OF THE UNIVERSITY OF ILLINOIS 36 & 44

## DAS FÜNFTE BUCH

DER

## CONICA DES APOLLONIUS VON PERGA

#### IN DER ARABISCHEN UEBERSETZUNG

DES

#### THABIT IBN CORRAH

HERAUSGEGEBEN,
INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN UND MIT EINER EINLEITUNG VERSEHEN

VON

L. M. LUDWIG NIX.

LEIPZIGER PROMOTIONSSCHRIFT.

LEIPZIG
DRUCK VON W. DRUGULIN
1889.

UNIVERSITY OF ILLINOIS

# DAS FÜNFTE BUCH

DE

# CONICA DES APOLLONIUS VON PERGA

#### IN DER ARABISCHEN UEBERSETZUNG

DES

### THABIT IBN CORRAH

HERAUSGEGEBEN,
INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN UND MIT EINER EINLEITUNG VERSEHEN

VON

L. M. LUDWIG NIX.

LEIPZIGER PROMOTIONSSCHRIFT.

LEIPZIG
DRUCK VON W. DRUGULIN
1889.

## Einleitung.

Von der xwvixá betitelten Schrift des Apollonius von Perga (um 200 v. Chr.) sind uns das erste bis siebente Buch in arabischer Sprache in verschiedener Gestalt erhalten. Nur von den vier ersten Büchern findet sich anch der griechische Text, während das achte und letzte Buch schon zur Zeit der arabischen Uebersetzer nicht mehr griechisch vorhanden war. Die Ersten nun unter den Arabern, die sich mit der Geometrie der Kegelschnitte beschäftigten waren die beiden Brüder Ahmed und Hasan ibn Mûsa, welche um die Mitte und gegen Ende des dritten Jahrhunderts der Hegra dem Studium griechischer Autoren oblagen, und selbst Schriften über Gegenstände der mathematischen Wissenschaften in arabischer Sprache verfassten. Diese Brüder beabsichtigten eine Uebersetzung der Kegelschnitte des Apollonius zu veranstalten, wurden aber zuerst, wie sie in der Vorrede zu der nachher auf ihre Veranlassung verfertigten Uebersetzung selbst angeben, abgeschreckt durch die grosse Verderbnis, die der griechische Text in den ihnen vorliegenden Handschriften erlitten hatte. Deshalb verschoben sie die Ausführung ihres Vorsatzes. Inzwischen widmete sich aber Hasan fortwährend seinen mathematischen Studien und behandelte schliesslich auch die Cylinderschnitte, und fand dabei, dass dies eine passende Einführung in das Studium der Lehre von den Kegelschnitten sei. Darüber verfasste er auch eine Abhandlung und zwar kurz vor seinem Tode. Diese Abhandlung, die nach den Angaben in der oben erwähnten Vorrede der Söhne des Musa zu Apollonius zu urtheilen, vielleicht ähnlichen Inhalts war wie das

. Buch des Serenus, de sectione cylindri, ist vermuthlich identisch mit einer in den arabischen Bibliographien angegebenen Schrift Hasan's über die "längliche runde Figur" الشكل المدور المستطيل; vgl. dazu den Artikel Steinschneider's in der "Bibliotheca mathematica", Stockholm 1887. p. 71. Später brachte dann Hasan's Bruder Ahmed gelegentlich einer Reise nach Syrien noch eine einzige Handschrift der vier ersten Bücher in der Recension des Eutocius nach Irâk zurück, deren Studium ihn zum vollständigen Verständnis der drei letzten Bücher befähigte. Er stellte dann eine Anzahl Lehrsätze, deren man bei den Beweisen bedurfte, zusammen und verwies im Falle ihrer Anwendung auf dieselben. So liess denn Ahmed den von ihm durcharbeiteten griechischen Text ins Arabische übersetzen, und zwar die vier ersten Bücher von Hilâl ibn abi Hilâl aus Hims (Emessa), die drei übrigen von Thâbit. ibn Korrah dem Harranier. Am Schlusse der obengenannten Vorrede, aus welcher das Wichtigste im Vorhergehenden erwähnt ist, wird noch bemerkt, dass die vier ersten Bücher nach den Verbesserungen des Eutocius, die drei letzten nach der Abfassung des Apollonius übersetzt seien.

Von der Uebersetzung dieser beiden Gelehrten ist uns nun eine ausgezeichnete Handschrift überkommen, nämlich der Cod. Bodleian. 943 (Uri). Nach der Unterschrift am Ende wurde diese Handschrift im Jahre der H. 702 (1301 p. Chr.) vollendet. Sie ist eine Copie einer Abschrift Tûsî's, des bekannten Mathematikers, die dieser im Jahre 645 (1248) vollendet hatte. Man darf also wohl erwarten, dass dieser Codex einen guten und richtigen mathematischen Text bietet, und er rechtfertigt diese Erwartung in vollem Maasse. Ausser dieser Handschrift findet sich noch eine in der Bodleiana (885), die drei letzten Bücher enthaltend, ist aber eine jüngere Abschrift aus der vorigen vom Jahre 1036 (1626). Von demselben Abschreiber und aus demselben Jahre stammt auch der Cod. Lugd. Bat. 14. Ferner besitzt die Bodleiana noch eine undatirte Handschrift, welche die Lehrsätze des fünften bis siebenten Buches ohne Figuren und ohne Beweise bietet, nämlich

939 (4). Sie ist aber, nach dem Duktus zu urtheilen, jüngeren Datums und nur Abschrift eines der vorgenannten Manuscripte. Die drei letzteren Handschriften sind für die Feststellung des Textes ohne Belang, da sie durch den erstgenannten Codex vollständig entbehrlich werden; Differenzen zwischen ihnen und dem erstgenannten beruhen nur auf Schreibfehlern und Auslassungen der Copisten. Dagegen bietet die erste Handschrift in kräftigen, ziemlich grossen Charakteren, die allerdings, sofern sie nicht Bezeichnungen der Figuren sind, jedes diakritischen Zeichens entbehren, einen guten und verlässlichen Text. Sie umfasst die erhaltenen sieben Bücher; vorher geht die oben im Auszug mitgetheilte Vorrede der Banu Musa, aus welcher Fihrist p. 266 f. einiges mitgetheilt ist; von der daselbst gemachten Angabe, dass von dem achten Buche vier Lehrsätze erhalten seien, steht in der erwähnten Vorrede nichts. Aus dieser Vorrede hat nach Hadii Chalfa V, 147 f. auch Tašköprizade seine Angaben über die Uebersetzung des Apollonius entnommen. Nach der Vorrede folgen die (ersten) Definitionen und eine Anzahl Bemerkungen, welche die Entstehung der drei Kegelschnitte und einige darauf bezügliche mathematische Ausdrücke erläutern, also etwa den Inhalt des elften his sechzehnten Satzes des ersten Buches und der auf diese folgenden "zweiten Definitionen" geben, ohne diese "zweiten Definitionen" an der Stelle wo sie im Griechischen stehen zu wiederholen. Hierauf folgen die schon vorhin erwähnten Sätze "zur Erleichterung des Verständnisses", welche die Lehre von den Proportionen behandeln. Alles Uebrige ist wie im Griechischen.

Von der Uebersetzung des Hilâl und des Thâbit machte nun Abu'l-Hosein 'Abd-el-melik ibn Muhammed el-Šîrâzî einen Auszug; die Zeit in welcher Abd-el-melik lebte, lässt sich nicht genau bestimmen. Jedenfalls war er ums Jahr 600 (1204) bereits gestorben, denn aus diesem Jahre stammt die älteste Abschrift seines Auszuges Cod. Bodl. 913 nach der Unterschrift derselben, in welcher nach den oben angeführten Namen die bekannte Formel stille steht. Doch dürfte muthmasslich sein Todesjahr keine fünfzig

Jahre früher fallen, da wohl sein Vater Muhammed, nicht aber sein Sohn Hosein in dem Suffix Lo\_ in der ebengenannten Formel mit inbegriffen sein wird, und der Schreiber gewiss , gesagt hätte, wenn auch der Sohn zu seiner Zeit bereits todt gewesen wäre. Wir dürften daher die Mitte des zwölften Jahrhunderts als beste Zeit des Abdelmelik annehmen. Die einzige Nachricht die wir ausserdem von ihm haben ist die, dass er einen Auszug aus dem Almagest angefertigt habe, nach welchem Kutb-ed-dîn († 710), der denselben in seinem Werke دُرة التاج als den besten Auszug aus dem Almagest bezeichnet, seine persische Uebersetzung gemacht hat. Diese Angabe findet sich in persischer Sprache nach der Unterschrift des Auszugs in dem vorhin erwähnten Cod. Bodl. 913. Eine Abschrift hiervon ist der Cod. Lugd. Bat. 513 (1), in dem jedoch die Unterschriften fehlen. Weiter enthalten die beiden CC. Bodl. 987 und 988, der erstere die Abschrift des Textes, der andere die der Randbemerkungen des fünften bis siebenten Buches in ziemlich moderner Handschrift.

Dass dieser Auszug nun nach der erstgenannten Uebersetzung und nicht nach dem griechischen Originale angefertigt ist - wenn auch der Verfasser dasselbe noch kannte - ergiebt sich aus einer Vergleichung der beiden Arbeiten. In dem Gange der Beweise ist kein Unterschied und die Uebereinstimmung in zufälligen Dingen ist eine in die Augen fallende. So stimmen zum Beispiel die Bezeichnungen der Figuren, bis auf verschwindende Ausnahmen, vollständig überein; ebenso zeigen sich in der Terminologie viele Uebereinstimmungen, während die Verschiedenheiten hierin, bei dem grossen Spielraume den die arabische Sprache auch in dieser Beziehung bietet, in Verbindung mit der individuellen Sprachgewohnheit des Verfassers, kaum in Betracht kommen. Abdelmelik kannte die Arbeiten Hilâl's und Thâbit's sehr wohl, wie aus einer Randnote in den Handschriften derselben gleich zu Anfang des fünften Buches ersichtlich ist, die als von der Hand des Abdelmelik geschrieben, بخطّ عبد البلك vorgefunden wurde.

Da nun der griechische Text der drei letzten Bücher anscheinend auf immer verloren ist, so bleibt für die Beurtheilung der Uebersetzung derselben nur ein indirektes Kriterium, nämlich der griechische Text der vier ersten Bücher mit der Uebersetzung derselben von Hilâl ibn abi Hilâl. Dieser griechische Text ist bis jetzt in nur einer und zwar sehr seltenen Ausgabe vorhanden, nämlich der von Halley, Oxford 1710 fol. An diesen griechischen Text schliesst sich nun die Uebersetzung des Hilâl so eng an, dass man sicher behaupten kann, derselbe habe eine griechische Handschrift ganz derselben Art als Vorlage gebraucht; und dass die Araber bei ihren Ausgaben nicht sehr kritisch verfahren, sondern lieber sich an eine gute Handschrift halten, ist heute noch üblich und allgemein bekannt, und dürfte wohl auch zur Zeit der Uebersetzer so gewesen sein. Zwischen der Uebersetzung des ersten bis vierten Buches und der des fünften bis siebenten, ist nun in Bezug auf Sprache und Behandlung der einzelnen Sätze kein Unterschied wahrnehmbar, so dass wir annehmen dürfen, es habe auch der Uebersetzer der drei letzten Bücher sich einer Vorlage, die der von Hilâl benutzten entsprach, bedient und sich mit derselben Gewissenhaftigkeit daran gehalten wie jener. Eine Rückübersetzung der drei letzten Bücher, die mit Hülfe der vier ersten nicht allzuschwierig sein dürfte, würde in der That einen Text wie der durch Halley von den vier ersten Büchern veröffentlichte geben.

Ausser den vorerwähnten Uebersetzungen und dem Auszuge des Abdelmelik existiren nun noch aus späterer Zeit Ueberarbeitungen und Auszüge in arabischer und persischer Sprache. Zunächst aus dem Jahre 372 H (983) eine Ueberarbeitung des fünften bis siebenten Buches von Abu'l-fath ibn Mohammed al-Isfahâni in den beiden Cod. der Bibl. medic. 270 u. 275. Hiernach haben Abraham Echellensis und A. Borelli eine lateinische Uebersetzung angefertigt, die im Jahre 1661 zu Florenz erschien. Da es mir leider nicht möglich war die Florentiner Handschriften einzusehen, konnte ich mir nur nach dieser Uebersetzung ein Urtheil zu bilden versuchen. Diese Bearbeitung des Abulfath hat den Inhalt durch

Einführung einer nicht gerade einfachen Terminologie nicht zu seinem Vortheil wiedergegeben; die Anordnung der Sätze ist eine ganz freie, indem Sätze ähnlichen Inhalts zusammengezogen sind, allerdings mit Angabe der Nummer derselben, die sie in der ursprünglichen Aufeinanderfolge hatten. Der Verfasser behauptet zwar, was nicht richtig ist, er habe zuerst eine vollständige Uebersetzung des fünften bis siebenten Buches angefertigt; man kann hieraus aber wahrscheinlich schliessen, dass er wenigstens nach dem griechischen Original gearbeitet hat. Die übrigen Florentiner Handschriften, C. medic. 288, 296 und 308 geben eine persische Bearbeitung (296), einen Commentar (?) und einen nach dem Persischen angefertigten kurzen Auszug, sämmtlich aus dem 8. Jahrhundert H., von sonst nicht näher bekannten Verfassern.

