كتاب تحرير اصول
لاوقليدس

من تاليف خوجه نصيرالدين
الطوسي

EVCLIDIS
ELEMENTORVM
GEOMETRICORVM
Libri Tredecim.

EX TRADITIONE DOCTISSIMI
NASIRIDINI TVSINI
Nunc primum Arabicè impreſsi.

XXII- 8- 21-

ROMAE
In Typographia Medicea.
M.D.XCIV.
Cum licentia Superiorum.

بسم الله الرحمن الرحيم

وبه نثق ونستعين ☆

وبعد فان العلوم الرياضية التي هي واسطة عقد الحكمة النظرية تنقسم الي اربعه اقسام الهندسة والارثماطيقي والموسيقي والمجسطي وهو غايتها وكان كتاب الاصول الذي يقال له الاستقص لتحليل ساير العلوم الرياضية اليه في سالف الايام مرتبا علي خمس عشرة مقاله فلما بعد ملوك اليونان الي حله فاستعصي عليه فاخذ يتنسم اخبار الكتاب من كل وارد من اهل العلم عليه فاشار بعضهم الي رجل في بلد الصور يقال له اقليدس انه مبرز في علمي الهندسه والحساب فطلبه الملك وامره بتهذيب الكتاب وترتيبه فهذبه ورتبه علي ثلث عشر مقاله واشتهر الكتاب باسمه وحذف المقالتين الاخيرتين لان مسايلها كانت من المقدمات التي يتوقف عليها براهين نسب المجسمات المذكورة في المقالة الثالثة عشر وكيفيه رسم الاشكال المذكورة فيها بعضها بعد وكانت كلها تستبين امنا ومن غيرها ومن المقالات المقدمه عليها وكان الكتاب موضوعا لان يوضع فيه الاصول دون الفروع اذ هي غير متناهيه ولذلك عدت قضايا لم تتبين الا في هذا العلم من الاصول الموضوعه لما كانت ظاهرة البيان من مسايل الكتاب ثم نشا بعد زمان بعسقلان رجل يقال له انسقلاوس يبرز في العلوم الرياضيه والحق المقالتين بالكتاب بعد تهذيبهما فصار الكتاب بهما خمس عشرة مقالة ثم نقل الي العربية مرتبا علي خمس عشرة مقالة واشتهر من النسخ المتقولة نسختان بين علما هذه الصناعة احديهما هي التي اصلحها ثابت بن قره الحراني والاخري هي التي نقلها واصلحها حجاج بن مطر ثم اخذ في تهذيب الكتاب جماعة كثيرة من المتاخرين طلبا للايجاز والايضاح فحذف بعضهم دعاوي اشكال الكتاب وقنع بالمثال وبعضهم حذف بعض مسايله اعتقادا منه بانه معلوم من باقي الكتاب وبعضهم جمع اشكالا عدة في شكل واحد وبعضهم استخرج من القوة الي الفعل بعض ما اهمله اقليدس

بعض

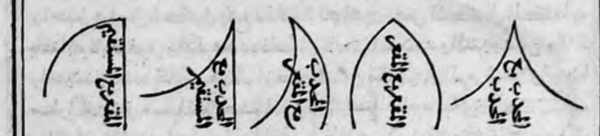
بعض ٧ منها

اقليدس مما يتوقف عليه براهين اشكال الكتاب اعتمادا علي اذهان من يحاول حله ومراعاة لطريقته في هذا الكتاب وبعضهم مع ذلك اشار الي عدد الاشكال المتقدمه مما يتوقف عليه براهين الاشكال المتاخره بالرقوم من حروف ابجد فجعل بعضهم الحروف في متن الكتاب وبعضهم كتبها علي الحواشي وفي اثنا السطور فلما تداولته الايدي محفت الحروف التي كانت في المتن وتركت التي كانت علي الحواشي وفي اثنا السطور وكان الكتاب من الكتب المحتاجة الي التفسير والايضاح ليسهل بذلك علي الطلبه الانتفاع به ثم اني لما تاملت فيما حكيته قوي عزمي علي ان ارتب الكتاب علي ثلث عشرة مقالة كما فعله اقليدس واسلك فيه طريقة جامعة بين المتن والشرح واستخرج جميع ما هو بالقوة الي الفعل مما يتوقف عليه براهين اشكاله وافصل مقدماتها بعضها عن البعض علي ترتيب صناعي وانبه علي اختلاف وقوع كل شكل له اختلاف وقوع وعلي الاستبانة ان كانت واميز عنها مسايل المقالتين الاخرتين بالاشارة اليها واحيل علي كل شكل يقع مقدمة لبراهين بعض اشكال الكتاب بالكتابه لا بالرقوم واذكر عدده فقط ان كانت المقدمه والنتيجه من مقالة واحدة وعدد المقالة مع ذلك ان كانتا من مقالتين واكرر شكلا واحدا مرارا كثيرة في مسئلة واحدة اذا وقع الاحتياج اليه ليكون الكتاب بذلك كاملا في نصابه وجامعا لمقاصد طلابه واسئل الله تعالي في جميع ذلك العصمة عن العوايه في الروايه والصون عن طغيان العلم في الكتابه انه علي كل ذلك قدير وبالاجابة جدير وها انا شرعت فيما حكيته

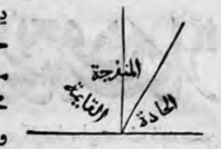
المقالة الاولي وهي اربعة وعشرون شكلا

لكل علم موضوع ومبادء ومسايل وموضوع كل علم ما يبحث فيه عن اعراضه الذاتية وهي المحمولات التي يلحق الشي لذاته او لجزوه او لما يساويه من المحمولات الخارجه عنه والمبادي اما حدود موضوعاته او قضايا هي مقدمات براهين مسايله اما مبينه في ذلك العلم من غير ان يستلزم الدور او في علم اخر ويقدم في اوايل الكتب مجردة عن البراهين وقد يقدم معها لاعلي انها من براهين ذلك العلم ويسمي مصادرات واصولا موضوعه واما مبينه بذواتها ويسمي علوما متعارفه والمسايل هي قضايا يبرهن فيه علي اثبات محمولاتها لموضوعاتها او سلبها عنها ☆ وموضوع هذا العلم الكم المتصل والمنفصل من حيث يعرض لجزياتهما بعضها الي بعض نسب واضافة ☆ واما الحدود ☆ فالنقطة شي ما ذو وضع لا ينقسم في الخارج والمعني بالوضع كون الشي قابلا للاشارة الحسيه ☆ والخط عظم له

طول فقط والمتناهي منه انما ينتهي بالنقطة ✲ والعظم كم من شانه ان يشترك اجزاوه في حد او حدود ✲ والخط مستقيم ان كانت النقط التي تفرض عليه بعضها على مقابلة البعض ومحن ان لم يكن كذلك ✲ والسطح او البسيط عظم له طول وعرض فقط وما كان منه متناهيا انما ينتهي بالخط او النقطة ✲ والسطح مستوان كانت الخطوط المستقيمة المفروضة او التي يمكن فرضها عليه كيف كان تكون بعضها على مقابلة بعض ✲ ومحدب او متعران لم يكن كذلك ويشملهما غير المستوي والزاوية المسطحة هي انفراج احد الخطين عن الاخر الكاينين في سطح المتصلين على نقطة من غير ان يتحدا خطا واحدا وكل من الخطين المحيطين بها ان كان مستقيما فهي المستقيمة الخطين والا فهي غير مستقيمة الخطين سوا كان الخطان المحيطان بها اتفق محدبا ما او مقعرا ما في جهة او اختلفا او كان احدهما مستقيما والاخر منحنيا محدب المنحني مع المستقيم او مقعره ✲ وهذه صورتها ✲

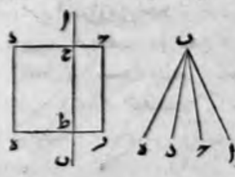


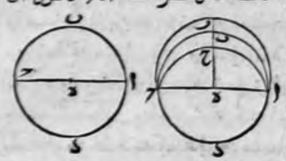
واذا قام خط مستقيم على خط مستقيم بحيث لا يميل له الى احد جانبيه فكل واحد من الزاويتين المتساويتين الحادثتين عن جنبيه يسمي قايمة ويقال لهما قايمتان ويقال ان كل خط من الخطين عمود على صاحبه ✲ فان مال الخط الى احد جانبيه حدثت زاويتان مختلفتان تسمي التي في جهة الميل حاده والاخري منفرجة وهي اعظمهما وهذه صورتها

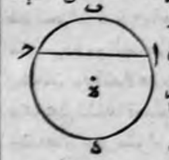


كل خطين مستقيمين كاينين في سطح مستو ان اخرجا في جهتيهما الى غير النهايه فلا يخلوا اما ان لا يتلاقيا او يتلاقيا فالاولان يقال لهما المتوازيان والاخران يقال لهما المتسامتان وانبه على ان القسمه منحصرة في هذين القسمين ان شا الله تعا ✲ ثم الزاوية بحسب اوضاعها بعضها عند بعض ستة اقسام متقابلتان ومتبادلتان ومتلاقيتان ومتناليتان والداخلتان في جهه ومتقاطعتان ليكن سطح حدهر متوازي الاضلاع وقطع خط آب المستقيم ضلعي حد هر المتقابلين على نقطتي ح ط فالمتقابلتان على ثلثة انواع الاولى كزاويتي آحد حطب والثانية كزاويتي رحد ردد والثالثة كزاويتي آحر آطر ويسمي الاخرتين بالخارجه والداخله والمتبادلتان هي كزاويتي حطب هطح والمتلاقيتان هي كل زاويتين

زاويتين يتلاقيان على نقطة فقط كزاويتي حطب آحد والمتناليتان كزاويتي دحط حطب والداخلتان في جهة واحدة كزاويتي دحط هدح والمتقاطعتان كزاويتي آبحر دبهـ وهذه صورتها ✲ وتسمي النهايات حدودا والشكل ما احاط به حد او حدود ✲ والدايرة سطح مستو يحيط به خط واحد يمكن ان يفرض في داخله نقطة جميع الخطوط المستقيمه الخارجه منها الي المحيط متساوية فالخط يسمي محيطها والنقطة مركزها والخطوط المستقيمة الخارجه منها الي المحيط انصاف اقطارها والخط المستقيم المار بالمركز المنتهي في جهتيه الي المحيط قطرها وهو ينصفها وهي تحدث من ادراة خط مستقيم محدود في سطح مستوحتي يعود الي وضعه الاول ✲ واستبان من هذا ان لنا ان نرسم على اي نقطة وباي بعد دايرة ✲ ولنضع لبيان ذلك دايرة محيطها خط آبحر ومركزها نقطة هـ وقطرها آدحر فاقول ان خط آحر ينصف الدايرة لانا اذا ركبنا شكل آدحر على شكل آبحر فان خط آدحر ينطبق على خط آبحر والا يقع داخله او خارجه وايا ما كان فنخرج خط هر المستقيم فيقطع الخطوط الثلثة على نقط ح ب ر فيكون كل واحد من خطي هر حح كخط هب فبصير الجزء مثل كله هذا خلف فقطر آدحر ينصف الدايرة وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واستبان منه ان الزوايا الاربع التي يحيط بكل منها القطر ونصف المحيط متساويه ✲ فنصف الدايرة شكل مسطح يحيط به القطر ونصف المحيط ✲ وكل خط مستقيم يقسم الدايرة بقسمين يسمي وترا وما افرز من المحيط يسمي قوسا ✲ فقطعه الدايرة شكل يحيط به خط مستقيم وقوس افرزها الخط من المحيط فالقطعه التي فيها المركز اعظمهما ✲ ولتقطع خط آحر المستقيم دايرة آبحد فهو وتر لكل من قطعتي آبحر آدحر وهذه اعظمهما لان فيها نقطة هـ المركز وكل واحد من خطي آبحر آدحر اللذين افرزهما خط آحر من المحيط يسمي قوسا ويقطع الدايرة ثلث النصف والتي هي اكثر منه او اصغر منه ✲ لا يحيط خطان مستقيمان بسطح والا فليحط خطا آبحر آدحر بسطح آبحد فنرسم على نقطة آ وبعد آحر دايرة حهـ فيكونا زاويتا آبحهـ آدحهـ متساويتان

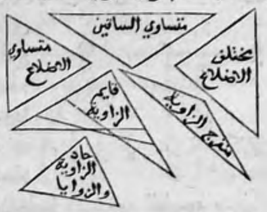




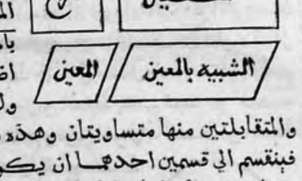




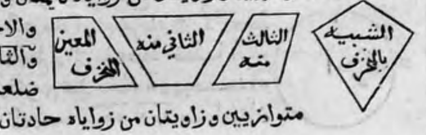
بالاستبانه فالجز يساوي كله هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين ✡



واول الاشكال المستقيمة الخطوط المثلث وهو ما يحيط به ثلثة خطوط مستقيمة ✡ ثم ذو الاربعة الاضلاع وهو الذي يحيط به اربعة خطوط مستقيمة ✡ ثم ذو الاضلاع الخمسة ويقال له المخمس ثم المسدس ثم المسبع وهلم جرا ✡ اما المثلث فينقسم الي ستة اقسام بحسب الاضلاع والزوايا اما بحسب الاضلاع ✡ فان كانت اضلاعه متساويه يسمي متساوي الاضلاع ✡ وان كان اثنان منها فقط متساويين يسمي متساوي الساقين ✡ والا يسمي مختلف الاضلاع واما بحسب الزوايا يسمي قايم الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط قايمة ✡ ويسمي منفرجة الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط منفرجة ✡ ويسمي حاد الزويا ان كانت كل واحدة من زواياه حادة ✡ واما ذو الاربعة الاضلاع فينقسم الي قسمين احدهما ان كل متقابلين من اضلاعه متوازيين والثاني ان لا يكون كذلك ✡ اما القسم الاول فمنه المربع وهو الذي كل واحد من زواياه قايمة وجميع اضلاعه متساوية ✡ ومنه المستطيل وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل من زواياه قايمة وكل ضلعين من اضلاعه المتقابلين متساويان ✡ ومنه المعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع متساوية وليست زاوية من زواياه قايمة وكل متقابلين من اضلاعه متساويان وكل من زواياه المتقابلة متساوية ✡ ومنه الشبيه بالمعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل متقابلين منها متساويان وليست زاوية من زواياه قايمة والمتقابلتين منها متساويتان وهذه صورتها ✡



واما القسم الثاني فينقسم الي قسمين احدهما ان يكون ضلعان من اضلاعه المتقابله متوازيين والضلعان الباقيان متلاقيان بالقوة ✡ والثاني ان لا يوجد ضلعان من اضلاعه متوازيين اما الاول فهو المعين ويقال له المنحرف وهو علي ثلثة اقسام احدها ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين وضلعان غير متوازيين وزاويتان من زواياه قايمتان وزاوية منفرجة والاخري حادة ✡ والثاني ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين وزاويتان من زواياه حادتان متساويتان والباقيتان



والباقيتان منفرجتان متساويتان ✡ والثالث ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين والباقيين غير متوازيين وزاويتان من زواياه منفرجتان مختلفتان والباقيتان حادتان مختلفتان وهذه صورتها ✡ واما الثاني فيسمي الشبيه بالمنحرف وهذه صورته ✡

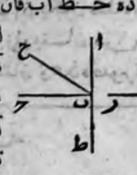
الاصول الموضوعة

واما الاصول الموضوعة فقد تبين في العلم الالهي ان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والمستدير والسطح المستوي والمستدير موجود لاستلزام وجود الكرة المتحركة اياها وهو محدد لجهات وجودها ✡ والفصل المشترك من كل خطين نقطة لانها نهاية كل منهما ✡ وبين كل سطحين خط لانها نهاية كل منهما ✡ لنا ان نفرض علي كل خط وسطح كان نقطة لانه منتهي الاشارة الحسيه ✡ ولنا ان نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم كان او غيره ✡ كل نقطتين لنا ان نفرض بينهما نقطا علي سمتهما ونفرض ان ينطبق علي احد النقطتين نقطة ونسيرها الي النقطة الاخري بحيث تجتاز علي النقطة المفروضة عليهما مساماته اياها في جميع زمان حركتها الي ان تنتهي الي النقطة الاخري فسير كل نقطة خط مستقيم لانه طول ولا عرض له والنقطة التي تفرض عليه بعضها علي مقابلة بعض ✡ والاستبان منه ان لنا ان نفرض خطا مارا باي نقطة تفرض ولا يمكن ان يتصل خطان مستقيمان بخط مستقيم في جهة واحدة من احدي نهايتيه كل منهما علي استقامته بحيث يكون كل واحد معه خطا مستقيما والا فليكن الخط المستقيم آب والمتصل به علي استقامته خط ب ح ونرسم علي نقطة ب وببعد اقصر خط من الخطوط آب ب ح ب د دايرة آ ه د وكل واحد من خطي آ ب ح آ ب د خط مستقيم مار بمركز الدايرة منته في جهتيه الي المحيط وكل منهما قطر دايرة آ ه د فلدايرة واحدة نصفان احدهما اعظم من الاخر هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين ✡



لنا ان نخرج خطا مستقيما ذا نهاية علي استقامته الي اي حد شينا في جهتيه لانا لو فرضنا نقطة علي الخط كانت مع نقطة النهايه علي سمت واحد ثم نفرض نقطا كم شينا علي سمت النقطتين المفروضتين ونفرض انطباق نقطة علي النقطة المفروضة اولا ونسيرها بحيث تجتاز علي النقطة المفروضة تسيرها خط مستقيم والخطوط المستقيمة والسطوح المستوية ينطبق كل علي مثله كل زاوية قايمة مستقيمة الخطين فهي متساوية لكل زاوية قايمة مستقيمة الخطين غيرها ليكن كل من زاويتي آ ب ح د ب ح قايمة ونفرض انطباق ه علي نقطة ب بحيث ينطبق

خط ده خط آب فان انطبق خط ده علي خط ب ح فقد خف الخبر والا فليقع فيما بين خطي آب ب ح كخط ب ح ونخرج آب علي استقامته في جهة ب الي نقطة ط فلان خط ب ح المستقيم وقع علي خط آ ط وزاوية آ ب ح قايمة فزاوية ح ب ط ايضا قايمة اذ لا ميل لخط ب ح الي احدي جهتي آ ط



ولان خط ب ح وقع علي خط آ ط وحدث عن احدي جانبيه زاوية آ ب ح القايمة فلا ميل له الي احد جهتي آ ط والا لكانت زاوية ب ح د حادة او منفرجة وهي قايمة هذا خلف فزاوية آ ب ح تساوي زاوية ح ب ط لكن زاوية آ ب ح اصغر من زاوية آ ب د فهي اصغر من زاوية د ب ط المساوية لزاوية آ ب ح فزاوية ح ب ط المساوية لزاوية آ ب ح اصغر من زاوية د ب ط فبصير كل الشي اصغر من جزءه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲ كل واحد من المقادير يزاد بازدياد اجزاءه فلو كانت اجزاء مقدار واحد غير متناهيه العدد وهي متساوية المقدار فذلك المقدار غير متناه فلا شي من المقادير المتناهيه يمكن ان ينقسم الي اقسام متساوية المقدار غير متناهية العدد فكل مقدارين محدودين من جنس واحد مختلفين بالعظم والصغر فالعظم اما مثل الصغير ومثل فضلة هي اصغر من الصغير واما ضعف الصغير او ضعفه مع فضلة هي اصغر من الصغير واما اضعاف الصغير او اضعافه مع فضلة هي اصغر من الصغير وكل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم والصغر فالصغير يصير اعظم من العظم بالتضعيف مرة بعد اخري والا لا مكن جود مقدار محدود ان ينقسم الي اجزاء متساوية المقدار غير متناهية العدد وذلك محال لما مرّ ✲ كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وصير الزاويتين الداخلتين في جهة واحدة من الخط اقل من قايمتين فان الخطين اذا اخرجا في تلك الجهة الي غير النهاية فهما يتلاقيان ✲ وهذه القضيه ليست من العلوم المتعارفة بل هي من القضايا التي تحتاج الي اقامة البرهان علي صحتها ببعض مسايل الكتاب من غير دور وقد استنبطت لاثباتها برهانا اذكره في موضع يليق ايراده به ان شا الله تعا ✲

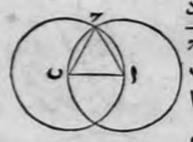
العلوم المتعارفه

وامّا العلوم المتعارفه ✲ الاشياء المساوية لشي واحد متساويه ✲ واذا زيد علي المتساوية حصلت متساوية ✲ واذا نقص من المتساوية متساوية بقيت متساوية ✲ واذا زيدت علي غير المتساوية او نقص عنه المتساوية حصلت او بقيت غير متساوية ✲ الاشياء التي هي اضعاف بعده

بعدة واحدة لشي بعينه او اجزاء له بعدة واحدة فهي متساوية ✲ والاشياء التي لا يتصل بعضها بالتطبيف علي بعض مع اتحاد احد اطرافها فهي متساوية ✲ والكل اعظم من جزءه ✲ الاشكال

لنا ان نعمل علي اي خط مستقيم محدود مفروض مثلثا متساوي الاضلاع

فليكن الخط آ ب فنرسم علي نقطة آ وببعد آ ب دايرة ب ح وعلي نقطة ب وببعد ب آ دايرة آ ح فليقطع محيط احدهما محيط الاخري والا لوقع مركز دايرة آ ح مثلا علي محيطها او خارجا عنه هذا خلف فليكن الفصل المشترك نقطة ح ونصل بينها وبين كل واحد من نقطتي آ ب بخط مستقيم



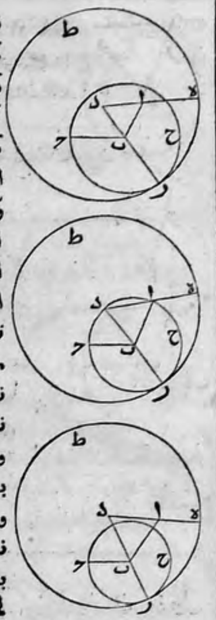
فاقول ان مثلث آ ب ح متساوي الاضلاع برهانه فلان الخطوط المستقيمة الخارجة من المركز الي المحيط متساوية فخطا آ ح ب ح يساويان خط آ ب لان الاشياء المساوية لشي واحد متساوية فاضلاع مثلث آ ب ح متساوية وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ب

لنا ان نضيف الي اي نقطة مفروضة كانت خطا مستقيما مساويا لخط مستقيم محدود من شرط كونهما في سطح واحد

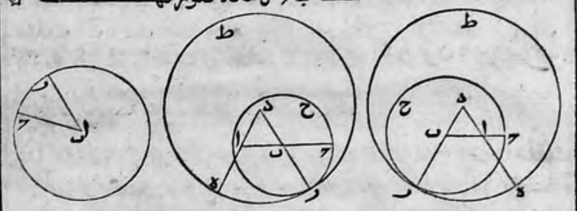
ليكن النقطة آ والخط ب ح فنصل بين نقطتي آ ب بخط مستقيم ونرسم عليه مثلثا متساوي الاضلاع وهو آ د ب بالشكل المتقدم ونخرج ضلعي د آ د ب في جهتي آ ب علي استقامتهما الي غير النهايه ونرسم علي ب وببعد ب ح دايرة ح ر ح فيقطع لا محاله ضلع د ب المخرج علي نقطة ولتكن نقطة ر ونخرج د ر من نقطة ر ونرسم علي نقطة د وببعد د ر دايرة ر ه ط فهي تقطع ضلع د آ المخرج علي نقطة ولتكن النقطة ه فاقول ان خط آ ه يساوي ب ح برهانه





فلان ب مركز دايرة حرح فخط ب ح كخط ب ر ولان د مركز دايرة ره ط فخط ده كخط در فاذا القينا منهما خطي دآ دب المتساويين كل من نظيره يبقي خط آه كخط ب ر وكان ب ح كخط ب ر فخط آه كخط ب ح وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة آ اما ان تقع مباينه لب ح او غير مباينه والمباينه اما غير مسامته لب ح او مسامته له وغير المباينه اما علي الخط او علي طرفه فعلي تقديري الاول والثاني خط آب ان كان اصغر من خط ب ح فمحيط الدايرة حرح يجوز نقطة آ كما مثلنا وان كان مساويا له فيمر علي نقطة آ وان كان اعظم منه فيقطع خط آب وعلي تقدير الثالث فلا يحتاج الي ان نصل بين نقطي آ ب بخط مستقيم والعمل والبرهان في الكل واحد وعلي التقدير الرابع فرسم علي نقطة آ وببعد آح دايرة حر ونصل بين نقطي آ ب و ر بخط مستقيم فهو مساو لخط ب ح وهذه صورتها ❁

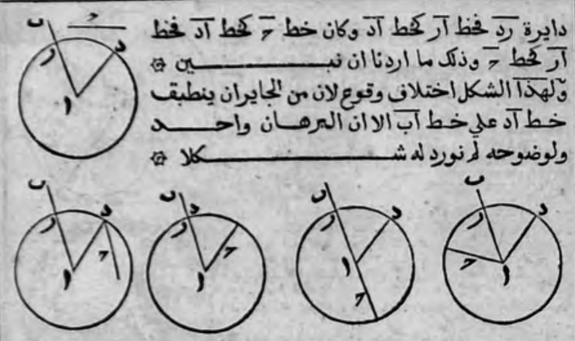


كل خطين مستقيمين مختلفين في الطول فلنا ان نفصل من اطولهما مثل اقصرهما

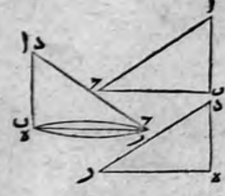
ولتكن الاطول آب والاقصر ح فنضيف الي نقطة آ خط آد يساوي خط ح بالشكل المتقدم ونرسم علي نقطة آ وببعد آد دايرة رد فيقطع محيطها خط آب علي نقطة ر فيمر محيطها علي خط آب فليمر علي نقطة ر فاقول إن خط آر كخط ح برهانه فلان آ مركز دايرة

دايرة رد فخط آر كخط آد وكان خط ح كخط آد فخط آر كخط ح وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان من الجايران ينطبق خط آد علي خط آب الا ان البرهان واحد ولوضوحه لم نورد له شكلا ❁



كل مثلثين تساوي ضلعان وزاوية بينهما ضلعين وزاوية بينهما من الاخري كل لنظيره فالضلعين الباقيين والزوايا الباقية المتناظرة متساوية والمثلث كالمثلث



ولتكن ضلعا آب آح وزاوية بآح من مثلث آبح يساوي ضلعي دة در وزاوية ةدر من مثلث دةر كل لنظيره فاقول ان ضلع بح كضلع ةر وزاوية آبح كزاوية دةر وزاوية آحب كزاوية درة ومثلث آبح كمثلث دةر برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث آبح علي مثلث دةر بحيث يماس بحيث يقع نقطة ب علي نقطة ة وضلع آب علي ضلع دة فيقع نقطة آ علي نقطة د لتساوي ضلعي آب دة فينطبق ضلع آح علي ضلع در لتساوي زاوية بآح ةدر وتقع نقطة ح علي نقطة ر لتساوي آح در فينطبق بح علي ةر والا لوقع داخل المثلث او خارجه وايا ما كان يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح هذا خلف فاضلاع مثلث آبح وزواياه انطبقت علي اضلاع مثلث دةر وزواياه كل علي نظيره فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

كل زاويتين فوق القاعدة من كل مثلث

متساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان تحدثان تحتها ان اخرج الساقان علي استقامتهما في جهة القاعدة



فليكن المثلث آبح متساوي ساقي آب آح واخرج في جهة القاعدة آب الي د و آح الي ه بغير نهايه فاقول ان زاويتي آبح آحب متساويتان وكذلك زاويتا حبد بحه برهانه نرسم علي خط بد نقطة ر كيف ما اتفق ونفصل من آه آح لخط آر بالشكل الثالث ونصل بح حر بخطين مستقيمين فلان ضلعي آر آح من مثلث آحر يساويان ضلعي آح آب من مثلث آبح كل لنظيره وزاوية بآح مشتركة بين المثلثين فبالشكل الرابع قاعدة حر كقاعدة بح وزاوية آبح كزاوية آحر وزاوية آرح كزاوية آحب فاذا القينا آب آح المتساويين من آر آح المتساويين يبقي ب ر متساو لحح ولان ضلعي رب رح وزاوية برح من مثلث ربح يساوي ضلعي ح ح ب وزاوية ححب من مثلث ححب فبالشكل المتقدم زوايا مثلث بحر تساوي زوايا مثلث حبح كل لنظيره فاذا القينا زاويتي حبح بحر المتساويتين من زاويتي آبح آحر المتساويين يبقي زاوية آبح متساوية لزاوية آحب وكانت زاوية حبر كزاوية بحح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ وهذا الشكل يلقب بالمأموني ۞

كل مثلث تساوت الزاويتان اللتان فوق القاعدة منه فوتراهما متساويان



ولبكن زاويتا آبح آحب متساويتين فاقول ان ضلع آب كضلع آح برهانه والا لكان احدهما اعظم من الاخر فليكن الاعظم آه نفصل منه دح كضلع آب بالشكل الثالث ونصل دب بخط مستقيم فلان ضلع با من مثلث آبح كضلع دح من مثلث دحب وضلع بح مشترك بينهما وزاوية آبح كزاوية دحب فبالشكل الرابع مثلث آبح يساوي مثلث دحب فالكل يساوي جزءه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واذا اخرجنا

اخرجنا آب علي استقامته في جهة آ الي غير النهاية وفصلنا منه بد مساويا لخط آح بالشكل الثالث ووصلنا بين نقطتي د ح بخط مستقيم ينتظم عليه البرهان المذكور ۞

كل خطين مستقيمين خرجا من طرف خط مستقيم وتلاقيا علي نقطة في احدي جهتيه فلا يمكن ان يخرج من تينك النقطتين خطان اخران مستقيمان في تلك الجهة بعينها يساوي كل منهما نظيره من الخطين الاولين ويتلاقيان علي غير ملتقي الخطين الاولين



فلنخرج من نقطتي آ ب علي خط آب المستقيم خطا آح بح المستقيمان الملتقيان علي نقطة ح وخرج من نقطتي آ ب ايضا في جهة ح خطا آد بد خط اي لخط آح و بد لخط بح فاقول ان خطي آد بد لا يمكن ان يلتقيا علي غير نقطة ح برهانه فان امكن ذلك فليلتقيا علي نقطة د ونصل بين د ح بخط مستقيم فلتساوي ضلعي آح آد تساوي زاوية دحا التي هي اعظم من زاوية دحب زاوية حدا بالشكل الخامس فزاوية حدا اعظم من زاوية دحب وايضا فلتساوي ضلعي بح بد تساوي زاوية دحب التي هي اصغر من زاوية حدآ زاوية حدب بالشكل الخامس فزاوية حدب اصغر من زاوية حدا وهي اعظم منها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة د اما ان تقع خارج مثلث آبح ويقطع احد ضلعي دا دب احد ضلعي حآ حب اولا واما ان تقع داخل مثلث آبح واما ان تقع علي احد ضلعي حآ حب اما الاول فقد بينا استحالته واما الثاني فنخرج فيه خطي آد آح علي استقامتهما في جهة د الي نقطتي ز ه واما في الثالث فالي نقطتي آ ه ونصل بين نقطتي ح ذ بخط مستقيم فلان في الثاني زاويتا بحد بدح من مثلث بحد متساويتان بالشكل الخامس وزاويتا زحد هدح

متساويتان بالشكل الخامس ايضا فيكون زاوية ر د ح المساوية لزاوية ه د ح التي هي اعظم من زاوية ب د ح المساوية لزاوية ب ح د اعظم من زاوية ب د ح وهي اصغر منها هذا خلف ولمثله تبين الخلف في الثالث واما الرابع فليقع نقطة د علي خط ب ح قبل اخراجه او بعده فيكون احد الخطين المتساويين اعظم او اصغر من الاخر هذا خلف ☆

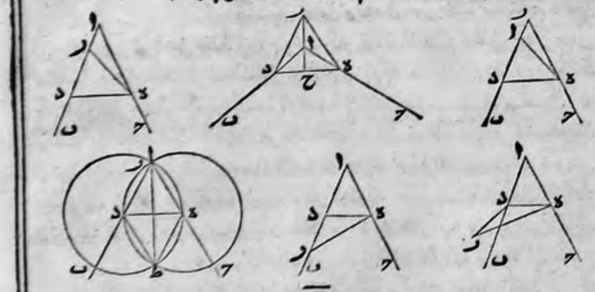
كل مثلثين تساوت اضلاعهما المتناظرة فهما متساويان وزواياها المتناظرة متساوية

ليكن اضلاع آ ب آ ح ب ح من مثلث آ ب ح تساوي اضلاع ه د ر ر ه من مثلث ه د ر كل لنظيره فاقول ان المثلثين متساويان وان زوايا آ ب ح آ ح ب ب آ ح كزوايا ه د ر د ر ه ه د ر متساوية علي التناظر برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث آ ب ح علي مثلث ه د ر بحيث ينطبق ضلع ب ح علي ضلع ه ر ونقطتا ب ح علي نقطتي ه ر فلا بد وان يقع نقطة آ علي نقطة د والا فليقع علي نقطة اخري كنقطة ح مثلا فيلزم خروج خطي ه ر ر د المستقيمين في جهة د من نقطتي ه ر مع خروج ح ه ح ر المستقيمين من تينك المساويين لهما في تلك الجهة لعينها مع اختلاف المبلي هذا خلف بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

لنا ان ننصف كل زاوية مستقيمة الخطين

وليكن زاوية ب آ ح مستقيمة الخطين فاقول لنا ان ننصفها برهانه نرسم علي ضلع آ ب نقطة كيف اتفق وليكن د ونفصل من ضلع آ ح آ ه كآ د بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي د ه بخط مستقيم ونرسم علي د ه مثلث د ه ر متساوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل بين نقطتي آ ر بخط مستقيم فلان ضلعي آ ه ه ر من مثلث آ ه ر يساويان ضلعي آ د د ر من مثلث آ د ر وضلع آ ر مشترك بينهما فزاويتا د آ ر ه آ ر متساويتان بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ر اما ان تقع في جهة مثلث آ د ه من خط د ه او في مقابلها فعلي تقدير القسم الاول اما ان يقع نقطة ر داخل مثلث آ د ه او خارجه مع قطع احد ضلعي د ر ه ر احد ضلعي ا د ا ه او مع انطباق احد ضلعي د ر ه ر علي احد ضلعي آ د آ ه اولا مع قطعه احدهما واما ان يقع علي احد ضلعي آ د آ ه او علي نقطة آ فعلي الاول نصل بين نقطتي آ ر بخط مستقيم ونبين بمثل ما بينا تنصيف زاوية ب آ ح وعلي الثاني والثالث يلزم ان يكون احدي زاويتي ر د ه ر د ه المتساويتين اعظم من احدي زاويتي آ د ه آ د د المتساويتين والاخري اصغر من الاخري هذا خلف وعلي الرابع نصل بين نقطتي آ ر بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ضلع د ه فينتهي اليه علي نقطه ح ويبين بالشكل المتقدم ان زاويتي د آ ه ر آ ه من مثلثي آ د ر آ د ر متساويان ثم تبين بالشكل الرابع ان قاعدة د ح من مثلث ر ح ه كقاعدة ح د من مثلث ر ح د ثم تبين بالشكل المتقدم زاوية د آ ح من مثلث آ د ح كزاوية ه آ ح وعلي الخامس تبين الخلف بمثل ما بينا في القسم الثاني وعلي السادس يكون نقطة ر علي تقاطع الدايرتين رسمنا لهما مثلث د ط ه ولكن نقطة ط علي تقاطعهما الاخر ونصل بينهما وبين كل واحدة من نقطة ر د ه بخط مستقيم ثم تبين بالشكل المتقدم ان زاوية د ر ط من مثلث د ر ط كزاوية ه ر ط من مثلث ر ط ه واما علي تقدير القسم الثاني فاما ان يقع نقطة ر فيما بين ضلعي آ ب آ ح او علي احدهما او خارجه عنهما والاول يبناه والثاني والثالث تبين الخلف فيهما بمثل ما بيناه في القسم الثاني من القسم الاول وهذا صورتها ☆

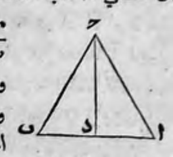


ي

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان ننصفه

ليكن آ ب خط مستقيم محدود نرسم عليه مثلث آ ب ح متساوي

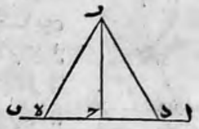
الاضلاع بالشكل الاول وننصف زاوية آحب بالشكل المتقدم بخط حد المستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي خط آب فلبنته علي نقطة د فاقول ان خطي دآ دب متساويان برهانه فلان ضلعي حآ حد وزاوية آحد من مثلث آحد تساوي ضلعي حب حد وزاوية ب حد فبالشكل الرابع قاعدة آد كقاعدة دب وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان منه ان متي نصفت زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان من اي مثلث فان الخط المنصف للزاوية ينصف قاعدتها و هي تنصف قاعدة زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان و وصل بين نقطتي الزاوية والقسمه بخط مستقيم فذلك الخط ينصف الزاوية ✲

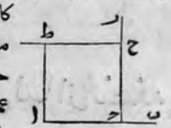
ما

كل نقطة علي اي خط مستقيم مفروض غير متناه في طرفيه اوفي احدهما لنا ان نخرج من تلك النقطة عمودا علي ذلك الخط



ليكن الخط آب والنقطة ح ونرسم علي خط آح نقطة د كيف اتفق ونفصل من خط حب خط حه مثل دح بالشكل الثالث ونرسم علي خط ده مثلث دره متساوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل حر بخط مستقيم فاقول ان خط حر عمود علي خط آب برهانه فلان اضلاع مثلثي حدر حهر متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن وزاوية دحر كزاوية هحر فخط حر عمود علي خط آب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولنا ان نبين هذا الشكل بوجه اخر فلان ضلعي در هر متساويان يكون زاويتا حدر حهر متساويين بالشكل الخامس فيكون ضلعا دح دح يساويان ضلعي هح هر وزاوية حدر كزاوية حهر فبالشكل الرابع وزاويتا دحر هحر متساويتان فخط حر عمود علي آب ✲ واقول ان كانت قاعدة علي طرف خط آب واردنا ان نخرج منها عمودا علي خط آب من غير اخراج خط آب في جهة آ لنا ذلك فنخرج من نقطة علي خط آب عمودا عليه كما مثلنا ولكن هو عمود حر ونخرج من نقطة ما علي عمود حر عمودا عليه كما مثلنا ولكن عمود



عمود حط ونخرجه علي استقامة في جهة ط الي غير النهايه ونفصل منه حط مساويا لخط آح بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي آ ط بخط مستقيم فاقول ان زاوية طآح قايمة والا لكانت حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا آط حر موضوعان علي التقارب في جهة ح لان زاوية آحر قايمة فيكون خط آح اعظم من عمود حط وهما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة وزاوية آحر قايمة كان خطا آط حر موضوعان علي التباعد في جهة ح فيكون خط آح اصغر من عمود حط وهما متساويان هذا خلف فزاوية طآح قايمة فاط عمود علي آب وهو المطلوب وهذه صورته ✲



س

كل نقطة مفروضة علي سطح مفروض فيه خط مستقيم غير محدود في طرفيه ولا تكون النقطة علي الخط المفروض لنا ان نخرج من تلك النقطة الي الخط عمودا

ليكن الخط آب والنقطة ح فنرسم نقطة د في الجهة المقابله لجهة ح من خط آب ونرسم علي ح وبعد حد دايرة دره فيمر محيطها علي نقطتي ره من خط آب ونصل بين ح وكل واحده من نقطتي ره بخط مستقيم وننصف خط هر علي نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ح بخط مستقيم فاقول ان خط حح عمود علي هر برهانه فلان اضلاع مثلث هحح تساوي اضلاع مثلث رحح كل لنظيره فبالشكل الثامن زواياها المتناظره متساوية فزاوية ححه كزاوية ححر يخرج عمود علي خط آب وتبين بوجه ابسط فننصف زاوية رحه بخط مستقيم بالشكل التاسع ونخرجه الي ان ينتهي الي خط آب بنقطة ح فنقول ان خط حح عمود علي آب برهانه فلان ضلعي هح حح وزاوية هحح من مثلث هحح يساوي ضلعي رح حح وزاوية رحح من مثلث رحح كل لنظيره فبالشكل الرابع زواياها المتناظره متساوية فزاوية ححر كزاوية ححه فخط حح عمود علي خط آب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ح

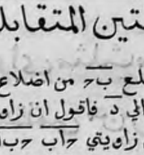
كل خط مستقيم وقع علي خط مستقيم فان

الزاويتين الحادثتين عن جنبتي الخط الواقع قايمتان او مساويتان لقايمتين



فليقع خط آب المستقيم علي حد المستقيم فليحدث زاويتي آبح آبد فاقول انهما اما قايمتان او مساويتان لقايمتين برهانه فلان خط آب اما ان يكون عمودا علي خط دح او لم يكن فان كان عمودا عليه كانت زاويتا آبح آبد قايمتين وان لم يكن عمودا فيخرج من نقطة ب عمود به علي خط حد بالشكل الحادي عشر فتنقسم زاوية آبح المنفرجة الي زاويتي هبح القايمة وزاوية هبا الحادة فاذا اضفنا الحادة الي زاوية آبد صارتا قايمة و زاوية هبح الباقية من زاوية آبح قايمة فزاويتا آبح آبد معا كقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل خطين مستقيمين يتصلان عن جنبتي اي خط مستقيم بنقطة عليه وكانت الزاويتان الحادثتان قايمتين او مساويتين لهما فكل من الخطين علي استقامة الاخر



فليتصل بنقطة ب من خط آب عن جنبتيه خطا بح بد واحاطا معه بزاويتي آبح آبد فاقول ان خط بد ويصير معه خطا مستقيما برهانه والا فليكن مع به خطا مستقيما فزاويتا آبح آبه اما قايمتان او مساويتان لهما بالشكل المتقدم وكانت زاويتا آبح آبد قايمتين او مساويتين لهما فاذا القينا زاوية آبح المشتركة بقيت آبه كزاوية آبد فالجزء مساو لكله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊ ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط به يمكن ان يقع بين خطي آب بد او تحتهما

كل زاويتين متقابلتين من اربع زوايا الحادثة عن تقاطع كل خطين مستقيمين متساويان

والزوايا

والزوايا الاربع الحادثة كاربع قوايما



فليتقاطع خطا آب حد علي نقطة ه فاقول ان زاوية آهد كزاوية حهب المقابلة لها برهانه فلان كل واحدة من زاويتي آهد بهح مع زاوية دهب كقايمتين بالشكل الحادي عشر فاذا القينا زاوية دهب المشتركة تبقي زاوية آهد مساوية لزاوية بهح وبمثله تبين ان زاوية آهح كزاوية دهب المقابلة لها وقد ظهر مما ذكرنا ان الزوايا الاربع كاربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين وقد استبان من هذا ان الخطوط المتقاطعة لو كانت اكثر من اربع فان الزوايا الحادثة من تقاطع الجميع جمعها مساوية لاربع قوايم وان جمع الزوايا الحادثة من خروج ثلثة خطوط واكثر في سطح من اي نقطة كاينه فيه تساوي اربع قوايم ولايكون شي من السطح خارجا من تلك الزوايا التي تساوي اربع قوايم ❊

كل واحدة من الزوايا الحادثة من اخراج اي ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع علي استقامته اعظم من كل واحدة من الزاويتين الداخلتين المتقابلتين لها



ولنخرج ضلع بح من اضلاع مثلث آبح علي استقامته الي د فاقول ان زاوية آحد اعظم من كل واحدة من زاويتي حاب حبا برهانه ننصف ضلع آح علي نقطة ه بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي ب ه بخط مستقيم ونخرج علي استقامته في جهة ه الي غير النهاية ونفصل من خط هب هز لخط بهه بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي زح بخط مستقيم فلان زاويتي آهب زهح متساويتان بالشكل المتقدم فضلعا هز هح وزاوية زهح من مثلث زهح تساوي ضلعي هب ها وزاوية آهب من مثلث آهب فزاوية زهح مساوية لزاوية هاب بالشكل الرابع وزاوية آحد اعظم من زاوية زهح فهي اعظم من زاوية هاب فاذا اخرج ضلع آح الي نقطة ح في جهة ح يحدث زاوية ححب وننصف ضلع بح علي نقطة ط بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي آ ط بخط مستقيم ونخرجه في جهة ط الي غير النهاية ونفصل منه خط طك مثل اط

بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم وتبين بمثل ما بينا ان زاوية ط ح آ كزاوية آ ب ح وزاوية ب ح ح اعظم من زاوية ط ح آ المساوية لزاوية آ ب ح فزاوية آ ح د المساوية لزاوية ط ح ح بالشكل المتقدم اعظم من زاويه آ ب ح وبمثل ما بينا تبين المطلوب اذا اخرجنا ضلعي آ ب آ ح وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واستبان منه انه لا يمكن ان يوجد زاويتان متساويتان في جهة واحده الحادثتان من خروج خطين مستقيمين من نقطة في سطح الي خط مستقيم في ذلك السطح ✲

كل زاويتين من اي مثلث مستقيم الاضلاع اي زاويتين كانتا فانهما معا اقل من قايمتين



ولبكن مثلث آ ب ح مستقيم الاضلاع فاقول ان كل واحدة من زاويتي آ ح ب ح ب آ معا وزاويتي آ ح ب ب آ ح معا وزاويتي ب آ ح ح ب آ معا اقل من قايمتين برهانه نخرج ضلع ب ح الي د في جهة ح فلان زاويتي آ ح ب آ ح د متساويتان لقايمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية آ ح د اعظم من كل واحدة من زاويتي ح ب آ ح آ ب بالشكل المتقدم فكل من زاويتي ب آ ح آ ح ب معا ومن زاويتي آ ح ب ح ب آ معا اقل من قايمتين وبمثله تبين البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل اطول ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع فانه يوتر الزاوية العظمي من زاياه



لبكن ضلع آ ب من مثلث آ ب ح المستقيم الاضلاع اطول من ضلع آ ح فاقول ان زاوية آ ح ب اعظم من زاوية آ ب ح برهانه نفصل من ضلع آ ب آ د يساوي ضلع آ ح بالشكل الثالث ونصل ح د بخط مستقيم فلان زاوية آ د ح التي هي اصغر من زاوية آ ح ب كزاوية آ د ح بالشكل الخامس وزاوية آ د ح اعظم من زاوية آ ب ح بالشكل السادس عشر فزاوية آ ح ب اعظم كثيرا من زاوية آ ب ح وذلك ما اردنا ان نبين وبمثله تبين لوكان الاعظم غيره

كل زاوية عظمي من زاوايا كل مثلث مستقيم

الاضلاع فوترها الضلع الاطول من باقي اضلاعه



فلبكن زاوية آ ح ب اعظم من زوايا مثلث آ ب ح المستقيم الاضلاع فاقول ان ضلع آ ب اعظم اضلاعه برهانه والا لكان مساويا لضلع آ ح مثلا فبكون زاوية ح ب آ كزاوية آ ح ب بالشكل الخامس وهي اعظم منها هذا خلف او كان اصغر منه فبكون زاوية آ ب ح اعظم من زاوية آ ح ب بالشكل المتقدم وهي اصغر منها هذا خلف وبمثله يبين كونه اعظم البواقي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل ضلعين من اضلاع اي مثلث كان فهما معا اطول من الثالث



لبكن المثلث آ ب ح فاقول ان ضلعي آ ب آ ح معا اعظم من ب ح برهانه نخرج ب آ في جهة آ علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آ د كآ ح بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ح د بخط مستقيم فلان آ د كآ ح يكون زاوية آ ح د التي هي اصغر من زاوية ب ح د كزاوية آ د ح بالشكل الخامس فزاوية ب ح د اعظم من زاوية آ د ح فضلع ب د المساوي لضلعي آ ب آ ح اعظم من ضلع ب ح وبمثله يبين البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل خطين مستقيمين خرجا من طرفي اي ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع والتقيا داخله فانهما معا اصغر من الضلعين الباقيين معا والزاوية التي يحيط بها الخطان اعظم من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الباقيان



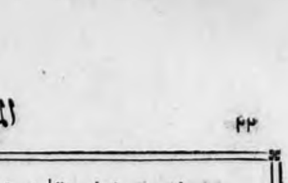
فلنخرج خطا ب د ح د من طرفي ضلع ب ح من اضلاع مثلث آ ب ح والتقيا علي نقطة د داخله فاقول ان خطي د ب د ح معا اصغر من آ ب آ ح معا وان زاوية ب د ح اعظم من زاوية ب آ ح برهانه نخرج خط ب د



على استقامته في جهة د فينتهي الي ضلع آح علي نقطة بين نقطتي آ ح لانه لو انتهي الي نقطة اخري يلزم احاطه خطين مستقيمين بسطح ولبكن نقطة ه فلان ضلعي آه آب معا اعظم من ب ه بالشكل المتقدم ونجعل هر مشتركا فضلعا آب آح معا اعظم من هب هح معا وضلعا هد هح معا اعظم من ح د بالشكل المتقدم ونجعل ب د مشتركا فضلعا هب هح معا اعظم من ضلعي دب دح معا فضلعا آب آح اعظم كثيرا من ضلعي دب دح معا وايضا فلان زاوية ب د ح الخارجه من مثلث هدح اعظم من زاوية دهح التي هي اعظم من زاوية هآب بالسادس عشر فزاوية ب د ح اعظم كثيرا من زاوية بآح وذلك ما اردنا ان نبين ✡

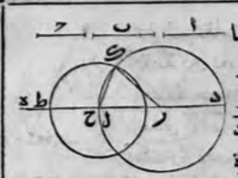
آلب

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم غير متناه في جهتيه اوجهة فقط مثلث مستقيم الاضلاع يساوي كل ضلع منها احد ثلثه خطوط متناهية مستقيمة مفروضه كل اثنين منها اعظم من الثالث ✡



لبكن الخط المستقيم دة والخطوط المفروضة آ ب ح فنفصل من خط دة در يساوي آ و رح يساوي ب و ح ط يساوي ح بالشكل الثالث ونجعل ر مركزا وندير ببعد در دايرة دلا فلابد وان يقطع محيطها خط دة ولبقطع علي نقطة ل ونجعل نقطة ح مركزا وندير ببعد ح ط دايرة ط لا فيقطع محيطها محيط دايرة دلا علي نقطة لا ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي رح بخط مستقيم فاقول ان مثلث لارح هو المطلوب برهانه فلان ر مركز دايرة لاد فخط لار كخط در وخط آ كخط در فخط لار يساوي خط آ فلان ح مركز دايرة ط لا فخط لاح كخط ح ط وخط ح كخط ح ط فخط لاح يساوي خط ح وكان رح مساويا لخط ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

وليذا الشكل اختلاف وقوع في بادي النظر بعضها ممكن الوجود وذلك لان نقطة ل اما ان يقع بين نقطتي رح او علي نقطة ح او بين ح ط او علي

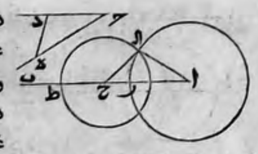


علي نقطة او بين نقطتي ط ح اما الاول فاما ان يكون ح ط مساويا لخ ل او اقل منه او مساويا لخ د او اعظم منه او مساويا لخ ر او در او اصغر ح ر او اعظم منه او اقل من ح د فعلي الاول تكون دايرة ط لا مماسة لدايرة دلا وعلي الثاني يقطع محيطها خط دة بين نقطتي ح ل وعلي الثالث يماس محيط دايرة ط لا نقطة د وعلي الرابع يجاوزها فعلي المقادير الاربعة لا يتقاطع الدايرتان لانتفاء الشرط المذكور وهو كون كل من الخطين من الخطوط الثلثة معا اطول من الثالث فلا يمكن المثلث وعلي الخامس والسادس يكون المثلث متساوي الساقين وعلي تقديري السابع والثامن يكون المثلث مختلف الاضلاع واما الثاني فاما ان يكون خط ح ط ح ط مساويا لخط ح د او اعظم منه او مساويا لخ ر او اصغر منه او اعظم منه او اقل من ح د فعلي التقدير الاول يماس محيط دايرة ط لا نقطة د وعلي الثاني يجاوزها فلا يمكن رسم المثلث لانتفاء الشرط المذكور وعلي الثالث يكون المثلث متساوي الاضلاع وهو علي تقديري الرابع والخامس ويكون المثلث متساوي الساقين واما الثالث فاما ان يكون ح ط مساويا لخ د او اعظم منه او مساويا لخ ر او اعظم بقدر ح ل او اقل منه او اكثر مع انه اقل من ح د او يكون اقل من ح ر فعلي تقدير الاول محيط دايرة ط لا يماس نقطة د وعلي الثاني يجاوزها وعلي تقدير الثالث والرابع يكون المثلث متساوي الساقين وعلي الخامس والسادس مختلف الاضلاع واما القسم الرابع والخامس فيمتنعان لانتفاء الشرط المذكور ✡

آلد

لنا ان نرسم علي اي نقطة من خط مستقيم مفروض غير متناه في جهتيه اوفي جهة زاوية مستقيمة الخطين كزاوية مفروضة مستقيمة الخطين

لبكن الخط المفروض آب والزاوية المفروضة ح فنرسم علي ضلعيها نقطتي د ه كيف اتفقا ونصل بينهما بخط مستقيم ونفصل من خط آب خط آر كخط حد وخط آح كخط حه وخط ح ط كخط دة بالشكل الثالث ونرسم علي نقطة آ وببعد آر دايرة رلا وعلي نقطة ح وببعد ح ط



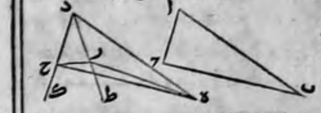
دايرة ط ا فلا يقطع محيطها خط آب على نقطة آ فيكون مماسه لدايرة ر ا ولا على نقطة بين نقطتي ر ح ولا تحيط دايرة ر ا مماسه اياها ولا تحيط بها غير مماسه والا لكان في الاولين خط آح كخطي آر ح ط او اعظم منهما وفي الاخيرين خط ح ط كخطي آر آح او اعظم منهما اذا جعلا خطا واحدا والكل ممتنع بالشكل العشرين فمحيط دايرة ط ا يقطع محيط دايرة ر ا فليقطع على نقطة ا ونصل بينهما وبين كل واحدة نقطتي آ ح بخط مستقيم فاقول ان زاوية ا آح كزاوية ه د برهانه فلان نقطة آ مركز دايرة ر ا فآ ا كآ ر وكان ح د كآ ر فآ ا كضلع ح د ولان ح مركز دايرة ط ا فخط ح ا كخط ح ط وكان ضلع ه د كخط ح ط فضلع ح ا كضلع ه د وكان خط آح بالفرض كضلع ح د فبالشكل الثامن مثلثا ا آح ح د ه متساويان وزواياهما المتناظرة متساوية فزاوية ا آح كزاوية د ه ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان تقطع بين نقطتي آ ر وحينيذ نقطه لا يمكن ان يقع بين نقطتي ح ر او على نقطة ر والا يلزم ان يكون احد اضلاع المثلث اعظم من الضلعين الباقيين او مساويا لهما فبصير دايرة ر ا محيطة بدايرة ا ط مماسة اياها او غير مماسة فتقع نقطة ط خارجه عنهما في جهة ر بحيث يكون خط ح ط اصغر من خطي آد آح اذا جعلا خطا واحدا ويمكن ان تقع نقطة ح على نقطة ر وحينيذ خط ح ط لا جايز ان يكون مساويا لقطر دايرة ر ا او اعظم والا لزم ان يكون احد اضلاع مثلث مساويا للضلعين الباقيين او اعظم منهما فتصير دايرة ط ا مماسة لدايرة ر ا محيطة بها او محيطة بها غير مماسة اياها فلا يمكن رسم المثلث وقد بينا في الشكل العشرين ان ضلعي كل مثلث اعظم من الثالث فخط ح ط يكون اصغر من قطر دايرة ر ا فتتقاطع دايرة ر ا ط ا ويتم العمل ويمكن ان يقع خارج نقطتي آ ر وحينيذ لا يمكن ان يكون خط ح ط مساويا لخط ح ر او اصغر منه والا مساويا لخطي آح آ ر اذا جعلا خطا واحدا او اعظم منهما والا يلزم بعض المحالات المذكورة ✲

الد

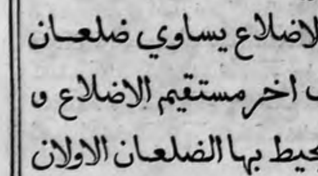
كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان منه ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و كانت

كانت الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان اعظم من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاخران فقاعدة العظمي اعظم من قاعدة الصغري ✲

ليكن ضلعان آب آح من مثلث آب ح كضلعي ه د ه ر من مثلث ه د ر و زاوية ب آح اعظم من زاوية ه د ر فاقول ان قاعدة ب ح اعظم من قاعدة ه ر برهانه نعمل على نقطة د من خط د ه زاوية ك زاوية ب آح بالشكل المتقدم ونفصل د ح كآح بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ه ح بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي ح ر بخط مستقيم فلان ضلعي آب آح وزاوية ب آح تساوي ضلعي ه د د ح وزاوية ه د ح كل لنظيره فقاعدة ب ح كقاعدة ح د بالشكل الرابع ولان كل واحد من ضلعي د ح د ر يساوي ضلع آح تكون زاوية د ح ر التي هي اعظم من زاوية ه ح ر كزاوية د ح ر التي هي اصغر من زاوية ه ح ر بالشكل الخامس فزاوية ه ح ر اعظم من زاوية ه ح ر فضلع ه ح اعظم من ضلع ه ر بالشكل التاسع عشر فقاعدة ب ح المساوية لضلع ه ح اعظم من قاعدة ه ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲



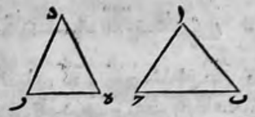
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قاعدة ح ه اما ان تقع فوق قاعدة ه ر او تنطبق عليها او تقع تحتها اما الاول فقد بيناه واما الثاني فظاهر واما الثالث فنخرج ضلعي د ر د ح على استقامتهما في جهة ر الى نقطتي ط ا بغير نهاية ونصل بين نقطتي ه ح بخط مستقيم فلان زاوية ط ر ح التي هي اصغر من زاوية ه ر ح اعظم من زاوية ه ح ر بالشكل الخامس فقاعدة ه ح المساوية لقاعدة ب ح اعظم من قاعدة ه ر بالشكل التاسع عشر وهذه صورته



الد

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان منها ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و كانت قاعدة الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان

اعظم من قاعدة الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاخران فزاوية القاعدة العظمي اعظم من زاوية قاعدة الصغري



لبكن ضلعا آب آح من مثلث آبح المستقيم الاضلاع يساويان ضلعي دة در من مثلث دةر المستقيم الاضلاع وقاعدة بح اعظم من قاعدة رة فاقول ان زاوية بآح اعظم من زاوية ةدر برهانه لانه لو لم يكن كذلك لكانت زاوية بآح مساوية لزاوية ةدر او اصغر منها فان كانت مساوية لكانت قاعدة بح كقاعدة رة بالشكل الرابع وهي اعظم منها هذا خلف وان كانت اصغر منها لكانت قاعدة رة اعظم من قاعدة بح بالشكل المتقدم وهي اصغر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

الو

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي زاويتان وضلع زاويتين وضلعا من مثلث اخر مستقيم الاضلاع فان الاضلاع والزوايا الباقية المتناظرة منهما متساوية وان الزاويتين الباقيتين المتناظرة منهما ايضا متساويتين والمثلث كالمثلث



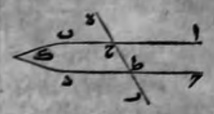
لبكن زاويتا آبح آحب من مثلث آبح المستقيم الاضلاع يساويان زاويتا دةر درة من مثلث دةر المستقيم الاضلاع وضلع احدهما كضلع من الاخر سواء كانا بح ةر الواقعان بين الزاويتين المذكورتين او كانا آب دة او آح در فاقول ان الاضلاع الباقية المتناظرة منهما متساوية وكذلك الزاويتين والمثلث كالمثلث برهانه ولبكن اولا ضلع بح كضلع ةر فتركب مثلث آبح علي مثلث دةر بحيث تقع نقطة ب علي نقطة ة وضلع بح علي ضلع ةر فتقع نقطة ح علي نقطة ر لتساوي ضلعي بح ةر فينطبق ضلع آح علي ضلع در لتساوي زاويتي آحب

آحب درة فنقط آ اما منطبق علي نقطة د او لا فان انطبقت فينطبق ضلع آب علي ضلع دة ويثبت الحكم وان لم ينطبق فلينطبق علي نقطة بين نقطتي د ر ولتكن نقطة ح ونصل بين نقطتي ح ة بخط مستقيم فلان ضلعي ح ر رة وزاوية ح رة من مثلث ةرح يساوي ضلعي آح حب وزاوية آحب من مثلث آحب كل لنظيره فبالشكل الرابع يكون زاوية ح ةر كزاوية آبح وكانت زاوية دةر كزاوية آبح فيكون زاوية ح ةر كزاوية دةر فيكون جزء الشيء مثل كله هذا خلف ثم لبكن ضلع آح كضلع در فنركب مثلث آبح علي مثلث دةر بحيث ينطبق نقطة ح علي ر وضلع آح علي ضلع در فتنطبق نقطة آ علي نقطة د لتساوي ضلعي آح در وضلع بح علي ضلع ةر لتساوي زاويتي آحب درة فاما ان ينطبق ب علي نقطة ة او لا ينطبق فان انطبقت فلينطبق ب آ علي ضلع دة ويحصل المطلوب وان لم ينطبق نقطة ب علي نقطة ة فلينطبق علي نقطة بين نقطتي ة ر ولبكن نقطة ط ونصل بين نقطتي د ط بخط مستقيم فلان ضلعي در رط وزاوية درط من مثلث درط تساوي ضلعي آح حب وزاوية آحب من مثلث آحب كل لنظيره فتصير زاوية دط ر كزاوية آبح بالشكل الرابع وكانت زاوية دةر كزاوية آبح فزاوية دط ر الخارجة من مثلث دةط كزاوية دةط هذا خلف بالشكل السادس عشر وكذلك تبين اذا كان ضلع آب كضلع دة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان يقع بين نقطتي د ر او خارجة عنهما في جهة د ونقطة ط يمكن ان تقع بين نقطتي ة ر او خارجة عنهما في جهة ة والبيان في الكل واحد ☆

آر

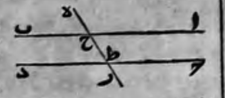
كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فيهما متوازيان



لبكن آب حد خطين مستقيمين ووقع عليهما خط ةر المستقيم وقطعهما علي نقطتي ح ط وصير زاوية آحط كزاوية دطح المتبادلتين فاقول ان خطي آب حد متوازيان برهانه والا فليلتقيا في احدي جهتيهما ولبكن الالتقاء علي نقطة آ في جهة بد فيكون زاوية آحط الخارجة من مثلث ح آط كزاوية ح ط آ الداخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر هذا

خلف وبمثله نبين امتناع الالتقاء في جهة آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاوية الخارجة من الزوايا الحادثة كالداخله المقابله لها والزاويتان الداخلتان في جهة من الخط الواقع علي الخطين كقايمتين فهما متوازيان



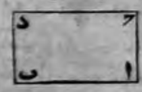
فليكن خط هز المستقيم وقع علي خطي آب حد المستقيمين وقطعهما علي نقطتي ط ح وكانت زاوية هح ب الخارجة كزاوية دطح الداخله وزاويتا بحط دطح كقايمتين فاقول ان خطي آب حد متوازيان برهانه فلان زاوية آحط كزاوية هح ب بالشكل الخامس عشر وزاوية دطح كزاوية هح ب فزاويتا آحط دطح متساويتان فخطا آب حد متوازيان بالشكل المتقدم ولان زاوية بحط مع زاوية دطح كقايمتين وزاوية بحط مع زاوية آحط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية آحط كزاوية دطح فبالشكل المتقدم آب يوازي حد وذلك ما اردنا ان نبين ❁

اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلث متقدمات وثلثة اشكال المقدمة الاولي كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستو كخطي آب حد ووقع عليهما خطوط



مستقيمة كخطوط هز حط كل م نه سع كل واحد منها عمود علي خط حد وقاطع خط آب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الروايا الحواد كلها في جهة بد والمنفرجات في جهة آح فاقول ان خطي آب حد موضوعان علي التقارب في جهة بد ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة آح وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة بد الي التقاطع ومتعاظمة في جهة آح ويكون عمود هز اعظم من عمود حط وهو من عمود كل وهو من عمود م نه وهو من عمود سع ويكون عمود سع اصغر من عمود م نه وهو من عمود كل الي اخره وايضا فان كان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احدهما وكانت متعاظمة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي جهتي

جهتي الخطين ومصاغرة ان اخذنا نعتبر في الجهة الاخري من جهتي الخطين فان الخطين المستقيمين موضوعان علي التباعد في جهة تعاظم الاعمدة وعلي التقارب في الجهة الاخري وهي جهة تصاغر الاعمدة الي ان يتقاطع الخطان المار ان كل واحد من الخطوط المستقيمة التي هي اعمدة علي احد الخطين قاطعا لذلك الخط علي زوايا قايمة لا يكون لذلك الخط ميل الي الاعمدة ولا عنها فيكون كل واحد من الاعمدة قاطعا للخط الاخر من الخطين المستقيمين علي زاويتين احديهما حادة والاخري منفرجة ويكون جميع زوايا الحادة الي جهة تقارب الخطين وجميع زوايا المنفرجة الي جهة تباعدهما ويكون لذلك الخط ميل الي كل واحد من الاعمدة في جهة التقارب وميل عن كل واحد منها في جهة التباعد وهاتان القضيتان بديهيتان استعملهما بعض المهندسين من المتقدمين والمتاخرين علي انهما بديهيتان ❁ والمقدمة الثانية كل خطين مستقيمين خارجا من طرفي خط مستقيم في جهة واحدة عمودين عليه وكانا متساويين ووصل بين طرفيهما بخط مستقيم فكل واحدة من الزاويتين الحادثتين من العمودين والخط المستقيم الواصل بين طرفيهما قايمة لكن الخط



