TEXTVS

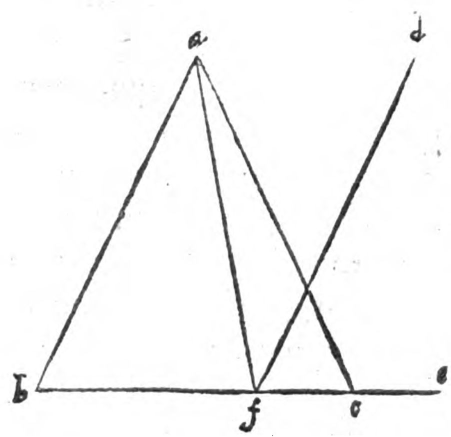
Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus est æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt Rectis æquales. Propó. 32 Theo. 22.

QVantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verùm & quantò maior. ambobus siquidem æqualis cùm sit, maior quàm alteruter reliquo est. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriq; attulit. nec propterea superuacua illa esse diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasq́ue orationes transire. Veruntamen Elementorũ quidem institutor extrà Parallelam ducendo, vtrunq; eorum, quæ quæruntur ostendit. fieri autem potest vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem ostendat, ordinem tantùm eorum, quę ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacẽtibus ęqualem esse, ex hoc'q; reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vsq; ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa b c, quod sit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipsi a b, ipsa f d. Quoniam itaq; f d, ipsi a b Parallela est, in ipsasq́ue incidit recta Linea a f, & recta Linea b c, Anguli Alterni ęqua

Com. 6.

Respõdet tacitæ obiectioni.

Casus huius Theo.



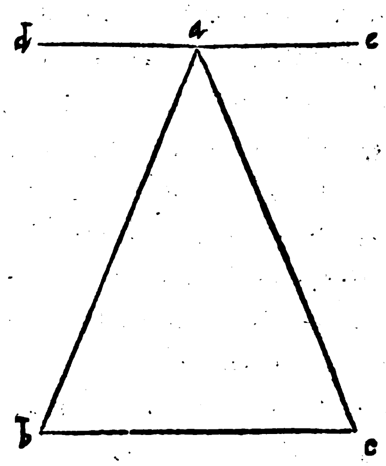
les sunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipsis f a b, a b f ęqualis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis est Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis ęquales, ipsis nẽpe a f b, a f c. Verùm ipsi etiã a c f, a c e duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autẽ

Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referẽte Eudemo.

Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulũ internos Angulos duobus Rectis habere æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

Pythagoreorũ Demõstratio

Sit Triangulum a b c, ducaturque per Signum a ipsi b c Parallela d e. Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc est Anguli d a b, b a e hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic



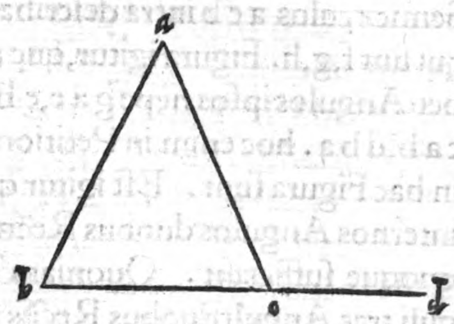
Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertiũ Cõuersorũ differẽtię mẽbrũ, qđ superi⁹ i cõ. tertio ꝑmiserat.

Elementorum institutoris Theoremati conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis ęquales, ostendimus quòd data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum a b c, externusque Angulus a c d

Cõuersũ primę partis, & eius demõ.

æqua-

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus b c productum est vsq; ad d Signum, vnaqúe recta Linea est ipsa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales sunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusqúe Signum duę rectę Lineę consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicē erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directū est. Sit rursus quædā Figura rectilinea a b c tres habēs Angulos solos duobus Rectis ęquales ipsos scilicet a, b, c, dico quòd Triangulum est, vnaqúe recta Linea est ipsa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriusq; a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius a b c duobus Rectis sunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur est d c, ipsi d a. Vna ergo recta Linea est Latus a c. Similiter aūt ostendemus q; Latus etiā a b, & Latus b c vna recta Linea est. Triāgulū ergo est Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram nanq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū a b c d, & super Latere a b,



Cōuersū secundæ partis, eiꝰ q; Demōstratio.

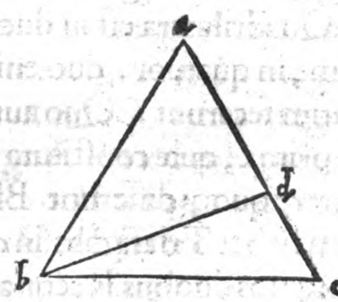
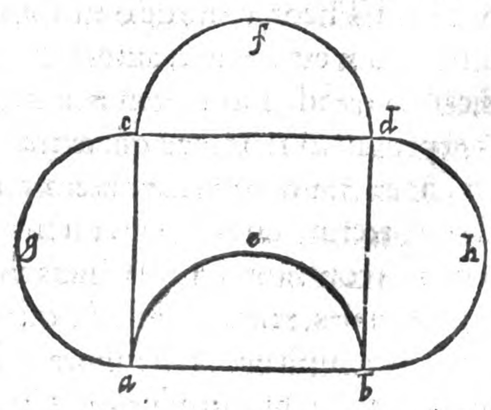


Figura ex Circūferētiis cōstructa, quæ hēt internos Angulos duobꝰ Rectis æquales. sūt autem & alię curuilineę Figure, quæ hoc patiuntur.



Semicirculus a e b intrà describatur: super alijs autē Lateribus extrà, qui sint f,g,h. Figura igitur, quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis ęquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis ęquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. vt puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primùm igitur sciendum est quòd omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quòd † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo: Si quinq; Laterum, in tria: Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita: omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsenti Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrà cōstituuntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipsius Latus semel producitur, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

In lib. 3. in com. 2.

Epilogus.

Digressio, i qua sunt quatuor pulchecrimę cōsiderationes.

Prima.

Plato i Timæo.

† recta.

Secunda.

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenqꝫ Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse ęquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primùm inest, ita † rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis ęquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla. in Timęo.

Quarta.

Exēplū familiarissimū Arist.

† Triāgulo

Iuxta etiā cōes notiones veritas pſētis Theorematis apparet. simile dixit in cōm. 22. lib. 3.

TEXTVS

Rectæ Lineę, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoqꝫ ęquales, & Parallelæ sunt.

Propō 33 Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrāmorūque

Cōm. 1.

Superius i cap. 1.

morumqúe considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrãmorumqúe Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quę per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocqúe Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd neq; hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimauit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verùm quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autẽ positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hęc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quę ipsas coniungunt, ęquales, & Parallelę sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidẽ Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidẽ fieri potest, quandoq; verò minimè. nam si quidẽ Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasqúe Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem sunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si autem

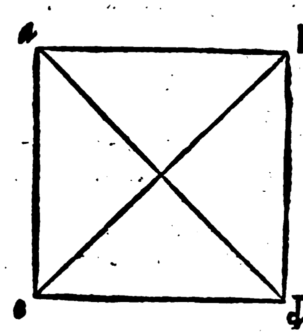
Diligẽtia propõnis.

Primò.

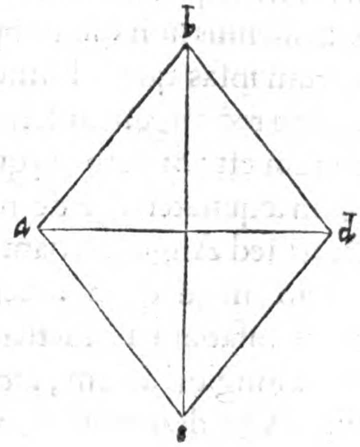
Secundò.

† ad illarũ aũt Parallelã positionẽ, harũ ęqualitate.