Die von Casiri, Biblioth. arab. I, 382 und die von Loth, India Office 745 beschriebenen Handschriften konnte ich leider nicht benutzen und nach den spärlichen Angaben möchte ich nicht darüber urtheilen. Ausser den Genannten beschäftigten sich auch Hasan ibn Heitham und Ibrahim ibn Senan mit den Kegelschnitten des Apollonius, von ihren Arbeiten ist aber nichts erhalten. (S. Wenrich, de auctor. graec. version. etc. p. 302 unten.)

Die Angaben Wenrich's und die der betreffenden Handschriftencataloge erhalten durch die obengenannten Auseinandersetzungen, die sich auf persönliche Einsicht und Vergleichung der Handschriften stützen, einige Zusätze und Verbesserungen.

Wegen näherer Angaben über die wichtigsten der vorgenannten Uebersetzer und Bearbeiter der Kegelschnitte möge eine Verweisung auf Leclerc's Histoire de la médecine arabe, B. I, Paris 1876 genügen, der unter den betreffenden Namen das aus den Quellen Erreichbare giebt. Ueber die drei Banu Mûsa genannten Brüder existirt ausserdem von Steinschneider in dem oben erwähnten Aufsatz eine ausführliche Monographie.

Was nun die vorliegende Ausgabe und Uebersetzung des fünften Buches im Besondern betrifft, so soll sie zunächst ein Mittel an die Hand geben, die von Halley angefertigte und im zweiten Bande seiner bereits erwähnten Ausgabe des griechischen Textes der vier ersten Bücher veröffentlichte Uebersetzung zu controlliren, ferner als Grundlage einer neuen Bearbeitung derselben dienen, die durch die grosse Seltenheit jenes Buches und das Interesse der Mathematiker gerechtfertigt erscheinen dürfte.

Bei der Anfertigung seiner Uebersetzung folgte Halley den obengenannten Handschriften der Bodleiana, welche die von Thäbit verfasste arabische Uebersetzung enthalten. Dabei stützte er sich mehr auf seine Kenntnisse in der Mathematik als auf jene in der arabischen Sprache, so dass er z. B. das zweite Drittel der Vorrede des Apollonius zum fünften Buche vollständig missverstanden hat. In den mathematischen Lehrsätzen und Beweisen hat er dann allerdings das Richtige getroffen, nur dass er gelegentlich eine Randbemerkung oder einen kurzen Zusatz von sich selbst in den Text zieht, oder kleine Veränderungen oder Auslassungen eintreten lässt, während aber durch all dieses der mathematische Inhalt nicht leidet. Eine neuere deutsche Bearbeitung des Halley'schen Buches erschien 1861 in Berlin von H. Balsam.

Im Gegensatz zu dem Werk Halley's ist die von Chr. Rau im Jahre 1669 veröffentlichte Uebersetzung des Auszuges des Abdelmelik eine flüchtige und verständnislose Arbeit. Seiner Ausgabe fehlen vor Allem die Figuren, die bei der äussersten Kürze des Auszuges ganz besonders zum leichteren Verständnis beitragen könnten. Ausserdem hat er aber auch häufig in den Beweisen einzelne Bezeichnungen der Figuren durch falsches Lesen seiner Handschrift verändert, so dass z. B. ein Punkt, den er zuerst r nennt, in der nächsten oder zweiten Zeile weiter d heisst, während dies bereits für einen andern Punkt angenommen war; unter Anderem lässt er einmal (im 45. Satze des V. Buches) von einer geraden Linie zwei Stücke abschneiden, so dass das eine dem anderen parallel ist, während im Text richtig musûnijan (gleich) steht, wo er mundzijan las, und noch Anderes der Art.

r Bei der vorliegenden Ausgabe des fünsten Buckes habe ich

mich nun genau an den Text, den der bereits erwähnte Cod. Bodl. 943 bietet, gehalten, weil er die älteste und beste Gestalt der arabischen Uebersetzung repräsentirt. Dieser Codex ist, nebenbei bemerkt, das von Halley in seiner Vorrede erwähnte älteste Golianische Exemplar. Die Sprache der Uebersetzung ist durchweg gutes und reines Arabisch, ohne Beimischung vulgärer Formen, vollständig nach den Gesetzen der alten Sprache. Die Fassung der Lehrsätze ist klar und präcis, so dass Zweideutigkeiten und Missverständnisse vollständig ausgeschlossen sind; man sieht daran, dass der Uebersetzer seine Vorlage sprachlich und inhaltlich vollständig erfasst und für Alles den äquivalenten arabischen Ausdruck zu finden wusste. Im Besonderen schliesst sich die Terminologie, nach den vier ersten Büchern zu urtheilen, fest an das Griechische an, und behält die einmal für einen griechischen Ausdruck gewählte Wiedergabe consequent bei. In Bezug auf Behandlung von Fällen, in denen durch die principielle Verschiedenheit der beiden Sprachen grössere oder kleinere Differenzen entstehen, möchte ich auf das vierte Capitel der Abhandlung Klamroth's über den arabischen Euklid, ZDMG. 35, p. 289 ff. verweisen, dessen Bemerkungen zum guten Theile auch hier gelten. Auf Einzelheiten komme ich bei der folgenden Erwähnung der Terminologie des fünften Buches zu sprechen.

aus dem Vorwort des Apollonius zum ersten Buche genommen zu sein, wo beide Städte erwähnt werden; dass er aus Perga war ist in keiner arabischen Quelle angegeben. Die einzelnen Bücher des Werkes tragen die Bezeichnung wie auch bei Werken anderer Griechen. Der einzelne Lehrsatz heisst regelmässig (pl. آشكال), womit nie die Figur bezeichnet wird. Der Ausdruck für letztere ist in der Regel مرزة. (Vgl. über die beiden Ausdrücke den obengenannten Aufsatz in ZDMG. 35, p. 284 f.) Für Voraussetzung findet sich kein besonderes Wort, für Behauptung steht خبر; einmal werden beide unter dem Worte مثال (Beispiel) zusammengefasst. Die Behauptung wird bei Thâbit regelmässig فات الله الله ανω δτι, bei Abdelmelik durch فاتول ألّ oder فاتد = so ist etc. (was Rau durch: ergo si übersetzt) eingeleitet. Zu Anfang des Beweises steht bei Thabit immer entweder برهان je nachdem ein Nomen oder Verbum برهانی ذلك أنّا folgt. عكس bedeutet die Umkehrung eines Satzes; die deductio ad absurdum تبيَّن ٱلاَّستحالة (Satz 64) beim indirekten Beweise wird eingeleitet durch فإن لم يكن كذلك فليكن الم = denn wäre es nicht so, so sei etc. und schliesst mit هذا خلف = das ist ein Widerspruch, z. B. Satz 13 und öfter; der Beweis endigt gewöhnlich mit وذلك ما أَرَدْنا أَن نُبيِّن bei Thâbit und bei Abdelmelik mit وذلك ما أَرَدْناه. — Die Definitionen tragen die Ueberschrift الحدود, während auf die dem ganzen Werke vorausgeschickten einzelnen Lehrsätze (vgl. oben) in den Randnoten als auf die so und sovielte مُقَدَّمَة hingewiesen wird. Da die Definitionen eine ziemliche Anzahl von geometrischen Ausdrücken erläutern, so habe ich sie, zugleich mit dem Griechischen, dem Text des fünften Buches vorangesetzt, um dabei auch Gelegenheit zu geben, das Arabische mit dem Griechischen zu vergleichen. In der Uebersetzung schliesse ich mich möglichst an das Arabische an. Zur grösseren Bequemlichkeit habe ich die einzelnen Definitionen

nach dem Griechischen numerirt. Man wird bemerken, dass das Arabische dem Griechischen in Bezug auf Präcision des Ausdrucks und Klarheit der Darstellung durchaus nicht nachsteht, dass sogar dem Arabischen gelegentlich der Vorzug gebührt. Ich schliesse nun hieran eine Uebersicht über die Terminologie des fünften Buches, indem ich die in den Definitionen erklärten Ausdrücke hier übergehe.

Was nun zunächst die Wiedergabe der Namen der drei Kegelschnitte, Parabel, Hyperbel und Ellipse betrifft, so haben dabei die arabischen Uebersetzer den Beweis geliefert, dass sie den Grund der Bezeichnungen klar eingesehen, und es ausserdem verstanden haben dafür den treffenden klassischen Ausdruck zu setzen. Die drei Schnitte heissen der Reihe nach القَطْعُ الزَائِدُ ; القَطْعُ المُكَافِيِّ und القَطْمُ النَاقِصُ also etwa sectio aequans, sectio superans und sectio deficiens. Rein grammatisch betrachtet sind nun diese drei Participien je Apposition des vorhergehenden Substantivs; der Bedeutung nach liegt aber in ihnen das Prädikatsverbum zu einem ausgelassenen Subject; dieses Subject, sowie das Object des Prädikatsverbums sind bei der Auflösung des Participiums durch einen Relativsatz, aus dem 11., 12. und 13. Satze des ersten Buches zu ergänzen, also etwa: der Schnitt, in welchem das Quadrat einer Ordinate etc. — Der allgemeine Ausdruck für Kegelschnitt ist die beiden As; طُعُ عَثْرُوطٍ ; die Schnittlinie heisst خَطُّ القَطْع عَثْرُوطٍ ; die beiden Asssymptoten sind الخطَّان اللّذان لا يقعان على القطع d. h. die beiden Linien die nicht auf den Schnitt treffen. Für das Uebrige möge die folgende Zusammenstellung genügen:

Punkt, σημεῖον: مَوْضِع، نُقْطَة ; Linie γραμμή خَطَ pl. خُطُوط; gerade Linie εὐθεῖα مَوْضِع، نُقُطَة oder خَطَ allein; Fläche ἐπ(πεδον خَطَ مُسْتَقِيم auch Parallelogramm oder Rechteck; Winkel γωνία سَطْحِ pl. زَوْايِا einen Winkel bilden (Linie mit einer andern) اُحُدْث ; einen Winkel einschliessen περιέχειν زاوية ; spitzer

(اویة قاتیة ); rechter (٥٥٥٥) Winkel زاویة قاتیة; stumpfer (ἀμβλύς) Winkel καράκειeinander ; مُسَاوِه مثل gleich toos ; الرَّأُولِطُ النَّيُ تَلَى رَاوِيعٌ الْعَلَى gleiche (Linien) مبود; Senkrechte κάθετος عبود pl. عبود; senkrecht errichtet werden auf ملى زاوية قائمة على زاوية قائمة recht stehen تام على زارية تائمة; eine Parallele zu ... παράλληλος خطوط متوازية einander Parallele خطوط متوازية; ähnlich موار ك شَبِية; einander ähnliche (Flächen) مُتَشَابِهَة; Dreieck τρίγωνον -Quadrat τετρά نَصْلُم ذو أُربعة أضلاع Viereck τετράπλευρος ومُثلَّث γωνον مَرَبّع; Seite πλευρά صُلّع pl. أضلاع; Grundlinie, Basis βάσις تاعدة; Parameter = latus rectum هماه والضلع القائم Parameter = latus rectum والضلع القائم durchmesser διάμετρος πλαγία القُطْر المُحَانِب; eben ἐπίπεδος نَّهُ الْمُجِيطِ بِدَاتُرةً Kreis xúxlos; دَاتُرة Kreis بُسْتُو ; Kreis بُسْتُو Čentrum κέντρον مَرْكُز; beschreiben ἀναγράφειν رسم; einen Kreis beschreiben خطّط دائرة Tangente ἐπιψαύουσα ziehen (Linie) زُبْع Quadrant τεταρτημόριον خطّ مُهَاسّ άγειν, διάγειν, ἐπιζευγνύειν وصل بخطِّ، أخرج; ausgehen خرج; hindurchgehen lassen διάγειν اجاز على; hindurchgehen ἄγεσθαι (ب) وتع على نقطة verlängern وتع على نقطة; verlängern أخرج على in gerader Richtung verlängern; أخرج، أنفذ eine angesetzte (προσαρμόζειν) Linie خط مَوْصول; Endpunkt πέρας طَرَف pl. أطراف; erreichen, bis wohin reichen προσπίπτειν, χαταντᾶν انتهى الى; Punkt bis zu dem eine Linie reicht مُسْقِط Fusspunkt ; مَلْتَقَى Schnittpunkt ; نهايات . pl. مُسْقِط Schnittpunkt tel χορυφή رأس; Theil, Abschnitt, Segment τμημα قطُعَة; doppelt  $\delta$ نشلان — ضعْف grösser als a um b: عظم من ا ببثل ب; a übertrifft (ن $\pi$ دوهروده) b um c: برید ا علی ب بهقدار ج die Summe (τὸ ὅλον) von a und b: إذا جُبعًا oder إذا جُبعًا

