Theon of Smyrna

ΘΕΩΝΟΣ ΣΜΥΡΝΑΙΟΥ

ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ

ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΧΡΗΣΙΜΩΝ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΛΑΤΩΝΟΣ ΑΝΑΓΝΩΣΙΝ

THÉON DE SMYRNE

PHILOSOPHE PLATONICIEN

EXPOSITION

DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES UTILES

POUR LA LECTURE DE PLATON

TRADUITE POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS

Par J. DUPUIS

ÉPILOGUE

LE NOMBRE DE PLATON

(MÉMOIRE DÉFINITIF)

PARIS

LIBRAIRIE HACHETTE ET Cie

BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1892

ŒUVRES

DE

THÉON DE SMYRNE

TRADUITES PAR J. DUPUIS

ÉPILOGUE
LE NOMBRE DE PLATON

(MÉMOIRE DÉFINITIF)

Theon, of Smyrna

ΘΕΩΝΟΣ ΣΜΥΡΝΑΙΟΥ

ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ

ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΧΡΗΣΙΜΩΝ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΛΑΤΩΝΟΣ ΑΝΑΓΝΩΣΙΝ

THÉON DE SMYRNE

PHILOSOPHE PLATONICIEN

EXPOSITION

DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES UTILES

POUR LA LECTURE DE PLATON

TRADUITE POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS

Par J. DUPUIS

PARIS

LIBRAIRIE HACHETTE ET Cie

BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1892

PRÉFACE

Nous n'avons aucune donnée précise sur l'époque à laquelle vécut Théon de Smyrne ; mais il est certainement postérieur au musicographe Thrasylle, puisqu'il le cite dans ses écrits et il est probablement antérieur à l'astronome Claude Ptolémée, auteur de l'*Almageste* qu'il n'eût pas manqué de citer, si Ptolémée l'avait précédé. Il doit donc avoir vécu entre le temps de Tibère près duquel Thrasylle était en faveur à titre d'astrologue, et le temps d'Antonin-le-Pieux sous lequel Ptolémée s'est illustré (*).

Il vivait donc sans doute au commencement du second siècle de notre ère, c'est-à-dire au temps de Plutarque, et c'est peut-être ce Théon que Plutarque introduit comme interlocuteur dans son livre *Du visage qui apparaît sur le disque lunaire,* dans les *Questions de table,* et dans le livre *Sur le εἰ du temple de Delphes* (**). C'est sans doute encore lui que Théon d'Alexandrie, commentateur de Ptolémée, appelle Théon l'ancien « Θέωνα παλαίον ».

(*) Cf. Boulliau, éd. gr.-lat. de Théon, *Ad lectorem,* p. 8. — Heilbronner, *Historia matheseos universæ,* § 214, p. 333. — Fabricius, *Bibliotheca graeca,* t. IV, pp. 35-38, éd. de Harlès. — Montucla, *Histoire des mathématiques,* t. I, p. 286. — Bailly, *Histoire de l'astronomie moderne,* t. I, pp. 134 et 504. — Delambre, *Histoire de l'astronomie ancienne,* t. I, p. 317 et t. II, p. 638. — De Gelder, éd. gr.-lat. de l'*Arithmétique* de Théon, *Praemonenda,* chap. I. — Th.-H. Martin, éd. gr.-lat. de l'*Astronomie* de Théon, *Dissertatio,* chap. I. Etc.

(**) Cf. *Du visage...* VII, p. 923 F ; XIX, p. 931 E ; XX, p. 932 D ; XXIV, p. 937 E ; XXV, p. 938 D. — *Questions de table,* I, 4, pp. 620-622 ; I, 9, pp. 626-627 ; IV, 3, pp. 666-667 ; VIII, 6, pp. 725-726. — *Sur le εἰ,* VI, p. 386.

Théon a composé un abrégé de mathématiques en cinq livres, qui a pour titre : Τῶν κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν, *Des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*. Cette exposition abrégée comprenait : I, l'arithmétique ; II, la géométrie (plane) ; III, la stéréométrie (géométrie de l'espace) ; IV, l'astronomie ; et V, la musique.

La musique se composait alors de trois parties : les lois mathématiques des sons, la musique instrumentale, et l'harmonie des sphères célestes. Dans son travail, Théon omet la musique instrumentale qui était considérée comme étrangère aux spéculations philosophiques et il expose la théorie des nombres musicaux immédiatement après l'arithmétique. Il dit : « Puisque les principes numériques de la musique se rattachent à la théorie des nombres abstraits, nous leur donnerons le second rang pour la facilité de notre étude (*) ». Et quelques lignes plus loin il ajoute : « Ainsi, dans notre plan, les lois numériques de la musique viendront immédiatement après l'arithmétique ; mais, d'après l'ordre naturel, la cinquième place doit être donnée à cette musique qui consiste dans l'harmonie des mondes (**). »

L'arithmétique, les lois mathématiques de la musique et l'astronomie sont seules parvenues jusqu'à nous. Il manque les livres sur la géométrie et sur la stéréométrie, ainsi que l'écrit sur l'harmonie du monde céleste que Théon dit expressément avoir composé (***).

Michel Psellus, écrivain byzantin du XIe siècle a composé un petit traité sur les quatre sciences mathématiques : Εὐσύνοπτον σύνταγμα εἰς τὰς τέσσαρας μαθηματικὰς ἐπιστήμας, ἀριθμητικὴν, μουσικὴν, γεωμετρίαν καὶ ἀστρονομίαν. Cet écrit

(*) I, II, p. 27, lignes 13-16 de la trad.
(**) *Loc. cit.*, lignes 26-30.
(***) III, XLIV, p. 331, ligne 26.

paraît être pour l'arithmétique, la musique et l'astronomie, un résumé des pages de Théon, mais il est tellement abrégé que nous ne croyons pas qu'on puisse combler en partie la lacune de Théon par les notions trop succinctes de géométrie et de stéréométrie de Michel Psellus.

La première partie de l'ouvrage de Théon traite des nombres pairs et des nombres impairs, des nombres hétéromèques et des nombres promèques, des nombres semblables, des nombres polygones et des nombres pyramidaux, des nombres latéraux et des nombres diagonaux,... Elle ne contient rien sur l'arithmétique pratique des Grecs, que Platon appelait λογιστική (science du calcul), et qu'il distinguait de l'ἀριθμητική (science des propriétés des nombres). Les démonstrations manquent, Théon se borne à de simples vérifications.

La seconde partie comprend 61 paragraphes : les 36 premiers traitent des nombres musicaux ; les 25 autres, qui traitent des analogies, des quaternaires et des médiétés, seraient presque tous mieux à leur place dans la première partie.

La troisième partie traite de la forme de la terre, du mouvement des planètes, des éclipses... Elle contient de nombreuses erreurs que le lecteur relèvera facilement.

Nous donnons, à la suite de la préface, une table alphabétique assez étendue des auteurs cités et des principales matières contenues dans ces trois parties.

Les seules éditions de Théon parues jusqu'à ce jour sont :

Theonis Smyrnaei Platonici, Eorum quæ in mathematicis ad Platonis lectionem vtilia sunt, Expositio. E Bibliotheca Thvana. Opus nunc primum editum, Latina versione, ac Notis illustratum ab Ismaele Bvllialdo. Lvtetiae Parisiorvm, MDCXLIV. — Éd. gr.-lat., petit in-4°, de 10-308 pages, contenant l'arithmétique et la musique.

Specimen Academicum inaugurale, exhibens Theonis

Smyrnaei arithmeticam, Ballialdi versione, lectionis diversitate et annotatione auctam... publico ac solenni examini submittit Janus Jacobus de Gelder..... Lugduni Batavorum, MDCCCXXVII. — Éd. gr.-lat. in-8°, de LXXII-200 pages, ne contenant que l'arithmétique, comme l'indique le titre.

Theonis Smyrnaei Platonici liber de Astronomia... textum primus edidit, latine vertit, descriptionibus geometricis, dissertatione et notis illustravit Th. H. Martin, Facultatis litterarum in Academia Rhedonensi decanus..... Parisiis, MDCCCXLIX. — Éd. gr.-lat. in-8°, de 480 pages, ne contenant que l'astronomie, ainsi que l'indique le titre.

Theonis Smyrnaei, Philosophi Platonici, Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium. Recensuit Eduardus Hiller Lipsiae, MDCCCLXXVIII. — Éd. gr. in-12, de VIII-216 pages.

Cette dernière édition, — très soignée comme celles de Boulliau, de de Gelder et de Thomas-Henri Martin — contient tout le texte grec de ce qui nous reste de Théon, et les nombreuses variantes de plusieurs manuscrits.

Nous offrons aux lecteurs de Platon et aux rares amis de l'histoire des sciences la première traduction française de ce qui nous reste de l'Exposition de Théon. Si les mathématiques n'ont rien à gagner à la publication de cette traduction, l'histoire des sciences peut y trouver du moins quelques renseignements utiles. Quant à nous, nous avons trouvé dans Théon la confirmation de l'interprétation que nous avons donnée en 1882 des termes énigmatiques du passage de la *République* de Platon, où il est question du *Nombre géométrique,* valeur hypothétique de la *grande année* après laquelle tous les événements humains devaient se reproduire dans le même ordre.

Tout le premier chapitre est rempli de citations de la *République,* d'*Épinomis,* des *Lois,* de *Phédon,* de *Phèdre* et de *Théétète,* dialogues de Platon ou attribués à Platon. C'est plutôt une introduction à tout l'ouvrage de Théon qu'une partie du livre sur l'arithmétique. Les citations étant rarement textuelles, au moins dans leur entier, sont très probablement faites de mémoire. Lorsque la différence des deux textes est trop sensible, nous avons cru devoir conserver en général celui de Théon. L'exception est signalée en note.

Outre les ouvrages de Platon et d'Aristote, ouvrages que Théon paraît avoir sus par cœur, il avait lu les livres d'un grand nombre d'auteurs (*) dont il cite, dans le cours de son Exposition, plusieurs passages qu'on ne trouve guère ailleurs.

Ce qui nous reste de l'Exposition de Théon nous est parvenu en deux parties : la première (p. 2-196 de notre édition) se trouve dans le ms. 307 de la bibliothèque Saint-Marc à Venise ; la seconde (p. 198-332) dans le ms. 303 de la même bibliothèque.

M. Édouard Hiller les a examinés à Bonn où ils lui avaient été envoyés, puis à Venise, avant de composer l'excellente édition dont nous avons parlé. Le premier manuscrit en parchemin est du XI^e^ ou XII^e^ siècle ; le second en papier de grand format est du XIV^e^ ou XV^e^ siècle. Les titres des chapitres de ces manuscrits, reproduits dans les éditions de Boulliau, de de Gelder et de Th.-H. Martin, étant souvent mal choisis ou assez mal placés, nous avons cru devoir en supprimer plusieurs du corps du texte, nous les reportons alors dans les notes des bas de pages. Nous avons conservé les numéros des paragraphes pour la commodité des renvois.

Quand nous proposons une leçon des manuscrits différente de celle d'Éd. Hiller, nous l'indiquons en note ; et quand nous proposons une leçon différente de celle des manuscrits, nous faisons suivre la note de nos initiales J. D. — Quoique nous conservions généralement alors

(*) Voyez la Table alphabétique.

dans le texte courant, la leçon d'Hiller, la traduction est faite sur la correction proposée en note.

La Bibliothèque nationale de Paris possède plusieurs manuscrits de Théon ; ils sont inscrits sous les n°s 1806, 1817, 1819, 1820, 2013, 2014, 2428, 2450, 2460. Ce dernier manuscrit contient entre autres ouvrages sur la musique, celui de Théon, sous ce titre : Θέωνος Πλατωνικοῦ συγκεφαλαίωσις καὶ σύνοψις τῆς ὅλης μουσικῆς. *Résumé et esquisse de toute la musique de Théon le Platonicien*. Outre les deux manuscrits de Venise dont nous avons parlé, M. Hiller signale encore, dans la préface latine de son édition, à la bibliothèque Saint-Marc de Venise, le ms. 512, du XIIIe ou XIVe siècle; à la bibliothèque Riccardienne de Florence, le manuscrit 41 du XVe siècle; à la Bibliothèque nationale de Naples, le ms. 260, du XVe ou XVIe siècle ; à la bibliothèque Barberine de Rome, le ms. 86, du XVIe siècle ; à la Vaticane, le ms. 221 et, dans la collection d'Urbin, le ms. 77, tous deux du XVIe siècle.

Voici l'indication de quelques autres bibliothèques qui possèdent des manuscrits de Théon :

En Angleterre, à Cambridge, bibliothèque du collège de la Trinité ; à Oxford, bibliothèque Bodléienne.

En Espagne, à l'Escurial.

En Hollande, à Leyde.

En Italie, à Bologne ; à Florence, bibliothèque Laurentienne ; à Milan, bibliothèque Ambrosienne ; à Turin, bibliothèque royale.

Nous avons collationné plusieurs passages de notre texte sur les manuscrits de la Bibliothèque nationale de Paris et sur les manuscrits de quelques bibliothèques d'Italie, pendant une mission dont nous avons été chargé en 1887 en Italie, en Grèce et en Bavière.

Chalcidius, philosophe platonicien du IIIe siècle, a inséré la plus grande partie de l'astronomie de Théon dans un commentaire latin sur le *Timée* (*). D'après H. Martin, qui a remarqué le premier cette insertion, Chalcidius n'a presque rien ajouté à l'ouvrage de Théon, qu'il semble donner comme sien. Il a omis ou résumé plusieurs passages importants et il en a mal compris quelques autres. Il n'a rien négligé, dit H. Martin, pour faire disparaître les traces de son larcin : *Furti autem sui vestigia sedulo delevit* (**).

Le commentaire de Chalcidius offre quelque avantage pour la correction du texte de Théon, et réciproquement.

Nous avons été très sobre de notes, de commentaires et de rectifications, voulant éviter de faire jouer à une œuvre scientifique, même très imparfaite, un rôle qui parût secondaire.

Nous donnons, après les notes, un Index des mots grecs qui ne se trouvent pas dans les dictionnaires ou qui n'y sont pas avec le sens que leur attribue Théon, et un Index des mots français nouveaux : pour éviter des périphrases qu'il aurait fallu souvent répéter dans un même paragraphe, nous avons dû franciser un certain nombres de mots grecs ou de mots latins correspondants.

Après les deux index, nous indiquons, comme Épilogue, nos dernières recherches — nous pourrions dire « notre dernier mot » — sur le *Nombre géométrique* de Platon.

Avant de livrer tout ce travail à l'impression, nous l'avons lu à M. Pierre-Auguste Bertauld, professeur agrégé de mathématiques, auteur d'un ouvrage philosophique très remarquable, en cours de publication, qui a pour titre : *Introduction à la Recherche des causes premières*. Quatre volumes parus dont les premiers ont été déjà réimprimés (librairie Félix Alcan), traitent de la méthode :

(*) Voy. *Fragmenta philosophorum graecorum*, t. II, p. 181-258, de l'éd. Didot, Paris, 1881.
(**) *Liber de astronomia*, p. 19.

méthode spinosiste, méthode hégélienne, méthode spiritualiste. Nous avons sollicité les objections du mathématicien-philosophe : elles ne nous ont pas fait défaut, nous en avons souvent tenu compte. Nous sommes heureux de lui en exprimer ici notre affectueuse reconnaissance.

J. D. PROVISEUR HONORAIRE,
DERNIER DIRECTEUR
DE L'ÉCOLE PROFESSIONNELLE FRANÇAISE DE MULHOUSE.

Paris, 12 août 1892.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES AUTEURS CITÉS DANS THÉON ET DES PRINCIPALES MATIÈRES

Le premier nombre, en caractères romains, indique le livre de Théon, le second indique le paragraphe.

Le nombre, en chiffres ordinaires, indique la page de la traduction.

La parenthèse vide ( ) tient lieu du mot ou des mots en tête de chaque alinéa : elle en indique la répétition.

EXPLICATION DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGNES

arith.	arithmétique.	math.	mathématiques.
astr.	astronomie.	m. à m.	mot à mot.
bibl.	bibliothèque.	ms.	manuscrit.
c.-à-d.	c'est-à-dire.	mus.	musique.
cap.	*caput.*	n.	note.
ch.	chapitre.	p.	page.
cf.	conférez.	*Rp.*	*République* (dialogue de Platon).
conj.	conjecture.		
défin.	définition.	s.-ent.	sous-entendu.
éd.	édition.	t.	tome.
éd. gr.-lat.	éd.grecque-latine.	trad.	traduction.
géom.	géométrie.	vol.	volume.
introd.	introduction.	voy.	voyez.
l.	ligne.	vs.	vers.
loc. cit.	*loco citato.*	J D.	le traducteur.

La parenthèse ordinaire ( ) sert à enclore un ou plusieurs mots d'explication que le traducteur ajoute à la version.

La parenthèse à crochets [ ] sert à enclore un ou plusieurs mots du texte que l'on propose de supprimer.

Et la parenthèse oblique < > sert à enclore un ou plusieurs mots que le traducteur propose d'ajouter au texte.

THÉON DE SMYRNE

PHILOSOPHE PLATONICIEN

ΘΕΩΝΟΣ ΣΜΥΡΝΑΙΟΥ

ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ

ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΧΡΗΣΙΜΩΝ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΛΑΤΩΝΟΣ ΑΝΑΓΝΩΣΙΝ

< ΜΕΡΟΣ Α >

< Εἰσαγωγή >

Ὅτι ἀναγκαῖα τὰ μαθήματα

α. Ὅτι μὲν οὐχ οἷόν τε συνεῖναι τῶν μαθηματικῶς λεγομένων παρὰ Πλάτωνι μὴ καὶ αὐτὸν ἠσκημένον ἐν τῇ θεωρίᾳ ταύτῃ, πᾶς ἄν που ὁμολογήσειεν · ὡς δὲ οὐδὲ τὰ ἄλλα ἀνωφελὴς οὐδὲ ἀνόνητος ἡ περὶ ταῦτα ἐμπειρία, διὰ πολλῶν αὐτὸς ἐμφανίζειν ἔοικε. τὸ μὲν οὖν συμπάσης γεωμετρίας καὶ συμπάσης μουσικῆς καὶ ἀστρονομίας ἔμπειρον γενόμενον τοῖς Πλάτωνος συγγράμμασιν ἐντυγχάνειν μακαριστὸν μὲν εἴ τῳ γένοιτο, οὐ μὴν εὔπορον οὐδὲ ῥᾴδιον ἀλλὰ πάνυ πολλοῦ τοῦ ἐκ παίδων πόνου · δεόμενον. ὥστε δὲ τοὺς διημαρτηκότας τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀσκηθῆναι, ὀρεγομένους δὲ τῆς γνώσεως τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ μὴ παντάπασιν ὧν ποθοῦσι διαμαρτεῖν, κεφαλαιώδη καὶ σύντομον ποιησόμεθα τῶν ἀναγκαίων καὶ ὧν δεῖ μάλιστα τοῖς ἐντευξομένοις Πλάτωνι μαθηματικῶν θεωρημάτων παράδοσιν, ἀριθμητικῶν τε καὶ μουσικῶν καὶ γεωμετρικῶν τῶν τε κατὰ στερεομετρίαν καὶ ἀστρονομίαν, ὧν χωρὶς

THÉON DE SMYRNE

PHILOSOPHE PLATONICIEN

DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES UTILES POUR LA LECTURE DE PLATON

PREMIÈRE PARTIE

INTRODUCTION

De l'utilité des mathématiques

I. Tout le monde conviendra assurément qu'il n'est pas possible de comprendre ce que Platon a écrit sur les mathématiques, si l'on ne s'est pas adonné à leur étude. Lui-même a montré en beaucoup d'endroits que cette connaissance n'est pas inutile et sans fruit pour les autres sciences. Celui-là donc doit être estimé très heureux qui, en abordant les écrits de Platon, possède bien toute la géométrie, toute la musique et l'astronomie. Mais ce sont là des connaissances dont l'acquisition n'est ni rapide, ni facile; elle exige, au contraire, un travail assidu dès la première jeunesse. Dans la crainte que ceux qui n'ont pas eu la possibilité de cultiver les mathématiques et qui désirent néanmoins connaître les écrits de Platon ne se voient forcés d'y renoncer, nous donnerons ici un sommaire et un abrégé des connaissances nécessaires et la tradition des théorèmes mathématiques les plus utiles sur l'arithmétique, la musique, la géométrie, la stéréométrie et οὐχ οἷόν τε εἶναί φησι τυχεῖν τοῦ ἀρίστου βίου, διὰ πολλῶν πάνυ δηλώσας ὡς οὐ χρὴ τῶν μαθημάτων ἀμελεῖν.

Ἐρατοσθένης μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ Πλατωνικῷ φησιν ὅτι, Δηλίοις τοῦ θεοῦ χρήσαντος ἐπὶ ἀπαλλαγῇ λοιμοῦ βωμὸν τοῦ ὄντος διπλασίονα κατασκευάσαι, πολλὴν ἀρχιτέκτοσιν ἐμπεσεῖν ἀπορίαν ζητοῦσιν ὅπως χρὴ στερεὸν στερεοῦ γενέσθαι διπλάσιον, ἀφικέσθαί τε πευσομένους περὶ τούτου Πλάτωνος. τὸν δὲ φάναι αὐτοῖς, ὡς ἄρα οὐ διπλασίου βωμοῦ ὁ θεὸς δεόμενος τοῦτο Δηλίοις ἐμαντεύσατο, προφέρων δὲ καὶ ὀνειδίζων τοῖς Ἕλλησιν ἀμελοῦσι μαθημάτων καὶ γεωμετρίας ὠλιγωρηκόσιν.

ἀκολούθως δὲ τῇ τοῦ Πυθίου παραινέσει πολλὰ καὶ αὐτὸς διέξεισιν ὑπὲρ τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασι χρησίμου. ἔν τε γὰρ τῇ Ἐπινομίδι προτρέπων ἐπὶ τὰ μαθήματά φησιν · οὐ γὰρ ἄνευ τούτων ποτέ τις ἐν πόλει εὐδαιμόνων γενήσεται φύσις , ἀλλ' οὗτος ὁ τρόπος, αὕτη ἡ τροφή, ταῦτα τὰ μαθήματα, εἴτε χαλεπὰ εἴτε ῥᾴδια, διὰ ταύτης ἰτέον · ἀμελῆσαι δὲ οὐ θεμιτόν ἐστι θεῶν. καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς τὸν τοιοῦτόν φησιν ἐκ πολλῶν ἕνα γεγονότα εὐδαίμονά τε ἔσεσθαι καὶ σοφώτατον ἅμα καὶ μακάριον.

ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ φησίν · ἐκ τῶν κε' ἐτῶν οἱ προκριθέντες τιμάς τε τῶν ἄλλων μείζους οἴσονται, τά τε χύδην μαθήματα πᾶσιν ἐν τῇ παιδείᾳ γενόμενα τούτοις συνακτέον εἰς σύνοψιν οἰκειότητός τε ἀλλήλων τῶν μαθημάτων καὶ τῆς τοῦ ὄντος φύσεως. παραινεῖ τε πρῶτον μὲν ἔμπειρον γενέσθαι ἀριθμητικῆς, ἔπειτα γεωμετρικῆς, τρίτον δὲ στερεομετρίας, τέταρτον ἀστρονο-

Ligne 16 διά ταύτης ἰτέον] les diverses éditions de Platon donnent ταύτῃ πορευτέον, cf. *Épinomis*, p. 992 B.

19 κε' ἐτῶν] le texte de Platon porte εἰκοσιετῶν, cf. *République* VII, p. 537 B.

l'astronomie, sciences sans lesquelles il est impossible d'être parfaitement heureux, comme il le dit *, après avoir longuement démontré qu'on ne doit pas négliger les mathématiques.

Ératosthène, dans le livre qui a pour titre le *Platonicien*, rapporte que les Déliens ayant interrogé l'oracle sur le moyen de se délivrer de la peste, le dieu leur ordonna de construire un autel double de celui qui existait déjà. Ce problème jeta les architectes dans un étrange embarras. Ils se demandaient comment on peut faire un solide double d'un autre. Ils interrogèrent Platon sur la difficulté. Celui-ci leur répondit que le dieu avait ainsi rendu l'oracle, non qu'il eût aucun besoin d'un autel double, mais pour reprocher aux Grecs de négliger l'étude des mathématiques et de faire peu de cas de la géométrie *.

Pour entrer dans ces vues d'Apollon Pythien, il s'étendit dès lors longuement, dans ses entretiens, sur l'utilité des mathématiques. C'est ainsi que dans l'*Epinomis,* voulant exciter à les étudier, il dit : « Personne, certes, ne saurait être « heureux dans l'État, s'il les ignore ; telle est la voie, telle « est l'éducation, telles sont les sciences, faciles ou non à « apprendre, qui peuvent conduire à cette fin ; on n'a pas « le droit de négliger les dieux... *. » Plus loin il dit encore : que « s'il y en a un seul qui soit tel (mathématicien), c'est « celui-là qui sera favorisé de la fortune et au comble de la « sagesse et de la félicité * ».

Dans la *République,* voici ce qu'il écrit : « A partir de vingt-« cinq ans, ceux qu'on aura choisis obtiendront des distinc-« tions plus honorables et on devra leur présenter dans leur « ensemble les sciences que tous, dans l'enfance, ont étudiées « isolément, afin qu'ils saisissent sous un point de vue général « et les rapports que ces sciences ont entre elles, et la nature « de l'être *». Il prescrit de se livrer d'abord à l'étude de

Ligne 2 *Épinomis*, p. 992 A. — 14 Voyez note 1, après la traduction. — 22 *Épinomis*, passage cité. — 25 *Épinomis*, p. 992 B. — 32 *République*, VII, p. 537 B, le texte de Platon porte vingt ans au lieu de vingt-cinq ans.

μίας, ἥν φησιν εἶναι θεωρίαν φερομένου στερεοῦ, πέμπτον δὲ μουσικῆς. τό τε χρήσιμον παραδεικνὺς τῶν μαθημάτων φησίν· ἡδὺς εἶ, ὅτι ἔοικας δεδιέναι, μὴ ἄχρηστα τὰ μαθήματα προστάττοιμι. τὸ δ' ἔστιν οὐ πάνυ φαύλοις, ἀλλὰ πᾶσι χαλεπὸν πιστευθῆναι, ὅτι ἐν τούτοις τοῖς μαθήμασιν ἑκάστου οἷον ὀργάνοις τὸ ψυχῆς ἐκκαθαίρεται καὶ ἀναζωπυρεῖται ὄμμα τυφλούμενον καὶ ἀποσβεννύμενον ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐπιτηδευμάτων, κρεῖττον ὂν σωθῆναι μυρίων ὀμμάτων· μόνῳ γὰρ αὐτῷ ἀλήθεια ὁρᾶται.

ἐν δὲ τῷ ἑβδόμῳ τῆς Πολιτείας περὶ ἀριθμητικῆς λέγων ὡς ἔστιν ἀναγκαιοτάτη πασῶν φησιν, ἔπειτα ἧς δεῖ πάσαις μὲν τέχναις, πάσαις δὲ διανοίαις καὶ ἐπιστήμαις καὶ τῇ πολεμικῇ. παγγέλοιον γοῦν στρατηγὸν Ἀγαμέμνονα ἐν ταῖς τραγῳδίαις Παλαμήδης ἑκάστοτε ἀποφαίνει. φησὶ γὰρ ἀριθμὸν εὑρὼν τάς τε τάξεις καταστῆσαι τῷ στρατοπέδῳ ἐν Ἰλίῳ καὶ ἐξαριθμῆσαι ναῦς τε καὶ τὰ ἄλλα πάντα, ὡς πρὸ τοῦ ἀναριθμήτων ὄντων καὶ τοῦ Ἀγαμέμνονος ὡς ἔοικεν οὐδὲ ὅσους εἶχε πόδας εἰδότος, εἴγε μὴ ἠπίστατο ἀριθμεῖν. κινδυνεύει οὖν τῶν πρὸς νόησιν ἀγόντων φύσει εἶναι, καὶ οὐδεὶς αὐτῷ χρῆται ἑλκτικῷ ὄντι πρὸς οὐσίαν καὶ νοήσεως παρακλητικῷ.

Les manuscrits et les textes imprimés de Théon contiennent en général peu d'alinéas, nous en augmentons le nombre pour que la traduction française soit toujours en regard du texte grec.

l'arithmétique, puis à celle de la géométrie, en troisième lieu à celle de la stéréométrie, ensuite à celle de l'astronomie qu'il dit être l'étude du solide en mouvement, enfin il exhorte à apprendre en cinquième lieu la musique. Après avoir montré l'utilité des mathématiques, il dit : « Vous êtes amusant, « vous qui semblez craindre que je vous impose des études inu- « tiles. Ce n'est pas seulement, du reste, à des esprits médio- « cres, c'est à tous les hommes qu'il est difficile de se persuader « que c'est par ces études, comme avec des instruments, que « l'on purifie l'œil de l'âme et qu'on fait briller d'un nouveau « feu cet organe qui était obscurci et comme éteint par les « ténèbres des autres sciences, organe dont la conservation « est plus précieuse que celle de dix mille yeux, puisque c'est « par celui-là seul que nous contemplons la vérité * ».

Dans le septième livre de la *République*, parlant de l'arithmétique, il dit que c'est de toutes les connaissances la plus nécessaire, puisque c'est celle dont ont besoin tous les arts, toutes les conceptions de notre esprit, toutes les sciences et l'art militaire lui-même. « Palamède, dit-il, représente sou- « vent, dans les tragédies, Agamemnon comme un plaisant « général; il se vante d'avoir inventé les nombres et d'avoir « mis de l'ordre dans le camp et dans la flotte des Grecs « devant Ilion et dans tout le reste, tandis qu'auparavant on « n'avait fait aucun dénombrement et qu'Agamemnon lui- « même semblait ne pas savoir combien il avait de pieds, car « il ignorait complètement l'art de compter. L'arithmétique « semble donc par sa nature appartenir à tout ce qui élève « l'âme à la pure intelligence et l'amène à la contemplation

14 *République* VII, p. 527 D, le texte de cette citation et des suivantes diffère sensiblement de celui de Platon. Plutarque semble avoir imité en partie le passage quand il dit : « Accoutumée, par les fortes atteintes de la souffrance et du plaisir, à prendre pour un être réel la substance incertaine et changeante des corps, l'intelligence devient aveugle à l'égard de l'être véritable : elle perd l'organe qui à lui seul vaut dix mille yeux, je veux dire la vue de la lumière de l'âme par laquelle seule peut se voir la divinité » *Symposiaques*, VIII, quest. II, I, p. 718 E.

ὅσα μὲν γὰρ ἁπλῶς κινεῖ τὴν αἴσθησιν, οὐκ ἔστιν ἐπεγερτικὰ καὶ παρακλητικὰ νοήσεως, οἷον ὅτι ὁ ὁρώμενος δάκτυλός ἐστι, καὶ ὅτι παχὺς ἢ λεπτὸς ἢ μέγας ἢ μικρός. ὅσα δ' ἐναντίως κινεῖ αἴσθησιν, ἐπεγερτικὰ καὶ παρακλητικὰ ἐστι διανοίας, οἷον ὅταν τὸ αὐτὸ φαίνηται μέγα καὶ μικρόν, κοῦφον καὶ βαρύ, ἓν καὶ πολλά. καὶ τὸ ἓν οὖν καὶ ὁ ἀριθμὸς παρακλητικὰ καὶ ἐπεγερτικά ἐστι διανοίας, ἐπεὶ τὸ ἕν ποτε πολλὰ φαίνεται · λογιστικὴ δὲ καὶ ἀριθμητικὴ ὁλκὸς καὶ ἀγωγὸς πρὸς ἀλήθειαν. ἁπτέον δὲ λογιστικῆς μὴ ἰδιωτικῶς, ἀλλ' ὡς ἂν ἐπὶ θέαν τῆς τῶν ἀριθμῶν φύσεως ἀφίκωνται τῇ νοήσει, οὐδὲ πράσεως χάριν ἐμπόρων ἢ καπήλων μελετῶντας, ἀλλ' ἕνεκα ψυχῆς τῆς ἐπ' ἀλήθειαν καὶ οὐσίαν ὁδοῦ. τοῦτο γὰρ ἄνω ἄγει τὴν ψυχὴν καὶ περὶ αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν ἀναγκάζει διαλέγεσθαι, οὐκ ἀποδεχόμενον, ἄν τις αὐτῷ σώματα ἢ αὖ τὰ ὁρατὰ ἔχοντα ἀριθμοὺς προσφερόμενος διαλέγηται.

καὶ πάλιν ἐν τῷ αὐτῷ φησιν · ἔτι οἱ λογιστικοὶ εἰς ἅπαντα τὰ μαθήματα ὀξεῖς φύονται, οἵ τε βραδεῖς εἰς τὸ ὀξύτεροι αὐτοὶ αὐτῶν γενέσθαι. ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ φησι · καὶ ἐν πολέμῳ δ' αὖ χρήσιμον πρὸς τὰς στρατοπεδεύσεις καὶ καταλήψεις χωρίων καὶ ξυναγωγὰς καὶ ἐκτάσεις στρατιᾶς. ἔν τε τοῖς ἑξῆς ἐπαινῶν τὴν περὶ τὰ τοιαῦτα μαθήματα σπουδήν, γεωμετρία μέν, φησίν, ἐστὶ περὶ τὴν τοῦ ἐπιπέδου θεωρίαν, ἀστρονομία δὲ περὶ τὴν τοῦ στερεοῦ φοράν ·

20 ἐκτάσεις cf. Platon, *Rp*. VII, p. 526 D; il y a dans Théon ἐξετάσεις, nous remplaçons la leçon de Théon ἐξετάσις (examen, revue) par le mot de Platon ἐκτάσις (développement) qui est opposé à ξυναγωγή (concentration).

« de l'être ; mais personne n'en fait usage comme il faut * ». Les choses qui ne font qu'une seule impression sur nos sens n'invitent point l'entendement à la réflexion : telle est la vue d'un doigt gros ou mince, long ou court, mais celles qui font naître deux sensations opposées ont le pouvoir de réveiller et d'exciter notre entendement, comme lorsque le même objet nous paraît grand ou petit, léger ou lourd, un ou multiple. C'est donc l'unité et le nombre qui ont la vertu de réveiller et d'exciter notre intelligence, puisque ce qui est *un* nous paraît quelquefois multiple. La science du calcul et l'arithmétique nous conduisent donc à la connaissance de la vérité *. « L'art du calcul ne doit donc pas être traité à la manière du « vulgaire, mais de façon à conduire les hommes à la con- « templation de l'essence des nombres, non en vue du com- « merce, comme font les marchands et les courtiers, mais « pour le bien de l'âme, en lui facilitant les moyens de s'éle- « ver de l'ordre des choses qui passent, vers la vérité et l'être. « C'est, en effet, cette étude qui, donnant à notre âme un puis- « sant élan vers la région supérieure, l'oblige à raisonner sur « les nombres tels qu'ils sont en eux-mêmes, sans jamais « souffrir que la discussion porte sur des unités visibles et « tangibles * ». Il dit encore dans le même livre : « Ceux qui « savent calculer s'appliquent avec succès à toutes les scien- « ces, et ceux mêmes qui ont l'esprit plus lent, deviennent « par là plus intelligents * ». Dans le même livre il assure encore que, dans la guerre même, l'art de calculer est très utile « pour les campements, pour la prise de possession des « places, pour la concentration et le développement des « troupes * ». Plus loin, faisant l'éloge des mêmes sciences, il dit que la géométrie s'occupe des surfaces, mais « que

1 *Rp.* VII, pp. 522 D-523 D, ce sont les poètes qui ont prêté ce langage à Palamède dans plusieurs tragédies où ils lui faisaient jouer un rôle. — 11 Cf. *Rp.* VII, p. 525 B. *Philèbe*, pp. 14 et suiv. *Gorgias*, pp. 450 D-451 C, voyez la distinction que Platon établit entre la science du calcul, λογιστική, et la science des nombres, ἀριθμητική. — 22 Cf. *Rp.* VII, p. 525 CD. — 25 *Rp.* VII, p. 526 B. — 29 *Rp.* VII, p. 526 D.

αὕτη δ' ἀναγκάζει εἰς τὸ ἄνω ὁρᾶν καὶ ἀπὸ τῶν ἐνθένδε ἐκεῖσε ἄγει. καὶ μὲν δὴ περὶ μουσικῆς ἐν τῷ αὐτῷ φησιν, ὅτι δυεῖν δεῖται ἡ τῶν ὄντων θεωρία, ἀστρονομίας καὶ ἁρμονίας · καὶ αὗται ἀδελφαὶ αἱ ἐπιστῆμαι, ὡς οἱ Πυθαγορικοί.

οἱ μὲν οὖν τὰς ἀκουομένας συμφωνίας αὖ καὶ φθόγγους ἀλλήλοις ἀναμετροῦντες ἀνήνυτα πονοῦσι τελείως παραβάλλοντες τὰ ὦτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρώμενοι, οἱ μέν φασιν ἀκούειν ἐν μέσῳ τινὰ ἦχον καὶ μικρότατον εἶναι διάστημα τοῦτο, ᾧ μετρητέον, οἱ δὲ ἀμφισβητοῦσιν ὡς ὅμοιον ἤδη φθεγγομένου, τὰ ὦτα τοῦ νοῦ προστησάμενοι. ταῖς χορδαῖς πράγματα παρέχουσιν ἐπὶ τῶν κολλάβων στρεβλοῦντες. οἱ δὲ ἀγαθοὶ ἀριθμητικοὶ ζητοῦσιν ἐπισκοποῦντες, τίνες σύμφωνοι ἀριθμοὶ [ἀριθμοῖς] καὶ τίνες οὔ. καὶ τοῦτο χρήσιμον πρὸς τὴν τοῦ ἀγαθοῦ καὶ καλοῦ ζήτησιν, ἄλλως δὲ ἄχρηστον. καὶ τούτων πάντων ἡ μέθοδος ἂν μὲν ἐπὶ τὴν ἀλλήλων ἀφίκηται κοινωνίαν καὶ ξυλλογισθῇ ᾗ ἐστιν ἀλλήλοις οἰκεῖα, φέρει αὐτῶν ἡ πραγματεία καρπόν. οἱ δὲ ταῦτα δεινοὶ διαλεκτικοί · οὐ γὰρ μὴ δύνωνται λαβεῖν τε καὶ ἀποδέξασθαι λόγον. οὐχ οἷόν τε δὲ τοῦτο μὴ δι' ἐκείνων ἐλθόντα τῶν μαθημάτων · ὁδὸς γάρ ἐστι δι' αὐτῶν ἐπὶ τὴν τῶν ὄντων θέαν ἐν τῷ διαλέγεσθαι.

πάλιν τε ἐν τῷ Ἐπινομίῳ πολλὰ μὲν καὶ ἄλλα ὑπὲρ ἀριθμη-

« l'astronomie a pour objet le solide en mouvement, qu'en « conséquence elle oblige l'âme à regarder en haut et à « passer des choses de la terre à la contemplation de celles « du ciel * ». Dans le même écrit, il parle de la musique parce que, pour la contemplation de tout ce qui existe, il faut deux choses, « l'astronomie et l'harmonie qui, selon la doctrine des Pythagoriciens, sont deux sciences sœurs * ». Ceux-là donc font un travail inutile qui, cherchant à saisir les nuances diatoniques et à comparer les sons, se contentent de prêter attentivement l'oreille et de s'approcher le plus possible de l'instrument, comme s'ils voulaient surprendre la conversation du voisin *. Les uns disent qu'ils entendent un certain son particulier entre deux sons et que l'intervalle est le plus petit qui se puisse apprécier. Les autres doutent de l'existence de ce son. Préférant tous l'autorité de l'oreille à celle de l'esprit, ils cherchent la vérité en pinçant les cordes et en tournant les clefs de leurs instruments. Mais les arithméticiens habiles cherchent par la réflexion quels sont les nombres qui répondent aux consonnances et forment l'harmonie, et quels sont ceux qui répondent aux dissonances *. Cette étude conduit à la recherche du bien et du beau, toute autre est inutile. Toute méthode, si elle est générale et s'étend à toutes les propriétés communes des choses, en resserrant les liens de leurs affinités mutuelles, portera son fruit selon l'ardeur et le zèle avec lesquels on s'y sera appliqué. Il est impossible, en effet, que les dialecticiens qui y sont habiles ne sachent pas se rendre compte à eux-mêmes, et rendre compte aux autres, de la raison des choses *. C'est à quoi personne n'arrivera s'il ne prend ces sciences pour guide, car c'est en raisonnant d'après elles que nous arrivons à la contemplation des choses.

Dans l'*Épinomis,* Platon revient encore sur l'arithmétique

4 *Rp.* VII, p. 529 A. — 7 *Rp.* VII, p. 530 D. — 12 *Rp.* VII, p. 531 A; voyez plus loin § II, p. 27. — 21 *Rp.* VII p. 531 C. — 28 *Rp.* VII, p. 531 D.

τικῆς διεξέρχεται, θεοῦ δῶρον αὐτὴν λέγων, καὶ οὐχ οἷόν τε ἄνευ ταύτης σπουδαῖον γενέσθαι τινά. ὑποβὰς δὲ ἄντικρύς φησιν· εἴπερ γὰρ ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ ἄν που ἔτι φρόνιμοι γενοίμεθα, οὐδ' ἂν ἔτι ποτὲ τούτου τοῦ ζῴου, φησίν, ἡ ψυχὴ πᾶσαν ἀρετὴν λάβοι· σχεδὸν ὁ τούτου λόγος εἴη. ζῷον δὲ ὅ τι μὴ γινώσκοι δύο καὶ τρία μηδὲ περιττὸν μηδὲ ἄρτιον, ἀγνοοῖ δὲ τὸ παράπαν ἀριθμόν, οὐκ ἄν ποτε διδόναι λόγον, περὶ ὧν αἰσθήσεις καὶ μνήμας μόνον εἴη κεκτημένος· στερόμενος δὲ ἀληθοῦς λόγου σοφὸς οὐκ ἄν ποτε γένοιτο. οὐ μὴν οὐδὲ τὰ τῶν ἄλλων τεχνῶν λεγόμενα, ἃ νῦν διήλθομεν, οὐδέποτε τούτων οὐδὲν μένει, πάντα δὲ ἀπολεῖται τὸ παράπαν, ὅταν ἀριθμητικῆς τις ἀμελῇ. δόξειε δ' ἂν ἴσως τισὶ βραχέως ἀριθμοῦ δεῖσθαι τὸ τῶν ἀνθρώπων γένος, ὡς εἰς τὰς τέχνας ἀποβλέψασι· καίτοι μέγα μὲν καὶ τοῦτο. εἰ δέ τις ἴδοι τὸ θεῖον τῆς γενέσεως καὶ τὸ θνητόν, ἐν ᾧ καὶ τὸ θεοσεβὲς γνωρισθήσεται καὶ ὁ ἀριθμὸς ὄντως, οὐκ ἂν ἔτι πᾶς μάντις γνοίη σύμπαντα ἀριθμόν, ὅσης ἡμῖν δυνάμεως αἴτιος ἂν εἴη συγγινόμενος, ἐπεὶ καὶ μουσικὴν πᾶσαν δι' ἀριθμοῦ μετὰ κινήσεώς τε καὶ φθόγγων δῆλον ὅτι δεῖ. καὶ τὸ μέγιστον, ἀγαθὸν ὡς πάντων αἴτιον· ὅτι δὲ κακῶν οὐδενός ἐστι, τοῦτο γνωστέον. σχεδὸν δὲ ἀλόγιστος, ἄτακτος, ἀσχήμων τε καὶ ἄρρυθμος ἀνάρμοστός τε σφόδρα καὶ πάνθ' ὅσα κακοῦ κεκοινώνηκέ τινος, ὅστις λέλειπται παντὸς ἀριθμοῦ.

ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησιν· ἔστιν ἔχον μηδεὶς ἡμᾶς ποτε πειθέτω τῆς εὐσεβείας εἶναι τῷ θνητῷ γένει. ἐκ γὰρ τούτου φύεσθαι [καὶ τὰς ἄλλας ἀρετὰς τῷ μαθόντι κατὰ τρόπον.

18 δι' ἀριθμοῦ μετὰ] διαριθμουμένων, *Epinomis*, p. 978 A.

qu'il appelle « un don de Dieu* » et il dit que personne ne saurait devenir vertueux sans elle. Passant ensuite à la description du contraire, il dit* : « Si on ôtait le nombre à l'hu« manité, on lui rendrait impossible toute prudence : l'âme « de l'animal destitué de raison serait incapable d'aucune « vertu ; elle n'aurait même plus son essence. Certes l'animal « qui ne sait distinguer ni deux ni trois, qui ne connaît ni le « pair ni l'impair, enfin qui ne sait rien du nombre, ne sera « jamais en état de rendre raison d'aucune chose, ne la con« naissant que par les sens et la mémoire. Privé de la vraie « raison, il ne deviendra jamais sage*. Passons en revue tout « ce qui a rapport aux autres arts, nous verrons qu'il n'en « est aucun qui puisse subsister, aucun qui ne périsse, si on « ôte la science du nombre. A ne considérer que les arts, on « pourrait croire avec quelque raison que cette science n'est « nécessaire au genre humain que pour des objets de peu « d'importance ; ce serait déjà beaucoup. Mais celui qui con« sidérera ce qu'il y a de divin dans l'origine de l'homme et « ce qu'il y a de mortel en lui, quel besoin de piété il a envers « les dieux, celui-là reconnaîtra en lui le nombre, et nul, fut« il un prophète, ne saura ni ne comprendra jamais de com« bien de facultés et de force le nombre est pour nous la « source. Il est évident, par exemple, que la musique ne peut « se passer de mouvements et de sons mesurés par les nom« bres, et il n'est pas moins évident que le nombre, comme « source de tous les biens, ne saurait être la cause d'aucun « mal. » Au contraire, celui à qui tout nombre échappe manque en quelque sorte de raison ; il est sans ordre, sans beauté, sans grâce et enfin privé de toutes les perfections. Plus loin, il continue ainsi : « Personne ne nous persuadera « jamais qu'il y ait pour le genre humain une vertu plus « grande et plus auguste que la piété* », car c'est par elle que

1 « Je crois, dit-il, qu'un dieu plutôt que le hasard nous a fait don de cette science pour notre conservation. » *Épinomis*, p. 976 E. — 3 *Épinomis*, p. 977 C. — 11 *Épinomis*, p. 977 D. — 32 *Épinomis*, 989 B.

ἔπειτα παραδείκνυσι θεοσέβειαν ὅτῳ τρόπῳ τις μαθήσεται. λέγει δὲ δεῖν μαθεῖν πρῶτον ἀστρονομίαν. εἰ γὰρ τὸ καταψεύδεσθαι καὶ ἀνθρώπων δεινόν, πολὺ δεινότερον θεῶν · καταψεύδοιτο δ' ἂν ὁ ψευδεῖς ἔχων δόξας περὶ θεῶν · ψευδεῖς δ' ἂν δόξας ἔχοι περὶ θεῶν ὁ μηδὲ τὴν τῶν αἰσθητῶν θεῶν φύσιν ἐπεσκεμμένος, τουτέστιν ἀστρονομίαν. ἀγνοεῖσθαι δέ φησι τοῖς πολλοῖς, ὅτι σοφώτατον ἀνάγκη τὸν ἀληθῶς ἀστρονόμον εἶναι, μὴ τὸν καθ' Ἡσίοδον ἀστρονομοῦντα, οἷον δυσμάς τε καὶ ἀνατολὰς ἐπεσκεμμένον, ἀλλὰ τὰς περιόδους τῶν ἑπτά, ὃ μὴ ῥᾳδίως ποτε πᾶσα φύσις ἱκανὴ γένοιτο θεωρῆσαι. τὸν δ' ἐπὶ ταῦτα παρασκευάζοντα φύσεις οἵας δυνατὸν πολλὰς προδιδάσκειν χρεία ἐστὶν ἐθίζοντα παῖδα ὄντα καὶ νεανίσκον διὰ μαθημάτων · ὧν τὸ μέγιστον εἶναι ἀριθμῶν ἐπιστήμονα αὐτῶν, ἀλλ' οὐ σώματα ἐχόντων, καὶ αὐτῆς τῆς τοῦ περιττοῦ τε καὶ ἀρτίου γενέσεώς τε καὶ δυνάμεως, ὅσον παρέχεται πρὸς τὴν τῶν ὄντων φύσιν. τούτοις δὲ ἐφεξῆς μαθήματα μὲν καλοῦσι, φησί, σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν · ἔστι δὲ τῶν οὐκ ὄντων ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν ὁμοίωσις πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν · λέγει δέ τινα καὶ ἑτέραν ἐμπειρίαν καὶ τέχνην, ἣν δὴ στερεομετρίαν καλεῖ, εἴ τις, φησί, τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐξ ὧν τὰ ἐπίπεδα εἶναι αὐξηθέντας ὁμοίους καὶ ἀνομοίους ὄντας, ὡς προεῖπον, στερεὰ ποιεῖ σώματα · τοῦτο δὲ θεῖόν τε καὶ θαυμαστόν ἐστι.

καὶ ἐν Νόμοις δὲ περὶ συμφωνίας τῆς κατὰ μουσικήν φησι ·

23 ἐν Νόμοις] il y a dans Théon ἐν Πολιτείᾳ, l'auteur qui cite de mémoire, s'est trompé de dialogue, cf. *Lois*, III, p. 689 D.

celui qui a pris soin de s'instruire acquiert les autres vertus. Il montre ensuite comment on inspire la piété envers les dieux; puis il dit que c'est par l'astronomie qu'il faut commencer, car, s'il est honteux de commettre le mensonge à l'égard des hommes, il l'est bien plus de le commettre à l'égard des dieux. Or, celui-là est menteur qui se fait des dieux une fausse opinion, l'exprime et n'a pas même étudié la nature des dieux sensibles, c'est-à-dire l'astronomie. « Ignorez-vous, dit-il, que celui-là est nécessairement très sage qui est véritablement astronome, non pas astronome à la manière d'Hésiode, s'occupant à observer le lever et le coucher des astres, mais celui qui scrute les révolutions des sept planètes, de la connaissance desquelles tout le génie de l'homme est à peine capable * ». Or celui qui se propose de préparer les esprits des hommes à ces études, lesquelles supposent beaucoup de connaissances préliminaires, doit s'être rendu les sciences mathématiques familières dès son enfance et pendant toute sa jeunesse, et, parmi ces sciences, la meilleure, la principale, est la science des nombres abstraits et séparés de toute matière, celle aussi de la génération et de la vertu du pair et de l'impair, en tant qu'elle contribue à faire connaître la nature des choses *. Après cette science, il en est une, dit-il, à laquelle on a donné le nom parfaitement ridicule de géométrie, car elle comprend une assimilation de nombres qui ne sont pas semblables entre eux par nature, assimilation que met en évidence la condition des surfaces. Il fait ensuite mention d'une autre science qu'il appelle stéréométrie : si quelqu'un, dit-il, multipliant trois nombres, rend le produit semblable (à un autre) de dissemblable qu'il était, il fera une œuvre vraiment divine et merveilleuse *.

Dans les *Lois*, parlant de l'harmonie musicale, il dit que

14 *Épinomis*, p. 990 A. — 22 *id.*, p. 990 C. — 30 Platon fait sans doute allusion à ce problème « construire un parallélipipède rectangle semblable à un parallélipipède rectangle donné et qui soit à ce solide dans un rapport donné » problème dont celui de la duplication du cube n'est qu'un cas particulier.

καλλίστη καὶ μεγίστη τῶν περὶ πόλεων συμφωνιῶν ἐστιν ἡ σωφία, ἧς ὁ μὲν κατὰ λόγον ζῶν μέτοχος, ὁ δὲ ἀπολειπόμενος οἰκοφθόρος καὶ περὶ πόλιν οὐδαμῇ σωτήριος, ἅτε τὰ μέγιστα ἀμαθαίνων.

καὶ ἐν τῷ τρίτῳ δὲ τῆς Πολιτείας, διδάσκων ὅτι μόνος μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, φησίν · ἄρ' οὖν πρὸς θεῶν οὕτως οὐδὲ μουσικοὶ πρότερον ἐσόμεθα, οὔτε αὐτοὶ οὔτε οὓς φαμεν ἡμεῖς παιδευτέον εἶναι τοὺς φύλακας, πρὶν ἂν ἅπαντα τὰ τῆς σωφροσύνης εἴδη καὶ ἀνδρείας καὶ μεγαλειότητος καὶ μεγαλοπρεπείας καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ καὶ τὰ τούτων ὑπεναντία πανταχῇ περιφερόμενα χωρίζωμεν καὶ ἐνόντα ἐν οἷς ἔστιν αἰσθανώμεθα καὶ αὐτὰ καὶ εἰκόνας αὐτῶν καὶ μήτε ἐν μικροῖς μήτε ἐν μεγάλοις ἀτιμάζωμεν, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς οἰώμεθα τέχνης εἶναι καὶ μελέτης; διὰ γὰρ τούτων καὶ τῶν πρὸ αὐτῶν τί τε ὄφελος ἐκ μουσικῆς δηλοῖ, καὶ ὅτι μόνος ὄντως μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, ἄμουσος δὲ ὁ κακός. τῇ μὲν γὰρ εὐηθείᾳ ὄντως, ἥτις ἐστὶν ἀρετὴ τὸ εὖ τὰ ἤθη κατεσκευασμένα ἔχειν, ἕπεσθαί φησιν εὐλογίαν, τουτέστι τὸ εὖ λόγῳ χρῆσθαι, τῇ δὲ εὐλογίᾳ τὴν εὐσχημοσύνην καὶ εὐρυθμίαν καὶ εὐαρμοστίαν · εὐσχημοσύνην γὰρ περὶ μέλος, εὐαρμοστίαν δὲ περὶ ἁρμονίαν, εὐρυθμίαν δὲ περὶ ῥυθμόν ·

τῇ δὲ κακοηθείᾳ τουτέστι τῷ κακῷ ἤθει, φησὶν ἕπεσθαι κακολογίαν, τουτέστι κακοῦ λόγου χρῆσιν, τῇ δὲ κακολογίᾳ ἀσχημοσύνην καὶ ἀρρυθμίαν καὶ ἀναρμοστίαν περὶ πάντα τὰ γενόμενα καὶ μιμούμενα · ὥστε μόνος ἂν εἴη μουσικὸς ὁ κυρίως εὐήθης, ὅστις εἴη ἂν ὁ φιλόσοφος. δηλοῖ δὲ καὶ τὰ εἰρημένα.

10 χωρίζωμεν] γνωρίζωμεν, leçon de Platon, semble préférable. — 24 καὶ τὰ εἰρημένα] κατὰ τὰ εἰρημένα.

« la plus grande et la plus belle harmonie politique est la sagesse. On ne la possède qu'autant qu'on vit selon la droite raison; quant à celui à qui elle fait défaut, il est le corrupteur de sa propre maison, c'est un citoyen inutile au salut et à la prospérité de l'État, puisqu'il vit dans une extrême ignorance * ».

Et dans le troisième livre de la *République,* voulant prouver que le philosophe est seul musicien, il dit : « Par les dieux « immortels, nous ne serons jamais musiciens, ni nous ni « ceux dont nous devons faire l'éducation comme gardiens, « tant que nous ne connaîtrons pas toutes les formes de la « tempérance, du courage, de la générosité et de la grandeur « et tant que nous n'aurons pas compris tout ce qui, dans le « monde, est conforme ou contraire à ces vertus, tant que « nous ne saurons pas les reconnaître et en reconnaître les « images dans ceux qui les possèdent, sans en négliger une « seule, grande ou petite, les regardant comme faisant partie « du même art et de la même étude * ». Par ces paroles et par celles qui précèdent, il prouve l'utilité de la musique, et il montre que le seul philosophe est réellement musicien, tandis que celui qui est vicieux et méchant est étranger aux Muses. Car, dit-il, la vraie et sincère probité des mœurs, cette vertu qui consiste dans le bon et honnête règlement de notre vie, suit la droite raison, c'est-à-dire l'usage conforme à la raison. Il ajoute que les compagnons de la droite raison sont la décence, la cadence et l'accord, la décence dans le chant, l'accord dans l'harmonie, la cadence dans le rythme. Par contre, l'improbité ou la corruption des mœurs est essentiellement liée à la perversion de la raison, c'est-à-dire à l'usage corrompu de la raison, et ses compagnons sont l'indécence, la confusion et le désaccord dans tout ce qu'on fait, de soi-même ou par imitation, de sorte que celui-là seul est musicien qui a de bonnes mœurs et, comme on le voit par ce qui précède, il est aussi le

6 *Lois,* III, p. 689 D. — 18 *République,* III, p. 402 B.

ἐπεὶ γὰρ ἡ μουσικὴ τὸ εὔρυθμον καὶ εὐάρμοστον καὶ εὔσχημον ἐμποιεῖ τῇ ψυχῇ ἐκ νέου εἰσδυομένη διὰ τὸ τῇ ὠφελείᾳ μεμιγμένην ἔχειν ἀβλαβῆ ἡδονήν, ἀδύνατόν φησι τέλεον μουσικὸν γενέσθαι μὴ εἰδότα τὸ ἐν παντὶ εὔσχημον καὶ τὰ τῆς εὐσχημοσύνης καὶ ἐλευθεριότητος καὶ σωφροσύνης εἴδη μὴ γνωρίζοντα, τουτέστι τὰς ἰδέας. ἀμέλει ἐπιφέρει · ἐν παντὶ περιφερόμενα — τουτέστι τὰ εἴδη — καὶ μὴ ἀτιμάζων αὐτὰ μήτ' ἐν σμικροῖς μήτ' ἐν μεγάλοις. ἡ δὲ τῶν ἰδεῶν γνῶσις περὶ τὸν φιλόσοφον · οὐδὲ γὰρ εἰδείη τις ἂν τὸ κόσμιον καὶ σῶφρον καὶ εὔσχημον αὐτὸς ὢν ἀσχήμων καὶ ἀκόλαστος · τὸ δ' ἐν βίῳ εὔσχημον καὶ εὔρυθμον καὶ εὐάρμοστον εἰκόνες τῆς ὄντως εὐσχημοσύνης καὶ εὐαρμοστίας καὶ εὐρυθμίας, τουτέστι τῶν νοητῶν καὶ ἰδεῶν εἰκόνες τὰ αἰσθητά.

καὶ οἱ Πυθαγορικοὶ δέ, οἷς πολλαχῇ ἕπεται Πλάτων, τὴν μουσικήν φασιν ἐναντίων συναρμογὴν καὶ τῶν πολλῶν ἕνωσιν καὶ τῶν δίχα φρονούντων συμφρόνησιν · οὐ γὰρ ῥυθμῶν μόνον καὶ μέλους συντακτικήν, ἀλλ' ἁπλῶς παντὸς συστήματος · τέλος γὰρ αὐτῆς τὸ ἑνοῦν τε καὶ συναρμόζειν. καὶ γὰρ ὁ θεὸς συναρμοστὴς τῶν διαφωνούντων, καὶ τοῦτο μέγιστον ἔργον θεοῦ κατὰ μουσικήν τε καὶ κατὰ ἰατρικὴν τὰ ἐχθρὰ φίλα ποιεῖν. ἐν μουσικῇ, φασίν ἡ ὁμόνοια τῶν πραγμάτων, ἔτι καὶ ἀριστοκρατία τοῦ παντός · καὶ γὰρ αὕτη ἐν κόσμῳ μὲν ἁρμονία, ἐν πόλει δ' εὐνομία, ἐν οἴκοις δὲ σωφροσύνη γίνεσθαι πέφυκε · συστατικὴ γάρ ἐστι καὶ ἑνωτικὴ τῶν πολλῶν · ἡ δὲ ἐνέργεια καὶ ἡ χρῆσις, φησί, τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἐπὶ τεσσάρων γίνεται τῶν ἀνθρωπίνων, ψυχῆς, σώματος, οἴκου, πόλεως · προσδεῖται γὰρ ταῦτα τὰ τέσσαρα συναρμογῆς καὶ συντάξεως.

16 δίχα φρονούντων] διχοφρονούντων conj. Ast, *Animadversiones in Nicomachi Arithmeticam,* II, XIX, 1. — 21 φασίν] πάλιν conj. Hultsch.

vrai philosophe, si toutefois, dès les premières années de son adolescence, quand on lui eut appris la musique, il prit des habitudes de décence et d'ordre, car la musique joint un plaisir innocent à l'utilité. Il est impossible, dit Platon, que celui-là devienne musicien parfait, qui n'a pas en tout des habitudes de bonne éducation, qui n'a pas les idées de décence, de noblesse d'âme et de tempérance. Il doit reconnaître que ces idées se retrouvent partout et ne les mépriser ni dans les petites choses ni dans les grandes. Car c'est au philosophe qu'il appartient de connaître les idées, et personne ne connaîtra la modestie, la tempérance et la décence, s'il est lui-même immodeste et intempérant. Mais les choses qui font l'ornement de la vie humaine, le beau, l'harmonieux, l'honnête, tout cela est l'image de cette beauté, de cet accord, de ce bel ordre éternel et qui a une existence véritable, c'est-à-dire que ces choses sensibles sont les caractères et l'expression des choses intelligibles ou des idées.

Les Pythagoriciens dont Platon adopte souvent les sentiments, définissent aussi la musique une union parfaite de choses contraires, l'unité dans la multiplicité, enfin l'accord dans la discordance. Car la musique ne coordonne pas seulement le rythme et la modulation, elle met l'ordre dans tout le système; sa fin est d'unir et de coordonner, et Dieu aussi est l'ordonnateur des choses discordantes, et sa plus grande œuvre est de concilier entre elles, par les lois de la musique et de la médecine, les choses qui sont ennemies les unes des autres. C'est aussi par la musique que l'harmonie des choses et le gouvernement de l'univers se maintiennent; car ce que l'harmonie est dans le monde, la bonne législation l'est dans l'État, et la tempérance l'est dans la famille. Elle a, en effet, la puissance de mettre l'ordre et l'union dans la multitude. Or, l'efficacité et l'usage de cette science, dit Platon, se voient dans quatre des choses qui appartiennent à l'humanité : l'esprit, le corps, la famille et l'État. En effet, ces quatre choses ont besoin d'être bien ordonnées et constituées.

ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ Πλάτων ὑπὲρ τῶν μαθημάτων καὶ τάδε ἔφη · ἀγαθὸς δὲ ἀνὴρ ὅστις διασώζει τὴν ὀρθὴν δόξαν τῶν ἐκ παιδείας αὐτῷ ἐγγενομένων ἔν τε λύπαις καὶ ἡδοναῖς καὶ ἐπιθυμίαις καὶ φόβοις καὶ μὴ ἐκβάλλει. ᾧ δέ μοι δοκεῖ ὅμοιον εἶναι, θέλω ἀπεικάσαι. οἱ νῦν βαφεῖς, ἐπειδὰν βουληθῶσι βάψαι ἔρια ὥστ' εἶναι ἁλουργά, πρῶτον μὲν ἐκλέγονται ἐκ τοσούτων χρωμάτων μίαν φύσιν τὴν τῶν λευκῶν, ἔπειτα προκατασκευάζουσιν οὐκ ὀλίγῃ παρασκευῇ θεραπεύσαντες, ὅπως δέξηται ὅ τι μάλιστα τὸ ἄνθος, καὶ οὕτως βάπτουσι · καὶ ὃ μὲν ἂν τούτῳ τῷ τρόπῳ βαφῇ, ὁμοῦ τι τὸ βαφὲν καὶ ἡ φύσις, καὶ οὔτε ἄνευ ῥυμμάτων οὔτε μετὰ ῥυμμάτων δύναται αὐτῶν τὸ ἄνθος ἀφαιρεῖσθαι · ἃ δ' ἂν μή, οἶσθα οἷα δὴ γίνεται, ἂν μὴ προθεραπεύσας βάπτῃ, ἔκπλυτα καὶ ἐξίτηλα καὶ οὐ δευσοποιά.

τοιοῦτο δὲ κατὰ δύναμιν ἐργάζεσθαι ἡγεῖσθαι χρὴ καὶ ἡμᾶς · παιδεύομεν γὰρ τοὺς παῖδας ἐν μουσικῇ τε καὶ γυμναστικῇ καὶ γράμμασι καὶ γεωμετρίᾳ καὶ ἐν ἀριθμητικῇ, οὐδὲν ἄλλο μηχανώμενοι, ἢ ὅπως ἡμεῖς προεκκαθάραντες καὶ προθεραπεύσαντες ὥσπερ τισὶ στυπτικοῖς τοῖς μαθήμασι τούτοις, τοὺς περὶ ἁπάσης ἀρετῆς ἣν ἂν ἐκμανθάνωσιν ὕστερον λόγους ἐνδείξοιντο ὥσπερ βαφήν, ἵνα δευσοποιὸς αὐτῶν ἡ δόξα γίνοιτο, διὰ τὸ τὴν φύσιν καὶ τροφὴν ἐπιτηδείαν ἐσχηκέναι, καὶ μὴ ἐκπλύνῃ αὐτῶν τὴν βαφὴν τὰ ῥύμματα ταῦτα, δεινὰ ὄντα ἐκκλύζειν, ἥ τε ἡδονή, παντὸς στρεβλοῦ δεινοτέρα οὖσα καὶ κοινωνίας, λύπη τε καὶ φόβος καὶ ἐπιθυμία, παντὸς ἄλλου ῥύμματος.

καὶ γὰρ αὖ τὴν φιλοσοφίαν μύησιν φαίη τις ἂν ἀληθοῦς τελετῆς καὶ τῶν ὄντων ὡς ἀληθῶς μυστηρίων παράδοσιν. μυήσεως δὲ μέρη πέντε. τὸ μὲν προηγούμενον καθαρμός · οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς βουλομένοις μετουσία μυστηρίων ἐστίν, ἀλλ' εἰσὶν

10 καὶ ἡ φύσις] καὶ ἡ πλύσις *Rp.* IV, p. 429 E.

Voici encore ce que Platon dit des mathématiques dans les livres de la *République :* « L'homme de bien est celui qui, « éprouvé par la peine ou le plaisir, agité par le désir ou par « la crainte, conserve toujours, sans jamais les rejeter, les « idées droites qu'on lui a données en faisant son éducation. « Je vais vous dire à qui il me paraît semblable. Quand nos « teinturiers veulent teindre la laine en pourpre, ils com- « mencent par choisir, parmi les laines de diverses couleurs, « celle qui est blanche. Ils font ensuite leur préparation, et il « ne faut pas peu de soin pour que la laine prenne la fleur de « la couleur. C'est ainsi qu'ils opèrent, et grâce à cette mé- « thode, les couleurs s'incorporent à la laine et leur éclat ne « peut être enlevé ni à l'aide de lessive, ni autrement. Que « si, au contraire, le teinturier ne prend pas ces précautions, « on sait ce qui arrive, et comment les laines conservent peu « la couleur qui s'efface et disparaît. Il faut opérer de même « pour nos facultés * ». Nous apprenons aux enfants la musique, la gymnastique, les lettres, la géométrie et l'arithmétique, ne négligeant rien pour qu'ils reçoivent, comme une teinture, les raisons de toutes les vertus que nous leur enseignons; après leur avoir administré préalablement des détersifs, et d'autres préparations, consistant dans ces sciences, qui sont comme autant de médicaments astringents, leurs sentiments resteront indélébiles, leur caractère aura été formé par l'éducation. Cette couleur et cette teinture que nous leur aurons données, ne pourront être effacées par aucune lessive, — je veux dire par la volupté plus dangereuse que toute perversité et que toute habitude, — ni par la douleur, ni par la crainte et la cupidité, plus corrosives que toutes les lessives.

Nous pouvons encore comparer la philosophie à l'initiation aux choses vraiment saintes et à la révélation des mystères qui ne sont pas des impostures *. Il y a cinq parties dans l'initiation : la première est la purification préalable, car on ne

17. *République,* IV, p. 429 D E. — 32. Cf. *Phédon,* p. 69 D.

οὓς αὐτῶν εἴργεσθαι προαγορεύεται, οἷον τοὺς χεῖρας μὴ καθαρὰς καὶ φωνὴν ἀξύνετον ἔχοντας, καὶ αὐτοὺς δὲ τοὺς μὴ εἰργομένους ἀνάγκη καθαρμοῦ τινος πρότερον τυχεῖν. μετὰ δὲ τὴν κάθαρσιν δευτέρα ἐστὶν ἡ τῆς τελετῆς παράδοσις · τρίτη δὲ <ἡ> ἐπονομαζομένη ἐποπτεία · τετάρτη δέ, ὃ δὴ καὶ τέλος τῆς ἐποπτείας, ἀνάδεσις καὶ στεμμάτων ἐπίθεσις, ὥστε καὶ ἑτέροις, ἅς τις παρέλαβε τελετάς, παραδοῦναι δύνασθαι, δᾳδουχίας τυχόντα ἢ ἱεροφαντίας ἤ τινος ἄλλης ἱερωσύνης · πέμπτη δὲ ἡ ἐξ αὐτῶν περιγενομένη κατὰ τὸ θεοφιλὲς καὶ θεοῖς συνδίαιτον εὐδαιμονία.

κατὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ τῶν Πλατωνικῶν λόγων παράδοσις τὸ μὲν πρῶτον ἔχει καθαρμόν τινα, οἷον τὴν ἐν τοῖς προσήκουσι μαθήμασιν ἐκ παίδων συγγυμνασίαν. ὁ μὲν γὰρ Ἐμπεδοκλῆς κρηνάων ἀπὸ πέντ' ἀνιμῶντά φησιν ἀτειρέι χαλκῷ δεῖν ἀποῤῥύπτεσθαι · ὁ δὲ Πλάτων ἀπὸ πέντε μαθημάτων δεῖν φησι ποιεῖσθαι τὴν κάθαρσιν · ταῦτα δ' ἐστὶν ἀριθμητική, γεωμετρία, στερεομετρία, μουσική, ἀστρονομία. τῇ δὲ τελετῇ ἔοικεν ἡ τῶν κατὰ φιλοσοφίαν θεωρημάτων παράδοσις, τῶν τε λογικῶν καὶ πολιτικῶν καὶ φυσικῶν. ἐποπτείαν δὲ ὀνομάζει τὴν περὶ τὰ νοητὰ καὶ τὰ ὄντως ὄντα καὶ τὰ τῶν ἰδεῶν πραγματείαν. ἀνάδεσιν δὲ καὶ κατάστεψιν ἡγητέον τὸ ἐξ ὧν αὐτός τις κατέμαθεν οἷόν τε γενέσθαι καὶ ἑτέρους εἰς τὴν αὐτὴν θεωρίαν καταστῆσαι. πέμπτον δ' ἂν εἴη καὶ τελεώτατον ἡ ἐκ τούτων περιγενομένη εὐδαιμονία καὶ κατ' αὐτὸν τὸν Πλάτωνα ὁμοίωσις θεῷ κατὰ τὸ δυνατόν.

doit pas faire participer aux mystères indistinctement tous ceux qui le désirent, mais il y a des aspirants que la voix du héraut écarte, tels sont ceux qui ont les mains impures, ou dont la parole manque de prudence; et ceux-là mêmes qui ne sont pas repoussés doivent être soumis à certaines purifications. Après cette purification, vient la tradition des choses sacrées (qui est proprement l'initiation). Vient en troisième lieu la cérémonie qu'on appelle la pleine vision (degré supérieur de l'initiation). La quatrième, qui est la fin et le but de la pleine vision, est la ligature de la tête et l'imposition des couronnes, afin que celui qui a reçu les choses sacrées devienne capable d'en transmettre à son tour la tradition à d'autres, soit par la dadouchie (port des flambeaux), soit par l'hiérophantie (interprétation des choses sacrées), soit par quelque autre sacerdoce. Enfin la cinquième, qui est le couronnement de toutes celles qui précèdent, est d'être ami de Dieu et de jouir de la félicité qui consiste à vivre dans un commerce familier avec lui.

C'est absolument de la même manière que se fait la tradition des raisons platoniques. On commence, en effet, dès l'enfance par une certaine purification consistant dans l'étude de théories mathématiques convenables. Selon Empédocle * « il « faut que celui qui veut puiser dans l'onde pure des cinq fon- « taines commence par se purifier de ses souillures ». Et Platon dit aussi qu'il faut chercher la purification dans les cinq sciences mathématiques, qui sont l'arithmétique, la géométrie, la stéréométrie, la musique et l'astronomie. La tradition des principes philosophiques, logiques, politiques et naturels répond à l'initiation. Il appelle pleine vision * l'occupation de l'esprit aux choses intelligibles, aux existences vraies et aux idées. Enfin il dit que par la ligature et le couronnement de la tête, on doit entendre la faculté qui est donnée à l'adepte, par ceux qui l'ont enseigné, de conduire les autres à la même

22 Empédocle, vs. 452, édition Mullach. — 29 Cf. *Phèdre*, p. 250 C.

πολλὰ μὲν οὖν καὶ ἄλλα ἔχοι τις ἂν λέγειν παραδεικνὺς τὸ τῶν μαθημάτων χρήσιμον καὶ ἀναγκαῖον. τοῦ δὲ μὴ δοκεῖν ἀπειροκάλως διατρίβειν <ἐν> τῷ τῶν μαθημάτων ἐπαίνῳ τρεπτέον ἤδη πρὸς τὴν παράδοσιν τῶν ἀναγκαίων κατὰ τὰ μαθήματα θεωρημάτων, οὐχ ὅσα δύναιτο ἂν τὸν ἐντυγχάνοντα ἢ ἀριθμητικὸν τελέως ἢ γεωμέτρην ἢ μουσικὸν ἢ ἀστρονόμον ἀποφῆναι · οὐδὲ γάρ ἐστι τοῦτο προηγούμενον ἢ προκείμενον ἅπασι τοῖς Πλάτωνι ἐντυγχάνουσι · μόνα δὲ ταῦτα παραδώσομεν, ὅσα ἐξαρκεῖ πρὸς τὸ δυνηθῆναι συνεῖναι τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ. οὐδὲ γὰρ αὐτὸς ἀξιοῖ εἰς ἔσχατον γῆρας ἀφικέσθαι διαγράμματα γράφοντα καὶ μελῳδίαν, ἀλλὰ παιδικὰ οἴεται ταῦτα τὰ μαθήματα, προπαρασκευαστικὰ καὶ καθαρτικὰ ὄντα ψυχῆς εἰς τὸ ἐπιτήδειον αὐτὴν πρὸς φιλοσοφίαν γενέσθαι. μάλιστα μὲν οὖν χρὴ τὸν μέλλοντα οἷς τε ἡμεῖς παραδώσομεν οἷς τε Πλάτων συνέγραψεν ἐντεύξεσθαι διὰ γοῦν τῆς πρώτης γραμμικῆς στοιχειώσεως κεχωρηκέναι · ῥᾷον γὰρ ἂν ξυνέποιτο οἷς παραδώσομεν. ἔσται δ' ὅμως τοιαῦτα καὶ τὰ παρ' ἡμῶν, ὡς καὶ τῷ παντάπασιν ἀμυήτῳ τῶν μαθημάτων γνώριμα γενέσθαι.

Περὶ Ἀριθμητικῆς

<Περὶ τῆς ἐν τοῖς μαθήμασι φυσικῆς τάξεως>

β. πρῶτον δὲ μνημονεύσομεν τῶν ἀριθμητικῶν θεωρημάτων, οἷς συνέζευκται καὶ τὰ τῆς ἐν ἀριθμοῖς μουσικῆς · τῆς μὲν γὰρ ἐν ὀργάνοις οὐ παντάπασι προσδεόμεθα, καθὰ καὶ αὐτὸς ὁ Πλάτων ἀφηγεῖται λέγων ὡς οὐ χρὴ ὥσπερ ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευο-

24 ὥσπερ ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευομένους] il y a dans Platon καὶ παραβάλλοντες

contemplation. La cinquième est cette félicité consommée, dont ils commencent à jouir et qui, selon Platon, « les assimile à Dieu, autant que cela est possible [3]».

Celui qui voudrait démontrer l'utilité et la nécessité des sciences mathématiques pourrait en dire beaucoup plus long. Mais de crainte que je ne paraisse m'arrêter plus que de raison à louer ces sciences, je vais commencer l'explication des théorèmes nécessaires, non pas de tous ceux qui seraient nécessaires aux lecteurs pour devenir de parfaits arithméticiens, géomètres, musiciens ou astronomes, car ce n'est pas le but que se proposent tous ceux qui veulent lire les écrits de Platon; mais j'expliquerai les théorèmes qui suffisent pour comprendre le sens de ses écrits. En effet, Platon lui-même ne veut pas que l'on continue jusque dans l'extrême vieillesse à tracer des figures géométriques ou à chanter des chansons, choses qui conviennent aux enfants et qui sont destinées à préparer et à purifier leur esprit, pour le rendre capable de comprendre la philosophie. Il suffit que celui qui veut aborder nos écrits, ou les livres de Platon, ait parcouru les premiers éléments de la géométrie, pour qu'il comprenne facilement nos explications. Toutefois ce que nous dirons sera tel, que nous pourrons être compris même de celui qui ignore complètement les mathématiques.

ARITHMÉTIQUE

De l'ordre dans lequel on doit étudier les mathématiques

II. Nous allons commencer par les théorèmes arithmétiques auxquels se rattachent de très près les théorèmes musicaux qui se traduisent par des nombres. Nous n'avons nul besoin de musique instrumentale, ainsi que l'explique Platon lui-même, lorsqu'il dit qu'il ne faut pas tourmenter les cordes

3. Cf. *Théétète*, p. 176 B.

μένους πράγματα παρέχειν ταῖς χορδαῖς · ὀρεγόμεθα δὲ τὴν ἐν κόσμῳ ἁρμονίαν καὶ τὴν ἐν τούτῳ μουσικὴν κατανοῆσαι · ταύτην δὲ οὐχ οἷόν τε κατιδεῖν μὴ τῆς ἐν ἀριθμοῖς πρότερον θεωρητικοὺς γενομένους · διὸ καὶ πέμπτην ὁ Πλάτων φησὶν εἶναι τὴν μουσικήν, τὴν ἐν κόσμῳ λέγων, ἥτις ἐστὶν ἐν τῇ κινήσει καὶ τάξει καὶ συμφωνίᾳ τῶν ἐν αὐτῷ κινουμένων ἄστρων. ἡμῖν δ' ἀναγκαῖον δευτέραν αὐτὴν τάττειν μετὰ ἀριθμητικὴν καὶ κατ' αὐτὸν τὸν Πλάτωνα, ἐπειδὴ οὐδ' ἡ ἐν κόσμῳ μουσικὴ ληπτὴ ἄνευ τῆς ἐξαριθμουμένης καὶ νοουμένης μουσικῆς. ὥστε εἰ μὲν συνέζευκται τῇ περὶ ψιλοὺς ἀριθμοὺς θεωρίᾳ ἡ ἐν ἀριθμοῖς μουσική, δευτέρα ἂν ταχθείη πρὸς τὴν τῆς ἡμετέρας θεωρίας εὐμάρειαν.

πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν τάξιν πρώτη μὲν ἂν εἴη ἡ περὶ ἀριθμοὺς θεωρία, καλουμένη ἀριθμητική · δευτέρα δὲ ἡ περὶ τὰ ἐπίπεδα, καλουμένη γεωμετρία · τρίτη δὲ ἡ περὶ τὰ στερεά, ἥτις ἐστὶ στερεομετρία · τετάρτη <δὲ> ἡ περὶ τὰ κινούμενα στερεά, ἥτις ἐστὶν ἀστρονομία. ἡ δὲ τῆς τῶν κινήσεων καὶ διαστημάτων ποιὰ σχέσις ἐστὶ μουσική, ἥτις οὐχ οἷά τέ ἐστι ληφθῆναι μὴ πρότερον ἡμῶν αὐτὴν ἐν ἀριθμοῖς κατανοησάντων · διὸ πρὸς τὴν ἡμετέραν θεωρίαν μετ' ἀριθμητικὴν τετάχθω ἡ ἐν ἀριθμοῖς μουσική, ὡς δὲ πρὸς τὴν φύσιν πέμπτη <ἡ> τῆς τοῦ κόσμου ἁρμονίας θεωρητικὴ μουσική. κατὰ δὴ τοὺς Πυθαγορικοὺς πρεσβευτέα τὰ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἀρχὴ καὶ πηγὴ καὶ ῥίζα τῶν πάντων.

τὰ ὦτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευόμενοι, les mots « παραβάλλοντες τὰ ὦτα » (tendant l'oreille), nécessaires à l'intelligence de la phrase, sont omis dans la citation; cf. *Rp.* VII, p. 531 A. Voy. aussi *suprà*, p. 10, l. 6.

des instruments, (l'oreille tendue) comme des curieux qui sont aux écoutes. Ce que nous désirons c'est de comprendre l'harmonie et la musique célestes; cette harmonie, nous ne pouvons l'examiner qu'après avoir étudié les lois numériques des sons. Quand Platon dit que la musique occupe le cinquième rang * (dans l'étude des mathématiques), il parle de la musique céleste, laquelle résulte du mouvement, de l'ordre et du concert des astres qui cheminent dans l'espace. Mais nous devons donner à la musique mathématique la seconde place (c'est-à-dire la mettre) après l'arithmétique, comme le veut Platon, puisqu'on ne peut rien comprendre à la musique céleste, si l'on ne connaît celle qui a son fondement dans les nombres et dans la raison. Puis donc que les principes numériques de la musique se rattachent à la théorie des nombres abstraits, nous leur donnerons le second rang pour la facilité de notre étude.

Selon l'ordre naturel, la première science serait celle des nombres, qu'on appelle arithmétique. La seconde serait celle qui a pour objet les surfaces, et qu'on appelle géométrie. La troisième est celle qui a pour objet les solides, et qu'on appelle stéréométrie. La quatrième traite des solides en mouvement, c'est l'astronomie. Quant à cette musique dont l'objet est de considérer les relations mutuelles des mouvements et des intervalles, quelles que soient ces relations, il n'est pas possible de la comprendre avant d'avoir saisi celle qui est basée sur les nombres. Ainsi, dans notre plan, les lois numériques de la musique viendront immédiatement après l'arithmétique; mais, d'après l'ordre naturel, la cinquième place doit être donnée à cette musique qui consiste dans l'étude de l'harmonie des mondes. Or, selon la doctrine des Pythagoriciens, les nombres sont pour ainsi dire le principe, la source et la racine de toutes choses.

6 Platon place la musique après l'astronomie (*Rp.* VII, p. 530 D), après avoir assigné à l'astronomie le quatrième rang (*id.* p. 528 E).

Περὶ ἑνὸς καὶ μονάδος

γ. ἀριθμός ἐστι σύστημα μονάδων, ἢ προποδισμὸς πλήθους ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενος καὶ ἀναποδισμὸς εἰς μονάδα καταλήγων. μονὰς δέ ἐστι περαίνουσα ποσότης [ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον τῶν ἀριθμῶν], ἥτις μειουμένου τοῦ πλήθους κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν [τοῦ] παντὸς ἀριθμοῦ στερηθεῖσα μονήν τε καὶ στάσιν λαμβάνει. οὐ γὰρ οἷόν τε περαιτέρω γενέσθαι τὴν τομήν · καὶ γὰρ ἐὰν εἰς μόρια διαιρῶμεν τὸ ἓν ἐν αἰσθητοῖς, ἔμπαλιν πλῆθος γενήσεται τὸ ἓν καὶ πολλὰ, καὶ καταλήξει εἰς ἓν κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν ἑκάστου τῶν μορίων · κἂν ἐκεῖνο πάλιν εἰς μόρια διαιρῶμεν, πλῆθός τε τὰ μόρια γενήσεται καὶ ἡ κατάληξις καθ' ὑφαίρεσιν ἑκάστου τῶν μορίων εἰς ἕν. ὥστε ἀμέριστον καὶ ἀδιαίρετον τὸ ἓν ὡς ἕν.

καὶ γὰρ ὁ μὲν ἄλλος ἀριθμὸς διαιρούμενος ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττονα αὑτοῦ μόρια, οἷον τὰ ς΄ εἰς τὰ γ΄ καὶ γ΄ ἢ δ΄ καὶ β΄ ἢ ε΄ καὶ α΄. τὸ δὲ ἓν ἂν μὲν ἐν αἰσθητοῖς διαιρῆται, ὡς μὲν σῶμα ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττονα αὑτοῦ μόρια τῆς τομῆς γινομένης, ὡς δὲ ἀριθμὸς αὔξεται · ἀντὶ γὰρ ἑνὸς γίνεται πολλά. ὥστε καὶ κατὰ τοῦτο ἀμερὲς τὸ ἕν. οὐδὲν γὰρ διαιρούμενον εἰς μείζονα ἑαυτοῦ μόρια διαιρεῖται · τὸ δὲ <ἓν> διαιρούμενον καὶ εἰς μείζονα τοῦ ὅλου μόρια ὡς ἐν ἀριθμοῖς διαιρεῖται καὶ <εἰς> ἴσα τῷ ὅλῳ · οἷον τὸ ἓν τὸ ἐν αἰσθητοῖς ἂν εἰς ἓξ διαιρεθῇ, εἰς ἴσα μὲν τῷ ὅλῳ ὡς ἀριθμὸς διαιρεθήσεται α΄ α΄ α΄ α΄ α΄ α΄, εἰς μείζονα δὲ τοῦ ὅλου ὡς ἀριθμὸς εἰς δ΄ καὶ β΄ · τὰ γὰρ β΄ καὶ δ΄ ὡς ἀριθμοὶ πλείονα τοῦ ἑνός. ἀδιαίρετος ἄρα ἡ μονὰς ὡς ἀριθμός. καλεῖται δὲ μονὰς ἤτοι ἀπὸ τοῦ μένειν ἄτρεπτος καὶ μὴ ἐξίστασθαι τῆς ἑαυτῆς φύσεως · ὁσάκις γὰρ ἂν ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιάσωμεν τὴν μονάδα, μένει μόνας · καὶ γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν, καὶ μέχρις ἀπείρου ἐὰν πολλαπλασιάζωμεν τὴν μονάδα, μένει μονάς. ἢ ἀπὸ τοῦ διακεκρίσθαι καὶ μεμονῶσθαι ἀπὸ τοῦ λοιποῦ πλήθους τῶν ἀριθμῶν καλεῖται μονάς.

De l'Un et de la monade

III. Le nombre est une collection de monades, ou une progression de la multitude commençant et revenant à la monade (par l'addition ou la soustraction successive d'une unité). Quant à la monade, c'est la quantité terminante — principe et élément des nombres — qui, une fois débarrassée de la multitude par soustraction, et privée de tout nombre, demeure ferme et fixe : il est impossible de pousser plus loin la division. Si nous divisons en plusieurs parties un corps sensible, ce qui était *un* devient plusieurs, et si l'on soustrait chacune des parties, il se terminera à *un;* et si cet *un,* nous le divisons de nouveau en plusieurs parties, il en sortira la multitude, et en enlevant chacune de ces parties, on reviendra à *un,* de sorte que ce qui est un, en tant qu'un, est sans parties et indivisible*. Tout autre nombre étant divisé est diminué et réduit en parties plus petites que lui, comme 6 en 3 et 3, ou en 4 et 2, ou en 5 et 1. Ce qui est un, dans les choses sensibles, si on le divise, est diminué à la manière des corps, et par le partage qu'on en fait, il est divisé en parties plus petites que lui; mais il augmente comme nombre; car, à la place de ce qui était un, il y a plusieurs. C'est d'après cela que ce qui est un est indivisible. Nulle chose, en effet, ne peut être divisée en parties plus grandes qu'elle-même. Mais ce qui est un, divisé en parties plus grandes que l'entier, se divise à la manière des nombres en parties égales (en somme) à l'entier. Par exemple, si un corps, unité sensible, est divisé en six parties, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ces parties sont égales à l'unité; mais, si on le divise en 4 et 2, les parties sont plus grandes que l'unité; en effet, 4 et 2, comme nombres, surpassent un. La monade donc, en tant que nombre, est indivisible. Si elle est appelée monade, c'est, ou bien parce qu'elle demeure immuable et ne sort pas des limites de sa nature; en multipliant, en effet, la

15 Voyez la note II après la traduction.

ᾗ δὲ διενήνοχεν ἀριθμὸς καὶ ἀριθμητόν, ταύτῃ καὶ μονὰς καὶ ἕν. ἀριθμὸς μὲν γάρ ἐστι τὸ ἐν νοητοῖς ποσόν, οἷον αὐτὰ ε΄ καὶ αὐτὰ ι΄, οὐ σώματά τινα οὐδὲ αἰσθητά, ἀλλὰ νοητά· ἀριθμητὸν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς ποσόν, ὡς ἵπποι ε΄, βόες ε΄, ἄνθρωποι ε΄. καὶ μονὰς τοίνυν ἐστὶν ἡ τοῦ ἑνὸς ἰδέα ἡ νοητή, ἥ ἐστιν ἄτομος· ἓν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς καθ' ἑαυτὸ λέγομεν, οἷον εἷς ἵππος, εἷς ἄνθρωπος.

δ. ὥστ' εἴη ἂν ἀρχὴ τῶν μὲν ἀριθμῶν ἡ μονάς, τῶν δὲ ἀριθμητῶν τὸ ἕν· καὶ τὸ ἓν ὡς ἐν αἰσθητοῖς τέμνεσθαί φασιν εἰς ἄπειρον, οὐχ ὡς ἀριθμὸν οὐδὲ ὡς ἀρχὴν ἀριθμοῦ, ἀλλ' ὡς αἰσθητόν. ὥστε ἡ μὲν μονὰς νοητὴ οὖσα ἀδιαίρετος, τὸ δὲ ἓν ὡς αἰσθητὸν εἰς ἄπειρον τμητόν. καὶ τὰ ἀριθμητὰ τῶν ἀριθμῶν εἴη ἂν διαφέροντα τῷ τὰ μὲν σώματα εἶναι, τὰ δὲ ἀσώματα. ἁπλῶς δὲ ἀρχὰς ἀριθμῶν οἱ μὲν ὕστερόν φασι τήν τε μονάδα καὶ τὴν δυάδα.

οἱ δὲ ἀπὸ Πυθαγόρου πάσας κατὰ τὸ ἑξῆς τὰς τῶν ὅρων ἐκθέσεις, δι' ὧν ἄρτιοί τε καὶ περιττοὶ νοοῦνται, οἷον τῶν ἐν αἰσθητοῖς τριῶν ἀρχὴν τὴν τριάδα καὶ τῶν ἐν αἰσθητοῖς τεσσάρων πάντων ἀρχὴν τὴν τετράδα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν κατὰ ταὐτά. οἱ δὲ καὶ αὐτῶν τούτων ἀρχὴν τὴν μονάδα φασὶ καὶ τὸ ἓν πάσης ἀπηλλαγμένον διαφορᾶς ὡς ἐν ἀριθμοῖς, μόνον αὐτὸ ἕν, οὐ τὸ ἕν, τουτέστιν οὐ τόδε τὸ ποιὸν καὶ διαφοράν τινα πρὸς ἕτερον ἓν προσειληφός, ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὑτὸ ἕν. οὕτω γὰρ ἂν ἀρχή τε καὶ

6 λέγομεν] λεγόμενον, Hiller. — 8 Titre dans quelques manuscrits : τίς ἀρχὴ ἀριθμοῦ (du principe des nombres). — 20 [οὐ τὸ ἕν] Hultsch.

monade par elle-même, nous aurons toujours la monade : une fois un donne toujours un ; et, si nous multiplions la monade jusqu'à l'infini, elle restera toujours monade. Ou bien encore, elle est appelée monade, parce qu'elle est séparée et mise seule en dehors de la multitude des autres nombres. Comme le nombre diffère de ce qui est nombré, de même la monade diffère de ce qui est un. Le nombre, en effet, est une quantité intelligible, comme la quantité 5 et la quantité 10, qui ne sont pas composées de corps sensibles, mais de choses intelligibles. Quant à la quantité nombrable, elle se trouve dans les choses sensibles telles que 5 chevaux, 5 bœufs, 5 hommes. Donc la monade est l'idée d'un *un* intelligible, lequel *un* est indivisible. Quant à l'*un* qui se rencontre dans les choses sensibles, on le dit *un* en soi, comme un cheval, un homme *.

IV. La monade sera donc le principe des nombres ; et l'*un* le principe des choses nombrées. Ce qui est un, en tant que sensible, peut, à ce qu'on assure, être divisé à l'infini, non en tant qu'il est nombre ou principe du nombre, mais en tant qu'il est sensible, en sorte que la monade qui est intelligible, n'admet pas de division, mais que ce qui est un, étant sensible, peut être divisé à l'infini. Les choses nombrées diffèrent encore des nombres, en ce qu'elles sont corporelles, tandis que les nombres sont incorporels. Mais, sans faire cette distinction, « les modernes considèrent la monade et la dyade comme principes des nombres ; quant aux Pythagoriciens, ils font consister les principes des nombres dans les séries des termes successifs par lesquels se conçoivent les pairs et les impairs » ; ils disent, par exemple, que le principe de trois dans les choses sensibles est la triade, que le principe de tout ce qui est quatre, parmi les choses sensibles, est la tétrade, et ainsi de même pour tous les autres nombres. Ils prétendent en outre que la monade est le principe de tous ces nombres et que l'*un* est libre de toute variété, l'un qui se trouve

14 Ainsi, d'après Théon, la monade est abstraite ; l'*un* est concret.

μέτρον εἴη τῶν ὑφ' ἑαυτὸ ὄντων, καθὸ ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται, μετασχὸν τῆς πρώτης τοῦ ἑνὸς οὐσίας τε καὶ ἰδέας.

Ἀρχύτας δὲ καὶ Φιλόλαος ἀδιαφόρως τὸ ἓν καὶ μονάδα καλοῦσι καὶ τὴν μονάδα ἕν. οἱ δὲ πλεῖστοι προστιθέασι τῷ μονάδα αὐτὴν τὴν πρώτην μονάδα, ὡς οὔσης τινὸς οὐ πρώτης μονάδος, ἥ ἐστι κοινότερον καὶ αὐτὴ μονὰς καὶ ἕν — λέγουσι δὴ καὶ τὸ ἕν —, τουτέστιν ἡ πρώτη καὶ νοητὴ οὐσία τοῦ ἑνός, ἑκάστου τῶν πραγμάτων παρέχουσα ἕν · μετοχῇ γὰρ αὐτῆς ἕκαστον ἓν καλεῖται. διὸ καὶ τοὔνομα αὐτοῦ οὐδὲν παρεμφαίνει τί ἓν καὶ τίνος γένους, κατὰ πάντων δὲ κατηγορεῖται, [ὥστε καὶ ἡ μονὰς καὶ ἕν ἐστι,]

κἂν τὰ μὲν νοητὰ καὶ παραδείγματα μηδὲν ἀλλήλων διαφέροντα, τὰ δὲ αἰσθητά. ἔνιοι δὲ ἑτέραν διαφορὰν τῆς μονάδος καὶ τοῦ ἑνὸς παρέδοσαν. τὸ μὲν γὰρ ἓν οὔτε κατ' οὐσίαν ἀλλοιοῦται, οὔτε τῇ μονάδι καὶ τοῖς περιττοῖς αἴτιόν ἐστι τοῦ μὴ ἀλλοιοῦσθαι κατ' οὐσίαν, οὔτε κατὰ ποιότητα, αὐτὸ γὰρ μονάς ἐστι καὶ οὐχ ὥσπερ αἱ μονάδες πολλαί, οὔτε κατὰ τὸ ποσόν · οὐδὲ γὰρ συντίθεται ὥσπερ αἱ μονάδες ἄλλη μονάδι · ἓν γάρ ἐστι καὶ οὐ πολλά, διὸ καὶ ἑνικῶς καλεῖται ἕν. καὶ γὰρ εἰ παρὰ Πλάτωνι ἑνάδες εἴρηνται ἐν Φιλήβῳ, οὐ παρὰ τὸ ἓν ἐλέχθησαν ἀλλὰ παρὰ τὴν ἑνάδα, ἥτις ἐστὶ μονὰς μετοχῇ τοῦ ἑνός. κατὰ πάντα δὴ ἀμετάβλητον τὸ ἓν τὸ ὡρισμένον τοῦτο ἐν τῇ μονάδι. ὥστε διαφέροι ἂν τὸ ἓν τῆς μονάδος, ὅτι τὸ μέν ἐστιν ὡρισμένον καὶ πέρας, αἱ δὲ μονάδες ἄπειροι καὶ ἀόριστοι.

dans les nombres n'étant pas tel ou tel un, c'est-à-dire n'étant pas une certaine quantité et une diversité à l'égard d'un autre un, mais étant l'un considéré en lui-même. Car c'est par là qu'il devient le principe et la mesure des choses qui lui sont soumises, de même que chacune des choses qui existent est dite un, comme étant participante de la première essence et de l'idée de ce qui est un. Archytas et Philolaüs se servent indifféremment des mots un et monade, et ils disent que la monade est l'un. La plupart ajoutent au nom de monade l'épithète « première », comme s'il y avait une monade qui ne fût pas première, et comme si celle qu'ils appellent première était plus universelle, et qu'elle fût la monade et l'*un*, — car ils l'appellent aussi l'un — et comme si elle était l'essence première et intelligible qui fait que toutes les choses qui sont un, soient telles. C'est en vertu d'une participation à cette essence que toutes choses sont appelées un. C'est pourquoi le nom même *un* ne dit pas de quelle chose il s'agit, ni quelle en est l'espèce, mais il s'applique à toutes choses. Ainsi, la monade et l'*un* étant tout à la fois intelligibles et sensibles, ces deux choses ne diffèrent en rien l'une de l'autre. Quelques-uns mettent une autre différence entre l'*un* et la monade : l'*un* ne change pas selon la substance, et ce n'est pas lui qui fait que la monade ou les impairs changent selon l'essence. Il ne change pas non plus selon la qualité, car c'est lui-même qui est monade, et non comme les monades qui sont plusieurs. Il ne change pas non plus selon la quantité, car il n'est pas composé, comme les monades auxquelles s'ajoute une autre monade. Il est un et non plusieurs ; c'est pour cela qu'on l'appelle lui seul *un*. Et quoique Platon, dans le *Philèbe* *, se soit servi de l'expression « les unités », il ne les a pas appelées ainsi d'après l'un, mais d'après la monade qui est une participation de l'un. Cet un, qui se distingue de la monade dont il est l'essence, est quel-

30 Le *Philèbe*, p. 15 A.

Περὶ ἀρτίου καὶ Περιττοῦ

ε. τῶν δὲ ἀριθμῶν ποιοῦνται τὴν πρώτην τομὴν εἰς δύο · τοὺς μὲν γὰρ αὐτῶν ἀρτίους, τοὺς δὲ περιττούς φασι. καὶ ἄρτιοι μέν εἰσιν οἱ ἐπιδεχόμενοι τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν, ὡς ἡ δυάς, ἡ τετράς · περισσοὶ δὲ οἱ εἰς ἄνισα διαιρούμενοι, οἷον ὁ ε', ὁ ζ'. πρώτην δὲ τῶν περισσῶν ἔνιοι ἔφασαν τὴν μονάδα. τὸ γὰρ ἄρτιον τῷ περισσῷ ἐναντίον · ἡ δὲ μονὰς ἤτοι περιττόν ἐστιν ἢ ἄρτιον · καὶ ἄρτιον μὲν οὐκ ἂν εἴη · οὐ γὰρ ὅπως εἰς ἴσα, ἀλλ' οὐδὲ ὅλως διαιρεῖται · περιττὴ ἄρα ἡ μονάς. κἂν ἀρτίῳ δὲ ἄρτιον προσθῇς, τὸ πᾶν γίνεται ἄρτιον · μονὰς δὲ ἀρτίῳ προστιθεμένη τὸ πᾶν περιττὸν ποιεῖ · οὐκ ἄρα ἄρτιον ἡ μονὰς ἀλλὰ περιττόν.

Ἀριστοτέλης δὲ ἐν τῷ Πυθαγορικῷ τὸ ἓν φησιν ἀμφοτέρων μετέχειν τῆς φύσεως · ἀρτίῳ μὲν γὰρ προστεθὲν περιττὸν ποιεῖ, περιττῷ δὲ ἄρτιον, ὃ οὐκ ἂν ἠδύνατο, εἰ μὴ ἀμφοῖν ταῖν φυσέοιν μετεῖχε · διὸ καὶ ἀρτιοπέριττον καλεῖσθαι τὸ ἕν. συμφέρεται δὲ τούτοις καὶ Ἀρχύτας. περιττοῦ μὲν οὖν πρώτη ἰδέα ἐστὶν ἡ μονάς, καθάπερ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ὡρισμένῳ καὶ τεταγμένῳ τὸ περιττὸν προσαρμόζουσιν · ἀρτίου δὲ πρώτη ἰδέα ἡ ἀόριστος δυάς, καθὰ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ἀορίστῳ καὶ ἀγνώστῳ καὶ ἀτάκτῳ τὸ ἄρτιον προσαρμόττουσι. διὸ καὶ ἀόριστος καλεῖται ἡ δυάς, ἐπειδὴ οὐκ ἔστιν ὥσπερ ἡ μονὰς ὡρισμένη. οἱ δ' ἑξῆς ἑπόμενοι τούτοις ὅροι ἀπὸ μονάδος ἐκτιθέμενοι τὰ αὐτὰ αὔξονται μὲν τῇ ἴσῃ ὑπεροχῇ · μονάδι γὰρ ἕκαστος αὐτῶν τοῦ προτέρου πλεονάζει · αὐξόμενοι δὲ τοὺς λόγους τῆς πρὸς ἀλλήλους σχέσεως αὐτῶν μειοῦσιν.

que chose de tout à fait immuable. L'*un* diffère donc de la monade, en tant qu'il est défini et terme, tandis que les monades sont indéfinies et indéterminées.

Du nombre pair et du nombre impair

V. Une première division partage les nombres en deux espèces : les uns sont appelés pairs, les autres impairs. Les pairs sont les nombres qui peuvent se diviser en deux parties égales, comme deux et quatre, les impairs au contraire sont les nombres qui ne peuvent se diviser qu'en parties inégales, comme cinq et sept. Quelques-uns ont dit que le premier des impairs est l'unité. Car pair est le contraire d'impair, et l'unité est nécessairement paire ou impaire; or elle ne peut pas être paire, puisque, non seulement elle ne se divise pas en parties égales, mais elle ne se divise même pas du tout; donc l'unité est impaire. Que si vous ajoutez un nombre pair à un autre nombre pair, le tout sera pair; or, l'unité, ajoutée à un nombre pair, donne un tout impair; donc, encore une fois, l'unité n'est pas paire, elle est impaire. Cependant, Aristote dit, dans le *Pythagoricien* *, que l'*un* participe des deux natures. En effet, ajouté à un nombre pair, il donne un nombre impair; mais, ajouté à un nombre impair, il donne un nombre pair, ce qu'il ne pourrait faire s'il ne participait des deux natures. C'est pourquoi on l'appelle *pair-impair*. Archytas paraît avoir été aussi de ce sentiment. La première idée de l'impair est donc l'unité, comme aussi dans le monde, on attribue la qualité d'impair à ce qui est défini et bien ordonné. Au contraire, la première idée du pair est le binaire indéfini, ce qui fait que, dans le monde aussi, on attribue la qualité de pair à tout ce qui est indéfini, inconnu et désordonné. C'est pourquoi le binaire est appelé indéfini, parce qu'il n'est pas défini comme l'unité. Quant aux termes qui se sui-

19 L'un des ouvrages perdus d'Aristote.

οἷον ἐκτεθέντων ἀριθμῶν α´ β´ γ´ δ´ ε´ ϛ´, ὁ μὲν τῆς δυάδος λόγος πρὸς τὴν μονάδα ἐστὶ διπλάσιος, ὁ δὲ τῆς τριάδος πρὸς τὴν δυάδα ἡμιόλιος, ὁ δὲ τῆς τετράδος πρὸς τὴν τριάδα ἐπίτριτος, ὁ δέ τῆς πεντάδος πρὸς τὴν τετράδα ἐπιτέταρτος, ὁ δὲ τῆς ἑξάδος πρὸς τὴν πεντάδα ἐπίπεμπτος. ἔστι δ' ἐλάττων λόγος ὁ μὲν ἐπίπεμπτος τοῦ ἐπιτετάρτου, ὁ δὲ ἐπιτέταρτος τοῦ ἐπιτρίτου, ὁ δὲ ἐπίτριτος τοῦ ἡμιολίου, ὁ δὲ ἡμιόλιος τοῦ διπλασίου · καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δὲ ἀριθμῶν ὁ αὐτὸς λόγος. ἐναλλὰξ δ' εἰσὶν ἀλλήλοις οἵ τε ἄρτιοι καὶ οἱ περιττοὶ παρ' ἕνα θεωρούμενοι.

Περὶ πρώτου καὶ ἀσυνθέτου

ϛ. τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν πρῶτοι καλοῦνται ἁπλῶς καὶ ἀσύνθετοι, οἱ δὲ πρὸς ἀλλήλους πρῶτοι καὶ οὐχ ἁπλῶς, οἱ δὲ σύνθετοι ἁπλῶς, οἱ δὲ πρὸς αὐτοὺς σύνθετοι. πρῶτοι μὲν ἁπλῶς καὶ ἀσύνθετοι οἱ ὑπὸ μηδενὸς μὲν ἀριθμοῦ, ὑπὸ μόνης δὲ μονάδος μετρούμενοι, ὡς ὁ γ´ ε´ ζ´ ια´ ιγ´ ιζ´ καὶ οἱ τούτοις ὅμοιοι. λέγονται δὲ οἱ αὐτοὶ οὗτοι γραμμικοὶ καὶ εὐθυμετρικοὶ διὰ τὸ καὶ τὰ μήκη καὶ τὰς γραμμὰς κατὰ μίαν διάστασιν θεωρεῖσθει · καλοῦνται δὲ καὶ περισσάκις περισσοί · ὥστε ὀνομάζεσθαι αὐτοὺς πενταχῶς, πρώτους, ἀσυνθέτους, γραμμικούς, εὐθυμετρικούς, περισσάκις περισσούς. μόνοι δὲ οὕτως καταμετροῦνται. τὰ γὰρ τρία οὐκ ἂν ὑπ' ἄλλου καταμετρηθείη ἀριθμοῦ ὥστε γεννηθῆναι ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν, ἢ ὑπὸ μόνης μονάδος · ἅπαξ γὰρ τρία τρία. ὁμοίως δὲ καὶ ἅπαξ ε´ ε´, καὶ ἅπαξ ζ´ ζ´, καὶ ἅπαξ ια´ ια´. διὸ καὶ περισσάκις περισσοὶ κέκληνται · οἵ τε γὰρ καταμετρούμενοι περισσοὶ ἥ τε καταμετροῦσα αὐτοὺς μονὰς περισσή. διὸ καὶ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι μόνοι οἱ περισσοί.

vent par une série continue, en commençant par l'unité, ils augmentent toujours d'une quantité égale, chacun surpassant d'une unité celui qui le précède; mais, à mesure que les termes augmentent, leur rapport mutuel diminue. Soient, par exemple, les termes 1, 2, 3, 4, 5, 6, la raison du nombre 2 à l'unité est double; celle du nombre 3 au nombre 2 est sesquialtère ($1 + 1/2$); celle du nombre 4 au nombre 3 est sesquitierce ($1 + 1/3$); celle du nombre 5 au nombre 4 est sesquiquarte ($1 + 1/4$); enfin celle du nombre 6 au nombre 5 est sesquiquinte ($1 + 1/5$). Or, le rapport $1 + 1/5$ est plus petit que $1 + 1/4$; $1 + 1/4$ est plus petit que $1 + 1/3$; $1 + 1/3$ est plus petit que $1 + 1/2$; et enfin $1 + 1/2$ est plus petit que 2. Et on trouverait que la raison décroît de même pour les autres nombres. On voit aussi que les nombres successifs sont alternativement pairs et impairs.

Du nombre premier ou incomposé

VI. Parmi les nombres, les uns sont dits premiers absolus ou incomposés; d'autres sont premiers entre eux, mais non absolument; d'autres sont absolument composés; d'autres, composés entre eux. Les nombres absolument premiers et incomposés sont ceux qu'aucun nombre ne peut mesurer, si ce n'est l'unité. Tels sont 3, 5, 7, 11, 13, 17..... et autres semblables. Ces nombres sont aussi appelés linéaires et euthymétriques, parce que les longueurs et les lignes ne sont considérées que dans une seule dimension. On les appelle aussi impairement-impairs. On leur donne donc cinq dénominations différentes : premiers, incomposés, linéaires, euthymétriques et impairement-impairs. Ce sont les seuls qui ne soient pas divisibles; ainsi aucun des autres nombres, différents de l'unité, ne peut diviser le nombre 3, de sorte que 3 puisse résulter de leur multiplication. En effet, une fois 3 fait 3. De même, une fois 5 fait 5, une fois 7 fait 7, et une fois 11 fait 11. Et c'est pour cela qu'on appelle ces nombres οἱ γὰρ ἄρτιοι οὔτε πρῶτοι οὔτε ἀσύνθετοι οὔτε ὑπὸ μόνης μονάδος μετρούμενοι, ἀλλὰ καὶ ὑπ' ἄλλων ἀριθμῶν · οἷον τετρὰς μὲν ὑπὸ δυάδος · δὶς γὰρ β' δ' · ἑξὰς δὲ ὑπὸ δυάδος καὶ τριάδος · δὶς γὰρ γ' ς' καὶ τρὶς β' ς' · καὶ οἱ λοιποὶ ἄρτιοι κατὰ τὰ αὐτὰ ὑπό τινων μειζόνων τῆς μονάδος ἀριθμῶν καταμετροῦνται, πλὴν τῆς δυάδος. ταύτῃ γὰρ μόνῃ συμβέβηκεν, ὅπερ καὶ ἐνίοις τῶν περισσῶν, τὸ ὑπὸ μονάδος μετρεῖσθαι μόνον · ἅπαξ γὰρ β' β' · διὸ καὶ περισσοειδὴς εἴρηται ταὐτὸ τοῖς περισσοῖς πεπονθυῖα. πρὸς ἀλλήλους δὲ λέγονται πρῶτοι ἀριθμοὶ καὶ οὐ καθ' αὑτοὺς οἱ κοινῷ μέτρῳ μετρούμενοι τῇ μονάδι, κἂν ὑπ' ἄλλων τινῶν ἀριθμῶν ὡς πρὸς ἑαυτοὺς καταμετρῶνται, οἷον ὁ η' μετρεῖται μὲν καὶ ὑπὸ τῶν β' καὶ δ', |καὶ ὁ θ' ὑπὸ τῶν γ', καὶ ὁ ι' ὑπὸ τῶν β' καὶ ε' · ἔχουσι δὲ καὶ κοινὸν μέτρον καὶ πρὸς ἀλλήλους καὶ πρὸς τοὺς καθ' ἑαυτοὺς πρώτους τὴν μονάδα · καὶ γὰρ [ἅπαξ γ' γ'· καὶ] ἅπαξ η' η' καὶ ἅπαξ θ' θ' καὶ ἅπαξ ι' ι'.

Περὶ συνθέτου ἀριθμοῦ

ζ. σύνθετοι δέ εἰσι πρὸς ἑαυτοὺς οἱ ὑπό τινος ἐλάττονος ἀριθμοῦ μετρούμενοι, ὡς ὁ ς' ὑπὸ δυάδος καὶ τρίαδος. πρὸς ἀλλήλους δὲ σύνθετοι οἱ κοινῷ ᾧτινιοῦν μέτρῳ μετρούμενοι · ὡς ὁ η' καὶ ὁ ς' · κοινὸν γὰρ ἔχουσι μέτρον δυάδα · δὶς γὰρ γ' ς' καὶ δὶς δ' η' · καὶ ὁ ς' καὶ ὁ θ' · κοινὸν γὰρ αὐτῶν μέτρον ἡ τρίας · καὶ γὰρ τρὶς β' ς' καὶ τρὶς γ' θ'. οὔτε δὲ ἡ μονὰς ἀριθμός, ἀλλὰ ἀρχὴ ἀριθμοῦ, οὔτε ἡ ἀόριστος δυάς, πρώτη οὖσα ἑτερότης μονάδος καὶ μηδὲν αὐτῆς ἐν ἀρτίοις ἀρχικώτερον ἔχουσα. τῶν δὲ συνθέτων τοὺς μὲν ὑπὸ δύο ἀριθμῶν περιεχομένους καλοῦσιν ἐπιπέimpairement-impairs [1]; car ils sont impairs, et l'unité qui les mesure est également impaire. Aussi les seuls impairs peuvent être premiers ou incomposés. En effet, les nombres pairs ne sont pas premiers et incomposés; ils n'ont pas la seule unité pour mesure, d'autres nombres les mesurent : par exemple, 2 mesure 4, car 2 fois 2 font 4; 2 et 3 mesurent 6, car 2 fois 3 et 3 fois 2 font 6. Tous les autres nombres pairs, à l'exception de 2, sont mesurés de même par des nombres plus grands que l'unité. Le nombre 2 est le seul, parmi les pairs, qui soit dans le même cas que plusieurs impairs, de n'avoir que l'unité pour mesure. En effet une fois 2 est 2. C'est pour cela qu'on a dit que le nombre 2 a la nature du nombre impair, parce qu'il a la même propriété que les impairs. On appelle premiers entre eux, mais non absolument, les nombres qui ont pour commune mesure l'unité, quoique d'autres nombres les mesurent, si on les considère séparément, comme 8 que mesurent 2 et 4, 9 que]mesure 3, et 10 que mesurent 2 et 5. Ils ont, en effet, l'unité pour commune mesure, soit entre eux, soit par rapport à leurs facteurs premiers : on a [une fois 3 égale 3] une fois 8 égale 8, une fois 9 égale 9, et une fois 10 égale 10.

Du nombre composé

VII. Les nombres composés sont les nombres mesurés par un nombre moindre qu'eux-mêmes, comme 6 qui est mesuré par 2 et 3. Les nombres composés entre eux sont ceux qui ont une mesure commune comme 8 et 6, qui ont 2 pour commune mesure, car 2 fois 3 font 6 et 2 fois 4 font 8. Tels sont encore 6 et 9 qui ont 3 pour commune mesure, car 3 fois 2 font 6 et 3 fois 3 font 9. Quant à l'unité, elle n'est pas un nombre, mais le principe du nombre; et, quant au nom-

1 Euclide appelle impairement-impairs les nombres de la forme $(2a + 1)$ $(2b + 1)$, cf. *Éléments* VII, déf. 10. Les nombres premiers sont compris dans cette formule en supposant $2b + 1 = 1$, c'est-à-dire $b = 0$.

δους, ὡς κατὰ δύο διαστάσεις θεωρουμένους καὶ οἷον ὑπὸ μήκους καὶ πλάτους περιεχομένους, τοὺς δὲ ὑπὸ τριῶν στερεούς, ὡς καὶ τὴν τρίτην διάστασιν προσειληφότας. περιοχὴν δὲ καλοῦσιν ἀριθμῶν τὸν δι' ἀλλήλων αὐτῶν πολυπλασιασμόν.

Περὶ τῆς τῶν ἀρτίων διαφορᾶς

η. τῶν δὲ ἀρτίων οἱ μέν εἰσιν ἀρτιάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ περιττάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ ἀρτιοπέριττοι. ἀρτιάκις μὲν ἄρτιοι [τὸ σημεῖον τοῦτό ἐστιν] οἷς τρία συμβέβηκεν, ἓν τὸ ὑπὸ δύο ἀρτίων ἐπ' ἀλλήλους πολυπλασιασθέντων γεγενῆσθαι, δεύτερον τὸ πάντα ἄρτια ἔχειν τὰ μέρη μέχρι τῆς εἰς μονάδα καταλήξεως, τρίτον τὸ μηδὲν αὐτῶν μέρος ὁμώνυμον εἶναι περιττῷ · ὁποῖοί εἰσιν ὁ λβ′ ξδ′ ρκη′ καὶ οἱ ἀπὸ τούτων ἑξῆς κατὰ τὸ διπλάσιον λαμβανόμενοι. τὰ γὰρ λβ′ γέγονε μὲν ἔκ τε δ' καὶ η′, ἅ ἐστιν ἄρτια · μέρη δὲ αὐτῶν πάντα ἄρτια, ἥμισυ ις′, τέταρτον ὁ η′, ὄγδοον ὁ δ′ · αὐτά τε τὰ μόρια ὁμώνυμα ἀρτίοις, τό τε ἥμισυ ὡς ἐν δυάδι θεωρούμενον καὶ τέταρτον καὶ ὄγδοον. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως ἀριθμῶν.

θ. ἀρτιοπέριττοι δέ εἰσιν οἱ ὑπὸ δυάδος καὶ περιττοῦ οὑτινοσοῦν μετρούμενοι, οἵτινες ἐκ παντὸς περιττὰ μέρη ἔχουσι τὰ ἡμίσεα κατὰ τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν · ὡς τὰ δὶς ζ′ ιδ′. ἀρτιάκις μὲν γὰρ οὗτοι καλοῦνται περιττοί, ἐπεὶ ὑπὸ τῆς δυάδος ἀρτίας οὔσης μετροῦνται καὶ περισσοῦ τινος, ὁ μὲν

19 **Titre dans quelques mss. : περὶ ἀρτιοπερίττων (des nombres pairement-impairs).**

bre 2, il n'est pas indéfini, il est le premier nombre différent de l'unité et, quoique pair, il n'a pas de diviseur plus grand que l'unité. Les nombres composés qui sont le produit de deux nombres sont appelés *plans;* on les considère comme ayant deux dimensions, longueur et largeur. Ceux qui sont le produit des trois nombres sont appelés *solides,* comme possédant la troisième dimension. Enfin, on appelle *circuit* le résultat de la multiplication de nombres les uns par les autres.

Des diverses sortes de nombres pairs

VIII. Parmi les nombres pairs, les uns sont pairement-pairs, d'autres impairement-pairs, d'autres enfin pairement-impairs. On reconnaît qu'un nombre est pairement-pair quand il réunit ces trois conditions : 1° qu'il soit engendré par deux pairs multipliés entre eux ; 2° que toutes les parties en soient paires jusqu'à la réduction à l'unité ; 3° qu'aucune de ses parties n'ait le même nom qu'un nombre impair. Tels sont 32, 64, 128, et ainsi de suite en procédant par une progression double. En effet, 32 est le produit des nombres 4 et 8 qui sont pairs. Toutes les parties en sont paires, savoir : la moitié 16, le quart 8, le huitième 4, les parties sont de même nom que les nombres pairs, la moitié est considérée comme le nombre binaire, il en est de même du quart, du huitième (qui sont considérés comme les nombres 4, 8). Il en est de même des autres nombres *.

IX. On appelle nombres pairement impairs les nombres mesurés par le nombre 2 et par un nombre impair quelconque et qui ont, par conséquent, des moitiés impaires quand on fait la division par 2. Tel est 2 fois 7 ou 14. On les appelle pairement impairs, parce qu'ils ont pour mesure le nombre 2

25 Ainsi, suivant Théon, le nombre pairement-pair est une puissance de 2. Suivant Euclide, c'est un produit de deux nombres pairs ; cf. *Éléments,* VII, déf. 8.

δύο τοῦ ἑνός, ὁ δὲ ϛ´ τοῦ γ´, ὁ δὲ ι´ τοῦ ε´, ὁ δὲ ιδ´ τοῦ ζ´. διαιροῦνται δὲ οὗτοι τὴν πρώτην διαίρεσιν εἰς περιττὸν, μετὰ δὲ τὴν πρώτην εἰς ἴσα διαίρεσιν οὐκ ἔτι διαιροῦνται. τῶν γὰρ ϛ´ τὰ μὲν γ´ ἥμισυ, τὰ δὲ γ´ οὐκ ἔτι εἰς ἴσα διαιρεῖται · μονὰς γὰρ ἀδιαίρετος.

ι. περισσάκις δὲ ἄρτιοί εἰσιν ὧν ὁ πολλαπλασιασμὸς ἐκ δυεῖν ὡντινωνοῦν περισσοῦ καὶ ἀρτίου γίνεται, καὶ πολλαπλασιασθέντες εἰς ἴσα μὲν ἄρτια μέρη δίχα διαιροῦνται, κατὰ δὲ τὰς πλείους διαιρέσεις ἃ μὲν ἄρτια μέρη, ἃ δὲ περισσὰ ἔχουσιν · ὡς ὁ ιβ´ καὶ κ´ · τρὶς γὰρ δ´ ιβ´, καὶ πεντάκις δ´ κ´ · καὶ τὰ μὲν ιβ´ διχῇ διαιρεῖται <εἰς> ϛ´ καὶ ϛ´, τριχῇ δὲ εἰς δ´ καὶ δ´ καὶ δ´, τετραχῇ δὲ εἰς τετράκις γ´ · τὰ δὲ κ´ διχῇ μὲν εἰς ι´, τετραχῇ δὲ εἰς ε´, πενταχῇ δὲ εἰς δ´.