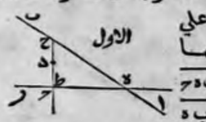
المستقيم آب والعمودان المتساويان آح بد ووصل بين نقطتي حد طرفيهما بخط مستقيم فاقول ان كل واحدة من زاويتي آحد بدح قايمة برهانه فلانه لو لم يكن زاوية آحد قايمة لكانت اما حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا آب حد موضوعين علي التقارب في جهة د فيكون عمود آح اعظم من عمود بد بالمقدمة الاولي وهما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة كان خطا آب حد موضوعين علي التباعد في جهة د فيكون عمود آح اصغر من عمود بد بالمقدمة الاولي وهما متساويان هذا خلف فزاوية آحد قايمة وبمثله تبين ان زاوية بدح قايمة ❁

واقول ايضا ان خط حد يساوي خط آب برهانه فلان حد لو لم يكن كاب لكان اصغر منه او اعظم فان كان اصغر يلزم ان يكون خطا آب حد موضوعين علي التقارب في جهة ح وعلي التباعد في جهة ب فيكون زاوية آبد او باح حادة وزاوية حدب او زاوية آحد منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولي وهما قايمتان هذا خلف وان كان حد اعظم من آب كان خطا آح بد موضوعين علي التقارب في جهة ب وعلي التباعد في جهة ح فيكون زاوية حدب حادة او آحد حادة وزاوية آبد او باح منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولي وهما قايمتان هذا خلف المقدمة الثالثة كل مثلث مستقيم الاضلاع فان زواياه الثلث كقايمتين ولبكن زاوية آبح من مثلث آحب قايمة فاقول ان باح بحا كقايمة برهانه نخرج من نقطة ح عمود حد علي ضلع بح

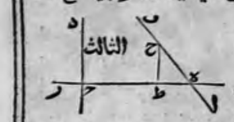
باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه $\overline{حد}$ يساوي $\overline{آب}$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي $\overline{آ د}$ بخط مستقيم فخط $\overline{آد}$ كخط $\overline{بح}$ وزاوية $\overline{ادح}$ قايمة بالمقدمة الثانية فلان ضلعي $\overline{آب بح}$ وزاوية $\overline{آبح}$ من مثلث $\overline{آبح}$ مساوية لضلعي $\overline{آد دح}$ وزاوية $\overline{ادح}$ كل لنظيره فبالشكل الرابع زاوية $\overline{آحد}$ كزاوية $\overline{باح}$ وزاوية $\overline{بحد}$ المساوية لزاويتي $\overline{بحا}$ $\overline{دحا}$ قايمة فزاويتا $\overline{باح}$ $\overline{بحا}$ كقايمة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زاوية منفرجة فاقول ان الزوايا الثلث من مثلث $\overline{آبح}$ كقايمتين برهانه فلان زاوية $\overline{آبح}$ منفرجة وزاويتي كل مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر فزاوية $\overline{آحب}$ حادة واذا وقع خط مستقيم فالزاويتان المحادثتان كقايمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية $\overline{آحب}$ حادة فالزاوية المجاورة لها منفرجة فاذا اخرجنا من نقطة $\overline{آ}$ عمود $\overline{آد}$ علي ضلع $\overline{بح}$ بالشكل الثاني عشر فلا يمكن ان يقع علي احدي نقطتي $\overline{ب ح}$ والا لكانت زاوية $\overline{آبح}$ او زاوية $\overline{آحب}$ قايمة ولبست ولا يمكن ان يقع بين نقطتي $\overline{ب ح}$ او علي ضلع $\overline{بح}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ح}$ والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا $\overline{آبد}$ $\overline{آدب}$ او زاويتان احدهما $\overline{آحد}$ المجاورة لزاوية $\overline{آحب}$ والثانية زاوية $\overline{آدح}$ اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر فيقع علي ضلع $\overline{بح}$ بعد اخراجه في جهة $\overline{ب}$ فيكون كل واحد من مجموع زاويتي $\overline{داب}$ $\overline{آبد}$ و $\overline{دآح}$ $\overline{آحد}$ كقايمة فاذا القينا زاوية $\overline{داب}$ المشتركة تبقي زاوية $\overline{آبد}$ متساوية لزاويتي $\overline{باح}$ $\overline{آحد}$ لكن زاويتي $\overline{آبد}$ $\overline{آبح}$ كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية $\overline{آبح}$ مع زاويتي $\overline{باح}$ $\overline{آحب}$ كقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زوايا مثلث $\overline{آبح}$ كلها حواد فاقول ان زوايا المثلث كقايمتين برهانه نخرج من نقطة $\overline{آ}$ عمود $\overline{آد}$ علي ضلع $\overline{بح}$ بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي احد نقطتي $\overline{ب ح}$ والا لكانت القايمة حادة ولا علي $\overline{بح}$ بعد اخراجه في احدي جهتيه والا لكانت زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اما زاويتا $\overline{آبد}$ $\overline{آدب}$ او زاويتا $\overline{آحد}$ $\overline{آدح}$ وهي اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر فيقع بين نقطتي $\overline{ب ح}$ فيكون زاويتا $\overline{آبد}$ $\overline{بآد}$ كقايمة وزاويتا $\overline{آحد}$ $\overline{حآد}$ كقايمة ايضا بالشكل الاول من هذه المقدمة فيكون جميع زوايا مثلث $\overline{آبح}$ كقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين واذا تقررت هذه المقدمات فنقول ليكن الخطان المستقيمان اللذان وقع علي احدهما خط مستقيم خطي $\overline{آب حد}$ والخط الواقع عليهما خط $\overline{هز}$ قاطعا اياهما علي نقطتي $\overline{ه ح}$ ولتصير

زاويتي

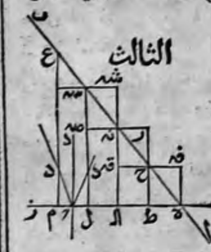
زاويتي $\overline{بهد}$ $\overline{دحه}$ اقل من قايمتين فلا يخلو اما ان يكون احدهما قايمة والاخري حادة او يكونا حادتين او احدهما منفرجة والاخري حادة فان الخطين علي التقادير الثلثة اذا اخرجا علي استقامتهما في جهة $\overline{بد}$ الي غير النهاية فانهما يتلاقيان برهانه اما الاول فليكن زاوية $\overline{بهد}$ حادة وزاوية $\overline{دحه}$ قايمة ونرسم علي خط $\overline{بهد}$ نقطة $\overline{ح}$ كيف ما وقعت ونخرج منها خط $\overline{حط}$ عمودا علي خط $\overline{هز}$ بالشكل الثاني عشر فهو اما ان ينطبق علي خط $\overline{دح}$ او يقع علي نقطة بين نقطتي $\overline{ح ز}$ او فيما بين نقطتي $\overline{ه ح}$ او علي نقطة خارجة عنهما في جهة $\overline{ه}$ والتقدير الرابع محال والا لزم ان يكون زاويتا $\overline{حطه}$ $\overline{حدط}$ من مثلث $\overline{حطه}$ اعظم من قايمتين لان زاوية $\overline{حدط}$ منفرجة بالشكل الثالث هذا خلف ثم خط $\overline{حد}$ اذا اخرج في جهة $\overline{د}$ علي استقامته يلتقي خط $\overline{آب}$ علي التقدير الاول وذلك ظاهر وعلي التقدير الثاني لا يمكن ان يلتقي خط $\overline{حد}$ عمود $\overline{حط}$ والا فليلتقه علي نقطة $\overline{د}$ فيكون زاويتان من المثلث الحادث هما $\overline{دحط}$ $\overline{دطح}$ كقايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر هذا خلف ولا يمكن ان يلتقي خط $\overline{هح}$ والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح فهو يلتقي خط $\overline{آب}$ وعلي التقدير الثالث نضعف $\overline{هط}$ مرة بعد اخري الي ان نصير اعظم من خط $\overline{هح}$ وهي خطوط $\overline{هط}$ $\overline{طا}$ $\overline{الل}$ $\overline{لم}$ ونفصل من خط $\overline{بح}$ خطوطا كل واحد منها يساوي خط $\overline{هح}$ بالشكل الثالث وهي خطوط $\overline{حن}$ $\overline{نس}$ $\overline{سع}$ ويكون عدتها مع خط $\overline{هح}$ لعدة اقسام خط $\overline{هم}$ ونخرج من نقطة $\overline{ه}$ عمود $\overline{هف}$ بالشكل الحادي عشر ونفصل منه $\overline{فوه}$ مثل $\overline{حط}$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي $\overline{فح}$ بخط مستقيم فيكون كل من زاويتي $\overline{هفح}$ $\overline{فحط}$ قايمة وضلع $\overline{فح}$ كضلع $\overline{هط}$ بالمقدمة الثانية ونخرج من نقطة $\overline{نه}$ عمود $\overline{نها}$ علي $\overline{هز}$ بالشكل الثاني عشر ولان خطي $\overline{بب هز}$ موضوعان علي التباعد في جهة $\overline{ب}$ يكون عمود $\overline{نها}$ اعظم من عمود $\overline{حط}$ بالمقدمة الاول فنفصل منه خط $\overline{اق}$ كعمود $\overline{حط}$ بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي $\overline{حق}$ بخط مستقيم وكل من زاويتي $\overline{طحق}$ $\overline{اقح}$ قايمة وضلع $\overline{طا}$ كضلع $\overline{حق}$ بالمقدمة



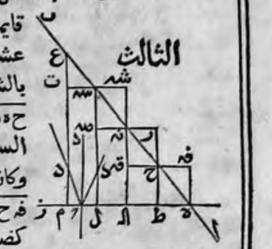








الثانية وكانت زاوية طحفَ قايمة فحط فحَ علي سمت خط حقَ بل خط فمَ جط واخذ بالشكل الرابع الغشر ولما كانت زاوية حقَ ا



قايمة تكون زاوية حقَنه قايمة بالشكل الثالث عشر وزوايا فحَه قحَنه المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع هَحَ من مثلث حهَفَ كضلع حَنه من مثلث حقَنه فبالشكل السادس والعشرين ضلع فحَ كضلع حقَ وكان ضلع طا كضلع حقَ فضلع طا كضلع فحَ وكان ضلع هَط كضلع فحَ فضلع هَط كضلع طا فعمود نا واقع علي نقطة ا من خط رَ وتخرج من نقطة سه عمود شل علي ضلع هَر بالشكل الثاني عشر ونفصل خط صل كخط نا بالشكل الثالث لان خط سل اعظم من نا بالمقدمة الاول ونصل بين نقطتي نَ صه بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي انصه لصنه قايمة وضلع اَل كضلع نصه بالمقدمة الثانية وتخرج عمود حطَ في جهة حَ علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه طر مثل نا بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي رَ نَ بخط مستقيم فكل من زاويتي طرنَ انر قايمة وضلع طا كضلع رنه بالمقدمة الثانية فلان زاوية لصنه قايمة تكون زاوية نصهسه قايمة بالشكل الثالث عشر فكل واحد من زاويتي حرنَ نصهسه قايمة وزاويتا حنرصهنسه متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلعا نرح نسه متساويان فبالشكل السادس والعشرون ضلع نصه من مثلث نصهسه كضلع نَر من مثلث نرصه فطا مثل نصه وكان اَل مثل نصه فطا مثل اَل فعمود سل واقع علي نقطة ل من خط رَ وتخرج انَ في جهة نَ علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه اشه مثل لسه بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي شسه بخط مستقيم فكل واحدة من زاويتي اشهسه لسهشه قايمة وضلع اَل كضلع شهسه بالمقدمة الثانية وتخرج من نقطة ع عمود عم علي خط رَه بالشكل الثاني عشر ولان عم اعظم من لسه بالمقدمة الاولي فنفصل منه تم كضلع لسه بالشكل الثالث ونصل ست بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي لستَ متسه قايمة فخط شتَ خط مستقيم بالشكل الرابع عشر وضلع لم كضلع ستَ بالمقدمة الثانية وزاوية متسه قايمة فزاوية ستَع قايمة وزاويتي شهسهنَ عستَ متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلعا نسه سع متساويان فبالشكل السادس والعشرين ضلع ستَ كضلع سهشه فضلع اَل كضلع لم بمثل ماتقدم فعمود عم واقع علي نقطة م من خط رَ فخط حد انحصر بين عمودي سل عم فاذا اخرجناه في

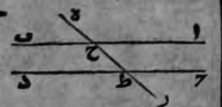
جهة

جهة دَ علي استقامته لا يمكن ان يلقي احد عمودي سل عم والا فلبكن علي نقطة دَ فبكون في مثلث دحم او دحل زاويتان كقايمتين وهما زاويتا دلح دحل او دحم دمح وكل زاويتي مثلث اقل منهما بالشكل السابع عشر هذا خلف فخط حد يلقي خط آبَ واما الثاني وهو ان يكون كل واحدة من زاويتي بهَحَ دهَحَ حادة فلان زاوية دهَحَ حادة يكون زاوية دحَر منفرجة بالشكل الثالث عشر وتخرج من نقطة حَ عمود حح علي خط دَر في جهة دَ باستبانة الشكل الحادي عشر فبقع بين ضلعي دحَ حَر فاذا اخرجناه في جهة حَ علي استقامته يلقي خط آبَ بالشكل المتقدم فليلقه علي نقطة حَ فاذا اخرجنا خط دحَ في جهة دَ علي استقامته يلقي خط آبَ بين نقطتي هَ حَ وذلك ظاهر لامتناع احاطة خطين مستقيمين بسطح واما الثالث وهو ان يكون زاوية بهَحَ حادة وزاوية دهَحَ منفرجة فلان زاويتي بهَحَ دهَحَ اقل من قايمتين وزاويتا دهَحَ والمجاورة لها معا كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية حَ المجاورة لزاوية دهَحَ اعظم من زاوية بهَحَ ونرسم علي خط هَحَ نقطة حَ كيف ما وقعت وتخرج منها عمود حطَ الي خط هَبَ بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي نقطة هَ وذلك ظاهر ولا علي خط آهَ والا لكانت زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وقد بين في الشكل السابع عشر انهما اقل منهما هذا خلف فليقع علي نقطة طَ وتخرج خط طحَ علي استقامته في جهة حَ الي آ فلان زاوية حطَهَ القايمة مع زاوية هحطَ اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر وزاوية هحطَ الحادة كزاوية ححا بالشكل الخامس عشر وزاوية حَ المجاورة لزاوية دهَحَ اقل من قايمة فكل واحدة من زاويتي ححا وحَ المجاورة لزاوية دهَحَ حادة فخطا حا دحَ اذا اخرجا في جهة آ يتلاقيان بالشكل الثاني من الشكل المتقدمين فليتلاقيا علي نقطة آ ولان زوايا كل مثلث مستقيم الاضلاع كقايمتين فزاويتي هحطَ ححا متساويتان بالشكل الخامس عشر وزاوية ححا اعظم من زاوية حهطَ فزاوية هطحَ القايمة اعظم من زاوية حَ لان الزوايا الثالث كل مثلث مستقيم الاضلاع كقايمتين بالمقدمة الثالثة فهي حادة وزاوية بطا قايمة بالشكل الثالث عشر فاذا اخرجنا خطا آبَ حدَ في جهة بدَ فهما يتلاقيان بالشكل الاول من الشكلين في جهة واحدة من الخط الواقع لقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين ۞ ونعود الي تقرير مسايل الكتاب ۞



طا

كل خط مستقيم وقع على خطين مستقيمين متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان والخارجة كالداخلة المقابلة لها والداخلتان في جهة من الخط كقايمتين



ليكن خط ه ر المستقيم وقع على خطي آ ب ح د المتوازيين على نقطتي ح ط فاقول ان زاوية آ ح ط كزاوية د ط ح المبادلة لها وان زاوية ه ح ب كزاوية ح ط د الخارجة والداخلة وان داخلتي ب ح ط د ط ح كقايمتين برهانه فلان زاوية آ ح ط لو لم يكن كزاوية د ط ح لكانت اعظم منها او اصغر فان كانت اعظم وهي مع زاوية ب ح ط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا ب ح ط ح ط د يكونان اقل من قايمتين فخطا آ ب ح د اذا اخرجا في جهة د فانهما يتلاقيان بالقضية التي برهنا عليها وهما متوازيين هذا خلف وان كانت زاوية آ ح ط اصغر من زاوية د ط ح فزاويتا ح ط ح د ط ح معا كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا ح ط ح آ ح ط معا اقل قايمتين فخطا آ ب ح د ان اخرجا في جهة آ ح فانهما يتلاقيان بالقضية وهما متوازيان هذا خلف فزاويتا آ ح ط ح ط د متساويتان وزاوية ه ح ب كزاوية آ ح ط بالشكل الخامس عشر فزاويتا ه ح ب ح ط د متساويتان وزاوية ب ح ط مع زاوية آ ح ط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فهي مع زاوية ح ط د كقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

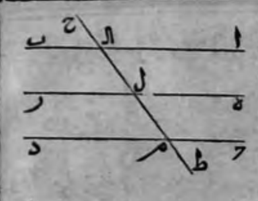
واستدل منه ان كل خطين مستقيمين في سطح مستو اما متوازيان واما متسامتان لانه اذا وقع عليهما خط مستقيم فالزاويتان الحادثتان الداخلتان في جهة واحدة من الخط الواقع اما قايمتان او اقل منهما فعلى التقدير الاول هما متوازيان وعلى التقدير الثاني ملتقيان اذا اخرجا في تلك الجهة فهما متسامتان وهذا ما وعدنا التنبيه عليه ۞

ل

جميع الخطوط الموازية لخط بعينه ولا يكون تلك الخطوط على سمت واحد فهي متوازية

ليكن خطا آ ب ح د موازيين لخط ه ر فاقول انهما متوازيان برهانه لنقطع خط ح ط المستقيم خطوط آ ب ه ر ح د على نقط ا ل م فلان زاوية

زاوية آ ل ح كزاوية ر ل ا وزاوية د م ل كزاوية ر ل ا بالشكل المتقدم وزاويتا آ ل د م ل متساويتان فخط آ ب يوازي خط ح د بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ۞



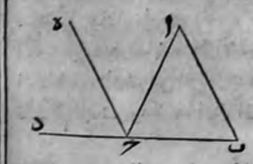
لنا ان نخرج من اي نقطة في سطح خطا موازيا لخط مستقيم مفروض في ذلك السطح مباين للنقطة المفروضة



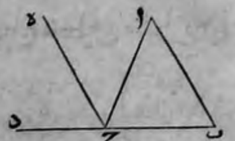
ليكن النقطة آ والخط ب ح فاقول لنا ان نخرج من نقطة آ خطا موازيا لخط ب ح برهانه نرسم على خط ب ح نقطة كيف اتفق ونصل بينها وبين نقطة آ بخط مستقيم ونعمل على نقطة آ من خط آ د زاوية د آ ر كزاوية آ د ب بالشكل الثالث والعشرين ونخرج آ ر في جهة آ على استقامته الى حيث شيئا فلبنته الى ه فلان زاوية د آ ر كزاوية آ د ب فخط ه ر موازي ب ح بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لب

كل مثلث مستقيم الاضلاع اخرج من احدى اضلاعه خط فالزاوية الخارجة تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين المقابلتين لها وان الزوايا الثلث من اي مثلث مساوية لقايمتين ۞



لنخرج ضلع ب ح من مثلث آ ب ح الى د على استقامته فاقول ان زاوية آ ح د مجموع زاويتي آ ب ح ب آ ح وان هاتين الزاويتين مع زاوية آ ح ب كقايمتين برهانه نخرج من نقطة ح خط ح ه يوازي آ ب بالشكل المتقدم فلان زاوية آ ح ه كزاوية ح آ ب وزاوية ه ح د



كزاوية آب ح بالتاسع والعشرين فزاوية
آ د كزاويتي آ ب ح ب آ ح ولان زاويتي
آ ب آ د كقايمتين بالشكل الثالث عشر
فزاوية آ د كزاويتي آ ب ح ب آ ح فهما
مع زاوية آ ب كقايمتين فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لـ

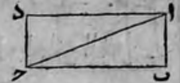
جميع الخطوط المستقيمة المتقابلة الواقعة بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية متساوية ومتوازية



ولنصل بين اطراف خطي آ ب آ د المتوازيين
المتساويين خطا آ د ب د فاقول انهما متوازيان
متساويان برهانه انا نصل بين نقطتي ب آ
بخط مستقيم فلان زاويتي آ ب ح ب آ د من
مثلثي ب آ ح د آ ب متساويتان بالشكل التاسع والعشرين لتوازي ضلعي
آ ب آ د وضلعا آ ب آ د متساويان وضلع ب آ مشترك بينهما فبالشكل
الرابع ضلع آ ح كضلع ب د فزاوية آ ب كزاوية آ ب د فبالشكل التاسع
والعشرين آ ح يوازي ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لد

كل ضلعين متقابلين والزاويتين المتقابلتين من اي السطوح المتوازية الاضلاع متساويان واقطارها تنصفها

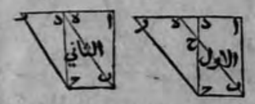


ليكن آ ب آ د متوازي الاضلاع فاقول كلا من ضلعي
آ د ب آ المتقابلين متساويان وكلا من زاويتي ب آ د
ب آ د آ ب آ د المتقابلتين متساويتين برهانه نصل آ آ بخط
مستقيم فلان زاويتي آ آ د د آ آ تساويان زاويتا آ ب آ ب آ من مثلث
آ ب آ كل لنظيرتها بالشكل التاسع والعشرين وضلع آ آ مشترك فبالشكل
السادس والعشرين الاضلاع والزوايا الباقية المناظره منهما متساوية
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

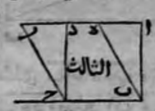
لد

جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة على

قاعدة واحدة في جهة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما متساوية ✲



ليكن سطحا آ ب د د ب ر ر متواريا
الاضلاع كاينين على قاعدة ب ح في جهة
آ ر وبين خطي ب ح آ ر الموازيين وخط ب ه قاطع خط ح د على نقطة
ح فاقول ان سطحي آ ح ب ر متساويان برهانه فلان سطحي آ ح ب ر
متوازي الاضلاع فبالشكل المتقدم ضلع آ ب كضلع ح د وكل من ضلعي
آ د ر كضلع ب ح فهما متساويان ونجعل د ه مشتركا بينهما فضلعا
آ ه د ر متساويان وزاوية ر د ح كزاوية ه آ ب بالشكل التاسع والعشرين
فبالشكل الرابع مثلث آ ب ه كمثلث ر د ح فاذا اسقطنا منهما مثلث ه د ح
المشترك بينهما بقي منحرف آ ب ح د كمنحرف ر ح ح فاذا اضفنا الي كل من
المنحرفين مثلث ب ح ح عاد سطحا آ ب ر متساويين



وذلك ما اردنا ان نبين ✲
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه يمكن ان
يقع بين نقطتي د ر او على نقطة د او فيما بين
نقطتي آ د هكذا وبيان كما ذكرنا والباقي ظاهر منه ✲

لو

جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة على قواعد متساوية في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما متساوية ✲



ليكن سطحا آ ب د ه ر ح ط متوازيا الاضلاع كاينين
على قاعدتي ب ح ر ح المتساويتين فاقول انهما
متساويان برهانه فلان ب ح يساوي ر ح و ط مساو لر ح بالشكل
الرابع والثلثين فه ط يساوي ب ح وهو يوازيه فنصل بين كل من
نقطتي ب ه ح ط بخط مستقيم يتحصل سطح ب ط متوازي الاضلاع
لتوازي خط ب ه ح ط لوقوعهما
بين خطي ه ط ب ح المتوازيين
المتساويين بالشكل الثالث
والثلثين فلان كلا من سطحي آ ح
ه ح يساوي سطح ب ط فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

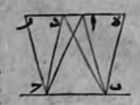




ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه اما ان تقع بين نقطتي د ر او علي نقطة د او فيما بين نقطتي ا د هكذا والبيان كالاول والباقي ظاهر منه

لر

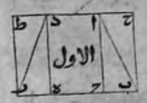
جميع المثلثات الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينها متساوية ❊



ليكن مثلثا آ ب ح د ب ح علي قاعدة ب ح وبين خطي آ د ب ح المتوازيين فاقول انهما متساويان برهانه نخرج من نقطتي ب ح خط ب ه موازيا لخط آ ح وخط ح ر متوازيا لب د بالشكل الواحد والثلثين ونخرجهما في جهة ر علي استقامتهما ونخرج آ د علي استقامته في جهتيه الي نقطتي ه ر فلان زاوية ه آ ب مع الزاوية المجاورة لزاوية آ ب ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين لموازاة آ د ب ح فزاويتا آ ب ه ب آ ه اقل من قايمتين فخطا آ ه ب ه يتلاقيان فليلتقيا علي نقطة ه ولمثله تبين التقاء آ د ح ر علي نقطة ر فسطحا آ ه ب ح د ب ح ر المتوازي الاضلاع متساويان بالشكل الخامس والثلثين وهما منصفان بخطي آ ب ح د بالشكل الرابع والثلثين فسطح ه ح ضعف مثلث آ ب ح وسطح ب ر ضعف مثلث د ح ب والسطحان متساويان فمثلثا آ ب ح د ح ب متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ح

جميع المثلثات الكاينة علي قواعد متساوية في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما متساوية



ليكن مثلثا آ ب ح د ه ر علي قاعدتي ب ح ه ر من خط ب ر المتساويين وبين خطي آ د ب ر المتوازيين فاقول انهما متساويان برهانه نخرج من نقطتي ب ر في جهة آ د خط ب ح موازيا لضلع آ ح و ر ط لضلع د ه بالشكل الواحد والثلثين ونخرجهما علي استقامتهما ونخرج آ د علي استقامته في جهتيه الي نقطتي ح ط فلان زاويه ح آ ب مع زاوية المجاورة لزاوية آ ب ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويا ح آ ب آ ب ح اقل من قايمتين فخطا ح آ د ب ح يتلاقيان فليلتقيا علي نقطة ح ومثله تبين ان خطي آ د ط ر اذا اخرجا علي استقامتهما في جهة ط يتلاقيان فليلتقيا علي نقطة ط فسطحا ح ر ه ط المتوازيا الاضلاع متساويان بالشكل



السادس

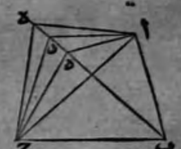
السادس والثلثين وهما ضعفا مثلثي آ ب ح د ه ر بالشكل الرابع والثلثين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه يمكن ان يقع بين نقطتي ح ر او علي نقطة ح او بين نقطتي ب ح وهكذا والاول بناء والباقي ظاهر منه ❊

ط

جميع المثلثات المتساوية الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة كاينة بين خطين متوازيين بعينهما

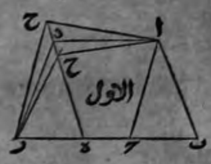


ليكن مثلثا آ ب ح د ب ح الكاينان علي قاعدة ب ح في جهة آ د متساويين فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينهما برهانه نصل بين نقطتي آ د بخط مستقيم فهو موازلقاعدة ب ح والا لكان المتوازي لها خط آ ه المنتهي الي خط ب د لكون زاويتي آ ب د ه آ ب اقل من قايمتين اذ مجموع زاويتي ه آ ب آ ب ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فليلتقيا علي نقطة ه فنصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فمثلث ب ح ه كمثلث آ ب ح بالشكل السابع والثلثين وكان مثلث ب د ح مساويا لمثلث آ ب ح فمثلث ب ح ه يساوي مثلث د ب ح فالجزء مثل الكل وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه اما ان تقع بين نقطتي ب د او خارجا عنهما في جهة د والبيان في الكل واحد ❊

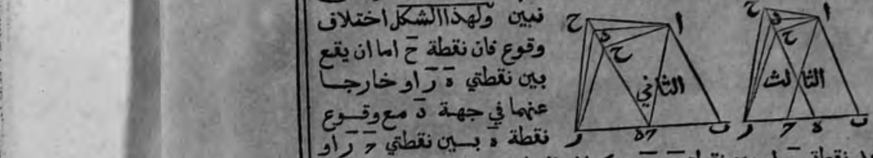
م

جميع المثلثات المتساوية الكاينة علي قواعد متساوية من خط بعينه في جهة واحدة فهي بين خطين متوازيين بعينهما ❊



ليكن مثلثا آ ب ح د ه ر علي قاعدتي ب ح ه ر برهانه نصل بين نقطتي آ د بخط مستقيم فاقول انهما بين خطين متوازيين انه موازلخط ب ر والا لكان الموازي له خط آ ح المنتهي الي خط د ه وعلي نقطة ح ونصل ح ر بخط مستقيم فمثلث ح د ر كمثلث آ ب ح بالشكل الثامن والثلثين وكان مثلث د ه ر مساويا له فيكون مثلث ح د ر كمثلث

دز فجزء الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح اما ان يقع بين نقطتي ه ز او خارجا عنهما في جهة د مع وقوع نقطة ه بين نقطتي ح ز او علي نقطة ح او بين نقطتي ب ح هكذا والبيان في الكل واحد ☆

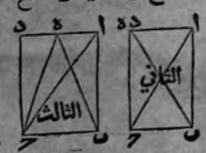


ما

جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات الكاينة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازين بعينهما فان اي سطح هو ضعف اي مثلث من تلك المثلثات ☆



ليكن سطح آبحد المتوازي الاضلاع ومثلث ءبح علي قاعدة بح وبين خطي بح آه المتوازيين فاقول ان سطح آح ضعف مثلث بحء برهانه نصل بين نقطتي آح بخط مستقيم فمثلثا آبح بحء متساويان بالشكل السابع والثلثين وسطح آبحد ضعف مثلث آبح بالشكل الرابع والثلثين فهو ضعف مثلث بحء وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ء اما ان تقع خارجا عن نقطتي آ د او علي احديهما او فيما بينهما هكذا والبيان في الكل واحد ☆

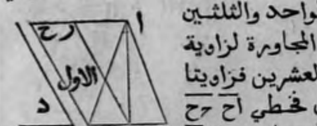


مب

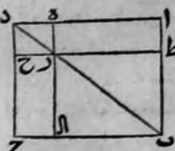
لنا ان نرسم سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلث مستقيم الاضلاع المفروض وتكون زاوية من زوايا السطح كزاوية مفروضة مستقيم الخطين ☆

ليكن المثلث آبح والزاوية د فننصف بح علي نقطة ء بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي ا ء بخط مستقيم ونرسم علي نقطة ء من خط

حء زاوية حء ركزاوية د المفروضة بالشكل الثالث والعشرين ونخرج من نقطة ح خط حح في جهة آ يوازي ءر ومن نقطة آ خط آح في جهة ح يوازي بح بالشكل الواحد والثلثين فلان زاوية حآح مع الزاوية المجاورة لزاوية آحب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا حآ آح اقل من قايمتين فخطي آح حح يتلاقيان اذا اخرجا علي استقامتهما في جهة ح فليتلاقيا علي نقطة ح ولنقطع خط آح حط ءر علي نقطة ر لان زاويتي حآ آء كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فاقول ان سطح ءح كمثلث آبح برهانه فلان مثلثي آبء آءح متساويان بالشكل الثامن والثلثين فمثلث آبح ضعف مثلث آءح وسطح ءح ضعف مثلث آءح بالشكل المتقدم فسطح ءح كمثلث آبح وزاوية رءح كزاوية د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع رء اما ان يقع بين ضلعي آء ءح او ينطبق علي ضلع آء او يقطع آب هكذا والبرهان في الكل واحد ☆



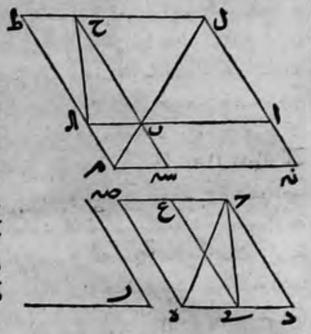
كل سطحين متوازي الاضلاع يقعان في سطح متوازي الاضلاع عن جنبتي قطره يشاركانه في زاويتين ويتصلان علي نقطة من القطر فهما متساويان



ليكن سطحا آءرط حرلح المتوازي الاضلاع يقعان في سطح آبحد المتوازي الاضلاع ويشاركانه في زاويتي باد بحد ويتصلان علي نقطة ر من قطر بد فاقول انهما متساويان برهانه فلان مثلثي باد بحد متساويان وكذلك مثلثا بطر بلر ومثلثا دءر درح بالشكل الرابع والثلثين فاذا القينا مثلثي دءر بطر من مثلث باد ومثلثي بلر درح من مثلث دحب يبقي سطح آر كسطح رح وذلك ما اردنا ان نبين ☆ ويقال لسطحي آر رح المتممان ولاي واحد منهما متمم ☆

مد

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم محدود سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا واحدي زواياه كزاوية مفروضة

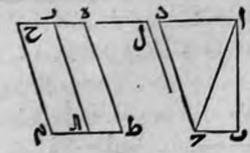


لتكن الخط المفروض آب و المثلث المفروض حده والزاوية المفروضة عليها نقطة ر فاقول لنا ان نرسم علي خط آب سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلث حده ويساوي احدي زواياه زاوية ر برهانه ننصف ضلع ده علي نقطة ح ونصل حـ بخط مستقيم ونرسم علي خط هـ سطح هـ صع المتوازي الاضلاع يساوي مثلث حده وتكون زاوية هـ ع منه كزاوية ر بالشكل الثاني والاربعين ونخرج آب في جهة ب علي استقامته الي غير النهاية ونرسم علي نقطة ب من الخط المخرج زاوية آ ب ح كزاوية هـ ع بالشكل الثالث والعشرين ونفصل من ب آ خطا كخط هـ ه ولتكن ب آ ونفصل ب ح كخط هـ ع بالشكل الثالث ونخرج من نقطتي ح آ خطي ح ط آ ط في جهة ب من خط آب موازيي لخطي ب آ ب ح بالشكل الواحد والثلثين فلانا اذا وصلنا بين نقطتي ح آ بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية ح آ ب مع زاوية آ ح ط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا ط ح آ ح آ ط اقل من قايمتين فخطا ح ط آ ط يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ط فسطح ح آ يساوي سطح هـ صه ويبين ذلك بانطباق واحدهما علي الاخر بحيث ينطبق خط هـ ه علي خط ب آ ونقطة هـ علي نقطة ب ونقطة ه علي نقطة آ فتنطبق ضلع هـ ع علي ضلع ب ح لتساوي زاويتي ه هـ ع آ ب ح فتنطبق نقطة ع علي نقطة ح لتساوي خطي هـ ع ب ح فينطبق ضلع ه صه علي ضلع آ ط لتساوي زاويتي ب آ ط هـ ه صه فينطبق ضلع ه صه علي ضلع آ ط لان كل واحدة من زاويتي ع هـ ه هـ ه صه ح ب آ ب آ ط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية هـ ع كزاوية ح ب آ فتنطبق نقطة صه علي نقطة ط لتساوي ضلعي آ ط ه صه فينطبق ضلع ع صه علي ضلع ح ط والا يلزم خطين مستقيمين بسطح هذا خلف ونخرج خط ح ط في جهة ح علي استقامته الي غير النهاية

النهاية ونفصل منه ح ل يساوي آ ب بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ل ب بخط مستقيم ونصل بين نقطتي آ ل بخط مستقيم فهو موازٍ لخط آ ط بالشكل الثالث والثلثين فزاويتا آ ل ط آ ط ل كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا آ ط ل ب ل ط اقل من قايمتين فاذا اخرجا خطي ل ب آ ط الي جهة ب آ فانهما يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونخرج منها خط م نه موازيا لخط ل ط بالشكل الواحد والثلثين فلان زاوية المجاورة لزاوية م ل ط مع زاوية ل م نه كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا آ ل م ل م نه اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطا ل م م نه الي جهة نه فهما يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة نه ونخرج ب ح الي جهة ب علي استقامته الي ان ينتهي الي خط م نه فليلتقه الي نقطة سه فلان متمم آسه كمتمم ح آ بالشكل المتقدم وسطح هـ ع كسطح ح آ فمتمم آسه كسطح هـ ع وكان مثلث حده كسطح هـ ع فمتمم آسه كمثلث حده وزاوية آ ب سه من متمم آسه كزاوية ح ب آ بالشكل الخامس عشر وكانت زاوية ر كزاوية ح ب آ فزاوية آ ب سه كزاوية ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واستبان منه انه اذا كان سطح كثير الاضلاع المستقيم فان لنا ان نرسم علي خط مستقيم محدود سطحا متوازي الاضلاع يساويه وتكون احدي زواياه كزاوية مفروضة لان كثير الاضلاع اذا كان ذا اربعة اضلاع ينقسم الي مثلثين واذا كان ذا خمسة اضلاع فالي ثلث مثلثات وان كان ذا ستة اضلاع فالي اربعة مثلثات وعلي هذا النسق ينقص اعداد المثلثات عن اعداد الاضلاع بعددين ثم اقول

مه

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم مفروض محدود سطحا تكون متوازي الاضلاع المستقيمة يساوي سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع ويساوي احدي زواياه زاوية مفروضة ✲



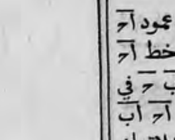
لتكن السطح المفروض آ ب حـ د والزاوية المفروضة ل والخط المفروض هـ ط فاقول لنا ان نرسم علي خط هـ ط سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح آ ب حـ د واحدي زواياه كزاوية ل برهانه نصل بين نقطتي آ حـ بخط مستقيم ونرسم علي هـ ط سطح هـ ط ر المتوازي الاضلاع يساوي مثلث آ ب حـ وزاوية

رهط منه كزاوية ل بالشكل المتقدم ونرسم علي راا المساوي لخط هط بالشكل الرابع والثلثين سطح راامح المتوازي الاضلاع مساويا لمثلث احد وزاوية حراا منه كزاوية رهط بالشكل المتقدم فلان زاويتي رهط هراا كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية حراا كزاوية رهط فزاويتا هراا حراا كقايمتين فخط هرح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر فزاوية حراا كزاوية رااط بالشكل التاسع والعشرين وبهذا الشكل ايضا حراا مع زاوية راام كقايمتين فزاويتا رااط راام كقايمتين فخط طاام خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان سطح هاا كمثلث آبح فسطح هم كسطح آح وزاوية حهط كزاوية ل وضلعا هط حم موازيان ضلع راا فهما متوازيان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

وهذا الشكل لم يذكره الحجاج في كتابه وقد وجد في نسخة ثابت والحق انه لا يحتاج اليه بعد الشكل المتقدم وذلك لان طريقة اقليدس في كتابه هذا انه اذا كان شكل او مقدمة شكل يستبين من الاشكال المتقدمة لم يجعله شكلا من اشكال كتابه ولا اخرج المقدمة من القوة الي الفعل بل لم يذكر شيأ منهما اعتمادا علي اذهان من يحاول حل كتابه هذا لانه يتكلم علي الاصول اذهي مضبوطه والفروع لانهاية لها وانا استطته ايضا من اصل الكتاب وجعلته استبانة من الشكل المتقدم وان كنت ذكرته بالفعل لان طريقتي في هذا الكتاب تقتضي ذلك ✲

مو

لنا ان نعمل علي كل خط مستقيم محدود مربعا

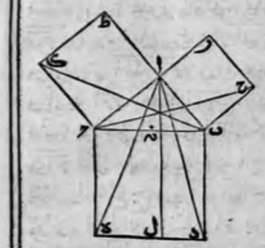


فليكن الخط آب فنخرج من نقطة آ عليه عمود آح باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه خط آح لخط آب بالشكل الثالث ونخرج من نقطتي ب ح في جهة زاوية حآب خطين موازيين لخطي آح آب كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين فهما يتلاقيان لانا اذا وصلنا بين نقطتي ب ح بخط مستقيم كانت زاوية دحب مع الزاوية المجاورة لزاوية آبح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا دحب دبح اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة د فلان زاوية حآب قايمة فكل واحدة من زاويتا آبد بدح قايمة بالشكل التاسع والعشرين والاضلاع المتقابلة من سطح آد متساوية بالشكل التاسع والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مز

كل مثلث قايم الزاوية فان مربع وترها يساوي

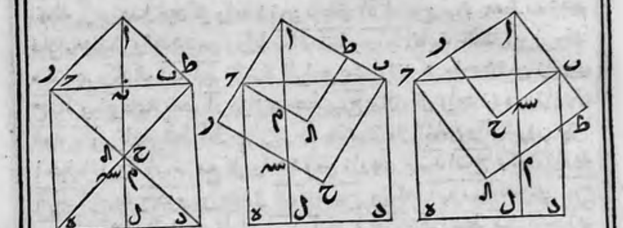
مجموع مربعي الضلعين المحيطين بها ✲



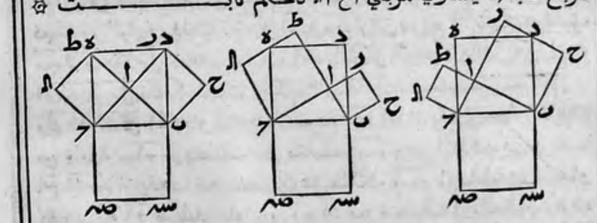
لبكن الزاوية باح من مثلث آبح قايمة فاقول ان مربع بح يساوي مجموع مربعي آب آح برهانه نرسم علي اضلاع مثلث آبح مربعات بدهح آحاط آبحر بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة آ خط آل موازيا لخط بد بالشكل الواحد والثلثين فلان زاويتي آبد بال كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية آبد اعظم من قايمة فزاوية بال اصغر منها فخط آل يقطع خط بح اذا اخرجناه علي استقامته في تلك الجهة الي غير النهاية فليقع خط بح علي نقطة ز ولبنته الي خط دة علي نقطه ل ونصل بين كل واحدة من نقطتي آد آه حح بال بخط مستقيم فلان كل واحدة من زوايا باح بآر حاط قايمة فخطا آح آر خط مستقيم وكذلك آب آط بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من زاويتي حبا بآر قايمة فخط آر يوازي خط بح ولان كل واحدة من زاويتي احاا حاط قايمة فخط آط يوازي حاا بالشكل الثامن والعشرين واذا اخذنا زاوية آبح مع كل واحدة من زاويتي حبد آبح يكون زاوية آبد كزاوية حبح من مثلثي آبد حبح وضلعا آب بد كضلعي بح بح فبالشكل الرابع مثلث آبد كمثلث حبح لكن سطح بل المتوازي الاضلاع ضعف مثلث آبد ومربع آح ضعف مثلث حبح بالشكل الواحد والاربعين فمربع آب كسطح بل ولان كل واحدة من زاويتي بحه احاا قايمة فناخذ زاوية آحب مع كل واحدة منهما فتكون زاويتا آحه بحاا متساويتين والاضلاع المحيطة بهما متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع مثلث آحه كمثلث حباا لكن مربع آاا ضعف مثلث بحاا وسطح حل ضعف مثلث آحه بالشكل الواحد والاربعين فمربع آاا كسطح حل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان مربع بح اما ان يقع في جهة القاعدة من زاوية باح او ينطبق علي مثلث آبح وعلي التقديرين فمربعا آح آاا اما ان يقعا غير منطبقين علي مثلث آبح او منطبقين عليه او يقع مربع آح منطبقا عليه ومربع آاا غير منطبق او بالعكس وهذه ثمانية اوجه اما الاول فقد بيناه وله ثلثة اوضاع بحسب ضلعي آب آح بالتساوي والصغر والكبر وذلك ظاهر واما الثاني فضلع آر اما ان يكون مساويا لضلع آح او اعظم او اصغر منه فنقطة ر اما ان ينطبق علي

نقطة ح او يقع خارجا عن نقطتي آ ح او فيما بينهما وكذلك نقول في ضلعي اط اب ونقطة ط فنصل بين كل واحدة من نقطتي دح هـ ا بخط مستقيم في الصور الثلث فلان كل واحدة من زوايا اب ح ح ب د ا ح ب هـ ح قايمة فنلقي زاوية ح ب ح من زاويتي اب ح ح ب د وزاوية ب ح ا من زاويتي ا ح ا ب هـ ح في الصور الثلث تبقي زاوية اب ح كزاوية ح ب د وزاوية اب ح كزاوية ا ح هـ والاضلاع المحيطة بالاولين والاخرين متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع كل من زاويتي ب ح د ح ا هـ كزاوية ب اح فكل منهما قايمة فخط د ح مستقيم وكذلك خط ط هـ بالشكل الرابع عشر ولنقطع خطي د ر هـ ط خط ن ل علي نقطتي م س وضلع اب يوازي خط د ر وضلع اح يوازي خط هـ ط بالشكل الثامن والعشرين فبالشكل الخامس والثلثين كل واحد من مربع اب ا ح وسطح ب ل يساوي سطح آد وكل من مربع اب ا ح وسطح ح ل يساوي سطح اه فمربع ب ح كمربعي اب اح وهذه صورتها ☆

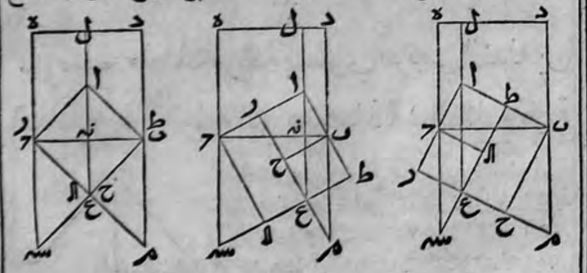


واما القسم الخامس يبين من القسم الاول لانا ان نعمل علي خط ب ح في جهة الاخري من جهتيه مربعا كمربع ح ب س ه يكون مربع د ب ح ه مساويا لمربع ح ب س ه ومربعي اح ا ا مساويين لمربع ح ب س ه فمربع د ب ح ه يساوي مربعي اح ا ا فالحكم ثابت ☆



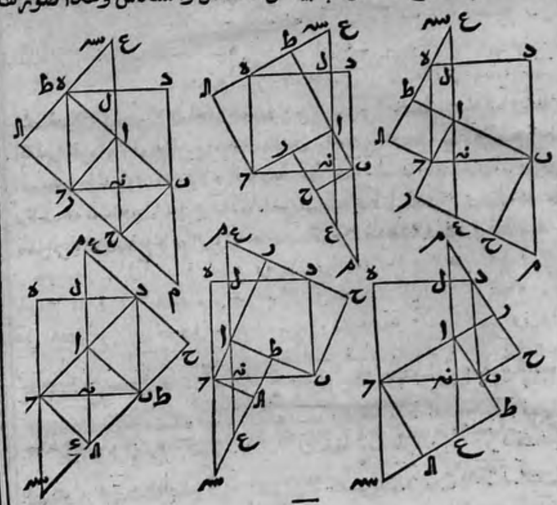
واما القسم السادس فنخرج ضلعي ب ح ح ا في الصورة الاولي الي نقطتي م س في جهة ح ا والي غير النهاية ونخرج ضلعي د ب ه ح الي نقطتي م س فلان زاويتي ح ب م ب س ح كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتي ح ب م

ح ب م ب ح اقل من قايمتين وزاويتي ب ح س ح ب س اقل ايضا من قايمتين فخط د ب م يلقي خط ح م وخط ه ح س خط ب س فبلقيان علي نقطتي م س ونصل بين نقطتي ح ن بخط مستقيم فلان زاويتي اح ب اح ب متساويتين بالشكل الخامس وزاويتي اند اند متساويتين وضلع اند مشترك فضلع ب ن كضلع ن ح بالشكل السادس والعشرين فلان ضلعي ب ن ن ح مساويين لضلعي ح ن ن ا كل لنظيره وخط ب ح كخط ح ا فزاوية ب ن ح كزاوية ح ن ا بالشكل الثامن فكل من زاويتي ب ن ح ح ن ا قايمة فخط ل ن ح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من زاويا اب ح ح ب م اح ا ب ح س قايمة فاذا اسقطنا زاويتي ح ب ح ب ح ا تبقي زاوية م ب ح كزاوية اب ح وزاوية س ح ا كزاوية اح ب وزاوية اند كزاوية اند ح لان كل واحدة منهما قايمة وضلع اب كضلع ب ح فضلع م ب كضلع ب ح بالشكل السادس والعشرين وضلع د ب يساوي ضلع ب ح فضلع د ب كضلع ب م وبمثله نبين ان ضلع ه ح كضلع ح س فلان خط ح م يوازي خط اب فمربع اب ح ح كشبيه بالمعين اب م ح بالشكل الخامس والثلثين وسطح د ب ن ل كشبيه بالمعين اب م ح بالشكل السادس والثلثين فمربع اب ح ح كسطح د ب ن ل وبمثله نبين ان مربع ا ر ا ب كسطح ه ح ن ل فمربع د ب ح ه كمربعي اط ح ح ا ر ا ب ☆ وفي الصورة الثانية فنخرج ضلع ر ح في جهة ح الي غير النهاية ونخرج ضلع د ب في جهة ب الي ان يلقي ضلع ر م لان زاويتي ب ح م ح ب م اقل من قايمتين فيلقي علي نقطة م ونخرج ل ن في جهة ن ه الي ان يلقي ضلع ر م علي نقطة ع ولان كل واحدة من زاويتي د ب ح ح ب ط قايمة وزاوية د ب ا كزاوية ط ب م بالشكل الخامس عشر فباقي زاوية م ب ح كزاوية ح ب ا وزاوية ب ا ح كزاوية ب ح م لان كل واحدة منهما قايمة وضلع ب ا كضلع ب ح فضلع م ب كضلع ب ح وضلع ب د كضلع ب ح فضلع د ب كضلع ب م ولان خط ر م يوازي خط اب فمربع اب ح ر كشبيه بالمعين اب م ع وسطح ل د ب ن كشبيه بالمعين اب م ع فمربع اب ح ر كسطح



لدبنه ونخرج ضلع هح في جهة ح الي غير النهاية ونخرج ضلع طا الي ان يلقي ضلع هح علي نقطة سه فلان كل واحدة من زاويتي اح ا ب ح سه قايمة فاذا اسقطنا منهما زاوية بحا تبقي زاوية احب كزاوية ا حسه وزاوية بآح تساوي زاوية سها ح لان كل واحدة منهما قايمة وضلع آح كضلع حا فضلع بح كضلع حسه بالشكل السادس والعشرين فخط هح كخط حسه فمربع اطا ح كشبيه بالمعين اع سه ح بالشكل الخامس والثلثين وسطح لنه ح كشبيه بالمعين اع سه ح بالشكل السادس والثلثين فمربع اطا ح كسطح لنه ح فمربع دبح كمربعي اب ح راطا ح وبمثله نبين في الصورة الثالثة فالحكم ثابت

واما القسم السابع والثامن فيتبين من الخامس والسادس وهذا صورها



ع

كل ضلع مثلث مربعه يساوي مربعي الضلعين الباقيين فان الزاوية التي يوترها ذلك الضلع قايمة



ولبكن مربع ضلع بح من مثلث اب ح يساوي مربعي ضلعي اب آح فاقول ان زاوية بآح قايمة برهانه نخرج من نقطة آ عمود اه علي خط آح باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل

ونفصل منه آه كاب بالشكل الثالث فيكون مربعا اه آب متساويين ونصل هح بخط مستقيم فمربع هح كمربعي آح اه بالشكل المتقدم وكان مربع بح كمربعي اب آح فمربعا بح هح متساويان فوتر بح كوتر هح فاضلاع مثلثي اب ح اه ح المتناظرة متساوية فمثلث حاب كمثلث حاه وساير الزوايا كساير الزوايا المتناظرة بالشكل الثامن فزاوية بآح المساية لزاوية حاه القايمة قايمة وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الاولي

المقالة الثانية اربعة عشر شكلا

المصادرات

المصادرات يسمي كل ضلعين يحيطان بزاوية من اي سطح متوازي الاضلاع القايم الزوايا المحيطان بذلك السطح ويسمي مجموع المتممين مع احد السطحين المتوازي الاضلاع الكاينين علي قطر السطح المشاركين له بزاوية والمتممين بضلعين العلم وانا اذا قلت سطح الخط اريد به سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا حاصلا من احاطة الخطين به ۞

الاشكال

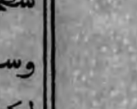
آ

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان فانه يساوي سطوح احد الخطين في جميع اقسام الاخر

لبكن احد الخطين آ والاخر بح مقسوما علي نقطتي د ه كيف ما اتفق فاقول ان سطح آ في بح يساوي بجموع سطوح آ في بد د ه ه ح برهانه نخرج من نقطة ب عمود بر علي بح باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه خط بر كخط آ بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطتي ر ح خطي رح حح في جهة رح موازيين لخطي بح بر كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلا بد وان يتلاقيا لانا اذا وصلنا بين نقطتي ر ح بخط مستقيم كانت زاوية حرح مع الزاوية المجاورة لزاوية رحب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا حرح رحح راقل من قايمتين فلبتلاقيا علي نقطة ح ونخرج



من نقطتي د ه خطي دط ه آ في جهة رح علي استقامتها موازيين لخط ب ر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فيكونان متوازيين وموازيين لخط رح بالشكل الثلثين من الاولي الي ان ينتهيا الي خط رح ولينتهيا الي نقطتي ط آ فلان زاوية ر ب ح قايمة وخطا رح ب ح متوازيان وخطوط ب ر دط ه آ ح متوازية فكل من الزوايا التي عند نقط د ه ط آ ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي



وكل من خطوط دط ه آ ح يساوي عمود ب ر بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل منها يساوي خط آ فسطح ب ح المساوي لسطح ب ر في ب ح يساوي سطح آ في ب ح وسطح ب ط الحاصل من سطح ب ر في ب د يساوي سطح آ في ب د وسطح د آ الحاصل من سطح دط في د ه يساوي سطح آ في د ه وسطح ه ح الحاصل من سطح ه آ في ه ح يساوي آ في ه ح ومجموعها يساوي سطح ب ح فسطح آ في ب ح يساوي مجموع سطوح آ في اقسام ب ح وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان جميع سطوح كل واحد من اقسام احد الخطين المحدودين في كل واحد من اقسام الخط الاخر يساوي سطح احد الخطين في الاخر ✲

ب

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة او اكثر فان مربعه يساوي مجموع سطوحه في كل واحد من قسميه او اقسامه ✲



ليكن خط آب خطا مستقيما محدودا مقسوما علي نقطة ح فاقول ان مربع آب يساوي مجموع سطحي آب في آ ح ب ح برهانه نرسم علي خط آب مربع آ د ه ب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فكل من زواياه قايمة واضلاعه متساوية ومتوازية ونخرج من نقطة ح خط ح ر في جهة د يوازي آ د بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي خط د ه علي نقطة ر فهو موازلخط ب ه بالشكل الثلثين من الاولي ولان كل من آب د ه قد وقعا علي آ د ح ر ب ه المتوازية وكل من زوايا د ه ب آ قايمة فكل من الزاويتين الواقعتين عند نقطة ر ونقطة ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطحا آ ر ر ب متوازيان الاضلاع قايم الزوايا وسطح آ ر حاصل من سطح آ د المساوي لخط آب في آ ح وسطح ب ر حاصل من سطح ب ه المساوي لخط آب في ب ح فسطحا آ ر ر ب المساويان لمربع آ ه يساويان لمجموع سطحي آب في آ ح ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان

ان نبين وبمثله تبين لوكانت الاقسام اكثر من اثنين ✲

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان سطحه في احد قسميه يساوي مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الاخر منه ✲



ليكن الخط آب مقسوما علي نقطة ح فاقول ان سطح آب في ب ح يساوي مربع ب ح وسطح ب ح في آ ح برهانه نرسم علي ب ح مربع ب ح د ه بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاضلاعه المتقابلة متوازية وزواياه قوايم ونخرج من نقطة آ خط آ ر في جهة د موازيا لخط ب ه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازلخط ح د بالشكل الثلثين من الاولي ونخرج آ ر د ه في جهة ر علي استقامتهما الي ان يتلاقيا فان لانا اذا وصلنا بين نقطتي آ ه بخط مستقيم كانت زاويتا ر آ ه د ه آ اقل من قايمتين لكون زاوية ب ه د قايمة وخط آ ر موازلخط ب ه فيكون زاوية ر آ ب قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فلنبتلا قيا علي نقطة ر فسطح آ د متوازي الاضلاع وقايم الزوايا ولان سطح آ ه حاصل من سطح آب في ب ه و ب ح يساوي ب ه فسطح آب في ب ح كسطح آ ه وسطح آ د حاصل من سطح آ ح في ح د و ب ح يساوي ح د فسطح آ ح في ح ب يساوي سطح آ د ومربع ح ه هو مربع ح ب فسطح آ ه يساوي مجموع مربع ب د وسطح آ د فسطح آب في ب ح يساوي مربع ب ح وسطح آ ح في ح ب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

د

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان مربعه كمجموع مربعي قسميه وضعف سطح احدهما في الاخر ✲



ليكن الخط آب مقسوما علي نقطة ح فاقول ان مربع آب كمجموع مربعي آ ح ح ب وضعف سطح آ ح في ح ب برهانه نرسم علي خط آب مربع آ د ه ب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاضلاعه متساوية وزواياه قوايم ونخرج قطر ب د ومن نقطة ح خط ح ر موازيا لضلع آ د بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وضلع

$\overline{ب ه}$ يوازي ضلع $\overline{آد}$ خط $\overline{ح ر}$ يوازي $\overline{ب ه}$ بالشكل الثلثين من الاولي خط $\overline{ح ر}$ يقطع القطر وينتهي الي ضلع $\overline{ده}$ اذا اخرجناه علي استقامته في جهة



ه فليقطع علي نقطة ح ولبنته علي نقطة ر ونخرج من نقطة ح خط $\overline{ا ح ط}$ موازيا لضلع $\overline{آب}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازلضلع $\overline{ده}$ بالشكل الثلثين من الاولي فاذا اخرجناه في جهتيه ينتهي الي ضلعي $\overline{آد ب ه}$ فلبنته علي نقطتي $\overline{ا ط}$ ولان الاشكال الواقعه في مربع $\overline{آه}$ متوازية الاضلاع وزوايا المربع قوايم فكل من زوايا تلك الاشكال قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولان ضلعي $\overline{آب آد}$ متساويان فزاويتا $\overline{آبد ادب}$ متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية $\overline{حب ك}$ زاوية $\overline{ادح}$ بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا $\overline{حب ك حب ح}$ متساويتان فضلع $\overline{حك}$ كضلع $\overline{حب}$ بالشكل السادس من الاولي ولان ضلع $\overline{ط ا}$ يوازي ضلع $\overline{آب}$ فزاوية $\overline{طحد}$ كزاوية $\overline{آبد}$ بالشكل السادس والعشرين من الاولي فزاويتا $\overline{طدح طحد}$ متساويتان فضلع $\overline{طح}$ كضلع $\overline{طد}$ بالشكل السادس من الاولي والاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطحا $\overline{طر ح ا}$ مربعان ومتمم $\overline{آح}$ حاصل من سطح $\overline{آح}$ في $\overline{حح}$ وحح كخط $\overline{ب ح}$ فمتمم $\overline{آح}$ يساوي سطح $\overline{آح}$ في $\overline{حب}$ ومتمما $\overline{آح ح ه}$ متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فهما يساويان ضعف سطح $\overline{آح}$ في $\overline{حب}$ وضلع $\overline{آح}$ كضلع $\overline{طح}$ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع $\overline{آح}$ كمربع $\overline{طر}$ فمربعا ضلعي $\overline{آح حب}$ يساويان مربعي $\overline{طر ح ا}$ وهما مع متمم $\overline{آح ح ه}$ يساوي مربع $\overline{آه}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

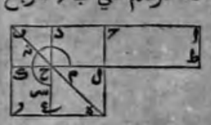
واستبان منه ان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي اقطار المربعات اذا كانت اضلاعها موازية لاضلاع المربعات النظير للنظيره وان المربعات الكاينة في المربعات المشاركة لها في زاوية من زواياه انما يقع علي اقطاره ✲

٥

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين فسطح احد القسمين في القسم الاخر مع مربع الفصل بين نصف الخط وتمام نصف الاخر يساوي مربع نصفه ✲

ليكن

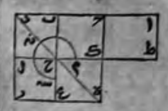
ليكن الخط $\overline{آب}$ منصفا علي $\overline{ح}$ ومقسوما علي $\overline{د}$ فاقول ان سطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ مع مربع $\overline{حد}$ يساوي مربع $\overline{ب ح}$ برهانه نرسم علي $\overline{ب ح}$ مربع $\overline{حه ر ب}$ بالشكل السادس والاربعين من الاولي



ونخرج قطر $\overline{ب ه}$ ومن نقطة د خط $\overline{دع}$ في جهة ه موازيا لضلع $\overline{حه}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازلضلع $\overline{ب ر}$ بالشكل الثلثين من الاولي ونخرج الي ان يقطع القطر وينتهي الي ضلع $\overline{ر ر}$ فليقطع علي نقطة ح ولبنته الي نقطة ع ونخرج من نقطة ح خط $\overline{ل ا}$ موازيا لخط $\overline{آب}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازلضلع $\overline{ر ر}$ بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلع $\overline{ب ر}$ علي نقطة $\overline{ا}$ ويقطع ضلع $\overline{حه}$ علي نقطة $\overline{ل}$ ونخرجه في تلك الجهة الي غير النهاية ونفصل منه $\overline{ل ط}$ كخط $\overline{آح}$ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي $\overline{آ ط}$ بخط مستقيم فهو موازلضلع $\overline{حل}$ بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فكل من سطحي $\overline{دا لع}$ مربع باستبانة الشكل المتقدم ولان خط $\overline{آح}$ كخط $\overline{حب}$ فسطح $\overline{ال}$ كسطح $\overline{لب}$ بالشكل السادس والثلثين من الاولي ومتمم $\overline{حر}$ كمتمم $\overline{حح}$ بالشكل الثالث والاربعين من الاولي باحد مربع $\overline{دا}$ مشتركا ببنهما فسطح $\overline{در}$ كسطح $\overline{حا}$ فسطح $\overline{آل}$ كسطح $\overline{در}$ فاذا اخذنا متمم $\overline{حح}$ مشتركا بين سطحي $\overline{آل در}$ كان سطح $\overline{آح}$ كعلم $\overline{م ن س ه}$ وسطح $\overline{آح}$ حاصل من سطح $\overline{آد}$ في $\overline{دح}$ وضلع $\overline{دب}$ كضلع $\overline{دح}$ فسطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ كسطح $\overline{آح}$ وكان علم $\overline{م ن س ه}$ كسطح $\overline{آح}$ فسطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ كعلم $\overline{م ن س ه}$ ولان خط $\overline{حد}$ كخط $\overline{لح}$ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع $\overline{حد}$ يساوي مربع $\overline{لع}$ وهو مع علم $\overline{م ن س ه}$ كمربع $\overline{حر}$ فسطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ مع مربع $\overline{حد}$ يساوي مربع $\overline{حب}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

و

كل خط مستقيم محدود نصف وزيد عليه خط اخر مستقيم محدود علي استقامته فسطح الخط مع الزيادة ومربع النصف معا يساويان مربع نصف الخط مع الزيادة ✲



ليكن الخط $\overline{آب}$ منصفا علي $\overline{ح}$ والمزيد عليه خط $\overline{ب ه}$ علي استقامته فاقول ان سطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ مع مربع $\overline{حب}$ كمربع $\overline{حد}$ برهانه نرسم علي $\overline{حد}$ مربع $\overline{حه ر د}$ بالشكل السادس

والاربعين من الاولي وتخرج قطر $\overline{دة}$ وتخرج من نقطة $\overline{ب}$ خط $\overline{بع}$ في جهة $\overline{ر}$ موازيا لضع $\overline{حة}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لضلع $\overline{در}$ بالشكل الثلثين من الاولي وتخرجه علي استقامته الي ان يقطع القطر وينتهي الي ضلع $\overline{در}$ فلينقطع علي نقطة $\overline{ح}$ ولينته الي نقطة $\overline{ع}$ وتخرج من نقطة $\overline{ح}$ خط $\overline{حل}$ موازيا لضلع $\overline{آب}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لضلع $\overline{ءر}$ بالشكل الثلثين من الاولي فينتهي الي ضلع $\overline{در}$ ويقطع ضلع $\overline{حة}$ فلينته الي نقطة $\overline{ل}$ ولينقطع علي نقطة $\overline{ا}$ وتخرجه علي استقامته في جهة $\overline{ا}$ الي غير النهاية ونفصل منه $\overline{اط}$ مساويا لخط $\overline{آح}$ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي $\overline{آط}$ بخط مستقيم فهو موازٍ لخط $\overline{حا}$ بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان $\overline{آح}$ $\overline{حب}$ متساويان فسطح $\overline{آا}$ كسطح $\overline{اب}$ بالشكل السادس والثلثين من الاولي ومتمم $\overline{حر}$ كمتمم $\overline{حح}$ بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطح $\overline{آا}$ كمتمم $\overline{حر}$ وناخذ سطح $\overline{دا}$ مشتركا بين سطحي $\overline{آا}$ $\overline{حر}$ فيكون علم $\overline{مننسه}$ مساويا لسطح $\overline{آل}$ وكل من سطحي $\overline{بل}$ $\overline{اع}$ مربع باستبانة الشكل الرابع فضلع $\overline{بد}$ كضلع $\overline{دل}$ فسطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ يساوي سطح $\overline{آل}$ فعلم $\overline{مننسه}$ يساوي سطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ وضلع $\overline{حب}$ كضلع $\overline{آح}$ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع $\overline{حب}$ يساوي مربع $\overline{اع}$ وهو مع علم $\overline{مننسه}$ يساوي مربع $\overline{حر}$ فسطح $\overline{آد}$ في $\overline{دب}$ مع مربع $\overline{حب}$ يساوي مربع $\overline{حد}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان مربعه مع مربع احد قسميه يساوي ضعف سطح الخط كله في ذلك القسم مع مربع القسم الاخر

لينقسم الخط المستقيم $\overline{آب}$ مقسوما علي نقطة $\overline{ح}$ كيف اتفق فاقول ان مربعي $\overline{آب}$ $\overline{بح}$ يساويان ضعف سطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ مع مربع $\overline{آح}$ برهانه نرسم علي خط $\overline{آب}$ مربع $\overline{آدهب}$ بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج قطر $\overline{بد}$ ومن نقطة $\overline{ح}$ خط $\overline{حح}$ موازيا لضلع $\overline{آد}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لضلع $\overline{بء}$ بالشكل الثلثين من الاولي فينقطع القطر وينتهي الي ضلع $\overline{دة}$ فلينقطع علي نقطة $\overline{ر}$ ولينته الي نقطة $\overline{ح}$ وتخرج من نقطة $\overline{ر}$ خط $\overline{ارط}$ يوازي $\overline{آب}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لضلع $\overline{دة}$ بالشكل الثلثين من الاولي فهو ينتهي