Tertiò.



tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales sunt. cùm enim a b, ipsi c d æqualis sit, communis autem a c, Angulusq́ue b a c, Angulo a c d inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immeritò igitur Elementorum institutor æquum esse censet vt quæ æquales, Parallelasq́ue coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis a c, b d suppositis, ipsas a d, & b c coniungentes accipiamus, sed ipsas a b, & c d. hasce enim ostendit quidē æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quòd inęquales sunt propter internorum, ad easdemq́ue partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat. Propō. 34. Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrā mum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæq́ue propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita vt Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hęc itaq; tria per se Parallelogrāmis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorumq́; per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisq́ue Areis. Quatuor autem Parallelogrāmis existentibus, quę in

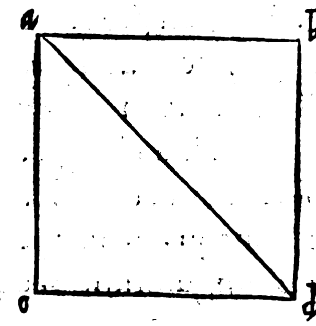
Com. 1.

Tres huius Theorematis passiones.

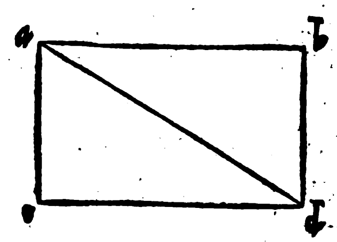
Documētum.

Differētia, ꝑ i diuisionib⁹ Parallelogrammorū apparet.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quòd si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solùm Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verùm ipsas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in ęquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidē non solùm Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non ęquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguliqúe a b d, a c d æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiā b a c, c d b bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel



Altera parte longius, vel Rhōboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem c a d Angulo a d b ęqualis est, Angulus etiā b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inęqualia sunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariā nō secatur. Similiter autē neq; Angulus c d b, qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidē æquales sunt eò quòd rectangulum est, Anguli autē à Dimentientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuisio huic quoq; inest quatenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem



Cōclusio.

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solùm Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrãmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales secantur tanquã non ęquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrãmorum quatuor existentiũ diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundũ non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cùm Quæsitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidẽ esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorũ institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solùm Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè. aliter enim vniuersale appellari consueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationẽ alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos ęquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrãmis inest: hoc verò, Dimentientem Spatiũ bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus Documẽti.

Digressio Pulcherrima & vniuersali cõsideratio. Theorematũ alia vniuersalia, alia nõ vniuersalia.

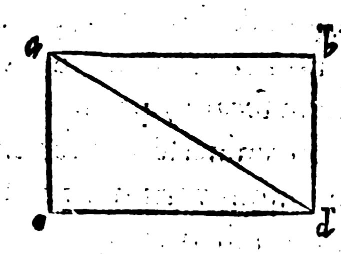
Duplex vniuersale. idẽ vide apud Ari. in primo Posteriorũ tex. 11.

Propria vniuersalis Significatio.

bifariam secat Ellipsim, Circulum, atque Parallelogrãmum, cõmune in his postea contẽplati fuere. Hallucinatur aũt (inquit Arist.) quidẽ non vniuersale tanquã vniuersale ostendens, eò quòd commune innominatũ est, cui primùm Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atque Sonis, quibus omnibus alterna Ratio inest, non est dicere. quid præterea cõmune sit Ellipsi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mista. Qua propter vniuersè eum ostendere opinamur, qui demonstrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bifariam secat. eò quod commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogrammũ Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. etenim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur. sit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.

Vide Ari. primo Posterio. tex. 12. & 13.

Conuersũ primæ, & secũde passionis hui' Theorematis.



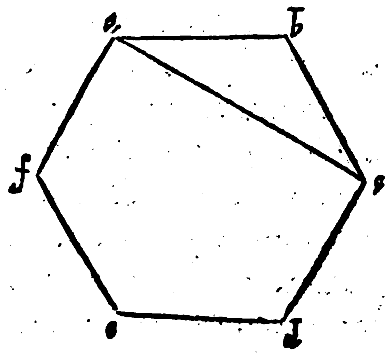
Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli æquales, Basisque communis, omnia quoque omnibus ęqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidẽ ab ipsi c d, ipsa verò a c ipsi b d. Quamobrem Parallelogrammum est Figura a b c d. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoque Parallelogrammorũ nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate. Cùm enim ostendisset quòd rectæ Lineæ, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelę sunt, perspicuum est quòd Latera quidem, quę ex opposito sunt tum ea, quæ coniungunt, tũ ea, quæ coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Parallelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, que à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quòd Elementorum quidem institutor Parallelogrãmum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cùm æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum sit: habet enim

Finis Digresśiõis. Documẽtum.

Vnde ortũ sit hoc nomẽ Parallelogrã- mum.

Quid sit propriè Parallelogrã- mum, & quid sit Parallelogrammũ apud Euclidem.

enim hoc quoque Latera, quæ ex oppoſito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui ſunt ex oppoſito, ęquales. Exempli cauſa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. ſi enim Sexangulum a b c d e f intelexeris, rectamqué Lineam a c coniunxeris, ipſam a f, ipſi c d Parallelam oſtendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus eſt Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quiſque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea eſt Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim eſt poſitum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia



Recti pars eſt. Anguli ergo f a c, a c d Recti ſunt. Quapropter ipſa a f ipſi c d Parallela eſt. Similiter autem reliqua etiam, quę ex oppoſito ſunt Latera, Parallela eſſe oſtendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum eſt quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quòd autem apud Elementorum inſtitutorem Parallelogrãmum quadrilaterum eſt, patet. Fit autem perſpicuũ in illo potiſsimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Baſim, & in eiſdem eſt Parallelis, Trianguli duplum eſſe. hoc enim in ſolis Quadrilateris verum eſt.

† Præter quã quòd ex Sẽtẽtia Elemẽtorũ iſtitutoris omne Parallelo grãmũ manifeſtum Quadrilaterum eſt.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ Super eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia. Propô. 35. Theo. 25.

Com. 9.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuerſalia, alia verò particularia eſſe dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes ſubiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Compoſita, quidqué horum vnumquodq; ſit oſtendebamus, ita ſanè iuxta aliam diſtinctionem alia quidem Localia eſſe dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuſcunq; idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineę, vel Superficiei

In Superiori cõmẽto, & i cõ. 9. libri 3. Theorematũ alia Localia, alia nõ Localia.

situm,

Quis sit Locus Geometric⁹, Localium Theorematũ diuisio. Linearum aliȩ Planȩ, aliæ Solidæ.

situm, qui vnum, idemquę Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem sunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, vt Cylindricȩ Helicis, Conicarumquę Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quȩ in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præsens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quȩ sanè ȩqualia quoq; inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt. quòd enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præsens adscripsit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iurè neque huiuscemodi ipsorum ideam prætermisisse.

Præsens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum est. Theorema Locale, & ĩ Lineis Locale, & Solidum. Qua d' causa Theoremata Localia Ideis Chrysipp⁹ assimilauerit.

Causa qua Euclides ĩ hoc libro Theoremata localia Plana ĩ rectis Lineis tãtùm tradat, in tertio aũt ea etiam, q̃ ĩ Circũferẽtiis cõstituũt, & habes hic diuisioné localiũ ĩ Lineis Planorũ Theorematum, quod alia in rectis, alia in Circunferentiis.

Veruntamen cùm in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumquę Symptomatibus contemplari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siquidem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt ȩquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod à Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportione respõdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autẽ omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrãma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cùm Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantùm nanque Parallelas producimus, tantùm Parallelogrammorum quoque Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellãtur. executi sunt enim Mathematici quoque in Theorematibus, quemadmodũ Stoici in Argumentis Locũ, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum esse, quæ huiuscemodi sunt. Stupet itaque vulgus statim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, sitque hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cõstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verùm hoc necessariò factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidẽ Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiũque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur, quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem,

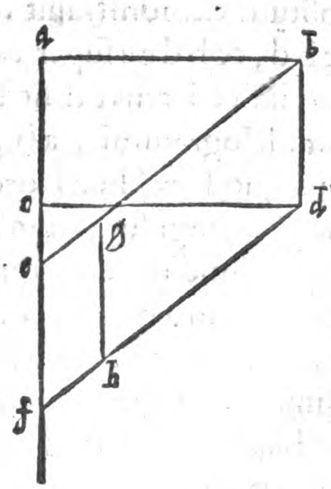
Dubitatio rudium.

Præsens Theorema è è numero admirabilium ĩ Mathematicis Theorematum.

Quid sit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicos.