Περὶ ἰσάκις ἴσων καὶ ἑτερομηκῶν καὶ παραλληλογράμμων ἀριθμῶν

ια. ἔτι τῶν συνθέτων ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι εἰσὶ καὶ τετράγωνοι καὶ ἐπίπεδοι, ἐπειδὰν ἴσος ἐπὶ ἴσον πολλαπλασιασθεὶς γεννήσῃ τινὰ ἀριθμόν, [ὁ γεννηθεὶς ἰσάκις τε ἴσος καὶ τετράγωνός ἐστιν] ὡς ὁ δ´, ἔστι γὰρ δὶς β´, καὶ ὁ θ´, ἔστι γὰρ τρὶς γ´ ·

ιβ. οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι, ἐπειδὰν ἄνισοι ἀριθμοὶ ἐπ᾽ ἀλλήλους παλλαπλασιασθῶσιν, ὡς ὁ ϛ´ · ἔστι γὰρ δὶς γ´ ϛ´.

ιγ. τούτων δὲ ἑτερομήκεις μέν εἰσιν οἱ τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας μονάδι μείζονα ἔχοντες. ἔστι δὲ ὁ τοῦ περισσοῦ

6 Titre : περὶ περισσάκις ἀρτίων (des nombres impairement pairs).

qui est pair et, en outre, un nombre impair; 2 a l'unité; 6 a le nombre 3; 10 à le nombre 5; 14 a 7. Ces nombres, une fois faite la division par 2, sont partagés en deux parties impaires, et, après la première division, ils n'en admettent plus d'autre en deux parties égales. En effet, la moitié de 6 est 3, mais 3 ne peut se diviser en parties égales, car l'unité (qui reste après la division par 2) est indivisible *.

X. Les nombres impairement pairs sont ceux qui résultent de la multiplication de deux nombres quelconques, l'un impair, l'autre pair, lesquels, multipliés l'un par l'autre, sont divisés par le nombre 2 en deux parties paires; mais, si l'on emploie de plus grands diviseurs, les quotients sont tantôt pairs, tantôt impairs. Tels sont les nombres 12 et 20, qui valent respectivement 3 fois 4, et 5 fois 4. Or, en divisant 12 successivement par 2, 3 et 4, on a $12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3$. On a de même $20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 5 \times 4$ *.

Des nombres carrés, hétéromèques, parallélogrammes

XI. Parmi les nombres composés les uns sont également égaux, c'est-à-dire carrés et plans, quand ils résultent de la multiplication de deux nombres égaux [le résultat est également égal ou carré]. Tels sont les nombres 4 et 9, car 2 fois 2 font 4 et 3 fois 3 font 9.

XII. Au contraire, les nombres composés sont inégalement inégaux, quand ils résultent de la multiplication de deux nombres inégaux. Tel est 6, car 2 fois 3 font 6.

XIII. Parmi ces nombres, on nomme *hétéromèques,* ceux qui ont un côté (facteur) plus long que l'autre d'une unité.

7 Les nombres pairement impairs sont donc, d'après Théon, les nombres de la forme $2\,(2\,a + 1)$. C'est la même définition que celle d'Euclide, Cf. *Éléments,* VII, déf. 9. — 16 Les nombres impairement pairs, que Théon distingue des nombres pairement impairs, seraient donc les nombres de la forme $(2\,a + 1)\,4\,b$.

ἀριθμοῦ μονάδι πλεονάζων καὶ ἄρτιος · διὸ μόνον ἄρτιοι οἱ ἑτερομήκεις. ἡ γὰρ ἀρχὴ τῶν ἀριθμῶν, τουτέστιν ἡ μονὰς, περισσὴ οὖσα τὴν ἑτερότητα ζητοῦσα τὴν δυάδα ἑτερομήκη τῷ αὑτῆς διπλασιασμῷ ἐποίησε, καὶ διὰ τοῦτο ἡ δυὰς τῆς μονάδος ἑτερομήκης οὖσα καὶ μονάδι ὑπερέχουσα τοὺς ἀρτίους ἀριθμοὺς τῶν περισσῶν ἑτερομήκεις ποιεῖ μονάδι ὑπερέχοντας, γεννῶνται δὲ διχῶς, ἔκ τε πολλαπλασιασμοῦ καὶ ἐπισυνθέσεως. ἐκ μὲν ἐπισυνθέσεως οἱ ἄρτιοι τοῖς ἐφεξῆς ἐπισυντιθέμενοι τοὺς ἀπογεννωμένους ποιοῦσιν ἑτερομήκεις. οἷον ἐκκείσθωσαν ἄρτιοι κατὰ τὸ ἑξῆς

β′ δ′ ς′ η′ ι′ ιβ′ ιδ′ ις′ ιη′ ·

γίνονται δὲ κατ' ἐπισύνθεσιν β′ καὶ δ′ ς′, ς′ καὶ ς′ ιβ', ιβ′ καὶ η′ κ′, κ′ καὶ ι′ λ′ · ὥστε εἶεν ἂν οἱ γεγεννημένοι ἑτερομήκεις ς′ ιβ′ κ′ λ′. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς. κατὰ δὲ πολλαπλασιασμὸν οἱ αὐτοὶ ἑτερομήκεις γεννῶνται τῶν ἐφεξῆς ἀρτίων τε καὶ περιττῶν τοῦ πρώτου ἐπὶ τὸν ἑξῆς πολλαπλασιαζομένου · οἷον

α′ β′ γ′ δ′ ε′ ς′ ζ′ η′ θ′ ι′

ἅπαξ μὲν γὰρ β′ β′, δὶς δὲ γ′ ς′, τρὶς δὲ δ′ ιβ′, τετράκις δὲ ε′ κ′, πεντάκις δὲ ς′ λ′ · καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ὁ αὐτὸς λόγος. ἑτερομήκεις δὲ οἱ τοιοῦτοι κέκληνται, ἐπειδὴ πρώτην ἑτερότητα τῶν πλευρῶν ἡ προσθήκη τῇ ἑτέρᾳ πλευρᾷ τῆς μονάδος ποιεῖ.

ιδ. παραλληλόγραμμοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ δυάδι [ἢ καὶ μείζονι ἀριθμῷ] τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ὑπερέχουσαν

23 ἢ καὶ μείζονι ἀριθμῷ] ces quatre mots doivent être supprimés : si les côtés du nombre parallélogramme pouvaient différer de plus de deux unités, la définition de ce nombre serait la même que celle du nombre promèque ; voy. I, XVII. D'ailleurs, dans les quatre exemples de nombres parallélogrammes donnés par Théon (2×4, 4×6, 6×8, et 8×10) la différence des deux facteurs est égale à 2. Il paraît donc évident que Théon définit d'abord le nombre carré $a \times a$, puis le nombre hétéromèque $a\,(a + 1)$ et le nombre parallélogramme $a\,(a + 2)$, avant de définir le nombre promèque $a\,(a + b)$ la différence b des deux facteurs étant un nombre entier quelconque.

Or, le nombre qui surpasse le nombre impair d'une unité est pair, donc les hétéromèques ne comprennent que des nombres pairs. En effet, l'unité, principe de tous les nombres, étant impaire et tendant à la production des autres, a fait, en se doublant elle-même, le nombre 2 qui est hétéromèque. C'est pourquoi le nombre 2, étant hétéromèque et surpassant l'unité d'une unité, rend hétéromèques les nombres pairs qui surpassent les impairs d'une unité. Or, les nombres dont il s'agit s'engendrent de deux manières, par la multiplication et par l'addition. Par l'addition, les nombres pairs ajoutés aux nombres pairs qui les précèdent, produisent les nombres hétéromèques. Soient, en effet, les nombres pairs successifs

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.

Par l'addition, on a $2+4=6$; $6+6=12$; $12+8=20$; $20+10=30$; en sorte que les sommes sont les nombres hétéromèques 6, 12, 20, 30 et ainsi des suivants *. Les mêmes nombres hétéromèques sont également obtenus par la multiplication des pairs et des impairs successifs, le premier nombre étant multiplié par le suivant. Soit, en effet,

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

On a 1 fois $2=2$; 2 fois $3=6$; 3 fois $4=12$; 4 fois $5=20$; 5 fois $6=30$; et ainsi de suite. Les nombres hétéromèques sont ainsi appelés, parce que c'est l'addition de l'unité à l'un des côtés qui fait la première diversité des côtés.

XIV. Les nombres parallélogrammes sont ceux qui ont un côté plus grand que l'autre de 2 unités, comme 2 fois 4, 4 fois 6, 6 fois 8, 8 fois 10, qui valent 8, 24, 48, 80.

17 La somme des termes de la progression formée par la suite naturelle des nombres pairs

$$2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16 \ldots\ 2n$$

est, en effet, $n(n+1)$, donc c'est un nombre hétéromèque d'après la définition.

Théon ne donne jamais la démonstration des théorèmes arithmétiques qu'il énonce; il les vérifie sur quelques exemples.

ἔχοντες, ὡς ὁ δὶς δ΄ καὶ ὁ τετράκις ϛ΄ καὶ ὁ ἑξάκις η΄ καὶ ὁ ὀκτάκις ι΄, οἵτινές εἰσιν ὁ η΄ κδ΄ μη΄ π΄.

ιε. τετράγωνοί εἰσιν οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς περισσῶν ἐπισυντιθεμένων ἀλλήλοις γεννώμενοι. οἷον ἐκκείσθωσαν ἐφεξῆς περισσοὶ α΄ γ΄ ε΄ ζ΄ θ΄ ια΄ · ἓν καὶ γ΄ δ΄, ὅς ἐστι τετράγωνος, ἰσάκις γάρ ἐστιν ἴσος, τουτέστι δὶς β΄ δ΄ · δ΄ καὶ ε΄ θ΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνος · ἔστι γὰρ τρὶς γ΄ θ΄ · θ΄ καὶ ζ΄ ιϛ΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι · τετράκις γὰρ δ΄ ιϛ΄ · ιϛ΄ καὶ θ΄ κε΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι καὶ ἰσάκις ἴσος · ἔστι γὰρ πεντάκις ε΄ κε΄ · καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. κατὰ μὲν οὖν ἐπισύνθεσιν οὕτως γεννῶνται οἱ τετράγωνοι, τῶν ἐφεξῆς περισσῶν τῷ γεννωμένῳ ἀπὸ μονάδος τετραγώνῳ προστιθεμένων · κατὰ πολλαπλασιασμὸν δέ, ἐπειδὰν ὁστισοῦν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ, οἷον δὶς β΄ δ΄, τρὶς γ΄ θ΄, τετράκις δ΄ ιϛ΄.

ιϛ. οἱ μὲν οὖν τετράγωνοι πάντες τοὺς ἑτερομήκεις περιλαμβάνουσι κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν καὶ μέσους αὐτοὺς ποιοῦσι τουτέστι τοὺς μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ἔχοντας · οἱ δὲ ἑτερομήκεις οὐκ ἔτι τοὺς τετραγώνους περιλαμβάνουσιν ὡς μέσους εἶναι κατὰ ἀναλογίαν.

οἷον α΄ β΄ γ΄ δ΄ ε΄. οὗτοι τῷ μὲν ἰδίῳ πλήθει πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τετραγώνους · ἅπαξ τε γὰρ α΄ α΄ καὶ δὶς β΄ δ΄ καὶ τρὶς γ΄ θ΄ καὶ τετράκις δ΄ ιϛ΄ καὶ πεντάκις ε΄ κε΄ · καὶ οὐκ ἐκβαίνουσι τῶν ἰδίων ὅρων · ἥ τε γὰρ δυὰς ἑαυτὴν ἐδύασε καὶ ἡ τριὰς ἑαυτὴν ἐτρίασεν, ὥστε εἶεν ἂν τετράγωνοι οἱ ἑξῆς α΄ δ΄ θ΄ ιϛ΄ κε΄. μέσους δὲ ἔχουσι τοὺς ἑτερομήκεις οὕτως. τετράγωνοι δύο ἐφεξῆς ὅ τε α΄ καὶ δ΄ · τούτων μέσος ἑτερομήκης ὁ β΄ · κείσθωσαν δὴ α΄ β΄ δ΄ μέσος γίνεται ὁ β΄, τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν

3 Titre : περὶ τετραγώνων ἀριθμῶν (des nombres carrés). — 16 Titre : ὅτι οἱ τετράγωνοι μέσους τοὺς ἑτερομήκεις λαμβάνουσιν (que les carrés comprennent les nombres hétéromèques, comme moyens en proportion géométrique). — 18 μείζονα] μείζονας Hiller. — 19 ἔχοντας] ὑπερέχοντας Hiller.

XV. Les nombres engendrés par l'addition des nombres impairs successifs sont carrés. Soit, en effet, la série des impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11; 1 et 3 font 4 qui est carré, car il est également égal, 2 fois 2 font 4; 4 et 5 font 9, qui est aussi carré, car 3 fois 3 font 9; 9 et 7 font 16, qui est carré, car 4 fois 4 font 16; 16 et 9 font 25, c'est encore un nombre carré, car il est également égal, 5 fois 5 font 25. On continuerait ainsi à l'infini. Telle est donc la génération des nombres carrés par l'addition, chaque impair étant successivement ajouté au carré obtenu en sommant les impairs précédents à partir de l'unité *. La génération a lieu aussi par la multiplication, en multipliant un nombre quelconque par lui-même, comme 2 fois 2 font 4, 3 fois 3 font 9, 4 fois 4 font 16.

XVI. Les carrés consécutifs ont pour moyens, en proportion géométrique, des hétéromèques, c'est-à-dire des nombres dont un côté est plus long que l'autre d'une unité; mais les hétéromèques consécutifs n'ont pas des carrés pour moyens proportionnels.

Ainsi, soient les nombres 1, 2, 3, 4, 5; chacun d'eux multiplié par lui-même donne un carré : $1 \times 1 = 1$; $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$; $4 \times 4 = 16$; $5 \times 5 = 25$; aucun des facteurs ne sort de ses propres limites, car le nombre 2 ne fait que se doubler lui-même, 3 ne fait que se tripler,... Les carrés successifs sont donc 1, 4, 9, 16, 25. Je dis qu'ils ont pour moyens les hétéromèques. Prenons, en effet, les carrés successifs 1 et 4, le moyen entre eux est le nombre hétéromèque 2; si nous posons la série 1, 2, 4, le moyen 2 contient l'extrême 1, autant de fois qu'il est contenu dans l'autre extrême 4; 2 est, en effet, le double de 1, et 4 le double de 2. Soient encore les car-

11 En effet, le n^e nombre impair à partir de l'unité est $2n - 1$ et la somme des termes de la progression 1, 3, 5, 7, 9, ... $2n - 1$ est n^2.

ὑπερέχων, ὑφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος · τοῦ μὲν γὰρ ἑνὸς τὰ β' διπλάσια, τῶν δὲ β' τὰ δ'. πάλιν τετράγωνοι μὲν ὁ δ' καὶ θ' · μέσος δὲ αὐτῶν ἑτερομήκης ὁ ϛ' · κείσθωσαν δὴ δ' ϛ' θ' · μέσος ὁ ϛ', τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν [γὰρ] ὑπερέχων, ὑφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος · τῶν μὲν γὰρ δ' τὰ ϛ' ἡμιόλια, τῶν δὲ ϛ' τὰ θ'. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς.

οἱ δὲ ἑτερομήκεις, ὑπὸ τῶν τῇ μονάδι ὑπερεχόντων πολλαπλασιαζόμενοι, οὔτε μένουσιν ἐν τοῖς ἰδίοις ὅροις οὔτε περιέχουσι τοὺς τετραγώνους. οἷον τὰ δὶς γ' γεννᾷ τὸν ϛ' καὶ τὰ τρὶς δ' γεννᾷ τὸν ιβ' καὶ τὰ τετράκις ε' γεννᾷ τὸν κ', καὶ οὐδεὶς αὐτῶν μένει ἐν τῷ ἑαυτοῦ ὅρῳ, ἀλλὰ μεταπίπτει ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ, οἷον δυὰς ἐπὶ τριάδα καὶ τριὰς ἐπὶ τετράδα καὶ τετρὰς ἐπὶ πεντάδα ·

οἵ τε γεννώμενοι οὐ περιλαμβάνουσι τοὺς τετραγώνους ἀριθμούς · οἷον ἐφεξῆς ἑτερομήκεις β' ϛ', μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἐστι τῇ τάξει τετράγωνος ὁ δ' · ἀλλὰ κατ' οὐδεμίαν ἀναλογίαν περιλαμβάνεται ὑπ' αὐτῶν ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα εἶναι. ἐκκείσθω γὰρ β' δ' ϛ' · ἡ τετρὰς ἐν διαφόροις λόγοις πρὸς τὰ ἄκρα γενήσεται · τῶν μὲν γὰρ β' τὰ δ' διπλάσια, τῶν δὲ δ' τὰ ϛ' ἡμιόλια. ἵνα δὲ ἀναλόγως μέσον ᾖ, δεῖ αὐτὸ οὕτως μέσον εἶναι, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, τοῦτον τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. πάλιν τῶν ϛ' καὶ ιβ' ἑτερομήκων μέσος τῇ τάξει τετράγωνος ὁ θ', ἀλλ' οὐχ εὑρεθήσεται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα · ϛ' θ' ιβ' · τῶν μὲν γὰρ ϛ' τὰ θ' ἡμιόλια, τῶν δὲ θ' τὰ ιβ' ἐπίτριτα. ὁ δὲ αὐτὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς λόγος.

rés 4 et 9, leur moyen est le nombre hétéromèque 6. Si nous mettons en ligne 4, 6, 9, le rapport du moyen 6 au premier extrême est égal au rapport du deuxième extrême à 6, car le rapport de 6 à 4 est sesquialtère ($1 + 1/2$), comme le rapport de 9 à 6. Il en est de même des carrés suivants.

Les hétéromèques, au contraire, produits de facteurs qui diffèrent d'une unité, ne restent pas dans leurs propres limites et ne comprennent pas les carrés. Ainsi $2 \times 3 = 6$; $3 \times 4 = 12$; et $4 \times 5 = 20$. Or, aucun des (premiers) facteurs ne demeure dans ses propres limites, il change dans la multiplication, le nombre 2 se multipliant par 3, le nombre 3 par 4, et 4 par 5.

De plus, les nombres hétéromèques engendrés ne comprennent pas les nombres carrés. Ainsi 2 et 6 sont des hétéromèques successifs entre lesquels se trouve le carré 4; mais celui-ci n'est pas compris entre eux d'après la proportion géométrique continue, en sorte qu'il ait le même rapport avec les extrêmes. Si nous disposons en ligne 2, 4, 6 ; 4 aura un rapport différent avec les extrêmes, car le rapport de 4 à 2 est double et celui de 6 à 4 est sesquialtère ($1 + 1/2$). Or, pour que 4 fut moyen proportionnel, il faudrait que le rapport du premier terme au moyen fût égal au rapport du moyen au troisième terme. Pareillement 9, nombre carré, est compris entre les hétéromèques successifs 6 et 12, mais il n'a pas le même rapport avec les extrêmes, car le rapport de 9 à 6 est sesquialtère ($1 + 1/2$), tandis que celui de 12 à 9 est sesquitierce ($1 + 1/3$). Il en est de même des hétéromèques suivants *.

28 Voy. note III.

Περὶ προμηκῶν ἀριθμῶν

ιζ. προμήκης δέ ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν ἀποτελούμενος ὡντινωνοῦν, ἢ μονάδι ἢ δυάδι ἢ καὶ πλείονι τοῦ ἑτέρου τὸν ἕτερον ὑπερέχοντος, ὡς ὁ κδ΄, ἔστι γὰρ ἑξάκις δ΄, καὶ οἱ τοιοῦτοι. ἔστι δὲ τρία μέρη τῶν προμήκων. καὶ γὰρ πᾶς ἑτερομήκης προμήκης, καθὸ μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ἔχει. ὥστε εἰ μέν τις ἑτερομήκης, οὗτος καὶ προμήκης · οὐ μὴν ἀνάπαλιν · ὁ γὰρ μείζονα πλέον ἢ μονάδι τὴν ἑτέραν ἔχων πλευρὰν προμήκης μέν, οὐ μὴν ἑτερομήκης · ἦν γὰρ ἑτερομήκης ὁ μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν ἔχων πλευράν, ὡς ὁ ς΄ · ἔστι φὰρ δὶς γ΄ ς΄.

ἔτι προμήκης καὶ ὁ κατὰ διαφορὰν πολλαπλασιασμοῦ ποτὲ μὲν μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν <ἔχων>, ποτὲ δὲ πλεῖον ἢ μονάδι · ὡς ὁ ιβ΄ · ἔστι γὰρ καὶ τρὶς δ΄ καὶ δὶς ς΄, ὥστε κατὰ μὲν τὸ τρὶς δ΄ εἴη ἂν ἑτερομήκης, κατὰ δὲ τὸ δὶς ς΄ προμήκης. ἔτι προμήκης ἐστὶν ὁ κατὰ πάσας τὰς σχέσεις τῶν πολλαπλασιασμῶν πλέον ἢ μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν ἔχων πλευράν · ὡς ὁ μ΄ · καὶ γὰρ τετράκις ι΄ καὶ πεντάκις η΄ καὶ δὶς κ΄ · ὅστις καὶ μόνος ἂν εἴη προμήκης. ἑτερομήκης γάρ ἐστιν ὁ ἐκ τῶν ἴσων ἀριθμῶν τὴν πρώτην λαμβάνων ἑτερότητα · ἡ δὲ τῆς μονάδος τῷ ἑτέρῳ ἀριθμῷ προσθήκη πρώτην ποιεῖ ἑτερότητα · διὸ οἱ ἐκ τούτων κυρίως ἀπὸ τῆς πρώτης τῶν πλευρῶν ἑτερότητος ἑτερομήκεις. οἱ δὲ πλέον ἢ μονάδι τὴν ἑτέραν πλευρὰν μείζονα ἔχοντες διὰ τὸν ἐπὶ πλέον προβιβασμὸν τοῦ μήκους προμήκεις κέκληνται.

ιη. εἰσὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἐπίπεδοι, ὅσοι ὑπὸ δύο ἀριθμῶν πολλαπλασιάζονται, οἷον μήκους καὶ πλάτους, τούτων

Des nombres promèques

XVII. Un nombre promèque est un nombre formé de facteurs inégaux quelconques dont l'un surpasse l'autre, soit d'une unité, soit de deux, soit d'un plus grand nombre. Tel est 24 qui vaut 6 fois 4, et autres nombres semblables. Il y a trois classes de nombres promèques. En effet, tout nombre hétéromèque est en même temps promèque, en tant qu'il a un côté plus grand que l'autre; mais, si tout nombre hétéromèque est par là même promèque, la réciproque n'est pas vraie, car le nombre qui a un côté plus long que l'autre de plus d'une unité, est promèque; mais il n'est pas hétéromèque, puisque celui-ci se définit : un nombre dont un côté surpasse l'autre d'une unité, comme 6, puisque $2 \times 3 = 6$.

Un nombre est encore promèque quand, suivant les multiplications diverses, il a un des côtés tantôt plus long d'une unité, tantôt plus long de plus d'une unité. Tel est 12 qui résulte de 3×4 et de 2×6, en sorte qu'à raison des côtés 3 et 4, le nombre 12 est hétéromèque, et qu'à raison des côtés 2 et 6, il est promèque. Enfin, un nombre est encore promèque, si, résultant de toute espèce de multiplication, il a un côté plus long que l'autre de plus d'une unité. Tel est 40, qui est le produit de 10 par 4, de 8 par 5 et de 20 par 2. Les nombres de cette espèce ne peuvent être que promèques. Le nombre hétéromèque est celui qui reçoit la première altération après le nombre formé de facteurs égaux, l'addition d'une unité faite à l'un des deux côtés égaux étant la première altération. C'est pourquoi les nombres qui résultent de cette première altération des côtés ont été appelés, avec raison, hétéromèques; mais ceux qui ont un côté plus grand que l'autre d'une quantité supérieure à l'unité ont été appelés promèques, à cause de la plus grande différence de longueur entre les côtés.

XVIII. Les nombres plans sont les nombres produits par la multiplication de deux nombres représentant la longueur δὲ οἱ μὲν τρίγωνοι, οἱ δὲ τετράγωνοι, οἱ δὲ πενταγώνοι καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς πολύγωνοι.

Περὶ τριγώνων ἀριθμῶν, πῶς γεννῶνται, καὶ περὶ τῶν ἑξῆς πολυγώνων

ιθ. γεννῶνται δὲ οἱ τρίγωνοι τὸν τρόπον τοῦτον. [ὥσπερ] οἱ ἐφεξῆς ἄρτιοι ἀλλήλοις ἐπισυντιθέμενοι κατὰ τὸ ἑξῆς ἑτερομήκεις ἀριθμοὺς ποιοῦσιν. οἷον ὁ β' πρῶτος ἄρτιος · καὶ ἔστιν ἑτερομήκης · ἔστι γὰρ ἅπαξ β΄. εἶτα τοῖς β΄ ἂν προσθῇς δ΄, γίνεται ς΄, ὅς καὶ αὐτὸς ἑτερομήκης · ἔστι γὰρ δὶς γ΄. καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος, ἐναργέστερον δὲ, ὥστε πᾶσιν εὐσύνοπτον εἶναι τὸ λεγόμενον, δείκνυται καὶ τῇδε.

πρώτη δυὰς ἔστω ἄλφα ἐκκείμενα δύο τάδε ·

α α

τὸ σχῆμα αὐτῶν ἔσται ἑτερόμηκες · κατὰ μὲν γὰρ τὸ μῆκός ἐστιν ἐπὶ δύο, κατὰ δὲ τὸ πλάτος ἐφ' ἕν. μετὰ τὰ δύο ἐστὶν ἄρτιος ὁ δ΄ · ἃ ἐὰν προσθῶμεν τοῖς πρώτοις δύο ἄλφα [α΄ α΄] καὶ περιθῶμεν τὰ δ' τοῖς β΄, γίνεται ἑτερόμηκες τὸ τῶν ς΄ σχῆμα · κατὰ μὲν γὰρ τὸ μῆκος γίνεται ἐπὶ τρία, κατὰ δὲ τὸ πλάτος ἐπὶ β΄. ἑξῆς ἐστιν ἄρτιος μετὰ δ΄ ὁ ς΄ · ἂν προσθῇς ταῦτα τοῖς πρώτοις ς΄, γίνεται ὁ ιβ΄, κἂν περιθῇς αὐτὰ τοῖς πρώτοις, ἔσται σχῆμα ἑτερόμηκες · ὡς ἔχειν ταῦτα κατὰ τὸ μῆκος μὲν δ΄, κατὰ πλάτος δὲ γ΄. καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος κατὰ τὴν τῶν ἀρτίων ἐπισύνθεσιν.

α α α	α α α α
α α α	α α α α
	α α α α

πάλιν δὲ οἱ ἑξῆς περισσοὶ ἀλλήλοις ἐπισυντιθέμενοι τετραγώνους ποιοῦσιν ἀριθμούς. εἰσὶ δὲ οἱ ἐφεξῆς περισσοὶ α΄ γ΄ ε΄ ζ΄ θ΄ ια΄. ταῦτα δὲ ἐφεξῆς συντιθεὶς ποιήσεις τετραγώνους et la largeur. Parmi ces nombres, il y en a qui sont triangulaires, d'autres sont quadrangulaires, pentagones et en général polygones.

Des nombres triangulaires, de la manière dont ils s'obtiennent, et des autres nombres polygones

XIX. Les nombres triangulaires s'obtiennent de la manière que nous allons indiquer. Et d'abord les pairs successifs ajoutés les uns aux autres produisent les hétéromèques. Ainsi le premier pair 2 est en même temps hétéromèque, car il vaut 1×2. Si maintenant à 2 on ajoute 4, la somme sera 6 qui est encore un hétéromèque, puisqu'il vaut 2×3 et il en est de même des suivants à l'infini. Mais, afin que ce que nous venons de dire soit plus clair, nous allons le montrer ainsi.

Supposons que le premier pair 2 soit représenté par les deux unités 1 1, la figure qu'elles forment est hétéromèque, car elle a 2 en longueur et 1 en largeur. Après le nombre 2 vient le nombre pair 4; si nous ajoutons les quatre unités aux deux premières, en les plaçant autour (à angle droit), nous aurons la figure du nombre hétéromèque 6, car sa longueur est 3 et sa largeur 2. Après le nombre 4 vient le nombre pair 6. Si nous ajoutons les 6 unités aux 6 premières en les plaçant autour (à angle droit), la somme sera 12 et la figure sera hétéromèque, comme ayant 4 en longueur et 3 en largeur, et ainsi de suite à l'infini par l'addition des nombres pairs

1 1 | 1
1 1 1

1 1 1 | 1
1 1 1 | 1
1 1 1 1

A leur tour, les impairs ajoutés ensemble donnent les nombres carrés. Or, les impairs successifs sont 1, 3, 5, 7, 9, 11. En les additionnant d'une manière continue, on obtient les ἀριθμούς. οἷον τὸ ἓν πρῶτον τετράγωνον · ἔστι γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν. εἶτα περισσὸς ὁ γ΄ · τοῦτον ἂν προσθῇς τὸν γνώμονα τῷ ἑνί, ποιήσεις τετράγωνον ἰσάκις ἴσον · ἔσται γὰρ κατὰ μῆκος β΄ καὶ κατὰ πλάτος β΄. ἐφεξῆς περισσὸς ὁ ε΄ · τοῦτον ἂν περιθῇς τὸν γνώμονα τῷ δ΄ τετραγώνῳ, γενήσεται πάλιν τετράγωνος ὁ θ΄, καὶ κατὰ μῆκος ἔχων γ΄ καὶ κατὰ πλάτος γ΄. ἐφεξῆς περισσὸς ὁ ζ΄. τοῦτον ἂν προσθῇς τῷ θ΄, ποιεῖς τὸν ις΄, καὶ κατὰ μῆκος δ΄ καὶ κατὰ πλάτος δ΄. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος μέχρις ἀπείρου.

α α	α α α	α α α α
α α	α α α	α α α α
	α α α	α α α α
		α α α α

κατὰ ταὐτὰ δὲ ἂν μὴ μόνον τοὺς ἐφεξῆς ἀρτίους μηδὲ μόνον τοὺς ἐφεξῆς περισσούς, ἀλλὰ καὶ ἀρτίους καὶ περισσοὺς ἀλλήλοις ἐπισυντιθῶμεν, τρίγωνοι ἡμῖν ἀριθμοὶ γενήσονται. ἐκκείσθωσαν γὰρ ἐφεξῆς περισσοὶ καὶ ἄρτιοι, α΄ β΄ γ΄ δ΄ ε΄ ς΄ ζ΄ η΄ θ΄ ι΄. γίνονται κατὰ τὴν τούτων σύνθεσιν οἱ τρίγωνοι. πρώτη μὲν ἡ μονάς · αὕτη γάρ, εἰ καὶ μὴ ἐντελεχείᾳ, δυνάμει πάντα ἐστίν, ἀρχὴ πάντων ἀριθμῶν οὖσα. τῆς δὲ ἑξῆς αὐτῇ δυάδος προστεθείσης γίνεται τρίγωνος ὁ γ΄ · εἶτα πρόσθες γ΄, γίνεται ς΄ · εἶτα πρόσθες δ΄, γίνονται ι΄ · εἶτα πρόσθες ε΄, γίνονται ιε΄ · εἶτα πρόσθες ς΄, γίνονται κα΄ · εἶτα πρόσθες ζ΄, γίνονται κη΄ · εἶτα πρόσθες η΄, γίνονται λς΄ · εἶτα πρόσθες θ΄, γίνονται με΄ · εἶτα πρόσθες ι΄, γίνονται νε΄ · καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. δῆλον δὲ ὅτι τρίγωνοι οὗτοι οἱ ἀριθμοὶ κατὰ τὸν σχηματισμόν, τοῖς πρώτοις ἀριθμοῖς τοῦ ἐφεξῆς γνώμονος προστιθεμένου · καὶ εἶεν ἂν οἱ ἐκ τῆς ἐπισυνθέσεως ἀπογεννώμενοι τρίγωνοι οἵδε ·

γ΄ ς΄ ι΄ ιε΄ κα΄ κη΄ λς΄ με΄ νε΄.

καὶ οὕτως ἐπὶ τῶν ἑξῆς [τῶν με΄ καὶ νε΄].

nombres carrés. Ainsi l'unité est le premier nombre carré, car $1 \times 1 = 1$. Vient ensuite le nombre impair 3. Si on ajoute ce gnomon à l'unité *, on obtient un carré également égal, car il a 2 tant en longueur qu'en largeur. L'impair qui vient ensuite est 5. Si on ajoute ce gnomon au carré 4, on obtient un nouveau carré 9, qui a 3 en longueur comme en largeur. Vient ensuite l'impair 7 qui, ajouté au carré 9, donne le carré 16, dont la longueur et la largeur valent 4, et ainsi de suite à l'infini.

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-2} 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-3} 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

De même, en additionnant non plus seulement les pairs seuls ou les impairs seuls, mais les pairs et les impairs, nous obtiendrons les nombres triangulaires. La suite des pairs et des impairs est 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; c'est en les additionnant que nous formerons les nombres triangulaires. Le premier est l'unité, car si elle n'est pas tel en acte, elle est tout en puissance, étant le principe de tous les nombres. Si on lui ajoute le nombre 2, on a le nombre triangulaire 3. Si à ce nombre on ajoute 3, on obtient 6, et, en ajoutant 4 à celui-ci, on a 10. Si à ce dernier on ajoute 5, la somme est 15. Ajoutez 6, vous aurez 21. Ajoutez 7 à ce dernier, vous aurez 28 qui, augmenté de 8, deviendra 36. Et celui-ci augmenté de 9 deviendra 45. Ajoutez 10, vous aurez 55. Et ainsi de suite à l'infini. Or, il est évident que ces nombres sont triangulaires, d'après la figure obtenue en ajoutant aux premiers nombres les gnomons successifs *. Les nombres triangulaires obtenus par addition seront donc

3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55.

et ainsi de suite.

3 Les *gnomons* sont ici les nombres impairs successifs. Voy. la définition générale du *gnomon*, I, XXIII. — 25 Les *gnomons* sont dans ce cas la suite naturelle des nombres.

α΄
α

γ΄
α
α α

ς΄
α
α α
α α α

ι΄
α
α α
α α α
α α α α

ιε΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α

κα΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α

κη΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α
α α α α α α α

λς΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α
α α α α α α α
α α α α α α α α

κ. οἱ δὲ τετράγωνοι γεννῶνται μέν, ὡς προείρηται, ἐκ τῶν ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος περιττῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων · συμβέβηκε δὲ αὐτοῖς ὥστε ἐναλλὰξ παρ' ἕνα ἀρτίοις εἶναι καὶ περιττοῖς, ὥσπερ ὁ πᾶς ἀριθμὸς παρ' ἕνα ἄρτιός ἐστιν ἢ περιττός · οἷον

α΄ δ΄ θ΄ ις΄ κε΄ λς΄ μθ΄ ξδ΄ πα΄ ρ΄.

τῇ δὲ ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ ἑξῆς ἐκθέσει τῶν ἀρτίων τε καὶ περιττῶν ἀριθμῶν συμβέβηκε, τοὺς γνώμονας τοὺς δυάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας ἐν τῇ συνθέσει τετραγώνους ἀποτελεῖν, ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται · ὑπερέχουσι γὰρ δυάδι ἀλλήλων ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι <οἱ> περιττοί, ὁμοίως δὲ οἱ τριάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντες ἐν τῇ συνθέσει ἀπὸ μονάδος πενταγώνους ἀποτελοῦσιν, ἑξαγώνους δὲ οἱ τετράδι, αἰεί τε ἡ ὑπεροχὴ τῶν γνωμόνων ἐξ ὧν ἀποτελοῦνται οἱ πολύγωνοι δυάδι λείπεται τοῦ πλήθους τῶν ἀποτελουμένων γωνιῶν.

ἑτέρα δὲ πάλιν ἐστὶ τάξις ἐν τοῖς πολυγώνοις τῶν ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων ἀριθμῶν. τῶν γὰρ ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων, λέγω δὲ διπλασίων τριπλασίων καὶ τῶν ἑξῆς, οἱ μὲν

1	3	6	10	15	21
1	1	1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1
		1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1
				1 1 1 1 1	1 1 1 1 1
					1 1 1 1 1 1

28	36	
1	1	
1 1	1 1	
1 1 1	1 1 1	
1 1 1 1	1 1 1 1	
1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	
1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	
	1 1 1 1 1 1 1 1	etc.

XX. Les carrés sont produits, comme nous l'avons dit, par l'addition des impairs successifs, en commençant par l'unité. Ils ont cela de particulier, qu'ils sont alternativement pairs et impairs, tout comme les nombres simples sont alternativement pairs et impairs, c'est ce qu'on peut voir dans la série

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Si maintenant on dispose les nombres pairs et impairs par ordre, en commençant par l'unité, on verra que les gnomons qui se surpassent de 2 étant additionnés ensemble, forment les carrés, comme nous l'avons montré ci-dessus : les impairs, en commençant par l'unité, se surpassent en effet de 2 les uns les autres. De même, les nombres qui se surpassent de 3 étant additionnés, toujours en commençant par l'unité, forment les pentagones. Ceux qui se surpassent de 4 donnent les exagones; en sorte que la raison des gnomons, qui donnent un polygone, est toujours moindre de 2 unités que le nombre des angles de la figure.

Il y a un autre ordre de nombres polygones, donné par les nombres multiples à partir de l'unité. En effet, parmi les nombres multiples à partir de l'unité, comme les doubles, ἕνα παρ' ἕνα διαλείποντες ἀριθμοὶ τετράγωνοι πάντες εἰσίν, οἱ δὲ δύο διαλείποντες κύβοι πάντες, οἱ δὲ πέντε διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι καὶ τὰς μὲν πλευρὰς ἔχουσι τετραγώνους ἀριθμοὺς κύβοι ὄντες, τετράγωνοι δὲ ὄντες ἀριθμοὶ κυβικὰς ἔχουσι τὰς πλευράς. ὅτι δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀριθμῶν οἱ μὲν παρ' ἕνα ἀπὸ μονάδος τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ παρὰ β′ κύβοι, οἱ δὲ παρὰ ε′ κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι, δῆλον οὕτως. ἐν μὲν τοῖς διπλασίοις, κειμένων πλειόνων ἀριθμῶν οἷον

α′ β′ δ′ η′ ιϛ′ λβ′ ξδ′ ρκη′ σνϛ′.

πρῶτος διπλάσιος ὁ β′ · εἶτα ὁ δ′, ὅς ἐστι τετράγωνος · εἶτα ὁ η′, ὅς ἐστι κύβος · εἶτα ιϛ′, ὅς ἐστι τετράγωνος · εἶτα ὁ λβ′ · μεθ' ὃν ὁ ξδ′, ὅς ἐστι τετράγωνος ἅμα καὶ κύβος · εἶτα ρκη′ · μεθ' ὃν σνϛ′ ὅς ἐστι τετράγωνος · καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος.

καὶ ἐν τῷ τριπλασίῳ εὑρεθήσονται οἱ παρ' ἕνα τετράγωνοι, καὶ ἐν τῷ πενταπλασίῳ, καὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς πολλαπλασίους. ὁμοίως δὲ εὑρεθήσονται καὶ οἱ δύο διαλείποντες ἐν τοῖς πολλαπλασίοις κύβοι πάντες, καὶ οἱ ε′ διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοι.

ἰδίως δὲ τοῖς τετραγώνοις συμβέβηκεν ἤτοι τρίτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν πάντως, ἢ πάλιν τέταρτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχειν πάντως ·

καὶ τὸν μὲν <ἄρτιον> μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχοντα ἔχειν καὶ τέταρτον πάντως, ὡς ὁ δ′, τὸν δὲ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχοντα ἔχειν τρίτον πάντως, ὡς ὁ θ′, ἢ τὸν αὐτὸν πάλιν καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ λϛ′, ἢ μηδέτερον τούτων ἔχοντα τοῦτον μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν

10 α′ β′ δ′.... σνϛ′ de Gelder] α′ β′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ ζ′ η′ θ′ ι′ ια′.... κε′ Hiller. — 23 <ἄρτιον> conj. J D.

les triples et ainsi de suite, les termes sont carrés de deux en deux, et cubiques de trois en trois. De plus, ceux qui se suivent de 6 en 6 sont à la fois carrés et cubiques ; comme cubiques, leurs côtés sont des nombres carrés, et comme carrés, leurs côtés sont des nombres cubiques. Voici comment nous montrons que les nombres multiples, commençant par l'unité, sont carrés de deux en deux, cubiques de trois en trois, et à la fois carrés et cubiques de six en six. Disposons plusieurs nombres en progression double

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256.

Le premier double est 2. Vient ensuite 4 qui est carré, puis 8 qui est cubique, puis de nouveau 16 qui est carré. Celui-ci est suivi de 32, après lequel vient 64, tout à la fois carré et cubique. On a ensuite 128 suivi de 256 qui est carré ; et l'on pourrait continuer de même jusqu'à l'infini.

Dans la progression triple on trouvera pareillement les carrés alternes. De même dans la progression quintuple et dans les autres progressions multiples. Si on omet alternativement deux termes, on trouvera que les termes restants sont des cubes ; et si on en omet cinq, on trouvera que ceux qui restent sont à la fois carrés et cubiques *.

Les carrés ont cette propriété d'être exactement divisibles par 3, ou de le devenir étant diminués d'une unité. Ils sont aussi exactement divisibles par 4, ou le deviennent après la soustraction d'une unité.

Le carré (pair), qui devient divisible par 3 après avoir été diminué d'une unité, est divisible par 4, ce qui est le cas de 4. Le carré, qui devient divisible par 4 après avoir été dimi-

21 La notation de l'exposant rend évidentes toutes ces vérités. Soit la progression 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}, 2^{11}, 2^{12},... les termes 2^2, 2^4, 2^6,... pris de deux en deux, sont des carrés, puisque les exposants sont pairs ; les termes 2^3, 2^6, 2^9,... pris de trois en trois, sont cubiques, puisque l'exposant est un multiple de 3 ; et les termes 2^6, 2^{12},... pris de six en six, sont à la fois carrés et cubiques. Comme carrés, leurs racines 2^3, 2^6,... sont des cubes, et comme cubiques, leurs racines 2^2, 2^4,... sont des carrés.

πάντως, ἢ μήτε τρίτον μήτε τέταρτον ἔχοντα μονάδος ἀφαιρεθείσης καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ κε΄.

κα. ἔτι τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι ἑτερομήκεις καὶ προμήκεις, καὶ ἁπλῶς οἱ διχῶς πολλαπλασιαζόμενοι ἐπίπεδοι, οἱ δὲ τριχῶς στερεοί. λέγονται δὲ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ τρίγωνοι καὶ τετράγωνοι καὶ στερεοὶ καὶ τἆλλα οὐ κυρίως ἀλλὰ καθ' ὁμοιότητα τῶν χωρίων ἃ καταμετροῦσιν · ὁ γὰρ δ΄, ἐπεὶ τετράγωνον χωρίον καταμετρεῖ, ἀπ' αὐτοῦ καλεῖται τετράγωνος, καὶ ὁ ς΄ διὰ τὰ αὐτὰ ἑτερομήκης.

κβ. ὅμοιοι δ' εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν μὲν ἐπιπέδοις τετράγωνοι οἱ πάντες πᾶσιν, ἑτερομήκεις δὲ ὅσων αἱ πλευραί, τουτέστιν οἱ περιέχοντες αὐτοὺς ἀριθμοί, ἀνάλογόν εἰσιν. οἷον ἑτερομήκη ἦν τὰ ς΄ · πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος γ΄, πλάτος β΄ · ἕτερος πάλιν ἐπίπεδος ὁ κδ΄ · πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος μὲν ς΄, πλάτος δὲ δ΄. καὶ ἔστιν ὡς τὸ μῆκος πρὸς τὸ μῆκος, οὕτως τὸ πλάτος πρὸς τὸ πλάτος · ὡς γὰρ ς΄ πρὸς γ΄, οὕτως δ΄ πρὸς β΄. ὅμοιοι οὖν ἀριθμοὶ ἐπίπεδοι ὅ τε ς΄ καὶ ὁ κδ΄. σχηματίζονται δὲ οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὁτὲ μὲν εἰς πλευρὰς ὡς μήκη καὶ πρὸς ἑτέρων σύστασιν λαμβανόμενοι, ὁτὲ δὲ εἰς ἐπιπέδους, ὅταν ἐκ πολλαπλασιασμοῦ δύο ἀριθμῶν γεννηθῶσιν, ὁτὲ δὲ εἰς στερεούς, ὅταν ἐκ πολλαπλασιασμοῦ τριῶν ληφθῶσιν ἀριθμῶν.

11 Titre : Περὶ ὁμοίων ἀριθμῶν (des nombres semblables). — 12 ἑτερομήκεις] προμήκεις conj. J D. Un nombre promèque peut être semblable à un hétéromèque, mais deux hétéromèques, c'est-à-dire deux produits tels que $a\ (a+1)$ et $b\ (b+1)$ ne peuvent pas être semblables.

nué d'une unité, est divisible par 3, ce qui est le cas de 9*. Un carré peut être à la fois divisible par 3 et par 4, comme 36. Enfin, le carré qui n'est divisible ni par 3 ni par 4, comme 25, admet ces deux diviseurs après la soustraction d'une unité *.

XXI. Parmi les nombres, les uns également égaux sont carrés, les autres inégalement inégaux sont hétéromèques ou promèques. Et, pour tout dire, les produits de deux facteurs sont plans et ceux de trois facteurs sont solides. On leur donne les noms de nombres plans triangulaires ou carrés, ou de nombres solides, et d'autres noms semblables, non au sens propre, mais par comparaison avec les espaces qu'ils semblent mesurer. Ainsi 4 est appelé nombre carré, parce qu'il mesure un espace carré ; et c'est pour une raison fondée sur une analogie semblable que 6 est appelé hétéromèque.

XXII. Parmi les nombres plans, les carrés sont tous semblables entre eux. Parmi les nombres plans qui ont les côtés inégaux, ceux-là sont semblables, dont les côtés, c'est-à-dire les nombres qui les comprennent, sont entre eux dans le même rapport. Prenons l'hétéromèque 6 dont les côtés, longueur et largeur, sont 3 et 2, et un autre nombre plan 24 dont les côtés, longueur et largeur, sont 6 et 4. La longueur de l'un est à la longueur de l'autre comme la largeur de l'un est à la largeur de l'autre, car on a $6 : 3 = 4 : 2$. Donc les nombres plans 6 et 24 sont semblables. Tantôt les mêmes nombres représentent des longueurs, quand ils sont pris, comme côtés, pour la formation d'autres nombres ; tantôt ils représentent des nombres plans, quand on les considère comme produits par la multiplication de deux nombres ; tantôt enfin ils représentent des solides, quand ils sont produits par la multiplication de trois nombres.

1 Ou bien, c'est le carré diminué d'une unité qui est aussi divisible par 3, tels sont les carrés 25 et 49. — 5 Voyez la note IV.

ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς πάλιν οἱ μὲν κύβοι πάντες πᾶσίν εἰσιν ὅμοιοι, τῶν δὲ ἄλλων οἱ τὰς πλευρὰς ἔχοντες ἀνάλογον · ὡς ἡ τοῦ μήκους πρὸς τὴν τοῦ μήκους, οὕτως ἡ τοῦ πλάτους πρὸς τὴν τοῦ πλάτους καὶ · <ἡ> τοῦ ὕψους πρὸς τὴν τοῦ ὕψους.

κγ. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ πολυγώνων ἀριθμῶν πρῶτος ὁ τρίγωνος, ὡς καὶ τῶν ἐπιπέδων εὐθυγράμμων σχημάτων πρῶτόν ἐστι τὸ τρίγωνον. πῶς δὲ γεννῶνται προείρηται, ὅτι τῷ πρώτῳ ἀριθμῷ τοῦ ἑξῆς ἀρτίου καὶ περιττοῦ προστιθεμένου. πάντες δὲ οἱ ἐφεξῆς ἀριθμοί, ἀπογεννῶντες τριγώνους ἢ τετραγώνους ἢ πολυγώνους, γνώμονες καλοῦνται. τοσούτων δὲ μονάδων ἕκαστον τρίγωνον ἔχει πλευρὰς πάντως, ὅσων καὶ μόνος ἐστὶν ὁ προσλαμβανόμενος γνώμων. οἷον ἔστω πρῶτον ἡ μονάς, λεγομένη τρίγωνον οὐ κατ' ἐντελέχειαν, ὡς προειρήκαμεν, ἀλλὰ κατὰ δύναμιν · ἐπεὶ γὰρ αὕτη οἷον σπέρμα πάντων ἐστὶν ἀριθμῶν, ἔχει ἐν αὑτῇ καὶ τριγωνοειδῆ δύναμιν.

προσλαμβάνουσα γοῦν τὴν δυάδα ἀποτελεῖ τρίγωνον, ἔχον πλευρὰς τοσούτων μονάδων, ὅσων ἐστὶν ὁ προσληφθεὶς γνώμων τῆς δυάδος. τὸ δὲ ὅλον τρίγωνον τοσούτων ἐστὶ μονάδων, ὅσων καὶ οἱ συντεθέντες γνώμονες. ὅ τε γὰρ τοῦ ἑνὸς καὶ <ὁ> τῶν δυεῖν γνώμων τὰ γ΄ ἐποιήσαν, ὥστε καὶ τὸ τρίγωνον ἔσται μὲν τριῶν μονάδων, ἕξει δ' ἑκάστην πλευρὰν τῶν δυεῖν, ὅσοι καὶ οἱ γνώμονες συνετέθησαν.

εἶτα τὸ γ΄ τρίγωνον προσλαμβάνει τὸν τῶν γ΄ γνώμονα, ὃς μονάδι ὑπερέχει τῆς δυάδος, καὶ γίνεται τὸ μὲν ὅλον τρίγωνον ϛ΄ · πλευρὰς δ' ἕξει τοσούτων μονάδων καὶ τοῦτο τὸ τρίγωνον, ὅσοι γνώμονες συντέθεινται · ἐκ γὰρ τοῦ ἑνὸς καὶ β΄ καὶ γ΄ συνετέθη ὁ ϛ΄.

Tous les cubes sont semblables, ainsi que les autres solides (parallélipipèdes rectangles) qui ont les côtés proportionnels, en sorte qu'il y ait le même rapport entre la longueur de l'un et la longueur de l'autre, la largeur de l'un et la largeur de l'autre, et enfin la hauteur de l'un et la hauteur de l'autre.

XXIII. De tous les nombres plans et polygones, le premier est le nombre triangulaire, comme parmi les figures rectilignes planes la première est le triangle. Nous avons exposé précédemment * la génération des triangulaires, et nous avons vu qu'elle consiste à ajouter au nombre 1 la suite naturelle des nombres pairs et des nombres impairs. Or, tous les nombres successifs qui servent à former les triangulaires, les quadrangulaires et les nombres polygones quelconques, sont appelés *gnomons;* et les côtés d'un triangle quelconque ont toujours autant d'unités qu'en contient le dernier gnomon ajouté. Prenons d'abord l'unité, qui n'est pas un triangle en acte, comme nous l'avons déjà dit, mais en puissance; car étant comme la semence de tous les nombres, l'unité possède aussi la faculté d'engendrer le triangle.

Quand elle s'adjoint le nombre 2, elle donne naissance au triangle dont les trois côtés contiennent autant d'unités qu'en a le gnomon ajouté 2, et tout le triangle contient autant d'unités qu'en contiennent les gnomons ajoutés ensemble. Car la somme du gnomon 1 et du gnomon 2 égale 3, en sorte que tout le triangle se compose de trois unités et qu'il y a deux unités à chacun de ses côtés, c'est-à-dire autant d'unités qu'il y a de gnomons ajoutés ensemble.

Le triangle 3 s'adjoint ensuite le gnomon 3, qui surpasse le nombre 2 d'une unité, et le triangle entier devient 6. Ses côtés ont chacun autant d'unités qu'il y a de gnomons ajoutés, et le triangle vaut autant d'unités que les gnomons ajoutés en contiennent, car en ajoutant à l'unité 2 et 3, on a le nombre 6.

9 Voy. I, xix.

εἶτα ὁ ς΄ προσλαμβάνει τὸν δ΄ · γίνεται τὸ τοῦ ι΄ τρίγωνον, ἑκάστην πλευρὰν ἔχον δ΄ μονάδων · ὁ γὰρ προσληφθεὶς γνώμων ἦν ὁ δ΄, καὶ ἐκ δ΄ δὲ γνωμόνων ἦν τὸ ὅλον, τοῦ τε ἑνὸς καὶ β΄ καὶ γ΄ καὶ δ΄. ἔτι ὁ ι΄ προσλαμβάνει τὸν ε΄, καὶ γίνεται < τὸ τοῦ ιε΄> τρίγωνον, πλευρὰν ἔχον ἑκάστην μονάδων ε΄, καὶ ἐκ τῶν ε΄ γνωμόνων συνέστη. ὁμοίως καὶ οἱ ἑξῆς γνώμονες τοὺς γνωμονικοὺς ἀριθμοὺς ἀποτελοῦσι.

κδ. λέγονται δέ τινες καὶ κυκλοειδεῖς καὶ σφαιροειδεῖς καὶ ἀποκαταστατικοὶ ἀριθμοί · οὗτοι δ' εἰσὶν οἵτινες ἐν τῷ πολλαπλασιάζεσθαι ἢ ἐπιπέδως ἢ στερεῶς, τουτέστι κατὰ δύο διαστάσεις ἢ κατὰ τρεῖς, ἀφ' οὗ ἂν ἄρξωνται ἀριθμοῦ ἐπὶ τοῦτον ἀποκαθιστάμενοι. τοιοῦτον δέ ἐστι καὶ ὁ κύκλος · ἀφ' οὗ ἂν ἄρξηται σημείου, ἐπὶ τοῦτο ἀποκαθίσταται · ὑπὸ γὰρ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρχεται καὶ εἰς ταὐτὸ καταλήγει. τοιαύτη δὲ καὶ ἐν στερεῷ ἡ σφαῖρα · κύκλου γὰρ κατὰ πλευρὰν περιαγομένου ἡ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις σφαῖραν γράφει. καὶ ἀριθμοὶ δὴ οἱ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ ἐφ' ἑαυτοὺς καταλήγοντες κυκλικοί τε καλοῦνται καὶ σφαιροειδεῖς · ὧν εἰσιν ὅ τε ε΄ καὶ ὁ ς΄ · πεντάκις γὰρ ε΄ κε΄, πεντάκις κε΄ ρκε΄, ἑξάκις ς΄ λς΄, καὶ ἑξάκις λς΄ σις΄.

κε. τῶν δὲ τετραγώνων ἡ μὲν γένεσις, ὡς εἶπον, ἐκ τῶν περισσῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων, τουτέστι τῶν ἀπὸ μονάδος δυάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων · ἓν γὰρ καὶ γ΄ δ΄, καὶ δ΄ καὶ ε΄ θ΄, καὶ θ΄ καὶ ζ΄ ις΄, καὶ ις΄ καὶ θ΄ κε΄.

α΄	δ΄	θ΄	ις΄	κε΄
α	α α	α α α	α α α α	α α α α α
	α α	α α α	α α α α	α α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
				α α α α α

6 ἑξῆς] ἓξ Hiller. — 7 γνωμονικοὺς] τριγώνους ou τριγωνικούς conj. J D. — 8 Titre : Περὶ κυκλοειδῶν καὶ σφαιροειδῶν καὶ ἀποκαταστατικῶν ἀριθμῶν (des nombres circulaires, sphériques ou récurrents). — 21 Titre : Περὶ τετραγώνων ἀριθμῶν (des nombres carrés).

Le nombre 6 augmenté du gnomon 4 donne le triangle de 10 unités dont les côtés ont chacun 4 unités. En effet, le gnomon qu'on vient d'ajouter est 4 et tout le triangle se compose des unités des 4 gnomons, savoir $1+2+3+4$. Le nombre 10 étant augmenté du gnomon 5 on a le triangle 15 dont chaque côté a 5 unités, étant composé de 5 gnomons, et c'est de la même manière que les gnomons suivants forment les nombres triangulaires correspondants.

XXIV. Quelques nombres sont appelés circulaires, sphériques ou récurrents. Ce sont ceux qui multipliés carrément ou cubiquement, c'est-à-dire selon deux ou selon trois dimensions, reviennent au nombre qui a été leur point de départ. Tel est aussi le cercle qui revient au point où il a commencé, car il consiste en une seule ligne et il commence et se termine au même point. Parmi les solides, la sphère a la même propriété, car elle est décrite par la révolution d'un cercle autour d'un diamètre, le cercle revenant à la position d'où il est parti. De même les nombres qui par la multiplication finissent par eux-mêmes, sont appelés circulaires ou sphériques. Ces nombres sont 5 et 6. En effet $5 \times 5 = 25$; $25 \times 5 = 125$; $6 \times 6 = 36$; et $36 \times 6 = 216$.

XXV. Ainsi que nous l'avons dit *, les nombres carrés s'engendrent par l'addition des impairs, c'est-à-dire de ceux qui, en partant de l'unité, se surpassent de 2 les uns les autres. C'est ainsi que $1+3=4$; $4+5=9$; $9+7=16$; $16+9=25$.

1	4	9	16	25
1	1 1	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
	1 1	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 1
				1 1 1 1 1

22 Voy. I, xix.

κϛ. πεντάγωνοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ ἑξῆς τριάδι <ἀλλήλων> ὑπερεχόντων συντιθέμενοι. ὧν εἰσιν οἱ μὲν γνώμονες α′ δ′ ζ′ ι′ ιγ′ ιϛ′ ιθ′ · αὐτοὶ δὲ οἱ πεντάγωνοι α′ ε′ ιβ′ κβ′ λε′ να′ καὶ ἑξῆς ὁμοίως. σχηματίζονται δὲ πενταγωνικῶς οὕτως ·

α′	ε′	ιβ′	κβ′	λε′
α	α	α	α	α
	α α	α α	α α	α α
	α α	α α α	α α α	α α α
		α α α	α α α α	α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
				α α α α α
				α α α α α

κζ. ἑξάγωνοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς ἀπὸ μονάδος τετράδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι · ὧν οἱ γνώμονές εἰσιν α′ ε′ θ′ ιγ′ ιζ′ κα′ κε′ · οἱ δὲ ἐκ τούτων ἑξάγωνοι οἵδε · α′ ϛ′ ιε′ κη′ με′ ξϛ′ ϙα′ · σχηματίζονται δὲ οὕτως ·

α′	ϛ′	ιε′	κη′	με′
α	α	α	α	α
	α α	α α	α α	α α
	α α	α α α	α α α	α α α
	α	α α α	α α α α	α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
		α α	α α α α	α α α α α
		α	α α α α	α α α α α
			α α α	α α α α α
			α α	α α α α α
			α	α α α α
				α α α
				α α
				α

1 Titre : Περὶ πενταγώνων ἀριθμῶν (des nombres pentagones). — 7 Titre : Περὶ ἑξαγώνων ἀριθμῶν (des nombres hexagones).

XXVI. — Les nombres pentagones sont ceux qui se forment par l'addition des nombres se surpassant de 3 les uns les autres, à partir de l'unité. Leurs gnomons sont donc

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19

et les polygones eux-mêmes sont

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70

et ainsi de suite. Voici la figure des nombres pentagones :

1	5	12	22	35
1	1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1	1 1
	1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 1
				1 1 1 1 1
				1 1 1 1 1 etc.

XXVII. Les nombres hexagones sont ceux qui se forment par l'addition de nombres se surpassant de 4 les uns les autres, à partir de l'unité. Les gnomons sont

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25

d'où résultent les hexagones

1, 6, 15, 28, 45, 66, 91

Voici leur figure :

1	6	15	28	45
1	1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1	1 1
	1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
	1	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
		1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
		1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1	1 1 1 1 1
			1	1 1 1 1
				1 1 1
				1 1
				1 etc.

ὁμοία δὲ ἡ σύνθεσις καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν πολυγώνων.

ἑπτάγωνοι δέ εἰσιν οἱ ἀπὸ μονάδος πεντάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συνιστάμενοι · ὧν γνώμονες μὲν α′ ς′ ια′ ις′ κα′ κς′ · οἱ δὲ ἐκ τούτων συντιθέμενοι α′ ζ′ ιη′ λδ′ νε′ πα′. ὁμοίως δὲ καὶ ὀκτάγωνοι <οἱ> ἀπὸ μονάδος ἑξάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι, ἐννεάγωνοι δὲ οἱ ἀπὸ μονάδος ἑβδομάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συνιστάμενοι, δεκάγωνοι δὲ οἱ ἀπὸ μονάδος ὀγδοάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι. ἐπὶ πάντων δὲ τῶν πολυγώνων καθόλου ὁσάγωνος ἂν λέγηται ἀριθμός, δυεῖν δεούσαιν μονάδων τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀριθμῶν λαμβάνεται, ἐξ ὧν οἱ πολύγωνοι συντίθενται.

κη. ἐκ δύο τριγώνων ἀποτελεῖται τετράγωνον · α′ καὶ γ′ δ′, γ′ καὶ ς′ θ′, ς′ καὶ ι′ ις′, ι′ καὶ ιε′ κε′, ιε′ καὶ κα′ λς′, κα′ καὶ κη′ μθ′, κη′ καὶ λς′ ξδ′, λς′ καὶ με′ πα′, καὶ οἱ ἑξῆς ὁμοίως συνδυαζόμενοι τρίγωνοι τετραγώνους ἀποτελοῦσιν, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν γραμμικῶν τριγώνων σύνθεσις τετράγωνον σχῆμα ποιεῖ.

κθ. ἔτι τῶν στερεῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἴσας πλευρὰς ἔχουσιν, [ὡς ἀριθμοὺς τρεῖς ἴσους ἐπὶ ἴσους πολλαπλασιάζεσθαι,] οἱ δὲ ἀνίσους. τούτων δ' οἱ μὲν πάσας ἀνίσους ἔχουσιν, οἱ δὲ τὰς δύο ἴσας καὶ τὴν μίαν ἥττονα. πάλιν τε τῶν τὰς δύο ἴσας ἐχόντων οἱ μὲν μείζονα τὴν τρίτην ἔχουσιν, οἱ δὲ ἐλάττονα.

12 Titre : Ὅτι ἐκ δύο τριγώνων τὸ τετράγωνον (que deux nombres triangulaires successifs forment un carré). — 17 Titre : Περὶ στερεῶν ἀριθμῶν (des nombres solides). — 20 ἥττονα] ἄνισον conj. Hiller.

Les autres nombres polygones se composent de la même manière. Les heptagones sont ceux qui se forment par l'addition de nombres se surpassant les uns les autres de 5, à partir de l'unité. Les gnomons sont

1, 6, 11, 16, 21, 26

d'où résultent les heptagones

1, 7, 18, 34, 55, 81.

Les octogones sont pareillement composés de nombres qui se surpassent de 6 à partir de l'unité, les ennéagones, de nombres se surpassant de 7, à partir de l'unité, les décagones de nombres se surpassant de 8. Ainsi généralement, dans tous les polygones, en ôtant deux unités du nombre des angles, on aura la quantité dont les nombres servant à former le polygone doivent se surpasser les uns les autres *.

XXVIII. La somme de deux triangles successifs donne un carré. Ainsi, 1 et 3 font 4; 3 et 6 font 9; 6 et 10 font 16; 10 et 15 font 25; 15 et 21 font 36; 21 et 28 font 49; 28 et 36 font 64; 36 et 45 font 81. Les nombres triangulaires qui suivent, combinés ensemble, forment aussi des carrés, de même que la réunion de deux triangles linéraires présente la figure d'un quadrangle *.

XXIX. Parmi les nombres solides, les uns ont leurs côtés égaux [comme quand on multiplie entre eux trois nombres égaux]; les autres ont les côtés inégaux. Parmi ces derniers, les uns ont tous les côtés inégaux; d'autres ont deux côtés égaux et un autre inégal. Parmi ceux qui ont deux côtés égaux, les uns ont le troisième côté plus grand, les autres l'ont plus petit.

14 Voyez la note V. — 21 Un nombre carré n^2 se décompose en deux nombres triangulaires, le n^e et le $(n-1)^e$, on a effet

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} = n^2$$

Ainsi le nombre carré 25 se décompose en deux nombres triangulaires, le 5^e égal à $1+2+3+4+5$ et le 4^e égal à $1+2+3+4$, comme l'indique d'ailleurs la figure :

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

οἱ μὲν οὖν ἴσας ἔχοντες πλευράς, ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις ὄντες, κύβοι καλοῦνται · οἱ δὲ πάσας ἀνίσους τὰς πλευράς, ἀνισάκις ἄνισοι ἀνισάκις, βωμίσκοι καλοῦνται · οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἑκατέρας τῶν δυεῖν ἐλάσσονα, ἰσάκις ἴσοι ἐλαττονάκις, πλινθίδες ἐκλήθησαν · οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἑκατέρας τῶν δυεῖν μείζονα, ἰσάκις ἴσοι μειζονάκις, δοκίδες καλοῦνται.

Περὶ πυραμοειδῶν ἀριθμῶν

λ. εἰσὶ δὲ καὶ πυραμοειδεῖς ἀριθμοὶ πυραμίδας καταμετροῦντες καὶ κολουροπυραμίδας. κόλουρος δὲ πυραμίς ἐστιν ἡ τὴν κορυφὴν ἀποτετμημένη. τινὲς δὲ [κόλουρον] τὸ τοιοῦτον τραπέζιον προσηγόρευσαν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων τραπεζίων · τραπέζιον γὰρ λέγεται, ὅταν τριγώνου ἡ κορυφὴ ὑπὸ παραλλήλου τῇ βάσει εὐθείας ἀποτμηθῇ.

Περὶ πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν

λα. ὥσπερ δὲ τριγωνικοὺς καὶ τετραγωνικοὺς καὶ πενταγωνικοὺς καὶ κατὰ τὰ λοιπὰ σχήματα λόγους ἔχουσι δυνάμει οἱ ἀριθμοί, οὕτως καὶ πλευρικοὺς καὶ διαμετρικοὺς λόγους εὕροιμεν ἂν κατὰ τοὺς σπερματικοὺς λόγους ἐμφανιζομένους τοῖς ἀριθμοῖς. ἐκ γὰρ τούτων ῥυθμίζεται τὰ σχήματα. ὥσπερ οὖν πάντων τῶν σχημάτων κατὰ τὸν ἀνωτάτω καὶ σπερματικὸν λόγον ἡ μονὰς ἄρχει, οὕτως καὶ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πλευρᾶς λόγος ἐν τῇ μονάδι εὑρίσκεται.

οἷον ἐκτίθενται δύο μονάδες, ὧν τὴν μὲν θῶμεν εἶναι διάμετρον, τὴν δὲ πλευράν, ἐπειδὴ τὴν μονάδα, πάντων οὖσαν ἀρχήν, δεῖ δυνάμει καὶ πλευρὰν εἶναι καὶ διάμετρον. καὶ προστίθεται

Ceux qui ont les côtés égaux [étant également égaux également], sont appelés cubes. Ceux au contraire qui ont tous les côtés inégaux, et qui sont inégalement inégaux inégalement, sont appelés *bomisques* (petits autels). Ceux qui ont deux côtés égaux et le troisième plus petit que les deux autres, étant également égaux déficients, ont été appelés *plinthes* ou carreaux. Enfin, ceux qui ont deux côtés égaux et le troisième plus grand que les deux autres, étant également égaux excédants, sont appelés *docides* ou poutrelles.

Des nombres pyramidaux

XXX. Les nombres pyramidaux sont ceux qui mesurent les pyramides et les pyramides tronquées. Or, une pyramide tronquée est (ce qui reste d')une pyramide dont la partie supérieure a été enlevée. Quelques-uns ont donné à une telle figure tronquée le nom de trapèze (solide), par analogie avec les trapèzes plans; car on appelle ainsi (ce qui reste d')un triangle dont une ligne droite parallèle à la base a retranché la partie supérieure. *

Des nombres latéraux et des nombres diagonaux

XXXI. De même que les nombres ont en puissance les rapports des triangulaires, des tétragones, des pentagones et des autres figures, de même nous trouverons que les rapports des nombres latéraux et des nombres diagonaux se manifestent dans les nombres selon des raisons génératrices, car ce sont les nombres qui harmonisent les figures. Donc comme l'unité est le principe de toutes les figures, selon la raison suprême et génératrice, de même aussi le rapport de la diagonale et du côté se trouve dans l'unité.

Supposons par exemple deux unités dont l'une soit la diagonale et l'autre le côté, car il faut que l'unité qui est le prin-

18 Voy. la note VI.

τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρος, τῇ δὲ διαμέτρῳ δύο πλευραί, ἐπειδὴ ὅσον ἡ πλευρὰ δὶς δύναται, ἡ διαμέτρος ἅπαξ. ἐγένετο οὖν μείζων μὲν ἡ διάμετρος, ἐλάττων δὲ ἡ πλευρά. καὶ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πλευρᾶς τε καὶ διαμέτρου εἴη ἂν τὸ ἀπὸ τῆς μονάδος διαμέτρου τετράγωνον μονάδι μιᾷ ἔλαττον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μονάδος πλευρᾶς τετραγώνου · ἐν ἰσότητι γὰρ αἱ μονάδες · τὸ δ' ἓν τοῦ ἑνὸς μονάδι ἔλλατον ἢ διπλάσιον. προσθῶμεν δὴ τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρον, τουτέστι τῇ μονάδι μονάδα · ἔσται ἡ πλευρὰ ἄρα δύο μονάδων · τῇ δὲ διαμέτρῳ προσθῶμεν δύο πλευράς, τουτέστι τῇ μονάδι δύο μονάδας · ἔσται ἡ διάμετρος μονάδων τριῶν · καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς δυάδος πλευρᾶς τετράγωνον δ', τὸ δ' ἀπὸ τῆς τρίαδος διαμέτρου τετράγωνον θ' · τὸ θ' ἄρα μονάδι μεῖζον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς β' πλευρᾶς.

πάλιν προσθῶμεν τῇ μὲν β' πλευρᾷ διάμετρον τὴν τρίαδα · ἔσται ἡ πλευρὰ ε' · τῇ δὲ τρίαδι διαμέτρῳ β' πλευράς, τουτέστι δὶς τὰ β' · ἔσται ζ' · ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ τῆς <ε'> πλευρᾶς τετράγωνον κε', τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζ' <διαμέτρου> μθ' · μονάδι ἔλασσον ἢ διπλάσιον τοῦ κε' ἄρα τὸ μθ'. πάλιν ἂν τῇ <ε'> πλευρᾷ προσθῇς τὴν ζ' διάμετρον, ἔσται ιβ' · κἂν τῇ ζ' διαμέτρῳ προσθῇς δὶς τὴν ε' πλευράν, ἔσται ιζ' · καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ιβ' τετραγώνου τὸ ἀπὸ τῆς ιζ' μονάδι πλέον ἢ διπλάσιον. καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς τῆς προσθήκης· ὁμοίως γιγνομένης, ἔσται τὸ ἀνάλογον ἐναλλάξ · ποτὲ μὲν μονάδι ἔλαττον, ποτὲ δὲ μονάδι πλέον ἢ διπλάσιον τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς · καὶ ῥηταὶ αἱ τοιαῦται καὶ πλευραὶ καὶ διάμετροι.

αἱ δὲ διάμετροι τῶν πλευρῶν ἐναλλὰξ παρὰ μίαν ποτὲ μὲν μονάδι μείζους ἢ διπλάσιαι δυνάμει, ποτὲ δὲ μονάδι ἐλάττους ἢ διπλάσιαι ὁμαλῶς · πᾶσαι οὖν αἱ διάμετροι πασῶν τῶν πλευρῶν γενήσονται δυνάμει διπλάσιαι, τοῦ ἐναλλὰξ πλείονος καὶ ἐλάττονος τῇ αὐτῇ μονάδι ἐν πάσαις ὁμαλῶς τιθεμένῃ ἰσότητα ποιοῦντος εἰς τὸ μήτε ἐλλείπειν μήτε ὑπερβάλλειν ἐν ἁπάσαις cipe de tout soit en puissance le côté et la diagonale; ajoutons au côté la diagonale et à la diagonale ajoutons deux côtés, car ce que le côté peut deux fois, la diagonale le peut une fois *. Dès lors la diagonale est devenue plus grande et le côté plus petit. Or, pour le premier côté et la première diagonale, le carré de la diagonale unité sera moindre d'une unité que le double carré du côté unité, car les unités sont en égalité, mais un est moindre d'une unité que le double de l'unité. Ajoutons maintenant la diagonale au côté, c'est-à-dire une unité à l'unité, le côté vaudra alors 2 unités; mais, si nous ajoutons deux côtés à la diagonale, c'est-à-dire 2 unités à l'unité, la diagonale vaudra 3 unités; le carré construit sur le côté 2 est 4, et le carré de la diagonale est 9 qui est plus grand d'une unité que le double carré de 2.

De même ajoutons au côté 2 la diagonale 3, le côté deviendra 5. Si à la diagonale 3 nous ajoutons deux côtés, c'est-à-dire 2 fois 2, nous aurons 7 unités. Le carré construit sur le côté 5 est 25, et celui qui est construit sur la diagonale 7 est 49, qui est moindre d'une unité que le double (50) du carré 25. De nouveau, si au côté 5 on ajoute la diagonale 7, on obtient 12 unités; et si à la diagonale 7 on ajoute 2 fois le côté 5, on aura 17 dont le carré (289) est plus grand d'une unité que le double (288) du carré de 12. Et ainsi de suite en continuant l'addition. La proportion alterne : le carré construit sur la diagonale sera tantôt plus petit, tantôt plus grand, d'une unité, que le double carré construit sur le côté, en sorte que ces diagonales et ces côtés seront toujours exprimables.

Inversement les diagonales comparées aux côtés, en puissance, sont tantôt plus grandes d'une unité que les doubles, tantôt plus petites d'une unité. Toutes les diagonales sont donc, par rapport aux carrés des côtés, doubles alternative-

4 C'est-à-dire que deux fois le carré du côté égale une fois le carré de la diagonale.

τὸ διπλάσιον · τὸ γὰρ τῇ προτέρᾳ διαμέτρῳ λεῖπον δυνάμει τῇ ἐφεξῆς ὑπερβάλλει.

Περὶ τελείων καὶ ὑπερτελείων καὶ ἐλλιπῶν ἀριθμῶν

λβ. ἔτι τε τῶν ἀριθμῶν οἱ μέν τινες τέλειοι λέγονται, οἱ δ' ὑπερτέλειοι, οἱ δ' ἐλλιπεῖς. καὶ τέλειοι μέν εἰσιν οἱ τοῖς αὑτῶν μέρεσιν ἴσοι, ὡς ὁ τῶν ς′ · μέρη γὰρ αὐτοῦ ἥμισυ γ′, τρίτον β′, ἕκτον α′, ἅτινα συντιθέμενα ποιεῖ τὸν ς′.

γεννῶνται δὲ οἱ τέλειοι τοῦτον τὸν τρόπον. ἐὰν ἐκθώμεθα τοὺς ἀπὸ μονάδος διπλασίους καὶ συντιθῶμεν αὐτούς, μέχρις οὗ ἂν γένηται πρῶτος καὶ ἀσύνθετος ἀριθμός, καὶ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν συντιθεμένων πολλαπλασιάσωμεν, ὁ ἀπογεννηθεὶς ἔσται τέλειος. οἷον ἐκκείσθωσαν διπλάσιοι α′ β′ δ′ η′ ις′. συνθῶμεν οὖν α′ καὶ β′ · γίνεται γ′ · καὶ τὸν γ′ ἐπὶ τὸν ὕστερον τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τουτέστιν ἐπὶ τὸν β′ · γίνεται ς′, ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος. ἂν πάλιν τρεῖς τοὺς ἐφεξῆς διπλασίους συνθῶμεν, α′ και β′ καὶ δ′, ἔσται ζ′ · καὶ τοῦτον ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τὸν ζ′ ἐπὶ τὸν δ′ · ἔσται ὁ κη′, ὅς ἐστι δεύτερος τέλειος · σύγκειται ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ιδ′, τετάρτου τοῦ ζ′, ἑβδόμου τοῦ δ′, τεσσαρακαιδεκάτου τοῦ β′, εἰκοστοῦ ὀγδόου τοῦ α′.

ὑπερτέλειοι δέ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα μείζονά ἐστι τῶν ὅλων, οἷον ὁ τῶν ιβ′ · τούτου γὰρ ἥμισύ ἐστιν ς′, τρίτον δ′,

9 συντιθῶμεν] συνθῶμεν conj. Hultsch.

ment par excès et par défaut, la même unité, combinée également avec tous, rétablissant l'égalité, en sorte que le double ne pèche ni par excès, ni par défaut; en effet, ce qui manque dans la diagonale précédente se trouve en excès, en puissance, dans la diagonale qui suit *.

Des nombres parfaits, des nombres abondants et des nombres déficients

XXXII. En outre, parmi les nombres, les uns sont appelés parfaits, d'autres abondants et d'autres déficients. On appelle *parfaits* ceux qui sont égaux à (la somme de) leurs parties aliquotes, comme 6. Les parties de 6 sont, en effet, la moitié 3, le tiers 2, et le sixième 1, qui additionnées ensemble donnent 6.

Voici comment sont engendrés les nombres parfaits : Si nous disposons les nombres en progression double à partir de l'unité, et que nous les additionnions jusqu'à ce que nous obtenions un nombre premier et non composé, et si nous multiplions cette somme par le dernier terme additionné, le produit sera au nombre parfait *. Disposons donc les nombres en progression double 1, 2, 4, 8, 16. Additionnons 1 et 2, la somme est 3; si nous la multiplions par le dernier nombre additionné qui est 2, nous aurons 6 qui est le premier nombre parfait (car $1 + 2 + 3 = 6$). Si nous additionnons maintenant les trois doubles successifs 1, 2, 4, la somme 7, multipliée par le dernier nombre additionné 4, donne 28, qui est le second nombre parfait. Il a, en effet, pour parties aliquotes la moitié qui est 14, le quart qui est 7, le septième qui est 4, le quatorzième qui est 2, et le vingt-huitième qui est 1 (et l'on a $1+2+4+7+14=28$).

Le nombre abondant est le nombre dont les parties aliquotes additionnées ensemble font une somme plus grande que le

5 Voy. note VII. — 19 Cf. Euclide, *Éléments*, IX, 36.

τέταρτον γ΄, ἕκτον β΄, δωδέκατον α΄, ἅτινα συντεθέντα γίνεται ις΄, ὅς ἐστι μείζων τοῦ ἐξ ἀρχῆς, τουτέστι τῶν ιβ΄.

ἐλλιπεῖς δέ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα ἐλάττονα τὸν ἀριθμὸν ποιεῖ τοῦ ἐξ ἀρχῆς προτεθέντος ἀριθμοῦ, οἷον ὁ τῶν η΄ · τούτου γὰρ ἥμισυ δ΄, τετάρτον β΄, ὄγδοον ἕν. τὸ αὐτὸ δὲ καὶ τῷ ι΄ συμβέβηκεν, ὃν καθ' ἕτερον λόγον τέλειον ἔφασαν οἱ Πυθαγορικοί, περὶ οὗ κατὰ τὴν οἰκείαν χώραν ἀποδώσομεν.

λέγεται δὲ καὶ ὁ γ΄ τέλειος, ἐπειδὴ πρῶτος ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ πέρας ἔχει · ὁ δ' αὐτὸς καὶ γραμμή ἐστι καὶ ἐπίπεδον, τρίγωνον γὰρ ἰσόπλευρον ἑκάστην πλευρὰν δυεῖν μονάδων ἔχον, καὶ πρῶτος δεσμὸς καὶ στερεοῦ δύναμις · ἐν γὰρ τρισὶ διαστάσεσι τὸ στερεὸν νοεῖσθαι.

nombre proposé. Tel est 12, dont la moitié est 6, le tiers 4, le quart 3, le sixième 2 et le douzième 1. Or, toutes ces parties additionnées ensemble donnent la somme 16 plus grande que le nombre proposé 12.

Le nombre déficient est le nombre dont les parties aliquotes additionnées ensemble donnent une somme moindre que le nombre proposé. Tel est 8 dont la moitié est 4, le quart 2 et le huitième 1. Il en est de même du nombre 10 que les Pythagoriciens appellent cependant parfait pour une autre raison dont nous parlerons en son lieu *.

On dit aussi que le nombre 3 est parfait, parce qu'il est le premier qui ait un commencement, un milieu et une fin ; et il est à la fois ligne et surface, c'est, en effet, un nombre triangulaire équilatéral dont tous les côtés valent deux unités. Enfin le nombre 3 est le premier lien et la puissance du solide, car l'idée de solide repose sur les trois dimensions.

10 Voyez la note VIII et l'Epilogue.

< ΜΕΡΟΣ Β >

< ΒΙΒΛΙΟΝ ΤΑ ΤΗΣ ΕΝ ΑΡΙΘΜΟΙΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΝ ... >

< Εἰσαγωγή >

α. ἐπεὶ δὲ καὶ συμφώνους τινάς φασιν ἀριθμούς, καὶ ὁ περὶ συμφωνίας λόγος οὐκ ἂν εὑρεθείη ἄνευ ἀριθμητικῆς · ἥτις συμφωνία τὴν μεγίστην ἔχει ἰσχύν, ἐν λόγῳ μὲν οὖσα ἀλήθεια, ἐν βίῳ δὲ εὐδαιμονία, ἐν δὲ τῇ φύσει ἁρμονία. καὶ αὐτὴ δὲ ἡ ἁρμονία ἥτις ἐστὶν ἐν κόσμῳ οὐκ ἂν εὑρεθείη μὴ ἐν ἀριθμοῖς πρότερον ἐξευρεθεῖσα · ἥτις ἐστὶ καὶ νοητή, ἡ δὲ νοητὴ ῥᾷον ἀπὸ τῆς αἰσθητῆς κατανοεῖται. νῦν μὲν οὖν περὶ τῶν δυεῖν ἁρμονιῶν λεκτέον, τῆς τ' αἰσθητῆς ἐν ὀργάνοις καὶ τῆς νοητῆς ἐν ἀριθμοῖς.

μετὰ δὲ τὸν περὶ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγον τελευταῖον ἐπάξομεν καὶ τὸν περὶ τῆς ἐν κόσμῳ ἁρμονίας λόγον, οὐκ ὀκνοῦντες τὰ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν ἐξευρημένα καὶ αὐτοὶ ἀναγράφειν, ὥσπερ καὶ τὰ πρόσθεν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν παραδοθέντα ἐπὶ τὸ γνωριμώτερον ἐξενεγκόντες παραδεδώκαμεν, οὐδὲν αὐτοὶ τούτων ἐξευρηκέναι φάσκοντες. παραδεικνύντες δέ τινα τῶν ὑπὸ τῶν

SECONDE PARTIE

LIVRE CONTENANT LES LOIS NUMÉRIQUES DE LA MUSIQUE, ...

INTRODUCTION

I. Puisqu'on dit qu'il y a des nombres consonants, on ne saurait trouver en dehors de l'arithmétique la raison de la consonance, qui a les plus grandes vertus, étant dans l'âme raisonnable la vérité, dans la vie la félicité, dans la nature l'harmonie; et l'harmonie elle-même qui est répandue dans le monde ne s'offrant à ceux qui la cherchent que lorsqu'elle leur est révélée par des nombres. Cette harmonie qui est intelligible se comprend plus facilement quand elle est précédée par l'harmonie sensible. Nous traiterons donc de ces deux harmonies, savoir de celle qui se fait sentir par les instruments, et de l'harmonie intelligible qui consiste dans les nombres.

Et après avoir terminé notre traité sur toutes les mathématiques, nous y ajouterons une dissertation sur l'harmonie du monde, et il ne nous déplaira pas de rapporter ce que nos devanciers ont découvert, non plus que de faire connaître davantage les traditions des Pythagoriciens que nous avons rapportées, sans nous vanter d'en avoir découvert la moindre partie. Désirant donc faire part à ceux qui veulent étudier πρὸ ἡμῶν παραδοθέντων τῷ μέλλοντι συνήσειν τὰ Πλάτωνος ἀναγκαίαν καὶ τούτων συναγωγὴν ἐποιησάμεθα.

Τί ἐστι φθόγγος καὶ τί φωνὴ ἐναρμονίος

β. Θράσυλλος τοίνυν περὶ τῆς ἐν ὀργάνῳ αἰσθητῆς λέγων ἁρμονίας φθόγγον φησὶν εἶναι φωνῆς ἐναρμονίου τάσιν. ἐναρμόνιος δὲ λέγεται, ἐπὰν δύνηται καὶ τοῦ ὀξέος ὀξύτερος εὑρεθῆναι καὶ τοῦ βαρέος βαρύτερος · καὶ ὁ αὐτὸς οὗτος καὶ μέσος ἐστίν. ὡς εἴγε τινὰ τοιαύτην φωνὴν νοήσαιμεν ἥτις ὑπεραίρει πᾶσαν ὀξύτητα, οὐκ ἂν εἴη ἐναρμόνιος · οὐδὲ γὰρ τὸν τῆς ὑπερμεγέθους βροντῆς ψόφον ἐναρμόνιον ἐροῦμεν, ὅς γε καὶ ὀλέθριος δια τὴν ὑπερβολὴν πολλάκις γίνεται, ὥς τις ἔφη ·

« πολλοὺς δὲ βροντῆς τραῦμ' ἄναιμον ὤλεσε »

καὶ μὴν εἴ τις οὕτως βαρὺς εἴη φθόγγος, ὡς μὴ ἔχειν αὐτοῦ βαρύτερον, οὐκ ἂν οὐδὲ φθόγγος εἴη τὸ ἐναρμόνιον οὐκ ἔχων. διὰ τοῦτ' οὖν φθόγγος εἶναι λέγεται οὐ πᾶσα φωνὴ οὐδὲ πάσης φωνῆς τάσις, ἀλλ' ἡ ἐναρμόνιος, οἷον μέσης, νεάτης, ὑπάτης.

Τί ἐστι διάστημα καὶ τί ἐστιν ἁρμονία

γ. διάστημα δέ φησιν εἶναι φθόγγων τὴν πρὸς ἀλλήλους ποιὰν σχέσιν, οἷον διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν, σύστημα δὲ διαστημάτων ποιὰν περιοχήν, οἷον τετράχορδον, πεντάχορδον, ὀκτάχορδον.

δ. ἁρμονία δέ ἐστι συστημάτων σύνταξις, οἷον Λύδιος, Φρύ-

12 Vers d'Euripide, fragment 951, p. 846 de l'éd. Didot. Voyez aussi Plutarque, les *Symposiaques,* liv. IV, quest. 2, p. 666 E.

Platon, de ce qui nous a été transmis par nos prédécesseurs, nous avons jugé nécessaire de composer ce recueil.

Du son et de la voix enharmonique

II. Thrasylle, traitant de l'harmonie sensible des instruments, définit le son une tension de voix enharmonique. Or, le son est dit enharmonique, quand, s'il est aigu, il peut y en avoir un plus aigu encore, et s'il est grave, il peut y en avoir un plus grave encore, en sorte qu'il se trouve intermédiaire. Si donc nous supposons un son qui surpasse toute acuité, il ne saurait être enharmonique, et c'est pour cela que jamais on ne regardera comme un son enharmonique le bruit violent de la foudre dont les blessures sont parfois funestes, comme l'a dit le poète :

> Et les coups de la foudre ont fait bien des victimes
> Sans blessure sanglante.

De même si le son est tellement grave qu'il ne puisse pas y en avoir de plus grave, ce ne sera plus un son, parce qu'il ne sera plus enharmonique. Ce n'est donc ni toute voix, ni toute tension de voix, qu'on appelle son, mais seulement une voix enharmonique, comme celle qui donne la mèse, la nète ou l'hypate *.

Des intervalles et de l'harmonie

III. On définit l'intervalle une certaine disposition des sons, les uns par rapport aux autres, telles sont la quarte, la quinte et l'octave. Et on appelle système d'intervalles un certain ensemble, tels que le tétracorde, le pentacorde, l'octacorde.

IV. L'harmonie est la coordination des systèmes, tels

21 Dans l'octacorde ou lyre à huit cordes, la nète donnait le son le plus aigu, et l'hypate le son le plus grave. Ces deux sons correspondent aux deux *mi* de la même octave, la mèse correspond au *la*.

γιος, Δώριος. καὶ τῶν φθόγγων οἱ μὲν ὀξεῖς, οἱ δὲ βαρεῖς, οἱ δὲ μέσοι · ὀξεῖς μὲν οἱ τῶν νητῶν, βαρεῖς δὲ οἱ τῶν ὑπατῶν, μέσοι δὲ οἱ τῶν μεταξύ.

ε. τῶν δὲ διαστημάτων τὰ μὲν σύμφωνα, τὰ δὲ διάφωνα. σύμφωνα μὲν τά τε κατ' ἀντίφωνον, οἷόν ἐστι τὸ διὰ πασῶν καὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν, καὶ τὰ <κατὰ> παράφωνον, οἷον τὸ διὰ πέντε, τὸ διὰ τεσσάρων. σύμφωνα δὲ κατὰ συνέχειαν οἷον τόνος, δίεσις. τά τε γὰρ κατ' ἀντίφωνον σύμφωνά ἐστιν, ἐπειδὰν τὸ ἀντικείμενον τῇ ὀξύτητι βάρος συμφωνῇ, τά τε κατὰ παράφωνόν ἐστι σύμφωνα, ἐπειδὰν μήτε ὁμότονον φθέγγηται φθόγγος μήτε διάφωνον, ἀλλὰ παρά τι γνώριμον διάστημα ὅμοιον. διάφωνοι δ' εἰσὶ καὶ οὐ σύμφωνοι φθόγγοι, ὧν ἐστι τὸ διάστημα τόνου ἢ διέσεως · ὁ γὰρ τόνος καὶ ἡ δίεσις ἀρχὴ μὲν συμφωνίας, οὔπω δὲ συμφωνία.

Περὶ συμφωνίας

ϛ. ὁ δὲ περιπατητικὸς Ἄδραστος, γνωριμώτερον περί τε ἁρμονίας καὶ συμφωνίας διεξιών, φησί · καθάπερ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ λόγου ὁλοσχερῆ μὲν καὶ πρῶτα μέρη τά τε ῥήματα καὶ ὀνόματα, τούτων δὲ αἱ συλλαβαί, αὗται δ' ἐκ γραμμάτων, τὰ δὲ γράμματα φωναὶ πρῶταί εἰσι καὶ στοιχειώδεις καὶ ἀδιαίρετοι καὶ ἐλάχισται — καὶ γὰρ συνίσταται ὁ λόγος ἐκ πρώτων γραμμάτων καὶ εἰς ἔσχατα ταῦτα ἀναλύεται — οὕτως καὶ τῆς ἐμμελοῦς καὶ ἡρμοσμένης φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ μέλους ὁλοσχερῆ μὲν μέρη τὰ λεγόμενα συστή-

7 σύμφωνα] διάφωνα conj. J D. Cf. l. 11-12 : διάφωνοι δ' εἰσί... — 15 Cf. Chalcidius, *In Timaeum Platonis commentarius*, XLIII, dans les *Fragmenta philosophorum graecorum*, t. II, p. 190, édit. Didot, 1881. Cf. aussi Censorin, *De die natali*, X, p. 363, éd. Didot, 1877.

sont le lydien, le phrygien, le dorien. Quant aux sons, les uns sont aigus, d'autres sont graves et d'autres moyens. Les sons aigus sont ceux que rendent les nètes, les sons graves ceux que rendent les hypates et les sons moyens ceux que rendent les cordes intermédiaires.

V. Parmi les intervalles, les uns sont consonants, les autres dissonants. Les intervalles consonants sont antiphones, tels que l'octave et la double octave, ou paraphones, tels que la quinte et la quarte. Sont au contraire dissonants les intervalles de sons juxtaposés tels que le ton et le diésis (ou demi-ton). Les intervalles antiphones ou de sons opposés sont consonants, parce que la gravité opposée à l'acuité produit la consonance; et les intervalles paraphones sont consonants, parce que les sons ne sont ni à l'unisson ni dissonants, mais qu'il y a un intervalle semblable perceptible. Sont dissonants et non consonants les sons dont l'intervalle est d'un ton ou d'un diésis; car le ton et le diésis sont le principe de la consonance, mais ils ne sont pas la consonance elle-même.

Des consonances

VI. Adraste le péripatéticien, dans son traité connu *De l'harmonie et de la consonance*, dit : De même que dans le discours soit écrit, soit parlé, les verbes et les noms en sont les parties les plus importantes ; que les parties essentielles des verbes et des noms sont les syllabes composées de lettres ; et que les lettres sont les premiers signes de langage, élémentaires, indivisibles et les plus courts, puisque le discours se compose de lettres et se résout finalement en lettres ; de même ce qui fait la partie principale du chant et de toute mélodie, ce sont les systèmes qu'on appelle tétracordes, pentacordes et octacordes, lesquels se composent d'intervalles qui sont eux-mêmes composés de sons, ces sons étant les éléments premiers et indivisibles dont se compose toute ματα, τετράχορδα καὶ πεντάχορδα καὶ ὀκτάχορδα · ταῦτα δέ ἐστιν ἐκ διαστημάτων, τὰ δὲ διαστήματα ἐκ φθόγγων, οἵτινες πάλιν φωναί εἰσι πρῶται καὶ ἀδιαίρετοι καὶ στοιχειώδεις, ἐξ ὧν πρώτων συνίσταται τὸ πᾶν μέλος καὶ εἰς ἃ ἔσχατα ἀναλύεται. διαφέρουσι δὲ ἀλλήλων οἱ φθόγγοι ταῖς τάσεσιν, ἐπεὶ οἱ μὲν αὐτῶν ὀξύτεροι, οἱ δὲ βαρύτεροι · αἱ δὲ τάσεις αὐτῶν κατά τινας λόγους εἰσὶν ἀφωρισμέναι.

φησὶ δὲ καὶ τοὺς Πυθαγορικοὺς περὶ αὐτῶν οὕτω τεχνολογεῖν · ἐπεὶ μέλος μὲν πᾶν καὶ πᾶς φθόγγος φωνή τίς ἐστιν, ἅπασα δὲ φωνὴ ψόφος, ψόφος δὲ πλῆξις ἀέρος κεκωλυμένου θρύπτεσθαι, φανερὸν ὡς ἠρεμίας μὲν οὔσης περὶ τὸν ἀέρα οὐκ ἂν γένοιτο οὔτε ψόφος οὔτε φωνή, διὸ οὐδὲ φθόγγος, πλήξεως δὲ καὶ κινήσεως γενομένης περὶ τὸν ἀέρα, ταχείας μὲν ὀξὺς ἀποτελεῖται ὁ φθόγγος, βραδείας δὲ βαρύς, καὶ σφοδρᾶς μὲν μείζων ἦχος, ἠρέμου δὲ μικρός. τὰ δὲ τάχη τῶν κινήσεων καὶ αἱ σφοδρότητες ἢ ἐν λόγοις τισὶν ἀποτελοῦνται ἢ καὶ ἀλόγως πρὸς ἄλληλα.

ὑπὸ μὲν οὖν τῶν ἀλόγων ἄλογοι καὶ ἐκμελεῖς γίνονται ψόφοι, οὓς οὐδὲ φθόγγους χρὴ καλεῖν κυρίως, ἤχους δὲ μόνον, ὑπὸ δὲ τῶν ἐν λόγοις τισὶ πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις ἢ ἁπλῶς ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἐμμελεῖς καὶ κυρίως καὶ ἰδίως φθόγγοι · ὧν οἱ μὲν ἄλλοι μόνον ἡρμοσμένοι, οἱ δὲ κατὰ τοὺς πρώτους καὶ γνωριμωτάτους καὶ κυριωτάτους λόγους πολλαπλασίους τε καὶ ἐπιμορίους ἤδη καὶ σύμφωνοι.

συμφωνοῦσι δὲ φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους, ὧν θατέρου κρουσθέντος ἐπί τινος ὀργάνου τῶν ἐντατῶν καὶ ὁ λοιπὸς κατά τινα οἰκειότητα καὶ συμπάθειαν συνηχεῖ · κατὰ ταὐτὸ δὲ ἀμφοῖν ἅμα κρουσθέντων ἡδεῖα καὶ προσηνὴς ἐκ τῆς κράσεως ἐξακούεται

15 ἠρέμου] ἠρεμαίας Porphyre, et de Fermat, *Varia opera mathematica*, lettre à Pellisson, p. 208, éd. de Toulouse, 1679, in-fol.

modulation et dans lesquels elle se résout définitivement. Les sons diffèrent les uns des autres par les tensions, les uns étant plus aigus, les autres plus graves. On a défini ces tensions de différentes manières *.

Voici, à cet égard, l'opinion qu'on attribue aux Pythagoriciens. Toute modulation et tout son étant une voix, et toute voix étant un bruit, et le bruit étant une percussion de l'air qui n'en est point brisé, il est évident que dans un air immobile il ne saurait y avoir ni bruit, ni voix, ni son. Au contraire, quand l'air est frappé et mis en mouvement, le son se produit : aigu, si le mouvement est rapide ; grave, si le mouvement est lent; fort, si le mouvement est violent ; faible, si le mouvement est peu sensible. Les vitesses de ces mouvements s'accomplissent suivant certains rapports, ou n'en ont aucun.

De ces vitesses sans rapports, résultent des sons sans rapports et dissonants, auxquels, à proprement parler, ne convient pas le nom de sons et que l'on appellerait plus justement bruit. Au contraire; on doit regarder comme les vrais sons, propres à la modulation, ceux qui ont entre eux certains rapports, soit multiples, soit superparticls *, ou simplement de nombre à nombre. De ces sons, les uns sont seulement concordants, d'autres sont consonants selon les raisons premières et multiples les plus connues, et selon les raisons superpartielles.

Ils font entre eux une consonance, quand un son étant produit par une des cordes d'un instrument, les autres cordes résonnent par l'effet d'une certaine affinité, d'une sorte

4 La tension d'un son s'appelle maintenant la hauteur. — 21 Le rapport superpartiel ou sesquipartiel est celui dont l'antécédent surpasse d'une unité le conséquent, comme celui de 3 à 2, celui de 4 à 3, et en général celui de $n + 1$ à n.

φωνή. τῶν δὲ κατὰ τὸ ἑξῆς ἡρμοσμένων φθόγγων πρῶτοι μὲν οἱ τέταρτοι τάξει συμφωνοῦσι πρὸς ἀλλήλους, συμφωνοῦσι δὲ συμφωνίαν τὴν δι' αὐτὸ τοῦτο διὰ τεσσάρων λεγομένην, ἔπειτα οἱ πέμπτοι τὴν διὰ πέντε.

καὶ μετὰ ταῦτα οἱ περιλαμβάνοντες ἀμφοτέρας τὰς συμφωνίας, γινόμενοι δ' ἀπ' ἀλλήλων ὄγδοοι, τὴν διὰ πασῶν, οὕτω προσαγορευθεῖσαν ἐπειδὴ τὸ πρῶτον ἀπὸ τῆς ὀκταχόρδου λύρας ὁ πρῶτος καὶ βαρύτατος φθόγγος, καλούμενος ὑπάτη, τῷ τελευταίῳ καὶ ὀξυτάτῳ, τουτέστι τῇ νήτῃ, τὴν αὐτὴν εὑρέθη συνέχων συμφωνίαν κατ' ἀντίφωνον. ἐπηυξημένης δὲ τῆς μουσικῆς καὶ πολυχόρδων καὶ πολυφθόγγων γεγονότων ὀργάνων τῷ προσληφθῆναι καὶ ἐπὶ τὸ βαρὺ καὶ ἐπὶ τὸ ὀξὺ τοῖς προϋπάρχουσιν ὀκτὼ φθόγγοις ἄλλους πλείονας, ὅμως τῶν πρώτων συμφωνιῶν αἱ προσηγορίαι φυλάττονται, διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν.

προσανηύρηνται δὲ ταύταις ἕτεραι πλείους. τῇ γὰρ διὰ πασῶν πάσης ἄλλης προστιθεμένης, καὶ ἐλάττονος καὶ μείζονος καὶ ἴσης, ἐξ ἀμφοῖν ἑτέρα γίνεται συμφωνία, οἷον ἥ τε διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, καὶ δὶς διὰ πασῶν, ἔτι δὲ πάλιν τῇ διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως μέχρι τοῦ δύνασθαι φθέγγεσθαι ἢ κρίνειν ἀκούοντας. τόπος γάρ τις καλεῖται τῆς φωνῆς ὃν διεξέρχεται ἀπὸ βαρυτάτου τινὸς ἀρξαμένη φθόγγου καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς ἐπὶ τὸ ὀξὺ προϊοῦσα, ἢ ἀνάπαλιν. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐπὶ πλεῖον, οἱ δὲ ἐπ' ἔλαττον διιστᾶσιν.

τὸ μέντοι ἑξῆς καὶ ἐμμελῶς ἐν τούτῳ προκόπτειν οὔτε ὡς

19 τῇ διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων] τῇ δὶς διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ διὰ τεσσάρων καὶ ἡ διὰ πέντε.... Manuel Bryenne, les *Harmoniques*, II, I, p. 394, vol. III des *Œuvres Mathém.* de Wallis, Oxford, 1609, in-fol.

de sympathie ; et aussi, quand deux sons étant produits en même temps, il en résulte un son mixte qui a une douceur et un charme tout particuliers. Parmi les sons successifs concordants, les quatrièmes forment avec les premiers une consonance, savoir celle que pour cette raison nous appelons quarte. Les cinquièmes à la suite donnent la quinte.

Viennent ensuite les huitièmes qui comprennent ces deux consonances et que nous appelons diapason (octave). En effet, sur la lyre à huit cordes, on trouve que le premier son qui est le plus grave, et qu'on appelle hypate, s'accorde par opposition avec le dernier et le plus aigu qui est celui de la nète, avec lequel il a la même consonance. Et quand, la musique ayant fait des progrès, les instruments ont reçu un plus grand nombre de cordes et ont rendu des sons plus multipliés, un grand nombre de sons, tant aigus que graves, ayant été ajoutés aux huit anciens, on a néanmoins conservé les dénominations des anciennes consonances : quarte, quinte et octave.

Cependant plusieurs autres consonances ont été trouvées : à la consonance d'octave, on en a ajouté de plus petites, de plus grandes, ou d'égales, et de la somme des deux résulte une consonance nouvelle, telle qu'octave et quarte, octave et quinte, et double octave ; et si l'on ajoute encore à l'octave quelqu'une des consonances précédentes, on obtient la double octave et quarte et ainsi de suite, tant que le son peut être produit et est perceptible à l'oreille. Il y a, en effet, une certaine étendue que la voix parcourt en commençant par le son le plus grave pour s'élever au plus aigu et inversement, étendue qui est plus grande chez les uns, moins grande chez les autres.

Cette série de modulations n'a pas lieu au hasard, ni sans art et d'après un seul mode, mais d'après certains modes déterminés qu'il faut observer dans les différents genres de mélodie. Car, de même que dans le discours soit parlé, soit écrit, ce n'est pas toute lettre, combinée avec une lettre quel-ἔτυχε γίνεται οὔτε μὴν ἁπλῶς καὶ μοναχῶς, ἀλλὰ κατά τινας τρόπους ἀφωρισμένους, καθ' οὓς αἱ τῶν λεγομένων γενῶν τῆς μελῳδίας θεωροῦνται διαφοραί. καθάπερ γὰρ ἐπὶ τοῦ λόγου καὶ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς οὐ πᾶν γράμμα παντὶ συμπλεκόμενον συλλαβὴν ἢ λόγον ἀποτελεῖ, οὕτως οὐδὲ ἐν τῷ μέλει κατὰ τὴν ἡρμοσμένην φωνὴν οὐδ' ἐν τῷ ταύτης τόπῳ πᾶς φθόγγος μετὰ παντὸς τιθέμενος ἐμμελὲς ποιεῖ διάστημα, ἀλλ' ὥς φαμεν κατὰ τρόπους τινὰς ἀφωρισμένους.

Περὶ τόνου καὶ ἡμιτονίου

ζ. τοῦ δὲ λεγομένου τόπου τῆς φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ ἐν τούτῳ διαστήματος γνωριμώτατον μέρος τε καὶ μέτρον ἐστὶ τὸ καλούμενον τονιαῖον διάστημα, καθάπερ ὁ πῆχυς τοῦ κυρίως τοπικοῦ διαστήματος ὃ φερόμενα τὰ σώματα διέξεισιν. ἔστι δὲ γνωριμώτατον τὸ τονιαῖον διάστημα, ἐπειδὴ τῶν πρώτων καὶ γνωριμωτάτων συμφωνιῶν ἐστι διαφορά · τὸ γὰρ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ.

η. τὸ μέντοι ἡμιτόνιον οὐχ ὡς ἥμισυ τόνου λέγεται, ὥσπερ Ἀριστόξενος ἡγεῖται, καθὸ καὶ τὸ ἡμιπήχιον ἥμισυ πήχεως, ἀλλ' ὡς ἔλαττον τοῦ τόνου μελῳδητὸν διάστημα · καθὰ καὶ τὸ ἡμίφωνον γράμμα οὐχ ὡς ἥμισυ φωνῆς καλοῦμεν, ἀλλ' ὡς μὴ αὐτοτελῆ καθ' αὑτὸ φωνήν. δείκνυται γὰρ ὁ τόνος μηδ' ὅλως εἰς δύο ἴσα διαιρεῖσθαι δυνάμενος, ἐν λόγῳ θεωρούμενος ἐπογδόῳ, καθάπερ οὐδ' ἄλλο τι ἐπιμόριον διάστημα. τὰ γὰρ θ' οὐχ οἷόν τε διαιρεθῆναι εἰς ἴσα.

5 λόγον] λέξιν conj. J D. — 18 ἡμιπήχιον] ἡμιπήχειον Hultsch.

conque, qui produit une syllabe ou un mot; de même, dans la mélodie, ce n'est pas la combinaison de sons quelconques qui produit la voix bien ordonnée, ou qui, à sa place, produit l'intervalle propre à la modulation; mais il faut que cette combinaison ait lieu, comme nous venons de le dire, suivant la loi de modes définis.

Du ton et du demi-ton

VII. La partie la plus facile à apprécier et la mesure de ce qu'on nomme l'étendue de la voix et de tout son intervalle est appelée ton, de même qu'on appelle coudée la mesure principale de l'espace que parcourent les corps en mouvement. L'intervalle de ton est très facile à distinguer, comme différence des consonances premières les plus connues : car la quinte surpasse la quarte d'un ton.

VIII. Le demi-ton n'est pas ainsi appelé parce que ce serait la moitié d'un ton, comme le pense Aristoxène, de la même manière que la demi-coudée est la moitié de la coudée; mais parce que c'est un intervalle musical moindre que le ton, de la même manière que nous appelons certaine lettre demi-voyelle, non parce qu'elle fait entendre la moitié d'un son, mais parce qu'elle ne fait pas entendre complètement le même son. On démontre, en effet, que le ton, considéré dans la raison sesquioctave (9/8), ne peut pas plus se partager en deux parties égales que tout autre intervalle sesquipartiel, car 9 n'est pas divisible par 2.

Τί τὸ διάτονον γένος τῆς μελῳδίας, τί τὸ χρωματικόν καὶ τί τὸ ἐναρμονίον

θ. ὅταν μὲν οὖν ἡ φωνὴ μελῳδοῦσα ἐν τῷ λεγομένῳ τόπῳ αὐτῆς ἀπό τινος βαρυτέρου φθόγγου ἐπὶ τὸν ἑξῆς ὀξύτερον μεταβῇ τὸ λεγόμενον ἡμιτονιαῖον διάστημα ποιησαμένη κἄπειτ' ἀπ' αὐτοῦ τόνον διαστήσασα πρῶτον ἐπ' ἄλλον παραγένηται φθόγγον, βουλομένη κατὰ τὸ ἑξῆς προκόπτειν ἐμμελῶς, οὐδὲν ἕτερον εἶναι δύναται διάστημα οὐδὲ προενέγκασθαι φθόγγον ἕτερον ἐμμελῆ καὶ ἡρμοσμένον, ἢ διάστημα μὲν τονιαῖον, φθόγγον δὲ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ τοῦτο ὁρίζοντα καὶ συμφωνοῦντα τῷ ἐξ ἀρχῆς τὴν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν.

καλεῖται δὲ τὸ οὕτω μελῳδηθὲν σύστημα τετράχορδον, συνεστηκὸς ἐκ διαστημάτων μὲν τριῶν, ἡμιτονίου καὶ τόνου καὶ τόνου, φθόγγων δὲ τεσσάρων, ὧν οἱ περιέχοντες, τουτέστιν ὅ τε βαρύτατος καὶ ὀξύτατος, συμφωνοῦσιν εὐθὺς ἣν διὰ τεσσάρων ἔφαμεν λέγεσθαι συμφωνίαν δύο τόνων οὖσαν καὶ ἡμιτονίου. καλεῖται δὲ τὸ τοιοῦτον γένος τῆς μελῳδίας διάτονον, ἤτοι ὅτι διὰ τῶν τόνων τὸ πλεῖστον διοδεύει ἢ ὅτι σεμνόν τι καὶ ἐρρωμένον καὶ εὔτονον ἦθος ἐπιφαίνει.

ι. ἐὰν μέντοι ἡ φωνή, τὸν ἐξ ἀρχῆς πρῶτον ὁρίσασα φθόγγον καὶ ἡμιτόνιον ἐπὶ τὸ ὀξὺ μεταβᾶσα, ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔλθῃ δεύτερον φθόγγον, εἶτα πάλιν ἀπὸ τοῦδε ἡμιτόνιον διαστήσασα τρίτον ὁρίσῃ φθόγγον ἄλλον, ἀπὸ τούτου κατὰ συνέχειαν πειρωμένη προκόπτειν ἐμμελῶς οὔτε διάστημα δύναται ποιήσασθαι ἄλλο πλὴν τὸ λειπόμενον τοῦ πρώτου γενομένου τετραχόρδου, τὸ τριημιτονιαῖον ἀσύνθετον, οὔτε φθόγγον ἕτερον ὁρίσαι ἢ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ περιέχοντα τὸ πρῶτον τετράχορδον, συμφωνοῦντα τῷ βαρυτάτῳ κατὰ τὸ διὰ τεσσάρων · ὥστε γίνεσθαι τὴν τοιαύτην μελῳδίαν κατὰ ἡμιτόνιον καὶ ἡμιτόνιον καὶ τριημιτόνιον ἀσύνθετον. καλεῖται δὲ πάλιν τὸ γένος τῆς τοιαύτης μελῳδίας

Du genre diatonique de la modulation, du genre chromatique et du genre enharmonique

IX. Quand la voix qui est modulée dans les limites de son étendue passe d'un son plus grave à un plus aigu, en produisant l'intervalle d'un demi-ton, qu'ensuite, franchissant l'intervalle d'un ton, elle passe à un autre son, et qu'elle continue à moduler, il ne peut y avoir d'autre intervalle, que celui d'un ton, qui produise un autre son agréable et apte à la modulation, et ce son aigu consonant donnera avec le premier la consonance de quarte.

Une modulation de ce genre s'appelle système tétracorde, elle se compose de trois intervalles, savoir : d'un demi-ton, d'un ton et d'un autre ton, et de quatre sons, dont les extrêmes, c'est-à-dire le plus grave et le plus aigu, forment une consonance. Cette consonance, que nous avons dit être appelée quarte, se compose donc de deux tons et d'un demi-ton. Ce genre de modulation s'appelle diatonique, soit parce que, d'ordinaire, il s'élève par des tons, soit à cause de la vigueur et de la fermeté qu'il montre.

X. Quand la voix produit un premier son, et que, franchissant un demi-ton, elle s'élève à un son plus aigu, puis passe de là à un troisième, en franchissant encore un demi-ton, et que s'efforçant d'avancer avec modulation, elle en produit encore un autre après celui-ci, elle ne peut observer un autre intervalle qu'un trihémiton incomposé, complément du premier tétracorde, et ne peut produire d'autre son que celui qui limite ce tétracorde en montant vers les sons aigus, et qui avec le plus grave donne la consonance de quarte. Cette modulation se fait donc par un demi-ton, suivi d'un demi-ton et d'un trihémiton incomposé, et ce genre de modulation s'appelle chromatique, parce qu'il s'écarte du premier et qu'il χρωματικὸν διὰ τὸ παρατετράφθαι καὶ ἐξηλλάχθαι τοῦ πρόσθεν γοερώτερόν τε καὶ παθητικώτερον ἦθος ἐμφαίνειν.

ια. λέγεται δέ τι καὶ τρίτον γένος μελῳδίας ἐναρμόνιον, ἐπειδὰν ἀπὸ τοῦ βαρυτάτου φθόγγου κατὰ δίεσιν καὶ δίτονον ἡ φωνὴ προελθοῦσα μελῳδήσῃ τὸ τετράχορδον.

Τί ἐστι δίεσις

ιβ. δίεσιν δὲ καλοῦσιν ἐλαχίστην οἱ περὶ Ἀριστόξενον τὸ τεταρτημόριον τοῦ τόνου, ἥμισυ δὲ ἡμιτονίου, ὡς ἐλάχιστον μελῳδητὸν διάστημα, τῶν Πυθαγορείων διέσιν καλούντων τὸ νῦν λεγόμενον ἡμιτόνιον. καλεῖσθαι δέ φησιν Ἀριστόξενος τοῦτο τὸ προειρημένον γένος ἁρμονίαν διὰ τὸ εἶναι ἄριστον, ἀπενεγκάμενον τοῦ παντὸς ἡρμοσμένου τὴν προσηγορίαν. ἔστι δὲ δυσμελῳδητότατον καί, ὡς ἐκεῖνός φησι, φιλότεχνον καὶ πολλῆς δεόμενον συνηθείας, ὅθεν οὐδ' εἰς χρῆσιν ῥᾳδίως ἔρχεται, τὸ δὲ διάτονον γένος ἁπλοῦν τι καὶ γενναῖον καὶ μᾶλλον κατὰ φύσιν· διὸ μᾶλλον τοῦτο παραλαμβάνει Πλάτων.

διάτονον	ἡμιτόνιον	τόνος	τόνος
χρωματικόν	ἡμιτόνιον	ἡμιτόνιον	τριημιτόνιον
ἁρμονικόν	δίεσις	δίεσις	δίτονον

<Περὶ τῆς εὑρέσεως τοῦ τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς λόγου>

τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους πρῶτος ἀνευρηκέναι δοκεῖ Πυθαγόρας, τοὺς μὲν διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τοὺς δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, τοὺς δὲ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ, καὶ τοὺς μὲν διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάchange de couleur, il exprime les affections lamentables et les passions violentes.

XI. Il y a un troisième genre de modulation qu'on appelle enharmonique. C'est celui où partant du son le plus grave la voix module le tétracorde en progressant par un diésis, puis un autre diésis et un double ton.

Du diésis

XII. Les disciples d'Aristoxène appellent diésis mineur le quart de ton ou moitié du demi-ton qu'ils considèrent comme le plus petit intervalle appréciable. Les Pythagoriciens appelent diésis ce qu'on nomme maintenant demi-ton *. Aristoxène dit que le genre enharmonique s'appelle ainsi parce qu'il est le meilleur, ce qui lui a fait donner le nom qui convient à tout ce qui est bien ordonné. Cette modulation est très difficile, et comme il le dit lui-même, elle demande beaucoup d'art et d'étude et ne s'acquiert que par une longue pratique. Le genre diatonique au contraire est simple, noble et plus naturel, c'est pourquoi Platon le préfère *.

Genres	Intervalles		
Diatonique	demi-ton	ton	ton
Chromatique	demi-ton	demi-ton	trihémiton
Enharmonique	diésis	diésis	diton

De la découverte des lois numériques des consonances

XII *(bis)*. C'est Pythagore qui paraît avoir trouvé le premier

11 Maintenant νῦν, c'est-à-dire au commencement du second siècle. — 18 Platon, selon Macrobe, assigne aussi le genre diatonique à l'harmonie des sphères :... *diatonum (genus) mundanæ musicæ doctrina Platonis adscribitur.* Macrobe, *In somnium Scipionis*, II, 4.

ρων ἐν λόγῳ τῶν η′ πρὸς γ′ ὅς ἐστι πολλαπλασιεπιμερής, διπλάσιος γὰρ καὶ δισεπίτριτός ἐστι, τοὺς δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίῳ, τοὺς δὲ δὶς διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ, καὶ τῶν ἄλλων ἡρμοσμένων τοὺς μὲν τὸν τόνον περιέχοντας ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ, τοὺς δὲ τὸ νῦν λεγομένον ἡμιτόνιον, τότε δὲ δίεσιν, ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ πρὸς ἀριθμὸν τῷ τῶν σνς′ πρὸς σμγ′.

ἐξετάσας τοὺς λόγους διά τε τοῦ μήκους καὶ πάχους τῶν χορδῶν, ἔτι δὲ τῆς τάσεως γινομένης κατὰ τὴν στροφὴν τῶν κολλάβων ἢ γνωριμώτερον κατὰ τὴν ἐξάρτησιν τῶν βαρῶν, ἐπὶ δὲ τῶν ἐμπνευστῶν καὶ διὰ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλιῶν ἢ διὰ τῆς ἐπιτάσεως καὶ ἀνέσεως τοῦ πνεύματος, ἢ δι' ὄγκων καὶ σταθμῶν οἷον δίσκων ἢ ἀγγείων. ὅ τι γὰρ ἂν ληφθῇ τούτων κατά τινα τῶν εἰρημένων λόγων, τῶν ἄλλων <ἴσων> ὄντων, τὴν κατὰ τὸν λόγον ἀπεργάσεται συμφωνίαν.

ἀρκείτω δ' ἡμῖν ἐν τῷ παρόντι διὰ τοῦ μήκους τῶν χορδῶν δηλῶσαι ἐπὶ τοῦ λεγομένου κανόνος. τῆς γὰρ ἐν τούτῳ μιᾶς χορδῆς καταμετρηθείσης εἰς τέσσαρα ἴσα ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος τῷ μὲν ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν ἐν λόγῳ γενόμενος ἐπιτρίτῳ συμφωνήσει διὰ τεσσάρων, τῷ δὲ ἀπὸ τῶν δύο, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, ἐν λόγῳ γενόμενος διπλασίῳ συμφωνήσει διὰ πασῶν, τῷ δὲ ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ συμφωνήσει δὶς διὰ πασῶν.

que les sons consonants ont entre eux des rapports *. Les sons qui produisent la quarte ont entre eux le rapport sesquitierce (4/3) ; ceux qui produisent la quinte ont la raison sesquialtère (3/2) ; ceux qui produisent l'octave ont entre eux la raison double ; ceux qui donnent octave et quarte sont dans le rapport de 8 à 3 qui est polyépimère, car il est égal à $2 + 2/3$. Les sons qui donnent octave et quinte sont en raison triple, et ceux qui donnent le double octave sont en raison quadruple. Parmi les autres sons concordants, ceux qui donnent le ton sont dans la raison sesquioctave (9/8), et ceux qui donnent le demi-ton, mais qu'alors on appelait diésis, sont dans le rapport du nombre 256 au nombre 243 *.

C'est Pythagore, disons-nous, qui paraît avoir découvert ces rapports, par la longueur et la grosseur des cordes, ainsi que par la tension à laquelle il les soumettait en tournant les chevilles, ou par une méthode plus connue, en y suspendant des poids, et dans les instruments à vent par le diamètre de la cavité, par l'intensité plus ou moins grande du souffle, ou par le poids des disques, ou le niveau dans les vases. Quelle que soit la méthode choisie parmi celles que nous venons de citer, on aura la consonance suivant le rapport indiqué, toutes choses égales d'ailleurs.

Pour le moment, contentons-nous de la démonstration qui, dans ce qu'on appelle le canon harmonique, s'obtient par la longueur des cordes : si nous divisons en quatre parties égales une corde tendue sur le canon harmonique, le son produit par la corde entière formera avec celui qui est produit par trois parties de la corde l'accord de quarte, le rapport est sesquitierce ; avec le son produit par deux parties ou la moitié de la corde, il formera l'accord d'octave, le rapport est double ; avec le son produit par le quart de la corde, il donnera l'accord de double octave, le rapport est quadruple.