ينتهي الي ضلعي $\overline{آد}$ $\overline{بء}$ فلينتهي علي نقطتي $\overline{ط}$ $\overline{ا}$ فكل من سطحي $\overline{طح}$ $\overline{حا}$ مربع باستبانة الشكل الرابع فلان متمم $\overline{آر}$ $\overline{رة}$ متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وناخذ مربع $\overline{حا}$ مشتركا بينهما فيكون سطح $\overline{آا}$ كسطح $\overline{حة}$ وسطح $\overline{آا}$ حاصل من سطح $\overline{آب}$ في $\overline{با}$ لكن $\overline{بح}$ يساوي $\overline{با}$ لان سطح $\overline{حا}$ مربع فسطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ كسطح $\overline{آا}$ وكان سطح $\overline{حة}$ كسطح $\overline{آا}$ فضعف سطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ يساوي علم $\overline{مننسه}$ مع مربع $\overline{حا}$ وضلع $\overline{آح}$ يساوي ضلع $\overline{طر}$ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع $\overline{آح}$ يساوي مربع $\overline{طح}$ فاذا اضفناه الي علم $\overline{مننسه}$ يحصل مربع $\overline{آه}$ فمربع $\overline{طح}$ اذا اضفناه الي علم $\overline{مننسه}$ ومربع $\overline{حا}$ يحصل ضعف سطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ ومربع $\overline{آح}$ اذا اضفناه اليها ايضا يحصل مربعا $\overline{آه}$ $\overline{حا}$ فضعف سطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ مع مربع $\overline{آح}$ يساويان مربعي $\overline{آه}$ $\overline{حا}$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة ما فان سطحه في احد قسميه اربع مرات مع مربع قسمه الاخر يساوي مربع الخط كله اذا ازيد عليه خط اخر مستقيم علي استقامته مساويا للقسم الذي ضرب الخط كله فيه ✲

لينقسم الخط $\overline{آب}$ مقسوما علي نقطة $\overline{ح}$ ويزيد عليه خط $\overline{بد}$ المستقيم علي استقامته مساويا لخط $\overline{بح}$ فاقول ان سطح $\overline{آب}$ في $\overline{بح}$ اربع مرات مع مربع $\overline{آح}$ يساوي مربع $\overline{آد}$ برهانه نرسم علي $\overline{آد}$ مربع $\overline{آءرد}$ بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج قطر $\overline{دة}$ ومن نقطتي $\overline{ح}$ $\overline{ب}$ خطي $\overline{حح}$ $\overline{بط}$ في جهة $\overline{ة}$ موازيين لخط $\overline{آء}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما متوازيان وموازيان لخط $\overline{در}$ بالشكل الثلثين من الاولي وتخرجهما علي استقامتهما في تلك الجهة الي ان ينتهيا الي خط $\overline{ءر}$ فلينتهيا الي نقطتي $\overline{ح}$ $\overline{ط}$ فينقطعان القطر فلينقطعاه علي نقطتي $\overline{ل}$ $\overline{ا}$ وتخرج منهما خطي $\overline{عل سه}$ $\overline{نه ام}$ في جهتهما موازيين لضع $\overline{آد}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي

فهما متوازيان وموازيان لخط ءر بالشكل الثلثين من الاولي فلبنتهما الي خطي آه در علي نقط سه ع م نه فيقطعان خطي حح بط فليقطعاهما علي نقطتي قه صه فباستبانة الشكل الرابع يكون سطوح سحح فصه بنه حع حا اع مربعات فضلع حد كضلع دع وبح يساوي با المجمع سطوح بنه حا اع فصه مربعات متساويات ولان بح لخط با فسطح آب في بح يساوي متمم آا ولان متممي آا ار متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فهما معا يساويان ضعف سطح آب في بح ولان سطحي آقه م ل متساويان وكذلك لط صه ر بالشكل السادس



والثلثين من الاولي ومتمما م ل لط متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فالسطوح الاربعة وهي آقه م ل لط صه ر متساويان فاذا ضيف مربع فصه الي سطح م ل حصل سطح م صه مساويا لسطح آا بالشكل السادس والثلثين من الاولي واذا اضيف مربع بنه الي سطح لط يكون الحاصل منهما سطحا مساويا لسطح ار بالشكل السادس والثلثين من الاولي فعلم قشت يساوي اربعة امثال سطح آا المساوي لاربعة امثال سطح آب في بح وخط آح يساوي خط سل بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وسطح سحح مربع سل فمربع آح يساوي مربع سحح وعلم قشت مع مربع سحح يساويان سطح ار اعني مربع آد وهما يساويان اربعة امثال سطح آب في بح مع مربع آح فاربعة امثال سطح آب في بح مع مربع آح يساويان مربع آد وذلك ما اردنا ان نبين ☆

ط

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين فان مربعي قسميه كضعف مربع النصف مع ضعف مربع الفصل بين النصف وكل واحد من قسميه ☆



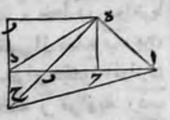
ليكن الخط آب منصفا علي حـ ومقسوما بمختلفين علي د فاقول ان مربعي آد دب معا كضعف مربع آح مع ضعف مربع حد برهانه نخرج من نقطة حـ عمود حه علي خط آب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه حه مثل آح بالشكل الثالث

من الاولي ونصل بين كل من نقطتي آه بـه بخط مستقيم فلان كل واحد من ضلعي آح حه هـ حب حب متساويان فكل من زاويتي حهآ حآه حبه حهب متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وكل من زاويتي آهـ بحه قايمة فكل من زوايا آهـ هآح حهب حبه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية آهب قايمة ونخرج من نقطة د في جهة هـ خط در موازيا لخط حه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي ضلع بـه بين نقطتي ب هـ والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح او كون الموازي ملاقيا لما هو موازله هذا خلف فلبنتة علي نقطة ر فزاوية ردب كزاوية بحه القايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية ردب قايمة وكانت زاوية حبه نصف قايمة فزاوية درب نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فضلع رد كضلع دب بالشكل السادس من الاولي فنفصل من حه حح مثل در بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ر ح بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي آ ر بخط حح مساو وموازلخط حد بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان زاويتي حح ر هحر كزاويتي هحب حبه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية هحب قايمة وزاوية حبه نصف قايمة فزاوية حح ر قايمة وزاوية هحر نصف قايمة وكانت زاوية حهر نصف قايمة فضلع حح كضلع حر بالشكل السادس من الاولي ولان كل واحدة من زوايا آحه آدر حرهـ آدر ردب قايمة ومربعا آح حه كمربع آه بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع آح لتساوي آح حه ومربعا حح حر كمربع هر بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع حر المساوي لضعف مربع حد لتساوي حر حد ومربع آر يساوي مربعي آه هر بالشكل السابع والاربعين من الاولي فضعف مربع آح مع ضعف مربع حد يساويان مربع آر ومربعا آد در المساويان لمربعي آد دب يساويان مربع آر بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعي آح حب معا يساويان ضعف مربعي آح حد معا وذلك ما اردنا ان نبين ☆

ك

كل خط مستقيم محدود نصف ويزيد عليه خط مستقيم علي استقامته فمربع الخط مع الزيادة ومربع الزيادة معا يساويان ضعف مربع النصف وضعف مربع النصف مع الزيادة معا ☆

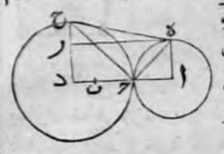
ليكن الخط آب منصفا علي حـ ونريد عليه بـد المستقيم علي استقامته فاقول ان مربع آد مع مربع بـد يساويان ضعف مربع آحـ وضعف مربع حـد معا برهانه نخرج من نقطة حـ عمود حـه علي آحـ بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه حـه كآحـ بالثالث من الاولي ونصل بين



ه وكل من نقطتي آ ب بخط مستقيم ونخرج من نقطتي د ه في جهتي د رخط در موازيا لخط حـه وخط هـر موازيا لخط آحـ بالشكل الواحد و الثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لان زاوية هحـد قايمة فكل واحدة من زاويتي حـدر حـدر قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاذا وصلنا بين نقطتي ه د بخط مستقيم تكون زاويتا رده رده اقل من قايمتين فليتلاقيا علي نقطة ر ولان زاوية حـهر قايمة فزاوية هرد قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا بهر درهـ اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي هب رد في جهة د فيتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ح ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم ولان اضلاع آحـ حـه حـب متساوية فكل من زاويتي آهـ حـآه حـهب حـبه متساويتان بالشكل الخامس والثلثين من الاولي ولان كلا من زاويتي احـه هحـب قايمة فكل من زوايا حـآه آدحـ حـهب حـبه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان جميع زوايا مثلث كقايمتين فزاوية آهب قايمة ولان زاوية بدر قايمة فزاوية بدح قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولان زاوية حـبه نصف قايمة فزاوية دبح المقابلة لها نصف قايمة بالشكل الخامس والعشرين من الاولي ولان زاوية حـدر قايمة وزاوية حـهب نصف قايمة فزاوية حدر نصف قايمة وزاوية هرح قايمة فزاوية رحه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فضلعا در رح متساويان ولان كل واحدة من زاويتي دبح بحد نصف قايمة يكون ضلعا بـد دح متساويين بالشكل السادس من الاولي ولان حـد يساوي در بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ومربع حـح كمربعي در رح بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع در اعني ضعف مربع حـد وبمثله تبين ان مربع آه ضعف مربع آح فضعف مربع آح مع ضعف مربع حـد كمربع آح ومربعا آد دح المساويان لمربعي آد دب كمربع آح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا آد دب معا يساويان ضعف مربع آح مع ضعف مربع حـد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

وانا بينت هذا الشكل بمقدمات اقل مما في الاصل فاقول نخرج من نقطتي آ د عمودي آه دح علي آد في جهة واحدة منه باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما في تلك الجهة ونديرعلي نقطة آ وببعد آح دايرة حـه فيقطع محيطها عمود آه فليقطع علي نقطة

نقطة ه ونديرعلي نقطة د وببعد دح دايرة حـح فمحيطها تقطع عمود دح فليقطع علي نقطة ح ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي حـ ه بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ه حـ بخط مستقيم ونفصل من حـد در مثل آه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ه ر بخط مستقيم فلان زاويتي هآد آدح قايمتين فخطا آه رد



متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فخطا هر آد متوازيان ومتساويان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فلان د مركز دايرة حـح فدحـ يساوي دح وكان در مساويا لبحـ فرحـ يساوي بـد وكل واحدة من زاويتي دحـح دحـح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية حـدح قايمة فكل من زاويتي دحـح دحـح نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي ومثله تبين ان زاوية آحـه نصف قايمة وزاوية آحـح مع زاوية حـحد كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي فزاوية حـحه قايمة وزاوية هحـح كزاوية آدر القايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهي قايمة ولان كل واحدة من زوايا هآحـ حـدحـ هحـح هحـح قايمة فمربعا آه آحـ كمربع دحـ بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا آه آحـ كمربع هحـ بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا حـد دح كمربع حـح بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع حـد فضعف مربع آحـ كمربع هحـ وضعف مربع حـد كمربع حـح ومربعي هحـ حـح كمربع هح فضعف مربع آحـ مع ضعف مربع حـد كمربع هح ومربعا هر رح معا اعني مربعي آد دب معا يساويان مربع هح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا آد دب معا كضعف مربع آحـ مع ضعف مربع حـد وذلك ما اردنا ان نبين

ما

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه قسمة يكون سطحه في احد قسميه كمربع قسمة الاخر

ليكن الخط آب فنرسم عليه مربع احدب بالشكل السادس والاربعين من الاولي وننصف ضلع آحـ علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونصل بـ ه بخط مستقيم فلان زاوية بآه قايمة وهي مع زاوية آبه اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فضلع بـه من مثلث آبه اعظم من ضلع آه بالشكل التاسع عشر من الاولي ونخرج وآ في جهة آ علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه





د ر يساوي ب ه بالشكل الثالث من الاولي فلان ضلعي آ ب آ ه معا اعظم من ب ه بالشكل العشرين من الاولي وب ه يساوي د ر فضلعا آ ب آ ه معا اعظم من د ر فاذا القينا آ ه المشترك يبقي آ ب اعظم من آ ر ونرسم علي خط آ ر في جهة مربع آ د مربع آ ر ح ط بالشكل السادس والاربعين من الاولي فنقطة ط يقع بين نقطتي آ ب فلان اضلاع المربع متوازية بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فضلع ح ط يوازي ضلع ح ر فبوازي ضلع ب د بالشكل الثلثين من الاولي فاذا اخرجنا ح ط في جهة ط علي استقامته ينتهي الي ضلع د ه فلينته علي نقطة ا فاقول ان سطح آ ب في ب ط كمربع ا ط برهانه فلان خط آ ر نصف علي ه ونزيد عليه خط آ ر المستقيم المتناهي علي استقامته يكون سطح ح ر في آ ر مع مربع آ ه مساويا مربع د ر بالشكل السادس لكن خط ب ه مساو لخط د ر فسطح ح ر في آ ر اعني سطح ح ح مع مربع آ ه يساويان مربع ب ه ومربعي آ ه آ ب معا يساويان مربع ب ه بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح ح ح مع مربع آ ه يساويان مربعي آ ب آ ه معا فاذا القينا مربع آ ه المشترك بينهما بقي مربع آ ب مساويا لسطح ح ح فاذا القينا سطح آ ا المشترك بين سطحي ح ح ب ط يبقي مربع آ ح مساويا لسطح ط د وهو حاصل من سطح ب د المساوي لخط آ ب في ب ط فسطح آ ب في ب ط يساوي مربع آ ح الذي هو مربع خط آ ط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــــين ❊

يب

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع الضلع الذي يوترها اعظم من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدهما فيما وقع منه بعد اخراجه في جهة المنفرجة بينها وبين طرف العمود الخارج من طرف الضلع الاخر علي الضلع المخرج

لبكن المثلث آ ب ح وزاوية ب آ ح من زواياه منفرجة ونخرج من احد طرفي آ ب آ ح عمودا علي الاخر فلبخرج من نقطة ب عمود ب د علي ضلع آ ح بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي نقطة آ والا لكانت القايمة كالمنفرجة ولا علي نقطة ح والا لكانت زاوية ب آ ح قايمة وهي

وهي حادة لان زاويتي ب آ ح آ ح ب معا اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية ب آ ح منفرجة فزاوية آ ح ب حادة فالزاوية المجاورة لزاوية آ ح ب منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولا يقع فيما بين نقطتي آ ح ولا خارجا عنهما في جهة ح والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فيقع علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة آ فاقول ان مربع ب ح اعظم من مربعي آ ب آ ح بضعف سطح آ ح في آ د برهانه فلان مربع ب ح يساوي مربعي ب د د ح بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا آ د آ ح مع ضعف سطح آ ح في آ د يساوي مربع د ح بالشكل الرابع فمربع ب ح يساوي مربعان ب د د آ ح مع ضعف سطح آ ح في آ د لكن مربع آ ب يساوي مربعي ب د آ د بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع ب ح يساوي مربعي آ ب آ ح وضعف سطح آ ح في آ د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــــين ❊

ح

مربع كل ضلع يوتر الزاوية الحادة من اي مثلث كان اصغر من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدهما فيما يقع منه بين الزاوية الحادة والعمود الخارج من طرف الضلع الاخر عليه

لبكن المثلث آ ب ح والزاوية الحادة آ ب ح ونخرج من احد طرفي احد ضلعي آ ب ب ح عمودا علي الاخر فلنخرج من نقطة آ عمود آ د علي ضلع ب ح بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي احدي نقطتي ب ح ان كانت زاوية آ ح ب ايضا حادة لانه حينيذ تكون الحادة قايمة هذا خلف ولا خارجا عنها لان الزاوية المجاورة للحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فتقع فيما بين نقطتي ب ح وان كانت زاوية آ ح ب قايمة فعمود آ د ينطبق علي ضلع آ ح ونقطة د علي نقطة ح وان كانت منفرجة فالعمود يقع علي ضلع ب ح بعد اخراجه في جهة ح بمثلث ما ببناء في الشكل المتقدم فاقول ان مربع آ ح اصغر من مربعي آ ب ب ح بضعف سطح ب ح في ب د برهانه اما القسم الاول فلان

مربعي بح بد يساويان ضعف سطح بح في بد مع مربع دح بالشكل السابع فاذا اخذنا مربع آد مشتركا يكون مربعات حب بد دآ مساوية لضعف سطح بح في بد مع مربعي دح دآ لكن مربع آب يساوي مربعي بد دآ بالشكل السابع والاربعين من الاولي لكون زاوية آدب قايمة فمربعا آب بح يساويان ضعف سطح بح في بد مع مربعي دح آد لكن مربع آح كمربعي آح دح بالشكل السابع والاربعين من الاولي لان زاوية آدح قايمة فمربعا آب بح معا يساويان ضعف سطح بح في بد مع مربع آح فمجموع مربعي آب بح اعظم من مربع آح بضعف سطح بح في حد فالحكم ثابت واما القسم الثاني فلان نقطة د منطبقة علي نقطة ح يكون سطح بح في ضلع بد كمربع بح وزاوية آحب قايمة فيكون مربع آب كمربعي آح بح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فيكون مربع آح اصغر من مربعي آب بح بضعف سطح بح في بد اعني ضعف مربع بح واما القسم الثالث فلان مربع آب المساوي لمربعي آد بد بالشكل السابع والاربعين من الاولي اعظم من مربعي آح حب بضعف سطح بح في حد بالشكل المتقدم لكون زاوية آحب منفرجة ومربع آح كمربعي آد دح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع آح اصغر من مربعي آب بح بضعف سطح دح في حب مع بح لكن سطح دح في حب مع بح كسطح بد في بح بالشكل الثالث فمربع آح اصغر من مربعي آب بح بضعف سطح بح في بد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

بد

كل شكل مغروض مستقيم الاضلاع لنا ان نرسم مربعا يساويه ✡

لكن الشكل المغروض المستقيم الاضلاع شكل آ فنرسم شكلا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي شكل آ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو شكل بحده فان كان ضلع دة كضلع به وهما يساويان ضلعي بح حد بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فشكل بد مربع فقد رسمنا المربع والا فليكن احدهما اطول من الاخر ولبكن ضلع به اطولهما فنخرجه علي استقامته في جهة ه الي غير النهاية ونفصل منه هر كضلع دة بالشكل الثالث من الاولي وننصف بر علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونرسم

ونرسم علي بر نصف دايرة بطر ونخرج دة علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط بطر فلينته الي نقطة ط ونصل حط بخط مستقيم فاقول ان ضط ضلع مربع يساوي شكل آ برهانه فلان بر نصف علي نقطه ح وقسم بمختلفين علي نقطة ه فسطح به في هر مع مربع حه يساوي مربع حر بالشكل الخامس لكن حر يساوي حط فسطح به في هر مع مربع هح يساوي مربع حط لكن زاويه دهب قايمة فزاوية بهط المجاورة لها قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فمربعا هح هط يساويان مربع حط بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح به في هر مع مربع هح يساويان مربعي هح هط فاذا القينا مربع هح المشترك يبقي مربع هط مساويا لسطح به في هر المساوي لمد فيكون مساويا لسطح بد وكان سطح آ كسطح بد فمربع هط كسطح آ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡ وبهذا الشكل يخرج حدود الصم

تمت المقالة الثانية والحمد لله بلا نهاية ✡

المقالة الثالثة وهي خمسة وثلثون شكلا

الحدود

الدوايرالمتساوية هي التي اقطارها وانصاف اقطارها متساوية كل خط مستقيم يلقي الدايرة ولا يقطعها وان اخرج في جهتيه فهو مماس لتلك الدايرة والدوايرالمتماس هي المتلاقية الغير المتقاطعه ✡ بعد الوتر من المركز هو العمود الخارج من المركز الي الوتر الاوتار المتساوية الابعاد عن مركز الدايرة هي الاوتار التي تكون الاعمدة الخارجة من المركز اليها متساوية والاوتار التي هي ابعد من المركز هي التي اعمدتها اطول وزاوية القطعة زاوية يحيط بها الوتر وقوس ذلك الوتر ويقال للوتر قاعدة القطعة والزاوية التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان مستقيمان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة وينتهيان الي نقطة ما علي قوس تلك القطعة كل خطين مستقيمين يخرجان من نقطة ما علي محيط دايرة وينتهيان الي طرفي قوس من محيطها فالزاوية التي يحيط بها ذلك الخطان يقال لها انها علي تلك القوس وقطاع الدايرة شكل يحيط به خطان مستقيمان يخرجان من مركزها وقوس ينفرد مما من محيط ذلك المركز والقطع المتشابهة هي التي تقبل زوايا

متشابهة

الاشكال

١

كل دايرة مفروضة لنا ان نجد مركزها

لتكن الدايرة المفروضة دايرة آب ونفرض علي محيطها نقطتي ح د متباينتين ونصل بينهما بخط مستقيم ونصفه علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود اه علي خط حد بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلينته الي نقطتي آ ب ونصف خط آب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي فاقول انها مركز دايرة آب برهانه فان لم تكن هي المركز لكانت نقطة اخري اما علي خط آب او علي سطح الدايرة فان كانت علي خط آب ولتكن بين نقطتي آ ح مثلا وهي نقطة ر فيكون آر نصف آب وكان آح نصف آب فيكون آر يساوي آح فالجزء يساوي كله هذا خلف وان كانت علي سطح الدايرة ولتكن نقطة ط فنصل بينها وبين كل واحد من نقط حهد بخط مستقيم فلان نقطة ط مركز الدايرة داب يكون خطا حط دط متساويين وخط حه كخط ده وخط هط مشترك بين مثلثي حهط دهط فالزوايا المتناظرة منها متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية حهط كزاوية دهط فزاوية دهط قايمة وكانت زاوية اهد قايمة فيكون جزء الشي مساويا لكله هذا خلف فالمركز هو نقطة ح وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان منه كل وتر نصف وترا اخر من دايرة وقام عليه علي زوايا قايمة فانه يمر بالمركز ✲

٢

كل خط مستقيم واصل بين نقطتين علي محيط اي دايرة كانت فانه واقع داخل تلك الدايرة

لتكن علي محيط دايرة آب نقطتا حد ووصل بينهما بخط حد المستقيم فاقول انه يقع داخل دايرة آب برهانه فلانه لو لم يقع خط حد داخلها لوقع خارجها او علي محيطها اما الاول فنجيد مركز الدايرة بالشكل المتقدم ولتكن نقطة ر ونرسم علي خط حد نقطة ه كيف ما اتفق ونصل بين المركز وكل واحدة من نقط حده بخط مستقيم فخط رة لابد ان يقطع المحيط فليقطعه علي نقطة ب فلان زاويتي رحه رده متساويتان بالشكل

بالشكل الخامس من الاولي لتساوي ساقي رح رد وزاوية رهح الخارجة من مثلث رهد اعظم من زاوية رده بالشكل السادس عشر من الاولي فيكون زاوية رهح التي هي اعظم من زاوية رده المساويه لزاوية دهة اعظم من زاوية رحه فيكون رح المساوي لخط رب اعظم من ضلع ره بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط رب يكون اعظم من ضلع رة فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فيكون زاويتا رده رحب متساويين بالشكل الخامس من الاولي ويكون زاوية رب ح كزاوية رحب بالشكل الخامس من الاولي فيكون مساوية لزاوية رحب فيكون زاوية رب ح الخارجة من مثلث رهد مساوية لزاوية زده وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان منه انه لا شيء من الخطوط المستقيمة يمكن ان ينطبق علي محيط دايرة وبالعكس ✲

٣

كل خط مستقيم خرج من مركز اي دايرة وانتهي الي اي وتر كان فيها فان كان عمودا علي الوتر فهو ينصفه وان كان ينصفه فهو عمود عليه

لبكن خط حد وترا في دايرة آب وخرج من نقطة ر المركز لدايرة آب خط رة المستقيم وانتهي الي وتر حد علي نقطة ه فاقول ان كان رة عمودا علي وتر حد فهو ينصف حد وان كان ينصفه فهو عمود عليه برهانه نصل بين كل واحدة من نقطتي حد وبين المركز بخط مستقيم اما الاول فلان زاويتي رهح رهد من مثلثي رحه رده متساويتان وكذلك زاويتا رحه رده بالشكل الخامس من الاولي وضلع رة مشترك بين المثلثين فبالشكل السادس والعشرين من الاولي ضلع حه كضلع ده واما الثاني فلان الاضلاع المتناظرة من مثلثي رحه رده متساوية فزاوية رهح كزاوية رهد بالشكل الثامن من الاولي فخط رة عمود علي وتر حد وذلك ما اردنا ان نبين ✲



كل وترين في اي دايرة قطع احدهما الاخر علي غير المركز فلا يمكن ان يتناصفا

لبكن دايرة آب قد تقاطع فيها وترا حد ، ر علي نقطة ح غير المركز فاقول لا يمكن ان يتناصفا برهانه فان امكن فلبتناصفا علي نقطة ح ونجد مركزها بالشكل الاول وهو نقطة ط ونصل ح ط بخط مستقيم فلان ط ح نصف كل واحد من وتري حد ، ر علي نقطة ح يكون عمودا عليهما بالشكل المتقدم فبكون كل واحدة من زاويتي ط ح ، ط ح ر قايمة فبكون جزء الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡



كل دايرتين متقاطعتين في سطح واحد فلا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا

لبكن دايرتا آب ح ، آد ح قد تقاطعتا علي نقطتي آ ح فاقول لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا برهانه فان امكن فلبكن نقطة ه مركزاهما فنصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ د بخط مستقيم فخط ده يقطع قوس آ ح علي نقطة ولبكن نقطة ر فلان ه مركز دايرة آب ح يكون ه ر مساويا لخط آه ولان ه مركز دايرة آد ح يكون ده مساويا آه فبكون ه ر مساويا لهذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡



كل دايرتين متماستين لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا



لبكن دايرتا آب آ ح متماستين علي نقطة آ فاقول لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا في الوضع برهانه فان كان التماس من خارج فهو ظاهر انه لا يمكن ان يكون مركزا هما واحدا واما اذا كان من داخل

داخل فان امكن فلبكن نقطة د ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم فخط دب يقطع محيط دايرة آ ح فلبقطع علي نقطة ح فلان كل واحد من خطي دب دح يساوي دآ فهما متساويان فخط دح يساوي دب فالجزء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

اطول الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة من اي نقطة مفروضة في اي دايرة غير مركزها في الوضع المنتهية الي محيطها هو المار بالمركز واقصرها الباقي منه والاقرب الي الاطول اطول من الابعد واي خط يفرض من احد جنبتي الخط الاطول من الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة الي المحيط فانه لا يوجد ما يساويه من الخطوط المستقيمة الخارجة منه الي المحيط في الجانب الاخر من الخط الاطول الا خط واحد فقط او خطوط مستقيمة متحدة الوضع



لبكن في دايرة آب ح نقطة ه غير مركزها في الوضع ونجد مركزها بالشكل الاول ولبكن نقطة ط ونصل بينها وبين ه بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط ولبنته الي نقطتي ح د ونخرج من نقطة ه الي المحيط خطوط ه ر ، ه ح ، ه آ المستقيمة ونصل بين نقطة ط وبين كل واحدة من نقط ر ح آ الكائنة علي المحيط بخط مستقيم فاقول ان اطول الخطوط الخارجة من نقطة ه الي المحيط خط ه ح واقصرها خط ه د ، ه ر اطول من ه ح وهو من ه آ واي خط يفرض من خطوط ه ر ، ه ح ، ه آ في جهة آ من خط ح د الاخط واحد او خطوط

مستقيمة متحدة الوضع متساوية برهانه فلان ضلعي طر رط معا
اعظم من ضلع ره بالشكل العشرين من الاولي و طر يساوي طح
ناخذ طه مشتركا بينهما فخط حه يساوي ضلعي
طر رط معا وبمثلهما اعظم من ره فخط حه اعظم من
خط ره وبمثله تبين ان خط حه اعظم من كل
واحد من خطي حه اه ولان ضلعي طر رط
يساويان ضلعي طح طه وزاوية رطه اعظم من
زاوية حطه فقاعدة ره اعظم من قاعدة حه
بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط حه اعظم من
خط اه ولان ضلعي طه اه معا اعظم من ضلع طا المساوي لخط طد
بالشكل العشرين من الاولي فاذا القينا طه المشترك بين طد وخطي
طه اه يبقي اه اعظم من هد وبمثله تبين ان كل واحد من خطي هر رح
اعظم من هد فخط حه اعظم كثيرا من خط هد واي خط مستقيم نخرج
من نقطة ه الي المحيط ولنرسم علي نقطة ط من خط هط زاوية هطب
كزاوية هطا بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خط طب
علي استقامته الي جهة ب الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ب ونصل
بين نقطتي ب ه بخط مستقيم فضلعا طب طه يساويان ضلعي طا اطه
والزاوية التي بين الاولين يساوي الزاوية التي بين الاخرين فقاعدة
به كقاعدة اه بالشكل الرابع من الاولي ولا يمكن ان يكون خط
اخر مستقيم مايخرج من ه الي المحيط دايرة ابح في جهة ب من خط
هد مساويا لخط ها وممايلينا لخط به في الوضع والا فليكن خط اه
مساويا لخط ها ونصل طا بخط مستقيم فيكون اضلاع مثلثي طها
هطا المتناظرة فيكون زاوية اطه كزاوية اطه بالشكل الثامن من الاولي
وكانت زاوية بطه كزاوية اطه بالشكل الثامن والثلثين من الاولي
فزاوية اطه الكل يساوي زاوية بطه الذي هو جزء هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

واستبان منه ان الاوتار الخارجة من نقطة علي محيط اي دايرة كانت فان
اطولها المار بالمركز والاقرب الي الاطول من الابعد وكل وتر منها الكائن
في احد جانبي الوتر الاطول لايساويه في الجانب الاخر من الوتر
الاطول الاوتر واحد اوفوق واحد متحد الوضع ☼

ح
اطول جميع الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة من كل نقطة خارجة من اي دايرة

القاطعه اياها هو المار بالمركز والاقرب اليه اطول
من الابعد عنه واقصر جميع المنتهيه اليها الغير
القاطعه هو الذي علي مسامته المركز والاقرب
اليه اقصر من الابعد عنه واي خط يفرض منها في
احد جهتي المسامت للمركز لايوجد ها هو مساوله
من الخطوط المستقيمة الخارجة من النقطة
الخارجه من الدايرة عن الجهة الاخري من الخط
المسامت اياه قاطعه كانت الخط او منتهيه الاخط
واحد فقط او خطوط متحدة الوضع ☼

ليكن الدايرة آب والنقطة الخارجة عنها ح
ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن النقطة م
ونصل بينها وبين نقطة ح بخط مستقيم
ونخرجه علي استقامته في جهة م الي ان ينتهي
الي المحيط فلينته علي نقطة د وليقطع المحيط
الادني علي نقطة ح ونخرج من نقط ح رح
حر حا المستقيمة في جهة الدايرة الي ان يقطع
محيطها الادني علي نقط ل ط وينتهي الي
المحيط الاقصي علي نقط ه را ولتكن
الخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة ح
لمنتهية الي الدايرة غير قاطعة اياها خطوط
حح حل حط فاقول ان خط حد اطول القاطعة وحه الاقرب منه
اطول من حر وهو من حا وان خط حح اقصر من حل وهو من حل وهي
من حط برهانه نصل بين المركز وبين كل واحدة من نقط ه را بخط
مستقيم فلان حم مه اعني حد معا اطول من حه بالشكل العشرين من
الاولي فخط حد اطول من خط حه وبمثله تبين ان خط حد اطول من ل
واحد من خطي حر حا ولان ضلعي حم مه كضلعي حم مر كل

لنظيره وزاوية حمه اعظم من زاوية حم ر فقاعدة حه اطول من قاعدة حر
بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط رح اطول من خط
حا ونصل بين المركزوبين كل واحدة من نقط ا ل ط بخط مستقيم فلان
ضلعي حا ا م اطول من حم بالشكل العشرين
من الاولي و م ح يساوي م ا فحج اقصر من
حا وبمثله تبين ان حح اقصر من كل واحد من
خطي حل حط ولان حا ا م معا اقصر من
حل ل م معا بالشكل الواحد والعشرين من
الاولي و م ا يساوي م ل فخط حا اقصر من
حل وبمثله تبين ان خط حل اقصر من حط
ونرسم علي نقطة م من خط حم زاوية حم نه
كزاوية حم ا بالشكل الثالث والعشرين من
الاولي ونخرج خط م نه في جهة نه الي ان ينتهي
الي المحيط علي نقطة نه ونصل حنه بخط
مستقيم فلان زاوية حم نه كزاوية حم ا والاضلاع المحيطة بالزاويتين
المتناظرة متساوية فقاعدة حنه كقاعدة حا بالشكل الرابع من الاولي
ولا يمكن ان نخرج من نقطة ح خط اخر مستقيم ينتهي الي محيط الدايرة
ولا يقطعها في جهة نه من خط حح ويباين وضعه وضع حنه ويكون
مساويا لخط حا والا فليكن خط حسه كخط حا ونصل م سه بخط
مستقيم فلان اضلاع مثلث حم سه كاضلاع مثلث حم ا المتناظرة
بالشكل الثامن من الاولي فزاوية حم سه كزاوية حم ا وكانت زاوية
حم ا كزاوية حم نه فزاوية حم نه كزاوية حم سه فالجزء يساوي كله هذا
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه اذا خرج من نقطة ح خط يماس دايرة آب كخط حصه مثلا
لنا ان نخذ خطا اخر مستقيما ينتهي الي الدايرة مساويا لخط حصه
في الجهة الاخري من خط حح وذلك بان نصل بين نقطتي م صه بخط
مستقيم فيحدث زاوية حم صه ونرسم علي نقطة م من خط حم زاوية
مساوية لزاوية حم صه في الجهة الاخري من خط حد بالشكل الثالث
والعشرين من الاولي ولبكن هي زاوية حم قه ولنخرج ضلع م قه الي ان
ينتهي الي المحيط فلتنته الي نقطة قه منه ونصل بينها وبين نقطة ح بخط
مستقيم فخط حقه يساوي خط حصه بالشكل الرابع من الاولي فاذا ركبنا
نصف دايرة دصح علي نصف دايرة دقح فينطبق قوس دصح علي
قوس دقح لما بينا في صدر المقالة الاولي فينطبق نقطة صه علي نقطة
قه والا لانطبقت علي نقطة بين نقطتي قح او خارجه عنهما في جهة
قه فيكون حصه اما اقصر من حقه او اطول وكان مساويا له هذا خلف
فينطبق

فينطبق نقطة صه علي نقطة قه وخط حصه علي حقه والا لاحاطا
بسطح مستو هذا خلف فاذا يخرج خط حقه في جهة قه لايقطع الدايرة
لان حصه المنطبق علي خط حقه اذا يخرج في تلك الجهة لايقطعها لانه
يماس الدايرة فخط حقه يماس دايرة آب ولا يمكن ان يماسها خط آخر
مستقيم يخرج من نقطة ح علي نقطة بين نقطتي صه قه اوخارجا عنهما
لانه لووجد مماسا فاذا خرج مع احد خطي حصه حقه في جهة الدايرة
فلابد وان يحيطا بسطح هذا خلف اذا الخط المماس للدايرة لايقطعها
اولا يلتقي الدايرة وفرض انه مماسها هذا خلف فكل نقطة خارجة عن
دايرة فلايمكن ان يماسها من الخطوط المستقيمة الخارجة منها الي الدايرة
الا خطان مستقيمان فقط احدهما من احد جانبي الخط المماسة
لمركزها والاخر من الجانب الاخر منه ❊

ط

كل نقطة في اي دايرة خرج منها الي محيطها خطوط مستقيمة متساوية فوق اثنين فان النقطة مركزها ❊



ليكن الدايرة آب والنقطة الكاينة فيها ح والخطوط
المستقيمة المتساوية الخارجة منها الي المحيط حب حد
حه فاقول ان نقطة ح مركز دايرة آب برهانه نصل
بين نقطة د وبين كل واحدة من نقطتي ب ه بخط مستقيم وننصف
بد علي نقطة ر وده علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين
نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي رح بخط مستقيم فلان اضلاع
مثلثي بحر دحر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية
بحر كزاوية دحر وبمثله تبين ان زاوية دحح كزاوية ححه من
مثلثي دحح ححه فخط حر عمود علي خط بد وخط حح عمود علي خط
ده فنخرج من خطي رح في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلتنته خط
حر الي نقطتي آ ط وخط حح الي نقطتي ا ل فباستبانة الشكل الاولي
كل من خطي آط ال بالمركز فنقطة ح الفصل المشترك بينهما مركز
لدايرة آب وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واورد ثابت بن قره برهانا اخر لهذا الشكل في كتابه وحكي انه وجده
في بعض النسخ اليونانيه تركت ذكره لان برهان الكتاب البسط
والبراهين علي اشكال الكتاب كثيره استنبطها المتقدمون والمتاخرون
والالبق بالايراد من البراهين في كتاب الاصول ليس الا ما هو لابسط ❊

لايمكن ان تقطع دايرة اخري علي اكثر من نقطتين سواكانتا في سطح واحد اوفي سطحين متقاطعين ✲

والا فلبقطع دايرة آب دايرة حد علي نقط ه ر ح فاقول ان هذا غير ممكن برهانه نصل بين نقطة ر و بين كل واحدة من نقطتي ه ح بخط مستقيم و ننصف ره علي نقطة ا ونخرج من نقطة ا علي ره عمود انه ومن نقطة ل علي خط رح عمود لنه بالشكل الحادي عشر من الاولي وتخرج كل منهما في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته انه الي محيط دايرة حد علي نقطتي ح د والي محيط دايرة آب علي نقطة س من قوس هر ونه الي محيط دايرة آب علي نقطتي آ ب والي محيط دايرة حد علي نقطة م من قوس رح فلانا اذا وصلنا بين نقطتي ال بخط مستقيم كانت كل واحدة من زاويتي نه ال نل ال اقل من قايمة لان كلا من زاويتي نه ال نل ر قايمة فمجموعهما اقل من قايمتين فخطا انه لنه يتلاقيان فلبلتقيا علي نقطة ن فلان ره وترلكل واحد من قوسي رحه رسه فباستبانة الشكل الاولي خط حد يمر بكل واحد من مركزي دايرتي آب حد وبمثله تبين ان خط آب يمر بكل واحد من مركزي دايرتي آب حد فالفصل المشترك بين خطي آب حد الذي هو نقطة ن مركز لكل واحده من دايرتي آب حد فيكون للدايرتين المتقاطعتين مركز واحد هذا غير ممكن بالشكل الخامس واما اذا كانت في السطحين المتقاطعين وذلك ظاهر انها لايتقاطعان الا علي نقطتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

وقد اورد ثابت بن قره برهانا اخر لهذا الشكل تركناه كما ذكرناه في اخر الشكل المتقدم ✲

يب

كل دايرتين متماستين احاطت احداهما بالاخري اولم يحيط فان الخط المستقيم الماد بمركزيهما يمر بنقطة التماس ✲

لبكن دايرة آب مماس دايرة آح علي نقطة آ ومركز دايرة آب ه ومركز دايرة

دايرة آح ولبكن دايرة آب هي المحيط فاقول ان الخط المستقيم الواصل بين نقطتي ه ر يمر بنقطة آ برهانه اما الاول فلانه لولم يمر بنقطة آ لقطع خط هر بعد اخراجه في جهة ر محيط دايرة آح علي نقطة ح ومحيط آب علي نقطة ط ونصل بين نقطة آ وبين كل واحدة من نقطتي ه ر بخط مستقيم فلان خطي آر رة المساويين لخط هح لكون آر رح متساويين اعظم من هآ بالشكل العشرين من الاولي و هط يساوي آه فخط هح المساوي لخطي آر رة اعظم من خط هط فالجزء اعظم من كله هذا خلف واما برهان الثاني فلان آه آر معا اعظم من هر بالشكل العشرين من الاولي وخط آه يساوي هح وخط آر يساوي رط فخطا هح رط معا اعظم من خط هر فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يب

كل دايرتين وقع بينهما تماس من داخل اومن خارج فانه لايكون علي نقطة واحدة فقط ✲

لبكن دايرة آب تماس دايرة حد فاقول ان تماسهما علي نقطة واحدة فقط برهانه فان امكن علي اكثر منها فلبكن علي نقطتي حد من داخل اوعلي نقطتي آب من خارج اما الاول فلان دايرتي آب حد متماستان يكون مركزاهما مختلفتي الوضع بالشكل السادس فنجدهما بالشكل الاول ولبكونا نقطتي ه ر ونصل بينهما بخط هر المستقيم ونخرجه في جهتيه علي استقامته فيمر علي نقطتي ه ح اعني موضع تماسهما بالشكل المتقدم فلان ه مركز دايرة آب فه ح مثل هد فه ح اطول من رد لان هد اطول منه ولان ر مركز دايرة حد فرد مثل رح وكان هح اطول من رد فهو اطول من رح فجزء الشي اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فلان كلا من نقطتي آ ب علي كل واحد من محيطي دايرتي آب حد فالخط المستقيم الواصل بينهما يكون وترا في كل واحدة منهما بالشكل الثاني وكل وتر يكون في احديهما فهو خارج عن الاخري فيكون خط آب داخلا في كل واحدة من دايرتي آب حد وخروجا عنهما هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

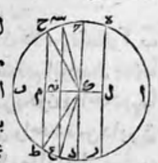
جميع الاوتار الواقعة في الدائرة الواحدة ان كانت متساوية كانت ابعادها عن مركزها وبالعكس ✲

ليكن في دايرة آب وترا حد هر فنجد مركزها بالشكل الاول ولبكن ح ونخرج منه علي وتري حد هر عمودي ح ط ح ا بالشكل الثاني عشر من الاولي فاقول ان كان حد مساويا لهر فعمود ح ط كعمود ح ا وبالعكس برهانه اما الاول نصل بين ح وكل واحدة من نقط ح د د ه ر بخط مستقيم فلان اضلاع مثلثي حدح هرح المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية طحح كزاوية اهح ولان ح ط نصف وتر حد و ه ا نصف وتر هر بالشكل الثالث ووترا حد هر متساويان فضلعا ح ط ح ح وزاوية ط ح ح من مثلث ح ح ط يساوي ضلعي ه ا ه ح وزاوية اهح من مثلث ه ا ح فقاعدة ط ح كقاعدة ا ح بالشكل الرابع من الاولي وأما الثاني وهو بين ان عمودي ح ط ح ا ان كانا متساويين كان وتر حد كوتر هر فلان كلا من زاويتي ح ط ح ه ا ح قايمة فمربع ح ح يساوي مربعي ح ط ط ح وكذلك مربع د ح المساوي لمربع ح ح يساوي مربعي ه ا ا ح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فاذا اسقطنا من مربع ح ح مربع ط ح ومن مربع د ح مربع ا ح يكون الباقي من مربع ح ح هو مربع ح ط ومن مربع د ح مربع ه ا فمربع ح ط يساوي مربع ه ا فخط حد يساوي ه ا فخد هر ضعفاهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واستبان منه ان كل وتري دايرة فان بعد اصغرها عن مركزها اعظم من بعد اعظمهما ✲



يد

قطر كل دائرة اطول الاوتار الواقعة فيها قطرها والاقرب اليه اطول من الابعد منه ✲



لبكن خط حد قطر دايرة آب ووتر هر اقرب اليه من وتر ح ط فاقول ان قطر حد اطول منهما وان هر اطول من ح ط برهانه ننصف حد علي نقطة ا بالشكل العاشر من الاولي وهي المركز ونخرج منها عمودي ا ل ا م علي وتري هر ح ط بالشكل الثاني عشر من الاولي ولان وتر هر اقرب الي المركز من وتر ح ط يكون عمود ا م اطول من عمود ا ل باستبانة الشكل المتقدم فنفصل من عمود ا م الذي مثل عمود ا ل بالشكل

ا ل بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ن وتر سع يوازي قطر حد في جهتيه علي الاستقامته الي ان ينتهي الي المحيط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فوترا سع هر متساويان بالشكل المتقدم ونصل بين نقطة ا وكل من نقط س ح ع ط بخط مستقيم فلان ضلعي اس ا ع معا اعني حد اعظم من سع بالشكل العشرين من الاولي فقطر حد اطول من كل واحد من وتري سع هر ولان ضلعي اس ا ع يساويان ضلعي اح ا ط وزاوية س ا ع اعظم من زاوية ح ا ط قوس سع المساوي لهر اطول من وتر ح ط بالشكل الرابع والعشرين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يه

كل خط مستقيم خرج من طرف اي قطر دائرة عمودا عليه فانه يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين محيطها خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية نصف الدائرة واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود والمحيط ✲

لبكن دايرة آب قطرها حد وقد خرج من نقطة د اعني طرفه عمود دم فاقول انه يقع خارج دايرة آب ولا يقع بينه وبين محيط آد خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية آدح التي هي زاوية قطعة آدح واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود ومحيط آد برهانه والا فليقع العمود داخل دايرة آب ونخرجه حتي يقطع المحيط وليقطعه علي نقطة آ وننصف قطر حد علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي فهي المركز ونصل بينها وبين نقطة آ بخط مستقيم فلان ضلعي اه هد متساويان يكون زاويتا هدا هآد متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية هدا قايمة فزاوية هآد قايمة فزاويتا مثلث يساويان قايمتين وهما اصغر منهما كما بين في الشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فعمود در يقع خارج الدايرة وايضا فليقع بينه وبين محيط آد خط مستقيم ان امكن ولبكن هو خط دح فنخرج من نقطة ه عليه عمود هط بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي نقطة د والا يلزم ان يكون جزء الشي مساويا لكله لانه حينئذ



تكون زاوية حدر التي هي الحادة قايمة هذا خلف ولا علي خط دح بعد اخراجه علي لستقامته في جهة د لان الزاوية المجاورة لزاوية حدر الحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بما يبين في الشكل السابع عشر من الاولي فيقع عمود هط علي خط دح في جهة ح ولبقطع المحيط علي نقطة آ فزاوية هدط حادة لانها اصغر من زاوية هدر القايمة فبالشكل الثامن عشر من الاولي يكون ضلع هد اعني هآ اعظم من هط فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف وايضا فان زاوية آده اعني زاوية القطعة لو لم يكن اعظم من كل زاوية حادة مستقيمة الخطين لكانت اما مساوية لها او اصغر منها فان كان الاول ينطبق خط مستقيم علي قوس دآ وهو محال باستبانة الشكل الثاني وان كان



الثاني فيقع بين عمود درو محيط آد خط مستقيم لان الزاوية الحادة المستقيمة الخطين قد فرضت انها اعظم من زاوية آدح اعني زاوية القطعة وهي اصغر من زاوية ردح القايمة هذا خلف وايضا فان زاوية آدر اصغر من اي زاوية حادة مستقيمة الخطين والا لكانت مساوية لها فيصح انطباق الخط المستقيم علي محيط آد علي تقدير التساوي وقد بينا استحالته او يقع بين عمود رد ومحيط آد خط مستقيم علي تقدير ان يكون اعظم وقد تبين استحالته ايضا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان كل خط مستقيم خرج من طرف قطراي دايرة عمودا عليه فانه يماس الدايرة وان لنا ان نرسم علي نقط غير متناهية تفرض علي خط هح قبل اخراجه او بعد اخراجه في جهته ح دوايرغير متناهيه نصف قطر كل منها بقدرها يقع من خط دح وما يتصل به بين النقطة التي نرسم عليها الدوايرو بين نقطة د ويكون عمود در عمودا علي قطر كل دايرة منها ومحيط كل دايرة منها يقع بين عمود در ومحيط دايرة آد وان نرسم علي نقط غير متناهيه تفرض علي خط هد دوايرغير متناهيه قطر كل منها بقدرها يقع من خط هد بين النقطة التي نرسم عليه الدايرة وبين نقطة د ويكون عمود در عمودا علي قطر كل دايرة منها ومحيط دايرة آد يقع بين عمود در وبين كل واحد من محيط تلك الداير

يو

كل نقطة ودائرة هما في سطح واحد والنقطة خارجة عن الدائرة فان لنا ان نخرج منها خطا

مستقيما

مستقيما يماس تلك الدائـيرة ✲



ليكن النقطة آ والدايرة بح ومركزها د فنصل بين نقطتي آد بخط مستقيم فيقطع محيطها علي نقطة ر ونرسم علي نقطة د وببعد آد دايرة آح ونخرج من نقطة ر طرف قطر در عمود رح عليه بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج العمود علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط آح ولبنته علي نقطة ح ونصل بين نقطتي دح بخط مستقيم فيقطع محيط بآح علي نقطة ط ونصل بين نقطتي آط بخط مستقيم فاقول ان خط آط يماس دايرة بح برهانه فلان ضلعي دا دط من مثلث آدط يساويان ضلعي دح در من مثلث دحر كل لنظيرة وزاوية د مشتركة بين كل واحد من الضلعين فبالشكل الرابع من الاولي زاوية اطد تساوي زاوية حرد القايمة فزاوية اطد قايمة فخط آط عمود علي قطر طد فهو يماس دايرة بآح باستبانة الشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان كل زاوية يحيط بها الخط المستقيم المماس للدايرة الخارج من نقطة خارجة عنها ونصف قطرها الواصل بين مركزها ونقطة التماس قايمة ✲

يز

كل خط مستقيم واصل بين مركزاي دائرة يماسها خط مستقيم وبين نقطة التماس فهو عمود علي الخط المماس ✲



ليكن الدايرة آب ومركزها نقطة ه وخط حد المستقيم يماسها علي نقطة ب ووصل بين نقطتي بـ ه بخط مستقيم فاقول ان خط بـ ه عمود علي خط حد برهانه فان لم يكن هب عمودا علي حد فليكن العمود عليه خط هر وليكن قد قطع محيط دايرة آب علي نقطة ح فلان زاوية هرب قايمة فزاوية هبر حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فضلع بـ ه المساوي لخط هح اطول من هر بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط هح اعظم من هر فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ج

كل خط مستقيم يماس دايرة وخرج من نقطة التماس خط مستقيم عمودا علي الخط المماس فهو يمرّ بمركز الدايرة ان اخرج فيها ✲



لبكن خط حد المستقيم يماس دايرة اب علي نقطته ب وخرج من نقطة ب خط آب المستقيم عمودا علي خط حد في جهة الدايرة فاقول انه يمر بمركز دايرة اب برهانه فلانه ان لم يمر بمركز الدايرة لمر بنقطة اخري ولبكن مركز دايرة اب نقطة ه فنصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم فهو عمود علي خط حد بالشكل المتقدم فتكون زاوية هبح مساوية لزاوية اب ح جزء الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

نط

كلّ زاوية علي مركز دايرة فهو ضعف الزاوية التي علي محيطها ان كانتا علي قوس واحدة من محيطها ✲

لبكن زاوية بدح علي مركز دايرة آبح وزاوية باح علي محيطها فاقول ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية برهانه نصل بين آد بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة د الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ه فلان اضلاع دب دح دا متساوية فكل من زاويتي ابد داب احد داح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا ابد داب ضعف زاوية باد وزاويتا احد داح ضعف زاوية حاد ولان زاوية بده تساوي زاويتي ابد داب وزاوية حده تساوي زاويتي احد داح بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهو ضعف زاوية باح وذلك ما اردنا ان نبين ✲



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط آه يمكن ان يقع بين خطي بد دح ويمكن ان ينطبق علي احدهما ويمكن ان يقع خارجا عنهما اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلان ضلعي بد دا متساويان يكون زاويتا ابد داب متساويتين فهما ضعف زاوية باد فزاوية بده الخارجة من مثلث ابد تساوي زاويتي ابد داب بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهي ضعف زاوية باد واما الثالث فلان ضلعي بد دا متساويان يكون زاويتا ابد داب متساويتين فهما ضعف زاوية باد وزاوية

وزاوية بده الخارجة تساوي زاويتي باد اب د بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهي تساوي ضعف زاوية باد وايضا فلان ضلعي حد دا متساويان تكون زاويتا حاد احد متساويتين وهما ضعف زاوية حاد وزاوية حده الخارجة تساوي زاويتي احد داح بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهو يساوي ضعف زاوية حاد وكانت زاوية بده تساوي ضعف زاوية باد فاذا اسقطنا من زاوية بده زاوية حده ومن زاوية باد زاوية حاد يبقي زاوية بدح ضعف زاوية باح وهذه صورتها ✲





ك

جميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة من دايرة واحدة متساوية ✲



لبكن في قطعة حاده من دايرة هاب زاويتا حاد حده فاقول انهما متساويتان برهانه نجد مركز دايرة اب بالشكل الاولي ولبكن ر ونصل رح رد بخطين مستقيمين فزاوية حرد ضعف كل واحدة من زاويتي حاد حده بالشكل المتقدم فهما متساويتان ✲

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قطعة حاده يمكن ان تكون اكثر من نصف دايرة ويمكن ان تكون اقل منه ويمكن ان تكون نصف دايرة اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلا بد وان يقع التقاطع بين ضلعين من اضلاع زاويتي حاد حده ويقع بين ضلعي حه اد علي نقطة ح ونصل بين كل واحدة من نقطتي آ ه وبين المركز بخط مستقيم فيكون زاوية اره ضعف كل واحدة من زاويتي احد اده بالشكل المتقدم فهما متساويتان وزاويتا اح ه حد المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فبصير زاويتا حاد حده متساويتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان جميع زوايا اي مثلث كقايمتين واما الثالث فبين بمثل ما بينا وهذه صورتها ✲





نا

كل ذي اربعة اضلاع يقع في دايرة فان كل

متقابلتين من زواياه معًا دالتان لقايمتين ✲

لبكن في دايرة اب ح دوام بعة اضلاع اب ح د فاقول ان كل واحدة من زاويتي اب ح اه ح ومن زاويتي داب دحب معا دلتان لقايمتين برهانه نصل آح ب د بخطين مستقيمين فبالشكل المتقدم زاويتا داح دبا ح متساويتان وكذلك زاويتا دحا دبا فزاوية اب ح تساوي مجموع زاويتي داح دحا وزاوية ادح مع زاويتي داح دحا معادلتين لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا ادح اب ح معا دلتان لقايمتين وبمثله تبين ان زاويتي داب دحب معا دلتان لقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين ✲



الب

لايمكن ان يقوم علي خط واحد قطعتان متشابهتان في جهة واحدة من ذلك الخط ويكون احدهما اعظم من الاخر ✲



لبكن قطعتا اب ادب قامتا علي خط اب المستقيم من جهة واحدة منه وهما متشابهتان فاقول لايمكن ان يكون احديهما اعظم من الاخري برهانه فان امكن فلتكن الاعظم قطعة آد فنرسم علي قوس اب نقطة ه ونصل بينها وبين نقطة آ بخط مستقيم ونخرجه في جهة ه علي استقامته الي ان ينتهي الي قوس ادب بنقطة ز ونصل بين نقطة ب وكل واحدة من نقطتي ه ز بخط مستقيم فبكون زاوية اهب الخارجة من مثلث ه زب كزاوية ه زب الداخلة المقابلة لها وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين وبمثله تبين لو كانت القطع اكثر من تقعه ✲

الج

جميع القطع المتشابهة الكاينه علي خطوط مستقيمة متساوية متساوية ✲



لبكن قطعتا اهب زحد كاينتين علي خطي اب ح د المستقيمين المتساويين فاقول انها متساويتان

متساويتان برهانه نركب قطعة اهب علي قطعة زحد بحيث ينطبق نقطة آ علي نقطة ح ونقطة ب علي نقطة د ويكون كل واحدة منهما من القاعدة في جهة واحدة فلا يمكن ان يختلف قوسا اهب زحد والا فيختلفا ويلزم المحذور المذكور في الشكل المتقدم فينطبق قوس اهب علي قوس زحد ويثبت الحكم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

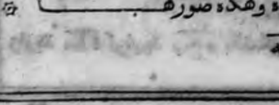
قد

اي قطعة مفروضة من دايرة لنا ان نتمها دايرة ✲

لبكن القطعة اهب فننصف قاعدة اب علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود دح علي اب في جهة ح بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في تلك الجهة الي ان ينتهي الي قوس اب فلبنته علي نقطة ح ونصل آح بخط مستقيم ونرسم علي نقطة آ من خط آح زاوية حاه في جهة د كزاوية احد بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فلان زاوية ادح قايمة تكون زاوية دحا حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا دحا هاح المتساويتان اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي حد اه في جهة دة علي استقامتهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ه فلان زاويتي هحا هاح متساويتان يكون ضلعا هح هآ متساويين بالشكل السادس من الاولي ونصل به بخط مستقيم فلان خط حد عمود علي خط اب فكل من زاويتي بده ادة قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وضلع دب كضلع دا وضلع دة مشترك بين مثلثي بده ادة فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة به كقاعدة اه فدايرة المساوي لاه يساوي به خطوط به حه اه متساوية فاذا جعلنا نقطة ه مركزا وادرنا عليه دايرة ببعد هآ فيمر محيطها علي نقط آ ح ب بالشكل التاسع فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ✲



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط آه اما ان يقع خارجا عن خطي اب آح وذلك اذا كانت القطعة اقل من نصف الدايرة واما ان ينطبق علي خط اب بحيث يقع نقطة ه علي نقطة د وذلك اذا كانت القطعة نصف الدايرة واما ان يقع فيما بين خطي اب آح وذلك اذا كانت اعظم من نصفها والاولي ببناء والثاني والثالث يظهر ببانه مما ذكرناه وهذه صورهـــا ✲



الد

جميع الزوايا المتساوية الكاينة علي محيطات الدوايرِ المتساوية او علي مركزها فهي اتما تقع علي قوسي متساوية من تلك الدوايرِ



لبكن زاويتا ب ح ء ط ر المتساويتان علي مركز دايرتي آ ب ح ء د ر المتساويتين وزاويتا ب آ ء د ر المتساويتان علي محيطهما فاقول ان قوسي ب ح ء د ر متساويتان برهانه نصل ب ء د ر بخطين مستقيمين فلان ضلعي ب ح ح ء من مثلث ب ح ء يساويان ضلعي ء ط ط ر من مثلث ء ط ر كل لنظيره لانها انصاف اقطار الدايرتين المتساويتين وزاوية ب ح ء يساوي زاوية ء ط ر فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب ء تساوي قاعدة ء ر فزاوية ب ح ء ضعف زاوية ب آ ء وضعف اي زاوية تقع في قطعة ب آ ء وزاوية ء ط ر المساوية لزاوية ب ح ء ضعف زاوية ء د ر وضعف اي زاوية تقع في قطعة ء د ر بالشكل التاسع عشر فقطعتا ب آ ء د ر متشابهتان وهما كاينتان علي قاعديتي متساويتين فهما متساويتان بالشكل الثالث والعشرين فاذا القيناهما من دايرتي ب آ ء د ر كلا من نظيرتها يبقي قوس ب ء مساوية لقوس ء ر وان فرضنا التساوي لزاويتي ب آ ء د ر يلزم تساوي زاويتي ب ح ء ء ط ر لان كلا منهما ضعف كل واحدة من زاويتي ء د ر المتساويتين بالشكل العشرين ويتم المطلوب بمثل ما بينا وذلك ما اردنا ان نبين ✲

او

جميع الزوايا الكاينة علي قوسي متساوية من دوايرِ متساوية مركزية كانت او محيطية فهي متساوية ✲

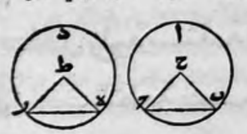


لبكن زاويتا ب ح ء ط ر كاينتين علي قوسي ب ء ر المتساويتين من دايرتي آ ب ء د ر المتساويتين فاقول انهما متساويتان برهانه فان لم يكونا متساويتين لكانت احديهما اعظم من الاخري ولتكن الاعظم زاوية ء ط ر فترسم علي نقطة ط من خط ء ط زاوية ء ط آ كزاوية ب ح ء بالشكل الثالث والعسرين من الاولي فقوس ء آ يساوي

ء آ يساوي قوس ب ح بالشكل المتقدم وكانت قوس ء ر كقوس ب ح فقوس ء آ يساوي قوس ء ر فالجزء يساوي كله هذا خلف فزاوية ب ح ء كزاوية ء ط ر وكل منهما ضعف المحيطتين الكاينتين علي قوسي ب ح ء ر كل لنظيرته بالشكل التاسع عشر فزاويتا ب آ ء د ر المحيطتان متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

او

جميع الاوتار المتساوية في الدوايرِ المتساوية تفصل قوسا متساوية العظمي للعظمي والصغري للصغري



لبكن وترا ب ح ء ر من دايرتي آ ب ح ء د ر المتساويتين متساويين فاقول ان كل واحدة من قوسي ب ح ب آ ء يساوي نظيرتها من قوسي ء ر ء د ر المفصولة بالوترين برهانه نجد مركز الدايرتين ولتكن نقطتي ح ط بالشكل الاول نصل بين ح وبين كل واحدة من نقطتي ب ح بخط مستقيم وكذلك نصل بين ط وبين كل واحدة من نقطتي ء ر بخط مستقيم فاضلاع مثلث ب ح ح كاضلاع مثلث ء ط ر المتناظرة فبالشكل الثامن من الاولي زاوية ب ح ح كزاوية ء ط ر فقوسا ب ح ء ر متساويتان بالشكل الخامس والعشرين والتساوي الدايرتين يكون قوسا ب آ ء د ر متساويتين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

او

جميع القوسي المتساوية من الدوايرِ المتساوية اوتارها متساوية ✲



لبكن قوسا ب ح ء ر من دايرتي آ ب ح ء د ر المتساويتين متساويتين فاقول ان وتر ب ح كوتر ء ر برهانه نجد مركز الدايرتين بالشكل الاول ولبكونا نقطتي ح ط ونصل بين نقطتي ح ط وبين نقط ب ح ء ر بخطوط مستقيمة فلان زاويتي ب ح ح ء ط ر علي قوسي ب ح ء ر المتساويتين من دايرتي آ ب ح ء د ر المتساويتين فهما متساويتان بالشكل السادس والعشرين والاضلاع المتناظرة المحيطة بهما متساوية فبالشكل الرابع من الاولي وترا ب ح ء ر متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

الط

اي قوس مفروضة لنا ان ننصفها ✲



لتكن القوس ب آ ح وترها ب ح فاقول لنا ان ننصفها برهانه ننصف ب ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود د آ علي وتر ب ح بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهة القوس الي ان ينتهي اليها فلتبنته علي نقطة آ ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ب ح بخط مستقيم فلان ضلعي د ب د آ وزاوية آ د ب تساوي ضلعي د ح د آ وزاوية آ د ح كل لنظيره فضلع آ ب كضلع آ ح بالشكل الرابع من الاولي فقوس آ ب كقوس آ ح بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ل

كل زاوية مستقيمة الخطين تقع في قطعة قايمة ان كانت القطعة نصف دايرة وحادة ان كانت اعظم منه ومنفرجة ان كانت اصغر منه وزاوية القطعة منفرجة ان كانت اعظم من النصف وحادة ان لم تكن اعظم من النصف سواء كانت القطعة نصف دايرة او اصغر منه ✲



لتكن قطعة آ ح ب من دايرة آ ب ح نصفها ونرسم علي قوس آ ح نقطة د كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم فاقول ان زاوية آ د ب قايمة برهانه ننصف قطر آ ب علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي فهي المركز ونصل بين نقطتي د ه بخط مستقيم فخطوط ه ب ه د ه آ متساوية فلان ه ب يساوي ه د تكون زاويتا ه ب د ه د ب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي فهما ضعف زاوية ب ه د وبمثله تبين ان زاويتي ه د آ ه آ د متساويتان ومجموعهما ضعف زاوية ه د آ فبكون جميع زوايا مثلث آ ب د المعادلة لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي ضعف زاوية آ د ب فهي قايمة وبمثله تبين ان كل زاوية تقع في نصف دايرة قايمة واذا اخرجنا خط ب د في جهة د علي استقامته

استقامته الي نقطة ح يكون زاوية آ د ح قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وايضا فلان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية آ د ب قايمة فزاوية آ ب د حادة وجميع الزوايا التي تقع في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين فالزاوية التي تقع في قطعة اعظم من النصف هي حادة وايضا ان رسمنا علي قوس آ د نقطة ر كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ د بخط مستقيم حدث في دايرة آ ب ح ذو اربعة اضلاع آ ب د ر فبكون زاويتا آ ب د آ ر د من زواياه معا متساويتان لقايمتين بالشكل الحادي والعشرين وزاوية آ ب د حادة فزاوية آ ر د منفرجة وجميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين فالزاوية الواقعة في قطعة هي اصغر من نصف دايرة منفرجة وايضا فلان زاوية آ د ب قايمة فزاوية آ د ب منفرجة فزاوية القطعة التي هي اعظم من نصف دايرة منفرجة ولان زاوية آ د ح قايمة فزاوية آ د ر التي هي زاوية قطعة آ د ر حادة فالزاوية التي هي زاوية قطعة هي اقل من نصف الدايرة حادة فاذا اخرجنا عمودا من نقطة ب علي قطر آ ب يقع خارج دايرة آ ب ح بالشكل الخامس عشر فبكون زاوية آ ب ح حادة فالزاوية التي هي زاوية قطعة هي نصف دايرة حادة وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ✲

واستبان منه ان محيط كل دايرة قسم بقسي كم كانت القسي فان الزوايا المحيطية الواقعة في تلك الدايرة علي تلك القسي تساوي قايمتين فان كانت الزوايا الواقعة علي تلك القسي مركزية فانها يساوي اربع قوايم لما بين في الشكل التاسع عن ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية فاقسام محيط اي دايرة تقع قواعد لاربع قوايم مركزية ولقايمتين المحيطيتين من الزوايا الواقعة فيهـــــــــا ✲

لا

كل خط مستقيم يماس دايرة وخرج من نقطة التماس في جهة الدايرة خط مستقيم فاصل للدايرة الي قطعتين فهما يقبلان زاويتين مساويتين للزاويتين اللتين يحدثان عن جنبتي الخط الفاصل علي التبـــــــــادل ✲