addiren προστιθέναι جبع; subtrahiren ἀφαιρεῖν نقص; Differenz (ὑπεροχή) zwischen a u. b: زیادة آعلی  $\overline{\phantom{a}}$  زیادة آعلی  $\overline{\phantom{a}}$  زیادة آعلی بنان بنان ما بین ا Multiplication ضرب; multipliciren πολλαπλασιάζειν ضَرَب; Rest τὸ λοιπόν الباتى; Produkt aus a und b: ὁ ἀριθμὸς γενόμενος ἐχ الذي يُجْتَبَع من ضرب ;المُجْتَبَعُ ;الّذي يكون من ضرب آ في ب آ في بَ مَرَّتَيْن doppeltes [Produkt اَ في بَ مَرَّتَيْن , الذي يكون من ضرب آ في بَ Rechteck aus ab und bg, ὀρθογώνιον, بَسَطْمُ اب في بج ; angenommen werden εἰλῆφθαι تُعُلِّم; angenommen προτεθής مَوْضوع; construiren κατασκευάζειν عبل; machen (gleich etc.) جَعَلَ, pass. auch مُبِيّر; gemeinsam setzen (auf beiden Seiten einer Gleichung) جعل مُشْتَرِكًا; ergänzen συμπληροῦν تبّم; Ergänzung تبام; schneiden τέμνειν قطع, auch abschneiden — نطع ἀφαιρεῖν, pass. انفصل; einander schneiden τέμνειν άλλήλους تقاطع; theilen διαιρεῖν قسم; in 2 Theile theilen قسم بقسمَيْن; halbiren δίχα διαιρεῖν قسم بنصفیس; beliebig viele (Linien) ὁποσοιοῦν بنصفیس; ein beliebiger Punkt نقطة كيف ما وتعت; proportional ἀνάλογον مناسب; einander proportional مُتناسبَة; die beiden mittleren Proportionalen zu zwei Linien خطّان مناسبان لخطّین فیما بینها; Verhältnis von a zu b: بنسبة آلى ب ; zusammengesetztes Verhältnis (dessen Glieder Produkte sind) λόγος συγχειμένος نسبة مُولِّفة - zusammensetzen = συνθέντι: بالتركيب oder إِذَا رَكّبِنّا Veränderung von  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  in  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ; Division = διελόντι انا فصّلنا oder بالتفصيل d. h. die Veränderung von  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  in  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ; Conversion = ἀναστρέψαντι إذًا قَلَبْنَا oder;  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  zu  $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ ; Umstellung = ἀνάπαλιν = اذا خالفنا  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  zu  $\frac{b}{a} = \frac{a}{c}$ ; Vertauschung (der inneren Glieder) ἐναλλάξ اذا بُدِّلَتُ oder بالتبديل oder اذا بَدِّلَنا d. h.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  zu  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ;
— mit قائسَارًا  $\delta$ t نَصْبَعُ الْبُسَارًا  $\delta$ t نَصْبَعُ الْبُسَارًا  $\delta$ t isov wird auf die Entwickelung einer dritten Proportion aus zwei gegebenen hingewiesen, nach folgendem Schema:

$$a:b=c:d$$

$$e:a=f:c$$

$$e:b=f:d$$

Mit der Formel إذا نقصنا الأتلين من الاكثرين أو جبعنا و wofür einmal إذا نقصنا الأتلين من الاكثرين أو جبعنا النسب إو نصاناها (S. 59) steht, wird die Veränderung von  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  zu  $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b}$  bezeichnet. النسب in der eben erwähnten Stelle ist also offenbar als die "homologen Glieder" der Proportion zu verstehen, durch deren Benennungen (مقدّ عنا مقدّ عن

Besondere Beachtung verdient ein Ausdruck der ganz genau dem Griechischen nachgebildet ist, nämlich die Worte عن الخاع z. B. im ersten Satze, in der Bedeutung: das Quadrat dieser Linie ist gleich etc., worin nur eine direkte Uebersetzung des griechischen ἡ γραμμὴ δύναται liegen kann. Vgl. ZDMG. 35, p. 290. Die Araber haben hierbei einen Weg eingeschlagen, den auch die Syrer und auch occidentalische Völker bei Gelegenheit der Wiedergabe griechischer Kunstausdrücke gegangen sind, indem sie einem Worte ihrer Sprache, das sich in der allgemeinen Bedeutung mit dem zu übersetzenden deckte, die demselben als Kunstausdruck eigenthümliche Bedeutung beilegten, wodurch es dann auf dieselbe Weise, nämlich durch Specialisirung der Bedeutung ein term. techn. wurde, wie das griechische Original selbst.

Hier möchte ich auch einige offenbar verderbte Stellen und den meiner Meinung nach richtigen Wortlaut anführen. Die erste ist im sechsten Satze des V. Buches bald zu Anfang und lautet: وكلّ واحد منها يزيد عليه بمثل السطم الخ

Beweise nur bedeuten: das Quadrat einer jeden von ihnen (dietet: eine jede von ihnen) übertrifft das Quadrat derselben (statt: dieselbe) um die Fläche etc.; da eine Linie eine andere nicht um eine Fläche übertreffen kann, glaube ich dass hier, wie ich auch in Uebereinstimmung mit Halley übersetzt habe, zu lesen ist: وربع كل was durch den Schluss des Beweises nahe gelegt wird. Es ist freilich auffallend, dass sowohl hier wie in der folgenden Stelle von Tüsi nicht durch eine Randnote auf den wahren Sachverhalt hingewiesen ist, während er dies bei unbedeutenderen Dingen, z. B. bei einer falschen Verweisung auf einen im Beweis angewandten Lehrsatz thut.

Die zweite Stelle ist am Anfang des achten Satzes und ähnlichen Inhaltes. Sie lautet: ونضل ما بينها وبينه مثل البربع الخ الم المناه ال

Endlich ist im 54. Satze am Anfang des Beweises nach الضلع zu ergänzen: ولتَكُنَّ نسبةٌ دَ حَ إِلَى عَ كنسبة القُطْر Diese Worte fehlen in den Handschriften, sind aber dem Zusammenhange nach nothwendig und finden sich auch in dem Auszug des Abdelmelik an dieser Stelle.

Was nun die Figuren betrifft, so habe ich sie der deutschen Uebersetzung beigegeben, und zwar in derselben Gestalt, wie ich sie in den Handschriften vorgefunden habe. Sie weichen etwas von der bei uns üblichen Darstellung ab, indem sie fast durchweg Spiegelbilder oder sonst Umkehrungen der unsrigen sind, wie man durch eine Vergleichung der bei Halley gegebenen sehen kann. Vergl. ZDMG. 35, p. 287. Auch die Bezeichnungen habe ich ganz beibehalten, indem ich mich bei der Transscription der arabischen Zeichen der bei uns allgemein üblichen Methode bediente, nur dass ich statt der nicht zu verwendenden Buchstaben alif (1) und

'ain (s) bezüglich a und e setzte. Als Bezeichnungen der Figuren werden sämmtliche Buchstaben des arabischen Alphabets verwandt und wo die einzelnen nicht ausreichen, hilft man sich durch Zusammensetzungen von 1 mit irgend einem Buchstaben z. B. lb, lz, wie im 45. Satze. Die Buchstaben treten im Texte zu dem Worte für die Figur die sie bestimmen in ein Genitivverhältnis, z. B. die Linie ab = خُطُ إِن ; da bei Anwendung aller Buchstaben leicht Missverständnisse eintreten könnten, wenn alle diakritischen Zeichen fehlten, so haben die Araber um dem vorzubeugen, theilweise die Gestalten der Charaktere etwas verändert oder andere Zeichen eingeführt; so unterscheidet sich z. B. g von h durch die Verkürzung des nach unten geführten Zuges, z.B.  $= \acute{g}$  und  $_{\sim} = h$ , während h durch den übergesetzten Punkt kenntlich wird ; r und z unterscheiden sich durch das übergesetzte Zeichen  $\stackrel{\smile}{-}$  oder einen untergesetzten Punkt, also  $\stackrel{\smile}{}_{j} = r$  und z = z u. a. m.

Als Zusätze der arabischen Uebersetzer haben wir höchstwahrscheinlich nur die Verweisungen auf angewandte Lehrsätze desselben Werkes zu nehmen, da sie in dem griechischen Text der vier ersten Bücher ganz fehlen.

## Die Definitionen.

remains the state of the state

1. Zieht man zwischen irgend einem Punkte und der Umfangslinie eines Kreises eine gerade Linie, ohne dass der Kreis und der Punkt in derselben Ebene liegen, und verlängert man die Gerade nach beiden Seiten, befestigt den Punkt so dass er seinen Platz nicht verlässt und lässt die Gerade auf der Peripherie des Kreises herumgehen bis sie an den ersten Punkt von dem sie ausging zurückkehrt, so nenne ich jede von den beiden Flächen, welche die Linie deren Durchgangspunkt im Kreise herumgeführt wird beschreibt, und deren jede das Gegenstück der andern, und fähig ist ins Unendliche fortgesetzt zu werden, wenn nämlich die Linie ins Unendliche verlängert wird, eine Kegelfläche; und 2. den festen Punkt Scheitel einer jeden der beiden Kegelflächen. 3. Die Gerade welche durch diesen Punkt und den Mittelpunkt des Kreises geht, nenne ich Axe der Kegelfläche. 4. Die Figur, welche der Kreis und die Kegelfläche die zwischen dem Scheitelpunkt und dem Kreise ist, einschliesst, nenne ich einen Kegel. 5. Den Punkt aber, welcher der Scheitel der Kegelfläche ist, nenne ich ebenfalls Scheitel des Kegels. 6. Die Linie, welche vom Scheitel des Kegels nach dem Mittelpunkt des Kreises geht, nenne ich Axe des Kegels, und 7. den Kreis nenne ich Basis des Kegels. 8. Ferner nenne ich den Kegel rechtwinkelig (gerade), wenn seine Axe auf seiner Basis senkrecht steht; und 9. ich nenne ihn schief, wenn seine Axe auf der Basis nicht senkrecht steht. 10. Zieht man von einem beliebigen Punkte einer krummen Linie, die in einer und derselben Ebene liegt, irgend eine Gerade in ihrer Ebene, welche alle Linien

halbirt, die in der krummen Linie parallel zu einer angenommenen Linie so gezogen werden, dass ihre Endpunkte die Curve treffen, so nenne ich diese Gerade einen Durchmesser der Curve; und 11. den Endpunkt jener Geraden, der auf die Curve fällt, nenne ich Scheitel der Curve. 12. Die einander parallelen Linien die wir beschrieben haben nenne ich Ordinaten jenes Durchmessers. 13. Ebenso nenne ich bei zwei in derselben Ebene liegenden Curven den zwischen beide fallenden Theil derjenigen Geraden welche die in beiden Curven irgend einer Linie parallel gezogenen Geraden halbirt, einen Querdurchmesser. 14. Die beiden Endpunkte des Querdurchmessers, die auf den beiden Curven liegen, nenne ich die beiden Scheitel der zwei Curven. 15. Ferner nenne ich die Gerade, welche zwischen beide Curven fällt und auf dem Querdurchmesser steht und sämmtliche Parallelen, die zwischen beiden Curven gezogen werden und deren Endpunkte die beiden Curven erreichen, halbirt, einen geraden Durchmesser. 16. Die parallelen Linien nenne ich Ordinaten des geraden Durchmessers, 17. Wenn aber zwei gerade Linien Durchmesser einer oder zweier Curven sind, und wenn jede von ihnen die der anderen parallelen Linien halbirt, so nenne ich sie beide conjugirte Durchmesser. 18. Ich nenne die Gerade, wenn sie ein Durchmesser einer oder zweier Curven ist, und auf den Parallelen, das heisst den ihr zugehörigen Ordinaten senkrecht steht, eine Axe einer oder zweier Curven. 19. Und die zwei Durchmesser, wenn sie conjugirte sind und jeder von ihnen die dem anderen parallelen Linien unter rechten Winkeln schneidet, nenne ich conjugirte Axen einer oder zweier krummen Linien.

## Uebersetzung.

### Das fünfte Buch des Apollonius über die Kegel.

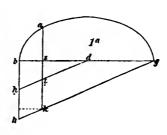
Uebersetzt von Thâbit ibn Korrab, verbessert von den Banû Mûsā.

Von Apollonius an Attalus. Der Friede mit dir! Ich habe in diesem fünften Buche Sätze niedergelegt über die grössten und kleinsten Linien; dabei ist aber nothwendig zu wissen, dass sowohl diejenigen die uns vorangegangen sind, als auch unsere Zeitgenossen die Betrachtung der kürzesten Linien nur oberflächlich behandelt haben und so bewiesen, welche von den geraden Linien die Schnitte berühren und auch das Gegentheil davon, d. h. welche Eigenschaften den Tangenten zukommen, so dass die Linien bei denen solche Eigenschaften vorkommen Tangenten sind. Was uns nun betrifft, so haben wir diese Dinge im ersten Buche bewiesen, - ohne indessen bei ihrem Beweise von der Lehre von den kürzesten Linien Gebrauch zu machen, - indem wir wünschten dies nahe bei der Stelle einzuordnen, wo wir von der Entstehung der drei Kegelschnitte handelten, um dabei zu zeigen dass bei jedem einzelnen von den drei Schnitten zahllose Erscheinungen und Nothwendigkeiten auftreten, wie bei den ersten (d. h. Quer-) Durchmessern. Was nun die Sätze betrifft, in denen wir über die kürzesten Linien sprechen, so haben wir sie abgesondert und einzeln für sich behandelt nach sorgfältiger Prüfung, und haben die Betrachtung derselben an die oben erwähnte Betrachtung der grössten Linien angeschlossen, weil wir glaubten, dass die dieser Wissenschaft Beflissenen ihrer bedürften zur Kenntnis der Eintheilung

und Determination der Aufgaben sowohl als zu ihrer Composition, ungeachtet sie an sich selbst die Berechtigung tragen eins von den Dingen zu sein, welche eine genauere Betrachtung verdienen. Sei gegrüsst.