1 Cf. Chalcidius, *In Timæum Platonis*, XLIV, p. 191, éd. Didot. — 12 Le rapport de 256 à 243 qu'on nomme aussi *limma* est l'excès de la quarte sur le double ton : on a $4/3 : (9/8)^2 = 4/3 \times 64/81 = 256/243$.

ὁ δὲ ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν δύο γενόμενος ἐν ἡμιολίῳ συμφωνήσει διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τριπλασίῳ συμφωνήσει διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε. ἐὰν δὲ εἰς ἐννέα διαμετρηθῇ ἡ χορδή, ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ὀκτὼ μερῶν ἐν λόγῳ ἐπογδόῳ τὸ τονιαῖον περιέξει διάστημα.

πάσας δὲ τὰς συμφωνίας περιέχει ἡ τετρακτύς. συνέστησε μὲν γὰρ αὐτὴν α′ καὶ β′ καὶ γ′ καὶ δ′. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἥ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία καὶ ἡ διὰ πέντε καὶ ἡ διὰ πασῶν, <καὶ ἡ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, καὶ ἡ δὶς διὰ πασῶν> καὶ ὁ ἐπίτριτος λόγος καὶ ἡμιόλιος καὶ διπλάσιος καὶ τριπλάσιος καὶ τετραπλάσιος.

ταύτας δὲ τὰς συμφωνίας οἱ μὲν ἀπὸ βαρῶν ἠξίουν λαμβάνειν, οἱ δὲ ἀπὸ μεγεθῶν, οἱ δὲ ἀπὸ κινήσεων [καὶ ἀριθμῶν], οἱ δὲ ἀπὸ ἀγγείων [καὶ μεγεθῶν], Λᾶσος δὲ ὁ Ἑρμιονεύς, ὥς φασι, καὶ οἱ περὶ τὸν Μεταποντῖνον Ἵππασον Πυθαγορικὸν ἄνδρα συνέπεσθαι τῶν κινήσεων τὰ τάχη καὶ τὰς βραδυτῆτας, δι' ὧν αἱ συμφωνίαι ἐν ἀριθμοῖς ἡγουμενος λόγους τοιούτους ἐλάμβανεν ἐπ' ἀγγείων. ἴσων γὰρ ὄντων καὶ ὁμοίων πάντων τῶν ἀγγείων τὸ μὲν κενὸν ἐάσας, τὸ δὲ ἥμισυ ὑγροῦ <πληρώσας> ἐψόφει ἑκατέρῳ, καὶ αὐτῷ ἡ διὰ πασῶν ἀπεδίδοτο συμφωνία·

θάτερον δὲ πάλιν τῶν ἀγγείων κενὸν ἐῶν εἰς θάτερον τῶν τεσσάρων μερῶν τὸ ἓν ἐνέχεε, καὶ κρούσαντι αὐτῷ ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία ἀπεδίδοτο, ἡ δὲ διὰ πέντε, <ὅτε> ἓν μέρος τῶν τριῶν συνεπλήρου, οὔσης τῆς κενώσεως πρὸς τὴν ἑτέραν ἐν μὲν τῇ διὰ πασῶν ὡς β′ πρὸς ἕν, ἐν δὲ τῷ διὰ πέντε ὡς γ′ πρὸς β′, ἐν δὲ τῷ διὰ τεσσάρων ὡς δ′ πρὸς γ′.

οἷς ὁμοίως καὶ κατὰ τὰς διαλήψεις τῶν χορδῶν θεωρεῖται,

10 <καὶ ἡ διὰ πασῶν.....> manque aux mss. — 18 Hiller croit qu'il y a une lacune entre αἱ συμφωνίαι et ἐν ἀριθμοῖς. — 25 κενώσεως] κινήσεως.

De plus le son produit par trois parties de la corde donnera avec le son produit par la moitié de la corde la consonance de quinte, le rapport est sesquialtère, et, à l'égard du son produit par le quart de la corde, il donnera la consonance d'octave et quinte, le rapport est 3. Si nous divisons la corde en 9 parties égales, le son produit par la corde entière donnera avec le son qui est produit par 8 parties l'intervalle d'un ton, le rapport est sesquioctave.

Le quaternaire 1, 2, 3, 4, renferme toutes les consonances, car il contient celles de quarte, de quinte, d'octave, d'octave et quinte et de double octave, savoir les raisons sesquitierce, sesquialtère, double, triple et quadruple (c'est-à-dire 4/3, 3/2, 2, 3 et 4).

Ces consonances, les uns ont voulu les obtenir par des poids, d'autres par des longueurs, d'autres par des mouvements nombrés, d'autres encore par la capacité des vases. On raconte que Lasus d'Hermione et les disciples d'Hippase de Métaponte, ce dernier de la secte de Pythagore, ont observé sur des vases la rapidité et la lenteur des mouvements à l'aide desquels les consonances se calculent en nombres. Prenant plusieurs vases de même capacité et semblables, on a laissé l'un vide et l'on a rempli l'autre à moitié d'un liquide, puis on a frappé chacun d'eux, on a obtenu la consonance d'octave.

Laissant de nouveau un vase vide et remplissant l'autre au quart, on a obtenu, en les frappant, la consonance de quarte; pour l'accord de quinte, on remplissait le tiers d'un vase; le rapport des espaces vides était, pour l'octave celui de 2 à 1, pour la quinte celui de 3 à 2, pour la quarte celui de 4 à 3.

Par la division des cordes, on obtient les mêmes rapports comme nous l'avons vu. Toutefois, on ne se servait pas d'une seule corde, comme dans le canon harmonique, mais de deux ὡς προείρηται, ἀλλ' οὐκ ἐπὶ μιᾶς χορδῆς, ὡς ἐπὶ τοῦ κανόνος, ἀλλ' ἐπὶ δυεῖν· δύο γὰρ ποιήσας ὁμοτόνους ὅτε μὲν τὴν μίαν αὐτῶν διαλάβοι μέσην πιέσας, τὸ ἥμισυ πρὸς τὴν ἑτέραν συμφωνίαν τὴν διὰ πασῶν ἐποίει· ὅτε δὲ τὸ τρίτον μέρος ἀπολαμβάνοι, τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν τὴν διὰ πέντε συμφωνίαν ἐποίει· ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῆς διὰ τεσσάρων· καὶ γὰρ ἐπὶ ταύτης μιᾶς τῶν χορδῶν ἀπολαβὼν τὸ τέταρτον μέρος τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν συνῆπτεν.

ὃ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς σύριγγος ἐποίει κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον. οἱ δ' ἀπὸ τῶν βαρῶν τὰς συμφωνίας ἐλάμβανον, ἀπὸ δυεῖν χορδῶν ἐξαρτῶντες βάρη κατὰ τοὺς εἰρημένους λόγους, οἱ δ' ἀπὸ τῶν μηκῶν, καὶ τῶν χορδῶν ἐπίεσαν, τὰς συμφωνίας ἐν ταῖς χορδαῖς ἀποφαινόμενοι.

ιγ. φθόγγον δὲ εἶναι φωνῆς πτῶσιν ἐπὶ μίαν τάσιν. ὅμοιον γάρ φασιν αὐτὸν αὐτῷ δεῖν εἶναι τὸν φθόγγον καὶ ἐλάχιστον κατὰ διαφοράν, οὐκ ἐκ διαφόρων τάσεων οἷον βαρύτητος καὶ ὀξύτητος. τῶν δὲ φωνῶν αἱ μὲν ὀξεῖαι, αἱ δὲ βαρεῖαι, διὸ καὶ τῶν φθόγγων, <ὧν> ὁ μὲν ὀξὺς ταχύς ἐστιν, ὁ δὲ βαρὺς βραδύς. εἰ γοῦν εἰς δύο ἰσοπαχεις καὶ ἰσοκοίλους <αὐλοὺς> τετρημένους εἰς σύριγγος τρόπον, ὧν τοῦ ἑτέρου διπλάσιόν ἐστι τὸ μῆκος τοῦ ἑτέρου, ἐμφυσῆσαι τις, ἀνακλᾶται τὸ πνεῦμα τὸ ἐκ τοῦ ἡμίσεος μήκους διπλασίῳ τάχει χρώμενον, καὶ <γίνεται> συμφωνία ἡ διὰ πασῶν βαρέος μὲν φθόγγου τοῦ διὰ τοῦ μείζονος, ὀξέος δὲ τοῦ διὰ τοῦ ἐλάττονος.

αἴτιον δὲ τάχος τε καὶ βραδυτὴς τῆς φορᾶς. καὶ κατὰ τὰ ἀποστήματα δὲ τῶν ἐν τοῖς αὐλοῖς τρημάτων τὰς συμφωνίας ἀπεδίδοσαν καὶ ἐπὶ ἑνός. διχῆ μὲν γὰρ διῃρημένου καὶ τοῦ αὐλοῦ ὅλου ἐμφυσηθέντος ἐκ τοῦ κατὰ τὸ ἥμισυ τρήματος τὸ

13 Hiller croit que les mss. présentent ici une lacune. — 14 Titre : τί ἐστι φθόγγος (ce que c'est que le son). — 19 <αὐλοὺς> proposé par Hiller; cf. même p., l. 26 et suiv.

cordes à l'unisson également tendues. On interceptait la moitié d'une de ces cordes en pressant le milieu avec le doigt, on obtenait avec la moitié et l'autre corde entière la consonance d'octave; quand on interceptait seulement un tiers, les deux autres tiers et la corde entière donnaient l'accord de quinte. De même pour obtenir la consonance de quarte, on interceptait le quart d'une des deux cordes, en laissant l'autre entière.

On a fait une expérience semblable sur la flûte et on a trouvé les mêmes rapports. Ceux qui ont mesuré les consonances avec des poids, ont suspendu à deux cordes des poids dans les rapports que nous avons dits et qu'on avait obtenus par la longueur des cordes, en déterminant les consonances de ces cordes.

XIII. Le son est le repos de la voix sur une seule intonation, car on dit que le son doit toujours être semblable à lui-même et ne pas admettre la moindre différence ni se composer de différentes tensions de gravité ou d'acuité. Or les voix sont en partie aiguës, en partie graves; c'est pourquoi parmi les sons, l'un, aigu, est rapide, et l'autre, grave, est lent. Si donc on souffle dans deux tuyaux d'une égale grosseur et d'un diamètre égal, percés à la manière d'une flûte, et dont l'un soit deux fois plus long que l'autre, l'air qui s'échappe du tuyau deux fois moins long a une vitesse double et il en résulte la consonance d'octave, le son le plus grave sortant du tuyau le plus long et le son le plus aigu sortant du tuyau le plus court.

La cause en doit être attribuée à la vitesse et à la lenteur du mouvement, et cette cause produit les mêmes consonances dans une seule flûte; à cause de la distance des trous. En effet, si une flûte étant divisée en deux parties égales, on souffle dans la flûte entière, puis jusqu'au trou qui la divise en deux parties, on entendra la consonance d'octave; la flûte étant divisée en trois, et deux tiers étant pris du côté διὰ πασῶν σύμφωνον ἀποτελεῖται. τριχῇ δὲ διαιρεθέντος καὶ τῶν μὲν δυεῖν μερῶν ὄντων πρὸς τῇ γλωσσίδι, κάτω δὲ τοῦ ἑνός, καὶ τοῦ ὅλου συμφυσηθέντος τοῖς δυσί, τὴν διὰ πέντε γενέσθαι συμφωνίαν. τεσσάρων δὲ διαιρέσεων γενομένων, τριῶν μὲν ἄνω, κάτω δὲ μιᾶς, καὶ τῷ ὅλῳ συμφυσηθέντων τῶν τριῶν γίνεται ἡ διὰ τεσσάρων.

οἱ δὲ περὶ Εὔδοξον καὶ Ἀρχύταν τὸν λόγον τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς ᾤοντο εἶναι, ὁμολογοῦντες καὶ αὐτοὶ ἐν κινήσεσιν εἶναι τοὺς λόγους καὶ τὴν μὲν ταχεῖαν κίνησιν ὀξεῖαν εἶναι ἅτε πλήττουσαν συνεχὲς καὶ ὠκύτερον κεντοῦσαν τὸν ἀέρα, τὴν δὲ βραδεῖαν βαρεῖαν ἅτε νωθεστέραν οὖσαν.

ταυτὶ μὲν περὶ τῆς εὑρέσεως τῶν συμφωνιῶν· ἐπανέλθωμεν δὲ ἐπὶ τὰ ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου παραδεδομένα. φησὶ γὰρ ὅτι τούτοις τοῖς εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν συμφωνιῶν ὀργάνοις κατὰ μὲν τοὺς λόγους προπαρασκευασθεῖσιν ἡ αἴσθησις ἐπιμαρτυρεῖ, τῇ δὲ αἰσθήσει προσληφθείσῃ ὁ λόγος ἐφαρμόζει. πῶς δὲ καὶ οἱ τὸ λεγόμενον ἡμιτόνιον περιέχοντες φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἐν λόγῳ τῷ τῶν σνϛ´ πρὸς σμγ´, μικρὸν ὕστερον ἔσται φανερόν.

Περὶ τῶν ἐν λόγοις συμφωνιῶν συνθέσεών τε καὶ διαιμέσεων

δῆλον δὲ ὅτι καὶ αἱ συνθέσεις καὶ αἱ διαιρέσεις τῶν συμφωνιῶν ὁμόλογοι καὶ συνῳδοὶ θεωροῦνται ταῖς τῶν κατὰ ταύτας λόγων συνθέσεσί τε καὶ διαιρέσεσιν ἃς πρόσθεν ἐμηνύσαμεν. οἷον ἐπεὶ τὸ διὰ πασῶν ἔκ τε τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων συντίθεται καὶ εἰς ταῦτα διαιρεῖται, λόγος δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν διπλάσιος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος, τοῦ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, φαίνεται [ὅτι] καὶ ὁ διπλάσιος λόγος συν-

28 ὅτι] ἄρα conj. Hultsch.

de la languette et un tiers vers l'extrémité, si on souffle dans la flûte entière et dans les deux tiers, on entendra l'accord de quinte. Si elle est divisée en quatre, et que l'on prenne trois parties vers le haut et une vers le bas, en soufflant dans la flûte entière et dans les trois quarts, on aura la consonance de quarte.

L'école d'Eudoxe et celle d'Archytas ont pensé que les rapports des consonances pouvaient être exprimés par des nombres; elles ont reconnu aussi que ces rapports expriment les mouvements, un mouvement rapide correspondant à un son aigu, parce qu'il frappe et pénètre l'air d'une manière plus continue et plus rapide, et un mouvement lent répondant à un son grave, parce qu'il est plus tardif.

Voilà ce que nous avions à dire de la découverte (des lois numériques) des consonances. Revenons maintenant à ce qu'a dit Adraste au sujet de ces instruments qui ont été préparés selon certains rapports dans le but de découvrir les consonances; il dit, en effet, que nous jugeons par l'ouïe la grandeur des intervalles et que les raisons confirment le témoignage des sens. Nous expliquerons bientôt comment les sons qui ont entre eux l'intervalle d'un demi-ton, ainsi que nous l'avons dit, sont dans le rapport de 256 à 243.

De l'addition et de la soustraction des consonances

XIII *(bis)*. Il est évident que les compositions et les divisions des consonances sont entre elles dans le même rapport que les compositions et les divisions des nombres qui mesurent les consonances, comme nous l'avons expliqué. Ainsi l'octave se compose de la quinte et de la quarte et se divise en quinte et quarte. Or la raison de l'octave est double, celle de quarte est sesquitierce (4/3) et celle de la quinte est sesquialtère (3/2). Il est clair que la raison 2 se compose de 4/3 et de 3/2 et se résout dans les mêmes nombres. Ainsi τίθεσθαί τε ἐκ τοῦ ἐπιτρίτου τε καὶ ἡμιολίου καὶ εἰς τούτους διαιρεῖσθαι · τῶν μὲν γὰρ ϛ´ τὰ η´ ἐπίτριτα, τῶν δὲ η´ τὰ ιβ´ ἡμιόλια · καὶ γίνεται τὰ ιβ´ τῶν ϛ´ διπλάσια · ϛ´ η´ ιβ´. πάλιν δὲ ὁ τῶν ιβ´ πρὸς τὸν ϛ´ λόγος διπλάσιος διαιρεῖται εἴς τε τὸν ἐπίτριτον λόγον τῶν ιβ´ πρὸς τὰ θ´ καὶ εἰς τὸν ἡμιόλιον τῶν θ´ πρὸς τὰ ϛ´.

ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ, τὸ μὲν γὰρ διὰ πέντε τριῶν τόνων ἐστὶ καὶ ἡμιτονίου, ὁ δὲ τόνος ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ, φαίνεται καὶ τὸ ἡμιολίον τοῦ ἐπιτρίτου ὑπερέχειν [ἐν] ἐπογδόῳ · ἀπὸ γὰρ ἡμιολίου λόγου οἷον τοῦ τῶν θ´ πρὸς τὰ ϛ´ ἀφαιρεθέντος τοῦ <ἐπιτρίτου> λόγου τῶν η´ πρὸς τὰ ϛ´ λείπεται λόγος ἐπόγδοος ὁ τῶν θ´ πρὸς τὰ η´ · καὶ πάλιν τούτῳ τῷ λόγῳ προστεθέντος ἐπιτρίτου λόγου τοῦ τῶν ιβ´ πρὸς θ´ συμπληροῦται λόγος ἡμιόλιος τῶν ιβ´ πρὸς τὰ η´.

καὶ μὴν ἐπεὶ τὸ μὲν διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ λόγῳ, τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τὸ ἐξ ἀμφοῖν ἐν λόγῳ τῶν η´ πρὸς τὰ γ´ · τῶν μὲν γὰρ γ´ ἐπίτριτα τὰ δ´, τούτων δὲ διπλάσια τὰ η´. τὸ δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίονι · ὁ γὰρ ἡμιόλιος καὶ διπλάσιος συντιθέμενοι τοῦτον ποιοῦσιν · ἡμιόλιος μὲν γὰρ ὁ τῶν θ´ πρὸς τὰ ϛ´, διπλάσιος δὲ ὁ τῶν ιη´ πρὸς τὰ θ´ · καὶ γίνεται τριπλάσιος ὁ λόγος τῶν ιη´ πρὸς τὰ ϛ´.

$$\underbrace{\underbrace{\eta' \qquad\qquad \delta'}_{\text{διὰ πασῶν}}\underbrace{\qquad\qquad \gamma'}_{\text{διὰ δ'}}}_{\substack{\text{διὰ πασῶν καὶ διὰ δ'}\\ \text{διπλάσιος καὶ δισεπίτριτος}}} \qquad\qquad \underbrace{\underbrace{\iota\eta' \qquad\qquad \theta'}_{\text{διὰ πασῶν}}\underbrace{\qquad\qquad ϛ'}_{\text{διὰ ε'}}}_{\substack{\text{διὰ πασῶν καὶ διὰ ε'}\\ \text{τριπλάσιος}}}$$

ὁμοίως δὲ τὸ δὶς διὰ πασῶν ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ · οὗτος γὰρ σύγκειται ἐκ δύο διπλασίων · τῶν μὲν γὰρ ϛ´ διπλάσια τὰ ιβ´, τούτων δὲ τὰ κδ´, ταῦτα δὲ [τὰ] τετραπλάσια τῶν ϛ´. ἢ μᾶλλον, ὡς κατ' ἀρχὰς ἐδείξαμεν, ἐπισυντεθεὶς ὁ τριπλάσιος ἐπιτρίτῳ ποιεῖ τετραπλάσιον · ἔστι δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν καὶ

8 est les 4/3 de 6 et 12 est les 3/2 de 8, or 12 est le double de 6 : on a les nombres 6, 8, 12. De même, la raison 2 de 12 à 6 se décompose en deux, le rapport sesquitierce (4/3) de 12 à 9 et le rapport sesquialtère (3/2) de 9 à 6.

Comme la quinte surpasse d'un ton la consonance de quarte, puisqu'elle se compose de trois tons et demi, le ton étant dans le rapport sesquioctave (9/8), on trouve que le rapport sesquialtère (3/2) surpasse aussi le rapport sesquitierce (4/3) de la raison sesquioctave (9/8); en effet, si de la raison sesquialtère, comme de 9 à 6, on retranche la raison sesquitierce de 8 à 6, le reste est la raison sesquioctave de 9 à 8 *. Si de même on ajoute à celle-ci la raison sesquitierce de 12 à 9, on complète la raison sesquialtère de 12 à 8 *.

Comme la consonance d'octave est en raison double et la consonance de quarte en raison sesquitierce (4/3), la somme des deux donne la raison de 8 à 3, car 4 est à 3 dans le rapport sesquitierce et le double de 4 est 8 *.

La quinte de l'octave est en raison triple, le rapport sesquialtère ajouté à 2 donne, en effet, cette raison, car le rapport de 9 à 6 est sesquialtère et le rapport de 18 à 9 est double, ce qui donne la raison triple pour rapport de 18 à 6 *.

$$\underbrace{\underbrace{8 \qquad\qquad 4}_{\text{octave} = 2} \underbrace{\qquad\qquad 3}_{\text{quarte} = 4/3}}_{\text{octave et quarte} = 2 + 2/3} \qquad\qquad \underbrace{\underbrace{18 \qquad\qquad 9}_{\text{octave} = 2} \underbrace{\qquad\qquad 6}_{\text{quinte} = 3/2}}_{\text{octave et quinte} = 3}$$

La double octave est pareillement en raison quadruple, car elle se compose de deux raisons doubles : le double de 6 est 12 et le double de 12 est 24 qui est quadruple de 6; ou

12 On a $9/6 : 8/6 = 9/8$. — 14 On a $9/8 \times 12/9 = 12/8 = 3/2$. — 18 On a $2 \times 4/3 = 8/3 = 2 + 2/3$. — 22 On a $9/6 \times 18/9 = 18/6 = 3$.

διὰ πέντε τριπλάσιος ὁ λόγος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος · ἐξ ἀμφοῖν δὲ τούτοιν τὸ δὶς ἐστι διὰ πασῶν · εἰκότως οὖν τοῦτο ἐν λόγῳ φαίνεται τετραπλασίῳ · τῶν μὲν γὰρ ϛʹ τριπλάσια τὰ ιηʹ, τούτων δὲ ἐπίτριτα τὰ κδʹ, ἅτινά ἐστι τετραπλάσια τῶν ϛʹ. καὶ πάλιν τῶν μὲν ϛʹ ἐπίτριτα τὰ ηʹ, τούτων δὲ τριπλάσια τὰ κδʹ, ἅ ἐστι τετραπλάσια τῶν ϛʹ. καὶ τὰ ἐκ τούτων δὲ συντιθέμενα ἐν τούτοις εὑρεθήσεται τοῖς λόγοις, ἐφ' ὅσον ἂν προαγάγωμεν τὰ συστήματα.

ὁ δὲ Πλάτων καὶ γένος διάτονον καὶ συστήματος μέγεθος ἐπὶ τὸ τετράκις διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε καὶ τόνον προαγήοχεν. εἰ δὲ λέγοι τις, φησὶν ὁ Ἄδραστος, ὡς οὐ δέον ἐπὶ τοσοῦτον ἐκτεῖναι, Ἀριστόξενος μὲν γὰρ ἐπὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων τὸ τοῦ καθ' αὑτὸν πολυτρόπου διαγράμματος πεποίηται μέγεθος, οἱ δὲ νεώτεροι τὸ πεντεκαιδεκάχορδον τρόπον μέγιστον ἐπὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν [καὶ τόνον] διεστηκός, ῥητέον, φησίν, ὡς ἐκεῖνοι μὲν πρὸς τὴν ἡμετέραν χρῆσιν ὁρῶντες οὕτως ἐποίουν, ἡγούμενοι μὴ πλεῖόν τι τούτων δύνασθαι μήτε τοὺς ἀγωνιζομένους φθέγγεσθαι μήτε τοὺς ἀκούοντας εὐγνώστως κρίνειν.

Πλάτων δὲ πρὸς τὴν φύσιν ὁρῶν, ἐπειδὴ τὴν ψυχὴν ἀνάγκη συνισταμένην καθ' ἁρμονίαν μέχρι τῶν στερεῶν προάγειν ἀριθμῶν καὶ δυσὶ συναρμόζεσθαι μεσότησιν, ὅπως διὰ παντὸς ἐλθοῦσα τοῦ τελείου στερεοῦ κοσμικοῦ σώματος πάντων ἀντιληπτικὴ γενήσεται τῶν ὄντων, καὶ τὴν ἁρμονίαν αὐτῆς μέχρι τούτου προαγήοχε, τρόπον τινὰ καὶ κατὰ τὴν αὐτῆς φύσιν ἐπ' ἄπειρον δυναμένην προϊέναι

15 τὸ δὶς διὰ πασῶν Boulliau] τὸ τρὶς διὰ πασῶν Hiller, et Proclus *In Timaeum*, p. 192, l. 15, éd. de Basle, 1534.

plutôt, d'après ce que nous avons dit au commencement, la raison triple ajoutée à la raison sesquitierce donne la raison quadruple. Or la raison d'octave et quinte est 3, celle de quarte est sesquitierce (4/3) et c'est des deux que se compose la double octave. C'est donc justement qu'on voit ici la consonance quadruple, car le triple de 6 est 18 dont les 4/3 sont 24 qui est le quadruple de 6. De même le rapport de 8 à 6 est sesquitierce et le triple de 8 est 24 qui est le quadruple de 6. On peut pousser ces notions aussi loin qu'on voudra, on trouvera toujours les mêmes rapports résultant de la composition des consonances *.

Platon a conduit le genre diatonique et l'étendue de ce système jusqu'à la quatrième octave avec une quinte en plus et un ton *. Que si quelqu'un objecte, dit Adraste, qu'il ne faut pas pousser si loin le calcul, puisque Aristoxène a limité à la double octave et quinte l'étendue du diagramme qui représente les différents modes, et que les modernes ont le pentédécacorde (lyre à 15 cordes) dont l'étendue la plus considérable ne contient que la double octave [avec un ton de plus], je réponds, poursuit-il, que ces derniers ne considérant que le point de vue pratique, ont réglé les choses de cette manière, parce qu'ils étaient persuadés que ceux qui concourent pour le prix du chant, ne peuvent pousser la voix au-delà de ces limites, et que, d'ailleurs, les auditeurs ne pourraient plus distinguer facilement les sons.

Platon, au contraire, considérant la nature des choses et l'âme qui se compose nécessairement d'harmonie, prolonge le calcul jusqu'aux nombres solides (8 et 27) et joint les termes par deux moyennes, afin de pouvoir embrasser complètement tout ce qui compose le corps solide du monde ; et il en étend jusqu'à ce point l'harmonie qui, selon sa nature, peut aller à l'infini.

11 Voyez la note IX. — 14 Voy. la note X.

φησὶ δ' ὅτι καὶ τοὺς μείζονας ἀριθμοὺς τοῖς βαρυτέροις φθόγγοις οἰκεῖον ἀποδιδόναι, κἂν ἐπ' ἐνίων δόξῃ τάσεων διαφωνεῖν, οἷον ἐπὶ τῆς τάσεως τῆς γινομένης διὰ τῆς ἐξαρτήσεως τῶν βαρῶν. δύο γὰρ ἴσων τό τε μῆκος καὶ πάχος χορδῶν καὶ τἆλλα ὁμοίων τὸ πλεῖον βάρος διὰ τὴν πλείω τάσιν τὸν ὀξύτερον ποιήσει φθόγγον. ἐπεὶ γὰρ τὸ πλεῖον βάρος πλείω τάσιν ποιεῖ, πλείονά τὴν ἔξωθεν προσδίδωσι δύναμιν τῷ κατ' αὐτὸν ὀξυτέρῳ φθόγγῳ, ἐλάττονα διὰ τοῦτ' ἔχοντι τὴν ἰδίαν ἰσχὺν τοῦ ἐξαρτήματος. δῆλον ὡς ἀντεστραμμένως ὁ βαρύτερος, τὴν οἰκείαν αὐτοῦ δύναμιν πλείω κεκτημένος τοῦ ἐξαρτήματος, ἐπαρκεῖ πρὸς τὸ σώζειν τὴν οἰκείαν ἁρμονίαν τε καὶ συμφωνίαν. ὥστε τὸν μείζω ἀριθμὸν τῇ πλείονι νεμητέον δυνάμει. ὁμολογεῖ δὲ τούτοις καὶ τὰ ἄλλα. πάλιν γὰρ τὰ μήκη καὶ τὰ πάχη δυσκινησίαν προσάπτοντα ταῖς χορδαῖς ἀσθένειαν παρασκευάζει, ὡς μὴ ῥᾳδίως κινεῖσθαι μηδὲ θᾶττον πλήττειν τὲ καὶ εἰδοποιεῖν πλείονα ὄντα τὸν πέριξ ἀέρα.

δῆλον οὖν [ὅτι] ὡς οἱ βαρύτεροι φθόγγοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν κατὰ τὸν πλείω κέκτηνται ἀριθμόν. ὅμοια δὲ ἔστιν εὑρεῖν καὶ ἐπὶ τῶν ἐμπνευστῶν ὀργάνων. καὶ γὰρ τῶν ἐν τούτοις φθόγγων οἱ βαρύτεροι, διὰ τὸ μῆκος καὶ τὴν εὐρύτητα τῶν τρημάτων πλέον εἰδοποιοῦντες τὸν ἀέρα ἢ νὴ Δία τὴν ἄνεσιν τοῦ πνεύματος ὡς ἐπὶ σάλπιγγος ἢ τῆς ἀρτηρίας, ἀτονώτεροι καὶ ἀσθενέστεροι γινόμενοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν ἔχουσι φύσει πλείονα.

κυριωτάτη δὲ πασῶν, φησίν, ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία · ἐκ γὰρ ταύτης καὶ αἱ λοιπαὶ εὑρίσκονται. ἡ δὲ διὰ πέντε τόνῳ τοῦ διὰ τεσσάρων διενήνοχεν.

Τί ἐστι λεῖμμα

ιδ. ἀμέλει τὸν τόνον οὕτως ὁρίζονται · τὸ ἀπὸ τοῦ διὰ

Il dit de plus qu'il est convenable d'attribuer les plus grands nombres aux sons les plus graves, quoique cela ne paraisse pas convenir à certaines tensions, par exemple à la tension qui se fait par la suspension des poids. En effet, de deux cordes égales en longueur et en grosseur, et semblables du reste, celle qui soutiendra le plus grand poids produira le son le plus aigu, à cause de la tension plus grande, car le plus grand poids, produisant une plus forte tension, donne extrinsèquement une plus grande force au son plus aigu par lui-même qui a, d'après cela, une force moindre que le poids suspendu. Au contraire, il est évident qu'un son plus grave, possédant par lui-même une force plus grande que le poids suspendu, se suffit à lui-même pour retenir sa propre harmonie et sa consonance ; en sorte que le plus grand nombre doit être attribué à la plus grande force. Cela s'accorde avec le reste, car les longueurs et les grosseurs des cordes, ralentissant le mouvement, les rendent impuissantes et les empêchent de vibrer facilement et de frapper rapidement l'air qui les entoure.

Il est donc évident que les sons les plus graves ont leur force propre selon le nombre le plus grand. On trouve la même chose avec les instruments à vent, car dans ces instruments les sons les plus graves résultent de leur longueur et de la largeur des trous qui font mettre en mouvement une plus grande quantité d'air ; ils résultent aussi de la diminution du souffle, comme dans la trompette et dans l'organe vocal où les sons faibles et tempérés ont une force propre plus grande.

La première de toutes les consonances, dit Platon, est la quarte, car c'est par elle qu'on trouve toutes les autres ; la quinte n'est séparée de la quarte que par l'intervalle d'un ton.

Du limma

XIV. On peut définir le ton l'intervalle qui sépare la πέντε ἐπὶ τὸ διὰ τεσσάρων διάστημα. εὑρίσκεται δὲ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε τὸ διὰ πασῶν· σύγκειται γὰρ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε.

οἱ δὲ παλαιοὶ πρῶτον διάστημα τῆς φωνῆς ἔλαβον τὸν τόνον, ἡμιτόνιον δὲ καὶ δίεσιν οὐχ ἡγοῦντο. ὁ δὲ τόνος εὑρίσκετο ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ ἔν τε δίσκων κατασκευαῖς καὶ ἀγγείων καὶ χορδῶν καὶ αὐλῶν καὶ ἐξαρτήσεων καὶ ἄλλων πλειόνων· τὰ γὰρ η΄ πρὸς τὰ θ΄ ἐποίει τονιαίου ἀκούειν διαστήματος. διὰ τοῦτο δὲ πρῶτον διάστημα ὁ τόνος, ὅτι μέχρι τούτου καταβαίνουσα ἡ φωνὴ τοῦ διαστήματος ἀπλανῆ τὴν ἀκοὴν φυλάσσει. τὸ δὲ μετὰ τοῦτο οὐκέτι οἵα τε ἡ ἀκοὴ πρὸς ἀκρίβειαν λαβεῖν τὸ διαστήμα. ἀμέλει περὶ τοῦ ἐφεξῆς διαστήματος καλουμένου ἡμιτονίου διαφέρονται, τῶν μὲν τέλειον ἡμιτόνιον αὐτὸ λεγόντων, τῶν δὲ λεῖμμα. συμπληροῦται δὲ τὸ διὰ τεσσάρων, ὅ ἐστιν ἐπίτριτον, τῷ τόνῳ, τουτέστι τῷ ἐπογδόῳ διαστήματι, οὕτω.

συμφωνεῖται γὰρ παρὰ πᾶσι τὸ διὰ τεσσάρων μεῖζον μὲν εἶναι διτόνου, ἔλαττον δὲ τριτόνου. ἀλλ' Ἀριστόξενος μέν φησιν ἐκ δυό ἡμίσους τόνων αὐτὸ συγκεῖσθαι τελείων, Πλάτων δὲ ἐκ δύο τόνων καὶ τοῦ καλουμένου λείμματος. τὸ δὲ λεῖμμα τοῦτό φησιν ἀκατονόμαστον εἶναι, ἐν λόγῳ δὲ εἶναι ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ὃν ἔχει τὰ σνς΄ πρὸς σμγ΄. τὸ δὲ διάστημα τοῦτό ἐστι, καὶ ἡ ὑπεροχὴ ιγ΄.

εὑρεθήσεται δὲ οὕτως. τὰ μὲν ς΄ οὐκ ἂν εἴη πρῶτος ὅρος, ἐπειδὴ οὐκ ἔχει ὄγδοον, ἵνα ὑπ' αὐτοῦ γένηται ἐπόγδοος. οὐδὲ μὴν ἰ η΄ · καὶ γὰρ εἰ ἔχει ἐπόγδοον τὸν θ΄, πάλιν ὁ θ΄ οὐκ ἔχει ἐπόγδοον. δεῖ δὲ ἐπογδόου ἐπόγδοον λαβεῖν, ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον μεῖζόν ἐστι διτόνου. λαμβάνομεν οὖν τὸν πυθμένα τὸν ἐπόγδοον τὸν η΄ καὶ θ΄, καὶ τὰ η΄ ἐφ' ἑαυτά,

11 οὐκέτι] ἔτι conj. J D. — 15 οὕτω] οὔπω conj. J D.

quinte de la quarte. On trouve que l'octave est la somme de la quarte et de la quinte, car elle se compose de ces deux consonances.

Les anciens prenaient le ton pour premier intervalle de la voix, sans tenir compte du demi-ton et du diésis. Ils ont trouvé que le ton est en raison sesquioctave (9/8). Ils l'ont démontré avec des disques, des vases, des cordes, des tuyaux, des poids suspendus, et de plusieurs autres manières. C'était toujours le rapport de 8 à 9 qui permettait à l'oreille de discerner l'intervalle d'un ton. Le premier intervalle (contenu dans la quarte) est donc le ton; la voix, en franchissant cet intervalle, donne à l'oreille une sensation fixe et bien déterminée. L'oreille peut encore saisir avec précision l'intervalle suivant. Quant à l'intervalle qui vient après et qu'on appelle demi-ton, les uns disent que c'est un demi-ton parfait, les autres disent que c'est un limma (un reste). La consonance de quarte qui est en raison sesquitierce (4/3), n'est donc pas complétée par un ton, c'est-à-dire par un intervalle sesquioctave (9/8).

Tous conviennent que l'intervalle de quarte est supérieur à deux tons et inférieur à trois tons. Aristoxène dit qu'il se compose de deux tons et demi parfaits, tandis que Platon dit que cet intervalle est de deux tons et un reste, et il ajoute que ce reste (limma) n'a pas de nom, mais qu'il est dans le rapport de nombre à nombre, qui est celui de 256 à 243 *. Tel est le limma, la différence des termes est 13.

Voici la méthode dont on s'est servi pour trouver ce rapport : le premier terme ne saurait être 6, puisqu'il n'est pas divisible par 8 et qu'on doit en prendre les 9/8. Il ne saurait non plus être 8, car si les 9/8 de 8 sont 9, on ne saurait prendre ensuite les 9/8 de 9, et il faut prendre les 9/8 des 9/8, puisque la quarte qui est dans le rapport sesquitierce

25 Cf. le *Timée* p. 36 B. Plutarque, *De la Création de l'âme dans le Timée* 16-17. Macrobe, *Commentaire du songe de Scipion*, II, 1.

εὑρίσκομεν ξδ΄, εἶτα τὰ η΄ ἐπὶ τὰ θ΄, καὶ γίνεται οβ΄, εἶτα τὰ θ΄ ἐφ' ἑαυτά, καὶ γίνεται πα΄ · η΄ θ΄ ξδ΄ οβ΄ πα΄ · εἶτα πάλιν τούτων ἕκαστον ληφθήτω τρίς, καὶ ἔσται τὰ μὲν ξδ΄ τρὶς ρϟβ΄, τὰ δὲ οβ΄ τρὶς σις΄, τὰ δὲ πα΄ τρὶς σμγ΄ · η΄ θ΄ ξδ΄ οβ΄ πα΄ ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄ · εἶτα προστίθεμεν τοῖς σμγ΄ ἀπὸ τῶν ρϟβ΄ ἐπίτριτον τὸν σνς΄ · ὥστε εἶναι τὴν ἔκθεσιν τοιαύτην · ἐπόγδοος πυθμὴν θ΄ η΄, δεύτεροι ἐπόγδοοι ξδ΄ οβ΄ πα΄, τρίτοι ἐπόγδοοι ἀλλήλων δύο ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄, κείσθω καὶ ὁ τοῦ ρϟβ΄ ἐπίτριτος ὁ σνς΄, ἔσται τοῦτο τὸ ἐπίτριτον συμπεπληρωμένον ὑπὸ δύο τόνων καὶ τοῦ εἰρημένου λείμματος.

ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄ σνς΄

τόνος ἐπόγδοος — τόνος ἐπόγδοος — λεῖμμα

ἐπίτριτος διὰ δ΄

ἔνιοι δὲ πρῶτον ὅρον λαμβάνουσι τὸν τπδ΄. ἵνα γὰρ δύο λάβωσιν ἐπογδόους, τὸν πρῶτον ὅρον τὸν ς΄ ὀκταπλασιάσαντες ποιοῦσι μη΄, καὶ ταῦτα πάλιν ὀκτάκις τπδ΄, οὗ ἐπίτριτος ὁ φιβ΄. μεταξὺ δὲ τούτων δύο ἐπόγδοα, τοῦ μὲν τπδ΄ υλβ΄, τούτου δὲ υπς΄, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰ φιβ΄ ὁ λειμματιαῖος γίνεται λόγος.

τπδ΄ υλβ΄ υπς΄ φιβ΄

τόνος ἐπόγδοος — τόνος ἐπόγδοος — λεῖμμα

ἐπίτριτος διὰ δ΄

τινὲς δέ φασι μὴ ὀρθῶς εἰλῆφθαι τούτους τοὺς ἀριθμούς · τὴν γαρ ὑπεροχὴν τοῦ τετάρτου ὅρου πρὸς τὸν τρίτον μὴ γίνεσθαι ιγ΄, ὅσα Πλάτων εἴρηκε δεῖν ἔχειν τὸ λεῖμμα. οὐδὲν δὲ κωλύει καὶ ἐφ' ἑτέρων ἀριθμῶν τὸν αὐτὸν εὑρίσκειν λόγον surpasse le double ton. Nous prenons donc le fond sesquioctave, 8 et 9; or, 8 multiplié par lui-même, donne 64 et 9×8 donne 72; enfin, 9, multiplié par lui-même, donne 81. Nous avons donc [8, 9], 64, 72, 81. Si maintenant on multiplie chacun de ces nombres par 3 *, on a $64 \times 3 = 192$; $72 \times 3 = 216$; $81 \times 3 = 243$; en sorte que nous avons [8, 9, 64, 72, 81], 192, 216, 243. Après 243, plaçons $192 \times 4/3$ ou 256 et nous aurons la série des termes suivants :

le fond sesquioctave	8, 9,
les seconds sesquioctaves	64, 72, 81,
les troisièmes sesquioctaves	192, 216, 243.

Si on ajoute les 4/3 de 192 ou 256, la consonance de quarte (4/3) sera complétée par deux tons et le limma dont nous avons parlé.

$$\underbrace{192\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{ton} = 9/8}\ 216\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{ton} = 9/8}\ 243\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{limma} = 256/243}\ 256}_{\text{quarte} = 4/3}$$

Il y en a quelques-uns qui choisissent pour premier terme le nombre 384, afin de pouvoir en prendre deux fois de suite les 9/8. Ils multiplient le terme 6 par 8, ce qui donne 48, et en multipliant ce nombre de nouveau par 8, ils ont pour produit 384 dont les 4/3 égalent 512. Entre ces deux termes se trouvent deux sesquioctaves; car $384 \times 9/8 = 432$ et $432 \times 9/8 = 486$ qui, avec 512, donne le rapport de limma.

$$\underbrace{384\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{ton} = 9/8}\ 432\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{ton} = 9/8}\ 486\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{limma} = 256/243}\ 512}_{\text{quarte} = 4/3}$$

Quelques-uns disent que ces nombres ne sont pas pris convenablement, attendu que l'excès du quatrième terme

5. On multiplie par 3, afin de pouvoir prendre les 4/3 du premier terme pour obtenir le nombre qui correspond à la consonance de quarte.

ὡς ἔχει τὰ σνϛ΄ πρὸς τὰ σμγ΄, οὐ γὰρ ἀριθμὸν ὡρισμένον ἔλαβεν ὁ Πλάτων, ἀλλὰ λόγον ἀριθμοῦ. ὃν δὲ ἔχει λόγον τὰ σνϛ΄ πρὸς σμγ΄, τοῦτον καὶ τὰ φιβ΄ πρὸς τὰ υπϛ΄ · τὰ γὰρ φιβ΄ τῶν σνϛ΄ διπλάσια καὶ τὰ υπϛ΄ τῶν σμγ΄. ὅτι δὲ τοῦτο τὸ διάστημα τὸ τῶν σνϛ΄ πρὸς σμγ΄, τουτέστι τὰ ιγ΄, ἔλαττόν ἐστιν ἡμιτονίου, δῆλον. τοῦ γὰρ τόνου ἐπογδόου ὄντος τὸ ἡμιτόνιον δὶς ἐπόγδοον ἔσται, τουτέστιν ἐφεκκαιδέκατον. τὰ δὲ ιγ΄ τῶν σμγ΄ ἐστιν ἐν λόγῳ πλείονι ὀκτωκαιδεκάτου, ὅ ἐστι μέρος ἔλαττον ἑκκαιδεκάτου.

οὐδὲ γὰρ οἷόν τε τὸ ἐπόγδοον διαίρεσιν ἐπιδέξασθαι, εἰ καὶ οἱ μὴ λόγῳ ἀλλὰ τῇ ἀκοῇ ταῦτα κρίνοντες νομίζουσιν. ἀμέλει τοῦ ἐπογδόου πυθμένος τὸ διάστημα τουτέστι τῶν θ΄ πρὸς τὰ η΄ ἡ μονὰς οὐ τέμνεται.

ιε. τὸ δὲ λεγόμενον λεῖμμα εἴ τις ἐρωτῴη τίνος ἐστὶ λεῖμμα, δεῖ εἰδέναι ὅτι ἐστὶ τοῦ διὰ τεσσάρων · τῷ γὰρ διὰ τεσσάρων λείπει πρὸς τὸ γενέσθαι δύο ἥμισυ τόνων τελείων.

εὑρέθη δὲ ὁ τόνος οὕτως. ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ ἐφάνη ὄν, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, ἐλήφθη ἀριθμὸς ὁ πρῶτος ἔχων ἥμισυ καὶ τρίτον · ἔστι δὲ οὗτος ὁ ϛ΄. τούτου ἐπίτριτος μέν ἐστιν ὁ η΄, ἡμιόλιος δὲ ὁ θ΄. ϛ΄ η΄ θ΄. τὸ δὴ διάστημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμιολίου ἐπὶ τὸ ἐπίτριτον εὑρέθη ἐν λόγῳ μὲν ἐπογδόῳ · τὰ γὰρ θ΄ τῶν η΄ ἐπόγδοα · ἡ δὲ τάσις ἐλέχθη τόνος.

ις. ὅτι δὲ ὁ τόνος δίχα οὐ διαιρεῖται δῆλον οὕτω. πρῶτον μὲν ὁ ἐπόγδοος πυθμὴν τὸ διάστημα ἔχει μονάδα, ἥτις ἀδιαί-

5 τουτέστι τὰ ιγ] καὶ ἡ ὑπεροχὴ ιγ'? J D. cf. p. 108, l. 22. — 6-7 δὶς ἐπόγδοον] ϛ'' ἐπόγδοου? J D. — 8 πλείονι] ἐλάττονι J D. — 24 Titre : ὅτι ὁ τόνος δίχα οὐ τέμνεται (que le ton ne peut être divisé en deux parties égales).

sur le troisième n'est pas 13, nombre que Platon a dit devoir être celui du limma. Mais rien n'empêche que nous ne trouvions dans d'autres nombres le même rapport qui existe entre 256 et 243; car Platon n'a pas pris un nombre déterminé, mais seulement la raison du nombre. Or, le rapport qui existe entre 256 et 243 est le même qu'entre 512 et 486, puisque 512 est le double de 256 et 486 le double de 243. Il est manifeste que cet intervalle des nombres 256 et 243, dont la différence est 13, est moindre que le demi-ton, car le ton étant $1 + 1/8$, le demi-ton sera la moitié de $1 + 1/8$, c'est-à-dire $1 + 1/16$. Or, $13/243$ est un rapport moindre que $1/18$, rapport qui est lui-même moindre que $1/16$ *.

Il n'est d'ailleurs pas possible de partager la raison $1 + 1/8$ en deux parties égales, quoique quelques-uns le croient possible, jugeant cette question, non par le raisonnement, mais par l'oreille. Le fond de l'intervalle sesquioctave étant le rapport de 9 à 8 *, la différence des termes qui est l'unité n'est assurément pas divisible.

XV. Si quelqu'un demande, au sujet du limma, à quelle consonance il appartient, nous lui dirons qu'il faut le considérer comme appartenant à la quarte; car c'est lui qui fait que la quarte est moindre que deux tons et demi parfaits.

Or, voici comment le ton a été trouvé. La quarte étant dans le rapport $4/3$, et la quinte dans le rapport $3/2$, on a pris le premier nombre divisible à la fois par 2 et par 3. Ce nombre est 6 dont les $4/3$ égalent 8 et les $3/2$ égalent 9. On a 6, 8, 9, et l'excès de l'intervalle $3/2$ sur l'intervalle $4/3$ est $9/8$, car 9 est les $9/8$ de 8. On a donné à cette tension le nom de ton.

XVI. Il est manifeste que le ton ne peut être divisé en deux parties égales. Et d'abord, le fond sesquioctave $9/8$ a

12 La moitié du ton $(1 + 1/8)$ n'est pas $1 + 1/16$). Voy. la note XI. — 17 Le fond d'un rapport est ce rapport réduit à sa plus simple expression. Voy. II, XXIX, p. 131.

ρετος. εἶτα ἐν μὲν ἀριθμῷ οὐκ ἀεὶ εἰς ἴσα τέμνεται τὸ ἐπόγδοον διάστημα. καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν σις´ πρὸς σμγ´ ἡ ὑπεροχὴ κζ´ οὐ τέμνεται εἰς ἴσα, ἀλλὰ εἰς ιγ´ καὶ εἰς ιδ´· μονὰς γὰρ οὐ διαιρεῖται. ἐπεὶ δὲ ὁ τόνος ὁ μέν τις νοήσει λαμβάνεται, ὁ δὲ ἐν ἀριθμοῖς, ὁ δὲ ἐν διαστήμασιν, ὁ δὲ δι' ἀκοῆς ἐν φωναῖς, οὔτε <ὁ> ἐν ἀριθμοῖς εἰς ἴσα ἀεὶ τέμνεται, ὡς δέδεικται, οὔτε ὁ ἐν αἰσθητοῖς καὶ ὁρατοῖς διαστήμασιν.

ἐπὶ γὰρ τοῦ κανόνος αἰσθητὸς ὢν ὁ ὑποβολεὺς πάντως ἕξει τι πλάτος καὶ οὐκ ἔσται οὕτως ἀπλατής, ὡς μὴ πάντως τι ἐπιλαβεῖν ἐν τῇ διαιρέσει τοῦ τόνου καὶ τοῦ πέρατος τοῦ πρώτου μέρους καὶ τῆς πρώτης ἀρχῆς τοῦ δευτέρου, καὶ διὰ τοῦτο ἀπαναλωθήσεταί τι τοῦ τόνου. ἔτι ἐν ταῖς διαιρέσεσι τρία ἐστί, δύο μὲν τὰ διαιρούμενα, τρίτον δὲ τὸ ἐξαιρούμενον. τῶν δὲ διαιρουμένων ἀπ' αὐτῆς τῆς διαιρέσεως ὡς ἐπὶ πρίονος ἐν τῇ τομῇ ἀναλοῦταί τι τὸ ἐξαιρούμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς τομῆς. ὡς οὖν ἐπ' ἐνίων αἰσθητῶν ἐξαιρεῖταί τι, οὕτω καὶ ἐπὶ πάντων κἂν ἐκφεύγῃ τὴν αἴσθησιν πάντως ἀναλωθήσεταί τι ἐν τῇ τομῇ.

δόρυ γοῦν ἢ κάλαμον ἢ ἄλλο ὁτιοῦν αἰσθητὸν μῆκος ἂν πρὶν ἢ διελεῖν μετρήσῃς, ἔπειτα διέλῃς εἰς πολλὰ μέρη, εὑρήσεις τὸ τῶν διαιρουμένων πάντων κοινὸν μέτρον ἔλαττον ὂν τοῦ ὅλου πρὶν ἢ διῃρῆσθαι. ἔτι χορδὴν ἂν διέλῃς, εἶτα διακόψῃς, ἡ ἔκτασις μετὰ τὴν διακοπὴν ἀνέδραμε, κἂν πάλιν τὰ διακοπέντα τείνῃς, ἀνάγκη ἀφῃρῆσθαί τι τοῦ μεγέθους εἰς τὰς ἐξάψεις

4 μέν τις] μὲν τῇ conj. Hultsch.

pour différence des termes l'unité qui est indivisible; et puis, cet intervalle étant exprimé en nombres quelconques, la différence des termes ne peut pas toujours se diviser en deux parties égales : ainsi, la différence 27 des termes du rapport de 216 à 243 n'est pas susceptible de la division en deux parties égales, mais en deux nombres qui sont 13 et 14, car l'unité n'est pas divisible. Tantôt nous saisissons le ton par l'opération de l'intelligence, tantôt nous le cherchons dans les nombres et les intervalles, tantôt enfin nous le percevons par l'oreille dans la voix, et nous savons qu'il n'est pas toujours divisible en deux parties égales, soit dans les nombres, ainsi que nous venons de le montrer, soit dans les intervalles sensibles et visibles.

C'est comme dans le canon harmonique : le chevalet qui est sensible a, quoiqu'on fasse, une certaine largeur et ne peut être tellement privé d'épaisseur que, dans le partage du ton, il n'intercepte absolument rien de l'extrémité de la première partie et du commencement de la seconde, de sorte qu'il y aura toujours une certaine partie du ton qui sera absorbée. Dans les partages il y a donc trois choses : les deux divisions et la partie retranchée (par le chevalet). Par l'acte même de la division, une partie de ce qui est divisé se trouve détruite, comme on le voit quand on coupe quelque chose avec une scie. Comme dans certaines choses sensibles, il se perd quelques particules, il en est de même dans toutes les autres choses, quand on fait une section, bien que nos sens ne nous en rendent pas témoignage.

Si, par exemple, avant de diviser une règle en bois, un roseau ou tout autre objet long, vous le mesurez, et qu'ensuite vous le divisiez en plusieurs parties, vous trouverez la longueur de toutes les parties réunies moindre que la longueur de l'objet avant la division. De même, si vous partagez une corde en plusieurs parties et que vous la coupiez, vous trouverez qu'après la section, le développement sera moindre, et si vous voulez tendre de nouveau toutes les parties, τῶν ἑκατέρωθεν ἀφῶν τοῦ τεινομένου, καὶ διὰ τοῦτο οὐκ ἔσται τέλεια δύο ἡμιτόνια.

οὐ μὴν οὐδ' ἐπὶ τῶν φωνῶν εὑρίσκεται εἰς ἴσα ἡ τομὴ τοῦ τόνου. μελῳδήσας γὰρ τόνον καὶ τόνον μελῳδῶ πάλιν τοῦ ἑνὸς τόνου τὰ δύο ἡμιτόνια ἐν τρισὶ φθόγγοις, δυσὶ δὲ διαστήμασιν ἀναβαίνων τῇ τάσει. ὁ δὴ τρίτος φθόγγος τοῦ δευτέρου ὀξύτερος ἔσται, καὶ διέστηκεν ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου τόνον, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου δοκεῖ μὲν ἡμιτόνιον, οὐ μὴν ὅμοιον ἡμιτόνιον οὐδὲ οἷον ὁ δεύτερος ἀπὸ τοῦ πρώτου· οὐ γὰρ δύναται ὅμοιον εἶναι τὸ βαρύτερον τῷ ὀξυτέρῳ. οὐδὲ γὰρ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φθόγγου ἂν δὶς μελῳδῆσαι θέλωμεν διακόψαντες τὴν φωνήν, τὸν αὐτὸν ἦχον ἀποδώσομεν, ἀλλ' ἀνάγκη γενέσθαι τινὰ διαφοράν, ἥτις λήσει τὴν ἀκοήν.

οὐδὲ γὰρ κεντῆσαι ταὐτὸν καὶ ὅμοιον δὶς οἷόν τε, οὐδὲ πλῆξαι τὴν αὐτὴν χορδὴν δὶς ὁμοίως, ἀλλὰ ἢ λαγαρώτερον ἢ σφοδρότερον, οὐδὲ βάψαι δὶς εἰς τὸ αὐτὸ ὑγρὸν ὁμοίως, οὐδὲ βάψαντα τὸ αὐτὸ ἀνενεγκεῖν διὰ δακτύλου ἢ μέλανος ἢ μέλιτος ἢ πίττης. ὁ δὲ νοήσει ληπτὸς τόνος δύναται νοεῖσθαι καὶ εἰς ἴσα διαιρούμενος.

ιζ. περὶ δὲ τῆς ἐν ἀριθμοῖς ἁρμονίας λεκτέον ἑξῆς, ὅτι [ὁ] ὅρος ἐστὶν ὁ τὸ καθ' ἕκαστον ἀποφαίνων ἰδίωμα τῶν λεγομένων, οἷον ἀριθμός, μέγεθος, δύναμις, ὄγκος, βάρος.

Ποσαχῶς λέγεται λόγος

ιη. λόγος δὲ κατὰ μὲν τοὺς περιπατητικοὺς λέγεται πολ-

8 ὅμοιον] τέλειον? Hiller.

vous ne pourrez empêcher en les joignant par les extrémités qu'il ne se perde une partie de la longueur de la corde. Voilà pourquoi deux demi-tons ne seront jamais complets.

Et dans la voix non plus, on ne trouve pas la section du ton en deux parties égales : car, si après avoir fait entendre un ton suivi d'un autre ton, je produis deux demi-tons, au lieu d'un seul ton, par trois émissions de voix, en montant de deux intervalles, le troisième son est plus aigu que le second et il est d'un ton plus haut que le premier, tandis qu'il ne semble être au-dessus du second que d'un demi-ton ; mais ce demi-ton n'est ni égal ni semblable à celui qui se trouve entre le premier son et le second, le plus grave ne pouvant être semblable au plus aigu, et c'est en vain que nous voudrions reproduire deux fois le même son en coupant notre voix, nous donnerons la même résonance, mais il y aura toujours une différence quoique imperceptible à l'oreille.

C'est comme si l'on voulait faire deux piqûres tout à fait semblables, ou pincer également deux fois une corde, il y aura toujours une différence de force en plus ou en moins. Il en sera de même si l'on voulait plonger le doigt deux fois également dans un liquide, ou bien le plongeant dans de l'encre, du miel, de la poix, en retenir la même quantité.

Quant au ton idéal, on conçoit qu'il puisse être divisé en deux parties égales.

XVII. Nous avons à parler maintenant de l'harmonie qui est contenue dans les nombres et à expliquer ce que c'est que le terme qui, dans toute chose, montre la propriété de ce que l'on dit, par exemple, le nombre, la grandeur, la puissance, la masse, la gravité.

En combien de sens se prend le mot λόγος

XVIII. Le mot λόγος est pris en plusieurs sens par les péripatéticiens ; car on appelle ainsi le langage que les modernes nomment oral et le raisonnement mental sans λαχῶς, ὅ τε μετὰ φωνῆς προφορικὸς ὑπὸ τῶν νεωτέρων λεγόμενος καὶ ὁ ἐνδιάθετος καὶ ὁ ἐν διανοίᾳ κείμενος ἄνευ φθόγγου καὶ φωνῆς καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας, καθ' ὃν λέγεται ἔχειν λόγον τόδε πρὸς τόδε, καὶ ἡ τῶν τοῦ λόγου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῶν τιμώντων καὶ τιμωμένων, καθ' ὅν φαμεν λόγον τινὸς ἔχειν ἢ μὴ ἔχειν, καὶ ὁ τραπεζιτικὸς λόγος καὶ ὁ ἐν τῷ βιβλίῳ Δημοσθενικὸς ἢ Λυσιακὸς καὶ ὁ ὅρος ὁ τὸ τί ἦν εἶναι καὶ τὴν οὐσίαν σημαίνων, οριστικὸς ὤν, καὶ ὁ συλλογισμὸς δὲ καὶ ἡ ἐπαγωγὴ καὶ ὁ Λιβυκὸς καὶ ὁ μῦθος καὶ ὁ αἶνος λόγος λέγεται καὶ ἡ παροιμία, ἔτι δὲ καὶ ὁ τοῦ εἴδους καὶ ὁ σπερματικὸς καὶ ἄλλοι πλείονες.

κατὰ δὲ Πλάτωνα τετραχῶς λέγεται λόγος, ἥ τε διάνοια ἄνευ φθόγγου καὶ τὸ μετὰ φωνῆς ῥεῦμα ἀπὸ διανοίας καὶ ἡ τῶν τοῦ ὅλου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας. νῦν δὲ πρόκειται περὶ τοῦ τῆς ἀναλογίας λόγου ζητεῖν.

Τί ἐστι λόγος ἀναλογίας

ιθ. λόγος δέ ἐστιν ὁ κατ' ἀνάλογον δυοῖν ὅρων ὁμογενῶν ἡ πρὸς ἀλλήλους [αὐτῶν] ποιὰ σχέσις, οἷον διπλάσιος, τριπλάσιος. τὰ μὲν γὰρ ἀνομογενῆ πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλά φησιν Ἄδραστος εἰδέναι ἀδύνατον · οἷον πῆχυς πρὸς μνᾶν ἢ χοίνιξ πρὸς κοτύλην ἢ τὸ λευκὸν πρὸς τὸ γλυκὺ ἢ θερμὸν ἀσύγκριτα καὶ ἀσύμβλητα · τὰ δὲ ὁμογενῆ δυνατόν, οἷον μήκη πρὸς μήκη <καὶ> ἐπίπεδα πρὸς ἐπίπεδα καὶ στερεὰ πρὸς στερεὰ καὶ βάρη πρὸς βάρη καὶ ὑγρὰ πρὸς ὑγρὰ καὶ χυτὰ πρὸς χυτὰ καὶ ξηρὰ πρὸς ξηρὰ καὶ ἀριθμοὺς πρὸς ἀριθμοὺς καὶ χρόνον πρὸς χρόνον καὶ κίνησιν πρὸς κίνησιν καὶ φωνὴν πρὸς φωνὴν καὶ

4 λόγου] ὅλου conj. J D. Voy. même p. l. 14.

émission de voix; on appelle encore ainsi le rapport de proportion, et c'est en ce sens qu'on dit qu'il y a rapport de telle chose à telle autre; l'explication des éléments de l'univers; le compte des choses qui honorent ou qui sont honorées, et c'est dans cette acception que nous disons : tenir compte de quelque chose, ou n'en pas tenir compte. On appelle encore λόγος le calcul des banquiers, les discours de Démosthènes et de Lysias dans leurs œuvres écrites; la définition des choses, qui en explique l'essence, puisque c'est à cela qu'elle sert; le syllogisme et l'induction; les récits libyques * et la fable. On donne aussi le nom de λόγος à l'éloge et au proverbe. C'est encore ainsi qu'on appelle la raison de la forme, la raison séminale et beaucoup d'autres.

Mais, selon Platon, on emploie le mot λόγος en quatre sens : on appelle ainsi la pensée mentale et sans parole, le discours procédant de l'esprit et exprimé par la voix, l'explication des éléments de l'univers et la raison de proportion. C'est de cette raison que nous nous proposons maintenant de parler.

De la raison de proportion

XIX. La raison de proportion de deux termes de même espèce est un certain rapport qu'ils ont entre eux, comme le double, le triple. Il est impossible, dit Adraste, de trouver un rapport entre deux choses qui ne sont pas de même espèce : ainsi on ne peut ni comparer, ni réunir la coudée (mesure de longueur) et la mine (mesure de poids), la chénice (mesure de capacité pour les choses sèches) et la cotyle (mesure de capacité pour les liquides), le blanc et le doux ou le chaud; mais on peut comparer ensemble les choses de même espèce, comme les longueurs avec les longueurs, les surfaces avec les surfaces, les solides avec les solides, les poids avec les

10. Comme on dit : les récits ésopiques; Libycus était un fabuliste.

χυμὸν πρὸς χυμὸν καὶ χρῶμα πρὸς χρῶμα καὶ ὅσα τοῦ αὐτοῦ γένους ἢ εἴδους ὄντα πως ἔχει πρὸς ἄλληλα.

κ. ὅρους δὲ λέγομεν τὰ ὁμογενῆ ἢ ὁμοειδῆ λαμβανόμενα εἰς σύγκρισιν, οἷον ὅταν σκεπτώμεθα τίνα λόγον ἔχει τάλαντον πρὸς μνᾶν, ὁμογενεῖς ὅρους φαμὲν τὸ τάλαντον καὶ τὴν μνᾶν, ὅτι ἀμφοῖν γένος τὸ βαρύ. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁ αὐτὸς λόγος.

κα. ἀναλογία δέ ἐστι λόγων ἡ πρὸς ἀλλήλους ποιὰ σχέσις, οἷον ὡς β′ πρὸς ἕν, οὕτως η′ πρὸς δ′.

κβ′. τῶν δὲ λόγων οἱ μέν εἰσι μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττονες, οἱ δ' ἴσοι. ὁ μὲν οὖν ἴσος εἷς καὶ ὁ αὐτὸς λόγος καὶ προηγεῖται πάντων τῶν λόγων καὶ ἔστι στοιχειώδης. ἴσοι δέ εἰσιν οἱ κατὰ τὴν αὐτὴν ποσότητα ἐξεταζόμενοι πρὸς ἀλλήλους, οἷον ἓν πρὸς ἓν καὶ β′ πρὸς β′ καὶ ι′ πρὸς ι′ καὶ ρ′ πρὸς ρ′. τῶν δὲ μειζόνων οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ὑπεπιμόριοι, οἱ δ' οὐδέτεροι. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐν συμφωνίᾳ εἰσίν, οἱ δ' οὔ.

αἱ μὲν οὖν συμφωνίαι τῶν πολλαπλασίων ὅ τε διπλάσιος καὶ ὁ τριπλάσιος καὶ ὁ τετραπλάσιος, ἐν δὲ ἐπιμορίοις ἡμιόλιος <καὶ> ἐπίτριτος, ἐν οὐδετέρῳ δὲ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς′ πρὸς σμγ′, καὶ οἱ τούτοις ὑπεναντίοι ὅ τε ὑποδιπλάσιος καὶ ὁ ὑποτριπλάσιος καὶ ὁ ὑποτετραπλάσιος καὶ ὁ ὑφημιόλιος καὶ ὁ ὑπεπίτριτος καὶ ὁ ὑπεπόγδοος καὶ ὁ τῶν σμγ′ πρὸς σνς′.

καὶ ὁ μὲν διπλάσιος ἐν τῇ διὰ πασῶν εὑρίσκεται συμφωνίᾳ,

3 Titre : τί ἐστιν ὅρος (ce que c'est que le terme). — 9 Titre : περὶ ἰσότητος (de l'égalité). — 18 αἱ μὲν οὖν συμφωνίαι] ἐν μὲν οὖν συμφωνίᾳ conj. Hiller.

poids, les liquides avec les liquides, les choses sèches avec les choses sèches, les nombres avec les nombres, le temps avec le temps, le mouvement avec le mouvement, la voix avec la voix, le suc avec le suc, la couleur avec la couleur, enfin toutes les choses de même espèce.

XX. Nous appelons termes les choses homogènes ou de même espèce, prises pour être comparées ensemble. Quand nous examinons quel rapport existe entre le talent et la mine, nous disons que ce sont des termes de même espèce, parce que l'un et l'autre sont des poids. Il en est de même des autres choses homogènes.

XXI. La proportion est une certaine liaison de rapports, telle que : 2 est à 1 comme 8 est à 4.

XXII. Les rapports sont supérieurs, inférieurs ou égaux (à l'unité). Le rapport égal est *un* et toujours le même, et il l'emporte sur tous les autres, comme étant élémentaire. Tels sont les rapports qui se comparent par la même quantité, comme 1 comparé à 1, 2 à 2, 10 à 10, 100 à 100. Parmi les rapports plus grands (que l'unité), les uns sont multiples (c'est-à-dire entiers), d'autres sont sesquipartiels, d'autres sont neutres. Parmi les rapports moindres (que l'unité), les uns sont sous-multiples, d'autres sont sous-sesquipartiels, d'autres sont neutres. Parmi ces raisons, les unes représentent les consonances, d'autres y sont étrangères.

Les raisons multiples qui représentent les consonances sont la raison double, la raison triple, et la raison quadruple; les raisons sesquipartielles sont la raison sesquialtère ($3/2 = 1 + 1/2$), et la raison sesquitierce ($4/3 = 1 + 1/3$). Parmi les neutres, on a la raison sesquioctave ($9/8 = 1 + 1/8$) et le rapport de 256 à 243. Sont opposées à ces raisons la sous-double ($1/2$) la sous-triple ($1/3$), la sous-quadruple ($1/4$), la sous-sesquialtère ($2/3$), la sous-sesquitierce ($3/4$), la sous-sesquioctave ($8/9$) et le rapport de 243 à 256.

La raison double, comme nous l'avons vu plus haut, se ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται, ὁ δὲ τρίπλασιος ἐν τῇ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, ὁ δὲ τετραπλάσιος ἐν τῇ δὶς διὰ πασῶν, ὁ δ' ἡμιόλιος ἐν τῇ διὰ πέντε, ὁ δ' ἐπίτριτος ἐν τῇ διὰ τεσσάρων, ὁ δ' ἐπόγδοος τόνος ἐστίν, ὁ δὲ τῶν σνς' πρὸς σμγ' ἐν λείμματι. ὁμοίως δὲ καὶ οἱ τούτων ὑπεναντίοι. ἐν οὐδετέρῳ δέ εἰσι λόγῳ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς' πρὸς σμγ', ὅτι οὔτε ἐν συμφωνίαις εἰσὶν οὔτε ἔξω συμφωνίας· ὁ γὰρ τόνος καὶ τὸ λεῖμμα ἀρχαὶ μέν εἰσι συμφωνίας καὶ συμπληρωτικαὶ συμφωνίας, οὔπω δὲ συμφωνίαι.

λέγονται δέ τινες ἐν ἀριθμητικῇ λόγοι ἀριθμῶν οὐ μόνον πολλαπλάσιοι καὶ ἐπιμόριοι, ἀλλὰ καὶ ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς καὶ ἔτι πλείους, περὶ ὧν ἐφεξῆς σαφέστερον παραδώσομεν. συνέστηκε δὲ τὸ μὲν διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πασῶν ἐκ τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων. ἐκ δὲ τούτων εἰσὶν αἱ προηγούμεναι τῶν ἀναλογιῶν.

πάλιν δὲ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν παράδοσιν λέγονται <λόγοι> τῶν ἀριθμῶν, ὡς καὶ ὁ Ἄδραστος παραδίδωσιν, οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δ' ἐπιμερεῖς, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμόριοι, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς, οἱ δ' οὐδέτεροι, τῶν δὲ ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δ' ὑπεπιμόριοι, καὶ οἱ λοιποὶ ἀντιστρέφοντες τοῖς μείζοσι.

κγ. πολλαπλάσιος μὲν οὖν ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων ὅρος καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀπαρτιζόντως ὡς μηδὲν ἔτι λείπεσθαι ἀπ' αὐτοῦ, καὶ κατ' εἶδος τοσαυταπλασίων [ἕκαστος πολλαπλάσιος δ'] ὁ μείζων ὅρος λέγεται τοῦ ἐλάττονος, ὁσάκις ἂν καταμετρῆται ὑπ' αὐτοῦ· οἷον ἂν μὲν δίς, διπλάσιος, ἂν

5-16 ἐν οὐδετέρῳ κ. τ. λ.] *haec plane supervacanea sunt, quaedam etiam inepta*, Hiller. — 7 συμφωνίαις] συμφωνίᾳ conj. Hultsch. — 23 Titre : τί ἐστιν ὁ πολλαπλάσιος λόγος (du rapport multiple).

trouve dans la consonance d'octave *, la raison triple dans la consonance d'octave et quinte, la raison quadruple dans la double octave, la raison sesquialtère ($1 + 1/2$) dans la quinte, la raison sesquitierce ($1 + 1/3$) dans la quarte. Quant à la raison sesquioctave ($1 + 1/8$) c'est un ton et le rapport de 256 à 243 est le limma. Il en est de même des rapports inverses. Parmi les raisons neutres sont la raison sesquioctave ($1 + 1/8$) et la raison de 256 à 243 qui ne sont pas des consonances et n'y sont pourtant pas étrangères, puisque le ton et le limma sont les principes de la consonance et ont la vertu de la compléter, sans être cependant des consonances *.

Il y a en arithmétique des raisons de nombres, non seulement multiples et superpartielles, mais encore des raisons épimères et polyépimères et d'autres raisons que nous expliquerons clairement plus tard. La quarte se compose de deux tons et d'un limma, la quinte de trois tons et d'un limma, l'octave d'une quinte et d'une quarte; mais les rapports de proportion doivent les précéder.

Ainsi, selon les principes de l'arithmétique, comme l'enseigne Adraste, il y a des rapports multiples, d'autres sont sesquipartiels, d'autres épimères, d'autres multisuperpartiels, d'autres polyépimères; d'autres sont neutres, et parmi les rapports plus petits (que l'unité), il y en a de sous-multiples, d'autres sont sous-sesquipartiels; les autres sont inverses des rapports plus grands (que l'unité).

XXIII. Le rapport est multiple quand le plus grand terme contient plusieurs fois le plus petit, c'est-à-dire quand le petit terme mesure exactement le plus grand, sans qu'il reste aucune partie de celui-ci. Le plus grand terme est dit autant de fois multiple du plus petit que ce dernier le mesure de fois; si par exemple il le mesure deux fois, le rapport est double; s'il le mesure trois fois, le rapport est triple; s'il le mesure quatre fois, le rapport est quadruple; est ainsi de

1 Cf, II, xII et xIII. — 11 Cf. II, v.

δὲ τρίς, τριπλάσιος, ἂν δὲ τετράκις, τετραπλάσιος, καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς οὕτως. ἀνάπαλιν δὲ ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος μέρος ὁμώνυμον τῷ λόγῳ, κατὰ μὲν τὸν διπλάσιον ἥμισυ, κατὰ δὲ τὸν τριπλάσιον τριτημόριον, καὶ λόγος ὁ μὲν ἥμισυς, ὁ δὲ τριτημόριος · καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Τί ἐστιν ἐπιμόριος λόγος

κδ. ἐπιμόριος δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ μόριον ἕν τι τοῦ ἐλάττονος, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ταύτην ἔχῃ τὴν ὑπεροχήν, ἥτις τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ μέρος ἐστίν. ὡς ἡ τετρὰς τῆς τριάδος · ὑπερέχει γὰρ αὐτῆς μονάδι, ἥτις ἐστὶ τῆς τριάδος τὸ τρίτον · καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος ὑπερέχει δυεῖν, ἅτινα τῶν τεσσάρων ἥμισύ ἐστι.

διὸ καὶ ἀπὸ τῆς τῶν μερῶν ὀνομασίας ἕκαστος τῶν ἐπιμορίων ἰδίας ἔτυχε προσηγορίας. ὁ μὲν γὰρ τῷ ἡμίσει τοῦ ἐλάττονος μέρει ὑπερέχων ἡμιόλιος ὠνόμασται, ὡς ἡ τριὰς τῆς δυάδος καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος. αὐτήν τε γὰρ ὅλην ἔχει τὴν ἐλάττονα καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς · ἐν μὲν γὰρ τῇ τριάδι ἔνεστιν ἡ δυὰς καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς ἡ μονάς, ἐν δὲ τῇ ἑξάδι ἡ τετρὰς καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς ἡ δυάς. πάλιν οἱ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχοντες ἐπίτριτοι καλοῦνται, ὡς ἡ τετρὰς τῆς τριάδος, οἱ δὲ τῷ τετάρτῳ ὑπερέχοντες ἐπιτέταρτοι, ὡς ὁ ε΄ τῶν δ΄ καὶ ὁ ι΄ τῶν η΄, καὶ ὁμοίως προκόπτοντες ἐπίπεμπτοί τε καὶ ἔφεκτοι καὶ ἐφέβδομοι ἐκλήθησαν πάντες οὗτοι ἐπιμόριοι ὄντες.

διὸ καὶ οἱ ἀντικείμενοι τούτοις οἱ ἐλάττονες τῶν μειζόνων ὑπεπιμόριοι ἐκλήθησαν · ὡς γὰρ ἡ τριὰς <τῆς> δυάδος ἐλέγετο ἡμιόλιος, οὕτως καὶ ἡ δυὰς τῆς τριάδος κατὰ τὸ ἀνάλογον ὑφημιόλιος λεχθήσεται, καὶ ὁμοίως ἡ τριὰς τῆς τετράδος ὑπεπίτριτος.

ἔστι δὲ τῶν πολλαπλασίων λόγων πρῶτος καὶ ἐλάχιστος ὁ suite. Réciproquement le plus petit terme, comme partie du plus grand; reçoit une dénomination correspondante à la raison multiple : on l'appelle la moitié du terme double, le tiers du terme triple,... et la raison est appelée demie, tiers, et ainsi de suite.

Du rapport superpartiel ou sesquipartiel

XXIV. Le rapport est appelé sesquipartiel quand le plus grand terme contient une fois le plus petit et une partie du plus petit, c'est-à-dire quand le plus grand terme surpasse le plus petit d'une certaine quantité qui en est une partie. Ainsi le nombre 4 est sesquipartiel par rapport à 3, parce qu'il le surpasse d'une unité qui est le tiers de 3. De même 6 surpasse 4 de 2 unités qui sont la moitié de 4.

Chaque rapport sesquipartiel a reçu, d'après le nom de la fraction, une dénomination particulière. Ainsi celui qui surpasse l'unité de la moitié du plus petit terme, comme 3/2 et 6/4, a été appelé sesquialtère, car la plus grande quantité contient la plus petite tout entière plus la moitié de la plus petite. En effet, 3 contient une fois 2, plus l'unité qui est la moitié de 2; 6 contient une fois 4, plus 2 qui est la moitié de 4. Le rapport qui surpasse l'unité du tiers du plus petit terme, comme 4/3, est appelé sesquitierce, celui qui surpasse l'unité d'un quart, comme 5/4 et 10/8, est appelé sesquiquarte, et en continuant de même, on trouve les rapports qu'on nomme sesquiquinte ($1 + 1/5$), sesquisixte ($1 + 1/6$), sesquiseptime ($1 + 1/7$) qui sont tous sesquipartiels.

Inversement, les rapports des plus petits termes aux plus grands sont appelés sous-sesquipartiels, car de même que le rapport de 3 à 2 est appelé sesquialtère, par analogie le rapport de 2 à 3 est appelé sous-sesquialtère. De même encore le rapport de 3 à 4 est nommé sous-sesquitierce.

Parmi les rapports multiples, le premier et le plus petit est διπλάσιος, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ τριπλάσιος, εἶτα ὁ τετραπλάσιος, καὶ οὕτως οἱ ἑξῆς ἐπ' ἄπειρον αἰεὶ οἱ μείζονες. τῶν δ' ἐπιμορίων λόγων πρῶτος καὶ μέγιστος ὁ ἡμιόλιος, ὅτι δὴ καὶ τὸ ἥμισυ μέρος πρῶτον καὶ μέγιστον καὶ ἐγγυτάτω τῷ ὅλῳ, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ ἐπίτριτος, καὶ ὁ ἐπιτέταρτος, καὶ οὕτω πάλιν ἐπ' ἄπειρον ἡ πρόοδος ἀεὶ ἐπ' ἐλάττονος.

Περὶ ἐπιμεροῦς λόγου

κε. ἐπιμερὴς δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι πλείω μέρη αὐτοῦ [τοῦ ἐλάττονος], εἴτε ταὐτὰ καὶ ὅμοια εἴτε ἕτερα καὶ διάφορα · ταὐτὰ μὲν οἷον δύο τρίτα ἢ δύο πέμπτα καὶ εἴ τινα ἄλλα οὕτως · ὁ μὲν γὰρ τῶν ε΄ ἀριθμὸς τοῦ τῶν γ΄ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ζ΄ τοῦ τῶν ε΄ δὶς ἐπίπεμπτος, ὁ δὲ τῶν η΄ τοῦ τῶν ε΄ τρὶς ἐπίπεμπτος, καὶ οἱ ἑξῆς ὁμοίως · ἕτερα δὲ καὶ διάφορα οἷον ὅταν ὁ μείζων αὐτόν τε ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι ἥμισυ αὐτοῦ καὶ τρίτον, οἷον ἔχει λόγον ὁ τῶν ια΄ πρὸς τὸν τῶν ς΄, ἢ πάλιν ἥμισυ καὶ τέταρτον, ὅς ἐστι λόγος τῶν ζ΄ πρὸς δ΄, ἢ νὴ Δία τρίτον καὶ τέταρτον, ὃν ἔχει λόγον τὰ ιθ΄ πρὸς τὰ ιβ΄.

παραπλησίως δὲ θεωρείσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ ἐπιμερεῖς δυσὶν ὑπερέχοντες μέρεσιν ἢ τρισὶν ἢ πλείοσι, καὶ ὁμοίοις ἢ ἀνομοίοις. ὑπεπιμερὴς δέ ἐστιν [ὁ] ἀνάπαλιν ὁ ἐν τῷ προειρημένῳ λόγῳ ἐλάσσων πρὸς τὸν μείζονα ἐξεταζόμενος.

Περὶ πολλαπλασιεπιμορίων καὶ πολλαπλασιεπιμερῶν

κς. πολλαπλασιεπιμόριος δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δὶς ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι μέρος αὐτοῦ, ὡς ὁ μὲν τῶν ζ΄ δὶς ἔχει τὸν γ΄ καὶ ἔτι τρίτον αὐτοῦ, καὶ le double, vient ensuite le triple, puis le quadruple, et ainsi de suite indéfiniment en augmentant.

Parmi les rapports sesquipartiels, le premier et le plus grand est le rapport sesquialtère ($1 + 1/2$), parce que la fraction $1/2$ est la première, la plus grande, celle qui se rapproche le plus de l'entier; vient ensuite le rapport sesquitierce ($1 + 1/3$), puis le rapport sesquiquarte ($1 + 1/4$), et ainsi de suite indéfiniment, en allant toujours en diminuant.

Du rapport épimère

XXV. Le rapport est dit *épimère* quand le plus grand terme contient une fois le plus petit et en outre plusieurs parties de celui-ci, soit semblables, soit différentes, semblables comme deux tiers, deux cinquièmes, etc. Ainsi le nombre 5 contient 3, plus les deux tiers de 3; le nombre 7 contient 5, plus les deux cinquièmes de 5; le nombre 8 contient 5 et les trois cinquièmes de 5, et ainsi de suite. Les parties sont différentes quand le plus grand terme contient le plus petit, et en outre la moitié et le tiers de celui-ci, comme dans le rapport de 11 à 6, ou la moitié et le quart, comme dans le rapport de 7 à 4, ou encore le tiers et le quart, comme dans le rapport de 19 à 12 *.

On peut pareillement reconnaître les autres rapports épimères qui surpassent l'unité de deux, de trois ou d'un plus grand nombre de parties, que ces parties soient semblables ou non. Inversement le rapport hypépimère, est celui qu'on obtient en prenant, dans le rapport précédent, la raison du plus petit terme au plus grand.

Du rapport multisuperpartiel et du rapport polyépimère

XXVI. Le rapport est dit multisuperpartiel ou multises-

21 On a en effet
$$\begin{aligned} 11/6 &= 1 + 5/6 = 1 + 3/6 + 2/6 = 1 + 1/2 + 1/3 \\ 7/4 &= 1 + 3/4 = 1 + 2/4 + 1/4 = 1 + 1/2 + 1/4 \\ 19/12 &= 1 + 7/12 = 1 + 4/12 + 3/12 = 1 + 1/3 + 1/4 \end{aligned}$$

λέγεται αὐτοῦ διπλασιεπίτριτος, ὁ δὲ τῶν θ΄ δὶς ἔχει <τὸν> τῶν δ΄ καὶ ἔτι τὸ τέταρτον αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλασιεπιτέταρτος, ὁ δὲ τῶν ι΄ τρὶς ἔχει τὸν τῶν γ΄ καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ, καὶ λέγεται τριπλασιεπίτριτος.

παραπλησίως δὲ θεωρείσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ πολλαπλασιεπιμόριοι. τοῦτο δὲ συμβαίνει, ὅταν δυεῖν προτεθέντων ἀριθμῶν ὁ ἐλάττων καταμετρῶν τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ὅλον καταμετρῆσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ μέρος τοῦ μείζονος, ὅ ἐστιν αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος μέρος · οἷον ὁ τῶν κς΄ τοῦ τῶν η΄ πολλαπλασιεπιμόριος λέγεται, ἐπειδήπερ <ὁ> η΄ τρὶς καταμετρήσας τὸν κς΄ οὐχ ὅλον ἀπήρτισεν, ἀλλὰ μέχρι τῶν κδ΄ ἐλθὼν δύο ἐκ τῶν κς΄ ἀπέλιπεν, ὅ ἐστι τῶν η΄ τέταρτον.

κζ. πολλαπλασιεπιμερὴς <δέ> ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δὶς ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ δύο ἢ πλείω τινὰ μέρη αὐτοῦ εἴτε ὅμοια εἴτε διάφορα · οἷον ὁ μὲν τῶν η΄ δὶς ἔχει τὸν τῶν γ΄ καὶ δύο τρίτα αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλάσιος καὶ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ια΄ τοῦ τῶν γ΄ τριπλάσιος καὶ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ια΄ τοῦ τῶν δ΄ διπλάσιός τε καὶ ἡμιόλιος καὶ ἐπιτέταρτος ἢ διπλάσιός τε καὶ τρὶς ἐπιτέταρτος.

καὶ τοὺς ἄλλους δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς πολλοὺς καὶ ποικίλους ὄντας προχειρίζεσθαι ῥᾴδιον. τοῦτο δὲ γίνεται, ὅταν ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς καταμετρήσας τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ἀπαρτίσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ ἀριθμόν τινα, ἅ ἐστι μέρη αὐτοῦ, ὡς ὁ τῶν ιδ΄ τοῦ τῶν γ΄ · ἡ γὰρ τριὰς καταμετρήσασα τὸν τῶν ιδ΄ οὐκ ἴσχυσεν ἀπαρτίσαι, ἀλλὰ προκόψασα τετράκις μέχρι τῶν ιβ΄ τὴν λοιπὴν ἀπὸ τῶν ιδ΄ ἀπέλιπε δυάδα, ἥτις ἐστι τῶν

23 ἃ] ὃ.

quipartiel quand le plus grand terme contient 2 fois ou un plus grand nombre de fois le plus petit et en outre une partie de ce dernier. C'est ainsi que 7 contient 2 fois 3 et en outre un tiers de 3, aussi l'on dit que le rapport de 7 à 3 est bisesquitierce. De même 9 contient 2 fois 4 et en outre le quart de 4, on dit que le rapport de 9 à 4 est bisesquiquarte. De même encore 10 contient 3 fois 3 et en outre le tiers de 3, le rapport est appelé trisesquitierce.

On reconnaîtra de la même manière les autres rapports multisuperpartiels. C'est ce qui arrive toutes les fois que de deux nombres proposés le plus petit ne mesure pas exactement le plus grand, mais que le plus grand donne un reste qui est en même temps une partie du plus petit. Ainsi le rapport de 26 à 8 est multisuperpartiel par ce que 3 fois 8 ne donnent pas complètement 26 ; en arrivant à 24, au lieu de 26, il y a un reste 2 qui est le quart de 8.

XXVII. Le rapport est appelé polyépimère quand le plus grand terme contient 2 fois, ou plus, le plus petit, et en outre 2 ou plusieurs parties de ce dernier, soit semblables, soit différentes. Ainsi 8 contenant 2 fois 3 et de plus deux tiers de 3, le rapport est dit double avec deux tiers en plus $(2 + 2/3)$; de même le rapport de 11 à 3 est triple avec deux tiers en plus $(3 + 2/3)$; le rapport de 11 à 4 est double, avec une demie et un quart en plus, ou double avec trois quarts en plus $(11/4 = 2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4)$.

Il est facile de trouver beaucoup d'autres rapports polyépimères, et cela a lieu toutes les fois que le plus petit nombre ne mesure pas exactement le plus grand, mais qu'il y a un reste formé de plusieurs parties du petit nombre, comme dans le rapport de 14 à 3, car 3 ne mesure pas exactement 14, mais 4 fois 3 font 12, de 14 il reste 2 qui forment deux parties de trois et qu'on nomme deux tiers. Au rapport polyépimère est opposé le rapport hypo-polyépimère (rapport inverse).

γ΄ δίμοιρον, ἃ δὴ λέγεται δύο τρίτα. ἀντίκειται δὲ καὶ τῷ πολλαπλασιεπιμερεῖ ὁ ὑποπολλαπλασιεπιμερής.

κη. ἀριθμοῦ δὲ πρὸς ἀριθμὸν λόγος ἐστίν, ὅταν ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα ἐν μηδενὶ ᾖ τῶν προειρημένων λόγων, καθὰ δειχθήσεται καὶ ὁ τὸ λεῖμμα περιέχων [φθόγγος] λόγος ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἔχων τοὺς ὅρους ἐν ἐλαχίστοις ὡς ὁ σνϛ΄ πρὸς σμγ΄. φανεροὶ δὲ καὶ οἱ τῶν ἐλαττόνων ὅρων πρὸς τοὺς μείζονας λόγοι ἀντεστραμμένως ὑπ' ἐκείνων προσαγορευόμενοι, καθὰ ἐδείχθη.

Περὶ πυθμένων λόγων

κθ. πάντων δὲ τῶν κατ' εἶδος εἰρημένων λόγων οἱ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοῖς ὄντες καθ' ἕκαστον πρῶτοι λέγονται τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων καὶ πυθμένες τῶν ὁμοειδῶν. οἷον διπλασίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν β΄ πρὸς ἕν · μετὰ γὰρ τοῦτον ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς λόγοι εἰσὶ διπλάσιοι ὁ τῶν δ΄ πρὸς τὰ β΄ καὶ τῶν ϛ΄ πρὸς τὰ γ΄ καὶ ὁμοίως ἐπ' ἄπειρον.

τριπλασίων δὲ λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γ΄ πρὸς τὸ ἕν · οἱ δὲ αἰεὶ ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς ἐπ' ἄπειρον προάγουσιν. ὡσαύτως δὲ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τοῖς ἐπιμορίοις. ἡμιολίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γ΄ πρὸς τὰ β΄, ἐπιτρίτων δὲ ὁ τῶν δ΄ πρὸς γ΄, καὶ ἐπιτετάρτων ὁ τῶν ε΄ πρὸς δ΄ · οἱ δὲ ἐν μείζοσιν ὅροις καὶ συνθέτοις πάλιν ἄπειροι τὸ πλῆθος. τὸ δ' αὐτὸ θεωρεῖται καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

3 Titre : τί ἐστι λόγος ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμόν (ce que c'est que la raison de nombre à nombre)

XXVIII. La raison de nombre à nombre est celle qui a lieu quand le plus grand n'a avec le plus petit aucun des rapports dont nous avons parlé ; comme il sera montré, c'est un rapport de nombre à nombre, réduit à ses plus petits termes, qui mesure le limma ; ce rapport est celui de 256 à 243 *. Il est évident que la raison des plus petits nombres aux plus grands est l'inverse. Elle emprunte son nom aux premiers rapports, comme il a été montré.

Du fond d'un rapport

XXIX. De tous les rapports dont il a été parlé en détail, ceux qui sont exprimés en nombres les plus petits et premiers entre eux sont appelés les premiers ou les fonds de tous les rapports d'espèce semblable (c'est-à-dire égaux). Ainsi le premier et le fond des rapports doubles est le rapport de 2 à 1, car après celui-là les rapports doubles sont exprimés en nombres plus grands et composés, comme les rapports de 4 à 2, de 6 à 3, et ainsi de suite indéfiniment.

De même le premier et le fond des rapports triples est le rapport de 3 à 1, les rapports triples exprimés en nombres plus grands et composés vont à l'infini. Il en est de même des autres rapports multiples et des rapports superpartiels, le premier et le fond des rapports sesquialtères est 3/2 ; pour le rapport sesquitierce c'est 4/3, pour le rapport sesquiquarte c'est 5/4. Il y a une infinité de rapports équivalents exprimés en termes plus grands et composés. On peut faire les mêmes observations sur les autres rapports.

6. Le rapport de 256 à 243 est épimère, car on a : $256/243 = 1 + 13/243 = 1 + 9/243 + 3/243 + 1/243 = 1 + 1/27 + 1/81 + 1/243$, de sorte que le plus grand terme contient une fois le plus petit, et en outre plusieurs parties différentes de celui-ci. Cf. II, xxv, p. 127.

Τίνι διαφέρει διάστημα καὶ λόγος

λ. διαφέρει δὲ διάστημα καὶ λόγος, ἐπειδὴ διάστημα μέν ἐστι τὸ μεταξὺ τῶν ὁμογενῶν τε καὶ ἀνίσων ὅρων, λόγος δὲ ἁπλῶς ἡ τῶν ὁμογενῶν ὅρων πρὸς ἀλλήλους σχέσις. διὸ καὶ τῶν ἴσων ὅρων διάστημα μὲν οὐδέν ἐστι μεταξύ, λόγος δὲ πρὸς ἀλλήλους εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὁ τῆς ἰσότητος · τῶν δὲ ἀνίσων διάστημα μὲν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ἀφ' ἑκατέρου <πρὸς> ἑκάτερον, λόγος δὲ ἕτερος καὶ ἐναντίος ἑκατέρου πρὸς ἑκάτερον · οἷον ἀπὸ τῶν β' πρὸς τὸ ἓν καὶ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς πρὸς τὰ β' διάστημα ἓν καὶ τὸ αὐτὸ, λόγος δὲ ἕτερος, τῶν μὲν δύο πρὸς τὸ ἓν διπλάσιος, τοῦ δὲ ἑνὸς πρὸς τὰ β' ἥμισυς.

Ἐρατοσθένης δὲ ἐν τῷ Πλατωνικῷ φησι, μὴ ταὐτὸν εἶναι διάστημα καὶ λόγον, ἐπειδὴ λόγος μέν ἐστι δύο μεγεθῶν ἡ πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις · γίνεται δ' αὕτη καὶ ἐν διαφόροις <καὶ ἐν ἀδιαφόροις>. οἷον ἐν ᾧ λόγῳ ἐστὶ τὸ αἰσθητὸν πρὸς τὸ νοητόν, ἐν τούτῳ δόξα πρὸς ἐπιστήμην, καὶ διαφέρει καὶ τὸ νοητὸν τοῦ ἐπιστητοῦ ᾧ καὶ ἡ δόξα τοῦ αἰσθητοῦ. διάστημα δὲ ἐν διαφέρουσι μόνον, ἢ κατὰ τὸ μέγεθος ἢ κατὰ ποιότητα ἢ κατὰ θέσιν ἢ ἄλλως ὁπωσοῦν. δῆλον δὲ καὶ ἐντεῦθεν, ὅτι λόγος διαστήματος ἕτερον · τὸ γὰρ ἥμισυ πρὸς τὸ διπλάσιον λόγον μὲν οὐ τὸν αὐτὸν ἔχει, διάστημα δὲ τὸ αὐτό.

λα. ἀναλογία δ' ἐστὶ πλειόνων λόγων ὁμοιότης ἢ ταυτότης, τουτέστιν ἐν πλείοσιν ὅροις λόγων ὁμοιότης, ὅταν ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον ἢ ἄλλος τις πρὸς ἄλλον. λέγεται δὲ ἡ μὲν συνεχὴς ἀναλογία, ἡ δὲ διῃρημένη, συνεχὴς μὲν ἡ ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις, διῃρημένη δὲ ἡ ἐν ἐλαχίστοις τέσσαρσιν.

15 τὸ αἰσθητὸν πρὸς τὸ νοητόν] τὸ νοητὸν πρὸς τὸ αἰσθητόν J D. — 17 ἡ δόξα τοῦ αἰσθητοῦ] τῆς δόξης τὸ αἰσθητόν conj. J D. — 22 Titre : περὶ ἀναλογίας καὶ ἰσότητος (de la proportion et de l'égalité).

En quoi diffèrent l'intervalle et le rapport

XXX. L'intervalle et le rapport diffèrent en ce que l'intervalle est compris entre des termes homogènes et inégaux, tandis que le rapport lie simplement entre eux des termes homogènes. C'est pourquoi entre des termes égaux il n'y a pas d'intervalle, mais il y a entre eux un rapport qui est celui d'égalité. Entre les termes inégaux, l'intervalle de l'un à l'autre est unique et identique, tandis que le rapport est autre et inverse, d'un terme à l'autre : ainsi de 2 à 1 et de 1 à 2 il n'y a qu'un seul et même intervalle, mais il y a deux rapports différents, le rapport de 2 à 1 étant double, tandis que le rapport de 1 à 2 est un demi.

Ératosthène, dans le *Platonicien,* dit aussi que l'intervalle et le rapport ne sont pas la même chose, parce que le rapport est une certaine liaison de deux grandeurs entre elles et qu'il existe entre des choses différentes ou non, comme quand on dit que le sensible est à l'intelligible dans le même rapport que l'opinion est à la science, ou que l'intelligible diffère du connu dans le même rapport que le sensible diffère de l'opinion, tandis que ces choses diffèrent d'un seul intervalle, soit de grandeur, suit de qualité, soit de position, soit de toute autre manière. Par là il est évident que le rapport est autre chose que l'intervalle, car la moitié et le double ne forment pas un même rapport, tandis que l'intervalle est le même.

XXXI. La proportion est une similitude ou identité de plusieurs rapports, c'est-à-dire une similitude des raisons dans plusieurs termes, ce qui a lieu quand le rapport du premier terme au second est égal au rapport du second au troisième ou au rapport de deux autres termes. La première proportion est appelée continue et la seconde discontinue. Il faut trois termes au moins pour une proportion continue, la discontinue suppose au moins quatre termes.

οἷον μετὰ τὴν ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίαν συνεχὴς ἐν ἐλαχίστοις ὅροις κατὰ μὲν τὸ διαπλάσιον δ′ β′ α′ · ἔστι γὰρ ὡς δ′ πρὸς β′, οὕτως β′ πρὸς ἕν. διῃρημένη δὲ ϛ′ γ′ δ′ β′ · ἔστι γὰρ ὡς ϛ′ πρὸς τὰ γ′, οὕτως δ′ πρὸς τὰ β′. τὸ δὲ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ἔστι δὲ τρόπον τινὰ καὶ ἡ συνεχὴς ἐν τέτταρσιν ὅροις, δὶς λαμβανόμενου τοῦ μέσου. καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων δὲ ὁ αὐτὸς λόγος · συνεχὴς μὲν ἀναλογία ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ θ′ ϛ′ δ′, διῃρημένη δὲ θ′ ϛ′ ιε′ ι′. ὁ δὲ αὐτὸς λαὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων λόγος.

ὁ δὲ Ἐρατοσθένης φησίν, ὅτι τῆς ἀναλογίας φύσις ἀρχὴ λόγος ἐστὶ καὶ πρώτη καὶ τῆς γενέσεως αἰτία πᾶσι τοῖς μὴ ἀτάκτως γινομένοις. ἀναλογία μὲν γὰρ πᾶσα ἐκ λόγων, λόγου δὲ ἀρχὴ τὸ ἴσον. δῆλον δὲ οὕτως. ἐν ἑκάστῳ τῶν γενῶν ἴδιόν ἐστί τι στοιχεῖον καὶ ἀρχή, εἰς ὃ τὰ ἄλλα ἀναλύεται, αὐτὸ δὲ εἰς μηδὲν ἐκείνων. ἀνάγκη δὴ τοῦτο ἀδιαίρετον εἶναι καὶ ἄτομον · τὸ γὰρ διαίρεσιν καὶ τομὴν ἐπιδεχόμενον συλλαβὴ λέγεται καὶ οὐ στοιχεῖον.

τὰ μὲν οὖν τῆς οὐσίας στοιχεῖα κατὰ οὐσίαν ἀδιαίρετά ἐστι, τὰ δὲ τοῦ ποιοῦ κατὰ τὸ ποιόν, τὰ δὲ τοῦ ποσοῦ κατὰ τὸ ποσόν. ὅλως δ' ἕκαστον κατὰ τοῦτο ἄτομον καὶ ἕν, καθὸ στοιχεῖόν ἐστι συνθέτου τινὸς ἢ μικτοῦ. τοῦ μὲν οὖν ποσοῦ στοιχεῖον ἡ μονάς, τοῦ δὲ πηλίκου στιγμή, λόγου δὲ καὶ ἀναλογίας ἰσότης. οὔτε γὰρ μονάδα ἔτι διελεῖν ἔστιν εἰς τὸ ποσόν, οὔτε στιγμὴν εἰς τὸ πηλίκον, οὔτε ἰσότητα εἰς πλείους λόγους. γίνεται δὲ ἀριθμὸς μὲν ἐκ μονάδος, γραμμὴ δὲ ἐκ στιγμῆς,

10-11 ὅτι..... πρώτη] ὅτι <ἡ> τῆς ἀναλογίας φύσις ἀρχὴ εὐλόγου ἐστὶ καὶ <τεταγμένης γενέσεως ἐκ τῆς ἰσότητος αὐτή τε γεννηθεῖσα> πρώτη conj. Hultsch.

Après la proportion formée de termes égaux, les trois plus petits termes 4, 2, 1, en raison double, forment une proportion continue, car 4 est à 2 comme 2 est à 1 ; et les nombres 6, 3, 4, 2, forment une proportion discontinue, car 6 est à 3 comme 4 est à 2. On observe la même chose avec les autres rapports multiples et la proportion continue est en quelque sorte une proportion à quatre termes, par la répétition du moyen terme. L'explication est la même quand les rapports sont sesquipartiels : ainsi les nombres 9, 6, 4, en rapport sesquialtère ($1 + 1/2$), forment une proportion continue, et les termes 9, 6, 15, 10, forment une proportion discontinue. On trouverait de même des proportions avec les autres rapports.

Ératosthène dit que le rapport est le principe qui donne naissance à la proportion et qu'il est aussi la première cause de la génération de toutes les choses qui sont disposées avec ordre. Toute proportion se compose, en effet, de rapports et le principe du rapport est l'égalité. Cela est évident : dans tous les genres il y a un certain élément propre, ou un principe, dans lequel tous les autres se résolvent, tandis que lui-même ne se résout en aucun d'eux. Or, ce principe est nécessairement indécomposable et indivisible, car tout ce qui peut se décomposer et se diviser est appelé collection et non élément.

Les éléments de la substance sont donc indivisibles selon la substance, ceux de la qualité le sont selon la qualité, ceux de la quantité le sont selon la quantité. Et chaque chose est indivisible et une, selon qu'elle est un élément d'une chose composée ou mixte. Ainsi l'élément de la quantité est l'unité, celui de la grandeur est le point, celui du rapport et de la proportion est l'égalité. Car l'unité ne peut pas se diviser en quantité, ni le point en grandeur, ni l'égalité en rapports multiples. Le nombre naît de l'unité, la ligne du point, le rapport et la proportion de l'égalité; mais ce n'est pas de la même manière, car l'unité multipliée par elle-même n'engenλόγος δὲ καὶ ἀναλογία ἐξ ἰσότητος, τρόπον δὲ οὐ τὸν αὐτὸν ἕκαστον τούτων · ἀλλὰ μονὰς μὲν πολλαπλασιαζομένη ὑφ' ἑαυτῆς οὐδὲν γεννᾷ ὡς οἱ ἄλλοι ἀριθμοί, τὸ γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν · κατὰ σύνθεσιν δὲ αὔξεται μέχρις εἰς ἄπειρον · στιγμὴ δὲ οὔτε κατὰ πολλαπλασιασμὸν οὔτε κατὰ σύνθεσιν · ἀλλὰ κατὰ συνέχειαν ῥυεῖσά τε καὶ ἐνεχθεῖσα γραμμὴν ἀποτελεῖ, γραμμὴ δὲ ἐπιφάνειαν, ἐπιφάνεια δὲ σῶμα. καὶ μὴν ὁ τῶν ἴσων λόγος οὐκ αὔξεται συντιθέμενος · πλειόνων γὰρ ἴσων ἑξῆς τιθεμένων ὁ τῆς περιοχῆς λόγος ἐν ἰσότητι διαμένει. διὸ καὶ συμβαίνει, τὴν στιγμὴν μὴ εἶναι μέρος γραμμῆς μηδὲ τὴν ἰσότητα λόγου, τὴν μέντοι μονάδα ἀριθμοῦ · μόνη γὰρ αὕτη συντιθεμένη λαμβάνει τινὰ αὔξησιν. αἴτιον δὲ τοῦ λεχθέντος, ὅτι διαστήματος ἄμοιρος ἰσότης, καθάπερ καὶ ἡ στιγμὴ μεγέθους.

ἔοικε δὲ ὁ Πλάτων μίαν οἴεσθαι συνοχὴν εἶναι μαθημάτων τὴν ἐκ τῆς ἀναλογίας. ἐν τε γὰρ τῷ Ἐπινομίῳ φησίν · ἅπαν διάγραμμα ἀριθμοῦ τε σύστημα καὶ ἁρμονίας σύστασιν ἅπασαν τῆς τε τῶν ἄστρων περιφορᾶς τὴν ἀναλογίαν οὖσαν μίαν ἁπάντων ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι · φανήσεται, δέ, ἂν ἃ λέγομεν ὀρθῶς τις ἐμβλέπων μανθάνῃ · δεσμὸς γὰρ πεφυκὼς ἁπάντων εἷς ἀναφανήσεται.

λβ. διαφέρει δὲ ἀναλογίας μεσότης, ἐπειδὴ εἰ μέν τι ἀναλογία, τοῦτο καὶ μεσότης, εἰ δέ τι μεσότης, οὐκ εὐθὺς ἀναλογία. ἐγχωρεῖ γάρ τι κατὰ τάξιν μέσον ὂν μὴ ἔχειν ἀναλόγως πρὸς τὰ ἄκρα · ὡς τὰ δύο μέσα ἐστὶ τῇ τάξει <τοῦ ἑνὸς καὶ> τῶν γ', καὶ τοῦ ἑνὸς καὶ <τῶν ι'> τὰ γ' καὶ τὰ δ' καὶ τὰ ε' · ἀπὸ γὰρ τοῦ ἑνὸς οὐχ οἷόν τε ἐλθεῖν ἐπὶ τὰ

18 ἀναλογίαν] ὁμολογίαν *Epinomis*, p. 991 E. — 20 ἐμβλέπων] εἰς ἓν βλέπων, *id*. — 21 ἀναφανήσεται] ἀναφανήσεται διανοουμένοις *Epinomis*, p. 992 A. — 22 Titre : διαφέρει δὲ ἀναλογία καὶ μεσότης (un nombre moyen diffère du moyen proportionnel). — 27 τὰ γ' καὶ τὰ δ' καὶ τὰ ε'] τὰ β' καὶ τὰ γ' καὶ τὰ δ' conj. J D.

dre pas, comme les autres nombres : une fois un est un, tandis que par l'addition le résultat augmente à l'infini.

Quant au point, ce n'est ni par la multiplication, ni par l'addition, qu'il forme la ligne, mais par un mouvement continu, de même que la ligne forme la surface et la surface le solide. Pareillement la raison d'égalité ne s'accroît pas par addition, car si l'on additionne par ordre plusieurs rapports égaux, la raison de la somme donne encore une égalité. Ainsi le point n'est pas une partie de la ligne, ni l'égalité une partie du rapport. Toutefois l'unité fait partie du nombre : car elle reçoit un accroissement par la seule répétition d'elle-même. La cause de ce que nous venons de dire est que l'égalité n'a pas d'intervalle, comme le point n'a pas de grandeur.

Platon semble croire que le lien des mathématiques est unique et qu'il consiste dans la proportion. Il dit, en effet, dans l'*Epinomis* * : il faut que toute figure, toute combinaison de nombres, tout ensemble harmonique, toute révolution astronomique manifeste l'unité de proportion à celui qui apprendra selon la vraie méthode ; or, cette unité apparaîtra à quiconque aura bien compris ce que nous enseignons, il reconnaîtra qu'un seul lien unit naturellement toutes choses.

XXXII. Un nombre moyen diffère du moyen proportionnel *. Car si un nombre est moyen proportionnel entre deux autres, c'est un terme compris entre eux ; mais si un terme est compris entre deux autres, ce n'est pas pour cela un moyen proportionnel entre ces nombres. Il peut arriver, en effet, qu'un nombre compris entre deux extrêmes ne soit pas

16 *Epinomis*, pp. 991 E — 992 A. — 23 La langue mathématique n'est pas encore fixée. Nous croyons que, par μεσότης, il faut entendre, dans ce paragraphe, non pas une *médiété*, mais un nombre moyen compris entre deux autres, et que, par ἀναλογία, il faut entendre, non pas une *analogie*, c'est-à-dire une proportion continue, mais un terme moyen proportionnel. Cela paraît résulter de l'explication de Théon et des deux exemples qu'il donne.

ι' μὴ πρότερον ἐλθόντα ἐπὶ τὰ β' καὶ τὰ γ' καὶ τὰ δ'. ἀλλ' οὐδὲν τούτων ἀναλόγως ἔχει πρὸς τὰ ἄκρα. τὸ γὰρ ἓν οὐκ ἐν τούτῳ ἐστὶ τῷ λόγῳ πρὸς τὰ β', ἐν ᾧ τὰ β' πρὸς τὰ γ' · ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν β' καὶ γ' καὶ δ'. τὰ δὲ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα καὶ μέσα ἂν εἴη, οἷον ἓν β' δ'. ἀναλογία τε γάρ ἐστιν ἡ τοῦ διπλασίου, καὶ τὰ β' μέσα τοῦ ἑνὸς καὶ τῶν δ'.

Περὶ ἀναλογιῶν

λγ. ἀναλογίας δὲ ὁ μὲν Θράσυλλός φησιν εἶναι προηγουμένας τρεῖς, ἀριθμητικὴν γεωμετρικὴν ἁρμονικήν. ἀριθμητικὴν μὲν τὴν ταὐτῷ ἀριθμῷ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, <οἷον α' γ' ε' γεωμετρικὴν δὲ τὴν ταὐτῷ λόγῳ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην,> οἷον διπλασίῳ ἢ τριπλασίῳ, ὡς γ' ϛ' ιβ' · ἁρμονικὴν δὲ τὴν ταὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, οἷον τρίτῳ ἢ τετάρτῳ, οἷον ϛ' η' ιβ'............

τούτων δ' ἕκαστον ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἄλλως οὕτως ὁρᾶται · τῶν ϛ' διπλάσιος ὁ ιβ', τριπλάσιος δὲ ὁ ιη', τετραπλάσιος δὲ ὁ κδ', ἡμιόλιος δὲ ὁ θ', ἐπίτριτος δὲ ὁ η' · τὰ δὲ θ' τῶν η' ἐπόγδοα · τὰ δὲ ιβ' πρὸς μὲν θ' ἐπίτριτα, πρὸς δὲ η' ἡμιόλια, [πρὸς δὲ ϛ' διπλάσια] · τὰ δὲ ιη' τῶν θ' διπλάσια · τούτων δὲ τὰ κζ' ἡμιόλια. καὶ γίνεται μὲν η' ἐν τῷ διὰ τεσσάρων πρὸς ϛ', τὰ δὲ θ' ἐν τῷ διὰ πέντε, τὰ δὲ ιβ' ἐν τῷ διὰ πασῶν, τὰ δὲ ιη' ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ·

en proportion avec eux, comme 2 qui est compris entre 1 et 3, et 2, 3, 4, qui sont compris entre 1 et 10, car on ne peut arriver de 1 à 10 sans passer par 2, 3, 4, et cependant aucun de ces nombres n'est en proportion avec les extrêmes, car le rapport de 1 à 2 n'est pas égal à celui de 2 à 3, et de même le rapport de 1 à 2, 3, ou 4, n'est pas égal à celui de 2, 3, ou 4, à 10. Les moyens proportionnels entre deux nombres sont au contraire compris entre ces nombres : ainsi dans la proportion 1, 2, 4, dont la raison est double, le moyen proportionnel 2 est compris entre 1 et 4.

Des proportions (entre trois nombres)

XXXIII. Thrasylle compte trois proportions principales entre trois nombres : la proportion arithmétique, la proportion géométrique et la proportion harmonique : la proportion arithmétique est celle dont le terme moyen surpasse autant un terme extrême qu'il est surpassé par l'autre, telle est la proportion 1, 3, 5; la proportion géométrique est celle dont le terme moyen contient autant de fois un terme extrême qu'il est contenu dans l'autre, comme 2 fois, 3 fois, telle est la proportion 3, 6, 12; la proportion harmonique entre trois nombres est celle dans laquelle le nombre moyen surpasse un nombre extrême et est surpassé par l'autre, de la même fraction des nombres extrêmes, comme le tiers, le quart, telle est la proportion des nombres 6, 8, 12.

On peut considérer ainsi chacun des rapports : 12 est le double de 6; 18 en est le triple; 24 en est le quadruple; 9 en est les 3/2 et 8 en est les 4/3; 9 est les 9/8 de 8; 12 est les 4/3 de 9, les 3/2 de 8 [et le double de 6]; 18 est le double de 9 et 27 est les 3/2 de 18; 8/6 donne la consonance de quarte, 9/6 la consonance de quinte et 12/6 celle d'octave; 18/6 donne octave et quinte, car 12 étant le double de 6 forme la consonance d'octave et 18 étant les 3/2 de 12 est la consoτῶν μὲν γὰρ ς′ διπλάσια τὰ ιβ′ ἐστιν ἐν τῷ διὰ πασῶν, τῶν δὲ ιβ′ τὰ ιη′ ἡμιόλιά ἐστιν ἐν τῷ διὰ πέντε, ς′ ιβ′ ιη′ · τὰ δὲ κδ′ πρὸς ς′ ἐν τῷ δὶς διὰ πασῶν. τὰ δὲ θ′ τῶν η′ ἐν τόνῳ. τὰ δὲ ιβ′ τῶν θ′ διὰ τεσσάρων. τὰ δὲ ιβ′ τῶν η′ ἐν τῷ διὰ πέντε. τὰ δὲ ιη′ τῶν θ′ διὰ πασῶν. τὰ δὲ κζ′ τῶν ιη′ διὰ πέντε.

συνέστηκε δὲ τὸ διὰ πασῶν ιβ′ πρὸς ς′ ἐκ τοῦ ἡμιολίου θ′ πρὸς ς′ καὶ ἐπιτρίτου ιβ′ πρὸς θ′ καὶ πάλιν ἡμιολίου ιβ′ πρὸς η′ καὶ ἐπιτρίτου η′ πρὸς ς′, καὶ τὰ ιη′ πρὸς θ′ ἐκ τοῦ ιη′ πρὸς ιβ′ ἡμιολίου καὶ ιβ′ πρὸς θ′ ἐπιτρίτου, καὶ τὰ κδ′ πρὸς ιβ′ διὰ πασῶν συνέστηκεν ἐκ τοῦ κδ′ πρὸς ιη′ ἐπιτρίτου καὶ τοῦ ιη′ πρὸς ιβ′ ἡμιολίου · τὰ δὲ θ′ πρὸς ς′ διὰ πέντε ἐκ τοῦ θ′ πρὸς η′ ἐπογδόου καὶ τοῦ η′ πρὸς ς′ ἐπιτρίτου, καὶ τὰ ιβ′ πρὸς η′ ἡμιόλιον ἐκ τοῦ ιβ′ πρὸς θ′ ἐπιτρίτου καὶ θ′ πρὸς η′ ἐπογδόου.

λδ. τὸ δὲ λεῖμμα γίνεται ἐν λόγῳ ὃν ἔχει τὰ σνς′ πρὸς σμγ′. εὑρίσκεται δ' οὕτω · δυεῖν ἐπογδόων ληφθέντων καὶ τούτων τρὶς πολλαπλασιασθέντων καὶ τῷ δὶς ἐπογδόῳ προστεθέντος ἐπιτρίτου. οἷον εἷς μὲν ἐπόγδοος λόγος ὁ τῶν θ′ πρὸς τὰ η′. ἐκ δὲ τούτων γίνονται δύο ἐπόγδοοι οὕτω · τὰ θ′ ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται πα′, εἶτα τὰ θ′ ἐπὶ τὰ η′ γίνεται οβ′, ἔπειτα τὰ η′ ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται ξδ′, καὶ ἔστι τὰ μὲν πα′ τῶν οβ′ ἐπόγδοα, τὰ δὲ οβ′ τῶν ξδ′ ἐπόγδοα. ἂν δὴ τρὶς ταῦτα λάβωμεν, τὰ μὲν πα′ τρὶς γίνεται σμγ′, τὰ δὲ οβ′ <τρὶς> γίνεται σις, τὰ δὲ ξδ′ τρὶς γίνεται ρϞβ′. τούτων ἐπίτριτα τὰ σνς′, ἅτινα πρὸς σμγ′ ἔχει τὸν τοῦ λείμματος λόγον, ὅς ἐστι πλείων ἢ ἐποκτωκαιδέκατος,

16 Titre : περὶ λείμματος ὅ ἐστιν ἐν λόγῳ τῶν σνς′ πρὸς σμγ′ (du limma qui est dans le rapport de 256 à 243). — 26 πλείων] ἐλάσσων J D. Voy. la note de la traduction.

nance de quinte : on a les nombres relatifs 6, 12, 18 *; 24/6 donne la consonance de double octave; 9/8 donne le ton et 12/9 la quarte; 12/8 donne la quinte et 18/9 l'octave. La raison 27/18 donne la quinte.

L'octave 12/6 se compose de la quinte 9/6 et de la quarte 12/9, ou encore de la quinte 12/8 et de la quarte 8/6 *. L'octave 18/9 se compose de la quinte 18/12 et de la quarte 12/9 *; la raison 24/12 de l'octave se compose de la raison 24/18 de la quarte et de la raison 18/12 de la quinte *. Enfin la raison 9/6 qui est une quinte se compose d'un ton 9/8 et d'une quarte 8/6 *; et la raison 12/8 qui est aussi une quinte se compose d'une quarte 12/9 et d'un ton 9/8 *.

XXXIV. Le limma est dans le rapport du nombre 256 au nombre 243. Voici comment on trouve ce rapport : on prend deux fois le rapport sesquioctave (on multiple les deux termes du premier par 9, les deux termes du second par 8) et on triple les résultats, puis on y joint le rapport sesquitierce. Le rapport sesquioctave étant celui de 9 à 8, on forme avec ces deux nombres deux autres rapports sesquioctaves de la manière suivante : $9 \times 9 = 81$; $9 \times 8 = 72$; et $8 \times 8 = 64$; 81 est les 9/8 de 72 et 72 est les 9/8 de 64. Si nous triplons ces nombres, nous aurons $81 \times 3 = 243$; $72 \times 3 = 216$ et $64 \times 3 = 192$. Les 4/3 de 192 sont 256. Ce nombre comparé à 243 donne le rapport de limma qui est moindre que $1 + 1/18$ *.

1 $18/6 = 12/6 \times 18/12$. — 6 $12/6 = 9/6 \times 12/9 = 12/8 \times 8/6$. — 8 $18/9 = 18/12 \times 12/9$. — 9 $24/12 = 24/18 \times 18/12$. — 11 $9/6 = 9/8 \times 8/6$. — 12 $12/8 = 12/9 \times 9/8$. — 25 Le limma est *moindre* que $1 + 1/18$. La fraction 13/243 est en effet moindre que 1/18, donc $1 + 13/243$ ou 256/243 est moindre que $1 + 1/18$.

σνϛʹ σμγʹ σιϛʹ ρϙβʹ

λεῖμμα ἐπόγδοος ἐπόγδοος

διὰ τεσσάρων

Περὶ τῆς τοῦ κανόνος κατατομῆς

λε. ἡ δὲ τοῦ κανόνος κατατομὴ γίνεται διὰ τῆς ἐν τῇ δεκάδι τετρακτύος, ἥ σύγκειται ἐκ μονάδος δυάδος τριάδος τετράδος, αʹ βʹ γʹ δʹ · ἔχει γὰρ ἐπίτριτον, ἡμιόλιον, διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον λόγον.

διαιρεῖ δὲ αὐτὸν ὁ Θράσυλλος οὕτως.

δίχα μὲν διελὼν τὸ μέγεθος μέσην ποιεῖ τὸ διὰ πασῶν ἐν τῷ διπλασίῳ λόγῳ, ἀντιπεπονθότως ἐν ταῖς κινήσεσι διπλασίαν ἔχουσαν τάσιν ἐπὶ τὸ ὀξύ. τὸ δὲ ἀντιπεπονθότως ἐστὶ τοιοῦτον · ὅσον ἂν τοῦ μεγέθους ἀφέλῃς τῆς ὅλης ἐν τῷ κανόνι χορδῆς, τοσοῦτον τῷ τόνῳ προστίθεται, καὶ ὅσον ἂν τῷ μεγέθει τῆς χορδῆς προσθῇς, τοσοῦτον τοῦ τόνου ὑφαιρεῖται. τὸ μὲν γὰρ ἥμισυ προσλαμβανομένη μέση πρὸς τὰ δύο μέρη μέγεθος διπλασίαν τάσιν ἔχει ἐπὶ τὸ ὀξύ · τὸ δὲ διπλάσιον μέγεθος ἡμίσειαν τάσιν ἔχει <ἐπὶ> τὸ βαρύ.