لتكن دايرة آ ب ح يماسها خط د ه المستقيم علي نقطة ب وخرج منها

خط ب ر المستقيم فاصلا لها الي راحب رطب فاقول ان قطعة راحب تقبل زاوية تساوي زاوية ربد وقطعة رطب تقبل زاوية تساوي زاوية ربه برهانه نجد مركزها بالشكل الاولي ولكن نقطة ح ونصل ب ح بخط مستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي المحيط ولينته علي نقطة آ ونصل بينها وبين نقطة ر بخط مستقيم فزاوية آرب قايمة بالشكل المتقدم وكل من زاويتي آبد آبه قايمة بالشكل السابع عشر وزاوية ربآ تمام زاوية رآب من قايمة اذ زواياكل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وهي بعينها تمام زاوية ربد من قايمة فزاوية رآب الواقعة في قطعة راحب تساوي زاوية ربد ونرسم علي قوس رطب نقطة ط كيف اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ر ب بخط مستقيم فلان زاويتي ربد ربه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاويتا رطب رآب المتقابلتين من ذي اربعة اضلاع آرطب كقايمتين بالشكل الواحد والعشرين وزاوية رآب كزاوية ربد فزاوية رطب كزاوية ربه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لب

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نعمل عليه قطعة دايرة تقبل زاوية تساوي زاوية مفروضة

لبكن الخط آب والزاوية حدة فنرسم علي نقطة آ من خط آب زاوية رآب تساوي زاوية حدة بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج من نقطة آ عمود آح علي خط آر باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونعمل علي نقطة ب من خط آب زاوية كزاوية ب آح بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خطي آح بح في جهة ح الي ان يلتقيا لان زاوية حآب التي هي فصل زاوية ب آر علي قايمة اقل منها فزاويتا آبح بآح اقل من قايمتين فلبلتقيا علي نقطة ح فخطا حآ حب متساويان بالشكل السادس من الاولي فاذا جعلنا نقطة ح مركزا وادرنا عليها ببعد حآ دايرة آطب فمحيطها يمر علي نقطة ب ولان آح عمود علي آر فهو يماس دايرة آطب علي نقطة آ باستبانة الشكل الخامس عشر فقطعة آطب تقبل زاوية كزاوية رآب المساوية لزاوية حدة بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود آح يقع بين ضلعي آب آر ان كانت زاوية رآب منفرجة وخارجا عنهما ان كانت حادة وينطبق علي خط آب ان كانت قايمة فينصف خط آب علي نقطة ح وندير ببعد حآ دايرة آطر وهذه صورها

لا

لنا ان نفصل من اي دايرة مفروضة قطعة تقبل زاوية تساوي زاوية ما مفروضة ✲

لبكن الدايرة آبح والزاوية دهر فاقول لنا ان نفصل من دايرة آبح قطعة تقبل زاوية كزاوية دهر برهانه نفرض نقطة ط خارج الدايرة ونخرج منها خط طح يماس الدايرة علي نقطة ح بالشكل السادس عشر ونرسم علي نقطة ح من خط طح في جهة الدايرة زاوية كزاوية دهر بالشكل الثالث والعشرين من الاولي وهي زاوية طحب ونخرج حب علي استقامته الي ان يلقي المحيط علي نقطة ب فقطعة بآح تقبل زاوية تساوي زاوية بحط المساوية لزاوية دهر بالشكل الواحد والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لد

كل وترين يتقاطعان في دايرة فان سطح احد قسمي احد الوترين في قسمة الاخر منه كسطح احد قسمي الوتر الاخر في قسمة الاخر منه ✲

فلبتقاطع وترا آح بد علي نقطة ه في دايرة آبح فاقول ان سطح آه في هح كسطح بهـ في هد برهانه فلنجد مركز الدايرة بالشكل الاول ولبكن نقطة ر ونصل بينها وبين نقطة ه بخط مستقيم ولان كل واحد من الوترين اما ان يكون قطرا او احد هما فقط قطرا منصف للوتر او غير منصف له واما ان لايكون شي منهما قطرا منصف احد هما الاخر او غير منصف فهذه خمسة اقسام اما الاول فلان انصاف القطار كل دايرة متساوية فسطوح بعضها في بعض متساوية واما الثاني فلان آح

نصف علي ر وقسم علي ه بمختلفين يكون سطح آه في ده مع مربع ره متساويين لمربع رح اعني رد بالشكل الخامس من الثانيه ومربعا ره ده يساويان مربع رد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح آه في ده مع مربع ره يساويان مربعي ره ده لكن مربع ده يساوي سطح بـه في ده لان قطر آح منصف لوتر بد علي نقطة ه لانه عمود عليه بالشكل الثالث فاذا القينا مربع ره المشترك يبقي سطح آه في ده مساويا لسطح بـه في ده وهذا صورته



واما الثالث فنخرج من نقطة ر عمود رط علي وتر بد بالشكل الثاني عشر من الاولي فننصفه علي نقطة ط بالشكل الثالث فلان وتري آح بد نصفا علي نقطتي ر ط وقسما بمختلفين علي نقطة ه سطح آه في ده مع مربع ره كمربع رح بل رد وسطح بـه في ده مع مربع طه كمربع طد بالشكل الخامس من الثانية ونجعل مربع رط مشتركا بين سطح بـه في ده ومربع طه وبين مربع طد فيكون سطح بـه في ده مع مربعي طر طه يساوي مربعي طر طد لكن مربعا طر طد يساويان مربع رد ومربعا طر طه يساويان مربع ره بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح بـه في ده مع مربع ره يساويان مربع رد وكان سطح آه في ده مع مربع ره يساويان مربع رد فاذا القينا مربع ره المشترك يبقي سطح آه في ده يساوي سطح بـه في ده وهذه صورته



واما الرابع وهو ان لا يكون شيء من الوترين قطرا ويكون احدهما وهو آح ينصف بد علي نقطة ه ونصل بين نقطة ر وبين كل واحدة من نقط حـ ده بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر عمود رط علي وتر آح بالشكل الثاني عشر من الاولي فننصفه بالشكل الثالث ويكون خط ره عمودا علي وتر بد بالشكل الثالث لانه نصفه فسطح آه في ده مع مربع طه يساويان مربع طح بالشكل الخامس من الثانية فنضيف اليه مربع طر فسطح آه في ده مع مربعي طه طر يساوي مربعي طر طح لكن مربعا طر طح يساويان مربع رح بل مربع رد ومربع ره يساوي مربعي طر طه بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح آه في ده مع مربع ره يساويان مربع رد ومربعا ره ده يساويان مربع رد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فاذا القينا مربع ره يبقي سطح آه في ده يساوي مربع ده المساوي لسطح بـه في ده وهذا صورته واما الخامس وهو ان لا يكون شيء من الوترين قطرا ولا ينصف احدهما الاخر فنخرج من نقطة ر التي هي مركز دايرة آبح عمودي رح رط علي

رط علي وتري آح بد بالشكل الثاني عشر من الاولي ونصل بين نقطة ر وبين كل واحدة من نقط حـ ده بخط مستقيم وكل واحد من عمودي رح رط اما ان يقع في احدي جهتي ره الاخري في الجهة الاخري منه او يقع كلاهما في احدي جهتي ره فبعرض لهذا القسم وضعان ولا يختلف البرهان بذلك لان سطح آه في ده مع مربع حه مربع ده يساويان مربع حـ وسطح بـه في ده مع مربع طه يساويان مربع طد بالشكل الخامس من الثانية فاذا اضفنا مربع رح تارة الي مربع حـ وتارة الي مجموع سطح آه في ده ومربع حه واذا اضفنا مربع رط تارة الي مربع طد وتارة الي مجموع سطح بـه في ده ومربع طه صار مجموع مربعي رح حـ مساويا لمجموع سطح آه في ده مع مربعي رح حه وصار مجموع مربعي رط طد مساويا لمجموع سطح بـه في ده مع مربعي رط طه لكن مربع ره يساوي كل واحد من مجموع مربعي رح حه ومجموع مربعي رط طه ومربع رح يساوي مربعي رح حـ ومربع رد يساوي مربعي رط طد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح آه في ده مع مربع ره يساويان مربع رح بل مربع رد وسطح بـه في ده مع مربع ره يساويان مربع رد فاذا القينا مربع ره المشترك يبقي سطح آه في ده مساويا لسطح بـه في ده وذلك ما اردنا ان نبين ✡





له

كل خطين مستقيمين خرجا من نقطة خارجة من دائرة احدهما قاطعا محيطها من الجانب الاقرب ومنتهيا اليه من الجانب الابعد والاخر يماسه علي نقطة فسطح القاطع كله فيما وقع منه خارج الدائرة يساوي مربع المتماس ✡

ليكن الدايرة آبح والنقطة الخارجة د والخط القاطع دح ولبكن قد قطع محيطها في الجانب الاقرب علي نقطة ح وانتهي اليه في الجانب الابعد علي نقطة ب والخط المماس دآ ونقطة التماس آ فاقول ان سطح بد في دح يساوي مربع آد برهانه فلان خط دب اما ان يمر بالمركز او

فيما بينه وبين نقطة التماس اوخارجا عنهما اما الاول فنجد المركز بالشكل الاول ولبكن نقطة ه فهو ينصف قطر ح ونصل آه بخط مستقيم فلان زاوية ءآد قايمة باستبانة الشكل السادس عشر وخط ح منصف علي نقطة ه ويزيد عليه خط دح المستقيم علي استقامته فسطح بد في دح مع مربع ءح المساوي لاه يساويان مربع ده بالشكل السادس من الثانية ومربع ده يساوي مربعي آد آه بالشكل السابع والاربعين من الاولي فاذا القيتا مربع ءح من مجموع سطح بد في دح ومربع آه من مجموع مربعي آه آد يبقي سطح بد في دح مساويا لمربع آد وهذه صورته واما الثاني وهو ان يكون خط بد واقعا فيما بين نقطتي آ ه فنخرج من نقطة ه عمود ءر علي خط بد بالشكل الثاني عشر من الاولي فننا صف وتر بح بالشكل الثالث ونصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطتي آ ح بخط مستقيم فلان بح نصف ويزيد فيه خط حد المستقيم علي استقامته فسطح بد في دح مع مربع رح يساويان مربع رد ونضيف اليه مربع ءر فسطح بد في دح مع مربعي رح ره يساوي مربعي رد ره لكن مربع ءح المساوي لمربع آه يساوي مربعي ءر رح ومربع ءد يساوي مجموع مربعي ءر رد ومجموع مربعي آه آد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح بد في دح مع مربع آه يساويان مربع ءد ويساويان مربعي آه آد المساويين لمربع ءد فاذا القينا مربع آه مشترك يبقي سطح بد في دح مساويا لمربع آد وهذه صورته واما الثالث وهو ان يكون خط بد خارجا عن نقطتي آ ه فنخرج من نقطة ه اليه عمود ءر بالشكل الثاني عشر من الاولي فننصف وتر ح علي ر بالشكل الثالث ونصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطتي آ ح بخط مستقيم فلان بح نصف علي ر ويزيد فيه حد علي استقامته فسطح بد في دح مع مربع رح يساويان مربع رد بالشكل السابع من الثانية ونضيف اليه مربع ءر فسطح بد في دح مع مربعي رح ره يساوي مربعي رد ره لكن مربع ءح المساوي لمربع آه يساوي مربعي ءر رح ومربع ءد يساوي مربعي ره رد ويساوي مربعي آه آد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح بد في دح مع مربع ءح المساوي

المساوي لمربع آه يساويان مربع ءد المساوي لمربعي آه آد فسطح بد في دح يساوي مربع آد وذلك ما اردنا ان نبين وهذه صورته ❊

واستبان منه ان كل خط مستقيم من الخطوط المستقيمة الغير المتناهية الخارجة من نقطة خارجة من اي دايرة كانت قاطعة محيطها من الجانب الاقرب اليها ومنتهية اليها من الجانب الابعد فان سطح جميع ذلك الخط فيما وقع منه بين النقطة وبين الدايرة يساوي مربع خط مستقيم يخرج من تلك النقطة وينتهي الي تلك الدايرة مماسا اياها ❊

واستبان ايضا ان السطوح الغير متناهية الحاصلة من سطح تلك الخطوط المذكورة فيما وقع منها بين النقطة وبين الدايرة يساوي بعضها بعضا لان كل واحد منها يساوي مربع الخط المماس والاشيا المساوية لشي واحد متساوية ❊

واستبان ايضا ان كل خطين مستقيمين خارجين من نقطة خارجة من اي دايرة كانت احدهما قاطع اياها علي الوجه المذكور والاخر منتهيا اليه غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه بين الدايرة وبين النقطة مساويا لمربع الخط المنتهي ❊

فان الخط المنتهي يساوي الخط المستقيم الخارج من تلك النقطة المماس للدايرة وكل خط مستقيم خارج من نقطة خارجة من اي دايرة كانت منتهيا اليها مساويا للخط المستقيم الخارج من تلك النقطة مماسا اياها فانه يماس تلك الدايرة لانه اما منطبق علي الخط المماس اوغير منطبق فان كان الاول فظاهر وان كان الثاني فيكون ايضا مماسا للدايرة باستبانة الشكل الثامن وهو ان كل نقطة خارجة من اي دايرة فانه يمكن ان يخرج منها خطين مستقيمين مماسان محيطها عن جنبتي المار بالمركز ولا يمكن ان يخرج منها خط ثالث يماس تلك الدايرة ❊

واقليدس لما لاحظ هذه المعاني لم يذكر الشكل الذي الحقه ثابت بن قره في اخر هذه المقالة وان استعمله في الشكل العاشر من المقالة الرابعة اذ عادته في هذا الكتاب انه يستعمل كثيرا من المقدمات ولم يذكر في الكتاب اذا كانت معلومه مما تقدم من مسايله نفسها اوبطريق الاستبانة وهو ❊

لو

ان كل خطين مستقيمين خرجا من نقطة خارجة من دايرة احدهما قاطعا اياها والاخر منتهيا اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما هو خارج

منه عن الدايرة مساويا لمربع المنتهي فان الخط المنتهي يماس الدايـــــــــرة ✲

والثابت بن قره لما راي ان اقليدس استعمله في الشكل المذكور الحقه باخر هذه المقالة واللايق بالطريقه التي سلكها اقليدس في هذا الكتاب ان لا تفرد هذا الشكل بالذكر مع وجود هذه الاستبانات ولذلك الحجاج لم يذكره في نسخته لما لم يكن موجودا في النسخ اليونانية والسريانية القديمة ونحن اشرنا اليه بالاستبانة ليعلم انه ليس من اصل الكتاب وليس استعمل في الشكل العاشر من المقالة الرابعة ثم ان اذكر البرهان الذي ذكره الثابـــــــــت ✲

ليكن سطح خط بح المستقيم الخارج من نقطة د الخارجة من دايرة آبح في دح منه مساويا لمربع خط آد المستقيم الخارج من نقطة د المنتهي الي دايرة آبح علي نقطة آ فاقول ان خط آد يماس دايرة آبح علي نقطة آ برهانه نخرج من نقطة د خط در المستقيم مماسا لدايرة آبح علي نقطة ر بالشكل السادس عشر ونصل بين نقطة ه مركز دايرة آبح وبين كل واحدة من نقطتي آ ر بخط مستقيم فلان سطح بد في حد يساوي مربع آد بالفرض ويساوي مربع در المماس لما بينا في هذا الشكل الذي سبق يكون آد در متساويين وخطا آه هر متساويان وخط ده مشترك بين مثلثي آده رده فاضلاع المثلثين المتناظرة متساوية فزوايا هي المتناظرة ايضا متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية دآه تساوي زاوية درة القايمة باستبانة الشكل السادس عشر فزاوية دآه قايمة فخط آد يماس دايرة آبح باستبانة الشكل الخامس عشر وهذه صـــــــــورته ✲



✲ تمت المقالة الثالثة بعون الله ✲

المقالة الرابعة وفيها ستة عشر شكلا

الحدود

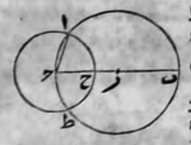
اذا كان محيط دايرة يماس جميع اضلاع شكل مضلع او جميع زواياه او جميع اضلاع شكل مضلع يماس جميع زوايا مضلع اخر يقال للمحيط منهما انه مرسوم علي المحاط وللمحاط انه مرسوم في المحيـــــــــط ✲

الاشكال

آ

كل دايرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها وترا يساوي خطا مستقيما معلوما مفروضا ليس باطول من قطـــــــــرها ✲

لتكن الدايرة آبح والخط المفروض دة فنجد مركز الدايرة بالشكل الاول من الثالث ولتكن نقطة ر ونرسم علي محيطها نقطة ولتكن نقطة ب ونصل بينها وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه في جهة ر الي ان ينتهي الي نقطة ح اعني محيط جانبها الاخر محيط بح قطرها فان كان الخط المفروض مساويا لخط بح فهـــو المطلوب والا نفصل منه خطا يساوي خط دة بالشكل الثالث من الاولي ولتكن هو خط حح ونرسم علي نقطة ح وببعد حح دايرة اح ط فيقطع محيطها محيط دايرة آبح علي نقطتي آ ط ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم فهو يقع داخل دايرة آبح بالشكل الثاني من الثالثة فلان خط حآ يساوي حح وكان دة يساوي حح فخط حآ يساوي دة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ✲

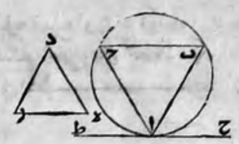


ب

كل دايرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها مثلثا يساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من

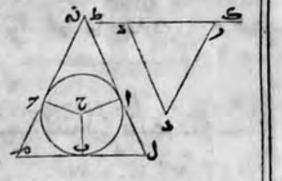
زوايا مثلث اخر مفروض معلـــــــوم ✲

لبكن الدايرة آبح والمثلث دهر ونرسم خط حط المستقيم مماسا الدايرة آبح علي نقطة آ بالشكل السادس عشر من الثالثة ونرسم علي نقطة آ من خطي آح آط زاويتي بآح حآط يساويان زاويتي دهر درة بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان الزاوية التي يحيط بها خط آح وقوس آب اصغر من كل زاوية حادة مستقيمة الخطين وكذلك الزاوية التي يحيط بها خط آط وقوس آح بالشكل الحادي عشر من الثالث فكل من خطي آب آح يقع داخل دايرة آبح فنخرجهما علي استقامتهما الي ان يلقيا محيط الدايرة علي نقطتي ب ح ونصل بينهما بخط مستقيم فهو يقع داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فاقول ان كل واحدة من زوايا مثلث آبح تساوي لنظيرتها من زوايا مثلث دهر برهانه فلان كل واحد من خطي آب آح خرج من نقطة آ التي عليها وقع التماس بين خط حط ودايرة آبح قاطعا اياها فبالشكل الواحد والثلثين من الثالثة تكون زاوية آحب مساوية لزاوية باح المساوية لزاوية دهر وزاوية آبح مساوية لزاوية حآط المساوية لزاوية درة فزاويتا آبح آحب يساويان زاويتي درة دهر وبجمع زوايا اي مثلث مستقيم الاضلاع يساوي قايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية باح تساوي زاوية هدب بجمع اضلاع مثلث آبح واقعة داخل الدايرة ومحيطها يماس زواياه علي نقط آ ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



ح

كل دايرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مثلثا تساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من زوايا مثلث مفـــــروض ✲

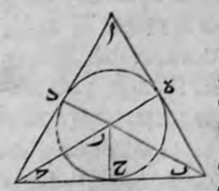


لبكن الدايرة آبح والمثلث دهر فاقول لنا ان نرسم علي دايرة آبح مثلثا تساوي كل واحدة من زواياه زاوية هي نظيرتها من زوايا مثلث دهر برهانه نخرج ضلع هر من مثلث دهر علي استقامته في جهتيه الي نقطتي ط ك ونجد

ونخذ مركز دايرة آبح بالشكل الاول من الثالثة ولبكن نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ب من محيط دايرة آبح بخط مستقيم ونرسم علي نقطة ح زاوية بحآ مساوية لزاوية دهط وزاوية بهح مساوية لزاوية درة بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج حآ حح علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي المحيط فلينتهيا علي نقطتي آ ح ونخرج من نقط آ ب ح اعمدة آل بم حن علي انصاف اقطار آح بح حح باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي فيكون كل من الاعمدة يماس دايرة آبح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فاذا اخرجنا كل واحد منها علي استقامته في جهتيه يلقي الباقيين وذلك لانا اذا وصلنا اوتار آب آح بح يكون كل زاويتين من الزوايا الحادثة التين يحيط بهما احد الاوتار مع العمودين من الاعمدة اقل من قايمتين ولبكن التقاء الاعمدة علي نقط ن م ن فحدث مثلث نلم مرسوما علي دايرة آبح ولانا اذا وصلنا بين نقطتي لح بخط مستقيم حدث مثلثا آلح بلح وزوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية حآل من مثلث آلح قايمة فزاويتا آحل آلح من مثلث آلح كقايمة وزاوية حبل من مثلث بلح قايمة فزاويتا آحل آلح من مثلث آلح كقايمة وزاوية حبل من مثلث بلح قايمة فزاويتا بحل بلح منه كقايمة فزاويتا آحب آلب كقايمتين وبمثله تبين ان زاويتي ححب حمب كقايمتين لكن كل واحدة من زاويتي دهط دهر درة درا كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي فزاوية دهر كزاوية آلم وزاوية حمب كزاوية درة فزاوية لنم الباقية من مثلث نلم كزاوية هدر من مثلث دهر لما قلنا ان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ✲

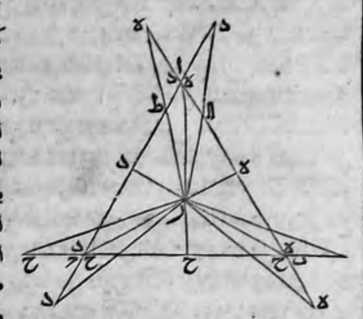
د

كل مثلث مستقيم الاضلاع مفروض لنا ان نرسم فيه دائـــــرة ✲



لبكن المثلث آبح فننصف كل واحدة من زاويتي آبح آحب بخطي بر حر بالشكل التاسع من الاولي فلان مجموع زاويتي آبح آحب اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فخطا رب رح يلتقيان فليلتقيان علي نقطة ر داخل مثلث آبح والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح لو التقيا خارج المثلث او علي احد ضلعي آب آح هذا

خلف ويخرج منها عمود رح علي ضلع ب ح فلا يقع علي احدي نقطتي ب ح ولا علي ضلاع ب ح بعد اخراجه في احدي جهتيه والا يلزم ان تكون الزاوية الحادة كقايمة في الاول وان يكون في مثلث زاوية قايمة والاخري منفرجة في الثاني لان الزاوية المجاورة لزاوية ر ح ب منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي هذا خلف لما تبين ان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثون من الاولي فيقع



عمود رح علي ضلع ب ح فيما بين نقطتي ب ح ونخرج من نقطة ر عمود ر ه علي ضلع آ ب فلا يقع علي نقطة ب ولا علي ضلع آ ب بعد اخراجه في جهة ب لما بينا ولا علي نقطة آ ولا علي ضلع آ ب بعد اخراجه في جهة آ لانه في الصورتين يلزم ان يكون عمود ر ه كعمود رح بالشكل السادس والعشرين من الاولي لانه حينيذ يكون كل واحدة من زاويتي رح ب ر ه ب من مثلثي رح ب ر ه ب قايمة ويكون زاويتا ح ب ر ه ب ر منهما متساويتين وضلع ر ب مشتركا بينهما وهو محال اما اذا كان عمود ر ه واقعا علي نقطة آ فنخرج من نقطة ر عمود ر د علي ضلع آ ح فلا يقع علي نقطة ح ولا علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة ح لما بينا ولا علي نقطة فيما بين نقطتي آ ح ولا علي نقطة آ ولا علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة آ والا لكان عمود ر د مساويا لعمود رح في الصور الثالث لما بينا فيكون مساويا لعمود ر ه ففي الصورة الاولي يكون زاويتا ر د ه ر ه د متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية ر ه د التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية ر ه ب القايمة حادة فيلزم ان يكون زاوية ر د ه القايمة حادة وزاوية ر ه د الحادة قايمة هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون زاوية ر د ح الحادة قايمة هذا خلف وفي الصورة الثالثة تكون زاوية ر ه ح حادة تكون زاوية ر ه د منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا ر ه د ر د ه اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف واما اذا كان عمود ر ه واقعا علي ضلع آ ب بعد اخراجه في جهة آ لابد وان يقطع ضلع آ ح علي نقطة فليقطع علي نقطة ط فتكون زاوية ر ط آ الخارجة من مثلث ا ط ح اعظم من زاوية ا ط ح القايمة بالشكل السادس والعشرين من الاولي

فهي منفرجة فزاوية ر ط ح حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فعمود ر د حينيذ اما ان يقع علي نقطة ح او علي ضلع ا ح بعد اخراجه في جهة ح وذلك غير ممكن لما بينا او علي نقطة بين نقطتي ط ح او علي نقطة ط او علي نقطة آ او علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة آ ففي الصور الاربع يكون عمود ر د مساويا لعمود رح لما بينا فهو مساو لعمود ر ه لان الزاوية العظمي من كل مثلث يوترها الضلع الاطول بالشكل التاسع عشر من الاولي يكون ضلع ر ط في الصورة الاولي اعظم من عمود ر د فهو اعظم من عمود ر ه فيكون جزء مقدرا اعظم منه هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون ر ط مساويا لعمود ر د فيكون مساويا لعمود ر ه فيكون جزء مقدرا مساويا له هذا خلف وفي الصورتي الثالثة والرابعة يكون في مثلث ر د ط زاوية ر د ط قايمة وزاوية ر ط د منفرجة فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف وفي الصورة الثالثة عمود ر ه انما يقع علي ضلع آ ب فيما بين نقطتي آ ب وحينيذ تبين ان عمود ر د انما يقع علي ضلع آ ح فيما بين نقطتي آ ح لانه حينيذ لا يمكن ان يقع علي ح ولا علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة ح لما بينا ولا علي نقطة آ والا لكان ضلعا ر د ر ه متساويين لانهما مساويان ضلع رح لما بينا فيكون زاويتا ر ه د ر د ه متساويين بالشكل الخامس من الاولي لكن زاوية ر د ه التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية ر د ح القايمة حادة فتكون زاوية ر ه د القايمة حادة هذا خلف ولا يمكن ان يقع علي ضلع آ ح بعد اخراجه في جهة آ لانه حينيذ يقطع ضلع آ ب فليقطع علي نقطة آ فلان زاوية ر ه آ قايمة فزاوية ر آ ه تكون حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فيكون ضلع ر آ اعظم من ضلع ر ه المساوي لضلع ر د فيكون ضلع ر آ جزء ر د واعظم منه هذا خلف فاعمدة رح ر ه ر د متساوية فاذا جعلنا نقطة ر مركزا ورسمنا عليه ببعد رح مثلا دايرة ه ح د فان محيطها يمر علي نقطتي ه د فاضلاع مثلث آ ب ح يماس دايرة ه د ح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

واستبان منه ان كل خطين مستقيمين ينصفان زاويتين من اي زاوايا مثلث فانهما ان اخرجا الي داخل المثلث يتلاقيان علي نقطة وتلك النقطة مركز المثلث واي الاعمدة الخارجة منها الي اضلاع المثلث متساوية ❁

كل مثلث مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان

نرسم عليه دائـــــــــــــرة ✲

لكن المثلث آبح فننصف ضلعي آب آح علي نقطتي دَ هَ بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من نقطتي دَ هَ عمودي دَر هَر علي ضلعي آب آح بالشكل الحادي عشر من الاولي فلانا اذا وصلنا بين نقطتي دَ هَ بخط مستقيم كانت زاويتا دهَر هَدر اقل من قايمتين فاذا اخرج العمودان في جهة وتر بح يلتقيان فليلتقيا علي نقطة رَ ونصل برَ حرَ آرَ بخطوط مستقيمة فلان زاوية بدر كزاوية آدر وضلع بد كضلع آد وضلع در مشترك بين مثلثي بدر آدر فبالشكل الرابع ضلع بر كضلع آر وبمثله تبين ان ضلع حر كضلع آر فاضلاع برَ آرَ حرَ الثلاثة متساوية فاذا جعلنا نقطة رَ مركزا وادرنا ببعد احد الاضلاع دايرة فان محيطها يمر علي نقط بَ آَ حَ فاضلاع مثلث آبح يقع داخلها بالشكل الثاني من الثالثة فمحيطها يماس زواياه علي نقط آ ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ✲



ولهذا الشكل اختلاف وقوع لما بين في الشكل الثلثين من الثالثة ان الزاوية المنفرجة انما تقع في قطعة هي اقل من النصف والقايمة في قطعة هي النصف والحادة في قطعة هي اعظم من النصف وزاوية بآح ان كانت منفرجة يقع مركز الدايرة خارج مثلث آبح وان كانت قايمة يقع علي ضلع بح وان كانت حادة يقع داخل مثلث آبح والبيان في الكل واحـــــــــــــد ✲

كل دائرة مغروضة لنا أن نرسم فيها مربعًا ✲

لبكن الدايرة آبحد فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولبكن نقطة هَ ونصل بينها وبين نقطة علي محيطها ولتكن نقطة آ بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطة حَ ونخرج من المركز علي قطر آح عمود هَب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطتي بَ دَ ونصل بين نقط آ ب حَ دَ بخطوط مستقيمة فهي تقع داخل دايرة آبحد بالشكل الثاني

الثاني من الثالثة فاقول ان شكل آبحه مربع برهانه فلان ضلعي هب هآ متساويان فبالشكل الخامس من الاولي زوايا هآب هبآ متساويتان ولان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية آهب قايمة فكل واحده من زاويتي هآب هبآ نصف قايمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا هبح هحب هحد هدح هدآ هآد نصف قايمة فكل واحدة من زوايا آبح بحد حدآ دآب قايمة ولان نقطة هَ مركز دايرة آبحد فضلعا آه هب وزاوية آهب من مثلث آبه تساوي ضلعي بهَ هَح وزاوية بهَح من مثلث بحه كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون ضلع آب كضلع بح وبمثله تبين ان كل واحد من ضلعي آد حد يساوي ضلع بح فاضلاع آب بح حد دآ متساوية فذو اربعة اضلاع آبحد مربع فمحيط دايرة آبحد ملاق لزوايا المربع علي نقط آ ب حَ دَ وغير قاطع ضلعا من اضلاعه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ✲



كل دائرة مغروضة لنا أن نرسم عليها مربعًا ✲

لتكن الدايرة آبحد فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولبكن نقطة هَ ونصل بين نقطة بَ علي محيطها وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي محيطها ولبنته علي نقطة دَ ولنخرج من نقطة هَ عمودا علي قطر بد بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط ولبنته الي نقطتي آ حَ ونخرج من نقط آ بَ حَ دَ عمدة علي قطري آح بد فهي تماس دايرة آبحد باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ولانا اذا اخرجنا اوتار آب آد دح حب كانت كل من الزاويتين اللتين يحيط بهما وتر منها وعمودان من الاعمدة المذكورة اقل من قايمتين فاذا اخرجنا الاعمدة في الجهتين علي استقامتها فلا بد وان يتلاقي بعضها بعضا فليتلاقي علي نقط رَ طَ فاقول ان شكل رآ مربع برهانه فلان كل واحدة من الزوايا التي عند نقط آ بَ حَ دَ قايمة بالشكل التاسع عشر من الثالثة وكل واحدة من الزوايا التي عند نقطة هَ قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبالشكل الثامن والعشرين من الاولي ضلعا رط حآ يوازيان قطر آح فبهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي وضلعا رح طآ يوازيان قطر بد فبهما متوازيان فكل واحد من سطوح رط طح رح رد دط حه هط رو هآ متوازي الاضلاع فبالشكل



الرابع والثلثين من الاولي ضلعا رط ح ا يساويان قطر اح فهما متساويان وضلعا ر ح ط ا يساويان قطر بد فهما متساويان والقطران متساويان فاضلاع ر ح ح ا ا ط ط ر من شكل را متساوية ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ه قايمة فكل واحدة من الزوايا التي عند نقط ر ح ا ط قايمة بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فذو اربعة اضلاع را مربع فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ح

كل مربع مفروض لنا ان نرسم فيه دايرة ✲

ليكن المربع اب ح د فننصف كل واحد من ضلعي اب اد علي نقطتي ز ه بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من كل واحدة من نقطتي ز ه عمودي ر ط ح ط علي ضلعي اب اد بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان كل واحدة من زوايا ط را ط رب ح ها ح ها قايمة وكل واحدة من زوايا المربع ايضا قايمة فعمود ط ر يوازي كل واحد من ضلعي اد ب ح وعمود ح ه يوازي كل واحد من ضلعي اب د ح بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا العمودين الي داخل المربع علي استقامتهما ينتهي عمود ر ط الي ضلع د ح فلبنته الي نقطة ط وعمود ح ه الي ضلع ب ح فلبنته الي نقطة ح ولابد ان يتقاطعا فليتقاطعا علي نقطة ا فاقول انها مركز دايرة يحيط بها المربع برهانه ولان اضلاع مربع اح متساوية فانصافها متساوية فخطوط ار رب اه هد متساوية وكل واحد من سطوح ا ا ه ا ح ا ب متوازي الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل منها متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخطوط ار اه ا ط ا ح متساوية فاذا جعلنا نقطة ا مركزا ورسمنا عليه ببعد خط ار دايرة فان محيطها يمر علي نقط ر ه ط ح ولان كل واحدة من الزاويا التي عند نقطتي ر ه قايمة واضلاع المربع متوازية فكل من الزوايا التي عند نقطتي ح ط قايمة بالشكل التاسع والشرين من الاولي فاضلاع المربع تماس الدايرة علي نقط ط ه ر ح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ط

كل مربع مفروض لنا ان نرسم عليه دايرة ✲

ليكن المربع اب ح د فنخرج منه قطري اح ب د فلابد ان يتقاطعا فليتقاطعا علي نقطة ه فاقول انها مركز دايرة تحيط مربع اب ح د برهانه فلان ضلعي اب اد وزاوية باد من مثلث ابد مساوية لضلعي اب ب ح وزاوية

ب ح وزاوية اب ح من مثلث اب ح فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب د كقاعدة اح وزاوية ابد كزاوية باح وبمثله تبين ان زاوية اب ح من مثلث اب ح كزاوية دب ح من مثلث ب د ح فكل من ضلعي اه ه ح يساوي ضلعي ه ب بالشكل السادس من الاولي فهما متساويان فكل منهما نصف قطر اح وكان قطرا اح ب د متساويين فضلعا ب ه ه د متساويان فاضلاع اه ب ه ح ه د ه متساوية فاذا جعلنا نقطة ه مركزا ورسمنا عليها ببعد اه مثلا دايرة فان محيطها يمر علي نقط ا ب ح د فاضلاع مربع اب ح د واقعة داخل دايرة اب ح د بالشكل الثاني من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



وبين في اصلي الثابت والمحاج هذا الشكل بهذا الطريق فلان ضلع اب كضلع اد تكون زاويتا اب د ادب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية باد قايمة وكل مثلث زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فكل من زاويتي ابد ادب نصف قايمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا باح اح ب ح ب د ب د ح نصف قايمة فبكون ضلع ب ه كضلع ح ه وضلع اه كضلع ب ه وضلع د ه كضلع اه بالشكل السادس من الاولي فليكون اضلاع اه د ه ح ه ب ه الاربعة متساوية فاذا جعلنا نقطة ه مركزا وادرنا ببعد احدها دايرة فان محيطها يمر علي نقط ا ب ح د ✲

واستبان منه ان مربع نصف قطر الدايرة المحيطة بالمربع نصف مربع ضلع المربع لان اضلاع المثلثات الواقعة في مربع اب ح د متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن من الاولي زواياه المتناظرة متساوية فمربع ضلع ضعف مربع نصف قطر المحيط بالدايرة بالشكل السابع والاربعين من الاولي ✲

ح

لنا ان نعمل مثلثا متساوي الساقين كل واحدة من الزاويتين اللتين عند القاعدة ضعف الزاوية التي عند راسه ✲

ليكن اب خطا مستقيما محدودا مفروضا فنقسمه علي نقطة ح قسمة يكون سطح اب في ب ح كمربع اح بالشكل الحادي عشر من الثانية ونرسم علي نقطة ا وببعد اب دايرة ب د ه ونرسم فيها وتر ب د يساوي خط اح بالشكل الاول ونصل اد فاقول ان مثلث ابد هو المطلوب برهانه نصل ح د بخط مستقيم ونرسم علي مثلث اح د دايرة اح د بالشكل

الخامس فلان بآ وبد قد خرجا من نقطة ب الخارجة عن دايرة آحد وبآ قاطع اياها بد ومنته اليها وسط آب في بح كمربع بد فخط بد يماس دايرة آحد باستبانة الشكل الخامس والثلثين من الثالثة فخط حد خارج من نقطة التماس قاطعا للدايرة الي قطعتي حآد حد فزاوية حآد كزاوية حدب بالشكل الواحد والثلثين من الثالثة وزاوية بحد كزاويتي حآد حدآ بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية بحد كزاوية آدب لكون زاوية حدب كزاوية حآد تكن زاوية آدب كزاوية آبد بالشكل الخامس من الاولي لكون ضلعي آب آد متساويين وزاويتا دحب دبح متساويتان فضلع دح كضلع دب بالشكل السادس من الاولي فضلعا حآ حد متساويان فزاويتا حآد حدآ متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية حآد اعني زاوية حدب مع زاوية حدآ ضعف زاوية حآد وهما اعني زاويتي حدآ حآد كزاوية آدب المساوية لزاوية آبد فكل من زاويتي آبد آدب ضعف زاوية بآد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان منه ان كل واحدة من زاويتي آبد آدب المتساويتين من مثلث آبد خمسا قايمتين لان كل واحدة منهما ضعف زاوية بآد وزواياكل مثلث كقايمتين لما تبين في الشكل الثاني والثلثين من الاولي ويقال لهذا المثلث مثلث المخمس ✲

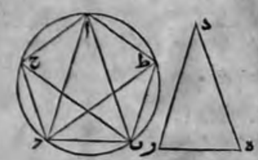
يآ

كل دايرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا ✲



لتكن الدايرة آبح فنعمل مثلث المخمس بالشكل المتقدم وهو مثلث دهر وكل واحدة من زاويتي دهر درهـ ضعف زاوية هدر ونرسم في دايرة آبح مثلث آبح زواياه تساوي زوايا مثلث دهر بالشكل الثاني وتكون زاوية آ منه تساوي زاوية د من مثلث دهر ونتصف كلا من زاويتي آبح آحب بخطي بح حط المستقيمين بالشكل التاسع من الاولي ونخرجهما الي ان يلقيا المحيط علي نقطتي ح ط ونصل آح حـ آط طب بخطوط مستقيمة فاقول ان شكل احـحبطد مخمس متساوي الاضلاع والزوايا برهانه فلان كلا من زاويتي آبح آحب من مثلث آبح منصفة وكل

وكل منها ضعف زاوية بآح فزوايا بآح آبح حبح آحط بحط المخمس متساوية فقسي آح حـ حب بط طآ المخمس متساوية بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة فالمخمس متساوي الاضلاع وكل واحد من تلك الاوتار واقع داخل دايرة آبح بالشكل الثاني من الثالثة وكل من زواياه انما يقع علي ثلث قسي من قسي المخمس المتساوية فزوايا المخمس متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة وهي طآح آحـ حـحب حبط بطآ بالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان منه ان مربع وتر زاوية المخمس مع مربع وتر المعشر يساويان اربعة امثال مربع نصف قطر دايرة المخمس وذلك لانا نجد مركز دايرة المخمس بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة آ ونصل بينها وبين نقطة ط آبخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة آل ونصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم فتحصل زاوية آبآل قايمة بالشكل الثالثين من الثالثة فمربع آآل المساوي لاربعة امثال مربع آآ بالشكل الرابع من الثانية يكون مساويا لمربعي آب وتر زاوية المخمس ومربع بآل وتر المعشر بالشكل السابع والاربعين من الاولي ✲



واستبان منه ايضا ان زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في الدايرة تساوي قايمة وخمس قايمة لان اذا وصلنا بين نقطتي طآل بخط مستقيم كانت زاوية آطآل قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة وزاوية آطب خمس قايمة لان المحيط بازاء قايمتين باستبانة الشكل الثلثين من الثالثة فقوس بآل خمس نصف المحيط ✲

يب

كل دايرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا ✲

لتكن الدايرة آبح فنرسم فيها مخمس آبحدة بالشكل المتقدم ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة م ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط آ ب حـ د ة بخط مستقيم فيحدث مثلثات آمة ومد دمحـ حمب بما فهي متساوية بالشكل الثامن من الاولي لتساوي اضلاعها



المتناظره فجميع زوايا المثلثات التي عند نقطة م متساوية وهي زوايا اَمهَ هَمدَ دَمحَ حَمبَ بَماَ ونخرج من كل واحدة من نقط اَ بَ حَ دَ هَ اعمدة علي انصف اقطار دايرة اَبحدهَ التي هي خطوط اَمَ هَمَ دَمَ حَمَ بَمَ باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي فالاعمدة تماس الدايرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجها في الجهتين الي ان يتلاقي لان كل زاويتين محيط بها وتر مخمس مع عمودين مما اقل من قايمتين فلبتلاقي علي نقط حَ رَلَ اَلَ طَ فشكل حَ رَلَ اَلَ طَ مخمس متساوي الاضلاع والزوايا برهانه نصل بين نقطة مَ وبين كل واحدة من نقط حَ رَلَ اَلَ طَ بخط مستقيم فلان سطح مَ رَ وما يتصل به الي المحيط فيما هو خارج منه من دايرة اَبحدهَ كمربع كل واحد من خطي رَدَ رَحَ بالشكل الخامس والثلثين من الثالثة فهما متساويان وبمثله تبين ان خط حَدَ مثل هَحَ وطَهَ مثل طَاَ واَاَ مثل اَبَ وَلَبَ مثل لَحَ ولان اضلاع كل واحد من مثلثي حَمَرَ دَمَرَ المتناظره متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاويتا حَرَمَ دَرَمَ متساويتان وكذلك زاويتا حَمَرَدَمَ وكل من زاويتي حَمَرَدَمَ نصف زاوية حَمَدَ فخط رَمَ نصف زاوية حَمَدَ وبمثله تبين ان كل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقط حَ لَ اَلَ طَ متساويتان وان خط حَمَ نصف زاوية دَمَهَ وخط طَمَ نصف زاوية اَمَهَ وخط اَمَ نصف زاوية اَمَبَ وخط لَمَ نصف بَمَحَ وهذه الزوايا الخمسة المنصفه بينا انها متساوية فالزوايا العشر التي عند نقطة مَ متساوية ولان زاويتي رَحَمَ رَمَحَ من مثلث رَمَحَ يساويان زاويتي لَحَمَ لَمَحَ من مثلث لَمَحَ كل لنظيره وضلع حَمَ مشترك بين مثلثي رَمَحَ لَمَحَ فهما متساويان بالشكل السادس والعشرين من الاولي فضلع حَلَ كضلع حَرَ وزاوية مَلَحَ كزاوية مَرَحَ وزاوية بَلَحَ ضعف زاوية مَلَحَ وزاوية دَرَحَ ضعف زاوية مَرَحَ فزاويتا بَلَحَ دَرَحَ متساويتان وبمثله تبين ان زوايا الثلاثة التي عند نقط حَ طَ اَلَ متساوية ومساوية لزاويتي بَلَحَ حَرَدَ وان خطوط حَرَ حَلَ دَرَ دَحَ هَطَ اَطَ اَلَ بَلَ العشره متساوية فاضلاع حَ رَ لَ اَلَ طَ حَ المخمسة متساوية لان كلا منها ضعف احد الخطوط العشر المتساوية فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان كل مخمس متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ينقسم الي خمسة مثلثات متساويان الاضلاع النظاير ✲

كل مخمس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا لنا

ان نرسم

ان نرسم فيه دايرة ✲



ليكن المخمس اَبحدهَ ولتنصف زاويتي بَحَدَ حَدَهَ بالشكل التاسع من الاولي بخطي حَرَ دَرَ فهما يلتقيان داخل المخمس والا فلبكن الا لتقاء خارج المخمس فلنخرج خط حَرَ علي نقطة تَ من خط اَبَ او علي نقطة اَ ونصل خطي دَتَ دَاَ فلان في مثلث بَحَتَ ضلعي بَحَ حَتَ وزاوية بينهما يساوي ضلعي دَحَ حَتَ وزاوية بينهما من مثلث دَحَتَ فبالشكل الرابع من الاولي زاوية حَتَبَ المساوية لزاوية حَدَهَ يساوي زاوية حَتَدَ هذا خلف وايضا فلان ضلعي بَحَ حَاَ وزاوية بينهما من مثلث بَحَاَ يساوي ضلعي دَحَ حَاَ وزاوية دَاَحَ بينهما من مثلث دَاَحَ فبالشكل الرابع من الاولي زاوية اَبَحَ المساوية لزاوية حَدَهَ تساوي زاوية حَدَاَ هذا خلف وبمثله تبين ان خط دَرَ لا يمكن ان يخرج علي نقطة بين نقطتي اَ هَ او علي نقطة بين نقطتي دَ هَ وان خطي حَرَ دَرَ لا يمكن التقاهما علي نقطة من احد ضلعي اَبَ بَحَ فلا بد وان يلتقيان داخل المخمس فليلتقيا علي نقطة رَ ونخرج منها اعمدة علي كل واحد من اضلاع المخمس بالشكل الثاني عشر من الاولي وهي خطوط رَحَ رَطَ رَاَ رَلَ رَمَ فاقول انها متساوية برهانه نصل رَوَ رَاَ رَبَ بخطوط مستقيمة فلان ضلع بَحَ حَرَ وزاوية حَ التي بينهما من مثلث بَحَرَ يساوي ضلعي حَدَ حَرَ وزاوية حَ التي بينهما من مثلث دَحَرَ فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة بَرَ كقاعدة دَرَ وزاوية حَبَرَ كزاوية حَدَرَ لكن زاوية حَدَرَ نصف زاوية حَدَهَ المساوية لزاوية حَبَاَ فزاوية حَبَرَ نصف زاوية حَبَاَ وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا المخمس الباقية منصفة بالخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة رَ اليها ولان زاويتي رَحَ حَرَحَ من مثلث رَحَ حَرَحَ يساويان زاويتي رَحَمَ حَمَرَ من مثلث حَمَرَ كل لنظيرتها وضلع حَرَ مشترك بينهما فبالشكل السادس والعشرين من الاولي عمود رَمَ كعمود رَحَ وبمثله تبين ان اعمدة رَطَ رَاَ رَلَ متساوية ومساوية لعودي رَمَ رَحَ فالاعمدة الخمسة متساوية فاذا جعلنا نقطة رَ مركزا ورسمنا عليها ببعد احد الاعمدة دايرة فمحيطها يمر علي نقط حَ طَ اَلَ مَ واضلاع المخمس تعمود علي الاعمدة فهي تماس الدايرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يد

كل مخمس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا

لنا ان نرسم عليه دائرة ❊



ليكن الخمس آبحدة فننصف كل واحدة من زاويتي حدة بخطي حرد رد بالشكل التاسع من الاولي فليلتقيان علي نقطة داخل الخمس بمثل ما بين في الشكل المتقدم فليلتقيا علي نقطة ر ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط آ ب ه بخط مستقيم فلان ضلعي بحرح وزاوية ح بينهما من مثلث رحب تساوي ضلعي دحرح وزاوية ح بينهما من مثلث رحد فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة بر كقاعدة درد بمثله تبين ان خطوط آر بر حر دره متساوية فاذا رسمنا علي نقطة ر ببعد احد الخطوط دايرة فحيطها يمر علي نقط آ ب حدة فالخمس ملاق للدايرة بنقط زواياه واضلاعه واقعة داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فالدايرة المرسومة علي الخمس محيطة به وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مسدسا متساوي الاضلاع والزوايا ❊



ليكن الدايرة آبح ونجد مركزها بالشكل الاولي من الثالثة وليكن نقطة ه ونصل بينها وبين نقطة ح علي محيطها بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة المركز الي ان يلقي المحيط فليلقه علي نقطة د بخط حد قطر لدايرة آبح ونرسم علي نقطة ح وببعد حه دايرة آهر فيقطع محيطها محيط دايرة آبح ويقع داخل دايرة آهر بالشكل الثاني من الثالثة فليقطع علي نقطتي آ ب ونصل بين المركزين وبين كل واحدة منهما بخط مستقيم لما بينا في الشكل الاول من الاولي ونخرجة علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط دايرة آبح وليلقه خط آه علي نقطة ح وخط به علي نقطة ط ونصل آح حب بح حد دط طآ بخطوط مستقيمة فبقع الاوتار داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فلان نقطتي حه مركزان لدايرتي آبح آهر المتساويتين فانصافا اقطارهما متساوية فاضلاع مثلثي آحه بحه متساوية فزاوياهما المتناظرة وغير المتناظرة متساوية بالشكل الخامس والثامن من الاولي فزاوية آحه مساوية لزاوية حهب فزاويتا طدد حهد المقابلتان لها متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فزوايا الاربع وهي زوايا آحه حهب بحه حهط متساوية ولان زوايا كل واحد من مثلثي آحه بحه متساوية

متساوية فكل زاويتين من اي مثلث منهما ضعف الباقية لكن زاوية آدد تساوي زاويتي ماح دحا بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وهما ضعف زاوية آحد فزاوية آدد ضعف زاوية آحد وزاوية طدد تساوي زاوية آحد فزاوية آدط ايضا تساويها ولذلك تبين ان زاوية حدب تساوي زاوية آدح فالزوايا الست التي عند نقطة د متساوية فقسمها متساوية بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة فاوتارها متساوية بالشكل الرابع من الاولي لان الزوايا التي عند نقطة د متساوية والاضلاع المحيطه بكل واحدة منهما متساوية فاضلاع مسدس احبحدط متساوية وكل زاوية من زواياه علي اربع قسي متساوية من دايرة واحدة فزواياه متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فمحيط دايرة آبح ملاق للمسدس علي نقط زواياه وغير قاطع اياه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

وتبين هذا الشكل في اصلي الثابت والحجاج بمثل ما اقول فلان كل واحد من مثلثي آحه بحه متساوية الاضلاع فتكون زوايا كل واحد منهما متساوية بالشكل الخامس من الاولي ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فكل واحدة من زوايا مثلثي آحه بحه ثلث قايمتين وزاويتا آحد آدد كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية دحط كزاوية بحه بالشكل الخامس عشر من الاولي فهي ثلث قايمتين فتبقي زاوية آحط ثلث قايمتين وبمثله تبين ان كل واحدة من زاويتي آحد دحح ثلث قايمتين وانا استعملت في بيان هذا الشكل بعد الاشتراك في البيان الشكل الثامن من الاولي والحكم الاول من الشكل الثاني والثلثين من الاولي وهم استعملوا بعد الاشتراك في البيان الشكل الثالث عشر من الاولي والشكل الثاني والثلثين من الاولي بحكمه فبياني ابسط من بيانهم ❊

ويمكن ان نرسم علي دايرة مسدسا وفي المسدس وعليه دايرة علي قياس ما مر في الخمس ❊

واستبان منه ان نصف قطر كل دايرة يوتر محيطها ست مرات وان وتر مسدسها يساوي نصف قطرها ❊

واستبان منه ايضا ان كل دايرة نرسم علي نقطة من محيط دايرة ببعد نصف قطرها فانها يقع من محيط كل واحدة منهما في الدايرة الاخري هو ثلث المحيط ❊

واستبان ايضا ان زاوية المسدس المتساوي الاضلاع والزوايا قايمة وثلث قايمة ❊

يو

كل دايرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا اخمسة عشر ضلعا متساوية ✲



فلتكن الدايرة آب ح فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة ه ونرسم علي نقطة ر من محيطها وببعد ه ر دايرة آ ح فتقطع دايرة آب ح لما بينا في الشكل الاول من الاولي فلتقطع علي نقطتين بالشكل العاشر من الثالثة ولتكن نقطتي آ ح فنصل بينهما بخط آ ح المستقيم فهو وتر ثلث دايرة آب ح باستبانة الشكل المتقدم ونرسم في دايرة آب ح خمسا متساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر ولتكن احد اضلاع خط آب فاذا توهمنا محيط دايرة آب ح مقسوما بخمسة عشر قسما متساوية انقسمت قوس آب ح بخمسة اقسام منها وقوس آب بثلثة اقسام فيكون حصة قوس ب ح قسمان فننصفها بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقطة د ونصل وتري ب د د ح فلو رسمنا في الدايرة امثال وتري ب د د ح متتالية بالشكل الاول الي ان نعود الي المبدايتم الشكل ✲ ولما ان نرسم علي الدايرة هذا الشكل وفيه وعليه دايرة كما رسمنا في الخمس وذلك ما اردنا ان نبين ✲

✲ تمت المقالة الرابعة بعون الله وتوفيقه ✲

المقالة الخامسة وهي خمسة وعشرون شكلا

تقدير احد المقدارات بالاخر وذلك لا يتاتي الا اذا كانا متجانسين هو اضافة احدهما الي الاخر في القدر فالنسبه اضافة واحد المقدارين المتجانسين الي الاخر في القدر فان قدره مرة واحدة فهي المساواة او مرات ولم يبق من الاخر فضلة فهي باعتبار المقدر الي المقدر جزء وبالعكس ضعف او اضعاف وان بقيت فضله وشكلنا بقدرها وبكل فضله بعدها المقدر وكل فضله تليها فاما ان ينتهي الي فضله تستعرف بالتقدير ما يليها قبلها واما ان لا ينتهي فان انتهي فكل من المقدارين اضعاف لمقدار بعينه فهو بقدرها ويقال لهما المشتركان وان لم ينته فهما متبايتان اي ليس احدهما بقدر الاخر ولا ثالث بقدرهما ✲

اما الاول

اما الاول فليكن ح د قدر آ ب وبقي منه آ ه وهو قدر ح د وبقي منه ح ر وهو قدر آ ه وافناه فاقول ان ح ر بقدر كل واحد من مقداري آ ب ح د برهانه ان ح ر قدر آ ه وهو قدر د ر فح ر بقدر د ر وه بقدر نفسه فح ر بقدر ح د فبقدر ب ه الذي قدره ح د فح ر بقدر ب ه وكان قد قدر آ ه فح ر بقدر آ ب وكان قد قدر ح د فهو بقدر مقداري ح د آ ب وكل منهما اضعاف لح ر فح ر اجزاء لآ ب ✲

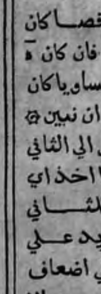


واما الثاني فلانهما لو اشترك كانت الفضلات بالتقدير ينتهي الي فصله تقدير التي يليها قبلها والمقدر خلافه هذا خلف ✲

كل مقدارين يمكن ان نفصل بعضها علي بعض بالتضعيف فهما من نوع واحد لانه يستلزم تقدير احدهما بالاخر او تقدير بعض من احدهما بالاخر ويكون لكل منهما نسبة الي صاحبه باحد الوجوه الاربعة وبالعكس فكل مقدارين متجانسين لاحدهما الي الاخر نسبة قطعا علي احد الوجوه الاربعة فان وقعت مثل تلك النسبة بعينها من غير تفاوت اصلا بين دينك المقدارين بعينهما او بين مقدار منهما ومقدار اخر غيرهما او بين مقدارين اخرين غيرهما يقال لهذه المقادير بذلك الاعتبار المتناسبة فالتناسب نسابة النسب ولكل نسبة حدان احدهما المنسوب ويسمي مقدما والاخر المنسوب اليه ويسمي تاليا فان جعل التالي مقدما في نسبة اخري والمقدم تاليا فيها بعينها فاقل ما يقع فيه التناسب حينئذ المقدارات وان كانا اربعة مقادير في الحقيقة وهذه انما يتاتي في النسب المتساوية والمتماثلة وان جعل التالي مقدما ولم يجعل المقدم تاليا لتاليه بل جعل تالية شيء اخر فاقل ما يقع فيه التناسب ثلثه مقادير وان كانت اربعة في الحقيقة ✲

وكل واحد من المقادير المتناسبة هي التي اذا اخذ للاول والثالث منها اي اضعاف كانت من الاضعاف والغير المتناهية بعده واحده وللثاني والرابع اي اضعاف كانت بعده واحده مما لانهايه له فان اضعاف الاول اذا كانت زايده علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايده علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة عنه كانت ناقصة عنه اذا احدث الاضعاف علي الولاء ✲

ليكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د واحد لآ ح اضعاف بعده ما وهي ه ر ولب د اضعاف بعده ما وهي ح ط فاقول ان كان ه ر زايدا علي ح ط كان ب ر زايدا علي ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فان كان آ زايدا علي ب كان ح زايدا علي د وان كان مساويا له كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا و ه ر اضعاف لآ ح بعده واحده فان كان ه زايدا علي ب كان ر زايدا



علي د وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا و ح ط اضعاف لب د بعده واحده فان كان ه زايدا علي ح كان ر زايدا علي ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واذا كانت اربعة مقادير ولبست نسبة الاول الي الثاني كنسبه الثالث الي الرابع فليس يمكن اذا اخذ اي اضعاف للاول والثالث متساوية العدة والثاني والرابع كذلك ان يكون اضعاف الاول لا يزيد علي اضعاف الثاني الا ويزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه والا فليكن نسبه آ الي ب لبست كنسبه ح الي د واخذ لآ ح اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ه ر ولب د اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ح ط فلان ه لا يزيد علي ح الا ويزيد ر علي ط ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وهما اضعاف متساوية لآ ح فالا يزيد علي ح الا ويزيد ح علي ط لا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه و ح ط هما اضعاف متساوية لقدري ب د فالا يزيد علي ب الا ويزيد ح علي د ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وكان آ زايد علي ب و ح غير زايد علي د او كان متساويا لب و ح غير مساو لد او كان آ ناقصا عن ب و ح غير ناقص عن د في الوضع هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

والشكل كالمتقدم

فاستبان منه ومما يقدر انه اذا كانت اربعة مقادير من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ الاول والثالث متساوية العدة مما لانهايه له واي اضعاف اخذ الثاني والرابع مما لانهاية له علي الولاء كانت اضعاف الاول لا تزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا تساوي الا وتساويه ولا وينقص عنها الا وينقص عنها كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ✲

اذا كان اربعة مقادير وهي آ ب ح د من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ للاول والثالث وهما آ ح متساوية العدة مما لانهاية له وهي ه ر واي اضعاف اخذ الثاني والرابع وهما ب د متساوية العدة مما لانهاية له وهي ح ط وكانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايدة

زايدة علي اضعاف الرابع فاقول ان نسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي د ✲ برهانه فلان ه اعظم من ح ور ليس باعظم من ط فنسبة ه الي ح اعظم من نسبة ر الي ط وه رهما اضعاف متساوية العدة لقدري آ ح فنسبة آ الي ح اعظم من نسبة ح الي ط و ح ط هما اضعاف متساوية العدة لقدري ب د فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي د وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل مقادير متناسبه علي الولاء كم كانت فان كانت ثلثة كانت نسبة الاول الي الثالث كنسبته متناه بالتكرير وان كانت خمسة كانت مربعة وعلي هذا القياس بالغا ما بلغت ونتكلم علي النسبة المولفة في صدر المقالة السادسة ان شاء الله تعالي فيظهر منه تكرر النسبة ✲

المقادير المتسعة في النسبة والنظيرة ان يقال فيها نسبة المقدم الي تاليه كنسبة مقدم اخر الي تاليه وهكذا بالغا ما بلغت ولا تصرفها مقدم تاليا وبالعكس ✲

عكس النسبه هو ان نجعل التالي مقدما للمقدم والمقدم تاليا للتالي ✲

ابدال النسبة هو ان نضيف المقدم الي المقدم والتالي الي التالي ✲

تركيب النسبة هو ان نجعل المقدم والتالي معا مقدما للتالي بعينه ✲

تفصيل النسبة هو نسبة فصل المقدم علي التالي الي التالي ✲

قسمت النسبة هو نسبة المقدم الي فضله علي التالي ✲

نسبة المساواة ان يكون صنفان من المقادير المتناسبة متساوية العدة كل اثنين كل اثنين من احد هما علي نسبة نظيرتهما من الاخر فتوخذ الاطراف متناسبة علي نسق ما فيهما وتترك الاوساط ✲

المتناسبة المنتظمة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الي شيء اخر كنسبة تالي الصنف الاخر الي شيء اخر ✲

والمتناسبة المضطربة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة التالي من الصنف الاول الي شيء اخر كنسبة شيء اخر الي المقدم من الصنف الاخر ✲

الاشكال

آ

اي مقادير كانت فان كان في الاول منها من اضعاف الثاني بقدرها في الثالث من اضعاف الرابع فان في جميع الاول والثالث من اضعاف الثاني والرابع

بقدر ما في احدهما من اضعاف صاحبه ✲

ا ح ه ط د

لبكن في آب من اضعاف ه مثل ما في حد من اضعاف ز فاقول ان مجموع آب حد من اضعاف مجموع ه ز مثل ما في آب مثل من اضعاف ه برهانه انا نقسم آب بمقدار ه فلتكن اقسامه آح حب ونقسم حد بمقدار ز ولتكن اقسامه حط طد فبي كل واحد من آب حد ضعف قرينه فلان آح مثل ه وحط مثل ز فمجموع آح حط مثل مجموع ه ز ولان حب مثل ه وطد مثل ز فمجموع حب طد مثل مجموع ه ز ففي مجموع آب حد ضعف مجموع ه ز وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ب

اذا كانت مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس من اضعاف الثاني مثل ما في السادس من اضعاف الرابع ففي مجموع الاول والخامس من اضعاف الثاني مثل ما في مجموع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

ا ح ه ط د ك

لبكن في آب الاول من اضعاف ح الثاني مثل ما في دة الثالث من اضعاف ز الرابع وفي بح الخامس من اضعاف ح الثاني مثل ما في هط السادس من اضعاف ز الرابع فاقول ان في جمع آح من اضعاف ح مثل ما في جمع دط من اضعاف ز برهانه فلان عدد ما في آب من اضعاف ح يساوي عدد ما في دة من اضعاف ز وعدد ما في بح من اضعاف ح يساوي عدد ما في هط من اضعاف ز واذا ازيد علي المتساويين المتساويان حصلا متساويين فما في آح من اضعاف ح مثل ما في دط من اضعاف ز وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان الحكم المذكور لا يقتصر علي المقادير الستة بل لو كان في الاول والخامس والسابع والتاسع من اضعاف الاول مثل ما في الثالث والسادس والثامن والعاشر من اضعاف الرابع وعلي هذا التسق الي اي حد نريد فان البرهان ينتظم عليه ✲

ح

اذا كانت اربعة مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف كم كانت متساوية العدة فان في اضعاف الاول من الثاني مثل ما في اضعاف الثالث من الرابع ✲

ر ط ل ه ا ح ب د

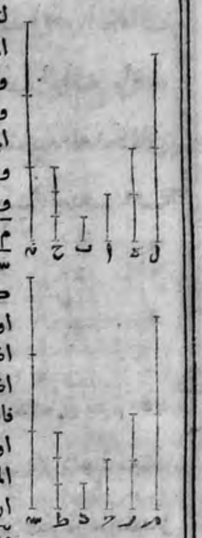
لبكن في آ الاول من اضعاف ب الثاني مثل ما في ح الثالث من اضعاف د الرابع واخذ لآ ح اضعافا متساوية بعدة واحدة وهي ه ز ح ط فاقول ان في ه ز من اضعاف ب مثل ما في ح ط من اضعاف د برهانه نقسم ه ز بمقدار آ بك ا ر فكل واحد منهما يساوي آ ونقسم ح ط بمقدار ح ب ل ط فكل واحد منهما يساوي ح فلان في ا ه من اضعاف ب مثل ما في ح ل من اضعاف د وفي ا ر من اضعاف ب مثل ما في ل ط من اضعاف د ففي جمع ه ز من اضعاف ب مثل ما في جمع ح ط من اضعاف د بالشكل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان الحكم لا يقتصر علي المقادير الستة لو كانت ثمانية او عشرة او اثني عشر وعلي هذا التسق الي اي حد فان البرهان ينتظم عليه ✲

د

اذا كانت مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة كم كانت وللثاني والرابع اضعاف متساوية العدة كم كانت فان نسبة اضعاف الاول الي اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الي اضعاف الرابع ✲

لتكن نسبة آ الاول الى ب الثاني كنسبة ح الثالث
الى د الرابع واخذ لآح اضعاف كم كانت بعدة
واحدة وهي ه ر ولب د اضعافا كم كانت بعدة
واحدة وهي ح ط فاقول ان نسبة ه الى ح كنسبة ر
الى ط برهانه ناخذ له ر اضعافا كم كانت بعدة
واحدة وهي ل م ولح ط اضعافا كم كانت بعدة
واحدة وهي نه سه فبي ل من اضعاف آ مثل ما في
م من اضعاف ح وفي نه من اضعاف ب مثل ما في
سه من اضعاف د بالشكل المتقدم ونسبة آ الى ب
كنسبة ح الى د فل م اما مساويان لن سه معا
او زايدان عليهما او ناقصان عنهما لذلك فاي
اضعاف اخذ له ر كم كانت بعدة واحدة واي
اضعاف اخذ لح ط كم كانت بعدة واحدة
فاضعاف الاولين اما مساوية لاضعاف الاخرين
او زايدة عليها واما ناقصة عنها معا فتحكم
المصادرة نسبة ه الى ح كنسبة ر الى ط وذلك ما
اردنا ان نبين ✡

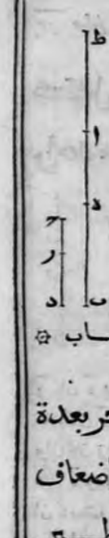


واستبان منه ان الحكم لايقتصر على اربعة مقادير
متناسبة بل ينتظم البرهان ولو كانت المتناسبة ستة او ثمانية او عشرة
وعلى هذا النسق الى اي حد اريد ✡

اذا كان مقداران احدهما اضعاف الآخر بعدة
ما ونقص منهما مقداران احدهما اضعاف الاخر
بتلك العدة النظير من النظير ففي الباقي من
الاضعاف اضعاف الباقي من الاجزاء وبتلك العدة
ايضا ✡

ليكن آب اضعاف حد بعدة ما ونقص منهما آه حر واه اضعاف حر
بتلك العدة فاقول ان هب اضعاف لرد بتلك العدة بعينها برهانه ناخذ
اط اضعافا لرد بتلك العدة فلان في آه من اضعاف حر مثل ما في اط من
اضعاف رد ففي جميع طه من اضعاف حد مثل ما في آه من اضعاف حر
بالشكل

بالشكل الاول وكان في آب من اضعاف حد مثل ما في آه من
اضعاف حر فاب طه متساويا فاذا القينا آه المشترك بينهما
منهما يبقي اط مساويا لهب وكان في اط من اضعاف رد مثل
ما في آب من اضعاف حد ففي هب من اضعاف رد مثل ما في
آب من اضعاف حد وذلك ما اردنا ان نبين ✡