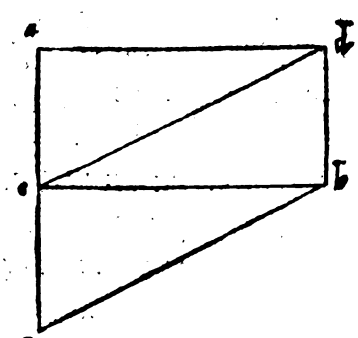
Respõsio ad dubitationẽ rudium.

Demõstrat quòd Longitudinis accretione opus ẽ ad Spatiorũ equalitatẽ seruandã.



Spatiũ

Spatium tamen Spatio minus. ipso nanq́ue b e f d minus est. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æquilateris verò ambobus existentibus, & ęqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulũ non est. Angulorum nanq́ue rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde sanè Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalẽ Ambitum habent maius esse videtur: Rhõboides verò, cunctis minus. At hæc quidem aliàs ostendemus. magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præsens autem Theorema sciendũ est quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Areis sermo est: & quòd nunc primùm in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam fit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq; quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quod enim quę ex opposito sunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque institutor cùm difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstrauit. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma a c b d, & b d c e super eadem Basi d b, ita vt Latus c d sit Dimetiens Parallelogrammi, a b, ostendemus quòd ex † hoc Loco æqualia sunt. Triangulum enim b c d, vtriusque dimidium est. quoniam ipsius quidem a b, Dimetiens est Latus c d: ipsius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam secant. Parallelogrãmum ergo a b æquale est Parallelogrãmo d e. Rursus siquis supponat Latus a c ipsius a b Parallelogrammi secari à Latere d c, sicq́ue iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa a d b e, b d c f, ostendemus quòd hæc etiam ęqualia sunt.



cùm

Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallogrãmorum ęqualiũ, est loc⁹ ipse Parallelarũ Linearum.

Pulchrũ.

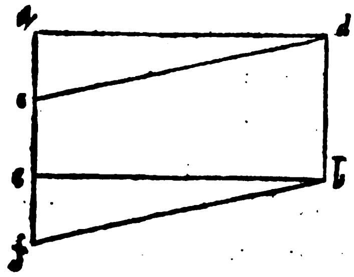
Hoperime trorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ ẽ, Rhomboides verò minimũ.

Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3. habes q̃ Procli itẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ ĩstitutionẽ exponere. Documẽtum.

Trapeziũ quid.

Reliq; duo huius Theorematis Casus.

† ex hoc loco. id est rõne loci.



cùm enim Latus a e Lateri c f æquale fit, vtrunq; enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis est igitur a c, ipsi e f. Verùm a d etiã ęqualis est ipsi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur c d, Basi f b æqualis est, totũq́ue a d c Triangulũ toti e b f Triangulo est ęquale. Cõmune adijciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f inęquale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim d c aut secat Latus e b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus a e, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentiq́ue descriptione altera est Species. ipsa enim c e, ipsi d b est Parallela.

Causa cur tres soli sint Casus hui' Theorematis.

† . Rursus quòd Nota q̃d Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noĩe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide ẽt cõ. 18. lib. secũdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 36 Theo. 26.

Com. 10.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Cęterùm Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super ęqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

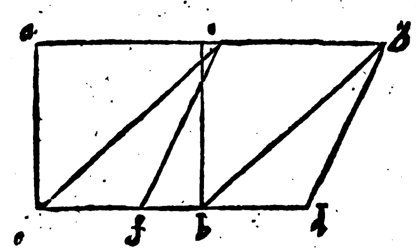
Cõmunitas, & differẽtia pręsentis, & pręcedẽtis Theore.

Qũo Parallogrãma ĩ eisdẽ dicãt̃ esse Parallelis.

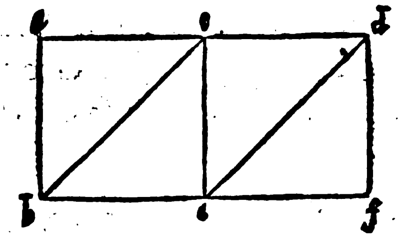
Reliq; duo Casus hui' Theore.

h neę.

neæ. Quoniam igitur ipsa e f, æqualis est ipsi b d, etenim Basis e b Basi f d æqualis erat, sed Latus c f Lateri d g est æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipsi b g ęqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammũ ergo est ipsum c b, habetq́ue eandẽ Basim cum vtroque Parallelogrã-morum a b, c d, & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d est ęquale.



Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à se inuicem separatas Parallelogrãmorum Bases supponat, verùm quod solùm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, ę d, dicemus quòd Basis b e, Basi e f, & Lateri c d est æqualis. Quamobrem & recta linea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallelę'q; sunt. Parallelogrãmum igitur est ipsum b d, & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallalelis cum ipsis c b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt c b, d e Parallelogramma.



Diuisio triũ huius Theo. Casuũ, & primò vltimi.

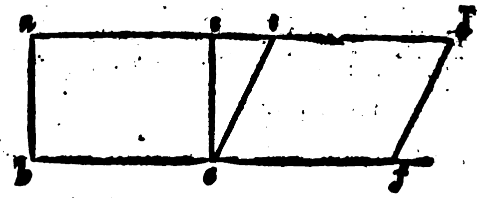
At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cùm dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantùm se inuicem, aut à se inuicem distare.

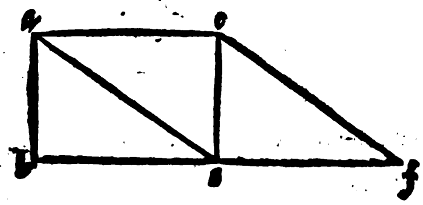
† aut à se iuicẽ separatas esse, aut tãgere tm̃ se inuicem.

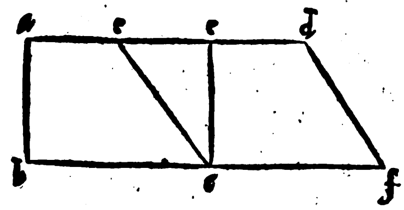
Fieri autem potest vt quanuis se se tangant quemadmodum ipsę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus c e supponatur, vel c e Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e secans Latus a c, vel Latere a c producto vsque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus secans Latus a h, vel a h Latere producto vsque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *

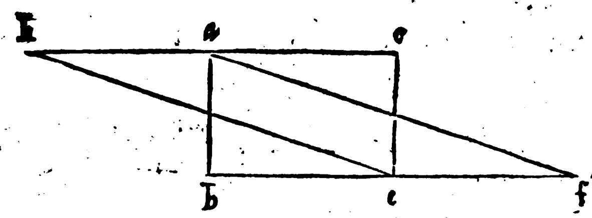
* * *

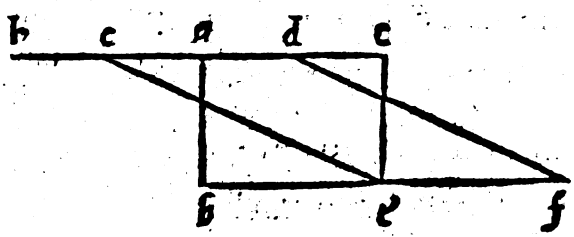
Fran-

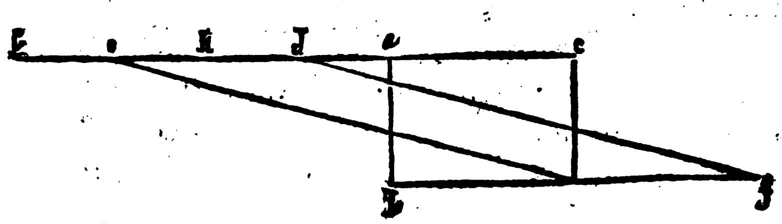












FRANCISCVS BAROCIVS

AD

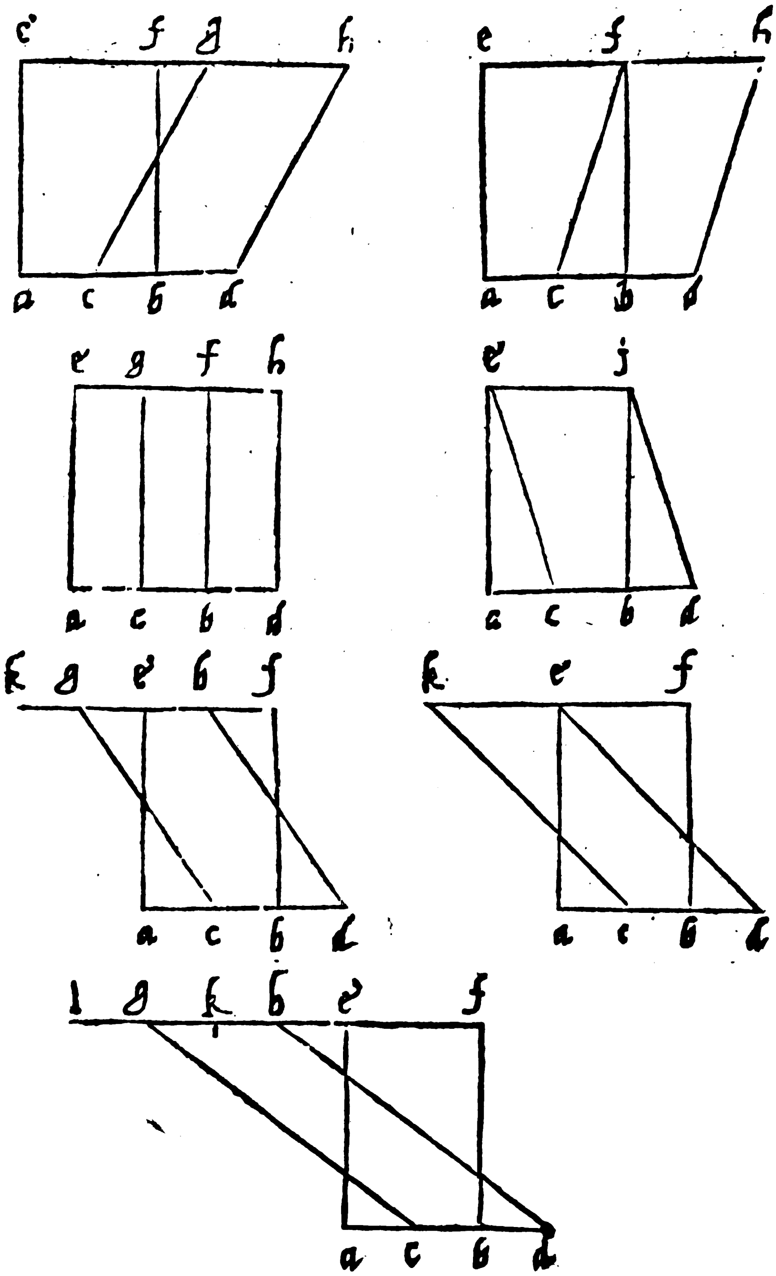
LECTOREM.

Scholiũ

HIC tibi animaduertendum eſt candide Lector, quòd præſens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum eſt in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vſque tempus ad manus noſtras peruenere. ideo quale ſe ſe offert, tale in ordine ſuo imprimendum eſſe cenſui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo repeeriuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoſcas, nonnulla ſunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur ſi integrum eſſet, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noſter primum communitatem, atque differentiam præſentis, & præcedentis Theorematis tradidiſſet, docuiſſetq́ue obiter quomodo Parallelogramma in eiſdem dicantur eſſe Parallelis, more ſuo ad exponendos Conſtructionis Caſus ſe ſe accinxit. Caſus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuerſum, & iuxta primam animi notionem ſe ſe nobis offerunt, è quorum numero vnus quidẽ eſt ille, quem Euclides in ſua Conſtructione ſuſcepit: reliqui verò duo ſunt ij, quos Proclus declarare ſibi propoſuit. quos ſanè cùm declarauerit, & oſtenderit quòd Theorema vniuerſè in his tribus Caſibus veritatem nanciſcitur, ſtatim quod erat conſequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Caſuum Diuiſionem vnà cum Theorematis in omnibus Caſuum partibus Demonſtratione. Verùm Diuiſio quidem talis eſt. Quum Parallelogrammorum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis exiſtentium tres ſint Conſtructionis Caſus, & Baſes ipſorum aut omnino à ſe ſe diſiunctæ ſint, vt Elementorum inſtitutor ſuppoſuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in ſecunda ſua deſcriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Caſuum ſeptem habet partes.

Diuiſio Caſuum.

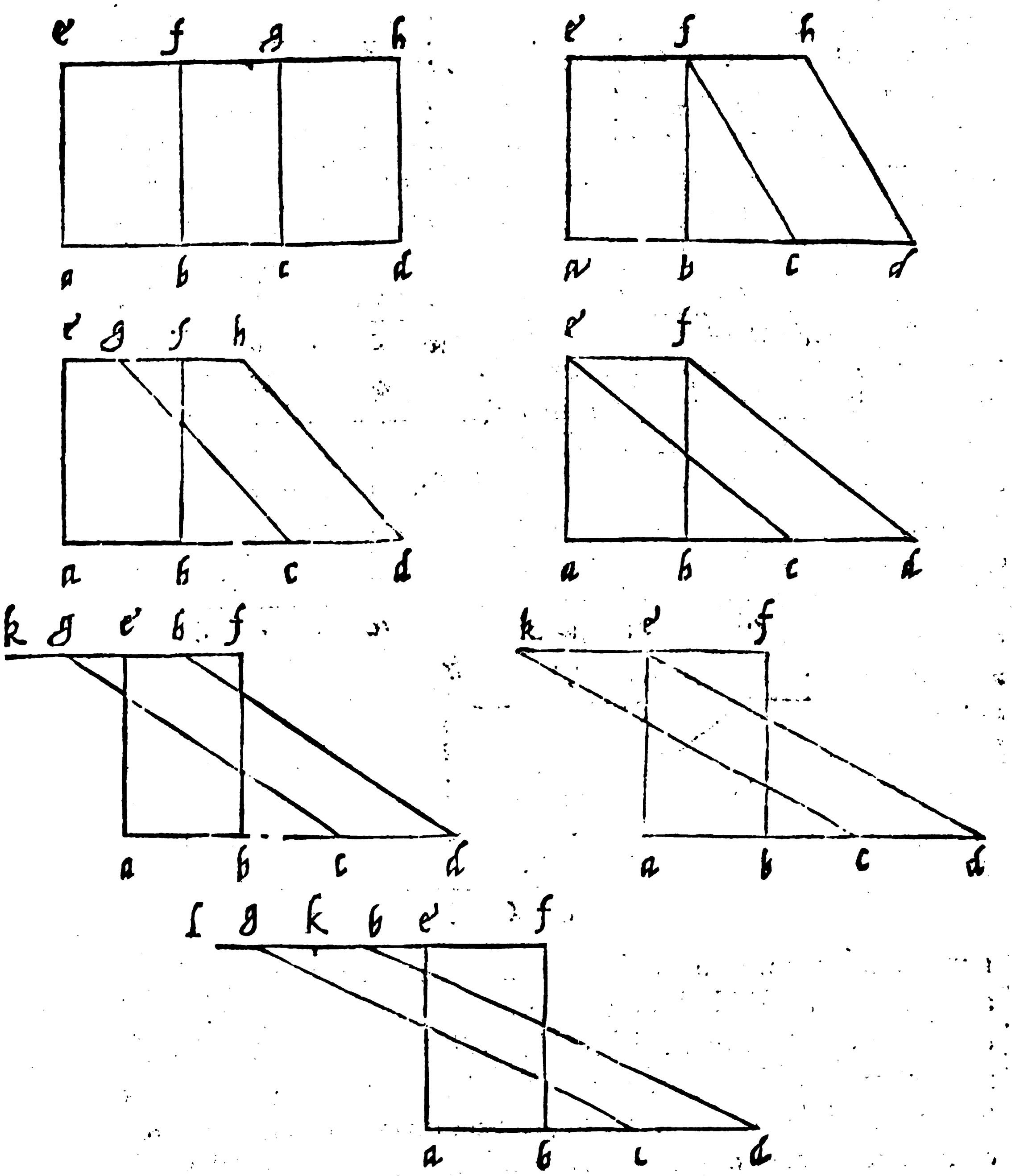
nam



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipsę a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quę sint e f, g h, aut ita à sese distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipsam g f: aut sibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & posita Linea k e æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e:

aut

aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitque Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipsã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.



Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interualteruallo f g: aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipsam g f: aut Latus g h cadit super Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & posita æquali k e Linea ipsi e f, Latus g h cōmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipsa scilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipsa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadē sunt cum Signis k e, tangit'q; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & posita æquali Linea l k ipsi k e, Latus g h communem sortitur partem ipsam quidem k h cum Linea k e, ipsam verò g k cum Linea l k, tuncq́ue Latus g h à Latere e f interuallo h e distat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in pręsenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuũ diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, vt autoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq́ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuisione quidē hęc sufficiãt. Demōstrationes autē pręsentis Theorematis iuxta singulas Casuũ partes tũ quia faciles sunt, tũ breuitatis causa in pręsentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quę desit in .Procli cōmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propō 37 Theo. 37.

Initiũ

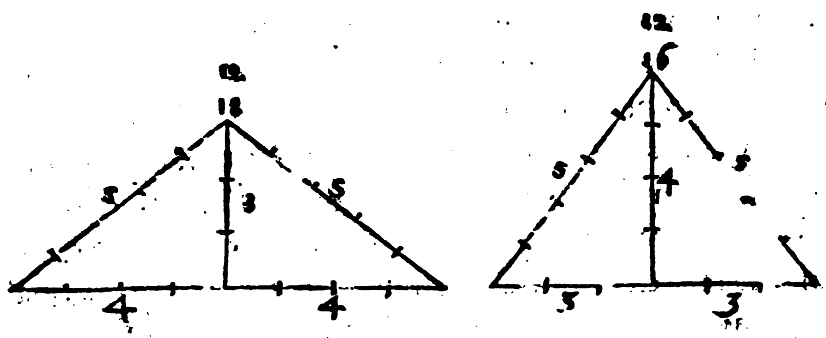
Initium huius Commentarii Desideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpessi sunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olĩ verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vnà cũ ipsis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura'q; sumpserunt cùm peragrãtes eam suscepissent possessionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere,

Chorographorũ hallucinatio.

Idẽ in lib. tertio in com. 8.



duobus enim ęquicruribus Triãgulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hìc verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verùm si hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunq; idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non omni-

† æquale Trianguli Spatiũ habebis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus.

Quõ Triãgula i eisdẽ Parallelis esse dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propô. 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum sitũ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi; alia verò Basibus ęqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereqúe vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaq; per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunq; in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quamuis inæquales

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

† oino ąd vel pfectũ ąd.

Bases fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Casus, quodqúe fieri potest vt Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum se se contigentes: aut etiam omnino separatæ ita vt inter ipsas Linea sit, manifestum est ĳs etiam, qui paululum intelligere possunt. & quòd iuxta omnes Casus vtcunq; Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumqúe æqualitatem ostendere.

Casus hui' Theore.

Propõ. 39 Theo. 29.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & ad easdem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 13.

QVando quidem ęqualitatã ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quę quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt pretermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniã modus quidem Demõstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemqúe Constructionem. cõtenti autem sumus cùm in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere ĳs, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ĳs, quę in altero sunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd vtique Totũ suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit [& ad easdem partes] manifestum est. nam fieri potest vt super eadem Basi ęqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hasce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adie-

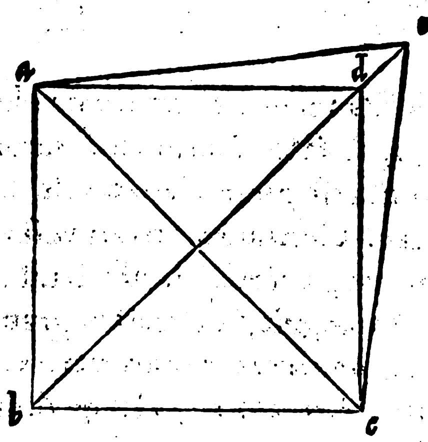
Causa propter quam Conuersę 35. & 36. Propõnis tũ ab Euclide, tũ à Proclo pętermissæ sint.

Geometrica diligẽtia.

cit

eit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci posSit iuxta absurdam suppositionem, aut intrà, aut extrà, ipse quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem ostendemus. Reliquus absurdæ suppositionis Casus.

Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisdē sunt Parallelis, & quę ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non est, sit quę extra hanc iacet, ipsa nempe a e, & producatur ipsa b d vsque ad e Signum, & connectatur ipsa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale est Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam a d, Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo a d ipsi b c Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars.



Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cùm sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęsitū in altero est: nec Quęsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hęc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula ęqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cùm partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cùm in his, tum in illis datum est, præterquàm quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta. Notandū. Triplex Cōuersionū differētia.

TEXTVS

Propō. 40
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eadem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

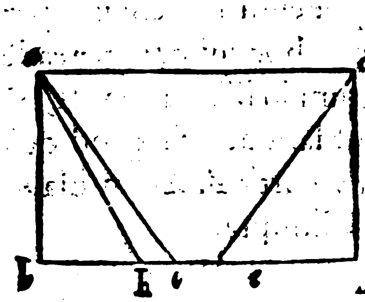
EST & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quę ab Elemētorum institutore Deductionis ad impossibile prætermissa est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē repetere. Cùm autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quòd duo semper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemq́ue Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porrò quæ in Triangulis sunt: aut & cùm æqualia sumpserimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quòd vtique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quòd duo ex his quatuor, per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eisdē sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt. sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quòd super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur. Quapropter cùm decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cùm eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quòd si æqualia fuerint, in eisdemq́ue Parallelis, aut super eisdem, aut super ęqualibus Basibus erunt. nō sint enim, sed si fieri potest sint a b c, d e f Triāgula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet b c, e f, &

Tres passiones, ex quib9 decē fiūt Localia Theo.

Causā vide i superiori cō.

Qua d' causa reliqua quatuor omiserit Euclides Theoremata.

Demōstratio reliquorū duorū.



sit

sit maior ipsa b c, & abscindatur b h, quæ sit æqualis ipsi e f, connectaturq́ue ipsa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f super æqualibus sunt Basibus ipsis b h, e f, in eisdemq́ue Parallelis, æqualia vtiq; sunt. At ipsa quoque a b c, d e f Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo a b c, a b h æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum a b c, d e f Triangulorum Bases. Idem autē demonstrandi modus in Parallelogrāmis etiam erit. Cùm itaq; & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idē, quòd scilicet totū suę parti est ęquale, non īmeritò ab Elementorū institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quòd decem necessariò sunt Theoremata, & quæ sint ea, quę prętermissa sunt, quæq́ue sit horum reticentiæ causa. Verùm transeamus ad ea, quæ post hæc consequuntur. Epilogus.

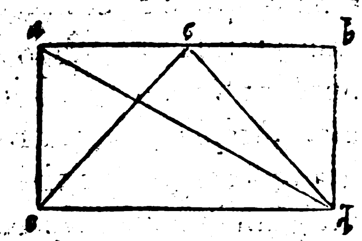
TEXTVS

Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Basim habuerit, in eisdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipsius Trianguli. Propō. 41 Theo. 31.

EST quidem præsens quoq; Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma seorsum perspeximus, itemq́ue Triangula, ita cùm simul etiam vtraque sumpserimus idem cum illis perpessa, quam habeāt inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quę super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemq́ue Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademq́ue Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrāmum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, cum sumpserimus, idē demonstrabimus. duo siquidē sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrāmum Verticē habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrāmū a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturq́ue a d recta Linea. Quoniam itaq;

Com. 15. Casus huius Theorematis.