τρίχα δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης ἥ τε ὑπάτη τῶν μέσων καὶ ἡ νήτη διεζευγμένων γίνεται. ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη διεζευγμένων πρὸς μὲν τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε · δύο γάρ ἐστι διαστήματα πρὸς τρία · πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν · ἓν γάρ ἐστι διάστημα πρὸς τὰ δύο · πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον <ἐν τῷ> διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε . τοῦ γὰρ <προσλαμβανομένου ἐν τῷ> διὰ πασῶν ὄντος πρὸς τὴν μέσην προσείληπται τὸ μέχρι τῆς νήτης διάστημα, ὅ ἐστι διὰ πέντε πρὸς τὴν μέσην.

ἡ <δὲ> μέση πρὸς τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πασῶν. ἡ δὲ ὑπάτη πρὸς

7 διελὼν conj. Boulliau] διελοῦσι Hiller et les mss. — 13 προσλαμβανομένη] προσλαμβανομένης conj. Boulliau. — 15 <ἐπὶ> Boulliau.

$$\underbrace{\underbrace{256 \quad 243}_{\text{limma}} \; \underbrace{\quad 216}_{\text{ton}} \; \underbrace{\quad 192}_{\text{ton}}}_{\text{quarte}}$$

De la division du canon

XXXV. La division du canon se fait suivant le quaternaire de la décade qui se compose des nombres 1, 2, 3, 4 et qui embrasse les raisons sesquitierce, sesquialtère, double, triple et quadruple (c'est-à-dire 4/3, 3/2, 2, 3 et 4).

Voici comment Thrasylle divise ce canon. Prenant la moitié de la corde, il obtient la mèse consonance d'octave qui est en raison double, la tension étant double pour les sons aigus, en sens inverse des mouvements. L'inversion est telle que, quand la longueur totale de la corde est diminuée dans le canon, le ton est augmenté en proportion, et que, quand la longueur est augmentée, le ton décroît d'autant; car la demi longueur de la proslambanomène, qui est la mèse par rapport à la corde totale, a une tension double vers l'aigu, et la corde totale qui est double a une tension moitié du côté des sons graves.

La division de la corde en trois donne l'hypate des mèses et la nète des disjointes, la nète des disjointes est la quinte de la mèse, puisque les divisions sont dans le rapport de 2 à 3, et elle est à l'hypate (des mèses) dans le rapport d'octave, puisque les divisions sont comme 1 est à 2. La nète des disjointes donne avec la proslambanomène la consonance d'octave et quinte, car de la proslambanomène à la mèse il y a une octave et les intervalles étant prolongés jusqu'à la nète des disjointes, il y a une quinte de celle-ci à la mèse.

De la mèse à l'hypate (des mèses) il y a une quarte, et de la mèse à la proslambanomène il y a une octave, l'hypate des mèses donnant la quinte par rapport à la proslambanomène. On obtient la même distance d'octave en ajoutant l'intervalle τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πέντε. γίνεται δὲ ἴσον τὸ μέγεθος τὸ ἀπὸ τῆς ὑπάτης ἕως μέσης τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὸ ἀπὸ μέσης ἕως νήτης τοῦ διὰ πέντε. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν.

τετραχῆ δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης συνίσταται ἥ τε ὑπερυπάτη καλουμένη, ἡ καὶ διάτονος ὑπατῶν, καὶ ἡ νήτη τῶν ὑπερβολαίων. ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη τῶν ὑπερβολαίων πρὸς μὲν τὴν νήτην τῶν διεζευγμένων ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πασῶν, πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν ὑπερυπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ δὶς διὰ πασῶν ἐπὶ τὸ βαρύ.

τῇ δὲ ὑπερυπάτῃ λόγος ἐστὶ πρὸς μὲν <τὸν> προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸ βαρύ, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε ἐπὶ τὸ ὀξύ, τῆς δ' ὑπάτης τόνῳ ὑπερέχει κατὰ τὸ βαρύ. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ τονιαῖον μέγεθος τῆς ὑπερυπάτης πρὸς τὴν ὑπάτην καὶ τὸ διὰ τεσσάρων τῆς νήτης διεζευγμένων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τοῖς μεγέθεσι [τῆς διαιρέσεως] τῶν διαστημάτων.

δῆλον δ' ἂν γένοιτο τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν. εἰ γὰρ τὸ τοῦ κανόνος μέγεθος ιβ´ μέτρων ὁποιωνοῦν, ἔσται μὲν μέση δίχα διαιρεθείσης ς´ ἑκατέρωθεν [διαιρουμένη] · ἡ δὲ ὑπάτη τῶν μέσων ἀπὸ τῆς ἀρχῆς δ´ · ἡ δὲ νήτη διεζευγμένων ἀπὸ τῆς τελευτῆς δ´ · καὶ τὸ μεταξὺ αὐτῶν δ´. ἡ δὲ ὑπερυπάτη ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τρία ἀφέξει μεγέθη, ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης ἕν · ἡ δὲ ὑπερβολαία ἀπὸ μὲν τῆς τελευτῆς γ´, ἀπὸ δὲ τῆς διεζευγμένης ἕν.

6, 10, 13, 16, 25 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Boulliau et quelques mss. — 23 Après διαιρεθείσης Hiller ajoute <τῆς ὅλης χορδῆς, καὶ ἀφέξει>.

de l'hypate (des mèses) à la mèse, qui est une quarte, à l'intervalle de la mèse à la nète des disjointes qui est une quinte. Les nombres des mouvements (c'est-à-dire des vibrations) varient en sens inverse de la division des longueurs (c'est-à-dire en sens inverse de la longueur de la partie vibrante).

En divisant la corde en quatre, on obtient la diatone des hypates, nommée aussi hyperhypate, et la nète des hyperbolées. La nète des hyperbolées est à la nète des disjointes dans le rapport de quarte, à la mèse dans le rapport d'octave, à l'hypate (des mèses) dans le rapport d'octave et quarte, à l'hyperhypate dans le rapport d'octave et quinte et à la proslambanomène dans le rapport de double octave, en allant vers les tons graves.

L'hyperhypate est à la proslambanomène dans le rapport de quarte, en allant vers les tons graves, et à la mèse dans le rapport de quinte, en allant vers les tons aigus; elle est d'un ton au-dessous de l'hypate (des mèses), et l'intervalle de ton de l'hyperhypate à la dernière corde (la proslambanomène) est égal à l'intervalle de quarte de la nète des disjointes à la nète des hyperbolées; et ici encore le nombre des mouvements est en sens inverse de la grandeur des divisions *.

1	
2	
3	Nète des hyperbolées
4	Nète des disjointes
5	
6	Mèse
7	
8	Hypate des mèses
9	Hyperhypate
10	
11	
12	Proslambanomène

Tout cela sera rendu évident par des nombres, car si on divise la longueur du canon en douze parties convenables, la mèse sera donnée par chaque moitié de la corde totale. L'hypate des mèses sera donnée en supprimant quatre parties au commencement du canon et la nète des disjointes en prenant quatre parties à l'autre extrémité du canon, de sorte qu'il y aura quatre

23 Voy. la note XII.

μεταξὺ δὲ αὐτῶν ϛ', ὥστε ἀπὸ τῆς μέσης ἑκατέρα γ', καὶ γίνεναι ἡ ὅλη διαίρεσις ἀπὸ μὲν τῆς ἀρχῆς ἐπὶ ὑπερυπάτην γ', ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ ὑπάτην ἕν, ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ μέσην δύο, εἶτ' ἀπὸ μέσης ἐπὶ τὴν διεζευγμένην δύο, ἐντεῦθεν δὲ εἰς τὴν ὑπερβολαίαν ἕν, ἀπὸ δὲ ταύτης εἰς τὴν τελευτὴν γ'. γίνεται πάντα ιϐ'.

ἔσται οὖν πρὸς μὲν τὴν ὑπερβολαίαν <ὁ λόγος> τῆς μὲν νήτης διεζευγμένων δ' πρὸς γ' ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ μέσης ϛ' πρὸς γ' διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, <τῆς δὲ ὑπάτης η' πρὸς γ' διπλασιεπιδίτριτος ὁ τοῦ διὰ πασῶν> καὶ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς γ' τριπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς γ' τετραπλάσιος ὁ τοῦ δὶς διὰ πασῶν· πρὸς δὲ τὴν νήτην διεζευγμένων ὁ λόγος ἐστὶ τῆς μὲν μέσης ϛ' πρὸς δ' ἡμιόλιος ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὑπάτης η' πρὸς δ' διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς δ' <διπλασιεπιτέταρτος> ὁ τοῦ δὶς διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς δ' <τριπλάσιος> ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε·

πρὸς δὲ τὴν μέσην τῆς μὲν ὑπάτης η' πρὸς ϛ' ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς ϛ' ἡμιόλιος

2, 21 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Boulliau.

parties entre elles. L'hyperhypate sera donnée en supprimant trois parties au commencement, elle est distante, d'une division, de l'hypate (des mèses). L'hyperbolée (nète des hyperbolées) s'obtient en prenant trois parties de la corde; elle est distante, d'une division, de la disjointe (nète des disjointes).

Entre l'hyperhypate et la nète des hyperbolées, il y a six divisions, trois au-dessus de la mèse et trois au-dessous; et ainsi le partage est complet. En effet, du commencement du canon à l'hyperhypate on compte trois parties du canon, de là à l'hypate des mèses, une partie, et de celle-ci à la mèse, deux parties. De la mèse à la nète des disjointes, il y a deux parties, de là à l'hyperbolée une partie, enfin de celle-ci à la fin du canon trois parties. Toutes les divisions sont donc au nombre de douze.

La raison de la nète des disjointes à la nète des hyperbolées sera $4/3$, c'est le rapport sesquitierce qui donne la consonance de quarte. Le rapport de la mèse à la nète des hyperbolées sera $6/3 = 2$ qui est la consonance d'octave. La raison de l'hypate des mèses à la même nète sera $8/3$, consonance d'octave et quarte. La raison de l'hyperhypate à la nète sera $9/3 = 3$, consonance d'octave et quinte et le rapport de la proslambanomène à la même est $12/3 = 4$, consonance de double octave. La raison de la mèse à la nète des disjointes égale $6/4 = 3/2$, c'est le rapport sesquialtère, consonance de quinte. L'intervalle de l'hypate (des mèses) à la nète des disjointes égale $8/4 = 2$, c'est l'octave. Celui de l'hyperhypate à la même nète égale $9/4$, c'est la double quinte (quinte de la quinte). Pour la proslambanomène tout entière, le rapport est $12/4 = 3$, consonance d'octave et quinte.

Le rapport de l'hypate des mèses à la mèse est $8/6 = 4/3$, c'est la quarte. Celui de l'hyperhypate à la mèse est $9/6 = 3/2$, il donne la quinte. Celui de la proslambanomène tout entière à la mèse est $12/6 = 2$, c'est l'octave. L'hyperhypate est à ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς ϛ΄ διπλάσιος ὁ τοῦ [δὶς] διὰ πασῶν · πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐστὶν ἡ μὲν ὑπερυπάτη θ΄ πρὸς η΄ ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ τῷ τοῦ τόνου, ἡ δὲ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς η΄ ἐν ἡμιολίῳ <τῷ τοῦ διὰ πέντε> · πρὸς <δὲ> τὴν ὑπερυπάτην ἡ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς θ΄ ἐν ἐπιτρίτῳ <τῷ> τοῦ διὰ τεσσάρων.

λϛ. ἀντιπεπόνθασι δ' αἱ λοιπαὶ τῶν κινήσεων κατὰ πυκνοῦ τοῦ ἐπογδόου τόνου καὶ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων καὶ ἡμιολίου διὰ πέντε τοῦ κανόνος. ἐπεὶ τὸ ἡμιόλιον μὲν διὰ πέντε τοῦ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων ἐπογδόῳ τόνῳ ὑπερέχει — οἷον ληφθέντος ἀριθμοῦ ὃς ἔχει καὶ ἥμισυ καὶ τρίτον τοῦ ϛ΄, τούτου ἐπίτριτος μὲν ὁ η΄, ἡμιόλιος δὲ ὁ θ΄ · τὰ δὲ θ΄ τῶν η΄ ἐπόγδοα · ϛ΄ η΄ θ΄ · γίνεται ἡ ὑπεροχὴ τοῦ [η΄] ἡμιολίου πρὸς τὸ ἐπίτριτον ἐν λόγῳ ἐπογδόῳ —, τὸ δ' ἐπίτριτον διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν ἐπογδόων καὶ τοῦ διεσιαίου λείμματος · καταπυκνωτέον αὐτὰ τοῖς ἐπογδόοις τόνοις καὶ τοῖς διεσιαίοις λείμμασι. καταπυκνωθείη δ' ἂν ἀρχομένων ἡμῶν <ἀπὸ τῆς> νήτης ὑπερβολαίων. τὸ γὰρ ὄγδοον τοῦ μέχρι τῆς τελευτῆς διαστήματος ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν διάτονον τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ βαρυτέραν αὐτῆς.

τοῦ δὲ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ τῆς διατόνου βαρυτέραν. καὶ τὸ λοιπὸν εἰς τὴν νήτην τῶν διεζευγμένων ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς νήτης διεζευγμένων ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ μὲν ἔνατον λαβόντες καὶ ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τόνῳ ὀξυτέραν τῆς νήτης διεζευγμένων τὴν χρωματικὴν ὑπερβολαίων. τὸ δὲ ὄγδοον ὑπερ-

3 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Bouiliau. — 5 ὑπερυπάτην] ὑπάτην Boulliau. — 8 Titre : περὶ καταπυκνώσεως (des insertions) — αἱ λοιπαὶ] οἱ ἀριθμοὶ Hiller, cf. p. 144, l. 4 et 19.

l'hypate des mèses comme 9 est à 8, c'est la raison d'un ton. Le rapport de la proslambanomène entière à l'hypate des mèses est $12/8 = 3/2$ (c'est la quinte). La même corde est à l'hyperhypate comme 12 est à 9, ce rapport égale 4/3, consonance de quarte.

XXXVI. Les nombres de vibrations sont soumis à la proportion inverse, puisqu'on trouve condensés dans le canon le ton dont la raison est sesquioctave (9/8), la consonance de quarte dont la raison est sesquitierce (4/3), et la consonance de quinte dont la raison est sesquialtère (3/2).

La raison 3/2 de la quinte surpasse la raison 4/3 de la quarte, d'un ton qui est égal à 9/8 : prenons par exemple le nombre 6 qui est divisible par 2 et par 3, les 4/3 de 6 valent 8, et les 3/2 de 6 valent 9, or 9 est les 9/8 de 8. On a la suite 6, 8, 9, et l'excès de l'intervalle 3/2 sur l'intervalle 4/3 est 9/8. Mais l'intervalle 4/3 de la quarte se compose de deux fois 9/8 et d'un limma, les intervalles doivent donc être remplis par des tons et des limmas. Cette insertion commence à la nète des hyperbolées; en effet si nous prolongeons celle-ci de la huitième partie de sa longueur, nous aurons la diatone des hyperbolées, qui est plus grave d'un ton.

Si nous prolongeons la diatone de la huitième partie de sa longueur, nous aurons la trite des hyperbolées, qui est plus grave d'un ton que la diatone; le reste de l'intervalle jusqu'à la nète des disjointes sera le limma, complément de la consonance de quarte par rapport à la nète des hyperbolées. Si au contraire nous diminuons d'un neuvième la longueur de la nète des disjointes, nous aurons la chromatique des hyperbolées, qui est d'un ton plus aiguë que la nète des disjointes; celle-ci augmentée d'un huitième donnera la paranète des disjointes, qu'on appelle aussi diatone et nète des conjointes et qui est plus grave d'un ton que la nète des disjointes.

βιβάσαντες ἕξομεν τὴν παρανήτην διεζευγμένων · ἡ αὐτὴ δὲ καὶ διάτονος καὶ νήτη συνημμένων, τόνῳ βαρυτέρα τῆς νήτης διεζευγμένων.

τοῦ δ' ἀπὸ τῆς νήτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον λαβόντες καὶ ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην τῶν διεζευγμένων τόνῳ βαρυτέραν · ἡ δὲ αὐτὴ καὶ διάτονος συνημμένων ἐστίν. ὁμοίως δὲ τοῦ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην συνημμένων τόνῳ βαρυτέραν. τὸ δὲ λοιπὸν εἰς τὴν μέσην ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα εἰς τὴν τοῦ διὰ πασῶν συντέλειαν. ἀπὸ δὲ τῆς μέσης τὸν αὐτὸν τρόπον <τὸ ἔνατον> ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τὴν παραμέσην ἢ τὴν χρωματικὴν συνημμένων, τόνῳ ὀξυτέραν τῆς μέσης. ταύτης δὲ τὸ ἔνατον ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τὴν χρωματικὴν διεζευγμένων.

τὸ ὄγδοον δὲ τῆς μέσης ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τῶν μέσων διάτονον τόνῳ βαρυτέραν τῆς μέσης, εἶτα τὸ ἀπὸ ταύτης ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες τὴν παρυπάτην <τῶν μέσων> ταύτης τόνῳ βαρυτέραν. καὶ ἔστι τὸ λοιπὸν εἰς τὴν ὑπάτην τῶν μέσων τὸ διεσιαῖον λεῖμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν μέσην. ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης τὸ μὲν ἔνατον ὑποβιβάσασιν ἡ χρωματικὴ τῶν μέσων ἔσται τόνῳ ὀξυτέρα. τὸ ὄγδοον δὲ ὑπερβιβάσασιν ἔχειν τὴν ὑπερυπάτην συμβήσεται. ταύτης δὲ τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσασι παρυπάτη ὑπατῶν γενήσεται.

ἐξ ἀναστροφῆς δὲ ἀπὸ τοῦ προσλαμβανομένου τέμνουσι τὸ ὅλον διάστημα εἰς θ´ καὶ ἓν ὑπολείπουσι κατὰ τὸ ἐναντίον <τῶν> νητῶν, ὑπατῶν ὑπάτη γενήσεται τόνῳ τῆς ὅλης ὀξυτέρα, συγκλείουσα τὸ τῶν ὑπατῶν τετράχορδον τῷ πρὸς τὴν παρυπάτην λείμματι. καὶ οὕτως συμπληρωθήσεται τὸ πᾶν ἀμετάβολον σύστημα κατὰ τὸ διάτονον καὶ χρωματικὸν γένος.

6-10 ὁμοίως δὲ... συντέλειαν] τὸ δὲ λοιπὸν εἰς τὴν παραμέσην ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα. ὁμοίως δὲ τοῦ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν μέσην τόνῳ βαρυτέραν εἰς τὴν τοῦ διὰ πασῶν συντέλειαν. J D.

Que si nous prolongeons la nète des conjointes d'un huitième de sa longueur, nous aurons la trite des disjointes, plus grave d'un ton, et qui est la même que la diatone des conjointes. Et le reste de l'intervalle jusqu'à la paramèse sera le limma. Si nous prolongeons la paramèse d'un huitième, nous aurons la mèse, plus grave d'un ton, et qui complète l'octave. Si nous diminuons la mèse de la même manière (en retranchant un neuvième de sa longueur), nous aurons la paramèse ou chromatique des conjointes, plus aiguë d'un ton que la mèse; en retranchant de celle-ci la neuvième partie, nous aurons la chromatique des disjointes.

La mèse augmentée d'un huitième donnera la diatone des mèses, plus grave d'un ton que la mèse; la diatone des mèses, augmentée d'un huitième, donne la parhypate des mèses, plus grave d'un ton, et de là à l'hypate des mèses il reste un limma pour le complément de la consonance de quarte avec la mèse. Si de l'hypate des mèses on retranche un neuvième, on a la chromatique des mèses, plus aiguë d'un ton, et, si au contraire on l'augmente d'un huitième on a l'hyperhypate, laquelle augmentée d'un huitième donne la parhypate des hypates.

Réciproquement, si l'on divise en 9 parties la longueur de la proslambanomène, et qu'on retranche une de ces parties, à l'inverse de ce que nous avons fait pour les tons aigus, on aura l'hypate des hypates, plus aiguë d'un ton que la proslambanomène et terminant le tétracorde des hypates par le rapport de limma quelle a avec la parhypate. C'est ainsi que se complète tout le système immuable du genre diatonique et du genre chromatique.

τὸ δὲ ἐναρμόνιον ἐξαιρουμένων τῶν διατόνων καθ' ἕκαστον τετράχορδον διπλῳδουμένων γίνεται.

εὕροιμεν δ' ἂν ταῦτα καὶ ἐν ἀριθμοῖς ἀπὸ τῆς νήτης τῶν ὑπερβολαίων ἀρχόμενοι, ὑποτεθείσης αὐτῆς μυρίων τξη′ · οἱ ἐφεξῆς ἐπόγδοοί τε καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τοὺς προειρημένους λόγους λαμβάνονται, οὓς περίεργον ἐκτιθέναι · ῥᾴδιον δὲ τῷ παρηκολουθηκότι τοῖς προειρημένοις.

καὶ ἡ μὲν ὑπὸ Θρασύλλου παραδεδομένη κατατομὴ τοῦ κανόνος ὧδε ἔχει. ὃν δὲ τρόπον καὶ ἐπὶ τῆς τῶν ὅλων ἐφαρμόζεται σφαίρας, ἐπειδὰν καὶ τοὺς ἀστρονομίας ἐκθώμεθα λόγους, παραδείξομεν. νυνὶ δ' ἐπανέλθωμεν ἐπὶ τὸν τῶν λοιπῶν ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον, ἐπειδὴ ὡς ἔφαμεν ἡ ἀναλογία καὶ μεσότης, οὐ μέντοι ἡ μεσότης καὶ ὑναλογία. καθὸ δὴ <ἡ> ἀναλογία καὶ μεσότης ἐστίν, ἀκόλουθος ἂν εἴη ὁ περὶ τῶν ἀναλογιῶν καὶ περὶ τῶν μεσοτήτων λόγος.

Περὶ τετρακτύος καὶ δεκάδος

λζ. ἐπειδὴ πάντες οἱ τῶν συμφωνιῶν εὑρέθησαν λόγοι, καθὰ δέδεικται, ἐν τῇ τῆς δεκάδος τετρακτύι, καὶ περὶ τούτων πρότερον λεκτέον. τὴν μὲν γὰρ τετρακτὺν συνέστησεν ἡ δεκάς. ἓν γὰρ καὶ β′ καὶ γ′ καὶ δ′ ι′ · α′ β′ γ′ δ′. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἥ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ καὶ ἡ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ καὶ ἡ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ καὶ <ἡ> δὶς διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ · ἐξ ὧν συμπληροῦται τὸ ἀμετάβολον διάγραμμα.

2 τετράχορδον] διὰ πασῶν conj. J D. γίνεται] <καὶ δίχα διαιρουμένων τῶν ἡμιτονων> γίνεται J D, — 4 μυρίων τξη′] <μονάδων τπδ′ καὶ ἡ προσλαμβανομένη> μυριάδων τξκ′ <γενήσεται> J D. Voy. la note XIII. — 16 Περὶ τετρακτύος τῆς δεκάδος conj. J D. Voy. l. 18.

Quant au système enharmonique, il se déduit du système diatonique en supprimant les diatones que nous faisons entendre deux fois dans chaque octave et en divisant en deux les demi-tons.

Nous trouverons les résultats en nombres en commençant par la nète des hyperlolées que nous supposerons composée de 384 parties, dont on prend successivement les 9/8 et les autres fractions que nous avons indiquées. La proslambanomène en vaudra 10368 *. Il est superflu d'exposer cela en détail, parce que quiconque aura compris ce qui précède fera facilement le calcul.

Telle est la division du canon donnée par Thrasylle. Quand nous exposerons les éléments de l'astronomie nous montrerons comment tout cela s'applique au système du monde. Revenons maintenant à l'explication des autres moyennes et des nombres moyens, puisque, comme nous l'avons dit, toute moyenne est un nombre moyen, mais que tout nombre moyen n'est pas une moyenne. C'est donc en tant que la moyenne est un nombre moyen, qu'il faut entendre ce qui suit, des moyennes et des nombres moyens.

Du quaternaire et de la décade

XXXVII. Puisque, comme nous l'avons montré, tous les rapports des consonances se trouvent dans le quaternaire de la décade, c'est de ces nombres que nous avons à parler. La décade constitue en effet le quaternaire, puisque la somme des nombres 1, 2, 3, 4, est 10. Or, ces nombres contiennent la consonance de quarte dans le rapport sesquitierce (4/3), celle de quinte dans le rapport sesquialtère (3/2), celle d'octave dans la raison double, et celle de double octave dans la raison quadruple; et par là est complété le diagramme immuable.

9 Voy. la note XIII.

Πόσαι τετρακτύες

λη. τοιαύτη μὲν <ἡ> ἐν μουσικῇ τετρακτὺς κατὰ σύνθεσιν οὖσα, ἐπειδὴ ἐντὸς αὐτῆς πᾶσαι αἱ συμφωνίαι εὑρίσκονται. οὐ διὰ τοῦτο δὲ μόνον πᾶσι τοῖς Πυθαγορικοῖς προτετίμηται, ἀλλ' ἐπεὶ καὶ δοκεῖ τὴν τῶν ὅλων φύσιν συνέχειν · διὸ καὶ ὅρκος ἦν αὐτοῖς.

οὐ μὰ τὸν ἁμετέρᾳ ψυχᾷ παραδόντα τετρακτύν,
παγὰν ἀενάου φύσεως ῥίζωμά τ' ἔχουσαν.

τὸν παραδόντα Πυθαγόραν λέγουσιν, ἐπεὶ δοκεῖ τούτου εὕρημα ὁ περὶ αὐτῆς λόγος.

ἡ μὲν οὖν προειρημένη τετρακτὺς <αὕτη>, κατ' ἐπισύνθεσιν τῶν πρώτων ἀποτελουμένη ἀριθμῶν.

δευτέρα δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἡ τῶν κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἐπηυξημένων ἀπὸ μονάδος κατά τε τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. ὧν πρῶτος μὲν [κατὰ τὸ ἄρτιον] λαμβάνεται ἡ μονάς, ἐπειδὴ αὕτη ἀρχὴ πάντων ἀρτίων καὶ περιττῶν καὶ ἀρτιοπεριττων, ὡς προείρηται, καὶ ἁπλοῦς ὁ ταύτης λόγος · οἱ δ' ἐφεξῆς τρεῖς ἀριθμοὶ κατὰ τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. τὴν δὲ σύνθεσιν λαμβάνουσιν, ἐπειδὴ καὶ ὁ πᾶς ἀριθμὸς οὔτε μόνον ἄρτιος οὔτε μόνον περιττός. διὸ δύο λαμβάνονται αἱ κατὰ πολλαπλασιασμὸν τετρακτύες, ἀρτία καὶ περιττή, ἡ μὲν ἀρτία ἐν λόγῳ διπλασίῳ, πρῶτος γὰρ τῶν ἀρτίων ὁ β′ καὶ αὐτὸς ἐκ μονάδος κατὰ τὸ διπλάσιον ηὐξημένος, ἡ δὲ περιττὴ ἐν λόγῳ ηὐξημένη τριπλασίῳ, ἐπειδὴ πρῶτος τῶν περιττῶν ὁ γ′ καὶ αὐτὸς ἀπὸ μόναδος κατὰ τὸ τριπλάσιον ηὐξημένος. ὥστε κοινὴ μὲν ἀμφοτέρων ἡ μονάς, καὶ ἀρτία οὖσα καὶ περιττή · δεύτερος δὲ ἀριθμὸς ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις καὶ διπλασίοις ὁ β′, ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς καὶ τριπλασίοις ὁ γ′ · τρίτος δὲ ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ὁ δ′, ἐν δὲ

7 οὐ] ναί

Combien il y a de quaternaires

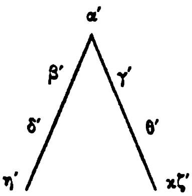
XXXVIII. L'importance du quaternaire qu'on obtient par addition (c'est-à-dire 1, 2, 3, 4) est grande en musique, parce qu'on y trouve toutes les consonances. Mais ce n'est pas seulement pour cela que tous les Pythagoriciens lui font l'honneur du premier rang : c'est aussi parce qu'il semble renfermer toute la nature de l'univers. C'est pour cette raison que la formule de leur serment était : « J'en jure par celui qui a transmis dans nos âmes le quaternaire, source de la nature éternelle » *. Celui qui a transmis, c'est Pythagore, ce qui a été dit de la tétractys paraît venir en effet de ce philosophe.

Le premier quaternaire est celui dont nous venons de parler : il est formé, par addition, des premiers nombres.

Le second est formé, par la multiplication, de nombres pairs et de nombres impairs, à partir de l'unité. De tous ces nombres, l'unité est le premier, parce que, comme nous l'avons dit, elle est le principe de tous les pairs, de tous les impairs et de tous les pairs-impairs, et que son essence est simple. Viennent ensuite trois nombres tant dans la série paire que dans la série impaire. Ils admettent la réunion du pair et de l'impair, parce que tout nombre n'est pas seulement pair où seulement impair. C'est pour cela que dans la multiplication, on prend deux quaternaires, l'un pair, l'autre impair : le pair dans la raison double, le premier des pairs étant 2 qui provient de l'unité doublée; l'impair dans la raison triple, le premier des impairs étant 3 qui provient de l'unité triplée, en sorte que l'unité qui est paire et impaire

10 Cf. Vers dorés 47-48 de Pythagore. Macrobe, *Commentaire du songe de Scipion* I, 6. *Theologumena Arithmeticæ* § IV, p. 18 de l'éd. d'Ast. Jamblique, *Vie de Pythagore* §§ XXVIII et XXIX de l'éd. Didot. L'Empereur Julien, *Contre les chiens* (philosophes cyniques) *ignorants*, § II. Plutarque, *Des opinions des philosophes* I, III, 18. Stobée, *Eclogæ physicæ* I, x, 12, t. I, Heeren. Etc.....

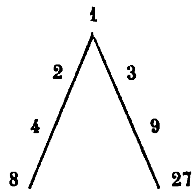
τοῖς περιττοῖς ὁ θʹ · τέταρτος ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ηʹ, ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς κζʹ.



ἐν τούτοις τοῖς ἀριθμοις <οἱ> τελειότεροι τῶν συμφωνιῶν εὑρίσκονται λόγοι · συμπεριείληπται δὲ αὐτοῖς καὶ ὁ τόνος. δύναται δὲ ἡ μὲν μονὰς τὸν τῆς ἀρχῆς καὶ σημείου καὶ στιγμῆς λόγον · οἱ δὲ δεύτεροι πλευρὰν δύνανται ὅ τε βʹ καὶ ὁ γʹ, ὄντες ἀσύνθετοι καὶ πρῶτοι καὶ μονάδι μετρούμενοι καὶ φύσει εὐθυμετρικοί · οἱ δὲ τρίτοι ὅροι ὁ δʹ καὶ ὁ θʹ δύνανται ἐπίπεδον τετράγωνον, ἰσάκις ἴσοι ὄντες · οἱ δὲ τέταρτοι ὅροι ὅ τε ηʹ καὶ ὁ κζʹ δύνανται ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις <ὄντες> κύβον. ὥστε ἐκ τούτων τῶν ἀριθμῶν καὶ ταύτης τῆς τετρακτύος ἀπὸ σημείου καὶ στιγμῆς εἰς στερεὸν ἡ αὔξησις γίνεται · μετὰ γὰρ σημεῖον καὶ στιγμὴν πλευρά, μετὰ πλευρὰν ἐπίπεδον, μετὰ ἐπίπεδον στερεόν. ἐν οἷς ἀριθμοῖς καὶ τὴν ψυχὴν συνίστησιν ὁ Πλάτων ἐν τῷ Τιμαίῳ. ὁ δὲ ἔσχατος τούτων τῶν ἑπτὰ ἀριθμῶν ἴσος ἐστὶ τοῖς πρὸ αὐτοῦ πᾶσιν · ἓν γὰρ καὶ βʹ καὶ γʹ καὶ δʹ καὶ ηʹ καὶ θʹ γίνονται κζʹ.

δύο μὲν οὖν αὗται τετρακτύες, ἥ τε κατ᾽ ἐπισύνθεσιν καὶ ἡ κατὰ πολλαπλασιασμόν, τούς τε μουσικοὺς καὶ γεωμετρικοὺς καὶ ἀριθμητικοὺς λόγους περιέχουσαι, ἐξ ὧν καὶ ἡ τοῦ παντὸς ἁρμονία συνέστη.

τρίτη δέ ἐστι τετρακτὺς ἡ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν παντὸς μεγέθους φύσιν περιέχουσα · ὅπερ γὰρ ἐν τῇ προτέρᾳ τετρακτύι μονάς, τοῦτο ἐν ταύτῃ στιγμή. ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ πλευtout à la fois est commune à l'un et à l'autre. Le second nombre dans les pairs et doubles est 2, dans les impairs et triples, 3. Le troisième dans l'ordre des pairs est 4, dans la série des impairs, 9. Le quatrième parmi les pairs est 8, parmi les impairs, 27 :



C'est dans ces nombres que se trouvent les raisons des consonances les plus parfaites; le ton y est même compris : Or l'unité contient la raison de principe, de terme et de point. Les seconds 2 et 3 ont la raison latérale, étant incomposés, premiers et mesurés seulement par l'unité, et par conséquent linéaires. Les troisièmes termes, 4 et 9, ont la puissance de la surface carrée, étant également égaux (c'est-à-dire des nombres carrés). Les quatrièmes termes, 8 et 27, ont la puissance du solide cubique, étant également égaux également (c'est-à-dire des nombres cubiques) ; en sorte qu'à l'aide des nombres de ce quaternaire, l'accroissement va du terme et du point jusqu'au solide. En effet, après le terme et le point vient le côté, puis la surface et enfin le solide. C'est avec ces nombres que Platon constitue l'âme, dans le *Timée* *. Le dernier de ces sept nombres est égal à (la somme de) tous les précédents, car on a $1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 9 = 27$.

Il y a donc deux quaternaires de nombres, l'un qui se fait par addition, l'autre par multiplication; et ces quaternaires renferment les raisons musicales, géométriques et arithmétiques dont se compose l'harmonie de l'univers.

Le troisième quaternaire est celui qui, selon la même proportion, embrasse la nature de toutes les grandeurs : car ce que

19 Platon, le *Timée*, p. 35 B C.

ρὰν δυνάμενοι ἀριθμοὶ τὰ β′ καὶ γ′, τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος τῆς γραμμῆς ἥ τε περιφερὴς καὶ ἡ εὐθεῖα, κατὰ μὲν ἄρτιον ἡ εὐθεῖα, ἐπειδὴ δυσὶ σημείοις περατοῦται, κατὰ δὲ τὸ περιττὸν ἡ περιφερής, ἐπειδὴ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς πέρας οὐκ ἐχούσης περιέχεται·

ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ τετράγωνον δυναμένοι ὁ δ′ καὶ ὁ θ′, τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος ἐπιπέδων, εὐθύγραμμον καὶ περιφερόγραμμον· ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ κύβον δυνάμενοι ὁ η′ καὶ ὁ κζ′ δύο ὄντες ὁ μὲν ἐκ περιττοῦ, ὁ δὲ ἐξ ἀρτίου, τοῦτο ἐν ταύτῃ στερεόν, διττὸν ὄν, <τὸ μὲν> ἐκ κοίλης ἐπιφανείας ὡς σφαῖρα καὶ κύλινδρος, τὸ δὲ ἐξ ἐπιπέδων ὡς κύβος <καὶ> πυραμίς. αὕτη δέ ἐστιν ἡ τρίτη τετρακτὺς παντὸς μεγέθους συμπληρωτικὴ ἐκ σημείου γραμμῆς ἐπιπέδου στερεοῦ.

τετάρτη δὲ τετρακτύς ἐστι τῶν ἁπλῶν <σωμάτων>, πυρὸς ἀέρος ὕδατος γῆς, ἀναλογίαν ἔχουσα τὴν κατὰ τοὺς ἀριθμούς. ὅπερ γὰρ ἐν ἐκείνῃ μονάς, ἐν ταύτῃ πῦρ· ὃ δὲ δυάς, ἀήρ· ὃ δὲ τριάς, ὕδωρ· ὃ δὲ τετράς, γῆ. τοιαύτη γὰρ ἡ φύσις τῶν στοιχείων κατὰ λεπτομέρειαν καὶ παχυμέρειαν, ὥστε τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον πῦρ πρὸς ἀέρα, ὃν ἓν πρὸς β′, πρὸς δὲ ὕδωρ, ὃν ἓν πρὸς γ′, πρὸς δὲ γῆν, ὃν ἓν πρὸς δ′· καὶ τἆλλα ἀνάλογον πρὸς ἄλληλα.

πέμπτη δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἡ τῶν σχημάτων τῶν ἁπλῶν σωμάτων. ἡ μὲν γὰρ πυραμὶς σχῆμα πυρός, τὸ δὲ ὀκτάεδρον ἀέρος, τὸ δὲ εἰκοσάεδρον ὕδατος, κύβος δὲ γῆς.

ἕκτη δὲ τῶν φυομένων. τὸ μὲν σπέρμα ἀνάλογον μονάδι καὶ σημείῳ, ἡ δὲ εἰς μῆκος αὔξη δυάδι καὶ γραμμῇ, ἡ δὲ εἰς

14 <σωμάτων> Hiller, cf. p. 158 l. 23 et p. 160 l. 22.

fait l'unité dans le précédent quaternaire, le point le fait dans celui-ci, et ce que font dans le précédent les nombres 2 et 3 qui ont la puissance latérale (ou linéaire), la ligne, par sa double forme, droite ou circulaire, le fait dans celui-ci, la ligne droite répondant au nombre pair, parce qu'elle a deux termes, et la circulaire à l'impair, parce qu'elle est comprise dans une seule ligne sans terme.

Et ce que sont dans le précédent les nombres 4 et 9 qui ont la puissance de la surface, les deux espèces de surfaces, la surface plane et la surface courbe, le sont dans celui-ci. Enfin ce que sont dans le précédent les nombres 8 et 27 qui ont la puissance du cube, et dont l'un est pair et l'autre impair, le solide le fait dans celui-ci, étant de deux espèces, l'une à surface courbe, comme la sphère et le cylindre, l'autre à surface plane, comme le cube et la pyramide. Le troisième quaternaire est donc celui qui a la propriété de constituer toute grandeur, par le point, la ligne, la surface et le solide.

Le quatrième quaternaire est celui des corps simples, le feu, l'air, l'eau et la terre, et il offre la même proportion que le quaternaire des nombres : car ce qu'est dans celui-ci l'unité, le feu l'est dans celui-là, l'air répond au nombre 2, l'eau au nombre 3, la terre au nombre 4; telle est, en effet, la nature des éléments selon la ténuité ou la densité de leurs parties, en sorte que le feu est à l'air comme 1 est à 2, à l'eau comme 1 est à 3, et à la terre comme 1 est à 4. Les autres rapports sont aussi égaux (c'est-à-dire que l'air est à l'eau comme 2 est à 3, et ainsi des autres).

Le cinquième quaternaire est celui des figures des corps simples, car la pyramide est la figure du feu, l'octaèdre la figure de l'air, l'icosaèdre la figure de l'eau, le cube la figure de la terre.

Le sixième est celui des choses engendrées, la semence étant analogue à l'unité et au point; supposons l'accroissement en longueur, c'est analogue au nombre 2 et à la ligne; supposons encore l'accroissement en largeur, c'est analogue πλάτος τριάδι καὶ ἐπιφανείᾳ, ἡ δὲ εἰς πάχος τετράδι καὶ στερεῷ.

ἑβδόμη δὲ τετρακτὺς ἡ τῶν κοινωνιῶν. ἀρχὴ μὲν καὶ οἷον μονὰς ἄνθρωπος, δυὰς δὲ οἶκος, τριὰς δὲ κώμη, τετρὰς δὲ πόλις. τὸ γὰρ ἔθνος ἐκ τούτων σύγκειται.

καὶ αὗται μὲν ὑλικαί τε καὶ αἰσθηταὶ τετρακτύες.

ὀγδόη δὲ τετρακτὺς ἥδε, τούτων κριτικὴ καὶ νοητή τις οὖσα· νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις. νοῦς μὲν ὡς μονὰς ἐν οὐσίᾳ· ἐπιστήμη δὲ ὡς δυάς, ἐπειδή τινός ἐστιν ἐπιστήμη· <δόξα δὲ ὡς τριάς, ἐπειδὴ> καὶ μεταξύ ἐστι δόξα ἐπιστήμης [ἐστὶ] καὶ ἀγνοίας· ἡ δὲ αἴσθησις ὡς τετράς, ἐπειδὴ τετραπλῆ κοινῆς πασῶν οὔσης τῆς ἀφῆς κατ' ἐπαφὴν πᾶσαι ἐνεργοῦσιν αἱ αἰσθήσεις.

ἐνάτη δὲ τετρακτύς, ἐξ ἧς συνέστηκε τὸ ζῷον, ψυχή τε καὶ σῶμα. ψυχῆς μὲν γὰρ μέρη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικόν, καὶ τέταρτον σῶμα, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ψυχή.

δεκάτη δὲ τετρακτὺς ὡρῶν δι' ἃς γίνεται πάντα, ἔαρ θέρος μετόπωρον χειμών.

ἑνδεκάτη δὲ ἡλικιῶν, νηπίου μειρακίου ἀνδρὸς γέροντος.

ὥστε τετρακτύες ἕνδεκα· πρώτη ἡ κατὰ σύνθεσιν ἀριθμῶν, δευτέρα, δὲ ἡ κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἀριθμῶν, τρίτη κατὰ μέγεθος, τετάρτη τῶν ἁπλῶν σωμάτων, πέμπτη τῶν σχημάτων, ἕκτη τῶν φυομένων, ἑβδόμη τῶν κοινωνιῶν, ὀγδόη κριτική, ἐνάτη τῶν μερῶν τοῦ ζῴου, δεκάτη τῶν ὡρῶν, ἑνδεκάτη ἡλικιῶν. ἔχουσι δὲ πᾶσαι ἀναλογίαν· ὃ γὰρ ἐν τῇ πρώτῃ καὶ δευτέρᾳ μονάς, τοῦτο ἐν τῇ τρίτῃ στιγμή, ἐν δὲ τῇ τετάρτῃ πῦρ, ἐν δὲ τῇ πέμπτῃ πυραμίς, ἐν δὲ τῇ ἕκτῃ σπέρμα, <καὶ>

au nombre 3 et à la surface; supposons enfin l'accroissement en épaisseur, c'est analogue au nombre 4 et au solide.

Le septième quaternaire est celui des sociétés. L'homme en est le principe et pour ainsi dire l'unité. La famille répond au nombre 2, le bourg au nombre 3, la cité au nombre 4; car c'est de ces éléments que se compose la nation.

Tous ces quaternaires sont matériels et sensibles.

Le huitième contient les facultés par lesquelles nous pouvons porter des jugements sur les précédents et qui sont en partie intellectuelles, savoir : la pensée, la science, l'opinion et le sens. Et certes, la pensée doit être assimilée à l'unité dans son essence; la science est comme le nombre 2, parce qu'elle est la science de quelque chose; l'opinion est comme le nombre 3, car elle tient le milieu entre la science et l'ignorance; enfin le sens est comme le nombre 4, car il est quadruple, le tact étant commun à tous, tous les sens agissant par le contact.

Le neuvième quaternaire est celui dont se compose l'animal, corps et âme, l'âme ayant trois parties, la raisonnable, l'irascible, la concupiscible; la quatrième partie est le corps dans lequel l'âme réside.

Le dixième quaternaire est celui des saisons de l'année par la succession desquelles toutes choses prennent naissance, savoir : le printemps, l'été, l'automne, l'hiver.

Le onzième est celui des âges : l'enfance, l'adolescence, la virilité, la vieillesse.

Il y a donc onze quaternaires. Le premier est celui des nombres qui se forment par addition, le second est celui des nombres qui se forment par multiplication; le troisième est celui des grandeurs; le quatrième, celui des corps simples; le cinquième, celui des figures; le sixième, celui des choses engendrées; le septième, celui des sociétés; le huitième, celui des facultés du jugement; le neuvième, celui des parties de l'animal; le dixième, celui des saisons et le onzième, celui des âges. Ils sont proportionnels entre eux : car ce qu'est l'unité ἐν τῇ ἑβδόμῃ ἄνθρωπος, καὶ ἐν τῇ ὀγδόῃ νοῦς, καὶ τὰ λοιπὰ ἀνάλογον ·

οἷον πρώτη μονὰς δυὰς τριὰς τετράς, δευτέρα μονὰς πλευρὰ τετράγωνον κύβος, τρίτη στιγμὴ γραμμὴ ἐπιφάνεια στερεόν, τετάρτη πῦρ ἀὴρ ὕδωρ γῆ, πέμπτη πυραμὶς ὀκτάεδρον εἰκοσάεδρον κύβος, ἕκτη σπέρμα μῆκος πλάτος βάθος, ἑβδόμη ἄνθρωπος οἶκος κώμη πόλις, ὀγδόη νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις, ἐνάτη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικὸν σῶμα, δεκάτη ἔαρ θέρος μετόπωρον χειμών, ἑνδεκάτη παιδίον μειράκιον ἀνὴρ γέρων. ὁ δὲ [καὶ] ἐκ τῶν τετρακτύων τούτων συστὰς κόσμος ἔσται [τέλειος] ἡρμοσμένος κατὰ γεωμετρίαν καὶ ἁρμονίαν καὶ ἀριθμόν, δυνάμει περιειληφὼς πᾶσαν ἀριθμοῦ φύσιν πᾶν τε μέγεθος καὶ πᾶν σῶμα ἁπλοῦν τε καὶ σύνθετον, τέλειός τε, ἐπειδὴ τὰ πάντα μὲν τούτου μέρη, αὐτὸς δὲ οὐδενός. διὸ πρώτῳ τῷ εἰρημένῳ ὅρκῳ οἱ Πυθαγορικοὶ ἐλέγοντο.............. καὶ

ἀριθμῷ δέ τε πάντ' ἐπέοικε.

Περὶ δεκάδος

λθ. καὶ τοῦτο εἶναι τὸ σοφώτατον · πάντα μὲν γὰρ τὸν ἀριθμὸν εἰς δεκάδα ἤγαγον, ἐπειδὴ ὑπὲρ δεκάδα οὐδείς ἐστιν ἀριθμός, ἐν τῇ αὐξήσει πάλιν ἡμῶν ὑποστρεφόντων ἐπὶ μονάδα καὶ δυάδα καὶ τοὺς ἑξῆς · τὴν δὲ δεκάδα ἐπὶ τετράδα συνίστασθαι · ἓν γὰρ καὶ β′ καὶ γ′ καὶ δ′ ἐστι ι′, ὥστε τοὺς δυνατωτάτους ἀριθμοὺς ἐντὸς τῆς τετράδος θεωρεῖσθαι.

16 Voy. Plutarque, *De la création de l'âme dans le Timée*, XXXIII, 4, p. 1030 A; Sextus Empiricus, *Contre les mathématiciens*, IV, 2 et VII, 94 et 109; Jamblique, *Vie de Pythagore*, 162.

dans le premier et le second quaternaire, le point l'est dans le troisième; le feu, dans le quatrième; la pyramide, dans le cinquième; la semence, dans le sixième; l'homme, dans le septième; la pensée, dans le huitième et ainsi des autres qui suivent la même proportion.

Ainsi le premier quaternaire est 1, 2, 3, 4. Le second est l'unité, le côté, le carré, le cube. Le troisième est le point, la ligne, la surface, le solide. Le quatrième est le feu, l'air, l'eau, la terre. Le cinquième est la pyramide, l'octaèdre, l'icosaèdre, le cube. Le sixième est la semence, la longueur, la largeur, la hauteur. Le septième est l'homme, la famille, le bourg, la cité. Le huitième est la pensée, la science, l'opinion, le sens. Le neuvième est la partie raisonnable de l'âme, l'irascible, la concupiscible et le corps. Le dixième est le printemps, l'été, l'automne, l'hiver. Le onzième est l'enfant, l'adolescent, l'homme fait, le vieillard. Et le monde parfait qui résulte de ces quaternaires est arrangé géométriquement, harmoniquement et arithmétiquement, comprenant en puissance toute nature du nombre, toute grandeur et tout corps, soit simple, soit composé. Il est parfait, parce que toutes choses en sont des parties, et que lui-même n'est partie d'aucun autre. C'est pourquoi les Pythagoriciens se servaient du serment dont nous avons rapporté la formule et par lequel toutes choses sont assimilées au nombre.

De la décade

XXXIX. Les Pythagoriciens n'ont pas été moins sages en ramenant tous les nombres à la décade, puisqu'au delà de dix nous ne comptons aucun nombre : dans l'accroissement nous revenons aux nombres 1, 2, 3, et ainsi de suite. La décade se trouve d'ailleurs dans le quaternaire, puisque la somme des quatre nombres 1, 2, 3, 4 est égale à 10, d'où il suit que les nombres les plus forts, peuvent être considérés comme ayant leur raison dans le quaternaire.

<Περὶ τῶν ἐν δεκάδι ἀριθμῶν δυνάμεων>

μ. ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἀρχὴ πάντων καὶ κυριωτάτη πασῶν........ καὶ ἐξ ἧς πάντα, αὐτὴ δὲ ἐξ οὐδενός, ἀδιαίρετος καὶ δυνάμει πάντα, ἀμετάβλητος, μηδεπώποτε τῆς αὐτῆς ἐξισταμένη φύσεως κατὰ τὸν πολλαπλασιασμόν · καθ' ἣν πᾶν τὸ νοητὸν καὶ ἀγέννητον καὶ ἡ τῶν ἰδεῶν φύσις καὶ ὁ θεὸς καὶ ὁ νοῦς καὶ τὸ καλὸν καὶ τὸ ἀγαθὸν καὶ ἑκάστη τῶν νοητῶν οὐσιῶν, οἷον αὐτὸ καλόν, αὐτὸ δίκαιον, αὐτὸ [τὸ] ἴσον · ἕκαστον γὰρ τούτων ὡς ἓν καὶ καθ' ἑαυτὸ νοεῖται.

μα. πρώτη δὲ αὔξη καὶ μεταβολὴ ἐκ μονάδος εἰς δυάδα κατὰ διπλασιασμὸν τῆς μονάδος, καθ' ἣν ὕλη καὶ πᾶν τὸ αἰσθητὸν καὶ ἡ γένεσις καὶ ἡ κίνησις καὶ ἡ αὔξησις καὶ ἡ σύνθεσις καὶ κοινωνία καὶ τὸ πρός τι.

μβ. ἡ δὲ δυὰς συνηλθοῦσα τῇ μονάδι γίνεται τρίας, ἥτις πρώτη ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τελευτὴν ἔχει. διὸ καὶ πρώτη λέγεται πάντα εἶναι · ἐπὶ γὰρ ἐλιττόνων αὐτῆς οὐ λέγεται πάντα εἶναι. ἀλλὰ ἓν καὶ ἀμφότερα, ἐπὶ δὲ τῶν τριῶν πάντα. καὶ τρεῖς σπονδὰς ποιούμεθα δηλοῦντες ὅτι πάντα ἀγαθὰ αἰτούμεθα, καὶ τοὺς κατὰ πάντα ἀθλίους τρισαθλίους καλοῦμεν καὶ τοὺς κατὰ πάντα μακαρίους τρισμακαρίους.

πρώτη δὲ καὶ ἡ τοῦ ἐπιπέδου φύσις ἐκ τούτου. ἡ γὰρ τριὰς οἷον εἰκὼν ἐπιπέδου, καὶ πρώτη αὐτοῦ ὑπόστασις ἐν τριγώνῳ, καὶ διὰ τοῦτο τρία αὐτῶν γένη, ἰσόπλευρον ἰσοσκελὲς σκαληνόν [γ'] · τρεῖς δὲ καὶ γωνίαι ὁμοιούμεναι ἡ μὲν ὀρθὴ τῇ

1 Titre : περὶ μονάδος. — 10 Titre : περὶ δυάδος. — 14 Titre : περὶ τριάδος.

Propriétés des nombres contenus dans la décade

XL. L'unité est le principe de toutes choses et ce qu'il y a de plus dominant : c'est d'elle que tout émane et elle n'émane de rien. Elle est indivisible et elle est tout en puissance. Elle est immuable et ne sort jamais de sa propre nature par la multiplication ($1 \times 1 = 1$). C'est en elle que demeure tout ce qui est intelligible et ne peut être engendré : la nature des idées, Dieu lui-même, l'âme, le beau et le bon, et toute essence intelligible, telle que la beauté elle-même, la justice elle-même, l'égalité elle-même ; car nous concevons chacune de ces choses comme étant une et comme existant par elle-même.

XLI. Le premier accroissement, le premier changement de l'unité se fait par le doublement de l'unité qui devient 2, en quoi l'on voit la matière et tout ce qui est sensible, la génération et le mouvement, la multiplication et l'addition, l'union et le rapport d'une chose à une autre.

XLII. Le nombre 2 ajouté à l'unité produit 3 qui est le premier nombre ayant un commencement, un milieu et une fin. C'est pourquoi ce nombre est le premier auquel on puisse appliquer le mot *multitude* *, car des nombres moindres on ne dit pas multitude, mais un ou l'un et l'autre ; tandis que de trois, on dit multitude. Nous faisons *trois* libations pour montrer que nous demandons *tout* ce qui est bien. Nous appelons trois fois malheureux ceux qui sont au comble de l'infortune, et trois fois heureux ceux qui sont au comble du bonheur.

Le nombre ternaire représente aussi la première nature du plan, car il en est comme l'image, la première forme du plan étant le triangle. C'est pour cela qu'il y a trois genres de triangle, l'équilatéral, l'isoscèle et le scalène ; et qu'il y a

21 Cf. Plutarque, *Opinions des philosophes*, I, III, 23 : ἡ δὲ τριὰς πλῆθος, le nombre trois exprime la multitude. Voy. aussi *Sur Isis et Osiris*, 36.

τοῦ ἑνὸς φύσει ὡρισμένη, καὶ ἐξ ἴσου καὶ ὁμοίου συνεστῶσα · διὸ καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ ἀλλήλαις εἰσὶν ἴσαι, μέσαι οὖσαι ὀξείας καὶ ἀμβλείας καὶ ὑπερέχοντος καὶ ὑπερεχομένου · αἱ δὲ λοιπαὶ ἄπειροι καὶ ἀόριστοι · ἐκ γὰρ ὑπεροχῆς καὶ ἐλλείψεως συνεστᾶσιν. ἡ δὲ τριὰς ἐκ τῆς μονάδος καὶ δυάδος ϛʹ ποιεῖ κατὰ σύνθεσιν, ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος ἀριθμὸς τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν · ὁ δὲ τέλειος οὗτος συντεθεὶς τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ τῇ τετράδι ποιεῖ τὴν δεκάδα.

μγ. ἡ δὲ τετρὰς στερεοῦ ἐστιν εἰκὼν πρῶτός τε ἀριθμὸς [καὶ] τετράγωνός ἐστιν ἐν ἀρτίοις · καὶ αἱ συμφωνίαι δὲ πᾶσαι κατ' αὐτὸν συμπληροῦνται, ὡς ἐδείχθη.

μδ. ἡ δὲ πεντὰς μέση ἐστι τῆς δεκάδος. ἐὰν γὰρ καθ' ὁποιανοῦν σύνθεσιν ἐκ δύο ἀριθμῶν τὸν ιʹ συνθῇς, μέσος εὑρεθήσεται ὁ εʹ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν · οἷον θʹ καὶ αʹ, καὶ ηʹ καὶ βʹ, καὶ ζʹ καὶ γʹ, καὶ ϛʹ καὶ δʹ · αἰεί τε ιʹ ποιήσεις καὶ μέσος εὑρεθήσεται ὁ εʹ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν, ὡς δηλοῖ τὸ διάγραμμα, κατὰ πᾶσαν σύνθεσιν τῶν συμπληρούντων τὰ ιʹ δυεῖν ἀριθμῶν μέσος εὑρεθήσεται ὁ εʹ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν τῷ ἴσῳ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχων τε καὶ ὑπερεχόμενος.

α	δ	ζ
β	ε	η
γ	ϛ	θ

πρῶτος δὲ καὶ περιέλαβε τὸ τοῦ παντὸς ἀριθμοῦ εἶδος ὁ εʹ, τὸν ἄρτιόν τε καὶ περιττόν, λέγω τὴν δυάδα τε καὶ τριάδα · ἡ γὰρ μονὰς οὐκ ἦν ἀριθμός.

9 Titre : περὶ τετράδος. — 12 Titre : περὶ πεντάδος.

aussi trois espèces d'angles, le droit dont la propriété est d'être unique, bien défini et composé de l'égal et du semblable, ce qui fait que tous les angles droits sont égaux entre eux, tenant le milieu entre l'angle aigu et l'angle obtus, plus grands que l'un et plus petits que l'autre. Tous les autres angles sont en nombre infini et indéterminé, car ils sont ou plus grands ou plus petits. Le nombre 3 ajouté à l'unité et à 2 donne 6 qui est le premier nombre parfait c'est-à-dire égal à la somme de ses parties aliquotes. Ce nombre parfait, ajouté au premier nombre carré 4, donne la décade.

XLIII. Le nombre quatre est l'image du solide, et c'est le premier nombre carré parmi les nombres pairs; il complète toutes les consonances, comme nous l'avons montré *.

XLIV. Le nombre 5 est la moyenne de (deux nombres dont la somme est) la décade; car si, par l'addition de deux nombres quelconques, on obtient 10, la moyenne de ces nombres sera 5 selon la proportion arithmétique. Ainsi, par exemple, si vous additionnez 9 et 1, 8 et 2, 7 et 3, 6 et 4, la somme sera toujours 10 et la moyenne en proportion arithmétique sera 5, comme le montre le diagramme dans lequel toute addition de deux nombres (opposés) donne 10, la moyenne en proportion arithmétique étant 5 qui surpasse l'un des extrêmes et est surpassé par l'autre, de la même différence.

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Ce nombre est aussi le premier qui embrasse les deux

13 Le nombre quatre est l'image du solide parce que le plus élémentaire des solides est la pyramide triangulaire qui a 4 faces et 4 sommets. Et il complète les consonances qui sont 4/3, 3/2, 2, 3 et 4, c'est-à-dire la quarte, la quinte, l'octave, la quinte de l'octave et la *double octave*. Cf. *supra* II, VI.

με. ὁ δὲ ϛ' τέλειος, ἐπειδὴ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσίν ἐστιν ἴσος, ὡς δέδεικται · διὸ καὶ γάμον αὐτὸν ἐκάλουν, ἐπεὶ γάμου ἔργον ὅμοια ποιεῖ τὰ ἔκγονα τοῖς γονεῦσι. καὶ κατὰ τοῦτον δὲ πρῶτον συνέστη ἡ ἁρμονικὴ μεσότης ληφθέντος [μὲν] τοῦ ϛ' ἐπιτρίτου <μὲν> λόγου τῶν η', διπλασίου δὲ τῶν ιβ' · ϛ' η' ιβ' · τῷ γὰρ αὐτῷ μέρει ὁ η' τῶν ἄκρων ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται, ϛ' η' ιβ', τουτέστι τῷ τρίτῳ · καὶ ἀριθμητικὴ δὲ μεσότης ληφθέντος τοῦ ϛ' ἡμιολίου μὲν λόγου τῶν θ' διπλασίου δὲ τῶν ιβ' · τῷ γὰρ αὐτῷ ἀριθμῷ τὰ θ' ὑπερέχει τῶν ἄκρων καὶ ὑπερέχεται · ποιεῖ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν μέσος ληφθείς · ἂν γὰρ ἥμισυ αὐτοῦ λάβωμεν τὸν γ' καὶ διπλάσιον τὸν ιβ', ἔσται ἡμῖν ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία γ' ϛ' ιβ' · τῷ γὰρ αὐτῷ λόγῳ τὰ ϛ' τῶν ἄκρων ὑπερέχει τε καὶ ὑπερέχεται, γ' ϛ' ιβ', τουτέστι τῷ διπλασίῳ.

μϛ. καὶ ἡ ἑβδομὰς δὲ τῆς δεκάδος οὖσα θαυμαστὴν ἔχει δύναμιν. μόνος γὰρ <ὁ ζ'> τῶν ἐντὸς τῆς δεκάδος οὔτε γεννᾷ ἕτερον οὔτε γεννᾶται ὑφ' ἑτέρου · διὸ καὶ Ἀθηνᾶ ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ἐκαλεῖτο, οὔτε μητρός τινος οὖσα οὔτε μήτηρ. οὔτε γὰρ γίνεται ἐκ συνδυασμοῦ οὔτε συνδυάζεταί τινι. τῶν γὰρ ἀριθμῶν τῶν ἐν τῇ δεκάδι οἱ μὲν γεννῶσί τε καὶ γεννῶνται, ὡς ὁ δ' γεννᾷ μὲν μετὰ δυάδος τὸν η', γεννᾶται δὲ ὑπὸ δυάδος · οἱ δὲ γεννῶνται μέν, οὐ γεννῶσι δέ, ὡς ὁ ϛ' γεννᾶται μὲν ὑπὸ β' καὶ γ', οὐ γεννᾷ δὲ οὐδένα τῶν ἐν τῇ δεκάδι · οἱ δὲ γεννῶσι μέν, οὐ γεννῶνται δέ, ὡς ὁ γ' καὶ ὁ ε' γεννῶνται μὲν ἐξ οὐδενὸς [ἀριθμοῦ] συνδυασμοῦ, γεννῶσι δὲ ὁ μὲν

1 Titre : περὶ ἑξάδος. — 3 ποιεῖ] ποιεῖν conj. Hultsch. — 10 ὑπερέχεται] ὑπερέχεται <τουτέστι τῷ γ'> conj. Hiller. — 15 Titre : περὶ ἑβδομάδος.

espèces de nombres, le pair et l'impair, savoir 2 et 3, car l'unité n'est pas un nombre.

XLV. Le nombre six est un nombre parfait parce qu'il est égal à la somme de ses parties aliquotes, comme on l'a montré. C'est pour cela qu'on l'a appelé mariage, parce que l'œuvre du mariage produit des enfants semblables à leurs parents *. La médiété harmonique se constitue d'après ce premier nombre, car, si l'on en prend les quatre tiers 8 et le double 12, on aura la proportion harmonique des nombres 6, 8, 12; 8 surpasse l'un des extrêmes 6 et est surpassé par l'autre extrême 12, de la même fraction des extrêmes, qui est un tiers des extrêmes. Il donne aussi la médiété arithmétique en prenant 9 qui en est les 3/2 et 12 qui en est le double, car 9 surpasse un des extrêmes et est surpassé par l'autre, de la même quantité 3. Enfin, il produit la proportion géométrique quand, étant placé au milieu, on met d'un côté la moitié 3 et de l'autre le double 12, ce qui donne la proportion géométrique des nombres 3, 6, 12 : car alors 6 contient un des extrêmes 3 et est contenu dans l'autre, dans le même rapport 2.

XLVI. Un autre nombre de la décade, le nombre sept, est doué d'une propriété remarquable : c'est le seul qui n'engendre aucun nombre compris dans la décade et qui n'est engendré par aucun d'eux, ce qui a porté les Pythagoriciens à lui donner le nom de Minerve, parce que cette déesse n'a point été engendrée par une mère et n'a point été mère; elle ne provient d'aucune union et n'a été unie à personne. Parmi les nombres compris dans la décade, les uns engendrent et sont engendrés, par exemple, 4 multiplié par 2 engendre 8, et il est engendré par 2. D'autres sont engendrés mais n'engendrent pas, comme 6, qui est le produit de 2 par 3, mais qui n'engendre aucun des nombres de la décade; d'autres engendrent mais ne sont point engendrés, comme 3 et

7. Voy. la note XIV.

γʹ τὸν θʹ καὶ τὸν ϛʹ μετὰ δυάδος, ὁ δὲ εʹ γεννᾷ μετὰ δυάδος αὐτὸν τὸν ιʹ.

μόνος δὲ ὁ ζʹ οὔτε συνδυασθείς τινι γεννᾷ τινα τῶν ἐν τῇ δεκάδι οὔτε ἐκ συνδυασμοῦ γεννᾶται. ἑπόμενος δὲ τῇ φύσει καὶ ὁ Πλάτων ἐξ ἑπτὰ ἀριθμῶν συνίστησι τὴν ψυχὴν ἐν τῷ Τιμαίῳ..... ἡμέρα μὲν γὰρ καὶ νύξ, ὥς φησι Ποσειδώνιος, ἀρτίου καὶ περιττοῦ φύσιν ἔχουσι · μὴν δὲ καθ' ἑβδομάδας τέσσαρας συμπληροῦται, τῇ μὲν πρώτῃ ἑβδομάδι διχοτόμου τῆς σελήνης ὁρωμένης, τῇ δὲ δευτέρᾳ πλησισελήνου, τῇ δὲ τρίτῃ διχοτόμου, πάλιν δὲ τῇ τετάρτῃ σύνοδον ποιουμένης πρὸς ἥλιον καὶ ἀρχὴν ἑτέρου μηνός. αἵ τε αὐξήσεις καθ' ἑβδομάδα.

τὸ γοῦν βρέφος δοκεῖ τελειοῦσθαι ἐν ἑπτὰ ἑβδομάσιν, ὡς Ἐμπεδοκλῆς αἰνίττεται ἐν τοῖς Καθαρμοῖς. ἔνιοι δέ φασι τὰ ἄρρενα ἐν πέντε ἑβδομάσι τελειοῦσθαι, γονίμα δὲ γίνεσθαι ἐν ἑπτὰ μησί, γενόμενα δὲ ἐν ἑπτὰ μησὶν ὀδοντοφυεῖν, ἐκβάλλειν, τε τοὺς ὀδόντας ἐν ἑπτὰ ἔτεσι. σπέρμα δὲ καὶ ἥβη ἐν δευτέρᾳ ἑβδομάδι · γένεια δὲ ὡς ἐπίπαν ἐν τρίτῃ καὶ τὴν εἰς μῆκος αὔξην ἀπολαμβάνει, τὴν δ' εἰς πλάτος ἐν τετάρτῃ ἑβδομάδι.

αἵ τε κρίσεις τῶν νόσων ἐφ' ἡμέρας ἑπτά, καὶ ἡ βαρυτέρα κατὰ πάντας τοὺς περιοδικοὺς πυρετοὺς εἰς τὴν ἑβδόμην ἀπαντᾷ, καὶ ἐν τριταίῳ δὲ καὶ ἐν τεταρταίῳ. ἀπὸ τροπῶν δὲ ἐπὶ τροπὰς μῆνες ἑπτά · τό τε πλῆθος τῶν πλανωμένων ἑπτά · καὶ ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ ἰσημερίαν μῆνες ἑπτά · καὶ πόροι δὲ κεφαλῆς ἑπτά, καὶ σπλάγχνα ἑπτά, γλῶσσα, καρδία, πνεύμων, 5, qui ne sont engendrés par aucune combinaison de nombres, mais qui engendrent; savoir : 3 produit 9, et, multiplié par 2, produit 6, et 5 multiplié par 2 produit 10.

Sept est le seul nombre qui, multiplié par un autre, n'engendre aucun de ceux qui sont dans la décade, et qui n'est produit par la multiplication d'aucun nombre. Platon, dans le *Timée* *, imitant la nature, constitue l'âme de 7 nombres... Le jour et la nuit, dit Posidonius, ont la nature du pair et de l'impair... Le mois se compose de quatre semaines (*quatre* fois *sept* jours); dans la première semaine, la lune paraît divisée en deux; dans la seconde, elle devient pleine; dans la troisième, elle est divisée de nouveau, et, dans la quatrième, elle revient à la rencontre du soleil pour commencer un nouveau mois et croître la semaine suivante.

C'est en sept semaines que le fœtus paraît arriver à sa perfection, comme Empédocle le dit, à mots couverts, dans ses *Expiations*. Quelques-uns pensent que le fœtus mâle met cinq semaines à se perfectionner. C'est aussi dans le septième mois que les fœtus naissent viables. C'est dans le septième mois à partir de leur naissance que les enfants font leurs dents, et c'est à l'âge de sept ans qu'ils perdent leurs premières dents; c'est dans la seconde période de sept ans que la semence et la puberté font leur apparition, et le plus souvent c'est dans la troisième période que la barbe commence à croître. C'est alors aussi que l'homme acquiert sa taille, mais ce n'est que dans la quatrième période qu'il acquiert son embonpoint.

Il faut sept jours pour le diagnostic des maladies, et dans toutes les fièvres périodiques, même dans la fièvre tierce et dans la fièvre quarte, le septième jour est le plus grave. D'une conversion tropicale du soleil à l'autre il y a sept mois, et les planètes sont au nombre de sept. Pareillement, d'un équi-

7 Le *Timée* p. 35 B.

ἧπαρ, σπλήν, νεφροὶ δύο· Ἡρόφιλος δὲ τὸ τῶν ἀνθρώπων ἔντερον πηχῶν εἶναί φησι κη', ὅ ἐστι τέσσαρες ἑβδομάδες· οἵ τε εὔριποι τὸ πλεῖστον ἑπτάκις τῆς ἡμέρας μεταβάλλουσιν.

μζ. ἡ δὲ ὀγδοάς, ἥτις ἐστὶ πρῶτος κύβος, συντίθεται ἔκ τε μονάδος <καὶ ἑπτάδος>. ἔνιοι δέ φασιν ὀκτὼ τοὺς πάντων κρατοῦντας εἶναι θεούς, ὡς καὶ ἐν τοῖς Ὀρφικοῖς ὅρκοις ἔστιν εὑρεῖν·

καὶ μὴν ἀθανάτων γεννήτορας αἰὲν ἐόντων
πῦρ καὶ ὕδωρ γαῖάν τε καὶ οὐρανὸν ἠδὲ σελήνην
ἠέλιόν τε Φανῆ τε μέγαν καὶ νύκτα μέλαιναν.

ἐν δὲ Αἰγυπτιακῇ στήλῃ φησὶν Εὔανδρος εὑρίσκεσθαι γραφὴν βασιλέως Κρόνου καὶ βασιλίσσης Ῥέας· « πρεσβύτατος βασιλεὺς πάντων Ὄσιρις θεοῖς ἀθανάτοις πνεύματι καὶ οὐρανῷ καὶ γῇ καὶ νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ καὶ πατρὶ τῶν ὄντων καὶ ἐσομένων Ἔρωτι μνημεῖα τῆς αὐτοῦ ἀρετῆς <καὶ> βίου συντάξεως. » Τιμόθεός φησι καὶ παροιμίαν εἶναι τὴν « πάντα ὀκτὼ » διὰ τὸ τοῦ κόσμου τὰς πάσας ὀκτὼ σφαίρας περὶ γῆν κυκλεῖσθαι, καθά φησι καὶ Ἐρατοσθένης·

ὀκτὼ δὴ τάδε πάντα σὺν ἁρμονίῃσιν ἀρήρει,
ὀκτὼ δ' ἐν σφαίρῃσι κυλίνδετο κύκλῳ ἰόντα
.... ἐνάτην περὶ γαῖαν.

μη. ὁ δὲ τῶν ἐννέα πρῶτός ἐστι τετράγωνος ἐν περιττοῖς. πρῶτοι γάρ εἰσιν ἀριθμοὶ δυὰς καὶ τριάς, ἡ μὲν ἀρτίων, ἡ δὲ περιττῶν· διὸ καὶ πρώτους τετραγώνους ποιοῦσιν, ὁ μὲν δ', ὁ δὲ θ'.

1 Boulliau, d'après la leçon de quelques mss., supprime γλῶσσα et ajoute ἔντερον. Chalcidius et Macrobe autorisent la leçon adoptée par Hiller : « *Vitalia quoque paris numeri (septem), lingua, pulmo, cor, lien, hepar, duo renes* (Chalc. *in Timaeum*, XXXVII) »... « *Lingua, cor, pulmo, jacur, lien, renes duo* (Macr. *In somnium Scipionis*, I, IV, p. 29 de l'éd. Nisard). » Nous traduisons cependant d'après le texte de Boulliau. — 4 Titre : περὶ ὀγδοάδος. — 5 < καὶ ἑπτάδος > Boulliau. — 15 < καὶ > conj. Hiller. — 22 Titre : περὶ ἐννεάδος.

noxe à l'autre, on compte sept mois *. La tête à sept ouvertures. Il y a sept viscères, le cœur, le poumon, le foie, la rate, les deux reins et l'intestin. Hérophile dit que l'intestin de l'homme a vingt-huit coudées de long, c'est-à-dire quatre fois sept coudées. Enfin, dans la plupart des détroits, le flux et le reflux se font sentir sept fois par jour *.

XLVII. Le nombre huit qui est le premier cube se compose de l'unité et du septenaire. Quelques-uns disent qu'il y a huit dieux maîtres de l'univers et c'est aussi ce qu'on voit dans les serments d'Orphée :

Par les créateurs des choses à jamais immortelles :
le feu et l'eau, la terre et le ciel, la lune
et le soleil, le grand Phanès et la nuit noire.

Et Évandre rapporte qu'en Égypte on trouve sur une colonne une inscription du roi Saturne et de la reine Rhéa : « Le plus ancien de tous, le roi Osiris, aux dieux immortels, à l'esprit, au ciel et à la terre, à la nuit et au jour, au père de tout ce qui est et de tout ce qui sera et à l'Amour, souvenir de la magnificence de l'ordre de sa vie. » Timothée rapporte aussi le proverbe : huit est tout, parce que les sphères du monde qui tournent autour de la terre sont au nombre de huit. Et, comme dit Ératosthène :

« Ces huit sphères s'harmonisent ensemble en faisant leurs révolutions autour de la terre. »

XLVIII. Le nombre neuf est le premier carré parmi les impairs : les deux premiers nombres sont 2 et 3, l'un pair, l'autre impair, qui donnent les deux premiers carrés 4 et 9.

1 D'une conversion tropicale du soleil à l'autre, et d'un équinoxe à l'autre, il n'y a que six mois. Il faut donc comprendre ainsi la pensée de Théon : parti d'un tropique ou d'un équinoxe, la soleil atteint l'autre tropique ou l'autre équinoxe le septième mois. — 6 Voy. la note XV.

μθ. ἡ μέντοι δεκὰς πάντα περαίνει τὸν ἀριθμόν, ἐμπεριέχουσα πᾶσαν φύσιν ἐντὸς αὐτῆς, ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ κινουμένου τε καὶ ἀκινήτου ἀγαθοῦ τε καὶ κακοῦ · περὶ ἧς καὶ Ἀρχύτας ἐν τῷ περὶ τῆς δεκάδος καὶ Φιλόλαος ἐν τῷ περὶ **φύσιος** πολλὰ διεξιάσιν.

<Περὶ μεσοτήτων>

ν. ἐπανιτέον δὲ ἐπὶ τὸν τῶν ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον. μεσότητές εἰσι πλείονες, γεωμετρικὴ ἀριθμητικὴ ἁρμονικὴ ὑπεναντία πέμπτη ἕκτη. λέγονται δὲ καὶ ἄλλαι πάλιν ἓξ ταύταις ὑπεναντίαι. τούτων δέ φησιν ὁ Ἄδραστος μίαν τὴν γεωμητρικὴν κυρίως λέγεσθαι καὶ ἀναλογίαν καὶ πρώτην · ταύτης μὲν γὰρ αἱ ἄλλαι προσδέονται, αὐτὴ δ' ἐκείνων οὐχί, ὡς ὑποδείκνυσιν ἐν τοῖς ἐφεξῆς. κοινότερον δέ φησι καὶ τὰς ἄλλας μεσότητας ὑπ' ἐνίων καλεῖσθαι ἀναλογίας.

τῶν δὲ κυρίως λεγομένων ἀναλογιῶν, τουτέστι τῶν γεωμετρικῶν, αἱ μέν εἰσιν ἐν ῥητοῖς ὅροις τε καὶ λόγοις, ὡς ιβ′ ς′ γ′, εἰσὶ γὰρ ἐν λόγοις διπλασίοις, καὶ ὅσαι τοιαῦται αἵτινές εἰσιν ἐν ἀριθμοῖς, αἱ δὲ ἐν ἀρρήτοις τε καὶ ἀλόγοις ἤτοι μεγέθεσιν ἢ βάρεσιν ἢ χρόνοις ἤ τισιν ἄλλοις διπλασίοις ἢ τριπλασίοις ἤ τισι τοιούτοις πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις. γεωμετρικὴ μὲν γάρ, ὡς ἔφαμεν, μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη · ἀριθμητικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, ἁρμονικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη.

XLIX. La décade complète la série des nombres, comprenant en elle-même la nature du pair et de l'impair, de ce qui est en mouvement et de ce qui est immuable, du bien et du mal. Archytas, dans son livre *Sur la décade,* et Philolaüs, dans son traité *De la nature*, se sont longuement étendus sur ce sujet.

Des médiétés

L. Revenons maintenant aux proportions et aux médiétés. Il y a plusieurs médiétés : la géométrique, l'arithmétique, l'harmonique, la souscontraire, la cinquième et la sixième, auxquelles il faut ajouter six autres qui leur sont souscontraire. Or, de toutes ces médiétés, Adraste dit que la géométrique est la seule qui soit une vraie proportion et que c'est la première, car toutes les autres en ont besoin, tandis qu'elle-même n'a aucun besoin des autres, comme il le montre ensuite. Il dit que les autres médiétés reçoivent de quelques-uns le nom plus général de proportion.

Parmi les proportions proprement dites, c'est-à-dire géométriques, les unes ont les termes et les rapports rationnels, comme la proportion 12, 6, 3, dont les termes sont en raison double, ou toute autre proportion numérique ; les autres ont des termes inexprimables et irrationnels [grandeurs, poids, temps ou autres], en raison double, triple, et en général multiple ou sesquipartielle. Dans la médiété géométrique, le moyen terme, comme nous l'avons dit, est contenu dans un extrême et contient l'autre dans le même rapport ($a : b = b : c$). Dans la médiété arithmétique, le moyen terme est surpassé par un extrême et surpasse l'autre, du même nombre ($a - b = b - c$). Enfin, dans la médiété harmonique, le moyen terme est surpassé par un extrême et surpasse l'autre de la même partie des extrêmes *.

31 Si $a - b = ma$, on a aussi $b - c = mc$, d'où $a - b : b - c = a : c$.

να. δείκνυσι δὲ ὅτι ὁ τῆς ἰσότητος λόγος ἀρχηγὸς καὶ πρῶτός ἐστι καὶ στοιχεῖον πάντων τῶν εἰρημένων λόγων καὶ τῶν κατ' αὐτοὺς ἀναλογιῶν · ἐκ πρώτου γὰρ τούτου πάντα συνίσταται καὶ εἰς τοῦτον ἀναλύεται τά τε τῶν λόγων καὶ τὰ τῶν ἀναλογιῶν.

ὁ δὲ Ἐρατοσθένης φησὶν ὅτι πᾶς μὲν λόγος ἢ κατὰ διάστημα ἢ κατὰ τοὺς ὅρους αὔξεται · τῇ δὲ ἰσότητι συμβέβηκε διαστήματος μὴ μετέχειν · εὔδηλον δὲ ὅτι κατὰ τοὺς ὅρους μόνους αὐξηθήσεται. λαβόντες δὴ τρία μεγέθη καὶ τὴν ἐν τούτοις ἀναλογίαν κινήσομεν τοὺς ὅρους. καὶ δείξομεν ὅτι πάντα τὰ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐξ ἀναλογίας ποσῶν τινων σύγκειται καὶ ἔστιν αὐτῶν ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον ἡ τῆς ἀναλογίας φύσις.

τὰς δὲ ἀποδείξεις ὁ μὲν Ἐρατοσθένης φησὶ παραλείψειν. ὁ δὲ Ἄδραστος γνωριμώτερον δείκνυσιν, ὅτι τριῶν ἐκτεθέντων ὅρων ἐν ᾗ δήποτε ἀναλογίᾳ, ἐὰν τρεῖς ἕτεροι ληφθῶσιν ἐκ τούτων πεπλασμένοι ὁ μὲν τῷ πρώτῳ ἴσος, ὁ δὲ σύνθετος ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δ' ἐξ ἑνὸς πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου, οἱ ληφθέντες οὕτως πάλιν ἔσονται ἀνάλογον.

καὶ ἐκ τῆς ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίας γεννᾶται ἡ ἐν διπλασίοις ἀναλογία, ἐκ δὲ τῆς ἐν διπλασίοις ἡ ἐν τριπλασίοις, ἐκ δὲ ταύτης ἡ ἐν τετραπλασίοις, καὶ ἑξῆς οὕτως αἱ ἐν τοῖς ἄλλοις πολλαπλασίοις · οἷον ἐκκείσθω ἐν τρισὶν ὅροις ἴσοις ἐλαχίστοις ἀναλογία ἡ τῆς ἰσότητος, τουτέστιν ἐν μονάσι τρισίν. ἀλλὰ καὶ εἰλήφθωσαν ἄλλοι τρεῖς ὅροι τὸν εἰρημένον τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, <ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων> καὶ τρίτου · γενήσεται α' β' δ', ἅ ἐστιν ἐν λόγῳ διπλασίῳ.

1 Titre : περὶ ἰσότητος, ὅτι ἀρχὴ ἀναλογιῶν, καὶ πῶς γίνεται πολλαπλασία (de l'égalité, qu'elle est le principe des proportions, et comment elle donne la proportion multiple). — 12 ἀναλογίας] ἰσότητος conj. Hiller. — 17 δύο δευτέρων] δὶς δευτέρου conj. Boulliau.

LI. Adraste montre que la raison d'égalité est la première en ordre, et que c'est l'élément de toutes les raisons dont nous avons parlé précédemment et de toutes les proportions qu'elles donnent. Car c'est d'elle que naissent toutes les autres et c'est en elle qu'elles se résolvent toutes.

Ératosthène dit aussi que toute raison s'accroît ou par un intervalle ou par les termes : or l'égalité a cela de propre qu'elle n'est susceptible d'aucun intervalle, et il est bien évident qu'elle ne peut s'accroître que par les termes. Prenant donc trois grandeurs avec la proportion qui s'y trouve, nous en combinerons les termes et nous montrerons que toutes les mathématiques consistent dans la proportion de certaines quantités et que l'égalité en est le principe et l'élément.

Érastosthène dit qu'il omettra les démonstrations mais Adraste montre clairement que « trois termes quelconques étant donnés en proportion continue, si on en prend trois autres formés de ceux-là, l'un égal au premier, un autre composé du premier et du second, un autre enfin composé du premier, de deux fois le second et du troisième, ces nouveaux termes seront encore en proportion continue * ».

De la proportion dont les termes sont égaux, il naît ainsi une proportion en raison double, de la proportion en raison double naît la proportion en raison triple, celle-ci produit la proportion en raison quadruple et ainsi de suite, selon les autres multiples. Soit, par exemple, en trois termes égaux les plus petits possibles, c'est-à-dire en trois unités, la proportion d'égalité (1, 1, 1); si l'on prend trois autres termes de la manière qui a été indiquée, l'un formé du premier seul, l'autre composé du premier et du second, le dernier composé du

20 Soient en effet, a, b, c, les trois termes donnés en proportion continue : on a $b^2 = ac$. Les trois termes obtenus d'après la règle d'Adraste, sont a, $a+b$ et $a+2b+c$; le carré du moyen terme est $a^2 + 2ab + b^2$ et le produit des extrêmes est $a^2 + 2ab + ac$. Mais $b^2 = ac$ par hypothèse, donc le carré du moyen terme est égal au produit des extrêmes et les trois nouveaux termes sont en proportion continue.

πάλιν ἐκ τούτων συνεστάτωσαν ἕτεροι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου · ἔσται α΄ γ΄ θ΄, ἅ ἐστιν ἐν λόγῳ τριπλασίῳ. ἐκ δὲ τούτων ὁμοίως συστήσονται α΄ δ΄ ις΄ ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ, καὶ ἐκ τούτων α΄ ε΄ κε΄ ἐν λόγῳ πενταπλασίῳ, καὶ ἑξῆς οὕτως ἐπ' ἄπειρον ἐν τοῖς ἐχομένοις πολλαπλασίοις.

α	α	α
α	β	δ
α	γ	θ
α	δ	ις
α	ε	κε
α	ς	λς
α	ζ	μθ
α	η	ξδ
α	θ	πα
α	ι	ρ

ἐκ δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀνάπαλιν τεθέντων [α΄ α΄ α΄] καὶ ὁμοίως πλαττομένων οἱ ἐπιμόριοι λόγοι <καὶ αἱ> ἐν τούτοις συστήσονται ἀναλογίαι, ἐκ μὲν τῶν διπλασίων ἡμιόλιοι, ἐκ δὲ τῶν τριπλασίων οἱ ἐπίτριτοι, ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων ἐπιτέταρτοι, καὶ ἀεὶ ἑξῆς οὕτως. οἷον ἔστω ἀναλογία κατὰ τὸν διπλάσιον λόγον ἐν τρισὶν ὅροις, τοῦ μείζονος κειμένου πρώτου, καὶ πεπλάσθωσαν ἕτεροι τρεῖς ἐκ τούτων τὸν εἰρημένον τρόπον · δ΄ β΄ α΄ · οἱ δὲ ἐξ αὐτῶν γενήσονται δ΄ ς΄ θ΄ · γίνεται ἀνάλογον ἐν ἡμιολίοις.

πάλιν ἔστωσαν τρεῖς ὅροι ἀνάλογον ἐν τριπλασίοις θ΄ γ΄ α΄ · συστήσονται τὸν αὐτὸν τρόπον ἐκ τούτων ὅροι τρεῖς ἀνάλογον

3 δύο δευτέρων] δὶς δευτέρου conj. Boulliau.

premier, de deux fois le second et du troisième, on aura les termes 1, 2, 4, qui sont en raison double.

Avec ceux-ci, formons-en de nouveaux par la même méthode, le premier sera égal au premier, le second sera composé du premier et du second, le troisième le sera du premier, de deux fois le second et du troisième, et les termes seront 1, 3, 9, en raison triple. Par la même méthode, on formera avec ces nombres les termes 1, 4, 16, qui sont en raison quadruple, et avec ceux-ci, les termes 1, 5, 25, en raison quintuple, et ainsi à l'infini, en suivant l'ordre des multiples.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16
1	5	25
1	6	36
1	7	49
1	8	64
1	9	81
1	10	100

Si maintenant on dispose inversement les proportions multiples et qu'on additionne les termes de la même manière, on obtiendra des proportions en raison sesquipartielle : les doubles donneront, en effet le rapport hémiole ou sesquialtère $(1 + 1/2)$, les triples donneront le rapport épitrite ou sesquitierce $(1 + 1/3)$, les quadruples le rapport sesquiquarte, $(1 + 1/4)$, et, ainsi de suite. Soit donnée, par exemple, la proportion en raison double, à trois termes, et soit le plus grand terme placé le premier 4, 2, 1 ; avec ces termes formons-en de nouveaux selon la méthode indiquée, nous en déduirons 4, 6, 9, qui est une proportion continue dont le rapport est sesquialtère.

Soient de même les trois termes en proportion triple 9, 3, 1 ; nous en déduirons de la même manière les trois termes proportionnels en raison sesquitierce 9, 12, 16. Avec les quadruples, nous obtiendrons les termes en raison sesquiquarte ἐν ἐπιτρίτοις θ′ ιβ′ ις′. ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων συστήσονται ἐν ἐπιτετάρτοις ις′ κ′ κε′, καὶ οὕτως ἀεὶ ἐκ τῶν ἐχομένων οἱ ἑξῆς ὁμώνυμοι.

δ	β	α	δ	ς	θ
θ	γ	α	θ	ιβ	ις
ις	δ	α	ις	κ	κε
κε	ε	α	κε	λ	λς
λς	ς	α	λς	μβ	μθ
μθ	ζ	α	μθ	νς	ξδ
ξδ	η	α	ξδ	οβ	πα
πα	θ	α	πα	ϟ	ρ

ἐκ δὲ τῶν ἐπιμορίων οἵ τ' ἐπιμερεῖς καὶ οἱ πολλαπλασιεπιμόριοι, πάλιν δ' ἐκ τῶν ἐπιμερῶν ἕτεροί τε ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς · ὧν τὰ μὲν πλεῖστα παραλειπτέον οὐκ ἀναγκαῖα ὄντα, μικρὰ δὲ θεωρητέον. ἐκ μὲν γὰρ τῆς ἐν ἡμιολίοις ἀναλογίας τὸν εἰρημένον τρόπον ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου συνίσταται ἀναλογία ἐν ἐπιμερέσι λόγοις δισεπιτρίτοις · οἷον θ′ ς′ δ′ · ἐκ δὲ τούτων κατὰ τὴν εἰρημένην μέθοδον συνίσταται θ′ ιε′ κε′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ὅρου ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἀναλογία, τουτέστιν ἡ διπλασιημιόλιος. οἷον ἐκκείσθω δ′ ς′ θ′ · ἐκ τούτων κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον δ′ ι′ κε′.

ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτρίτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται ἐπιμερὴς ἀναλογία ἡ τρισεπιτέταρτος. οἷον ἐκ τῆς τῶν ις′ ιβ′ θ′ ἔσται ις′ κη′ μθ′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἀναλογία <ἡ> διπλασιεπίτριτος ἐν τοῖς θ′ κα′ μθ′. ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτετάρτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ὅρου <ἀρχομένων> ἐπιμερὴς ἔσται ἀναλογία ἡ τετράκις ἐπίπεμπτος · οἷον [ὁ] ἐκ τῆς κε′ κ′ ις′ ἔσται κε′ με′ πα′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἡ διπλασιεπιτέταρτος · <οἷον> ἀπὸ τῶν ις′ κ′ κε

16, 20, 25, et ainsi de suite; nous aurons toujours le rapport sesquipartiel $(1 + 1/n)$ correspondant au multiple (n) *.

4	2	1
9	3	1
16	4	1
25	5	1
36	6	1
49	7	1
64	8	1
81	9	1

4	6	9
9	12	16
16	20	25
25	30	36
36	42	49
49	56	64
64	72	81
81	90	100

De même, les rapports sesquipartiels $(1 + 1/n)$ nous donnent les rapports épimères $(1 + \frac{m}{m+n})$ et les rapports multisuperpartiels $(a + 1/n)$; et de nouveau les rapports épimères $(1 + \frac{m}{m+n})$ nous donnent d'autres rapports épimères et des rapports polyépimères $(a + \frac{m}{m+n})$. Nous devons omettre la plupart de ces rapports comme peu nécessaires; il nous faut cependant en considérer quelques-uns. Avec la proportion de raison sesquialtère $(1 + 1/2)$, en commençant par le plus grand terme, on obtient par la méthode indiquée une proportion dont la raison épimère est $1 + 2/3$; ainsi la proportion 9, 6, 4 donne par la méthode d'Adraste 9, 15, 25; et, en commençant par le plus petit terme on obtient la proportion dont la raison multisuperpartielle est $2 + 1/2$: on donne 4, 6, 9, on en conclut par la même méthode 4, 10, 25.

Et de la proportion dont le rapport est sesquitierce $(1 + 1/3)$, en commençant par le plus grand terme, on tirera la proportion de raison épimère $1 + 3/4$. On a, en effet, la proportion 16, 12, 9, qui donne 16, 28, 49, et en commençant par le plus petit terme, on aura la proportion de raison multisuperpartielle $2 + 1/3$ dans ces termes 9, 21, 49. Avec la proportion de raison sesquiquarte $(1 + 1/4)$, en commençant

2 Soit en général la proportion continue n^2, n, 1, dont la raison est n. La nouvelle proportion continue obtenue par la règle d'Adraste sera formée des termes n^2, $n^2 + n$, $n^2 + 2n + 1$; la raison est $1 + 1/n$.

ἔσται ἡ ἐν τοῖς ις′ λς′ πα′. καὶ ἡ τάξις οὕτω πρόεισιν ἐπ' ἄπειρον. καὶ ἀπὸ τούτων δὲ ἄλλοι πλάσσονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, περὶ ὧν οὐκ ἀναγκαῖον μηκύνειν τὸν λόγον.

νβ. πᾶσαι δ' αἱ τοιαῦται ἀναλογίαι καὶ οἱ ἐν αὐταῖς λόγοι πάντες, καθάπερ συνεστᾶσιν ἐκ πρώτου τοῦ τῆς ἰσότητος λόγου, οὕτως καὶ ἀναλύονται εἰς ἔσχατον τοῦτον. ἂν γὰρ ἐξ ὁποιασοῦν ἀναλογίας ἐν τρισὶν ὅροις ἀνίσοις οὕτως ἀφελόντες ἀπὸ μὲν τοῦ μέσου τὸν ἐλάχιστον, ἀπὸ δὲ τοῦ μεγίστου τόν τε ἐλάχιστον καὶ δύο τοιούτους ὁποῖος ἐλείφθη τοῦ μέσου ἀφαιρεθέντος ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἐλαχίστου τοὺς γενομένους τάξωμεν ἐφεξῆς, πρῶτον μὲν αὐτὸν τὸν ἐλάττονα, ἔπειτα τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου λειφθέντα καὶ τελευταῖον τὸν ἀπολειφθέντα τοῦ ἐσχάτου, ἡ διαλυθεῖσα οὕτως ἀναλογία ἀναλυθήσεται εἰς τὴν πρὸ αὐτῆς ἐξ ἧς συνέστη. τούτου δ' ἀεὶ γινομένου ἐλεύσεται ἡ ἀνάλυσις ἐπ' ἐσχάτην τὴν τῆς ἰσότητος ἀναλογίαν, ἐξ ἧς πρώτης ἅπασαι συνέστησαν · αὐτὴ δὲ οὐκέτι εἰς ἄλλην, ἀλλὰ μόνον εἰς τὸν τῆς ἰσότητος λόγον.

Ἐρατοσθένης δὲ ἀποδείκνυσιν, ὅτι καὶ τὰ σχήματα πάντα ἔκ τινων ἀναλογιῶν συνέστηκεν ἀρχομένων τῆς συστάσεως ἀπὸ ἰσότητος καὶ ἀναλυομένων εἰς ἰσότητα · περὶ ὧν τὰ νῦν λέγειν οὐκ ἀναγκαῖον.

Περὶ σχημάτων

νγ. τὰ δὲ αὐτὰ εὑρεθήσεται καὶ ἐπὶ σχημάτων. ὧν πρῶτόν ἐστιν ἡ στιγμή, ὅ ἐστι σημεῖον ἀμέγεθες καὶ ἀδιάστατον,

4 Titre : ὅτι ἀναλύονται αἱ ἀναλογίαι εἰς ἰσότητα (que les proportions se résolvent en égalité).

par le plus grand terme, on trouvera la proportion de raison épimère $1 + 4/5$. La proportion 25, 20, 16, donne, en effet, 25, 45, 81 ; et, en commençant par le plus petit terme, on en déduira la proportion de raison multisuperpartielle $2 + 1/4$. Ainsi, des termes 16, 20, 25, on déduit 16, 36, 81 ; et on peut continuer ainsi à l'infini, en sorte qu'au moyen de ces proportions, on peut en former d'autres par la même méthode. Nous n'avons pas besoin de développer davantage ce sujet.

LII. De même que toutes ces proportions et toutes leurs raisons se composent de la première raison d'égalité, de même aussi elles se résolvent définitivement en elle. En effet, si une proportion quelconque, à trois termes inégaux, étant donnée, nous soustrayons du moyen terme le plus petit, et du plus grand le plus petit et deux fois le moyen diminué du plus petit, si ensuite nous mettons en ordre les termes ainsi obtenus, nous aurons pour premier terme le même plus petit, puis pour second l'excès du moyen sur le plus petit et enfin pour troisième ce qui est resté du plus grand, la proportion qui résultera de cette décomposition sera celle-là même qui a donné naissance à la nouvelle proportion. Quand on aura répété cette décomposition, on arrivera à la proportion d'égalité qui est la première origine de toutes les proportions et qui elle-même ne peut se résoudre en aucune autre, mais seulement dans la raison d'égalité.

Ératosthène démontre que toutes les figures résultent de quelque proportion, que pour les construire il faut partir de l'égalité et qu'elles se résolvent en égalité. Il n'est pas nécessaire de nous étendre davantage sur ce sujet.

Des Figures

LIII. Nous trouverons les mêmes résultats dans les figures dont la première est le point, qui est un signe sans étendue, sans dimension, étant le terme d'une ligne et tenant la même place que l'unité (dans les nombres). La grandeur qui n'a γραμμῆς πέρας, οἷον μονὰς θέσιν ἔχουσα. τοῦ δὲ μεγέθους τὸ μὲν ἐφ' ἓν διαστατόν τε καὶ διαίρετον γραμμή, μῆκος οὖσα ἀπλατές · τὸ δ' ἐπὶ δύο ἐπίπεδον, μῆκος ἔχον καὶ πλάτος · τὸ δ' ἐπὶ τρία στερεόν, μῆκός τε καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον. περιέχεται δὲ καὶ περαίνεται τὸ μὲν στερεὸν ὑπὸ ἐπιπέδων, τὸ δ' ἐπίπεδον ὑπὸ γραμμῶν, ἡ δὲ γραμμὴ ὑπὸ στιγμῶν.

τῶν δὲ γραμμῶν εὐθεῖα μέν ἐστιν ὀρθὴ καὶ οἷον τεταμένη, ἥτις δύο δοθέντων σημείων μεταξὺ ἐλαχίστη ἐστὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν καὶ ἐξ ἴσου τοῖς ἑαυτῆς σημείοις κειμένη · καμπύλη δὲ ἡ μὴ οὕτως ἔχουσα. διαφέρει δὲ καὶ ἐπίπεδον ἐπιφανείας παραπλησίως. ἐπιφάνεια μὲν γάρ ἐστι παντὸς στερεοῦ σώματος κατὰ δύο διαστάσεις μήκους καὶ πλάτους ἐπιφαινόμενον πέρας. ἐπίπεδον δέ ἐστιν ὀρθὴ ἐπιφάνεια · ἧς ἐπειδὰν δύο σημείων ἅψηται εὐθεῖα, ὅλη αὐτῷ ἐφαρμόζεται. παράλληλοι δέ εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν, ἀλλὰ τηροῦσιν ἐν παντὶ τὴν διάστασιν.

τῶν δὲ σχημάτων ἐπίπεδα μέν εἰσι τὰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πάσας ἔχοντα τὰς γραμμάς · καὶ εὐθύγραμμα μὲν τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, οὐκ εὐθύγραμμα δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ εὐθυγράμμων σχημάτων τὰ μὲν τρισὶ περιεχόμενα πλευραῖς τρίπλευρα καλεῖται, τὰ δὲ τέτταρσι τετράπλευρα, τὰ δὲ πλείοσι πολύγωνα.

τῶν δὲ τετραπλεύρων τὰ παραλλήλους ἔχοντα τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἑκατέρας παραλληλόγραμμα καλεῖται. τούτων δὲ ὀρθογώνια μὲν τὰ τὰς γωνίας ἔχοντα ὀρθάς · ὀρθαὶ δέ εἰσι γωνίαι, ἅστινας εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἐφεστῶσα δύο ἴσας παρ' ἑκάτερα ἀποτελεῖ. τῶν δὲ ὀρθογωνίων παραλληλογράμμων ἕκαστον πε-

2 οὖσα] ἔχουσα conj. Hiller.

qu'une dimension et n'est divisible que d'une manière, est la ligne, qui est une longueur sans largeur; la grandeur étendue dans deux sens, est une surface, elle a longueur et largeur; la grandeur ayant trois dimensions, est le solide, qui a longueur, largeur et hauteur. Or, le solide est compris et limité entre des surfaces, la surface est limitée par des lignes et la ligne limitée par des points.

Parmi les lignes, la ligne droite est celle qui est directe et comme tendue, c'est celle qui, entre deux points donnés, est la plus courte de toutes celles qui ont les mêmes extrémités et qui est étendue également entre tous ses points. La ligne courbe est celle qui n'a pas cette propriété. La même différence se retrouve entre le plan et la surface (courbe). En effet, la surface est le terme apparent de tout corps solide, suivant deux dimensions, longueur et largeur. Or le plan est une surface droite telle que si une ligne droite la touche en deux points, elle coïncide avec elle dans toute sa longueur. Des lignes droites sont parallèles quand, prolongées à l'infini sur un même plan, elles ne se rencontrent pas et gardent toujours entre elles la même distance.

Les figures planes sont celles dont toutes les lignes sont dans un même plan. Les figures rectilignes sont celles qu'entourent des lignes droites et les figures non rectilignes n'ont pas cette propriété. Parmi les figures planes et rectilignes, celles qui sont comprises entre trois côtés sont appelées trilatérales. Celles de quatre côtés sont appelées quadrilatères; on appelle polygones celles qui sont comprises entre un plus grand nombre de lignes droites.

Parmi les quadrilatères, ceux qui ont les côtés opposés parallèles sont appelés parallélogrammes, et les parallélogrammes qui ont les angles droits sont appelés rectangles. Les angles sont droits quand une ligne droite en rencontre une autre en formant avec elle deux angles adjacents égaux. Chaque parallélogramme rectangle est dit proprement compris sous les côtés qui forment l'angle droit, et parmi ces ριέχεσθαι λέγεται ἰδίως ὑπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν· καὶ τῶν τοιούτων τὰ μὲν τὰς τέσσαρας πλευρὰς ἴσας ἔχοντα ἰδίως λέγεται τετράγωνα, τὰ δὲ μὴ τοιαῦτα ἑτερομήκη.

νδ. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν στερεῶν τὰ μὲν ὑπὸ ἐπιπέδων παραλληλογράμμων πάντων ἓξ ὄντων περιεχόμενα παραλληλεπίπεδα καλεῖτα, τὰ δὲ καὶ ὑπὸ ὀρθογωνίων τούτων ὀρθογώνια. τούτων δὲ τὰ μὲν πάντη ἰσόπλευρα, τουτέστιν ἴσον ἔχοντα τὸ μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος, ὑπὸ τετραγώνων ἴσων πάντων περιεχόμενα, κύβοι · τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον ἔχοντα, τουτέστι τὰς βάσεις τετραγώνους, τὸ δὲ ὕψος ἔλαττον, πλινθίδες · τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος μεῖζον, δοκίδες · τὰ δὲ πάντη ἀνισόπλευρα σκαληνά.

<Περὶ τῶν μεσοτήτων δυνάμεων>

ἀκριβέστερον δὲ περὶ τῶν μεσοτήτων λεκτέον, ἐπειδὴ καὶ ἀναγκαιοτάτη εἰς τὰ Πλατωνικὰ ἡ τούτων θεωρία. ἁπλῶς μὲν οὖν μεσότης ἐστίν, ἐπειδὰν δύο ὅρων ὁμογενῶν ἀνίσων μεταξύ τις ὁμογενὴς ἕτερος ὅρος ληφθῇ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ πρώτου καὶ μείζονος ὅρου παρὰ τὸν ληφθέντα πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου παρὰ τὸν ἐλάττονα, οὕτως τὸν πρῶτον ὅρον ἤτοι πρὸς ἑαυτὸν ἢ πρός τινα τῶν ἄλλων ἢ ἀνάπαλιν τὸν ἐλάττονα πρός τινα τῶν ἄλλων.

νε. ἐπὶ μέρους δὲ ἀριθμητικὴ μέν ἐστι μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν ὑπερέχουσα, ὑφ' οὗ δὲ ὑπερεχομένη · οἷον γ' β' α' · ὁ γὰρ τῶν β' ἀριθμὸς μονάδι ὑπερέχει τοῦ ἑνὸς καὶ μονάδι ὑπερέχεται ὑπὸ τοῦ γ'. συμβέ-

3 ἑτερομήκη] προμήκη conj. J D. — 5 Titre : περὶ στερεῶν (des solides). — 24 Titre : τίς ἡ ἀριθμητικὴ μεσότης (de la médiété arithmétique).

rectangles ceux qui ont les quatre côtés égaux sont appelés proprement carrés. Ceux qui ne sont pas dans ce cas sont appelés promèques *.

LIV. Parmi les solides, les uns sont compris sous des parallélogrammes plans, au nombre de 6, et sont appelés parallélipipèdes. D'autres sont compris sous des rectangles et sont appelés parallélipipèdes rectangles. De ceux-ci, les uns sont équilatéraux dans tous les sens, c'est-à-dire que la longueur, la largeur et la hauteur sont égales et qu'ils sont compris sous des carrés égaux, ils sont appelés cubes. Ceux qui ont la longueur et la largeur égales, c'est-à-dire les bases carrées, mais dont la hauteur est moindre, sont appelés plinthes ou carreaux. Ceux dont la longueur est égale à la largeur, mais dont la hauteur est plus grande, sont appelés docides ou poutrelles. Enfin, ceux qui ont les trois dimensions inégales, sont appelés parallélipipèdes scalènes.

Propriétés des médiétés

Nous avons maintenant à parler plus en détail des médiétés dont la théorie est indispensable pour comprendre les écrits de Platon. Il y a médiété quand, entre deux termes homogènes inégaux, on prend un autre terme homogène tel que l'excès du premier, qui est en même temps le plus grand, sur ce terme moyen, soit à l'excès de celui-ci sur le plus petit, comme le premier terme est à lui-même ou à l'un des deux autres, ou bien comme le plus petit est à l'un des deux autres.

LV. En particulier, la médiété arithmétique est celle ou le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre d'un même nombre, comme dans la proportion 3, 2, 1. En effet, le nombre 2 surpasse 1 d'une unité et est aussi surpassé par 3 d'une unité. Ce moyen terme a la propriété d'être la

3 Voyez la définition des nombres promèques, I, XVII, p. 51.

βηκε δὲ ταύτῃ τῇ μεσότητι πρὸς τὴν τῶν ἄκρων σύνθεσιν ὑποδιπλασίῳ εἶναι · ἥ τε γὰρ τριὰς καὶ ἡ μονὰς συντεθεῖσαι τὴν τετράδα ἐποίησαν, ἥτις διπλασία ἐστὶ τοῦ μέσου ἀριθμοῦ τῆς δυάδος.

νς. γεωμετρικὴ δέ ἐστι μεσότης ἡ καὶ ἀναλογία κυρίως λεγομένη ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, οἷον πολλαπλασίῳ ἢ ἐπιμορίῳ · οἷον α′ β′ δ′. τά τε γὰρ δ′ τῶν β′ διπλασία καὶ τὰ β′ τοῦ ἑνὸς διπλασία · καὶ πάλιν ἡ ὑπεροχὴ τῶν β′ ἐστὶ τὸ ἓν <καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν δ′ τὰ β′>, ταῦτα δὲ ὁμοίως ἐξεταζόμενά ἐστιν ἐν διπλασίῳ λόγῳ. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ ἀναλογίᾳ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων συντιθέμενον κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνῳ. οἷον οἱ ἄκροι ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τὸν δ′ · ἅπαξ γὰρ δ′ δ′ · καὶ πάλιν ὁ β′ ἐφ' ἑαυτὸν λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν δ′ · δὶς γὰρ β′ δ′ · ὥστε <τὸ> ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον γίνεται τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου · α′ β′ δ′.

νζ. ἁρμονικὴ δέ ἐστιν ἀναλογία, ἐπειδὰν τριῶν ὅρων προτεθέντων ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον, τὸν αὐτὸν ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴν ἔχῃ · οἷον ς′ γ′ β′ · ἡ γὰρ ἑξὰς πρὸς τὴν δυάδα τριπλασία ἐστί · καὶ ἡ ὑπεροχὴ δὲ τῆς ἑξάδος πρὸς τὰ γ′ τριὰς οὖσα τριπλασία ἐστὶ τῆς μονάδος, ἥτις ὑπεροχή ἐστι τῆς τριάδος συγκρινομένης πρὸς τὰ β′. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ ἀναλογίᾳ, τὸν μέσον ὅρον τῷ αὐτῷ μέρει κατὰ τοὺς ἄκρους ὑπερέχειν τε καὶ ὑπερέχεσθαι · οἷον β′ γ′ ς′. καὶ γὰρ ὁ τῶν ς′ τῷ ἡμίσει αὐτοῦ ὑπερέχει τῆς τριάδος καὶ ἡ δυὰς τῷ ἑαυτῆς ἡμίσει ὑπερέχεται ὑπὸ τῆς τριάδος. καὶ τοὺς ἄκρους δὲ συντεθέντας ἀλλήλοις καὶ ὑπὸ τοῦ μέσου πολλαπλασιασθέντας διπλασίους ἂν εὕροιμεν τοῦ ἐκ τῶν ἄκρων ἀποτελουμένου πολλαπλασίου. οἷον ς′ καὶ β′ η′ · ταῦτα δὲ ὑπὸ τῆς τριάδος, ὅς ἐστι μέσος, πολ-

5 Titre : τίς ἡ γεωμετρικὴ μεσότης (de la médiété géométrique). — 17 Titre : τίς ἡ ἁρμονικὴ μεσότης (de la médiété harmonique). — ἀναλογία] μεσότης conj. J D. — 23 ἀναλογίᾳ] μεσότητι conj. J D.

demi-somme des extrêmes; en effet, $3 + 1 = 4$ qui est le double du terme moyen 2.

LVI. La médiété géométrique, appelée aussi proprement proportion, est celle dont le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre dans la raison, multiple ou superpartielle (du premier terme au second ou du second au troisième), comme la proportion 1, 2, 4. En effet, 4 est le double de 2, et 2 est le double de l'unité; et de même la différence $2 - 1$ est 1, et la différence $4 - 2$ est 2. Ces nombres comparés ensemble sont donc en raison double. Cette médiété jouit de la propriété, que le produit des extrêmes est égal au carré du moyen terme : ainsi, dans la proportion précédente, le produit des extrêmes est 4, car $1 \times 4 = 4$, et le carré de 2 est aussi 4, car $2 \times 2 = 4$. Donc le produit des extrêmes est égal au carré du moyen terme *.

LVII. Il y a proportion harmonique quand, étant donnés trois termes, le premier est au troisième dans le même rapport que l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième). Tels sont les nombres 6, 3, 2 : l'extrême 6 est le triple de 2, et l'excès de 6 sur 3 est 3, qui est le triple de l'unité, laquelle est l'excès de 3 sur 2. Cette proportion jouit de la propriété, que le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même partie des extrêmes. Ainsi, dans la proportion formée des nombres 2, 3, 6, l'extrême 6 surpasse 3 de la moitié de 6, et l'autre extrême 2 est surpassé par 3 de la moitié de 2. De plus, si l'on additionne les termes extrêmes et qu'on multiplie la somme par le terme moyen, on trouve un nombre double du produit des extrêmes. Ainsi, $6 + 2 = 8$, et 8 multiplié par le

15 Suivant son habitude, Théon vérifie simplement la proposition énoncée. Soient a, b, c, les trois nombres qui donnent la médiété géométrique; on a, par hypothèse, $a - b : b - c = b : c$, d'où $ac - bc = b^2 - bc$, et par conséquent $ac = b^2$.

λαπλασιασθέντα γίνεται κδ΄ · καὶ πάλιν δὶς ϛ΄ ιβ΄ · τούτων δὲ τὰ κδ΄ διπλάσια.

νη. ὑπεναντία δὲ τῇ ἁρμονικῇ καλεῖται μεσότης, ὅταν ὡς ὁ τρίτος ὅρος πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου · οἷον ϛ΄ ε΄ γ΄ · τὰ μὲν οὖν ϛ΄ τῶν ε΄ μονάδι ὑπερέχει, τὰ δὲ ε΄ τῶν γ΄ δυσί · τὰ δὲ γ΄ τῶν ϛ΄ ὑποδιπλάσιά ἐστιν · ἀλλὰ καὶ ἡ μονὰς ὑπεροχὴ οὖσα τοῦ [τε] πρώτου ἀριθμοῦ ὑποδιπλασία ἐστὶ τῆς δυάδος ὑπεροχῆς οὔσης τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ.

νθ. ἡ δὲ πέμπτη μεσότης ἐστίν, ὅταν τριῶν ὅρων ὄντων ὃν ἂν ἔχῃ λόγον ὁ τρίτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ἔχῃ τὸν λόγον ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχήν · οἷον ε΄ δ΄ β΄ · τὰ μὲν ε΄ τῶν δ΄ μονάδι ὑπερέχει, ἀλλὰ καὶ τὰ δ΄ τῶν β΄ δυάδι · ὑποδιπλάσια δὲ τὰ β΄ τῶν δ΄ · καὶ τὸ ἓν δὲ τῶν β΄ ὑποδιπλάσιον, ἅπερ ὑπεροχαί εἰσι τοῦ τε πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ.

ξ. ἕκτη λέγεται μεσότης, ὅταν τριῶν ὅρων προτεθέντων ὡς ὁ δεύτερος πρὸς τὸν πρῶτον ἔχει, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου · οἷον ϛ΄ δ΄ α΄ · τὰ μὲν γὰρ ϛ΄ τῶν δ΄ δυσὶν ὑπερέχει, τὰ δὲ δ΄ τοῦ α΄ τρισίν · ἔστι δὲ δ΄ τῶν ϛ΄ ὑφημιόλια · καὶ ἡ δυὰς ὑπεροχὴ οὖσα τῶν ϛ΄ ὑφημιολία ἐστὶ τῆς τριάδος ἥτις ἐστὶν ὑπεροχὴ τῆς τετράδος.

περὶ μὲν τούτων καὶ τῶν ταύταις ὑπεναντίων ἓξ μεσοτήτων ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν καὶ ἐπὶ πλέον εἴρηται · ἡμῖν δ' ἐξαρκεῖ κατὰ τὸν Πυθαγορικον λόγον συνόψεως ἕνεκα τῶν μαθηματικῶν τυπωδῶς αὐτὰ ἠθροικέναι καὶ ἐπιτομικῶς.

3 Titre : τίς ἡ ὑπεναντία τῇ ἁρμονικῇ (de la médiété contraire à l'harmonique). — 10 Titre : τίς ἡ πέμπτη μεσότης (de la cinquième médiété). — 17 Titre : τίς ἡ ἕκτη μεσότης (de la sixième médiété).

moyen terme 3 donne 24 ; or $6 \times 2 = 12$ dont le double est 24 *.

LVIII. On appelle médiété sous-contraire à l'harmonique la médiété dont le troisième terme est au premier comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la médiété formée par les nombres 6, 5, 3, où 6 surpasse 5 d'une unité, et où 5 surpasse 3 de 2 unités, où enfin 3 est moitié de 6, comme l'unité, excès du premier nombre (sur le second), est moitié de 2, excès du second nombre sur le troisième.

LIX. On a la cinquième médiété, quand, étant donnés trois termes, le troisième est au second comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la proportion formée des nombres 5, 4, 2. L'extrême 5 surpasse 4 d'une unité et 4 surpasse l'autre extrême 2 de 2 unités. Or l'extrême 2 est moitié de 4, et l'unité, excès du premier terme (sur le second), est moitié de 2, excès du second (sur le troisième).

LX. On a la sixième médiété, quand, étant donnés trois termes, le second est au premier comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la proportion formée des nombres 6, 4, 1. En effet, l'extrême 6 surpasse 4 de 2, et 4 surpasse l'autre extrême 1 de 3, et 4 est à 6 comme 1 est à $1 + 1/2$. Or 2, excès de 6 sur 4, est à 3, excès de 4 sur 1, dans le même rapport 1 à $1 + 1/2$.

Les Pythagoriciens se sont longuement étendus sur ces six médiétés et leurs sous-contraires. Pour nous, qu'il nous suffise d'avoir, selon la méthode de Pythagore, esquissé sommairement ces principes, pour résumer l'exposition des mathématiques.

2 Soit, en général, la proportion harmonique $a - b : b - c = a : c$; en égalant le produit des extrêmes au produit des moyens, on a $(a + c)\, b = 2\, ac$, ce qui démontre la proposition énoncée.

Πῶς εὑρίσκονται αἱ μεσότητες

ξα. εὑρίσκονται δὲ αἱ μεσότητες κατὰ μὲν τὴν ἀριθμητικὴν <ἀναλογίαν> οὕτως. τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα τὸ ἥμισυ προστιθέντες τῷ ἐλάττονι ἕξομεν τὸν μέσον, ἢ ἑκατέρου τῶν δοθέντων ἀριθμῶν τὰ ἡμίσεα συνθέντες τὸν συντεθέντα μέσον εὑρήκαμεν, ἢ τοῦ συνθέτου ἐξ ἀμφοῖν λαμβάνοντες τὸ ἥμισυ. προστετάχθω δύο ἀριθμῶν τῶν ιβ′ καὶ ϛ′ μέσον ὅρον λαβεῖν κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν μεσότητα. λαμβάνομεν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος ιβ′ παρὰ τὸν ἐλάττονα ϛ′ · ὧν ἥμισυ γ′. ταῦτα προσθῶμεν τῷ ἐλάττονι · γίνεται θ′, ὅς ἐστι μέσος τῶν ιβ′ καὶ ϛ′ ἀριθμητικῶς, τρισὶν ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος · ιβ′ θ′ ϛ′. πάλιν συνθῶμεν τοὺς ἐξ ἀρχῆς ἄκρους τὰ ιβ′ καὶ τὰ ϛ′ · γίνεται ιη′. ὧν ἥμισυ θ′, ὅς ἐστι μέσος.

κατὰ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν ἐπὶ μὲν ἀριθμῶν τοῦ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχομένου πλευρὰν τετράγωνον λαβόντες ταύτῃ ἕξομεν τὸν μέσον ὅρον. οἷον δεδόσθωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε κδ′ καὶ ὁ ϛ′. προστετάχθω τούτων κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν τὸν μέσον ὅρον ἀνευρεῖν. πεπολλαπλασιάσθωσαν οἱ τεθέντες ἐπ' ἀλλήλους · γίνεται ρμδ′ · τούτων εἰλήφθω πλευρὰ τετράγωνος · ἔσται ὁ ιβ′, ὃς γίνεται μέσος · ἔστι γὰρ ὡς ὁ κδ′ πρὸς ιβ′, οὕτως τὰ ιβ′ πρὸς ϛ′ ἐν διπλασίῳ λόγῳ. ἀλλ' ἂν μὲν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενος ᾖ τετράγωνος, ὁ ληφθεὶς οὕτως μέσος ὅρος ῥητὸς γίνεται καὶ μήκει σύμμετρος τοῖς ἄκροις ἐξ ὅλων μονάδων εὑρισκόμενος. ἐὰν δὲ μὴ ᾖ τετράγωνος ὁ περιεχόμενος ὑπὸ τῶν ἄκρων, ὁ μέσος ὅρος δυνάμει μόνον ἔσται σύμμετρος τοῖς ἄκροις.

λαμβάνεται δὲ κοινότερον ἔν τε ἀριθμοῖς καὶ ῥητοῖς καὶ ἐν λόγοις καὶ μεγέθεσι καὶ συμμέτροις γεωμετρικῶς οὕτως. ἔστω-

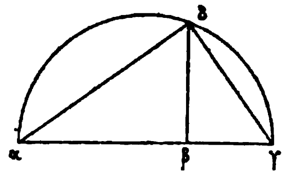
3 <ἀναλογίαν> Hiller] <μεσότητα> conj. J D. — 6 εὑρήκαμεν] εὑρήσομεν conj. Hultsch. — 29 καὶ συμμέτροις] ἀσυμμέτροις conj. J D.

Comment on trouve les moyens termes des médiétés

LXI. Voici comment on trouve les moyennes. Dans la proportion arithmétique, on ajoute au petit terme la moitié de l'excès du plus grand sur le plus petit, ou bien on additionne les moitiés de chacun des deux nombres donnés, ou enfin on prend la moitié de la somme des deux termes donnés. Soit proposé de trouver le moyen terme, en proportion arithmétique, entre les nombres 12 et 6, on prend l'excès du plus grand 12 sur le plus petit 6, la moitié est 3 qu'on ajoute au plus petit 6, et l'on obtient 9 qui est la moyenne arithmétique entre les nombres 12 et 6, puisqu'elle surpasse l'un et est surpassée par l'autre de 3 unités. De même, si on additionne les extrêmes 12 et 6, la somme est 18, dont la moitié 9 est la moyenne entre les nombres donnés.

Voici maintenant comment on obtient le moyen terme d'une proportion géométrique : on prend la racine carrée du produit des extrêmes. Soient donnés, par exemple, les deux nombres 24 et 6, dont il s'agit de trouver le moyen terme en proportion géométrique. On multiplie les nombres donnés l'un par l'autre, le produit est 144 dont la racine 12 est le moyen terme, car on a $24 : 12 = 12 : 6$, en raison double. Si le nombre compris sous les extrêmes est carré, le moyen terme trouvé est rationnel et sa longueur est commensurable avec les extrêmes, se composant d'unités entières. Mais si le nombre compris sous les extrêmes n'est pas un carré parfait, le moyen terme ne sera commensurable qu'en puissance avec les extrêmes.