I. Wenn man bei einer Hyperbel oder Ellipse in dem Endpunkt eines Durchmessers die Hälfte des zu diesem Durchmesser gehören-

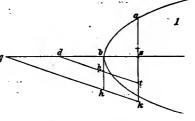
den Parameters als Loth errichtet, und von dessen Endpunkt eine Linie nach dem Mittelpunkt des Schnittes, und von einem Punkt des Schnittes eine Ordinate auf den Durchmesser zieht, so ist das Quadrat dieser Linie gleich dem Viereck, welches auf der Hälfte des Parameters so errichtet wird wie wir in dem "Beispiel"



erwähnen werden. Es sei also die Hyperbel oder Ellipse ab, der Durchmesser bg, der Mittelpunkt d, der Parameter des Schnittes bh; die Hälfte von bh sei bh und ziehen wir die Linie dh und eine Ordinate, bezeichnet az; ziehen wir ferner vom Punkte z eine Linie parallel bh bezeichnet zt, so behaupte ich dass das Quadrat von az gleich der doppelten Fläche

Beweis: Ziehen wir vom Punkte h die Linie hg so ist die Linie dh parallel der Linie hg, weil die Linien bh und bg in den Punkten d und h halbirt wurden. Verlängern

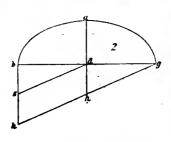
bhtz ist.



wir nun die Linie zt bis nach k so ist tk parallel der Linie hh und derselben gleich; hh ist aber gleich bh, daher ist auch bh gleich tk. Setzen wir nun zt gemeinsam, so ist die Linie zk gleich den beiden Linien bh und zt zusammen, folglich auch das Produkt aus zk mit bz gleich dem aus bh und zt zusammen mit hz. Nun ist aber die Fläche welche aus dem Produkte von kz mit bz entsteht gleich dem Quadrat der Linie zz nach I. 12 u. 13. Daher ist auch die Fläche welche aus dem Produkte der Summe von bh und zt

mit bz entsteht, gleich dem Quadrat von az; die Fläche welche aus dem Produkte von bh und zi mit bz entsteht ist aber gleich der doppelten Fläche bzih; folglich ist das Quadrat von az gleich der doppelten Fläche bzih.

II. Wenn nun die Ordinate durch den Punkt d, nämlich den Mittelpunkt in der Ellipse geht, und man macht bh doppelt se

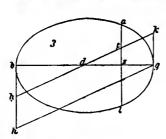


gross als bz und man zieht die Linie dz so ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd.

Beweis: Ziehen wir die Linie gh so ist bz gleich zh und zh gleich dh welches parallel bh ist; daher ist das Produkt von dh mit db gleich dem doppelten Dreieck

dzb; das Produkt von dh mit db ist aber gleich dem Quadrat von ad nach I. 13, also ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd.

III. Wenn die Ordinate in der Ellipse auf die andere Seite des Mittelpunktes d fällt, wie die Linie az und man nimmt die Hälfte von bh, welches der Parameter ist, gleich bh und zieht die



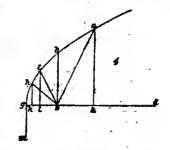
Linie hd und verlängert sie in gerader Richtung, zieht ferner vom Punkte z eine Parallele zu bh, bis sie die Linie hd trifft, bezeichnet mit zt, so ist das Quadrat von az gleich der doppelten Differenz der beiden Dreiecke bdh und dzt.

Beweis: Ziehen wir vom Punkte g eine

Parallele zu bh, nämlich gk, und verlängern wir hd bis sie die Linie gk im Punkte k trifft, vollenden wir ferner den Schnitt ab und verlängern az in gerader Richtung nach l so ist das Quadrat von zt gleich der doppelten Fläche gktz wie V. 1 bewissen ist. Die Linie zi ist aber gleich der Linie az; folglich ist das Quadrat von az gleich dem doppelten Viereck gktz; diesen Viereck gktz ist aber die Différenz der beiden Dreiecke gkd und dtz. Das Dreieck gkd ist aber gleich dem Dreiecke gkd und dtz.

dessen Entfernung vom Scheitel des Schnittes gleich der Hälfte des Parameters ist und zieht man von diesem Punkte Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie welche an den Scheitel des Schnittes geht; die ihr näher liegenden sind kürzer als die entfernteren und ihre Quadrate sind grösser als das Quadrat derselben (kürzesten) um das Quadrat der Abscisse welche die von dem Endpunkte einer jeden Linie nach der Axe gezogene Ordinate von der Axe nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneidet. Es sei also gh die Axe der Parabel und gz gleich der Hälfte des Para-

meters. Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg die Linien zh; zt; zb; za, so behaupte ich dass die kürzeste der vom Punkte z an den Schnitt abg gezogenen Geraden die Linie gz ist und dass jede nähere kürzer ist als die entferntere; das Quadrat einer jeden von ihnen ist aber gleich dem Quadrate von gz ver-



mehrt um das Quadrat der Linie zwischen dem Punkte g und dem Fusspunkte der zugehörigen Ordinate.

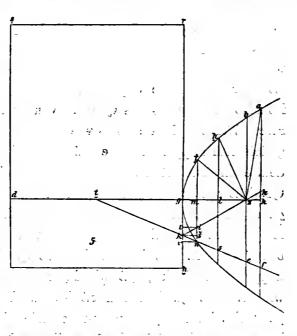
Beweis: Ziehen wir die Ordinaten hk; il, und sei gm gleich dem halben Parameter; daher ist gz gleich der Linie gm; nun ist aber das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem Quadrat von kh nach I. 11 und das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem doppelten Produkt aus zg und gk; also ist das Quadrat von kh gleich dem doppelten Produkt aus gz und gk und das doppelte Produkt von gk mit gz, zusammen mit dem Quadrat von kz gleich den beiden Quadrate von kz und kh; diese beiden Quadrate sind aber gleich dem Quadrat von zh; folglich ist das doppelte Rechteck aus zg und gk, zusammen mit dem Quadrat von zk gleich dem Quadrat von zk gleich dem Quadrat von zk; daher itt das Quadrat von zh grösser als das Quadrat von zh grösser als das Quadrat von zh grösser als das Quadrat von zh grösser

kürzeste und die ihr näheren sind kürzer als die entfernteren; ferner ist bewiesen dass die Differenz zwischen dem Quadrate einer jeden von ihnen und dem Quadrat der kürzesten Linie gleich ist dem Quadrat derjenigen Linie welche die von den Endpunkten derselben auf die Axe gezogenen Ordinaten nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneiden. q. e. d.

V. Wird ein Punkt auf der Axe der Hyperbel angenommen und seine Entfernung von dem Scheitel des Schnittes gleich dem halben Parameter gemacht, so zeigt sich hierbei dasselbe wie bei der Parabel, nur dass der Ueberschuss der Quadrate der Linien über das Quadrat der kürzesten gleich ist einem Rechteck welches construirt wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und zwischen dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist der Fläche welche der Querdurchmesser und eine der Summe des Querdurchmessers und des Parameters gleiche Linie bestimmt, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Scheitel des Schnittes entspricht. Sei also eine Hyperbel gegeben, bezeichnet ag, ihre Axe gh, und sei die Hälfte des Parameters gz. Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg beliebig viele Linien, nämlich za; zb; zh; zt, so behaupte ich dass die Linie gz die kürzeste der Linien ist, die vom Punkte z an den Schnitt gezogen werden, und dass die ihr näheren kürzer sind als die entfernteren; ferner dass das Quadrat von gz kleiner ist als das Quadrat von je zt; zh; zb; za um das Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Punkte g errichtet wird, und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien dg d. h. der Querdurchmesser des Schnittes und eine der Summe des Querdurchmessers dg und des Parameters gleiche Linie sind. Es sei noch gh der Parameter und gk die Hälfte davon, und der Mittelpunkt des Schnittes t. Beweis: Ziehen wir die Ordinaten auf ghund verlängern sie, nämlich imn; hls; ahf, ziehen die Ordinate be nach e und ziehen zu gm zwei Parallele, nämlich ks und vn, so ist das

Quadrat von tm gleich dem doppelten Viereck gknm, wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen, und das Quadrat von zm ist gleich dem doppelten Dreieck zmi weil zm gleich mi ist, da gk und gz einander gleich sind; ferner ist das Quadrat von tz gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke gkz und kni, weil es gleich ist der Summe der Quadrate von tm und mz. Nun ist aber das Quadrat von gz gleich dem doppelten Dreieck gkz, weil gz gleich gk ist und das Viereck vnit ist gleich dem doppelten Dreieck ikn;

also ist das Quadrat von gz kleiner als das Quadrat von tz um das Viereck tvni; ferner verhält sich da zu ah wie tg zu gk und tgverhält sich zu gk wie kš zu šn; kš ist aber gleich ši, weil im gleich mz ist, und dies weil gk gleich gz ist; also verhält sich dg zu gh wie ši zu šn und wenn wir "umstellen" wird das Verhältnis von šn zu ši wie das von hg



zu gd und wenn wir "zusammensetzen" verhält sich gh und gd zusammen zu gd wie ni zu si. Die Linie si ist nun gleich der Linie ti; also ist das Verhältnis von ni zu ti gleich dem von hg und gd zusammen zu gd. Verlängern wir nun die Linie hg nach r so dass gr gleich der Linie gd ist, so ist das Verhältnis von ni zu ti gleich dem von hg zu rs; diese proportionalen Seiten schliessen gleiche Winkel ein; also sind die beiden Rechtecke hg und hg einander ähnlich und die Linie hg gleich ist entspricht der Linie hg welche der Linie hg gleich ist entserk welches über hg errichtet wird und ähnlich ist dem Rechteck

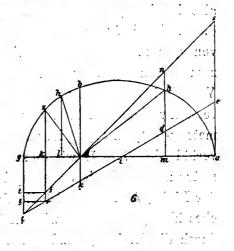
welches dg und eine der Summe von dg und dem Parameter gleiche Linie als Umfangslinien hat ist das Rechteck iv; das Quadrat von tz ist also grösser als das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gm construirt wird und demjenigen ähnlich ist, das als Umfangslinien g d und eine der Summe von g d und dem Parameter gleiche Linie hat. - Auf gleiche Weise erhellt dass das Quadrat von zh das Quadrat von gz um ein dem eben erwähnten Rechteck ähnliches übertrifft, welches über gl errichtet wird. — Weiter behaupte ich dass das Quadrat von bz das Quadrat von gz um ein dem oben erwähnten Rechteck entsprechendes übertrifft. Beweis: Das Quadrat von bz ist gleich dem doppelten Viereck gkez wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von gz ist aber gleich dem doppelten Dreieck gkz; das Quadrat von bz ist also grösser als das Quadrat von gz um das doppelte Dreieck zke. Wir beweisen ebenso wie oben dass das Rechteck, welches gleich dem doppelten Dreieck kez ist, ein über gz errichtetes und dem oben erwähnten ähnliches Rechteck ist; daher übertrifft das Quadrat von bz das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gz construirt und dem erwähnten ähnlich ist. -- Ferner behaupte ich dass es sich mit dem Quadrat von az gerade so verhält wie oben erwähnt. Es ist nämlich das Quadrat von ah gleich dem doppelten Viereck gkfh wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von zh ist gleich dem doppelten Dreieck kzh; also ist das Quadrat von az gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke kkf und gkz weil das Quadrat von az gleich ist der Summe der beiden Quadrate ah und hz. Das doppelte Dreieck gkz ist aber gleich dem Quadrat von gz; also ist die Differenz zwischen dem Quadrat von az und dem von gz gleich dem doppelten Dreieck kkf. Wie oben erhellt dann noch dass das doppelte Dreieck kkf gleich dem Rechteck über gh ist, welches dem oben erwähnten Rechteck ähnlich ist.

Weil nun die Ueberschüsse der Quadrate dieser Linien über das Quadrat von gz in den über gh, gz, gl, gm errichteten Rechtecken bestehen und diese Rechtecke verschieden sind, indem das

über ghierrichtete grösser ist als das über gz und das über gz größer als das über gl und das über gl grösser als das über gm; so ist gz die kürzeste der gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die ihr näher liegenden kürzer als die entfernteren; es ist ferner das Quadrat einer jeden von den gezogenen Linien gleich der Summe aus dem Quadrate der kürzesten derselben und dem Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem Punkt g errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist welches als Umfangslinien die Linie gd und eine der Summe von gd und dem Parameter gleiche Linie hat. q. e. d.