Paral-



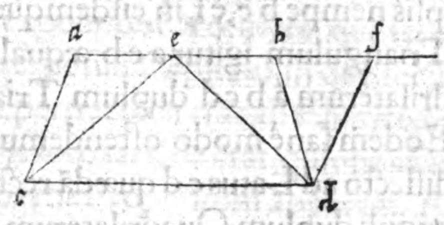
Parallelogrammũ Trianguli a c d est duplum, Triangulũ autem a d c ęquale est e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipsius e c d Triãguli duplum est. Quod igitur eadem existente Basi duplum esse Trianguli Parallelogrãmum ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identitatem. Iurè igitur hæc quoq; Geometres omisit, eadem enim est Demonstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demõstratio. Atqui Conuersa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemq́ue Basim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq́ue ratio vigebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossibile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò est, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eisdemq; ambo fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim super inæqualibus, cùm æquales sumpserimus, vniuersum Totũ suæ parti æquale ostendemus. In hoc igitur cõmune impossibile omnia hęc Theoremata desinunt. Quare Elementorũ institutor nobis reliquit eam, quæ in his est varietatẽ inuestigare, cùm in simplicioribus ipse, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata sunt, agè exercitationis causa nos Parallelogrãmũ non accipiendo sed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum esset, cũ Quadrilaterum porrò sit. Dico autem quòd aut duplo maius est, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela sint, omnino vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus existen-

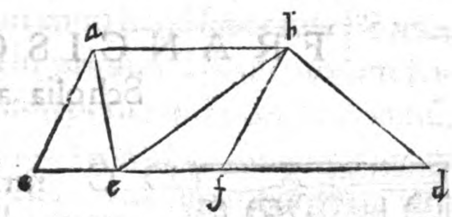
Demõstratio ĩ Basib⁹ ęqualibus. † Parallelogrãmorum.

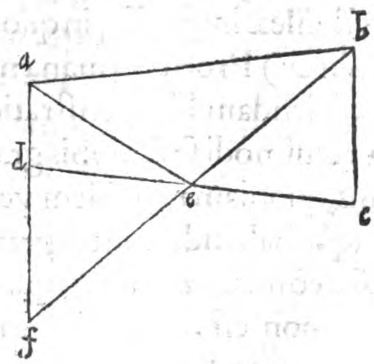
Cur Theoremata in ęqualibus Basib⁹ Euclides prætermiserit. Cõuersa hui⁹ Theo. & nota cõuersionis modum. † Si autẽ.

Nota q̃ ex trib⁹ q̃ hoc etiam Theo. sũt passionib⁹ quinq; fieri possunt Theo. quorũ vnũ tm̃ posuit Euclides, reliqua aut p̃termisit, q̃ addidit Proclus, vnã cũ obticẽtię causa. † stiterit. Digressio Hic elicit quoddam aliud hui⁹ Theo. cõuersũ, iuxta alium Cõuersionis modũ.

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, sitqúe minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe c d, ducaturqúe per d Signum ipsi a c Parallela, quę sit d f. Duplum est igitur Trianguli e c d ipsum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim a b, ducaturqúe ipsi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantũ Latera ex opposito iacẽtia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, sitqúe in ipso Latus a d Lateri c b Parallelum, & secetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipsa b e, coincidatqúe cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e est æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale.







Per 33. Propóné. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio sup eadẽ Basi, & in eisdẽ Parallelis cõparatio. nota φ aũt cadit etiã ĩter Parallelogrammũ, & Trapeziũ sup eadẽ Basi, & ĩeisdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Cõmentariis nřis. oĩa aũt hęc vera sũt & ĩ Basibus ęqualib⁹, horũq; cõuersa, si cõueniẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadẽ basi nõ in eisdẽ Parallelis, sed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc est qđ Proclus obiter ostẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d e. Totum igitur a e f Triãgulum duobus a d e, b c e Triangulis est ęquale. Verum Triangulũ a c f æquale est a e b Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe b c, e f, in eisdemqúe Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale est Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat ostendendũ. Eodem sanè modo ostendemus quòd si etiam à Latere a b bifariam dissecto ad Latus c d quædã rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineę ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundum nobis est.

*hic ad finẽ vsq; omnia fortasse Procli nõ sũt, sed ab aliquo addita.

FRANCISCI BAROCII Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.

HOC rursus in loco Lector beneuole silentio pretereundum nõ est, quòd in omnibus ferè, quę hucusq; vidimus exemplaribus maximã hîc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cõmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cõmentarius, vnà cũ principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintũdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsq; ad finem cõmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demõstrationem absoluunt, propterea qúe habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cõmentarij finem, qui cõstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò

Prima ratio.

quòd quũ superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Commentamentarios partis tertię primas tenet, nec secūdę parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, queadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porrò cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimęseptimę Propositionis expositionē accederet, quę secūdæ partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secūdā primę annexā ostēdit, quę'q; in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc planè hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimùm Theoremate tertiæ partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundæ partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimęquintę Propositionis interpretationem se contulit: quod'q; in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cùm enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintumdecimum Cōmentarium hæc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimæ propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripertitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quòd præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorem ea, quæ in ipso reperitur orationem continuerit. Secundò verò, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficiliqúe aggressus est, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triāgulo super eadem, aut super ęqualibus Basibus, in eisdemqúe Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hìc quoque exercitationis nostræ causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemqúe alteri Trapezio super eadem, aut super æqualibus Basibus, in eisdemqúe Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriè Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causa passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec est valida ratio

Secūda ratio.

q̄d doceat Proclus in sua digresfione.

Responsio ad tacitā obiectionem.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ simul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur esse Parallelis. Quare Proclus ipse prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrāmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziū appellatur, postea incepit comparare Trapezium Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cū alia conditione: necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione comparare. At finem versus comparationis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod est Basi oppositum sectionis fit, cōmentarius deliquium patitur, deestque primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum hac conditione quòd Triangulum solum in duabus sit Parallelis, quarum vna cadat super communi eorum Base, altera secet Trapezij Latus, quod est Basi eius oppositū in duas partes æquales: secundò verò Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo super eadem, vel super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis: quartò denique, eadem Trapezij cū Trapezio comparatio: quintò demum, & vltimò præter quandam sui moris pulchrā in fine cōmentarij considerationē, aut documentū, deest procul dubio secundæ, atq; tertiæ primi Elementorū libri partiū continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum institutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in pręsenti cōmentario iudicio meo desiderantur, ibi [in eisdemque Parallelis] quanuis aliquis Procli studiosus manū iniecerit, postremā q; earū, quę nunc extant in eo Demōnem perfecerit, ac demū ita cōmentariū epilogo concluserit, vt integrū videatur. Veruntamen possibile etiam est q; cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, synceraque sint, deliquium verò cōmentarij incipiat post illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum est] quodque verba illa [Hæc quidem &c.] quę postremū sortita sunt locum, sint totius cōmentarij epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest vt defectus in duobus sit locis; primùm ibi [Quadrilaterū est] deinde ibi [sint demonstrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] sint epilogus digressionis, illa autem

Quæ desint in digressione, & in fine cōmentarii.

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac denicꝗ totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilogus, secundaꝗ imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsenti potissimùm Propositione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propositum, cōmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumqúe contemplatio] & similia. Verumenimuero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum quęrere non desistant quousꝗ omnes Procli commentarij perfecti, integriqúe reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.

TEXTVS

Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere in dato Angulo rectilineo. Propō 42 Prob. 12

COmmentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetqúe nostrum eam commentario illustrare, vt Euclidis ordo, atcꝗ doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac eluces ceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solũ abscꝗ alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnà cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotasse quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisꝗ discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atcꝗ hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quũ itaque tres quidem sint huiusce trigesimisecundi Theore-

Scholium secũdum. Quę contineatur in 17. cōmētario. Quę reperiantur in 17. cōmētario.

matis Casus nec plures, neque pauciores, Euclides autẽ breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbique summa cura, & diligẽtia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cũ pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cõmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniã autem ab expositione Casuum commentarios suos auspicari minimè consueuit, & quoniã desunt quædã verba ad sententiã, orationemque perficiendam, iudicandũ est quòd non paucis initium versus cõmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent [Verùm Elementorum institutor Parallelogrãma, quę circa Dimetientẽ consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autẽ insurgat dicẽs quòd fieri potest vt Parallelogrãma inuicem non coniungantur iuxta vnũ Signum, quodque porrò Cõplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cõmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consueuit enim Proclus vbique antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cõmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationẽ, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, et si Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediũ: vtrùm Determinatum, an Indeterminatũ: vtrùm Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrũ Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrũ Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementũ, vtrùm Simplex, an Compositũ: & si Compositum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & si Complexũ, vtrùm Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrũ Præcedens, an Conuersum: & si Prӕcedens, vtrùm Locale, an secus: & si Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in solidis; & si in Planis vtrũ in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrũ in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi; Quòd si in solidis, vtrũ in sphęricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel spi

Quę desint 17. Cõmentario.