Le plus souvent on le détermine géométriquement, qu'il soit exprimé en nombre rationnel ou que la raison et les grandeurs soient incommensurables. Voici comment on s'y prend : soient $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ les deux termes. Plaçons-les en ligne droite et sur la somme $\alpha\gamma$ décrivons une demi-circonférence, σαν δύο ὅροι ὧν δεῖ μέσον ἀνάλογον λαβεῖν γεωμετρικῶς · οἷον αβ βγ καὶ ἐκκείσθωσαν ἐπ' εὐθείας · καὶ περὶ ὅλην τὴν αγ γεγράφθω ἡμικύκλιον · καὶ ἀπὸ τοῦ β ἀνήχθω τῇ αγ πρὸς ὀρθὰς μέχρι τῆς περιφερείας ἡ βδ · αὕτη δὴ γίνεται μέση τῶν αβ βγ κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν. ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν αδ δγ, ὀρθὴ γίνεται ἡ δ γωνία, ἐπεί ἐστιν ἐν ἡμικυκλίῳ · καὶ <ἐν> ὀρθογωνίῳ τῷ αδγ κάθετος ἡ δβ · καὶ τὰ περὶ ταύτην τρίγωνα τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις ὅμοιά ἐστιν · ὥστε αἱ περὶ τὰς ἴσας αὐτῶν γωνίας πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν · ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν βδ, ἡ δβ πρὸς βγ · τῶν ἄρα αβ βγ μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ βδ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



λείπεται δεῖξαι, πῶς κατὰ τὴν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν εὕροιμεν ἂν τὸν μέσον ὅρον. ἐὰν μὲν οὖν ἐν διπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιβ' καὶ ὁ ϛ', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα οἷον τὰ ϛ' ποιήσαντες ἐπὶ τὸν ϛ' καὶ τὸν γενόμενον λϛ' παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον παρὰ τὰ ιη' καὶ τὸ πλάτος τῶν λϛ' οἷον τὰ β' προσθέντες τῷ ἐλάττονι, τουτέστι τῷ τῶν ϛ', ἕξομεν τὸ ζητούμενον. ἔσται γὰρ ὁ τῶν η' τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος, τουτέστι τῷ τῶν ἄκρων τρίτῳ · ιβ' η' ϛ'.

ἐὰν δ' ἐν τριπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιη' καὶ ὁ ϛ', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα ποιήσομεν ἐφ' ἑαυτήν · γίνεται ιβ' ἐπὶ ιβ', ἅ ἐστιν ρμδ' · ὧν ἥμισυ ὁ οβ', <ὃν> παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον τὰ κδ' τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς οἷον τὰ γ' προσθέντες τῷ ἐλάττονι ἕξομεν τὸν ζητούμενον ὅρον μέσον τῶν ἐξ ἀρχῆς τὸν θ', ὃς ὑπερέχων ἔσται καὶ ὑπερεχόμενος ἡμίσει τῶν ἄκρων · ιη' θ' ϛ'.

κοινότερον δ' ἐπὶ πάντων τῶν δοθέντων ἀνίσων δύο ὅρων τὸν μέσον ἁρμονικῶς ληπτέον οὕτω. τὴν ὑπεροχὴν ποιητέον ἐπὶ puis du point β menons à $\alpha\gamma$ la perpendiculaire $\beta\delta$, jusqu'à sa rencontre avec la demi-circonférence, je dis que $\beta\delta$ sera la moyenne proportionnelle géométrique entre les droites $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$. En effet, si l'on joint $\alpha\delta$ et $\delta\gamma$, on a en δ un angle droit, puisqu'il est inscrit dans une demi-circonférence. Dans le triangle $\alpha\delta\gamma$ la hauteur est $\delta\beta$ et les triangles qui sont de part et d'autre sont semblables au triangle total et, par conséquent, semblables entre eux, donc les côtés qui comprennent les angles égaux sont proportionnels et l'on a : $\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \beta\gamma$; donc $\beta\delta$ est moyenne proportionnelle entre $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$. C'est ce qu'il fallait démontrer.

Il nous reste à montrer comment on obtient le moyen terme dans la proportion harmonique. Soient donnés deux extrêmes en raison double, comme 12 et 6. On multiplie l'excès du plus grand sur le plus petit, c'est-à-dire 6, par le plus petit 6, puis on divise le produit 36 par la somme des extrêmes, c'est-à-dire par 18, et on ajoute le quotient 2 au plus petit terme 6, on obtient 8 qui sera le moyen terme cherché, car il surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même fraction des extrêmes, savoir du tiers. La proportion harmonique est donc formée des nombres 12, 8, 6.

Si les extrêmes donnés sont en raison triple, comme 18 et 6, on multiplie par lui-même l'excès du plus grand sur le plus petit, le produit 12×12 est 144 dont la moitié égale 72. On divise ce résultat par la somme des extrêmes ou 24, le quotient 3 de la division, ajouté au plus petit terme, donne 9 pour le moyen terme cherché, car il surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la moitié des extrêmes. On a la proportion harmonique des nombres 18, 9, 6.

Pour trouver la moyenne harmonique entre deux termes inégaux quelconques donnés, on peut aussi se servir de la τὸν ἐλάττονα καὶ τὸν γενόμενον παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων · ἔπειτα τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς προσθετέον τῷ ἐλάττονι. οἷον εἰλήφθωσαν δύο ὅροι ὁ ιβʹ καὶ ὁ δʹ · καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ιβʹ, τουτέστιν ηʹ, ληφθήτω ἐπὶ τὸν ἐλάττονα, τουτέστι τὸν δʹ · γίνεται λβʹ · καὶ τὰ λβʹ παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων τὸν ιϛʹ · <καὶ προσθετέον τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς,> τουτέστι τὰ βʹ, τῷ ἐλάττονι, τουτέστι τῷ δʹ · καὶ ἔσται ϛʹ μεσότης ἁρμονικὴ τῶν ιβʹ καὶ δʹ, τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, τουτέστι τῷ ἡμίσει τῶν ἄκρων · ιβʹ ϛʹ δʹ.

ταῦτα μὲν τὰ ἀναγκαιότατα χρησιμωτάτων ἐν τοῖς προειρημένοις μαθήμασιν ὡς ἐν κεφαλαιώδει παραδόσει πρὸς τὴν τῶν Πλατωνικῶν ἀνάγνωσιν. λείπεται δὲ μνημονεῦσαι στοιχειωδῶς καὶ τῶν κατ' ἀστρονομίαν.

14 Après ἀστρονομίαν le copiste d'un ms. de Venise a ajouté : δόξα τῷ ἁγίῳ θεῷ, et le copiste d'un autre ms. : τέλος σὺν θεῷ τοῦ παρόντος βιβλίου.

méthode plus générale que nous avons d'abord exposée. Il faut multiplier l'excès par le plus petit extrême et diviser le produit par la somme des extrêmes, puis ajouter le quotient au plus petit terme. Soient donnés, par exemple, les deux termes 12 et 4. En multipliant l'excès de 12 sur 4, c'est-à-dire 8, par le plus petit terme 4, on a pour produit 32. Si maintenant on divise 32 par la somme des extrêmes qui est 16, on a 2 pour quotient. Ce quotient 2, ajouté au plus petit terme 4, donne 6 pour moyenne harmonique entre 12 et 4. En effet, 6 surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même fraction des extrêmes, soit de la moitié. On a donc la proportion harmonique des nombres 12, 6, 4 *.

Après cette exposition sommaire, en faveur des lecteurs de Platon, de ce qu'il y a de plus nécessaire et de plus utile dans les parties des sciences mathématiques dont nous avons parlé, il nous reste à faire mention des éléments de l'astronomie.

12 Voy. la note XVI.

< ΜΕΡΟΣ Γ >

< ΤΑ ΠΕΡΙ ΑΣΤΡΟΛΟΓΙΑΣ >

<Περὶ τοῦ τῆς γῆς σφαιρικοῦ σχήματος>

α. ὅτι πᾶς ὁ κόσμος σφαιρικός, μέση δ' αὐτοῦ ἡ γῆ, σφαιροειδὴς οὖσα καὶ αὐτή, κέντρου μὲν κατὰ τὴν θέσιν, σημείου δὲ κατὰ τὸ μέγεθος λόγον ἔχουσα πρὸς τὸ πᾶν, ἀνάγκη προκαταστήσασθαι πρὸ τῶν ἄλλων. ἡ μὲν γὰρ ἀκριβεστέρα τούτων ἀφήγησις μακροτέρας σκέψεως δεῖται, ὡς λόγων πλειόνων· ἐξαρκέσει δὲ πρὸς τὴν τῶν μελλόντων παραδοθήσεσθαι σύνοψιν μόνον μνημονεῦσαι τῶν ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου κεφαλαιωδῶς παραδοθέντων.

ὅτι γὰρ σφαιρικὸς ὁ κόσμος καὶ ἡ γῆ σφαιρική, κέντρου μὲν κατὰ τὴν θέσιν, σημείου δὲ κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὸ πᾶν λόγον ἔχουσα, δῆλον ἐκ τοῦ πάσας τὰς τῶν οὐρανίων ἀνατολὰς <καὶ> δύσεις καὶ περιπολήσεις καὶ πάλιν ἀνατολὰς κατὰ τοὺς αὐτοὺς γίνεσθαι τόπους τοῖς ἐπὶ τῶν αὐτῶν οἰκήσεων.

δηλοῖ δὲ ταῦτα καὶ τὸ ἀπὸ παντὸς μέρους τῆς γῆς ἥμισυ

10 Cf. Chalcidius, *In Timaeum Platonis* : « *Ait Plato, mundi formam rotundam esse et globosam; terram item globosam, in medietate mundi sitam, eamque puncti quidem instar obtinere, quod ad positionem pertinet : quod vero ad exiguitatem, notae, cum universae rei magnitudine comparatam*, etc. ». LVIII, p. 195 des *Fragmenta philosophorum graecorum*, vol. II, éd. Didot, 1881. — 13 <καὶ> Hiller.

TROISIÈME PARTIE

ASTRONOMIE

De la forme sphérique de la terre

I. Le monde entier est une sphère et la terre qui est elle-même un sphéroïde est placée au milieu. Que la terre est le centre de l'univers et qu'elle n'en est qu'un point par rapport à la grandeur de l'univers, voilà ce qu'il faut avant tout établir. Un exposé exact de cette doctrine exigerait de trop longues considérations, des écrits trop nombreux; il suffira, pour résumer ce que nous avons à dire, de rappeler les notions sommaires que nous a transmises Adraste.

Nous dirons donc que le monde et la terre sont sphériques, que celle-ci est au centre du monde et qu'elle n'en est qu'un point; cela résulte de ce que, pour les habitants d'un même lieu, tous les corps célestes se lèvent, se couchent et se lèvent de nouveau aux mêmes points, et qu'ils accomplissent toujours les mêmes révolutions.

La sphéricité du monde est encore démontrée par la raison que, de chaque partie de la terre, notre regard embrasse la moitié du ciel, tandis que l'autre moitié nous la jugeons cachée par la terre, ne pouvant l'apercevoir. D'ailleurs, si nous regardons les points extrêmes du ciel, tous les rayons visuels nous paraissent égaux, et si des astres diamétrale-μέν, ὡς πρὸς αἴσθησιν, τοῦ οὐρανοῦ μετέωρον ὑπὲρ ἡμᾶς ὁρᾶσθαι, τὸ δὲ λοιπὸν ἀφανὲς ὑπὸ γῆν, ἐπιπροσθούσης ἡμῖν τῆς γῆς, καὶ τὸ <ἐξ> ἁπάσης ὄψεως πάσας τὰς πρὸς τὸν ἔσχατον οὐρανὸν προσπιπτούσας εὐθείας ἴσας δοκεῖν. τῶν τε κατὰ διάμετρον ἄστρων ἐπὶ τῶν μεγίστων κύκλων κατὰ συζυγίας ἀεὶ θάτερον μὲν ἐπὶ ἀνατολῆς, θάτερον δὲ ἐπὶ δύσεως. κωνικὸν γὰρ ἢ κυλινδρικὸν ἢ πυραμοειδὲς ἤ τι ἕτερον στερεὸν σχῆμα παρὰ τὸ σφαιρικὸν τοῦ παντὸς ἔχοντος, κατὰ τῆς γῆς οὐκ ἂν ταῦτα ἀπήντα, ἀλλ' ἄλλοτε μὲν πλεῖον ἄλλοτε δὲ ἔλαττον τὸ ὑπέργειον εὑρίσκετο τοῦ οὐρανοῦ καὶ τῶν πρὸς τοῦτον ἀπὸ γῆς εὐθειῶν ἄνισον τὸ μέγεθος.

β. τό τε τῆς γῆς σφαιροειδὲς ἐμφανίζουσιν ἀπὸ μὲν τῆς ἕω ἐφ' ἑσπέραν αἱ τῶν αὐτῶν ἄστρων ἐπιτολαὶ καὶ δύσεις θᾶττον μὲν τοῖς ἑῴοις κλίμασι, βράδιον δὲ τοῖς πρὸς ἑσπέραν γινόμεναι · καὶ ἡ αὐτὴ καὶ μία σελήνης ἔκλειψις, ὑφ' ἕνα βραχὺν καὶ τὸν αὐτὸν καιρὸν ἐπιτελουμένη καὶ πᾶσιν οἷς δυνατὸν ὁμοῦ βλεπομένη, διαφόρως κατὰ τὰς ὥρας καὶ ἀεὶ τοῖς ἀνατολικωτέροις ἐν παραυξήσει φαίνεται, διὰ τὴν περιφέρειαν τῆς γῆς μὴ πᾶσιν ὁμοῦ τοῖς κλίμασιν ἐπιλάμποντος ἡλίου καὶ κατὰ λόγον ἀντιπεριισταμένης τῆς ἀπὸ τῆς γῆς σκιᾶς, νυκτὸς τούτου συμβαίνοντος.

φαίνεται δὲ καὶ ἀπὸ τῶν ἀρκτικῶν καὶ βορείων ἐπὶ τὰ νότια καὶ μεσημβρινὰ περιφερές. καὶ γὰρ τοῖς ταύτῃ προϊοῦσι πολλὰ μὲν τῶν ἀεὶ φανερῶν ἄστρων περὶ τὸν μετέωρον ἡμῖν πόλον ἐν τῷ προελθεῖν ἐπὶ τὰ μεσημβρινὰ ἀνατολὰς ὁρᾶται ποιούμενα καὶ δύσεις, τῶν δὲ ἀεὶ ἀφανῶν περὶ τὸν ἀποκεχρυμμένον ἡμῖν τόπον ὁμοίως ἀνατέλλοντά τινα καὶ δυόμενα φαίνεται · καθάπερ

3 <ἐξ> Hiller. — 12 Titre dans quelques mss. ὅτι ἡ γῆ σφαιροειδής (que la terre est sphérique). Cf. Chalcidius, LIX : ... *tam ortus quam occasus in eois quidem citius fiunt, in occiduis vero regionibus tardius... Vel quod lunae defectus, idem ubique eodemque momento accidens, diversis temporibus notatur, orienti quidem vicinis regionibus tardius,* etc. — 27 τόπον] πόλον conjecture Hiller.

ment opposés décrivent un grand cercle, l'un se couche quand l'autre se lève. Si l'univers, au lieu d'être sphérique, avait la forme d'un cône, d'un cylindre, d'une pyramide ou d'un autre solide, il ne produirait pas cet effet sur la terre : une de ses parties paraîtrait plus grande, une autre plus petite et les distances de la terre au ciel paraîtraient inégales.

II. Et d'abord, la terre est sphéroïdale de l'orient à l'occident ; le lever et le coucher des mêmes astres le prouvent bien, ils ont lieu plus tôt pour les habitants des régions orientales, plus tard pour ceux des régions occidentales. Ce qui le montre encore, c'est une même éclipse de lune : elle se produit dans un même espace de temps assez court ; pour tous ceux qui peuvent la voir, elle paraîtra à des instants différents : plus on sera vers l'orient, plus vite on la verra et plus tôt on en aura vu une plus grande partie. A cause de la forme arrondie de la terre, le soleil n'en éclaire pas en même temps toute la surface, et l'ombre que la terre projette se déplace d'après un ordre fixe, le phénomène ayant lieu la nuit.

Il est encore évident que la terre est convexe du nord au midi : en effet, pour ceux qui se dirigent vers le midi, à mesure qu'ils avancent, beaucoup d'étoiles, qui sont toujours visibles pour nous, dans leur mouvement autour du pôle, ont un lever et un coucher. De même que d'autres astres, toujours invisibles pour nous, dans leur mouvement autour du pôle qui nous est caché, ont pour eux un lever et un coucher : ainsi, l'étoile dite Canopus * est invisible dans les contrées plus septentrionales que Cnide * ; mais elle est visible

26 α du navire Argo, l'une des plus brillantes étoiles de l'hémisphère austral. — 27 Ville de Carie (Asie-Mineure).

καὶ ὁ Κάνωβος λεγόμενος ἀστήρ, τοῖς βορειοτέροις τῆς Κνίδου μέρεσιν ἀφανὴς ὤν, τοῖς νοτιωτέροις ταύτης ἤδη φανερὸς γίνεται καὶ ἐπιπλέον ἀεὶ τοῖς μᾶλλον. ἀνάπαλιν δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν νοτίων ἐπὶ τὰ βόρεια παραγινομένοις πολλὰ μὲν τῶν ὄπισθεν, πρότερον ἀνατολὰς καὶ δύσεις ποιούμενα, παντάπασιν ἀφανῆ γίνεται, τινὰ δὲ τῶν περὶ τὰς ἄρκτους παραπλησίως ἀνατέλλοντα καὶ δύνοντα προϊοῦσιν ἀεὶ φανερὰ καθίσταται, καὶ ἀεὶ πλεῖον τοῖς πλέον προκόπτουσι.

πάντη δὴ περιφερὴς ὁρωμένη καὶ ἡ γῆ σφαιρικὴ ἂν εἴη. ἔτι τῶν βάρος ἐχόντων φύσει ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ παντὸς φερομένων, εἰ νοήσαιμέν τινα διὰ μέγεθος μέρη γῆς πλέον ἀφεστάναι τοῦ μέσου, ὑπὸ τούτων ἀνάγκη τὰ ἐλάττονα περιεχόμενα θλίβεσθαι καὶ βαρούμενα κατισχύεσθαι καὶ ἀπωθεῖσθαι τοῦ μέσου, μέχρις ἂν ἴσον ἀποσχόντα καὶ ἰσοκρατῆ γενόμενα καὶ ἰσορροπήσαντα πάντα εἰς ἠρεμίαν καταστῇ, καθάπερ οἵ τε ἀμείβοντες καὶ οἱ τῇ ἴσῃ δυνάμει τῶν ἀσκητῶν διυποβεβλημένοι · ἀπανταχόθεν δὲ τῶν μερῶν τῆς γῆς τοῦ μέσου ἴσον ἀπεχόντων τὸ σχῆμα ἂν εἴη σφαιρικόν.

ἔτι τ' ἐπεὶ τῶν βαρῶν πανταχόθεν ἐπὶ τὸ μέσον ἐστὶν ἡ ῥοπή, πάντων ἐφ' ἓν σημεῖον συννευόντων, φέρεται δ' αὐτῶν ἕκαστον κατὰ κάθετον, τουτέστιν ἴσας ποιοῦν γωνίας τὰς πρὸς τὴν τῆς γῆς ἐπιφάνειαν παρ' ἑκάτερα ἧς φέρεται γραμμῆς, σφαιρικὴν καὶ τοῦτο μηνύει τὴν τῆς γῆς ἐπιφάνειαν.

γ. ἀλλὰ μὴν καὶ τῆς θαλάσσης καὶ παντὸς ὕδατος ἐν γαλήνῃ ὄντος σφαιρικὸν κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν γίνεται τὸ σχῆμα. καὶ γὰρ τοῦτο τῇ μὲν αἰσθήσει δῆλον ἐντεῦθεν · ἐὰν γὰρ ἑστὼς ἐπί τινος αἰγιαλοῦ θεωρῇς τι μετὰ τὴν θάλασσαν, οἷον ὄρος ἢ δένδρον ἢ πύργον ἢ πλοῖον ἢ αὐτὴν τὴν γῆν, κύψας καὶ

24 Titre : ὅτι ἡ θάλασσα σφαῖρα καὶ ἡ γῆ ὁμοίως (que la mer est sphérique comme la terre). Cf. Chalcidius, LXI.

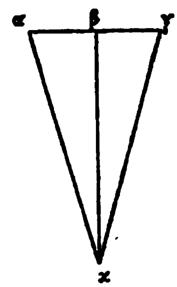
dans les contrées plus méridionales, et elle est toujours de plus en plus élevée à mesure qu'on s'éloigne du nord. Au contraire, quand on va du midi vers le nord, beaucoup d'astres, dont on voyait au midi le lever et le coucher, disparaissent entièrement, tandis que d'autres, situés dans la région des Ourses et qui avaient un lever et un coucher, deviennent toujours visibles; et on en voit d'autant plus qu'on avance davantage vers le nord.

Puisque la terre paraît convexe de toutes parts, elle doit être sphérique. D'ailleurs, tout corps pesant se portant naturellement vers le centre, si nous concevions que certaines parties de la terre soient plus éloignées du centre, à cause de leur grandeur, il faudrait nécessairement que les petites parties qui les entourent fussent pressées, repoussées et éloignées du centre, jusqu'à ce que, l'égalité de distance et de pression étant obtenue, tout en équilibre soit constitué en repos, comme deux poutres qui se soutiennent mutuellement ou comme deux athlètes de même force qui se tiennent mutuellement embrassés. Si les différentes parties de la terre sont également éloignées du centre, il faut que sa forme soit sphérique.

En outre, puisque la chute des corps pesants se fait toujours et partout vers le centre, que tout converge vers le même point et qu'enfin chaque corps tombe verticalement, c'est-à-dire qu'il fait avec la surface de la terre des angles toujours égaux, on doit conclure que la surface de la terre est sphérique.

III. La surface de la mer et de toutes les eaux tranquilles est aussi sphérique. On peut le reconnaître de cette manière : si, placé sur le rivage, on observe un objet dont on est séparé par la mer, comme une colline, un arbre, une tour, un vaisseau ou la terre elle-même, puis, si s'abaissant on regarde vers la surface de l'eau, on ne voit plus rien, ou on voit une moindre partie de l'objet, la convexité de la surface de la πρὸς τὴν τῆς θαλάττης ἐπιφάνειαν καταστήσας τὴν ὄψιν ἢ οὐδὲν ὅλως ἔτι ἢ ἔλαττον ὄψει τὸ πρὸ τοῦ μεῖζον βλεπόμενον, τῆς κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάττης κυρτώσεως ἐπιπροσθούσης τὴν ὄψιν. κἂν τῷ πλοΐζεσθαι δὲ πολλάκις, ἀπὸ τῆς νεὼς μήπω βλεπομένης γῆς ἢ πλοίου προϊόντος, τὸ αὐτὸ τοῦτο ἀναβάντες τινὲς ἐπὶ τὸν ἱστὸν εἶδον, ἐφ' ὑψηλοῦ γενόμενοι καὶ οἷον ὑπερκύψαντες τὴν ἐπιπροσθοῦσαν ταῖς ὄψεσι κυρτότητα τῆς θαλάττης.

καὶ φυσικῶς δὲ καὶ μαθηματικῶς ἡ παντὸς ὕδατος ἐπιφάνεια, ἠρεμοῦντος μέν, σφαιρικὴ δείκνυται οὕτως. πέφυκε γὰρ ἀπὸ τῶν ὑψηλοτέρων ἀεὶ εἰσρεῖν τὸ ὕδωρ ἐπὶ τὰ κοιλότερα · ἔστι δὲ ὑψηλότερα μὲν τὰ πλέον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου τῆς γῆς, κοιλότερα δὲ τὰ ἔλαττον · ὥστε ἂν ὑποθώμεθα τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν ὀρθὴν καὶ ἐπίπεδον, οἷον τὴν αβγ, ἔπειτα ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, οἷον ἀπὸ τοῦ κ, ἐπὶ μὲν τὸ μέσον κάθετον ἀγάγωμεν τὴν κβ, ἐπὶ δὲ τὰ ἄκρα τῆς ἐπιφανείας ἐπιζεύξωμεν εὐθείας τὰς κα κγ, δῆλον ὡς ἑκατέρα τῶν κα κγ μείζων ἐστὶ τῆς κβ καὶ ἑκάτερον τῶν α γ σημείων πλέον ἀπέχον τοῦ κ ἤπερ τὸ β καὶ ὑψηλότερον ἔσται τοῦ β. συρρυήσεται <ἄρα> τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν α γ ὡς κοιλότερον τὸ β μέχρι τοσούτου, ἕως ἂν καὶ τὸ β ἀναπληρούμενον ἴσα ἀπόσχῃ τοῦ κ ὅσον ἑκατέρον τό τε α καὶ τὸ γ. καὶ ὁμοίως πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος σημεῖα τοῦ κ ἴσον ἀπέχει. δῆλον ὡς αὐτὴ γίνεται σφαιρική. ὥστε καὶ ὁ πᾶς ὄγκος ὁμοῦ γῆς καὶ θαλάττης ἐστὶ σφαιρικός.



οὐδὲ γὰρ τὴν τῶν ὀρῶν ὑπεροχὴν ἢ τὴν τῶν πεδίων χθαμαλότητα κατὰ λόγον τοῦ παντὸς μεγέθους ὡς ἀνωμαλίας αἰτίαν ἱκανὴν ἄν τις ἡγήσαιτο. τὸ ὅλον γὰρ τῆς γῆς μέγεθος κατὰ τὸν μέγιστον αὐτῆς περιμετρούμενον κύκλον μυριάδων κε' καὶ ἔτι δισχιλίων σταδίων σύνεγγυς δείκνυσιν Ἐρατοσθέ-

16 τὸ μέσον] τὸ πέδον? J D.

mer masquant l'objet. Et souvent, pendant une navigation, alors que du pont du navire on ne voit pas encore la terre ou un vaisseau qui s'avance, des matelots grimpés au haut d'un mât les aperçoivent, étant plus élevés et comme dominant la convexité de la mer qui faisait obstacle.

On peut démontrer physiquement et mathématiquement que la surface de toute eau tranquille doit être de forme sphérique. L'eau tend, en effet, toujours à couler des parties les plus hautes vers les parties creuses. Or, les parties hautes sont plus éloignées du centre de la terre, les parties creuses le sont moins. La surface de l'eau étant supposée plane, soit $\alpha\beta\gamma$ (une ligne droite de) cette surface. Du centre de la terre, tel que le point $\varkappa$, menons à la base la perpendiculaire $\varkappa\beta$ et menons aux extrémités de cette base les droites $\varkappa\alpha$, $\varkappa\gamma$. Il est évident que ces deux droites $\varkappa\alpha$, $\varkappa\gamma$, sont toutes les deux plus grandes que $\varkappa\beta$ et que les deux points α, γ, sont plus éloignés du centre que le point β et, par conséquent, plus élevés que β. L'eau s'écoulera donc des points α, γ, vers le point β moins élevé jusqu'à ce que ce dernier point, entouré de nouvelle eau, soit autant éloigné du point $\varkappa$ que α et γ. Pareillement, tous les points de la surface de l'eau seront à la même distance de $\varkappa$; donc l'eau offre la forme sphérique et la masse entière de l'eau et de la terre est sphérique.

Et qu'on ne dise pas que la hauteur des montagnes ou la profondeur des vallées vient contrarier cette thèse et prouver que la terre n'est pas une sphère exacte. Érastosthène nous montre, en effet, que le tour de la terre, mesuré suivant la circonférence d'un grand cercle, a une longueur approximative de 252 000 stades, et Archimède nous apprend qu'une circonférence de cercle, développée en ligne droite, vaut trois νης, Ἀρχιμήδης δὲ τοῦ κύκλου τὴν περιφέρειαν εἰς εὐθεῖαν ἐκτεινομένην τῆς διαμέτρου τριπλασίαν καὶ ἔτι τῷ ἑβδόμῳ μέρει μάλιστα αὐτῆς [τῆς διαμέτρου] μείζονα · ὥστ᾽ εἴη ἂν ἡ πᾶσα τῆς γῆς διάμετρος μυριάδων η′ καὶ ρπβ′ σταδίων ἔγγιστα · ταύτης γὰρ τριπλασία καὶ τῷ ἑβδόμῳ μείζων ἡ τῶν κε′ μυριάδων καὶ τῶν δισχιλίων σταδίων περίμετρος ἦν.

<δέκα δὲ σταδίων ἐστὶν ἡ> τῶν ὑψηλοτάτων ὀρῶν πρὸς τὰ χθαμαλώτατα τῆς γῆς ὑπεροχὴ κατὰ κάθετον, καθὰ Ἐρατοσθένης καὶ Δικαίαρχος εὑρηκέναι φασί · καὶ ὀργανικῶς δὲ ταῖς τὰ ἐξ ἀποστημάτων μεγέθη μετρούσαις διόπτραις τηλικαῦτα θεωρεῖται. γίνεται οὖν ἡ τοῦ μεγίστου ὄρους ὑπεροχὴ ὀκτακισχιλιοστὸν ἔγγιστα τῆς ὅλης διαμέτρου τῆς γῆς. ἐὰν δὲ κατασκευάσωμεν [τἀνταῦθα] ποδιαίαν τινὰ κατὰ διάμετρον σφαῖραν, ἐπεὶ τὸ δακτυλικὸν διάστημα συμπληροῦται [καὶ] κεγχριαίαις διαμέτροις τὸ μῆκος ἔγγιστα δέκα δυσὶν [ὑπερμετρούντων καὶ ἡμίσεια], εἴη ἂν ἡ ποδιαία τῆς κατασκευασθείσης σφαίρας διάμετρος κεγχριαίαις διαμέτροις τὸ μῆκος ἀναπληρουμένη διακοσίαις ἢ καὶ βραχὺ ἐλάττοσιν. ὁ γὰρ ποῦς ἔχει δακτύλους ις′ · ὁ δὲ δάκτυλος ἀναπληροῦται κεγχριαίαις διαμέτροις ιβ′ · τὰ δὲ ις′ δωδεκάκις ρϙβ′. τὸ τεσσαρακοστὸν οὖν μέρος τῆς κεγχριαίας διαμέτρου <μεῖζόν ἐστιν ἢ ὀκτακισχιλιοστὸν τῆς ποδιαίας διαμέτρου> · τεσσαρακοντάκις γὰρ διακόσια ὀκτακισχίλια.

τὸ δὲ ὑψηλότατον ὄρος κατὰ τὴν κάθετον ἐδείχθη τῆς διαμέτρου τῆς γῆς ὀκτακισχιλιοστὸν ἔγγιστα μέρος · ὥστε τὸ τεσσαρακοστὸν μέρος τῆς κεγχριαίας διαμέτρου μείζονα λόγον ἕξει πρὸς τὴν ποδιαίαν τῆς σφαίρας διάμετρον. καὶ τὸ συνιστάμενον ἄρα στερεὸν ἀπὸ τοῦ τεσσαρακοστοῦ μέρους τῆς κεγχριαίας διαμέτρου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ποδιαίας ὅμοιον στερεόν, <μείζονα λόγον ἕξει ἢ> τὸ ἀπὸ τῆς δεκασταδιαίας καθέ-

7 <δέκα δὲ σταδίων ἐστὶν ἡ> Th.-H. Martin. — 21-22 <μεῖζόν ἐστιν ἢ Hiller. — ὀκτακισχιλιοστὸν τῆς ποδιαίας διαμέτρου> Th.-H. Martin.

fois le diamètre et à très peu près le septième de ce diamètre; le diamètre de la terre vaudra donc approximativement 80 182 stades. Trois fois ce nombre, plus un septième de ce nombre, donnent, en effet, 252 000 stades.

Or, d'après Ératosthène et Dicéarque, la hauteur verticale des montagnes les plus élevées au-dessus des plaines les plus basses est de 10 stades. Ils ont déduit ce résultat d'observations faites avec la dioptre * qui permet de mesurer les hauteurs d'après certains intervalles. La hauteur de la plus grande montagne serait donc à peu près égale à la huit millième partie du diamètre total de la terre. Si nous faisions une sphère d'un pied de diamètre, la largeur d'un doigt étant à peu près égale à 12 diamètres et demi d'un grain de mil, le diamètre de notre sphère égalerait 200 diamètres de grain de mil ou un peu moins, car le pied vaut 16 doigts; le doigt vaut 12 diamètres de grain de mil, et 16 fois 12 font 192. La quarantième partie du diamètre d'un grain de mil est donc supérieure à la huit millième partie d'un pied, car 40 fois 200 font 8 000.

Mais nous avons vu que la hauteur de la plus grande montagne est à peu près la huit millième partie du diamètre de la terre, donc le rapport de la quarantième partie du diamètre d'un grain de mil au diamètre d'une sphère d'un pied de diamètre est plus grand que le rapport de la hauteur de la plus grande montagne au diamètre de la terre. Et le rapport de la sphère ayant pour diamètre la quarantième partie de l'épaisseur d'un grain de mil, à la sphère d'un pied de dia-

8 Espèce de graphomètre.

του στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς γῆς ὅμοιον στερεόν.

τὸ δὲ συνιστάμενον σφαιρικὸν στερεὸν ἀπὸ τοῦ τεσσαρακοστοῦ μέρους τῆς κεγχριαίας διαμέτρου ἑξακισμυριοτετρακισχιλιοστὸν μέρος ἔσται τῆς ὅλης κέγχρου · τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δεκασταδιαίας καθέτου σφαιρικὸν ὅρος σταδίων ἐστὶ στερεῶν ἔγγιστα <φκδ'> · ἡ δὲ ὅλη γῆ, σφαιροειδὴς λογιζομένη, στερεῶν σταδίων ἔχει < μυριάδας τρίτων μὲν ἀριθμῶν σο', δευτέρων δὲ σν', πρώτων δὲ ͵δτν', καὶ ἔτι στάδια ͵ησϛζ', καὶ τὸ τρίτον σταδίου μέρος καὶ τὸ ἕβδομον καὶ τὸ ἑνεικοστόν. >

πάλιν γὰρ ἀποδείκνυται σχῆμα τὸ ὑπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς κύκλου περιφερείας εἰς εὐθεῖαν ἐξαπλουμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον τετραπλάσιον εἶναι τοῦ ἐμβαδοῦ τετάρτου μέρους τῆς σφαίρας, ἴσου τῷ ἐμβαδῷ τοῦ κύκλου. διόπερ εὑρίσκεται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου λόγον ἔχον, ὃν ιδ' πρὸς ια' · ἐπεὶ γάρ ἐστιν ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου τριπλασία καὶ ἔτι τῷ ἑβδόμῳ μείζων, οἵων ἐστὶν ἡ διάμετρος ζ', τοιούτων ἡ περιφέρεια γίνεται κβ' · τὸ δὲ τέταρτον αὐτῆς ε' ϛ' · ὥστε καὶ οἵων τὸ τετράγωνον μθ', τοιούτων ὁ κύκλος λη' ϛ', καὶ διὰ τὸ ἐπιτρέχον ἥμισυ διπλασιασθέντων οἵων τὸ τετράγωνον ϟη', τοιούτων ὁ κύκλος οζ' · τούτων δὲ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις ἀριθμοῖς λόγος ὡς ιδ' πρὸς ια' · ἀμφοτέρων γὰρ αὐτῶν μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ ζ' ἀριθμός, ὅστις τὸν μὲν ϟη' μετρεῖ τεσσαρεσκαιδεκάκις, τὸν δὲ οζ' ἑνδεκάκις · ὥστε τοῦ ἀπὸ τῆς διαμέτρου κύβου πρὸς τον ἐπὶ τοῦ κύκλου κύλινδρον <λόγος ὡς ιδ' πρὸς ια' · τὸν δὲ ἐπὶ τοῦ κύκλου κύλινδρον> ἀποδείκνυσιν Ἀρχιμήδης ἡμιόλιον τῆς ἐν αὐτῷ σφαίρας · γίνεται ἄρα οἵων <ὁ> ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ

8-10 < μυριάδας — καὶ τὸ ἑνεικοστόν] > Ce passage est incomplet dans les mss.; H. Martin l'a rétabli ainsi : τρίτων μὲν ἀριθμῶν μυριάδας σξθ', δευτέρων δὲ ͵θυι', πρώτων δὲ μυριάδας ͵δτλα', καὶ ἔτι στάδια ͵ζωκα' καὶ τριτημόριον σταδίου. Le nombre restitué étant inexact, à cause d'une faute de calcul commise dans l'évaluation du carré du diamètre, comme nous le montrons note XVII, nous le remplaçons par le résultat exact.

mètre, est plus grand que le rapport de la sphère de 10 stades de hauteur à la sphère terrestre.

La sphère qui a pour diamètre la quarantième partie du diamètre d'un grain de mil est la 64 000ᵉ partie d'un grain tout entier. La montagne sphérique de 10 stades de diamètre vaut à peu près 524 stades cubes et toute la terre supposée sphérique vaut, en stades cubiques, 270 troisièmes myriades, 250 deuxièmes myriades, 4350 premières myriades, 8297 et la fraction 11/21 *.

En outre on démontre que le rectangle formé par le diamètre d'une sphère et la circonférence d'un grand cercle, développée en ligne droite, égale 4 fois la surface du quart de la sphère, lequel quart égale la surface du cercle. Le carré du diamètre est à la surface du cercle comme 14 est à 11 ; car la circonférence du cercle égale 3 fois le diamètre plus la septième partie de ce diamètre. Si le diamètre est 7, la circonférence est 22. Le quart de la circonférence est $5 + 1/2$. Donc le carré du diamètre étant 49, le cercle ayant ce diamètre est $38 + 1/2$; et si nous doublons pour faire disparaître 1/2, le carré du diamètre étant 98, le cercle ayant ce diamètre sera 77. Or le rapport de ces nombres, exprimé en termes les plus petits et premiers entre eux, est celui de 14 à 11, car la plus grande commune mesure de ces deux nombres est 7 qui est contenue 14 fois dans 98 et 11 fois dans 77. Donc le rapport du cube du diamètre au cylindre circonscrit à la sphère, laquelle est contenue une fois et demi dans le cylindre, d'après Archimède, est aussi égal au rapport de 14 à 11. Ainsi donc quand le cube du diamètre du cercle sera 14, le cylindre circonscrit sera 11 et la sphère $7 + 1/3$.

9 Les premières myriades valent 10 000 unités; les deuxièmes en valent 10 000 fois 10 000 ou 100 000 000, et les troisièmes en valent 10 000 fois 100 000 000 ou 1 000 000 000 000. Le nombre précédent s'écrit, dans notre système de numération : 270 025 043 508 297 et 11/21.

κύκλου κύβος ιδ', τοιούτων ὁ μὲν κύλινδρος ια', ἡ δὲ σφαῖρα ζ' καὶ τρίτου.

διὰ δὲ ταῦτα εὑρίσκεται τὰ σφαιρικὰ στερεὰ τῆς τε γῆς καὶ τοῦ μεγίστου ὄρους τῶν προειρημένων ἀριθμῶν. τὸ ἄρα δεκασταδιαῖον ἔχον τὴν καθέτον σφαιρικὸν ὄρος πρὸς τὴν ὅλην γῆν πολλῷ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἑξακισμυριοτετρακισχιλιοστὸν μέρος τῆς κέγχρου πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ποδιαίας διαμέτρου σφαῖραν · τὸ δὲ μὴ σφαιρικὸν ὄρος, ἀλλ' οἷον βλέπεται, πολὺ ἔτι ἐλάττονα. τὸ δὲ τοιοῦτον μέρος τῆς κέγχρου προστιθέμενον ἔξωθεν τῇ ποδιαίᾳ σφαίρᾳ ἢ ἰδίᾳ ἀφαιρούμενον αὐτῆς καὶ κοιλαινόμενον οὐδ' ἡντινοῦν ποιήσει διαφοράν. οὐδ' ἄρα τῶν ι' σταδίων ἔχον τὴν κάθετον ὑψηλότατον ὄρος ἐστὶ πρὸς λόγον τοῦ μὴ σφαιρικὴν εἶναι τὴν πᾶσαν τῆς γῆς καὶ θαλάττης ἐπιφάνειαν.

ἡ περίμετρος τῆς γῆς ἐστι σταδίων κε'Μ ,β', ἡ δὲ διάμετρος η'Μ ρπβ', τὸ δ' ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον ξδ'ΜΜ ,β϶ιε'Μ ,γρκδ'. ὁ δὲ κύβος φιε'ΜΜΜ ,εκγ'ΜΜ ,εφοη'Μ ,ηφξη'. τοῦ δὲ κύβου τὸ τεσσαρεσκαιδέκατον λσ'ΜΜΜ ,ησιε'ΜΜ ,θχπδ'Μ ,βμ' καὶ ς' καὶ τεσσαρακαιδέκατον. <οὗ τὸ ἑπταπλάσιον καὶ τριτημόριον, ἴσον τῷ ὄγκῳ τῆς γῆς, στερεῶν σταδίων ἐστὶ σο'ΜΜΜ σν'ΜΜ ,δτν'Μ ,ηση̣ζ' καὶ ἔτι τοῦ τρίτου σταδίου μέρους, καὶ τοῦ ἑβδόμου, καὶ τοῦ ἐνεικοστοῦ>.

δ. σφαιρικὴ δέ ἐστιν ἡ γῆ καὶ μέση κεῖται τοῦ κόσμου.

15-22 ἡ περίμετρος-καὶ τοῦ ἐνεικοστοῦ] Ce passage est altéré et présente à la fin une lacune de plusieurs lignes dans les mss. ; H. Martin l'a ainsi rétabli : ἡ περίμετρος τῆς γῆς ἐστὶ σταδίων κε'Μ,β', ἡ δὲ διάμετρος η'Μρπβ', τὸ δ' ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον ξδ'ΜΜ ,βψιε'Μ ,γρκδ'. ὁ δε κύβος φιε'ΜΜΜ ,γυιθ'ΜΜ ,θροη'Μ ,ηφξη', τοῦ δὲ κύβου τὸ τεσσαρεσκαιδέκατον λς'ΜΜΜ ,ηρα'ΜΜ ,δσκζ'Μ χιβ' <οὗ τὸ ἑπταπλάσιον καὶ τριτημόριον, ἴσον τῷ ὄγκῳ τῆς γῆς, στερεῶν σταδίων ἐστὶ σξθ'ΜΜΜ ,θυι'ΜΜ ,δτλα' Μ ,ζωκα' καὶ τριτημορίου.> En nommant d le diamètre de la terre, les quatre derniers nombres qui devraient donner d^2, d^3, 1/14 d^3 et 22/3 de 1/14 d^3 (c'est-à-dire 1/6 de 22/7 d^3) étant inexacts, à cause d'une faute de calcul dans l'évaluation de d^2, nous les avons remplacés par les résultats exacts. Voy. note XVII. — 23 Titre : ὅτι μέση ἡ γῆ, καὶ σημείου λόγον ἐπέχει ὅ ἐστι σφαιρικὸν τῆς γῆς μέγεθος (que la terre est au centre du monde, et que son volume qui est sphérique n'est qu'un point dans l'univers).

C'est ainsi qu'on trouve les volumes exprimés en nombres de la sphère terrestre et de la plus haute montagne. Une montagne haute de 10 stades, qui serait une sphère, serait beaucoup plus petite par rapport à la terre, que la 64 000e partie d'un grain de mil, par rapport à une sphère d'un pied de diamètre. Or les montagnes ne sont pas sphériques, et, telles qu'on les voit, elles sont beaucoup plus petites. Mais une telle partie d'un grain de mil, qu'elle soit superposée sur une sphère d'un pied de diamètre, ou qu'elle en soit enlevée et placée dans un creux ne produira aucune différence de forme. Les montagnes les plus élevées ayant 10 stades ont le même rapport avec la terre, elles n'empêcheront donc pas que l'ensemble de la terre et de la mer ne soit réellement une sphère.

Le tour de la terre vaut donc.......... 252 000 stades
le diamètre.......................... 80 182 —
le carré du diamètre............ 6 429 153 124 st. carrés
le cube.................... 515 502 355 788 568 st. cubiq.
et le quatorzième de ce cube.. 36 821 596 842 040 et 4/7.
< Le produit de ce nombre par 22/3 est égal au volume de la terre et vaut, en stades cubiques 270 025 043 508 297 et 11/21* >

IV. La terre est sphérique et placée au centre du monde. Si elle était éloignée de cette position, elle n'aurait point de tout côté la moitié du ciel au-dessus d'elle et l'autre moitié au-dessous. De plus les lignes droites menées de tout point aux extrémités de la sphère céleste ne seraient pas égales. Que le volume de la terre n'ait aucun rapport sensible avec l'étendue de l'univers, qu'elle n'occupe qu'un point dans cet

20 Pour la rectification que nous avons faite des valeurs des différents résultats, voy. la note XVII.

παρεγκλιθεῖσα γὰρ κατὰ τὴν θέσιν οὐκ ἀπὸ παντὸς μέρους αὐτῆς τὸ μὲν ἥμισυ τοῦ οὐρανοῦ ὑπεράνω, τὸ δὲ ἥμισυ ὑφ' αὐτὴν ἕξει, οὐδὲ τὰς ἀπὸ παντὸς σημείου πρὸς τὸν ἔσχατον οὐρανὸν ἡκούσας εὐθείας ἴσας. καὶ μὴν ὅτι τοῦ μεγέθους οὐδένα λόγον αἰσθητὸν ἔχει πρὸς τὸ πᾶν ἡ γῆ, σημείου δὲ τάξιν ἐπέχει, δηλοῖ καὶ τὰ τῶν <γνωμόνων ἄκρα ἐπὶ χωρῶν τε καὶ τόπων πάντων> τῆς οἰκουμένης ὡς κέντρα τῆς ἡλιακῆς ὑποτιθέμενα σφαίρας καὶ μηδ' ἡντινοῦν αἰσθητὴν διὰ τοῦτο ποιούμενα τὴν παραλλαγήν. εἰ γὰρ ἓν μέν ἐστι κέντρον ἀναγκαίως πρὸς τὰς ὅλας σφαίρας, πάντα δὲ τὰ ἐπὶ τῆς γῆς σημεῖα ὡς τοῦτο ὑπάρχοντα φαίνεται, δῆλον ὡς ἡ ὅλη γῆ <σημείου τάξιν ἐπέχει> πρὸς τὴν ὅλην τοῦ ἡλίου σφαῖραν καὶ πολλῷ τινι μᾶλλον πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν· ὥστε καὶ διὰ τοῦτο ἀεὶ τὸ ἥμισυ τοῦ κόσμου θεωρεῖσθαι ὑπὲρ αὐτήν [βραχεῖ τινι μοίρας].

καὶ περὶ μὲν σχήματος τοῦ τε παντὸς καὶ τῆς γῆς, ἔτι δὲ τῆς ταύτης μέσης θέσεως καὶ τοῦ πρὸς τὸ πᾶν αὐτῆς ἀδήλου μεγέθους, εἰ καὶ πολλὰ ἔτι οἷόν τε λέγειν, ἐξαρκέσει πρὸς τὴν τοῦ ἐφεξῆς παράδοσιν τὰ ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου τὸν εἰρημένον ὑποδεδειγμένα τρόπον. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησι·

Περὶ τῶν ἐν τῇ ἀπλανεῖ σφαίρᾳ κύκλων

ε. φερομένης δὲ τῆς οὐρανίας σφαίρας περὶ μένοντας τοὺς ἑαυτῆς πόλους καὶ τὸν ἐπιζευγνύντα τούτους ἄξονα, περὶ ὃν μέσον ἐρήρεισται μέση ἡ γῆ, τὰ [δὲ] ἄστρα πάντα συμφερόμενα ταύτῃ καὶ ἁπλῶς τὰ κατὰ τὸν οὐρανὸν πάντα σημεῖα γράφει κύκλους παραλλήλους, τουτέστιν ἴσον μὲν ἀπέχοντας ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς δὲ γινομένους τῷ ἄξονι, ἅτε τοῖς τοῦ παντὸς πόλοις

6 <γνωμόνων-πάντων> H. Martin. Cf. Chalcidius, LXIII. — 9 πρὸς τὰς ὅλας σφαίρας] πάσης καθόλου σφαίρας conj. Hultsch. — 11 <σημείου τάξιν ἐπέχει> Hiller | <σημεῖόν ἐστι> H. Martin. Cf. Chalcidius, LXIII : *perspicuum est, quod omnis terra puncti vicem habeat, adversum solis globum comparata.* — 21 Cf. Chalcidius, LXIV.

univers, les pointes des gnomons le montrent en tout lieu de la terre habitée; elles peuvent en effet être prises pour centre de l'orbite solaire, car en changeant de lieu on n'observe aucun changement sensible. Si donc il y a nécessairement un centre pour l'ensemble de toutes les sphères, tous les points de la terre paraissent être ce centre. Il est donc évident que toute la terre n'est qu'un point par rapport à toute la sphère du soleil et à plus forte raison par rapport à la sphère des étoiles. C'est pour cela que la moitié du monde, ou à peu près, apparaît toujours à nos yeux.

Quoique nous puissions dire beaucoup d'autres choses sur la forme de l'univers et de la terre, sur la position centrale de celle-ci, ainsi que sur sa grandeur peu apparente par rapport à l'univers, ce qu'a démontré Adraste de la manière précédente suffira pour l'exposition de ce qui suit. Voici ce qu'il dit ensuite :

Des cercles célestes

V. La sphère céleste tournant autour des pôles immobiles et de l'axe qui les joint et au milieu duquel est fixée la terre, tous les astres emportés par cette sphère, et tous les points du ciel, décrivent des cercles parallèles, c'est-à-dire partout équidistants, perpendiculaires à l'axe, et tracés des pôles de l'univers comme centres. On peut compter les cercles décrits par les étoiles, mais les cercles décrits par les autres points sont innombrables. On a donné à quelques-uns de ces cercles des noms particuliers qu'il est utile de connaître pour rendre compte de ce qui se passe au ciel.

γραφομένους. ὄντων δὲ τῶν μὲν τοῖς ἄστροις <γραφομένων κύκλων> ἀριθμητῶν, τῶν δὲ τοῖς ἄλλοις σημείοις σχεδὸν ἀπείρων, ὀλίγοι τινὲς τετυχήκασι διασήμου προσηγορίας, οὓς χρήσιμον εἰδέναι πρὸς τὴν τῶν κατὰ τὸν οὐρανὸν ἐπιτελουμένων θεωρίαν.

εἷς μὲν ὁ περὶ τὸν ἡμῖν μετέωρον καὶ ἀεὶ φαινόμενον πόλον καὶ αὐτὸς ἀεὶ φανερός, καλούμενος ἀρκτικὸς ἀπὸ τῶν ἐν αὐτῷ κατηστερισμένων ἄρκτων. ἕτερος δὲ ἐξ ἐναντίας, ἴσος τούτῳ, περὶ τὸν ἀποκεκρυμμένον πόλον καὶ αὐτὸς ἡμῖν ἀεὶ ἀφανής, καλούμενος ἀνταρκτικός. μέσος δὲ πάντων μέγιστος καὶ δίχα διελὼν τὴν ὅλην σφαῖραν, καλούμενος ἰσημερινός, ἐπειδὴ τῷ μὲν ὑπ' αὐτὸν κλίματι τῆς γῆς πᾶσαι νύκτες καὶ πᾶσαι ἡμέραι ἴσαι, καὶ τῶν ἄλλων δὲ ἐν ὅσοις κατὰ πᾶσαν ἑκάστην τροπὴν τοῦ παντὸς ἀνατέλλων τε καὶ δύνων φαίνεται ἥλιος, ἐπειδὰν κατὰ τοῦτον γένηται τὸν κύκλον, ἴσην ἡμέραν διαιρεῖ νυκτί.

μεταξὺ δὲ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τῶν ἀρκτικῶν καθ' ἑκάτερον τροπικός, θερινὸς μὲν ὡς πρὸς ἡμᾶς ἐπὶ τὰ ἐνθάδε τοῦ ἰσημερινοῦ ταττόμενος, χειμερινὸς δὲ ὁ ἐπὶ θάτερα, τὴν ἐπὶ τὰ νότιά τε καὶ βόρεια πάροδον τοῦ ἡλίου τρέποντος. λοξὸς γὰρ τούτοις ἔγκειται ὁ ζῳδιακός.

ς. μέγιστος μὲν καὶ αὐτὸς κύκλος, τῶν μὲν τροπικῶν ἐφαπτόμενος καθ' ἓν ἑκατέρου σημεῖον, τοῦ μὲν θερινοῦ κατὰ καρκίνον, θατέρου δὲ κατ' αἰγοκέρων, δίχα δὲ τέμνων τὸν ἰσημερινὸν καὶ αὐτὸς ὑπ' ἐκείνου διχοτομούμενος κατά τε χηλὰς καὶ κριόν, ὑφ' ὃν ἥλιός τε φέρεται καὶ ἡ σελήνη καὶ οἱ λοιποὶ πλάνητες, φαίνων τε ὁ τοῦ Κρόνου προσαγορευόμενος, ὡς δέ τινες Ἡλίου, καὶ φαέθων ὁ τοῦ Διός, ἔτι δὲ πυρόεις, ὃν Ἄρεως καλοῦσιν, οἱ δὲ Ἡρακλέους, καὶ φωσφόρος, ὅν φασιν Ἀφροδί-

1 <γραφομένων κύκλων> Hiller. — 21 Titre : περὶ τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ τῶν πλανωμένων (du zodiaque et des planètes). Cf. Chalcidius, LXV.

Il y en a un au-dessus de nous, autour du pôle toujours apparent et lui-même toujours visible. On l'appelle cercle arctique, à cause des constellations des ourses qu'il traverse. Un autre, du côté opposé, égal au premier, autour du pôle que nous ne voyons jamais, est lui-même toujours invisible pour nous, on l'appelle cercle antarctique. Celui du milieu, qui est un grand cercle, divise toute la sphère en deux parties égales et s'appelle équinoxial, par ce que pour les régions correspondantes de la terre il y a égalité entre les jours et les nuits; pour les autres lieux où l'on voit le soleil se lever et se coucher suivant le mouvement général de l'univers, les durées du jour et de la nuit sont égales quand le soleil décrit ce cercle.

Entre le cercle équinoxial et les deux cercles arctiques, il y a d'un côté le tropique d'été situé pour nous en-deçà du cercle équinoxial, et de l'autre côté le tropique d'hiver. Le soleil dans sa révolution se rapproche tantôt de l'un tantôt de l'autre. Entre ces deux cercles s'étend en effet obliquement le zodiaque.

VI. Le zodiaque est aussi un grand cercle. Il touche chaque tropique en un point : le tropique d'été en un point du Cancer et l'autre en un point du Capricorne. Il coupe l'équinoxial en deux parties égales et est lui-même divisé également par ce cercle en un point du Bélier et un point du Scorpion. C'est dans sa zone que sont emportés le soleil, la lune et les autres planètes : Phénon qu'on nomme l'astre de Saturne ou, suivant quelques-uns, du soleil, Phaéton l'astre de Jupiter, Pyroïs celui de Mars ou d'Hercule, Lucifer qu'on nomme aussi Vénus, ou encore l'étoile du matin et l'étoile du soir, et près de ces astres Stilbon qu'on nomme aussi Mercure.

της, τοῦτον δὲ καὶ ἑωσφόρον καὶ ἕσπερον ὀνομάζουσι, πρὸς δὲ τούτοις στίλβων, ὃν καλοῦσιν Ἑρμοῦ.

ζ. λέγεται δέ τις κύκλος ὁρίζων, ὁ διὰ τῆς ἡμετέρας ὄψεως ἐκβαλλόμενος καὶ κατ' ἐπιπρόσθησιν τῆς γῆς <εἰς> ἴσα διαιρῶν ὡς πρὸς αἴσθησιν τὸν ὅλον οὐρανόν, τουτέστι τό τε φανερὸν ὑπὲρ γῆς ἡμισφαίριον καὶ τὸ ἀφανὲς ὑπὸ γῆς, μέγιστος ὁμοίως καὶ τοὺς μεγίστους διχοτομῶν τόν τε ἰσημερινὸν καὶ τὸν ζῳδιακόν· ὅθεν καὶ τῶν κατὰ διάμετρον ἄστρων κατὰ συζυγίαν ἀεὶ θάτερον μὲν ἐπ' ἀνατολῆς ὁρᾶται, θάτερον δὲ ἐπὶ δύσεως. διαιρεῖ δὲ οὗτος δίχα καὶ τὸν μεσημβρινόν.

η. ἔστι γάρ τις καὶ μεσημβρινὸς καλούμενος μέγιστος κύκλος, γραφόμενος μὲν διὰ τῶν πόλων τοῦ παντὸς ἀμφοτέρων, ὀρθὸς δὲ νοούμενος πρὸς τὸν ὁρίζοντα. καλεῖται <δὲ> μεσημβρινὸς οἷον ἐπειδὴ κατὰ μέσην ἡμέραν ἐπὶ τούτῳ γίνεται μετέωρος ὁ ἥλιος. καλοῦσι δὲ ἔνιοι τοῦτον καὶ κόλουρον, ἐπειδὴ <τὸ> πρὸς τὸν ἀφανῆ πόλον μέρος αὐτοῦ ἐφ' ἡμῖν ἐστιν ἀφανές.

θ. ἀλλ' ὁ μὲν ἰσημερινὸς καὶ οἱ ἑκατέρωθεν τούτου τροπικοὶ δεδομένοι καὶ ἀραρότες τοῖς μεγέθεσι καὶ ταῖς θέσεσι. δεδόσθαι δὲ λέγεται τῇ θέσει σημεῖά τε καὶ γραμμαί, ἃ τὸν αὐτὸν ἀεὶ τόπον ἐπέχει· τῷ δὲ μεγέθει δεδομένα χωρία τε καὶ γραμμαὶ καὶ γωνίαι λέγονται, οἷς δυνάμεθα ἴσα πορίσασθαι. ὁ δὲ τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλος καὶ οἱ ἑκατέρωθεν τροπικοὶ ἀεὶ τὸν αὐτὸν ἐπέχουσι τόπον ἀραρότες εἰσί, καὶ ἴσους αὐτοῖς οἷόν τε πορίσασθαι, τῷ μὲν ἰσημερινῷ τόν τε ζῳδιακὸν καὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ τὸν μεσημβρινόν, τῷ δὲ χειμερινῷ τὸν θερινὸν καὶ τῷ θερινῷ τὸν χειμερινόν· οἵτινες διὰ τοῦτο ἀεί εἰσι δεδομένοι, ὅτι οὐκ ἐφ' ἡμῖν ἐστι τοιούσδε ἢ τηλικούσδε ὑπο-

3 Titre : περὶ τοῦ ὁρίζοντος. Cf. Chalcidius, LXV — δέ τις] δ' ἔτι τις conj. Hiller. — 4 <εἰς> Hultsch. — 11 Titre : περὶ μεσημβρινοῦ (du méridien). Cf. Chalcidius, LXV. — 17 Titre d'H. Martin : <τίνες τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων δεδομένοι ἢ μή> (des cercles donnés de la sphère, et de ceux qui ne le sont pas). Cf. Chalcidius, LXVI. — 26 διὰ τοῦτο H. Martin] διὰ τούτων les mss.

VII. On appelle horizon le cercle qui borne notre vue et divise, ainsi qu'on le voit, la terre faisant obstacle, le ciel tout entier en deux parties égales : l'une au-dessus de la terre est l'hémisphère visible, l'autre au-dessous est l'hémisphère invisible. Comme c'est aussi un grand cercle de la sphère, il coupe en deux parties égales les grands cercles tels que l'équinoxial et le zodiaque. Si deux astres sont diamétralement opposés, quand l'un se lève l'autre se couche. L'horizon partage aussi le méridien en deux parties égales.

VIII. Car il y a un autre grand cercle, nommé méridien, qui passe par les deux pôles du monde et que l'on conçoit perpendiculaire à l'horizon. On le nomme méridien par ce que le soleil le coupe au milieu du jour, étant au point le plus élevé de sa course au-dessus de l'horizon. On le nomme quelquefois colure *, parce qu'une de ses parties, celle qui est du côté du pôle invisible, est cachée pour nous.

IX. L'équinoxial et les deux tropiques situés de part et d'autre sont des cercles donnés et fixes de grandeur et de position. On dit que des points et des lignes sont donnés de position, quand ils occupent toujours le même lieu ; on dit que des surfaces, des lignes, des angles, sont donnés de grandeur, quand on peut trouver des grandeurs égales. Or l'équinoxial et les deux tropiques placés de part et d'autre ont toujours la même position, sont toujours fixes, et on pourrait trouver des cercles égaux : le zodiaque, l'horizon et le méridien étant égaux à l'équinoxial, et le tropique d'été étant égal au tropique d'hiver et réciproquement. C'est pour cela qu'ils sont toujours donnés ; il n'est pas en notre pouvoir de les rendre tels ou tels ; ils sont naturellement tels ; ils sont donnés, nous ne les donnons pas tels.

15 Colure de κόλος, ος, ον, tronqué et οὐρά, queue.

στήσασθαι αὐτούς, ἀλλὰ τῇ φύσει ὑποκείμενοι τοιοῦτοι καὶ δεδομένοι, κἂν μὴ ἡμεῖς δῶμεν·

ἃ δὲ ἐφ' ἡμῖν ἐστι δοῦναι αὐτὰ ἢ τοῖα ἢ τοῖα εἶναι, ταῦτα τῇ [δὲ] φύσει οὐκ ἔστι δεδομένα. φύσει οὖν δεδομένοι τουτέστιν ὑφεστῶτες καὶ ἀραρότες ὅ τ' ἰσημερινὸς καὶ οἱ ἑκατέρωθεν καὶ τῇ θέσει καὶ τοῖς μεγέθεσιν. ὁ δὲ ζῳδιακὸς τῷ μὲν μεγέθει δέδοται καὶ τῇ κατ' αὐτὸν τὸν οὐρανὸν θέσει, τῷ δὲ πρὸς ἡμᾶς οὐ δέδοται τῇ θέσει· μεταπίπτει γὰρ ὡς πρὸς ἡμᾶς, διὰ τὴν ἐν τῷ παντὶ λόξωσιν ἄλλοτε ἄλλως ἱστάμενος ὑπὲρ ἡμᾶς.

μεσημβρινὸς δὲ καὶ ὁρίζων τῷ μὲν μεγέθει δεδομένοι, μέγιστοι γάρ, τῇ δὲ θέσει μεταπίπτοντες καθ' ἕκαστον κλίμα τῆς γῆς, ἄλλοι παρ' ἄλλοις γινόμενοι· οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς ἐπὶ τῆς γῆς ὁ αὐτὸς ὁρίζων, οὔτε πᾶσι τὸ αὐτὸ μεσουράνισμα, οὔθ' ἑκάστῳ ἐστὶν ὁ <αὐτὸς> μεσημβρινός. οἱ μέντοι πρὸς τοῖς πόλοις, ὅ τε ἀρκτικὸς καὶ ὁ ἀνταρκτικός, οὔτε τοῖς μεγέθεσι δέδονται οὔτε τοῖς θέσεσι· κατὰ δὲ τὴν διαφορὰν τῶν νοτιωτέρων καὶ βορειοτέρων κλιμάτων παρ' οἷς μὲν μείζονες, παρ' οἷς δὲ ἐλάττονες ὁρῶνται, καὶ κατὰ μέσην μέντοι τὴν γῆν, τουτέστι κατὰ τὴν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν λεγομένην ζώνην διὰ καῦμα ἀοίκητον, οὐδ' ὅλως γίνονται, τῶν πόλων ἀμφοτέρων ἐκεῖ φαινομένων καὶ τοῦ ὁρίζοντος δι' αὐτῶν ἐκπίπτοντος. εἰσὶ δὲ οἳ καὶ τὴν σφαῖραν ὀρθὴν καλοῦσι, πάντων τῶν παραλλήλων ὀρθῶν γινομένων ὡς πρὸς ἐκείνους τοὺς τόπους τῆς γῆς.

ι. ἔτι τῶν μὲν ἄλλων κύκλων ἕκαστος ὄντως ἐστὶ κύκλος ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος. ὁ δὲ λεγόμενος ζῳδιακὸς ἐν πλάτει τινὶ φαίνεται καθάπερ τυμπάνου κύκλος, ἐφ' οὗ καὶ εἰδωλοποιεῖται τὰ ζῴδια. τούτου δὲ ὁ μὲν διὰ μέσου λέγεται τῶν ζῳδίων, ὅστις ἐστὶ καὶ μέγιστος καὶ τῶν τροπικῶν ἐφαπ-

26 Titre : περὶ τοῦ ζῳδιακοῦ. Cf. Chalcidius, LXVII.

Quant à ceux qu'il est en notre pouvoir de rendre tels ou tels, ils ne sont pas naturellement donnés. Ceux qui sont naturellement donnés, c'est-à-dire qui sont fixes, et qui existent par eux-mêmes, sont l'équinoxial et les cercles situés de part et d'autre, donnés de grandeur et de position. Le zodiaque est un cercle donné de grandeur et de position par rapport au ciel, mais par rapport à nous, il n'est pas donné de position. Pour nous, en effet, il n'est pas fixe, à cause de son obliquité dans l'univers, qui nous le montre changeant de place.

Le méridien et l'horizon sont aussi donnés de grandeur, car ce sont des grands cercles de la sphère céleste, mais ils changent de position suivant le climat et sont différents dans les différents lieux de la terre. Nous n'avons tous en effet ni le même horizon, ni la même ligne méridienne, ni le même méridien. Quant aux cercles arctique et antarctique qui sont voisins des pôles, ils ne sont donnés ni de grandeur ni de position *: suivant la différence des climats plus septentrionaux ou plus méridionaux, on les voit plus grands ou plus petits. Mais pour la région moyenne de la terre, c'est-à-dire pour la zône qui se trouve sous la ligne équinoxiale et qu'on ne peut habiter à cause de la chaleur, il n'en est pas de même : les deux pôles apparaissent aux extrémités de l'horizon, et on dit quelquefois que la sphère est droite par ce que dans cette région de la terre tous les cercles parallèles sont perpendiculaires à l'horizon.

X. Chacun des autres cercles est un véritable cercle terminé par une seule ligne; mais celui qu'on appelle zodiaque montre une certaine largeur, comme le cylindre d'un tambour; des figures d'animaux sont imaginées sur ce cylindre. On appelle cercle du milieu des signes le grand cercle qui tou-

17 On appelait cercle arctique dans chaque lieu le parallèle limite des étoiles toujours visibles dans ce lieu, et cercle antarctique le parallèle limite des étoiles toujours invisibles.

τόμενος καθ' ἓν ἑκατέρου σημεῖον καὶ τὸν ἰσημερινὸν διχοτομῶν · οἱ δὲ ἑκατέρωθεν τὸ πλάτος ἀφορίζοντες τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσου ἐλάττονες.

Περὶ τῶν ἀπλανῶν

ια. οἱ μὲν οὖν πολλοὶ καὶ ἀπλανεῖς ἀστέρες τῇ πρώτῃ καὶ μεγίστῃ καὶ τὸ πᾶν ἔξωθεν περιεχούσῃ σφαίρᾳ συμπεριφέρονται μίαν καὶ ἁπλῆν ἐγκύκλιον κίνησιν, ὡς ἐνεστηριγμένοι ταύτῃ καὶ ὑπ' αὐτῆς φερόμενοι, θέσιν τε <μίαν> καὶ ἀεὶ τὴν αὐτὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ διαφυλάττοντες καὶ τὴν πρὸς ἀλλήλους τάξιν ὁμοίαν, μηδ' ἡντινοῦν ἑτέραν μεταβολὴν ποιούμενοι μήτε σχήματος ἢ μεταναστάσεως μήτε μεγέθους ἢ χρώματος.

Περὶ τῶν πλανήτων

ιβ. ἥλιος δὲ καὶ σελήνη καὶ οἱ λοιποὶ πάντες ἀστέρες καλούμενοι πλάνητες συναποφέρονται μὲν ὑπὸ τοῦ παντὸς τὴν ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δύσιν φορὰν καθ' ἑκάστην ἡμέραν, καθὰ καὶ οἱ ἀπλανεῖς, φαίνονται δὲ καθ' ἑκάστην ἡμέραν πολλὰς καὶ ποικίλας ἄλλας ποιούμενοι κινήσεις. εἴς τε γὰρ τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων μετίασι καὶ οὐκ εἰς τὰ προηγούμενα κατὰ τὴν ἰδίαν πορείαν, ἀντιφερόμενοι <τῷ> παντὶ τὴν κατὰ μῆκος αὐτῶν λεγομένην φοράν, καὶ ἀπὸ τῶν βορείων ἐπὶ τὰ νότια καὶ ἀνάπαλιν τρέπονται, τὴν κατὰ πλάτος ποιούμενοι μετάβασιν, ἁπλῶς δὲ ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ πρὸς τὸν χειμερινὸν καὶ ἀνάπαλιν φερόμενοι διὰ τὴν τοῦ ζῳδιακοῦ λόξωσιν τούτοις ὑφ' ὧν ἀεὶ θεωροῦνται.

καὶ ἐν αὐτῷ τῷ πλάτει τοῦ ζῳδιακοῦ ποτὲ μὲν βορειότεροι

5 Cf. Chalcidius, LXVIII. — 8 <μίαν> Hiller. — 13 Cf. Chalcidius, LXVIII et LXIX. — 19 <τῷ> H. Martin.

che les deux tropiques en un point de chacun d'eux, et coupe le cercle équinoxial en deux parties égales. Les deux cercles qui limitent de part et d'autre la largeur du zodiaque sont plus petits que le cercle du milieu.

Des étoiles

XI. La plupart des astres sont fixes; ils sont emportés ensemble par un mouvement circulaire unique et simple, avec la première sphère qui est la plus grande, comme s'ils lui étaient fixés et s'ils étaient mus par elle. Ils ont toujours la même position relative sur la sphère, conservent entre eux le même ordre et n'éprouvent aucun changement de forme ni de mouvement, de grandeur ni de couleur.

Des planètes

XII. Le soleil, la lune et les autres astres qu'on nomme errants sont emportés avec l'univers dans le mouvement diurne, d'orient en occident, de même que les étoiles fixes. Mais en dehors de ce mouvement, ils paraissent chaque jour en avoir plusieurs autres. Car, par un mouvement qui leur est propre, ils vont aux signes qui les suivent (dans le mouvement diurne) et non aux signes qui les précèdent, entraînés en sens contraire de l'univers, dans une course qu'on appelle mouvement en longitude. De plus, ils ont un mouvement en latitude, du nord au midi et réciproquement, tout en accomplissant leur course en sens contraire du mouvement de l'univers. Les observateurs attentifs les voient emportés du tropique d'été au tropique d'hiver et réciproquement, à travers l'obliquité du zodiaque.

Et dans la largeur du zodiaque, on les voit tantôt plus au nord du cercle du milieu, tantôt plus au midi; les uns s'abaissent plus, les autres moins. En outre ils varient de grandeur, étant tantôt plus éloignés, tantôt plus rapprochés de τοῦ διὰ μέσου φαινόμενοι καὶ ὑψοῦσθαι λεγόμενοι, ποτὲ δὲ νοτιώτεροι καὶ ταπεινούμενοι, καὶ τοῦτο οἱ μὲν πλεῖον, οἱ δὲ ἔλαττον, ἔτι δὲ καὶ τοῖς μεγέθεσι διαλλάττοντες, διὰ τὸ ποτὲ μὲν ἀπογειότεροι, ποτὲ δὲ σύνεγγυς ἡμῖν ἐν τῷ βάθει φέρεσθαι. διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ τάχος τῆς κινήσεως διὰ τῶν ζῳδίων ἀνώμαλον φαίνονται ποιούμενοι, τὰ ἴσα διαστήματα μὴ ἐν ἴσοις χρόνοις παραλλάττοντες, ἀλλὰ θᾶττον μὲν ὅτε καὶ μέγιστοι δοκοῦσι διὰ τὸ προσγειότεροι καθίστασθαι, βραδύτερον δὲ ὅτε καὶ μικρότεροι διὰ τὸ γίνεσθαι ἀπόγειοι.

τὸ δ' ἐν αὐτῷ τῷ ζῳδιακῷ πλάτος τῆς μεταβάσεως ὁ μὲν ἥλιος βραχύ τι παντάπασιν ὁρᾶται, τὸ πᾶν περὶ μίαν μοῖραν τῶν τξ´ · ἡ δὲ σελήνη, καθὰ οἱ ἀρχαῖοί φασι, καὶ ὁ φωσφόρος πλεῖστον, περὶ γὰρ μοίρας ιβ´ · στίλβων δὲ περὶ μοίρας η´ · πυρόεις δὲ καὶ φαέθων περὶ μοίρας ε´ · φαίνων δὲ περὶ μοίρας γ´. ἀλλὰ σελήνη μὲν καὶ ἥλιος ἴσον ἐφ' ἑκάτερον τοῦ διὰ μέσου ἐν παντὶ ζῳδίῳ κατὰ πλάτος φαίνονται χωρεῖν, τῶν δὲ ἄλλων ἕκαστος οὐκ ἴσον, ἀλλ' ἔν τινι μὲν βορειότατος, ἔν τινι δὲ νοτιώτατος γίνεται.

τὸν δὲ τῶν ζῳδίων κύκλον κατὰ τὸ μῆκος ἀπὸ σημείου ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, εἰς τὰ ἑπόμενα καὶ οὐκ εἰς τὰ προηγούμενα, σελήνη μὲν ἐν ἡμέραις κζ´ καὶ τρίτῳ μάλιστα ἡμέρας καὶ νυκτὸς διέρχεται · ὁ ἥλιος δ' ἐνιαυτῷ, ὅς ἐστιν ἡμερῶν ἐγγὺς τξε´ δ´´ · φωσφόρος δὲ καὶ στίλβων καθ' ἕκαστα μὲν ἀνωμάλως, ὀλίγον παραλλάττοντες τοῖς χρόνοις, ὡς δὲ τὸ ὅλον εἰπεῖν ἰσόδρομοι ἡλίῳ εἰσίν, ἀεὶ περὶ τοῦτον ὁρώμενοι · διὸ καταλαμβάνουσί τε αὐτὸν καὶ καταλαμβάνονται · πυρόεις δὲ ὀλίγου δεῖν διετίᾳ, καὶ φαέθων μὲν σύνεγγυς ἔτεσι δώδεκα, φαίνων δὲ παρ' ὀλίγον ἔτεσι λ´.

διὸ καὶ τὰς πρὸς τὸν ἥλιον συνόδους καὶ φάσεις καὶ κρύψεις, ἃς καὶ αὐτὰς ἀνατολὰς καλοῦσι καὶ δύσεις, οὐχ ὁμοίως

11 παντάπασιν ὁρᾶται] παντάπασι φέρεται H. Martin.

la terre dans les profondeurs de l'espace. C'est pour cela que la vitesse de leur mouvement à travers les signes paraît inégale : ils ne parcourent pas des espaces égaux dans des temps égaux; ils vont plus vite quand ils paraissent plus grands à cause de leur moins grand éloignement de la terre, ils vont moins vite quand ils paraissent plus petits à cause de leur plus grand éloignement.

La distance parcourue sur le zodiaque, est faible pour le soleil, car elle est à peu près d'une division sur 360. Pour la lune, comme les anciens astronomes l'ont dit, et pour Vénus, elle est plus grande, car elle est de 12 divisions environ. Mercure en parcourt environ 8, Mars et Jupiter 5 environ et Saturne à peu près 3. La lune et le soleil paraissent s'écarter également chacun en latitude du cercle du milieu des signes. Les autres planètes ne s'en écartent pas également, elles sont plus septentrionales dans quelque signe, plus méridionales dans quelqu'autre.

Quant à la longueur du cercle des signes, d'un point fixe à ce même point, la lune, allant vers les signes suivants et non vers les signes précédents, la parcourt en 27 jours et un tiers, le soleil en une année qui vaut approximativement 365 jours et un quart; Vénus et Mercure vont d'un mouvement inégal, mais peu différent de durée, et pour tout dire ils ont la même vitesse que le soleil, puisqu'on les voit toujours à côté de lui, le suivant tantôt et tantôt le précédant. Mars achève sa course en un peu moins de 2 ans, Jupiter en 12 ans environ et Saturne en un peu moins de 30 ans.

Les conjonctions avec le soleil, les apparitions et les disparitions, qu'on appelle les levers et les couchers, ne sont pas les mêmes pour toutes les planètes. La lune, en effet, après sa conjonction avec le soleil, ayant un mouvement πάντες ποιοῦνται. σελήνη μὲν γὰρ μετὰ τὴν πρὸς τὸν ἥλιον σύνοδον, ἐπειδὴ θᾶττον αὐτοῦ τὴν εἰς τὰ ἑπόμενα ποιεῖται κίνησιν, ἀεὶ ἑσπερία πρώτως φαινομένη καὶ ἀνατέλλουσα, ἑῴα κρύπτεται καὶ δύνει. φαίνων δὲ καὶ φαέθων καὶ πυρόεις ἀνάπαλιν ἐπειδὴ βράδιον ἡλίου τὸν τῶν ζῳδίων ἀνύουσιν εἰς τὰ ἑπόμενα κύκλον, οἷον αὐτοὶ καταλαμβανόμενοι ὑπ' αὐτοῦ καὶ παριέμενοι, ἀεὶ ἑσπέριοι δύνοντες [δὲ] ἑῷοι ἀνατέλλουσιν.

ιγ. ὁ φωσφόρος δὲ καὶ στίλβων ἰσόδρομοι ὄντες ἡλίῳ καὶ περὶ αὐτὸν ἀεὶ βλεπόμενοι, καταλαμβάνοντες αὐτὸν καὶ καταλαμβανόμενοι ὑπ' αὐτοῦ, ἑκατέρως ἑσπέριοι μὲν ἀνατείλαντες ἑσπέριοι πάλιν κρύπτονται, ἑῷοι δὲ φανέντες ἑῷοι δύνουσι καὶ ἀφανίζονται. τῶν γὰρ ἄλλων πλανωμένων ἀπὸ τοῦ ἡλίου πᾶν ἀπόστημα ἀφισταμένων καὶ κατὰ διάμετρον αὐτῷ ποτε γινομένων, οἱ δύο οὗτοι ἀεὶ περὶ τὸν ἥλιον ὁρῶνται, στίλβων μὲν κʹ που μοίρας, τουτέστιν ἔγγιστα δύο μέρη ζῳδίου, τὸ πλεῖστον ἀνατολικώτερος ἢ δυσμικώτερος αὐτοῦ γινόμενος, ὁ δὲ τῆς Ἀφροδίτης περὶ νʹ μοίρας πρὸς ἀνατολὰς ἢ δύσεις ἀφιστάμενος.

ιδ. ἀνατολὴ δὲ λέγεται πλεοναχῶς· κυρίως μὲν καὶ κοινῶς ἐπί τε ἡλίου καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων ἡ πρώτη ἀναφορὰ ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα· ἕτερον δὲ τρόπον ἐπὶ τῶν ἄλλων ἡ πρώτη φαῦσις ἐκ τῶν τοῦ ἡλίου αὐγῶν, ἥτις καὶ κυρίως <φαῦσις> ὀνομάζεται· λοιπὴ δὲ ἡ καλουμένη ἀκρόνυχος, ἐπειδὰν ἡλίου δύνοντος τὸ κατὰ διάμετρον ἄστρον ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς βλέπηται· καλεῖται δὲ ἀκρόνυχος, ἐπειδὴ ἡ τοιαύτη ἀνατολὴ γίνεται ἄκρας νυκτός, τουτέστιν ἀρχομένης. παραπλησίως δὲ καὶ δύσις κοινῶς μὲν ἡ πρώτη κάθοδος ἡ ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα· τρό-

8 Titre : περὶ τῶν ἡλίου ἰσοδρόμων (des astres qui ont un mouvement égal à celui du soleil). Cf. Chalcidius, LXIX. — 15-16 τὸ πλεῖστον... γινόμενος]. On lit dans Chalcidius : *vel ad aquilonem vel nonnunquam ad austrum propensior*. Si cette version est exacte, il faut dans le texte : τὸ πλεῖστον βορειώτερος ἢ νοτιώτερος αὐτοῦ γενόμενος (très souvent plus septentrional ou plus méridional que le soleil). — 19 Titre : ὁποσαχῶς λέγεται ἀνατολή (des divers modes d'apparition). Cf. Chalcidius, LXX. — 22 φαῦσις] φάσις H. Martin.

plus rapide que lui vers les signes qui suivent, apparaît d'abord et se lève le soir, tandis qu'elle disparaît et se couche le matin. Inversement Saturne, Jupiter et Mars qui arrivent moins vite que le soleil aux signes suivants sont précédés et devancés par lui, c'est-à-dire que ces planètes se couchent toujours le soir et se lèvent le matin (après la conjonction).

XIII. Vénus et Mercure qui ont un mouvement égal à celui du soleil, paraissent toujours auprès de lui; tantôt ces deux astres le suivent, tantôt ils le précèdent; tantôt ils paraissent le soir et disparaissent aussi le soir, tantôt ils paraissent à l'aube naissante et disparaissent avec le jour. Tandis que les autres planètes s'éloignent du soleil, de tout intervalle, jusqu'à ce qu'elles lui soient diamétralement opposées, ces deux astres au contraire sont toujours vus auprès de lui. Mercure s'en écarte de 20 degrés environ, c'est-à-dire à peu près de deux tiers de signe, soit vers l'orient, soit vers l'occident; Vénus s'en écarte de 50 degrés environ à l'orient et à l'occident.

XIV. Le lever se fait de plusieurs manières : d'abord proprement et communément, pour le soleil et les autres astres, par leur élévation au-dessus de l'horizon; ensuite pour ceux-ci par leur éclat commençant à se distinguer des rayons du soleil, ce qui est encore proprement une manière de se lever. Reste encore le lever appelé lever à la nuit tombante, qui se produit à l'orient après le coucher du soleil, dans la partie du ciel diamétralement opposée. On l'appelle « ἀκρόνυχος » parce qu'il se fait à une extrémité de la nuit, c'est au commencement. Pareillement le premier coucher est la descente au-dessous de l'horizon. Ensuite il y a le coucher produit par la diffusion de l'éclat de l'astre dans les rayons lumineux du soleil; on l'appelle aussi proprement une disparition. Reste encore le coucher dit coucher de la pointe du jour, quand le soleil se levant, un astre disparaît dans la partie de l'horizon diamétralement opposée.

πον δὲ ἄλλον ὁ πρῶτος ἀφανισμὸς ἄστρου τινὸς ὑπὸ τῶν τοῦ ἡλίου αὐγῶν, ἥτις καὶ κυρίως κρύψις πάλιν προσαγορεύεται· λοιπὴ δὲ καὶ ἀκρόνυχος, ἐπειδὰν ἡλίου ἀνατέλλοντος τὸ κατὰ διάμετρον ἄστρον ἀντικαταδύνῃ.

τῶν δὲ διὰ τὰς τοῦ ἡλίου αὐγὰς λεγομένων ἀνατολῶν καὶ δύσεων, τουτέστι φαύσεων καὶ κρύψεων, αἱ μέν εἰσιν ἑῷαι, αἱ δὲ ἑσπέριαι. ἑῴα μὲν οὖν ἐστιν ἀνατολὴ ἄστρου, ἐπειδὰν ἐκφεῦγον τὰς τοῦ ἡλίου αὐγὰς προανατέλλον αὐτοῦ πρώτως ὁραθῇ, καθάπερ καὶ ἡ τοῦ κυνὸς ἐπιτολὴ λέγεται· ἑσπερία δέ, ἐπειδὰν μετὰ τὴν δύσιν τοῦ ἡλίου πρώτως φανῇ, καθάπερ τὴν σελήνην ταῖς νεομηνίαις φαμὲν ἀνατέλλειν. παραπλησίως δὲ καὶ δύσεις ἑῷαι μέν, ἐπειδὰν ταῖς ἔμπροσθεν ἡμέραις τι προανατέλλον ἡλίου συνεγγίσαντος αὐτῷ πρώτως ἀφανισθῇ, καθάπερ ἡ σελήνη· ἑσπερία δέ, ἐπειδὰν ἐπικαταδυομένῳ τινὶ συνεγγίσας ὁ ἥλιος πρώτως διὰ τὰς αὐγὰς ἀφανὲς αὐτὸ καταστήσῃ.

Περὶ θέσεως τῶν πλανωμένων <καὶ περὶ τῆς τῶν ἄστρων συμφωνίας>

ιε. τὴν δὲ κατὰ τόπον τῶν σφαιρῶν <ἢ> κύκλων θέσιν τε καὶ τάξιν, ἐν οἷς κείμενα φέρεται τὰ πλανώμενα, τινὲς μὲν τῶν Πυθαγορείων τοιάνδε νομίζουσι· προσγειότατον μὲν εἶναι τὸν τῆς σελήνης κύκλον, δεύτερον δ' ὑπὲρ τούτον <τὸν τοῦ> Ἑρμοῦ, ἔπειτα τὸν τοῦ φωσφόρου, καὶ τέταρτον <τὸν> τοῦ ἡλίου, εἶτα τὸν τοῦ Ἄρεως, ἔπειτα τὸν τοῦ Διός, τελευταῖον δὲ καὶ σύνεγγυς τοῖς ἀπλανέσι τὸν τοῦ Κρόνου· μέσον εἶναι βουλόμενοι τὸν τοῦ ἡλίου τῶν πλανωμένων ὡς ἡγεμονικώτατον καὶ οἷον καρδίαν τοῦ παντός. μηνύει δὲ ταῦτα καὶ Ἀλέξανδρος ὁ Αἰτωλός, λέγων οὕτως·

19 Cf. Chalcidius, LXXI. — <ἢ> H. Martin. — 23 <τὸν τοῦ> Hiller. — 24 <τὸν> Hiller.

Parmi les levers et les couchers dépendant du soleil et de ses rayons, c'est-à-dire parmi les phénomènes d'apparition et de disparition, les uns se font le matin, les autres le soir. Le lever de l'astre est au matin, lorsque l'astre précédant les rayons du soleil paraît avant lui à l'orient, comme le lever du Chien. Le lever est au soir, quand l'astre commence à paraître après le coucher du soleil, comme nous l'avons dit de la lune nouvelle. Pareillement le coucher est au matin quand l'astre, qui les jours précédents se levait avant le soleil, comme la lune, cesse de paraître à son approche; le coucher est au soir, quand le soleil étant tout près d'un astre à l'occident, celui-ci est invisible à cause du rayonnement voisin.

De l'ordre des planètes et du concert céleste

XV. Relativement à la position et à l'ordre des sphères ou des cercles sur lesquels sont emportées les planètes, voici l'opinion de certains Pythagoriciens. Le cercle de la lune est le plus rapproché de la terre, celui de Mercure est le deuxième au-dessus, puis vient celui de Vénus, celui du soleil est le quatrième, viennent ensuite ceux de Mars et de Jupiter, celui de Saturne est le dernier et le plus rapproché des étoiles. Ils veulent, en effet, que le cercle du soleil tienne le milieu entre les planètes, comme étant le cœur de l'univers et le plus apte à commander. Voici ce que déclare Alexandre d'Étolie :

ὑψοῦ δ' ἄλλοθεν ἄλλος ὑπερτέρον ἔλλαχε κύκλον·
ἀγχοτάτη μὲν δῖα σεληναίη περὶ γαῖαν,
δεύτερος αὖ στίλβων χελυοξόου Ἑρμείαο,
τῷ δ' ἔπι φωσφόρος ἐστὶ φαεινότατος Κυθερείης,
τέτρατος αὐτὸς ὕπερθεν ἐπ' ἠέλιος φέρεθ' ἵπποις,
πέμπτος δ' αὖ πυρόεις φονίου Θρήικος Ἄρηος,
ἕκτος δ' αὖ φαέθων Διὸς ἀγλαὸς ἵσταται ἀστήρ,
ἕβδομος <αὖ> φαίνων Κρόνου ἀγχόθι τέλλεται ἄστρων.
πάντες δ' ἑπτανόνοιο λύρης φθόγγοισι συνῳδὸν
ἁρμονίην προχέουσι διαστάσει ἄλλος ἐπ' ἄλλῃ.

καὶ γὰρ τοῦτο Πυθαγόρειον, τὸ καθ' ἁρμονίαν εἴρεσθαι τὸν κόσμον καὶ κατὰ τοὺς τῶν ἡρμοσμένων καὶ συμφώνων φθόγγων λόγους διεστῶτα τὰ οὐράνια τῇ ῥύμῃ καὶ τῷ τάχει τῆς φορᾶς ἡρμοσμένους καὶ συμφώνους φθόγγους ἀποτελεῖν. ὅθεν καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς φησιν Ἀλέξανδρος·

γαῖα μὲν οὖν ὑπάτη τε βαρεῖα τε μεσσόθι ναίει·
ἀπλανέων δὲ σφαῖρα συνημμένη ἔπλετο νήτη·
μέσσην δ' ἠέλιος πλαγκτῶν θέσιν ἔσχεθεν ἄστρων·
τοῦ δ' ἀπὸ δὴ ψυχρὸς μὲν ἔχει διὰ τέσσαρα κύκλος·
κείνου δ' ἡμίτονον φαίνων ἀνίησι χαλασθείς,
τοῦ δὲ τόσον φαέθων ὅσον ὄβριμος Ἄρεος ἀστήρ·
ἠέλιος δ' ὑπὸ τοῖσι τόνον τερψίμβροτος ἴσχει,
αἴγλης δ' ἠελίοιο τριημίτονον Κυθέρεια·
ἡμίτονον δ' ὑπὸ τῷ στίλβων φέρεθ' Ἑρμείαο,
τόσσον δὲ χρωσθεῖσα φύσιν πολυκαμπέα μήνη·
κέντρου δ' ἠελίοιο θέσιν διὰ <πέντ'> ἔλαχε χθών·

6 φονίου] φθονίου. — 19 ἀπὸ] ὑπό. — 21 ὄβριμος] ἔβριμος.

« Les sphères sont de plus en plus élevées ;
« la lune divine est la plus proche de la terre ;
« la seconde est Stilbon, astre de Mercure inventeur de la lyre ;
« vient ensuite Lucifer, astre brillant de la déesse de Cythère ;
« au-dessus est le soleil traîné par des chevaux, et qui occupe le quatrième rang ;
« Pyroïs, astre du cruel Mars de Thrace, est le cinquième ;
« Phaéton, astre brillant de Jupiter, est le sixième ;
« et Phénon, astre de Saturne, près des étoiles, est le septième.
« Les sept sphères donnent les sept sons de la lyre
« et produisent une harmonie, (c'est-à-dire une octave), à cause des intervalles qui les séparent deux à deux. »

D'après la doctrine de Pythagore, le monde étant, en effet, harmonieusement ordonné, les corps célestes qui sont distants deux à deux selon les proportions des sons consonants, produisent, par leur mouvement et la vitesse de leur révolution, les sons harmoniques correspondants. C'est pour cela qu'Alexandre s'exprime ainsi dans les vers suivants :

« La terre au centre donne le son grave de l'hypate ;
« la sphère étoilée donne la nète conjointe ;
« le soleil placé au milieu des astres errants donne la mèse ;
« la sphère de cristal donne la quarte par rapport à lui ;
« Saturne est plus bas d'un demi-ton ;
« Jupiter s'écarte autant de Saturne que du terrible Mars ;
« le soleil, joie des mortels, est d'un ton au-dessous ;
« Vénus diffère d'un trihémiton du soleil éclatant ;
« Mercure roule d'un demi-ton inférieur à Vénus ;
« vient ensuite la lune qui donne à la nature des teintes si variées ;
« enfin, la terre au centre donne la quinte par rapport au soleil ;

αὕτη πεντάζωνος ἀπ' ἠέρος εἰς φλογόεν πῦρ
ἁρμοσθεῖσ' ἀκτῖσι πυρὸς χρυερῇσί τε πάχναις
οὐρανοῦ ἑξάτονον τόνον ἔσχεθε τὸν διὰ πασῶν.
τοίην τοι σειρῆνα Διὸς παῖς ἥρμοσεν Ἑρμῆς,
ἑπτάτονον κίθαριν, θεομήστορος εἰκόνα κόσμου.

ἐν δὲ τούτοις τὴν μὲν τάξιν τῶν σφαιρῶν ἣν βεβούληται μεμήνυκε, τὴν δὲ διάστασιν αὐτῶν καὶ τὰ ἄλλα σχεδὸν πάντα φαίνεται εἰκῇ πεποιῆσθαι. τὴν γὰρ λύραν ἑπτάχορδον λέγων εἰκόνα κόσμου συστήσασθαι τὸν Ἑρμῆν καὶ ἐν τῇ διὰ πασῶν ἡρμοσμένην συμφωνίᾳ τὸ πᾶν ἐννεάχορδον συνίστησιν, ἓξ μέντοι τόνους περιέχον.

καὶ τὸν μὲν τῆς ὑπάτης φθόγγον ἀποδίδωσι τῇ γῇ, διότι βαρυτάτη τῶν ἄλλων ἐστὶν αὕτη · καίτοι ἡ ἐπὶ τοῦ μέσου ἐστὶν ἀκίνητος, οὐδ' ὅλως ποιεῖ φθόγγον · τὸν δὲ τῆς συνημμένης νήτης τῇ τῶν ἀπλανῶν ἀποδίδωσι σφαίρᾳ, καὶ τούτων μεταξὺ ζ' τίθησι φθόγγους τοὺς τῶν πλανωμένων. πάλιν τὸν τῆς μέσης ἀποδίδωσι τῷ ἡλίῳ, τῆς ὑπάτης οὔτε πρὸς τὴν μέσην διὰ πέντε συμφωνούσης, ἀλλὰ διὰ τεσσάρων, οὔτε πρὸς τὴν συνημμένην νήτην διὰ πασῶν, ἀλλὰ πρὸς τὴν διεζευγμένην. τό τε πᾶν σύστημα οὔτε κατὰ διάτονον γένος ἁρμόζεται · οὔτε γὰρ τριημιτονιαῖον ἀσύνθετον οὔτε πλείω ἑνὸς ἡμιτόνια κατὰ τὸ ἑξῆς ἐν τούτῳ μελῳδεῖται τῷ γένει · οὔτε μὴν κατὰ χρῶμα · πάλιν γὰρ ἐν χρώματι τόνος ἀσύνθετος οὐ μελῳδεῖται. εἰ δὲ μικτὸν ἐξ ἀμφοῖν λέγει τις τοῖν γενοῖν εἶναι τὸ σύστημα, ... τό τε πλείω δυοῖν κατὰ τὸ ἑξῆς ἡμιτόνια τάττεσθαι οὐδ' ὅλως ἐστὶν ἐμμελές. ἀλλὰ ταῦτα μὲν τοῖς ἀμυήτοις μουσικῆς ἐστιν ἄδηλα.

1 ἀπ' ἠέρος εἰς] ὑπ' ἠέρι ἧς H. Martin. — 2 χρυερῇσι] κρυεροῖσι. — 4 τοίην] τοίνυν. — 15 τούτων μεταξὺ ζ' H. Martin] τοῦτο ζ' μεταξὺ δὲ dans les mss. — 23 κατὰ χρῶμα] ἐν χρώματι H. Martin.

« elle a cinq zones, des zones brumeuses à la zone torride,
« s'accommodant à la chaleur la plus intense, comme au
froid le plus glacial.
« Le ciel qui comprend six tons complète l'octave.
« Le fils de Jupiter, Mercure, nous représente une Sirène
« ayant une lyre à sept cordes, image de ce divin monde *. »

Dans ces vers, Alexandre a indiqué pour les sphères l'ordre qu'il a voulu. Il est évident qu'il a imaginé arbitrairement les intervalles qui les séparent et presque tout le reste. Il dit, en effet, que la lyre à sept cordes, image de l'univers, a été composée par Mercure, et qu'elle donne les consonances de l'octave; puis il établit l'harmonie du monde avec neuf sons qui ne comprennent cependant que six tons.

Il est vrai qu'il attribue à la terre le son de l'hypate, comme étant plus grave que les autres; mais celle-ci étant immobile au centre, ne rend absolument aucun son. Puis, il donne le son de la nète conjointe à la sphère des étoiles et place entre les deux les sept sons des planètes. Il attribue le son de la mèse au soleil. L'hypate ne donne pas avec la mèse la consonance de quinte, mais celle de quarte, et ce n'est pas avec la nète des conjointes qu'elle donne la consonance d'octave, mais avec la nète des disjointes.

Le système n'est pas conforme au genre diatonique, puisque dans ce genre le chant ne comporte ni un intervalle indé composé de trihémiton, ni deux demi-tons de suite. Il n'est

7 Voici donc, d'après Alexandre, l'ordre des sphères et les intervalles des sons rendus par ces sphères :

Sphère des étoiles donnant la nète		
	demi ton	quarte.
« de Saturne		
	demi ton	
« de Jupiter		
	demi ton	
« de Mars		
	ton	
« du Soleil donnant la mèse		
	trihémiton	quinte.
« de Vénus		
	demi ton	
« de Mercure		
	demi ton	
« de la Lune		
	ton	
« de la Terre donnant l'hypate		

Ἐρατοσθένης δὲ τὴν μὲν διὰ τῆς φορᾶς τῶν ἄστρων γινομένην ἁρμονίαν παραπλησίως ἐνδείκνυται, τὴν μέντοι τάξιν τῶν πλανωμένων οὐ τὴν αὐτήν, ἀλλὰ μετὰ σελήνην ὑπὲρ γῆς δεύτερόν φησι φέρεσθαι τὸν ἥλιον. φησὶ γὰρ ὡς Ἑρμῆς ἔτι νέος, ἐργασάμενος τὴν λύραν, ἔπειτα πρώτως εἰς τὸν οὐρανὸν ἀνιὼν καὶ παραμείβων τὰ πλανᾶσθαι λεγόμενα, θαυμάσας τὴν διὰ τὴν ῥύμην τῆς φορᾶς αὐτῶν γινομένην ἁρμονίαν τῇ ὑπ' αὐτοῦ κατεσκευασμένῃ λύρᾳ <ὁμοίαν> · ἐν δὲ τοῖς ἔπεσι φαίνεται ὁ ἀνὴρ οὗτος τὴν μὲν γῆν ἐᾶν ἀκίνητον, ἐν η' δὲ φθόγγοις ποιεῖ ὑπὸ τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν τὰς τῶν πλανωμένων ἑπτά, [καὶ] πάσας κινῶν περὶ τὴν γῆν καὶ τὴν λύραν ποιούμενος ὀκτάχορδον ἐν τῇ διὰ πασῶν συμφωνίᾳ ὁ μουσικώτερος Ἀλεξάνδρου.

οἱ μέντοι μαθηματικοὶ τὴν τάξιν τῶν πλανωμένων οὔτε ταύτην <οὔτε τὴν> αὐτὴν πάντες τιθέασιν, ἀλλὰ μετὰ μὲν τὴν σελήνην τάττουσι τὸν ἥλιον, ὑπὲρ δὲ τοῦτον ἔνιοι μὲν τὸν στίλβοντα, εἶτα τὸν φωσφόρον, <ἄλλοι δὲ τὸν φωσφόρον,> ἔπειτα τὸν στίλβοντα, τοὺς δὲ ἄλλους ὡς εἴρηται.

Τὰ ἐν τῇ Πολιτείᾳ περὶ τοῦ Παμφύλου μύθου

ις. Πλάτων δὲ ἐπὶ τέλει τῆς Πολιτείας, προτρέπων ἐπὶ δικαιοσύνην καὶ ἀρετήν, μῦθόν τινα διέξεισι [καὶ] περὶ τῆς τῶν οὐρανίων διακοσμήσεως, λέγων ἄξονα μέν τινα διὰ τοῦ πόλου διήκοντα οἷον κίονα, ἑτέραν δὲ ἠλακάτην καὶ ἄτρακτον, τοὺς δέ

6 θαυμάσας Hiller] θαυμάσειε H. Martin. — 8 <ὁμοίαν> H. Martin. — 12 ὁ μουσικώτερος Ἀλεξάνδρου H. Martin] ὁ μουσικώτατος Ἀλέξανδρος. — 15 <οὔτε τὴν> Hiller. — 17 <ἄλλοι δὲ τὸν φωσφόρον> H. Martin.

pas non plus chromatique, car dans le genre chromatique la mélodie ne comprend pas le ton indécomposé. Si l'on dit que le système est formé des deux genres, je répondrai qu'il n'est pas mélodieux d'avoir plus de deux demi-tons de suite. Mais tout cela manque de clarté pour ceux qui ne sont pas initiés à la musique.

Ératosthène expose, d'une manière semblable, l'harmonie produite par la révolution des astres, mais il ne leur assigne pas le même ordre. Après la lune qui est au-dessus de la terre, il donne la seconde place au soleil. Il dit, en effet, que Mercure, encore jeune, ayant inventé la lyre, monta d'abord au ciel, et qu'en passant près des astres qu'on nomme errants il s'étonna que l'harmonie produite par la vitesse de leurs révolutions fût la même que celle de la lyre qu'il avait imaginée..... Dans des vers épiques, cet auteur paraît laisser la terre immobile et veut qu'il y ait huit sons produits par la sphère étoilée et par les sept sphères des planètes qu'il fait tourner autour de la terre; c'est pour cela qu'il fait une lyre à huit cordes, comprenant les consonances de l'octave. Cette explication vaut mieux que celle d'Alexandre.

Les mathématiciens n'établissent ni cet ordre, ni un même ordre parmi les planètes. Après la lune, ils placent le soleil, quelques-uns mettent au-delà Mercure, puis Vénus, d'autres y mettent Vénus, puis Mercure. Ils rangent les autres planètes dans l'ordre que nous avons dit.

Du mythe du Pamphylien dans la République

XVI. Platon, à la fin de la *République*, voulant exhorter à la justice et à la vertu, raconte une fable dans laquelle, parlant de l'arrangement des corps célestes, il dit qu'un axe traverse le pôle comme une colonne; il ajoute qu'il y a un autre axe du fuseau, avec des boules creuses s'emboîtant les unes dans les autres. Ces boules ne sont autres que les sphères portant les sept planètes; une dernière sphère, celle des τινας περὶ τοῦτον κοίλους ἐν ἀλλήλοις ἡρμοσμένους σφονδύλους τὰς τῶν ἄστρων σφαίρας, ζʹ μὲν τῶν πλανωμένων, ἐκτὸς δὲ μίαν τῶν ἀπλανῶν ἐντὸς αὐτῆς περιέχουσαν τὰς ἄλλας · δηλοῖ δὲ τὴν τάξιν τῶν σφαιρῶν διά τε τοῦ μεγέθους τῶν ἄστρων ἑκάστου καὶ διὰ τοῦ χρώματος ἑκάστου καὶ ἔτι διὰ τοῦ τάχους τῆς ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντὶ φορᾶς, λέγων οὕτως ·

ἐπειδὴ δὲ τοῖς ἐν τῷ λειμῶνι ἑκάστοις ἑπτὰ ἡμέραι γένοιντο, ἀναστάντας ἐντεῦθεν δεῖν τῇ ὀγδόῃ ἐκπορεύεσθαι, καὶ ἀφικνεῖσθαι [ἢ] τεταρταίους ὅθεν καθορᾶν ἄνωθεν διὰ παντὸς τοῦ οὐρανοῦ καὶ γῆς τεταμένον φῶς εὐθύ, οἷον κίονα, μάλιστα τῇ ἴριδι ἐμφερές, λαμπρότερον δὲ καὶ καθαρώτερον, εἰς ὃ ἀφικνεῖσθαι προελθόντας ἡμερησίαν ὁδόν, καὶ ἰδεῖν αὐτόθι κατὰ μέσον τὸ φῶς ἐκ τοῦ οὐρανοῦ τὰ ἄκρα τῶν δεσμῶν τεταμένα · εἶναι γὰρ τοῦτο τὸ φῶς σύνδεσμον τοῦ οὐρανοῦ, οἷον τὰ ὑποζώματα τῶν τριήρων, οὕτω πᾶσαν συνέχον τὴν περιφοράν · ἐκ δὲ τῶν ἄκρων τεταμένον ἀνάγκης ἄτρακτον, δι' οὗ πάσας ἐπιστρέφεσθαι τὰς περιφοράς · οὗ τὴν μὲν ἠλακάτην καὶ τὸ ἄγκιστρον εἶναι ἐξ ἀδάμαντος, τὸν δὲ σφόνδυλον μικτὸν ἐκ τούτου καὶ ἄλλων.

τὴν δὲ τοῦ σφονδύλου φύσιν εἶναι τοιάνδε · τὸ μὲν σχῆμα οἵανπερ τοῦ ἐνθάδε · νοῆσαι δὲ δεῖ ἐξ ὧν ἔλεγε τοιόνδε αὐτὸν εἶναι · ὥσπερ γὰρ ἂν ἐν ἑνὶ μεγάλῳ σφονδύλῳ κοίλῳ καὶ ἐξεγλυμμένῳ διαμπερὲς ἄλλος τοιοῦτος ἐλάττων ἐγκέοιτο ἁρμόττων καθάπερ οἱ κάδοι εἰς ἀλλήλους ἁρμόττοντες · καὶ οὕτω δὲ τρίτον ἄλλον καὶ τέταρτον καὶ ἄλλους τέτταρας. ὀκτὼ γὰρ εἶναι τοὺς σύμπαντας σφονδύλους ἐν ἀλλήλοις ἐγκειμένους, κύκλους ἄνωθεν τὰ χείλη φαίνοντας, νῶτον συνεχὲς ἑνὸς σφονδύλου ἀπεργαζομένους περὶ τὴν ἠλακάτην · ἐκείνην δὲ διὰ

2 ἐκτὸς] ἔκτος. — 8 ἐκπορεύεσθαι] πορεύεσθαι Platon *Rp.* p. 616 B. — 11 ἐμφερές] προσφερῆ Platon, *loc. cit.* — ἀφικνεῖσθαι] ἀφικέσθαι Platon, *id.* — 18 καὶ ἄλλων] καὶ ἄλλων γενῶν Platon, p. 616 C.

étoiles, enveloppe toutes les autres. Il montre l'ordre de ces sphères, par rapport à la distance de chacun des astres, à leur couleur et à la vitesse de leur mouvement en sens contraire de celui de l'univers. Voici ce qu'il dit * :

« Après que chacune de ces âmes eût passé sept jours
« dans la prairie, il leur avait fallu en partir le huitième et
« se rendre, en quatre jours de marche, en un lieu d'où l'on
« voyait une lumière s'étendant sur toute la surface du
« ciel et de la terre, droite comme une colonne, assez sem-
« blable à l'arc-en-ciel, mais plus éclatante et plus pure. Il
« leur avait fallu encore un jour de marche, pour arriver là
« où l'on voit, au milieu de cette bande lumineuse, les
« extrémités des attaches fixées au ciel. Cette bande est le
« lien du ciel et embrasse toute sa circonférence, comme
« les ceintures des trirèmes (pour empêcher la charpente de
« se disjoindre). Aux extrémités du lien était tenu le
« fuseau de la Nécessité, c'est lui qui donne le branle à
« toutes les révolutions des sphères. La tige et le crochet
« de ce fuseau étaient de diamant; le fuseau était formé de
« la même substance et d'autres matières précieuses.

« Voici comment il était fait : il ressemblait pour la forme
« aux fuseaux d'ici-bas; mais, d'après la description donnée
« par le Pamphylien, il faut se le représenter contenant dans
« sa concavité un autre fuseau plus petit qui en reçoit
« lui-même un troisième, comme de grands vases ajustés
« les uns dans les autres. Il y en a ainsi un troisième, un
« quatrième, et quatre autres encore. C'étaient donc en tout
« huit fuseaux, placés les uns dans les autres, dont on
« voyait d'en haut les bords circulaires et qui présentaient
« tous la surface courbe continue d'un seul fuseau autour
« de la tige passant par le centre du premier. Les bords

4 Platon, *République*, X, p. 616 B.

μέσου τοῦ ὀγδόου διαμπερὲς ἐληλάσθαι. τὸν μὲν οὖν πρῶτόν τε <καὶ> ἐξωτάτω σφόνδυλον πλατύτατον τὸν τοῦ χείλους κύκλον ἔχειν, τὸν δὲ τοῦ ἕκτου δεύτερον, τρίτον δὲ τὸν τοῦ τετάρτου, τέταρτον δὲ τὸν τοῦ ὀγδόου, πέμπτον δὲ τὸν τοῦ ἑβδόμου, ἕκτον δὲ τὸν τοῦ πέμπτου, ἕβδομον δὲ τὸν τοῦ τρίτου, ὄγδοον δὲ τὸν τοῦ δευτέρου.

καὶ τὸν μὲν τοῦ μεγίστου ποικίλον, τὸν δὲ τοῦ ἑβδόμου λαμπρότατον, τὸν δὲ τοῦ ὀγδόου χρῶμα ἀπὸ τοῦ ἑβδόμου ἔχειν προσλάμποντος, τὸν δὲ τοῦ δευτέρου καὶ πέμπτου παραπλήσια ἀλλήλοις, ξανθότερα ἐκείνων χρώματα, τρίτον δὲ λευκότατον χρῶμα ἔχειν, τὸν τέταρτον ὑπέρυθρον, δεύτερον λευκότητι τὸν ἕκτον.

κυλίεσθαι δὲ στρεφόμενον τὸν ἄτρακτον ὅλον μὲν τὴν αὐτὴν φορὰν τῷ κόσμῳ, ἐν δὲ ὅλῳ περιφερομένῳ τοὺς ἐντὸς ἑπτὰ κύκλους τὴν ἐναντίαν τῷ ὅλῳ ἠρέμα περιάγεσθαι, αὐτῶν δὲ τούτων τάχιστα μὲν ἰέναι τὸν ὄγδοον, δευτέρους δὲ καὶ ἅμα ἀλλήλοις ἰσοταχῶς τόν τε ἕβδομον καὶ τὸν ἕκτον καὶ τὸν πέμπτον · τρίτον δὲ φορᾷ ἰέναι, ὅν φασι φαίνεσθαι ἐπανακυκλούμενον <τὸν τέταρτον> μάλιστα τῶν ἄλλων · τέταρτον δὲ <τὸν> τρίτον καὶ πέμπτον τὸν δεύτερον. στρέφεσθαι δὲ αὐτὸν ἐν τοῖς τῆς ἀνάγκης γόνασιν. ἐπὶ δὲ τῶν κύκλων αὐτοῦ ἄνωθεν ἐφ' ἑκάστου βεβηκέναι Σειρῆνα συμπεριφερομένην, φωνὴν μίαν ἱεῖσαν, ἕνα τόνον · ἐκ πασῶν ὀκτὼ οὐσων ἁρμονίαν συμφωνεῖν.

1 ὀγδόου] ἐκτός ou πρώτου conj. J D. — 13 κυλίεσθαι] κυκλεῖσθαι Platon. — 14 τῷ κόσμῳ manque dans Platon. — 15 περιάγεσθαι] περιφέρεσθαι Platon. — 17 ἰσοταχῶς manque dans Platon. — 18 ὅν φασι] ὡς σφίσι Platon. — 19 Les mots τὸν τέταρτον se trouvent dans Platon, ils manquent dans les mss. de Théon; et les mots μάλιστα τῶν ἄλλων qui se trouvent dans Théon manquent dans Platon. — 23 ἁρμονίαν] μίαν ἁρμονίαν Platon.

« circulaires de ce fuseau extérieur étaient les plus larges, « puis ceux du sixième, du quatrième, du huitième, du « septième, du cinquième, du troisième et du second allaient « en diminuant de largeur selon cet ordre.

« Les bords du plus grand fuseau (sphère des étoiles) « étaient de différentes couleurs, le bord du septième (sphère « du soleil) était d'une couleur très éclatante, celui du hui- « tième (sphère de la lune) empruntait du septième sa cou- « leur et son éclat. La couleur des cercles du second et du « cinquième (Saturne et Mercure) était presque la même et « ils étaient plus jaunes que les autres; le troisième (Jupiter) « avait une couleur très blanche ; celle du quatrième (Mars) « était un peu rouge. Enfin, le sixième (Vénus) occupait le « second rang pour l'éclat de sa blancheur *. »

Le fuseau extérieur tout entier faisait sa révolution dans le même sens que l'univers, et, dans l'intérieur, les sept fuseaux concentriques se mouvaient lentement en sens contraire; le mouvement du huitième était le plus rapide, ceux du septième, du sixième et du cinquième étaient moindres et d'une vitesse égale; le quatrième qui a un mouvement rétrograde plus rapide que celui des autres fuseaux est le troisième pour la vitesse, comme il leur parut; le troisième n'avait que la quatrième vitesse, et le second n'avait que la cinquième. Le fuseau tournait sur les genoux de la Nécessité. Sur chacun de ces cercles était assise une Sirène qui tournait avec lui et faisait entendre un son toujours le même. De tous ces sons, au nombre de huit, résultait une harmonie parfaite (c'est-à-dire une octave complète).

14 Grou, dans sa traduction de la *République*, a fait un contre-sens qui a été reproduit par les autres traducteurs français : Cousin, Saisset, Bastien. Il dit « le second surpassait en blancheur le sixième ». Il y a : δεύτερον δὲ λευκότητι τὸν ἕκτον, mot à mot : le sixième est le second pour la blancheur. Et en effet Vénus est l'astre le plus brillant après le soleil.

ταῦτα μὲν οὖν καὶ ὁ Πλάτων · ὧν τὴν ἐξήγησιν ἐν τοῖς τῆς Πολιτείας ποιούμεθα ὑπομνήμασιν. κατεσκεύασται δ' ἡμῖν καὶ σφαιροποιία κατὰ τὰ εἰρημένα · καὶ γὰρ αὐτός φησιν ὁ Πλάτων ὅτι τὸ ἄνευ τῶν δι'ὄψεως μιμημάτων [τῶν] τὰ τοιαῦτα ἐθέλειν ἐκδιδάσκειν μάταιος πόνος. ἐπὶ δὲ τῶν κύκλων φησὶν ἐφεστάναι Σειρῆνας · <ἅς> οἱ μὲν αὐτούς <φασι> λέγεσθαι τοὺς πλάνητας, ἀπὸ τοῦ σειριάζειν · κοινῶς τε γάρ, φησὶν ὁ Ἄδραστος, πάντας τοὺς ἀστέρας οἱ ποιηταὶ σειρίους καλοῦσιν, ὡς Ἴβυκος ·

φλεγέθων, ἅπερ διὰ νύκτα μακρὰν σείρια παμφανόωντα.

καὶ κατὰ διαφορὰν ἔνιοι τοὺς λαμπροὺς καὶ ἐπιφανεῖς, ὡς Ἄρατος τὸν τοῦ κυνὸς ὀξέα σειριᾶν φησι, καὶ ὁ τραγικὸς ἐπί τινος τῶν πλανήτων ·

τί ποτ' ἄρα ὁ ἀστὴρ ὅδε πορθμεύει
σείριος..... ;

ἔνιοι δὲ Σειρῆνας οὐ τοὺς ἀστέρας λέγεσθαί φασιν, ἀλλὰ κατὰ τὸ Πυθαγορικὸν τοὺς ὑπὸ τῆς τούτων φορᾶς γινομένους ἤχους καὶ φθόγγους ἡρμοσμένους καὶ συμφώνους, ἐξ ὧν μίαν ἡρμοσμένην ἀποτελεῖσθαι φωνήν.

<Περὶ τῆς τῶν πλανωμένων κινήσεως>

ιζ. τῶν δὲ πλανωμένων, φησὶν ὁ Ἄδραστος, τὰ μέν ἐστιν ἀεὶ ὑπολειπτικά, ὡς ἥλιος καὶ σελήνη · ταῦτα γὰρ οὐδέποτε εἰς τὰ προηγούμενα τῶν ζῳδίων μεταβαίνει, ἀλλὰ πάντοτε ὁρᾶται μεταβαίνοντα εἰς τὰ ἑπόμενα · διόπερ οὐδὲ στηριγμοὺς οὐδὲ ἀναποδισμοὺς ποιεῖται. τὰ δὲ καὶ προηγεῖται καὶ ὑπολείπεται, καθάπερ τὰ ἄλλα · διόπερ ἀναγκαίως καὶ στηρίζοντά ποτε φαίνεται καὶ ἀναποδίζοντα.

20 Titre dans quelques mss. : τί ἐστιν ὑπόλειψις καὶ προήγησις. στηριγμὸς καὶ ἀναποδισμός (du mouvement contraire et du mouvement en avant, de la station et de la rétrogradation).

Nous expliquons dans les *Commentaires de la République* cette exposition de Platon. Nous avons aussi construit une *Sphère* d'après ses explications. Platon dit, en effet, qu'on ferait un travail inutile si on voulait exposer ces phénomènes sans des images qui parlent aux yeux. Il dit que sur les cercles sont assises des Sirènes, c'est ainsi que quelques-uns désignent les planètes elles-mêmes, du mot « σειριάζειν », briller *. Du reste, d'après Adraste, les poètes nomment souvent astres brillants « σειρίους » toutes les étoiles. Ainsi, on lit dans Ibycus : étincelant comme les « σείρια » qui brillent dans une longue nuit.

D'autres n'appellent particulièrement ainsi que les étoiles brillantes et remarquables. Aratus se sert du verbe σειρᾶν pour indiquer qu'une étoile de la gueule du Chien brille d'un vif éclat *, et un poète tragique a dit d'une planète : Quel est donc cet astre brillant « σείριος » qui passe au dessus de nos têtes *? Quelques auteurs prétendent que les astres ne peuvent pas être pris pour des Sirènes, mais que, suivant la doctrine pythagoricienne, des sons et des accords sont produits par leurs révolutions, d'où résulte une harmonie parfaite.

Du mouvement des planètes

XVII. Pour les planètes, dit Adraste, il y en a qui sont toujours laissées en arrière, tels sont le soleil et la lune qui ne vont jamais vers les signes qui précèdent, mais qu'on voit toujours aller vers ceux qui suivent; aussi ces planètes n'ont-elles jamais de stations ni de rétrogradations. Il y en a d'autres qui se meuvent vers les signes précédents et vers les signes suivants, ce sont toutes les autres planètes, c'est

8 Le mot σειριάζειν qui manque aux dictionnaires, même au *Thesaurus* d'Henri Estienne, parait dériver de σείριος, brûlant, brillant, d'où vient Sirius : σειριάζειν signifierait donc ici « briller ». — 15 Aratus, les *Phénomènes*, v. 331. — 17 Euripide, *Iphigénie à Aulis*, v. 6-7.

ιη. ἔστι γὰρ ὑπόλειψις μὲν φαντασία πλάνητος ὡς εἰς τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων καὶ πρὸς ἀνατολὰς ἀπιόντος, ὥς φησιν ὁ Ἄδραστος, ὡς δὲ ὁ Πλάτων φησίν, οὐ φαντασία, ἀλλὰ τῷ ὄντι μετάβασις πλάνητος εἰς τὰ ἑπόμενα ζῴδια ἐπ' ἀνατολὰς ἀπιόντος κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν, οἷον ἀπὸ Καρκίνου εἰς Λέοντα.

ιθ. προήγησις δέ ἐστι φαντασία πλάνητος ὡς ἐπὶ τὰ προηγούμενα καὶ ἐπὶ δυσμὰς μεταβαίνοντος, οἷον ἀπὸ Καρκίνου εἰς Διδύμους.

κ. στηριγμὸς δέ ἐστι φαντασία πλάνητος ὡς ἐπὶ πλέον ἑστῶτος καὶ μένοντος παρά τινι τῶν ἀπλανῶν.

κα. ἀναποδισμὸς δέ ἐστι φαντασία πλανήτος ὑποστροφῆς ἀπὸ στηριγμοῦ ὡς ἐπὶ τὰ ἐναντία τῇ πρόσθεν κινήσει. πάντα δὲ ταῦτα ἡμῖν φαίνεται γίνεσθαι, οὐ μὴν οὕτως ἐπιτελεῖται · τούτου δ' αἴτιον τὸ κατὰ ἰδίου τινὸς κύκλου ἢ ἐν ἰδίᾳ σφαίρᾳ φερόμενον ἕκαστον τῶν πλανωμένων κατωτέρω τῶν ἀπλανῶν ἡμῖν διὰ τὴν ἐπιπρόσθησιν δοκεῖν κατὰ τὸν ζῳδιακὸν φέρεσθαι κύκλον ἐπάνω κείμενον, ὡς καὶ περὶ τούτων διορίζει ὁ Ἄδραστος εἰς τὸ τὴν διαφορὰν τῶν περὶ τοὺς πλάνητας ὑποθέσεων φανερὰν γίνεσθαι αἷς ἕπεται τὰ φαινόμενα.