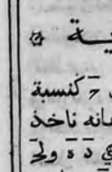
واستبان منه انه اذا نقص من المقدارين الباقيين او من
المتقوصين مقداران احدهما اضعاف الاخر بتلك العدة
النظير من النظير مرة بعد اخري الي ما لا نهاية له فان الباقي
في كل مرة فيهما اضعاف للنظير بتلك العدة ويكون كل
واحد منهما لا نهاية له فردا من افراد الدعوي المذكور في
اصل الكتاب ✡

واذا كان مقداران كل منهما اضعاف المقدار آخر بعدة
واحدة ونقص من كل واحد منهما مقدار هو اضعاف
لذلك المقدار الآخر بعدة واحدة النظير للنظير
فالباقي من كل واحد من المقدارين اما مساو لذلك
المقدار الآخر واما اضعاف له بعدة واحدة النظير
للنظير ✡

ليكن آب اضعاف له بعدة ما وحد اضعاف لر بتلك
العدة بعينها ونقص من آب آح اضعافا له بعدة ما وتر من ح
حد حط اضعافان لر بتلك العدة بعينها فاقول ان حب
ط د اما مساويان له ر واما اضعاف لهما بعدة واحدة
برهانه ناخذ آح مساويا لر ان كان حب مساويا له واضعافا لر بعدة
اضعاف حب له فلان في آح من اضعاف ه مثل ما في حط من اضعاف
ر وحب اما مثل له او امثال له بعدة ما وحآ مثل لر او امثال له بتلك
العدة بعينها فبالشكل الثاني عدة اضعاف آب له لعدة اضعاف اط لر
وكان عدة اضعاف آب له كعدة اضعاف حد لر واط حد متساويان فاذا
القينا حط المشترك بينهما منهما يبقي طد مثل آح وآح مثل ر ان كان
حب مثل ه واضعاف لر بعدة اضعاف حب له فطد مثل ر ان كان

ح ب مثل ه او اضعاف لر بعدة اضعاف ح ب له وذلك ما اردنا ان نبين ❊

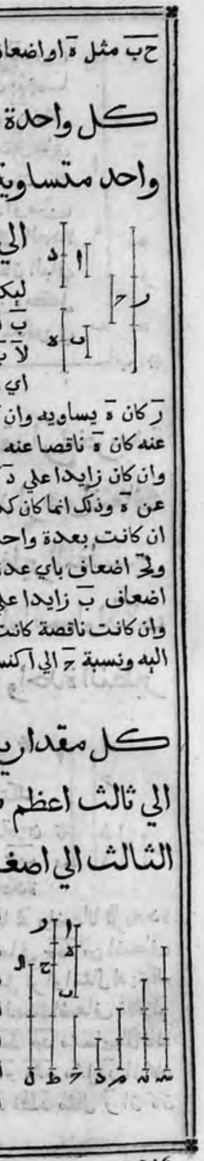
كل واحدة من نسب المقادير المتساوية الي مقدار واحد متساوية وكل واحدة من نسب مقدار واحد الي اي المقادير المتساوية متساية ❊



ليكن آ ب متساويين فاقول ان نسبة آ الي ح كنسبة ب البه ونسبة ح الي آ كنسبته الي ب برهانه ناخذ لآ ب اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي د ه ولح اي اضعاف اتفقت بعدة ما وهي ر فان كان د يساوي ر كان ه يساويه وان كان زايدا عليه كان ه زايدا عليه وان كان ناقصا عنه كان ه ناقصا عنه وبالعكس اي ان كان ر مساويا لد كان مساويا لله وان كان زايدا علي د كان زايدا علي ه وان كان ناقصا عن د كان ناقصا عن ه وذلك انما كان كذلك لان اي اضعاف اخذت لآ ب تكون متساوية ان كانت بعدة واحدة فآ ب مقادير اذا اخذ لآ ب اضعاف باي عدة ولح اضعاف باي عدة فان كانت اضعاف آ زايدا علي اضعاف ح كانت اضعاف ب زايدا علي اضعاف ح وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة آ الي ح كنسبة ب البه ونسبة ح الي آ كنسبته الي ب بهذا البيان ايضا وذلك ما اردنا ان نبين

ح

كل مقدارين مختلفين فان نسبة الاعظم منهما الي ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الي اصغرهما اعظم من نسبته الي اعظمهما ❊

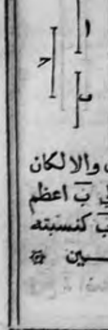


ليكن آ ب ح مقدارين مختلفين و آ ب اعظمهما ود مقدار ثالث فاقول ان نسبة آ ب الي د اعظم من نسبة ح البه ونسبة د الي ح اعظم من نسبته الي آ ب برهانه نفصل من آ ب مثل ح بالشكل الثالث من الاولي وهو ب ه فمن قدري آ ه ه ب الذي ليس باعظم من الاخر وليكن هو آ ه لا يخلوا اما ان يكون اعظم من د او ليس اعظم منه فان كان اعظم

اعظم منه ناخذ له اضعافا كم كانت وان لم يكن اعظم فنضعفه حتي يزيد اضعافه علي د وليكن الاضعاف مح ولنا خذ لكل واحد من قدري ه ب ح اضعافا بعدة ما في مح من اضعاف آ ه وليكونا قدري ح ط ك فهما متساويان لتساوي قدري ه ب ح فلان في مح من اضعاف آ ه مثل ما في ح ط اضعاف ه ب فلي ط من اضعاف آ ب مثل ما في مح من اضعاف آ ه بالشكل الاول فعدة اضعاف ط لقدر آ ب لعدة اضعاف ك لقدر ح ولان كل واحد من قدري ه ب ح اما مساو لقدر آ ه او اعظم منه فكل واحد من قدري ح ط ك اما مساو لقدر مح او اعظم منه فكل واحد من قدري ح ط ك اعظم من قدر د فلنضعف د علي الولاء الي اول قدر نريد علي ك ولتكن في م ن س فقدر ن س اما مساو لقدر ك او اصغر منه بمقدار هو اصغر من د فاذا زيد علي ن س مقدار يساوي د صار س فقدر س اعظم من ك واذا زدنا مح الذي هو اعظم من د علي ح ط المساوي لكل حصل ط فرط اعظم من س وك ليس باعظم من س فنسبة آ ب الي د اعظم من نسبة ح البه ولان س الذي هو اضعاف د علي الولاء يزيد علي ك الذي هو اضعاف ح علي الولاء ولا يزيد علي ط الذي هو اضعاف آ ب فنسبة د الي ح اعظم من نسبة د الي آ ب وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ط

كل واحد من المقادير التي نسبة كل واحد منها الي مقدار واحد متساوية فهي متساوية وكل واحد من المقادير التي نسبة مقدار واحد الي كل واحد منها متساوية فهي متساوية ❊



ليكن نسبة آ الي ح كنسبة ب البه فاقول ان آ يساوي ب برهانه لان آ لو لم يكن مساويا لب لكان اما اعظم منه او اصغر فيكون نسبة آ الي ح اعظم من نسبة ب البه او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ الي ح كنسبة ب البه هذا خلف وان كانت نسبة ح الي آ كنسبته الي ب فآ ب متساويان والا لكان احدهما ولبكن آ اعظم من ب او اصغر منه فيكون نسبة ح الي ب اعظم من نسبته الي آ او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة ح الي ب كنسبته الي آ هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

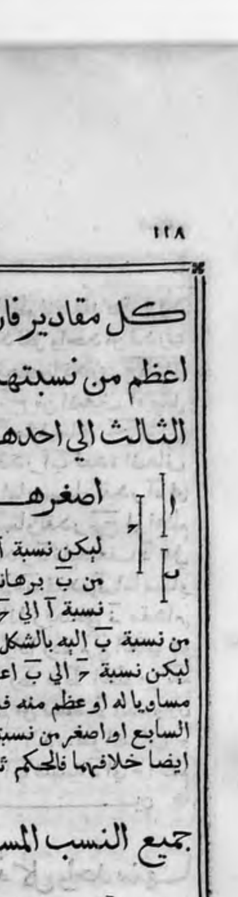
ك

كل مقادير فان كانت نسبة مقدار منها الي ثالث اعظم من نسبتها اليه فهو اعظمها وان كانت نسبة الثالث الي احدها اعظم من نسبته الي البواقي فهو اصغرها ☆



لبكن نسبة آ الي حَ اعظم من نسبة بَ اليه فاقول ان آ اعظم من بَ برهانه والا لكان بَ مساويا لآ او اصغر منه فبكون نسبة آ الي حَ حينيذ كنسبة بَ اليه بالشكل السابع او اصغر من نسبة بَ اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدر خلافهما وايضا لبكن نسبة حَ الي بَ اعظم من نسبته الي آ فبَ اصغر من آ والا لكان مساويا له او عظم منه فبكون نسبة حَ الي بَ كنسبته الي آ بالشكل السابع او اصغر من نسبته اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدر ايضا خلافهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

جميع النسب المساوية لنسبة واحدة فتلك النسب متساوية ☆



لبكن نسبة آ الي بَ كنسبة حَ الي دَ ونسبة هَ الي رَ كنسبة حَ الي دَ فاقول ان نسبة آ الي بَ كنسبة هَ الي رَ برهانه فلانا اذا اخذنا لآ حَ هَ اي اضعاف اتفقت بعدة واحدة مما لا يتناهي ولتكن هي حَ طَ آ ولبَ دَ رَ اي اضعاف اتفقت بعدة واحدة مما لا يتناهي ولتكن هي لَ مَ نَ ونسبة آ الي بَ كنسبة حَ الي دَ فان كان حَ زايدا علي لَ كان طَ زايدا علي مَ وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه ونسبة هَ الي رَ كنسبة حَ الي دَ فان كان آ زايدا علي نَ كان طَ زايدا علي مَ وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه فان كان حَ زايدا علي لَ كان آ زايدا علي نَ وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه وحَ آ اضعاف بعدة واحدة لقدري آ هَ ولَ نَ اضعاف بعدة واحدة لقدري

لقدري بَ رَ قَ بَ هَ رَ اربعة مقادير اي اضعاف اخذت للاول والثالث بعدة واحدة وللثاني والرابع بالطريق المذكور فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة آ الي بَ كنسبة هَ الي رَ وذلك ما اردنا ان نبين ☆

بَ

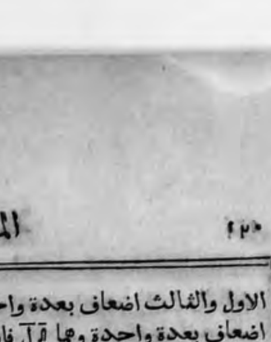
كل واحد من المقادير التي نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس فنسبة الاول الي الثاني منها اعظم من نسبة الخامس الي السادس ☆



لتكن نسبة آ الي بَ كنسبة حَ سَ الي دَ ونسبة حَ سَ الي دَ اعظم من نسبة هَ الي رَ فاقول ان نسبة آ الي بَ اعظم من نسبة هَ الي رَ برهانه فلان نسبة حَ سَ الي دَ اعظم من نسبة مقدار هو اصغر من حَ سَ الي دَ بالشكل الثامن فلتكن نسبة عَ سَ من حَ سَ الي دَ كنسبة هَ الي رَ ونضعف ما ليس باعظم من جناحيه من مقدار حَ عَ عَ سَ ولبكن هو حَ عَ الي ان يصير اعظم من دَ ولبكن هو حَ فَ ونضعف عَ سَ بتلك العدة ولبكن هو فَ صَ فلان في فَ حَ من اضعاف حَ عَ مثل ما في فَ صَ من اضعاف عَ سَ فلي حَ صَ من اضعاف حَ سَ مثل ما في فَ صَ من اضعاف عَ سَ بالشكل الاول فلان في حَ مَ اعني اضعاف حَ عَ اعظم من دَ وفَ صَ اضعاف لعَ سَ بتلك العدة وعَ سَ اما اعظم من حَ عَ او مساوله ففَ صَ اعظم من دَ فنضعف دَ مرة بعد اخري الي ان يصير اعظم من فَ صَ اما بمقدار دَ او بما هو اصغر من مقدار دَ وهو مقدار لَ مَ ولناخذ لمقدار هَ اضعافا بعدة ما في فَ صَ من اضعاف عَ سَ والمقدار رَ اضعافا بعدة ما في آ من اضعاف دَ وهما طَ لَ فلان نسبة عَ سَ الي دَ كنسبة هَ الي رَ واخذ لكل واحد من

الاول والثالث اضعاف بعدة واحدة وهما فصه ط والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما آل فان كان فصه اعظم من آ كان ط اعظم من ل وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن فصه ليس بزايد علي آ فط ليس بزايد علي ل ولان ح ق اعظم من د فحصه يكون اعظم من آ وناخذ لمقدار آ اضعافا بعدة ما في حصه من اضعاف حسه وهو م وناخذ لمقدار ب اضعافا بعدة ما في آ من اضعاف وهو نه ولان نسبة آ الي ب كنسبة حسه الي د واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وهما م حصه والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما نه آ فان كان م زايدا علي نه كان حصه زايدا علي آ وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن حصه اعظم من آ فم اعظم من نه والا لكان مساويا له او اصغر منه فكان حصه مساويا له او اصغر منه وهو اعظم منه هذا خلف فم اعظم من نه فاب ه ر اربعة مقادير اخذ الاول والثالث منها وهما آه اضعاف بعدة واحدة وهما م ط والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما نه ل واضعاف الاول زايد علي اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايد علي اضعاف الرابع فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة ه الي ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انه اذا كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس وكانت نسبة الخامس الي السادس كنسبة السابع الي الثامن فان نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة السابع الي الثامن



ولنكن في مقالنا نسبة ه الي ر كنسبة قم الي ر ولنكن في شه من اضعاف قم مثل ما في اضعاف ط من اضعاف ه وفي ت من اضعاف ر كما في ل من اضعاف ر ونسبة ه الي ر كنسبة قم الي ر فان كان ط زايدا علي ل كان شه زايدا علي ت وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن ط غير زايد علي ل فشه غير زايد علي ت فحسه قم د ر اربعة مقادير اخذ للاول والثالث منها وهما حسه قم اضعاف بعدة واحدة وهما حصه شه واخذ للثاني والرابع وهما د ر اضعاف بعدة واحدة وهما آ ت واضعاف الاول وهي حصه زايدة علي اضعاف الثاني وهي آو واضعاف الثالث وهي شه غير زايدة علي اضعاف ر وهي ت فنسبة حسه الي د اعظم

اعظم من نسبة قم الي ر فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة قم الي ر ✲ وظهر منه ايضا انه اذا كانت نسبة مقادير وكانت نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع كنسبة الخامس الي السادس فان نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة الخامس الي السادس من حكم ✲

جميع المقادير المتناسبة ان يكون نسبة مقدم واحد منها الي ثالثة كنسبة جميع مقدماتها الي ثوالثها ✲

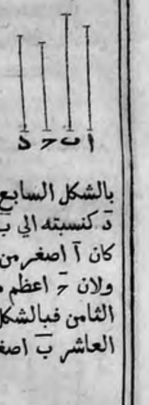
لتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وكنسبة ه الي ر فاقول ان نسبة آ الي ب كنسبة مجموع آ ح ه الي مجموع ب د ر برهانه ناخذ لآ ح ه اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ح ط آ ولب ه ر اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ل م نه ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وكنسبة ه الي ر فزيادة ح ط آ علي ل م نه ونقصانها منها ومساواتها لها معاولان في ح من اضعاف آ مثل ما في ط من اضعاف ح وفي آ من اضعاف ه وفي ل من اضعاف ب مثل ما في م من اضعاف د وفي نه من اضعاف ر فني ح من اضعاف آ مثل ما في مجموع ح ط آ من اضعاف مجموع آ ح ه وفي ل من اضعاف ب مثل ما في مجموع ل م نه من اضعاف مجموع ب د ر بالشكل الاول فان ح زايدا علي ل كان مجموع ح ط آ زايدا علي مجموع ل م نه وان كان ناقصا كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فنسبة آ الي ب كنسبة مجموع آ ح ه الي مجموع ب د ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲



يد

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان اعظم من الثالث كان الثاني اعظم من الرابع وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ✲

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فاقول ان كان آ اعظم من ح كان ب اعظم من د وان كان آ مساويا لح كان ب مساويا لد وان كان آ اصغر من ح كان ب اصغر من د برهانه ولبكون آ اعظم من ح فلان بالتقديم نسبة ح الي د كنسبة آ الي ب فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ح الي د اعظم من نسبته الي ب فبالشكل العاشر ب اعظم من د وان كان آ مساويا لح فب مساو لد لان نسبة آ الي د حينئذ تكون كنسبة ح الي د بالشكل السابع عشر وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فنسبة آ الي د كنسبته الي ب بالشكل الحادي عشر فب يساوي د بالشكل التاسع وان كان آ اصغر من ح فب اصغر من د لان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د ولان ح اعظم من آ يكون نسبة ح الي د اعظم من نسبة آ الي د بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة آ الي ب اعظم من نسبة آ الي د فبالشكل العاشر ب اصغر من د وذلك ما اردنا ان نبين ✡



يه

كل واحدة من الاجزآء التي عدة اضعافها متساوية فان نسبة تلك الاجزآء بعضها الي بعض كنسبة اضعافها بعضها الي بعض علي الولاء ✡

لبكن آب اضعاف ح بعدة ما ودة اضعاف ر بتلك العدة فاقول ان نسبة ح الي ر كنسبة آب الي دة برهانه نقسم آب بقدر ح فلتكن اقسامه آح ح ط ط ب ونقسم دة بر ولبكن اقسامه دل لم م ة فلان مقادير آح ح ط ط ب ح الاربعة متساوية وكذا مقادير دل لم م ة ر الاربعة متساوية فاذا اخذنا لمقداري ح ط ب اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي ولمقداري ر م ة اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاف ح زايدة علي اضعاف ر كانت اضعاف ط ب زايدة علي اضعاف م ة وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة ح الي ر كنسبة ط ب الي م ة واذا اخذنا لمقادير آح ح ط ط ب اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي ولمقادير دل لم م ة اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاف آح زايدة علي اضعاف دل كانت اضعاف ح ط زايدة علي اضعاف لم واضعاف ط ب زايدة

على

علي اضعاف م ة وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة آح الي دل كنسبة ح ط الي لم وكنسبة ط ب الي م ة فبالشكل الثالث عشر نسبة جميع آب الي جميع دة كنسبة ط ب الي م ة فبالشكل الحادي عشر نسبة ح الي ر كنسبة آب الي دة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

يو

اربعة مقادير متناسبة هي بعد الابدال متناسبة

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فاقول بالابدال نسبة آ الي ح كنسبة ب الي د برهانه ناخذ لآ ب اضعافا ما متساوية العدة كم كانت العدة وهي ة ر ولح د اضعافا ما متساوية العدة كم كانت العدة وهي ح ط فلان ة ر اضعاف لآ ب بعدة واحدة فنسبة ة الي ر كنسبة آ الي ب بالشكل المتقدم ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ب فنسبة ة الي ر كنسبة ح الي د بالشكل الحادي عشر ولان ح ط اضعاف لح د بعدة واحدة فنسبة ح الي ط كنسبة ح الي د بالشكل المتقدم وكانت نسبة ة الي ر كنسبة ح الي د فنسبة ة الي ر كنسبة ح الي ط بالشكل الحادي عشر فان كان ة زايدا علي ح كان ر زايدا علي ط وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه بالشكل الرابع عشر فآ ب ح د اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما آ ب اي اضعاف كانت بعدة واحدة ما لانهاية له وللثاني والرابع اي اضعاف كانت ما لانهاية له بعدة واحدة وهما ح د وكان لا يزيد اضعاف آ علي اضعاف ح الا ويزيد اضعاف ب علي اضعاف ح ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه فنسبة آ الي ح كنسبة ب الي د وذلك ما اردنا ان نبين ✡ وينبغي ان تعلم ان الابدال انما تجري في المقادير التي من نوع واحد ✡



يز

جميع المقادير المتناسبة المركبة اذا فصلت كانت ايضا متناسبة ✡

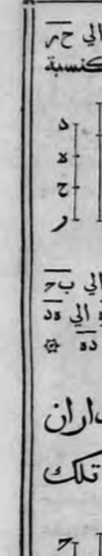
لبكن نسبة آب الي بة كنسبة حد الي دز بالتركيب فاقول ان نسبة اة الي ة ب كنسبة حز الي زد بالتفصيل برهانه ناخذ لكل واحد من مقادير اة ة ب حز زد اضعافا بعدة واحدة كم كانت العدة وهي ح ط

ط ا لم م نه فلان في ح ط من اضعاف آه مثل ما في ط ا من اضعاف
ه ب وفي لم من اضعاف ح ر مثل ما في م نه من اضعاف ر د فجميع ح ا
ل نه من اضعاف آب ح د مثل ما في ط ا م نه من اضعاف ه ب ر د بالشكل
الاول واضعاف ط ا ل ب كاضعاف م نه ل ر د فاضعاف ح ا لاب كاضعاف
ل نه ل ر د ونأخذ ايضا لمقداري ه ب ر د اي اضعاف كانت بعدة واحدة
مما لا يتناهي وهي السه نرع ففي ط ا الاول من اضعاف ه ب الثاني مثل ما
في م نه الثالث من اضعاف ر د الرابع وفي السه
الخامس من اضعاف ه ب الثاني مثل ما في نه ع
السادس من اضعاف ر د الرابع فجميع ط سه الاول
والخامس من اضعاف ه ب الثاني مثل ما في جميع م ع
الثالث والسادس من اضعاف ر د الرابع بالشكل
الثاني وكان في ح ا من اضعاف آب مثل ما في ل نه من
اضعاف ح د ونسبة آب الى ه ب كنسبة ح د الى ر د
فاب ب ه ح د د ر اربعة مقادير متناسبة فاذا اخذت
للاول والثالث اضعاف بعدة واحدة كم كانت
العدة مما لا نهاية له والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة كم كانت
العدة مما لا نهايه له فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني
كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية
كانت مساوية وان كانت ناقصا كانت ناقصا فتكون زيادة ح ا ل نه علي
ط سه م ع ونقصانهما عنهما ومساواتهما لهما معا فاذا القينا ط ا م نه المشترك
يكون ان كان ح ط زايدا علي السه كان ل م زايدا علي نه ع وان كان ناقصا
كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فاه ب ح ر ر د اربعة مقادير اذا
اخذ للاول والثالث وهما آه ح ر اي اضعاف متساوية العدة مما لا نهاية له
والثاني والرابع وهما ه ب ر د اي اضعاف متساوية العدة مما لا نهاية له
وكانت اضعاف الاول لا تزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف
الثالث علي اضعاف الرابع ولا تساويه الا وتساويه ولا تنقص عنه الا
وتنقص عنه فنسبة آه الي ه ب كنسبة ح ر الي ر د وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل المقادير المتناسبة المفصلة اذا ركبت كانت متناسبة ✲

لبكن نسبة آب الي ب ح كنسبة د ه الي ه ر فاقول بالتركيب نسبة آ ح الي
ح ب كنسبة د ر الي ر ه برهانه فلانه لو لم يكن كذلك لكانت نسبة آ ح
الي ح ب كنسبة د ر الي مقدار اعظم او اصغر من ه ر ولبكن الي ما هو
اصغر

اصغر من ه ر وهو ر ح فبكون بالتفصيل والتقديم نسبة د ح الي ح ر
كنسبة آب الي ب ح بالشكل المتقدم وكانت نسبة د ه الي ه ر كنسبة
آب الي ب ح فبالشكل الحادي عشر نسبة د ح الي ح ر كنسبة
د ه الي ه ر ولكن د ح اعظم من د ه فره اعظم من ه ر بالشكل
الرابع عشر فبكون جزء الشيء اعظم من كله هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



واستبان من هذا الشكل ومن الشكل المتقدم انه اذا كانت
نسبة آ ح الي ح ب بالتركيب كنسبة د ر الي ر ه كانت بالقلب
نسبة آ ح الي آ ب كنسبة د ر الي د ه لان بالتفصيل نسبة آب الي ب ح
كنسبة د ه الي ه ر فبالخلاف نسبة ح ب الي ب آ كنسبة ر ه الي ه د
فبالتركيب نسبة آ ح الي آ ب كنسبة د ر الي د ه ✲

يط

كل مقدارين متناسبين فصل منهما مقداران علي نسبتهما النظير من النظير فالباقيان علي تلك النسبة النظير من النظير ✲

لبكن نسبة آب الي ح د كنسبة آه الي ح ر وفصل من آب آه
ومن ح د ح ر فاقول ان نسبة ه ب الي ر د كنسبة آب الي ح د
برهانه فلان نسبة آب الي ح د كنسبة آه الي ح ر فبالابدال
نسبة آب الي آه كنسبة ح د الي ح ر بالشكل السادس عشر
وبالتفصيل نسبة ب ه الي ه آ كنسبة د ر الي ر ح بالشكل السابع عشر
وبالابدال نسبة ب ه الي د ر كنسبة ه آ الي ر ح بالشكل السادس عشر
وكانت نسبة آب الي ح د كنسبة آه الي ح ر فبالشكل الحادي عشر نسبة
ب ه الي د ر كنسبة آب الي ح د ذلك ما اردنا ان نبين ✲

ك

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت العدة وكل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من الصنف الاخر وانتظمت النسبة ففي المساواة ان كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه

كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخير منه وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ❁

لبكن آ ب ح د ه ر صنفين من المقادير بعدة واحدة ونسبة آ الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ر فاقول ان كان آ اعظم من ح كان د اعظم من ر وان كان آ مساويا لح كان د مساويا لر وان كان آ اصغر من ح كان د اصغر من ر برهانه فان كان آ اعظم من ح فلان نسبة د الي ه كنسبة آ الي ب ونسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة د الي ه اعظم من نسبة ح الي ب ونسبة ح الي ب كنسبة ر الي ه فنسبة د الي ه اعظم من نسبة ر الي ه باستبانة الشكل الثاني عشر فبالشكل العاشر د اعظم من ر وان كان آ مساويا لح فلان نسبة د الي ه كنسبة آ الي ب وآ يساوي ح فنسبة ح الي ب كنسبة آ الي ب بالشكل السابع فبالشكل الحادي عشر نسبة د الي ه كنسبة ح الي ب ونسبة ر الي ه كنسبة ح الي ب بالخلاف فنسبة د الي ه كنسبة ر الي ه بالشكل الحادي عشر فد يساوي ر بالشكل التاسع وان كان آ اصغر من ح فلان بالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ب الي آ ونسبة ب الي آ اعظم من نسبة ب الي ح بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ه الي د اعظم من نسبة ب الي ح ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ر فنسبة ه الي ر اعظم من نسبة ه الي د باستبانة الشكل الثاني عشر فبالشكل العاشر د اصغر من ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

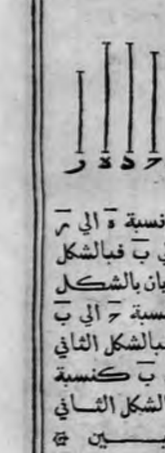


آآ

كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من الصنف الآخر واضطربت النسبة ففي المساواة ان كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخر منه وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ❁

لبكن

لبكن آ ب ح ود ه ر صنفين المقادير بعدة واحدة ونسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ح كنسبة د الي ه فاقول ان كان آ اعظم من ح كان د اعظم من ر وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا برهانه فلان نسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب وآ اعظم من ح فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثامن فنسبة ه الي ر اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثاني عشر وبالخلاف نسبة ح الي ب كنسبة ه الي د فنسبة ه الي ر اعظم من نسبة ه الي د باستبانة الشكل الثاني عشر فد اعظم من ر بالشكل العاشر وان كان آ مساويا لح فلان نسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب وآ مساو لح فنسبة ح الي ب كنسبة آ الي ب بالشكل السابع فبالشكل الحادي عشر نسبة ه الي ر كنسبة ح الي ب وبالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ح الي ب فبالشكل الحادي عشر نسبة ه الي ر كنسبة ه الي د فد ر متساويان بالشكل التاسع وان كان آ اصغر من ح فبالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ح الي ب ونسبة ح الي ب اعظم من نسبة آ الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ه الي د اعظم من نسبة آ الي ب ونسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر فنسبة ه الي د اعظم من نسبة ه الي ر باستبانة الشكل الثاني عشر فد اصغر من ر بالشكل العاشر وذلك ما اردنا ان نبين ❁

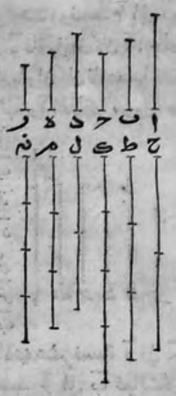


آب

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت العدة كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف آخر وانتظمت النسبة ففي المساواة نسبة الاول من الصنف الاول الي الآخير منه كنسبة الاول الآخر الي الآخر منه ❁

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ر فاقول ان نسبة آ الي ح كنسبة د الي ر برهانه ناخذ لآ د ب ه ح راي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي ح ل ط م آ نه فبالشكل الرابع نسبة ح الي ط كنسبة ل الي م ونسبة ط الي آ كنسبة م الي نه فخ ط آ ل م نه صنفان من المقادير كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف

اخر وانتظمت النسبة فبالشكل العشرين ان كان ح زايدا علي آ كان ل زايدا علي نه وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فآ ح د ر اربعة مقادير اخذ للاول والثالث وهما آ د اضعاف متساوية العدة كم كانت مما لانهاية له وهي ح ل والثاني والرابع وهما ح ر اضعاف متساوية العدة كم كانت مما لانهاية له وهي آ نه واضعاف الاول ان كانت زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة آ الي ح كنسبة د الي ر وذلك ما اردنا ان نبين ☆



كح

كل صنفين من المقادير متساوي العدة كم كانت العدة كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف آخر واضطربت النسبة ففي المساواة نسبة الاول من الصنف الاول الي الآخير منه كنسبة الاول من الصنف الآخر الي الآخير منه

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ح كنسبة د الي ه فاقول ان نسبة آ الي ح كنسبة د الي ر برهانه ناخذ لمقدار آ ب د اضعافا ما اي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي ح ط ل ولح ه ر اضعافا ما اي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي آ م نه فبالشكل الخامس عشر نسبة ح الي ط كنسبة آ الي ب ونسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب فبالشكل الحادي عشر نسبة ح الي ط كنسبة ه الي ر ونسبة م الي نه كنسبة ه الي ر فبالشكل الحادي عشر نسبة ح الي ط كنسبة م الي نه ولان ب د ح ه اربعة مقادير

مقادير متناسبة واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وهي ط ل وكذلك الثاني والرابع وهي آ م فبالشكل الرابع نسبة ط الي آ كنسبة ل الي م وكانت نسبة ح الي ط كنسبة م الي نه فبالشكل الحادي والعشرين ان كان ح زايدا علي آ كان ل زايدا علي نه وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فآ ح د ر اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما آ د اضعاف متساوية العدة كم كانت وهي ح ل والثاني والرابع وهما ح ر اضعاف متساوية العدة كم كانت وهي آ نه فاضعاف الاول ان كانت زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة آ الي ح كنسبة د الي ر ☆

وان اخذنا لمقادير آ ب ح د ه ر اضعافا ما بعدة واحدة كانت نسبة ح الي ط كنسبة م الي نه ونسبة ط الي آ كنسبة ل الي م بالشكل الرابع ثم يتم البرهان بالشكل الواحد والعشرين كان البرهان ابسط والثابت بن قرة بينه في كتابه كما بيناه اولا وذلك ما اردنا ان نبين ☆

كد

كل مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الخامس الي الثاني كنسبة السادس الي الرابع فنسبة الاول والخامس معا الي الثاني كنسبة الثالث والسادس معا الي الرابع ☆

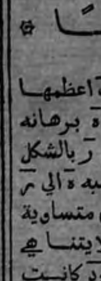
لبكن نسبة آب الي ح كنسبة دة الي ر ونسبة بح الي ح كنسبة ط الي ر فاقول ان نسبة آح الي ح كنسبة دط الي ر برهانه فلان نسبة آب الي ح كنسبة دة الي ر وبالخلاف نسبة ح الي بح كنسبة ر الي ة ط فبالشكل الثاني والعشرين نسبة آب الي بح كنسبة دة الي ة ط وبالتركيب نسبة آح الي بح كنسبة دط الي ة ط بالشكل الثاني عشر ونسبة بح الي ح كنسبة ة ط الي ر فبالشكل الثاني والعشرين نسبة آح الي ح كنسبة دط الي ر وذلك ما اردنا ان نبين ☆



كه

كل اربعة مقادير متناسبة من نسبة الاول الي

الثاني كنسبة الثالث الى الرابع والاول اعظمها والرابع اصغرها فان الاول والرابع معًا اعظم من الثاني والثالث معًا ✲



ليكن نسبة آب الي حد كنسبة ه الي ر و آب اعظمها و ر اصغرها فاقول ان آب ر معا اعظم من حد ه برهانه نفصل من آب آح مثل ه ومن حد حط مثل ر بالشكل الثالث من الاولي فلان نسبة آب الي حد كنسبه ه الي ر فاذا اخذ لمقداري آب ه اي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري حد ر اي اضعاف امكنت مما لا يتناهي متساوية العدة فان كانت اضعاف آب زايدة علي اضعاف حد كانت اضعاف ه زايدة علي اضعاف ر وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية وآح يساوي ه وحط يساوي ر فاي اضعاف اخذت لمقداري آب آح متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري حد حط اي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي فان كانت اضعاف آب زايدة علي اضعاف حد كانت اضعاف آح زايدة علي اضعاف حط وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة آب الي حد نسبة آح الي حط فاذا نقصنا آح حط من آب حد كانت نسبة آب الي حد كنسبة ح ب الي ط د بالشكل التاسع عشر واذا بدلنا كانت نسبة آب الي ح ب كنسبة حد الي ط د بالشكل السادس عشر لكن آب اعظم من حد فح ب اعظم من ط د بالشكل الرابع عشر فاذا اضفنا بجموع آح حط تارة الي ب ح حصل بجموع آب حط وتارة اخري الي ط د حصل بجموع آح حد فبكون بجموع آب حط اعظم من بجموع آح حد لكن بجموع آب حط يساوي بجموع آب ر وبجموع آح حد يساوي بجموع حد ه فاب ر معا اعظم من حد ه معا وذلك ما اردنا ان نبين ✲

✲ تمت المقالة الخامسة ولله الشكر علي الاعانه ✲

بسم الله

بسم الله الرحمن الرحيم السادس وهو اثنان وثلثون شكلا

صدر

السطوح المتشابهة في السطوح التي زواياها متساوية والاضلاع المحيطة بتلك الزوايا علي التناظر ايضا متناسبة ✲

السطوح المتكافئة الاضلاع في السطوح التي يشتمل كل منها علي مقدم وتال من حدود النسبة ✲

ارتفاع الشكل هو العمود المخارج من نقطة زاوية في راسه علي اضلاع هو قاعدتها ✲

فان كانت كل واحدة من الزاويتين اللتين فوق القاعدة حادة فالعمود يقع بين ضلعي الزاوية وان كانت احديهما قايمة فالعمود علي احد ضلعي الزاوية وان كانت منفرجة فالعمود يقع خارج من ضلعي الزاوية علي القاعدة بعد اخراجه في جهة الزاوية المنفرجة ✲

الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين هو الخط المقسوم بمختلفين تكون نسبة الخط كله الي اطول قسميه كنسبة اطول قسميه الي اصغرهما ✲

النسبة هي الكمية الحاصلة من اضافة احد انواع الكم الي ما هو من نوعه وتضعيف الكمية بعضها ببعض اي ضرب بعضها في بعض امر بين للاعداد والمقادير ايضا بعد ان يفرض مقدار من نوع ذلك المقدار الذي نرا من تقديره به ✲

فيكون نسبة ذلك المقدار المفروض الي المقادير التي من نوعه كنسبة الواحد الي الاعداد وسيتضح هذا المعني في صدر المقالة العاشرة فتاليف النسبة من نسبتين متفقتي النوع هو تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها الي احد النسبتين كنسبة مقدارها النسبة الاخري الي الواحد وتجزيتها بنسبة لان النسبة مقدار وتضعيف مقدار وتجزيته باجزاء مقدار اخر ظاهر في تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها الي الواحد كنسبة المجزء الي المجزء به فحصول هذا المعني امر بين للنسبة اي قسمة نسبة علي نسبة الا ان الحكما ارادوا ان يبرهنوا علي ان نسبة اي مقدار الي مقدار اخر من نوعه مولفه من نسب غير متناهة وعلي عكس هذا المعني اي يبرهنوا علي ان النسبة المولفة من النسب الغير المتناهية في قوة نسبه بسيطه لتكن ثلثه مقادير وهي آ ب ح فاقول ان نسبة اي مقدار منها ولتكن آ الي مقدار اخر منها اي مقدار كان من الباقيين ولبكن ح مولفة من النسبتين الباقيتين نسبة آ الي ب ونسبة

ب الي ح برهانه لتكن نسبة آ الي ب كنسبة د الي الواحد المفروض من المقادير لبعرف تقدرها به ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي الواحد ونضعف د به اي نضرب د في ه فيحصل ر فاقول ان نسبة آ الي ح كنسبة ر الي الواحد اي ان ر هو قدر نسبة آ الي ح فلان نسبة آ الي ب كنسبة د الي الواحد ولان ر حاصل من تضعيف د به يكون نسبة ر الي ه كنسبة د الي الواحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة ر الي ه ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي الواحد فبالمتساواة المنتظمه نسبة آ الي ح كنسبة ر الي الواحد بالشكل الثاني والعشرين من الخامس وكذلك نقول في غيرها من مقادير آ ب ح وايضا اي نسبة مولفة من نسب فكل نسبة تساويها فانها تكون مولفة من نسب تساوي تلك النسب ✲

ولتكن نسبة ح الي ط كنسبة آ الي ح فاقول ان نسبة ح الي ط مولفة من نسبتين متساويتين لنسبتي آ الي ب وب الي ح برهانه ولتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ا باستبانة الشكل العاشر من هذه المقالة فبالخلاف نسبة ب الي آ كنسبة ا الي ح ونسبة آ الي ح كنسبة ح الي ط فبالمساواة المنتظمه نسبة ب الي ح كنسبة ا الي ط بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ا ونسبة ح الي ط مولفة من نسبة ح الي ا ومن نسبة ا الي ط لما بينا فنسبة ح الي ط مولفة من نسبتين مساويتين لنسبتي آ الي ب وب الي ح وذلك ما اردنا ان نبين ✲

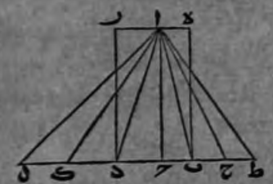
واذا فرضنا اربعة مقادير من نوع واحد كآ ب ح د فاقول ان نسبة آ الي د مولفة من نسبة آ الي ب ومن نسبة ب الي ح ومن نسبة ح الي د برهانه فلان نسبة آ الي د مولفة من نسبة آ الي ح ومن نسبة ح الي د بما يقدر وكانت نسبة آ الي ح مولفة من نسبة آ الي ب ومن نسبة ب الي ح فنسبة آ الي د مولفة من نسبة آ الي ب ومن نسبة ب الي ح ومن نسبة ح الي د وهكذا الي ما لانهاية له والتجزية عكس التضعيف ومثله تبين في الاعداد وفيهما لا يحتاج الي فرض الواحد كما في المقادير لان كل قدر يستمل علي الواحد وهو بعده ✲

الاشكال

٢

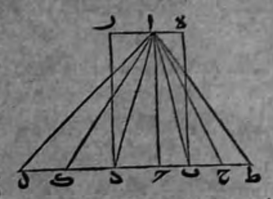
جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت ارتفاعاتها متساوية كانت نسب بعضها الي بعض كنسب قواعدها بعضها الي بعض علي الولاء ✲

ليكن سطحا ه ح ر المتوازيا الاضلاع ومثلثا آ ب ح آ د ح ارتفاعهما واحدا فاقول ان نسبة سطح ه ح الي سطح ح ر او نسبة مثلث آ ب ح الي مثلث آ د ح كنسبة قاعدة ب ح الي قاعدة ح د برهانه نخرج خط ب د في جهتيه علي استقامته الي غير النهاية ونفصل من احدهما امثال ب ح كم شيئا وهي ب ح ح ط ومن الاخر امثال ح د كم شيئا وهي د ك ك ل ونصل بين آ وبين كل واحدة من النقط الحادثة بخطوط آ ط آ ح آ ك آ ل المستقيمة فلان خطي ه ر ط ل متوازيان ومثلثات آ ط ح آ ح ب آ ب ح فيما بينهما علي قواعد متساوية فهي



متساوية وكذلك مثلثات آ ك آ د د آ ح متساوية بالشكل الثامن والثلثين من الاولي فمثلثات آ ط ح آ ح ب آ ب ح اعني مثلث آ ط ح ثلثة امثال آ ب ح وكذا قواعد ط ح ح ب ب ح اعني قاعدة ط ح ثلثة امثال قاعدة ب ح ومثلثات آ ل ك آ ك د آ د ح اعني مثلث آ ل ح ثلثة امثال مثلث آ د ح وقواعد ل ك ك د د ح اعني قاعدة ح ل ثلثة امثال قاعدة ح د فان كان مثلث آ ط ح زايدا علي مثلث آ ل ح كانت قاعدة ط ح زايدة علي قاعدة ل ح والا لكانت قاعدة ط ح مساوية لقاعدة ح ل او انقص منها فان كانت مساوية لها كان مثلث آ ط ح مساويا لمثلث آ ح ل بالشكل الثامن والثلثين من الاولي وكان مثلث آ ح ل زايدا عليه هذا خلف وان كانت انقص منها نفصل من قاعدة ح ل ما يساوي ط ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين آ وموضع القسمة بخط مستقيم فيكون مثلث الحادث مساويا لمثلث آ ط ح بالشكل الثامن والثلثين من الاولي وكان مثلث آ ط ح اعظم من مثلث آ ح ل فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف وان كان مساويا كانت مساوية وان كان ناقصا كانت ناقصة بمثل ما مر فمثلثا آ ب ح آ د ح وقاعدتا ب ح ح د اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما مثالث آ ب ح وقاعدة ب ح اي اضعاف كانت متساوية العدة وللثاني والرابع وهما مثلث آ د ح وقاعدة ح د اي اضعاف كانت متساوية العدة فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني

كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مثلث $آبح$ الي مثلث $آدح$ كنسبة قاعدة $بح$ الي قاعدة $دح$ وسطح $هح$ ضعف مثلث $آبح$ وسطح $رح$ ضعف مثلث $آدح$ بالشكل الواحد والرابعين من الاولي



ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزا بالشكل الخامس عشر من الخامس فنسبة سطح $هح$ الي سطح $رح$ كنسبة مثلث $آبح$ الي مثلث $آدح$ وكانت نسبة قاعدة $بح$ الي قاعدة $دح$ كنسبة مثلث $آبح$ الي مثلث $آدح$ فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح $هح$ الي سطح $رح$ كنسبة قاعدة $بح$ الي قاعدة $دح$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

واستبان منه ان كل سطحين متوازيي الاضلاع يحصلان من سطح الخطين المستقيمين المحدودين في خط ثالث مستقيم محدود فان نسبة احد السطحين الي الآخر كنسبة احد الخطين الي الآخر الي الاولا وان سطح الخط المستقيم المحدود في الخطين المستقيمين المحدودين المتساويين متساويان وبالعكس ✡

مثلا سطح $آح$ هو الحاصل من سطح $آب$ في $بح$ و$بد$ ضعف نصف $بح$ فاقول ان سطح $آب$ في $بح$ يساوي سطح $بد$ في $به$ وذلك لان نسبة سطح $دة$ الي سطح $آه$ كنسبة $بد$ الي $با$ ونسبة $بح$ الي $به$ كنسبة $بد$ الي $بر$ فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح $دة$ الي سطح $آه$ كنسبة $بح$ الي $به$ ونسبة سطح $آح$ الي سطح $آه$ كنسبة $بح$ الي $به$ فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح $دة$ الي $آه$ كنسبة سطح $آح$ الي سطح $آه$ فبالشكل التاسع من الخامس سطحا $آه$ $آح$ متساويان ✡

ومن هذا يتبين ان السطحين الحاصلين من سطح الخط المستقيم وسطح نصف ذلك الخط بعينه في خطين مختلفين اذا كانا متساويين كان احد الخط المختلفين ضعف الخط الآخر وهذه صورته ✡

وان سطح الخط في خط اخر يساوي سطح ضعف ذلك الخط في نصف الخط المضروب فيه ✡

مثل سطح $آح$ هو سطح $آب$ في $بح$ و$بد$ ضعف $آب$ ✡

$ب$

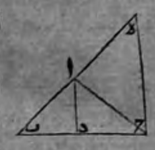
كل مثلث مستقيم الاضلاع خرج من نقطة علي ضلع من اضلاعه خط مستقيم الي ضلع اخر من الضلعين الباقيين فان كان الخط الخارج موازيا للضلع الباقي قد قسم الخط الضلعين علي نسبة واحدة وان قسمهما علي نسبة واحدة فالخط موازٍ للضلع الباقي ✡



لیکن مثلث $آبح$ وخرج من نقطة $د$ الكائنة علي ضلع $آب$ خط $دة$ المستقيم الي نقطة $ه$ علي ضلع $آح$ فاقول ان كان $دة$ موازيا لضلع $بح$ كانت نسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ وان كانت نسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ فان خط $دة$ يوازي $بح$ برهانه لیکن $دة$ يوازي $بح$ فنصل $دح$ $به$ بخطين مستقيمين فيكون مثلث $هدب$ $دهح$ متساويين بالشكل السابع والثلثين من الاولي ونسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة مثلث $بهد$ الي مثلث $دآه$ بالشكل المتقدم لان العمود الخارج من نقطة $ه$ الي ضلع $آب$ ارتفاع المثلثين ونسبة مثلث $دهح$ الي مثلث $دآه$ كنسبة مثلث $دهب$ الي مثلث $دآه$ بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة مثلث $دهح$ الي مثلث $دآه$ ونسبة $حة$ الي $ةآ$ كنسبة مثلث $دهح$ الي مثلث $دآه$ بالشكل المتقدم لان العمود الخارج من نقطة $د$ الي ضلع $آح$ ارتفاع المثلثين فنسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ولكن نسبة $بد$ الي $دآ$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ فلان نسبة مثلث $بهد$ الي مثلث $دآه$ كنسبة $بد$ الي $دآ$ بالشكل المتقدم ونسبة $حة$ الي $ةآ$ كنسبة $بد$ الي $دآ$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث $بهد$ الي مثلث $دآه$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ ونسبة مثلث $حهد$ الي مثلث $دآه$ كنسبة $حة$ الي $ةآ$ بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث $بهد$ الي مثلث $دآه$ كنسبة مثلث $دهح$ الي مثلث $دآه$ فمثلث $بهد$ $حهد$ متساويان بالشكل التاسع من الخامسة خط $دة$ يوازي ضلع $بح$ بالشكل التاسع والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

$ح$

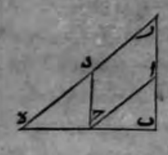
كل خط مستقيم خرج من زاوية من زوايا اي مثلث مستقيم الاضلاع الي وترها فان نصفها كانت نسبة احد قسمي الوتر الي الاخر كنسبة احد الضلعين المحيطين بالزاوية الي الآخر وان كانت نسبة احد قسمي وتر الزاوية الي الآخر كنسبة احد الضلعين المحيطين بها الي الآخر فان الخط المستقيم ينصفها ✲



لكن المثلث آب ح وخرج من زاوية ب آ ح خط آد المستقيم وانتهي الي ضلع ب ح علي نقطة د فاقول ان خط آد ان نصف زاوية ب آ ح كانت نسبة ب د الي د ح كنسبة ب آ الي آ ح وان كانت نسبة ب د الي د ح كنسبة ب آ الي آ ح كانت زاويتا ب آد ح آد متساويتين برهانه فلبكن آد نصف زاوية ب آ ح فنخرج من نقطة ح خط ح ه في جهة آ موازيا لخط آد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرج ب آ في تلك الجهة فلان الزاوية المجاورة لزاوية ح آد مع زاوية آ ه ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية آ ه ح مع الزاوية المجاورة لزاوية ب آ ح اقل من قايمتين فخطا ب آ ه ح يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ه فلان زاوية آ ه ح كزاوية ب آد بالشكل السابع والعشرين من الاولي وزاوية ح آد كزاوية ب آد فزاوية آ ه ح كزاوية ح آد وزاوية آ ه ح كزاوية ح آد بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا آ ه ح آ ه ح متساويتان فضلع آ ح كضلع آ ه بالشكل السادس من الاولي ونسبة ب د الي د ح كنسبة ب آ الي آ ه بالشكل المتقدم ونسبة ضلع ب آ الي آ ح كنسبته الي ضلع آ ه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب آ الي آ ح ولبكن نسبة ب د الي د ح كنسبة ب آ الي آ ح فنخرج من نقطة ح خط ح ه موازيا لخط آد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان الزاوية المجاورة لزاوية د آ ح مع زاوية آ ه ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية آ ه ح مع الزاوية المجاورة لزاوية ب آ ح اقل من قايمتين فخطا ب آ ح ه ان اخرجا علي استقامتهما في جهة آ يلتقيان

يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ه فلان نسبة ب آ الي آ ه كنسبة ب د الي د ح بالشكل المتقدم وكانت نسبة ب آ الي آ ح كنسبة ب د الي د ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب آ الي آ ه كنسبته الي آ ح فآ ح آ ه متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية آ ه ح تساوي زاوية آ ح ه بالشكل الخامس من الاولي وزاوية ب آد تساوي زاوية ب ه ح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وكانت زاوية آ ه ح كزاوية ب ه ح فزاوية ب آد كزاوية آ ه ح وزاوية د آ ح كزاوية آ ه ح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية ب آد كزاوية د آ ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

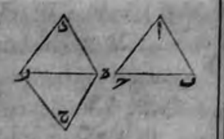
كل مثلثين تساوت زواياهما المتناظرة فاوتار الزوايا المتناظرة منهما متناسبة ✲



لتكن زاوية ب من مثلث آ ب ح تساوي زاوية ح من مثلث د ه ح وزاوية ب آ ح زاوية ح د ه وزاوية آ ح ب زاوية د ه ح فاقول ان نسبة ب ح الي ح ه كنسبة ب آ الي د ح ونسبة آ ح الي د ه برهانه نجعل ضلع ب ح علي استقامة ضلع ح ه بحيث يتحد نقطتا ح من مثلثي آ ب ح د ه ح فبصير ضلع آ ب موازيا لضلع د ح وضلع آ ح لضلع د ه بالشكل الثامن والعشرين من الاولي لتساوي كل من زاويتي آ ب ح د ه ح آ ح ب د ه ح ولان زاوية آ ح ب المساوية لزاوية د ه ح مع زاوية آ ب ح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا آ ب ح د ه ح معا اقل من قايمتين فاذا اخرجنا ضلعي آ ب د ه في جهتي آ د فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ز فيحصل ذو اربعة اضلاع آ ح د ز متوازي الاضلاع فضلع آ ح يساوي ضلع د ز وضلع د ح يساوي ضلع آ ز من اضلاعه بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فنسبة ب آ الي د ح كنسبته الي آ ز بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ب ح الي ح ه كنسبة ب آ الي آ ز بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب آ الي د ح كنسبة ب ح الي ح ه ولان نسبة آ ح الي د ه كنسبة ز د الي د ه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ب ح الي ح ه كنسبة ز د الي د ه بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ ح الي د ه كنسبة ب ح الي ح ه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

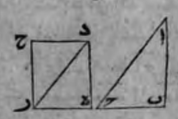
كل مثلثين يناسب اضلاعهما النظاير فزواياهما

متساوية على التناظر ❊



لبكن نسبة $\overline{آب}$ من مثلث $آبح$ الي $\overline{دە}$ من مثلث $دەر$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{در}$ وكنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{هر}$ فاقول ان زاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ زاوية $\overline{آب}$ كزاوية $\overline{دە}$ وزاوية $بآح$ كزاوية $هدر$ برهانه نعمل علي نقطتي $\overline{در}$ من ضلع $\overline{هر}$ زاويتي $رحح$ $هرح$ كزاويتي $آبح$ $آحب$ بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فلان زاويتي $آبح$ $آحب$ المساويتين لزاويتي $رحح$ $هرح$ اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فاذا اخرجنا $\overline{حح}$ $\overline{رح}$ علي استقامتهما في جهة $ح$ يلتقيان فلبلتقيا علي نقطتي $ح$ فزاوية $بآح$ تساوي زاوية $ححر$ بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين فلان نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{حح}$ كنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{هر}$ بالشكل المتقدم وكانت نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دە}$ كنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{هر}$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{حح}$ كنسبتة الي $\overline{دە}$ فه $\overline{حح}$ يساوي $\overline{دە}$ بالشكل التاسع من الخامسة وبمثله تبين ان ضلع $\overline{رح}$ يساوي ضلع $\overline{در}$ وضلع $\overline{هر}$ مشترك بين مثلثي $دەر$ $\overline{رحح}$ فبالشكل الثامن من الاولي زاوية $دەر$ كزاوية $\overline{رحح}$ وزاوية $\overline{دە}$ كزاوية $\overline{هرح}$ وزاوية $هدر$ كزاوية $ححب$ بل زاوية $\overline{رحح}$ كزاوية $آبح$ وزاوية $هرب$ كزاوية $\overline{آحب}$ وزاوية $ححر$ كزاوية $بآح$ فزاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ وزاوية $\overline{آحب}$ كزاوية $\overline{دە}$ وزاوية $بآح$ كزاوية $هدر$ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

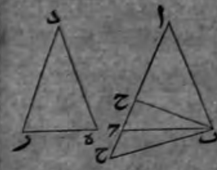
كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسب الاضلاع المحيطة بهما فالزوايا الباقية منهما متساوية على التناظر ❊



لبكن زاويتا $بآح$ $هدر$ من مثلثي $آبح$ $دەر$ متساويتين ونسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دە}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{در}$ فاقول ان زاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ وزاوية $\overline{آحب}$ كزاوية $\overline{دره}$ برهانه نرسم علي نقطة $د$ من ضلع $\overline{در}$ زاوية $ردح$ كزاوية $بآح$ وعلي نقطة $ر$ منه زاوية $درح$ كزاوية $\overline{آحب}$ بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا $حدر$ $درح$ اقل من قايمتين فاذا اخرج $\overline{دح}$ $\overline{رح}$ في جهة $ح$ علي استقامتهما

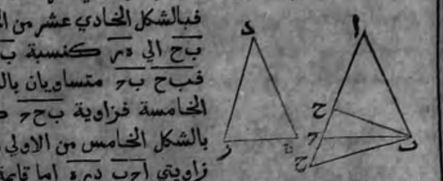
استقامتهما فانهما يلتقيان فلبلتقيا علي نقطة $ح$ ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية $دحر$ كزاوية $آبح$ فزاويا مثلث $آبح$ تساوي زوايا مثلث $ردح$ فبالشكل الرابع نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دح}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{در}$ وكانت نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دە}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{در}$ فبالشكل الرابع نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دح}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{دح}$ وكانت نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دە}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{دح}$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دح}$ كنسبته الي $\overline{دە}$ فبالشكل التاسع من الخامسة ضلع $\overline{دح}$ كضلع $\overline{دە}$ وزاوية $حدر$ تساوي زاوية $هدر$ وضلع $\overline{در}$ مشترك بين مثلثي $دەر$ $درح$ فمثلثا $دەر$ $درح$ متساويان وساير الزوايا كساير الزوايا بالشكل الرابع من الاولي فزاوية $دەر$ كزاوية $دحر$ وكانت زاوية $آبح$ كزاوية $دحر$ فزاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ وزاوية $دره$ كزاوية $درح$ وكانت زاوية $\overline{آحب}$ مساوية لزاوية $درح$ فزاوية $\overline{آحب}$ كزاوية $دره$ وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسبت الاضلاع المحيطة بزاويتين اخرتين منهما وكانت كل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر من قايمة اوليست باصغر من قايمة فان الزوايا الباقية منهما متساوية علي التناظر ❊



لبكن زاويتا $بآح$ $هدر$ من مثلثي $آبح$ $دەر$ متساويتين ونسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{دە}$ كنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{هر}$ وكل واحدة من زاويتي $\overline{آحب}$ $دره$ اما اصغر من قايمة او ليست باصغر من قايمة فاقول ان زاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ وزاوية $\overline{آحب}$ كزاوية $دره$ برهانه فلان زاوية $آبح$ ان لم تكن كزاوية $دەر$ فاما ان تكون اصغر منها او اعظم وعلي التقديرين نرسم علي نقطة $ب$ من ضلع $\overline{آب}$ زاوية $آبح$ كزاوية $دەر$ بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا ضلع $\overline{بح}$ الي ضلع $\overline{آح}$ فلابد وان ينتهي اليه فعلي التقدير الاول يقع نقطة $ح$ من ضلع $\overline{آح}$ بين نقطتي $\overline{آح}$ وعلي التقدير الثاني خرجا عنهما في جهة $ح$ ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي

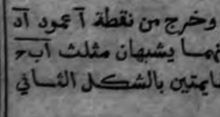
تكون زاوية آحب كزاوية درة فبالشكل الرابع نسبة بح الي هر كنسبة آب الي دة وكانت نسبة بح الي هر كنسبة آب الي دة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي هر كنسبة بح الي هر بعينه فبح بح متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية بحح كزاوية بحح بالشكل الخامس من الاولي وكل واحدة من زاويتي احب درة اما قايمة او منفرجة او



حادة فعلي التقدير الاول ان كانتا قايمتين او منفرجتين معا يلزم ان يكون زاويتا بحح بحح قايمتين او اعظم منهما وهما اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف وان كانت حادتين فيكون زاوية بحح حادة فتكون زاوية بحا منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وهي مساوية لزاوية درة الحادة هذا خلف وعلي التقدير الثاني كل واحدة من زاويتي احب درة اما قايمة اوحادة او منفرجة فان كانتا قايمتين اوحادتين يلزم ان يكون زاوية بحح قايمة او منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون بحح بحح كقايمتين او اعظم منهما وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي وان كانتا منفرجتين تكون زاوية بحح حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون زاوية بحح حادة فتكون زاوية درة حادة والتقدير انهما منفرجة هذا خلف فزاوية آبح كزاوية دهر وكانت زاوية بآح مساوية لزاوية دهر فزاوية احب كزاوية درة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

أقول ولبكن لبيان فايدة القيد المذكور وهو قوله وكل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اصغر من قايمة او ليست باصغر من قايمة مثلثا آبح دهر مثلثي مخمس زوايا هما واضلاعهما النظاير متساوية فهما متشابهان ولبكن زاويتا بآح دهر راسيهما فبكون نسبة آب الي دة كنسبة بح الي هر ولان زاوية احب المساوية لزاوية آبح بالشكل الخامس من الاولي اقل من قايمة لان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فهي حادة وهي ضعف زاوية بآسه فهي ايضا حادة والا لكانت زاويتا بآح بحا اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فالزاوية المجاورة لكل واحدة منهما منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فاذا اخرجنا من نقطة ب عمود بط علي ضلع آح بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي احدي نقطتي آح لان زاويتي بآح احب حادتين والا خارجا عنهما والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين والزاوية المجاورة لكل

واحدة من زاويتي بآح بحا منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فبقع فيما بين نقطتي آح ولان زوايا كل مثلث تساوي قايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية بطح كزاوية بطا وزاوية بحط اعظم من زاوية باط فزاوية حبط اصغر من زاوية آبط فاذا ركبنا مثلث بطح علي مثلث آبط بحيث ينطبق ضلع بط علي نفسه فينطبق ضلع حط علي ضلع اط لتساوي زاويتي اطب حطب فبقع ضلع بح فيما بين ضلعي آب طب فبقع نقطة ح فيما بين نقطتي آط ولبقع علي نقطة آ خط آط مساو لضلع طح فاذا وصلنا بين نقطتي ب آ بخط مستقيم حدث مثلث باط فبكون بالشكل الرابع من الاولي ضلع بآ كضلع بح وزاوية بحط كزاوية باط فهي حادة فزاوية آاب المجاورة لها منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فهي اعظم من زاوية درة ولان نسبة آب الي دة كنسبة بح الي هر فبكون زاوية آاب المنفرجة كزاوية درة الحادة هذا خلف وزاويتا بآا هدر متساويتان ولان بآا بحح متساويان فاي اضعاف اخذنا لبآا بحح متساوية العدة كم كانت العدة مما لا يتناهي ولهر ايضا كذلك فان كانت اضعاف بآا زايدة علي اضعاف هر كانت اضعاف بح زايدة علي اضعاف هر وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة بآا الي هر كنسبة بح الي هر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة آب الي دة كنسبة بآا الي هر فلولا القيد المذكور لكانت زاوية آاب المنفرجة كزاوية درة الحادة وكانا مثلثا آاب دهر من مثلثات المتشابهة وليس الامر كذلك فقيد لاخراج امثال هذه المثلثات والله اعلم ❁



كل مثلث قايم الزاوية خرج من نقطة زاوية القايمة عمود الي وترها فان العمود يقسم المثلث الي مثلثين مشابهين للمثلث الاعظم ومتشابهين ❁

لبكن المثلث آبح وزاوية بآح منه قايمة وخرج من نقطة آ عمود آد الي وتر بح فحدث مثلثا آدب آدح فاقول انهما يشبهان مثلث آبح ومتشابهان برهانه فلان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني

والثلثين من الاولي وكل واحدة من زوايا بآح بدآ حدآ قايمة وآب ح مشتركة بين مثلث آبد والمثلث الاعظم وزاوية آحد مشتركة بين مثلث آحد والمثلث الاعظم فزاوية بآد كزاوية آحد وزاوية حآد كزاوية آبد فبالشكل الرابع نسبة حب الي بآ كنسبة آب الي بد وكنسبة آح الي آد ونسبة بح الي حآ كنسبة آح الي حد وكنسبة بآ الي آد فمثلثا آبد آحد يشبهان مثلثا آبح وبالشكل الرابع ايضا نسبة بد الي دآ كنسبة آد الي دح وكنسبة آب الي آح فمثلثا آبد آحد متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ❁



واستبان منه ان كل واحد من الضلعين المحيطين بالزاوية القايمة من المثلث الاعظم وسط في النسبة بين قاعدة العمود وبين القسم الذي يلي ذلك الضلع منها وان العمود وسط في النسبة بين قسمي القاعدة ❁

ط

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا ان نجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بينهما ❁

ليكن الخطان آب بح فاقول لنا ان نجد خطا مستقيما وسطا بينهما في النسبة برهانه ليكن خطا آب بح متصلين بنقطة ب احدهما علي استقامة الاخر فننصف خط آح الحاصل من اتصالهما احدهما بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة آدح ونخرج من نقطة ب عمود بد علي آح بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه علي استقامته الي المحيط فينتهي اليه علي نقطة د ونصل بينها وبين كل من نقطتي آح بخط مستقيم فزاوية آدب قايمة بالشكل الثالث من الثالثة فعمود بد وسط في النسبة بين خطي آب بح باستبانة الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ❁

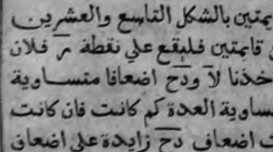


ك

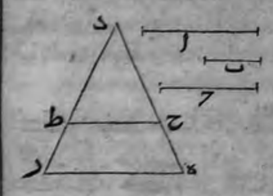
كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا ان نجد خطا ثالثا لهما في النسبة ❁

ليكن الخطان آب آح فان كانا متساويين نفرض في سطحهما نقطتين ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في احدي جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه خطا كاحدهما بالشكل الثالث من الاولي فهو ثالثهما في النسبة لانا اذا اخذنا

اخذنا لها اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث الذي هو الثاني في الوضع زايدة علي اضعاف الرابع الذي هو الثالث في الوضع وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان لم يكونا متساويين فيتصل احدهما بلاخر بنقطة آ بحيث يحيطان بزاوية ما ولنخرج آب علي استقامته في جهة ب الي ما لانهاية له ونفصل منه بء يساوي آح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بح بخط مستقيم ونخرج آح في جهة ح علي استقامته وتخرج من نقطة ء في تلك الجهة ايضا خط ءد موازيا لخط بح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة د وذلك لانا اذا وصلنا حء بخط مستقيم يكون زاويتا حءد ءدح اقل من قايمتين لان زاوية حءد مع الزاوية المجاورة لزاوية ءحب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فلان نسبة آب الي آح كنسبة آب الي بء بالشكل السابع من الخامسة وبالشكل الثاني نسبة آح الي حد كنسبة آب الي بء فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي آح كنسبة آح الي حد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁



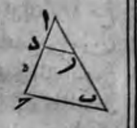
واستبان منه انه لو كانت ثلثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة كخطوط آب ح لكان لنا ان نجد خطا مستقيما رابعا لها في النسبة ❁ فنخرج من نقطة د خطي دء در في جهة واحدة الي غير النهاية محيطين بزاوية ما ونفصل من دء دح حء يساويان خطي آب ومن در دط مساويا لخط ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل حط بخط مستقيم ونخرج من نقطة ء خط ءر في جهة ط موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو يلقي خط در اذا اخرج ءر في جهة ر لانا اذا وصلنا ءط بخط مستقيم يكون زاوية طءر مع الزاوية المجاورة لزاوية ءطح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا طءر رطء اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة ر فلان آ يساوي دح وب يساوي حء فاذا اخذنا لآ ودح اضعافا متساوية العدة كم كانت ولب وحء اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف آ زايدة علي اضعاف ب كانت اضعاف دح زايدة علي اضعاف حء وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة آ الي ب كنسبة دح الي حء ونسبة دط الي ط ر كنسبة دح الي حء



بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة دط الي طر ونسبة ح الي طر كنسبة دط الي طر بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي طر وهو المطلوب وهذه الاستبانة جعلها ثابت بن قره شكلا من اصل الكتاب للايضاح ولم تكن هي شكلا منه في النسخ اليونانية والسريانية ولذلك لم يات الحجاج به في نسخته والالف بكتاب اقليدس وطريقته في هذا الكتاب ان يكون من قبيل الاستبانه لا من اصل الكتاب اذ هو بالفروع البق وهذه صورته وانا اطنبت في بيان الاستبانه للايضاح ✲