VI. Wenn die im vorigen Satze erwähnten Voraussetzungen dieselben sind ausser dass der Schnitt eine Ellipse und die Axe ihre grosse Axe ist, so ist die kürzeste der Linien, welche von jenem Punkte gezogen werden diejenige welche dem halben Parameter gleich ist, die längste aber die Ergänzung der Axe. Was die übrigen Linien betrifft, so sind diejenigen von ihnen welche der kürzesten näher liegen kürzer als die von ihr entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kürzesten um ein

Rechteck welches errichtet wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien der Querdurchmesser und die Differenz desselhen mit dem Parameter bilden, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie entspricht, welche zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem



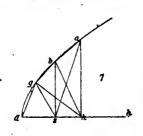
Scheitel der Schnittes ist. Es sei also eine Ellipse gegeben, bezeichnet abg, ihre grosse Axe ag; und gd sei gleich der Hälfte des
Parameters; zieht man nun vom Punkte d an den Schnitt die
Linion dz, dh, db, dh, so behaupte ich dass dg die kürzeste Linie

ist welche vom Punkte d ausgeht und dass die Linie da die grösste derselben ist; ferner dass von den übrigen Linien die der Linie dg näher liegenden kurzer sind als die entfernteren und dass das Quadrat von dz grösser ist als das Quadrat von dg um ein Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der zugehörigen Ordinate und dem Punkte g errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist, welches die Linie ga und ihr Ueberschuss über den Parameter bestimmen. Beweis: Nennen wir die Hälfte des Parameters gt und den Mittelpunkt i und ziehen wir die Ordinaten zkr; hl; bdk und ziehen vom Punkte a eine Parallele zu den ebengezogenen Ordinaten, bezeichnet as und ziehen die beiden Linien št, rt parallel zu ag, so ist das Quadrat von zk gleich dem doppelten Viereck gtrk wie im 1. Satz d. B. bewiesen. Das Quadrat von dk ist aber gleich dem doppelten Dreieck kšd weil kd gleich kš ist, und dies weil dg gleich gt ist. Also ist das Quadrat von dz gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke dgt; štr. Nun ist aber das Quadrat von dg gleich dem doppelten Dreieck dgt, ferner die Fläche šttr gleich dem doppelten Dreieck štr; also ist das Quadrat von dz grösser als das Quadrat von gd um das Rechteck šttr; das Verhältnis von ig zu gd ist nun wie das von ag zum Parameter und wie rt zu tt; folglich verhält sich ag zum Parameter wie rt zu tt; rt ist aber gleich tt; also ist das Verhältnis von ag zum Parameter wie das von tt zu tt. Durch Conversion verhält sich dann ga zu seinem Ueberschuss über den Parameter wie tt zu tt; tt ist nun gleich ts weil gd gleich gt ist; also verhält sich tš zu šr wie ag zu seinem Ueberschuss über den Parameter und die Linie ag entspricht der Linie is welche gleich ist der Linie gk, folglich ist die Fläche tr gleich dem Rechteck welches über gk errichtet wird und ähnlich ist dem Rechteck welches durch die Linie ag und deren Ueberschuss über den Parameter entsteht, und das Quadrat von zd übertrifft dasjenige von dg um das Rechteck tr d. h. das Quadrat von zd übertrifft das Quadrat von dg um das Rechteck über gk, welches der Fläche die wir erwähnt haben ähnlich ist. Ferner behanpte ich dass es sich mit

dem Quadrat von db. ebenso verhält wie mit dem der Linie die. wir eben behandelt haben. Es ist nämlich das Quadrat von db. gleich dem doppelten Viereck dgtk und das Quadrat von dg gleich dem doppelten Dreieck dgt; die Differenz also zwischen den beiden Quadraten db und dg ist gleich dem doppelten Dreieck dik; das Rechteck nun welches über gd errichtet wird und dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck dtk; die Differenz der beiden Quadrate db und dg ist also gleich dem Rechteck über gd welches dem erwähnten ähnlich ist. Ferner behaupte ich dass das Quadrat von dh grösser ist als das Quadrat von dg um das Rechteck über mg welches dem erwähnten ähnlich ist. Das Quadrat von mh ist nämlich gleich dem doppelten Viereck maed, nach V. 1. und das Quadrat von md ist gleich dem doppelten Dreieck dmn, weil die Linie dm gleich der Linie mn ist, und dies weil dg gleich gt ist; daher ist das Quadrat der Linie dh gleich dem doppelten Dreieck aie und dem Viereck andi zusammengenommen. Das Dreieck eai ist aber gleich dem Dreieck gti; folglich ist das Quadrat von dh gleich dem doppelten Dreieck gti und dem Viereck i dn d zusammen; diese beiden sind gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke dgt; ndt; das Quadrat von gd ist aber gleich dem doppelten Dreieck gdt und der Ueberschuss des Quadrates von dh über das Quadrat von gd ist also gleich dem doppelten Dreieck ntd; das Rechteck über am welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck ntd; daher ist die Differenz der beiden Quadrate dh und dg gleich dem Rechteck über am welches dem erwähnten ähnlich ist. Weiter ist das Quadrat von da gleich dem doppelten Dreieck sda und das Dreieck eai gleich dem Dreieck gti; folglich ist das Quadrat von ad gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke ste; dgt; das Quadrat von dg ist aber gleich dem doppelten Dreieck gdt; daher ist die Differenz der beiden Quadrate ad und dg gleich dem doppelten Dreieck ste. Das Rechteck über ga nun welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck tes folglich übertrifft das Quadrat von ad jenes von dg um das Rechteck aus ga

und dessen Ueberschuss über den Parameter. Das Rechteck über gabist grösser als dasjenige über ga, und das über gan grösser als das über gat; folglich ist die Linie ga die kürzeste der vom Punkt dan den Schnitt gehenden Geraden und da ist die grösste darunter. Von den übrigen Geraden sind die der kürzesten näheren kleiner als die entfernteren und es übertrifft das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat der kürzesten um die dem oben erwähnten Rechteck ähnliche Fläche. q. e. d.

VII. Wenn auf der erwähnten kürzesten Linie in einem der drei Schnitte ein Punkt angenommen wird und man zieht von ihm Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie zwischen diesem Punkt und dem Scheitel des Schnittes und von den übrigen die in dieser Hälfte des Schnittes gezogen werden, sind die

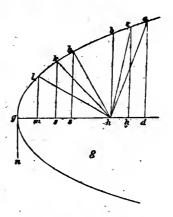


ihr näheren kürzer als die entfernteren. Sei also ein Kegelschnitt gegeben bezeichnet abgd, seine Axe hd, die kürzeste Linie hd und ein beliebiger Punkt auf der Linie hd nämlich z; ziehen wir nun von ihm an den Schnitt Linien, bezeichnet zg, zb, za, so behaupte ich dass zd die kürzeste derselben

ist und dass die ihr näher liegenden kürzer sind als die entfernteren. Beweis: Ziehen wir die Linie gh so ist gh grösser als hd; folglich der Winkel gdh grösser als der Winkel dgh und wie gross ist dann erst der Ueberschuss des Winkels zdg über den Winkel dgz; daher ist die Linie gz grösser als die Linie zd; ferner ist die Linie bh grösser als die Linie hg; folglich auch der Winkel bgh grösser als der Winkel gbh; um wie viel kleiner ist dann der Winkel gbz als der Winkel bgz; folglich ist die Linie bz grösser als die Linie gz; ebenso erhellt dass die Linie az grösser ist als die Linie bz; also ist dz die kürzeste der vom Punkte z an den Schnitt gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die der Linie dz näheren kürzer als die entfernteren. q. e. d.

VIII. Wenn man auf der Axe der Parabel einen Punkt annimmt, dessen Entfernung von dem Scheitel des Schnittes grösser dem auf ihr angenommenen Punkte aus nach dem Scheitel des Schnittes zu eine Linie gleich der Hälfte des Parameters ab, und errichtet in dem Endpunkt dieser abgeschnittenen Linie eine Ordinate auf der Axe und verlängert sie bis sie den Schnitt trifft, und zieht von ihrem Schnittpunkte mit der Parabel eine Gerade an den angenommenen Punkt, so ist diese Gerade die kürzeste von den Linien die von diesem auf der Axe angenommenen Punkte an den Schnitt gezogen werden und von den übrigen Linien zu ihren beiden Seiten sind die ihr näheren kürzer als die entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kür-

zesten Linie um das Quadrat der Linie welche zwischen den Fusspunkten ihrer beiden Ordinaten auf der Axe liegt. Es sei also eine Parabel gegeben bezeichnet abg, deren Axe gd; und die Linie gh sei länger als die Hälfte des Parameters und es sei die Hälfte des Parameters zh; ziehen wir nun eine Ordinate auf gh, nämlich zh, und ziehen die Linie hh, so behaupte ich dass die Linie hh die kürzeste der vom Punkte h an den Schnitt



gehenden Linien ist und dass von den übrigen von abg gezogenen Linien die derselben näheren kürzer sind als die entfernteren auf beiden Seiten. Ziehen wir also von dem Punkte h an den Schnitt die Linien hk, hl, ha; ferner behaupte ich dass das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat von hh um das Quadrat der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Punkte z übertrifft. Ziehen wir nun die Ordinaten und sei bh ebenfalls eine Ordinate, und gn die Hälfte des Parameters. Das doppelte Produkt von gn mit gs ist nun gleich dem Quadrate von ks, wie im 11. Satze des ersten Buches bewiesen; und ferner gleich dem doppelten Produkte aus hz und gs; setzen wir nun das doppelte Produkt aus hz und zs, zusammengenommen mit den beiden Quadraten

von hz und zs gemeinsam, so wird je das doppelte Produkt aus hz und gs und aus hz und zs, zusammen mit den beiden Quadraten von hz und zs gleich der Summe der beiden Quadrate von ks und sh; diese beiden sind aber gleich dem Quadrat von kh. Nun ist aber das doppelte Produkt von hz mit gs und (das von hz) mit zs gleich dem doppelten Rechteck aus gz und hz; also ist das Quadrat von kh gleich dem doppelten Produkt aus gz und hz, zusammen mit der Summe der Quadrate zs und hz; das doppelte Produkt aus gz und zh ist aber gleich dem Quadrat zh, weil zh gleich gn ist; folglich ist die Summe der Quadrate zh, zh und zs gleich dem Quadrat kh; die Summe der beiden Quadrate zh und zh ist aber gleich dem Quadrat hh; daher ist das Quadrat von kh gleich der Summe der beiden Quadrate hh, zs; folglich der Ueberschuss des Quadrates von kh über das von hh gleich dem Quadrat zs. Ebenso erhellt auch dass die Differenz zwischen den Quadraten hl und hh gleich ist dem Quadrat von mz; da ferner das doppelte Produkt aus gz und zh gleich dem Quadrat von zh ist, weil nämlich zh gleich gn ist, so ist auch die Differenz zwischen den Quadraten gh und hh gleich dem Quadrat der Linie gz. Die Linie zs ist kürzer als die Linie zm, die Linie zm kürzer als die Linie zg, folglich ist die Linie hh die kürzeste der vom Punkte h an den Schnitt nach g zu gezogenen Linien.

Ferner ist das Quadrat von bh gleich dem doppelten Produkt aus gh und gh welches gleich ist dem doppelten Produkte aus gh und hz; das doppelte Produkt von gz und zh ist aber gleich dem Quadrat von zh; folglich ist das Quadrat von bh gleich der Summe der Quadrate hh und hz, daher die Differenz zwischen dem Quadrat von bh und jenem von hh gleich dem Quadrat von zh. Weiter ist das Quadrat von hh gleich dem doppelten Produkt aus gh und zh, weil zh gleich gn ist; addiren wir auf beiden Seiten das Quadrat hh, so ist die Summe aus dem doppelten Produkte von hz und h, dem Quadrat von hh und dem von h gleich dem Quadrat von h; die Summe des doppelten Produktes aus gz und h und des Quadrates von h ist aber gleich dem Quadrat von h und des Quadrates von h ist aber gleich dem Quadrat von