κβ. φησὶ δ' ὅτι ὁ μὲν πᾶς κόσμος τοιοῦτός τε καὶ ἐκ τοσούτων καὶ τοιούτων συνεστηκὼς οἵων καὶ ὅσων διειλόμεθα, φερόμενός τε φορὰν ἐγκύκλιον καὶ τοῦ σφαιρικοῦ σχήματος οἰκείαν ὑπὸ τοῦ πρώτου <κινεῖται> · ὅθεν καὶ κατεσκευάσθη τοῦ βελτίστου καὶ ἀρίστου χάριν. πρὸς δὲ τὴν χρόνου διαρίθμησιν καὶ τὴν τῶν περιγείων καὶ ἀπογείων μεταβολὴν ἐγένετο ἡ τῶν πλανωμένων φορὰ ποικίλη τις ἤδη συνεστηκυῖα, ὥστε ἀκολουθεῖν αὐτῇ τὸ ἐνταῦθα · ταῖς γὰρ τούτων τροπαῖς προσιόν-

21 Titre : περὶ τῆς τῶν ὅλων διακοσμήσεως καὶ τῆς ὑπὸ σελήνην ἀταξίας (de l'ordre dans l'univers et du désordre dans le monde sublunaire). — 24 <κινεῖται> H. Martin.

pour cela qu'elles paraissent nécessairement tantôt s'arrêter et tantôt rétrograder.

XVIII. Le mouvement contraire est, d'après Adraste, celui d'une planète qui semble toujours aller vers les signes qui suivent à l'orient. Mais, d'après Platon, ce n'est pas une apparence, c'est, en réalité, le mouvement propre d'un astre qui va à l'orient dans les signes suivants, par exemple, du Cancer dans le Lion.

XIX. Le mouvement en avant est le mouvement d'une planète qui semble aller vers les signes précédents à l'occident, par exemple, du Cancer aux Gémeaux.

XX. La station est l'état d'une planète qui semble s'arrêter et rester quelque temps près de quelqu'une des étoiles fixes.

XXI. La rétrogradation est le retour apparent d'une planète de sa station en sens contraire de son premier mouvement. C'est ainsi que cela paraît se produire, mais ce n'est qu'une apparence : la cause est que chaque planète se mouvant au-dessous des étoiles, dans un cercle ou dans une sphère qui lui est propre, nous semble, à cause de la résistance, emportée, relativement à la zone zodiacale qui est au dessus; et, comme l'explique Adraste, ce ne sont là que des hypothèses différentes sur les planètes, hypothèses rendues vraisemblables par l'accord avec les phénomènes.

XXII. Il dit que le monde tel qu'il est, composé des parties si nombreuses et si diverses que nous avons distinguées, se meut d'un mouvement circulaire et propre à sa forme sphérique, et que ce mouvement a été communiqué par un premier moteur; c'est pourquoi ce monde a été arrangé, grâce à une cause supérieure et la meilleure. Le mouvement des planètes a été diversement disposé pour le calcul du temps et leur retour au périgée et à l'apogée, de sorte que ce qui se fait ici-bas suit complètement ce mouvement. C'est, en effet, par les révolutions des astres qui viennent ou s'en vont que sont aussi changées toutes choses ici-των καὶ ἀπιόντων συμμεταβάλλει καὶ τἀνταῦθα παντοίως. τῶν μὲν γὰρ ἀπλανῶν ἁπλῆ καὶ μία φορὰ κύκλῳ, τεταγμένη τε καὶ ὁμαλή. τῶν δὲ [ἄλλων] πλανωμένων κυκλικὴ μέν, οὐ μὴν ἁπλῆ δοκεῖ καὶ μία, οὐδὲ ὁμαλὴ καὶ τεταγμένη. τῶν δ' ὑπὸ σελήνην καὶ περὶ ἡμᾶς καὶ μέχρις ἡμῶν πᾶσα μεταβολὴ καὶ κίνησις καί, καθάπερ φησίν·

ἔνθα κότος τε φόνος τε καὶ ἄλλων ἔθνεα κηρῶν.

καὶ γὰρ γένεσις καὶ φθορὰ περὶ πάντα τἀνταῦθα καὶ αὔξησις καὶ μείωσις ἀλλοίωσίς τε παντοία καὶ ἡ κατὰ τόπον ποικίλη φορά. τούτων δέ, φησίν, αἴτια τὰ πλανώμενα τῶν ἄστρων. ταῦτα δὲ λέγοι τις ἂν οὐχ ὡς τῶν τιμιωτέρων καὶ θείων καὶ αἰδίων ἀγεννήτων τε καὶ ἀφθάρτων ἕνεκα τῶν ἐλαττόνων καὶ θνητῶν καὶ ἐπικήρων πεφυκότων, ἀλλ' ὡς ἐκείνων μὲν διὰ τὸ κάλλιστον καὶ ἄριστον καὶ μακαριώτατων ἀεὶ οὕτως ἐχόντων, τῶν δ' ἐνταῦθα κατὰ συμβεβηκὸς ἐκείνοις ἑπομένων.

ἵνα μὲν γὰρ ἡ ἐν κύκλῳ τοῦ παντὸς ἀεὶ ὁμοία φορὰ γίνηται, οἷον ἐνέργειά τις οὖσα καὶ ζωὴ τούτου θεία, μένειν ἐπὶ τοῦ μέσου τὴν γῆν ἀνάγκη, <ᾗ> περιενεχθήσεται τὸ κύκλῳ φερόμενον. εἰ δὲ ἀνάγκη μένειν κάτω τὴν γῆν, ἀνάγκη καὶ τὸ πῦρ τὸν ἐναντίον ταύτῃ κατέχειν τόπον, ὑπὸ τὴν κύκλῳ φορητικὴν αἰθέριον οὐσίαν καθιστάμενον. τούτων δ' οὕτω διεστηκότων ἀνάγκη καὶ τἆλλα στοιχεῖα, ὕδωρ καὶ ἀέρα, κατὰ λόγον τὸν μεταξὺ τόπον ἐπέχειν. τούτων δὲ ὄντων ἀνάγκη καὶ μεταβολὴν εἶναι τῶν ἐνταῦθα, διὰ <τὸ> τὴν ὕλην αὐτῶν διόλου εἶναι τρεπτὴν καὶ [ταῦτα] δυνάμεις ἔχειν ὑπεναντίας.

ἐγγίνεται δ' ἡ μεταβολὴ τῇ ποικίλῃ φορᾷ τῶν πλανωμένων. εἰ γὰρ ὁμοίως τοῖς ἀπλανέσι καὶ ταῦτα ἐφέρετο κατὰ παραλλήλων, ἀεὶ ὁμοίας οὔσης τῆς τῶν ὅλων καὶ πάντων καταστά-

18 <ᾗ> H. Martin. — 24 <τὸ> H. Martin. — 25 ταῦτα] τὰς conj. Hultsch.

bas. Le mouvement circulaire des étoiles est simple et unique, il est régulier et uniforme; le mouvement des planètes est, il est vrai, circulaire; mais il ne paraît ni simple et unique, ni uniforme et régulier. Et dans le monde sublunaire, autour de nous et jusqu'à nous, tout est changement et mouvement, et comme dit le poète :

> Ici-bas on ne voit que l'envie et le meurtre,
> Et tous les autres maux *.

Il n'y a, en effet, que génération et corruption, accroissement et décroissance, altération en tout genre et changement de lieu. Les planètes, dit Adraste, sont la cause de tous ces phénomènes. On dira que ces choses existent, non comme ce qu'il y a de plus précieux, de divin, d'éternel, de non engendré, d'incorruptible, causé par ce qui est moindre, mortel et périssable, mais bien qu'elles sont ainsi à cause de ce qu'il y a de meilleur, de plus beau, de plus heureux, et que ce qui est ici-bas ne suit que *par accident*, la marche des choses supérieures.

Pour que le mouvement de l'univers qui résulte d'une force active et d'une cause divine, soit circulaire et toujours semblable à lui-même, il faut que la terre occupe le centre autour duquel se produit le mouvement. Et s'il faut qu'elle soit en dessous, il faut aussi que le feu occupe le lieu opposé vers l'essence éthérée qui se meut en cercle. Entre les deux éléments ainsi séparés, il faut que les autres, l'eau et l'air, soient en proportion. Cela étant, il faut encore qu'il y ait changement de toutes choses ici-bas, parce que la nature des choses est profondément changeante et qu'elles sont soumises à des forces contraires.

Le changement se fait par le mouvement varié des planètes; en effet, si celles-ci étaient emportées suivant des cercles parallèles par le même mouvement que les étoiles fixes, la disposition de tous les corps étant universellement

8 Cf. Empédocle, éd. Sturz et Mullach, vs. 19; éd. Karsten, vs. 21.

σεως, οὐκ ἂν τῶν ἐνταῦθα ἑτεροίωσις ἢ μεταβολή τις ἦν. νῦν δὲ τροπαὶ καὶ ἰσημερίαι πρόσοδοί τε καὶ ἀποχωρήσεις κατά τε ὕψος καὶ πλάτος μάλιστα μὲν ἡλίου καὶ σελήνης, οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τῶν ἄλλων, τάς τε ὥρας διαφόρους ἐπιτελοῦσι καὶ τὴν ἐνταῦθα πᾶσαν ἐργάζονται μεταβολὴν καὶ γένεσιν καὶ ἀλλοίωσιν. ἡ δὲ ποικίλη τῆς φορᾶς τῶν πλανωμένων φαντασία γίνεται διὰ τὸ κατ' ἰδίων τινῶν κύκλων καὶ ἐν ἰδίαις σφαίραις ἐνδεδεμένα καὶ δι' ἐκείνων κινούμενα δοκεῖν ἡμῖν φέρεσθαι διὰ τῶν ζῳδίων, καθὰ πρῶτος ἐνόησε Πυθαγόρας, τῇ κατὰ ταὐτὰ τεταγμένῃ ἁπλῇ καὶ ὁμαλῇ αὐτῶν φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς ἐπιγινομένης τινὸς ποικίλης καὶ ἀνωμάλου κινήσεως.

κγ. περὶ δὲ τῆς θέσεως τῶν σφαιρῶν ἢ κύκλων ἥτις σώζει τὰ φαινόμενα διέξεισι ταῦτα·

φυσικὸν μὲν καὶ ἀναγκαῖον, καθάπερ τὰ ἀπλανῆ, καὶ τῶν ἄλλων οὐρανίων ἕκαστον ἁπλῆν καὶ μίαν καθ' αὑτὸ φορὰν ὁμαλῶς φέρεσθαι καὶ εὐτάκτως. δῆλον δέ φημι τοῦτο γενήσεσθαι, ἐὰν κατ' ἐπίνοιαν στήσαντες τὸν κόσμον νοήσωμεν τὰ πλανώμενα ὑπὸ τὸν ζῳδιακόν, ἀκίνητον ὄντα καθ' ὑπόθεσιν, κινούμενα· οὕτως γὰρ οὐκέτι ποικίλη καὶ ἀνώμαλος, ἀλλ' εὔτακτος ἡ κίνησις αὐτῶν ἐπιτελουμένη φανήσεται, ὡς ἐπὶ τῆς σφαιροποιίας τῆς Πλατωνικῆς ὑφ' ἡμῶν ἐπιδείκνυται.

τῆς δ' ἀλληνάλλου δοκούσης αὐτῶν κινήσεως καὶ ποικίλης αἰτία ἡ διττὴ κίνησις, τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας ἀπ' ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν φερομένης περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα καὶ συμπεριαγούσης τῇ οἰκείᾳ ῥύμῃ τὰ πλανώμενα καὶ πάντας γραφούσης τοὺς κύκλους καθ' ὧν φέρεται τὰ ἀπλανῆ παραλλήλους, αὐτὰ δὲ τὰ πλανώμενα κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν οὖσαν βραδυτέραν ἀπὸ δύσεως ἐπ' ἀνατολὴν φέρεσθαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ὑπὸ τὸν ζῳδιακὸν λελοξωμένον κατὰ τῶν τριῶν παραλλήλων, χει-

12 Titre : τίς ἡ θέσις τῶν σφαιρῶν ἢ κύκλων τῶν πλανωμένων (de la position des sphères ou des cercles des planètes).

la même, il n'y aurait ici-bas aucun changement, aucune vicissitude. Or, les solstices et les équinoxes, les mouvements en avant et les retours, en hauteur et en latitude, surtout du soleil et de la lune, mais aussi des autres planètes, amènent les différentes saisons et produisent ici-bas toutes les transformations, toutes les générations et toutes les altérations. L'aspect varié que présente la révolution des planètes, provient de ce que, fixées à des cercles propres ou à des sphères propres dont elles suivent le mouvement, elles sont emportées à travers le zodiaque, ainsi que Pythagore l'a compris le premier, par une révolution réglée, simple et égale, mais d'où résulte, *par accident*, un mouvement apparent varié et inégal.

XXIII. Voici ce que dit Adraste de la position des cercles ou des sphères, position qui rend compte des apparences.

Il est naturel et nécessaire que, comme les étoiles fixes, chacun des autres corps célestes soit emporté uniformément et régulièrement, d'un mouvement simple et qui lui est propre. Je dis que cela sera évident, si, par la pensée, supposant le monde immobile, nous imaginons que les planètes se meuvent au-dessous du zodiaque immobile par hypothèse; leur mouvement alors ne paraîtra plus varié et inégal, mais il paraîtra s'accomplir régulièrement comme nous l'avons montré par la construction de la *Sphère* de Platon.

Un double mouvement est la cause du mouvement varié apparent dans un sens et dans l'autre : la sphère étoilée est emportée d'orient en occident autour de l'axe qui passe par les pôles, et dans le mouvement rapide qui lui est propre, elle entraîne les planètes et décrit les parallèles que suivent les étoiles; d'un autre côté, les planètes, par un mouvement plus lent qui leur est propre, sont emportées du couchant au levant, dans des temps inégaux, sous le zodiaque oblique aux trois cercles parallèles, le tropique d'hiver, l'équinoxial et le tropique d'été. Ce mouvement s'accomplit autour d'un autre axe, perpendiculaire au zodiaque, et qui s'écarte de l'axe des μερινοῦ ἰσημερινοῦ θερινοῦ, περὶ ἕτερον ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ζῳδιακῷ, πεντεκαιδεκαγώνου πλευρὰν ἀπέχοντα τοῦ τῶν ἀπλανῶν ἄξονος. τὸν δὲ τῶν πλανωμένων ἄξονα ὁ Πλάτων ἠλακάτην καὶ ἄτρακτον καλεῖ.

κδ. λέγεται δέ, φησὶν Ἄδραστος, ὁμαλῶς μὲν κινεῖσθαι τὸ τὰ ἴσα διαστήματα ἐν ἴσοις χρόνοις διανύειν, ἀλλὰ μὴ ποτὲ μὲν ἀνιέναι ὁτὲ δὲ ἐπιτείνειν ἕκαστον τὸ αὑτοῦ τάχος.

κε. εὐτάκτως δέ ἐστι κινεῖσθαι τὸ μὴ ποτὲ μὲν ἵστασθαι ποτὲ δὲ ἀνακάμπτειν, φέρεσθαι δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀεὶ ὁμοίως. δοκεῖ δ' ἡμῖν τὰ πλανώμενα πάντα μὲν ἀνωμαλίας ἔνια δὲ καὶ ἀταξίας μετέχειν. τίς οὖν ἡ τῆς τοιαύτης φαντασίας αἰτία; πρώτη μὲν τὸ ἐν ἑτέραις σφαίραις καὶ ἐν ἑτέροις κύκλοις ὄντα, καθ' ὧν φέρονται, δοκεῖν διὰ τοῦ ζῳδιακοῦ φέρεσθαι, καθὰ ἤδη προείρηται.

<Περὶ τῆς τοῦ ἡλίου κινήσεως>

κϛ. κατὰ συμβεβηκὸς δέ, ὡς προείρηται, καίτοι ἁπλῆν τὴν ἰδίαν ποιούμενοι κίνησιν οἱ ζ', πλείονας κύκλους γράφουσι καὶ διαφόρους. δῆλον δὲ τοῦτο ἂν ἡμῖν καὶ ἐφ' ἑνὸς γένοιτο σκοπουμένοις τοῦ φανερωτάτου καὶ μεγίστου τῶν πλανωμένων ἡλίου. ἔστω ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ· κέντρον δὲ αὐτοῦ καὶ τοῦ παντός, περὶ ὃ λέγεται ἐρηρεῖσθαι μέση <ἡ> γῆ, τὸ θ, καὶ διὰ τούτου πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αγ βδ διάμετροι· καὶ τὸ μὲν α ἐν ἀρχῇ τοῦ Κριοῦ, τὸ δὲ β Καρκίνου, πάλιν δὲ τὸ μὲν γ τοῦ Ζυγοῦ, τὸ δὲ δ Αἰγοκέρω.

5 Titre : τί ἐστι τὸ ὁμαλῶς κινεῖσθαι (du mouvement uniforme). — 8 Titre : τί ἐστι τὸ εὐτάκτως κινεῖσθαι (du mouvement régulier). — 7 ὁτὲ] ποτὲ H. Martin.

étoiles de la valeur du côté du pentédécagone régulier [1]. Platon appelle l'axe des planètes tige du fuseau, et même fuseau.

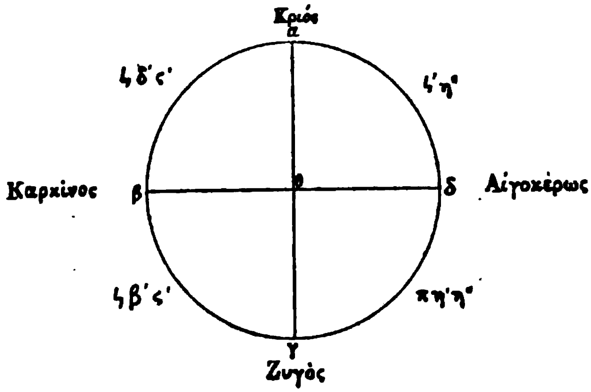
XXIV. Le mouvement est uniforme quand les espaces parcourus en temps égaux sont égaux, sans jamais augmenter ni diminuer de vitesse.

XXV. Le mouvement est régulier, quand le mobile n'a ni station, ni rétrogradation, mais est emporté dans le même sens toujours également. Or, toutes les planètes nous paraissent avoir quelque chose d'inégal, certaines même quelque chose de désordonné. Quelle est donc la cause d'une semblable apparence? La principale est que se trouvant sur des sphères ou sur des cercles différents par lesquels elles sont emportées, elles paraissent se mouvoir sur le zodiaque, comme nous l'avons déjà dit.

Du mouvement du soleil

XXVI. Comme conséquence, ainsi qu'il a été dit plus haut, les sept planètes, qui ont cependant un mouvement propre simple, décrivent plusieurs cercles différents. Cela deviendra clair pour nous, si nous considérons la plus brillante et la plus grande de ces planètes, le soleil. Soit $\alpha\beta\gamma\delta$ le zodiaque, θ le centre de ce cercle et de l'univers, qui est en même temps celui de la terre, et soient $\alpha\gamma$, $\beta\delta$ deux diamètres perpendiculaires passant par ce point. Soit le point α au commencement du Bélier, β au commencement du Cancer, puis γ au commencement de la Balance et δ au commencement du Capricorne.

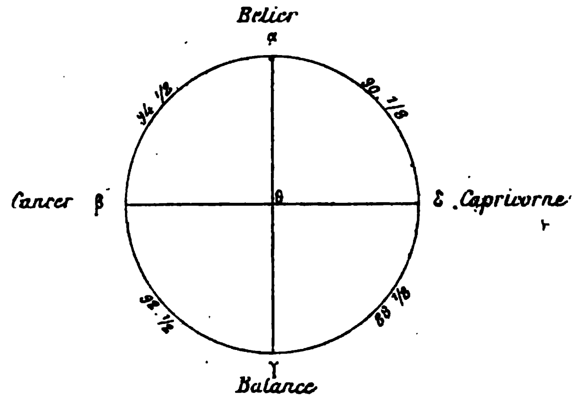
1 L'angle au centre du pentédécagone régulier vaut le quinzième de 360° ou 24°; l'angle des deux axes vaut donc 24°, d'après Théon. Cet angle n'est pas constant, mais sa variation est de moins d'une demi-seconde par année; il vaut maintenant 23° 27'.



φαίνεται δὴ ὁ ἥλιος κατὰ τὸ α γενόμενος ἰσημερίαν ἐαρινὴν ποιεῖσθαι, κατὰ δὲ τὸ β τροπὴν θερινήν, καὶ κατὰ μὲν τὸ γ μετοπωρινὴν <ἰσημερίαν κατὰ δὲ τὸ δ τροπὴν χειμερινήν>, ἴσας δὲ οὔσας τὰς αβ βγ γδ δα περιφερείας τεταρτημοριαίας ἀνωμάλως ἐν ἀνίσοις χρόνοις διεξιών. ἀπὸ μὲν γὰρ ἰσημερίας ἐαρινῆς ἐπὶ τροπὴν θερινὴν ἐν ἡμέραις παραγίνεται ϟδ´ ϛ´, ἀπὸ δὲ θερινῆς τροπῆς ἐπὶ ἰσημερίαν μετοπωρινὴν ἡμέραις ϟβ´ ϛ´, ἀπὸ δὲ μετοπωρινῆς ἰσημερίας ἐπὶ τροπὴν χειμερινὴν ἡμέραις πη´ <η´´>, λοιπὸν ἀπὸ τροπῆς χειμερινῆς ἐπὶ τὴν ἐαρινὴν ἰσημερίαν ἡμέραις ϟ´ η´´, ὥστε τὸν ὅλον κύκλον ἐνιαυτῷ διανύειν, ἡμέραις ἔγγιστα τξε´ δ´´, καὶ κατὰ τῶν Διδύμων τὴν ἀρχὴν βραδύτατα κινούμενος, κατὰ δὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ Τοξότου τάχιστα, μέσα δὲ κατὰ τὴν Παρθένον καὶ τοὺς Ἰχθύας.

φυσικὸν δέ, ὥς φαμεν, καὶ ἀναγκαῖον ἅπαντα τὰ θεῖα ὁμαλῶς κινεῖσθαι καὶ εὐτάκτως · δῆλον οὖν ὡς ἐπί τινος ἰδίου κύκλου φερόμενος ὁμαλῶς καὶ εὐτάκτως ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσιν ἐπὶ τοῦ αβγδ δοκεῖ φέρεσθαι ἀνωμάλως. εἰ μὲν οὖν ὁ κύκλος αὐτοῦ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἦν τῷ παντί, λέγω δὲ περὶ τὸ θ, τοὺς αὐτοὺς λόγους διαιρούμενος ὑπὸ τῶν αγ βδ διαμέτρων, διὰ τὴν ἰσότητα τῶν περὶ τὸ κέντρον γωνιῶν καὶ

3 <ἰσημερίαν... χειμερινήν> H. Martin. — 9 <η´´> H. Martin.



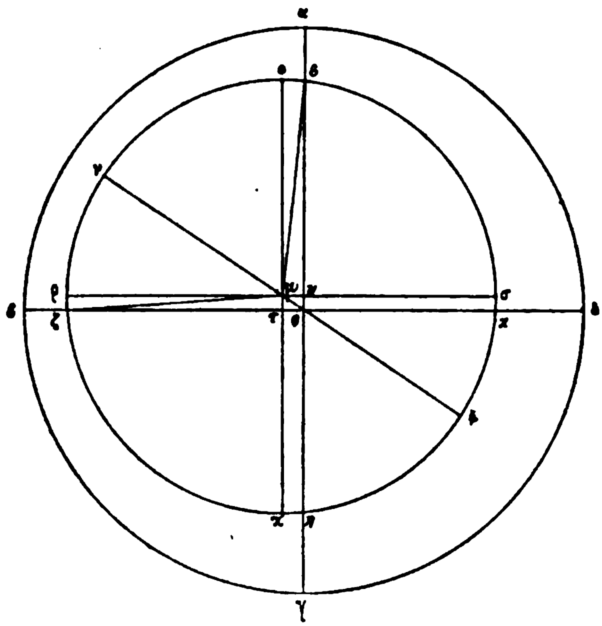
Le soleil se trouve en α à l'équinoxe de printemps, en β au solstice d'été, en γ à l'équinoxe d'automne, et en δ au solstice d'hiver; il parcourt irrégulièrement, dans des temps inégaux, les quatre arcs égaux $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\alpha$. En effet, il va de l'equinoxe du printemps au solstice d'été en 94 jours 1/2, du solstice d'été à l'équinoxe d'automne en 92 jours 1/2, de l'équinoxe d'automne ou solstice d'hiver en 88 jours 1/8 et du solstice d'hiver à l'équinoxe de printemps en 90 jours 1/8, de sorte qu'il parcourt annuellement le cercle entier en 365 jours 1/4 environ; sa plus petite vitesse est en entrant dans les Gémeaux, sa plus grande dans le Sagittaire; dans la Vierge et les Poissons il a une vitesse moyenne.

Il est naturel et nécessaire, comme nous l'avons dit, que toutes les créatures divines (les astres) aient un mouvement uniforme et régulier. Il est donc clair que le soleil ayant un cours régulier et uniforme, sur un cercle qui lui est propre, paraîtra se mouvoir irrégulièrement pour nous qui le regarderons du point θ sur son cercle $\alpha\beta\gamma\delta$. Si donc ce cercle avait le même centre que celui de l'univers, c'est-à-dire le point θ, il serait divisé dans les mêmes rapports par les diamètres $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, nous resterions encore embarrassés en présence de cette τὴν ὁμοιότητα τῶν περιφερειῶν τὴν αὐτὴν ἂν παρεῖχεν ἀπορίαν. δῆλον δὲ ὡς ἑτέρως κινούμενος καὶ οὐ περὶ τὸ θ κέντρον αἴτιόν ἐστι τῆς τοιαύτης ἐμφάσεως. ἤτοι οὖν ἐντὸς αὑτοῦ περιλήψεται τὸ θ, ἢ δι' αὐτοῦ ἐλεύσεται, ἢ ἐκτὸς αὑτοῦ ἀπολείψει. διὰ μὲν οὖν τοῦ θ τὸν ἡλιακὸν ἔρχεσθαι κύκλον, ἀμήχανον· καὶ γὰρ αὐτὸς ἂν ὁ ἥλιος ἐπὶ γῆν παρεγίνετο, καὶ τοῖς μὲν ἐπὶ θάτερα τῆς γῆς ἀεὶ ἦν ἡμέρα, τοῖς δ' ἄλλοις ἀεὶ νὺξ ἦν, καὶ οὔτ' ἀνατέλλων οὔτε δύνων οὔθ' ὅλως περὶ τὴν γῆν ἐρχόμενος ἐφαίνετο ἂν ὁ ἥλιος· ἅπερ ἄτοπα.

λείπεται οὖν ἢ ἐντὸς περιλαμβάνεσθαι τὸ θ ὑπὸ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου ἢ ἐκτὸς ἀπολείπεσθαι. ὁποτέρως δ' ἂν ὑποτεθῇ, φησί, σωθήσεται τὰ φαινόμενα, καὶ ἐντεῦθεν ἡ διαφορὰ τῶν μαθηματικῶν ἐλεγχθήσεται ἄτοπος οὖσα, τῶν μὲν κατὰ ἐκκέντρων μόνον λεγόντων φέρεσθαι τὰ πλανώμενα, τῶν δὲ κατ' ἐπικύκλων, τῶν δὲ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῇ ἀπλανεῖ. ἐπιδειχθήσονται γὰρ τοὺς τρεῖς γράφοντες κύκλους κατὰ συμβεβηκός, καὶ τὸν περὶ <τὸ> τοῦ παντὸς κέντρον καὶ τὸν ἔκκεντρον καὶ τὸν ἐπίκυκλον. ἐὰν μὲν γὰρ περιλαμβάνεσθαι ὑποθώμεθα τὸ θ ἐντὸς ὑπὸ ἡλιακοῦ κύκλου, φησί, μὴ μέντοι γε ὡς κέντρον, ἔκκεντρος ἡ τοιαύτη λέγεται πραγματεία, ἐὰν δὲ ἐκτὸς ἀπολείπεσθαι, κατ' ἐπίκυκλον.

égalité des angles au centre et de la similitude des arcs. Il est donc évident que la cause de cette apparence est un mouvement différent qui ne s'effectue pas autour du centre θ. Le point θ sera intérieur à la circonférence, ou il sera sur la circonférence elle-même, ou il sera extérieur. Or il est impossible que la circonférence solaire passe par le point θ, car le soleil rencontrerait la terre dont les habitants auraient les uns toujours le jour, les autres toujours la nuit; il n'y aurait ni lever ni coucher et on ne verrait point le soleil tourner autour de la terre, ce qui est absurde.

Il reste donc à supposer le point θ à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle solaire. A quelque hypothèse que l'on s'arrête, les apparences seront expliquées, c'est pour cela qu'on peut considérer comme vaines les discussions des mathématiciens qui disent que les planètes ne sont emportées que sur des cercles excentriques, ou sur des épicycles, ou autour du même centre que la sphère étoilée. Nous démontrerons que les planètes décrivent *par accident* ces trois sortes de cercles, un cercle autour du centre de l'univers, ou un cercle excentrique ou un cercle épicycle. Si nous supposons que le point θ est à l'intérieur du cercle solaire, mais non au centre, on dit que le cercle est excentrique; si le point θ est extérieur, il y a épicycle.



<Περὶ ἔκκεντρου>

ὑποκείσθω πρότερον ἔκκεντρος εἶναι ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ εζηκ, παρεγκεκλιμένος οὕτως, ὡς ἔχειν τὸ αὐτοῦ κέντρον ὑπὸ τῇ εζ περιφερείᾳ, οἷον τὸ μ, καὶ διαιρουμένου εἰς ἴσα μέρη τξε′ δ″ καὶ τὴν μὲν εζ περιφέρειαν εἶναι ϟδ′ ϛ′, τὴν δὲ ζη ϟβ′ ϛ′ καὶ τὴν ηκ πη′ η″, τὴν δὲ κε ϟ′ η″. φανερὸν οὖν ὡς ἐπὶ μὲν τοῦ ε γενόμενος ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ἐπ' εὐθείας ὁρῶσιν ἐπὶ τοῦ α εἶναι δόξει, τὴν δὲ εζ διελθών, μεγίστην οὖσαν τῶν εἰς τέσσαρα τετμημένων τοῦ ἰδίου κύκλου, ἡμέραις ϟδ′ ϛ′, ὅσωνπερ ἦν καὶ αὐτὴ <μοριῶν>, ὁμαλῶς, καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ ζ, ἡμῖν ἐπὶ τοῦ β φανήσεται, καὶ δόξει τὴν αβ διεληλυθέναι, τεταρτημοριαίαν τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου, οὐ ταῖς αὐταῖς ἡμέραις, ἀνωμάλως.

πάλιν δὲ τὴν ζη περιφέρειαν, δευτέραν μεγέθει τοῦ

10 < μοριῶν > H. Martin. < μοιρῶν > Hiller.

Du cercle excentrique

XXVI *bis*. Supposons d'abord que le cercle excentrique solaire soit $\varepsilon\zeta\eta\kappa$, placé de manière à avoir son centre sous l'arc $\varepsilon\zeta$, au point μ par exemple. Supposons encore que le cercle soit divisé en 365 parties et 1/4, que l'arc $\varepsilon\zeta$ en contienne 94 1/2, $\zeta\eta$ 92 1/2, $\eta\kappa$ 88 1/8 et $\kappa\varepsilon$ 90 1/8. Il est évident que, lorsque le soleil sera en ε, il nous paraîtra en α, à nous qui le verrons du point θ, suivant une ligne droite. Puis parcourant régulièrement l'arc $\varepsilon\zeta$, qui est la plus grande des quatre divisions de son propre cercle, dans l'espace de 94 jours 1/2, autant de jours qu'il y a de divisions dans l'arc, il parviendra en ζ; là il nous paraîtra en β et il nous semblera avoir parcouru irrégulièrement en un nombre de jours différent (du quart de 365 et 1/4) l'arc $\alpha\beta$ qui est le quart du zodiaque.

De même lorsqu'il aura parcouru l'arc $\zeta\eta$, le second de son propre cercle en grandeur, dans l'espace de 92 jours 1/2 qui correspondent au nombre des divisions de l'arc, il se ἰδίου κύκλου, περιελθὼν ὁμαλῶς ἐν ἡμέραις ϟβ' ϛ', ὅσωνπερ ἦν αὐτὴ μοιρῶν, καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ η, ἡμῖν ἐπὶ τοῦ γ φανήσεται, καὶ δόξει τὴν βγ, τεταρτημοριαίαν τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ ἴσην τῇ πρόσθεν ἐν ἐλάττοσιν ἡμέραις διεληλυθέναι καὶ ἀνωμάλως. παραπλησίως δὲ τὴν ηκ διαπορευθείς, ἐλαχίστην οὖσαν τῶν εἰς τέσσαρα τοῦ ἰδίου κύκλου, μοιρῶν πη' η'', ἐν ἡμέραις τοσαύταις καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ κ, τοῖς ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι φανήσεται μὲν ἐπὶ τοῦ δ, δόξει δὲ τὴν γδ, τεταρτημοριαίαν καὶ ἴσην ταῖς πρόσθεν, ἐλαχίσταις ἡμέραις διεληλυθέναι.

καὶ κατὰ λόγον λοιπὴν τὴν κε πορευθεὶς ἡμέραις ϟ' η'', ὅσων καὶ μοιρῶν ἦν, καὶ ἀποκαταστὰς ἐπὶ τὸ ε, δόξει τὴν δα διηνυκέναι, τεταρτημοριαίαν καὶ ἴσην, ἐν ἡμέραις ϟ' η'', καὶ ἐπὶ τὸ α σημεῖον ἀποκαθίστασθαι. καὶ τὸν ἑαυτοῦ κύκλον διαπορευθεὶς ὁμαλῶς τὸν τῶν ζῳδίων ἀνωμάλως δόξει διεληλυθέναι. ἐὰν δὲ ἐπιζεύξαντες μεταξὺ τῶν κέντρων τὴν θμ ἐκβάλωμεν ἐφ' ἑκάτερα ἐπ' εὐθείας, ἐπειδὴ τοῦ εζ κύκλου κέντρον τὸ μ, ἴση ἔσται ἡ μν <τῇ> μξ. ὥστε κατὰ μὲν τὸ ν γενόμενος ὁ ἥλιος ἀπογειότατος ἂν εἴη, καὶ ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι τὸ μέγεθος ἐλάχιστος δόξει καὶ βραδύτατα κινούμενος· ὅπερ φαίνεται ποιῶν κατὰ τὴν πέμπτην ἡμίσειαν μάλιστα μοῖραν τῶν Διδύμων· κατὰ δὲ τὸ ξ γενόμενος προσγειότατός τε καὶ διὰ τοῦτο μέγιστος τῇ φάσει καὶ τάχιστα κινούμενος δόξει· ἅτινα πάλιν φαίνεται ποιούμενος κατὰ τὴν ε' ἡμίσειαν μοῖραν τοῦ Τοξότου· εὐλόγως τε καὶ περὶ τὰς αὐτὰς μοίρας τῶν τε Ἰχθύων καὶ τῆς Παρθένου μέσως τῷ μεγέθει καὶ τῷ τάχει φέρεσθαι δοκεῖ. καὶ οὕτως πάντα, φησί, σωθήσεται τὰ φαινόμενα.

εὑρίσκεται ὁ εζηκ κύκλος τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδόμενος. ἤχθωσαν γὰρ διὰ τοῦ μ ταῖς αγ βδ παράλληλοι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ οπ ρσ, καὶ ἐζεύχθωσαν αἱ

31 ἐζεύχθωσαν] ἐπεζεύχθωσαν conj. Hiller.

trouvera en η et il nous paraîtra en γ, il nous semblera qu'il a parcouru irrégulièrement en moins de jours, l'arc $\beta\gamma$, quart du zodiaque, égal au précédent. Pareillement lorsqu'il aura parcouru l'arc $\eta\kappa$, la plus petite des quatre divisions du cercle, en 88 jours 1/8, nombre égal aux divisions de l'arc, il sera en κ et il nous paraîtra en δ, à nous qui l'observerons du point θ, il nous semblera avoir parcouru l'arc $\gamma\delta$ égal aux précédents en un nombre moindre de jours.

Enfin, pour la même raison, lorsqu'il aura parcouru $\kappa\varepsilon$ en 90 jours 1/8, nombre de jours égal au nombre des divisions de l'arc, et qu'il sera revenu en ε, il nous semblera qu'il a parcouru, en 90 jours 1/8, l'arc $\delta\alpha$ égal aux autres, et qu'il est revenu en α. C'est pour cela que parcourant uniformément son cercle, il semblera parcourir irrégulièrement le cercle zodiacal. Or si joignant les centres θ, μ, par une ligne droite, nous prolongeons cette ligne de part et d'autre, nous aurons $\mu\nu = \mu\xi$, puisque μ est le centre du cercle $\varepsilon\zeta$. Ainsi donc le soleil en ν sera à sa plus grande distance de la terre et pour nous qui sommes au point θ, il nous paraîtra avoir le minimum de grandeur et de vitesse; ce phénomène paraît se produire vers le 5ᵉ degré 1/2 des Gémeaux. Arrivé en ξ il sera à sa plus petite distance de la terre et il paraîtra avoir le maximum de grandeur et de vitesse; ce dernier fait semble se produire au 5ᵉ degré 1/2 du Sagittaire. Et avec raison il paraît avoir une grandeur et une vitesse moyenne, quand il occupe les mêmes degrés dans les Poissons et dans la Vierge. C'est ainsi que seront expliquées toutes les apparences.

Le cercle $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ est donné de position et de grandeur. Menons, en effet, par le point μ les droites $o\pi$, $\rho\sigma$ respectivement parallèles aux droites $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, perpendiculaires entre elles et joignons $\zeta\mu$, $\mu\varepsilon$. Le cercle $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ étant divisé en 365 parties et ζμ με. δῆλον οὖν ὅτι τοῦ εζηκ κύκλου διαιρεθέντος εἰς ἡμέρας τξε´ δ´´ ἡ μὲν εζη περιφέρεια τοιούτων ἔσται ἡμερῶν ρπζ´, ἡ δὲ ηκε ἔσται ἡμερῶν ροη´ δ´´. ἴσα ἄρα ἑκατέρα τῶν εο πη ρζ σκ, αἱ δὲ σπ πρ ρο οσ περιφέρειαι ἀνὰ ϟα´ δ´´ ις´´ τοιούτων ὑπάρχουσαι. ἡ δοθεῖσα ἄρα γωνία ὑπὸ ομν ἴση ἔσται τῇ θμτ · ὁμοίως καὶ <ἡ> ρμν γωνία ἴση ἔσται τῇ υμθ. ἔσται ἄρα ὁ λόγος τῆς μτ προς μθ, τουτέστι μτ πρὸς θτ, <δεδομένος>. δέδοται ἄρα τὸ μτθ τρίγωνον τῷ εἴδει. καὶ δοθὲν τὸ θ κέντρον τοῦ παντὸς πρὸς ἑκάτερον τῶν ν ξ σημείων · τὸ μὲν γὰρ μέγιστον ὁρίζει ἀπόστημα, τὸ δὲ ἐλάχιστον · καί ἔστιν ἡ μὲν θμ μεταξὺ κέντρων τοῦ τε παντὸς καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου. δέδοται ἄρα ὁ εζηκ κύκλος τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει · εὑρίσκεται δὲ διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας ὁ λόγος τῆς θμ <πρὸς τὴν μν> ἔγγιστα ὡς ἓν πρὸς κδ´. τοιάνδε μὲν τὴν κατὰ ἔκκεντρον πραγματείαν παραδιδόασιν, σώζουσαν τὰ φαινόμενα.

<Περὶ τοῦ ἐπίκυκλου>

τὴν δὲ κατ᾽ ἐπίκυκλον τοιάνδε λέγουσιν εἶναι. ἔστω πάλιν ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, ἡλιακὸς δὲ κύκλος ὁ εζηκ, ἐκτὸς ἀπολείπων ἑαυτοῦ τὸ θ ὅ ἐστι τοῦ παντὸς κέντρον. φερομένης δὴ τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας ἀπὸ τῆς β ἀνατολῆς ἐπὶ τὸ α μεσουράνημα καὶ ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν δ δύσιν; ὁ εζηκ κύκλος ἤτοι ἠρεμήσει ἢ καὶ αὐτὸς κινηθήσεται, φερομένου περὶ αὐτὸν τοῦ ἡλίου. ἀλλ᾽ εἰ μὲν ἠρεμήσει, δῆλον ὡς ὁ ἥλιος οὔτε δύνων οὔτε ἀνατέλλων φανήσεται, ἀλλ᾽ ἀεὶ τοῖς μὲν ὑπὲρ γῆν ἡμέραν ποιήσει, τοῖς δὲ ὡς πρὸς ἡμᾶς ὑπὸ γῆν νύκτα, καὶ μιᾷ περιστροφῇ τοῦ παντὸς δόξει πάντα παροδεύειν τὰ ζῴδια · ἅπερ ἐστὶν ἄτοπα.

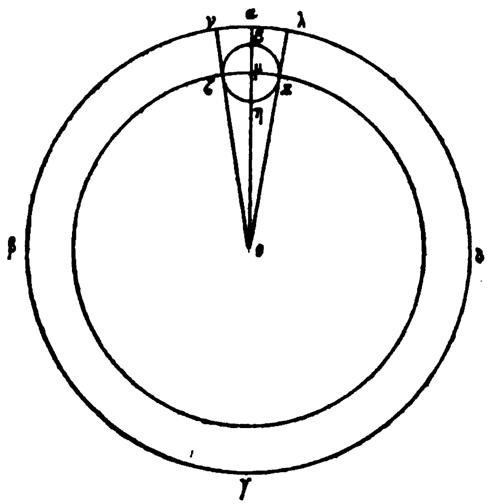
2 ἡμέρας] μέρη conj. J D. Voy. p. 252 l. 3. — 3 ἡμερῶν] μερῶν conj. J D. — 8 μθ] μυ J D. — <δεδομένος> H. Martin — 16 <πρὸς τὴν μν> H. Martin.

1/4, il est évident que l'arc $\varepsilon\zeta\eta$ en contiendra 187 et l'arc $\eta\varkappa\varepsilon$ 178 et 1/4; mais les arcs εo, $\pi\eta$, sont égaux, ainsi que les arcs $\rho\zeta$, $\sigma\varkappa$; de plus chacun des arcs $\sigma\pi$, $\pi\rho$, ρo, $o\sigma$ est représenté par 91 divisions $+ 1/4 + 1/16$ [1]. L'angle $o\mu\nu$ est donc donné, il est égal à l'angle $\theta\mu\tau$. De même l'angle $\rho\mu\nu = \upsilon\mu\theta$, donc le rapport de $\mu\tau$ à $\mu\upsilon$, c'est-à-dire de $\mu\tau$ à $\theta\tau$, est donné et le triangle $\mu\tau\theta$ est donné de forme. Mais le centre θ de l'univers est aussi donné par rapport aux deux points ν et ξ, car l'un de ces points est à la plus grande distance de la terre et l'autre à la plus petite. La ligne droite $\theta\mu$ joint les centres de l'univers et du cercle solaire. Le cercle $\varepsilon\zeta\eta\varkappa$ est donc donné de position et de grandeur. On trouve par la considération des distances et des grandeurs que le rapport de la droite $\theta\mu$ à $\mu\nu$ est à peu près celui de 1 à 24. Telle est l'hypothèse sur le cercle excentrique, hypothèse qui explique toutes les apparences.

Du cercle épicycle

XXVI *ter*. Voici maintenant le raisonnement au moyen de l'épicycle. Soit encore le zodiaque $\alpha\beta\gamma\delta$ et le cercle solaire $\varepsilon\zeta\eta\varkappa$ qui laisse à l'extérieur le centre θ de l'univers. La sphère étoilée se mouvant du levant β au méridien α, puis du point α au couchant δ, ou le cercle $\varepsilon\zeta\eta\varkappa$ sera immobile ou il se mouvra lui-même pendant que le soleil tournera autour de lui. S'il est immobile, il est clair que le soleil ne paraîtra ni se lever ni se coucher; mais il produira toujours le jour pour ceux qui sont au-dessus de la terre et toujours la nuit pour ceux qui sont au-dessous, par rapport à nous, et, dans une seule révolution (diurne) de l'univers, il paraîtra parcourir tous les signes. Ce qui est contraire aux faits.

1 Car $91 + 1/4 + 1/16$ est le quart de $365 + 1/4$.

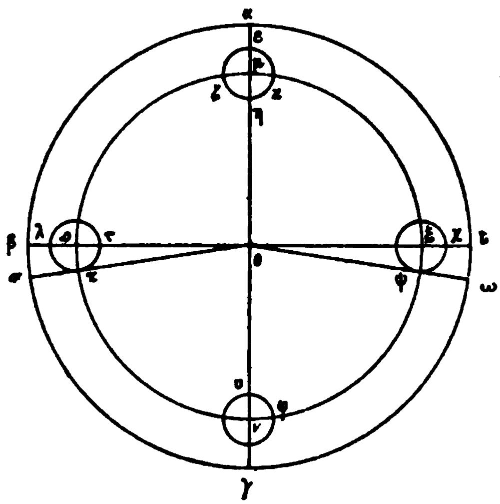


κινηθήσεται οὖν καὶ αὐτός · κινούμενος δὲ ἤτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντὶ οἰσθήσεται ἢ ὑπεναντίως · καὶ <εἰ> ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, ἤτοι ἰσοταχῶς ἢ θᾶττον αὐτοῦ ἢ βραδύτερον. ἀλλ' εἰ μὲν ἰσοταχῶς, ἀχθεισῶν τῶν θζν θκλ ἐφαπτομένων τοῦ ζε κύκλου, ὁ ἥλιος ἐν τῇ ναλ περιφερείᾳ τοῦ ζῳδιακοῦ ἀεὶ δόξει ἀναστρέφεσθαι · ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ ζ γενόμενος κατὰ τὸ ν φανήσεται, ἐπὶ δὲ τοῦ ε κατὰ τὸ α, μεταβὰς δὲ ἐπὶ τὸ κ κατὰ τὸ λ, καὶ τὴν μὲν ζεκ περιφέρειαν διανύσας, τὴν ναλ δόξει πεπορεῦσθαι ἐπὶ τὰ προηγούμενα τῶν ζῳδίων · τὴν δὲ κηζ διελθὼν δόξει τὴν λαν ἐπὶ τὰ ἑπόμενα ἐνηνέχθαι · ἅτινα πάλιν οὐ φαίνεται. οὐκ ἄρα ὁ εζηκ τοῦ ἡλίου κύκλος ἰσοταχῶς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντὶ συμπεριενεχθήσεται. ἀλλὰ μὴν οὐδὲ θᾶττον, ἐπεὶ καὶ οὕτως προφθάνων προηγεῖσθαι δόξει τῶν ἀπλανῶν καὶ ἀνάπαλιν τὸν ζῳδιακὸν διανύειν, οἷον ἀπὸ Κριοῦ εἰς Ἰχθύας καὶ Ὑδροχόον · ἅπερ οὐ φαίνεται.

δῆλον οὖν ὅτι ὁ εζηκ κύκλος ἤτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, βραδύτερον μέντοι, κινηθήσεται, καὶ διὰ τοῦτο ὑπολειπόμενος εἰς τὰ ἑπόμενα δόξει μεταβαίνειν, ἢ κατ' ἑαυτὸν [εἰ] μὲν ὑπ-

Le cercle se mouvra donc lui-même, et, se mouvant, il se portera dans le même sens que l'univers ou en sens contraire. S'il tourne dans le même sens, c'est avec une vitesse égale, ou plus grande ou plus petite. Supposons qu'il se meuve avec la même vitesse, tirons les droites $\theta\zeta\nu$, $\theta\kappa\lambda$, tangentes au cercle $\varepsilon\zeta$, le soleil paraîtra toujours aller et venir dans l'arc $\nu\alpha\lambda$ du zodiaque. En effet, arrivé en ζ, il paraîtra en ν; lorsqu'il sera en ε il paraîtra en α, et transporté en κ il paraîtra en λ. Lorsqu'il aura parcouru l'arc $\zeta\varepsilon\kappa$, il paraîtra avoir décrit l'arc $\nu\alpha\lambda$ vers les signes qui précèdent. Puis lorsqu'il aura parcouru l'arc $\kappa\eta\zeta$, il paraîtra se porter par l'arc $\lambda\alpha\nu$ vers les signes suivants. Or cela ne se passe pas ainsi, le cercle solaire $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ ne se porte donc pas dans le même sens que l'univers avec la même vitesse. Il n'a pas non plus une vitesse plus grande, car alors il paraîtrait devancer les étoiles et parcourir le zodiaque en sens contraire, c'est-à-dire du Bélier aux Poissons et au Verseau. Ce qui n'est pas.

Il est donc évident que le cercle $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ se meut dans le même sens que l'univers, avec une vitesse moindre, c'est pour cela qu'il paraît être laissé en arrière et passer dans les signes εναντίως τῷ παντὶ οἰσθήσεται, συναπενεχθήσεται δὲ τῷ παντὶ πρὸς ἡμέραν ἑκάστην κρατούμενος τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις· καὶ γὰρ οὕτως εἰς τὰ ἑπόμενα φανήσεται μετιὼν καὶ οἷον ὑπολειπόμενος.



πῶς οὖν σώσει τὰ φαινόμενα; ἔστω κέντρον τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου τὸ μ, καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ, κύκλος ὁ μονξ, καὶ ὑποκείσθω ὁ εζηκ κύκλος νῦν συναποφέρεσθαι μὲν τῷ παντὶ τὴν ἀπὸ τῶν ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις φοράν, ἤτοι δὲ διὰ βραδυτῆτα ὑπολειπόμενος, ἢ καὶ φερόμενος ὑπεναντίως τῷ παντί, ὃ καὶ μᾶλλον δοκεῖ τῷ Πλάτωνι, ὥστε τὸ μὲν κέντρον κατὰ τοῦ μονξ κύκλου φερόμενον ὁμαλῶς περιπορεύεσθαι αὐτὸν ἐνιαυτῷ, καὶ ἐν τῷ <αὐτῷ> χρόνῳ τὸν ἥλιον διανύειν τὸν ἑαυτοῦ κύκλον, ὁμοίως φερόμενον ὁμαλῶς. πάλιν ὁ ἥλιος κατὰ τοῦ εζηκ κύκλου ἤτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντὶ ἐνεχθήσεται, ἢ ὑπεναντίως, <ἐπὶ τὰ αὐτά δὲ> τῷ ἰδίῳ κύκλῳ, οἷον ἀπὸ τοῦ κ ἐπὶ τὸ ε καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ. λέγω δὲ ὅτι τοῦ εζηκ κύκλου περι-

13 <αὐτῷ> H. Martin. — 15 <ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ> H. Martin.

suivants, de sorte qu'il paraît avoir un mouvement propre, contraire à celui de l'univers, tout étant emporté chaque jour dans le même sens, du levant au couchant. C'est ainsi qu'il paraîtra passer dans les signes suivants, étant en quelque sorte laissé en arrière.

Comment donc ce cercle rendra-t-il compte de ces apparences? Soit μ le centre du cercle solaire. Décrivons le cercle $\mu o \nu \xi$ du centre θ avec le rayon $\theta\mu$, et supposons que le cercle $\varepsilon\zeta\eta\varkappa$ est emporté d'orient en occident en même temps que l'univers et qu'il est laissé en arrière à cause de sa moindre vitesse, ou bien qu'il se meut dans un sens contraire à celui de l'univers, ce qui paraît plus probable à Platon *, de sorte que le centre, emporté régulièrement sur le cercle $\mu o \nu \xi$, le parcourt dans l'espace d'un an, et que le soleil, dans ce même laps de temps, achève aussi sa propre révolution, d'un mouvement régulier. En outre, le soleil sera porté sur le cercle $\varepsilon\zeta\eta\varkappa$ ou dans le même sens que l'univers ou en sens contraire, c'est-à-dire dans le même sens que son cercle propre, du point $\varkappa$ au point ε et du point ε au point ζ.

13 Cf. *Supra*, III XVIII.

φερομένου κατὰ τοῦ μονξ ὑπεναντίως τῷ παντὶ ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ εζηκ κύκλου ἐνεχθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντὶ καὶ σώσει τὰ φαινόμενα.

ἐνηνέχθω γὰρ πρότερον ὑπεναντίως μὲν τῷ παντί, ἐπὶ τὰ αὐτὰ <δὲ> τῷ ἑαυτοῦ κύκλῳ, οἷον ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ ἢ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἢ ἀπὸ τοῦ η ἐπὶ τὸ κ. ἐπεὶ τοίνυν ἐπὶ τοῦ ε γενόμενος πλεῖστον ἀφέστηκεν ἡμῶν, δῆλον ὅτι τὸ α κατὰ τὴν ε′ ἡμίσειαν μοῖράν ἐστι τῶν Διδύμων· ἔσται οὖν τὸ γ περὶ τὴν ε′ ἡμίσειαν μοῖραν τοῦ Τοξότου· καὶ τὸ μὲν μ, τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου κέντρον, τεταρτημοριαίαν ἐνηνέχθω περιφέρειαν τοῦ μονξ κινούμενον ὁμαλῶς, τὴν μο, καὶ τὸν εζηκ κύκλον μετενηνοχέτω ἐπὶ τὸν λπ· ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τὰ αὐτὰ τούτῳ φερόμενος ὁμοίως τεταρτημοριαίαν ἐνηνέχθω περιφέρειαν τοῦ εζηκ τὴν εζ· ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ π, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ σ, καὶ τὴν εζ τεταρτημοριαίαν τοῦ ἰδίου κύκλου διελθὼν δόξει τοῦ ζῳδιακοῦ μείζονα ἢ ὁμοίαν πορεύεσθαι τὴν αβσ καὶ ἀπὸ τοῦ α ταχέως ἀπιέναι.

πάλιν δὲ τὸ ο ἐνηνέχθω κέντρον τεταρτημοριαίαν περιφέρειαν τὴν ον, καὶ καθεστακέτω τὸν λπ κύκλον ἐπὶ τὸν φυ· ὁ δὲ ἥλιος τεταρτημοριαίαν κεκινήσθω περιφέρειαν τὴν πτ· ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ υ, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ γ, καὶ ἐνηνέχθαι δόξει τὴν σγ τοῦ ζῳδιακοῦ ἐλάττονα ἢ τεταρτημοριαίαν καὶ προσιέναι τῷ γ βραδέως. πάλιν δὴ τὸ ν τεταρτημορίαιαν μεταβὰν περιφέρειαν τὴν νξ, μετενηνοχέτω τὸν κύκλον ἐπὶ τὸν χψ. ὁ δὲ ἥλιος τεταρτημοριαίαν ἐνεχθεὶς περιφέρειαν ἔστω ἐπὶ τοῦ ψ· φανήσεται δὲ ἄρα κατὰ τὸ ω καὶ δόξει διεληλυθέναι τὴν γω, ἐλάττονα <ἢ> τεταρτημοριαίαν, καὶ βραδέως ἀπιέναι τοῦ γ.

λοιπὸν δὲ τὸ μὲν ξ κέντρον, τεταρτημοριαίαν ἐλθὸν περιφέρειαν τὴν ξμ, ἀποκαθεστακέτω τὸν ψχ κύκλον ἐπὶ τὸν εζηκ, καὶ αὐτὸς δὲ ὁ ἥλιος, διελθὼν ὁμοίαν τὴν περιφέρειαν τὴν ψχ, ἀποκαθεστάσθω ἐπὶ τὸ ε, φαινόμενος κατὰ τὸ α· καὶ ἐνη-

Or je dis que le cercle εζηκ étant emporté sur le cercle μονζ, d'un mouvement contraire à celui de l'univers, le soleil se mouvra sur le cercle εζηκ dans le même sens que l'univers et expliquera ainsi les apparences.

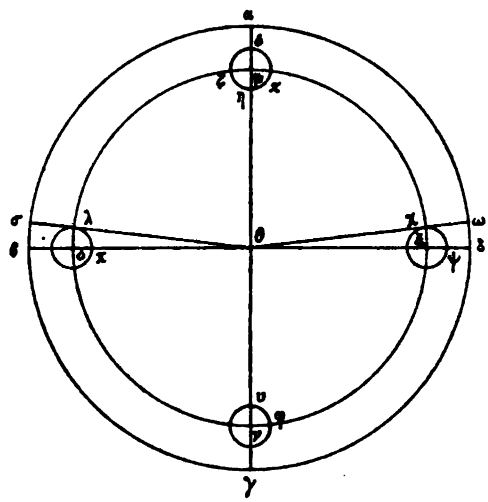
Supposons d'abord qu'il soit emporté par un mouvement contraire à celui de l'univers, mais dans le même sens que son cercle, c'est-à-dire de ε en ζ, de ζ en η, de η en κ. Puisque parvenu en ε il sera le plus éloigné de nous, il est clair que α est dans le cinquième degré et demi des Gémeaux *, donc γ sera dans le cinquième degré et demi du Sagittaire *. Supposons que le point μ, centre du cercle solaire, décrive d'un mouvement régulier l'arc μο, quart de la circonférence du cercle μονξ, et que le cercle εζηκ soit transporté en λπ, le soleil, emporté régulièrement dans le même sens, décrira l'arc εζ de la circonférence du cercle εζηκ. Il sera donc au point π et il nous apparaîtra en σ, et lorsqu'il aura décrit l'arc εζ, quart de son propre cercle, il paraîtra avoir parcouru l'arc αβσ, plus grand que le quart du zodiaque, et s'être éloigné rapidement du point α.

Le centre ο décrira ensuite l'arc ον, quart de la circonférence, le cercle λπ viendra et φυ, et le soleil aura parcouru l'arc ππ, quart de la circonférence, il sera donc en υ, nous apparaîtra en γ et semblera avoir parcouru l'arc σγ, moindre que le quart du zodiaque et s'être rapproché lentement du point γ. Le point ν ayant parcouru le quart νξ de la circonférence, son cercle sera porté en χψ, et le soleil ayant décrit le quart de la circonférence sera au point ψ, il apparaîtra au point ω et semblera avoir décrit l'arc γω, moindre que le quart de la circonférence, et être venu lentement du point γ.

Enfin le centre ξ, décrivant l'arc ξμ, quart de la circonférence, rétablira le cercle ψχ sur εζηκ, et le soleil lui-même, ayant décrit un arc semblable ψχ, reviendra en ε et apparaî-

9 Voy. p. 255, l. 21. — 10 Voy. p. 255, l. 24,

νέχθαι δόξει τὴν ωδα τοῦ ζῳδιακοῦ μείζονα περιφέρεια· καὶ ταχύνειν ἐπὶ τὸ α. ὥστε δῆλον ὅτι φερόμενος οὕτω τάχιστα μὲν δόξει κινεῖσθαι περὶ τοὺς Διδύμους, βραδύτατα δὲ περὶ τὸν Τοξότην · φαίνεται δὲ τοὐναντίον · οὐκ ἄρα, τοῦ κύκλου αὐτοῦ φερομένου κατὰ τὸν μονξ ἔγκεντρον κύκλον ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντί, καὶ αὐτὸς ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τὰ αὐτὰ μὲν τούτῳ κινηθήσεται, ὑπεναντίως δὲ τῷ παντί.



λείπεται οὖν, τοῦ ἐπικύκλου φερομένου ὑπεναντίως τῷ παντί, τὸν ἥλιον κατὰ τοῦ ἐπικύκλου φέρεσθαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῖς ἀπλανέσιν · οὕτως γὰρ σωθήσεται τὰ φαινόμενα. οἷον ἐνηνέχθω τὸ μὲν κέντρον τοῦ ἐπικύκλου τεταρτημοριαίαν περιφέρειαν περὶ ἔγκεντρον κύκλον τὴν μο, καὶ μετενηνοχέτω τὸν ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν λπ · ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου τὴν εκ ὁμοίαν · ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ λ, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ σ, τεταρτημοριαίαν τοῦ ἰδίου κύκλου κινηθεὶς περιφέρειαν · ἐπὶ δὲ τοῦ ζῳδιακοῦ δόξει ἐλάττονα ἐνηνέχθαι τὴν ασ καὶ βραδέως ἀπερχόμενος τοῦ α σημείου.

πάλιν τὸ ο κέντρον μεταβεβηκέτω τεταρτημοριαίαν τὴν ον, tra en α. Alors aussi il semblera avoir décrit un arc $\omega\delta\alpha$ du zodiaque plus grand que le quart de la circonférence et s'être hâté d'arriver en α. Il est donc évident que dans son mouvement il paraîtra avoir une plus grande vitesse dans les Gémeaux et une moindre dans le Sagittaire. C'est cependant le contraire qu'on observe. Tandis que le cercle solaire est emporté sur la circonférence du cercle concentrique $\mu o \nu \xi$, en sens contraire de l'univers, le soleil ne peut donc pas se mouvoir sur l'épicycle dans le même sens que ce cercle et en sens contraire de l'univers.

Il reste à examiner le cas où l'épicycle ayant un mouvement contraire à celui de l'univers, le soleil se meut sur l'épicycle dans le même sens que les étoiles fixes. C'est ainsi que seront expliquées les apparences. En effet, supposons que le centre de l'épicycle décrive l'arc μo, quart de la circonférence du cercle concentrique, et qu'il transporte avec lui l'épicycle en $\lambda\pi$, le soleil aura décrit sur l'épicycle l'arc semblable $\epsilon\kappa$, il sera donc en λ et il nous apparaîtra en σ, ayant parcouru un arc égal au quart de son propre cercle; mais sur le zodiaque il semblera avoir parcouru l'arc plus petit $\alpha\sigma$, avec une vitesse faible à partir du point α.

Puis le centre o décrira le quart $o\nu$ de la circonférence et καὶ ὁ ἥλιος ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν λπ · ἔσται δὲ ἐπὶ τοῦ υ, φανήσεται δὲ κατὰ τὸ γ, καὶ δόξει κεκινῆσθαι τοῦ ζῳδιακοῦ τὴν σβγ, μείζονα τεταρτημοριαίας, ταχύνων ἐπὶ τὸ γ. ἐπενηνέχθω τὸ ν ἐπὶ τὸ ξ τεταρτημοριαίαν τὴν νξ καὶ τὸν υφ κύκλον ἐφηρμοκέτω τῷ χψ · ὁ δὲ ἥλιος, κινηθεὶς ὁμοίαν ταῖς πρόσθεν τὴν υφ περιφέρειαν, ἔστω ἐπὶ τοῦ χ · φανήσεται δὲ κατὰ τὸ ω, καὶ δόξει διεληλυθέναι τὴν γδω τοῦ ζῳδιακοῦ περιφέρειαν μείζονα τεταρτημοριαίας, καὶ ταχέως ἀπιέναι τοῦ γ ἐπὶ τὸ δ.

λοιπὴν <δὲ τὸ κέντρον ἐλθὸν> τὴν ξμ κίνησιν ἀποκαθεστακέτω <τὸν> χψ ἐπὶ τὸν ἐπικύκλον τὸν εζηκ, καὶ αὐτὸς ὁ ἥλιος, ἐνεχθεὶς ὁμοίαν λοιπὴν τὴν χψ, ἀποκαθεστάσθω ἐπὶ τὸ ε, φανήσεται δὲ κατὰ τὸ α, δόξει δὲ [ὁ κατὰ τὸ α] τοῦ ζῳδιακοῦ διεληλυθέναι τὴν ωα ἐλάττονα τεταρτημοριαίας καὶ βραδέως προσιέναι τῷ α. ὥστε κατὰ τήνδε τὴν ὑπόθεσιν σωθήσεται τὰ φαινόμενα · βραδύτατον μὲν γὰρ δόξει κινεῖσθαι καὶ μικρότατος εἶναι κατὰ μέγεθος ὁ ἥλιος περὶ τὴν ε´ ϛ´ μοῖραν τῶν Διδύμων, τάχιστα δὲ φέρεσθαι καὶ μέγιστος εἶναι περὶ τὴν αὐτὴν μοῖραν τοῦ Τοξότου · καὶ ταῦτα εὐλόγως · ἀπὸ μὲν γὰρ τοῦ ε μεταβαίνων ἐπὶ τὸ κ, τοῦ κύκλου αὐτοῦ κινουμένου ἀπό τοῦ μ ἐπὶ τὸ ο, ἀντιφερόμενος <τῷ ἑαυτοῦ κύκλῳ>...

ἐπὶ τὸ π, τοῦ ἐπικύκλου μεταβαίνοντος ἀπὸ τοῦ ο ἐπὶ τὸ ν, συντρέχων αὐτῷ τὴν ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ φορὰν ἐπιτείνειν δόξει τῇ κινήσει ἐπὶ ταὐτὰ γινομένην <τῷ παντὶ καὶ> τρόπον τινὰ συμβαίνουσαν. καὶ παραπλησίως ἀπὸ τοῦ υ φερόμενος ἐπὶ τὸ φ, τοῦ ἐπικύκλου μεταβαίνοντος ἀπὸ τοῦ ν ἐπὶ τὸ ξ, οἷον προφθάνων τὸν ἑαυτοῦ κύκλον [καὶ] ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ δόξει ταχύνειν. ἀνάπαλιν δὲ ἀπὸ τοῦ χ παραγινόμενος ἐπὶ τὸ ψ, τοῦ ξ μεταβαίνοντος <ἐπὶ τὸ> μ, ἀντιφερόμενος τῷ ἑαυτοῦ κύκλῳ βραδεῖαν φαίνεται ποιούμενος τὴν ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ φοράν.

εὑρίσκεται δὲ πάλιν τὸ μέγεθος τοῦ ἐπικύκλου καὶ ὁ λόγος

29 <ἐπὶ τὸ> H. Martin.

le soleil décrira l'arc semblable $\lambda\pi$ de l'épicycle, alors il sera en υ et paraîtra en γ. Il semblera avoir parcouru, en augmentant de vitesse vers γ, l'arc du zodiaque $\sigma\beta\gamma$, plus grand qu'un quart de circonférence. Que ν soit transporté en ξ, l'arc $\nu\xi$ étant le quart de la circonférence et que le cercle $\upsilon\varphi$ s'applique sur le cercle $\chi\psi$, le soleil décrivant l'arc $\upsilon\varphi$ semblable aux précédents sera en χ, et paraîtra en ω ; il semblera avoir parcouru l'arc $\gamma\delta\omega$ du zodiaque, plus grand qu'un quart de circonférence, et être passé rapidement de γ en δ.

Le centre parcourant l'arc restant $\xi\mu$, l'épicycle $\chi\psi$ reviendra en $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ et le soleil, décrivant l'arc semblable $\chi\psi$ qui reste sera rétabli en ε. Il apparaîtra en α et semblera avoir parcouru l'arc $\omega\alpha$, plus petit qu'un quart de circonférence, et s'être lentement approché de α. C'est ainsi que suivant cette hypothèse, toutes les apparences s'expliquent, car le soleil paraîtra se mouvoir plus lentement et être plus petit, vers le cinquième degré et demi des Gémeaux et se mouvoir plus rapidement et être plus grand, vers le même degré du Sagittaire. Ce qui est conforme aux apparences. Car il passe du point ε au point κ, tandis que le centre du cercle passe lui-même de μ en o, ayant un mouvement contraire (à celui de son propre cercle)...

Allant en π, pendant que l'épicycle passe de o en ν, le soleil, qui va dans le même sens que lui, paraîtra s'avancer sur le zodiaque d'un mouvement en quelque sorte concordant avec le sien. Pareillement transporté de υ en φ, pendant que l'épicycle passe de ν en ξ, il paraîtra augmenter de vitesse sur le zodiaque, comme s'il devançait son propre cercle. Au contraire, en passant de χ en ψ pendant que l'épicycle passe de ξ en μ, le soleil, transporté en sens contraire du mouvement de son propre cercle, paraîtra accomplir lentement sa marche sur le zodiaque.

On peut trouver la grandeur de l'épicycle et le rapport de la distance des centres au diamètre $\varepsilon\eta$ de l'épicycle $\varepsilon\zeta$. Ce τοῦ μεταξὺ τῶν κέντρων πρὸς τὴν εη τοῦ εζ ἐπικύκλου <διάμετρον> ὑπεναντίως τῷ πρόσθεν, ὡς κδ΄ πρὸς ἕν, διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας · μέγιστον μὲν γὰρ ἀπόστημα τοῦ ἡλίου τὸ θε, ἐλάχιστον δὲ τὸ θυ · ἡ δὲ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου πρὸς τὸ ἐλάχιστον διάμετρος γίνεται τοῦ ἐπικύκλου · κατ' ἐπίκυκλον γὰρ καὶ ἡ τοιαύτη γίνεται πραγματεία, ἐπειδὴ ὁ εζκ τοῦ πλανωμένου κύκλος καθ' ἑτέρου τινὸς ἐγκέντρου [ὁμοκέντρου] φέρεται κύκλου, οἷον τοῦ μονξ.

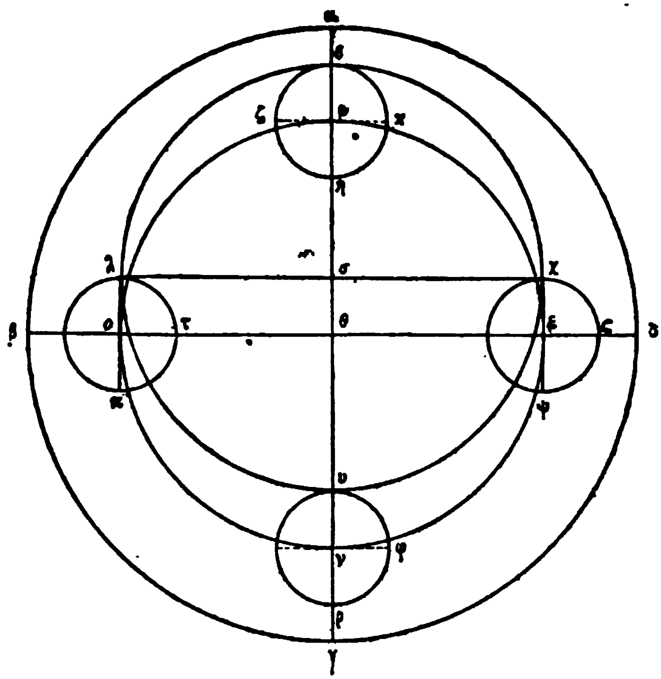
ἀλλ' ὅτι μὲν καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν, τὴν κατ' ἔκκεντρον καὶ τὴν κατ' ἐπίκυκλον, σώζεται τὰ φαινόμενα, δείκνυσιν ἐκ τούτων. Ἵππαρχος δέ φησιν ἄξιον εἶναι μαθηματικῆς ἐπιστάσεως ἰδεῖν τὴν αἰτίαν δι' ἣν τοσοῦτον διαφέρουσαις ὑποθέσεσι, τῇ τε τῶν ἐκκέντρων κύκλων καὶ <τῇ> τῶν ὁμοκέντρων καὶ τῶν ἐπικύκλων, τὰ αὐτὰ φαίνεται ἀκολουθεῖν. δείκνυσι δὲ ὁ Ἄδραστος πρῶτον μὲν πῶς τῇ κατ' ἐπίκυκλον ἕπεται κατὰ συμβεβηκὸς ἡ κατὰ ἔκκεντρον · ὡς δὲ ἐγώ φημι, καὶ τῇ κατὰ ἔκκεντρον ἡ κατ' ἐπίκυκλον.

2 <διάμετρον> H. Martin. — 14 <τῇ> H. Martin.

rapport inverse du précédent [1], car il est égal au rapport de 24 à 1, s'obtient par la considération des distances et des grandeurs. La plus grande distance du soleil à la terre est θε, la plus petite est θυ et la différence de ces deux distances est égale au diamètre de l'épicycle. Telle est l'explication au moyen de l'épicycle, le cercle εζκ de la planète se mouvant sur un cercle concentrique qui est μονξ.

Adraste montre ainsi que les phénomènes sont expliqués dans l'une et l'autre hypothèse, celle de l'excentrique et celle de l'épicycle. Hipparque a fait remarquer qu'elle est digne de l'attention du mathématicien, la recherche de l'explication des mêmes phénomènes à l'aide d'hypothèses si différentes, celle des cercles excentriques et celle des cercles concentriques et des épicycles. Adraste a montré que l'hypothèse de l'excentrique est une conséquence de celle de l'épicycle ; à dire vrai, l'hypothèse de l'épicycle est aussi une conséquence de celle de l'excentrique.

1 Cf. p. 257, l. 12.



ἔστω γὰρ ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, κέντρον δὲ τοῦ παντὸς τὸ θ, ἡλίου δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζηκ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ μ· καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ, κύκλος ὁ μονξ. λέγω ὅτι, τοῦ μ κέντρου κινουμένου περὶ τὸν μονξ κύκλον ὁμόκεντρον ὁμαλῶς, ὑπεναντίως τῷ παντί, καὶ συναποφέροντὸς τὸν ἐπίκυκλον, ὁ ἥλιος ἐν ἴσῳ χρόνῳ διανύων τὸν εκηζ ἐπίκυκλον ὁμαλῶς, ἐπὶ τὰ·αὐτὰ δὲ τῷ παντί, γράψει καὶ τὸν ἔκκεντρον ἴσον ὄντα τῷ μονξ ἐγκέντρῳ. διήχθωσαν γὰρ αἱ αγ βδ διάμετροι τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὥστε τὸ μὲν α σημεῖον περὶ τὴν ε´ ς´ μοῖραν τῶν Διδύμων εἶναι, τὸ δὲ γ περὶ τὴν αὐτὴν τοῦ Τοξότου, καὶ κέντροις τοῖς ο ν ξ γεγράφθωσαν τῷ εζηκ ἐπικύκλῳ ἴσοι κύκλοι οἱ λπτ υρφ χψς καὶ τῶν λπτ χψς διάμετροι πρὸς ὀρθὰς τῇ βδ αἱ λπ χψ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ λχ.

λέγω ὅτι αἱ λχ οξ ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι· ἴση ἄρα

Soit, en effet, $\alpha\beta\gamma\delta$ le zodiaque, θ le centre de l'univers, $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ l'épicycle du soleil et μ son centre. Décrivons, du centre θ, avec le rayon $\theta\mu$, le cercle $\mu o\nu\xi$; je dis que le centre μ parcourant uniformément la circonférence du cercle homocentrique $\mu o\nu\xi$, d'un mouvement contraire à celui de l'univers et emportant avec lui l'épicycle, il arrivera que le soleil, parcourant dans le même temps l'épicycle $\varepsilon\kappa\eta\zeta$, d'un mouvement uniforme et dans le même sens que l'univers, décrira aussi l'excentrique égal au concentrique $\mu o\nu\xi$. Menons, en effet, les diamètres du zodiaque $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, perpendiculaires entre eux, de manière que le point α soit sur le cinquième degré et demi des Gémeaux et γ sur le même degré du Sagittaire, et des centres o, ν, ξ, traçons les cercles $\lambda\pi\tau$, $\upsilon\rho\varphi$, $\chi\psi\varsigma$, égaux à l'épicycle $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ et les diamètres $\lambda\pi$ et $\psi\chi$ des cercles $\lambda\pi\tau$ et $\chi\psi\varsigma$, perpendiculaires au diamètre $\beta\delta$; tirons enfin la droite $\lambda\chi$.

Les droites $\lambda\chi$, $o\xi$, sont égales et parallèles entre elles.

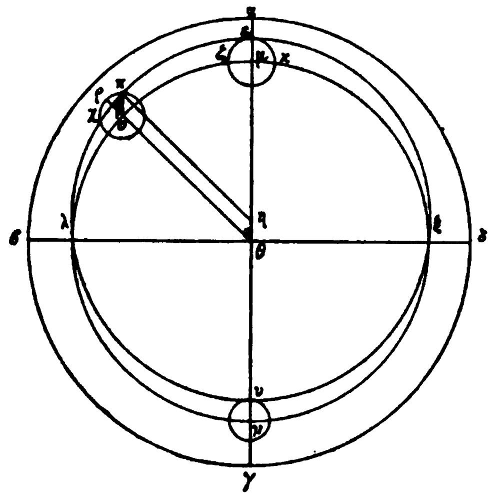
ἑκατέρα τῶν λσ σχ ἑκατέρᾳ τῶν οθ θξ αἵ εἰσιν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μονξ κύκλου · καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ θσ τῇ ολ, ἴσαι ἔσονται ἡ θσ καὶ ἑκατέρα τῶν υν με · ἔστι δὲ ἴση καὶ ἡ θν τῇ θμ · ἴση ἄρα καὶ ἡ υσ τῇ σε. ἀλλ' ἐπεὶ ἴση ἡ θσ τῇ υν, κοινὴ δὲ ἡ θυ, ἴση ἡ συ τῇ θν · ἑκατέρα ἄρα τῶν εσ συ ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μονξ κύκλου · ἐδείχθη δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν λσ σχ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ αὐτοῦ κύκλου · τέσσαρες ἄρα αἱ σε σλ συ σχ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ πρὸς ὀρθάς. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ σ, διαστήματι δέ τινι μιᾷ αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει διὰ τῶν ε λ υ χ σημείων, καὶ ἴσος <ἔσται> τῷ μονξ κύκλῳ, καὶ ὑπὸ τῶν ευ λχ διαμέτρων εἰς τέσσαρα ἴσα διαιρεθήσεται. γεγράφθω οὖν καὶ ἔστω ὁ ελυχ · οὗτος δὲ ἔσται ὁ ἔκκεντρος, τὸ μὲν ἀπογειότατον ἔχων ὑπὸ τὸ α, ε′ ς′ μοῖραν τῶν Διδύμων, τὸ δὲ προσγειότατον ὑπὸ τὸ γ, ε′ ς′ μοῖραν τοῦ Τοξότου.

λέγω δ' ὅτι ἥλιος, φερόμενος, ὡς ὑπετέθη, κατὰ τοῦ εκηζ ἐπικύκλου, κατὰ συμβεβηκὸς γράψει καὶ τὸν ελυχ ἔκκεντρον. ἐνηνέχθω γὰρ τὸ μὲν κέντρον τοῦ ἐπικύκλου τὴν μο περιφέρειαν τεταρτημοριαίαν · καὶ ὁ ἥλιος ἄρα, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐνεχθεὶς ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν εκ, ἔσται ἐπὶ τοῦ λ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ λ ἐλεύσεται τεταρτημοριαίαν γράψας περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ελ. πάλιν τὸ ο κέντρον ἐπὶ τοῦ κύκλου ἐνηνέχθω τεταρτημοριαίαν τὴν ον περιφέρειαν, ὁ δὲ ἥλιος ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν λτ · ἔσται ἄρα ἐπὶ τοῦ υ, καὶ κατὰ συμβεβηκὸς γράψει τοῦ ἐκκέντρου ὁμοίαν περιφέρειαν τὴν λυ. ὁμοίως δὴ τοῦ ν διαπορευθέντος τὴν νξ, ὁ ἥλιος τοῦ ἐπικύκλου διελεύσεται ὁμοίαν τὴν υφ · ἔσται δὴ ἐπὶ τοῦ χ, κατὰ συμβεβηκὸς γράψας καὶ τὴν υχ ὁμοίαν περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρου. λοιπὸν δὲ τοῦ ξ διελθόντος τὴν ξμ, καὶ ὁ ἥλιος ἐξανύσας <τὴν> χς ἀποκατασταθήσεται ἐπὶ τὸ

11 <ἔσται> H. Martin.

Les droites $\lambda\sigma$ et $\sigma\chi$ sont donc respectivement égales aux droites $o\theta$ et $\theta\xi$ qui sont des rayons du cercle $\mu o \nu \xi$; et puisque la droite $\theta\sigma$ est égale à $o\lambda$, elle sera aussi égale à chacune des droites $\upsilon\nu$, $\mu\varepsilon$. Mais on a $\theta\nu = \theta\mu$, donc on a aussi $\upsilon\sigma = \sigma\varepsilon$, or $\theta\sigma = \upsilon\nu$, et la droite $\theta\upsilon$ est commune; donc $\sigma\upsilon = \theta\nu$. Chacune des deux droites $\varepsilon\sigma$ et $\sigma\upsilon$ est donc égale au rayon du cercle $\mu o \nu \xi$; mais on a montré que chacune des droites $\lambda\sigma$ $\sigma\chi$ est égale au rayon de ce cercle, les quatre droites $\sigma\varepsilon$, $\sigma\lambda$, $\sigma\upsilon$, $\sigma\chi$, sont donc égales et perpendiculaires entre elles; donc le cercle décrit du centre σ, avec un rayon égal à l'une de ces droites, passera par les points ε, λ, υ, χ, sera égal au cercle $\mu o \nu \xi$ et sera divisé en quatre parties égales par les diamètres $\varepsilon\upsilon$, $\lambda\chi$. Décrivons ce cercle et supposons que ce soit $\varepsilon\lambda\upsilon\chi$. Il sera excentrique; le point qui se projette en α, au cinquième degré et demi des Gémeaux, sera le plus éloigné de la terre, et le point qui se projette en γ, au cinquième degré et demi du Sagittaire, en sera le plus rapproché.

Je dis que le soleil, mu, comme on l'a supposé, sur l'épicycle $\varepsilon\kappa\eta\zeta$, décrira naturellement l'excentrique $\varepsilon\lambda\upsilon\chi$. En effet, que le centre de l'épicycle décrive l'arc μo, quart de la circonférence, le soleil dans le même temps décrira l'arc semblable $\varepsilon\kappa$ de l'épicycle, viendra en λ et arrivera de ε en λ ayant parcouru le quart $\varepsilon\lambda$ de l'excentrique. Que le centre décrive de nouveau le quart $o\nu$ de la circonférence, le soleil parcourra l'arc semblable $\lambda\tau$ de l'épicycle; il sera donc en υ et décrira par conséquent l'arc semblable $\lambda\upsilon$ de l'excentrique. Pareillement, pendant que le point ν décrira l'arc $\nu\xi$, le soleil parcourra l'arc semblable $\upsilon\varphi$ de l'épicycle, il sera donc en χ, ayant décrit par conséquent l'arc semblable $\upsilon\chi$ de l'excentrique. Enfin, pendant que le point ξ parcourra l'arc $\xi\mu$, le soleil ayant décrit l'arc $\chi\varsigma$ reviendra en ε. Il décrira donc aussi dans le même temps l'arc semblable restant $\varepsilon\chi$ de l'excentrique. Ainsi, en parcourant uniformément tout l'épicycle, pendant que celui-ci est emporté sur le con-ε · γράφει δὲ ἅμα καὶ τὴν χε περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρου λοιπὴν καὶ ὁμοίαν · ὥστε ὅλον τὸν ἐπίκυκλον ἐξανύσας ὁμαλῶς διὰ τοῦ ὁμοκέντρου γράφει ἔκκεντρον · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



δείκνυται δὲ τὸ αὐτὸ καὶ οὕτως. ἔστω ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, ἡλίου δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζκ, τὸ μὲν κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ μονξ κείμενον, ὅς ἐστιν ὁμόκεντρος περὶ τὸ θ κέντρον τοῦ παντός · καὶ ἔστω τὸ ε σημεῖον ἀπογειότατον ὑπὸ τὴν ε´ ϛ´ μοῖραν τῶν Διδύμων. λέγω ὅτι, τοῦ κε φερομένου ὁμαλῶς ἐπὶ τοῦ μονξ κύκλου ὑπεναντίως τῷ παντί, ὁ ἥλιος ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ φερόμενος κατὰ τοῦ εκζ ἐπικύκλου ὁμαλῶς μὲν καὶ ὑπεναντίως τῷ ἐπικύκλῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ τῷ παντί, κατὰ συμβεβηκὸς γράφει καὶ τὸν ἔκκεντρον ἴσον ὄντα τῷ μονξ ἐγκέντρῳ.

centrique, le soleil décrit un excentrique; c'est ce qu'il fallait prouver *.

On démontre la même proposition de cette manière. Soit αβγδ le zodiaque * et εζκ l'épicycle solaire ayant son centre sur la circonférence du cercle μονξ qui est homocentrique autour du centre θ de l'univers. Soit aussi le point ε, le point le plus éloigné de la terre, au cinquième degré et demi des Gémeaux, je dis que l'épicycle κε, étant emporté sur la circonférence du cercle μονξ d'un mouvement uniforme et contraire à celui de l'univers, et le soleil parcourant dans le même temps l'épicycle εκζ, d'un mouvement uniforme et contraire à l'épicycle, et par conséquent dans le même sens que l'univers, décrira par suite un excentrique égal au concentrique μονξ.

2 En admettant que le soleil décrive uniformément l'épicycle, dans le sens du mouvement diurne, pendant que le centre de l'épicycle décrit uniformément le concentrique en sens contraire, Adraste démontre que le soleil se trouve sur l'excentrique, aux points ε, λ, υ, χ; mais il ne démontre pas que le soleil soit sur l'excentrique aux points intermédiaires. — 4 Dans les mss. la figure contient deux fois la lettre η. Pour éviter une confusion possible, nous avons supprimé une fois cette lettre, et nous désignons, dans le texte et sur la figure, l'épicycle par εζκ au lieu de εζηκ.

ἀπενηνέχθω γὰρ τὸ μὲν μ κέντρον τυχοῦσάν τινα περιφέρειαν τὴν μο, καὶ καθεστακέτω τὸν ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν πρχ · ὁ δὲ ἥλιος ἀρξάμενος ἀπὸ τοῦ ε, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ ρ, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ διεληλυθέτω τὴν ρπ, ὁμοίαν τῇ μο, καὶ κείσθω τῇ με ἴση ἡ θη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ηπ θρ · ἐπεὶ οὖν ὁμοία ἡ ρπ περιφέρεια τῇ ομ, ἴση καὶ γωνία ἡ φ τῇ τ · παράλληλος ἄρα ἡ πο τῇ ηθ · ἔστι δὲ καὶ ἴση · ἴση ἄρα ἡ πη τῇ οθ καὶ παράλληλος · ἔστι δὲ ἡ θο ἴση τῇ ηε · ἴση ἄρα ἡ ηπ τῇ ηε. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ τῷ ηε γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ π καὶ ἴσος ἔσται τῷ μονξ.

γεγράφθω οὖν ὁ επλυξ · οὗτος ἄρα ἔσται ὁ ἔκκεντρος · ἐπεὶ οὖν παράλληλος ἡ πη τῇ ρθ, ἴση ἡ φ γωνία τῇ τ, τουτέστι τῇ πηε · <τῇ πρ> ὁμοία ἄρα ἡ επ · ἀρξάμενος δὲ <ὁ ἥλιος> ἀπὸ τοῦ ε, κατὰ συμβεβηκὸς γράφει καὶ τὴν επ ὁμοίαν περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρου. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τοῦτο ποιῶν ἀεί · ὥστε καὶ ὅλον ἀνύσας τὸν ἐπίκυκλον διὰ τοῦ ἐγκέντρου ὅλον γράψει καὶ ἔκκεντρον · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δεικτέον δὲ καὶ τὸ ἀναστρέφον. ἔστω γὰρ πάλιν ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ αγ, καὶ κέντρον τὸ θ, ἡλίου δὲ κύκλος ἔκκεντρος ελυξ · καὶ ἔστω ἀπογειότατον μὲν αὐτοῦ τὸ ε ὑπὸ ε´ ς´ μοῖραν τῶν Διδύμων, κέντρον δὲ ἐπὶ τῇ αθ τὸ η · καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ ηε, κύκλος ὁ μονξ. πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ μ, διαστήματι δὲ τῷ με, κύκλος γεγράφθω ὁ εζχ · δῆλον οὖν ὡς οὗτος ἔσται ὁ αὐτὸς τῷ ἐπικύκλῳ. λέγω δὴ ὅτι ὁ ἥλιος κινούμενος ὁμαλῶς κατὰ τοῦ ελυξ ἐκκέντρου γράψει κατὰ συμβεβηκὸς καὶ τὸν εζχ ἐπίκυκλον φερόμενον ὁμαλῶς κατὰ τοῦ μονξ καὶ ἰσοχρονίως τῷ ἡλίῳ.

13 <τῇ πρ> H. Martin. — 14 <ὁ ἥλιος> *id.* — 18 ἀναστρέφον] ἀνάστροφον conj. Hultsch.

Supposons, en effet, que le centre μ ait décrit un arc quelconque μο et que l'épicycle soit arrivé en πρχ, le soleil parti du point ε, c'est-à-dire du point ρ, aura décrit dans le même temps l'arc ρπ, semblable à l'arc μο; prenons la droite θη égale au rayon με et tirons les droites ηπ, θρ. Puisque l'arc ρπ est semblable à l'arc ομ, l'angle φ est égal à l'angle τ *. Donc la droite πο est parallèle à θη, mais elle lui est aussi égale, la droite πη est donc égale et parallèle à la droite οθ. Or la droite θο est égale à la droite ηε. Donc la droite ηπ est égale à la droite ηε. Donc le cercle décrit du centre η, avec le rayon ηε, passera par π et sera égal au cercle μονξ.

Décrivons le cercle επλυξ (du centre η, avec ηπ = ηε pour rayon); ce cercle sera l'excentrique. Puisque πη est parallèle à ρθ, l'angle φ sera égal à l'angle τ, c'est-à-dire à πηε, l'arc επ est donc semblable à l'arc πρ (de l'épicycle πρχ). Le soleil partant du point ε décrira par conséquent l'arc semblable επ de l'excentrique. On démontrera de même qu'il en est toujours ainsi; de sorte que le soleil ayant parcouru tout l'épicycle se mouvant lui-même sur un cercle concentrique, décrit aussi tout un cercle excentrique. C'est ce qu'il fallait démontrer.

On peut démontrer aussi la proposition inverse. Soit de nouveau αβγδ le zodiaque dont le diamètre est αγ et le centre θ; soit encore ελυξ le cercle excentrique du soleil, ε le point le plus éloigné du centre de la terre, sous le cinquième degré et demi des Gémeaux, et soit η son centre sur la droite αθ. Décrivons, du centre θ, avec le rayon ηε, le cercle μονξ et du centre μ, avec le rayon με, le cercle εζκ. Il est clair que ce sera le même que l'épicycle. Je dis donc que le soleil décrivant uniformément la circonférence ελυξ de l'excentrique, décrira aussi par suite l'épicycle εζκ emporté uniformément dans le même temps sur le concentrique μονξ.

6 Théon désigne par φ l'angle ροπ, et par τ l'angle οθμ.

ἐνηνέχθω γὰρ ὁ ἥλιος τυχοῦσάν τινα περιφέρειαν ἐπὶ τοῦ ἐκκέντρου τὴν επ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ πη, καὶ <ἡ> ρθ παράλληλος, ἴση δὲ τῇ θη ἡ ορ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ πο. ἐπεὶ οὖν <αἱ ηπ θο ἴσαι καὶ παράλληλοι εἰσιν> αἱ ηθ πο ἴσαι ἔσονται καὶ παράλληλοι, ἔστι δὲ ἡ θη ἴση τῇ με, τουτέστι τῇ ορ τῇ οπ, ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ ο, διαστήματι δὲ τῷ ορ γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ π, καὶ ὁ αὐτὸς ἔσται τῷ εζκ ἐπικύκλῳ. γεγράφθω οὖν ὁ πρχ· ἐπεὶ οὖν διὰ τὰς παραλλήλους αἱ τ φ γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις, ἐν δὲ τοῖς κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐφ' ὁμοίων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐν δὲ τοῖς ἴσοις καὶ ἐπὶ ἴσων, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις, αἱ ρπ επ μο περιφέρειαι [δὲ] ὅμοιαι ἔσονται ἀλλήλαις, αἱ δὲ επ μο καὶ ἴσαι.

ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν επ περιφέρειαν ἐκινήθη τοῦ ἐκκέντρου, ἐν τούτῳ καὶ τὸ μ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου, τὴν μο περιφέρειαν ἐνεχθέν, τὸν εζκ ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν πρχ μετήνεγκε, καὶ ὁ ἥλιος τὴν επ ἐπὶ τοῦ ἐκκέντρου διανύσας, ἀρξάμενος ἀπὸ τοῦ ε, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ ρ, καὶ τὴν ρπ τοῦ ἐπικύκλου περιφέρειαν ὁμοίαν ἔγραψε. τὸ δ' αὐτὸ δειχθήσεται καὶ κατὰ πᾶσαν κίνησιν ποιούμενος· ὥστε καὶ ὅλον διανύσας τὸν ἔκκεντρον ὁ ἥλιος ὅλον γράψει τὸν ἐπίκυκλον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ. ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πλανωμένων δείκνυται. πλὴν ὁ μὲν ἥλιος ἀπαραλλάκτως ταῦτα δοκεῖ ποιεῖν κατὰ ἀμφοτέρας τὰς ὑποθέσεις, διὰ τὸ τοὺς ἀποκαταστατικοὺς αὐτοῦ χρόνους, τόν τε τοῦ μήκους καὶ τὸν τοῦ πλάτους καὶ τὸν τοῦ βάθους καὶ τῆς λεγομένης ἀνωμαλίας, οὕτως εἶναι σύνεγγυς ἀλλήλων, ὥστε τοῖς πλείστοις τῶν μαθηματικῶν ἴσους δοκεῖν, ἡμερῶν ἕκαστον τξε´ δ´´, ἀκριβέστερον δὲ ἐπισκοπουμένοις τὸν μὲν τοῦ μήκους, ἐν ᾧ τὸν ζῳδιακὸν ἀπὸ σημείου τινὸς ἐπὶ τὸ

4 <αἱ ηπ θο ἴσαι καὶ παράλληλοι εἰσιν> J D. — 23 Titre : περὶ ἡλίου ἀποκαταστάσεως (du retour du soleil au même point).

Supposons, en effet, que le soleil ait décrit un arc quelconque $\epsilon\pi$ de l'excentrique. Tirons la droite $\pi\eta$ et sa parallèle $\theta\rho$. Qu'on prenne $o\rho$ égale à $\theta\eta$ et qu'on tire πo. Puisque les droites $\eta\pi$, θo, sont égales et parallèles, les droites $\eta\theta$, πo seront aussi égales et parallèles; mais on a $\theta\eta = \mu\epsilon$, donc $o\rho = o\pi$, donc le cercle décrit du centre o avec le rayon $o\rho$ passera par le point π et sera le même que l'épicycle $\epsilon\zeta\kappa$. Décrivons ce cercle $\pi\rho\chi$. A cause du parallélisme des droites ($o\pi$, $\theta\eta$) les angles τ et φ sont égaux; mais dans les cercles à des angles égaux correspondent des arcs semblables, et dans les cercles égaux à des angles égaux correspondent des arcs égaux, que ces angles soient au centre ou sur la circonférence, donc les arcs $\rho\pi$, $\epsilon\pi$, μo sont semblables entre eux, et, de plus, les arcs $\epsilon\pi$, μo, sont égaux.

Ainsi donc, dans le même temps que le soleil parcourt l'arc $\epsilon\pi$ de l'excentrique, le centre μ de l'épicycle, décrivant l'arc μo, emportera l'épicycle $\epsilon\zeta\kappa$ en $\pi\rho\chi$, et le soleil ayant parcouru l'arc $\epsilon\pi$ de l'excentrique en partant du point ϵ, c'est-à-dire du point ρ, décrira l'arc semblable $\rho\pi$ de l'épicycle. On peut démontrer qu'il en est ainsi pendant tout le mouvement. Donc, en parcourant tout l'excentrique, le soleil décrit aussi tout l'épicycle. C'est ce qu'il fallait démontrer.

XXVII. Les mêmes démonstrations s'appliquent aux autres planètes. Le soleil paraît faire tous ces mouvements, dans l'une et l'autre hypothèse, avec régularité, car les temps des retours à la même longitude, à la même latitude, au même éloignement qui produit l'inégalité qu'on nomme anomalie, sont tellement peu différents les uns des autres, que la plupart des mathématiciens les regardent comme égaux à 365 jours 1/4. Ainsi, quand on considère attentivement le temps du retour en longitude pendant lequel le soleil parcourt le zodiaque, en allant d'un point au même point, d'un solstice au même solstice, ou d'un équinoxe au αὐτὸ σημεῖον διανύει καὶ ἀπὸ τροπῆς ἐπὶ τὴν αὐτὴν τροπὴν καὶ ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἰσημερίαν παραγίνεται, τὸν εἰρημένον σύνεγγυς χρόνον, παρὰ τετραετίαν ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τοῦ μήκους αὐτοῦ κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἀποκαθισταμένου ·

τὸν δὲ τῆς ἀνωμαλίας, καθ' ὃν ἀπογειότατος γινόμενος καὶ δι' αὐτὸ τῇ μὲν φάσει τοῦ μεγέθους μικρότατος, βραδύτατος δὲ κατὰ τὴν εἰς τὰ ἑπόμενα φοράν, ἢ ἀνάπαλιν προσγειότατος, καὶ διὰ τοῦτο μέγιστος μὲν τῷ μεγέθει δοκῶν, τῇ δὲ κινήσει τάχιστος, ἡμερῶν ἔγγιστα τξε΄ ς΄, διετίᾳ πάλιν ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τοῦ βάθους τὴν αὐτὴν ὥραν αὐτοῦ φαινομένου, τὸν δὲ τοῦ πλάτους, ἐν ᾧ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ βορειότατος ἢ νοτιώτατος γενόμενος ἐπὶ τὸ αὐτὸ παραγίνεται, ὡς πάλιν ἴσας ὁρᾶσθαι τὰς τῶν αὐτῶν γνωμόνων σκιάς, ἡμερῶν μάλιστα τξε΄ η΄΄, κατὰ τὸ αὐτὸ τοῦ πλάτους σημεῖον αὐτοῦ τὴν αὐτὴν ὥραν ὀκταετίᾳ παραγινομένου.

κη. ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων, ἐπεὶ καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων πολὺ παραλλάττουσιν <οἱ> εἰρημένοι χρόνοι πάντες, καὶ ἐφ' ὧν μὲν μᾶλλον, ἐφ' ὧν δὲ ἧττον, τὰ γινόμενα καθ' ἕκαστον φαίνεται ποικιλώτερα καὶ διαλλάττοντά πως καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν, οὐκέτ' ἐν ἴσῳ χρόνῳ τοῦ πλάνητος ἑκάστου τὸν ἑαυτοῦ ἐπίκυκλον περιερχομένου καὶ τοῦ ἐπικύκλου τὸν ἔγκεντρον, ἀλλ' ὧν μὲν θᾶττον, ὧν δὲ βράδιον, διά τε τὰς τῶν κύκλων ἀνισότητας καὶ διὰ τὰς ἀπὸ τοῦ μέσου τοῦ παντὸς ἀνίσους ἀποστάσεις, ἔτι τε διὰ τὰς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζῳδίων διαφόρους λοξώσεις ἢ ἀνομοίους ἐγκλίσεις τε καὶ θέσεις.

17 Titre : περὶ τῆς τῶν λοιπῶν πλανήτων ἀποκαταστάσεως (du retour des autres planètes). — 18 <οἱ> H. Martin. — 27 Titre : περὶ στηριγμῶν καὶ προηγήσεων καὶ ἀναποδισμῶν (des stations, des mouvements en avant et des rétrogradations).

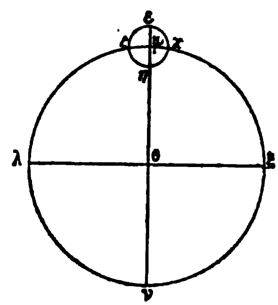
même équinoxe, c'est à très peu près le temps signalé plus haut, de sorte qu'au bout de quatre ans, le retour à un point de même longitude se fait à la même heure.

Quant au temps de l'anomalie après lequel le soleil au point le plus éloigné de la terre paraît le plus petit et le plus lent dans son mouvement vers les signes suivants, ou après lequel, au point le plus voisin de la terre, il paraît avoir le plus grand diamètre et la plus grande vitesse, il est à peu près de 365 jours 1/2, de sorte qu'au bout de deux ans le soleil paraît revenir à la même distance à la même heure. Enfin, le temps de son retour en latitude, temps après lequel parti du point le plus septentrional ou le plus méridional, il revient au même point, de manière à donner les mêmes longueurs d'ombre des gnomons, il est de 365 jours 1/8, et, par conséquent, on peut dire qu'au bout de huit ans, il sera revenu à la même heure, au même point de latitude.

XXVIII. Pour chacune des autres planètes, les divers temps dont nous avons parlé varient beaucoup, ils sont plus longs pour les uns, plus courts pour les autres. Les durées des retours paraissent d'autant plus variables et plus changeantes dans l'une et l'autre hypothèse que ce n'est pas dans le même laps de temps que chaque planète parcourt son épicycle et l'épicycle son cercle concentrique (au zodiaque) : les mouvements sont plus rapides pour les unes, plus lents pour les autres, à raison de l'inégalité des cercles, de l'inégalité des distances au centre de l'univers et des différences d'obliquité par rapport au cercle du milieu des signes c'est-à-dire des différences d'inclinaison et de position.

κθ. ὅθεν καὶ τὰ τῶν στηριγμῶν τε καὶ ἀναποδισμῶν καὶ προηγήσεων καὶ ὑπολείψεων οὐχ ὁμοίως ἐπὶ πάντων ἀπαντᾷ · ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν ε' γίνεσθαι [ὡς] ταῦτα φαίνεται, εἰ καὶ μὴ παντάπασιν ὁμοίως · ἐπὶ μέντοι γε ἡλίου καὶ σελήνης οὐδ' ὅλως · οὔτε γὰρ προηγεῖσθαί ποτε οὔτε στηρίζειν οὔτε ἀναποδίζειν οὗτοι φαίνονται, διὰ τὸ τὸν μὲν ἥλιον σύνεγγυς κατὰ τὸν <αὐτὸν> χρόνον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου φαίνεσθαι φερόμενον, καὶ τὸν ἐπίκυκλον αὐτοῦ κατὰ τοῦ ἐγκέντρου, καθάπερ ἔφαμεν, τῆς δὲ σελήνης τὸν ἐπίκυκλον θᾶττον κατὰ τοῦ ἐγκέντρου φέρεσθαι τοῦ τῶν ζῳδίων [ὑπολείπεσθαι] κύκλου ἢ αὐτὴν διεξιέναι τὸν ἐπίκυκλον.

λ. δῆλον δὲ ὡς οὐδὲν διαφέρει πρὸς τὸ σώζειν τὰ φαινόμενα, τοὺς πλάνητας κατὰ τῶν κύκλων, ὡς διώρισται, λέγειν κινεῖσθαι, ἢ τοὺς κύκλους φέροντας τὰ τούτων σώματα αὐτοὺς περὶ τὰ ἴδια κέντρα κινεῖσθαι · λέγω δὲ τοὺς μὲν ἐγκέντρους, φέροντας τὰ τῶν ἐπικύκλων κέντρα, περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα κινεῖσθαι ὑπεναντίως <τῷ παντί>, τοὺς δὲ ἐπικύκλους, φέροντας τὰ τῶν πλανωμένων σώματα, πάλιν περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα, οἷον τὸν μὲν μλνξ ἔγκεντρον φέρεσθαι περὶ τὸ θ, τοῦ παντὸς καὶ ἑαυτοῦ κέντρον, ὑπεναντίως τῷ παντί, φέροντα ἐπὶ τῆς αὐτοῦ περιφερείας τοῦ <ἐπικύκλου τὸ> μ κέντρον, τὸν <δὲ> εζηκ ἐπίκυκλον ἔχοντα τὸν πλανώμενων κατὰ τὸ ε φέρεσθαι πάλιν περὶ τὸ μ κέντρον, ἐπὶ μὲν ἡλίου καὶ σελήνης ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων καὶ τοῦτον ὑπεναντίως τῷ παντί · σώζεται γὰρ οὕτως τὰ φαινόμενα.

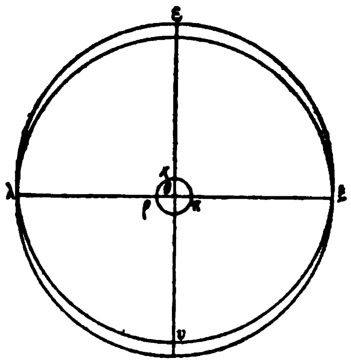


7 <αὐτὸν> H. Martin. — 12 Titre ajouté par H. Martin : πότερον οἱ πλανῆτες κατὰ τῶν κύκλων, ἢ οἱ κύκλοι φέροντες αὐτοὺς περὶ τὰ ἴδια κέντρα κινοῦνται (les planètes se meuvent elles sur leurs cercles, ou les cercles qui les portent se meuvent-ils autour de leurs propres centres?) — 20 <τῷ παντί> H. Martin.

XXIX. De là vient que, pour toutes les planètes, les stations et les retours, soit vers les signes précédents, soit vers les signes suivants, ne se font pas d'une manière semblable. On observe le phénomène pour cinq planètes, mais d'une manière qui n'est pas absolument semblable. Pour le soleil et la lune, cela ne se fait aucunement; en effet, ces deux astres ne paraissent jamais ni avancer, ni rester stationnaire, ni rétrograder. Comme nous l'avons dit, le soleil paraît emporté sur son propre cercle dans le même temps que l'épicycle sur le concentrique, tandis que l'épicycle de la lune est emporté plus rapidement sur le cercle concentrique au cercle zodiacal, qu'elle ne parcourt elle-même l'épicycle.

XXX. Il est clair qu'il importe peu, pour interpréter les phénomènes, que l'on dise, comme il a été expliqué, que les planètes se meuvent sur des cercles ou que les cercles qui portent ces astres se meuvent autour de leurs propres centres. Je comprends que les cercles concentriques, portant les centres des épicycles, se meuvent autour de leurs propres centres dans un sens contraire à l'univers, et que les épicycles portant les planètes se meuvent aussi autour de leurs centres. Ainsi, je comprends que le cercle concentrique $\mu\lambda\nu\xi$ se meuve autour de θ, qui est son propre centre et celui de l'univers, dans un sens contraire à l'univers; je comprends, en outre, que le concentrique porte sur sa circonférence le centre μ de l'épicycle $\varepsilon\zeta\eta\kappa$ et que cet épicycle qui porte la planète au point ε, tourne autour du centre μ, dans le même sens que l'univers, s'il s'agit du soleil et de la lune, ou dans un sens contraire, si l'on considère les autres planètes. Ainsi sont expliquées les apparences.

κατὰ δὲ τὴν ἑτέραν πραγματείαν, ὄντος ἐκκέντρου κύκλου τοῦ ελυξ περὶ κέντρον τὸ κ, ἐπὶ μὲν ἡλίου αὐτὸς ὁ ελυξ κύκλος ἐν ἐνιαυτῷ κινούμενος ὁμαλῶς περὶ τὸ κ κέντρον, φέρων τὸν ἥλιον ἐνεστηριγμένον κατὰ τὸ ε σημεῖον, σώσει τὰ φαινόμενα, τοῦ κ κέντρου καθ' ἑαυτὸ μὲν μὴ κινουμένου μηδ' ὑπεναντίως τῷ παντί, συναποφερομένου δὲ τῷ παντὶ καὶ πρὸς ἡμέραν ἑκάστην γράφοντος τὸν κρπ κύκλον, ἴσον γινόμενον τῷ τῆς ἑτέρας πραγματείας κύκλῳ·



ποιήσεται γὰρ οὕτως ὁ ἥλιος ἀεὶ κατὰ τοὺς αὐτοὺς τόπους μέγιστα ἀποστήματα καὶ πάλιν καθ' ἑτέρους ἐλάχιστα καὶ παραπλησίως κατὰ ἄλλους μέσα, τὰ μὲν μέγιστα κατὰ τὴν ε΄ ς΄ μοῖραν, ὡς εἴρηται, τῶν Διδύμων, τὰ δὲ ἐλάχιστα κατὰ τὴν αὐτὴν τοῦ Τοξότου, καὶ τὰ μέσα ὁμοίως κατὰ τὰς αὐτὰς τῆς τε Παρθένου καὶ τῶν Ἰχθύων· ἐπειδὴ καὶ τὸ ε σημεῖον τοῦ ἐκκέντρου ἐφ' οὗ ἐστιν ὁ ἥλιος, τήνδε μὲν ἔχοντος τὴν θέσιν τοῦ κύκλου, φαινόμενον ὑπὸ τοὺς Διδύμους ἀπογειότατόν ἐστιν, περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου περὶ τὸ κ κέντρον, μεταπεσὸν ὅπου νῦν ἐστι τὸ υ, φανήσεται μὲν ὑπὸ τὸν Τοξότην, ἔσται δὲ προσγειότατον, μεταξὺ δὲ τούτων, κατά τε τὴν Παρθένον καὶ τοὺς Ἰχθύας, μέσως ἀποστήσεται.

τὰ δ' ἄλλα πλανητὰ ἐπειδὴ κατὰ πάντα τόπον τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ μέγιστα καὶ ἐλάχιστα καὶ μέσα ποιεῖται καὶ ἀποστήματα καὶ κινήματα, ἐὰν κέντρῳ μὲν τῷ θ τοῦ παντός, διαστήματι δὲ τῷ θκ, γεγράφθαι νοήσωμεν κύκλον τὸν κπρ, ἔπειτα τοῦτον, ἔγκεντρον ὄντα καὶ ἴσον τῷ τῆς ἑτέρας ὑποθέσεως ἐπικύκλῳ, φέρεσθαι περὶ τὸ θ τοῦ παντὸς κέντρον καὶ συναποφέ-

Suivant l'autre interprétation, soit le cercle excentrique ελυξ qui a pour centre le point κ. Considéré par rapport au soleil, ce cercle ελυξ, se mouvant uniformément dans l'espace d'un an, autour du centre κ, et portant le soleil fixé au point ε, rendra compte des phénomènes, si le centre κ se meut par lui-même, non dans un sens contraire à l'univers, mais emporté dans le même sens, et si chaque jour il décrit le cercle κρπ égal au cercle dans l'autre raisonnement.

De la sorte, en effet, le soleil offrira toujours aux mêmes endroits respectifs les plus grandes, les plus petites et les moyennes distances à la terre : les plus grandes, comme il a été dit, au cinquième degré et demi des Gémeaux, les plus petites au même degré du Sagittaire et les moyennes au même degré de la Vierge et des Poissons. En effet, le point ε de l'excentrique, où est le soleil, vu sous les Gémeaux, dans cette position du cercle, est le plus éloigné de la terre; mais le cercle tournant autour du centre κ, le point ε, transporté où est maintenant le point υ, nous paraîtra dans le Sagittaire à la plus petite distance de la terre. Entre ces deux points extrêmes il se trouvera aux moyennes distances dans la Vierge et les Poissons.

Quant aux autres planètes, c'est en tout lieu du zodiaque qu'elles peuvent être à la plus grande, à la plus petite et à la moyenne distance de la terre et qu'elles peuvent avoir la vitesse minimum, maximum ou moyenne. Du centre θ de l'univers et du rayon θκ, imaginons qu'on décrive le cercle κπρ, puis, que le cercle concentrique et égal à l'épicycle de l'autre hypothèse tourne autour du centre θ de l'univers et qu'il porte ρειν τὸ κ κέντρον τοῦ ἐκκέντρου ὑπεναντίως τῷ παντὶ ἐν χρόνῳ τινί, τὸν δε ελυξ ἔκκεντρον ἐν ἑτέρῳ χρόνῳ κινεῖσθαι περὶ τὸ ἑαυτοῦ κέντρον τὸ κ, φέροντα τὸν πλανώμενον ἐνεστηριγμένον ἐν αὐτῷ κατὰ τὸ ε, λαμβανομένων τῶν χρόνων καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων ἰδίων καὶ οἰκείων, σωθήσεται τὰ φαινόμενα.

καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ πλέον διέξεισι τοῦ προσοικειῶσαι ἀλλήλαις τὰς τῶν μαθηματικῶν ὑποθέσεις τε καὶ πραγματείας, ὅτινες πρὸς τὰ φαινόμενα μόνον καὶ τὰς κατὰ συμβεβηκὸς γινομένας τῶν πλανωμένων κινήσεις ἀποβλέποντες, μακροῖς χρόνοις ταύτας τηρήσαντες διὰ τὸ εὐφυὲς τῆς χώρας αὐτῶν, Βαβυλώνιοι καὶ Χαλδαῖοι καὶ Αἰγύπτιοι, προθύμως ἀρχάς τινας καὶ ὑποθέσεις ἀνεζήτουν, αἷς ἐφαρμόζει τὰ φαινόμενα, δι' οὗ τὸ κατὰ τὰ εὑρημένα πρόσθεν ἐπικρίνειν καὶ κατὰ μέλλοντα προλήψεσθαι, φέροντες οἱ μὲν ἀριθμητικάς τινας, ὥσπερ Χαλδαῖοι, μεθόδους, οἱ δὲ καὶ γραμμικάς, ὥσπερ Αἰγύπτιοι, πάντες μὲν ἄνευ φυσιολογίας ἀτελεῖς ποιούμενοι τὰς μεθόδους, δέον ἅμα καὶ φυσικῶς περὶ τούτων ἐπισκοπεῖν · ὅπερ οἱ παρὰ τοῖς Ἕλλησιν ἀστρολογήσαντες ἐπειρῶντο ποιεῖν, τὰς παρὰ τούτων λαβόντες ἀρχὰς καὶ τῶν φαινομένων τηρήσεις καθὰ καὶ Πλάτων ἐν τῷ Ἐπινομίῳ μηνύει, ὡς ὀλίγον ὕστερον ἔσται δῆλον παρατεθεισῶν τῶν λέξεων αὐτοῦ.

λα. καὶ Ἀριστοτέλης δὲ ἐν τοῖς περὶ οὐρανοῦ κοινῶς διὰ πλειόνων δείξας περὶ τῶν ἄστρων, ὡς οὔτε δι' ἠρεμοῦντος αὐτὰ φέρεται τοῦ αἰθερίου σώματος οὔτε φερομένου συνθεῖ καθάπερ ἀπολελυμένα καὶ καθ' ἑαυτά, οὔτε μὴν δινούμενα οὔτε κυλινδούμενα, μᾶλλον δὲ ὑπ' ἐκείνου φέρεται τὰ ἀπλανῆ πολλὰ ὄντα ὑπὸ μιᾶς κοινῆς τῆς ἐκτός, τῶν δὲ πλανωμένων ἕκαστον ἓν ὑπὸ πλειόνων σφαιρῶν, πάλιν ἐν τῷ λ τῶν μετὰ τὰ φυσικά φησιν Εὔδοξόν τε καὶ Κάλλιππον σφαίραις τισὶ κινεῖν τοὺς πλά-

14 εὑρημένα] εἰρημένα. — 23 Titre complété par H. Martin : τὰ Ἀριστοτέλους <Εὐδόξου τε καὶ Καλλίππου> (opinions d'Aristote, d'Eudoxe et de Callippe).

avec lui le centre κ de l'excentrique, d'un mouvement contraire à l'univers et dans un temps déterminé, enfin que l'excentrique ελυξ se meuve dans un temps différent autour de son centre κ, portant l'astre fixé sur sa circonférence au point ε; si on prend les temps propres et particuliers à chaque planète, on rendra compte des phénomènes.

Tout cela nous entraîne trop loin sous prétexte d'accorder les hypothèses et les raisonnements des mathématiciens. Ceux-ci ne considérant que les phénomènes et les mouvements planétaires produits selon le cours des choses, après les avoir observés longtemps dans des lieux favorables, en Babylonie, en Chaldée, en Égypte, recherchaient avec ardeur des principes et des hypothèses qui expliquaient les phénomènes *. Ils arrivaient ainsi à confirmer les faits observés et à prédire les phénomènes à venir, les Chaldéens à l'aide de méthodes arithmétiques, les Égyptiens par des méthodes graphiques *, tous par des méthodes imparfaites et sans une science suffisante de la nature; car il faut discuter aussi les faits au point de vue physique. Ceux qui ont étudié l'astronomie chez les Grecs ont essayé de le faire en se servant des principes et des observations de ces étrangers. Platon le déclare dans l'*Epinomis,* comme nous le verrons un peu plus loin, en rapportant ses propres paroles *.

XXXI. Aristote, dans son traité *Du ciel* *, parle beaucoup des astres en général et montre qu'ils ne se meuvent ni à travers l'éther tranquille ni avec l'éther, en quelque sorte séparés et indépendants, et qu'ils ne tournent ni ne roulent, mais bien que les nombreuses étoiles fixes sont emportées sur une seule et même sphère, la sphère extérieure, et que chaque planète est portée par plusieurs sphères. Il dit encore dans le XIe livre de la *Métaphysique* * qu'Eu-

14 Cf. Aristote, traité *Du ciel* II, XII, 1, et *Météorologie* I, VI, 9. — 17 Cf. Biot, *Journal des Savants*, 1850, p. 199. — 23 *Epinomis*, p. 987 A. — 24 Traité *Du ciel*, II, 7. — 31 Aristote, *Métaphysique*, λ 8, p. 1073 B.

νητας. τὸ γὰρ φυσικόν ἐστι μήτε τὰ ἄστρα αὐτὰ κατὰ ταὐτὰ φέρεσθαι κυκλικάς τινας ἢ ἑλικοειδεῖς γραμμὰς καὶ ὑπεναντίως γε τῷ παντὶ μήτε αὐτούς τινας κύκλους περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα δινεῖσθαι φέροντας ἐνεστηριγμένους τοὺς ἀστέρας, καὶ τοὺς μὲν [ἑπτὰ] ἐπὶ τὰ αυτὰ τῷ παντί, τοὺς δὲ ὑπεναντίως. πῶς γὰρ καὶ δυνατὸν ἐν κύκλοις ἀσωμάτοις τηλικαῦτα σώματα δεδέσθαι;

σφαίρας δέ τινας εἶναι τοῦ πέμπτου σώματος οἰκεῖον ἐν τῷ βάθει τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κειμένας τε καὶ φερομένας, τὰς μὲν ὑψηλοτέρας, τὰς δὲ ὑπ' αὐτὰς τεταγμένας, καὶ τὰς μὲν μείζονας, τὰς δὲ ἐλάττονας, ἔτι δὲ τὰς μὲν κοίλας, τὰς δ' ἐν τῷ βάθει τούτων πάλιν στερεάς, ἐν αἷς ἀπλανῶν δίκην ἐνεστηριγμένα τὰ πλανητὰ τῇ ἐκείνων ἁπλῇ μέν, διὰ δὲ τοὺς τόπους ἀνισοταχεῖ φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς φαίνεται ποικίλως ἤδη κινεῖσθαι καὶ γράφειν τινὰς κύκλους ἐκκέντρους, ἢ καὶ ἐφ' ἑτέρων τινῶν κύκλων κειμένους ἤ τινας ἕλικας, καθ' ὧν οἱ μαθηματικοὶ κινεῖσθαι νομίζουσιν αὐτά, τῇ ἀναστροφῇ ἀπατώμενοι.

ἐπεὶ οὖν φαίνεται μὲν συναποφέρεσθαι ὑπὸ τοῦ παντὸς πρὸς ἑκάστην ἡμέραν τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις, ἀντιφέρεσθαι δὲ τὴν εἰς τὰ ἑπόμενα κατὰ λοξοῦ τοῦ ζῳδιακοῦ μετάβασιν, κινεῖσθαι δέ τι καὶ πλάτος, βορειότερά τε καὶ νοτιώτερα βλεπόμενα, πρὸς δὲ τούτοις ὕψος τε καὶ βάθος, ὁτὲ μὲν ἀπογειότερα, ὁτὲ δὲ προσγειότερα θεωρούμενα, φησὶν ὁ Ἀριστοτέλης ὅτι διὰ πλειόνων σφαιρῶν ἕκαστον οἱ πρόσθεν ὑπετίθεντο φέρεσθαι.

Εὔδοξος μὲν ἥλιον καὶ σελήνην διά τριῶν σφαιρῶν φησιν ἐστηρίχθαι, μιᾶς μὲν τῆς τῶν ἀπλανῶν περὶ τοὺς τοῦ παντὸς doxe et Callippe mettent les planètes en mouvement à l'aide de certaines sphères. Ce qui concorde, en effet, avec la science naturelle, c'est que les astres ne soient pas emportés de la même manière par certaines courbes circulaires ou héliçoïdales, d'un mouvement contraire à celui de l'univers, et que ces cercles ne roulent pas tous autour de leurs centres, en portant fixés à leurs circonférences les divers astres se mouvant les uns dans le même sens que l'univers, les autres en sens contraire. Comment se pourrait-il, en effet, que de tels corps fussent attachés à des cercles incorporels?