ſpiricis, vel alius cuiuſdam ſpeciei: & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in cylindricis, vtrùm in Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterqúe ſi eſt Locale in Superficiebus, vtrùm in planis, an in ſolidis: & ſi in planis quidē, vtrùm in circularibus, ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimqúe multilateris: & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis: & ſi in æquicruribus, ſiue ſcalenis, vtrùm in rectāgulis, obtuſangulis, vel acutangulis: & ſi in quadrilateris, vtrùm in parallelogrammis, an ſecus: & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis: & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus, an in ſcalenis: & ſi in multilateris, vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepſqúe in infinitum: & ſi in quibuslibet iſtarum, vtrùm in æquilateris, & ęquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit, vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpeciei: & ſi in ſphęricis quidem, vtrùm in ſemiſphæricis, vel ſemiſphęrica maioribus, aut minoribus: ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli: & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris, vel ſcaleni: ſi demū in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Partealteralongioris: & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi, & declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodqúe Conſequens: necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſqúe Conuerſionis modus, vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot præterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum: ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur, atqꝫ demonſtretur, vtrùm per Demonſtramonstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrùm in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoqúe cum aliqua pulchra cõsideratione, aut documento, aut digressione cõmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cõmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademqúe perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæqúe iandiu desideratum munus impertiar. Quòd si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

TEXTVS

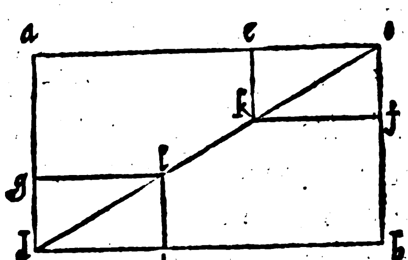
Propô. 43 Theo. 32. Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuscunque Parallelogrammi cõsistentium, inter se sunt æqualia.

Principium huius commentarii desideratur.

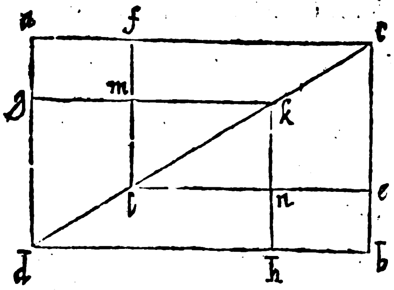
* * * *

Com. 17. * vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodqúe porrò Complementa nõ sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sit enim Parallelogrãmum a b, quod habeat Parallelogramma c k, d l circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam k l recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum a c d æquale Triangulo b c d, & Triangulum e c k, Triangulo k c f, necnon d g l Triangulum d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,

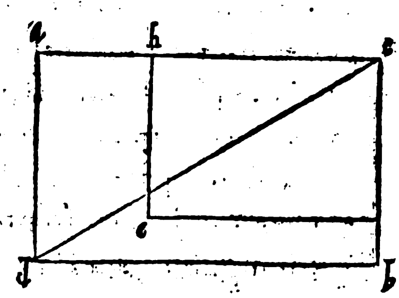
Reliq. duo hui' The. Casus.



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis est. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrãma iuxta Signum, neq; distarent ab inuicẽ, sed se inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrãmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrãma circa ipsam, vnum quidẽ ipsum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cõplementa ęqualia sunt. Cùm enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale sit, est autẽ pars quoq; ipsius Triãgulum



k l m ęquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ siquidẽ est & ipsum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verùm a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatũ nõ fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognosceremus quid esset Parallelogrãmum, quęque essent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ sunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro sua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi secat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ est. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius c e Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo e c Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ est.



Cur tres soli sit huius Theo. Casus.

Documẽtum.

Vnde ortũ sit hoc nomẽ Cõplemẽta.

Cur in Definitionib⁹ cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrã ma dicantur esse circa eãdẽ Dimetientẽ.

Ad

TEXTVS

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare † in Angulo, qui sit æqualis dato Angulo rectilineo.

Propō. 44 Prob. 11 † in dato Angulo rectilineo.

Com. 18.

ANtiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ q; Musę inuenta, Applicatio vtiq; Spatiorum, & Excessus, atq; Defectus. Ab his aūt & Iuniores cūm nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipsim vocarunt. cùm illi quidem priscæ autoritatis, diuiniquē viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spátium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio descripto aliqua extrà sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, ęquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itaq; fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, q; recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, siue obtuso,

Noīa hæc παραβολή, ὑπερβολή, ἔλλειψις qd significent apud Antiquos, quidque apud iuniores. circa hoc vide et Geminū i 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium i primum conicorū Apollonii. In propōnibus 28. & 29.

Quō Applicatio fiat.

Tria sunt Data i hoc Proble.

Documentum.

tuso,

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quòd rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cùm dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam necessarium est rectã Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructionẽ præsentis Problematis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vti diximus. verùm hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cõstituit ipsum Spatium, quippe quæ neque deficit iuxta hanc extensionem, neque excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortasse dicas) de causa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, consideratione que sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippe cùm per sese inuentu difficilis sit.

Qũo differat Applicatio à Cõstitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.

TEXTVS

Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum constituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19. Hoc Problema vniuersali⁹ est 11. & 12. Problemate, & vltima Propõ ne secundi libri. Superius ĩ com 6. Demõ problematis.

 resol-

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussum est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quide Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quæritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate prisci incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quæsierunt. Si enim Parallelogrammum cuicunque Rectilineo æquale reperitur, quæstione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curuilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quòd omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circunferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulũ sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verùm hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ consequuntur eamus.

Exẽplum in Figura decẽ Laterum.

Vide Archimedem & Eutociũ in lib. de Circuli dimensione.

Epilogus.

Propo. 46 Probl. 14.

TEXTVS

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

Com. 20.

Optima rectilineorũ equilaterũ triangulũ, et Quadrãgulũ sunt, quibus opꝰ ẽ ad constitutionem quatuor mũdanarũ Figurarum. idẽ in lib. 2. cap. 9. et cõ. 17. & 9. & aliis in locis.

INdiget quidem hoc Problemate potissimùm in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarũ Figurarum, & præcipuè earum quatuor, quarũ & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosaedrum quidẽ, & Octaedrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant.

Cubus

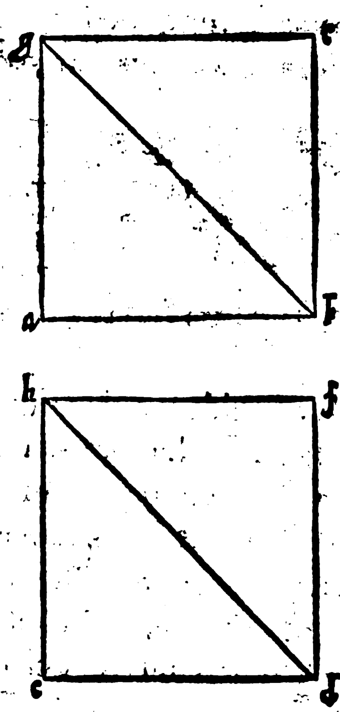
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipuè illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia nanque hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis construitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est aūt quod rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Quadrangulo c f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt, æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, c g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale. commune apponatur b c f

Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

Quō ex Circulorū descriptione oriatur Triangulū ęqlaterū.

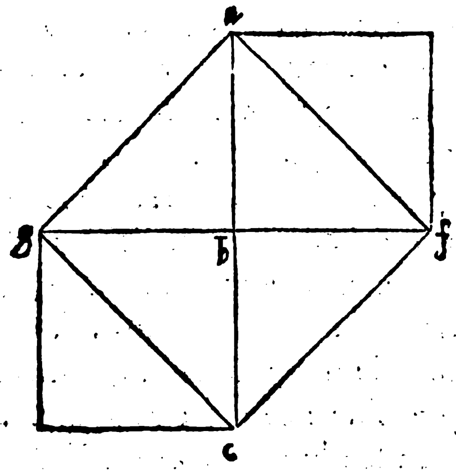
Documē.