يا

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نفصل منه جزء ما ✲



ليكن الخط آب والجزء الثلث فاقول لنا ان نفصل من آب ثلثة برهانه نرسم في سطح آب نقطة ح لا علي استقامته ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة ح الي ما لانهاية له ونرسم علي خط آح نقطة د ونفصل منه دة دح يساويان خط آد بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح ب بخط مستقيم ونخرج من نقطة د خط رد موازيا لخط بح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه الي ان يلقي ضلع آب فليلق علي نقطة ر فبالشكل الثاني نسبة بر الي را كنسبة حد الي دا فبالتركيب نسبة با الي ار كنسبة حا الي اد بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالخلاف نسبة ار الي اب كنسبة اد الي اح لكن اد ثلث اح فار ثلث اب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يب

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه كقسمة خط آخر مستقيم وتكون نسبة اقسامه كنسبة اقسام الخط المقسوم ✲



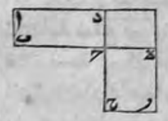
ليكن الخط المفروض آب والخط المقسوم بنقطتي د ة خط آح فاقول لنا ان نقسم آب كقسمة آح وتكون نسبة اقسام آب كنسبة اقسام آح برهانه فنجعل آب مع آح محيطا بزاوية ما ولتكن هي زاوية باح ونصل بح بخط مستقيم ونخرج

ونخرج من نقطتي دة خطي درح موازيين لخط بح ومن نقطة د خط دط يوازي آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخطا درح متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي فلبنته خطا درح الي خط آب علي نقطتي رح ولبقطع خط دط خطي ةح بح علي نقطتي طط فسطحا بط طر متوازيا الاضلاع فرح يساوي دط وبح يساوي طط بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فلان نسبة ار الي رح كنسبة اد الي دة وايضا فلان رح يساوي دط وحب يساوي طط فاذا اخذنا لرح حب اضعافا متساوية العدة كم كانت ولدط طط اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف رح زايدة علي اضعاف دط كانت اضعاف حب زايدة علي اضعاف طط فان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة رح الي حب كنسبة دط الي طط وايضا فلان نسبة دة الي ةح كنسبة دط الي طط بالشكل الثاني ونسبة رح الي حب كنسبة دط الي طط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دة الي ةح كنسبة رح الي حب فالحكم ثابت وذلك ما ان نبين ✲

ح

كل سطحين متوازيين الاضلاع تساوت زاويتان منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ وان كانت الاضلاع المحيطة بها متناسبة علي التكافؤ فالسطحان متساويان

ليكن سطحا اب حد حرة متوازيي الاضلاع وزاويتا بحد ةحر منهما متساويتان فاقول ان كان سطح آح كسطح حر فان نسبة بح الي حة كنسبة حح الي حد وان كانت نسبة بح الي حة كنسبة حح الي حد فالسطحان متساويان برهانه فيتم سطح ةد بان نخرج خطي رة اد علي استقامتهما فيلتقيان لخروجهما علي اقل من قايمتين لو وصلنا دة بخط مستقيم فان كان السطحان متساويين فلان نسبة بح الي حة كنسبة سطح بد الي سطح دة بالشكل الاول ونسبة سطح حة الي سطح ةد كنسبة سطح آح الي سطح دة بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي حة كنسبة سطح حة الي سطح ةد ونسبة حح الي حد كنسبة سطح حة الي سطح ةد فبالشكل



الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي حه كنسبة ح الي حد وان كانت نسبة بح الي حه كنسبة ح الي حد فلان نسبة سطح بد الي سطح دة كنسبة بح الي حه بالشكل الاول ونسبة ح الي حد كنسبة بح الي حه فنسبة سطح بد الي سطح دة كنسبة ح الي حد بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح حه الي سطح ده كنسبة ح الي حد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة ايضا نسبة سطح بد الي سطح دة كنسبة سطح حه الي سطح ده فسطح بد كسطح حه بالشكل التاسع من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يد

كل مثلثين مستقيمي الاضلاع تساوت زاويتان منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ وان كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافؤ فالمثلثان متساويان ❁



لتكن زاويتا احب دحه من مثلثي ابح دحه متساويتين فاقول ان كان المثلثان متساويين كانت نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب وان كانت نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب فالمثلثان متساويان برهانه لبكن ضلع اح علي استقامة حه فبكون كل واحدة من زاويتي احب بحه احد دحه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية احب كزاوية دحه بالفرض فزاويتا احب احد كقايمتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي يكون ضلع بح علي استقامة ضلع دح ونصل به بخط مستقيم فان كان المثلثان متساويين فلان نسبة اح الي حه كنسبة مثلث ابح الي مثلث حبه بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد وهو العمود الخارج من نقطة ب علي ضلع اه ونسبة مثلث دحه الي مثلث بحه كنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر منهما نسبة اح الي حه كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه ونسبة دح الي حب كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد وهو العمود الخارج من نقطة ه الي ضلع بد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب وان كانت نسبة اح الي

حه كنسبة دح الي حب فلان نسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة اح الي حه بالشكل الاول ونسبة دح الي حب كنسبة اح الي حه فنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة دح الي حب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مثلث دحه الي مثلث بحه كنسبة دح الي حب بالشكل الاول فنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ايضا فبالشكل التاسع من الخامسة مثلث ابح كمثلث دحه وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يه

كل اربعة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الرابع كسطح الثاني في الثالث وان كان سطح الاول في الرابع كسطح الثاني في الثالث فانها متناسبة ❁

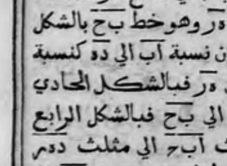
ليكن نسبة اب الي حد كنسبة ه الي ز فاقول ان سطح اب في زكسطح حد في ه وان كان سطح اب في زكسطح حد في ه كانت نسبة اب الي حد كنسبة ه الي ز برهانه نخرج من نقطتي ا ح عمودي اح حط علي خطي اب حد في جهة واحدة من خطي اب حد باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل من العمودين اح مثل ز وحط مثل ه بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ح خط حط يوازي اب في جهة ب ومن نقطة ب خط بط يوازي اح في جهة حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لانا اذا وصلنا بح بخط مستقيم كانت زاوية حبط مع الزاوية المجاورة لزاوية بحا كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهي مع زاوية طحب اقل منهما فتمم فلبنته الي نقطة ط وبمثله نتمم سطح حدل فلان ز يساوي اح وحط يساوي ه وسطح الخط في احد الخطين المتساويين كسطحه في المساوي الاخر باستبانة الشكل الاول فبكون سطح اط يساوي سطح اب في ز وسطح حل يساوي سطح حد في ه لان حط يساوي ه واح يساوي ز فاذا اخذ لحط ه اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة ولاح ز اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة فان كانت اضعاف حط زايدة علي اضعاف اح كانت اضعاف ه زايدة علي اضعاف ز وان



كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة حـآ الي آح كنسبة ه الي ر وكانت نسبة آب الي حد كنسبة ه الي ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي حد كنسبة حـآ الي آح فسطح اط كسطح حل بالشكل عشر لان زاويتي باح دحـآ منهما متساويتان وان كان سطح اط كسطح حل وزاويتا باح دحـآ منهما متساويتان فنسبة آب الي حد كنسبة حـآ الي آح بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة ه الي ر كنسبة حـآ الي آح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي حد كنسبة ه الي ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يو

كل ثلثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة فان كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثاني الي الثالث كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني وان كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثاني الي الثالث ❊



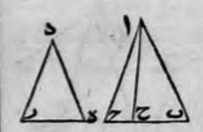
لبكن الخطوط آ ب ح فاقول ان كانت نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فان سطح آ في ح كمربع ب وان كان آ في ح كمربع ب فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح برهانه اما الاول فبكون سطح د في ب كمربع ب باستبانة الشكل الاول فنرسم في سطح الخطوط خطا مستقيما غير متناه ونفصل منه خط د كخط ب بالشكل الثالث من الاولي فلان نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وب د متساويان فاذا اخذنا لد وب اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة ولاي اضعاف كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف د زايدة علي اضعاف ح كانت اضعاف ب زايدة علي اضعاف ح وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة د الي ح كنسبة ب الي ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح آ في ح كسطح ب في د اعني مربع ب بالشكل المتقدم واما الثاني فليكن الضلع الاخر من مربع ب خط د فيكون سطح آ في ح كسطح ب في د فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل المتقدم وقلنا ان نسبة ب الي ح كنسبة د الي ح في القسم

في القسم الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه ان كل خط مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان سطحه في قسمه الاصغر كمربع قسمه الاعظم ❊

يز

كل مثلثين متشابهين فان نسبة احدهما الي الاخر كنسبة ضلع من اضلاعه الي نظيرة من اضلاع المثلث الاخر مثناة ❊



لبكن مثلثا آب ح دهر متشابهين فاقول ان نسبة مثلث آب ح الي مثلث دهر كنسبة ضلع من اضلاع مثلث آب ح الي نظيرة من اضلاع مثلث دهر مثناة ولتكن نسبة ضلع ب ح الي ضلع هر مثناة برهانه نجد خطا ثالثا في النسبة لخطي ب ح هر وهو خط ب ح بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم ولان نسبة آب الي ده كنسبة ب ح الي هر ونسبة هر الي ب ح كنسبة ب ح الي هر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي ده كنسبة هر الي ب ح فبالشكل الرابع عشر مثلث آب ح كمثلث دهر فنسبة مثلث آب ح الي مثلث دهر كنسبته الي مثلث آب ح بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ب ح الي ب ح كنسبة مثلث آب ح الي مثلث آب ح بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث آب ح الي مثلث دهر كنسبة ب ح الي ب ح ونسبة ب ح الي هر مثناة كنسبة ب ح الي ب ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث آب ح الي مثلث دهر كنسبة ب ح الي هر مثناة وذلك ما اردنا ان نبين ❊

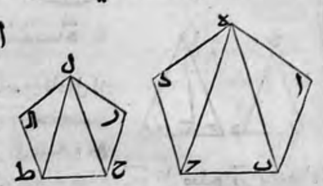
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان يقع علي نقطة ح او بين نقطتي ب ح او خارجا عنهما في جهة ح والبيان في الشكل ظاهر مما بين ❊



واستبان منه ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث كنسبة المثلث المعمول علي الاول الي المثلث المعمول علي الثاني ان كانا

متشابهين وعلي وضع واحد وكذلك نسبة كذ السطوح المتوازية الاضلاع التي هي اضعاف المثلثين بعدة واحدة اذ نسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء

جميع السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة تنقسم الي مثلثات متشابهات بعدة واحدة ونسب السطوح المتشابهة بعضها الي بعض كنسب اضلاعها المتناظرة مثناة ❊



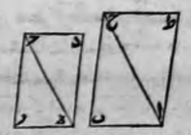
لبكن سطح آبحده يشبه سطح رحطال فنصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطي ب ح ونصل بين نقطة ل وبين كل واحدة من نقطي ح ط بخط مستقيم فاقول ان المثلثات التي يشتمل عليها سطح آح نسبة نظايرها المثلثات التي يشتمل عليها سطح رط وان نسبة سطح آح الي سطح رط كنسبة ضلع من اضلاع سطح آح الي نظيره من سطح رط مثناة ولبكن كنسبة ضلع بح الي ضلع حط مثناة ومثلثات السطحين بعدة واحدة برهانه فلان نسبة آب الي رح كنسبة اه الي رل وزاوية باه كزاوية حرل فبالشكل السادس زاوية آبه كزاوية رحل وزاوية اهب كزاوية رلح فبالشكل الرابع تكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي آبه حرل متناسبة فهما متشابهان وبمثله تبين ان مثلث دحه شبيه مثلث الطل وان زاوية دحه كزاوية الطل وزاوية دهح كزاوية الله وكانت الزاويا المتناظرة من سطحي آبحده متساوية فزاوية بهح كزاوية لحط وزاوية هحب كزاوية لطح وزاوية بحح كزاوية حلط فبالشكل الرابع يكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي بهح حطل متناسبة فمثلثات سطح آح يشبه نظايرها من مثلثات سطح رط ولان نسبة مثلث آبه الي مثلث رحل كنسبة ضلع به الي ضلع لح مثناة ونسبة مثلث بهح الي مثلث لحط كنسبة ضلع هب الي ضلع لح مثناة بالشكل السابع عشر فنسبة مثلث آبه الي مثلث رحل كنسبة مثلث بهح الي مثلث لحط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مثلث بهح الي مثلث لحط كنسبة مثلث هحد الي مثلث لطا فنسبة سطح آح الي سطح رط كنسبة مثلث بهح الي مثلث لحط بالشكل الثالث عشر من الخامسة

الخامسة اذ بين فيه ان نسبة جميع المقدمات الي جميع توالبه كنسبة مقدم واحد الي تالبه ونسبة ضلع بح الي ضلع حط مثناة كنسبة مثلث هبح الي مثلث لحط بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آح الي سطح رط كنسبة ضلع بح الي ضلع حط مثناة وظاهر ان عدة مثلثات السطحين متساوية لان احد السطحين ان كان مربعا او مخمسا فيجب ان يكون الاخر مربعا او مخمسا والا يكون زواياه مخالفة لزاوايا الاخر بالصغر والكبر فلا يكونا متشابهين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث كنسبة السطح المعمول علي الاول الي السطح المعمول علي الثاني اذا كانا متشابهين وعمل عملا واحدا وكذلك نسبة المثلثات التي هي انصاف تلك السطوح ❊

كل سطح مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نعمل علي اي خط مستقيم سطحا شبيها به ❊

لبكن الخط آب والسطح حده فاقول لنا ان نعمل علي خط آب سطحا شبيها لسطح ده برهانه نصل بين نقطتي حه بخط مستقيم ونرسم علي نقطتي آب زاويتي باح ابح كزاويتي هحه حره بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان زاويتي هحه حره اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا باح ابح المساويتان لهما اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي اح بح في جهة ح فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ح ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية اح ب كزاوية هحر فزوايا مثلثي ابح حده المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع نسبة آب الي هر كنسبة بح الي حر ونسبة اح الي حه ونرسم علي نقطي آح من خط اح زاويتي حاط احط كزاويتي حده هحد ونخرج خطي اط حط في جهة ط علي استقامتهما فهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ط وتكون زوايا مثلثي احط حده المتناظرة متساوية كما بينا وتكون نسبة اط الي ده كنسبة طح الي دح وكنسبة اح الي حه بمثل ما تقدم من مثلثي ابح حده بعينه ولان زاويتي طاح باح كزاويتي حده هحد وزاويتي احط اح ب كزاويتي هحد هحر تكون زاوية طاب كزاوية دهر وزاوية بحط كزاوية رحد فزوايا سطحي طب در المتناظرة

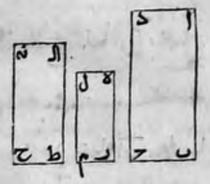


متساوية ولان نسبة اط الي ده كنسبة اح الي حه ونسبة ط ح الي د ح كنسبة اح الي حه ونسبة اب الي ه ر كنسبة اح الي ه ح ونسبة ح ب الي ح ر كنسبة اح الي حه بالشكل الرابع فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اط الي ده كنسبة ط ح الي د ح وكنسبة اب الي ه ر وكنسبه ب ح الي ح ر فسطح ط ب شبيه لسطح د ر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ك

جميع السطوح المستقيمة الاضلاع التي كل واحد منها يشبه سطحا واحدا بعينه فهي متشابهة ✲

ليكن سطحا اب حد اط ح نه يشبهان سطح ه ر م ل فاقول انهما متشبهان برهانه فلان سطحي اح ام يشبهان سطح ه م فزواياهما تساوي زوايا سطح ه م علي التناظر والاضلاع المحيطة بتلك الزوايا متناسبة علي التناظر فزوايا سطحي اب حد اط ح نه متساوية علي التناظر فلان سطحي اح ام متشبهان تكون نسبة اب الي ه ر كنسبة ب ح الي ر م ولان سطحي اط ح نه ه ر م ل متشابهان تكون نسبة ه ر الي اط كنسبة ر م الي ط ح فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة اب الي اط كنسبة ب ح الي ط ح ولان سطحي اح ام متشبهان تكون نسبة د ح الي ل م كنسبة ب ح الي ر م ولان سطحي ه م اح متشبهان تكون نسبة ل م الي ن ح كنسبة ر م الي ط ح فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة د ح الي ن ح كنسبة ب ح الي ط ح وكانت نسبة اب الي اط كنسبة ب ح الي ط ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي اط كنسبة د ح الي ن ح وبمثله تبين في باقي الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين ✲



ك ا

كل اربعة خطوط عملت عليها سطوح متشابهة كل اثنين اعني الاول والثاني والثالث والرابع عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح المعمولة عليها متناسبة وان كانت السطوح متناسبة

كانت

كانت الخطوط متناسبة ✲

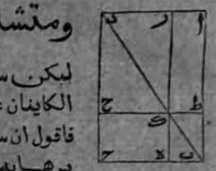
ليكن الخطوط اب حد ه ر ح ط والسطوح المعمولة عليها سطحي اب ل د عملا واحدا وسطحي م ه ر ن ح ط عملا واحدا فاقول ان كانت نسبة اب الي حد كنسبة ه ر الي ح ط كانت نسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة سطح م ه ر الي سطح ن ح ط وبالعكس برهانه نجد خطا مستقيما ثالثا في النسبة لخطي اب حد وهو س ولخطي ه ر ح ط وهو ع بالشكل العاشر فنسبة اب الي حد كنسبة ه ر الي ح ط ونسبة حد الي س كنسبة ح ط الي ع فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة اب الي س كنسبة ه ر الي ع ونسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة اب الي حد مثناة بالشكل الثالث عشر ونسبة اب الي س كنسبة اب الي حد مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة اب الي س ونسبة ه ر الي ع فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة ه ر الي ع ونسبة ه ر الي ح ط مثناة كنسبة ه ر الي ع فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة ه ر الي ح ط مثناة ونسبة سطح م ه ر الي سطح ن ح ط كنسبة ه ر الي ح ط مثناة بالشكل الثامن عشر فنسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة سطح م ه ر الي نه ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة واما اذا كانت نسبة سطح اب الي سطح ل د كنسبة سطح م ه ر الي سطح ن ح ط كانت نسبة اب الي حد كنسبة ه ر الي ح ط والا لكانت نسبة اب الي حد كنسبة ه ر الي خط اخر ولبكن هو خط ف ق ونعمل علي خط ف ق سطح ص ف ق شبيها بسطح م ه ر بالشكل التاسع عشر فنسبة سطح م ه ر الي سطح ص ف ق كنسبة سطح اب الي سطح ل د لما ذكرنا وكانت نسبة سطح م ه ر الي سطح ن ح ط كنسبة سطح اب الي ل د فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح م ه ر الي سطح ص ف ق كنسبته الي سطح ن ح ط فسطحا ن ح ط ص ف ق متساويان بالشكل التاسع من الخامسة وكل منهما نسبة سطح م ه ر فهما متشابهان بالشكل العشرين فضلع ف ق يساوي ضلع ح ط لانا اذا ركبنا مثلث ص ف ق علي مثلث ن ح ط بحيث تقع نقطة ف علي نقطة ح وضلع ص ف علي ضلع ن ح فلابد وان تقع نقطة ص علي نقطة ن والا لوقعت علي نقطة بين نقطتي ح ن او خارجة عنهما وعلي التقديرين لابد وان يقع ضلع ف ق علي ضلع ح ط لتساوي زاويتي ص ف ق ن ح ط فنقطة



قَ اما ان تقع علي نقطة طَ اوفيما بين نقطتي حَ طَ اوخارجة عنهما فيلزم ان يكون احد المثلثين اعظم من الاخر وهما متساويا اوتكون الزاوية الخارجة كالداخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فنقطة صَ تقع علي نقطة نَ فيلزم حينيذ ان تقع نقطة قَ علي نقطة طَ والا يلزم احد المحالين هذا خلف فنسبة هَ رَ الي حَ طَ كنسبته الي قَ قَ بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة آَ بَ الي حَ دَ كنسبة هَ رَ الي قَ قَ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آَ بَ الي حَ دَ كنسبة هَ رَ الي حَ طَ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

الب

كل سطح متوازي الاضلاع فان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قطره مشابهة له ومتشابهة ✡

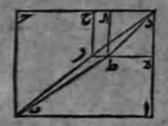


ليكن سطحا آَ طَ هَ دَ رَ آَ حَ المتوازيا الاضلاع هما الكاينان علي قطر بَ دَ من سطح آَ حَ المتوازي الاضلاع فاقول ان سطحي رَ حَ طَ هَ يشابهان سطح آَ حَ ومتشابهان برهانه فلان كل واحد من ضلعي آَ دَ طَ آَ يوازي ضلع بَ حَ فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ولان كل واحد من ضلعي آَ هَ حَ حَ يوازي ضلع آَ بَ فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي آَ حَ دَ حَ يوازي آَ دَ فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي رَ آَ آَ طَ يوازي دَ حَ فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ولان خط هَ آَ قطع ضلعي بَ حَ بَ دَ من اضلاع مثلث بَ حَ دَ موازيا لضلع حَ دَ من اضلاعه وخط طَ آَ قطع ضلعي آَ بَ دَ من اضلاع مثلث آَ بَ دَ موازيا لضلع آَ دَ من اضلاعه وخط حَ آَ قطع ضلعي بَ دَ حَ دَ من اضلاع مثلث بَ دَ حَ موازيا لضلع بَ حَ وخط رَ آَ قطع ضلعي بَ دَ آَ دَ من اضلاع مثلث آَ بَ دَ موازيا لضلع آَ بَ من اضلاعه فبالشكل الثاني تكون نسبة بَ هَ الي هَ حَ وبَ طَ الي طَ آَ وحَ حَ الي حَ دَ وآَ رَ الي رَ دَ كنسبة بَ آَ الي آَ دَ فبالتركيب نسبة بَ حَ الي حَ هَ وبَ آَ الي آَ طَ وحَ دَ الي دَ حَ وآَ دَ الي دَ رَ كنسبة بَ دَ الي دَ آَ بالشكل السابع عشر من الخامسة فنسبة بَ حَ الي حَ هَ كنسبة بَ آَ الي آَ طَ وحَ دَ الي دَ حَ وآَ دَ الي دَ رَ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ولان حَ آَ يساوي حَ هَ وزَ آَ يساوي آَ طَ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فنسبة بَ حَ الي حَ آَ كنسبته الي حَ هَ ونسبة بَ آَ الي رَ آَ كنسبته الي آَ طَ بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بَ حَ الي حَ آَ ونسبة بَ آَ الي رَ آَ كنسبة حَ دَ

حَ دَ الي دَ حَ ونسبة آَ دَ الي دَ رَ فاضلاع سطحي رَ حَ آَ حَ المتناظرة متناسبة ولان ضلع هَ حَ يوازي ضلع آَ بَ وضلع آَ حَ يوازي ضلع بَ حَ فزاوية دَ رَ آَ كزاوية دَ آَ بَ وزاوية رَ آَ دَ كزاوية آَ بَ آَ وزاوية دَ حَ آَ كزاوية دَ حَ بَ وزاوية دَ آَ حَ كزاوية دَ بَ حَ بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية آَ دَ حَ مشتركة فسطح رَ حَ شبيه بسطح آَ حَ وبمثله تبين ان سطح طَ هَ شبيه بسطح آَ حَ فسطحا رَ حَ طَ هَ متشابهان بالشكل العشرين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

الج

كل سطح متوازي الاضلاع فصل منه سطح متوازي الاضلاع يشبهه ويشاركه في زاوية فهو كاين علي قطره ✡



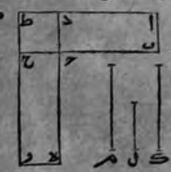
وليكن سطح آَ بَ حَ دَ متوازي الاضلاع وفصل منه سطح دَ هَ حَ رَ متوازي الاضلاع يشبه سطح آَ حَ ويشاركه في زاوية دَ فاقول ان سطح دَ هَ حَ رَ كاين علي قطر سطح آَ حَ برهانه انا نصل دَ رَ بَ رَ بخطين مستقيمين فخط بَ رَ رَ دَ احدهما علي استقامة الآخر ويصيران خطا واحدا مستقيما هو قطر لسطح آَ حَ والا فليكن قطره خط آَ خر واصل بين نقطتي بَ دَ وهو بَ طَ دَ فلابد وان يقطع احد ضلعي هَ رَ حَ رَ فليقطع ضلع هَ رَ علي نقطة طَ ويخرج منها خط طَ آَ في جهة حَ يوازي ضلع بَ حَ فهو يوازي كل واحد من آَ دَ حَ رَ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخط طَ آَ يقطع دَ حَ فليقطع علي نقطة آَ فسطح هَ آَ شبيه بسطح آَ حَ بالشكل المتقدم فنسبة حَ دَ الي دَ آَ كنسبة آَ دَ الي دَ هَ وكانت نسبة حَ دَ الي دَ حَ كنسبة آَ دَ الي دَ هَ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حَ دَ الي دَ آَ كنسبته الي دَ حَ فخط دَ آَ لخط دَ حَ بالشكل التاسع من الخامسة فالجزء يساوي كله هذا خلف فخط بَ طَ دَ لايمكن ان يقطع احد ضلعي هَ رَ حَ رَ فهو ينطبق علي خط بَ رَ دَ فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

الد

كل سطحين متوازي الاضلاع يساوي زاويتان منهما فان نسبة احدهما الي الآخر مولفة من نسبة

الاضلاع المحيطه بالزاويتين المتساويتين ✡

لبكن سطحا آب حد حه مح متوازيي الاضلاع وزاوية ب حد كزاوية ح حه فاقول ان نسبة سطح آح الي حم مولفة من نسبة ب ح الي حه ومن نسبة حد الي ه ح برهانه نجعل ب ح علي استقامة ح ز فزاوية ب حه مع زاوية ح حه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية ب حد كزاوية ه ح ز فزاويتا ب حه ب حد كقايمتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي خط حد علي استقامة خط حه ونخرج خطي آد حم في جهة د ح علي استقامتهما فهما يلتقيان لانا اذا وصلنا د ح بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية آد ح مع الزاوية المجاورة لزاوية د ح ه كقايمتين فهي مع الزاوية المجاورة لزاوية د ح م اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة ط ولبكن آ ط خط مستقيم محدود ونجعل نسبة ب ح الي ح ك كنسبة آ الي خط آخر ولبكن خط ل ونجعل نسبة د ح الي ح ه كنسبة خط ل الي خط م باستبانة الشكل العاشر ونسبة سطح آ ح الي سطح ح ط كنسبة ب ح الي ح ك بالشكل الاول ونسبة آ الي ل كنسبة ب ح الي ح ك فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آ ح الي سطح ح ط كنسبة آ الي ل ونسبة سطح ط ح الي سطح ح م كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الاول ونسبة ل الي م كنسبة د ح الي ح ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ط ح الي سطح ح م كنسبة آ الي ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة سطح آ ح الي سطح ح م كنسبة آ الي م ونسبة آ الي م مولفة من نسبة آ الي ل اعني نسبة ب ح الي ح ك ومن نسبة ل الي م اعني نسبة د ح الي ح ه فنسبة سطح آ ح الي سطح ح م مولفة من نسبة ب ح الي ح ك ومن نسبة د ح الي ح ه لما بين في صدر المقالة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡



الله

كل سطحين مفروضين مستقيمي الاضلاع لنا ان نعمل سطحا مستقيم الاضلاع يشبه احدهما ويساوي الاخر ✡

لبكن احد السطحين المفروضين سطح آب ح والسطح الاخر د فاقول لنا ان نعمل سطحا يشبه سطح آب ح ويساوي سطح د برهانه فنعمل علي خط ب ح سطحا متوازيي الاضلاع يساوي سطح آب ح بالشكل الرابع والاربعين من

من الاولي وهو سطح ب ح ره ونعمل علي خط حر سطحا متوازيي الاضلاع يساوي سطح د وتكون زاوية رحح منه يساوي زاوية ه ب ح بالشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح رح فيحدث عرض ح ح فلان زاوية رحب مع زاوية ه ب ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا رحح رحب كقايمتين فخط ب ح علي استقامة خط ح ح بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان زاوية ه ر ح كزاوية رحح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية حرنه مع زاوية رحح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا نه رح ه ر ح كقايمتين فخط ه رنه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فسطحا ب ر رح هما بين خطي ب ح ه نه المتوازيين ونجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بين خطي ب ح ح ح بالشكل التاسع وهو خط ط آ ونعمل عليه شكلا شبيها بسطح آب ح بالشكل العشرين وهو سطح ل ط آ ونسبة سطح آب ح الي سطح ل ط آ كنسبة ب ح الي ط آ مثناة بالشكل الثاني عشر ونسبة ب ح الي ح ح كنسبة ب ح الي ط آ مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آب ح الي سطح ل ط آ كنسبة ب ح الي ح ح ونسبة سطح ب ر الي سطح رح كنسبة ب ح الي ح ح فنسبة سطح آب ح الي سطح ل ط آ كنسبة سطح ب ر الي سطح رح بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن سطح آب ح يساوي سطح ب ر فسطح ل ط آ يساوي سطح رح بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان سطح د يساوي سطح رح فسطح ل ط آ يساوي سطح د وكان سطح ل ط آ شبيها بسطح آب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

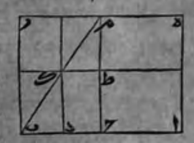


الو

اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التي يضاف الي اي خط مستقيم محدود ينقص عن تمام الخط سطوحا شبيهة بالسطح المتوازي الاضلاع المعمول علي نصف الخط الشبيه بالسطوح التي هي سطح النقصانات ✡

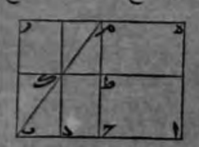
لبكن آب خطا مستقيما محدودا فننصفه علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونجعل خط ب ر المستقيم المحدود محيطا مع خط آب زاوية ونخرج من نقطة ح خط حم موتريا له بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منه حم مساويا لخط ب ر بالشكل الثالث من الاولي ونصل رم

بخط مستقيم فهو موازٍ ومساوٍ لخط ب ح بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح ب حم ر المتوازي الاضلاع وتخرج من نقطة آ خط آه موازيا لخط حم في جهة م بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وتخرج رم في جهة م علي استقامته فهو يلقي خط آه لانا اذا وصلنا بين نقطتي آ م بخط مستقيم كانت



الزاوية المجاورة لزاوية آم ر مع الزاوية المجاورة لزاوية م آب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فتكون زاوية ه آم مع الزاوية المجاورة لزاوية آم ر اقل من قايمتين فلنلتقيا علي نقطة ه وتخرج قطر ب م ونضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع تنصف عن تمامه سطحا شبيها بسطح حر فنعين علي خط ب ح نقطة بين نقطتي ب ح ولتكن في نقطة د وتخرج منها خط د آ موازيا لخط ب م بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو يوازي خط حم بالشكل الثلثين من الاولي فيقطع القطر علي نقطة فلنقطع علي نقطة آ ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي خط ره وتخرج من نقطة آ خط آط موازيا لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لخط ه ر بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهتيه الي غير النهاية فينتهي الي خطي ب ر آه فيقطع خط حم فلنقطعه علي نقطة ط فجميع سطوح آط ط ه آم آح ح ر ب آ آ متوازية الاضلاع وسطح ب آ شبيه بسطح ب م بالشكل الثاني والعشرين فسطح آ آ هو السطح المتوازي الاضلاع المضاف الي خط آب ناقصا عن تمامه سطح ب آ الشبيه بالسطح المعمول علي نصف الخط فلانا اذا اخذنا لضلعي آح آه اضعافا كم كانت متساوية العدة ولضلعي ح ب ح م اضعافا كم كانت متساوية العدة فان كانت اضعاف آح زايدة علي اضعاف ح ب كانت اضعاف آه زايدة علي اضعاف حم وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة لتساوي كل واحد من ضلعي آح ح ب آه ح م فنسبة آح الي ح ب كنسبة آه الي ح م وبمثله تبين ان نسبة ه م الي م ر كنسبة آه الي ح م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة تكون نسبة ه م الي م ر كنسبة آح الي ح ب وبمثله تبين ايضا ان نسبة ح م الي ب ر كنسبة آح الي ح ب والزوايا المتناظرة من سطحي آم ح ر متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح آم شبيه بسطح ح ر فهو شبيه بسطح ب آ بالشكل العشرين فاقول ان سطح آم اعظم من سطح آ آ برهانه فلان ضلع ه م يساوي ضلع آح وضلع م ر يساوي ضلع ب ح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وضلعا آح ب ح متساويان فضلعا ه م م ر متساويان فسطحا ه ط ط ر متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي فسطح ه ط اعظم من سطح آ ر وسطح ح آ يساوي سطح آ ر بالشكل الثالث

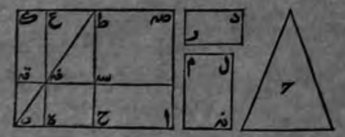
والاربعين من الاولي فسطح ه ط اعظم من سطح ح آ فاذا اضفنا سطح آط الي سطح ه ط حصل سطح آم واذا اضفناه الي سطح ح آ حصل سطح آ آ فسطح آم اعظم من سطح آ آ فلو فرضنا بين نقطتي ب ح علي خط ب ح نقطا غير متناهية واخرجنا من كل واحدة منها خطا موازيا لخط ب م فانه يقطع القطر ويخرج من نقطة التقاطع خط يوازي خط آب واخرجناه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلعي آه ب م فانه يحدث سطوح متوازية الاضلاع غير متناهية مضافة الي خط آب ناقصا كل واحد منها عن خط آب سطحا شبيها بسطح ب م فيكون سطح آم اعظم من كل واحد من تلك السطوح بالبيان المذكور فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



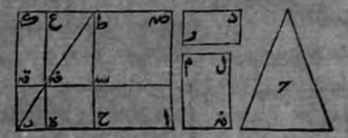
الر

كل خط مستقيم محدود مفروض معلوم لنا ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع مساويا لسطح معلوم مفروض مستقيم الاضلاع ينقص عن تمام الخط سطحا متوازي الاضلاع شبيهاً بسطح معلوم مفروض متوازي الاضلاع ✲

ليكن الخط آب والسطح المستقيم الاضلاع سطح ح والسطح المتوازي الاضلاع سطح د ر فاقول لنا ان نضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح ح وينقص عن تمام خط آب سطحا متوازي الاضلاع شبيه سطح د ر برهانه ننصف خط آب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونعمل علي خط ب ح سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح د ر بالشكل التاسع عشر وهو سطح ب ح ط آ ونخرج من نقطة آ خط آصه موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وتخرج خط آط في جهة ط علي استقامته فهو يلقي خط اصه لانا اذا وصلنا خط اط المستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية ب اط



مع الزاوية المجاورة لزاوية اطا كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية صاط مع الزاوية المجاورة لزاوية اطا اقل من قايمتين فليلتقه علي نقطة صه فسطح آط المتوازي الاضلاع ان كان مساويا لسطح ح فقد حصل المطلوب لانا اضفنا الي خط آب سطح اط المتوازي الاضلاع ينقص عن تمامه سطح حا الشبيه بسطح دره ويساوي سطح ح وان لم يكن مساويا لسطح ح يكون اعظم منه لما بين في الشكل المتقدم فنعمل سطحا مساويا نقصل سطح اط علي سطح ح وشبيها بسطح دمر بالشكل الخامس والعشرين وليكن هو سطح نرلم فلان سطحي حا نرلم يشبهان سطح دمر فهما متشابهان بالشكل العشرين فسطح نرلم يشبه سطح حا فلتكن زاوية نرلم منه تساوي زاوية حطا وضلع نرل نظير ضلع حط وضلع لم نظير ضلع طا فلان نسبة حط الي نرل كنسبة طا الي لم لاجايزان يكون حط مساويا لضلع نرل او اصغر منه والا لكان ضلع طا كضلع لم او اصغر منه فيكون سطح حا كسطح نرلم او اصغر منه وكان اعظم منه لانه مساو لسطح اط بالشكل السادس والثلثين من الاولي هذا خلف

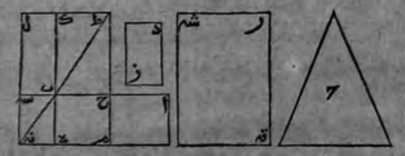


فضلع حط اعظم من ضلع لنه فنفصل من حط سطح مساويا لضلع نرل ومن ضلع طا طع مساويا لضلع لم بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ع خط عه موازيا لضلع سط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ب الي ان ينتهي الي خط آب فلينته الي نقطة ه ونخرج من نقطة سه خط سقه يوازي خط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهته الي ان ينتهي الي ضلع ب علي نقطة قه ويقطع ضلع اصه وبهر علي ضلع هع علي نقطة قه فسطح سع متوازي الاضلاع لان ضلع سقه يوازي ا صه بالشكل الثلثين من الاولي والاضلاع المتقابلة منه مساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطح سع يساوي سطح نرلم ونخرج قطر بط فهو يمر علي نقطة قه بالشكل الثالث والعشرين لان سطح سع شبيه سطح حا ولان ضلعي اح حب متساويان فسطحا اط ح ا متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وكان سطح اط كسطحي ح نرلم فسطح حا كسطحي ح نرلم لكن سطح سع مساو لسطح نرلم فعلم سب ع يساوي سطح ح وسطحا سه سب متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وسطح حقه يساوي سطح اب بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطح اقه يساوي سطح ح وهو سطح متوازي الاضلاع ينقص عن

آب سطح هقه الشبيه لسطح حا بالشكل الثاني والعشرين وسطح دمر شبيه لسطح حا فسطح هقه شبيه بسطح دمر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

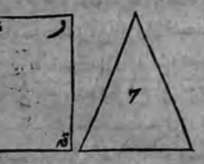
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحا مستقيم الاضلاع مفروضا يزيد على الخط المفروض سطحا شبيها بسطح مفروض متوازي الاضلاع ❊

ليكن الخط آب والسطح المستقيم الاضلاع سطح ح والسطح المتوازي الاضلاع سطح دمر فاقول لنا ان نضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح ح ويزيد علي خط آب سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح دمر برهانه ننصف آب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونعمل علي حب سطح بحطا المتوازي الاضلاع يشبه سطح دمر بالشكل التاسع عشر ونعمل علي خط محدود مستقيم سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحي بطح معا باستبانة الشكل



الرابع والاربعين من الاولي وبالشكل الخامس والعشرين نرسم سطحا متوازي الاضلاع يساوي السطح المعمول علي الخط المستقيم المحدود المذكور ويشبه سطح دمر وهو سطح قرشه فهو يشبه سطح حا بالشكل العشرين ويساوي سطحي بطح معا ولكن زاوية قرسه نظيرة زاوية حطا وضلع قرر نظير حط وضلع رشه نظير ضلع طا فيكون نسبة قرر الي حط كنسبة رشه الي طا وسطح قرشه اعظم من سطح حا فكل من ضلعي قرر رشه اعظم من نظيره من سطح حا والا لكانا متساويين لهما او ناقصين عنهما او احدهما زايدا علي نظيره والاخر ناقصا فيلزم ان يكون سطح قرشه مساويا لسطح حا او اصغر منه بانطباق الاضلاع والزوايا المتناظرة بعضها علي بعض او يكون احد ضلعي احد السطحين اعظم من نظيره من السطح الاخر واصغر منه بعينه هذا خلف فنخرج حط طا علي استقامتهما في جهتي ح ا ونفصل من طح طم مثل قرر ومن طا طل مثل رشه بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة م

خط م نه يوازي ط ا ونخرجه في جهة م علي استقامته الي غير النهاية ومن نقطة ل خط ل نه يوازي م ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهة م علي استقامته ولانا اذا وصلنا م ل بخط مستقيم كانت زاوية نه م ل مع الزاوية المجاورة لزاوية م ل ط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا نه م ل م ل نه اقل من قايمتين فخطا م نه ل نه يلتقيان فليلتقيا علي نقطة نه فسطح م ل كسطح قهرشه بانطباق سطح قهرشه علي سطح م ل بحيث ينطبق نقطة ر علي نقطة ط وضلعا قهر رشه علي ضلعي م ط ط ل ونخرج من آ خط يوازي ح م في جهة م بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته فينتهي الي خط نه م بمثل ما بينا اذا وصلنا آ م بخط مستقيم ونخرج خطي ب ح ب ا علي استقامتهما في جهة ب فلبنته ح ب الي ضلع نه ل علي نقطة سه و ب ا الي ضلع م نه علي نقطة ه فسطح ح ا كاين علي قطر سطح م ل بالشكل الثالث والعشرين فخط نه ب ط قطر لسطح م ل فسطح سه يشبه سطح ح ا بالشكل الثاني والعشرين وكان سطح در شبيها بسطح ح ا فسطحا سه در متشابهان بالشكل العشرين وكان سطحا ح ا ح يساويان سطح قهرشه وسطح م ل يساوي سطح قهرشه فعلم م نه ا يساوي سطح ح متمم ب ل كمتمم ب م بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وسطح آ م كمتمم ب م بالشكل السادس والثلثين من الاولي فسطح آ نه كعلم م نه ا وكان سطح ح كعلم م نه ا فسطح آ نه المتوازي الاضلاع يساوي سطح ح ويزيد علي خط آب سطح سه الشبيه بسطح در فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆



كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه علي نسبة ذات وسط وطرفين ☆



لنكن الخط آب فاقول لنا ان نقسمه علي نسبة ذات وسط وطرفين برهانه نرسم علي آب مربع آب د بالشكل الخامس والاربعين من الاولي ونضيف الي خط آد سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع آ ح ويزيد علي خط آد سطحا متوازي الاضلاع يشبه مربعا بالشكل المتقدم ولنكن السطح المضاف سطح ه ط والسطح المتوازي الاضلاع

الاضلاع الذي يزيد علي خط آد سطح آ م ح فنقطة ح لا يمكن ان يقع علي نقطة ب او خارجه عن خط آب والا يلزم ان يكون سطح ه ط ضعف مربع آ ح او اعظم من ضعفه هذا خلف فيقع بين نقطتي آب فيكون آ م ح مربعا لان مشابه المربع مربع فلان ضلع ح ط كضلع آد بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فضلع آب كضلع ح ط وضلع آ ح كضلع سطح ح ر فاذا اخذ للاول والثالث وهما آب ح ط اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي والثاني والرابع وهما آ ح ح ر اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة آب الي آ ح كنسبة ح ط الي ح ر وايضا فلان سطحي ه ح ح ر متوازيا الاضلاع وزاويتا آ ح ر ب ح ط متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فنسبة ضلع آ ح الي ضلع ح ب كنسبة ط ح الي ح ر بالشكل الثالث عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي آ ح كنسبة آ ح الي ح ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

واستبان منه ومما تقدم ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين مقسومة علي نسبة واحدة اي نسبة اي خط منها الي قسمه الاعظم كنسبة قسم الاعظم من كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاصغر ونسبة كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاعظم ونسبة تلك الخطوط الي بعضها بعض كنسبة اقسام بعضها الي بعض النظير من النظير ☆ جميع ما يعرض لواحد منها يعرض لكل واحد من بواقي تلك الخطوط ☆



شكل ٣

فليكن لبيان ذلك خط ده مقسوما علي نقطة ر بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم در فيكون سطح آب في ب ح كمربع آ ح وسطح ده في ه ر كمربع در باستبانة الشكل السادس عشر فسطحا آب في ب ح وده في ه ر مع مربعي آ ح در اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما سطحا آب في ب ح وده في ح ر اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي واخذ للثاني والرابع وهما مربعا آ ح در اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف الاولي زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة سطح آب في ب ح الي مربع آ ح كنسبة سطح ده في ه ر الي مربع در ولان نسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة

الاجزآء بالشكل الخامسة عشر من الخامسة فتكون نسبة اربعة امثال سطح آب في بح الي مربع آح كنسبة اربعة امثال سطح دة في هر الي مربع در فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة اربعة امثال سطح آب في بح مع مربع آح الي مربع آح كنسبة اربعة امثال سطح دة في هر مع مربع در الي مربع در لكن اربعة امثال سطح آب في بح مع مربع آح يساوي مربع آب بح اذا اتصلا خطا واحدا آب واربعة امثال سطح دة في هر مع مربع در يساوي مربع دة هر اذا اتصلا خطا واحدا بالشكل الثامن من الثانية فنسبة مربع آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع آح كنسبة مربع دة هر اذا جعلا خطا واحدا الي مربع در ثم نقول نسبة خطي آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط آح مثناة نسبة مربع آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع آح بالشكل الثامن عشر وكانت نسبة مربع دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در كنسبة مربع آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع دح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط آح مثناة كنسبة مربع دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در ونسبة خطي دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در مثناة كنسبة مربع دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط آح مثناة كنسبة خطي دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در مثناة فنسبة خطي آب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط آح كنسبة خطي دة هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة خطوط آب بح آح اذا اتصلت خطا واحدا الي خط آح كنسبة خطوط دة هر در اذا اتصلت خطا واحدا الي خط در لكن خطوط آب بح آح ضعف آب وخطوط دة هر در ضعف دة ونسبة الاضعف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزآء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة آب الي آح كنسبة دة الي در فبالابدال بالشكل السادس عشر من الخامسة نسبة آح الي در كنسبة آب الي دة فبالشكل التاسع عشر من الخامسة نسبة بح الي هر كنسبة آب الي دة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آح الي در كنسبة بح الي هر ❊

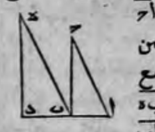


ل

كل

كل مثلثين متشابهين احاطا ضلعان منهما زاوية وكانا موازيين لضلعين اخرين منهما النظيرين لهما في النسبه فان احدا لضلعين الباقيين منهما علي استقامة الضلع الاخر منهما ❊

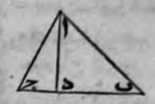
لكن ضلعا بح بة من مثلثي آب ح بة دة احاطا بزاوية حبة وآح يوازي بة وكانت نسبة آح الي بة كنسبة بح الي دة فاقول ان ضلع آب علي استقامة ضلع بد برهانه فلان ضلع آح يوازي ضلع بة وضلع بح يوازي ضلع دة فكل من زاويتي آحب بة د يساوي زاوية حبة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهما متساويتان ونسبة آح الي بة كنسبة بح الي دة فبالشكل السادس زاوية حآب كزاوية ه بد وكانت زاوية حبة كزاوية آحب فزاوية حبد كزاويتي آحب حآب وهما مع زاوية حبآ كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا آب ح حبد كقايمتين فضلع آب علي استقامة ضلع بد فضلع آب علي استقامة ضلع بد بالشكل الرابع عشر من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



لا

كل مثلث مستقيم الاضلاع قايم الزاوية فان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي وتر القايمة منه يساوي الشكلين المستقيمي الاضلاع المضافين الي الضلعين المحيطين بها اذا كانا شبيهين به ❊

لتكن زاوية بآح من مثلث آب ح قايمة فاقول ان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي ضلع بح يساوي الشكلين المستقيمي الاضلاع المضافين الي ضلعي آب آح معا اذا كانا شبيهين بالشكل المضاف الي بح برهانه فلان نسبة مربع آب الي مربع بح كنسبة مربع آب الي بح مثناة بالشكل الثامن عشر ونسبة الشكل المستقيم الاضلاع



المعمول علي ضلع $\overline{آب}$ الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا متشابهين كنسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{بح}$ مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع $\overline{آب}$ الي مربع $\overline{بح}$ كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{آب}$ الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا متشابهين وبمثل ما ذكرنا تبين ان نسبة مربع $\overline{آح}$ الي مربع $\overline{بح}$ كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{آح}$ الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مربعي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا الي مربع $\overline{بح}$ كنسبة الشكلين المستقيمي الاضلاع المعمولين علي ضلعي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا شبيهين به لكن مربعا $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا كمربع $\overline{بح}$ بالشكل السابع والاربعين من الاولي فالشكلان المستقيما الاضلاع المعمولان علي ضلعي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا يساويان الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي ضلع $\overline{بح}$ اذا كانا شبيهين به او نقول نخرج من نقطة $آ$ عمودا علي ضلع $\overline{بح}$ بالشكل الثاني عشر من الاولي فيكون ضلع $\overline{آب}$ وسطا في النسبة بين قاعدة $\overline{بح}$ و$\overline{بد}$ الذي هو قسم منها وضلع $\overline{آح}$ وسطا في النسبة بين قاعدة $\overline{بح}$ و$\overline{حد}$ الذي هو قسم منها باستبانه الشكل الثامن فيكون نسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{بد}$ كنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{بآ}$ مثناة ونسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{حد}$ كنسبة $\overline{بح}$ الي $\overline{حآ}$ مثناة بما تبين في صدر المقالة الخامسة فبالخلاف نسبة $\overline{بد}$ الي $\overline{بح}$ كنسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{بح}$ مثناة ونسبة الشكل المعمول علي $\overline{آب}$ الي الشكل المعمول علي $\overline{بح}$ كنسبة $\overline{آب}$ الي $\overline{بح}$ مثناة بالشكل الثاني عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{بد}$ الي $\overline{بح}$ كنسبة الشكل المعمول علي $\overline{آب}$ الي الشكل المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا متشابهين ونسبة $\overline{حد}$ الي $\overline{حب}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{حب}$ مثناة ونسبة الشكل المعمول علي $\overline{آح}$ الي الشكل المعمول علي $\overline{بح}$ كنسبة $\overline{آح}$ الي $\overline{حب}$ مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{حد}$ الي $\overline{حب}$ كنسبة الشكل المعمول علي $\overline{آح}$ الي الشكل المعمول علي $\overline{حب}$ اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة $\overline{بد}$ $\overline{حد}$ معا الي $\overline{بح}$ كنسبة الشكلين المعمولين علي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا الي الشكل المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا شبيهين به لكن $\overline{بد}$ $\overline{حد}$ يساويان $\overline{بح}$ فالشكلان المعمولان علي $\overline{آب}$ $\overline{آح}$ معا يساويا الشكل المعمول علي $\overline{بح}$ اذا كانا شبيهين به فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

لب

كل زاويتين في الدايرتين المتساويتين مركزيتين كانتا

كانتا او محيطيين فان نسبة احديهما الي الاخري كنسبة قوسهما علي الــــــ

المقالة السابعة وتسعة وثلثون شكلا

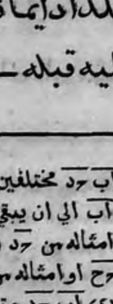
المصادرات

الكم عرض يقبل القسمة والاقسمه لذاته فان اشتركت اجزاه في حد فهو الكم المتصل والا فهو المنفصل وهو اما قار الذات وهو الذي يحصل اجزاوه في الموجود معا وهو العدد وغير قار الذات وهو الذي لا يحصل اجزاوه في الوجود معا وهو القول ✡ الوحدة شيء به يمتنع الموجود عن الانقسام الي اشياء تشاركه في تمام ذاتياته ✡ العدد هو الكمية المتالفة من الوحدات ويقال العدد علي الواحد من حيث هو واقع في مراتب العدد ✡ كل عدد اقل من عدد آخر فان عدة فهو جزء والمعدود اضعافه وان لم يعده فهو اجزاء منه ✡ العدد الزوج كل عدد ينقسم بمتساويين ويخالف الفرد بواحد ✡ والعدد الفرد كل عدد لا يمكن ان ينقسم بمتساويين ويخالف الزوج بواحد ✡ زوج الزوج كل عدد يعده عدد زوج مرات عدتها زوج ✡ وزوج الفرد كل عدد يعده عدد فرده مرات عدتها زوج ✡ وفرد الفرد كل عدد يعده عدد فرد مرات عدتها فرد ✡ العدد الاول كل عدد لا تعده غير الواحد ✡ والعدد المركب كل عدد يعده عدد غير الواحد ✡ والاول عند عدد كل عددين يعدهما معا غير الواحد ✡ والعدد المركب عند عدد كل عددين يعدهما معا عدد غير الواحد ✡ الاعداد المشتركة كل عددين او اعداد يعدهما جميعا غير الواحد ✡ والاعداد المتناسبة كل عددين او اعداد لا يعدهما معا عدد غير الواحد ✡ الضرب هو ان يوجد احد العددين بعدد احاد العدد الاخر فيكون خصة الواحد من احاد المضروب في المضروب فيه بعينه والمجموع هو العدد الحاصل من الضرب العدد ✡ العدد المربع هو العدد الحاصل من ضرب عدد في مثله ويحيط به عددان متساويان ✡ العدد المكعب هو العدد المجتمع من ضرب عدد في مربعه ويحيط به ثلثة اعداد متساوية ✡ العدد المسطح هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد ما ويحيط به عددان ويقال للمضروب والمضروب فيه ضلعا المسطح ✡ العدد المجسم هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد مسطح ويحيط به ثلثة اعداد هي اضلاع المجسم ✡ الاعداد المتناسبة هي الاعداد التي الاول منها مثل او اضعاف او اجزاء من الثاني كالثالث من الرابع بعينه ✡ والاعداد المسطحة والمجسمة المتشابهة هي الاعداد التي اضلاعها متناسبة ✡ العدد التام كل عدد اجزاءه متساوية ✡

الشكل

آ

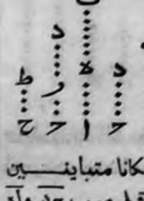
كل عددين مختلفين نقص مثل الاول او امثاله من الاكثر حتي بقي اقل من الاقل ثم نقص مثل الباقي او امثاله من الاقل حتي بقي اقل من الباقي الاول وهكذا دايما فلا ينتهيا في التناقص الي عدد بعد ما يليه قبله الي ان ينتهي الي الواحد فهما متباينان ✡



ليكن عددا آب حد مختلفين وحد اقلهما ونقص مثل حد او امثاله من آب الي ان يبقي اط اقل من حد ونقص مثل اط او امثاله من حد الي ان يبقي ح اقل من اط ونقص مثل ح او امثاله من اط الي ان يبقي الا الواحد فاقول ان عددي آب حد متباينان برهانه فلانهما لو لم يتباينا لعدهما عدد غيرهما ولكن هو ز فلان ز يعد حد وهو يعد ب ط فهو يعد ب ط وكان ز يعد آب فهو يعد اط وهو يعد د ح فهو يعد د ح وكان يعد حد فهو يعد ح وهو يعد الا ط فهو يعد ا ط وكان يعد اط فهو يعد الا الواحد هذا خلف فاب حد متباينان وذلك ما اردنا ان نبين ✡

ب

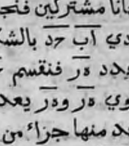
لنا ان نجد اكبر عدد يعد عددين مشتركين مفروضين مختلفين ✡



فليكن العددان المشتركان آب حد وحد اقلهما فحد ان عد آب وحد يعد نفسه فهو اكبر عدد يعدهما اذ لا يعد حد عدد اكبر منه وان لم يعد حد عدد آب فاذا سلكنا نعد الاكبر منهما بالاقل فلابد من الانتهاء الي عدد يعد الذي يليه قبله والا لكانا متباينين بالشكل المتقدم فلنعد حد بء من آب ويبقي آه منه اقل من حد واه

يعد من حد ويبقي حر اقل من آه وهو يعد آه فاقول ان حر اقل عدد
يعد عددي آب حد برهانه اما ان حر يعدهما فلانه يعد آه وهو
يعد در فحر يعد حد ويعد نفسه فحر يعد حد وهو يعد بء فحر يعد
بء وكان يعد آه فحر يعد آب وكان يعد حد فحر يعد آب حد واما انه
اكبر عدد يعدهما فلانه لو لم يكن الاكبر هو فليكن اكبر عدد يعدهما هو
ح ط فلان ح ط يعد حد الذي يعد بء فح ط يعد بء وكان يعد آب
فح ط يعد آه وهو يعد در فح ط يعد در وكان يعد حد فح ط يعد حر
الاقل منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲
واستبان منه ان كل عدد يعد عددين مشتركين فهو يعد اكبر عدد
يعدهما ✲

لنا ان نجد اكبر عدد يعد اي اعداد مشتركة مفروضة مختلفة ✲



ولكن الاعداد المشتركة المفروضة مختلفة ولوكان
الاعداد المشتركة المفروضة آب حـ فنجد اكبر
عدد يعد عددي آب بالشكل المتقدم ولكن هو عدد دَ فدَ اما ان
يعد عدد حـ او لا يعده فان عده فهو اكبر يعد اعداد آب حـ والا لكان
اكبر عدد يعدها عدد هَ فهَ يعد آب فهو اكبر عدد يعدها باستبانة
الشكل المتقدم فعدد هَ الاكبر من عدد دَ يعد دَ هذا خلف فدَ ان عد
حـ فهو اكبر عدد يعد اعداد آب حـ ✲ وان لم يعد عدد دَ عدد حـ فهما
مشتركان لانه لابد ان يعد عددا اما اعداد آب حـ لاشتراكها فذلك
العدد يعد عددي آب فهو اكبر عدد يعدهما باستبانة الشكل المتقدم
فهو عدد دَ فهو عددي حـ دَ فنجد اكبر
عدد يعدهما بالشكل المتقدم ولكن هو عدد
هَ فهَ لكونه يعد اكبر عدد يعد عددي آب
يعد آب فهو اعداد آب حـ فهَ اكبر عدد
يعدها والا فليكن اكبر عدد اعداد آب حـ
عدد رَ فلان رَ يعد آب حـ يعد آب فهو يعد
عدد دَ باستبانة الشكل المتقدم ويعد عدد
حـ فهو عددي دَ وحـ فهو اكبر عدد يعد
هما باستبانة الشكل المتقدم فهو عدد هَ الاقل منه هذا خلف فهَ
اكبر عدد يعد اعداد آب حـ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل

كل عددين مختلفين متناهيي الاحاد فان اقلهما جزء من اكبرهما او اجزاء منه ✲

فليكن العددان المختلفان عدد آب حد وحد اقلهما فاقول ان عدد حد
جزء او اجزاء من آب برهانه فلان
حد اما ان يعد آب او لم يعد فان عده
فهو جزء منه وان لم يعده فلا يخلوا اما
ان يكون آب حد متباينين او مشتركين
فان كانا متباينين فكل واحد من احاد
حد يعد آب فجميع حد اجزاء من آب وان
كانا مشتركين فنجد اكبر عدد يعد
عددي آب حد بالشكل المتقدم وليكن
هو عدد هر فنقسم حد بامثال هر وليكن في حح ح ط ط د فكل منها
يساوي هر وهر يعد آب فكل واحد من اقسام حد يعد آب فكل
واحد منها جزء من آب فجميع حد اجزا من آب وذلك ما اردنا ان نبين ✲
واستبان منه ان اجزاء الشيء يجوز ان يكون مساويا له او اعظم كالستة
واثني عشر فان اجزاء الستة تساويها واجزاء اثني عشر ازيد منه وان كل
عدد هو اقل من اي عددين متساويين فان جزء من احدهما كجزء من
الاخر فيكون نسبته الى احدهما كنسبته الى الاخر وكذلك ان كان
مساويا لهما او اعظم منهما لان اما مثل لكل منهما او امثال لكل منهما او
امثال وجزء ✲

كل عددين احدهما جزء من عدد والاخر ذلك الجزء بعينه من عدد اخر فمجموع الاولين ذلك الجزء بعينه من مجموع الاخرين ✲



ليكن آب جزء من حد وهر ذلك الجزء بعينه من ح ط
فاقول ان مجموع آب هر من مجموع حد ح ط ذلك الجزء
الذي كان آب او هر من قريبه برهانه فلان
اضعاف حد لاب كاضعاف ح ط لهر فنقسم كلا من
عددي حد ح ط بامثال قريبه ولتكن في حا اد ح ل
ل ط فكل من اقسام حد مثل آب وكل من اقسام ح ط مثل هر فمجموع

حا ح ل معا مجموع آب هر معا مجموع ا د ل ط معا مجموع آب هر معا
والعدد واحد ففي مجموع حد ط ح معا من امثال مجموع آب هر معا
مثل ما في حد او ح ط من امثال قريبه فجزئيه آب هر لحد ح ط غير
جزئية آب لحد وذلك ما اردنا ان نبين ✲

و
كل عددين احدهما اجزآء من عدد والاخر تلك الاجزآء بعينها من عدد اخر فالعددان معًا تلك الاجزآء بعينها من العددين الاخرين معًا ✲

ليكن آب اجزاء من حد وهر تلك الاجزاء بعينها من ح ط فاقول ان آب
هر معا تلك الاجزآء بعينها من حد ح ط معا برهانه



نقسم آب باجزآء حد وهر باجزآء ح ط وهي آ آ آب هل
ل ر فعدة اجزآء آب لحد كعدة اجزآء هر لح ط فلان
آ آ من حد الجزء الذي هل من ح ط فالا هل معا من حد
ح ط معا كآ آ او هل من قريبه بالشكل المتقدم ولذلك
تبين ان آب ل ر معا من حد ح ط معا مثل آب او ل ر
من قريبه فاب هر معا من حد ح ط معا الاجزآء التي كانت آب او هر
من قريبه وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ز
اذا كان عددان احدهما جزء من الاخر ونقص منهما عددان احدهما ذلك الجزء بعينه من الاخر النظير من النظير والباقي من الجزء ذلك الجزء بعينه من الباقي من الكل ✲



ليكن آب جزء من حد ونقص منهما آه حر واه حر ذلك
الجزء الذي كان آب من حد فاقول ان هب من رد الجزء الذي
كان آب من حد برهانه نجعل هب جزء من ح ح كاه من
حر وذلك نضعف هب بعدة اضعاف حد لاب فلان جزء آه
من حل كجزء هب من حح فجزئية آب من ح ر كجزئية آه من
حر بالشكل الخامس وكان آب جزءا من حد كجزء آه من حر فحر مثل
حد فاذا

حد فاذا القينا المشترك يبقى رد مثل ح ر وكان هب جزءا من ح ر كجزء
آه من حر فجزء ب ه من رد كجزء آه من حر وكان جزء آب من حد كجزء
آه من حر فجزء ب ه من رد كجزء آب من حد وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ح
كل عددين احدهما اجزآء من الاخر ونقص منهما عددان وكان المنقوص الاجزآء غير الاجزآء المنقوص من الكل فالباقي من الاجزآء غير تلك الاجزآء من الباقي من الكل ✲

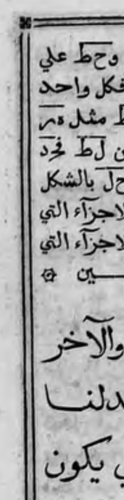


ليكن آب اجزآء من حد ونقص آه من آب وحر من حد
واه اجزآء من حر كاجزآء آب من حد فاقول ان ب ه
اجزآء من د ر كاجزآء آب من حد برهانه ليكن ح ط
عدد مثل عدد آب ونقسم ح ط بعدة اجزآء آب من
حد وهي ح ا ا ط واه بعدة اجزآء من حر وهي آ ل ه
فلان ح ا جزء من حد كجزء آ ل من حر وحد اعظم من
حر فح ا اعظم من آ ل وليكن ح م مثل آ ل فم ا جزء من رد كجزء ح م اعني
آ ل من حر بالشكل المتقدم وبمثله تبين ان ا ط جزء من حد كجزء ل ه من
حر وحد اعظم من حر ا ط اعظم من ل ه وليكن ط ن مثل ل ه انه
جزء من د ر كجزء ل ه من حر فح م ط ن المساوي لآ ل ه اجزآء من حر
كاجزآء آ م انه المساوي لهب من د ر فاه اجزآء من حر كاجزآء ب ه من
د ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲

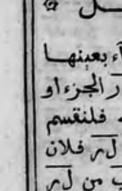
ط
كل عددين احدهما جزء من عدد والآخر منهما ذلك الجزء بعينه من عدد آخر فاذا بدلنا كان الجزء من الجزء الجزء والاجزآء التي يكون الكل من الكل ✲

ليكن آب جزآء من حد وهر ذلك الجزء بعينه من ح ط فاقول ان آب من
هر الجزء والاجزآء التي يكون حد من ح ط برهانه فلان في حد من

امثال $\overline{اب}$ مثل ما في $\overline{حط}$ من امثال $\overline{هر}$ فلنقسم $\overline{حد}$ على $\overline{اب}$ و$\overline{حط}$ على $\overline{هر}$ فيكون الاقسام الحادثة $\overline{حآ}$ $\overline{آد}$ $\overline{حل}$ $\overline{لط}$ فكل واحد من $\overline{حآ}$ $\overline{آد}$ مثل $\overline{اب}$ وكل واحد من $\overline{حل}$ $\overline{لط}$ مثل $\overline{هر}$ فـ$\overline{حآ}$ من $\overline{حل}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{آد}$ من $\overline{لط}$ فـ$\overline{حد}$ من $\overline{حط}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{حآ}$ من $\overline{حل}$ بالشكل الخامس او السادس و$\overline{اب}$ من $\overline{هر}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{حآ}$ من $\overline{حل}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{اب}$ من $\overline{هر}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

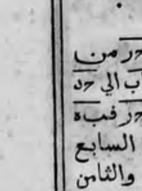


كل عددين احدهما اجزآء من عدد والآخر تلك الاجزآء بعينها من عدد آخر فاذا بدلنا كانت الاجزآء من الاجزآء الجزء او الاجزآء التي يكون منه الكل من الكل ✲



لیکن $\overline{اب}$ اجزآء من $\overline{حد}$ و$\overline{هر}$ تلك الاجزآء بعينها من $\overline{حط}$ فاقول اذا بدلنا كان $\overline{اب}$ من $\overline{هر}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{حد}$ من $\overline{حط}$ برهانه فلنقسم $\overline{اب}$ $\overline{هر}$ الى اجزآء $\overline{حد}$ $\overline{حط}$ وهي $\overline{آلاب}$ $\overline{ولر}$ فلان $\overline{آل}$ من $\overline{ول}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{اب}$ من $\overline{لر}$ فبالشكل الخامس او السادس $\overline{اب}$ من $\overline{هر}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{اب}$ من $\overline{لر}$ و$\overline{حد}$ من $\overline{حط}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{اب}$ من $\overline{لر}$ بالشكل المتقدم فـ$\overline{اب}$ من $\overline{هر}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{حد}$ من $\overline{حط}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

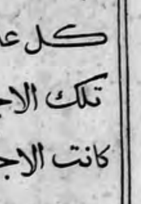
كل عددين نقص منهما عددان على نسبتها النظير من النظير فان الباقيين على تلك النسبة ✲