رث الى عاط فَيْسْبَهُ الْجِ الى الضِلْعَ القادم كنسبة رث الى منظ ورد مِثْلُ عط منسبة التي الضَّاعَ القائم كَنِسْبَهِ عَطَالَ طف نإِذَا تَلَبْنَا كَانَتْ نِسْبَةُ جِأَ الْ زِيَادَتِهِ عَلَى الصَّلَعِ القَادَمِ كُلْسَبِةِ طَ الى سن، وطن مِعْلُ سن لِأَنَّ جِهُ مِثلُ جِط فِلسَبَةُ سِنْ الى شركنسبة اج الى زِيَّادَتِهِ على الضِّلْع القائم وخطُّ اج هُوَ نَظِيرُ سَش اللَّهُى هُو مِثْلُ جِكَ ومَطْمَحُ سَر مُسَاوٍ للسَّطْعَ الذي يُعْمَل على كج الشِبيعِ بالسّطمِ الله ي يحيط به خطّ اج في زياه تِدِ على الضلع القائم والمربَّعُ الله يكون من زد يَريدُ عَلَى المربَّع الَّذي يكون من دج بِبِثْلِ سَطْمِح سر والمربَّعُ الَّذي يكون من زد يَغْضُلُ على المربّع الذي يكون من جد بِمِثلِ السطيم الذي يُعْمَلُ على جِك الشَّبيةِ بالسَّطيمِ الذي ذكرنا، وأُقُولُ أَيْضًا أَنَّ مربَّعَ دب حَالُهُ كَحالِ الخطِّ الذي ذكرنا، وذلك أَنَّ المربَّعَ الذي يكون من بد مِثْلا سَطْم دجطن، ذِي الأرْبعة الاضلاع والمربَّعُ الذي يكون من جد مثلا مُثَلَّثِ دَجِطْ فَفَضْلُ مَا بَيْنَ مُرَبِّعِ دب وبين مربع دج مسارٍ لِبِثْلَقْ مُثلَّثِ دطن والسطيح الذي يُعْبَل على جِهِ الشبيهُ بِالَّذِي ذَكَرِنا عُو مِثْلًا مثلَّثِ دطق فَفَضْلُ مَا بَيْن مربع دب ومربع دج هو مِثْلُ السَّطيمِ الَّذي يُعْبَلُ على جد الشبِيةِ بالسَّطْيِمِ الذي ذكرنا وأَتُولُ أَيْضًا أَنَّ المربَّعَ الذي يكون من دح أَعْظَمُ من المربع الذي يكون من دج بِمِثْلِ السطيم الذي يُعْمَلُ على مج الشبيد بالسطيم الذي ذكرنا وذلك أنَّ مربَّعَ جم مثلًا سطح ماعذ كما تبيَّن في الشكل الأوّل من هذه المقالة والمربّعُ الّذي يكون من مد مثلًا مثلَّث دمن وذلك

وبين رأسِ القطع الشَّبِيةِ بالسَّطيمِ الّذي يحِيطُ بِهِ القُطْرُ الحُجانِب نِي نَصْلِ مَا بَيْنَ القُطِر الحُجَانِبِ والضِلْع القائم إذا كان القُطر المجانبُ نَظِيرًا للْخَطِّ الَّذي بين مسقط العَمُودِ ورأسِ القطع، نَلْيَكُنْ قطعٌ نَاقِصٌ علَيْدِ ابج، وسَهْمُهُ ٱلْأَعْظَمُ اج وليكن ج د مُسَاوِيًا لنِصفِ الضِلعِ القَائمِ ولنُحْرِجُ من نقطة د الى القطع خُطُوطَ در، ده، دب، دح فَأَتُولُ أَنَّ دج أَتْصَرُ الخطوطِ الَّتِي تُخْرَجُ مِن نقطة د وأنَّ خطَّ دا أَعْظَمُها وأنَّ ما ترب من العطوط الباقية من خطّ دج أَصْغُرُ مِمَّا بعد والمربَّعُ الذي يكون من در أَعْظَمُ من المربّع الّذي يكونُ من دج بِبِثْلِ السَطْمِ الّذي يُعْمَلُ على الخطّ الذي بين مسقط عَمُوده وبَيْن نُقْطَةِ ج الشَّبِيةِ بالسَطْمِ الذي يحيط به خطَّ ج ا في زِيَادَتِهِ على الضِلْع القائم بُرْهَانُ ذَلِك أَنْ نَجْعَلُ نِصْفَ الضِّلْع القائم جِطَ والمركز ي ونُعْرِجُ أَعْمِدَةَ زكر، «ل، بدق، ونحرج من نقطة آ خطًّا مُوَازِيًا لَهُ طُوطِ ٱلتَّرْتِيبِ الَّتِي أُخْرِجَتْ علَيْدِ أَس، ونحرج خطَّىٰ شت، رف مُوَارِيَيْنِ لحظ جِ ا فالمربَّعُ الّذي يكون من زك مِثْلًا سطْم جطرك ذِى الاربعة الاضلاع كما تبيَّن في الشكل الأُوِّل من هذه المقالة والمربَّعُ الَّذي يكون من دك مثلا مُثَلَّثِ كشد، لِأَنَّ ك مِثْلُ ك شودلك أنَّ دج مِثْلُ جم فالمربَّعُ الذي يكون من در مثلا مُثَلَّثَى دجط، شطر ولَكِنَّ المربّع الذى يكون من دج مثلا مُثَلَّثِ دجط وسَطْمُ شت در مثلًا مُثَلَّث شطر نبربُّعُ وز أَعْظَمُ مِن مربِّع خطِّ وج بِبِثْلِ سَطْمِ شرت ونِسْبَةُ ي ج إِلَى ج ٥ كَنِسْبَةِ اج الى الضلع القائم وكنسبةِ الذي يكون من از مثلا مُثَلَّثَى تكف جكز لأن مربع از ج ز، فَغَضْلُ مَا بَيْنَ المربّعِ الذي يكون من از وبَيْنَ المربّع الذي يكون من ج زهو مثلاً ق ك وكذلك أَيْضًا نُبَيِّنُ أَنَّ السطم الذي هو مثلا مثلث ق ك هو السطيم الذي يُعْمَل على ج ا الشَبِيهُ بالسطم الذي ذكرنا ولأنَّ زياداتَ مربّعاتِ هذه الخُطُوطِ على مربّع جز هِيَ السُطُوحُ المَعْمُولَةُ على جه ' جز' جِل' جم' وهٰذِهِ ٱلسَّطُوحُ مُخْتَلِفَةٌ ٱلسَّطْمُ الذي يُعْمِلُ على جِهُ أَعْظَمُ مِنَ ٱلَّذِي يُغْمَل على جِز والذي يعمل على جِز من الذي يعمل على جِل والذي يعمل على جِل من الذي يعمل على جِم يَكُونُ جِز أُصْفَرَ الخطوط الَّتي أُخْرِجَتْ ويكون ما قَرْبَ من الخطوط الباقِيَةِ مِنْهُ أَصْغَرَ مِهَا بَعُدَ ويَقْوَى كُلُّ واحدٍ من الخطوط المُحْرَجَةِ على المربّع الّذي يكون من أُتْصَرِ ٱلتخطوط مع السطم الذي يُعْمَلُ على العط الذي بَيْن مَسْقِطِ العَبُودِ وبين نُقْطَةِ ج الشبيةِ بالسطم الذي يُعيط به خطَّ ج د رخطٌّ مسارٍ لخط ج د والضِّلْع القائِم مَجموعَيْن وذلك ما أُرَدْنَا أَنْ نُبَيّنَ \*

و رإذا كان ما ذَكُرْنَا على حَالِةِ إِلَّا أَنَّ القطْعَ قطعٌ نَاقِصٌ والسهمَ سهبُهُ ٱلْأَعْظَمُ فَإِنَّ ٱقْصَرَ الخُطُوطِ الَّتِي تُحْرَجُ مِن تِلكَ النُقطةِ هو المُسَاوِي لِنِصْفِ الضِلْعِ القَائِمِ وأَطْوَلُها تَمَامُ السَّهْمِ وأَمَّا الحَظوطُ البَاقِيَةُ فإنَّ ما قرب منها من الحظ الأَقْصَرِ أَقْصَرُ مَنّا بعُدَ مِنْهُ ومربّع كُلِّ وَاحِدٍ منها يَزِيدُ على مربع الحظ الاقصر مِمَّا بعُدَ مِنْهُ ومربّع كُلِّ وَاحِدٍ منها يَزِيدُ على مربع الحظ الاقصر بِبثْلِ السَطْمِ الذي يُعْمَلُ على الحظ الاقصر بِبثْلِ السَطْمِ الذي يُعْمَلُ على الحظ الآذي بَيْن مسْقِط عَمُودِةِ

بسَطْبَجًا يود حمن مُتَشَابِهَانِ وخط صي الذي هو مساوِ لحفظ يهم نَظِيرٌ ليعط رص الذي هو مساوٍ لعظ جه والسَطْمُ الذي يُعْمَلُ على جم الشَّبِيهُ بالسطح الذي يُحِيطُ بعد وج وخطُّ مساوٍ لتعط دج والضِلْع القائم هو سطاع يو ذو الأربعة الأضلاع فالمربّع الذي يكون من طرز أعْظُمُ من الموبع الذي يكون من ج زبِيثْلِ السَطمِ الذي يُعْبَلُ على ج ز الشَّبِيةِ بالسطم الذي يحيط به خط ج ٥ وخط مساوٍ لحظ ج ٥ والضِلْع القَائِم مجموعَيْن وكذلك أَيْضًا يَتَبَيَّنَ أَنَّ المربّعَ الذي يكونُ من زح يَزِيدُ على المربّع الذي يكون من خطِّ زج بِبِثْل السطح الذي يُعْمَلُ على جل الشَّبِيةِ بِالَّذِي ذَكَرْنَا وأَتُولُ أَنَّ المربّعَ الذّي يكون من بز یزید علی المربع الذی یکون من ج ز بمثل نَظِیرِ ٱلسَّطْمِ الَّذَى ذَكُرْنَا وَذَلِكَ أَنَّ المربِّعِ الذَى يكون من برَ مِثْلًا سَطْمِ ج ك ع ز كَمَا تَبَيَّنَ في الشكل الأوّلِ من هذه المقالةِ والمربّع الذي يكون من جز مثلا مثلَّث جكز فَيكُونُ مربّعُ بز أَعْظَمَ من مربّع ج ربعِثْلَى مثلَّثِ ركع وكذلك نُبَيِّنُ أَنَّ السَّطْمَ الذي هو مثلا زكع هو سَطْمْ يُعْمَلُ على ج ز شَبِيةٌ بالسطم الذي ذكرنا فالمربع الذي يكون من بزيرُيدُ على المربع الذي يكون من ج ز ببثل السطم الذى يُعبل على ج ز الشَيِيةِ بالسطمِ الذى ذكرنا، وأقول أينُّمًا أنَّ المربّع الذي يكون من از حالَّهُ الحالُ الذى ذكرنا وذلك أنَّ المربّع الذى يكون من الا مِثْلًا سَطْمِ ج ك ف و الأربعة الأضلاع كَما تبيَّن في الشكل الأوَّل من هذه المقالة والمربع الذي يكون من زه مثلا مُثلَّث يزه والمربع ونقطة ج الشبيع بالسَطْيِم اللَّذِي يُعِيمُ به هج الَّذِي هو تُطُورُ الْقَطع وخط مُسَارٍ لخط دج مع الضِلْع القائم، مَلْيَكُنْ الضِلع القائم جيخ وفِصْفُهُ جِ لَا ومَرْكَزُ القطعَ فَ بُرْهَانُ فَاللَّهُ الْمَالَ نُطْرِجُ أَعْبِكَةً الى جِهُ ونُنْفِذُها وهي طمن ولس اهن ونطرج عَمُودَ بِزِ الى ع ونخْرج خطَّيْن موازِيَينِ لَحظِّ جِم علَيْهِمَا كُسُ ون عالمربع الله يكون من طم مِثْلًا سَطْمِ جِكنم فِي ٱلْأَرْبَعَةِ ٱلْأَضْلَاعِ كَمَا تَبيَّن في الشَكْل الأَوِّل من هٰذه المقالة والمربّع الَّذَى يكون من زم هو مِثْلًا مُثلَّث زمى ولأنَّ زم يُسَاوى مي وذلك أنّ جك جر مُتَسَاوِيَانِ والبربع الذي يكون من طرن مِثْلًا مُثَلَّثَى جِكْز كَن ي لِأَنَّهُ مَسَاوٍ لَمُربِّعَى طم مز ولكنَّ مربّعَ ج ز مِثْلًا مثلَّثِ ج ك ز لِأَنَّ ج ز مثلُ ج ك وسَطْمُ ون ك ت ذُو الْأُربِعِةِ الْأَصْلاعِ مثلًا مثلَّث يكن فالمربِّع الذي يكون من ج ر أُقلُّ من المربع الذي يكون من طرزيبِيثْلِ سَطْمِ توني ذي الاربعة الاضلاع ونِسْبَةُ دج الى ج ح كَنِسْبَةِ ث ج الى ج ك ونسبة عج إلى ج ك كَنِسْبةِ كش الى شن وكش مِثْلُ شي لأِنَّ مي مِثْلُ مِزِ وذلك أنّ جِك مساوٍ لِمِ ز فنسبعُ دج الى جخ كنسبةِ شي الى شن فإذًا خَالَفْنَا صَارَتْ نسبة جن الى جد كَنسبة شن الى شي وإِذَا رَكَّبْنَا صَارَتْ نسبةُ جج و جه مَجْمُوعَيْنِ الى جه كنسبة نى الى شى وخط شي مُسارٍ لحط سي ننسبة ني الى ىكى كنسبة جج ، جد مجموعين الى جد رنخرج خطّ خج إِلَى ر وليكُنْ جر مساويًا لعظ جد فنسبة ني الى عني كنسبة خ زالى رص وهذه الأَضْلَاعُ المُتَنَاسِبَةُ تُحِيطُ بِزَوَايَا مُتَسَادِيَةٍ