D'après les apparences, des sphères du cinquième corps * se meuvent dans les profondeurs du ciel; les unes sont plus élevées les autres moins, les unes sont plus grandes les autres plus petites, les unes sont creuses, les autres pleines sont intérieures aux premières, et les planètes qui y sont fixées, à la manière des étoiles, sont portées d'un mouvement simple, mais de vitesse inégale suivant les lieux. Par un effet qui est la conséquence de tous ces mouvements, elles paraissent se mouvoir diversement et décrire certains cercles excentriques; ou bien, placées sur d'autres cercles, elles paraissent décrire des spirales suivant lesquelles des mathématiciens, trompés par la rétrogradation, pensent qu'elles sont mues.

Comme nous les voyons portées chaque jour par le mouvement de l'univers d'orient en occident et passer par les signes suivants, dans leur course à travers l'obliquité du zodiaque, tantôt plus au nord, tantôt plus au sud, tantôt plus haut, tantôt plus bas, d'où il suit qu'elles paraissent plus ou moins éloignées de la terre, Aristote dit que les anciens les supposaient portées chacune par plusieurs sphères.

Eudoxe dit que le soleil et la lune sont appuyés sur trois

12 Ce cinquième corps est l'éther. Cf. Aristote, *Météorologie* I, 3.

πόλους δινουμένης καὶ διὰ κράτος κοινῶς πάσας τὰς ἄλλας ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις ἐφελκομένης, ἑτέρας δὲ φερομένης περὶ ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς τῷ διὰ μέσου τῶν ζῳδίων, δι' ἧς τὴν κατὰ μῆκος μετάβασιν εἰς τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων κοινῶς ἕκαστον πάλιν φαίνεται ποιεῖσθαι, τρίτης δὲ περὶ ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς τῷ λελοξωμένῳ κύκλῳ πρὸς τὸν διὰ μέσου ἐν τῷ πλάτει τῶν ζῳδίων, δι' ἧς τὴν κατὰ πλάτος κίνησιν ἕκαστον ἰδίαν, τὸ μὲν ἐν πλείονι, τὸ δὲ ἐν ἐλάττονι φέρεται διαστάσει, βορειότερόν τε καὶ νοτιώτερον γινόμενον τοῦ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων, τῶν δ' ἄλλων πλανωμένων ἕκαστον διὰ τεττάρων, προστεθείσης [ἄν τις ὑπολάβηται σειρῆνας] καθ' ἕκαστον ἑτέρας, δι' ἧς καὶ τὸ βάθος ἕκαστον ποιήσεται.

Κάλλιππος δέ, χωριστοῦ Κρόνου καὶ Διός, τοῖς ἄλλοις καὶ ἑτέρας τινάς, φησί, προσετίθει σφαίρας, ἀνὰ δύο μὲν ἡλίῳ καὶ σελήνῃ, τοῖς δὲ λοιποῖς ἀνὰ μίαν. εἶτα δὲ ἐπιλογίζεται, εἰ μέλλοιεν συντεθεῖσαι σώζειν τὰ φαινόμενα, καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων καὶ ἑτέρας εἶναι σφαίρας μιᾷ ἐλάττονας τῶν φερουσῶν τὰς ἀνελιττούσας, εἴτε ἑαυτοῦ δόξαν ταύτην, εἴτε ἐκείνων ἀποφαινόμενος. ἐπεὶ γὰρ ᾤοντο κατὰ φύσιν μὲν εἶναι τὸ ἐπὶ τὸ αὐτὸ φέρεσθαι πάντα, ἑώρων δὲ τὰ πλανώμενα καὶ ἐπὶ τοὐναντίον μεταβαίνοντα, ὑπέλαβον δεῖν εἶναι μεταξὺ φερουσῶν ἑτέρας τινάς, στερεὰς δηλονότι, σφαίρας, αἳ τῇ ἑαυτῶν κινήσει ἀνελίξουσι τὰς φερούσας ἐπὶ τοὐναντίον, ἐφαπτόμενας αὐτῶν, ὥσπερ ἐν ταῖς μηχανοσφαιροποιίαις τὰ λεγόμενα τυμπανία, κινούμενα περὶ τὸ κέντρον ἰδίαν τινὰ κίνησιν, τῇ παρεμπλοκῇ τῶν ὀδόντων εἰς τοὐναντίον κινεῖν καὶ ἀνελίττειν τὰ ὑποκείμενα καὶ προσυφαπτόμενα.

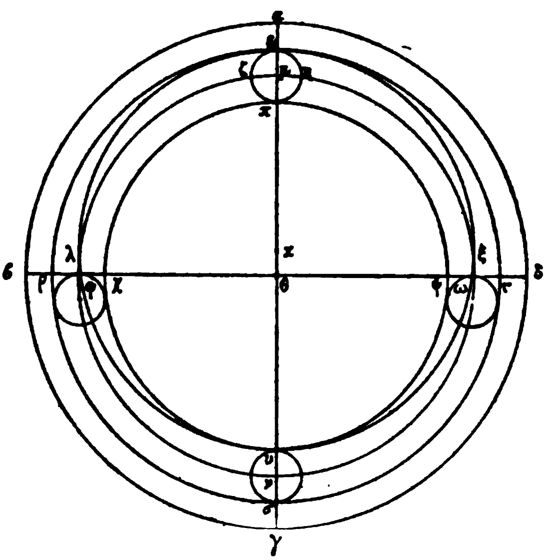
λβ. ἔστι δὲ τὸ μὲν φυσικὸν ὄντως, πάσας τὰς σφαίρας

13 χωριστοῦ] χωρὶς τοῦ Hultsch. — 24 μηχανοσφαιροποιίαις] μηχανικαῖς σφαιροποιίαις conj. Hultsch. — 25 τὸ κέντρον] τὸν ἄξονα conj. J D. — 28 Titre ajouté par H. Martin : περὶ τῆς κατὰ φύσιν ὑποθέσεως (de l'hypothèse conforme à la nature des choses). — ὄντως] οὕτως conj. Hultsch.

sphères : la première est celle des étoiles fixes qui roule autour des pôles de l'univers et entraîne par force avec elle toutes les autres du levant au couchant; la seconde se meut autour de l'axe perpendiculaire au cercle du milieu des signes, c'est par cette sphère que chaque planète paraît exécuter un mouvement en longitude vers les signes suivants ; la troisième roule autour de l'axe perpendiculaire au cercle, oblique à celui du milieu des signes. Par cette dernière, chaque astre paraît avoir un mouvement propre en latitude, tantôt à une plus grande distance, tantôt à une plus petite, tantôt plus au nord, tantôt plus au midi, du cercle qui passe par le milieu des signes. Chacune des autres planètes est portée par quatre sphères dont l'une produit le mouvement de la planète en hauteur.

Aristote dit que Callippe ajoutait de nouvelles sphères aux autres planètes, excepté à Saturne et à Jupiter, savoir deux au soleil et à la lune, et une seulement à chacune des autres. Il pense aussi que, si on veut rendre compte des phénomènes, il faut, pour chacune des planètes, d'autres sphères moindres qu'une des sphères qui portent les sphères roulantes. Telle est son opinion ou celle des autres (Eudoxe et Callippe). Si on pensait qu'il est naturel que tout se porte dans le même sens, on voyait cependant les planètes aller en sens contraire; aussi supposait-on que dans les intervalles des sphères déférentes (c'est-à-dire portant les planètes), il y a quelques sphères évidemment solides qui, par leur mouvement propre, font tourner en sens contraire les déférentes en contact, de même que dans des sphères artificielles, des tympans roulant autour de leurs axes peuvent, de leur propre mouvement et à l'aide de dents, faire mouvoir et rouler en sens contraire des corps adjacents et au contact.

XXXII. Il est bien naturel que toutes les sphères se meuvent dans le même sens, entraînées par la sphère extérieure; mais, par un mouvement propre, à cause du rang qu'elles occupent, de leur place et de leur grandeur, elles se φέρεσθαι μὲν ἐπὶ τὸ αὐτό, περιαγομένας ὑπὸ τῆς ἐξωτάτω, κατὰ δὲ τὴν ἰδίαν κίνησιν διὰ τὴν τάξιν τῆς θέσεως καὶ τοὺς τόπους καὶ τὰ μεγέθη τὰς μὲν θᾶττον, τὰς δὲ βραδύτερον ἐπὶ τὰ ἐναντία φέρεσθαι περὶ ἄξονας ἰδίους καὶ λελοξωμένους πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν · ὥστε τὰ ἐν αὐταῖς ἄστρα τῇ τούτων ἁπλῇ καὶ ὁμαλῇ κινήσει φερόμενα κατὰ συμβεβηκὸς αὐτὰ δοκεῖν συνθέτους καὶ ἀνωμάλους καὶ ποικίλας τινὰς ποιεῖσθαι φοράς. καὶ γράφουσί τινας κύκλους διαφόρους, τοὺς μὲν ἐγκέντρους, τοὺς δὲ ἐκκέντρους, τοὺς δὲ ἐπικύκλους. ἕνεκα δὲ τῆς ἐννοίας τῶν λεγομένων ἐπὶ βραχὺ καὶ περὶ τούτων ἐκθετέον, κατὰ τὸ δοκοῦν ἡμῖν ἀναγκαῖον εἰς τὰς σφαιροποιίας διάγραμμα.



ἔστω σφαῖρα κοίλη τῶν ἀπλανῶν ἡ αβγδ περὶ κέντρον τὸ θ τοῦ παντὸς ἐν βάθει τῷ αε · διάμετροι δ' αὐτῆς αἱ αγ βδ · καὶ νοείσθω ὁ αβγδ κύκλος μέγιστος καὶ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων · ἑτέρα δέ τις ὑποκάτω αὐτῆς περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον κοίλη σφαῖρα πλάνητος ἡ ερστ καὶ πχυψ, ἐν

14 τῷ αε] τὸ αε? J D.

portent les unes plus vite, les autres moins et dans le sens contraire, autour de leurs axes propres obliques à celui de la sphère des étoiles. Ainsi les astres qu'elles portent sont entraînés par le mouvement simple et régulier des étoiles et ce n'est que par un effet, qui est la conséquence du mouvement des sphères, qu'ils paraissent accomplir des mouvements composés, irréguliers et variés ; ils décrivent plusieurs cercles, les uns concentriques, les autres excentriques ou épicycles. Pour l'intelligence de ce que nous disons, il faut expliquer en peu de mots la figure qui nous paraît nécessaire pour la construction des sphères.

Soit αβγδ la sphère creuse des étoiles autour du centre θ de l'univers, αε son épaisseur, αγ et βδ deux diamètres (perpendiculaires). Supposons que αβγδ soit un grand cercle et qu'il passe par le milieu des signes ; soit, au-dessous de la première, la sphère creuse ερστ, πχυψ, d'une planète, ayant le même centre et pour épaisseur επ. Soit enfin, dans cette épaisseur, la sphère solide εζπη portant un astre errant fixé βάθει τῷ επ · ἐν δὲ τῷ βάθει τούτῳ στερεὰ σφαῖρα ἡ εζπη, ἐνεστηριγμένον ἐν αὐτῇ φέρουσα τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ ε. καὶ πᾶσαι φερέσθωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ὁμαλῶς ἁπλᾶς κινήσεις ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις, μόνη δὲ ἡ τὸ πλάτος ἀφορίζουσα τοῦ πλάνητος ἐπὶ τὰ ἐναντία φερέσθω, ἢ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέν, ὑπολειπέσθω δὲ διὰ βραδυτῆτα · ἑκατέρως γὰρ σωθήσεται τὰ φαινόμενα.

ἀλλ' ἡ μὲν τῶν ἀπλανῶν περὶ ἄξονα <τὸν> πρὸς ὀρθὰς τῷ <τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδῳ · ἡ δὲ κοίλη τοῦ πλάνητος περὶ ἄξονα πρὸς ὀρθὰς τῷ> αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐν ᾧ ἐστι καὶ ὁ τὸ πλάτος ἀφορίζων κύκλος ὁ λοξὸς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζῳδίων. φερέσθω δὲ ἡ μὲν τῶν ἀπλανῶν σφαῖρα τάχιστα · βραδύτερον δὲ ταύτης ἡ κοίλη τοῦ πλάνητος ἐπὶ τὰ ἐναντία, ὥστε ἔν τινι ὡρισμένῳ χρόνῳ πᾶσαν ἐπὶ τὰ ἐναντία περιιέναι τὴν τῶν ἀπλανῶν, ἤ, ὥς τινες οἴονται, ὑπολείπεσθαι · ποτέρα δὲ ἀληθεστέρα δόξα, ἐν ἄλλοις εἴρηται · φερέτω δὲ [ἐπὶ] τὴν σφαῖραν τὴν στερεὰν ἔχουσαν τὸ πλανώμενον · ἡ δὲ στερεὰ σφαῖρα, φερομένη περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα ὁμαλῶς, ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκαταστήσεται, κατὰ τὰ αὐτὰ φερομένη τῇ ἀπλανεῖ · ἤτοι δὲ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκαταστήσεται, ἐν ᾧ καὶ ἡ κοίλη τοῦ πλανωμένου τὴν τῶν ἀπλανῶν ἐπὶ τὰ ἐναντία φερομένη περιέρχεται ἢ ὑπολείπεται, ἢ θᾶττον, ἢ βραδύτερον.

ἀποκαθιστάσθω πρότερον ἐν τῷ αὐτῷ · καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ μ · καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ κύκλος ὁ μλνξ · τῆς δὲ <ευ> εὐθείας δίχα διαιρεθείσης κατὰ τὸ κ, κέντρῳ μὲν τῷ κ, διαστήματι δὲ τῷ κε, κύκλος γεγράφθω ὁ ελυξ, ἔκκεντρος πρὸς τὸ πᾶν. φανερὸν δὴ ὅτι ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ κοίλη σφαῖρα τοῦ πλανωμένου τῆς

1 τῷ επ] τὸ επ? — 9 <τοῦ ἰσημερινοῦ... τῷ> H. Martin. — 25 <ευ> H. Martin.

au point ε. Que toutes soient portées régulièrement dans le même sens par des mouvements simples d'orient en occident; que celle qui produit le mouvement de la planète en latitude tourne seule en sens contraire ou dans le même sens pourvu qu'elle reste en arrière par sa lenteur, car les deux hypothèses rendent compte des phénomènes.

Et maintenant, que la sphère des étoiles tourne autour de l'axe perpendiculaire au plan du cercle équinoxial, et que la sphère creuse de la planète tourne autour de l'axe perpendiculaire au cercle produisant le mouvement en latitude, et oblique à celui qui passe par le milieu des signes. Que la sphère des étoiles tourne très rapidement; que la sphère creuse de la planète tourne plus lentement en sens contraire, de sorte que, dans un temps déterminé, elle ait parcouru dans ce sens contraire toute la sphère des étoiles ou qu'elle soit laissée en arrière, comme d'autres le veulent, — nous avons dit ailleurs qu'elle est l'opinion la plus vraisemblable; — qu'elle porte la sphère solide soutenant l'astre errant. La sphère solide, tournant régulièrement autour de son axe propre, reviendra au même point, portée dans le même sens que la sphère étoilée; elle reviendra au même point dans le même temps que la sphère creuse de la planète aura parcouru, en se mouvant en sens contraire, la sphère entière des étoiles ou qu'elle aura été laissée plus ou moins en arrière.

Supposons d'abord qu'elle soit revenue dans le même temps; soit μ le centre de la sphère, décrivons du centre θ, avec le rayon $\theta\mu$, le cercle $\mu\lambda\nu\xi$; divisons la droite $\varepsilon\upsilon$ en deux parties égales au point $\varkappa$, et du centre $\varkappa$, avec le rayon $\varkappa\varepsilon$, décrivons le cercle $\varepsilon\lambda\upsilon\xi$, excentrique à l'égard de l'univers. Il est évident que dans le temps que la sphère creuse de la planète, portant la sphère solide, sera laissée en arrière de la sphère des étoiles, le centre μ de la sphère solide parτῶν ἀπλανῶν ὑπολείπεται φέρουσα τὴν στερεάν, τὸ μὲν μ κέντρον τῆς στερεᾶς σφαίρας διελεύσεται τὸν μλνξ κύκλον ἔγκεντρον, ἐπὶ τὰ ἐναντία δοκοῦν φέρεσθαι καὶ ἀπάγον τὴν στερεὰν σφαῖραν, τὸ δὲ ἐπι τοῦ ε πλανώμενον ἐν μὲν τῇ στερεᾷ σφαίρᾳ γράψει τὸν εηπζ κύκλον, ἐπίκυκλον γινόμενον τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, αὐτὸν φερόμενον ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί · κατὰ συμβεβηκὸς <δὲ> γράψει καὶ τὸν ελυξ ἔκκεντρον ἴσον τῷ ἐγκέντρῳ, περιγράφον αὐτὸν ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντί ·

δόξει δὲ τοῖς ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι καὶ τὸν αβγδ ζῳδιακον διανύειν, εἰς τὰ ἑπόμενα προϊὸν ὑπεναντίως τῇ τοῦ παντὸς φορᾷ · φανήσεται δὲ καὶ πλάτος κινεῖσθαι τὸ κατὰ λόγον τῆς λοξώσεως τοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζῳδίων, ᾧ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς οἱ ἄξονες τῶν σφαιρῶν αὐτοῦ · κατὰ δὲ τὸν αὐτὸν τόπον ἀεὶ μέγιστον ἀπόστημα ποιήσεται καὶ τὰ ἐλάχιστα δόξει κινεῖσθαι, οἷον κατὰ τὸ α σημεῖον τοῦ ζῳδιακοῦ, ἐπειδὰν τῆς στερεᾶς σφαίρας τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς αθ εὐθείας <γένηται> κατὰ τὸ μ, αὐτὸ δὲ τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ ε · κατὰ δὲ τοὐναντίον ἀεὶ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα ἀποστήσεται καὶ τὰ μέγιστα δόξει κινεῖσθαι, οἷον κατὰ τὸ γ σημεῖον τοῦ ζῳδιακοῦ, ἐπειδάν, ἐπὶ τὰ ἐναντία τῆς κοίλης σφαίρας μεταπεσούσης, [καὶ] τῆς στερεᾶς τὸ μὲν κέντρον ἐπὶ τῆς θγ εὐθείας γένηται κατὰ τὸ ν, αὐτὸ δὲ τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ γ, τουτέστι κατὰ τὸ υ.

τὰ μέντοι μέσα ἀποστήματα καὶ τὰ μέσα κινήματα ποιήσεται διχῇ, κατὰ τὰς διχοτομίας γινόμενον τοῦ εζπη ἐπικύκλου καὶ τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, οἷον τὰς ζ η, αἵτινες διὰ τὴν ἐπὶ τὰ ἐναντία μετάπτωσιν τῶν σφαιρῶν ἢ ὑπόλειψιν αἱ αὐταὶ γίνονται ταῖς λ ξ διχοτομίαις τοῦ τε ελυξ ἐκκέντρου κύκλου καὶ τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, φαινόμεναι κατὰ τὰ μεταξὺ σημεῖα τῶν α γ ἐφ' ἑκατέρα β δ ἐν τῷ ζῳδιακῷ, οἷον τὰ φ ω · ἅ τινα πάντα φαίνεται περὶ τὸν ἥλιον, διὰ τὸ τοὺς ἀποκαταστατικοὺς αὐτοῦ

16 <γένηται> Hultsch.

courra le cercle concentrique μλνξ, paraissant emporté en sens contraire et entraînant cette sphère solide. Il est encore évident que la planète placée au point ε sur la sphère solide décrira (dans le même temps) le cercle εηπζ qui devient l'épicycle du concentrique μλνξ et tourne dans le même sens que l'univers ; elle décrira aussi, par conséquent, l'excentrique ελυξ, égal au concentrique, en le parcourant dans un sens contraire à celui de l'univers.

Elle paraîtra donc aux observateurs qui seront en θ, décrire le zodiaque αβγδ, en s'avançant vers les signes suivants en sens contraire du mouvement de l'univers. Elle paraîtra aussi se mouvoir en latitude en raison de l'inclinaison de son plan sur le cercle qui passe par le milieu des signes, les axes de ces sphères étant respectivement perpendiculaires à ces plans. C'est toujours au même lieu qu'elle sera le plus éloignée de la terre et qu'elle paraîtra se mouvoir le plus lentement : c'est au point α du zodiaque, le centre de la sphère solide étant au point μ de la droite αθ, et la planète elle-même étant au point ε. Au point opposé, elle sera toujours le moins éloignée de la terre et paraîtra se mouvoir le plus rapidement : c'est au point γ du zodiaque. La sphère creuse tournant en sens contraire, le centre de la sphère solide sera au point ν de la droite θγ et la planète elle-même sera vue au point γ, c'est-à-dire qu'elle sera au point υ.

Elle aura les distances moyennes et les mouvements moyens en deux endroits : lorsqu'elle sera aux points qui partagent en deux parties égales l'épicycle εζπη et le concentrique μλνξ, tels sont les points ζ et η qui, à cause de la translation des sphères en sens contraire, ou de leur moindre mouvement, sont les mêmes que λ et ξ, lesquels partagent en deux parties égales l'excentrique ελυξ et le concentrique μλνξ et apparaissent dans le zodiaque entre les points α et γ, en β et δ, c'est-à-dire en φ et ω. Tout cela est apparent pour le soleil, puisque les temps de ses retours, autant que nos sens peuvent χρόνους πάντας ὡς πρὸς αἴσθησιν ἴσους ἢ σύνεγγυς ἀλλήλων εὑρίσκεσθαι — λέγω δὲ τόν τε τοῦ μήκους καὶ τοῦ πλάτους καὶ βάθους — <καὶ> ἐπισυναντᾶν ἀμφοτέρων τῶν σφαιρῶν τὰ ὁμόλογα σημεῖα κατὰ τὰς ὁμολόγους αὐτῶν κινήσεις ἀεὶ κατὰ τοὺς αὐτοὺς τόπους καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ὁρᾶσθαι ζῴδια.

ἐπειδὴ δὲ τῇ τοιαύτῃ καὶ κατὰ φύσιν οὕτω φορᾷ τῶν πλανωμένων ἢ τῶν σφαιρῶν, ὁμαλῇ καὶ ἁπλῇ καὶ τεταγμένῃ, λοξῇ δὲ καὶ διὰ βραδυτῆτα μόνον ὑπολειπομένῃ τῶν ἀπλανῶν ἢ μιᾷ τῇ φερούσῃ τὴν στερεάν, τουτέστι τὸν ἐπίκυκλον, ἐπὶ τὰ ἐναντία φερομένῃ κατὰ συμβεβηκὸς ἐπιγίνεται ποικίλη καὶ σύνθετος ἀνώμαλός τε καὶ οὖσα φορὰ τοῦ πλανωμένου, <καὶ> μία μὲν ἡ εἰς τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων γινόμενη ἢ ὄντως ἢ καθ' ὑπόλειψιν, διὰ δὲ τὴν λόξωσιν ἐν πλάτει τινὶ τῶν ζῳδίων θεωρουμένη, διὰ δὲ <τὴν> τῆς στερεᾶς περὶ τὸν αὐτῆς ἄξονα δίνησιν ποτὲ μὲν ἐν ὕψει καὶ διὰ τοῦτο βραδεῖα δοκοῦσα, ποτὲ δὲ ἐν βάθει καὶ διὰ τοῦτο ταχυτέρα, καὶ ἁπλῶς ἀνώμαλος, διὰ ταῦτα δὲ καὶ κατὰ τοῦ ἐπικύκλου γινομένη καὶ κατὰ τοῦ ἐκκέντρου δοκοῦσα, δῆλον ὡς εἰκότως καὶ αἱ τῶν μαθηματικῶν ὑποθέσεις τῆς φορᾶς αὐτῶν, ἥ τε κατ' ἐπίκυκλον καὶ κατ' ἔκκεντρον, ἀλλήλαις ἕπονται καὶ συνᾴδουσιν, ἐπειδὴ ἀμφότεραι τῇ κατὰ φύσιν, κατὰ συμβεβηκὸς δέ, ἀκολουθοῦσιν, ὃ καὶ θαυμάζει Ἵππαρχος, μάλιστα ἐπὶ τοῦ ἡλίου διὰ τὸ ἰσοχρόνιον τῆς τῶν σφαιρῶν αὐτοῦ φορᾶς ἀκριβῶς ἀπαρτιζόμενον.

ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων οὐχ οὕτως ἀκριβῶς διὰ τὸ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τὴν στερεὰν σφαῖραν τοῦ πλάνητος ἀποκαθίστασθαι, ἐν ᾧ ἡ κοίλη τῆς τῶν ἀπλανῶν ἢ ὑπολείπεται ἢ ἐπὶ τὰ ἐναντία περιέρχεται, ἀλλ' ἐφ' ὧν μὲν θᾶττον, ἐφ' ὧν δὲ βραδύτερον, ὥστε

6 οὔτω] οὔσῃ Hultsch. — 7 ἢ τῶν H. Martin] ἤτοι Hultsch. Les mss. ont οὕτω. — 11 τε καὶ] τέ τις conj. Hultsch. — 14 <τὴν> H. Martin.

les percevoir, sont trouvés égaux entre eux, ou à peu près — je parle des durées de ses retours à la même longitude, à la même latitude, au même éloignement, — les points semblables des deux sphères se trouvent toujours, par des mouvements semblables, aux mêmes endroits et paraissent dans les mêmes signes.

Un tel mouvement des planètes et des sphères est naturellement régulier, simple, bien ordonné, mais il est oblique au zodiaque et, à cause de sa lenteur, la planète paraît laissée en arrière par la sphère des fixes; une seule sphère se meut en sens contraire, c'est celle qui porte la sphère solide dite épicycle; cependant le mouvement paraît varié, multiple et inégal. Il se produit vers les signes suivants, ou réellement ou par suite d'un plus lent déplacement; il paraît oblique au zodiaque, et à cause de la rotation de la sphère solide autour de son axe propre, la planète se montre tantôt plus loin et par conséquent plus lente, tantôt plus près et par conséquent animée d'une plus grande vitesse. En un mot le mouvement paraît inégal, il se fait suivant l'épicycle alors qu'il paraît se faire suivant l'excentrique. Il est évidemment conforme à la raison qu'il y ait accord entre les deux hypothèses des mathématiciens sur les mouvements des astres, celle de l'épicycle et celle de l'excentrique; l'une et l'autre s'accordent *par accident* avec celle qui est conforme à la nature des choses, ce qui faisait l'objet de l'admiration d'Hipparque, surtout pour le soleil, puisque les mouvements de ses sphères s'accomplissent exactement dans des temps égaux entre eux.

Pour les autres planètes il n'y a pas la même exactitude, parce que la sphère solide de la planète ne revient pas dans le même temps à la même position; la sphère creuse reste en arrière de celle des étoiles ou va dans un sens contraire, plus ou moins rapidement; de sorte que leurs mouvements semblables, bien qu'ils s'accomplissent sur des points semblables des sphères, ne se font pas toujours aux mêmes endroits, τὰς ὁμολόγους αὐτῶν κινήσεις, καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τῶν σφαιρῶν μὴ κατὰ τοὺς αὐτοὺς τόπους συναντᾶν, ἀλλ' ἀεὶ παραλλάττειν εἶναι, δὲ καὶ τὰς λοξώσεις τῶν σφαιρῶν ἐν πλείοσι πλάτεσι, διὰ δὲ ταῦτα τούς τε [τοὺς] ἀποκαταστατικοὺς αὐτῶν χρόνους τοῦ τε μήκους καὶ πλάτους καὶ βάθους ἀνίσους εἶναι καὶ διαφόρους, <καὶ τὰς μεγίστας> καὶ ἐλαχίστας καὶ μέσας ἀποστάσεις καὶ κινήσεις ἄλλοτε κατ' ἄλλους τόπους καὶ ἐν πᾶσι ποιεῖσθαι τοῖς ζῳδίοις.

ἔτι δέ, διὰ τὸ παραλλάττειν, ὥς φαμεν, τὰς ὁμολόγους κινήσεις καὶ κατὰ τὰ ὁμόλογα σημεῖα τῶν σφαιρῶν, μηδὲ κύκλους δοκεῖν γράφειν τὰ πλανώμενα ταῖς κατὰ συμβεβηκὸς κινήσεσιν, ἀλλά τινας ἕλικας. ἐπὶ <μὲν> οὖν τῶν πλανωμένων ἑκάστου χρὴ νομίζειν ἰδίαν μὲν εἶναι τὴν κοίλην σφαῖραν καὶ φέρουσαν ἐν τῷ ἑαυτῆς βάθει τὴν στερεάν, ἰδίαν δὲ τὴν στερεάν, πρὸς τῇ ἰδίᾳ πάλιν ἐπιφανείᾳ φέρουσαν τὸ πλανώμενον.

λγ. ἐπὶ δὲ τοῦ ἡλίου καὶ φωσφόρου καὶ στίλβοντος δυνατὸν μὲν καὶ ἰδίας εἶναι καθ' ἕκαστον ἀμφοτέρας, ἀλλὰ τὰς μὲν κοίλας τῶν τριῶν ἰσοδρόμους ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὴν τῶν ἀπλανῶν ἐπὶ τἀναντία περιιέναι σφαῖραν τὰς δὲ στερεὰς ἐπὶ μιᾶς εὐθείας ἐχούσας τὰ κέντρα, μεγέθει δὲ τὴν μὲν τοῦ ἡλίου ἐλάττονα, ταύτης δὲ μείζονα τὴν τοῦ στίλβοντος, καὶ ταύτης ἔτι μείζονα τὴν τοῦ φωσφόρου.

δυνατὸν δὲ καὶ μίαν μὲν εἶναι τὴν κοίλην κοινὴν τῶν τριῶν, τὰς δὲ στερεὰς <τῶν> τριῶν ἐν τῷ βάθει ταύτης περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἀλλήλαις, μικροτάτην μὲν καὶ ὄντως στερεὰν τὴν τοῦ ἡλίου, περὶ δὲ ταύτην τὴν τοῦ στίλβοντος, εἶτα ἀμφοτέρας περιειληφυῖαν καὶ τὸ πᾶν βάθος τῆς κοίλης καὶ κοινῆς πληροῦσαν τὴν τοῦ φωσφόρου · δι' ὃ τὴν μὲν

6 <καὶ τὰς μεγίστας> H. Martin. — 10 κατὰ τὰ] κατ' αὐτὰ τὰ H. Martin. — 11 δοκεῖν] δοκεῖ H. Martin. — 12 <μὲν> Hultsch. — 16 Titre : περὶ ἡλίου, Ἑρμοῦ, Ἀφροδίτης (du Soleil, de Mercure et de Vénus). — δυνατὸν H. Martin] les mss. ont οὐ δυνατόν. Cf. l. 23 : δυνατὸν δὲ καί.

mais changent sans cesse de place, l'obliquité des sphères ne se produisant pas à la même latitude, et les temps des retours à la même longitude, à la même latitude, au même éloignement étant inégaux et variables, les plus grandes, les plus petites et les moyennes distances, de même que les vitesses variables se produiront dans tous les signes du zodiaque, tantôt sur un point, tantôt sur un autre.

En outre, les mouvements semblables paraissant, comme nous l'avons dit, changer de place, bien qu'ils s'accomplissent sur les mêmes points des sphères, les planètes dans leurs mouvements *par accident* ne paraissent pas même décrire des cercles, mais des spirales. Il faut donc croire que, pour chaque planète, il y a une sphère propre creuse qui porte dans son épaisseur une sphère solide et que la sphère solide à son tour porte l'astre sur sa surface.

XXXIII. Quant au Soleil, à Vénus et à Mercure, il est possible que chacun de ces astres ait deux sphères propres, que les sphères creuses des trois astres, animées de la même vitesse, parcourent dans le même temps, en sens contraire, la sphère des étoiles fixes et que les sphères solides aient toujours leurs centres sur une même ligne droite, la sphère du soleil étant la plus petite, celle de Mercure étant plus grande et celle de Vénus étant encore plus grande.

Il se peut aussi qu'il n'y ait qu'une seule sphère creuse commune aux trois astres et que les trois sphères solides, dans l'épaisseur de celle-là, n'aient qu'un seul et même centre, la plus petite serait la sphère vraiment solide du soleil, autour de laquelle serait celle de Mercure; viendrait après, entourant les deux autres, celle de Vénus qui remplirait toute l'épaisseur de la sphère creuse commune. C'est pour cela que ces trois astres sont laissés en arrière sur le zodiaque, ou exécutent un mouvement en longitude de sens contraire au mouvement diurne et de même vitesse sans avoir les autres mouκατὰ τὸ μῆκος διὰ τῶν ζῳδίων ἢ ὑπόλειψιν ἢ ἐπὶ τὰ ἐναντία φορὰν ἰσόδρομον οἱ τρεῖς οὗτοι ποιοῦνται, τὰς δὲ ἄλλας οὐχ ὁμοίως, [ἃς] ἀεί τε περὶ ἀλλήλους ὁρῶνται καταλαμβάνοντες καὶ καταλαμβανόμενοι καὶ ἐπιπροσθοῦντες ἀλλήλοις, τοῦ μὲν Ἑρμοῦ τὸ πλεῖστον εἴκοσί που μοίρας ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἡλίου πρὸς ἑσπέραν ἢ πρὸς ἀνατολὴν ἀφισταμένου, τοῦ δὲ τῆς Ἀφροδίτης τὸ πλεῖστον πεντήκοντα μοίρας. ὑποπτεύσειε δ' ἂν <τις> καὶ τὴν ἀληθεστέραν θέσιν τε καὶ τάξιν εἶναι ταύτην, ἵνα τοῦ κόσμου, ὡς κόσμου καὶ ζῴου, τῆς ἐμψυχίας ᾖ τόπος οὗτος, ὡσανεὶ καρδίας τοῦ παντὸς ὄντος τοῦ ἡλίου πολυθέρμου διὰ τὴν κίνησιν καὶ τὸ μέγεθος καὶ τὴν συνοδίαν τῶν περὶ αὐτόν.

ἄλλο γὰρ ἐν τοῖς ἐμψύχοις τὸ μέσον τοῦ πράγματος, τουτέστι τοῦ ζῴου ᾗ ζῴου, καὶ ἄλλο τοῦ μεγέθους · οἷον, ὡς ἔφαμεν, ἡμῶν αὐτῶν ἄλλο μέν, ὡς ἀνθρώπων καὶ ζῴων, τῆς ἐμψυχίας μέσον τὸ περὶ τὴν καρδίαν, ἀεικίνητον καὶ πολύθερμον καὶ διὰ ταῦτα πάσης ψυχικῆς δυνάμεως οὖσαν ἀρχήν, οἷον ψυχικῆς καὶ κατὰ τόπον ὁρμητικῆς, ὀρεκτικῆς καὶ φανταστικῆς καὶ διανοητικῆς, τοῦ δὲ μεγέθους ἡμῶν ἕτερον μέσον, οἷον τὸ περὶ τὸν ὀμφαλόν.

ὁμοίως δὴ καὶ τοῦ κόσμου παντός, ὡς ἀπὸ βραχέων καὶ τυχόντων καὶ θνητῶν τὰ μέγιστα καὶ τιμιώτατα καὶ θεῖα εἰκάσαι, τοῦ μεγέθους μέσον τὸ περὶ τὴν γῆν κατεψυγμένον καὶ ἀκίνητον · ὡς κόσμου δὲ καὶ ᾗ κόσμος καὶ ζῷον τῆς ἐμψυχίας μέσον τὸ περὶ τὸν ἥλιον, οἱονεὶ καρδίαν ὄντα τοῦ παντός, ὅθεν φέρουσιν αὐτοῦ καὶ τὴν ψυχὴν ἀρξαμένην διὰ παντὸς ἥκειν τοῦ σώματος τεταμένην ἀπὸ τῶν περάτων.

λδ. δῆλον δὲ ὡς διὰ τὰς εἰρημένας αἰτίας ἀμφοτέρων τῶν

26 φέρουσιν] ἀποφαίνουσιν conj. Hultsch. — 28 Titre ajouté par H. Martin : ὅτι ἐπικύκλοις χρηστέον μᾶλλον ἢ ἐκκέντροις, οὕτω δὲ καὶ Πλάτωνι ἀρέσκον (il vaut mieux employer les épicycles que les excentriques, ainsi le veut Platon).

vements semblables. Ils paraissent toujours voisins, se dépassant et s'éclipsant mutuellement, Mercure s'éloignant au plus, de part et d'autre du soleil, de vingt degrés au couchant et au levant, et Vénus de cinquante degrés au plus. On comprendra que cette position et cet ordre sont d'autant plus vrais que le soleil essentiellement chaud est le foyer du monde, en tant que monde et animal, et pour ainsi dire le cœur de l'univers, à cause de son mouvement, de son volume et de la course commune des astres qui l'environnent.

Car dans les corps animés, le centre du corps, c'est-à-dire de l'animal, en tant qu'animal, est différent du centre du volume. Par exemple, pour nous qui sommes, comme nous l'avons dit, hommes et animaux, le centre de la créature animée est dans le cœur toujours en mouvement et toujours chaud, et à cause de cela, source de toutes les facultés de l'âme, cause de la vie et de tout mouvement d'un lieu à un autre, source de nos désirs, de notre imagination et de notre intelligence. Le centre de notre volume est différent : il est situé vers l'ombilic.

De même, si l'on juge des choses les plus grandes, les plus dignes et les plus divines, comme des choses les plus petites, fortuites et mortelles, le centre du volume du monde universel sera la terre froide et immobile, mais le centre du monde, en tant que monde et animal, sera dans le soleil qui est en quelque sorte le cœur de l'univers et d'où l'on dit que l'âme du monde prit naissance pour pénétrer et s'étendre jusque dans ses parties extrêmes.

XXXIV. Il est clair que, pour les motifs expliqués, des deux hypothèses, dont chacune est la conséquence de l'autre, celle de l'épicycle paraît la plus commune, la plus généralement admise, la plus conforme à la nature des choses. Car ὑποθέσεων ἑπομένων ἀλλήλαις· κοινοτέρα καὶ καθολικωτέρα δοκεῖ καὶ σύνεγγυς τῇ κατὰ φύσιν ἡ κατὰ τὸν ἐπίκυκλον· ὁ γὰρ τῆς στερεᾶς σφαίρας μέγιστος κύκλος, ὃν τῇ ἐπ' αὐτῆς περὶ αὐτὴν φορᾷ γράφει τὸ πλανώμενον, ἔστιν ὁ ἐπίκυκλος. ὁ δὲ ἔκκεντρος παντάπασιν ἀπηρτημένος τοῦ κατὰ φύσιν καὶ μᾶλλον κατὰ συμβεβηκὸς γραφόμενος. ὅπερ καὶ συνιδὼν ὁ Ἵππαρχος ἐπαινεῖ τὴν κατ' ἐπίκυκλον ὑπόθεσιν ὡς οὖσαν ἑαυτοῦ, πιθανώτερον εἶναι λέγων πρὸς τὸ τοῦ κόσμου μέσον πάντα τὰ οὐράνια ἰσορρόπως κεῖσθαι καὶ ὁμοίως συναρηρότα· οὐδὲ αὐτὸς μέντοι, διὰ τὸ μὴ ἐφωδιάσθαι ἀπὸ φυσιολογίας, σύνοιδεν ἀκριβῶς, τίς ἡ κατὰ φύσιν καὶ κατὰ ταῦτα ἀληθὴς φορὰ τῶν πλανωμένων καὶ τίς ἡ κατὰ συμβεβηκὸς καὶ φαινομένη· ὑποτίθεται δὲ καὶ οὗτος τὸν μὲν ἐπίκυκλον ἑκάστου κινεῖσθαι κατὰ τοῦ ἐγκέντρου κύκλου, τὸ δὲ πλανώμενον κατὰ τοῦ ἐπικύκλου.

ἔοικε δὲ καὶ Πλάτων κυριωτέραν ἡγεῖσθαι τὴν κατ' ἐπίκυκλον, οὐ μὴν σφαίρας, ἀλλὰ κύκλους εἶναι τὰ φέροντα τὰ πλανώμενα, καθάπερ καὶ ἐπὶ τέλει τῆς Πολιτείας τοῖς ἐν ἀλλήλοις ἡρμοσμένοις αἰνίσσεται σφονδύλοις· χρῆται δὲ τοῖς ὀνόμασι κοινότερον, καὶ τὰς μὲν σφαίρας πολλάκις κύκλους προσαγορεύει [καὶ πόλους], τοὺς ἄξονας δὲ πόλους.

[ὁ δὲ Ἀριστοτέλης φησί· σφαίρας εἶναί τινας τοῦ πέμπτου σώματος οἰκεῖον ἐν τῷ βάθει τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κειμένας τε καὶ φερομένας, τὰς μὲν ὑψηλοτέρας, τὰς δὲ ὑπ' αὐτὰς τεταγμένας, καὶ τὰς μὲν μείζονας, τὰς δὲ ἐλάττονας, ἔτι δὲ τὰς μὲν κοίλας, τὰς δὲ ἐν τῷ βάθει τούτων πάλιν στερεάς, ἐν αἷς ἀπλανῶν δίκην ἐνεστηριγμένα τὰ πλανητά, τῇ ἐκείνων ἁπλῇ μέν, διὰ δὲ τοὺς τόπους ἀνισοταχεῖ φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς φαί-

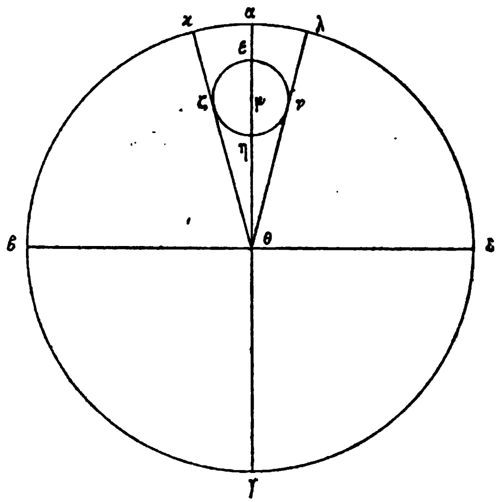
22 Titre : τὰ Ἀριστοτέλους — [ὁ δὲ Ἀριστοτέλης φησί· σφαίρας... ἀπατώμενοι]. Cette opinion d'Aristote est déjà exprimée dans les mêmes termes au § XXXI, p. 288 l. 7-16. Que cette répétition soit de Théon, ou ce qui est plus probable, qu'elle soit l'œuvre d'un des premiers copistes, nous croyons qu'elle devrait être supprimée.

l'épicycle est un grand cercle de la sphère solide, celui que la planète décrit dans son mouvement sur cette sphère, tandis que l'excentrique diffère entièrement du cercle qui est conforme à la nature, et est plutôt décrit *par accident*. Hipparque, persuadé que le phénomène se produit ainsi, vante l'hypothèse de l'épicycle comme sienne propre et dit qu'il est probable que tous les corps célestes sont uniformément placés par rapport au centre du monde et qu'ils lui sont semblablement unis. Mais lui-même, ne connaissant par suffisamment la science naturelle, n'a pas bien compris quel est le vrai mouvement des astres qui est d'accord avec la nature des choses, ni celui qui est *par accident* et qui n'est qu'une apparence. Il pose cependant en principe que l'épicycle de chaque planète se meut sur le concentrique et que la planète se meut sur l'épicycle.

Platon paraît préférer aussi l'hypothèse de l'épicycle, il pense que ce ne sont pas des sphères, mais des cercles qui portent les planètes, comme il l'indique à la fin de la *République* en imaginant des fuseaux emboîtés les uns dans les autres. Il se sert du reste de termes communs : il dit souvent cercles au lieu de sphères, et autour des pôles au lieu de autour de l'axe.

D'après les apparences, dit Aristote, des sphères du cinquième corps (l'éther) se meuvent dans les profondeurs du ciel ; les unes sont plus élevées, les autres moins, les unes sont plus grandes, les autres plus petites, les unes sont creuses, les autres pleines sont intérieures aux premières, et les planètes, qui y sont fixées à la manière des étoiles, sont portées d'un mouvement simple, mais de vitesse inégale suivant les lieux. Par un effet qui est la conséquence de tous ces mouvements, elles paraissent se mouvoir diversement et décrire certains cercles excentriques ; ou bien, placées sur d'autres cercles, elles paraissent décrire des spirales suivant lesquelles des mathématiciens, trompés par la rétrogradation, pensent qu'elles sont mues.

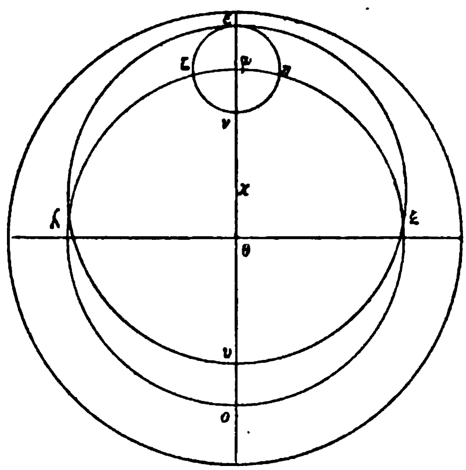
νεται ποικίλως ἤδη κινεῖσθαι καὶ γράφειν τινὰς κύκλους ἐκκέντρους, ἢ καὶ ἐφ' ἑτέρων τινῶν κύκλων κειμένους ἤ τινας ἕλικας, καθ' ὧν οἱ μαθηματικοὶ κινεῖσθαι νομίζουσιν αὐτά, τῇ ἀναστροφῇ ἀπατώμενοι.]



λε. πῶς δέ ποτε φαίνονται προηγεῖσθαί τε καὶ στηρίζειν καὶ ἀναποδίζειν ὅσοι τῶν πλανήτων καὶ ταῦτα ποιεῖν δοκοῦσι, δηλωτέον. ἔστω ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ περὶ τὸ θ τοῦ παντὸς κέντρον, πλάνητος δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζη, καὶ ἀπὸ τῆς θ ὄψεως ἡμῶν ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ἐπικύκλου αἱ θζκ, θνλ, καὶ διὰ τοῦ μ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἡ θμεα. ἐπεὶ οὖν ἐπ' εὐθείας ὁρῶμεν, δῆλον ὡς ὁ ἀστὴρ ἐπὶ μὲν τοῦ ζ γενόμενος ἡμῖν ἐπὶ τοῦ κ φανήσεται· τὴν δὲ ζε περιφέρειαν ἐνεχθεὶς δόξει τοῦ ζῳδιακοῦ τὴν κα εἰς τὰ προηγούμενα προπεποδικέναι· ὁμοίως τὴν εν διανύσας δόξει τὴν αλ προπεποδικέναι. πάλιν δὲ τὴν νηζ διαπορευθεὶς δόξει τὴν λακ εἰς τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων ἀναπεποδικέναι· καὶ τῷ μὲν ζ προσιὼν καὶ πρώτως αὐτοῦ ἀποχωρῶν, ἐπὶ τοῦ κ φανήσεται πλείω

5 Titre complété par H. Martin : περὶ <στηριγμῶν καὶ> προηγήσεων καὶ ἀναποδισμῶν (des stations, des mouvements en avant et des rétrogradations).

XXXV. Il faut montrer comment quelques planètes paraissent tantôt avancer, tantôt stationner et tantôt rétrograder; car elles paraissent faire tout cela. Soit le zodiaque $\alpha\beta\gamma\delta$ autour du point θ centre de l'univers, et $\varepsilon\zeta\eta$ l'épicycle de la planète. Du point θ où nous observons, tirons les tangentes $\theta\zeta\varkappa$, $\theta\nu\lambda$, à l'épicycle, et par le centre μ de l'épicycle, la droite $\theta\mu\varepsilon\alpha$. Puisque nous voyons en ligne droite, il est clair que l'astre arrivé en ζ nous paraîtra en $\varkappa$; puis, lorsqu'il aura parcouru l'arc $\zeta\varepsilon$, il paraîtra avoir décrit l'arc $\varkappa\alpha$ vers les signes précédents du zodiaque. De même, lorsqu'il aura parcouru l'arc $\varepsilon\nu$, il paraîtra avoir parcouru en avant l'arc $\alpha\lambda$. Lorsque ensuite il décrira l'arc $\nu\eta\zeta$, il paraîtra décrire l'arc $\lambda\alpha\varkappa$, vers les signes suivants du zodiaque, Pendant qu'il s'approchera du point ζ ou qu'il commencera à s'en éloigner, il paraîtra employer plus de temps à se déplacer et stationnera au point $\varkappa$; puis s'étant éloigné du point ζ il avancera de nouveau; ensuite en χρόνον ποιῶν καὶ στηρίζων · πλεῖον δὲ ἀποστὰς τοῦ ζ, πάλιν προηγησάμενος · ἔπειτα προσεγγίζων τῷ ν καὶ πρώτως ἀπιὼν αὐτοῦ, πάλιν ἑστάναι δόξει καὶ ἀναποδίζειν. τοὺς μέντοι στηριγμοὺς καὶ ἀναποδισμοὺς καὶ τὰς προηγήσεις καὶ ὑπολείψεις ἕκαστος πλάνης ἄλλοτε ἐν ἄλλοις ποιήσεται ζῳδίοις καὶ μέρεσι ζῳδίων, διὰ τὸ καὶ τὸν ἐπίκυκλον ἑκάστου ἀεὶ μετανίστασθαι εἰς τὰ ἑπόμενα ἢ μεταβαίνοντα ἢ ὑπολειπόμενον.



<Περὶ μέσων ἀποστάσεων>

λς. χρήσιμον δὲ ἕνεκα τῶν προκειμένων καὶ τὴν μέσην ἀπόστασιν πλάνητος, ὁποία ποτέ ἐστιν, ἰδεῖν. κατὰ μὲν οὖν τὴν τῶν ἐπικύκλων πραγματείαν, ἐὰν λάβωμεν τὸ μέγιστον ἀφ' ἡμῶν ἀπόστημα τοῦ ἀστέρος, οἷον τὸ θε, καὶ πάλιν τὸ ἐλάχιστον, οἷον τὸ θν, καὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μεγίστου παρὰ τὸ ἐλάχιστον, οἷον τὸ εν, καὶ δίχα διέλωμεν κατὰ τὸ μ, δῆλον ὡς γενήσεται μέση αὐτοῦ ἀπόστασις ἡ θμ. ἐὰν οὖν κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ γράψωμεν τὸν μλνξ κύκλον

La figure de cette page et le texte correspondant contiennent deux fois la lettre ν dans les mss., nous en avons remplacé une par la lettre ο.

s'approchant du point ν et en commençant à s'en éloigner, il paraîtra de nouveau stationner et enfin rétrograder. Les stations, les rétrogradations et les mouvements en avant et en arrière de chaque planète, se feront tantôt dans un signe, tantôt dans un autre et dans différentes parties des signes, parce que l'épicycle de chacune se déplace toujours vers les signes suivants, que ce mouvement soit réel, ou que l'épicycle soit simplement laissé en arrière.

Des distances moyennes des planètes

XXXVI. Il est utile, pour notre sujet, de savoir qu'elle est la distance moyenne d'une planète, quel que soit le déplacement de l'épicycle ou de l'excentrique. Dans l'hypothèse des épicycles, si nous prenons la distance la plus grande de l'astre à la terre, telle que $\theta\varepsilon$, et puis la plus petite, telle que $\theta\nu$, ainsi que la différence entre la plus grande et la plus petite c'est-à-dire $\varepsilon\nu$, et que nous en prenions le milieu μ, il est clair que la distance moyenne sera $\theta\mu$. Si donc du centre θ et de l'intervalle $\theta\mu$ nous décrivons le cercle concentrique $\mu\lambda o\xi$, et que du centre μ avec l'intervalle $\mu\varepsilon$, nous tracions l'épicycle $\varepsilon\zeta\nu\eta$, il est évident que l'astre porté sur l'épicycle sera le ἔγκεντρον, κέντρῳ δὲ τῷ μ καὶ διαστήματι τῷ με τὸν εζνη ἐπίκυκλον, φανερὸν ὡς ὁ ἀστὴρ κατὰ τοῦ ἐπικύκλου φερόμενος, ἐπὶ μὲν τοῦ ε σημείου γενόμενος μέγιστον ἀποστήσεται ἀφ' ἡμῶν, ἐπὶ δὲ τοῦ ν ἐλάχιστον, καθ' ἑκάτερον δὲ τῶν ζ η, καθ' ἃ τέμνεται ὁ ἐπίκυκλος ὑπὸ τοῦ ἐγκέντρου, ὁπουδήποτε μεταστάντος τοῦ ἐπικύκλου, τὸ μέσον.

κατὰ δὲ τὴν <τῶν> ἐκκέντρων ὑπόθεσιν, ὄντος ἐκκέντρου τοῦ ελυξ περὶ κέντρον τὸ κ, τοῦ δὲ παντὸς κέντρου τοῦ θ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν κέντρων τῆς θκ ἐκβληθείσης ἐφ' ἑκάτερα, ἐὰν κέντρῳ τῷ θ γράψωμεν ἴσον τῷ ἐκκέντρῳ τὸν μλοξ, δῆλον ὡς οὗτος ἔσται ὁ ἔγκεντρος, καθ' οὗ τῆς ἑτέρας ὑποθέσεως φέρεται ὁ ἐπίκυκλος, κέντρῳ μὲν γραφόμενος τῷ μ, διαστήματι δὲ τῷ με. ὁ <δὲ> πλάνης, κατὰ τοῦ ἐκκέντρου φερόμενος, ἐπὶ μὲν τοῦ ε γενόμενος, ὅπου ἂν καὶ τοῦτο, μέγιστον ἀφέξει ἀφ' ἡμῶν, ἐπὶ δὲ τοῦ υ ἐλάχιστον, κατὰ δὲ τὰς πρὸς τὸν ἔγκεντρον διχοτομίας τὰς λ ξ, ὅπου <ἂν> γίνωνται μεταπίπτοντος τοῦ ἐκκέντρου, τὰ μέσα. καὶ φανερὸν ὡς καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν τὰ αὐτὰ συμφωνήσει μέγιστα καὶ πάλιν ἐλάχιστα καὶ μέσα εἶναι ἀποστήματα.

Περὶ συνόδων καὶ ἐπιπροσθήσεων [καὶ φάσεων] καὶ κρύψεων

λζ. λείπεται περὶ συνόδων καὶ ἐπιπροσθήσεων καὶ κρύψεων καὶ ἐκλείψεων ἐπὶ βραχὺ τῶν προκειμένων ἕνεκα διελθεῖν. ἐπεὶ τοίνυν φύσει μὲν ἐπ' εὐθείας ὁρῶμεν, ἔστι δὲ ἀνωτάτω μὲν ἡ τῶν ἀπλανῶν σφαῖρα, ὑπὸ δὲ ταύτην αἱ τῶν πλανωμένων, ἐν ᾗ τάξει διωρίσαμεν, δῆλον ὡς ἡ μὲν σελήνη, προσγειοτάτη οὖσα, πᾶσι τοῖς ὑπὲρ αὐτὴν ἐπιπροσθήσει, καὶ πάντα τὰ πλα-

15 διχοτομίας] διατομάς conj. J D. : les points d'intersection λ, ξ, du concentrique et de l'excentrique, ne divisent aucun de ces deux cercles en deux parties égales.

plus éloigné de nous au point ε et le moins éloigné au point ν, et à une distance moyenne aux deux points ζ et η d'intersection du concentrique et de l'épicycle, en quelque lieu que soit transporté l'épicycle.

Dans l'hypothèse des excentriques, soit l'excentrique $\varepsilon\lambda\upsilon\xi$ dont le centre est $\varkappa$, soit θ le centre de l'univers, menons la ligne des centres $\theta\varkappa$ et prolongeons-la de part et d'autre. Si nous décrivons, du centre θ, le cercle $\mu\lambda o\xi$, égal à l'excentrique, il est clair que c'est le concentrique sur lequel est emporté l'épicycle de l'autre hypothèse, décrit du centre μ avec le rayon $\mu\varepsilon$. Lorsque la planète portée par l'excentrique sera en ε, en quelque endroit que cela se produise, elle sera le plus éloignée de nous, elle le sera le moins en υ; les distances moyennes seront aux points λ et ξ d'intersection de l'excentrique et du concentrique, en quelque endroit que tombent ces points par le déplacement de l'excentrique. Il est évident qu'il y a accord dans les deux hypothèses : les plus grandes, les plus petites et les moyennes distances sont les mêmes.

Des conjonctions, des occultations et des éclipses

XXXVII. Pour le besoin de notre sujet, il nous reste à parler brièvement des conjonctions et des occultations, disparitions et éclipses. Puisque nous voyons naturellement en ligne droite, que la sphère des étoiles est la plus élevée, et que les sphères planétaires sont placées au-dessous, dans l'ordre que nous avons indiqué, il est clair que la lune étant la planète la plus rapprochée de la terre peut passer devant tous les autres astres qui sont au-dessus d'elle; elle nous cache, en effet, les planètes et plusieurs étoiles, lorsqu'elle νώμενα, τινὰ δὲ καὶ τῶν ἀπλανῶν, κρύπτει, ἐπειδὰν μεταξύ τινος αὐτῶν καὶ τῆς ὄψεως ἡμῶν ἐπ' εὐθείας καταστῇ, αὐτὴ δὲ ὑπ' οὐδενὸς ἄστρου κρύπτεται. ὁ δὲ ἥλιος ὑπὸ μὲν τῆς σελήνης ἐπιπροσθεῖται, αὐτὸς δὲ πλὴν τῆς σελήνης τἄλλα πάντα κρύπτει, τὸ μὲν πρῶτον συνεγγίζων καὶ καταυγάζων, ἔπειτα δὲ κατὰ μίαν εὐθεῖαν ἔμπροσθεν τῆς ὄψεως ἡμῶν κἀκείνων τινὸς μεταξὺ καθιστάμενος.

στίλβων δὲ καὶ φωσφόρος τὰ μὲν ὑπὲρ αὐτοὺς κρύπτουσι, τῆς ὄψεως ἡμῶν κἀκείνων κατ' εὐθεῖαν ὁμοίως ἐπίπροσθεν γινόμενοι · δοκοῦσι <δὲ> καὶ ἀλλήλους ἐπιπροσθεῖν ποτε, διὰ τὰ μεγέθη καὶ τὰς λοξώσεις τῶν κύκλων καὶ τὰς θέσεις ἀλλήλων ὑπέρτεροί τε καὶ ταπεινότεροι γινόμενοι. τὸ μέντοι ἀκριβὲς ἄδηλον ἐπ' αὐτῶν, διὰ τὸ περὶ τὸν ἥλιον ἀναστρέφεσθαι καὶ μάλιστα τὸν στίλβοντα μικρὸν κέντρον εἶναι τῷ μεγέθει καὶ σύνεγγυς ἀεὶ τῷ ἡλίῳ καὶ τὰ πολλὰ καταυγαζόμενον ἀφανῆ. πυρόεις δὲ τοὺς ὑπὲρ αὐτὸν δύο πλάνητάς ποτε κρύπτει, φαέθων δὲ τὸν φαίνοντα, πάντες δὲ οἱ πλάνητες τῶν ἀπλανῶν τοὺς κατὰ τὸν ἑαυτοῦ δρόμον ἕκαστος.

Περὶ ἐκλείψεως ἡλίου καὶ σελήνης

λη. σελήνη δέ, κατὰ διάμετρον ἡλίου καὶ σελήνης γενομένη, καὶ εἰς τὴν τῆς γῆς ἐμπίπτουσα σκιὰν ἐκλείπει, πλὴν οὐ κατὰ πάντα γε μῆνα · οὔτε <πάσαις> ταῖς συνόδοις καὶ συμμηνίαις λεγομέναις ἥλιος ἐκλείπει, οὔτε ταῖς πανσελήνοις πάσαις ἡ σελήνη, διὰ τὸ τοὺς κύκλους αὐτῶν πολὺ λελοξῶσθαι πρὸς ἀλλήλους. ὁ μὲν γὰρ ἡλίου κύκλος, ὥς φαμεν, ὑπ' αὐτῷ σύνεγγυς τῷ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων φαίνεται φερόμενος, τοῦ κύκλου αὐτοῦ βραχύ τι πρὸς τοῦτον ἐγκεκλιμένου, ὥς ἥμισυ μοίρας ἐφ' ἑκάτερον παραλλάττειν. ὁ δὲ τῆς σελήνης κύκλος,

20 γενομένη] γενομένων H. Martin. — 22 <πάσαις> H. Martin.

est placée en ligne droite entre notre vue et ces astres, et elle ne peut être cachée par aucun d'eux. Le soleil peut être cachée par la lune, et lui-même peut cacher tous les autres astres, la lune exceptée, d'abord en s'approchant et en les noyant dans sa lumière, et ensuite en se plaçant directement entre eux et nous.

Mercure et Vénus cachent les astres qui sont au-dessus d'eux, quand ils sont pareillement placés en ligne droite entre eux et nous; ils paraissent même s'éclipser mutuellement, suivant que l'une des deux planètes est plus élevée que l'autre, à raison des grandeurs, de l'obliquité et de la position de leurs cercles. Le fait n'est pas d'une observation facile, parce que les deux planètes tournent autour du soleil et que Mercure en particulier, qui n'est qu'un petit astre, voisin du soleil, et vivement illuminé par lui, est rarement apparent. Mars éclipse quelquefois les deux planètes qui lui sont supérieures, et Jupiter peut éclipser Saturne. Chaque planète éclipse d'ailleurs les étoiles au-dessous desquelles elle passe dans sa course.

Des éclipses de soleil et de lune

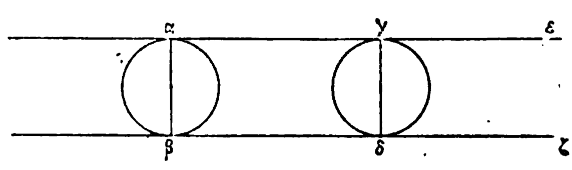
XXXVIII. La lune disparaît quand, diamétralement opposée au soleil, elle entre dans l'ombre de la terre. Cela n'arrive pas tous les mois; et le soleil n'est pas éclipsé à toutes les conjonctions de la lune ou néoménie, de même que la lune ne l'est pas à toutes les pleines lunes, parce que leurs cercles sont sensiblement inclinés l'un sur l'autre. Le cercle du soleil paraît emporté, comme nous l'avons dit *, sous celui qui passe par le milieu des signes sur lequel il est un peu incliné, car il s'en écarte d'un demi-degré de chaque côté ; et le cercle de la lune a une obliquité de dix

27 Voy. XII, p. 221.

ὡς μὲν Ἵππαρχος εὑρίσκει, ἐν πλάτει δέκα μοιρῶν λελόξωται, ὡς δ' οἱ πλεῖστοι τῶν μαθηματικῶν νομίζουσι, δώδεκα. ὥστε ε' ἢ καὶ ς' μοίρας ἐφ' ἑκάτερα τοῦ διὰ μέσων βορειοτέραν ἢ νοτιωτέραν ποτὲ φαίνεσθαι.

ἂν δὴ νοήσωμεν τὰ διὰ τῶν κύκλων ἑκατέρων, τοῦ τε ἡλιακοῦ καὶ τοῦ τῆς σελήνης, ἐπίπεδα ἐκβεβλῆσθαι, ἔσται αὐτῶν κοινὴ τομὴ εὐθεῖα, ἐφ' ἧς ἀμφοτέρων ἐστὶ τὰ κέντρα · ἥτις εὐθεῖα τρόπον τινὰ κοινὴ διάμετρος ἔσται ἀμφοῖν · ἧς τὰ ἄκρα, καθ' ἃ τέμνειν δοκοῦσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, σύνδεσμοι καλοῦνται, ὁ μὲν ἀναβιβάζων, ὁ δὲ καταβιβάζων, καὶ αὐτοὶ μεταπίπτοντες εἰς τὰ ἑπόμενα τῶν ζῳδίων. ἐὰν μὲν οὖν κατὰ σύνδεσμον ἡ σύνοδος ἡλίου πρὸς σελήνην γένηται, σύνεγγυς ἀλλήλων φαινομένων τῶν σωμάτων, ἐπιπροσθήσει τῷ ἡλίῳ πρὸς τὴν ὄψιν ἡμῶν σελήνη, ὥστε δόξει ἡμῖν ἐκλείπειν ὁ ἥλιος, καὶ τοσοῦτόν γε μέρος, ὅσον ἂν ἡ σελήνη ἐπίπροσθεν γένηται. ἐὰν δὲ μὴ κατὰ τὸν σύνδεσμον ἡ συμμηνιακὴ σύνοδος γένηται, ἀλλὰ τοῦ μὲν μήκους τῶν ζῳδίων κατὰ τὴν αὐτὴν μοῖραν, τοῦ δὲ πλάτους μὴ κατὰ τὴν αὐτήν, ἀλλὰ τὸ μὲν βορειότερον φαίνηται τῶν ἄστρων, τὸ δὲ νοτιώτερον, οὐκ ἐπιπροσθούμενος ἥλιος οὐδ' ἐκλείπειν δόξει.

λθ. ἐπὶ δὲ τῆς σελήνης ὧδ' ἂν γένοιτο φανερόν. ὅτι μὲν γὰρ εἰς τὴν τῆς γῆς ἐμπίπτουσα σκιάν ποτε ἐκλείπει, πολλάκις εἴρηται · ὡς δ' οὐ καθ' ἕκαστον μῆνα, δηλωτέον.



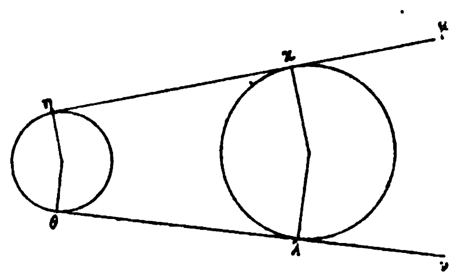
ἐπεὶ τοίνυν ἐπ' εὐθείας τῶν φωτιζόντων αἱ ἀκτῖνες καὶ αἱ αὐγαὶ πίπτουσι καὶ παραπλησίως συνεχεῖς ταύταις αἱ σκιαί.

21 Titre complété par H. Martin : περὶ ἐκλείψεως σελήνης <καὶ περὶ μεγέθους ἡλίου καὶ σελήνης> (des éclipses de lune et des grandeurs du soleil et de la lune).

degrés en latitude, comme l'a trouvé Hipparque, ou de douze degrés, comme le pensent la plupart des mathématiciens, de sorte qu'elle paraît s'écarter de cinq ou six degrés, au nord ou au sud du cercle qui passe par le milieu des signes.

Si nous supposons prolongés les plans des deux cercles, solaire et lunaire, leur commune intersection sera une ligne droite qui contient les centres des deux cercles. Cette ligne, en quelque façon, sera leur diamètre commun. Les points extrêmes où paraissent se couper les cercles s'appellent les nœuds, l'un ascendant, l'autre descendant ; ils se portent vers les signes suivants du zodiaque. Si la conjonction du soleil et de la lune se fait près des nœuds, les deux astres paraissent voisins l'un de l'autre et la lune cachera à nos yeux le soleil qui s'éclipsera d'autant plus que la lune le couvrira davantage. Mais si la conjonction mensuelle ne se fait pas près du nœud, la longitude comptée sur le zodiaque étant la même pour les deux astres, mais la latitude étant différente, les deux astres paraîtront l'un plus au nord, l'autre plus au sud, et le soleil n'étant pas caché ne pourra pas disparaître.

XXXIX. Voici ce qui arrive évidemment pour la lune. Elle s'éclipse, comme nous l'avons dit souvent, lorsqu'elle entre dans l'ombre de la terre; montrons comment il se fait que l'éclipse n'ait pas lieu chaque mois. Les rayons lumineux, se propageant en ligne droite, enveloppent une région obscure; si deux corps sphériques, l'un lumineux et l'autre éclairé par le premier, sont égaux, l'ombre produite est un cylindre indéfini. Soit, par exemple, $\alpha\beta$ le corps lumineux et $\gamma\delta$ le corps éclairé, supposons-les tous les deux égaux et sphériques. Les rayons de lumière tels que $\alpha\gamma$, $\beta\delta$ (dirigés suivant deux génératrices opposées du cylindre tangent aux deux sphères), se propagent en ligne droite; donc les diamètres $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, étant égaux et perpendiculaires aux tanὅταν μὲν ἴσον ᾖ τό τε φωτίζον καὶ τὸ τὴν σκιὰν ἀποβάλλον, σφαιρικὰ δὲ ἄμφω, γίνεται ἡ [δὲ] σκιὰ κυλινδρικὴ καὶ εἰς ἄπειρον ἐκπίπτουσα. οἷον ἔστω φωτίζον μὲν τὸ αβ, φωτιζόμενον δὲ τὸ γδ, ἴσα δὲ ἀλλήλοις καὶ σφαιρικά· δῆλον οὖν ὡς τῆς γε αγ ἀκτῖνος καὶ τῆς βδ ἐπ' εὐθείας ἐκπιπτουσῶν, ἐπεὶ αἱ αβ γδ διάμετροι ἴσαι τέ εἰσιν ἀλλήλαις καὶ πρὸς ὀρθὰς ταῖς αγε βδζ ἐφαπτομέναις, παράλληλοι ἔσονται, καὶ αἱ γε δζ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι οὐ συμπεσοῦνται· τοῦ δὲ τοιούτου πάντοθεν γινομένου δῆλον ὡς τῆς γδ σφαίρας ἡ σκιὰ κυλινδρική τε ἔσται καὶ ἐπ' ἄπειρον ἐκπίπτουσα.



ἐὰν μέντοι τὸ φωτίζον ἔλαττον ᾖ, οἷον τὸ ηθ, τὸ δὲ φωτιζόμενον μεῖζον, οἷον τὸ κλ, ἡ κμλν <σκιὰ> τῷ μὲν σχήματι ἔσται καλαθοειδής, ἐπ' ἄπειρον δὲ ὁμοίως ἐκπίπτουσα· ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ κλ διάμετρος τῆς ηθ, αἱ κμ λν ἀκτῖνες ἐπ' ἄπειρον ἐκπίπτουσαι ἐν πλείονι ἀεὶ διαστάσει γενήσονται, <καὶ> τοῦτ' ἔσται πανταχόθεν ὁμοίως.

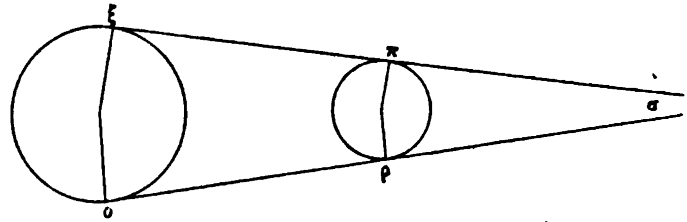
ἐὰν δὲ ἀνάπαλιν τὸ μὲν φωτίζον ᾖ μεῖζον, καθάπερ τὸ ξο, τὸ δὲ φωτιζόμενον <ἔλαττον>, οἷον τὸ πρ, σφαιρικὰ δὲ ἄμφω, δῆλον ὅτι ἡ τοῦ πρ σκιά, τουτέστιν ἡ πρσ, κω-

3 φωτιζόμενον] προλαμβάνον H. Martin. — 7 ἐφαπτομέναις] ἑκάτεραι μὲν οὖν conj. H. Martin d'après la version de Chalcidius qui a traduit ainsi le passage : *Merito quia circuli* αβ *diametrus circuli* γδ *diametro æqualis est. Iidem radii crescant in altum; erit* αγε *radius radio* βδζ *distans æquali rigore, hoc est, sine inclinatione*, cf. LXXXVIII, p. 202 de l'éd. Didot. — 13 <σκιὰ> H. Martin.

gentes αγε, βδζ, il est clair que ces rayons seront parallèles et que les droites γε, δζ, prolongées indéfiniment, ne se rencontreront pas. Comme cela se produit sur tous les points, il est évident que la sphère γδ produira une ombre cylindrique indéfinie.

Si, au contraire, le corps lumineux est plus petit, tel que ηθ, et que le corps éclairé soit plus grand, tel que κλ, l'ombre κμλν aura la forme d'un cône tronqué indéfini, car le diamètre κλ étant plus grand que le diamètre ηθ, les rayons lumineux κμ et λν prolongés indéfiniment s'éloigneront de plus en plus l'un de l'autre, et il en sera ainsi de tous côtés.

Si le corps lumineux est plus grand, comme ξο, et le corps éclairé plus petit, comme πρ, et que tous les deux soient sphériques, il est clair que l'ombre du corps πρ, c'est-à-dire πρσ, aura la forme d'un cône et sera limitée, car les rayons ξπ et ορ prolongés en ligne droite se rencontreront au point σ, puisque le diamètre πρ est plus petit que le diamètre ξο. Ce phénomène se produira de toutes parts.



νοειδὴς καὶ πεπερασμένη γενήσεται, τῶν ξπ ορ ἀκτίνων ἐπ' εὐθείας ἐκβαλλομένων καὶ συμπιπτουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ σ σημεῖον, ἐπειδὴ ἐλάττων ἐστὶν ἡ πρ διάμετρος τῆς ξο, καὶ τούτου γινομένου πανταχόθεν.

ἐπεὶ τοίνυν διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας ἡλίου καὶ σελήνης δείκνυσιν Ἵππαρχος τὸν μὲν ἥλιον σύνεγγυς χιλιοκτακοσιογδοηκονταπλασίονα τῆς γῆς, τὴν γῆν ἑπταεικοσαπλασίονα μάλιστα τῆς σελήνης, πολὺ δὲ ὑψηλότερον τὸν ἥλιον τῆς σελήνης, δῆλον ὡς ἥ τε σκιὰ ἔσται τῆς γῆς κωνοειδὴς καὶ κατὰ τὴν κοινὴν διάμετρον τοῦ τε ἡλίου καὶ τῆς γῆς ἐμπίπτουσα, καὶ τὸ τῆς σελήνης μέγεθος κατὰ τὸ πλεῖστον ἔλαττον τοῦ πάχους τῆς ἀπὸ τῆς γῆς σκιᾶς. ἐπειδὰν κατὰ μὲν τὸν ἕτερον σύνδεσμον ἥλιος γένηται, κατὰ δὲ τὸν ἕτερον σελήνη, καὶ ἐπὶ μιᾶς εὐθείας ὅ τε ἥλιος καὶ ἡ γῆ [καὶ ἡ σκιὰ] καὶ ἡ σελήνη καταστῇ, τότε ἀναγκαίως ἐμπίπτουσα εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς ἡ σελήνη, διὰ τὸ ἐλάττων εἶναι αὐτῆς καὶ μηδὲν ἔχειν ἴδιον φῶς, ἀφανὴς καθίσταται καὶ λέγεται ἐκλείπειν.

ἀλλ' ἐπειδὰν μὲν ἀκριβῶς γένωνται κατὰ διάμετρον, ὥστε ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ὥς φαμεν, εὐθείας καταστῆναι τό τε τοῦ ἡλίου κέντρον καὶ τὸ τῆς γῆς καὶ τὸ τῆς σελήνης, διὰ μέσου τοῦ σκιάσματος σελήνη ἰοῦσα ὅλη ἐκλείπει· ὅτε δὲ σύνεγγυς, μὴ μέντοι ἐπ' εὐθείας, ἐνίοτε οὐχ ὅλη· τὰ μέντοι πλείω, μὴ κατὰ τοὺς συνδέσμους γινομένων τῶν σωμάτων τοῦ τε ἡλίου καὶ σελήνης ἐν ταῖς πανσελήνοις, ἡ μὲν σκιὰ τῆς γῆς καὶ οὕτως ἐπὶ μιᾶς εὐθείας ἔσται τῷ ἡλίῳ, ἡ δὲ σελήνη, βορειο-

Par la considération des distances et des diamètres du soleil et de la lune, Hipparque montre que le volume du soleil contient environ 1880 fois celui de la terre, que le volume de la terre contient plus de 27 fois celui de la lune, et que le soleil est beaucoup plus éloigné que la lune. Il est donc évident que l'ombre de la terre aura la forme d'un cône, qu'elle s'étendra suivant un diamètre commun du soleil et de la terre (c'est-à-dire suivant la droite qui joint leurs centres), et que le diamètre de la lune, même à son maximum, est moindre que la largeur de l'ombre projetée par la terre. Quand le soleil est à un nœud et la lune à l'autre nœud, le soleil, la terre et la lune étant en ligne droite, la lune entre nécessairement dans l'ombre de la terre, et comme elle est plus petite et qu'elle n'a pas d'éclat par elle-même, elle devient invisible, et on dit qu'elle s'éclipse.

Lorsque les centres du soleil, de la terre et de la lune sont exactement placés suivant une ligne diamétrale, c'est-à-dire suivant la même ligne droite, comme nous l'avons dit, la lune pénétrant au milieu de l'ombre, il y a éclipse totale. Lorsque les trois centres ne sont pas tout à fait en ligne droite, il n'y a pas toujours éclipse totale. Mais le plus souvent, au temps des pleines lunes, le soleil et la lune ne passent pas par les nœuds, et la lune sera plus au nord ou plus au τέρα τῆς σκιᾶς ἢ νοτιωτέρα παροῦσα καὶ κατ' οὐδὲν εἰς αὐτὴν ἐμπίπτουσα, οὐδ' ὅλως ἐκλείψει.

ταυτὶ μὲν ὁ Ἄδραστος. ὁ δὲ Δερκυλλίδης οὐδεμιᾷ μὲν οἰκείᾳ καὶ προσηκούσῃ τάξει περὶ τούτων ἀνέγραψεν· ἃ δὲ καὶ αὐτὸς ὑποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ τοῦ ἀτράκτου καὶ τῶν σφονδύλων τῶν ἐν τῇ Πολιτείᾳ παρὰ Πλάτωνι λεγομένων ἐστὶ τοιαῦτα·

Τίς τί εὗρεν ἐν μαθηματικῇ

μ. Εὔδημος ἱστορεῖ ἐν ταῖς Ἀστρολογίαις, ὅτι Οἰνοπίδης εὗρε πρῶτος τὴν τοῦ ζῳδιακοῦ διάζωσιν καὶ τὴν τοῦ μεγάλου ἐνιαυτοῦ περίστασιν· Θαλῆς δὲ ἡλίου ἔκλειψιν καὶ τὴν κατὰ τὰς τροπὰς αὐτοῦ περίοδον, ὡς οὐκ ἴση ἀεὶ συμβαίνει· Ἀναξίμανδρος δὲ ὅτι ἐστὶν ἡ γῆ μετέωρος καὶ κινεῖται περὶ τὸ τοῦ κόσμου μέσον· Ἀναξιμένης δὲ ὅτι ἡ σελήνη ἐκ τοῦ ἡλίου ἔχει τὸ φῶς καὶ τίνα ἐκλείπει τρόπον. οἱ δὲ λοιποὶ ἐπὶ ἐξευρημένοις τούτοις ἐπεξεῦρον ἕτερα· ὅτι οἱ ἀπλανεῖς κινοῦνται περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα μένοντα, οἱ δέ πλανώμενοι περὶ τὸν τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὄντα αὐτῷ ἄξονα, ἀπέχουσι δ' ἀλλήλων ὅ τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανωμένων ἄξων πεντεκαιδεκαγώνου πλευρὰν ὅ ἐστι μοῖραι κδ΄.

10 διάζωσιν] λόξωσιν? J D. Tous les mss., ainsi que les textes d'H. Martin, d'Ed. Hiller, de Fabricius (*Bibliothèque grecque*, éd. de Harless, t. III, p. 464) et de Fréd. Hultsch (*Heronis reliquiae*, p. 280) qui reproduisent ce passage. ont la leçon διάζωσιν (ceinture) à laquelle nous croyons qu'on pourrait substituer le mot λόξωσιν (obliquité). On lit, en effet, dans le pseudo-Plutarque : Πυθαγόρας πρῶτος ἐπινενοηκέναι λέγεται τὴν λόξωσιν τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου, ἥντινα Οἰνοπίδης ὁ Χῖος ὡς ἰδίαν σφερίζεται (*Opinions des philosophes*, II, 12) : Pythagore est le premier, dit-on, qui ait trouvé l'obliquité du cercle zodiacal; Œnopide de Chio s'appropria cette découverte comme lui appartenant.

midi que l'ombre de la terre. Comme elle n'entre pas dans le cône d'ombre, il ne saurait y avoir éclipse.

Voilà ce que dit Adraste. Dercyllide n'a écrit sur ce sujet avec aucun ordre convenable. Voici cependant ce qu'il indique dans le livre où il traite « *Des fuseaux dont il est question dans la République de Platon* ».

Des découvertes astronomiques et de leurs auteurs

XL. Eudème dans ses livres « *Sur l'astronomie* » raconte qu'Œnopide a trouvé le premier l'obliquité du zodiaque et reconnu l'existence de la grande année ; d'après lui, Thalès a fait voir que les éclipses de soleil et les retours de cet astre aux solstices n'arrivent pas toujours après le même temps; Anaximandre prétend que la terre est suspendue dans l'espace et se meut autour du centre du monde; Anaximène a montré que la lune reçoit la lumière du soleil et de quelle manière elle s'éclipse. D'autres ont ajouté de nouvelles découvertes à celles-là : que les étoiles se meuvent autour de l'axe immobile qui passe par les pôles, que les planètes se meuvent autour de l'axe perpendiculaire au zodiaque; et que l'axe des étoiles et celui des planètes s'écartent l'un de l'autre, du côté du pentédécagone, et par conséquent d'un angle de 24 degrés.

Τίνες αἱ ἀστρονομίας ὑποθέσεις

μα. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησιν· ὃν τρόπον ἐπὶ γεωμετρίᾳ καὶ μουσικῇ μὴ καταστησάμενον τὰς ὑποθέσεις ἀδύνατον τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς λόγων ἐξάπτεσθαι, κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῆς ἀστρολογίας προομολογεῖσθαι χρὴ τὰς ὑποθέσεις, ἐφ' αἷς πρόεισιν ὁ λόγος ὁ περὶ τῆς τῶν πλανωμένων κινήσεως. πρὸ πάντων δέ, φησί, σχεδὸν τῶν περὶ τὰ μαθηματικὰ τὴν πραγματείαν ἐχόντων ἡ λῆψις τῶν ἀρχῶν ὡς ὁμολογουμένων ἐστί· πρῶτον μὲν ὡς ἔστιν ἡ τοῦ κόσμου σύστασις τεταγμένως ἐπὶ μιᾶς ἀρχῆς διεπομένη ὑφέστηκέ τε τὰ ὄντα καὶ φαινόμενα ταῦτα· διὸ μὴ δεῖν φάναι τὸν κόσμον τῆς ἡμετέρας ὄψεως ἐκ τοῦ ἀπείρου, ἀλλὰ κατὰ περιγραφὴν εἶναι·

δεύτερον δὲ ὡς οὐ σβέσει καὶ ἀνάψει τῶν θείων σωμάτων αἵ τε ἀνατολαὶ καὶ δύσεις· ἀλλὰ γὰρ εἰ μὴ ἀίδιος τούτων ἡ διαμονή, οὐκ ἂν ἡ ἐν τῷ παντὶ τάξις φυλαχθείη· τρίτον ὡς οὐ πλείους οὐδὲ ἐλάττονες τῶν ζ′ οἱ πλανωμένοι· καὶ τοῦτο δῆλον ἐκ μακρᾶς τηρήσεως· τέταρτον ἐπεὶ οὔτε πάντα τὰ ὄντα κινεῖσθαι εὔλογόν ἐστιν οὔτε πάντα μένειν, ἀλλὰ τὰ μὲν κινεῖσθαι, τὰ δὲ μένειν, ὁμολογεῖσθαι δεῖ, τίνα ἐν τῷ παντὶ μένειν χρὴ καὶ τίνα κινεῖσθαι. φησὶ δ' ὡς γῆν μὲν χρὴ οἴεσθαι μένειν, ἑστίαν τοῦ θεῶν οἴκου κατὰ τὸν Πλάτωνα, τὰ δὲ πλανώμενα σὺν τῷ παντὶ περιέχοντι οὐρανῷ κινεῖσθαι· τοὺς δὲ τὰ κινητὰ στήσαντας, τὰ δὲ ἀκίνητα φύσει καὶ ἕδρᾳ κινήσαντας ὡς παρὰ τὰς τῆς μαθηματικῆς ὑποθέσεις ἀποδιοπομπεῖται.

ἐν δὲ τούτοις φησὶ καὶ κατὰ μῆκος τοὺς πλανωμένους

2 ὃν] <ὅτι> ὃν H. Martin. — 26 ἐν δὲ] ἐπὶ δέ conj. Hultsch.

Des hypothèses de l'astronomie

XLI. Il dit ensuite : de même qu'en géométrie et en musique, il est impossible, sans faire d'hypothèses, de déduire les conséquences des principes, de même en astronomie il convient d'établir d'abord des hypothèses pour pouvoir parler du mouvement des planètes. Avant tout, dit-il, comme tout le monde en convient, il faut arrêter les principes qui doivent servir dans les études mathématiques. Le premier est que la composition du monde est ordonnée et gouvernée par un seul principe et que la réalité se trouve au fond des choses qui existent ou qui paraissent exister, et qu'il ne faut pas dire que le monde est l'infini où notre vue se perd, mais qu'il a ses limites.

Le second principe est que les levers et les couchers des corps divins ne se font pas parce que ces corps s'allument et s'éteignent successivement ; si leur état n'était pas éternel, il n'y aurait aucun ordre conservé dans l'univers. Le troisième principe est qu'il y a sept planètes, ni plus ni moins, vérité qui résulte d'une longue observation. Le quatrième est le suivant : puisqu'il n'est pas conforme à la raison que tous les corps soient en mouvement ou qu'ils soient tous au repos, mais puisque les uns sont en mouvement et les autres immobiles, il faut rechercher ce qui est nécessairement au repos dans l'univers et ce qui est en mouvement. Il ajoute qu'il faut croire que la terre, foyer de la maison des dieux, suivant Platon *, reste en repos et que les planètes se meuvent avec toute la voûte céleste qui les enveloppe. Ensuite, il repousse avec énergie, comme contraire aux bases de la mathématique, l'opinion de ceux qui veulent que les corps qui paraissent en mouvement soient au repos et que les corps immobiles par nature et par situation soient en mouvement.

Il dit ensuite que les planètes ont un mouvement circulaire,

26 Cf. *Phèdre*, p. 247 A.

κινεῖσθαι καὶ βάθος καὶ πλάτος τεταγμένως καὶ ὁμαλῶς καὶ ἐγκυκλίως,..... ἡγησάμενοι οὐκ ἂν σφαλλοίμεθα τῆς περὶ αὐτοὺς ἀληθείας · διὸ τάς τε ἀνατολὰς καὶ παρανατολὰς τῆς κατὰ μῆκος κινήσεως καὶ τὰς ἀπὸ τῶν πρεσβυτέρων ἀποδιδομένας ἐκλύτους καὶ ῥαθύμους αἰτίας τῆς ὑπολείψεως λεγομένης παραιτεῖται. ὀρθὸν δὲ τὸ νομίζειν, φησί, πᾶν τὸ ἄλογον καὶ ἄτακτον φυγόντας τῆς τοιαύτης κινήσεως, ἐναντίαν τῇ ἀπλανεῖ φορᾷ τὰ πλανώμενα κινεῖσθαι ἠρέμα, περιαγομένης τῆς ἐντὸς φορᾶς ὑπὸ τῆς ἐκτός.

οὐκ ἀξιοῖ δὲ τοῦ πλανωμένου αἰτίας οἴεσθαι τὰς ἑλικοειδεῖς γραμμὰς ὡς προηγουμένας τάς τε ἱππικῇ παραπλησίας · γίνεσθαι μὲν γὰρ ταύτας κατὰ συμβεβηκός · πρώτην δὲ προηγουμένην αἰτίαν εἶναι καὶ τοῦ πλάνου καὶ τῆς ἕλικος τὴν κατὰ λοξοῦ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου κίνησιν · καὶ γὰρ ἐπεισοδιώδης καὶ ὑστέρα ἡ κατὰ τὴν ἕλικα κίνησις, ἐκ τοῦ διπλοῦ τῆς περὶ αὐτοὺς κινήσεως ἀποτελουμένη. προτέραν δὲ χρὴ εἰπεῖν τὴν κατὰ τοῦ λοξοῦ προηγουμένην κίνησιν · ἑπομένη γὰρ ἡ ἕλιξ καὶ οὐ πρώτη.

πάλιν παραιτεῖται καὶ τῆς κατὰ τὸ βάθος κινήσεως αἰτίας εἶναι τὰς ἐκκεντρότητας · περὶ δὲ κέντρον ἕν τι τὸ αὐτῆς καὶ κόσμου ἡγεῖται τοῖς κατ' οὐρανὸν φερομένοις πᾶσι τὴν κίνησιν εἶναι, κατὰ συμβεβηκὸς ὑπὸ τῶν πλανωμένων, οὐ κατὰ προηγουμένην, ὡς ἐπάνω ἐπεδείξαμεν, τῶν ἐπικύκλων καὶ τῶν ἐκκέντρων κύκλων διὰ τοῦ τῶν ἐγκέντρων βάθους γραφομένων. δύο γὰρ ἐπιφανείας ἔχει ἑκάστη σφαῖρα, τὴν μὲν ἐντὸς κοίλην, τὴν δὲ ἐκτὸς κυρτήν, ὧν ἐν τῷ μεταξὺ κατ' ἐπικύκλους καὶ ἐγκέντρους κινεῖται τὰ ἄστρα, καθ' ἣν κίνησιν καὶ τοὺς ἐκκέντρους κατὰ συμβεβηκὸς γράφει.

2 ἡγησάμενοι] ἡγησάμενος H. Martin.

régulier et uniforme, en longitude, en distance et en latitude ... Il juge ainsi, bien que nous puissions nous tromper sur ce point. C'est pourquoi il croit que les levers successifs différents dépendent d'un mouvement en longitude et il rejette les raisons faibles et commodes, données par les anciens, d'après les quelles les planètes seraient laissées en arrière. Mettant de côté tout ce qu'il y a de désordonné et de contraire à la raison dans un tel mouvement, il est juste de croire, dit-il, que les planètes sont emportées lentement par un mouvement contraire à celui des étoiles fixes, de sorte que le mouvement intérieur soit produit par le mouvement extérieur.

Il ne pense pas qu'il faille prendre comme causes premières de ces mouvements, des spirales ni des lignes semblables à la course sinueuse d'un cheval. Car ce mouvement est le résultat d'autres mouvements. La cause première du mouvement en spirale est le mouvement qui s'accomplit suivant le cercle oblique du zodiaque. Le mouvement en spirale est en effet, adventice et postérieur, il résulte du double mouvement des planètes. On doit donc regarder comme premier le mouvement suivant le cercle oblique; le mouvement en spirale en est une conséquence, il n'est pas premier.

En outre il ne croit pas que les cercles excentriques soient la cause du mouvement en profondeur. Il pense que tout ce qui se meut dans le ciel est emporté autour d'un centre unique du mouvement et du monde, de sorte que ce n'est que par une conséquence, et non par un mouvement antécédent, comme nous l'avons dit plus haut, que les planètes décrivent des épicycles ou des excentriques dans l'épaisseur des concentriques. Car chaque sphère a une double surface, l'une concave à l'intérieur, l'autre convexe à l'extérieur, dans l'intervalle desquelles les astres se meuvent suivant des épicycles et des concentriques, d'un mouvement qui leur fait décrire, comme conséquence apparente, des excentriques.

φησὶ δὲ καὶ κατὰ μὲν τὰς ἡμετέρας φαντασίας ἀνωμάλους εἶναι τὰς τῶν πλανωμένων κινήσεις, κατὰ δὲ τὸ ὑποκείμενον καὶ τἀληθὲς ὁμαλάς · πᾶσι δὲ τὴν κίνησιν προαιρετικὴν καὶ ἀβίαστον εἶναι δι' ὀλιγίστων φορῶν καὶ ἐν τεταγμέναις σφαίραις. αἰτιᾶται δὲ τῶν φιλοσόφων ὅσοι ταῖς σφαίραις οἷον ἀψύχους ἐνώσαντες τοὺς ἀστέρας καὶ τοῖς τούτων κύκλοις πολυσφαίριας εἰσηγοῦνται, ὥσπερ Ἀριστοτέλης ἀξιοῖ καὶ τῶν μαθηματικῶν Μέναιχμος καὶ Κάλλιππος, οἳ τὰς μὲν φερούσας, τὰς δὲ ἀνελιττούσας εἰσηγήσαντο. ἐπὶ δὲ τούτοις ὁμολογουμένοις περὶ μένουσαν τὴν γῆν τὸν οὐρανὸν σὺν τοῖς ἄστροις ἡγεῖται κινεῖσθαι ἐν ὁμαλαῖς καὶ ἐγκυκλίοις κινήσεσιν ἐλαχίσταις τε καὶ συμφώνοις ἐγκέντροις τε καὶ ἀβιάστοις φοραῖς. καὶ ταύτας σωζομένας καὶ παρὰ Πλάτωνι ἀποδείκνυσι τὰς ὑποθέσεις.

μβ. κινοῦνται δὲ οἱ μὲν ἀπλανεῖς περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα μένοντα, οἱ δὲ πλανώμενοι περὶ τὸν τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὄντα αὐτῷ ἄξονα · ἀπέχουσι δ' ἀλλήλων ὅ τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανωμένων ἄξων πεντεκαιδεκαγώνου πλευράν. δίχα μὲν τέμνει τὸν κόσμον ὁ ζῳδιακὸς μέγιστος ὤν · τῆς δὲ τοῦ παντὸς περιφερείας εἰς τξ' μοίρας διαιρουμένης ὁ ζῳδιακὸς ἑκατέρωθεν ρπ' μοίρας ἀπολαμβάνει · ὁ δὲ ἄξων τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὢν δίχα διαιρεῖ τὰς ρπ' μοίρας. λελόξωται δὲ ὁ ζῳδιακὸς ἀπὸ τοῦ χειμερινοῦ παραλλήλου ἐπὶ τὸν θερινόν · εἰσὶ δὲ ἀπὸ μὲν τοῦ θερινοῦ ἐπὶ τὸν ἀρκτικὸν μοῖραι λ', ὡς παραδίδωσιν Ἵππαρχος, ἀπὸ δὲ τοῦ ἀρκτικοῦ μέχρι τοῦ πόλου τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας μοῖραι τριάκοντα ἕξ · συνάμφω δέ, ἀπὸ μὲν τοῦ θερινοῦ μέχρι τοῦ πόλου τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας, μοῖραι ξς'.

11 ἐλαχίσταις] <καὶ ἐν> ἐλαχίσταις conj. Hiller. — 15 Titre ajouté par H. Martin : περὶ τοῦ εἰς πόσον λελόξωται ὁ ζῳδιακός (de la valeur de l'obliquité du zodiaque). — 24 ἀρκτικὸν] les mss. ont ἀνταρκτικόν. — 25 ἀρκτικοῦ] les mss. ont ἀνταρκτικοῦ.

Il dit encore que, suivant les apparences, les mouvements des planètes sont irréguliers, mais qu'en principe et en réalité ils sont réguliers; le mouvement est simple et naturel pour tous : il n'y a qu'un très petit nombre de déplacements sur des sphères disposées avec ordre. Il blâme ces philosophes qui, considérant les astres comme inanimés, ajoutèrent aux sphères et à leurs cercles plusieurs autres sphères; ainsi Aristote * et parmi les mathématiciens, Ménechme et Callippe ont proposé les sphères déférentes et les spirales. Après avoir établi tout cela, il pense que le ciel se meut avec tous les astres autour de la terre immobile, suivant un très petit nombre de mouvements circulaires, uniformes, harmonieux, concentriques et indépendants. Il montre que, d'après Platon, ces hypothèses rendent compte des apparences.

XLII. Les étoiles se meuvent autour de l'axe immobile qui passe par les pôles, et les planètes autour de l'axe perpendiculaire au cercle zodiacal. Les deux axes s'écartent l'un de l'autre, de la valeur du côté du pentédécagone (et par conséquent d'un angle de 24 degrés). En effet, le zodiaque étant un grand cercle divise le monde en deux parties égales. La circonférence de l'univers étant partagée en 360 degrés, le cercle zodiacal en sépare 180 de chaque côté. L'axe du zodiaque lui étant perpendiculaire divise aussi les 180 degrés en deux parties égales. Or le zodiaque s'étend obliquement du parallèle d'hiver au parallèle d'été, mais on compte 30 degrés du tropique d'été au cercle arctique comme l'enseigne Hipparque, et du cercle arctique au pôle de la sphère des étoiles il y a 36 degrés. En faisant la somme, on compte donc 66 degrés du tropique d'été au pôle des fixes.

8 Cf. *Métaphysique*, λ 8, p. 1073 B.

ἵνα δὲ πληρωθῶσιν ἐπὶ τὸν πόλον τοῦ τῶν πλανωμένων ἄξονος ϛ΄ μοῖραι, προσθετέον μοίρας κδ΄, καθ' ὃ εἴη ἂν ὁ πόλος τοῦ <τῶν> πλανωμένων ἄξονος πρὸς ὀρθὰς ὄντος τῷ ζῳδιακῷ. λοιπαὶ δὴ ἀπὸ τοῦ πόλου <τοῦ> τῶν πλανωμένων ἄξονος μοῖραι ἐπὶ τὰ χειμερινὰ μέρη τοῦ ἀρκτινοῦ ιβ΄. αἱ πᾶσαι γὰρ ἦσαν λϛ΄ · ὧν ἀφέλωμεν κδ΄. λοιπαι ιβ΄. αἷς προσθετέον τὰς ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ μέχρι τοῦ θερινοῦ πάλιν μοίρας λ΄ καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ θερινοῦ ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν μοίρας κδ΄ καὶ <τὰς> ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὸν χειμερινόν, οὗ πάλιν ἐφάπτεται ὁ ζῳδιακός, μοίρας κδ΄. γίνονται μοῖραι κδ΄ τῶν τξ΄ τοῦ παντὸς μοιρῶν πεντεκαιδέκατον μέρος. πεντεκαιδεκάκις γὰρ κδ΄ γίνονται τξ΄. διὰ τοῦτό φαμεν τοῦ ἐγγραφομένου εἰς σφαῖραν πεντεκαιδεκαγώνου πλευρὰν ἀπέχειν ἀλλήλων τοὺς δύο ἄξονας, τόν τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τὸν τῶν πλανωμένων.

μγ. ἕλικα δὲ γράφει τὰ πλανώμενα κατὰ συμβεβηκός, διὰ τὸ δύο κινεῖσθαι κινήσεις ἐναντίας ἀλλήλαις, τῷ γὰρ αὐτὰ κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν ἀπὸ τοῦ θερινοῦ ἐπὶ χειμερινὸν φέρεσθαι καὶ ἀνάπαλιν, ἠρέμα μὲν αὐτὰ περιιόντα, τάχιστα δὲ ἐπὶ τὰ ἐναντία περιαγόμενα καθ' ἑκάστην ἡμέραν ὑπὸ τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας, οὐκ ἐπ' εὐθείας ἀπὸ παραλλήλου ἐπὶ παράλληλον πορεύεται, ἀλλὰ περιαγόμενα περὶ τὴν ἀπλανῆ σφαῖραν. ἵνα δὴ διὰ τοῦ ζῳδιακοῦ ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ β χωρήσῃ, τῆς φορᾶς αὐτῶν οὐκ ἐπὶ εὐθείας τοῦ ζῳδιακοῦ μόνον, ἀλλὰ καὶ ἐν κύκλῳ περὶ τὴν ἀπλανῆ γινομένης, ἕλικα γράφουσιν ἐν τῇ ἀπὸ παραλλήλου ἐπὶ παράλληλον διόδῳ ὁμοίαν τῇ τῶν ἀμπέλων ἕλικι · καθάπερ εἴ τις ἱμάντα περιελίττει κυλίνδρῳ ἀπὸ τῆς ἑτέρας ἀποτομῆς μέχρι τῆς ἑτέρας, ὥσπερ ταῖς λακωνικαῖς σκυτάλαις οἱ ἔφοροι περιελίττοντες ἱμάντας τὰς ἐπιστολὰς ἔγραφον.

5 χειμερινὰ] les mss. ont θερινά. — 5 et 7 ἀρκτικοῦ] les mss. ont ἀνταρκτικοῦ. — 15 Titre : περὶ τῆς ἑλικοειδοῦς κινήσεως (du mouvement en spirale).

Pour compléter les 90 degrés qui s'étendent jusqu'au pôle de la sphère des planètes, il faut ajouter à cette somme 24 degrés, puisque l'axe des planètes est perpendiculaire au zodiaque. Du pôle de l'axe des planètes au cercle glacial arctique il reste 12 degrés, car tout l'arc de la zone vaut 36 degrés; si on en retranche 24, il reste 12. Il convient d'y ajouter les 30 degrés compris du cercle arctique au tropique d'été, puis les 24 degrés compris du tropique d'été au cercle équinoxial, et encore les 24 degrés compris du cercle équinoxial au tropique d'hiver auquel le zodiaque est tangent. Mais 24 degrés forment la quinzième partie des 360 degrés de la circonférence de l'univers, car 15 fois 24 font 360, nous avons donc raison de dire que les deux axes, celui des étoiles et celui des planètes, s'écartent l'un de l'autre de la valeur du côté du pentédécagone inscrit dans (un grand cercle de) la sphère.

XLIII. Les planètes décrivent des spirales par accident, c'est-à-dire en conséquence de leurs deux mouvements en sens contraire l'un de l'autre. En effet, comme elles sont portées par leur propre mouvement du tropique d'été au tropique d'hiver et réciproquement, en allant lentement, et qu'elles sont rapidement entraînées chaque jour en sens contraire sous la sphère des étoiles, elles ne passent pas en droite ligne d'un parallèle à un autre, mais entraînées autour de la sphère des fixes. En d'autres termes, pour aller sur le zodiaque d''un point α à un autre point β, leur mouvement ne se fait pas seulement suivant une ligne droite du zodiaque, mais il devient en même temps circulaire autour de la sphère des fixes, de sorte qu'en passant d'un parallèle à un autre elles décrivent des spirales semblables aux vrilles de la vigne; c'est comme si on enroulait une courroie autour d'un cylindre d'un bout à l'autre; telles étaient les lanières enroulées sur les scytales de Laconie et sur lesquelles les éphores écrivaient leurs dépêches.

γράφει δὲ καὶ ἄλλην ἕλικα τὰ πλανώμενα, οὐ μόνον ὡς περὶ κύλινδρον <ἀπὸ τῆς ἑτέρας> ἀποτομῆς ἐπὶ τὴν ἑτέραν ἀποτομήν, ἀλλὰ καὶ τὴν ὡς <ἐν> ἐπιπέδῳ. ἐπειδὴ γὰρ δι' αἰῶνος ἀπὸ τοῦ ἑτέρου παραλλήλου ἐπὶ τὸν ἕτερον χωροῦσι καὶ ἀπ' ἐκείνου πάλιν ἐπὶ τὸν αὐτὸν καὶ τοῦτο ἀδιαλείπτως καὶ ἀπαύστως γίνεται ὑπ' αὐτῶν, ἂν ἐπινοήσωμεν ἐπ' ἄπειρον ἐκτεινομένας εὐθείας εἶναι τὰς παραλλήλους καὶ δι' αὐτῶν κατὰ τὰ αὐτὰ πορευόμενα τὰ πλανώμενα ποτὲ μὲν τὴν χειμερινὴν ὁδόν, ποτὲ δὲ τὴν θερινήν, μέχρις ἀπείρου εὑρεθείη ἂν ἡμῖν ἕλικα γράφοντα. κατὰ δὲ τὸ ἄπαυστον καὶ αἰώνιον τῆς περὶ τὴν σφαῖραν διὰ [τῆς] τῶν παραλλήλων πορείας ὁμοία ἡ ὁδὸς αὐτοῖς γίνεται τῇ διὰ τῶν ἐπ' ἄπειρον ἐκτεινομένων εὐθειῶν ὁδῷ. καθάπερ δηλοῖ τὰ ὑποκείμενα διαγράμματα. ὥστε δύο κατὰ συμβεβηκὸς γράφουσιν ἕλικας, τὴν μὲν ὡς περὶ κύλινδρον, τὴν δὲ ὡς δι' ἐπιπέδου.

μδ. ταυτὶ μὲν τὰ ἀναγκαιότατα καὶ [ἐξ ἀστρολογίας] κυριώτατα πρὸς τὴν τῶν Πλατωνικῶν ἀνάγνωσιν. ἐπεὶ δὲ ἔφαμεν εἶναι μουσικὴν καὶ ἁρμονίαν τὴν μὲν ἐν ὀργάνοις, τὴν δὲ ἐν ἀριθμοῖς, τὴν δὲ ἐν κόσμῳ, καὶ περὶ τῆς ἐν κόσμῳ τἀναγκαῖα πάντα ἑξῆς ἐπηγγειλάμεθα μετὰ τὴν περὶ ἀστρολογίας παράδοσιν — ταύτην γὰρ ἔφη καὶ Πλάτων ἐν τοῖς μαθήμασι πέμπτην εἶναι μετὰ ἀριθμητικὴν γεωμετρίαν στερεομετρίαν ἀστρονομίαν —, ἃ καὶ περὶ τούτων ἐν κεφαλαίοις παραδείκνυσιν ὁ Θράσυλλος σὺν οἷς καὶ αὐτοὶ προεξειργάσμεθα δηλωτέον.

2 <ἀπὸ τῆς ἑτέρας> H. Martin. — 3 <ἐν> H. Martin.

< τέλος τῶν σωζομένων ἁπάντων >

Les planètes décrivent encore une autre spirale, mais celle-ci non comme si on la traçait sur un cylindre d'un bout à l'autre, mais comme si on la traçait sur une surface plane. Puisque depuis un temps infini, elles passent d'un cercle parallèle à l'autre et de nouveau de celui-ci au premier, et cela sans interuption et sans fin, si nous supposons des lignes droites, disposées en nombre infini, représentant les cercles parallèles et que les planètes se meuvent sur ces parallèles dans le même sens que la sphère des fixes, tantôt vers le tropique d'hiver, tantôt vers le tropique d'été, elles nous paraîtront décrire une hélice sans fin. A cause du mouvement incessant et continu autour de la sphère sur les cercles parallèles, le chemin parcouru sera semblable à celui qui se ferait suivant les lignes droites étendues à l'infini, comme l'indiquent les figures ci-jointes *. Les planètes décrivent donc deux spirales *par accident,* l'une comme autour d'un cylindre, l'autre comme sur une surface plane.

XLIV. Tout cela est très nécessaire et très utile pour la lecture des œuvres de Platon. Or, nous avons dit que nous avions à considérer la musique instrumentale, la musique mathématique et l'harmonie des sphères * et que nous rapporterions tout ce qu'il y a nécessairement d'harmonie dans le monde, après ce qui regarde l'astronomie, — car Platon assigne à cette musique des sphères le cinquième rang dans les mathématiques, après l'arithmétique, la géométrie, la stéréométrie et l'astronomie * — nous allons donc montrer sommairement ce que Thrasylle expose sur ce sujet, en même temps que notre propre travail antérieur.

15 Ces figures manquent aux mss. — 21 Voy. I, 2, p. 25 et II, 1, p. 79. — 26 *République* VII, p. 530 D.

FIN DE LA TRADUCTION DES ŒUVRES DE THÉON DE SMYRNE PARVENUES JUSQU'A NOUS.

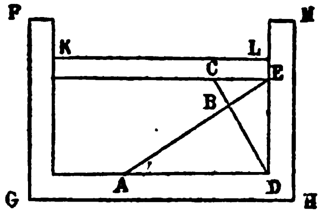
NOTES

Note I. — *Problème de la duplication du cube. Solution mécanique de Platon* (Introduction, p. 5)

Le problème de la duplication de l'autel, avec la condition que le nouvel autel soit semblable au premier, se ramène à la duplication du cube d'une arête. Hippocrate de Chio trouva que si l'on insère deux moyennes proportionnelles continues x et y entre le côté a d'un cube et le double $2a$ de ce côté, la première moyenne x est le côté du cube double. On a, en effet, par définition :

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a} \quad \text{d'où} \quad \frac{a^3}{x^3} = \frac{axy}{2axy} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad x^3 = 2a^3 \qquad (^*)$$

Platon a résolu le premier le problème des deux moyennes proportionnelles. Il y employa un instrument formé de deux règles KL, GH, dont l'une mobile parallèlement à l'autre fixe, glissait entre les rainures de deux montants FG, MH, fixés perpendiculairement à celle-ci.



(*) Les géomètres anciens ne pouvaient pas disposer des ressources de l'algèbre qu'ils ne connaissaient pas; mais les proportions, qu'ils maniaient avec une très grande habileté, quoiqu'ils n'eussent aucune notation particulière, leur fournissaient des procédés de calcul très simples et très ingénieux. En combinant les proportions par voie de multiplication, de division,... et en simplifiant les rapports de la proportion finale, ils parvenaient à ne conserver qu'une inconnue dans des questions qui en comportaient plusieurs.

Soient a et b les deux droites entre lesquelles on veut insérer deux moyennes proportionnelles. On trace deux droites perpendiculaires AE, CD, sur lesquelles on prend, à partir de leur point de concours, AB = a et BC = b. Puis on applique l'instrument sur la figure de manière que le bord d'une règle passe par le point A, et le bord de l'autre par le point C. On écarte alors, plus ou moins, la règle mobile de la règle fixe, et en même temps on fait tourner l'instrument dans le plan de la figure, jusqu'à ce que, les bords des deux règles passant toujours par les points A et C, les prolongements des droites AB et BC passent en même temps par les sommets du rectangle que forme l'instrument.

Les deux triangles ADE, CDE étant rectangles, la hauteur de chacun d'eux est moyenne proportionnelle entre les segments de l'hypoténuse, et l'on a :

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BE} = \frac{BE}{BC}$$

Ainsi BD et BE sont deux moyennes proportionnelles entre AB et BC, c'est-à-dire entre a et b.

Cette solution de Platon est mécanique, puisqu'elle exige l'usage d'un instrument, autre que la règle et le compas. Elle nous a été transmise par Eutocios d'Ascalon, géomètre du VI[e] siècle, dans un commentaire sur le livre II du traité *De la sphère et du cylindre* par Archimède (*).

Note II. — *Sur le sophisme : Un, en tant qu'un, est sans parties et indivisible* (I, III, p. 29). — *Problème d'Achille et de la tortue.*

Le raisonnement de Théon est un sophisme. J'ai un objet sensible, dit-il, je le divise en plusieurs parties que je supprime successivement une à une, il viendra un moment où il ne restera plus qu'*un* objet sensible. Je divise de nouveau cet *un* sensible en plusieurs parties que je supprime de même une à une, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'*un* objet. En opérant ainsi, j'arrive toujours

(*) Cf. *Archimedis quae supersunt omnia cum Eutocii Ascalonitae commentariis ex recensione Josephi Torelli Veronensis,... Oxonii,* MDCCXCII, in-fol. p. 135.

à *un,* donc *un,* en tant qu'*un,* est sans parties et indivisible : ὥστε ἀμέριστον καὶ ἀδιαίρετον τὸ ἓν ὡς ἕν (pag. 28, lig. 12).

L'un des plus célèbres sophismes est de Zénon d'Élée, qui vivait au vᵉ siècle avant notre ère, on le nomme l'*Achille.* En voici l'énoncé :

Achille va dix fois plus vite qu'une tortue qui a un stade d'avance, on demande s'il l'atteindra et à quelle distance (*).

Zénon prétendait qu'Achille n'atteindrait jamais la tortue, car, disait-il, pendant qu'Achille parcourra la stade qui le sépare de la tortue, celle-ci avancera de 0,1 de stade; pendant qu'Achille parcourra ce dixième, la tortue qui va dix fois moins vite, avancera de 0,01 de stade ; pendant qu'Achille parcourra ce centième, la tortue avancera de 0,001 ; et ainsi de suite. Donc il s'écoulera un nombre infini d'instants avant la rencontre, et Achille n'atteindra jamais la tortue.

Cela revient à affirmer, dit Aristote, « que jamais le plus lent, quand il est en marche, ne pourra être atteint par le plus rapide, attendu que le poursuivant doit, de toute nécessité, passer d'abord par le point d'où est parti celui qui fuit sa poursuite, et qu'ainsi le plus lent conservera constamment une certaine avance ». *Leçons de physique,* VI, IX (ancien XIV), 4; t. II, p. 396 de la trad. de B. Saint-Hilaire.

L'erreur de Zénon est manifeste, car Achille atteint la tortue à une distance de son point de départ, égale à 1 stade et 1/9 ou 10/9 de stade. En effet, pendant qu'il parcourt ces 10/9 de stade, la tortue, qui va dix fois moins vite, en parcourt 1/9 ; or l'espace parcouru par Achille est alors égal à l'espace parcouru dans le même temps que la tortue, plus à l'espace qui les séparait, donc il y a rencontre.

Zénon ne voit pas que la somme des espaces parcourus pendant le nombre infini des instants successifs du mouvement d'Achille et de la tortue représente une distance finie, et que, dans le cas du mouvement uniforme, le nombre infini de ces instants successifs représente un temps fini (**).

(*) Le stade valait 185 mètres.

(**) Nous n'insistons pas, mais nous signalons au lecteur *philosophe* l'inté-

Note III. — *Sur les nombres hétéromèques* (I, xvi, p. 49).

Soient $(n-1)\,n = n^2 - n$ et $n\,(n+1) = n^2 + n$ deux hétéromèques successifs. Le carré compris entre $n^2 - n$ et $n^2 + n$ est n^2. Or n^2 est la moyenne arithmétique entre $n^2 - n$ et $n^2 + n$, et la moyenne arithmétique entre deux nombres est plus grande que leur moyenne géométrique ; donc, comme Théon le vérifie, le carré compris entre deux hétéromèques successifs n'est pas la moyenne géométrique entre ces deux nombres. Mais la moyenne géométrique entre deux carrés successifs est un hétéromèque ; soit, en effet, x la moyenne géométrique entre deux carrés successifs n^2 et $(n+1)^2$, on a $x^2 = n^2\ (n+1)^2$, d'où $x = n\ (n+1)$, nombre hétéromèque, puisque les deux facteurs diffèrent d'une unité.

Note IV. — *Sur les nombres carrés* (I, xx, p. 61).

Tout nombre étant un multiple de 6 ou un multiple de 6, plus 1, plus 2, plus 3, plus 4 ou plus 5, est de la forme $6n$, $6n \pm 1$, $6n \pm 2$, ou $6n + 3$. Donc tout carré est de la forme

$36n^2$ $\quad 36n^2 \pm 12n + 1 \quad 36n^2 \pm 24n + 4 \quad$ ou $36n^2 + 36n + 9$.

1° S'il est de la forme $36n^2 \pm 24n + 4$, il est divisible par 4, et non par 3, mais la soustraction d'une unité donne le reste $36n^2 \pm 24n + 3$ qui est divisible par 3 ;

2° S'il est de la forme $36n^2 + 36n + 9$, il est divisible par 3, et non par 4, mais la soustraction d'une unité donne le reste $36n^2 + 36n + 8$ qui est divisible par 4 ;

3° S'il est de la forme $36n^2$, il est à la fois divisible par 3 et par 4, et par conséquent $36n^2 - 1$ ne l'est pas ;

4° Enfin, s'il est de la forme $36n^2 \pm 12n + 1$, il n'est divisible ni par 3 ni par 4, mais la soustraction d'une unité donne le reste $36n^2 \pm 12\,n$ qui est à la fois divisible par 3 et par 4.

ressant travail récemment publié par M. G. Frontéra, docteur ès sciences, sous ce titre : « *Étude sur les arguments de Zénon d'Élée contre le mouvement.* » Paris, Hachette, 1891, br. in-8°.

NOTE V. — *Des nombres polygonaux* (I, XIX-XXVII, p. 69).

Nous allons résumer cette théorie des nombres polygones en y ajoutant quelques explications. Soit d la raison d'une progression par différence commençant par l'unité, les premiers termes seront

$$1,\ 1 + d,\ 1 + 2d,\ 1 + 3d,\ 1 + 4d,\ 1 + 5d,\ 1 + 6d,\ 1 + 7d\ldots$$

Si on fait les sommes successives des termes, à partir de l'unité, on obtient les nombres correspondants

$$1,\ 2 + d,\ 3 + 3d,\ 4 + 6d,\ 5 + 10d,\ 6 + 15d,\ 7 + 21d,\ 8 + 28d\ldots$$

Les termes de la seconde suite se nomment des *nombres polygones*, et ceux de la première en sont les *gnomons*. Si on donne à d, dans les deux suites, les valeurs successives 1, 2, 3, 4, 5, 6,... on obtient les gnomons et les nombres polygones suivants :

$d = 1$, gnomons....	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n. triangulaires....	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78
$d = 2$, gnomons ...	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
n. quadrangulaires.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
$d = 3$, gnomons....	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34
n. pentagones	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	176	210
$d = 4$, gnomons ...	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45
n. hexagones	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190	231	276
$d = 5$, gnomons ...	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56
n. heptagones......	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235	286	342
$d = 6$, gnomons ...	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67
n. octogones.......	1	8	21	40	65	96	133	176	225	280	341	408
$d = 7$, gnomons ...	1	8	15	22	29	36	43	50	57	64	71	78
n. ennéagones	1	9	24	46	75	111	154	204	261	325	396	474
$d = 8$, gnomons ...	1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	81	89
n. décagones	1	10	27	52	85	126	175	232	297	370	451	540
$d = 9$, gnomons...	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	100
n. endécagones....	1	11	30	58	95	141	196	260	333	415	506	606
$d = 10$, gnomons..	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111
n. dodécagones....	1	12	33	64	105	156	217	288	369	460	561	672

En désignant par k le n^e gnomon et par l le n^e nombre polygone, on a :

$$k = 1 + (n - 1)d$$

et $l = 1 + (1 + d) + (1 + 2d) + (1 + 3d) + (1 + 4d) + (1 + 5d)$
$\ldots\quad + (1 + (n - 1)\,d) = n + d\,[1 + 2 + 3 + 4 + 5\ldots + (n - 1)]$

d'où

$$l = n + d\,\frac{n(n-1)}{2} \qquad [A]$$

Or $\frac{n(n-1)}{2}$, somme des $(n-1)$ premiers nombres à partir de l'unité, est le $(n-1)^e$ nombre triangulaire, on a donc ces deux théorèmes :

1° *Le* n^e *nombre polygone égale* n, *plus* d *fois le* (n — 1)^e *nombre triangulaire,* d *étant la raison de la progression des gnomons;*

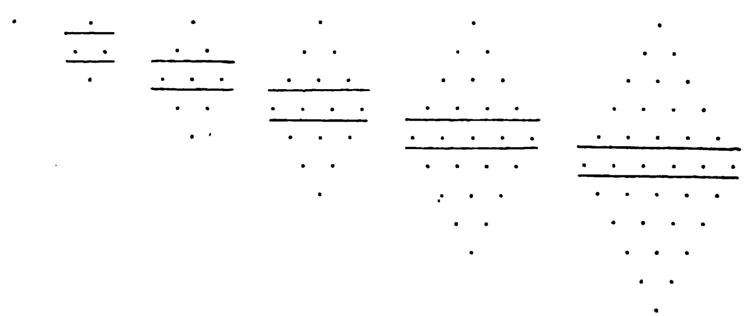
2° *Les nombres polygones, de même rang* n, *forment une progression par différence, dont le premier terme est* n, *et dont la raison est le* (n — 1)^e *nombre triangulaire.*

Les nombres triangulaires sont ainsi nommés, parce que, si on dispose les uns au-dessous des autres les gnomons à ajouter et décomposés en unités, on a des figures triangulaires (Voy. p. 57).