لیکن نسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{حد}$ كنسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{حر}$ ونقص $\overline{آه}$ $\overline{حر}$ من نظيرتهما فاقول ان نسبة $\overline{به}$ الى $\overline{رد}$ الباقيين كنسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{حد}$ برهانه فلان $\overline{اب}$ من $\overline{حد}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{آه}$ من $\overline{حر}$ فـ$\overline{به}$ من $\overline{رد}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{اب}$ من $\overline{حد}$ بالشكل السابع والثامن

والثامن فنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ كنسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{حد}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲
واستبان منه ان $\overline{آه}$ من $\overline{حر}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{وب}$ من $\overline{رد}$ فنسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{حر}$ كنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ ✲

كل اعداد متناسبة فنسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي ✲

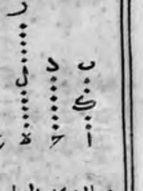


ليكن نسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ب}$ كنسبة $\overline{ح}$ الى $\overline{د}$ فاقول ان نسبة مجموع $\overline{آح}$ الى مجموع $\overline{بد}$ كنسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ب}$ برهانه فلان $\overline{آ}$ من $\overline{ب}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{ح}$ من $\overline{د}$ فـ$\overline{آح}$ معا من $\overline{بد}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{آ}$ من $\overline{ب}$ بالشكل الخامس او السادس فنسبة $\overline{آح}$ معا الى $\overline{بد}$ معا كنسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ب}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل اربعة اعداد متناسبة اذا ابدلت كانت ايضا متناسبة ✲



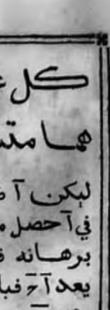
ليكن نسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ب}$ كنسبة $\overline{ح}$ الى $\overline{د}$ فاقول اذا ابدلت كانت نسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ح}$ كنسبة $\overline{ب}$ الى $\overline{د}$ برهانه فلان $\overline{آ}$ من $\overline{ب}$ الجزء او الاجزآء التي $\overline{ح}$ من $\overline{د}$ فاذا ابدلنا كان $\overline{آ}$ من $\overline{ح}$ الجزء او الاجزآء التي يكون $\overline{ب}$ من $\overline{د}$ بالشكل التاسع او العاشر فنسبة $\overline{آ}$ الى $\overline{ح}$ كنسبة $\overline{ب}$ الى $\overline{د}$ وذلك ما اردنا ان نبين ✲
واستبان من هذه الاشكال الثلثة المتقدمة ان كل اربعة اعداد متناسبة بالتركيب فانها متناسبة بالتفصيل وبالعكس ✲



ليكن نسبة عدد $\overline{اب}$ الى عدد $\overline{به}$ كنسبة عدد $\overline{حد}$ الى عدد $\overline{رد}$ بالتركيب فبالابدال نسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{حد}$ كنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ بالشكل المتقدم فباستبانة الشكل الحادي عشر نسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{حر}$ كنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ فبالابدال نسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{وب}$ كنسبة $\overline{حر}$ الى $\overline{رد}$ بالتفصيل بالشكل المتقدم ✲
وان كانت نسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{وب}$ كنسبة $\overline{حر}$ الى $\overline{رد}$ بالتفصيل فبالابدال نسبة $\overline{آه}$ الى $\overline{حر}$ كنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ بالشكل المتقدم فبالشكل الثاني عشر نسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{حد}$ كنسبة $\overline{وب}$ الى $\overline{رد}$ فبالابدال بالشكل المتقدم نسبة $\overline{اب}$ الى $\overline{به}$ كنسبة $\overline{حد}$ الى $\overline{رد}$ بالتركيب ✲

يد

كل صنفين من الاعداد متساويين العدة كم كانت العدة وكان كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من صنف آخر النظير من النظير ففي نسبة المساواة متناسبة ✲

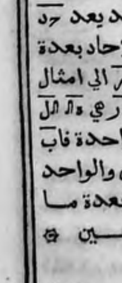


لبكن آ ب ح د ه ز صنفين من العدد على عدة واحدة ونسبة آ ب كنسبة د ه ونسبة ب ح كنسبة ه ز فاقول في المساواة نسبة آ الي ح كنسبة د الي ز برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه فنسبة آ الي د كنسبة ب الي ه بالشكل المتقدم وكانت نسبة ب الي ح كنسبة ه الي ز فبالشكل المتقدم نسبة ح الي ز كنسبة ب الي ه فامن د الجزء او الجزاء التي ب من ه وح من ز الجزء او الاجزاء التي ب من ه فامن د الجزء او الاجزاء التي ح من ز فنسبة آ الي د كنسبة ح الي ز فبالابدال نسبة آ الي ح كنسبة د الي ز بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان النسبة المتساوية النسبة متساوية ✲

يه

كل عدد يعده الواحد بعدة ما يعد عددا آخر عددا آخر فاذا ابدلنا فان الواحد يعد العدد العاد بعدة ما يعد معدود الواحد معدود العدد العاد ✲



لبكن الواحد يعد آ ب بعدة ما يعد ح د ه ز فاقول ان الواحد يعد ح د بعدة ما يعد آ ب ه ز برهانه فلان في آ ب من الاحاد بعدة ما في ه ز من امثال ح د فنقسم آ ب الي الاحاد وه ز الي امثال ح د ولبكن احاد آ ب هي آ ح ح ط ط ب واقسام ه ز هي ه ك ك ل ل ز فآ ح يعد ه ك و ح ط ك ل و ط ب ل ز بعدة واحدة فآ ب يعد ه ز بعدة ما يعد آ ح ه ك بالشكل الخامس والواحد يعد ح د بعدة ما يعد آ ح ه ك فالواحد يعد ح د بعدة ما يعد آ ب ه ز وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يو

كل

كل عددين ضرب كل منهما في الآخر فمسطحاهما متساويان ✲



لبكن آ ضرب في ب حصل منه ح و ب ضرب في آ حصل منه د فاقول ان عددي ح د متساويان برهانه فلان آ اضرب في ب حصل منه ح فالواحد يعد ب بعدة ما يعد آ ح فبالابدال يعد الواحد آ بعدة ما يعد ب ح بالشكل المتقدم ولان ب ضرب في آ حصل منه د فب يعد د بعدة ما يعد الواحد آ وكان ب يعد ح بعدة ما يعد الواحد عدد آ فب يعد د و ح بعدة واحدة فيهما عددان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ير

كل عددين ضرب كل واحد منهما في عدد ثالث فنسبة احدهما الي الاخر كنسبة المسطحين على الولاء ✲



لنضرب كل من عددي ب ح في آ وليحصل منه د ه فاقول ان نسبة ب الي ح كنسبة د الي ه برهانه فلان ب ضرب في آ وحصل منه د فعدد ب يعد د بعدة ما يعد الواحد آ ولان ح ضرب في آ وحصل منه ه فح يعد ه بعدة ما يعد الواحد آ فنسبة ب الي د كنسبة ح الي ه فبالابدال نسبة ب الي ح كنسبة د الي ه بالشكل الثالث عشر وذلك ما اردنا ان نبين ✲

خ

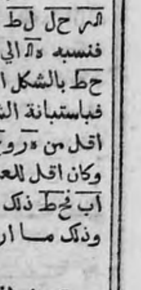
كل عدد ضرب في عددين فنسبتهما كنسبة مسطحيهما على الولاء ✲

لنضرب ح في آ ب وليحصل منه د ه فاقول ان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه برهانه فلان مسطح آ في ح كمسطح ح في آ وكذلك مسطح ب في ح كمسطح ح في ب بالشكل السادس عشر فد ه هما مسطحا آ وب في ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ه بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يط

كل اربعة اعداد متناسبة فمسطح الاول في الرابع كمسطح الثاني في الثالث وان كان مسطح الاول في الرابع كمسطح الثاني في الثالث فنسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ❊

لتكن نسبة آ الاول الي ب الثاني كنسبة ح الثالث الي د الرابع فاقول ان مسطح آ في د الذي هو ه كمسطح ب في ح الذي هو ر وبالعكس برهانه



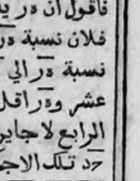
لیکن مسطح آ في ح هو ح فلان آ ضرب في ح د وحصل ح ه فنسبة ح الي ه كنسبة ح الي د بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فنسبة ح الي ه كنسبة آ الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر ولان آ ب ضرب في ح وحصل ح ر فنسبة ح الي ر كنسبة آ الي ب بالشكل السابع عشر فنسبة ح الي ر كنسبته الي ه بالشكل الحادي عشر من الخامس فمسطح آ في د الذي هو ه يساوي ر الذي هو مسطح ب في ح ❊ ولیکن ح مسطح آ في ح ولان ه ر متساويان فح اما جزء او اجزاء من ه واما اضعف او اضعاف اوضعف وجزء اوضعف واجزاء او اضعاف واجزاء اوضعاف واجزاء له او مساوله او مساو وجزء او اجزاء من ه فهو من ر كذلك فنسبة ح الي ر كنسبته الي ه ولان آ ضرب في ح د وحصل منه ح ه فنسبة ح الي د كنسبة ح الي ه بالشكل المتقدم وباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة ح الي د كنسبة ح الي ر ولان آ ب ضربا في ح وحصل منه ح ر فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي ر وكانت نسبة ح الي د كنسبة ح الي ر فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وذلك ما اردنا ان نبين ❊

آ

كل اقل عددين علي نسبة فهما يعدان جميع الاعداد التي علي تلك النسبة عدًا واحدًا المقدم

للمقدم والتالي للتالي ❊

لیکن آ ب ح د علي نسبة و ر ح ط فما اقل عددين علي تلك النسبة فاقول ان ه ر يعد آ ب بعدة ما يعد ح ط ح د برهانه



فلان نسبة ه ر الي ح ط كنسبة آ ب الي ح د فبالابدال نسبة ه ر الي آ ب كنسبة ح ط الي ح د بالشكل الثالث عشر و ه ر اقل من آ ب فهو جزء منه او اجزاء بالشكل الرابع لا جايز ان يكون اجزاء منه والا لكان ح ط من ح د تلك الاجزاء بعينها فنقسمها باجزاء هما ولیکن الاجزاء الجايزية ه ك ك ر ح ل ل ط فه ك من ح ل و ك ر من ل ط الجزء او الاجزاء التي ك ر من ل ط فنسبه ه ك الي ح ل كنسبة ك ر الي ل ط فنسبة ه ك الي ح ل كنسبة ه ر الي ح ط بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة آ ب الي ح د كنسبة ه ر الي ح ط فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة ه ك الي ح ل كنسبة آ ب الي ح د و ه ك اقل من ه ر و ح ل اقل من ح ط فه ك ح ل هما اقل عددين علي نسبة آ ب ح د وكان اقل للعددين علي نسبتهما هما ه ر ح ط هذا خلف فه ر جزء من آ ب فح ط ذلك الجزء بعينه من ح د فه ر يعد آ ب بعدة ما يعد ح ط ح د وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كا

كل اقل عددين علي نسبة فهما متباينان ❊

لیکن آ ب اقل عددين على نسبتهما فاقول انهما متباينان برهانه فلان آ ب لو كانا مشتركين يعدهما عدد فليعدهما ح فليعد آ باحاد عدد د وليعد ب باحاد عدده ه فا اضعاف ح بعدة احاد د فا اعظم من د و ب اضعافه ايضا بعدة احاد ه فب اعظم من ه فالحاصل من ضرب ح في د آ او في ه ب فنسبة د الي ه كنسبة آ الي ب بالشكل الثامن عشر و د اقل من آ و ه اقل من ب فد ه اقل عددين علي نسبة آ ب وكان آ ب اقل عددين علي نسبتهما هذا خلف فآ ب متباينان وذلك ما اردنا ان نبين ❊

الب

كل عددين متباينين فهما اقل عددين على نسبتهما ❊

لیکن آ ب متباينين فاقول انهما اقل عددين علي نسبتهما برهانه لانه

لو لم يكون اقل عددين على نسبتهما فليكن اقل
العددين على نسبتهما حَ دَ فهما يعدان آَ بَ بعدة
واحدة بالشكل العشرين فليعدا بعدة احادة
فة يعد آَ بعدة احاد حَ ويمثله نبين ان ة يعد بَ
بعدة احاد دَ فآَ بَ مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كَ

كل عدد يعد احد المتباينين فهو يباين الاخر ❊

لكن آَ بَ عددين متباينين وحَ يعد آَ فاقول ان حَ
يباين بَ برهانه فلان حَ لو لم يباين بَ يشاركه
فليعدهما عدد ولكن دَ فلان دَ يعد حَ الذي يعد
آَ فدَ يعد آَ وكان يعد بَ فآَ بَ متشاركان وكانا متباينين
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

لدَ

كل عددين يباينان عددًا فمسطح احدهما في الاخر يباينه ايضا ❊

لكن آَ بَ يباينان حَ ومسطح آَ في بَ دَ فاقول
ان دَ يباين حَ برهانه فلان دَ حَ لو لم يتباينا لتشاركا فليعدهما ة
فليعد دَ برَ فسطح ة في رَ دَ وكان مسطح آَ في بَ دَ فنسبة ة الى آَ كنسبة
بَ الى رَ بالشكل التاسع عشر وة يعد حَ المباين فة يباين آَ بالشكل
المتقدم فهما اقل عددين على نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين فة يعد
بَ بالشكل العشرين وكان يعد حَ فبَ حَ مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف فدَ يباين حَ وذلك ما اردنا ان نبين ❊

لهَ

كل عدد يباين عددا فمربعه يباينه ❊

لكن آَ يباين بَ وحَ مربع آَ فاقول ان حَ يباين بَ
برهانه فليكن دَ يساوي آَ فلان آَ دَ يباين بَ ومسطح
دَ في آَ هو حَ فحَ يباين بَ بالشكل المتقدم وذلك ما
اردنا ان نبين ❊

لو

كل

كل عددين كل واحد منهما يباين عددين اخرين فمسطح العددين الاولين يباين مسطح العددين الاخرين ❊

لكن كل واحد من آَ بَ يباين كل واحد
من حَ دَ ومسطح آَ في بَ هو ة ومسطح حَ في دَ هو
رَ فاقول ان ة يباين رَ برهانه فلان كل
واحد من آَ بَ يباين كل واحد من حَ وَ دَ فة
يباين كل واحد من حَ دَ بالشكل الرابع والعشرين ولان حَ دَ يباينان ة فر
يباين ة بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ❊

لر

كل عددين متباينين فمربعاهما متباينان وكذلك مكعباهما وما يتلوهما من المراتب الى غير النهاية ❊

لكن آَ يباين بَ ومربع آَ حَ ومكعبه ة
ومربع بَ دَ ومكعبه رَ فاقول ان حَ يباين دَ
وة يباين رَ برهانه فلان آَ يباين بَ فحَ
الذي هو مربع آَ يباين بَ بالشكل الخامس
والعشرين وبهذا الشكل ايضا يباين كل
واحد من آَ حَ دَ ولان كل واحد من آَ حَ يباين كل واحد من بَ دَ فمسطح
آَ في حَ وهو ة مباين مسطح بَ في دَ وهو رَ بالشكل المتقدم وبمثله تبين
فيما يتلوه من المرتب وذلك ما اردنا ان نبين ❊

٦٤ ١٦ ٢٧

لحَ

كل عددين متباينين فمجموعهما بعد التركيب يباين كل واحد منهما وان كان مجموعهما يباين كل واحد منهما فهما متباينان ❊

لكن آَ بَ بَ حَ متباينين فاقول ان آَ حَ يباين كل
واحد منهما برهانه فلان آَ حَ لو لم يباين
آَ بَ لكان مشاركا له فليعدهما عدد ولكن دَ

فلان د يعد آب آح فهو يعد بح فاب بح مشتركان وكانا متباينين هذا
خلف وبمثله تبين ان آح يباين بح وان كان
آح يباين بح او آب فاب بح متباينان والا
لكانا مشتركين فد مثلا يعد آب بح فبعد آح
فاح يشارك بح آب وكان يباينهما هذا خلف وبمثله تبين التشارك
وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ..... ب ..... ح
د

لط

كل عدد مركب فلابد وان يعده عدد اول ✲

لبكن آ عددا مركبا فاقول لابد وان يعده عدد اول برهانه فلان آ
عدد مركب فبعده عدد ولبكن هو ب فان كان ب عدد
اول فقد حصل المطلوب والا فلبعد بح وب يعد آ فبح
يعد آ فان كان ح اول فقد حصل المطلوب والا فلبعد ح
عدد آخر وهكذا دايما فلابد وان ينتهي الي عدد اول
يعد آ والا يلزم ان يكون آ عدد امفروضا متناهيا

٣٧ ..... ا ب ح

الاحاد يعده اعداد مشتركة غير متناهية كل واحد منها اعظم فايليه
فلا ينتهي حينيذ الي الواحد فبكون احاده غير متناهية وكانت
متناهية هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ل

كل عدد فهو اما اول او يعده عدد اول ✲

لبكن آ عددا ما فاقول انه اول او يعده عدد اول برهانه فلان
آ لا يخلوا اما ان يكون اول او ليس باول فان كان اول فقد حصل
احد الامرين وهو المطلوب وان لم يكون اول فلا بد وان يكون
مركب وكل عدد مركب يعده اول بالشكل المتقدم فالحكم
ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ..... آ

لا

كل عدد اول فهو مباين لكل عدد لا يعده ✲

لبكن آ عددا اول وهو لا يعد ب فاقول ان آ يباين ب
برهانه فلان آ اولم يباين ب لكن مشاركا له فبعدهما عدد
فا يعده عدد غير الواحد فهو مركب وكان اول هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ..... ب

لب

كل عدد

كل عدد اول يعد عددا مسطحا اي مسطح كان فهو يعد احد ضلعيه ✲

لبكن آ عدد اول ويعد عدد ب وهو مسطح وضلعاه حد
فاقول ان آ يعد اما ح او د برهانه فلان آ اما ان يعد ح
او لا يده فان يعد ح فقد حصل المطلوب وان لم يعده فهو
يباينه بالشكل المتقدم فاح اقل عددين علي نسبتهما
بالشكل الثاني والعشرين ولبكن آ يعد ب يعده احاد عدد
ه فمسطح آ في ه هو ب وكان مسطح ح في د وهو ب فنسبة آ الي ح كنسبة
د الي ه بالشكل التاسع عشر فا يعد د بالشكل العشرين وذلك ما
اردنا ان نبين ✲

ا ..... ب ..... ح
ه ..... د

لح

كل اعداد مفروضة معلومة لنا ان نجد اقل الاعداد علي نسبها ✲

لبكن الاعداد المفروضة المعلومة آ ب ح فاقول لنا ان نبين كيف نجد
اقل الاعداد علي نسبها برهانه فان كان كل واحد منها اول عند
صاحبه او بعضه عند
بعض فهي اقل الاعداد
علي نسبها والا فلتكن
اقل الاعداد علي نسبها
ه ز ح فلبعد ه ز عددي
آ ب عدد واحد علي ان
آ ب متباينان بالشكل العشرين فلبعد اهما بعدد ن والواحد يعد ن
بعدة ما يعد ه آ و ز ب فن يعد كل واحد من عددي آ ب بالشكل
الخامس عشر هذا خلف وان لم يكن اول بعضه عند بعض فهي
مشتركه فنجد اكثر عدد يعدها بالشكل الثالث ولبكن هو د فلبعد آ
به وب بز و ح ط فلان مسطح د في ه ز ح هي آ ب ح فنسبة ه الي ز كنسبة
آ الي ب ونسبة ز الي ح كنسبة ب الي ح بالشكل الثامن عشر فهي اقل
اعداد علي نسب آ ب ح والا فلتكن اقل الاعداد علي نسبها ط ك ل فهي
يعد آ ب ح عددا واحدا بالشكل العشرين فلبعدها بعدة احاد عدده
م فالواحد يعد م بعدة ما يعد ط آ و ك ب ول ح فبالابدال بالشكل
الخامس عشر يعد م آ بعدة احاد ط وب بعدة احاد ك و ح بعدة احاد

ا ب ح د ه ز ح ط ك ل م

ل فسطح ط في م آ وكان سطح د في ه آ فنسبة ه الي ط كنسبة م الي د
بالشكل التاسع عشر لكن ه اكثر من ط بالفرض فم اكثر من د وم يعد كل
واحد من اعداد آ ب ح فهو يعد د باستبانة الشكل الثاني فالاكثر يعد
الاقل هذا خلف فه ر ح اقل اعداد يعد آ ب ح وذلك ما اردنا ان نبين

لد

كل عددين مختلفين مفروضين لنا ان نجد اقل عدد يعده العددان المختلفان ✲

ليكن العددان المختلفان آ ب واصغرهما آ فاقول لنا ان نجد اقل عدد
يعده آ وب برهانه وذلك لان آ لا يخلوا اما ان يعد ب او لا يعده فان



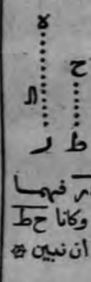
عد آ ب وب يعد نفسه فب اقل عدد يعده آ وب لان اي عدد يفرض
اقل من ب فب لا يعده وان لم يعد آ ب فلا يخلوا اما ان يكونا متباينين
او مشتركين فان كانا متباينين فنضرب آ في ب فليحصل منه ح فليعده
آ بما يعد الواحد ب فبالابدال بالشكل الخامس عشر يعد الواحد آ بما
يعد ب ح فكل من آ ب يعد ح فاقول ان ح اقل عدد يعده آ ب والا
فليكن اقل عدد يعده آ ب عدد د فليعده آ باحاد ه وب باحاد ر فد
مسطح آ في ه ومسطح ب في ر فنسبة آ الي ب كنسبة ر الي ه بالشكل
التاسع عشر لكن آ ب متباينان فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل
الثاني والعشرين فبعد ان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين فا
يعد ر وب يعد ه وب ضرب في آ ور حصل منه ح د فنسبة آ الي ر
كنسبة ح الي د بالشكل الثامن عشر لكن آ يعد ر فح يعد د فالاكثر يعد
الاقل منه هذا خلف وان كانا مشتركين فنجد اقل عددين علي
نسبتهما بالشكل المتقدم ولبكن هما ه ر وتكون نسبة ه الي ر كنسبة آ الي
ب فمسطح آ في ر كمسطح ب في ه بالشكل التاسع عشر ولبكن ذلك المسطح ح
فا يعده بر وب به فاقول انه اقل عدد يعده آ ب والا فليكن اقل عدد
يعد آ ب هو د وليعده آ ح وب بط فد مسطح آ في ح وب في ط فنسبة
ط الي ح كنسبة آ الي ب بالشكل التاسع عشر وكانت نسبة ه الي ر كنسبة
آ الي ب فنسبة ه الي ر كنسبة ط الي ح باستبانة الشكل الرابع عشر لكن
ه ر اقل

ه ر اقل عددين علي نسبتهما فه يعد ط بالشكل العشرين وعدد ب
ضرب في ه ط حصل منهما ح د فنسبة ه الي ط كنسبة ح الي د بالشكل
الثامن عشر لكن ه يعد ط فح يعد د فالعدد الاكثر يعد الاقل منه هذا
خلف فح اقل عدد يعد آ ب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لة

كل اقل عدد يعده عددان فانه يعد كل عدد يعدانه ✲

لبكن عدد ح ط اقل عدد يعده آ ب ح وهما
يعدان ه ر فاقول ان ح ط يعد ه ر برهانه وذلك
لان ح ط لو لم يعد ه ر فليعد ه ا من ه ر لان ح ط
اقل من ه ر فيبقي ا ر اقل من ح ط فلان آ ب ح د
يعدان ح ط وهو يعد ه ا فآ ب ح د يعدان ه ا وكانا يعدان ه ر فهما
يعدان ا ر وهو اقل من ح ط فاقل عدد يعده آ ب ح د هو ا ر وكانا ح ط
اقل عدد يعده آ ب ح د هذا خلف فح ط يعد ه ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لو

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد يعده اعداد مختلفة مفروضة فوق اثنين ✲

فلبكن آ ب ح اعداد مختلفة فوق اثنين فنجد اقل عدد يعده آ ب
بالشكل الرابع والثلثين وهو د فح اما ان يعد د اولا يعده فان عد ح د وآ
ب يعدانه فاقول ان د هو اقل عدد يعده آ ب ح والا لكان الاقل عدد ه
فلان آ ب يعدان ه
فد يعد ه بالشكل
المتقدم فالاكثر يعد
الاقل منه هذا
خلف وان لم يعد ح
د فنجد اقل عدد
يعده ح د بالشكل
الرابع والثلثين ولبكن هو عده ه فلان د يعد عدد ه فآ ب يعدانه فآ ب
ح يعد عدد ه فاقول انه اقل عدد يعده آ ب ح والا لكان الاقل ر فلان
آ ب يعدان ر فد يعد ر بالشكل المتقدم وح يعد عدد ر فح ه يعدان
ر فه الاكثر يعد ر الاقل منه بالشكل المتقدم هذا خلف فه اقل عدد



يعده آ ب ح وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل عدد يعد عددا آخر فللمعدود جزء سمي بالمعدد العدد ❊

الواحد
أ ب ح

فليكن عدد آ يعده ب فاقول ان لآ المعدود جزء سمي لب الذي يعد آ برهانه ليكن يعد عدد ح بعدة ما يعد ب آ فالواحد يعد ب بعدة بما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر والواحد من ب الجزء السمي لب فح من آ جزء السمي لب وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل عدد له جزء فسمي ذلك الجزء من الاعداد بعدد ذلك العدد ❊

الواحد
أ ب ح

ليكن ب جزءا من آ فاقول ان العدد الذي هو سمي جزء ب من آ يعد آ برهانه فليكن الواحد يعد عدد ح بعدة ما يعد ب آ فح سمي جزء ب من آ فبالابدال يعد الواحد ب بعدة ما يعد ح آ بالشكل الخامس عشر فح سمي جزء ب من آ يعد آ وذلك ما اردنا ان نبين ❊

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة

أ ب ح ه ه ز ط
٢ ٣ ٤

ولكن تلك الاجزاء آ ب ح وآسمياها د ه ز فنجد اقل عدد يعده اعداد د ه ز بالشكل السادس والثلثين ولكن هو عدد ح فله الاجزاء السمية لاعداد د ه ز وهي آ ب ح بالشكل السابع والثلثين فاقول ان ح اقل عدد له تلك الاجزاء المفروضة برهانه فلانه لو لم يكن ح اقل عدد له تلك الاجزاء لكان عدد آخر اقل منه له تلك الاجزاء ولكن هو ط فد ه ز يعد ط بالشكل المتقدم وط اقل من ح فط هو اقل عدد يعده د ه ز وكان ح اقل عدد يعده د ه ز هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

❊ تمت المقالة السابعة والحمد لله وحده ❊

المقالة الثامنة وعشرون وهي كلا

كل اعداد متوالية على نسبة واحدة فان كان طرفاها متباينين فهي اقل الاعداد على تلك النسبة ❊

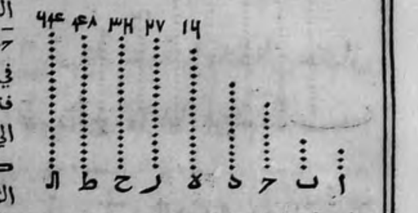
أ ب ح د ه ز ح ط
١٨ ٢٧

ليكن آ ب ح د على نسبة واحدة وآ د متباينان فاقول انها اقل الاعداد على نسبتها برهانه فلانه لو لم يكن هي اقل الاعداد على تلك النسبة ليكن ه ز ح ط اقل الاعداد على تلك النسبة وبعدتها فنسبة آ الى ب كنسبة ه الى ز ونسبة ب الى ح كنسبة ز الى ح ونسبة ح الى د كنسبة ح الى ط فبالمساواة نسبة آ الى د كنسبة ه الى ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ د متباينان فهما اقل الاعداد على نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعدان كل عددين على نسبتهما بالشكل العشرين منها فآ الاكثر يعد ه الاقل منه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

نريد ان نبين كيف نجد اقل اعداد متوالية على نسبة كم كانت الاعداد ❊

ولكن آ ب عددين متباينين فهما اقل العددين على نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ولتكن النسبة المفروضة هي نسبة آ الى ب وعدة الاعداد المطلوبة اربعا فليكن ح حاصلا من ضرب آ في نفسه وه من ضرب ب في نفسه ود من ضرب آ في ب وليكن ز حاصلا من ضرب آ في ح وآ حاصلا من ضرب ب في ه وح ط حاصلين من ضرب آ ب في د فيكون ح مربع آ وز مكعبه وه مربع ب وآ مكعبه فاقول ان اعداد ز ح ط آ هي اقل الاعداد على نسبة آ الى ب برهانه فلان كلا من آ ب

ضرب في نفسه وفي صاحبه حصل منه حـ دـ هـ والحاصل من ضرب آ في بـ كالحاصل من ضرب بـ في آ بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة حـ الي دـ كنسبة آ الي بـ ونسبة دـ الي هـ كنسبة آ الي بـ بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة حـ الي دـ كنسبة دـ الي هـ باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ولان آ ضرب في حـ دـ حصل منه رـ حـ وب في دـ هـ حصل منه طـ آ فنسبة رـ الي حـ كنسبة حـ الي دـ ونسبة طـ الي آ كنسبة دـ الي هـ بالشكل الثامن عشر من السابعة



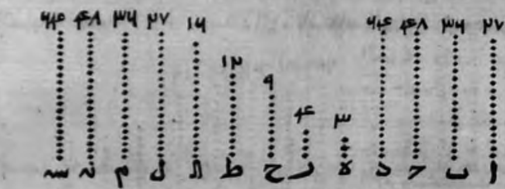
فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة رـ الي حـ كنسبة آ الي بـ ونسبة طـ الي آ كنسبة آ الي بـ لان كلا من نسبتي حـ الي دـ ودـ الي هـ كانت كنسبة آ الي بـ ولان كلا من آ بـ ضرب في دـ وحصل منه حـ طـ فنسبة حـ الي طـ كنسبة آ الي بـ بالشكل السابع عشر من السابعة فكل من نسبة رـ الي حـ وحـ الي طـ وطـ الي آ كنسبة آ الي بـ فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة رـ الي حـ كنسبة حـ الي طـ ونسبة طـ الي آ وهـ تباين آ بالشكل السابع والعشرين من السابعة لان ضلعيهما متباينان فرـ حـ طـ آ هي اقل اربعة الاعداد علي نسبة آ الي بـ وحـ دـ هـ اقل ثلثة اعداد علي نسبة آ الي بـ بالشكل المتقدم وبمثله تبين اذا زاد الاعداد علي اربعة وذلك ما اردنا ان نبين ❊

وقد استبان منه ان طرفي كل اقل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة مربعان وان طرفي كل اقل اربعة اعداد متوالية علي نسبة مكعبان ❊

كل اقل اعداد متوالية على نسبة كم كانت الاعداد فان طرفيها متباينان ❊

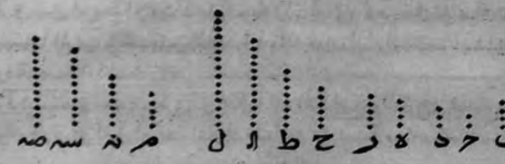
لتكن آ بـ حـ دـ اقل الاعداد علي نسبتها وهي اربعة اعداد فاقول ان آ دـ متباينان برهانه نجد اقل عددين علي نسبة آ الي بـ بالشكل الثالث والثلثين من السابعة ولتكن هما هـ رـ وناد راقل ثلثة اعداد علي تلك النسبة وهي حـ طـ آ ولانزال نفعل الي ان نجد اقل الاعداد علي نسبة هـ رـ وعدتهما مثل عدة آ بـ حـ دـ بالشكل المتقدم ولتكن هي لـ مـ نـ سـ فطرفاهما وهما لـ سـ متباينان باستبانة الشكل المتقدم فلـ يساوي آ وسـ يساوي دـ لان لـ مـ نـ سـ علي عدة آ بـ حـ دـ وكل واحدة من تلك الجملتين

الجملتين علي نسبة هـ الي رـ واقل الاعداد علي تلك النسبة فآ دـ متباينان وذلك ما اردنا ان نبين ❊



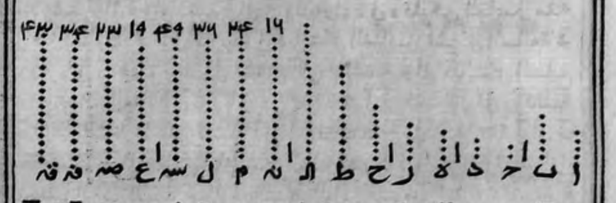
نريد ان نبين كيف نجد اقل الاعداد على نسبة اعداد مفروضة ❊

لتكن الاعداد المفروضة علي نسبة هي اعداد آ بـ حـ دـ هـ رـ ولتكن كل واحد منها اقل عددين علي نسبتهما ولناخذ اقل عدد يعده بـ حـ بالشكل الرابع والثلثين من السابعة ولتكن هو طـ ولتكن آ يعد حـ



بعدة ما يعد بـ طـ ودـ آ بعدة ما يعد حـ طـ فاما هـ يعد آ اولا اما الاول فنجعل رـ يعد لـ بعدة ما يعد هـ آ فلان آ يعد حـ بعدة ما يعد بـ طـ فنسبة آ الي بـ كنسبة حـ الي طـ بالشكل السابع عشر من السابعة وكذلك نسبة حـ الي دـ كنسبة طـ الي آ ونسبة هـ الي رـ كنسبة آ الي لـ فاقول ان حـ طـ آ لـ اقل الاعداد علي نسب آ بـ حـ دـ هـ رـ برهانه والا فليكن مـ نـ سـ صـ اقل الاعداد علي تلك النسب فلان نسبة آ الي بـ كنسبة مـ الي نـ وهما آ بـ اقل عددين علي نسبتهما فآ يعد مـ وبـ نـ بالشكل العشرين من السابعة ولذلك ايضا حـ يعد نـ فلان بـ حـ يعدان نـ فطـ الذي هو اقل يعدانه بـ حـ يعد نـ بالشكل الخامس والثلثين من السابعة فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فالحكم ثابت واما الثاني وهو ان هـ لا يعد آ ولناخذ اقل عدد يعده هـ آ بالشكل الرابع والثلثين من

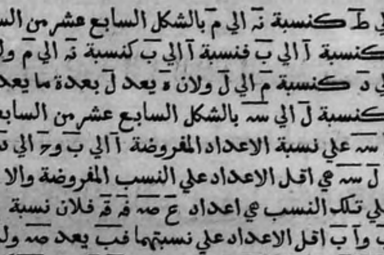
السابعة ولبكن هول ونجعل ط يعد م وح تـ بعدة ما يعد آ ل وكـ يعد سه بعدة ما يعد ه ل فلان ط يعد م بعدة ما يعد ح تـ فنسبة ح



الي ط كنسبة تـ الي م بالشكل السابع عشر من السابعة ونسبة ح الي ط كنسبة آ الي ب فنسبة آ الي ب كنسبة تـ الي م ولذلك ايضا نسبة ح الي د كنسبة م الي ل ولان ه يعد ل بعدة ما يعد رسه فنسبة ه الي ر كنسبة ل الي سه بالشكل السابع عشر من السابعة فاذن الاعداد نـ م ل سه علي نسبة الاعداد المفروضة آ الي ب وح الي د وه الي ر فاقول ان تـ م ل سه هي اقل الاعداد علي النسب المفروضة والا فلتكن اقل الاعداد علي تلك النسب هي اعداد ع ص ف ق فلان نسبة ع الي ص كنسبة آ الي ب وآ ب اقل الاعداد علي نسبتهما فب يعد ص ولذلك ايضا ح يعد ص فب ح يعد ان ص فاقل يعدانه ب ح يعد ص لكن اقل من الاعداد الذي يعدانه ب ح هو ط فط يعد ص فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

نسبة كل عدد مسطح الي عدد مسطح آخر اي مسطح كان مولفة من نسبتي اضلاعهما ✲

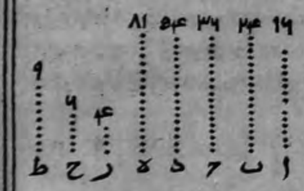
لبكن آ ب عددين مسطحين وضلعا آ ح د وضلعا ب ه ر والنسبتان هما نسبة ح الي ه ونسبة د الي ر فاقول ان نسبة آ الي ب مولفة من نسبة ح الي ه ومن نسبة د الي ر برهانه ناخذ اقل اعداد علي نسبة ح الي ه



ونسبة د الي ر بالشكل المتقدم وهي ح ط آ ولتكن نسبة ح الي ط كنسبة ح الي ه ونسبة ط الي آ كنسبة د الي ر ونسبة ح الي آ مولفة من نسبة ح الي ط

الي ط ونسبة ط الي آ كما نبين في صدر المقالة السادسة لكن نسبة ح الي ط كنسبة ح الي ه ونسبة ط الي آ كنسبة د الي ر فنسبة ح الي آ مولفة من نسبة ح الي ه ومن نسبة د الي ر ونضرب د في ه فلبكن الحاصل منه ل فكل يساوي حاصل ضرب ه في د بالشكل السادس عشر من السابعة فح ه ضربا في د حصل منه آ ل فنسبة آ الي ل كنسبة ح الي ه بالشكل السابع عشر من السابعة ود ر ضربا في ه حصل منه ل ب فنسبة ل الي ب كنسبة د الي ر بالشكل المذكور فنسبة آ الي ل كنسبة ح الي ط ونسبة ل الي ب كنسبة ط الي آ باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فبالمساواة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي آ بالشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة ح الي آ مولفة من نسبة ح الي ه ومن نسبة د الي ر وذلك ما اردنا ان نبين ✲

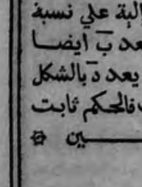
كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة كم كانت والاول منها لا يعد الثاني فليس منها عدد يعد الاعداد منها بعدة ✲



لبكن آ ب ح د ه اعداد متوالية علي نسبة واحدة وآ لا يعد ب فاقول ليس في هذه الاعداد عدد يعد عددا بعدة برهانه ولان نسبة كل عدد من هذه الاعداد الي مايليه كنسبة آ الي ب وآ لا يعد ب فليس منها عدد يعد العدد الذي يليه ولا يعد ايضا منها عدد عددا من الاعداد التي بعده في الرتبة لان ح ه اما متباينان او لا فان كانا متباينين فلا يعد ح ه والا لكانا مشتركين هذا خلف وان كانا مشتركين فناخذ اقل الاعداد علي نسبة ح د ه بالشكل الثاني وهي ز ح ط فزيدايين ط بالشكل الثالث فلا يعد ز ط والا لكانا مشتركين وهما متباينان هذا خلف ونسبة ح الي ه كنسبة ز الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وز لا يعد ط فح لا يعد ه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة كم كانت

والاول منها يعد اخيرها فهو يعد الثاني ✲



لتكن آ ب ح د اعدادا متوالية علي نسبة واحدة وآ يعد د فاقول ان آ يعد ب ايضا برهانه فلان آ الاول يعد ب فلا يعد د بالشكل المتقدم وهو يعد د هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل عددين يقع بينهما اعداد ويصير الكل متوالية علي نسبة واحدة فكل عددين علي نسبتها فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة ويصير الكل علي تلك النسبة ✲

ليقع بين آ ب عددا ح د ويصيران مع آ ب متوالية علي نسبة واحدة ونسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب فاقول انه يقع بين ه ر عددان ايضا ويصيران مع ه ر علي تلك النسبة برهانه فلناخذ اقل اعداد علي نسبة اعداد آ ح د ب ونعد بها بالشكل الثاني وهي ح ط آ ل فنسبة ح الي ل



كنسبة آ الي ب بالشكل الرابع عشر من السابعة وكانت نسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب فنسبة ح الي ل كنسبة ه الي ر باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة و ح يباين ل بالشكل الثالث فهما اقل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ويعدان كل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فبعد ح ه ول ر عدا واحدا ولبعد ط م و آ نه بتلك العدة فنسبة ح الي ه كنسبة ط الي م وكنسبة آ الي نه وكنسبة ل الي ر فبالابدال نسبة ه الي م كنسبة

كنسبة ح الي ط ونسبة م الي نه كنسبة ط الي آ ونسبة نه الي ر كنسبة آ الي ل بالشكل الثالث عشر من السابعة وكانت آ ح د ب علي نسبة ح ط آ ل فاعداد ه م نه ر علي نسبة آ ح د ب باستبانة الشكل السابع عشر من السابعة وبعدتها وبمثله تبين الحكم في كل عددين هما علي نسبة آ الي ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل عددين متباينين يقع بينهما اعداد كم كانت وتصير معهما متوالية علي نسبة واحدة فانه يقع بين الواحد وبين كل واحد من العددين المتباينين اعداد بعدة ما وقع بين المتباينين وتصير مع الواحد وكل منهما متوالية علي نسبة واحدة ✲



لتكن آ ب العددين المتباينين ووقع بينهما عددا ح د وصارا معهما متوالية علي نسبة واحدة فاقول انه يقع بين الواحد وبين كل واحد من آ ب عددان ويصير الكل متوالية علي نسبة واحدة برهانه نجد اقل عددين علي نسبة آ الي ح بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهما ه ر ونجد اقل ثلثة اعداد متوالية علي تلك النسبة وهي ح ط آ ولانزال نسلك هذه الطريقه حتي نجد اعدادا متوالية علي نسبة واحدة عدتها عدة آ ح د ب بالشكل الثاني ولتكن هي اعداد ل م نه سه فل سه متباينان بالشكل الثالث وكل واحد من اعداد ل م نه سه آ ح د ب اقل الاعداد علي نسبتها بالشكل الاول فل يساوي آ وسه يساوي ب فلان ه ضرب في نفسه وحصل منه ح ففي ح من امثال ه بعدة احاد ه والواحد يعد ه باحاد ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة ه الي ح وه ضرب

في ح حصل منه ل فالواحد يعد ح بعدة مايعد ه ل فنسبة الواحد الى ح كنسبة ه الى ل فبالابدال

بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة الواحد الى ه كنسبة ح الى ل فح يعد ل بعدة احاد ه وكان ه يعد ح بعدة إحاد ه فنسبة الواحد الى ه كنسبة ه الى ح وكنسبة ح الى ل فقد وقع بين الواحد وآ اعداد متوالية على نسبة واحدة وعدتها عدة ما وقع بين عددي آ ب وبمثله تبين انه يقع بين الواحد وب اعداد عدتها عدة ما وقع بين عددي آ ب وصار الجميع متوالية على نسبة واحدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



٢

كل عددين يقع بين كل واحد منهما وبين الواحد اعداد كم كانت وتصير معهما متوالية على نسبة واحدة فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة وتصير معهما متوالية على نسبة واحدة ❊

لبكن العددان آ ب والواحد ل والواقع بين ل وآ ح د وبينه بين ب ه ر ونسبة ل الى ح كنسبة ح الى د وكنسبة د الى آ ونسبة ل الى ه كنسبة ه الى ر ونسبة ر الى ب فاقول انه يقع بين آ ب عددان ويصيران معهما متوالية على نسبة واحدة برهانه فلان نسبة الواحد الى ح كنسبة ح الى د والواحد

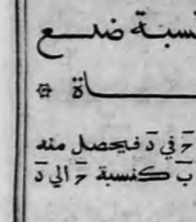


الى د والواحد يعد ح بعدة احاد ح فضرب ح في نفسه هو د فد مربع ح ولان نسبة الواحد الى ح كنسبة د الى آ والواحد يعد ح بعدة احاد ح فد يعد آ بعدة احاد ح فضرب ح في د هو آ وبمثله تبين ان ر مربع ه وان الحاصل من ضرب ه في ر هو ب ونضرب ح في ه فيحصل منه ح ونضربهما في ح فيحصل منه ط ا وتبين بمثل ما مر في الشكل الثاني ان نسبة آ الى ط كنسبة ط الى ا وكنسبة ا الى ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يا

بين كل مربعين عدد يتوالى الثلثه على نسبة واحدة ونسبة المربع الى المربع كنسبة ضلع احدهما الى ضلع آخر مثناة ❊

لبكن آ ب مربعين وضلع آ ح وضلع ب د ونضرب ح في د فيحصل منه ه فاقول ان نسبة آ الى ه كنسبة ه الى ب ونسبة آ الى ب كنسبة ح الى د مثناة برهانه فلان الحاصل من ضرب ح في د كالحاصل من ضرب د في ح بالشكل السادس عشر من السابعة فلان ح د ضربا في ح وحصل منه آ ه فنسبة آ الى ه كنسبة ح الى د بالشكل السابع عشر من السابعة وبمثله تبين ان نسبة ه الى ب كنسبة ح الى د فنسبة آ الى ه كنسبة ه الى ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة ح الى د كنسبة آ الى ه فنسبة ح الى د مثناة كنسبة آ الى ه مثناة ونسبة آ الى ب كنسبة آ الى ه مثناة فنسبة آ الى ب كنسبة ح الى د مثناة باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

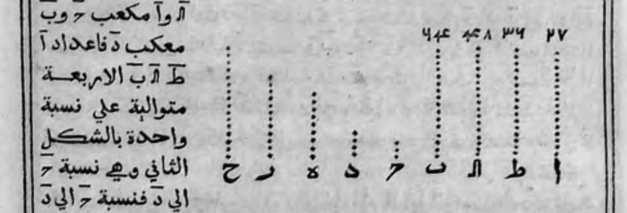


يب

بين كل مكعبين عددان يتوالى الاربعة على نسبة واحدة ونسبة المكعب الى المكعب كنسبة ضلعه الى ضلع آخر مثلثة بالتكرير ❊

لبكن المكعبان آ ب وح ضلع آ ود ضلع ب فيحصل اقل ثلثة اعداد

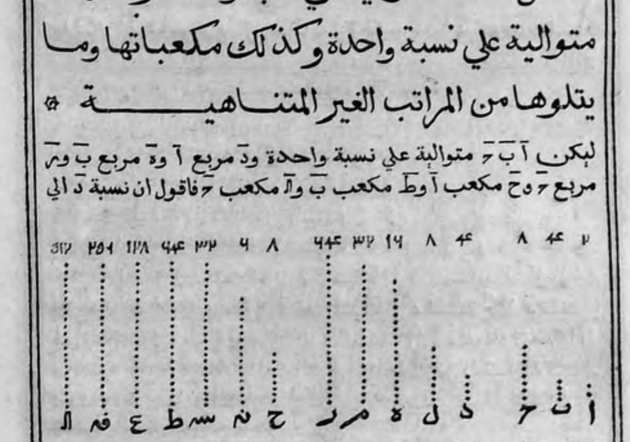
علي نسبة ح الي د بالشكل الثاني وهي ه ر ح فه مربع ح وح مربع د باستبانة الشكل الثاني ونضرب كل واحد من ح د في ر فيحصل منه ط آ وآ مكعب ح وب



مثلثة كنسبة آ الي ط مثلثة ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي ط مثلثة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي د مثلثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة فمربعاتها متوالية علي نسبة واحدة وكذلك مكعباتها وما يتلوها من المراتب الغير المتناهية ✲

ليكن آ ب ح متوالية علي نسبة واحدة ود مربع آ وه مربع ب وز مربع ح وح مكعب آ وط مكعب ب وآ مكعب ح فاقول ان نسبة د الي

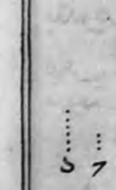


ه كنسبة ه الي ز وان نسبة ح الي ط كنسبة ط الي آ وكذلك ما يتلوه من المراتب برهانه ليكن ل حاصل من ضرب آ في ب وم حاصل من ضرب ب في ح ون سه حاصلي ضرب آ ب في ل وع قم حاصلي ضرب ب ح في م فلان نسبة ب الي ح كنسبة آ الي ب وبالشكل الحادي عشر نسبة د الي ل كنسبة ل الي ه ونسبة ه الي م كنسبة م الي ز وكل واحدة من نسبتي د الي ل ول الي ه كنسبة آ الي ب فكل من نسبتي د الي ل ول الي ه كنسبة ب الي ح فنسبة د الي ل كنسبة ه الي م ونسبة ل الي ه كنسبة م الي ز فنسبة د الي ه

د الي ه كنسبة ه الي ز بالشكل الرابع عشر من السابعة وايضا فلان ح ط آ مكعبات لاعداد آ ب ح وقد ضرب آ ب في ل حصل منه ن سه وب ح ضرب في م حصل منه ع قه فبالشكل المتقدم نسبة ح الي ن ون الي سه وسه الي ط كنسبة آ الي ب ونسبة ط الي ع وع الي قه وقه الي آ كنسبة ب الي ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة كل واحدة من نسبة ح الي ن ون الي سه وسه الي ط كنسبة ب الي ح فبهذه الاستبانة نسبة ح الي ن كنسبة ط الي ع ونسبة ن الي سه كنسبة ع الي قه ونسبة سه الي ط كنسبة قه الي آ فبالمساواة نسبة ح الي ط كنسبة ط الي آ بالشكل الرابع عشر من السابعة وبمثله تبين ما وراء لك من المراتب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يد

كل مربعين يعد احدهما الآخر فضلع العاد يعد ضلع المعدود وكل عدد يعد عددا فمربع العاد يعد مربع المعدود ✲

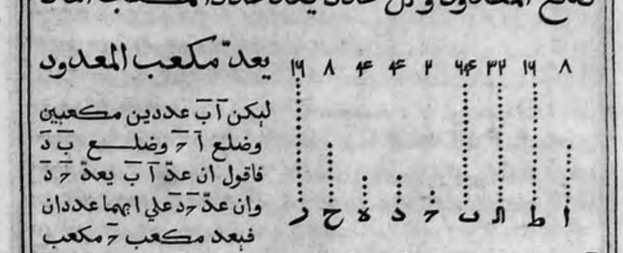


ليكن آ ب عددين مربعين وضلع آ ح وضلع ب د فاقول ان عد آ ب عد ح د وان عد ح د علي ايهما عددان فبعد مربع ح مربع د برهانه فنضرب ح في د فيحصل منه ه فلان الحاصل من ضرب ح في د يساوي الحاصل من ضرب د في ح بالشكل السادس عشر من السابعة وح د ضربا في ح حصل منه آ ه وفي د حصل منه ه ب فنسبة آ الي ه كنسبة ح الي د ونسبة ه الي ب كنسبة ح الي د بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة وآ يعد ب فا يعد ه بالشكل السابع ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ه فح يعد د وايضا ان ح يعد د وآ يعد ب ولكن آ مربع ح وب مربع د وه الحاصل من ضرب ح في د فتبين بمثل ما بينا ان نسبة آ الي ه كنسبة ه الي ب ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ه وح يعد د فآ يعد ه فآ يعد ب لان عاد العاد يعد معدوده وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انه اذا لم يعد عدد عددا لم يعد مربعه مربعه واذا لم يعد مربع مربعا لم يعد ضلعه ضلعه ✲

يه

كل مكعبين يعدّ احدهما الاخر فضلع العاد يعدّ ضلع المعدود وكل عدد يعدّ عددًا فمكعب العاد يعدّ مكعب المعدود



لبكن آ ب عددين مكعبين وضلع آ ح وضلع ب د فاقول ان عدّ آ ب يعدّ ح د وان عدّ ح د علي ايهما عددان فبعد مكعب ح مكعب د برهانه فنضرب ح في نفسه فيحصل منه ه ونضرب ح في د فيحصل منه ح ونضرب د في نفسه فيحصل منه ر ونضرب ح د في ح فيحصلا منه ط آ فظاهران ه ح ر متوالية و ا ط آ ب متوالية علي نسبة ح الي د بالشكل السابع عشر وبالشكل الثامن عشر من السابعة وبالشكل الثاني عشر من الثامنة ولان آ ط آ ب متوالية علي نسبة واحدة ويعدّ آ ب فا يعدّ ط بالشكل السابع ونسبة آ الي ط كنسبة ح الي ه فح يعدّ د وايضا ان عدّ ح د فبعد آ ب ولبكن آ مكعب ح وب مكعب د وه الحاصل من ضرب ح في نفسه وح الحاصل من ضرب ح في د وهو ر الحاصل من ضرب د في نفسه وط آ الحاصلان من ضرب ح د في ح فتبين بمثل ما بينا ان آ ط آ ب متوالية علي نسبة ح الي د وايضا ان ه ح ر متوالية علي نسبة ح الي د ولان ح يعدّ د ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ط فا يعدّ ط وبهذا الدليل ط يعدّ آ و آ ب ولان آ يعدّ ط وط يعدّ آ فا يعدّ آ لكن آ يعدّ ب فا يعدّ ب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انه اذا لم يعدّ عدد عددا لم يعدّ مكعبه مكعبه واذا لم يعدّ مكعب مكعبا لم يعدّ ضلعه ضلعه ✲

يو

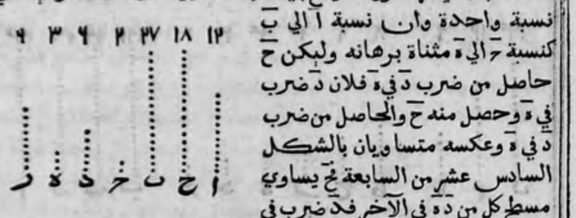
كل عددين مسطحين متشابهين فانه يقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة واحدة ونسبة المسطح الي المسطح كنسبة ضلع من المنسوب الي نظيره من ضلعي المنسوب اليه مثناة بالتكرير ✲

لبكن

لبكن آ ب مسطحين متشابهين وضلعا آ ح د وضلعا ب ه ر ونسبة ح الي ه كنسبة د الي ر فاقول انه يقع بين آ ب عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة وان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ه مثناة برهانه ولبكن ح حاصل من ضرب د في ه فلان د ضرب في ه وحصل منه ح والحاصل من ضرب د في ه وعكسه متساويان بالشكل السادس عشر من السابعة فح يساوي مسطح كل من د ه في الآخر فد ضرب في ح ه حصل منه آ ح فنسبة آ الي ح كنسبة ح الي ه بالشكل الثامن عشر من السابعة وكانت نسبة د الي ر كنسبة ح الي ه فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب ولان ه ضرب في د ر وحصل منه ح ب فنسبة ح الي ب كنسبة د الي ر بالشكل الثامن عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب ولان نسبة ح الي ه كنسبة آ الي ح فنسبة ح الي ه مثناة كنسبة آ الي ح مثناة لان نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب فنسبة آ الي ب كنسبة آ الي ح مثناة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ه مثناة وبمثله تبين ان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ر مثناة وذلك ما اردنا ان نبين ✲

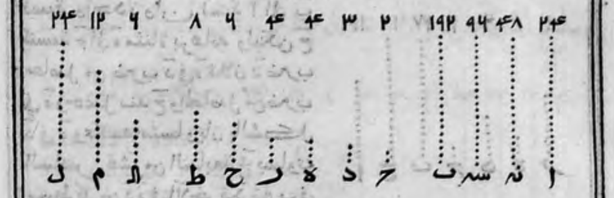
يز

كل عددين مجسمين متشابهين فانه يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة واحدة ونسبة المجسم الي المجسم كنسبة ضلع من اضلاع احدهما اي ضلع كان الي نظيره من اضلاع الآخر مثلثة بالتكرير ✲



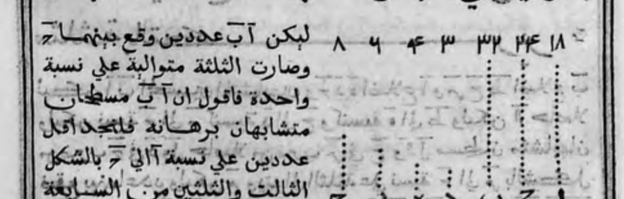
لبكن آ ب المجسمين المتشابهين و ح د ه اضلاع آ و ر ح ط اضلاع ب ولبكن نسبة ح الي ر كنسبة د الي ح وكنسبة ه الي ط ولبكن آ حاصلا من ضرب ح في د و ل حاصلا من ضرب ر في ح و آ ل مسطحان متشابهان فبقع بينهما عدد ولبكن م ويتوالي الثلثة علي نسبة ح الي ر بالشكل المتقدم ولبكن ن س حاصلين من ضرب ه ط في ر فاقول ان آ ن س ب

الاربعة متوالية علي نسبة واحدة وان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ر
مثلثة بالتكرير برهانه فلان آ نه حاصلان من ضرب ه في آم فنسبة آ



الي نه كنسبة آ الي م بالشكل الثامن عشر من السابعة ونسبة ح الي ر
كنسبة آ الي م بالشكل المتقدم فنسبة آ الي نه كنسبة ح الي ر باستبانة
الشكل الرابع عشر من السابعة ولان نه سه حاصلان من ضرب ه ط في م
فنسبة نه الي سه كنسبة ه الي ط بالشكل السابع عشر من السابعة وكانت
نسبة ح الي ر كنسبة ه الي ط فباستبانة الشكل الرابع عشر من
السابعة نسبة نه الي سه كنسبة ح الي ر ولان سه ب حاصلان من ضرب
ط في م ل فنسبة سه الي ب كنسبة م الي ل بالشكل الثامن عشر من السابعة
ونسبة ح الي ر كنسبة م الي ل بالشكل المتقدم فنسبة سه الي ب كنسبة ح
الي ر باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الي نه كنسبة نه الي
سه ونسبة سه الي ب باستبانة الشكل المذكور ولان نسبة ح الي ر كنسبة
آ الي نه فنسبة ح الي ر مثلثة كنسبة آ الي نه مثلثة ونسبة آ الي ب كنسبة
آ الي نه مثلثة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب
كنسبة ح الي ر مثلثة وبمثله تبين ان نسبة آ الي ب مثل كل واحدة
من نسبتي د الي ح وه الي ط وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل عددين يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة فيهما مسطحان متشابهان

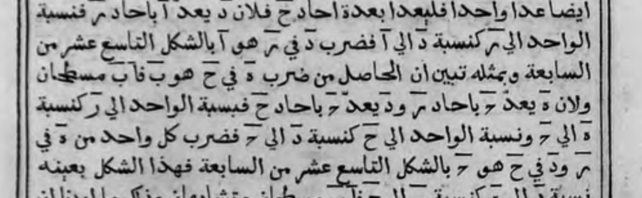


لبكن آ ب عددين وقع بينهما ح
وصارت الثلثة متوالية علي نسبة
واحدة فاقول ان آ ب مسطحان
متشابهان برهانه فلنجد اقل
عددين علي نسبة آ الي ح بالشكل
الثالث والثلثين من السابعة
ولبكونا

ولبكونا د ه فهما يعدان كل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل
العشرين من السابعة فد يعد آ وه ح فلبعدا باحاد ر ويعدان ح ب
ايضا عدا واحدا فلبعدا بعدة احاد ح فلان د يعد آ باحاد ر فنسبة
الواحد الي ر كنسبة د الي آ فضرب د في ر هو آ بالشكل التاسع عشر من
السابعة وبمثله تبين ان الحاصل من ضرب ه في ح هو ب فآ ب مسطحان
ولان ه يعد ح باحاد ر ود يعد ح باحاد ح فنسبة الواحد الي ر كنسبة
ه الي ح ونسبة الواحد الي ح كنسبة د الي ح فضرب كل واحد من ه في
ر ود في ح هو ح بالشكل التاسع عشر من السابعة فهذا الشكل يعينه
نسبة د الي ه كنسبة ر الي ح فآ ب مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان
نبين ❊

ط

كل عددين يقع بينهما عددان وتصير الاربعة متناسبة علي نسبة واحدة فيهما مجسمان متشابهان ❊



لبكن آ ب عددين وقع بينهما عددا ح د وصارت الاربعة اليه علي نسبة
واحدة فاقول ان آ ب مجسمان متشابهان برهانه فلان نسبة آ الي ح
كنسبة ح الي د وكنسبة د الي ب فلنجد اقل ثلثة اعداد علي نسبة آ
الي ح ونسبة ح الي د بالشكل الثالث والثلثين من السابعة ولبكن في ه
ر ح فه ح مسطحان متشابهان بالشكل المتقدم ولبكن آ ل ضلعي ه م نه
ضلعي ح ونسبة آ الي م كنسبة ل الي نه ولان ه ر ح يعد آ ح د ح د ب عددا
واحدا فلبعد ه آ باحاد ط وح ب باحاد سه وفنسبة الواحد الي ط
كنسبة ه الي آ فضرب ط في ه هو آ بالشكل التاسع عشر من السابعة فآ
مجسم وبمثله تبين ان ب مجسم ولان ح عد عددة د باحاد ط وب باحاد سه
فنسبة الواحد الي ط كنسبة ح الي د فد هو الحاصل من ضرب ط في ح
بالشكل التاسع عشر من السابعة وبمثله تبين ان ب هو الحاصل من ضرب

سه في ح فنسبة ط الي سه كنسبة د الي ب بالشكل التاسع عشر من السابعة وكانت نسبة ر الي ح كنسبة د الي ب فنسبة ط الي سه كنسبة ر الي ح باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة آ الي م اول الي نه كنسبة ر الي ح كما تبين في الشكل المتقدم فنسبة ط الي سه كنسبة آ الي م ول الي نه باستبانة الشكل الرابع من السابعة فآ ب مجسمان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اولها مربع فثالثها مربع ❊

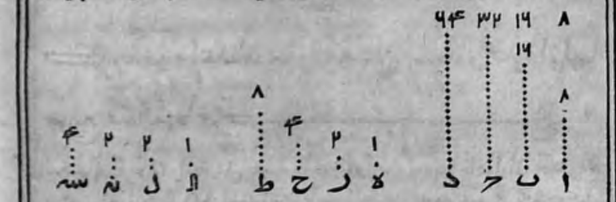
لبكن آ ب ح متوالية علي نسبة واحدة وآ منها مربع فاقول ان ح مربع برهانه ناخذ اقل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة آ ب ح بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي د ه ر فكل من د ر مربع باستبانة الشكل الثاني فد ر متباينان بالشكل الثالث فبهما اقول عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ونسبة د الي ه كنسبة آ الي ب ونسبة ه الي ر كنسبة ر الي ح فبالمساواة نسبة د الي ر كنسبة آ الي ح فد يعدّ آ بعدة ما يعدّ ر ح بالشكل العشرين من السابعة ولبكن ط ضلع د ح ضلع آ و ل ضلع ر وان عدّ مربع مربعا عدّ ضلع العاد ضلع المعدود بالشكل الرابع عشر فط يعدّ ح ولبعدّ ل بعدة ما يعدّ ط ح فنسبة ل الي ل كنسبة ط الي ح فنسبة ل الي ل مثناة كنسبة ط الي ح مثناة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع المربع المنسوب الي ضلع المربع المنسوب اليه مثناة بالشكل الحادي عشر فنسبة مربع ل الي مربع ل كنسبة مربع ط الي مربع ح ود مربع ط وآ مربع ح ور مربع ل وكانت نسبة د الي ر كنسبة آ الي ح فبالابدال نسبة ر الي ح كنسبة د الي آ بالشكل الثالث عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ر الي ح كنسبة ر بعينه الي مربع ل فح مربع ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كا

كل

كل اربعة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اولها مكعب فرابعها مكعب ❊

لبكن آ ب ح د متوالية علي نسبة واحدة وآ مكعب فاقول ان د مكعب برهانه ناخذ اربعة اعداد متوالية علي نسبة آ الي ب بالشكل الثالث الثلثين وهي ه ر ح ط فباستبانة الشكل الثاني ه ط مكعبان وهما متباينان

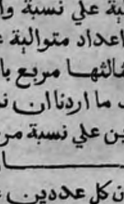


بالشكل الثالث فبهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فلان نسبة آ الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ح كنسبة ر الي ح ونسبة ح الي د كنسبة ح الي ط فبالمساواة نسبة ه الي ط كنسبة آ الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة فه يعدّ آ بعدة ما يعدّ ط د بالشكل العشرين من السابعة ولبكن ا ضلع ه ول ضلع آ ونه ضلع ط واذا عدّ مكعب عدّ ضلع العاد ضلع المعدود بالشكل الخامس عشر فلبعدّ ا ل بعدة ما يعدّ نه سه فنسبة نه الي سه كنسبة ا الي ل فنسبة نه الي سه مثلثة كنسبة ا الي ل مثلثة فنسبة مكعب نه الي مكعب سه كنسبة مكعب ا الي مكعب ل بالشكل الثاني عشر وكانت نسبة ه الي ط كنسبة آ الي د فبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة ط الي د كنسبة ه الي آ فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ط الي د كنسبة ط بعينه الي مكعب سه فمكعب سه يساوي د فد مكعب سه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

الب

كل عددين علي نسبة مربعين واحدهما مربع فالاخر مربع ❊

لبكن ح د مربعين ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وآ مربع فاقول ان ب مربع برهانه فلان ح د مربعان فبقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة بالشكل الحادي عشر وآ ب علي نسبة ح د فبقع بينهما

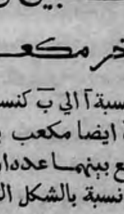


عده ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة بالشكل الثامن وكل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة وان لها مربع فثالثها مربع بالشكل العشرين فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان ✲

لان تبين من هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة مربعين وليس احدهما مربعا فهما مسطحان متشابهان لانا بينا في برهانه ان كل عددين علي نسبة مربعين فانه يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة وقد بين في الشكل الثامن عشر ان كل عددين يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة فهما مسطحان متشابهان وكل مربعين فهما مسطحان متشابهان وكل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان ✲

كل عددين على نسبة مكعبين واحدهما مكعب فالاخر مكعب ✲



لبكن حد مكعبين ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د واما مكعب فاقول ان ب ايضا مكعب برهانه فلان حد مكعبان فيقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثاني عشر فيقع بين آ ب عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثامن وكل عددين يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة واحدها مكعب فالاخر مكعب بالشكل الواحد والعشرين فب مكعب وذلك ما اردنا ان نبين ✲

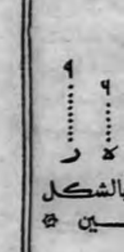
واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان وذلك لانا بينا في برهان هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة مكعبين فانه يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متواليه علي نسبة وقد بين في الشكل التاسع عشر ان كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة فهما مجسمان متشابهان وكل مكعبين فهما مجسمان متشابهان فكل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان ✲

اقول ان الشكلين اللذين ذكرناهما الاستبانة في هذا الشكل والشكل الذي قبله جعلهما ثابت بن قرة الشكل الرابع والعشرين والخامس والعشرين

والعشرين من كتابه ولم يجعلهما الحجاج شكلا من كتابه والايف بطريقه اقلبدس في كتابه هذا ان كل ما يعلم بطريق الاستبانه اومن الاشكال المتقدمه لم يجعله شكلا من كتابه فلذلك لم يجعلهما من اصل الكتاب ✲