مَنْ رَكَ كَ حَ وَهَذَانِ الْمَرْبِعَانِ مَسَاوِیانِ لَمَرْبِعِ رَحَ فَالَّهُ یَكُونِ مِنْ رَجَ فَی جِكَ مَرّتین مَعَ مَربِّع رَكَ مَسَاوِ لَمَربَّع رَحَ فَمَربَّع رَحَ فَمَراً أَقْظُمُ مِن مُربِعِ رَجَ بِمِثْلِ مَربِّع جِكَ، ویَتَبَیَّنَ مِنْ هَذَا أَنَّ طُرَاعِمُ مِن رَجَ فِحْط رَجٍ هُو الْأَقْصُرُ وَمَا تَرُبَ مِنْهُ الْعَمْمُ مِن رَجَ فِحْط رَجٍ هُو الْأَقْصُرُ وَمَا تَرُبَ مِنْهُ الْعَمْمُ مِن رَجَ فِحْط رَجٍ هُو الْأَقْصَرُ وَمَا تَرُبَ مِنْهُ الْعَمْمُ مِن رَجَ فِحْط رَجٍ هُو الْأَقْصَرُ وَمَا تَرُبَ مِنْهُ الْعَمْرُمَمَّا بَعُدَ وَتَجَيَّنَ أَنَّ فَضْلَ مَا بَيْنَ مَربَّع كُلّ وَاحِدٍ مِنها وبَيْن مَربِّع الله على السّهِم مِبَّا يَلِي رَأْسَ تَفْصِلُهُ الْأَعْمِدَةُ الْوَاتِعَةُ مِن أَطْرَافِهَا على السّهِمِ مِبَّا يَلِي رَأْسَ تَقْصِلُهُ الْأَعْمِدَةُ الْوَاتِعَةُ مِن أَطْرَافِهَا على السّهِمِ مِبَّا يَلِي رَأْسَ تَقْصِلُهُ الْأَعْمِدَةُ الْوَاتِعَةُ مِن أَطْرَافِهَا على السّهِمِ مِبًّا يَلِي رَأْسَ اللّهُ وَلَاكُ مَا ارَدْنا أَنْ نُبَيِّنَ \*

لا وإذا تُعُلِّمَتْ نقطةٌ على سَهْم القَطْع الزائد وصُيِّرَ بُعْدُهَا من رأس القطع مساويًا لِنِصْفِ الضِلْعِ القائم فَإِنَّهُ يعْرض في ذلك مِثْلُ الَّذَى عَرَضَ فِي القَطْعِ المِكَافِي إِلَّا أَنَّ زِيادةً مربَّعاتِ التخطوط على مربّع الحظ الأَتْصَرِ تكونُ ببِثْلِ السطم الذي يُعْبَلُ على الخطّ الَّذَى بَيْن مَسْقِط الأَعْبِدَةِ وبين رأس القطع الشَّبِيةِ بالسَطْمِ الَّذَى يُجِيطُ بِهِ القُطْرِ المُجَانِبُ وخطٌّ مساوٍ للقُطْرِ المجانب مَّعَ الضِلْع القائم ويكون القطر المجانب نَظِيرًا للعَظّ الّذي فِيمَا بَيْنَ كُلِّ واحدٍ من الاعمدة وبين رأس القطع؛ فَلْيكن قطعٌ زائد علَيْدِ اج وعلى سهبِدِ جه وليكن نصف الضلع القائم جز ونُحُرِجُ من نقطةِ ز خُطُوطًا الى قطع ابج كَمْ كَانَتْ وهي زا' زب' زج' زط' فَأُقُولُ أَنَّ خطَّ جِ زِ أَصْغُرُ الخطوطِ الَّتِي تُخْرَجُ مِن نقطةِ ز الى القطع وأن ما قُرُب مِنْهُ أَصْغَرُ مِبًّا بَعْدَ وأنَّ كلَّ واحدٍ من خِطوط رط' زے' زب' را يَنْقُص مربَّعُ ج ز عَنْ مربَّعِةِ بِبِثْلِ السَطْمِ الذي يُعْمَلُ على الخطّ الذي بين مَسْقِطِ الْأَعْمِدَةِ

مسارِ لمثلَّثِ دبے لِأَنَّ دك مِثْلُ دے فالمربَّعُ الذي يكون من از مِثْلًا فَضْلِ ما بين مُثَلَّقُي دبے، درط وذلك ما أَرَدْنَا أَنْ نُبْيِّنَ \*

ن إِذَا تُعُلِّمَتْ نقطةٌ على سَهْمِ القَطْعِ المُكَافِيِّ وكان بُعْدُها مِنْ رَأْسِ القَطْعِ مُسَاوِيًا لِنِصْفِ الضِلْعِ القَائم وأُخْرِجَتْ من تِلْكَ النقطةِ خُطُوطٌ الى القطع فإنَّ أَصْغَرَها هُو النجطُّ الذي يَخْرُجُ الى رَأْسِ القطع ومَا قَرُبَ مِنْهُ أَصْغَرُ مِبَّا بَعْدَ ومُرَبَّعَاتُها أَعْظَمُ مِنْ مربّعِةِ بِمِثْلِ المربّع الذي يكون من ضَرْب ما تَفْصِلُ الأَعْبِدَةُ الّتي تَقَعُ على السَّهُم مِن طَرَفِ كُلِّ خَطٍّ مِنْها من السهم مِمَّا يَلِي رَأْس القطع ، فَلْيَكُنْ سهمُ القطعِ المكافئ ج ، وليكن ج ز مُساوِيًا لنصفِ الضِلْع القَائِمِ ولنُحْرِجْ مِن نقطةِ زالى قطع ابج خُطُوطَ زح، زط، زب، زا، فأتُولُ أنَّ أَصْغَرَ التَّخطُوطِ التي تُحْرَجُ من نقطة ز الى قطع ابج هو خطِّ جز ومَا قَرُبَ مِنْهُ فَهو أَصْغَرُ مِمَّا بَعُلَ وكلُّ واحدٍ منها يَقْوَى على المربّع الذي يكون من جز مع المربّع الذى يكون من العط الذى بَيْنَ نقطة ج وبَيْنَ مَسْقَطِ عُمُودِةِ برهان ذلك أنَّا نُطِّرجِ أَعْبِدَةً جِك، طل وليكن نصف الضِلْع القائم جم فَعَطَّ ج ز مساوٍ لِتخطَّ جم والذي يكون من ضَرْب جم فی ج ك مَرَّتَيْنِ مسارِ للمرتبع الذى يكون من ح ك كما تبيَّن في الشكل ١١ من ١ والذي يكون من ضرب جم في ج ك مَرَّتَيْنِ مساوٍ للذى يكون من ضرب زج في جك مَرَّتَيْنِ وَالمربَّع الذى يكون من كے مساو للذى يكون من جزنى جك مَرَّتَيْنِ والذى يكون من جز في ج ك مرّنين مَعَ مربّع كز مسار للمربّعين الْكَانُئِين بہے، روط مجیوعیین نف یار هو ویشلا سطیم بازطے فالموبع

ب رإن كان الخطُّ الّذي خَرَجَ على تَرْتِيبِ وَاقِعًا على نَقْطَةِ وَ اللّهِ على الْمَرْكُزُ فَ القطِعِ الناقِصِ وَجُعِلَ بِهُ ضِعْفِ بِنْ وَوُصِلَ خَطُّ در نِإِنَّ الْمَرْبَعِ الذِي يكون من اد مِثْلًا مُثَلَّثِ بِرد' بُرْهَانُ ذَلك أَنَّا نَصِلُ خطَّ جه فَيكونُ بر مِثْلَ زه و زه مِثْلُ دح الذي يُوازِي به فالذي يكون من ضَرْبِ دح في دب ضِعْفُ مثلَّث درب والذي يكون من ضَرْبِ دج في دب مُسَاوِ للمربَّع الذي درب والذي يكون من ضَرْبِ دج في دب مُسَاوِ للمربَّع الذي يكون من اد كمَا تَبيَّن في الشكل ١٣ من ا فالمربَّع الذي يكون من اد مثلًا مُثلَّثِ زبد \*

آنفا للّذى رأينا من حَاجَةِ طَالِبِي هذا العلْم إِلَيْها في مَعْرِفَةِ تَقسيم المسَائِلِ وتفصيلها وتركيبِها مَعَ مَا لَهَا في أَنْفُسِها مِنْ أَنَّها احلُ الأشيآء الّتي تَسْتَحَقّ النَظَرَ فيها والسلام

أَ إِذَا كَانَ تَطُعُ زَائِدٌ إِو يَناقِشُ وأُقِيمَ على طَرَفِ تُطْرِ من أَتْطَارِةِ نِصْفُ الضِلْعِ القَائِمِ لذلك القُطْرِ على زَاوِيَةٍ قَائِمَةٍ وأُخْرِجَ مِنْ طَرَفِةِ خطُّ إِلَى مَرَّكِرِ القَطْعِ وأُخْرِجَ مِنْ مَوْضِعِ من القَطْع خطَّ تَرْنِيبِ إِلَى القطر فإِنَّ هذا الخطَّ يَقْوَى على فَيعْفِ سَطْمٍ ذى أُربَعَةِ الْمُلاع يُعْمَلُ عَلَى نِصْف الضِلْع القائم على ما نَكْكُرُهُ في المِثَالِهِ فَلْيَكُنِ ٱلْقطعُ الرائدُ أَوِ ٱلناقصُ اب والقُطْرُ بج والمَرْكُزُ د والضِلْعُ القائِم للقُطْرِ ب، ونضفُ ب، ، بح ونَصِلُ خَطَّ دح ونُعْرِجُ خِطَّ تَرْتِيبٍ علَيْدِ از ونُعْرِجُ من نُقْطَةِ زخِطًّا موازيًا لِخِطِّ ب، عَلِيه رَط فَأَتُولُ أَنَّ المِرَبَّعَ الَّذي يكون من از هو مِثْلًا سَطْم ب رطح ' بُرْهَانُ ذَٰلِكَ أَنَّا نُحْرِجُ مِن نَقْطَةِ ، خطَّ ، ج نِيْعَمَّا دَج مِوازٍ لِمُعَظِّ جِهُ لِأَنَّ خَطَّىٰ جِب به قِد قُسِيَا بِنِصِْفَيْنِ على نقطِتَىٰ د' ح فِنْنْفِلُ خَطَّ زط إِلَى كِ فيكون طِكِ مِوازِيًا لِخَطِّ حِه فَهُوَ مُسَاوٍ لَهُ وَجِه مِثْلُ بِج فَبِيم مِثْلُ طِكِ ونَجْعَلُ رَطِ مُشْتَرِكًا فَحَظُّ رَكِ مِساوِ لِخِطَّى بِجٍ وَطِ مَجْيُوعَيْن فَالَّذِي يَكُونُ مِنْ فَبُرْبِ زَكِ فِي بِرِ مِسِاوٍ لِلَّذِي يَكُون مِنْ فَرْبِ بِج وَزِط مَجْمُوعَيْنِ في بِ زِ وَلِكُنَّ السِّيطْمَ الَّذِي يَكِون من فَيرْب كَنْ فَيْ بِنْ مَسَاوِ لَمَوْتِعَ خَطِّ الْرَكِيا سِبقَ فَي الشِّكِلِ (١٢) مِن (ل) والشكل (١٣) منها فالسَطْمِ الذي يكون من فَيْرِب بعج ' رط مِجِيوعَيْن في بر مسار لينزيع از والسَطْيم الذي يكون مين فَرْب

## المُقَالَةُ الْحَامِسَةُ مِنْ كِتَابِ أَبُلُونِيُوسَ فِي الْمَحْرُوطَانِ كَتَابِ أَبُلُونِيُوسَ فِي الْمَحْرُوطَانِ نَقْلُ ثَابِتِ بْن تُرَّة وإصْلاحُ بنِي مُوسَى

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك إتّى تَدْ وَضَعْتُ في هَٰدِه المقالة الخامسة أَشْكَالًا في الخطوطِ الكِبَارِ والصِغَارِ وَيَنْبَغِي أَنْ يُعْلَمَ أَنَّ مَنْ تَقَدَّمَنَا وَمَنْ في عصْرِنا هَذَا إِنَّمَا شَامُّوا النَظَرَ في أَيْعَلَمَ أَنَّ مَنْ تَقَدَّمَنَا وَمَنْ في عصْرِنا هَذَا إِنَّمَا شَامُّوا النَظَرَ في الصِغارِ مِنْهَا مُشَامَّةً يَسِيرَةً وبذلك بَيّنُوا أَيُّ آلخطوطِ المستقيمة تُماسُّ القطوع وعَكْسَ ذلك أَيْضًا أَعْنِي أَيْ شَيْء تَعرَّضَ للحطوطِ التي تُمَاسُّ القطوع وعَلْسَ ذلك كانتِ آلخطوط مماسمةً فأمّا في في فقد بَيّنًا هذه الأشياء في المقالة الأُولَى من غَيْرٍ أَنْ نستعْبِلُ في تَبْيِينِ ذلك أَمْرَ الخطوط الصغار ورُمْنَا أَنْ خَبْعلَ مَرْتَبَتَها تَرِيبًا من مَوْضِع ذِكْرِنا لِحُدُوثِ القطوع الثلثة لِنُبَيِّنَ بذلك أَنْه قد يكون من منها في كلّ واحدٍ من القطوع مَا لاَ فِهَايَةَ لَعَدَدِةِ مِنَا يَعْرِض ويَلْزَم فيها كما عَرَضَ في الأَقْطَارِ الأُول وأَمّا الأَشكالُ الّتي تَكَلَّمْنَا فيها في الخطوط الصغار فإنّا افردْناها وعزلناها على حِدَةٍ مِنْ بعْدِ فَحْصٍ في الخطوط الصغار فإنّا افردْناها وعزلناها على حِدَةٍ مِنْ بعْدِ فَحْصٍ في الخطوط الصغار فإنّا افردْناها وعزلناها على حِدَةٍ مِنْ بعْدِ فَحْصٍ كثيرٍ وضَمَّنًا القولَ فيها الى القولِ في الخطوط الكبار الّذي ذكرُنا