Les nombres carrés sont ainsi nommés, parce qu'on peut donner la forme carrée aux groupes d'unités dont ces nombres se composent (Voy. p. 65) :

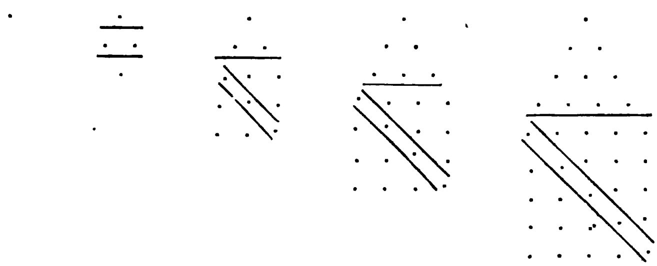
On peut aussi obtenir la figure des nombres carrés par la formule $l = n + d\,\frac{n(n-1)}{2}$ qui, pour $d = 2$, devient $l = n + 2\,\frac{n(n-1)}{2}$. On écrira sur une ligne les n unités du nombre n, puis on placera, de part et d'autre de cette ligne, les unités dont se compose le $(n-1)^e$ nombre triangulaire; on obtiendra les figures quadrangulaires suivantes, en remplaçant les unités par des points :

1 4 9 16 25 36



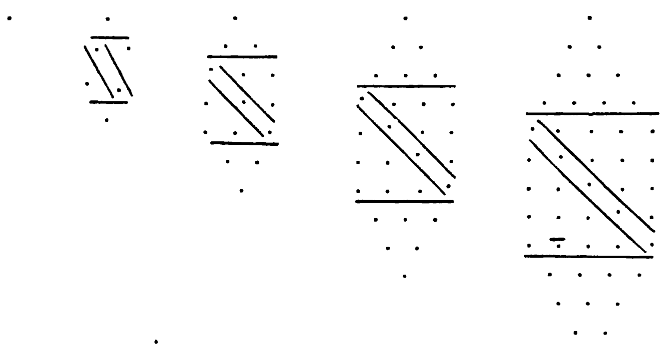
Les nombres pentagones sont donnés par la formule $l = n + 3\,\frac{n(n-1)}{2}$. On obtiendra donc leur représentation en ajoutant à n, trois fois le $(n-1)^e$ nombre triangulaire; ils peuvent donc être figurés de la manière suivante :

1 5 12 22 35



On aura les nombres hexagonaux en ajoutant à n, quatre fois le $(n-1)^e$ nombre triangulaire ; on peut donc leur donner cette forme :

1 6 15 28 45



On peut remarquer que la suite naturelle des nombres hexagonaux est égale à la suite des nombres triangulaires de rang impair. On démontre, en effet, que le n^e nombre hexagone est égal au $(2n-1)^e$ nombre triangulaire ; car, d'après la formule générale [A], donnée plus haut, chacun d'eux égale $n\,(2n-1)$.

Une autre remarque à faire, c'est que *les nombres parfaits,* c'est-à-dire égaux à la somme de leurs parties aliquotes, *sont tous hexagones et par conséquent triangulaires.*

En effet le n^e hexagone $l = n\,(2n-1)$. Supposons $n = 2^k$, on aura $l = 2^k\,(2^{k+1}-1)$. C'est la formule qui donne les nombres parfaits quand le facteur $2^{k+1}-1$ est premier ; donc les nombres parfaits sont hexagones et par conséquent triangulaires. Ainsi

6 =	2 × 3	est le	2e hexag.	et le	3e triangul.
28 =	4 × 7	est le	4e —	et le	7e —
496 =	16 × 31	est le	16e —	et le	31e —
8 128 =	64 × 127	est le	64e —	et le	127e —
33 550 336 =	4 096 × 8 191	est le	4 096e —	et le	8 191e —
8 589 869 056 =	65 536 × 131 071	est le	65 536e —	et le	131 071e —
137 438 691 328 =	262 144 × 524 287	est le	262 144e —	et le	524 287e —

et ainsi des autres.

Note VI. — *Des nombres pyramidaux* (I, xxx, p. 71).

Le n^e nombre pyramidal, à base triangulaire, est la somme des n premiers nombres triangulaires. On démontre qu'il est égal à $\frac{n(n+1)(n+2)}{1\,.\,2\,.\,3}$.

De même, le n^e nombre pyramidal, à base carrée, est la somme des n premiers nombres carrés. On démontre qu'il est égal à $\frac{n(n+1)(2n+1)}{1\,.\,2\,.\,3}$.

Le nombre pyramidal tronqué s'obtient en évaluant la pyramide totale et celle qui en a été enlevée, on prend la différence des deux valeurs. Soit une pyramide triangulaire tronquée dont le côté de la base inférieure vaut n et celui de la base supérieure p, le nombre pyramidal tronqué vaudra $\frac{n(n+1)(n+2)-(p-1)p(p+1)}{1\,.\,2\,.\,3}$.

Note VII. — *Des nombres latéraux et des nombres diagonaux* (I, xxxi, p. 75).

Les nombres latéraux et les nombres diagonaux sont définis par leur génération. Théon l'explique ainsi : il prend d'abord le côté 1 et la diagonale 1, puis il détermine successivement les autres côtés, en ajoutant au côté précédent la diagonale, et il détermine les autres nombres diagonaux en ajoutant à la diagonale precédente deux fois le côté correspondant. On obtient, d'après cette règle, le tableau suivant, complété par l'addition du double carré des côtés, et du carré des nombres diagonaux :

Côtés.	Nombres diagonaux.	Double carré des côtés.	Carré des nombres diagonaux.
1	1	2	$1 = 2 - 1$
$2 = 1 + 1$	$3 = 1 + 1 \times 2$	8	$9 = 8 + 1$
$5 = 2 + 3$	$7 = 3 + 2 \times 2$	50	$49 = 50 - 1$
$12 = 5 + 7$	$17 = 7 + 5 \times 2$	288	$289 = 288 + 1$
$29 = 12 + 17$	$41 = 17 + 12 \times 2$	1682	$1681 = 1682 - 1$
$70 = 29 + 41$	$99 = 41 + 29 \times 2$	.9800	$9801 = 9800 + 1$
$169 = 70 + 99$	$239 = 99 + 70 \times 2$	57122	$57121 = 57122 - 1$ etc.

Cette règle de Théon donne, en nombres entiers, la résolution du triangle rectangle isocèle, avec cette condition que la différence entre le carré de l'hypoténuse et le double carré du côté de l'angle droit ne soit que d'une unité, c'est-à-dire qu'elle donne, en nombres entiers, les solutions de l'équation $y^2 - 2x^2 = \pm 1$. Supposons que $y = a$ et $x = b$ soient une solution de l'équation, c'est-à-dire qu'on ait $a^2 - 2b^2 = \pm 1$, je dis que $x' = b + a$ et $y' = a + 2b$ en sont aussi une solution. On déduit, en effet, de ces deux dernières relations $y'^2 - 2x'^2 = 2b^2 - a^2$. Or $a^2 - 2b^2 = \pm 1$ par hypothèse, donc $y'^2 - 2x'^2 = \mp 1$. Mais $y = x = 1$ est une première solution de l'équation $y^2 - 2x^2 = -1$, on en conclura donc une infinité d'autres solutions, d'après la règle donnée par Théon.

Note VIII. — *De la perfection du nombre dix* (I, xxxii, p. 77).

Le nombre $10 = 1 + 2 + 3 + 4$; or 1 était le principe des nombres ; 2 représentait la première ligne (la ligne droite qui est définie par deux de ses points) ; 3 représentait la première surface (le triangle défini par ses trois sommets) ; et 4 représentait le premier solide (le tétraèdre défini par ses quatre sommets). Donc la décade $1 + 2 + 3 + 4$ symbolisait tout ce qui existe. Voyez pour plus de détails l'Épilogue : *Le nombre géométrique de Platon* (mémoire définitif).

Note IX. — *Sur l'addition et la soustraction des consonances* (II, xiii *bis*, p. 105).

Nommons A, B, C, trois sons tels que l'intervalle de B à A soit, par exemple, une quinte et l'intervalle de C à B une quarte. Soient a, b, c, les nombres correspondants à ces trois sons ; c est les 4/3 de b, et b les 3/2 de a, donc c est les 4/3 des 3/2 de a, c'est-à-dire qu'on a $c = 2a$. Quoique l'intervalle de C à A soit le produit des deux intervalles qu'il comprend, on dit qu'il est la somme de ces deux intervalles; ainsi l'on dit que l'octave est la somme d'une quinte et d'une quarte, mais le nombre qui mesure l'octave est le produit des deux nombres qui mesurent la quarte et la quinte.

Nommons encore A, B, C, trois sons tels que l'intervalle de B à A soit, par exemple, une quarte et que l'intervalle de C à A soit une quinte. Soient a, b, c, les nombres correspondants à ces sons et x l'intervalle de c à b. On a, d'après la remarque précédente $3/2 = 4/3 \times x$ d'où $x = 3/2 : 4/3 = 9/8 =$ un ton. Quoique l'intervalle de C à B soit le quotient de l'intervalle de C à A par l'intervalle de B à A, on dit qu'il est la différence de ces deux intervalles; ainsi l'on dit que le ton est l'excès de la quinte sur la quarte, mais le nombre qui mesure le ton est le quotient des deux nombres qui mesurent la quinte et la quarte.

Note X. — *Le diagramme musical de Platon comprend quatre octaves, une quinte et un ton* (II, xiii *bis*, p. 105).

Le diagramme musical de Platon comprend, en effet, les sons correspondants aux termes des deux progressions 1, 2, 4, 8, et 1, 3, 9, 27, et s'arrête à 27. Or le premier son de la première octave étant représenté par 1, les premiers sons de la deuxième, de la troisième, de la quatrième et de la cinquième octave sont respectivement représentés par 2, 4, 8, 16. La quinte de cette cinquième octave est exprimée par $16 \times 3/2 = 24$. Pour ajouter un ton à cette quinte, il fait multiplier 24 par 9/8, le résultat est 27, dernier terme du diagramme de Platon, qui comprend par conséquent quatre octaves plus une quinte et un ton. (Cf. le *Timée* p. 34 D-35 D.)

NOTE XI. — *De la valeur du demi-ton* (II, XIV, p. 113).

La moitié du ton $1 + 1/8$ n'est pas $1 + 1/16$. Cette moitié x est donnée par l'équation $x^2 = 9/8$ d'où, $x = \sqrt{9/8}$. Mais il faut remarquer que la valeur $1 + 1/16 = 17/16$ est très approchée, car si on en fait le carré, on obtient $289/256$ qui ne diffère, que de $1/256$, du ton $9/8 = \frac{9 \times 32}{8 \times 32} = \frac{288}{256}$.

Le limma est moindre que le demi-ton, parce qu'on a, comme on peut aisément le vérifier,

$$\left(\frac{256}{243}\right)^2 < \frac{9}{8} \quad \text{d'où} \quad \frac{256}{243} < \sqrt{\frac{9}{8}}$$

NOTE XII. — *Du système musical parfait formé de deux octaves* (II, XXXV, p. 145).

L'échelle musicale des anciens Grecs, décrite par Théon, avait l'étendue de la voix humaine. C'était une série descendante de deux octaves. Elle était formée de quatre petits systèmes, composés chacun de quatre sons dont les extrêmes donnaient la quarte, consonance maîtresse de laquelle découlaient les autres (II, XIII *bis*, p. 107, ligne 29).

Ces petits systèmes se nommaient tétracordes parce que les sons étaient donnés par la lyre à quatre cordes. Les cordes des instruments et les sons qu'elles rendaient portaient le même nom. Les deux extrêmes de chaque tétracorde étaient invariables ou immobiles; les deux intermédiaires étaient variables ou mobiles, elles recevaient différents degrés de tension constituant trois genres principaux d'harmonie : le diatonique, le chromatique et l'enharmonique.

Le premier tétracorde se nommait tétracorde des supérieures ou des *hyperbolées*, ὑπερϐολαίων.

Le deuxième s'appelait tétracorde disjoint ou des *disjointes*, διεζευγμένων, parce que sa dernière corde, c'est-à-dire la plus basse, était distincte de la première, ou la plus haute, du tétracorde suivant; elle en différait d'un ton. Les deux premiers tétracordes avaient une corde commune : la plus grave du tétracorde des hyperbolées était en même temps la plus aiguë du tétracorde des disjointes.

Le troisième était le tétracorde moyen ou des *mèses*, μέσων.

Le quatrième se nommait tétracorde des basses ou des *hypates*, ὑπατῶν. Ces deux tétracordes avaient une corde commune : la plus grave du tétracorde des mèses était en même temps la plus aiguë du tétracorde des hypates.

Le premier et le second tétracorde ayant une corde commune, ainsi que le troisième et le quatrième, l'ensemble des quatre tétracordes ne rendait que quatorze sons. Pour compléter les deux octaves, on a ajouté au-dessous du son le plus grave du tétracorde des hypates un quinzième son, plus bas d'un ton, qu'on a appelé *proslambanomène*, προσλαμβανόμενος, sous-entendu φθόγγος, ou προσλαμβανομένη sous entendu χορδή, c'est-à-dire son ajouté ou corde ajoutée.

De même que les tétracordes étaient désignés par des noms relatifs à leur position dans l'échelle musicale, les cordes étaient désignées par des noms relatifs à leur position dans chaque tétracorde.

La plus haute était la *nète* des hyperbolées, νήτη ὑπερβολαίων (*).

La seconde était la *paranète*, παρανήτη, c'est-à-dire voisine de la nète.

La troisième s'appelait *trite* des hyperbolées, τρίτη.

La quatrième et la cinquième étaient la *nète* et la *paranète* des disjointes, νήτη et παρανήτη διεζευγμένων.

La sixième, nommée *trite* des disjointes, τρίτη, était la troisième du tétracorde disjoint.

La septième et la huitième étaient la *paramèse*, παραμέση, c'est-à-dire voisine de la mèse, et la *mèse*, μέση.

La neuvième était la *lichane* des mèses, λίχανος μέσων (**).

(*) Νήτη pour νέατη, de νέατος, η, ον, nouveau, qui est à l'extrémité.

(**) Λίχανος, οῦ (ἡ), indicatrice (du genre), de λιχανός, οῦ (ὁ), index, indicateur : la lichane indiquait le genre qui était diatonique, chromatique ou enharmonique, suivant que l'intervalle du son de cette corde au son de la corde précédente valait un ton, un ton et demi ou deux tons.

La dixième et la onzième étaient la *parhypate* et l'*hypate* des mèses, παρυπάτη et ὑπάτη.

La douzième était l'*hyperhypate,* ὑπερυπάτη, ou *lichane* des hypates, λίχανος ὑπάτων.

La treizième et la quatorzième étaient la *parhypate* des hypates, παρυπάτη et l'*hypate* des hypates, ὑπάτη.

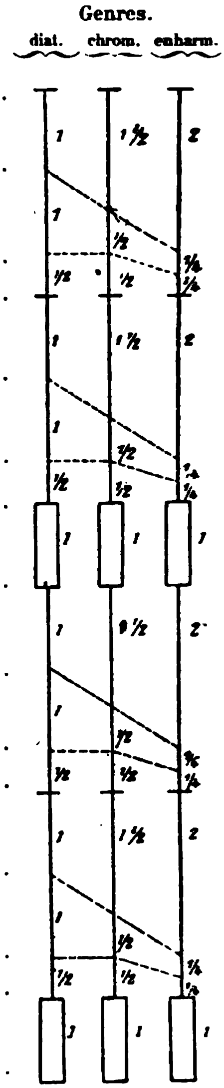
Enfin la quinzième était la *proslambanomène.*

La seconde corde de chaque tétracorde, c'est-à-dire la paranète des hyperbolées, la paranète des disjointes, la lichane des mèses et l'hyperhypate, étaient appelées aussi, suivant le genre : *diatone,* chromatique ou enharmonique, des hyperbolées, des disjointes, des mèses ou des hypates.

Voici un tableau de ce système parfait, avec indication des intervalles successifs dans les trois genres, diatonique, chromatique et enharmonique, le demi-ton ou limma étant égal à $\frac{256}{243}$.

Système parfait, formé de deux octaves,
comprenant les trois genres : diatonique, chromatique, enharmonique.

Tétracordes.	Cordes ou sons.
I des hyperbolées.	1 Nète des hyperbolées.....
	2 Paranète ou diatone........
	3 Trite......................
	4 Nète des disjointes........
II des disjointes...	5 Paranète ou diatone.......
	6 Trite......................
	7 Paramèse.................
	8 Mèse......................
III des mèses......	9 Lichane ou diatone........
	10 Parhypate.................
	11 Hypate....................
IV des hypates.....	12 Hyperhypate ou diatone...
	13 Parhypate.................
	14 Hypate....................
	15 Proslambanomène.........



Note XIII. — *Diagramme musical de Platon* (II, xxxvi, p. 153). — *Erreur probablement volontaire de Timée de Locres.*

Platon pour expliquer, dans le *Timée,* la formation de l'âme du monde, admet que Dieu divisa d'abord l'essence en *sept* parties qui sont entre elles comme les termes des deux progressions 1, 2, 4, 8 et 1, 3, 9, 27 dont l'une a pour raison 2 et l'autre pour raison 3.

Il dit ensuite que Dieu inséra, entre les termes successifs de ces deux progressions, deux moyennes dont l'une, que nous appelons moyenne arithmétique, égale leur demi-somme et dont l'autre est telle qu'elle surpasse un extrême et est surpassée par l'autre de la même fraction des extrêmes, c'est-à-dire que x étant la moyenne insérée entre a et b, on a $x - a : b - x = a : b$, d'où

$$x = \frac{2\,ab}{a+b} = \frac{a\,b}{1/2\,(a+b)}$$

de sorte que cette moyenne entre deux nombres s'obtient en divisant le double produit de ces deux nombres par leur somme, ou le produit des deux nombres par leur demi-somme. On l'appelle une *moyenne harmonique.*

Par cette double insertion on obtient les nombres suivants (à lire par colonnes horizontales) :

1	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2
2	$\frac{8}{3}$	3	4
4	$\frac{16}{3}$	6	8

Dans cette progression, le rapport de la moyenne arithmétique à la moyenne harmonique égale 9/8 : c'est la valeur du ton.

Platon insère ensuite entre chaque terme de la progression double et la moyenne harmonique qui le suit, ainsi qu'entre la moyenne arithmétique et le terme suivant, deux termes tels que le rapport de chacun d'eux au précédent soit aussi 9/8.

Cette opération effectuée sur la progression 1, 2, 4, 8, et prolongée jusqu'à ce qu'on obtienne le terme 27, donne les résultats contenus dans le tableau suivant :

TABLEAU I.

(A lire par colonnes verticales).

	1	2	4	8	16
	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{2}$	9	18
	$\frac{81}{64}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{81}{16}$	$\frac{81}{8}$	$\frac{81}{4}$
Moyennes harmoniques.	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{16}{3}$ *	$\frac{32}{3}$ *	$\frac{64}{3}$ *
Moyennes arithmétiques.	$\frac{3}{2}$	3	6	12	24
	$\frac{27}{16}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{27}{2}$	27
	$\frac{243}{128}$	$\frac{243}{64}$	$\frac{243}{32}$	$\frac{243}{16}$	
	2	4	8	16 *	

Pour substituer à ces nombres, généralement fractionnaires, des nombres entiers proportionnels, on peut les réduire au même plus petit dénominateur commun $128 \times 3 = 384$ et les multiplier tous par ce dénominateur, on obtient alors le tableau suivant :

TABLEAU II.

	384	768	1536	3072	6144
	432	864	1728	3456	6912
	486	972	1944	3888	7776
	512	1024	2048 *	4096 *	8192 *
	576	1152	2304	4608	9216
	648	1296	2592	5184	10368
	729	1458	2916	5832	
	768	1536	3072	6144 *	
Sommes.	4535	8302	16604		
TOTAL.	29441				

Si on insère de même une moyenne harmonique et une moyenne arithmétique entre les termes successifs de la progression triple, on obtient les nombres (à lire par colonnes horizontales) :

1	$\frac{3}{2}$	2	3
3	$\frac{9}{2}$	6	9
9	$\frac{27}{2}$	18	27

Les intervalles de 1 à 3, de 3 à 9, et de 9 à 27, étant ceux d'octave et quinte, Proclus (*) admet que Platon a d'abord rempli l'intervalle de 1 à 3, comme ceux de la progression double, et qu'il a ensuite triplé les termes obtenus de 1 à 3, pour avoir ceux de 3 à 9, et triplé les termes de 3 à 9, pour avoir ceux de 9 à 27.

L'opération ainsi effectuée donne des résultats qu'on peut multiplier par $128 \times 3 = 384$, plus petit commun multiple des dénominateurs, pour leur substituer des nombres entiers proportionnels. On obtient ainsi les deux tableaux suivants :

(A lire par colonnes verticales).

		Tableau III			Tableau IV.	
	1	3	9	384	1152	3456
	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{81}{8}$	432	1296	3888
	$\frac{81}{64}$	$\frac{243}{64}$	$\frac{729}{64}$ *	486	1458	4374 *
	$\frac{4}{3}$	4	12	512	1536	4608
Moyennes harmoniques.	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{27}{2}$	576	1728	5184
	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{16}$	$\frac{243}{16}$	648	1944	5832
	$\frac{243}{128}$	$\frac{729}{128}$ *	$\frac{2187}{128}$ *	729	2187 *	6561 *
Moyennes arithmétiques.	2	6	18	768	2304	6912
	$\frac{9}{4}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{81}{4}$	864	2592	7776
	$\frac{81}{32}$	$\frac{243}{32}$	$\frac{729}{32}$ *	972	2916	8748 *
	$\frac{8}{3}$	8	24	1024	3072	9216
	3	9	27	1152	3456	10368
					Somme..	76923

Nous faisons suivre d'une étoile les termes de la progression triple (tableaux III et IV) qui ne font pas partie de celle des doubles, et les termes de la progression double (tableaux I et II) qui ne font pas partie de celle des triples.

On lit dans le traité *De l'âme du monde et de la nature* qui porte le nom de Timée de Locres (ch. I, à la fin) : « Dieu fit l'âme la première, en prenant dans le mélange dont il l'a formée, une

(*) *Proclus in Timaeum*, p. 193 et suiv. de l'éd. de Bâle, 1534.

partie égale à 384 unités. Ce premier nombre trouvé, il est facile de calculer les termes de la progression double et de la progression triple. Tous ces termes disposés suivant les intervalles de tons et demi-tons, sont au nombre de 36 et donnent une somme totale égale à 114 695; et les divisions de l'âme sont elles-mêmes au nombre de 114 695 ». Or l'intention évidente de Platon a été de ne pas dépasser 8 dans la progression des doubles et 27 dans la progression des triples. Donc son diagramme contient :

1° 22 termes de la progression double, compris de 1×384 à 8×384 c'est-à-dire de 384 à 3072 (tableau II), qui valent....................................	29 441
2° 1 terme de la progression triple compris, de 384 à 3072, qui ne fait pas partie de la progression double (voy. tableaux IV et II), c'est........................	2 187
et enfin	
3° 12 termes de la progression triple, compris de 9×384 à 27×384 c'est-à-dire de 3456 à 10368 (tableau IV), qui valent..............................	76 923
Somme......................	108 551

Donc le diagramme de Platon contient $(22 + 1 + 12)$ ou 35 termes différents (et non 36), et la somme de ces 35 termes est 108 551 et non 114 695. La différence 6 144 des deux résultats est le terme 16×384 de la progression des doubles (tableau II), terme dont il ne faut pas tenir compte, car il dépasse 8×384 dans la progression des doubles et ne fait pas partie de la progression triple. Si on le compte, il faut compter aussi les deux termes 4096 et 8192, de la progression double, qui ne font pas partie de la progression triple.

Il y a donc une erreur dans le traité qui porte le nom de Timée de Locres. Si, suivant les intentions de Platon, on ne dépasse pas, en faisant les insertions, les cubes 8 et 27 dans les progressions respectives 1, 2, 4, 8, et 1, 3, 9, 27, le diagramme musical de Platon comprend 35 termes dont la somme est 108 551, inférieure de 6144, à la somme 114 695 de Timée de Locres (*).

(*) L'erreur de Timée de Locres est reproduite par tous les commentateurs. Voyez abbé Roussier, *Mémoire sur la musique des anciens*, Paris, 1770, in-4°, Sachant en quelle vénération les Pythagoriciens avaient le quaternaire (*), nous croyons fermement que l'erreur du Pseudo-Timée n'est pas involontaire. Le nombre 35 était certainement doué de perfection, c'était le produit du nombre septenaire par la demi-décade; mais le nombre 36 était encore plus parfait, c'était le produit du premier carré pair par le premier carré impair; et, par conséquent, il était lui-même un carré, c'est-à-dire une harmonie, et puis son côté 6 était un nombre vraiment parfait c'est-à-dire égal à la somme de ses parties aliquotes, car on a $6 = 1 + 2 + 3$. Le nombre 36 avait une autre vertu, écoutons Plutarque : «... Ce quaternaire, à savoir 36, célébré par les Pythagoriciens, semble avoir ceci d'admirable qu'il est la somme des quatre premiers nombres pairs et des quatre premiers nombres impairs...

$$(1 + 3 + 5 + 7) + (2 + 4 + 6 + 8) = 16 + 20 = 36$$

ἡ μὲν οὖν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ὑμνουμένη τετρακτὺς, τὰ ἓξ καὶ τὰ τριάκοντα, θαυμαστὸν ἔχειν δοκεῖ, το συγκεῖσθαι μὲν ἐκ πρώτων ἀρτίων τεσσάρων, καὶ πρώτων περισσῶν τεσσάρων... » De la création de l'âme dans le Timée § XXX.

Alors que les philosophes pythagorisant voulaient trouver partout des quaternaires, Timée, pour compléter le grand quaternaire 36, aura ajouté aux 35 termes du diagramme musical de Platon le terme 6144 correspondant au son 16, octave du son 8 qui est le dernier terme de la progression 1, 2, 4, 8.

Si le Pseudo-Timée n'a pas ajouté aussi au diagramme de Platon les deux termes 4096 et 8192, qui sont l'un la quinte aiguë, l'autre la quarte grave de 6144 et qui, comme 6144, ne font pas partie des termes insérés dans la progression des triples, c'est parce qu'alors le nombre total des termes eût été 38, au lieu de 36.

p. 248 et suiv. — V. Cousin, Traduction des *Œuvres de Platon,* Paris, 1839, in-8°, t. XII, p. 335. — J. Simon, *Du commentaire du Timée de Platon par Proclus,* Paris, 1839, in-8°, p. 163. — A.-J.-H. Vincent, *Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale,* 1847, t. XVI, 2e partie, p. 176 et suiv. etc.

(*) Voy. l'Épilogue, § VII.

NOTE XIV. — *Pourquoi le nombre six était appelé mariage* (II, XLV, p. 169).

On l'appelait aussi mariage parce qu'il est le produit du premier nombre pair 2 par le premier nombre impair 3. Les nombres impairs étaient considérés comme mâles et les nombres pairs comme femelles. « Si on les divise l'un et l'aultre en unitez, dit Plutarque (traduction d'Amyot), le pair monstrera un lieu vuide au milieu, là où le non-pair a toujours le milieu remply d'une de ses parties, et pour ceste cause, ils (les Pythagoriciens) ont opinion que le pair ressemble plus à la femelle et le non-pair au masle : καὶ διαιρουμένων εἰς τὰς μονάδας, ὁ μὲν ἄρτιος, καθάπερ τὸ θῆλυ, χώραν μεταξὺ κενὴν ἐνδίδωσι · τοῦ δὲ περιττοῦ μόριον ἀεί τι πλῆρες ὑπολείπεται · διὸ τὸν μὲν ἄῤῥενι, τὸν δὲ θήλει πρόσφορον νομίζουσιν. » (*Questions romaines*, CII, p. 288 C.)

NOTE XV. — *Sur les euripes* (II, XLVI, p. 173).

On a donné le nom d'euripes aux courants qui se produisent dans les détroits (εὖ bien, ῥιπή mouvement rapide, de ῥίπτω jeter).

Le plus célèbre était celui de Chalcis, entre l'Eubée et la Béotie, et dont la direction changeait sept fois par jour, suivant la plupart des auteurs anciens : « Il y a des marées particulières en certains lieux, dit Pline, ainsi le flux vient plusieurs fois dans le détroit de Messine, à Tauroménium, et sept fois par jour dans l'Euripe, auprès de l'Eubée. (*Hist. naturelle,* II, C, p. 143 de la trad. de Littré, édition Nisard.)

Le scholiaste de Stobée attribue avec raison les mouvements alternatifs de l'Euripe de Chalcis à l'effort des vagues pour franchir le détroit. (Voy. *Eclogae physicae,* t. II, p. 447, éd. Heeren, article intitulé : Περὶ τῆς ἐν Εὐβοίᾳ παλιῤῥοίας.)

Les variations du flux des euripes étaient très irrégulières : cette inconstance était très connue.

Platon dit dans le Phédon : «... Ni dans les choses, ni dans les raisonnements, il n'y a rien de vrai ni de stable; mais tout est dans un flux et un reflux continuel, comme l'Euripe, et rien ne demeure un moment dans le même état : « ... οὔτε τῶν πραγμάτων οὐδενὸς οὐδὲν ὑγιὲς οὐδὲ βέβαιον οὔτε τῶν λόγων, ἀλλὰ πάντα τὰ ὄντα, ἀτεχνῶς ὥσπερ ἐν Εὐρίπῳ, ἄνω καὶ κάτω στρέφεται καὶ χρόνον οὐδένα ἐν οὐδενὶ μένει » (*Phédon,* XXXIX, p. 90 C.) Lucain dit aussi, dans la *Pharsale :* « les flots inconstants de l'Euripe entraînent les vaisseaux de Chalcis vers Aulis si funeste aux nochers

« *Euripusque trahit, cursum mutantibus undis,*
« *Chalcidicas puppes ad iniquam classibus Aulim.* »
(*La Pharsale,* Chant V, vs. 235-236.)

L'idée superstitieuse attachée au nombre *sept* paraît expliquer l'hypothèse de Théon, hypothèse suivant laquelle les euripes varient sept fois par jour.

Note XVI. — *Détermination de la moyenne harmonique entre deux nombres donnés* (II, lxi, p. 197).

a, b, c étant les trois nombres qui donnent la proportion harmonique $a - b : b - c = a : c$, la première règle de Théon se traduit par la formule $b = \frac{(a-c)c}{a+c} + c$, valeur égale à $\frac{2ac}{a+c}$; elle est donc générale quel que soit le rapport de a à c.

La seconde règle se traduit par la formule $b = \frac{(a-c)^2}{2(a+c)} + c$; cette valeur n'est égale à $\frac{2ac}{a+c}$ que pour $a = c$, solution à rejeter, et pour $a = 3c$. Théon donne en effet la seconde règle pour les nombres en rapport triple, 18 et 6.

L'auteur ayant fait la remarque (II, lvii, p. 189) que, dans la proportion harmonique, le produit de la somme des nombres extrêmes par la moyenne harmonique est égal au double produit des nombres extrêmes, nous sommes étonné qu'il n'ait pas conclu de cette égalité la valeur de la moyenne harmonique.

Note XVII. — *Sur la mesure du volume de la terre* (III, iii; p. 211).

Le passage est altéré et les manuscrits présentent une lacune à la fin. Henri Martin, en essayant de le restituer, a fait une faute de calcul. Le diamètre d de la terre étant égal à 80182 stades, on a

$$d^2 = 64\,2915\,3124 \quad \text{au lieu de} \quad 64\,2715\,3124.$$

Le chiffre inexact 7, des centaines de myriades, substitué au chiffre exact 9, a donné à H. Martin des valeurs inexactes pour

d^3, pour $1/14\ d^3$ et pour 22/3 de $1/14\ d^3$ ou $11/21\ d^3$ qui exprime le volume de la sphère de diamètre d. Il faut

$$
\begin{array}{lll}
d^3 = 515\,5023\,5578\,8568 & \text{au lieu de} & 515\,3419\,9178\,8568 \\
1/14\ d^3 = 36\,8215\,9684\,2040 + 4/7 & \text{»} & 36\,8101\,4227\,0612 \\
11/21\ d^3 = 270\,0250\,4350\,8297 + 11/21 & \text{»} & 269\,9410\,4331\,7821 + \frac{1}{3}
\end{array}
$$

Ainsi le volume de la terre, évalué en stades cubiques, en supposant le rapport de la circonférence au diamètre égal à 22/7, vaut, d'après la mesure de l'arc de méridien faite par Ératosthène, 270 troisièmes myriades, 250 deuxièmes myriades, 4350 myriades, 8297 monades et 11/21. Non seulement cette fraction est illusoire, mais on peut compter, tout au plus, sur les deux ou trois premiers chiffres du résultat. C'est l'expression de ce volume que nous avons restituée pp. 210 et 211.

Note XVIII. — *Sur le mythe de Pamphylien dans la République de Platon* pp. 616B-617B. (III, xvi, pp. 233-237).

Il résulte du récit de Platon que, des huit globes concentriques, le premier extérieurement est celui des étoiles fixes, le second est celui qui porte Saturne, le troisième porte Jupiter, le quatrième Mars, le cinquième Mercure, le sixième Vénus, le septième le Soleil et le huitième la lune. La terre est au centre du système.

Les couleurs et les vitesses des fuseaux répondent à celles des astres qu'ils portent, et la largeur inégale des bords colorés répond à l'écart inégal des planètes dans leur course à travers la zône zodiacale et quelquefois au delà. La sphère des étoiles fixes est en effet, de couleur variée, puisque les étoiles ont des nuances diverses. Le septième cercle, celui du soleil, est très éclatant; le huitième, celui de la lune, lui emprunte son éclat. La nuance un peu jaune du second et du cinquième est bien celle de Saturne et de Mercure. La blancheur du troisième et la rougeur du quatrième caractérisent parfaitement l'aspect de Jupiter et de Mars. Enfin le sixième cercle est donné comme le plus éclatant après le soleil, ce qui est vrai de Vénus. Une vitesse égale est attribuée à Mercure, à Vénus et au soleil : le soleil, dans sa course apparente autour de la terre, entraîne, en effet, Mercure et Vénus.

INDEX DES MOTS GRECS

Qu'on ne trouve pas dans les dictionnaires ou qu'on n'y trouve pas traduits dans le sens que leur attribue Théon. — Les mots qui manquent au *Thesaurus graecae linguae* d'Henri Estienne (éd. Didot) sont précédés d'une étoile.

---

teurs qui diffèrent d'une unité, c'est-à-dire de la forme $m(m+1)$. I, XIII, 42.

εὐθυμετρικός (ἀριθμός), nombre qui ne se mesure qu'en longueur, c'est-à-dire nombre premier. I, VI, 36.

ἐφαπτομένη (γραμμή), ligne tangente.

ἰσάκις ἴσος (ἀριθμός), nombre également égal ou carré. I, XI, 42.

κανών, όνος, ὁ, canon harmonique : instrument à une ou deux cordes sonores, servant à démontrer les lois numériques des sons. II, XXXV, 142.

καταπύκνωσις, εως, ἡ, insertion de moyens entre deux termes, division d'une corde sonore en petites parties.

κυκλοειδής (ἀριθμός), nombre circulaire : nombre dont les puissances ont la même terminaison que lui. I, XXIV, 64.

λεῖμμα, ατος, τό, limma : excès de la quarte sur le double ton, c'est-à-dire $4/3 : (9/8)^2$, intervalle un peu moindre que le demiton. II, XIV, 106; XV, 112; XXXIV, 140.

μεσότης, ητος, ἡ, médiété : proportion formée de trois nombres, telle que l'excès du premier sur le second est à l'excès du second sur le troisième, comme le premier est à lui-même, au second ou au troisième. II, L, 174; LIV, 186.

μῆκος, εος-ους, τό, longitude. III, *passim*.

μοίρα, ἡ, degré d'une circonférence généralement divisée en 360 parties égales.

* μηχανοσφαιροποιΐα, ἡ, construction de sphères artificielles. III, XXXI, 290.

ὁμαλός, ή, όν, uniforme : ὁμαλὴ κίνησις, mouvement uniforme, c'est-à-dire dans lequel les espaces parcourus en temps égaux sont égaux.

ὅμοιοι (ἀριθμοί), nombres semblables. I, XXII, 60.

παραβάλλω, diviser un nombre par un autre. II, XLI, 194.

παραβολή, ἡ, division d'un nombre par un autre.

παρανατολή, ἡ, lever simultané (en parlant de plusieurs astres). III, XLI, 324.

περιοχή, ἡ, produit de plusieurs nombres. I, VII, 40.

πλάτος, εος-ους, τό, quotient : τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς, le quotient de la division. II, LXI, 194.

πλάτος, εος-ους, τό, latitude. III, *passim*.

πλευρά, ἡ, facteur, racine carrée ou cubique.

parce qu'elles recevaient différents degrés de tension suivant le genre. Les sons, en montant, correspondaient,

dans le genre diatonique, à *mi* *fa* *sol* *la*,
dans le chromatique, à *mi* *fa* *fa dièze* *la*,
et dans l'enharmonique, à *mi* *mi quart de ton* *fa* *la*.

τριημιτονιαῖος, α, ον, d'un intervalle de trihémiton, c'est-à-dire d'un ton et demi ou trois demi-tons. III, xv, 230.

ὑπεπιμερής, ὁ, ἡ, hypépimère, rapport inverse du rapport épimère. II, xxv, 126.

ὑπεπιμόριος, ὁ, ἡ, sous-superpartiel ou sous-sesquipartiel, rapport inverse du rapport sesquipartiel. II, xxiv, 124.

ὑπεπιτέταρτος, ὁ, ἡ, sous-sesquiquarte, rapport inverse de celui de 5 à 4, c'est-à-dire rapport de 4 à 5, égal à 4/5 ou 1 — 1/5.

ὑπεπίτριτος, ὁ, ἡ, sous-sesquitierce, rapport inverse de celui de 4 à 3, c'est-à-dire rapport de 3 à 4, égal à 3/4 ou 1 — 1/4.

ὑπεπόγδοος, ὁ, ἡ, sous-sesquioctave, rapport inverse de celui de 9 à 8, c'est-à-dire rapport de 8 à 9 égal à 8/9 ou 1 — 1/9.

ὑπερτέλειος (ἀριθμός), nombre abondant : nombre dont la somme des parties aliquotes est plus grande que le nombre lui-même. I, xxxii, 74.

ὑπόλειψις, εως, ἡ, abandon apparent d'une planète dans le mouvement diurne apparent de l'univers d'orient en occident, et par conséquent mouvement vers l'orient : la planète est en quelque sorte laissée en arrière, ὑπολείπεται. III, *passim*.

ὑπο-πολλαπλασιεπιμερής, ὁ, ἡ, hypo-polyépimère, rapport inverse du rapport polyépimère. II, xxvii, 130.

ὑφημιόλιος, ὁ, ἡ, sous-sesquialtère, rapport inverse de celui de 3 à 2, c'est-à-dire rapport de 2 à 3 ou 2/3 égal à 1 — 1/3.

χελυοξόος, de χέλυς, écaille de tortue, et peut-être, ὀξεῖα, sonore : lyre inventée par Mercure. Elle n'avait que quatre cordes dont les deux extrêmes donnaient l'octave. Les deux moyennes, distantes d'un ton, sonnaient la quarte avec l'extrême voisine et la quinte avec l'autre extrême. III, xv, 228.

* χιλιοκτακοσιογδοηκονταπλασίων, ὁ, ἡ, 1880 fois. III, xxxix, 318.

χρωματικός, ή, όν, χρ. ἁρμονία, harmonie chromatique qui procède, dans chaque tétracorde, en allant de l'aigu au grave, par un trihémiton (intervalle non divisé d'un ton et demi), puis deux demi-tons. II, x, 92.

INDEX DES MOTS FRANÇAIS

Traduits du texte de Théon, qu'on ne trouve pas dans les dictionnaires. — Les mots qui manquent au *Dictionnaire de la langue française de Littré* (éd. Hachette) sont précédés d'une étoile (*).

---

* Antiphonie, ἀντιφωνία (voix contre voix), accord de deux voix à l'octave ou à la double octave.

* Bomisque, βωμίσκος (petit autel), parallélipipède rectangle dont les trois côtés sont inégaux.

* Dadouchie, δαδουχία (de δᾴς torche, ἔχω avoir) procéssion aux flambeaux : l'une des cérémonies de l'initiation aux mystères.

Déficient, *deficiens*, ἐλλιπής. Nombre ( ) : nombre dont la somme des parties aliquotes est moindre que le nombre lui-même.

Diagramme, διάγραμμα, ατος, τό, tableau ou modèle présentant l'étendue générale de tous les sons d'un système.

Diésis, δίεσις, le plus petit intervalle dans chaque genre : par conséquent, quart de ton dans le genre enharmonique et demi-ton dans les deux autres (le diatonique et le chromatique).

Diton, δίτονος, intervalle de deux tons non divisé.

* Docide, δοκίς, ίδος (poutrelle), parallélipipède rectangle ayant deux côtés égaux et le troisième plus grand.

Épimère, ἐπιμερής. Rapport ( ) : rapport de la forme $1 + \frac{m}{m+n}$.

Épitrite, ἐπίτριτος, ou sesquitierce. Rapport ( ) : rapport de 4 à 3. Il mesure la consonance de quarte.

* Euthymétrique, εὐθυμετρικός. Nombre ( ) : nombre qui se mesure en longueur seulement, c'est-à-dire nombre premier.

* Hémiole, ἡμιόλιος, ou sesquialtère : rapport de 3 à 2. Il mesure la consonance de quinte.

(*) Pour mieux comprendre l'explication de quelques termes relatifs à la musique, on peut voir la note XII, p. 343, sur le système musical parfait formé de deux octaves, et surtout le tableau qui termine cette note.

Paraphonie, παραφωνία, consonance résultant, comme la quarte et la quinte, de deux sons qui ne sont ni à l'unisson ni à l'octave.

Parhypate, παρυπάτη, corde voisine de l'hypate.

Plinthe, πλινθίς (carreau), parallélipipède rectangle ayant deux côtés égaux et le troisième plus petit.

* Polyépimère, πολλαπλασιεπιμερής, nombre fractionnaire de la forme $a + \frac{m}{m+n}$.

* Promèque, προμήκης, produit de deux nombres différents.

* Proslambanomène, προσλαμβανόμενη, corde *ajoutée*, rendant le son le plus grave du système parfait.

* Sesquioctave, *sesquioctavus*, ἐπόγδοος, un huitième en plus de l'unité, c'est-à-dire $1 + 1/8$.

* Sesquipartiel ou superpartiel, *superpartiens*, ἐπιμόριος. Rapport (   ) : rapport contenant une partie en plus de l'unité, c'est-à-dire de la forme $1 + 1/m$.

* Sesquiquarte, *sesquiquartus*, ἐπιτέταρτος, un quart en plus de l'unité, c'est-à-dire $1 + 1/4$.

* Sesquiquinte, ἐπίπεμπτος, un cinquième en plus de l'unité, c'est-à-dire $1 + 1/5$.

Sesquitierce, *sesquitertius*, ἐπίτριτος, un tiers en plus de l'unité, c'est-à-dire $1 + 1/3$.

* Sous-sesquioctave, ὑπεπόγδοος, rapport de 8 à 9 inverse du rapport sesquioctave 9/8.

* Sous-sesquipartiel, ὑπεπιμόριος, rapport inverse du rapport sesquipartiel.

* Sous-sesquiquarte, ὑπεπιτέταρτος, rapport de 4 à 5 inverse du rapport sesquiquarte 5/4.

* Superpartiel, voy. sesquipartiel.

* Trihémiton, τριημιτόνιον, intervalle d'un ton et demi non divisé.

* Trite, τρίτη, sous-entendu χορδή, troisième corde du tétracorde des hyperbolées et du tétracorde disjoint, en allant de l'aigu au grave,

ÉPILOGUE

LE NOMBRE GÉOMÉTRIQUE DE PLATON

(MÉMOIRE DÉFINITIF)

LE NOMBRE GÉOMÉTRIQUE

DE PLATON

I. *Introduction.*

La lecture des œuvres de quelques anciens auteurs grecs (Jamblique, Nicomaque de Gérase, Proclus et surtout Plutarque) nous a conduit incidemment, dès 1880, à nous occuper d'un passage des œuvres de Platon où il est question du *Nombre géométrique* (*République,* VIII, p. 546 BC). Après un premier essai infructueux, nous avons publié, en 1882, à la librairie Hachette, une solution à peu près complète du problème et nous avons annoncé que le nombre de Platon est 76 myriades, c'est-à-dire en langage moderne 760 000 (*).

Un fragment inédit du commentaire de Proclus sur le passage qui nous occupait a été publié à Berlin en 1886, dans le second volume des *Anecdota varia graeca et latina,* sous ce titre : Μέλισσα εἰς τὸν ἐν Πολιτείᾳ λόγον τῶν Μουσῶν. Nous avons lu attentivement ce commentaire : il est *tout philosophique,* et nous n'y avons rien trouvé qui puisse infirmer notre solution, au contraire. Nous venons la résumer, *pour la dernière fois,* en y apportant quelques modifications de détail et quel-

(*) Voy. aussi *Le nombre géométrique de Platon, troisième mémoire,* inséré dans l'*Annuaire de l'Association pour l'encouragement des études grecques en France,* année 1884, et un quatrième mémoire, résumé du précédent, avec quelques modifications légères, inséré dans l'*Annuaire de l'Association française pour l'avancement des sciences,* congrès de Nancy, 1886.

ques renseignements tout à fait nouveaux. Nous espérons avoir éclairci les dernières difficultés. Nous ne parlons que de l'interprétation mathématique, laissant aux philosophes l'explication de la rêverie poétique de Platon.

Nous allons d'abord exposer l'état de la question.

II. *Exposition du sujet.*

Les anciens philosophes nommaient *grande année,* ou *année parfaite,* l'espace de temps après lequel les astres — qu'ils connaissaient — devaient se retrouver aux mêmes points du ciel. « Le nombre parfait du temps est rempli, dit Platon dans le *Timée* (p. 39 D), la grande année parfaite est complète, lorsque les huit révolutions de vitesses différentes, venant à s'achever ensemble, se retrouvent comme au premier point de départ. » Ces huit révolutions étaient celles de la lune, du soleil, de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter, de Saturne et des étoiles fixes. La conception de cette grande année est attribuée par Théon à Œnopide de Chio. Voy. Théon, III, XL, 321.

Les philosophes croyaient aussi que l'humanité a des retours périodiques comme le monde planétaire, c'est-à-dire qu'après un certain temps, tous les événements humains, par une force invincible, doivent se reproduire dans le même ordre. Plutarque, commentant le passage précédent du *Timée,* dans le livre *Du Destin* (§ 3), s'exprime ainsi sur la *grande année de l'humanité* : « Dans cet espace de temps qui est déterminé et que perçoit notre intelligence, ce qui, *au ciel et sur la terre,* subsiste en vertu d'une nécessité primordiale, sera constitué dans le même état et de nouveau toutes choses seront exactement rétablies selon leurs anciennes conditions..... Supposons, afin de rendre la chose plus claire en ce qui nous regarde, que ce soit par l'effet d'une disposition céleste que je vous écris en ce moment ces lignes et que vous faites ce que vous vous trouvez à faire à cette heure, eh bien ! quand sera revenue la même cause, avec elle reviendront les mêmes effets, et nous reparaîtrons pour accomplir les mêmes actes. Ainsi il en sera également pour tous les hommes. »

Dans cet ordre d'idées, les deux périodes ne formeraient qu'une seule et même grande année.

Platon n'a pas désigné le nombre qui, dans sa pensée, représentait la grande année humaine et qui, d'après lui, exerçait une influence sur les mariages et sur les naissances. Il le voile en quelque sorte et fait intervenir les Muses qui, « moitié sérieusement, moitié en badinant », indiquent la suite des opérations à faire pour l'obtenir. On était persuadé que la science doit se couvrir d'un voile qui donne plus d'attraits aux trésors qu'il recèle (*) et il pouvait y avoir quelque inconvénient à enseigner ouvertement certaine doctrine. Il y avait d'ailleurs alors deux enseignements, l'un *exotérique* ou extérieur, à l'usage de la foule, l'autre *esotérique* ou intérieur professé aux seuls adeptes et qui ne leur était communiqué qu'*oralement*. Il est très probable que la valeur du nombre géométrique n'a été révélée qu'aux seuls adeptes.

III. *Texte du « lieu »*.

Opinions de Schleiermacher et de Cousin.

Voici le texte du lieu, d'après l'édition de Platon publiée par les soins d'Ernest Schneider dans la collection Didot. Nous respectons scrupuleusement ce texte qui nous paraît avoir été bien inutilement tourmenté par plusieurs commentateurs.

Ἔστι δὲ θείῳ μὲν γεννητῷ περίοδος ἣν ἀριθμὸς περιλαμβάνει τέλειος, ἀνθρωπείῳ δὲ ἐν ᾧ πρώτῳ αὐξήσεις δυνάμεναί τε καὶ δυναστευόμεναι τρεῖς ἀποστάσεις, τέτταρας δὲ ὅρους λαβοῦσαι

(*) Cf. J.-J. Barthélemy, *Voyage du jeune Anacharsis en Grèce*, ch. LXXV, Entretien sur l'Institut de Pythagore.

ὁμοιούντων τε καὶ ἀνομοιούντων καὶ αὐξόντων καὶ φθινόντων, πάντα προσήγορα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα ἀπέφηναν· ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγεὶς δύο ἁρμονίας παρέχεται τρὶς αὐξηθείς, τὴν μὲν ἴσην ἰσάκις, ἑκατὸν τοσαυτάκις, τὴν δὲ ἰσομήκη μὲν τῇ, προμήκη δέ, ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος, δεομένων ἑνὸς ἑκάστων, ἀῤῥήτων δὲ δυεῖν, ἑκατὸν δὲ κύβων τριάδος. Ξύμπας δὲ οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικός, τοιούτου κύριος, ἀμεινόνων τε καὶ χειρόνων γενέσεων. (*République,* VIII, p. 546 BC.)

Dans ce passage, il est question de deux périodes, l'une relative au divin engendré (les astres), l'autre relative à l'humain engendré. Platon ne s'occupe que de la seconde période.

La phrase qui la définit devait être claire pour les contemporains de Platon, car le lieu n'est commenté scientifiquement, d'une manière suivie, par aucun des auteurs anciens qui en font mention : ils se bornent en général à *philosopher* sur le passage. Aristote en a paraphrasé les deux mots τρὶς αὐξηθείς. « Dans la *République,* dit-il, Socrate parle des révolutions, mais il n'en parle pas très bien ;..... à son avis, elles viennent de ce que rien ne dure et que tout change périodiquement. Il ajoute que la base des révolutions périodiques est le fond épitrite joint à cinq (c'est-à-dire $4/3 + 5$ ou $19/3$) qui offre deux harmonies, quand le nombre décrit, qui est un produit, a été obtenu (mot à mot, quand le nombre de cette description est devenu solide) : Ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ λέγεται μὲν περὶ τῶν μεταβολῶν ὑπὸ τοῦ Σωκράτους, οὐ μέντοι λέγεται καλῶς,.... φησὶ γὰρ αἴτιον εἶναι τὸ μὴ μένειν μηθὲν ἀλλ' ἔν τινι περίοδῳ μεταβάλλειν, ἀρχὴν δ' εἶναι τούτων ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγεὶς δύο ἁρμονίας παρέχεται, λέγων ὅταν ὁ τοῦ διαγράμματος ἀριθμὸς τούτου γένηται στερεός,.... » (*La Politique,* V, x, 1.)

Parmi les commentateurs modernes, depuis le XVe siècle jusqu'à nos jours, les uns, après avoir trouvé un nombre qui satisfait à l'explication de quelques termes du texte, sont prisonniers dans le cercle de leur pensée et torturent le sens des autres termes. Les autres refusent tout sens au passage; leur conclusion se résume généralement ainsi : *atque de sensu quidem desperandum videtur.*

Parmi les philosophes modernes qui n'ont pas désespéré, nous citerons Schleiermacher et Cousin.

Schleiermacher, célèbre philologue allemand (1768-1834), déclare, dans ses notes sur la *République,* que c'est l'impossibilité d'entendre ce passage et l'espérance toujours renaissante et toujours trompée de finir par l'entendre, avec le secours des autres et par ses propres efforts souvent renouvelés, qui lui ont fait interrompre pendant douze années entières sa traduction de Platon (*). « Toujours est-il certain, dit-il, que Platon a choisi un nombre remarquable par sa construction, au moyen duquel il pouvait indiquer aux connaisseurs quelque chose qu'il préférait ne pas énoncer directement; car je ne puis en aucune façon admettre qu'il ait voulu tourmenter ses lecteurs et faire en sorte qu'après avoir pris beaucoup de peine, ils fussent condamnés à rester à la fin dans l'embarras. J'aimerais bien mieux croire qu'avec notre connaissance passablement défectueuse de la langue mathématique des Grecs, nous ne sommes peut-être pas en état d'arriver ici à quelque chose de certain. » Après avoir discuté la question — sans succès — jusqu'à τρὶς αὐξηθείς, il termine ainsi : « Quant au reste, je n'y entends rien et ne veux point passer pour y rien entendre. Ainsi, que ce problème demeure encore réservé à la bonne fortune de quelque autre; pour moi, je ne puis le considérer comme résolu par les travaux tentés jusqu'ici; et je me trouverais heureux si les soupçons que je viens d'énoncer donnent lieu à quelque nouvelle tentative de la part d'un connaisseur. » (**)

Nous donnons plus loin (IX, VIII) la traduction française littérale de la version allemande de Schleiermacher.

(*) *Platons Werke*, Berlin, 1817-28; œuvre inachevée.
(**) *Œuvres de Platon,* traduites par Victor Cousin, t. X, note p. 321-342.

Victor Cousin (1792-1867) n'a pas traduit le passage, n'y trouvant pas un sens qui le satisfasse ; il renvoie le lecteur à une note dont voici le début : « Ce qui me confond le plus dans cette phrase, d'une obscurité devenue proverbiale, c'est qu'elle n'ait pas plus tourmenté les philosophes grecs, venus après Platon, et qu'ils la citent, la critiquent, la commentent, en n'ayant pas l'air de n'y rien comprendre. » Puis, s'adressant à ceux qui pensent se tirer d'affaire en affirmant qu'il y a là quelque extravagance mystique et que Platon ne se comprenait pas lui-même, il dit : « Je déclare humblement que cette manière d'interpréter les passages difficiles des grands penseurs de l'antiquité est au-dessus de ma portée, et je demeure très convaincu qu'une phrase écrite par Platon et commentée par Aristote, est fort intelligible en elle-même, alors même qu'elle ne le serait plus pour nous... La langue de la géométrie ancienne ne nous est point assez bien connue pour que nous ayons une idée exacte de la valeur précise de tous les mots techniques de la phrase de Platon et du résumé d'Aristote..... Il n'appartient donc qu'à des hommes qui ont fait une étude particulière de la géométrie ancienne d'aborder la présente difficulté avec quelque chance de succès ; et, comme je ne suis nullement dans ce cas, l'inutilité de mes efforts n'est pas une raison pour moi de désespérer qu'avec le temps et une connaissance plus approfondie de la géométrie des Grecs, de plus habiles ne viennent à bout de résoudre ce nœud embarrassé (*). »

IV. *Raisons qui ont pu déterminer le choix de Platon.*

Avant de traduire mot à mot le langage des Muses, nous allons essayer de trouver certains éléments probables du nombre mystérieux, afin de préparer le lecteur.

(*) *Œuvres de Platon*, traduites par Victor Cousin, t. X, même note.

Tout en badinant, Platon ne peut avoir pris au hasard les éléments de ce nombre. Il était philosophe et géomètre. Pour lui, la grande année embrassant la totalité des événements humains, est nécessairement un multiple commun des périodes inférieures — réelles ou hypothétiques — connues de son temps et se rapportant à la vie humaine. Il n'est pas admissible que cette vérité mathématique ait été méconnue du philosophe qui affirmait que les connaissances géométriques étaient indispensables à son auditoire et avait inscrit sur la porte de son école :

« Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre. »

« Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. »

Or d'abord, dans le *Phèdre* (p. 248 E), Platon qui croyait à la transmigration des âmes, s'exprime ainsi : « L'âme qui a vécu selon la justice échange sa condition contre une condition meilleure ; celle qui a vécu dans l'injustice échange la sienne contre une plus malheureuse, et aucune âme ne revient au point de départ qu'après *dix mille ans.* » Ainsi le retour de chaque âme au lieu de départ se fait, d'après Platon, au bout de 10 000 années. Le nombre mystérieux est donc certainement un multiple de 10 000.

De plus, quand Platon vint au monde (430 ans avant J.-C.), l'athénien Méton venait de découvrir qu'après 19 ans, qui correspondent à 235 lunaisons, le soleil et la lune se retrouvent ensemble aux mêmes points du ciel ; donc la grande année astronomique devait, pour Platon, être un multiple de 19 ; mais les mêmes événements humains devant se reproduire dans les mêmes conditions astronomiques, il devait croire que la grande année de l'humanité est un multiple de la grande année astronomique (*) et par conséquent un multiple de 19 ; et, comme elle est déjà, sans aucun doute, un multiple de 10 000, elle est un multiple de $19 \times 10\,000$ ou

(*) Cf. Proclus, *Sur le Timée*, liv. IV, p. 271 de l'éd. de Bâle, 1534, in-fol.

19 myriades, donc le nombre de Platon doit être 19 myriades, ou 2 fois 19 myriades, ou 3 fois, ou 4 fois,.... c'est-à-dire 19 myriades, ou 38 myriades, ou 57 myriades, ou 76 myriades,... La traduction littérale du texte nous apprend que c'est 76 myriades (*).

Pythagore avait découvert que, dans tout triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés; et il avait étudié spécialement le triangle rectangle dont les côtés sont 3, 4 et 5. Or, d'après le témoignage de Plutarque et d'Aristide Quintilien, ce triangle entre dans la formation du nombre de Platon. Plutarque l'appelle « le plus beau des triangles rectangles », et il ajoute : « c'est de ce triangle que Platon *semble* s'être servi dans la *République* pour former le nombre *nuptial :* ᾧ καὶ Πλάτων ἐν τῇ Πολιτείᾳ δοκεῖ τούτῳ προσκεχρῆσθαι τὸ γαμήλιον διάγραμμα συντάττων. » (*Sur Isis et Osiris,* 56.) Cette citation montre que l'interprétation complète du lieu de Platon était probablement inconnue de Plutarque.

Le témoignage d'Aristide Quintilien est plus précis et plus affirmatif. On lit, en effet, au livre III de son traité *Sur la musique :* « Les côtés de ce triangle étant 3, 4, 5, comme je l'ai dit, si on en fait la somme on obtient le nombre 12;... les côtés de l'angle droit sont dans le rapport épitrite (c'est-à-dire 4/3), et c'est du fond de l'épitrite ajouté à 5 (c'est-à-dire $4/3 + 5$) que parle Platon (dans la *République*) : τοῦ δὲ τοιούτου τριγώνου συνεστῶτος, ὡς ἔφην, ἐκ τριῶν, καὶ τεσσάρων, καὶ πέντε, εἰ τὰς πλευρὰς ἀριθμητικῶς συνθείημεν, ἡ τῶν δώδεκα πληροῦται ποσότης... αἱ δὲ τὴν ὀρθὴν περιέχουσαι δηλοῦσι τὸν ἐπίτριτον, τούτου δὴ καὶ Πλάτων φησὶν ἐπίτριτον πυθμένα πεντάδι συζυγέντα (**). »

Aristide Quintilien nous apprend donc, comme Aristote,

(*) Cette remarque, à savoir qu'on peut, pour ainsi dire, affirmer *a priori* que le nombre de Platon est un multiple de 19 myriades, est de M. Auguste Bertauld. Voy. la fin de la préface de notre traduction de Théon.

(**) *Antiquæ musicæ auctores septem,* éd. de Meybaun, t. II, pp. 151-152.

que la somme 4/3 + 5, ou 19/3, entre dans la formation du nombre géométrique. Remarquons que le cycle de Méton est un multiple de cette somme, il la contient exactement 3 fois.

Pythagore a fait une découverte encore plus éclatante que la propriété du triangle rectangle : Si on tend une corde sonore, et si on fait vibrer successivement la corde entière, puis la moitié, les deux tiers et les trois quarts, on a, quel que soit le son rendu par la corde entière, avec la moitié l'octave, avec les deux tiers la quinte et avec les trois quarts la quarte. Les longueurs de corde qui donnent l'octave, la quinte et la quarte, sont donc comme 1 est à 2 pour l'octave, comme 2 est à 3 pour la quinte et comme 3 est à 4 pour la quarte. « Pythagore, dit Diogène Laerte, découvrit le rapport numérique des sons rendus par une seule corde : τόν τε κανόνα τὸν ἐκ μιᾶς χορδῆς εὑρεῖν (*) » (VIII, 12).

L'importance de cette première découverte d'une loi mathématique fit donner aux nombres 1, 2, 3, 4 le nom de *sacré quaternaire*, et comme on avait déjà remarqué la régularité périodique du mouvement des corps célestes, Pythagore, dominé par l'idée d'une harmonie universelle, enseigna, non pas que tout est nombre, mais que tout est ordonné suivant les nombres : ὁ δὲ (Πυθαγόρας) οὐκ ἐξ ἀριθμοῦ κατὰ δὲ ἀριθμὸν ἔλεγε πάντα γίγνεσθαι. (Stobée, *Eclogae physicae*, I, II, 13.)

De plus, la somme des termes du sacré quaternaire 1, 2, 3, 4, étant égale à 10, ce nombre 10 devint le plus parfait de

(*) Voy. aussi Nicomaque de Gérase, *Manuel de l'harmonie*, I, p. 9, éd. Meybaum. — Jamblique, *Sur l'arithmétique de Nicomaque*, p. 171. — Gaudence, *Introduction harmonique*, p. 13, éd. Meybaum. — Macrobe, *Sur le Songe de Scipion*, II, ch. I. — Censorin, *Du jour natal*, ch. X. — Boèce, *De la musique*, I, X et XI.

Que Pythagore ait découvert la loi mathématique des consonances d'octave, de quinte et de quarte, en pesant d'abord les différents marteaux avec lesquels les ouvriers d'une forge battaient un fer chaud — ou en tendant une corde avec des poids différents — ou en mesurant les longueurs successives d'une corde également tendue..., peu importe. Il est certain qu'il a découvert la loi mathématique des sons; cela résulte du témoignage des auteurs que nous venons de citer. Le serment des Pythagoriciens — dont nous allons parler — en est une nouvelle preuve.

tous. La centaine, carré de 10, était une harmonie parfaite; et la myriade, ou 10 000, carré de 100, était une harmonie supérieure. On lit dans le commentaire de Proclus sur le langage des muses : « La myriade qui est une *harmonie supérieure,* produite par la centaine multipliée par elle-même (mot à mot, produite par la monade élevée au troisième rang, revenant sur elle-même), marque le retour de l'âme qui a achevé son œuvre et qui revient au point de départ, comme le dit Socrate dans *Phèdre :* « ἡ μέν γε μυριάς, ἥτις ἐστὶν ἁρμονία κρείττων, ἐκ τῆς τριωδουμένης (*) γενομένη μονάδος ἐπιστραφείσης εἰς ἑαυτήν, ἀποκαταστατική τίς ἐστιν καὶ τελεσιουργὸς τῆς ψυχῆς, ἐπανάγουσα πεσοῦσαν εἰς τὴν οἴκησιν πάλιν ὅθεν ἥκει δεῦρο, καθάπερ φησὶν ὁ ἐν Φαίδρῳ Σωκράτης. » (*Anecdota graeca et latina,* vol. II, p. 25, ligne 9-12.)

Les Pythagoriciens jurèrent par l'Auteur de la découverte dont le quaternaire 1, 2, 3, 4 est le symbole. La formule de leur serment nous a été conservée dans les vers dorés de Pythagore : « J'en jure par Celui qui a transmis dans nos âmes le sacré quaternaire, source de la nature éternelle(**). » Celui qui a transmis..., c'est Pythagore. « Par respect, dit Jamblique, ils ne nommaient pas Pythagore, parce qu'ils étaient très réservés à appeler les dieux par leurs noms; mais ils le nommaient assez clairement, en désignant l'auteur de la dé-

(*) Cf. Jamblique, *In Nicomachi Arithmeticam;* p. 124 de l'éd. de Samuel Tennulius, Arnheim, 1668, in-4°, on lit : « ὁ ρ' ἀριθμός... μονὰς τριωδουμένη καλούμενος πρὸς τῶν Πυθαγορείων, ὥσπερ καὶ ἡ δεκὰς δευτερωδουμένη μονάς, καὶ χιλιὰς τετρωδουμένη μονάς. La centaine est nommée par les Pythagoriciens unité du troisième rang, comme la dizaine est l'unité du second rang et le mille l'unité du quatrième rang. » Ces deux passages de Proclus et de Jamblique se rapportent évidemment à la vraie *Table de Pythagore* qui consistait en un tableau formé de colonnes verticales : les neuf premiers nombres figurés par les caractères α β γ δ ε ς ζ η θ représentaient des unités, des dizaines, des centaines, des mille, des myriades,... suivant qu'ils étaient inscrits dans la 1re colonne, la 2e, la 3e, la 4e ou la 5e... — C'est notre système de numération, moins le zéro dont l'invention devait amener la suppression des colonnes, devenues dès lors inutiles.

(**) Vers 47 et 48. Voy. aussi Stobée, *Eclogae physicae,* I, XI, 12 et Théon, II, XXXVIII. — Les vers dorés ne sont pas de Pythagore, mais ils expriment les traditions de son enseignement.

couverte du quaternaire, διὰ δὲ τῆς εὑρέσεως τῆς τετρακτύος δηλούντων τὸν ἄνδρα (*). » Hiéroclès, commentant le serment, dit que « le quaternaire est le principe de l'arrangement éternel du monde, καὶ τὴν τετράδα πηγὴν τῆς ἀϊδίου διακοσμήσεως (**) ». Il dit encore que « de toutes les connaissances (enseignées par Pythagore) la plus merveilleuse est celle du quaternaire véritable demiurge, μέγιστον δὲ τούτων (μαθημάτων), ἡ τῆς δημιουργικῆς τετρακτύος γνῶσις (***) ».

Citons encore le témoignage de Sextus Empiricus. Après avoir donné la formule du serment, il ajoute : « Celui qui a transmis dans nos âmes, c'est Pythagore ; ils (les Pythagoriciens) le considéraient comme un dieu. Quant au quaternaire, c'est l'ensemble des quatre premiers nombres dont la somme constitue le nombre le plus parfait *dix*, car on a $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. C'est ce nombre qui est le premier quaternaire. Τὸν μὲν παραδόντα λέγοντες Πυθαγόραν, τοῦτον γὰρ ἐθεοποίουν, τετρακτὺν δὲ ἀριθμόν τινα, ὅς ἐκ τεσσάρων τῶν πρώτων ἀριθμῶν συγκείμενος, τὸν τελειότατον ἀπήρτιζεν, ὥσπερ τὸν δέκα · ἓν γὰρ καὶ δύο καὶ τρία καὶ τέσσαρα, δέκα γίνεται · ἔστι δὲ οὗτος ἀριθμὸς πρώτη τετρακτύς (****). » On comprend l'hommage rendu par les Pythagoriciens à la découverte du maître qu'ils considéraient comme un dieu. Il faut, en effet, traverser toute l'antiquité et tout le moyen âge et arriver à Galilée et à Descartes pour voir de nouvelles découvertes dans les sciences physiques. Et Pythagore jugeait sans doute lui-même que la loi numérique des consonances contenues dans l'octave était la plus glorieuse de ses découvertes, car « on raconte que mourant, il recommanda à ses amis l'usage du monocorde : διὸ καὶ Πυθαγόραν φασί, τὴν ἐντεῦθεν ἀπαλλαγὴν ποιούμενον, μονοχορδίζειν τοῖς ἑταί-

(*) Jamblique, *Vie de Pythagore*, XXVIII, 150.

(**) Hiéroclès, *In aureum carmen*, XX, vs. 45-48, Fragments des philosophes, t. I, p. 464 de l'éd. Didot.

(***) *Id.*, p. 466.

(****) Sextus Empiricus, *Contre les mathématiciens*, VII, 94, p. 389 de l'éd. de Leipzig, 1718. — Voy. aussi IV, 2-3, p. 332.

ροις παραινέσαι (*) ». On dit même qu'il demanda à ses disciples de graver un monocorde sur sa tombe.

Ces notions préliminaires étant posées, nous allons donner la traduction littérale du texte que nous divisons en deux phrases, dont la seconde commence à ὧν ἐπίτριτος ποθμήν.

V. *Traduction littérale et interprétation de la première phrase.*

Ἔστι δὲ θείῳ μὲν γεννητῷ	Il y a pour le divin engendré A)
περίοδος ἣν ἀριθμὸς τέλειος	une période qu'un nombre
περιλαμβάνει,	parfait embrasse, B)
ἀνθρωπείῳ δὲ	mais pour l'humain *il y a*
ἐν ᾧ πρώτῳ	*un nombre* dans lequel premier
αὐξήσεις δυνάμεναί τε	des accroissements générateurs
καὶ δυναστενόμεναι	et dominés,
λαβοῦσαι τρεῖς ἀποστάσεις	comprenant trois intervalles
τέτταρας δὲ ὅρους,	et quatre termes, C)
ὁμοιούντων τε καὶ ἀνομοιούντων	de ceux qui donnent des choses semblables ou dissemblables,
καὶ αὐξόντων καὶ φθινόντων.	qui croissent ou qui décroissent,
ἀπέφηναν πάντα πρὸς ἄλληλα	présentent tous rapports
προσήγορα καὶ ῥητά.	analogues et rationnels. D)

A) Le divin engendré, — ce sont les astres. Théon les appelle souvent θεῖα. Le soleil, la lune et tous les autres astres sont des dieux, dit aussi Diogène Laerte : ἥλιόν τε καὶ σελήνην καὶ τοὺς ἄλλους ἀστέρας εἶναι θεούς (**). Etc...

B) Une période qu'un nombre parfait embrasse, c'est la *grande année* ou grande révolution, marquée par le retour du soleil, de la lune et des planètes à leurs points de départ. Elle doit comprendre un nombre exact de révolutions de

(*) Aristide Quintilien, t. II, liv. III, p. 116 de l'éd. de Meybaum.
(**) Diogène Laerte, VIII, Pythagore, § 27.

chacun de ces astres. Le nombre qui l'exprime est parfait parce qu'il a la propriété d'embrasser la période (*).

C) Mais pour l'humain il y a un premier nombre dans lequel des accroissements générateurs et dominés, comprenant trois intervalles et quatre termes, — δύνασθαι signifie pouvoir, être capable de, et δυναστεύειν dominer, gouverner. Le passif δυναστεύεσθαι est évidemment opposé au moyen δύνασθαι, donc il doit exprimer le contraire. Les deux participes δυνάμεναι et δυναστευόμεναι signifient donc produisant et produits, générateurs et engendrés. Les accroissements αὐξήσεις sont donc certainement les termes d'une progression; car dans les progressions chaque terme, augmenté de la raison ou multiplié par la raison, produit le terme suivant, et il est produit par le terme précédent, augmenté de la raison ou multiplié par la raison (**).

D) De ceux qui donnent des choses semblables ou dissemblables....

(*) Cf. le *Timée*, pp. 38 C, 39 D, 40 D... — Plutarque, *De la création de l'âme dans le Timée*, X, 1017 D. — Censorin, *Du jour natal*, XVIII. — Cicéron, *De la nature des dieux*, II, 20. — Apulée, *La doctrine de Platon*, I, p. 155 de l'éd. Nisard. — Etc.

(**) D'après Alexandre d'Aphrodisias, l'hypoténuse du triangle rectangle de Pythagore est appelée δυναμένη, parce que son carré est égal à la somme des carrés des côtés, et les côtés sont appelés δυναστευόμεναι. Le carré de l'hypoténuse *produisant* les carrés des deux autres côtés, il n'y a aucune contradiction entre le sens attribué par Alexandre à δυναμένη et δυναστευόμεναι et le sens plus général « produisant et produits » que nous leur attribuons. D'ailleurs, l'expression τῶν μὲν δυναμένων τῶν δὲ δυναστευομένων se trouve dans un passage de *Proclus In Euclidem* où il fait allusion au langage des Muses. « Il y a, dit-il, des figures qu'on appelle semblables et d'autres qu'on appelle dissemblables, et de même il y a des nombres semblables et des nombres dissemblables; et tout ce qui concerne les puissances convient de même à toutes les études tant de nombres produisant que de nombre produits. Socrate, dans la *République*, a prêté aux Muses à ce sujet un langage plein d'élévation : καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια τὰ δὲ ἀνόμοια λέγομεν καὶ ἀριθμοὺς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται πᾶσιν ὁμοίως προσήκει μαθήμασί τῶν μὲν δυναμένων τῶν δὲ δυναστευομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν Πολιτείᾳ Σωκράτης ταῖς Μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκεν... (*Prologue*, I, p. 8, lignes 10-16 de l'éd. Teubner, Leipzig, 1873.) Il s'agit évidemment, dans cette phrase de Proclus, de nombres en progression, et non de l'hypoténuse et des côtés du triangle de Pythagore comme paraît le croire Zeller. (*La philosophie des Grecs*, trad. par Boutroux, t. I, p. 384, n. 2.)

Le sacré quaternaire 1, 2, 3, 4, dont la somme des termes est 10, satisfait, comme nous allons le voir, à toutes les conditions du langage des Muses. Les termes sont, en effet, générateurs et engendrés : chacun d'eux produit le suivant par l'addition d'une unité et est produit par le précédent augmenté d'une unité. Ils donnent trois intervalles 2, 3/2, 4/3, qui représentent les consonances d'octave, de quinte et de quarte. Ils sont croissants ou décroissants, car la progression peut s'énoncer 1, 2, 3, 4 ou 4, 3, 2, 1 à volonté. Ils donnent des choses semblables ou dissemblables, car si l'on a une corde sonore donnant un son quelconque, et si l'on prend deux cordes identiques d'ailleurs et également tendues, mais l'une de longueur double et l'autre de longueur quadruple, ces deux cordes donneront l'octave et la double octave du son de la première corde, c'est-à-dire des sons semblables; et si l'on prend une corde de longueur triple, elle rendra un son qui sera la réplique de la quinte du premier son, c'est-à-dire un son dissemblable. Donc les nombres 1, 2, 3, 4, en tant que longueur des cordes qu'ils représentent dans le sacré quaternaire sont de ceux qui donnent des choses semblables ou dissemblables (*).

Enfin *tous* les rapports de ces nombres sont rationnels et ils ont de l'analogie, car les six intervalles différents, qu'on obtient en divisant de toutes les manières possibles les termes deux à deux, sont 1, 4/3, 3/2, 2, 3 et 4 qui représentent l'unisson, la quarte, la quinte, l'octave, la réplique de la quinte et la double octave, c'est-à-dire des consonances musicales.

(*) Cf. Ptolémée, « les sons de hauteur différente, dit-il, sont divisés en trois classes : la première, par ordre de dignité, ἀρετῆς ἕνεκα, est celle des homophones, ὁμοφώνων; la seconde, celle des symphones, συμφώνων; la troisième, celle des mélodiques, ἐμμελῶν. Car l'octave et la double octave diffèrent manifestement des autres consonances, de même que celles-ci diffèrent des mélodiques; aussi sont-elles nommées avec raison homophonies. En effet, les sons de cette espèce produits simultanément donnent à l'ouïe la perception d'un son unique, tels sont ceux qui constituent l'octave et ses répliques, ὡς οἱ δια πασῶν καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν συντιθέμενοι ». (Ptolémée, *Harmoniques*, I, VII.)

La première phrase du lieu de Platon est donc une énigme, au sens précis du mot, et la solution de cette énigme est le sacré quaternaire 1, 2, 3, 4, dont la somme des termes est le nombre parfait 10, et dont les trois intervalles 2, 3/2, 4/3 mesurent, d'après la merveilleuse découverte de Pythagore, les intervalles d'octave, de quinte et de quarte. Mais cette énigme était bien facile à deviner au temps de Platon, le sacré quaternaire, qui entrait dans la formule du serment solennel des Pythagoriciens, étant dans toutes les mémoires.

VI. *Traduction littérale et interprétation de la seconde phrase.*

ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν	desquels *rapports* le fond épitrite (c.-à-d. quatre tiers).	
συζυγεὶς πεμπάδι	ajouté à cinq,	E)
τρὶς αὐξηθείς,	trois fois augmenté,	
παρέχεται δύο ἁρμονίας,	donne deux harmonies,	F)
τὴν μὲν ἰσάκις ἴσην,	l'une également égale,	
ἑκατὸν τοσαυτάκις,	cent autant de fois,	G)
τὴν δὲ ἰσομήκη μὲν τῇ,	l'autre de même longueur dans un sens,	H)
προμήκη δέ,	mais allongée dans l'autre sens	
ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος,	de cent carrés des diagonales rationnelles de cinq,	
δεομένων ἑκάστων ἑνός,	*ces carrés étant* diminués chacun d'une unité,	
<διαμέτρων> ἀῤῥήτων δὲ <δεομένων ἑκάστων> δυεῖν,	ou de *cent carrés* des diagonales irrationnelles, ces carrés étant diminués chacun de deux,	
ἑκατὸν δὲ κύβων τριάδος.	et de cent cubes de trois.	I)
οὗτος δὲ ἀριθμὸς γεωμετρικὸς ξύμπας,	Ce nombre géométrique tout entier	K)
τοιούτου κύριος,	est maître, de cette manière,	
γενέσεων ἀμεινόνων τε καὶ χειρόνων.	des générations meilleures ou pires.	

E) Desquels rapports le fond épitrite ajouté à 5. — Le fond d'un rapport est la plus simple expression de ce rapport (*); et le rapport épitrite, ou sesquitierce, est un tiers en plus de l'unité, c'est-à-dire $1 + 1/3$ ou $4/3$ (**), et en général c'est $\frac{4m}{3m}$, quel que soit m; donc le fond épitrite est $4/3$, les deux termes 3 et 4 étant premiers entre eux.

« Prenez, disent les Muses, le rapport irréductible 4/3 parmi les intervalles des termes de la progression. » Cette condition vient confirmer que la progression est bien le quaternaire 1, 2, 3, 4, si cher aux Pythagoriciens. Il faut ajouter 4/3 à 5, la somme égale 19/3.

F) Trois fois augmenté, donne deux harmonies — 19/3 trois fois augmenté (c'est-à-dire après trois multiplications) donne deux harmonies : soient x, y, z, les trois facteurs, la suite de l'interprétation va nous faire connaître les deux harmonies; en divisant leur somme par 19/3, on aura la valeur du produit xyz.

G) L'une également égale, cent autant de fois — c'est-à-dire l'une carrée égale à cent fois cent ou dix mille.

H) L'autre de même longueur dans un sens — donc un côté de la seconde harmonie vaut cent.

I) Mais allongée dans l'autre sens, de cent carrés des diagonales rationnelles de 5.......... et de cent cubes de 3. — Une conséquence du théorème de Pythagore, c'est que le carré fait sur la diagonale d'un carré est double de ce carré. Quand le côté du carré égale 5, le carré vaut 25 et le carré de sa diagonale vaut $25 + 25 = 50$. La racine carrée de 50, c'est-à-dire la diagonale du carré de 5, ne peut être exprimée, ni à l'aide d'unités ni à l'aide de parties égales de l'unité, Platon la nomme la diagonale irrationnelle (ἄῤῥητον) du carré de 5 (***). Et le plus grand carré contenu dans 50 étant 49 dont la racine

(*) Cf. Théon, I, xxix, p. 131.

(**) L'épitrite est défini dans le commentaire de Macrobe, *Sur le songe de Scipion*, II, 1.

(***) Les lignes irrationnelles étaient connues de Platon, cf. les *Lois*, VII, p. 819, t. VIII, p. 78 de la traduction de Cousin.

est 7, Platon appelle 7 la diagonale rationnelle (ῥητον) du carré de 5. Mais l'expression ὁ ἀπὸ ἀριθμοῦ, pour désigner le carré d'un nombre, est classique, donc ἑκατὸν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων c'est cent fois le carré des diagonales. Cent carrés des diagonales rationnelles, ces carrés étant diminués d'une unité, ou cent carrés des diagonales irrationnelles, ces carrés étant diminués de deux unités, c'est 100 fois (49 — 1) ou 100 fois (50 — 2) = 4800. C'est la première partie du facteur allongé de la seconde harmonie.

La seconde partie vaut cent cubes de 3 ou 2700.

Donc le facteur allongé de la seconde harmonie vaut 4 800 + 2 700 ou 7 500, et puisque l'autre facteur est 100, l'harmonie elle-même vaut 7 500 $\times$ 100 ou 750 000.

K) Le nombre géométrique tout entier..... — Le mot ξύμπας montre que, dans la pensée de Platon, les deux harmonies doivent être réunies en un seul nombre.

Or $\qquad 10\,000 + 750\,000 = 760\,000.$

Donc LE NOMBRE DE PLATON EST 76 MYRIADES.

Mais 76 = 4 fois 19, donc le nombre géométrique peut être considéré comme un produit de trois facteurs dont l'un, 4, rappelle le sacré *quaternaire,* le second, 19, rappelle le cycle de Méton et le troisième, 10 000, rappelle la période que Platon assigne dans le *Phèdre* à la transmigration des âmes.

Les Muses nous disent que la somme (4/3 + 5) ou 19/3, trois fois multipliée, τρὶς αὐξηθεὶς, donne deux harmonies, 10 000 et 750 000, dont la somme 760 000 est le nombre géométrique. Donc par « trois fois multipliée » on ne peut entendre ni une multiplication par 3, ni une élévation au cube, car on a $19/3 \times 3 = 19$ et $(19/3)^3 = 6859/27 = 254 + 1/27$.

Il faut entendre « après trois multiplications successives ». Soient $x, y, z,$ les trois facteurs successifs, le produit xyz est inconnu, mais c'est la seule inconnue du problème : puisque $19/3 \times xyz = 76$ myriades, on aura la valeur du produit xyz en divisant 76 myriades par 19/3, ou 3 fois 76 myriades par 19, le quotient est 12 myriades. Pour trouver ensuite x, *y* et *z*, on a une nouvelle énigme à deviner, mais elle ne paraît pas difficile. En prenant, en effet, 19 unités, au lieu de 19 tiers, on multiplie par 3; en prenant ensuite 76 unités, au lieu de 19 unités, on multiplie par 4; et en prenant enfin 76 myriades, au lieu de 76 unités, on multiplie par 10 000; de sorte que les trois facteurs de 12 myriades qui s'offrent naturellement à l'esprit, de préférence à d'autres, sont 3, 4 et 10 000.

La seconde phrase du lieu, depuis ἐπίτριτος πυθμήν, suffit à la détermination du nombre géométrique. Cela explique pourquoi Aristote, dans son interprétation du passage, néglige ce qui précède; et le mot στερεός exprimant un produit de *trois* facteurs *au moins,* il y a concordance entre les mots τρίς αὐξηθείς de Platon et la paraphrase d'Aristote, λέγων ὅταν ὁ τοῦ διαγράμματος ἀριθμὸς τούτου γένηται στερεός (voy. pag. 368) : d'après Platon, le fond épitrite ajouté à 5 (c'est-à-dire $4/3 + 5$) offre deux harmonies après trois multiplications successives; et d'après Aristote, $4/3 + 5$ offre deux harmonies (il va sans dire λέγων), quand le nombre décrit, qui est un produit, est obtenu.

VII. *Platon a-t-il voulu être obscur?*

On dit généralement que l'obscurité du « lieu » de Platon est préméditée; et plusieurs traducteurs évitent, disent-ils, d'être clairs, pour ne pas s'écarter entièrement de la couleur du style et de l'intention de l'auteur.

Le lieu est incontestablement obscur : la langue mathématique des Grecs était alors imparfaite, et les termes scientifiques employés par les Muses sont difficiles à interpréter; mais il nous paraît facile d'écarter la circonstance aggravante de préméditation.

Entrons, en effet, dans la pensée de Platon. Il choisit le nombre 76 myriades, produit des nombres 4, 19 et 10 000 :

le facteur 4 représente le quaternaire pythagoricien 1, 2, 3, 4; le facteur 19 représente le cycle luni-solaire de Méton, nommé aussi *nombre d'or,* parce qu'on le fit graver en lettres d'or sur des tables d'airain; et 10 000 est, pour Platon, la période de transmigration des âmes.

On a $$760\,000 = 10\,000 + 750\,000.$$
c'est-à-dire 76 myriades $= 100 \times 100 + 7\,500 \times 100$
Donc le nombre de Platon offre deux harmonies, l'une carrée, cent fois cent (τὴν μὲν ἴσην ἰσάκις, ἑκατὸν τοσαυτάκις), l'autre de même longueur, cent (τὴν δὲ ἰσομήκη μὲν τῇ). Le côté allongé est 7 500. Suivons bien la pensée de Platon : il remarque évidemment qu'on a $75 = 3$ fois 25, mais $25 = 16 + 9$, puisque dans le triangle rectangle (de côtés 3, 4, 5) de Pythagore, le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés. Multiplions par 3 les deux membres de la dernière égalité, puis par 100 les deux membres de l'égalité résultante, on a

$$75 = 48 + 27 \quad \text{puis} \quad 7\,500 = 4\,800 + 2\,700$$

D'une part, 2 700 égale 100 fois le cube de trois (ἑκατὸν δὲ κύσων τριάδος). Et d'autre part,

$$4\,800 = 100 \text{ fois } (49 - 1) = 100 \text{ fois } (50 - 2)$$

mais 49 est le carré de la diagonale rationnelle 7 du carré de 5, et 50 est le carré de la diagonale irrationnelle (voy. p. 380); donc 4 800 égale cent carrés des diagonales rationnelles de 5, ces carrés étant diminués d'une unité (ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος, δεομένων ἑνὸς ἑκάστων), ou cent carrés des diagonales irrationnelles de 5, ces carrés étant diminués de deux unités (ἀῤῥήτων δέ, δυεῖν).

Il ne faudrait pas croire que Platon, en indiquant deux modes de formation du nombre 4 800, ait voulu être obscur. Il donne le premier mode 100 fois (49 — 1), alors que le second 100 fois (50 — 2) eût suffi, afin de faire figurer le nombre 7 parmi les éléments du nombre géométrique qui ne le comprend pas comme facteur, puisqu'on a

$$76 \text{ myriades} = 4 \times 19 \times 10\,000.$$

Le culte des *sept* planètes (la lune, le soleil, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne) est de la plus haute antiquité. Les hommes, persuadés que le mouvement n'appartient qu'aux êtres vivants, pensèrent que les astres qui se meuvent eux-mêmes dans l'espèce étaient animés par des intelligences supérieures, et ils les adorèrent comme des divinités. Et c'est du nombre des sept planètes, considérées comme des dieux, que naquit la superstition des nations pour le septenaire. Voilà pourquoi Platon se croit obligé de faire entrer ce nombre sacro-saint dans la formation du nombre géométrique.

Il chercha en outre probablement s'il existait une relation simple entre le nombre 19 et les côtés 3, 4, 5 du triangle de Pythagore, et il trouva que 19 est le triple de $(4/3 + 5)$; $4/3$, rapport des côtés de l'angle droit du triangle de Pythagore, représente en même temps l'intervalle de quarte, et notons que la quarte était la consonance souveraine, c'était d'elle que découlaient les autres : κυριωτάτη δὲ πασῶν ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία, ἐκ γὰρ ταύτης καὶ αἱ λοιπαὶ εὑρίσκονται (*). Les canonistes définissaient, en effet, la quinte l'excès de l'octave sur la quarte, et le ton l'excès de la quinte sur la quarte.

Or on sait quelle importance Platon attribuait à la musique dans l'éducation de la jeunesse : cette éducation consistait surtout à former le corps par la gymnastique et l'âme par la musique (*République,* II, p. 376 E). Nous ne sommes donc pas étonné de voir Platon prendre le rapport 4/3 parmi les intervalles *musicaux* du quaternaire 1, 2, 3, 4 ; et s'il fait parler les *Muses,* c'est peut-être parce qu'elles présidaient aux connaissances relatives à la *musique* et aux autres arts de l'esprit.

Mais 4/3, ou 1/3 en plus de l'unité, s'appelait épitrite, ἐπίτριτος, et comme c'est un rapport irréductible, les deux

(*) Théon, II, XIII *bis,* p. 106, lignes 25-26.

termes 3 et 4 étant premiers entre eux, on l'appelait un fond, πυθμήν, donc 4/3 est le fond épitrite, et 4/3 + 5 est le fond épitrite joint à 5, ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγείς. En multipliant cette somme par 3, puis le produit 19 par 4, et le nouveau produit 76 par 10 000, on obtient 76 myriades; donc le total (4/3 + 5) ou 19/3, trois fois multiplié, τρὶς αὐξηθείς, donne le nombre géométrique, somme des deux harmonies 10 000 et 750 000.

Ainsi, en prenant pour nombre de Platon le résultat 76 myriades fourni par l'analyse rigoureuse de la seconde phrase du lieu, et en traduisant synthétiquement la pensée de l'auteur, on obtient naturellement, sans effort, le texte qu'il nous a laissé. Donc, si c'est avec raison que le passage nous paraît obscur, parce qu'il est très difficile, l'obscurité n'est pas préméditée. Il n'y a que la difficulté du sujet qui est écrit en caractères mathématiques : Platon voulait sans doute que son lecteur fût d'abord géomètre.

Quant à l'énigme qui constitue la première phrase du lieu, elle n'est devenue obscure que parce que la tradition de la belle découverte de Pythagore ne s'est pas conservée dans toute sa pureté : il avait trouvé que les rapports des cordes vibrantes donnant l'octave, la quinte et la quarte sont respectivement 1/2, 2/3, 3/4; ce sont ces trois rapports, c'est ce *ternaire* qu'il a eu la gloire de découvrir. Or ces trois rapports sont les intervalles successifs des termes de la progression 1, 2, 3, 4, de sorte que ce quaternaire symbolise sa découverte.

Des membres de l'école aimèrent à ranger les choses par séries de quatre, comme on en rangeait déjà par séries de sept à cause des sept planètes. Il y eut les quatre éléments enseignés pour la première fois par Empédocle (*); les quatre

(*) Aristote attribue expressément cette hypothèse au pythagoricien Empédocle. « Parmi les philosophes, dit-il, les uns prétendent que la matière est formée d'un seul élément, et ils supposent que c'est l'air ou le feu ou quelque corps intermédiaire... D'autres croient qu'il y a plus d'un seul élément, et ils admettent alors simultanément ceux-ci, le feu et la terre, et ceux-là, l'air en âges de la vie (enfance, adolescence, virilité, vieillesse); les quatre degrés de la société (l'homme, la famille, le bourg, l'État); les quatre facultés de connaître (l'entendement, la science, l'opinion, le sentiment) (*); les quatre principes de l'être pensant, τοῦ ζῴου τοῦ λογικοῦ (l'encéphale, le cœur, le nombril et les parties sexuelles, ἐγκέφαλος, καρδία, ὀμφαλός, αἰδοῖον); etc. (**). C'est ainsi que les philosophes voulant ajouter des quaternaires à celui qui symbolisait une découverte digne de l'admiration de tous les siècles, l'ont enveloppé de ténèbres si épaisses qu'on le reconnaît à peine dans le serment solennel des Pythagoriciens et dans la première phrase du lieu de Platon. Montucla trouve ingénieuse la conjecture de Barrow qui croit voir dans la tétractys les quatre parties des mathématiques (arithmétique, géométrie, astronomie, musique) et qui explique ainsi le serment pythagoricien: « je le jure par celui qui nous a instruits des quatre parties des mathématiques. » Montucla ajoute : il y a quelque vraisemblance dans ce dénouement (*Histoire des mathématiques*, I, III, p. 121, t. I).

Ajoutons que c'est seulement après la grande découverte de Pythagore que les philosophes se livrèrent à l'étude des propriétés mystiques des nombres autres que le septenaire.

VIII. *Variantes des manuscrits*

La Bibliothèque nationale de Paris possède trois manuscrits des œuvres de Platon, inscrits sous les n°s 1642, 1807 et 1810, ancien fonds. Les deux mss. 1642 et 1810 et beaucoup de

troisième lieu, avec ces deux premiers éléments. D'autres enfin, comme Empédocle, ajoutent l'eau pour quatrième élément (*De la destruction et de la production des choses*, II, I, 2).

(*) Hiéroclès, Commentaires sur les vers dorés, Fragments des philosophes, t. I, p. 465 de l éd. Didot.

(**) Philolaüs, fragment 19, t. I des Fragments des philosophes, et *Théologie arithmétique*, δ', p. 20 de l'éd. d'Ast, Leipzig, 1817.

manuscrits étrangers, notamment deux mss. de la Bibliothèque Laurentienne de Florence et un ms. de la Vaticane à Rome ont, au lieu de προμήκη δέ, ligne 7 de notre texte, la leçon προμήκει δέ avec laquelle il faudrait sous entendre πλευρᾷ. Quelle que soit la leçon adoptée, l'interprétation doit être la même : la première harmonie vaut 100 fois 100, et la seconde est de même longueur d'une part, et allongée, d'autre part, de 100 carrés... et de 100 cubes, c'est-à-dire que l'un des côtés vaut 100 et que l'autre vaut 100 carrés... et 100 cubes. Avec la leçon προμήκη δέ que nous préférons parce que la phrase est alors grammaticalement claire, ce n'est pas la seconde harmonie tout entière qui vaut 100 carrés... et 100 cubes, c'est-à-dire 4 800 + 2 700 ou 7 500 ; car le nombre géométrique, somme des deux harmonies, vaudrait alors 10 000 + 7 500 ou 17 500, nombre inadmissible pour plusieurs raisons dont voici les principales :

1° Ce nombre 17 500 n'est pas un multiple de la période palingénésique 10 000 : cette période ne serait pas accomplie au moment ou recommencerait la grande année de l'humanité.

2° Ce nombre n'est pas non plus un multiple du cycle 19 : le cycle ne serait pas accompli au moment où recommencerait la grande année de l'humanité ; et l'on aurait un nombre fractionnaire pour produit xyz des trois facteurs successifs par lesquels il faudrait multiplier (4/3 + 5) ou 19/3 pour avoir 17 500, car de $\frac{19}{3} \times xyz = 17\,500$

on tirerait $xyz = 2\,763 + 3/19$

3° Ce nombre 17 500 ne vise aucune autre période connue du temps de Platon, aucun nombre remarquable.

4° Les Muses nous disent que la première harmonie vaut 100 fois 100 et que la seconde est de même longueur, donc *logiquement* ce qui reste à déterminer c'est l'autre dimension de l'harmonie et non l'harmonie tout entière.

Plusieurs manuscrits et quelques anciennes éditions de Platon contiennent encore d'autres variantes, comme τρεῖς ἀποκαταστάσεις, trois retours, au lieu de τρεῖς ἀποστάσεις, trois intervalles, πεμπάδων au lieu de πεμπαδος, etc. L'adoption de ces variantes ne changerait aucunement le nombre 76 myriades et ne modifierait pas sensiblement le sens du lieu.

Le texte de ce passage, qui nous est parvenu assez corrompu après les ténèbres du moyen âge, a été successivement amélioré par les hellénistes ; nous croyons que celui de l'édition Didot est irréprochable, nous y ajoutons cependant une virgule devant δεομένων, pour indiquer que ce participe ne se rapporte pas au mot voisin διαμέτρων, mais au mot antérieur ἀριθμῶν, et qu'il faut par conséquent diminuer d'une unité, non pas les diagonales, mais les carrés des diagonales. Cette virgule se trouve du reste dans quelques éditions et dans plusieurs manuscrits de Platon.

IX. *Interprétation du lieu par quelques auteurs*

Plutarque, Nicomaque de Gérase, Jamblique, Boèce, désignent le nombre géométrique sous le nom de nombre *nuptial* (*). Cette dénomination impropre montre qu'ils avaient surtout en vue, dans le problème énoncé par Platon, l'influence que pouvait exercer le nombre géométrique sur les mariages et sur les naissances : ils ne connaissaient certainement pas la valeur numérique attribuée par Platon à la période.

Depuis le XVIe siècle, on a fait des tentatives nombreuses pour expliquer le lieu, nous allons donner les titres de quelques dissertations ou des ouvrages qui les contiennent. Nous choisissons en général les meilleures interprétations, et nous en indiquons les points les plus remarquables.

(*) Plutarque, *Sur Isis et Osiris*, 56. — Nicomaque de Gérase, *Introduction arithmétique*, II, XXIV, 11. — Jamblique, *In Nicomachi Geraseni arithmeticam introductionem*, p. 116 de l'éd. de Samuel Tennulius, Arnheim, 1668. — Boèce, *Institution arithmétique*, II, XLVI, p. 151 de l'éd. de G. Friedlein, Leipzig, 1867.

I. *Francisci Barocii, Iacobi filii, patritii Veneti, commentarivs in locvm Platonis obscvrissimvm, et hactenus à nemine recte expositum in principio Dialogi octaui de Rep. ubi sermo habetur de numero Geometrico, de quo prouerbium est, quod numero Platonis nihil obscurius.* Bologne, 1566, in-4°.

Le titre indique ce que pense Barozzi de la difficulté du lieu. Parmi les auteurs qui ont cherché à en expliquer quelque partie, il cite Jamblique, Thermacides le pythagoréen, Sébastien Fox, Raphaël Volterranus (Maffei), saint Thomas, Donatus Acciaiolus et Jacques Lefebvre d'Étaples.

Puis, après avoir parlé de l'obscurité du passage, il ajoute : « *Quapropter immortales à nobis Deo Opt. Max. habendae sunt gratiae, quod tandem eius intelligentia nos donare uoluerit* (*). »

Pour lui, la valeur de la période est 1728, cube de 12 : « *Geometricū itaque numerum uocat Plato ipsum cubū mille septingenta uigenti octo* (**)... »

Un très grand nombre de commentateurs ont cru voir, comme Barozzi, dans le fond épitrite le nombre septenaire 3 + 4. Ce fond, ajouté à 5, serait 3 + 4 + 5 ou 12, qui, élevé au cube (τρὶς αὐξηθείς), donne 1728.

La dissertation de Barozzi est une des plus soignées. La version latine littérale du lieu est une des meilleures (***).

II. *Les six livres de la Répvbliqve par I. Bodin, Angeuin, 1583. Ensemble vne Apologie de René Herpin.* Paris, 1581.

René Herpin est un homme de la ville d'Angers. Bodin se sert du nom d'Herpin pour faire en liberté son apologie lui-même. Il répond à des auteurs qui ont écrit contre lui.

« .....Puisque ce grand Dieu de nature a tout composé d'vne sagesse esmerueillable par certains nombres, poids et mesures : et que les iours, les ans, les heures et moments des

(*) Feuillet 5, *recto*, ligne 19.
(**) Feuillet 17, *verso*, ligne 32.
(***) Feuillet 12 *recto*, lignes 13-28.

hommes sont déterminez, qui doubte que les aages des Républiques ne soyent aussi déterminées? Car mesmes Platon n'ayât ny le don de prophétie, ny la congnoissance des influences, ny mesmes des mouuements célestes, pour iuger de la cheutte et ruine des Républiques, il s'est arresté aux nõbres, vray est qu'il a si bien couuert son ieu, qu'il n'y eut onques personne qui peut deuiner ce qu'il a voulu dire quād il escrit que les périodes des choses diuines sont limitees en nombres parfaicts. Et quant aux choses humaines, il dit que le nombre de leurs périodes est celuy qui a en ses accroissemens actifs et passifs trois distances et quatre limites, qui comprenent raisons semblables et différentes entre elles, en multipliant et diminuant, qui se peuuêt nommer et représenter, desquels le fonds sesquitierce conioint au nombre de cinq fait deux accords trois fois multipliez, l'vn esgal en tout sens de cent fois cent : l'autre esgal d'vne part, et plus long de l'autre part, et chacun nombre cōmensurable en diamètres certains, moins d'vne quinte pour chacun, et deux incommensurables de cent cubes moins d'vn ternaire. Tout ce nōbre géométrique contient la force des heureuses et malheureuses origines des choses humaines. Voilà de mot à mot en françois ce que Platon a escrit en grec, que ie mettray, parce qu'il n'y a pas vn interprete qui ne soit fort différent à l'autre, et que les vns ont leu ἑκατόν au lieu de ἕκαστον, et au contraire (*)..... »

Ici se trouve le texte grec avec les leçons :

ἀποκαταστάσεις,	au lieu de	ἀποστάσεις,
αὐξανόντων,	—	αὐξόντων,
προμήκει,	—	προμήκη.
ἕκαστον μὲν ἀριθμόν,	—	ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν,
πεμπάδων,	—	πεμπάδος.

René Herpin, c'est-à-dire Jean Bodin, ajoute : « Aristote

(*) *Apologie de René Harpin*, feuillet 41 *recto*, lignes 3-30.

aux *Politiques,* parlant de ces nõbres de Platon est demeuré court, au lieu qu'il a de coustume de reprendre Platon à tous propos. Aussi ne s'est-il iamais trouué personne qui ait peu entendre ces nõbres. Marsille Ficin, le plus grand Platoniciẽ qui ait escrit, confesse qu'il ny entend rien, et non sans cause Ciceron disoit qu'il n'y auoit riẽ plus difficile que les nõbres de Platon. Et Theon Smyrnean, des plus illustres Mathematiciens entre les Academiques, interpretant la *Republique* de Platon, n'a aucunement touché ce passage. Procle Academicien, ayant doctement interpreté les sept premiers liures de la *Republique* de Platon, est demeuré à l'huictiesme, où il est question de ces nõbres. Et quoy que Jamblique se soit efforcé d'esclaircir ce passage, si est ce qu'il a encores plus obscurcy (*)... » Bodin ne propose aucun nombre.

III. *Les devins ou Commentaire des principales sortes de devinations, distingué en quinze liures, esquels les ruses et impostures de Satan sont descouuertes, solidement refutées et separées d'auec les sainctes Prophéties et d'auec les prédictions naturelles.* Escrit en latin par M. Gaspar Peucer, très docte philosophe, mathématicien et médecin de nostre temps; nouuellement tourné en françois par S. G. S. (**). En Anvers, 1584.

On lit au chapitre VIII du livre IX :

« Proportions des nombres étendus aux choses politiques... Ils (les premiers maîtres) firent seruir les proportions des nombres aux choses politiques, et commencèrent à philosopher profondément des périodes, establissemens, siècles et changemens des monarchies, principautez et gouuernemens du monde : monstrans quelles proportions redressent, establissent, affermissent les Estats ; quelles proportions les font florir et durer : quelles les despècent et renversent : brief de quelles périodes sont limitez les temps de leur durée.

(*) *Apologie,* même feuillet, *verso*, lignes 2-18.
(**) Simon Goulart, Senlisien.

« Prédiction arithmétique de Platon. — Il y a dedans Platon au huitiesme liure de la *République* une prédiction arithmétique touchant les périodes des gouuernemens publics. « Il y a (dit-il) une période ou circuit aux œuures de Dieu, c'est-à-dire aux causes naturelles créées de Dieu, lequel circuit est embrassé par un nombre parfait. Es afaires humains ou lon remarque des acroissement *(sic)* de causes dominantes et dominées, on void quatre limites de choses semblables et différentes, de croissantes et décroissantes : de l'efficace diuerse desquels limites toutes choses comprinses en l'enclos de l'vniuers sont composées par un moyen esgal et se rapportent de l'vn à l'autre, en telle sorte toutesfois que chascune chose a sa nature distincte.

« Aristote contraire a Platon. — Aristote au cinquiesme liure des *Politiques,* disputant des périodes, interprete et reiette ce passage de son maistre : Platon maintient (dit-il) que la cause des changemens vient de ce que Nature porte cela que rien ne demeure ferme, ains que toutes choses se changent en certaine reuolution du temps. Elles prenent cõmencement quand le cube sesquiters conioint au nombre quinaire fait deux harmonies et lorsque le nombre de cette description devient solide, nature produisant des hommes meschans et la bonne instruction (produisant) des gens de bien. »

Dans l'édition latine originale, Peucer cite en grec le lieu de Platon et le commentaire d'Aristote, de sorte que les versions précédentes du lieu et du commentaire sont traduites du grec par Goulart.

IV. *Traité de l'harmonie uniuerselle par le sieur de Sermes* (*). Paris, 1627 ; t. II, théorème XIII, p. 430.

Le P. Mersenne croit que « le nombre platonique est 729 » qu'il obtient en faisant une faute de calcul : « Les cent

(*) Le P. Mersenne, religieux Minime.

nombres des diamètres comparables peuvent s'entendre de 3 et 4, qui, estant multipliez par 100 font 700, à qui le cube du ternaire, c'est-à-dire 29 *(sic)* estant ajousté, fait 729, qui est le nombre qui a servy d'énigme à Platon. »

V. *Theoretic Arithmetic, in three books, containing the substance of all that has been written on this subject by Theo of Smyrna, Nicomachus, Iamblichus, and Boetius... by Thomas Taylor.* Londres, 1816, in-8.

L'auteur consacre un chapitre à l'étude du nombre géométrique. Il croit que les deux harmonies sont 10 000 et 1 000 000 et que le « nombre géométrique tout entier est un million : *and the vhole geometric number is a million* (*) ».

VI. *Pensées de Platon sur la religion, la morale, la politique,* recueillies et traduites par M. Jos.-Vict. Le Clerc, professeur de rhétorique au collège royal de Charlemagne. Paris, 1819, in-8°, p. 310.

Le savant professeur adopte les leçons τρεῖς ἀποκαταστάσεις au lieu de τ. ἀποστάσεις, puis προμήκει δέ, au lieu de προμήκη δέ et πεμπάδων, au lieu de πεμπάδος. Voici sa traduction : « La révolution périodique assignée aux créatures divines est un nombre parfait; celle des créatures humaines est renfermée dans un nombre qui a d'abord des accroissements successifs, puis trois retours nécessaires sur lui-même, où quatre termes sont admis, l'égalité, la différence, le plus, le moins, et qui peuvent se comparer et se mesurer ensemble. Leur racine cubique, jointe à cinq, et multipliée par trois, produit deux accords, l'un qui égale le nombre lui-même et autant de fois cent; l'autre, d'une figure équilatérale, mais qui, dans toute son étendue, nous fait voir d'abord cent nombres formés de cinq diamètres égaux, à l'unité près, et de deux inégaux; ensuite, cent cubes du ter-

(*) Livre II, ch. XLI, p. 157.

naire. Voilà le nombre géométrique, dont le pouvoir préside au bonheur ou au malheur de la naissance. » M. Le Clerc n'explique pas sa traduction et ne propose aucun nombre.

VII. *De numero Platonis commentationes duae. Quarum prior novam ejus explicationem continet, posterior aliorum de eo opiniones recenset. Scripsit C. E. Chr. Schneider.* Breslau, MDCCCXXI, in-4°, de 34 et 53 pages.

Ces deux dissertations de Schneider sont très soignées. La première est une thèse : *disputatio.* L'auteur croit, avec raison, qu'il est question de deux nombres et qu'avec ὧν commence la description du second, le véritable *numerus fatalis;* et il est convaincu que συζυγείς marque une addition. Comme Barozzi, il reconnaît que par ἑκατὸν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων, il faut entendre cent carrés des diagonales et non cent diagonales. Il croit que le nombre fatal contient les facteurs 8 et 27, derniers termes des deux progressions 1, 2, 4, 8 et 1, 3, 9, 27, mais que Platon a laissé à dessein incomplète l'indication des données nécessaires pour trouver ce nombre. La seconde dissertation contient les opinions de précédents commentateurs : Barozzi, Boulliau, Jérôme Cardan, Gaspar Peucer, Philippe Mélanchthon, Matthias Lauterwald, Bartholomée Bredell, Bodin, Kleuker, Lefebvre d'Étaples, etc.

VIII. *Platons Werke :... von Fr. Schleiermacher.* Berlin, 1817-28, 6 vol. in-8°.

Nous avons déjà signalé au § III, p. 369, l'opinion de Schleiermacher sur le lieu de Platon. Voici la traduction française littérale de sa version allemande. Nous indiquons les contresens en italiques (*).

(*) V. Cousin a reproduit la version allemande de Schleiermacher dans son intéressante note, déjà citée, sur le nombre géométrique. Voy. *Œuvres de Platon,* t. X, p. 327.

« Mais il y a pour le divin engendré une période qu'un nombre parfait embrasse, et pour l'humain un nombre dans lequel, comme premier, des *puissances* produisantes et produites, comprenant trois intervalles et quatre termes, qui rendent semblable et dissemblable, *abondant* et *déficient* (*), ne présentent que des rapports *simples* et exprimables, les uns par rapport aux autres.

« De cela le fond du rapport 4/3 joint au quinaire, multiplié trois fois, donne deux harmonies, l'une également égale, cent autant de fois, l'autre de même longueur, mais par le côté allongé de *cent nombres* des diamètres exprimables du quinaire, raccourcis chacun d'une unité, *les deux diamètres étant inexprimables*, et de cent cubes de trois.

Cette traduction est certainement une des meilleures publiées en Allemagne.

M. Cousin avait ce philosophe en haute estime : après Schleiermacher, dit-il dans plus d'une note, je n'ai trouvé aucun épi à glaner. « Notre guide accoutumé, dit-il encore dans ses notes sur le *Timée,* nous a manqué. La mort a empêché ce grand critique de terminer le plus durable monument qui ait été élevé de notre temps à la philosophie platonicienne. »

IX. *Notice sur trois manuscrits grecs relatifs à la musique*, par A.-J.-H. VINCENT. Supplément à la note L, *sur le nombre nuptial.* (Notices et extraits des mss..... T. XVI, 2e partie. Paris, 1847, pp. 184-194.)

M. Vincent remplace ἀνθρωπείῳ δέ par ἀνθ. τε, et ἑκατὸν δὲ κύβων τριάδος par ἕκτου δὲ κύβου τρ. Voici son interprétation :

« Il y a, pour les générations divines, comme pour les générations humaines, une période qu'embrasse un nombre parfait, dans lequel (il faut considérer) en premier lieu certaines puissances successives portées jusqu'au quatrième terme et

(*) Un nombre est abondant ou déficient, suivant que la somme de ses parties aliquotes est supérieure ou inférieure au nombre. Théon, I, XXXII, 75-77.

présentant trois intervalles. La comparaison de ces diverses puissances entre elles, soit semblables, soit dissemblables, croissantes ou décroissantes, met en évidence leurs relations et leurs rapports mutuels. Or, si l'on multiplie ce nombre par le rapport du quaternaire au ternaire, et que l'on réunisse au moyen du quinaire, on obtiendra trois produits qui, par un double assemblage, donneront deux figures, l'une carrée, l'autre oblongue; de telle sorte que la première figure aura pour mesure son côté multiplié par lui-même, et la seconde ce même côté multiplié par cent; (ce qui fait d'une autre manière) cent nombres égaux, à une unité près, au diamètre rationnel du quinaire, deux unités en surplus, et six fois le cube du ternaire. C'est ce nombre géométrique dont le pouvoir préside aux bonnes et aux mauvaises générations. »

M. Vincent tâche ensuite de justifier sa traduction, et il conclut ainsi : « En résumé, le mot de l'espèce d'énigme proposée par Platon est le nombre 216, cube de 6, et quatrième terme de la proportion $1 : 8 = 27 : 216$. » Il prend d'ailleurs 216, ou 3 fois 72, comme petit côté d'un triangle rectangle dont les deux autres sont 4 fois 72 et 5 fois 72; le périmètre 12 fois 72 ou 864 lui paraît satisfaire aux conditions de l'énoncé, pourvu qu'on adopte les corrections qu'il a proposées.

Th. Henri Martin a adopté la solution de M. Vincent, avec quelques modifications légères. Voyez *Histoire de l'Arithmétique, le nombre nuptial et le nombre parfait de Platon*, par Th. Henri Martin, doyen de la Faculté des lettres de Rennes, Correspondant de l'Institut. (Extrait de la *Revue archéologique*, 13e année. Paris, 1857, in-8°.)

X. *Diagramme de la création du monde de Platon découvert et expliqué en grec ancien et en français après* 2250 *ans*, par C. Minoide Mynas. Première livraison, Paris, 1848. Br. in-8° de 160 pp.

La seconde livraison étant introuvable dans les bibliothèques publiques, nous croyons qu'elle n'a pas été publiée. Minoïde Mynas, philologue grec, est mort en 1860. Dans l'avertissement, il dit que la solution du théorème de Platon lui est plus précieuse que la découverte de Babrias (qu'il avait faite en 1840 dans un monastère du mont Athos). Voici cette solution (p. 119 du mémoire) :

« La création du monde, progéniture divine, est comprise dans un nombre parfait; pour celle de l'homme, il en est autrement : dans le début de son accroissement elle passe, sous l'influence des astres dominants et dominés, par les trois dimensions qui, combinées avec les quatre éléments en affinité et en opposition plus ou moins grandes, mettent en proportion et en harmonie toutes les parties de l'être naissant. En effet, le premier épitrite quaternaire, joint au quinaire et triplé, présente deux harmonies, l'une, en rapport double parfaitement égale, va jusqu'à cent et tant; l'autre en rapport triple combinée proportionnellement avec la première. Chaque (cent) terme de cette harmonie a pour diamètres (facteurs) des chiffres ronds du quinaire, les uns moins grands que les autres d'une unité. Parmi ces termes qui donnent cent cubes trinaires (*sic*), il y en a deux incommensurables. Tout ce nombre étant en proportion géométrique, indique le rapport des générations bonnes et mauvaises. »

L'explication des termes du passage, que Platon a voulu « obscurcir » (voyez p. 131), s'arrête aux mots dominants et dominés (p. 159) qui, d'après le commentateur, se rapportent aux planètes.

La solution de Minoïde Mynas, qui était cependant un érudit, et qui savait encore mieux le grec que le français, est un exemple remarquable des étranges divagations auxquelles a donné lieu, même de nos jours, l'interprétation du nombre de Platon.

XI. *Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung dargestellt,* par le Dr Édouard Zeller. Tubingue, 1859, t. II, 1re partie, p. 546, note 1.

Dans ce très remarquable ouvrage, le célèbre historien de la philophie des Grecs admet que la période cosmique est de 10 000 années, et qu'elle est les 4/3 de la période politique, de sorte que celle-ci serait les 3/4 de la première et vaudrait par conséquent 7 500 ans.

XII. *Gymnasium zu Cassel, Programm vom Schuljahre* 1861-62... *Inhalt: De numero Platonis scripsit Dr. Otto Weber.* Cassel, 1862, in-4°.

Weber cite d'abord quelques précédentes dissertations :

1) Celle de Schneider;

2) « *Indices lectionum, quae in Academia Marburgensi per semestre aestivum a.* MDCCCXXXIX *habendae proponuntur.* » *Inest C. Fr. Hermanni de numero Platonis disputatio;*

3) *Prolegomena ad Platonis Rempublicam scripsit G.-F. Rettig. Bernae* MDCCCXLV, p. 296-326;

4) La dissertation de A.-J.-H. Vincent;

5) Celle de Th.-H. Martin;

6) « *Die genetische Entwickelung der Platonischen Philosophie* » *von Dr. Franz Susemihl,* t. II, I. Leipzig, 1857, p. 216-226;

7) La philosophie des Grecs d'Éd. Zeller.

Puis, en discutant le problème, il critique avec une certaine amertume les interprétations de Vincent et d'Henri Martin. Ainsi celui-ci, comparant au triangle rectangle dont les côtés sont 3, 4, 5, et la surface 6, le triangle dont les côtés sont 72 fois plus grands, donne à ce dernier triangle pour surface 6×72, alors qu'elle est 6×72^2, puisque les surfaces des triangles semblables sont entre elles comme les carrés des côtés homologues, Weber relève ce *lapsus* en disant : « *Aream trianguli rectanguli, cujus latera sunt* 216, 280, 360, *non* 432, *sed* 72×432, *vel* $72^2 \times 6$ *valere, nemo nisi primorum mathematicae elementorum imperitus nescit...* ! »

Il croit, comme Hermann et Rettig, et contrairement à

H. Martin, que ἀῤῥήτων δὲ δυεῖν est mis pour ἀῤῥήτων δὲ δεομένων δυεῖν ἑκάστων. Vincent et H. Martin ayant fait rapporter ἴσην ἰσάκις à la première harmonie et ἑκατὸν τοσαυτάκις à la seconde, il trouve cette interprétation mauvaise : *pessimam*. Il croit avec raison que ἑκατὸν τοσαυτάκις est mis pour ἑκατὸν ἑκατοντάκις. Il admet pour harmonies les deux nombres 10 000 et 7 500, avec la leçon προμήκη δέ ; mais il ne tire de là aucune conclusion arithmétique.

Il fait, vers la fin de sa dissertation, cette observation qui nous paraît juste : « *Hic fere unus exstat locus, qui ad artis mathematicae conditionem, qualis ante Euclidem apud Graecos fuit, illustrandam aliquantum affert lucis* ». Etc... etc...

X. *Conclusion. — Traductions du lieu.*

Voici les versions définitives, latine et française, que nous proposons. Nous respectons scrupuleusement le texte de Schneider (édition Didot), et nous renfermons entre des crochets obliques les nombres que les Muses donnent à calculer, ainsi que le quaternaire qu'elles désignent énigmatiquement et qu'elles laissent par conséquent à deviner.

« *Est autem ei quod divinitus est genitum* (*scilicet astra*), *circuitus quem numerus continet perfectus; humano vero is, in quo primo* <10> *incrementa generantia et generata, tria intervalla atque quatuor terminos* <1, 2, 3, 4> *cum acceperint, assimilantium et dissimilantium, crescentium et decrescentium, cuncta congruentia et rationalia inter se effecerunt.*

« *Quorum sesquitertia radix quinario conjuncta* <4/3 + 5 = 19/3> *duas harmonias praebet ter aucta* <*per* 3, 4, 10 000> *unam quidem aequalem aequoliter, centum toties* (10 000) *alteram aequalis quidem longitudinis* (100), *sed ablongam, centum numerorum quadratorum ex diametris rationalibus quinarii, indigentium uno singulorum* <100 (49—1) = 4 800>

vel quadratorum ex diametris irrationalibus, indigentium duobus <100 (50—2) = 4 800>, *centumque cuborum ternarii* (2 700). *Universus autem hic numerus geometricus*

<10000 + 100 (4 800 + 2 700) = 10000 + 750 000 = 760 000>

talem auctoritatem habens potiores deterioresque regit generationes... »

« Il y a pour le divin engendré (c'est-à-dire les astres) une période qu'un nombre parfait embrasse ; pour l'humain, il y a un premier nombre <10>, somme de quantités génératrices et engendrées, comprenant trois intervalles et quatre termes <1, 2, 3, 4> de ceux qui donnent des choses semblables ou dissemblables, qui croissent ou qui décroissent, et ne présentent que des rapports analogues et rationnels.

« Le fond épitrite (c'est-à-dire l'intervalle irréductible 4/3) pris parmi ces rapports, ajouté à 5, donne une somme (4/3 + 5 = 19/3) qui, trois fois multipliée <par 3, 4, 10 000>, offre deux harmonies, l'une carrée égale à 100 fois 100 (c'est-à-dire 10 000), l'autre de même longueur (100) dans un sens et allongée dans l'autre sens, de 100 cubes de 3 (c'est-à-dire 2 700) et de 100 carrés des diagonales rationnelles de 5, ces carrés étant diminués chacun d'une unité <c'est-à-dire 100 fois (49 — 1) = 4 800> ou de 100 carrés des diagonales irrationnelles, ces carrés étant diminués chacun de 2 unités < c'est-à-dire 100 fois (50 — 2) = 4 800>. C'est ce nombre géométrique tout entier

<10000 + 100 (2700 + 4800) = 10 000 + 750 000 = 760000>

qui a la vertu de présider aux générations meilleures ou pires... »

L'interprétation complète de ce passage montre combien est considérable, dans l'histoire des sciences, la place du philosophe qui eut assez de modestie pour préférer au titre de sage celui d'ami de la sagesse, et que l'on considérait encore, au temps de Platon, comme un être intermédiaire entre l'homme et la divinité.

TABLE GÉNÉRALE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

Introduction

Arithmétique

DEUXIÈME PARTIE

Lois numériques de la musique

NOTES

Index

ÉPILOGUE

Le nombre géométrique de Platon

FIN

CORRIGENDA

Page	8,	*ligne*	4,	*lisez*	παρακλητικά.
—	69,	—	30,	—	on a en effet.
—	91,	—	25 et 30,	—	indécomposé.
—	100,	—	21,	—	διαιρέσεως.
—	123,	—	33,	—	et ainsi de suite.
—	147,	—	2 et 5,	—	elle diffère *au lieu de* elle est distante.
—	148,	—	30,	—	Boulliau.
—	151,	—	27,	—	qu'elle.
—	152,	—	26,	—	ἡμιτόνων.
—	155,	—	34,	*rétablissez*	p. 302 de l'éd. de *(mots tombés pendant le tirage).*
—	164,	—	16,	*lisez*	ἐλαττόνων αὐτῆς οὐ.
—	176,	—	30,	—	17 et 26.
—	237,	—	15-28,	—	*Cet alinéa contenant la suite du récit d'Arménos, le Pamphylien, doit être guillemeté.*
—	237,	—	33,	*ajoutez*	voyez note XVIII.
—	283,	—	7,	*lisez*	stationnaires.
—	300,	—	3,	*mettez*	avant εἶναι la virgule qui est après.

Le Puy-en-Velay. — Imprimerie Marchessou fils, boulevard Saint-Laurent, 23.