Demō cuiusdā vtilissimi The. qđ depēdet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theore. Conuersum, eiusque Demō.

Triangulum. Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale eſt. Parallela eſt igitur ipſa a g, ipſi f c. Rurſus quoniam, tũ ipſe a f g, tum ipſe c g b Angulus dimidia recti pars eſt, ipſa a f, ipſi c g eſt Parallela. Aequalis igitur eſt recta Linea a f rectæ Lineæ c g, Parallelogrãmi ſiquidẽ Latera ex oppoſito iacentia ſunt. Quoniam itaq; duo ſunt Triãgula a b f, b c g,



quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cùm ipſæ a f, c g Parallelæ ſint, necnon Latus vnum ipſum ſcilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit ęquale. Oſtẽſum eſt igitur quòd Latera etiam, à quibus deſcripta ſunt a f, c g Quadrangula, æqualia ſunt, æqualibus illis exiſtentibus.

TEXTVS

Propô. 47 Theo. 33

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt Quadrãgulis, quæ deſcribuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

† rectũ Angulũ cõprehẽdentib⁹.

Com. 21.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volũt audiamus, pręſens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cùm id inuenerit bouem immolaſſe. Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiuſce Theorematis veritati incubuere. magis autẽ admiratione proſequor Elementorum inſtitutorem, non ſolùm, quia per euidentisſimam Demonſtrationẽ hoc cõuicit, verũ etiã quia & quod ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique minime poſſunt in ſexto libro perſuaſit. nam in illo vniuerſè oſtendit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æqualis eſt formis, quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ ſimiles, ſimiliterq́ue deſcribuntur. nam omne quidẽ Quadrangulum omni Quadrangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea, Quadrangula ſunt. in Triangulis ſiquidem, aliiſq́ue multiangulis ſimilitudo

Præſens Theo. ad Pythagorã referũ, qui ẽt ſacrificauit i inuentione. vide Vitruuium. Euclidis commendatio. Vide 31. Propõnẽ Sexti.

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterqúe descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodqúe scientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis ęquale affirmat. ibi enim & causa manifesta † fit vniuersali ostenso, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterqúe descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodò autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ similitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportione ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particulatim, † in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitate deficiente. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiãtur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ĳs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ĳs, quæ ab illis fiunt. hoc enim est vigintiquinq;, quæ autem ab ills fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditę autẽ sunt & viæ quædam inuentionis huiuscemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

ab

† ostendit Causa passionis tum huius, tũ 31. Theo. sexti Elem. ẽ ipsa Anguli rectitudo, quemadmodũ Hebetudo, & Acumẽ excessus, diminutionisq; causę sũt. Ex hoc loco, & ex cõ. 9. huius & 13. tertiũ habẽs quod Procli intẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ institutionẽ exponere.

Notandũ.

† nobis Digressio.

Duplex rectãgulum Triãgulũ.

Nõ inuenit quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus quod probat Campanus in 10. Elementorum.

De hoc Triangulo vide Platonẽ in Rep.

Duæ sunt vię, quibus inueniunt Triãgula rectãgula Numeros integros in Lateribus habentia.

Via Pythagorica.

ab hocqúe Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quocꝫ Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipsoqúe quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicꝙ rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumqúe est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aūt quatuor, tertiū verò quincꝫ Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adoritur. cùm enim datū parē susceperit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncqúe cùm bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cùm Quaternarium sumpserit, huiusqúe dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumqúe Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium, idemqúe Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunꝙ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæqúe ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaꝙ ad ea, quæ sequuntur transeamus.

Exemplum viæ Pythagoricæ.

Via Platonica.

Exemplū viæ Platonicæ.

† qđ enim à Quinario fit, æquale ē ei, quod fit à Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compositis.

Finis digressiōis.

Reprehēdit Heronis, & Pappi sectatores.

Propō. 48 & vltima primi Ele. Theo. 34.

TEXTVS

Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli describitur ęquale fuerit Quadrangulis, quę à reliquis duobus Trianguli Lateribus describuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus est.

Cō. 22. & vltimum.

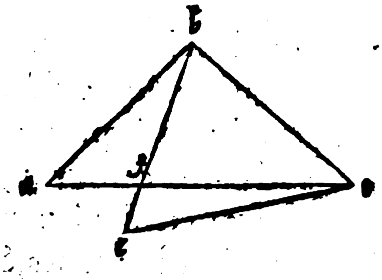
Modus cōuersionis hui' The.

COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadraugulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

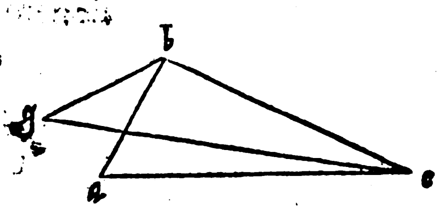
Triangulo autem existente a b c, & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur, cùm in ipso Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitauit, dicemus quòd sermo hic impossibile ait. neq; enim intra Triangulũ ipsam cadere possibile est, neq; extra, sed nulla alia est, quàm ipsa a b. nam si fieri potest cadat, vt ipsa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus est, Angulus certè c f b acutus est. Quamobrem reliquus a f b obtusus erit. Maius est igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipsi a b æqualis, quæ sit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere e c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c describuntur. Verùm ipsa e b ipsi b a, est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere e c, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c describitur. Aequale igitur est quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c describitur Quadrangulo. Et ipsa e c ergo ipsi a c æqualis est. Erat autem, & ipsa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectę Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea b c constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intrà recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extrà ad alteras ipsius a b rectę Lineę partes. Si enim fieri potest cadat, vt ipsa b g, & sit æqualis ipsi a b ipsa b g, & connectatur c g. quoniã itaq; Angulus g b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere g c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c describuntur. Erat autẽ & quod à Latere a c, æquale ijs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò est a b, ipsi

Instantia hui^s Theorematis.



Respõsio.

Nota q̃ hui^s Theorematis instãtia sol uit̃ p sexti mã Propõnẽ primi. Quapp ã ab rẽ ab Elemẽtorũ institutore inter sextã, & octauã iter iecta fuit. vtilis.n. ẽ ad instantias destruendas, nec non ad Astronomiã v. de cõm. 12. lib. 3.



ipsi g b. Aequalis est igitur g c, ipsi a c. At ipsa quoq; g b recta Linea rectæ Lineæ b a æqualis est, super vna b c recta Linea, quod fieri non potest. Neq; ergo intrà, neq; extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipsi b c à Signo b excitatur. Super ipsa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus est. Soluta est igitur Instantia. At primum quidem Librum hucusq; Elementorum institutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota nanque ad tota sæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumquè Sectiones, & Positiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis satis superq; in memoriã redegit, Vniuersalium præterea, Particulariumquè Theorematum Elementarem institutionẽ patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorũquè Problematum differentiã indicauit (quæ sanè omnia nos quoq; ipsum consequentes ordinatim explicauimus) totum deniq; Librum ad vnum Propositum retulit, ad Elementarem vtiq; institutionem eius, quæ de simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quæ ipsis per sese insunt considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. si autem aliæ curæ nos ab instituto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo, quod difficile passim est, & ad rẽ ipsam pertinet, facileque diuidi potest sectantes. quoniam ea sanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atq; variam in se se confusionem continent, quippe quæ nullam causæ assignationem simul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philosophicam.

Epilogus totius primi lib. Elementorũ.

Hinc perspicuũ est ꝙ Procli ꝓpositum erat oém Euclidis elementarẽ institutionẽ exponere, sed certũ nõ ẽ ipsũ eã exposuisse, quia cũ cõdõne hoc pollicetur.

Commentariorum Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem quàm accuratisſimè digeſtus, & quàm locupletisſimè, vbi p, principiū, m, medium, & f, finem cuiuſcunq; paginę declarat.

A Litera.

Artifi-

B. Litera.

C. Litera.

D. Litera.

Diui-

F. Litera.

G. Litera.

H. Litera.

I. Litera.

n 2 Instan-

L. Litera.

M, Litera.

N. Litera.

O. Litera.

P. Litera.

Q. Litera.

Qua

T. Litera.

FINIS.

PATAVII,

Excudebat Gratiosus Perchacinus.

1 5 6 0.