أُسَبِيهِمَا تُطْرُبُ لِنُحَالِينَ مُزْدَوِجَيْنَ لَهُ وَأُسَى الْحُطَّ المستقيم الذَا كان تُعْطِعًا للخطوط المنتعنيين وكان تَعْطِعًا للخطوط المُتَوازية الَّتِي هِي خُطوطُ التَرْتيبِ لَهُ عَلَى زَوَايًا قَاتُمَةً سَهْبًا للخطوط المنتعنى او للخطين المنتعنيين (١٩) وأُسبّى القُطْرُيْن اذَا كَانَا مُزْدَوِجَيْنِ وكان يقطع كُلُّ واحدٍ منهما الخطوط الموازية للآخرِ على زَوايًا قَائِمَةٍ سَهْمَيْن مُزْدَوِجَيْن للخطّ المنتعنى او للخطين المنتعنيين المنتقل المنتعنى المنتقل المنتقلين المنتقل المنتقل

زَوَلَيّا عَائِمَةٍ ﴿ (٩) وَأُسْتِيعِ مَائِلًا أَذَا لَمْ بَيكُنْ سِهِبُهُ عَامَّا عَلَى تَلْعَلَىٰتِهِ عَلَى زِوامِا عَالَمَة (١٠) وَكُلُّ خَطٍّ مُنْحَسِ يَكُون في سَطِيعٍ وَاحِدِهُ امْسْتَوِ وَيُنْظُرَجُ مِن القطةِ منه في سطحِةِ خطٌّ مَّا مستقيمً يقطع كلَّ الخطوط التي تُحْرَج في الخطِّ اللَّه الخطِّ اللَّه الخطِّ اللَّه الخطوط التي المُحْرَج في الخطِّ اللَّه المُحْرَج على الخطوط التي المُحْرَج على المُحْرَج على المُحْرَج على المُحْرَب المُحْرب إِلَيْهِ وَتَكُونَ مُوَازِيةً لَحُطٍّ مَّا مَوْضُوع بِنِصْفَيْن فِصْفَيْن فَإِنَّى أَسْتَى ذلك الخط المُسْتَقِيمَ عُطْوًا لذلك الخط المُنْتَعَنِي (١١) وأسبِّي طَرَفَ ذلك الخطُّ المستقيم الذي عِنْدَ الحظِّ المُنْصَنِي رَأْسًا للخطّ المنحنى (١٢) وأُسمّى الخطوطَ المُتَوَارِيَةَ الَّتِي وصفْنا خُطُوطَ التَرْتِيبِ لذلك القُطْرِ (١٣) وكذلك ايضًا اذا كان خطّان مُنْحَنِيَانِ في سَطْحِ واحدٍ فإنَّى اسمَّى ما كان واقعًا فِيمَا بين الخطَّيْنِ المُنْحِنِيَيْنِ منَ ٱلخطِّ المستقيم الّذي يَقْطَع جَبِيعَ الخطوطِ المستقيمةِ الخارجةِ في كلِّ واحدٍ من الخطّين المنحنيين المُوَازِيَةِ لخطٍ مَّا بِنِصْفَيْن نصفَيْن تُطْرًا مُجَانِبًا (١٤) وأُسمَّى طَرَفَى ٱلْقُطْرِ المُجَانِبِ اللَّذينِ على الخطينِ المنحنيينِ راسِّيْنِ للخطَّيْنِ المنحنيين (١٥) وأُسمّى الخطّ المستقيم الذي يَقَعُ بَيْنَ الخطّين المنحنيين ويَقُومُ على القُطْر المجانب ويقْطع جميعَ الخُطُوط المستقيمة المُوَازِيَةِ للقُطْرِ المجانب إِذا أُخْرِجَتْ فِيمَا بين الخطّين المنحنيين حتى تنتهى أُطْرَانُها الى الخطّين المخنيين بنصفين نصفين تُطْرًا تَائِمًا (١٩) واسمّى هذه الخطوطَ المُتَوَازِيَةَ خطوطَ ٱلتَّرْتِيبِ لذلك القطر القائم (١٧) وإذا كان خطّانِ مُسْتَقيمَانِ وكَانَا تُطْرَيْن لَحْظٌ مُنَحَنِ أَوْ لَحْظِّين مُنْتَعنيين وكان كلُّ واحدًا مِنْهُمَا قَاطِعًا لَكُنطُوطِ المُوَازِيَةِ للآخرِ بنصفين نصفين فإتِّي

## الحدود

(١) إِذَا وُصِلَ فِيمَا بَيْنَ نُقْطَةٍ مَّا وَبَيْنَ خَطٍّ مُحِيطٍ بِدَائِرَةٍ بِخَطٍّ مُسْتَقِيمٍ ولَمْ يَكُنِ ٱلدَّاثِرَةُ والنقطةُ في سَطْمِ وَاحِدٍ وأُخْرِجَ الخطُّ المستقيمُ في الجِهَتَيْنِ وأُثْبِتَتِ ٱلنَّقطة حَتَّى لا تَزولُ وأدِيرَ الخطَّ المستقيمُ عَلَى الحطِّ التحيطِ بالدَّائِرَةِ حَتَّى يَرْجَعَ إلى المَوْضِعِ الأَوَّل اللهى مِنْهُ بَدَأً فَإِنِّي أُسَمِّى كُلَّ وَاحِدٍ من السَطْحَيْنِ اللَّذَيْنِ يَرْسُهُهُمَا الحُطّ النُّدَارُ بِمَمَرِّهِ وكلُّ واحدٍ منهما مقابلٌ لِصَاحِبهِ وقابلٌ للزيادة بِلَا نَهايةٍ إِذَا كان خُرُوجُ الخطِّ المستقِيمِ بِلَا نِهَايَةٍ سَطْحًا عَخْرُوطًا (٣) والنُقطةَ الثَابِتَةَ رَأْسًا لكلِّ واحدٍ من السَطْعَيْنِ المَحْرُوطَيْنِ (٣) وأُسَبِّى الخطُّ المستقيمَ الَّذِي يَمُرُّ بهٰذِهِ النقطةِ وبمَرْكَزِ الدائِرة سَهْمَ ٱلسَّطُّمِ ٱلْمَحْرُوطِ (٩) وأُسَبِّي الشَّكْلَ الَّذي يُجِيطُ بِهِ الدائرة وما بين نقطَّة الرأس وبين الدائرة مِنَ السَّطِيحِ المحتروط تَحروطًا (ه) وأُسَيِّى النَّقْطَةَ الَّتِي هِيَ رأْسُ السطيم المحدوط رَأْسًا للمحروط ايضًا (٩) واسمّى الخط المستقيم الذى يَحْرُجُ من رأس المخروط الى مَرْكَزِ الدائرة سَهْمَ الْمَحْرُوطِ (٧) وأُسبِّي الدائرة قَاعِدَة ٱلْمحْرُوطِ (٨) وأُسبِّي المحروط قَائِمَ الزَّاوِيَةِ إِذَا كان سهبُهُ قائمًا على قاءدريِّهِ على

χαμπύλων γραμμών, εν ένὶ έπιπέδω χειμένων, διάμετρον χαλώ πλαγίαν μέν, ήτις εύθεῖα, τέμνουσα τὰς δύο γραμμάς, πάσας τάς άγομένας έν έχατέρα των γραμμων παρά τινα εύθεῖαν δίχα τέμνει. ιδ΄. Κορυφάς δὲ τῶν γραμμῶν, τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τοῦ διαμέτρου. ιε'. 'Ορθίαν δὲ διάμετρον, εὐθεῖαν, ήτις χειμένη μεταξύ των δύο γραμμών πάσας τὰς ἀγομένας εὐθείας, εύθεία τινί παραλλήλους καὶ ἀπολαμβανομένας μεταξύ τῶν γραμμῶν, δίχα τέμνει. ιστ΄. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι έχάστην τῶν παραλλήλων. ιζ΄. Συζυγεῖς χαλῶ διαμέτρους, καμπύλης γραμμής ή δύο καμπύλων γραμμών, εύθείας, ών έχατέρα, διάμετρος ούσα, τὰς τῆ έτέρα παραλλήλους δίχα διαιρεί. ιη'. "Αξονα δὲ καλῶ καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν, εὐθεῖαν, ήτις διάμετρος οὖσα τῆς γραμμῆς, ή τῶν γραμμῶν, πρὸς ὀρθάς τέμνει τὰς παραλλήλους. ιθ'. Συζυγεῖς χαλῶ ἄξονας χαμπύλης γραμμῆς χαὶ δύο χαμπύλων γραμμῶν, εύθείας, αίτινες διάμετροι ούσαι συζυγεῖς, πρός όρθὰς τέμνουσι τὰς άλλήλων παραλλήλους.

## ΟΡΟΙ ΠΡΩΤΟΙ.

α΄. Έαν από τινος σημείου πρός χύχλου περιφέρειαν, δς ούχ έστιν έν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεῖα ἐπιζευγθεῖσα έφ' έχάτερα προσεχβληθη, χαὶ μένοντος τοῦ σημείου ή εὐθεῖα περὶ τὴν τοῦ χύχλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποχατασταθή, δθεν ήρξατο φέρεσθαι την γραφθείσαν ύπο της εύθείας έπιφάνειαν, η σύγχειται έχ δύο έπιφανειών χατά χορυφήν άλλήλαις χειμένων, ών έχατέρα είς ἄπειρον αύξεται, τῆς γραφούσης εύθείας είς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν. β'. Κορυφήν δὲ αὐτῆς, τὸ μεμενηχὸς σημεῖον. γ'. "Αξονα δὲ, την διά τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεΐαν. δ΄. Κῶνον δὲ, τὸ περιεχόμενον σχημα ὑπό τε τοῦ χύχλου καὶ τῆς μεταξύ τῆς κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας χωνιχής ἐπιφανείας. ε΄. Κορυφήν δὲ τοῦ χώνου, τὸ σημεῖον δ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή. στ'. "Αξονα δὲ, τὴν ἀπὸ τῆς χορυφής έπὶ τὸ χέντρον τοῦ χύχλου ἀγομένην εὐθεῖαν. ζ΄. Βάσιν δὲ, τὸν χύχλον. η'. 'Ορθούς μὲν χαλῶ, τούς πρὸς ὀρθάς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας. 9'. Σχαληνοὺς δὲ, τοὺς μὴ πρὸς όρθὰς ἔγοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας. ι΄. Πάσης χαμπύλης γραμμής, ήτίς έστιν έν ένὶ έπιπέδω, διάμετρον μέν χαλῶ εὐθεῖαν, ήτις ήγμένη ἀπὸ τῆς χαμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας έν τη γραμμή εύθείας, εύθεία τινί παραλλήλους, δίγα διαιρεί. ια'. Κορυφήν δὲ τῆς χαμπύλης γραμμῆς, τὸ πέρας τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῆ γραμμῆ. ιβ'. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατηχθαι έκάστην των παραλλήλων. ιγ'. 'Ομοίως δὲ καὶ δύο

## Lebenslauf.

Ich Ludwig Leo Michael Nix bin am 11. April 1865 zu Mainz geboren. Nach vollendetem sechsten Lebensjahre besuchte ich die dortige Volksschule, von wo ich zu Herbst 1874 in das Mainzer Gymnasium überging. Nach Absolvirung desselben bezog ich zu Michaelis 1883 die Universität Leipzig, um mich daselbst dem Studium der orientalischen Sprachen, insbesondere der semitischen zu widmen. Hier hörte ich hauptsächlich die Vorlesungen der Herren Geh. Rath Krehl, Professor Friedr. Delitzsch. später noch die des Herrn Geh. Rath Fleischer, über verschiedene semitische Sprachen. Seit meinem zweiten Semester hörte ich auch die Vorlesungen des Herrn Prof. Freiherrn von der Gabelentz über einige ostasiatische Sprachen, wobei ich besonders durch das Chinesische gefesselt wurde, dem ich auch in der Folge neben meinen semitischen Studien weiter oblag. Die Osterferien 1888 verbrachte ich in Oxford zwecks handschriftlicher Studien. Hierauf brachte ich noch das Sommersemester 1888 in Leipzig zu und begab mich im Wintersemester 1888/89 nach Berlin, wo ich für dieses Semester Mitglied des Seminars für orientalische Sprachen war, und mich an den Uebungen der Herren Prof. Hartmann und Scheich Hassan Taufik über modernes Arabisch betheiligte.