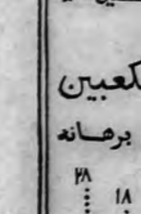
كل مسطحين متشابهين فهما علي نسبة مربعين

لبكن آب مسطحين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مربعين برهانه فلان آب مسطحان متشابهان يقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة واحدة بالشكل السادس عشر ولبكن ذلك العدد ح وناخذ اقل ثلثة اعداد علي نسبة آ ح ب بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي د ه ر فكل من د ر مربع باستبانة الشكل الثاني ونسبة آ الي ح كنسبة د الي ه ونسبة ح الي ب كنسبة ه الي ر فبالمساواة نسبة آ الي ب كنسبة د الي ر بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



كل مجسمين متشابهين فهما علي نسبة مكعبين

لبكن آب مجسمين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مكعبين برهانه فلان آب مجسمان متشابهان يقع بينهما عددان ويصير الكل متوالية علي نسبة بالشكل السابع عشر ولبكن هما حد وناخذ اقل اعداد علي نسبة آ ح د ب بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي ه ر ح ط فه ط مكعبان باستبانة الشكل الثاني فلان نسبة آ الي ح كنسبة ه الي ر ونسبة ح الي د كنسبة ر الي ح ونسبة ه الي ب كنسبة ح الي ط فبالمساواة بالشكل الرابع عشر نسبة آ الي ب كنسبة ه الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



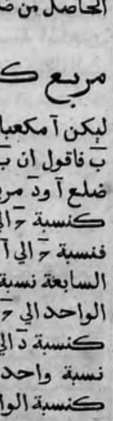
✲ تمت المقالة الثامنة والحمد لله علي التوفيق ✲

المقالة التاسعة وثلثون وهي شكلا

الاشكال

آ

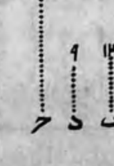
كل مسطحين متشابهين فان الحاصل من ضرب احدهما في الآخر مربع ✲



لبكن آ ب مسطحين متشابهين وضرب آ في ب حصل منه ح فاقول ان ح مربع برهانه نضرب آ في نفسه فيحصل منه د فلان آ ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة وآ ب مسطحان متشابهان فبقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة بالشكل السادس عشر من الثامنة فبقع بين د ح عدد ويصير معهما متوالية علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل ثلثة اعداد يتوالية علي نسبة اوّلها مربع فالثالث مربع بالشكل العشرين من الثامنة ود مربع فح مربع وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ب

كل عددين مسطح احدهما في الآخر مربع فهما مسطحان متشابهان ✲



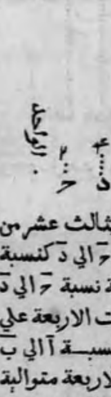
لبكن مسطح آ في ب ح وهو مربع فاقول ان عددي آ ب مسطحان متشابهان برهانه نضرب آ في نفسه فيحصل منه د مربعا فلان آ ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبه د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة ود ح عددان مربعان وكل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان باستبانة الشكل الثاني والعشرين من الثامنة فآ ب عددان مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان الحاصل من ضرب المربع في المربع مربع وان الحاصل من ضرب

ضرب عدد في عدد اذا كان مربعا فالمضروب فيه مربع وان الحاصل من ضرب المربع في عدد اذا كان غير مربع فان المضروب فيه غير مربع وان الحاصل من ضرب مربع في غير مربع غير مربع ✲

ح

مربع كل مكعب مكعب ✲



لبكن آ مكعبا وضرب في نفسه حصل منه ب فاقول ان ب مكعب برهانه لبكن ح ضلع آ ود مربع ح فنسبة الواحد الي ح كنسبة ح الي د وح ضرب في د حصل منه آ فنسبة ح الي آ كنسبة الواحد الي د و بالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة د الي آ كنسبة الواحد الي ح وكانت نسبة ح الي د كنسبة الواحد الي ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ح الي د كنسبة د الي آ فقد وقع بين الواحد وآ عددان وتوالت الاربعة علي نسبة واحدة ولان آ ضرب في نفسه حصل منه ب فنسبة آ الي ب كنسبة الواحد الي آ فبقع بين آ وب عددان وتصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل اربعة اعداد متوالية علي نسبة اوّلها مربع فالرابع مربع بالشكل الواحد والعشرين من الثامنة فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين ✲

د

الحاصل من ضرب المكعب في المكعب مكعب ✲

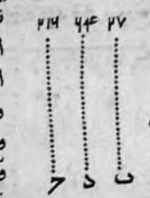


لبكن آ المكعب ضرب في ب المكعب فحصل ح فاقول ان ح مكعب برهانه نضرب آ في نفسه فحصل منه د فد مكعب بالشكل المتقدم فآ ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة فد ح علي نسبة مكعبين ود منهما مكعب فح مكعب بالشكل الثامن عشر من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ه

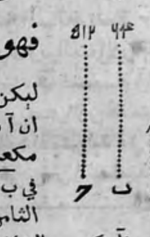
كل عدد ضرب فيه مكعب فحصل منه مكعب فالمضروب فيه مكعب ✲

لیکن آ مکعبا وضرب في ب فحصل ح مکعبا فاقول ان ب مکعب برهانه نضرب آ في نفسه فيحصل منه د مکعبا بالشکل الثالث ونسبة آ الي ب کنسبة د الي ح بالشکل الثامن عشر من السابعة فآ ب علي نسبة المکعبين وآ مکعب فب مکعب بالشکل الثالث والعشرين من الثامنة وذلک ما اردنا ان نبين ✲



وآستبان منه ان مسطح المکعب في غير المکعب غير مکعب وان کل عدد ضرب فيه مکعب وحصل غير المکعب فالمضروب فيه غير مکعب ✲

و
کل عدد ضرب في نفسه فحصل منه مکعب فهو مکعب ✲



لیکن آ ضرب في نفسه فحصل منه ب مکعب فاقول ان آ مکعب برهانه نضرب آ في ب فيحصل ح فح مکعب فلان آ ضرب في نفسه حصل ب وآ ضرب في ب حصل ح فنسبة آ الي ب کنسبة ب الي ح بالشکل الثامن عشر من السابعة فآ ب علي نسبة مکعبين وب مکعب فآ مکعب بالشکل الثالث والعشرين من الثامنة وذلک ما اردنا ان نبين ✲

ر
کل عدد مرکب ضرب في عدد آخر فالحاصل منه عدد مجسم ✲



لیکن آ عددا مرکبا وضرب في ب فحصل ح فاقول ان ح عدد مجسم برهانه فلان آ مرکب فلبعده عدد فلبعده د باحاد ه فا حاصل من ضرب د في ه وضرب آ في ب وحصل ح فح مجسم وذلک ما اردنا ان نبين ✲

ح
کل اعداد مبتدئية من الواحد متوالية علي نسبة واحدة

واحدة کم کانت فان ثالث الواحد منها مربع ثم ثالث الثالث مربع علي الولآء بالغا ما بلغ ورابع الواحد مکعب ثم رابع الرابع مکعب علي الولآء بالغا ما بلغي وسابع الواحد مربع مکعب ثم سابع السابع علي الولآء بالغا ما بلغ مربع مکعب ✲

لیکن آ ب ح د ه ر اعداد متوالية علي نسبة من الواحد فاقول ان ب مربع وثالث وثالث ثالثة بالغا ما بلغ مربع ود مکعب ورابع ورابع رابعة بالغا ما بلغ مکعب ور مربع مکعب وسابع وسابع سابعة بالغا ما بلغ مربع مکعب برهانه فلان نسبة الواحد الي آ کنسبة آ الي ب فب مربع آ لان آ يعد ب باحاد آ فالحاصل من ضرب آ في نفسه يکون بالمصادرة ولان نسبة الواحد الي ب کنسبة ب الي د وکنسبة د الي ر بالشکل الرابع عشر من السابعة فکل واحد من د ور مربع بالشکل العشرين من الثامنة ولو بناه بالمصادرة لجاز وکان احسن ولان نسبة الواحد الي آ کنسبة ب الي ح فالحاصل من ضرب آ في ب ح فح مکعب ونسبة الواحد الي ح کنسبة ح الي ر بالشکل الرابع عشر من السابعة وح مکعب فر مکعب بالشکل العشرين من الثامنة فر مربع مکعب معا وبمثله نبين ان سابع ر مربع معا وهکذا تبين فيهما بعد من المراتب وذلک ما اردنا ان نبين ✲

ط
کل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة واحدة کم کانت الاعداد فان کان الذي يلي الواحد مربعا فالکل مربع وان کان مکعبا فالکل مکعب ✲

لبكن الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة آ ب ح د فاقول ان كان آ مربعا فكل واحد من ب ح د مربع وان كان مكعبا فكل واحد من ب ح د مكعب برهانه فان كان آ مربعا وب ثالث الواحد فهو مربع بالشكل

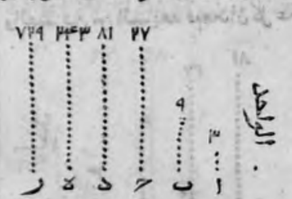


المتقدم ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وب ح علي نسبة مربعين وب مربع فح مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة وبمثله تبين ما بعده وان كان آ مكعبا فب مكعب لان نسبة الواحد الي آ كنسبة آ الي ب فب مربع آ باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة وآ مكعب فب مكعب بالشكل الثالث ولان نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فب ح علي نسبة مكعبين وب مكعب فح مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وهذا تبين فيما بعد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة كم كانت الاعداد وكان الذي يلي الواحد غير مربع فليس منها عدد مربع الاثالث من الواحد وثالث الثالث علي الولآء علي هذا النسق بالغا ما بلغت وان كان الذي يلي الواحد غير مكعب فليس منها عدد مكعب الا رابع الواحد ورابع الرابع علي الولآء علي هذا النسق بالغا ما بلغت ❊

لبكن آ ب ح د ه ر الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة واحدة وآ غير مربع فليس منها غير ب د ر وان كان آ غير مكعب فليس منها غير ح ر مكعب علي هذا النسق لوكانت الاعداد المتوالية المبتدأة من الواحد

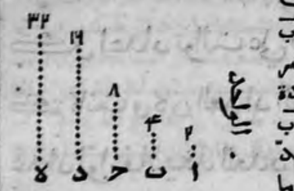
الواحد اكثر من هذة برهانه امّا ان كل واحد من ب د ر مربع وكل واحد من ح ر مكعب فبالشكل الثامن لذلك ما يتلوها من المراتب علي هذا النسق وامّا ان غير ب د ر لا يجوز ان يكون مربعا فلانه لوجاز لبكن ح مربعا فلان نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وب ح مربعان فآ مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل وامّا ان غير ح ر لا يجوز ان يكون مكعبا فلانه لوجاز لبكن ه مكعبا ونسبة آ الي ح كنسبة ح الي ه بالشكل الرابع عشر من السابعة وح ه مكعبان فنسبة آ الي ح كنسبة مكعبين وح مكعب فآ مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



يا

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة فان عدد الاقل منها يعد الاكثر منها بعدة احاد عدد منها

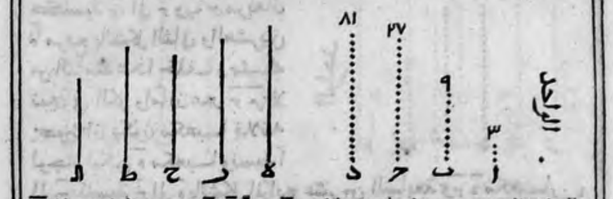
لبكن اعداد آ ب ح د ه متوالية من الواحد علي نسبة وح يعد ه فاقول انه يعد ه بعدة احاد عدد منها برهانه فلان نسبة الواحد الي ب كنسبة ح الي ه بالشكل الرابع عشر من السابعة والواحد يعد ب بعدة احاد ب فح يعد ه بعدة احاد ب وبمثله تبين في كل اقل عدد يعد الاكثر منها فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



يب

كل اعداد توالت من الواحد علي نسبة كم كانت الاعداد وكل عدد اوّل يعد الاخير منها فانه يعد العدد الذي يلي الواحد ❊

لبكن آ ب ح د متوالية من الواحد علي نسبة وه عدد اول يعد د فاقول انه يعد آ برهانه لانه لولم يعد ه آ فبكونان متباينين بالشكل الواحد والثلثين من السابعة فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعدان كل عددين علي نسبتهما عدا واحدا

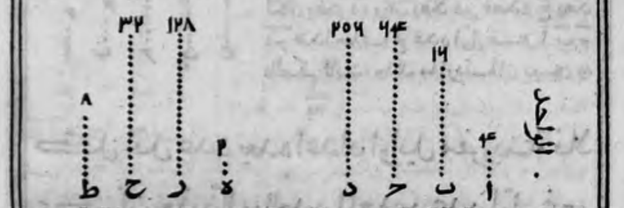


بالشكل العشرين من السابعة ولبكن ه يعد د بر فنسبة الواحد الي ر كنسبة ه الي د فد هو الحاصل من ضرب ر في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان الواحد يعد آ بعدة ما يعد ح د فنسبة الواحد الي آ كنسبة ح الي د فالحاصل من ضرب آ في ح د بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة ه الي آ كنسبة ح الي ر بالشكل التاسع عشر من السابعة فه يعد ح بالشكل العشرين من السابعة ولبعده ك ح فه في ح ح د بمثله ما بينا تبين ان آ في ب ح ونسبة ه الي آ كنسبة ب الي ح فه يعد ب ولبعده ط فه في ط ب فآ في مثله ب فنسبة ه الي آ كنسبة آ الي ط فه يعد آ وكان لا يعده هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل اعداد توالت علي نسبة مبتداة من الواحد كم كانت وكان العداد الذي يلي الواحد منها عداد اول فلا يعد العدد الاكثر منها عدد غير تلك الاعداد ❊

لبكن الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة اعداد آ ب ح د وآ الذي يلي الواحد اول فاقول لا يعد د غير اعداد آ ب ح برهانه والا فلبعد د عدد ه وهو غير آ ب ح فه لا يجوز ان يكون عددا اول والا فلبعد آ بالشكل المتقدم وآ عدد اول هذا خلف فه عدد مركب وكل عدد مركب يعد عدد اول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاول لا يمكن ان يكون غير عدد آ والا فلبكن عدد آ وآ يعد د فبعد آ بالشكل

بالشكل المتقدم هذا خلف فالعدد الاول الذي يعد عدده ه هو آ لا غير ولبعد ه د بعدة احاد ر فنسبة الواحد الي ر كنسبة ه الي د فد مسطح ر في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ر كنسبة ه الي ح بالشكل التاسع عشر من السابعة وآ يعد ه فر يعد ح ولان ه يعد د

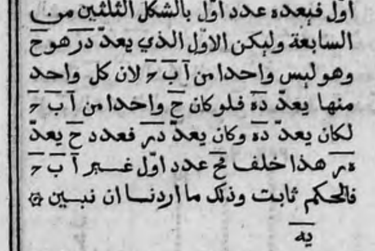


بعدد ليس هو آ ب ح فر ليس هو آ ولا ب فهو غير هما وليس ر اول والا لعد آ الاول بالشكل المتقدم هذا خلف فهو مركب وكل مركب يعده عدد اول بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاول لا يمكن ان يكون غير آ والا لكان آ فك يعد ح فبعد آ بالشكل المتقدم هذا خلف فذلك الاول هو آ لا غير فآ يعد ر ولبعد ر ح ك فر في ح ح بالشكل التاسع عشر من السابعة لان نسبة الواحد الي ح كنسبة ر الي ح ولان نسبة الواحد الي آ كنسبة ب الي ح فح مسطح آ في ب بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ر كنسبة ح الي ب بالشكل التاسع عشر من السابعة وآ يعد ر فح يعد ب وليس ح آ لان ر عد ح بعدد ليس هو آ ولا ب وليس ح عددا اول والا لعد آ بالشكل المتقدم فهو مركب ولا يعد ح غير آ كما بينا فلبعد ح ب بط فنسبة الواحد الي ط كنسبة ح الي ب فب مسطح ط في ح بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان نسبة الواحد الي آ كنسبة آ الي ب فآ في نفسه هو ب باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ح كنسبة ط الي آ وآ يعد ح فط يعد آ وهو عدد اول هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل اعداد اوايل تفرض معلومة العدة فلا بد ان يوجد عدد اول لا يكون واحدا منها ❊

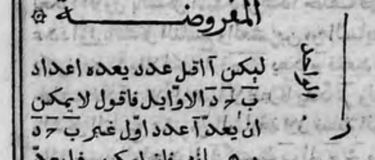
لبكن الاعداد الاوايل المفروضة آ ب ح فاقول لنا ان نجد عددا اول غير هذه الثلثة برهانه فلنجد اول عدد يعده اعداد آ ب ح بالشكل السادس والثلثين من السابعة ولبكن د ه ونزيد عليه واحدا وهو ه ر فد ر ان كان اول فقد وجدنا عددا اول غير آ ب ح وان لم يكن د ر عددا

اوّل فبعده عدد اوّل بالشكل الثلثين من السابعة ولبكن الاوّل الذي يعدّ در هو ح وهو ليس واحدا من آ ب ح لان كل واحد منها يعدّ دة فلو كان ح واحدا من آ ب ح لكان يعدّ دة وكان يعدّ در فعدد ح يعدّ در هذا خلف فح عدد اوّل غير آ ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



يه

كل اقل عدد يعده اعداد اوايل مفروضة فلا يمكن ان يعدّ ذلك العدد المعدود عدد اوّل غير المفروضة ✲



لبكن آ اقل عدد يعده اعداد ب ح د الاوّايل فاقول لا يمكن ان يعدّ آ عدد اوّل غير ب ح د برهانه فان امكن فلبعدّ آ عدد اوّل غير ب ح د ولبكن هو عده ه ولبعده بر فنسبة الواحد الي ر كنسبة ه الي آ فآ مسطح ر في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة واذا عدّ الاوّل مسطحا عداد اضلاعه بالشكل الثاني والثلثين من السابعة وكل واحد من ب ح د عدّ آ فبعد احد اضلاعه ولا يمكن ان يعدّ ه لانه اوّل فكل منها يعدّ ر فر اقل من آ فاقل عدد يعده ب ح د هو ر الاقل من آ وكان هو آ هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يو

مجموع اي عددين من كل اقل ثلثة اعداد توالت علي نسبة واحدة يباين الثالث منها ✲

لبكن آ ب ح اقل ثلثة اعداد توالت علي نسبتها فاقول ان بجموع آ ر يباين ح وبجموع ب ح يباين آ وبجموع آ ح يباين ب برهانه نجد اقل عددين علي نسبة آ ب ح بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهما دة در فهما متباينان بالشكل الواحد والعشرين من السابعة ونجد اقل ثلثة اعداد علي نسبة دة در بالشكل الثاني من الثامنه فبكون طرفاها متباينين ويكون اقل عدد علي نسبة آ ب ح باستبانة الشكل الرابع عشر من

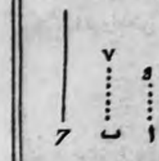
من السابعة فتكون في آ ب ح بعينها فآ مربع دة وح مربع در وب مسطح دة في در فلان دة يباين در فكل منهما يباين در بالشكل الثامن والعشرين من السابعة ولان ضرب دة في در هو تضعيف دة باحاد در واحاد دة هي احاد دة در فضرب دة في در هو تضعيف دة باحاد دة وهو مربع دة اعني آ ه تضعيف دة باحاد در هو مسطح دة في در اعني ب فالحاصل من ضرب دة في در هو مجموع آ ب فهو مباين لره بالشكل الرابع والعشرين من السابعة فمجموع آ ب يباين ح بالشكل الخامس والعشرين من السابعة لان مربع المباين ومثله تبين ان الحاصل من ضرب در في رد يساوي مجموع ح ب وهو يباين آ ولان دة در متباينان فدر يباين كل واحد منهما فمباين مسطح احدهما في الاخر اعني در يباين ب بالشكل الرابع والعشرين من السابعة فمربع در يباين ب بالشكل الخامس والعشرين من السابعة ومربع در هو تضعيف در باحاده اعني احاد دة در وتضعيف در باحاد دة يساوي مربع دة ومسطح دة في در وتضعيف در باحاد در يساوي مربع در ومسطح در في دة فمربع در يساوي مجموع مربعي دة در اعني مجموع آ ح وضعف مسطح در في دة اعني ضعف ب وكان مربع در يباين ب فآ ح مع ضعف ب يباين ب فبالشكل الثامن والعشرين آ ح مع ب يباين ب فبهذا الشكل بعينه آ ح معا يباين ب فالحكم ثابت وذلك ما ادرنا ان نبين ✲



ير

كل عددين متباينين فلا ثالث لهما في النسبة

لبكن آ يباين ب فاقول ليس يمكن ان يكون نسبة آ الي ب كنسبة ب الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وآ ب اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين من السابعة فآ يعدّ ب وهو يعدّ نفسه فآ ب ليسا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

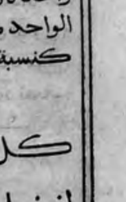


واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فان كل عددين احدهما واحد فان لهما ثالثا في النسبة ✲

يح

كل اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وثباين طرفاها فنسبة الاول الي الثاني لايمكن ان تكون كنسبة الاخر منها الي عدد اخر غيرها ✲

لبكن آ ب ح متوالية علي نسبة وآ يباين ح فلا يمكن ان تكون نسبة آ الي ب كنسبة ح الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فبالمساواة نسبة آ الي ح كنسبة ب الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ ح اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فبعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين منهما فآ يعد ب ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فب يعد ح فا يعد ح وهو يعد نفسه فآ ح متشاركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

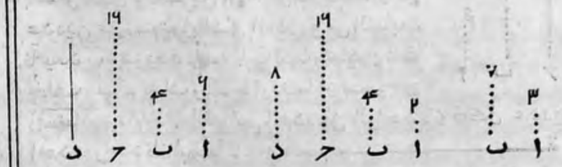


واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد ما كان اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وكان احد طرفيها واحدا فان نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الاخر منها الي عدد اخر ✲

يط

كل عددين مفروضين لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما ثالث في النسبة اولا يمكن ✲

فلبكن آ ب عددين مفروضين فان كانا متباينين فلا ثالث لهما في النسبة بالشكل السابع عشر وان لم يكونا متباينين فانا نضرب احدهما في نسبة ولبكن ب ومربعه ح فاقول ان آ ان عد ح فيمكن ان يكون



لعددي آ ب ثالث في النسبة والا فلا برهانه فآ ان عد ح فلبعده بد فنسبة

فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح فح هو مسطح د في آ وهو مربع ب فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي د باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ ح فلا ثالث لآ ب في النسبة والا فليكن د ثالثهما فالحاصل من ضرب آ في د ح الذي هو مربع باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ح والواحد يعد د فا يعد ح وكان لا يعده هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل عددين احدهما واحد فان لهما ثالث في النسبة بالضرورة لان العدد الذي هو غير الواحد منهما يعد عددا ما باحاد نفسه فتكون نسبة الواحد اليه كنسبة العدد العاد الي العدد المعدود ✲

ك

كل ثلثة اعداد مفروضة متوالية علي نسبة لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لها رابع في النسبة اولا ✲

لبكن آ ب ح ثلثة اعداد متوالية علي نسبة فان كان آ يباين ح فلا يمكن ان يوجد لها رابع في النسبة بالشكل الثامن عشر وان لم يكونا متباينين فيمكن فنضرب ب في ح فيحصل د فان عد آ د فلبعده به فنسبة الواحد الي ه كنسبة آ الي د فالحاصل من ضرب ه في آ هو د بالشكل التاسع

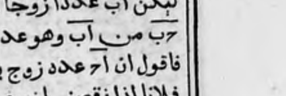


عشر من السابعة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي ه بالشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعد آ د فلا رابع لاعداد آ ب ح في النسبة والا فليكن ه رابعا لها في النسبة فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي ه فسطح آ في ه كسطح ب في ح بالشكل التاسع عشر من السابعة فد مسطح آ في ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة آ الي د فآ يعد د وكان لا يعده هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل ثلثة اعداد احد طرفيها واحد فان لها رابع في النسبة بالضرورة لان الواحد يعدّ الثاني كما يعدّ الثالث عددا ما فتكون نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ✲

اما

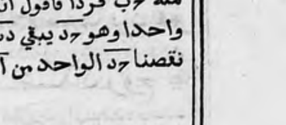
مجموع كل اعداد كل واحد منها زوج فهو زوج ✲



لیکن کل واحد من اعداد آب بح حد زوجا فاقول ان آد زوج برهانه فلان لكل واحد من آب ب ح حد نصفا اذ كل منها زوج ومجموع انصاف آب ب ح حد نصف مجموع آد فلاد نصف فاد زوج وذلك ما اردنا ان نبين ✲

البا

مجموع كل اعداد عدتها زوج وكل واحد منها فرد هو عدد زوج ✲



لیکن آب ب ح حد ده

كل واحد منها فرد وعدتها زوج فاقول ان اه زوج برهانه فلان كل واحد من اعداد آب ب ح حد ده فرد وكل فرد يزيد علي عدد زوج بواحد ولو فصل من كل واحد من هذه الافراد واحد صار كل واحد منها زوجا ومجموع الاحاد المفصولة زوج ومجموع الازواج زوج بالشكل المتقدم فاه زوج وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لح

مجموع كل اعداد كل واحد منها فرد وعدتها فرد فهو فرد ✲

لیکن كل واحد من آب ب ح حد فردا فاقول ان آد فرد لان آح مجموع افراد عدتها زوج فهو زوج بالشكل المتقدم واذا نقص من حد ده الواحد بقي زد زوجا وهو مع آح زوج بالشكل الواحد والعشرين فاد فرد وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لد

كل

كل عدد زوج فصل منه عدد زوج فالباقي زوج ✲

لیکن آب عددا زوجا وفصل حب من آب وهو عدد زوج



فاقول ان اح عدد زوج برهانه فلانا اذا نقصنا نصف عدد حب الزوج من نصف آب بقي آح فلاح نصف فهو عدد زوج وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لله

كل عدد زوج فصل منه عدد فرد فالباقي عدد فرد ✲



لیکن آب عددا زوجا وفصل منه حب فردا فاقول ان اح فرد برهانه فلان بح فرد نفصل منه واحدا وهو حد يبقي دب عددا زوجا فاد زوج بالشكل المتقدم فاذا نقصنا حد الواحد من آد الزوج يبقي آح عددا فردا وذلك ما اردنا ان نبين

لو

كل عدد فرد فصل منه عدد زوج فالباقي فرد ✲

لیکن آب فردا وفصل منه حب زوجا فاقول ان اح فرد برهانه نزيد واحدا وهو بد علي حب صار آد زوجا وحد فردا فاح فرد بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كز

كل عدد فرد فصل منه عدد فرد فالباقي زوج ✲

لیکن آب عددا فردا وفصل منه بح عدد فرد فاقول ان اح زوج برهانه نفصل من بح دب

واحدا فيصير كل واحد من آد حد عددا زوجا فاح زوج بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لح

مسطح كل عدد فرد في اي عدد زوج عدد زوج ✲

لنكن آ عددا فردا وب عدد زوجا وح مسطح آ في ب فاقول ان ح عدد زوج برهانه فلان في ح من امثال عدد آ الفرد بعدة احاد ب الزوج فح عدد زوج بالشكل الثاني والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

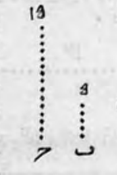
الط

مسطح كل عدد فرد في اي عدد فرد عددون فرد ✲

لنكن ح مسطح آ في ب الفردين فاقول ان ح عدد فرد برهانه فلان في ح من امثال الفرد بعدة احادات الفرد يكون ح عددا فردا بالشكل الثالث والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

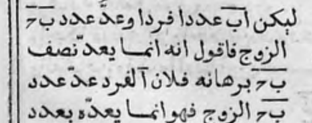
واستبان من هذين الشكلين ان كل عدد فرد عدّ عددا زوجا فانه انما يعدّه بعدة زوج وان كل عدد فرد عدّ عددا فردا فانما يعده بعدد فرد ✲

اما الاوّل فلنكن آ عددا فردا عدّ عدد ح الزوج فلابد وان يعده بعدد ولنكن ذلك العدد هو ب فاقول انه زوج لانه لوكان فردا لكان ح عددا فردا بالشكل التاسع والعشرين لان ح حينئذ حاصل من ضرب آ في ب الفرد هذا خلف واما الثاني فلنكن آ عددا فردا عدّ عدد ح الفرد فلابد وان يعده بعدد ولنكن ذلك هو ب فاقول انه فرد لانه لوكان زوجا لكان ح عددا زوجا بالشكل الثامن والعشرين لان عدد ح حينئذ حاصل من ضرب آ في ب الزوج هذا خلف ✲



ل

كل عدد فرد عدّ عددًا زوجا فهو انما يعدّ نصفه



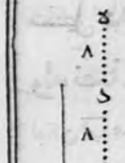
لنكن آب عددا فردا وعدّ عدد ب ح الزوج فاقول انه انما يعدّ نصف ب ح برهانه فلان آ الفرد عدّ عدد ب ح الزوج فهو انما يعدّه بعدد زوج

زوج باستبانة احد شكلي الثامن والعشرين والتاسع والعشرين ولنكن ذلك العدد الزوج مر ولنكن نصف ب ح ب د ونصف مر ح ولان في ب ح من اضعاف آ بعدة احاد ره ففي ب د نصف ب ح من اضعاف آ بعدة احاد ح نصف مر فآ يعدّ ب د بعدة احاد ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لا

كل عدد فرد يباين عددا فهو يباين ضعفه ✲

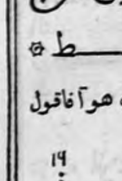
لنكن آ عددا فردا ويباين ح د وح ه ضعف ح د فاقول ان آ يباين ح ه برهانه فلانه لو لم يتباينا لعدّهما عدد ولنكن العدد ب فلان ب يعدّ آ الفرد فهو عدد فرد لانه لوكان زوجا وقد عدّ العدد الفرد لكان آ عددا زوجا بالشكل الواحد والعشرين هذا خلف فب عدد فرد وعدّ ح ضعف ح د فهو يعدّ د ح بالشكل المتقدم فقد عدّ عددي آ وح د فيهما مشتركان وكانا متباينين هذا خلف فآ يباين ح ه وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لب

جميع الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فان كلًا منها زوج الزوج فقط ✲

لنكن اعداد ب ح د هي الحاصلة من تضعيف الاثنين الذي هو آ فاقول ان كل واحد من ب ح د زوج الزوج فقط برهانه لنكن الواحد مقدما على آ فآ ضعف الواحد وب ضعف آ وح ضعف ب ود ضعف ح فكل منها زوج واعداد آ ب ح د متوالية من الواحد على نسبة فاقلها يعدّ اكثرها بعدد منها بالشكل الحادي عشر فكل واحد من اعداد ب ح د زوج الزوج ولان آ عدد اوّل فلا يعدّ د غير آ ب ح ولا يعدّ ح غير آ ب ولا يعدّ ب غير آ فكل واحد من اعداد ب ح د زوج الزوج فقط اذ لا يمكن ان يكون واحد منها زوج الزوج والغرد والاّ لعدّ احدها غيرها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لح

كل عدد نصف فرد فهو زوج الفرد فقط ✲

لكن عدد آب نصفه وهو آح فردا فاقول ان آب زوج الغرد فقط امّا انه زوج الغرد فلان له نصفا فردا

ا ..... ب ..... ح ..... ب واما انه لا يمكن ان يكون زوج الزوج لانه لوكان لكان نصفه

زوجا وهو فرد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لد

كل عدد لايكون حاصلا من تضعيف الاثنين وله نصف ليس بفرد فهو زوج الزوج وزوج الفرد ✲

لكن آب عددا غير حاصل من تضعيف الاثنين ونصفه ب ح وليس بفرد فاقول ان آب زوج الزوج وزوج

ا ..... ب ..... ح ..... ب الغرد برهانه فلان ب ح الزوج هو نصف آب فآب زوج الزوج وهو زوج

الغرد ايضا لان ب ح ينقسم لانه زوج فلا ينتهي بالقسمة الي الواحد والاّ لكان آب حاصلا من تضعيف الاثنين هذا خلف فينتهي بالقسمه الي عدد فرد يعدّ ب ح ويعدّ آ ح ايضا المساوي لب ح فيعدّ آب بالشكل الثامن والعشرين من السابعة فيعدّ ذلك المفرد عدد آب مرات عدتها زوج باستبانة احد شكلي الثامن والعشرين والتاسع والعشرين فآب زوج الغرد وكان زوج الزوج فهو زوج الزوج ه زوج الغرد وذلك ما اردنا ان نبين

لة

جميع الاعداد المتوالية علي نسبة كم كانت وفصل من كل واحد من الثاني فبا لاخير منها مثل الاوّل فان نسبة الباقي من الثاني الي الاوّل كنسبة الباقي من الاخير الي جميع الاعداد المتقدمة عليه اذا جعلت عددا واحدا ✲

لبكن نسبة آب الي ح د كنسبة ح د الي مح وكنسبة مح الي ط نه وفصل من ح د د ه مثل آب ومن ط نه نم مثل آب ايضا فاقول ان نسبة ح ه الي آب كنسبة

كنسبة ط م الي جميع مح ح د آب برهانه فلان ط نه اعظم من كل واحد من الاعداد المتقدمة عليه فنفصل منه كنه مثل مح ول نه مثل ح د فيكون نسبة ط ا الي نه ا كنسبة ا نه الي نل وكنسبة ل نه الي نم فبالخلاف نسبة ط نه الي نه ا كنسبة ا نه الي نل وكنسبة ل نه الي نم فبالتفصيل نسبة ط ا الي ا نه كنسبة ا ل الي ل نه وكنسبة ل م الي م نه باستبانة الحادي عشر والثاني عشر والثالث عشر من اشكال السابعة ونسبة مقدم الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثاني عشر

ا .. ب

من السابعة فنسبة ل م الي م نه ح .. د

كنسبه ط م الي جميع ا نه ل نه م نه لكن جميع ا نه ل نه م نه مساو ر ..... ح

لجميع مح ح د آب ول م مساو ط ..... ا .... ل .. م .. نه

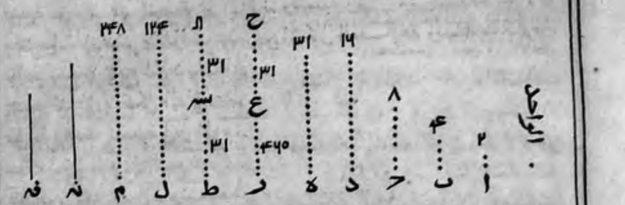
لحه وم نه مساو لآب ونسبة كل واحد من العددين المتساويين متساويين الي كل واحد من العددين المتساويين متساويين وبهانه بالجزء والاجزآء سهل فنسبة ط م الي جميع مح ح د آب كنسبة حه الي آب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لو

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة الضعف اذا جمعت مع الواحد وكان المجموع عددًا اوّل كان الحاصل من ضرب المجموع في آخر الاعداد المتوالية عددا تاما ✲

لبكن آ ب ح د اعدادا متوالية من الواحد علي نسبة الضعف وكان مجموعها مع الواحد عددا اوّل وهو ه وضرب ه في د وكان الحاصل مح فاقول ان مح عدد تام برهانه نضعف ه ضعفه ثم ضعف ضعفه حتي يحصل اعداد مع ه علي عدة آ ب ح د ولبكن هي ا ط ل م فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ا ط ونسبة ب الي ح كنسبة ا ط الي ل ونسبة ح الي د كنسبة ل الي م فبالمساواة نسبة آ الي د كنسبة ه الي م بالشكل الرابع عشر من السابعة والحاصل من ضرب آ في م كالحاصل من ضرب ه في د بالشكل التاسع عشر من السابعة لبكن الحاصل من ضرب ه في د مح

فالحاصل من ضرب آ في م رح فلان آ اثنان فرح ضعف م فاعداده لط
ل م رح متوالية علي نسبة الضعف فنفصل من كل واحد من لط رح
عددا يساوي ه وهما اسه ع ح فنسبة طسه الي ه كنسبة رع الي مجموع م
ل لط ه بالشكل المتقدم لكن طسه مثل ه فرع مثل مجموع م ل ط لا ه وه



يساوي مجموع آ ب ح د مع الواحد وع ح يساوي ه فرح يساوي مجموع آ
ب ح د ه ط لا ل م مع الواحد وكل واحد منها يعد رح وكل واحد منها
جزء فرح يساوي اجزاءه وليس لرح جزء آخر غير هذه الاجزاء والا
لكان نه جزء رح غير هذه الاجزاء فليعد نه رح بف فنسبة الواحد
الي ف كنسبة نه الي رح فرح هو الحاصل من ضرب فه في نه بالشكل التاسع
عشر من السابعة وكان رح حاصل من ضرب ه في د فنسبة ه الي ف كنسبة
نه الي د بالشكل التاسع عشر من السابعة وف ليس عددا من اعداد آ ب
ح د وآ الذي يلي الواحد اول فلا يعد نه عدد د بالشكل الثالث عشر فه
لا يعد ف وه عدد اول فهو يباين ف بالشكل الواحد والثلثين من
السابعة فه ف يعدان كل عددين علي نسبتهما الاقل للاقل والاكثر
للاكثر بالشكل العشرين من السابعة فف يعد د فهو احد اعداد آ ب
ح د بالشكل الحادي عشر ولكن هو ب ولان نسبة ب الي د كنسبة ه الي ل
فالحاصل من ضرب ه في د كالحاصل من ضرب ب في ل بالشكل التاسع
عشر من السابعة لكن الحاصل من ضرب ه في د هو رح فالحاصل من
ضرب ب في ل هو رح وكان الحاصل من ضرب فه في نه هو رح فنه
يساوي ل وكان نه غير هذه الاجزاء المذكورة هذا خلف فليس لرح
جزءا آخر غير هذه الاجزاء المذكورة فرح مساو لمجموع اجزاءه فهو
عدد تام فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

✲ تمت المقالة التاسع والحمد لله المعين ✲

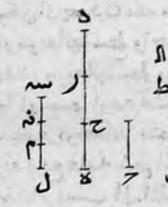
المقالة العشرة وهي مائية وتسع كلا

صدر اقسام الكم المتصل خمسة الخط والسطح والجسم التعليمي والمكان
والزمان ويقال لها الاعظام فان نسب احد المتجانسين منها الي الآخر
من جنسه اوقدر احدهما بالاخر يقال له المدار ✲ والمقادير
المشتركه خطوطا كانت او سطوحا او جساما وغيرها هي التي يمكن ان
يقدرها مقدار واحد ✲ وغير المشتركه اي المتباينة هي التي لا يمكن
ان يقدرها مقدار واحد ✲ والاشتراك في المقادير يخالف الاشتراك في
الاعداد فان الاعداد المشتركة هي التي يعدها عدد واحد لان يعدها
الواحد وذلك لان الواحد في المقادير مقدار والواحد في الاعداد ليس
بعدد ✲ والخط طول بالعقل ومربع بالقوة اي يمكن ان يحدث منه مربع
✲ الخط المشتركه في القوة هي التي يمكن ان يقدر مربعاتها سطح واحد ✲
والمتباينة في القوة هي الخطوط التي لا يمكن ان يقدر مربعاتها سطح واحد
✲ واذا وضع مقدار محدود خطا كان اوسطحا او جسما اوغيرها من
المقادير لتقدير ساير المقادير التي من جنسه يصير بوحدته منطقا
وكل مقدار قدريه او بجزء جزئيه اوبجزء جزئيه وقع عليه اسم العدد
للتقديريه ويصير بذلك منطقا ✲ فكل مقدار نسب الي المقدار
الموضوع نسبة عدد الي عدد فهو منطق وما نسب اليه من المقادير ✲
ولا تكون نسبته اليه نسبة عدد الي عدد فهو اصم اي لم يسمع كنسبته
اليه اسم ينطق به بل ينطق بطريق الحدود لحدر ثلثه وحدر
خمسة ومثل ما يقال حدر خمسة ثلث حدر خمسة واربعين وحدر
واحد وربع نصف حدر خمسة وان صدق علي المنسوب النصف
والثلث وعلي المنسوب اليه الواحد فان ذلك يخرجه عن حيز الاصم
اذا ليس هذا بواسطة اضافته الي المقدار الموضوع الذي هذه الحدور
بالنسبة اليه اصم ✲ فاذا وضع خط محدود لتقدير المخطوط به فهو
منطق ✲ وكل خط قدر به او بجزئيه او بجزء خرايه فهو منطق
ايضا ✲ وكل خط لا يمكن ان يقدر به ولا بجزئيه ولا بجزء جزئيه
فهو اصم ✲ ومربع ذلك الخط المضوع ايضا منطق ✲ وكل سطح
يقدر به او بجزئيه او بجزء جزئيه فهو منطق ✲ وكل سطح لا يمكن
ان يقدر به ولا بجزئيه ولا بجزء جزئيه ✲ ومكعب ذلك الخط الموضوع
منطق ايضا ✲ وكل جسم يقدر به او بجزئيه او بجزء جزئيه
فهو منطق ✲ وكل جسم لا يمكن ان يقدر به ولا بجزئيه ولا بجزء
جزئيه فهو اصم ✲ ويتبين في هذه المقالة انه اذا وضع خط محدود

لتقدير الخطوط فانه يمكن ان يوجد خطوط غير متناهيه مباينة له في الطول فقط وخطوط غير متناهية مباينة له في الطول والقوة معا وسنشير اليه فيما بعد انشاء الله تعالى ✲

الاشكال آ

كل مقدارين فصل من اعظمهما اكبر من نصفه ومن الباقي اعظم من نصفه وهكذا علي التوالي فيبقي من الاعظم مقدار اصغر من المقدار الاصغر ✲



ليكن آب ح مقدارين اعظمهما آب وفصل من آب اعظم من نصفه ومن باقيه اعظم من نصفه باقيه وهكذا علي التوالي فاقول انه يبقي من آب مقدار اصغر من ح برهانه نضعف ح مرة بعد اخري الي ان يصير اضعافه اعظم من آب وهو دة فكل واحد من اقسامه التي هي در رح ح ه يساوي ح ونفصل من آب اعظم من نصفه وهو ب ط ومن آط اعظم من نصفه وهو ا ط وهكذا الي ان يصير عدة اقسامه آب كعدة اقسام دة وهي ب ط ط ا آ ونضعف آ ا بعدة اقسام دة وهو ل سه واقسامه سه نم م ل فلان كل واحد من اقسام سل يساوي آ ا وط ا اعظم من آ ا وب ط اعظم من ط ا فسل اصغر من آب وآب اصغر من دة فسل اصغر من دة كثيرا ولان نسبة در الي سه كنسبة در الي نم بالشكل السابع من الخامسة وبهذا الشكل بعينه نسبة رح الي نم كنسبة در الي نم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة در الي سه كنسبة رح الي نم وبمثله نبين ان نسبة ح ه الي م ل كنسبة در الي سه فبالشكل الثالث عشر من الخامسة نسبة در الي سه كنسبة دة الي سل لكن دة اعظم من سل فدر اعظم من سه ودر يساوي ح وسه يساوي آ ا فح اعظم من آ ا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

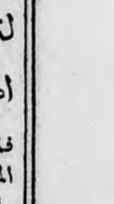
اقول انه قد يقع قولنا كل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم والصغر اذا فصل من اعظمهما مقدار اعظم من نصفه ومن الباقي مقدار آخر اعظم من نصفه وهكذا دايما علي الولاء فانه يبقي من المقدار الاعظم ما هو اصغر

اصغر من المقدار الاصغر مقدمة لبعض براهين علوم الهندسة وقد يكون تلك المفصولات علي نسبة معينة كالنصف والثلث وقد لا يكون علي نسبة معينة اما الاول فكخطين محدودين مختلفين بالعظم والصغر فانه اذا نقص من الاعظم جزء ما ومن الباقي ذلك الجزء بعينه وهكذا دايما فانه يبقي من المقدار الاعظم اقل من الاول امّا الثاني فمثل ما اذا عملنا في الدايرة مربعا فيكون هو اعظم من نصف الدايرة واذا عملنا فيها مثمنا يكون فصل المثمن علي المربع اعظم من نصف فصل الدايرة علي المربع واذا عملنا في الدايرة شكلا ذا ست عشرة قاعدة فيكون فصله علي المثمن اعظم من نصف فصل الدايرة علي المثمن واذا سلكنا هكذا في اشكال عدد اضلاعها زوج الزوج فانه يبقي من الاعظم ما هو اصغر من الاصغر وقد تكون المفصولات علي نسبة معينة في نفس الامر وقد لا تكون فحصل مما ذكرنا ان المفصولات من المقدار الاعظم قد تكون علي نسبة معينة وقد لا تكون علي نسبة معينة بل تكون معبدة بنوع من التقييد فلما لاحظ اقليدس هذا المعني فارسل قولا شاملا للنوعين ليكون الدعوي كلية فقال اذا فصل من اعظم المقدارين ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم من نصفه وهكذا دايما فانه يبقي من الاعظم مقدار اصغر من الاصغر فقوله ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم قد يمكن ان يكون علي نسبة معينه ويمكن ان يكون علي نسبة معينه والشيخ ابو علي بن القسم البصري لما راي ان اقليدس استعمل هذا الدعوي في الشكل الثاني والتاسع والعاشر والحادي عشر من المقالة الثانية من هذا الكتاب ظن ان هذا الدعوي جزئي اورده في الشكل الاول من المقالة العاشرة استعمله في الاشكال المذكورة وصنف رسالة ذكر فيها ان هذا الدعوي جزئي قال فيها واني لما تاملته ظهر لي ان هذا الحكم كلي علي اي نسبة كانت المفصول من المفصول منه اذا كانت النسبة محفوظة وان تقييد الدعوي بما هو اعظم من النصف ونحوه يجعل الدعوي جزيا والشيخ احمد بن السري البغدادي قال هذا الدعوي كلي كما اشرنا اليه وعمل فيه رساله رد علي ابي علي فيها وهو حق وانا ذكرت هذا القول لتنبه المتعلم علي ان قول اقليدس كلي يشمل قول ابي علي بن الهيثم من غير عكس وعلي قول ابي علي بن الهيثم لا يتم البرهان علي الاشكال المذكورة في المقالة الثانية عشر فهو جزئي والله اعلم بالصواب ✲

ب

كل مقدارين مختلفين نفصل من اعظمهما مرة بعد اخري مثل اصغرهما حتي يبقي منه اصغر

من الاصغر ثم نفصل من الباقي الاصغر من الاصغر حتى يبقي اصغر من الاصغر الباقي ولم نزل نفعل هكذا ولم ينتهيا الي مقدار يقدر الذي يليه قبله فهما متباينان ❊



لكن آب حد مقدارين مختلفين اعظمهما آب وفصل من اعظمهما مرة بعد آخري مثل اصغرهما ولم نزل نفصل هكذا ولم ينتهيا الي مقدار يقدر الذي قبله فهما متباينان برهانه فلانه لو لم يتباينا لكانا مشتركين فيقدرهما مقدار ولكن هو ط فنفصل حد من آب مرة بعد آخري حتى يبقي اه اقل من حد ونفصل منه اه مرة بعد آخري حتى يبقي حر اقل من اه ونفصل منه حر مرة بعد آخري حتى يبقي آح اقل من حر فلان ٢ ب اعظم من نصف آب وح٢ اعظم من نصف اه فبصل التفصيل الي مقدار هو اصغر من ط بالشكل المتقدم ولكن هو آح فلان ط يقدر حد وهو يقدر ٢ ب فط يقدر ٢ ب وكان يقدر آب فط يقدر اه وهو يقدر دد فط يقدر دد وكان يقدر حر فط يقدر حر وهو يقدر ح٢ فط يقدر ح٢ وكان يقدر اه فط يقدر آح وهو اصغر من ط هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مختلفين مشتركين ❊



فليكن المقداران آب حد وآب اعظمهما فان كان حد يقدر آب وهو يقدر نفسه فهو اعظم مقدار يقدرهما وان لم يكن حد يقدر آب فلنقدر ب٢ منه ولبق اه منه اقل من حد ويقدر اه دد من حد فلا بد من الانتهاء الي مقدار يقدر الذي يليه قبله لاشترك المقدارين ولبكن حر يقدر اه فاقول ان حر اعظم مقدار يقدر آب حد برهانه اما انه يقدرهما فلان حر يقدر اه وهو يقدر دد وحر يقدر نفسه فبقدر حد وهو يقدر ب٢ فحر يقدر ب٢ وكان يقدر اه فحر يقدر كل واحد من مقداري آب حد فهو اعظم مقدار يقدرهما والا فليكن ح اعظم مقدار يقدرهما فهو يقدر حد الذي

الذي يقدر ب٢ فح يقدر ب٢ وكان يقدر آب فهو يقدر اه وهو يقدر دد فح يقدر دد وكان يقدر حد فح الاعظم يقدر حر الذي هو اصغر منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊ واستبان منه ان كل مقدار يقدر مقدارين مشتركين فهو يقدر اعظم مقدار يقدرهما ❊

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة اكثر من اثنين ❊



فنجد اعظم مقدار يقدر آب ولبكن هو حد بالشكل المتقدم فان عد دح فهو اعظم مقدار يقدر آب حح والا فلبكن اعظم مقدار يقدرهما ٢ فه يقدر آب فبقدر اعظم مقدار يقدر آب وهو حد فه يقدر حد وهو اعظم منه هذا خلف ❊ وان لم يعد دح فنجد اعظم مقدار يقدر حد بالشكل المتقدم ولبكن هو ٢ فلانه يقدر حد ود يقدر آب فه يقدر آب ح فاقول هو اعظم مقدار يقدرها والا فلبكن ر اعظم مقدار يقدرها فبقدر آب فبقدر اعظم مقدار يقدرها باستبانة الشكل المتقدم فبقدر حد وهو يقدر ح فبقدر اعظم مقدار يقدر دح باستبانة الشكل المتقدم فر يقدر ٢ وهو اعظم منه هذا خلف فه اعظم مقدار يقدر آب ح وذلك ما اردنا ان نبين ❊

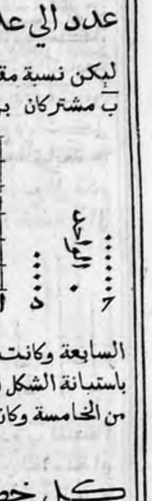
كل مقدارين مشتركين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عدد



فليكن المقداران المشتركان آب ومقدارهما ٢ فليقدر آ باحاد عدد ح وب باحاد عدد د فنسبة ٢ الي آ كنسبة الواحد الي ح وبالخلاف نسبة آ الي ٢ كنسبة ح الي الواحد ونسبة ٢ الي ب كنسبة الواحد الي د فبالمساواة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل مقدارين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عدد فهما متشاركان ✲

لیکن نسبة مقدار آ ب الي مقدار ب کنسبة عدد ح الي عدد د فاقول ان آ ب مشترکان برهانه نقسم آ بعدة احاد ح بالشکل الثالث عشر من السادسة ولیکن احد اقسامه آ ه فنسبته الي آ کنسبة الواحد الي ح وبالخلاف نسبة آ الي ه کنسبة ح الي الواحد ولناجد له اضعافا بعدة احاد د ولیکن هو ر فنسبة ه الي ر کنسبة الواحد الي د فبالمساواة نسبة آ الي ر کنسبة ح الي د بالشکل الرابع عشر من السابعة وکانت نسبة آ الي ت کنسبة ح الي د فنسبة آ الي ر کنسبة الي ب باستبانة الشکل الرابع عشر من السابعة فب يساوي ر بالشکل السابع من الخامسة وکان آ مشارکا لر فهو مشارک لب وذلک ما اردنا ان نبين ✲



كل خطين مستقيمين هما ضلعا مربعين فان كانا مشتركين في الطول كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فالخطان مشتركان في الطول وان لم تكن نسبة مربعيهما كنسبة عدد مربع الي عدد مربع فالخطان ليسا مشتركين في الطول ✲

لیکن آ ب مشترکين في الطول فاقول ان نسبة مربعيهما کنسبة عددين مربعين وان کانت نسبة مربعيهما کنسبة عددين مربعين فهما مشترکان في الطول وان لم تکن نسبة مربعيهما کنسبة عددين مربعين فهما متباينان في الطول برهانه فلان آ ب مشترکين في الطول فنسبة احدهما الي الآخر کنسبة عدد الي عدد بالشکل الخامس ولیکن



ولیکن العددان ح د فنسبة آ الي ب مثناة کنسبة ح الي د مثناة ونسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة آ الي ب مثناة بالشکل العاشر والتاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة ح الي د مثناة بالشکل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشکل الرابع عشر من السابعة ونسبة مربع ح الي مربع د کنسبة ح الي د مثناة بالشکل الحادي عشر من الثامنة فنسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة مربع ح الي مربع د بالشکل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشکل الرابع عشر من السابعة ✲ وايضا ولیکن نسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة عدد مربع الي عدد مربع وهما ح د وضلع ح ه وضلع د ر ونسبة ه الي ر مثناة کنسبة ح الي د بالشکل الحادي عشر من الثامنة فنسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة ه الي ر مثناة بالشکل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشکل الرابع عشر من السابعة ونسبة آ الي ب مثناة کنسبة مربع آ الي مربع ب بالشکل العاشر والتاسع عشر من السادسة وکانت نسبة ه الي ر مثناة کنسبة مربع آ الي مربع ب فنسبة آ الي ب مثناة کنسبة ه الي ر مثناة بالشکل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشکل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الي ب کنسبة ه الي ر فآ يشرک ب بالشکل المتقدم وايضا ان لم تکن نسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة عددين مربعين فآ يباين ب في الطول والا لکانا مشترکين في الطول فتکون نسبة مربع آ الي مربع ب کنسبة عددين مربعين بالقسم الاول من هذا الشکل والمفروض خلافه هذا خلف فالحکم ثابت وذلک ما اردنا ان نبين ✲

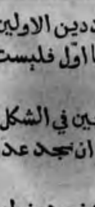


واستبان منه ان کل خطين مشترکين في الطول فهما مشترکان في القوة وکل خطين متباينين في القوة فهما متباينان في الطول ولا يجب العکس ✲

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول يشارك الثاني كان الثالث يشارك الرابع وان كان يباينه كان يباينه ✲

لیکن آ ب ح د اربعه مقادير نسبة آ الي ب کنسبة ح الي د فاقول ان کان آ يشارک ب فح يشارک د وان کان آ يباين ب فح يباين د برهانه فان کان آ يشارک ب يکون نسبة آ الي ب کنسبة عدد الي عدد بالشکل

الخامس ونسبة ح الي د كنسبة آ الي ب ونقسم كل واحد
من ح د بعدة احاد العددين اللذين علي نسبه آ الي ب
بالشكل الثالث والعشرين من السادس ونبين ان نسبة
ح الي د كنسبة العددين بمثل ما بينا في الشكل السادس



فح يشارك د بالشكل الخامس وان كان آ يباين ب فح
يباين د والا فهكونا مشتركين فتكون نسبة ح الي د
كنسبة عدد الي عدد بالشكل الخامس فيكون نسبة آ الي ب كنسبة
العددين فآ يشارك ب وكان يباينه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما
اردنا ان نبين ❊

فان كانت المقادير الاربعة خطوطا كان الحكم المذكور منسحبا علي
مربعاتها لانها متناسبة ايضا ❊

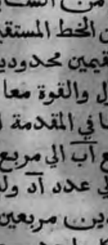
ط

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نجد خطين احدهما يباينه في الطول فقط والآخر يباينه في الطول والقوة ❊

مقدمة اولي

كل عددين كل واحد منهما اول فلا يمكن ان يكون نسبتهما كنسبة
عددين مربع ❊

فليكن آب ح د عددين كل منهما اول فاقول لا يمكن ان يكون نسبة آب الي
ح د كنسبة عدد مربع الي عدد مربع برهانه فان امكن فلتكن
نسبة آب الي ح د كنسبة عددين مربعين فيقع بينهما عدد وتوالت
الثلثة علي نسبة بالشكل الثامن والحادي عشر الثامنة ولبكن ذلك العدد
ه فيمكن ان يوجد اقل ثلثة
اعداد علي نسبتها بالشكل
الثالث والثلثين من السابعة
ولبكن هي ز ح ط فطرفاها
متباينان بالشكل الثالث من



الثامنة وكل متباينين فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني
والعشرين من السابعة فبعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل
العشرين من السابعة فليبعد ز ط عددي آب ح د باحاد آ فنسبة
الواحد الي آ كنسبة ز آ الي ب وبالابدال نسبة الواحد الي ز كنسبة آ الي
آب وبمثله تبين ان نسبة آ الي ح د كنسبة الواحد الي ط وكل واحد من
العددين

العددين الاولين يعده عدد يغايرهما هذا خلف فكل عددين كل
منهما اول فليست نسبتهما كنسبة عددين مربعين ❊

المقدمة الثانية

قد بين في الشكل الرابع عشر من التاسعة ان كل اعداد اوايل يفرض
فلنا ان نجد عددا اول غيرها فلنا ان نجد اعدادا ويلي غير متناهية ❊

المقدمة الثالثة

لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين نسبة مربع احدهما الي الآخر
كنسبة عدد الي عدد ❊

ليكن آح آد عددين كل منهما اول وينطبق احدهما علي الآخر وعدد
آح اكبرهما ونجعل خط آب المستقيم المحدود محيطا مع آح بزاوية كيف
كانت الزاوية ونقسم آب باقسام آح بالشكل الثالث عشر من السادس
وننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم



نصف دايرة آرب ونصل ب ح بخط مستقيم
ونخرج من د خط د ه يوازي خط ب ح بالشكل
الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي خط
آب فليلتقه علي نقطة ه ونخرج منها عمود ه ز
علي آب بالشكل الحادي عشر من الاولي فليلتقه الي المحيط علي نقطة ز
فنصل بينهما وبين نقطة آ بخط مستقيم ولان خط د ه يوازي ب ح
فزاويتا ه د من مثلث آه د يساويان زاويتي ب ح من مثلث آب ح بالشكل
التاسع والعشرين من الاولي وزاوية آ مشتركة بين المثلثين فنسبة ح آ الي
آد كنسبة ب آ الي آه بالشكل الرابع من السادس لكن نسبة آب الي آز
كنسبة آز الي آه باستبانة الشكل الثامنة من السادس فنسبة مربع آب
الي مربع آز كنسبة عدد ح آ الي عدد آد باستبانة الشكل السابع عشر من
السادس وبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع
عشر من السابعة ❊

ليكن الخط المستقيم المفروض المحدود خط آب فاقول لنا ان نجد خطين
مستقيمين محدودين احدهما يباينه في الطول فقط والآخر يباينه في
الطول والقوة معا برهانه فلانا



بينا في المقدمة الثالثة ان نسبة
مربع آب الي مربع آز كنسبة عدد
آح الي عدد آد وليست كنسبة
عددين مربعين بالمقدمة الاولي
لان كل واحد من عددي آح آد اول
فخط آب يباين خط آز في الطول بالشكل السابع ويشاركه في القوة
بالشكل السادس لان نسبة مربع آب الي مربع آز كانت كنسبة عدد آح

الي عدد آد وهذا هو احد الخطين المطلوبين ونجعل خط آر علي استقامة خط آب ولكن ايضا لهما علي نقطة آ وننصف ر ب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم علي ر ب نصف دايرة ب ح ر ونخرج من نقطة آ علي خط ب ر عمود آ ح فلبنته الي المحيط علي نقطة ح ونصل ح ر ح ب بخطين مستقيمين فلان نسبة ب آ الي آ ح كنسبة ح آ الي آ ر باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آب الي مربع آ ح كنسبة آب الي آ ر باستبانة الشكل الثامن عشر من السادسة وآب يباين آ ر فمربع آب يباين مربع آ ح بالشكل المتقدم وكل مباين في القوة من الخطوط يباين في الطول فالشكل السابع خط آ ح يباين خط آب في الطول والقوة معا وهذا هو الخط الثاني من الخطين المطلوبين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

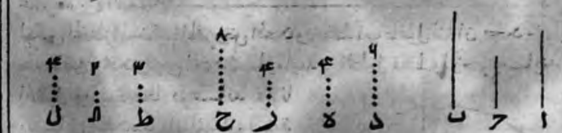


فاستبان مما ذكرنا ان خط مستقيم محدود مفروض يمكن ان يوجد له خطوط غير متناهية تباينه في الطول فقط وخطوط غير متناهية تباينه في الطول والقوة معا ۞

ح

كل مقاديرين يشارك مقدارا واحدا فهي متشاركة ۞

لبكن آب يشاركان ح فاقول انهما متشاركان برهانه فلان آ يشارك ح فنسبة آ الي ح كنسبة عدد الي عدد بالشكل الخامس ولبكن كنسبة عدد د الي عدد ه وب يشارك ح فلتكن نسبة ح الي ب كنسبة عدد ر الي عدد ح بمثل ما بينا ونجد اقل اعداد علي نسبتي عددي ده رح بالشكل



الرابع من الثامنة ولبكن هي ط ك ل ونسبة آ الي ح كنسبة د الي ه ونسبة ط الي ك كنسبة د الي ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ح كنسبة ط الي آ ل وبمثله تبين ان نسبة ح الي ب كنسبة ك الي ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامس او الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب كنسبة ط الي ل فايشارك ب بالشكل السادس وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان

واستبان منه ان المشارك للمنطف منطق ۞

ما

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب يشارك كلا منهما وان كان مجموعهما يشارك احدهما فهما متشاركان ۞

لبكن آب ح ب مقدارين مشتركين ويقدرهما د فد يقدر مجموعهما وان كان د يقدر مجموعهما اذا جعلا مقدارا واحدا و يقدر احدهما فد يقدر كل واحد منهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

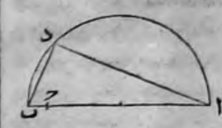


واستبان منه ان آب ب ح اذا كانا متباينين كان المجموع يباين كل واحد منهما والا يشارك كل واحد منهما او احدهما فبكونا مشتركين وان كان المجموع يباين كل واحد منهما فهما متباينان والا لكانا مشتركين فبشارك المجموع كل واحد منهما هذا خلف ۞

مقدمة

كل خطين مستقيمين محدودين احدهما اعظم من الآخر فان الاعظم يقوي علي الاصغر بقوة خط آخر مستقيم محدود ۞

لبكن آب آ ح خطين مستقيمين محدودين وآب اعظمهما فاقول ان آب يقوي علي آ ح بقوة خط آخر مستقيم محدود فننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة آدب ونرسم فيه وتر آد يساوي خط آ ح بالشكل الاول من الرابعة ونصل ب د بخط مستقيم فلان زاوية آدب قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع وتر آب يساوي مربعي وتري آد دب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع آب يقوي علي مربع آ ح بمربع د ر وذلك ما اردنا ان نبين ۞



يب

كل اربعة خطوط مستقيمة متناسبة فان كان الاول يقوي علي الثاني بزيادة قوة خط مستقيم

يشارك الاوّل في الطول فالثالث يقوي على الرابع بقوة خط مستقيم يشارك الثالث في الطول وان كان الاوّل يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم يباين الاوّل في الطول فالثالث يقوي على الرابع بزيادة قوة خط مستقيم يباين الثالث في الطول ❊

لتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وآ اعظم من ب وح من د فآ يقوي علي ب بقوة خط مستقيم بالمقدمة ولبكن هو ه ولذلك ح يقوي علي د بقوة خط مستقيم بالمقدمة ولبكن هو ر فاقول ان كان آ يشارك ه في الطول فح يشارك ر في الطول وان كان آ يباين ه في الطول فح يباين ر في الطول

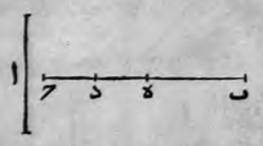


برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فنسبة آ الي ب مثناة كنسبة ح الي د مثناة ومربع ح كمربعي د ر معا فنسبة مربعي د ر معا الي مربع ب كنسبة ح الي د مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادس فنسبة آ الي ب مثناة كنسبة مربعي ح ر معا الي مربع ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة ومربع آ كمربعي ب ه فنسبة مربعي ب ه معا الي مربع ب كنسبة آ الي ب مثناة بالشكل التاسع عشر من الخامسة فنسبة مربعي ب ه معا الي مربع ب كنسبة مربعي د ر معا الي مربع د بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالتفصيل نسبة مربع ه الي مربع ب كنسبة مربع ر الي مربع د بالشكل السابع عشر من الخامسة وبالخلاف نسبة مربع ب الي مربع ه كنسبة مربع د الي مربع ر ونبين بمثل ما بينا ان نسبة ب الي ه مثناة كنسبة د الي ر مثناة فنسبة ب الي ه كنسبة د الي ر وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فبالمساواة المنتظمة نسبة آ الي ه كنسبة ح الي ر بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة فان كان آ يشارك ه في الطول فح يشارك ر في الطول وان كان آ يباين ه في الطول فح يباين ر في الطول بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ح

كل

كل خطين مستقيمين مختلفين اضيف الي اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الاطول بقسمين مشتركين في الطول فالاطول يقوي علي الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطول في الطول وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطول في الاطول فالسطح المضاف يقسم الاطول بقسمين مشتركين في الطول ❊



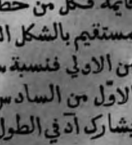
لبكن الخطان آ وب ح وآ اقصرهما واضيف الي ب ح سطح ب د في د ح المتوازي الاضلاع المساوي لربع مربع آ بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان ب د يشارك د ح فب ح يقوي علي آ بزيادة قوة خط يشارك ب ح في الطول وان كان ب ح يقوي على آ بزيادة قوة خط يشارك ب ح في الطول فب د يشارك د ح في الطول برهانه فلان سطح ب د في د ح يساوي ربع مربع آ المساوي لمربع نصف آ باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة وب ح اطول من آ فب د اطول من نصف ب ح فنفصل من ب د ده مثل د ح بالشكل الثالث من الاولي فاربعة امثال لسطح ب ح في ده المساوي لده كمربع ومع مربع ب ه يساوي مربع ب ح بالشكل الثامن من الثانية فمربع ب ح يساوي مربعي آ ب ه معا فمربع ب ح يقوي علي مربعي آ بقوة ب ه فب د ان شارك د ح في الطول فب ح يشارك كل واحد من د ح ده فبشارك ب ه بالشكل الحادي عشر وان يشارك ب ح ب ه في الطول فبشارك ه ح وده يشارك ه ح فب ح يشارك د ح بالشكل العاشر فب د يشارك د ح بالشكل الحادي عشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ده

كل خطين مستقيمين مختلفين يضاف الي

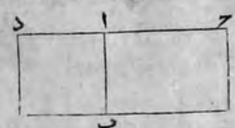
اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الخط الاطول بمتباينين قوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه الاطول في الطول وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يباين الاطول في الطول فالسطح يقسم الاطول بقسمين متباينين في الطـــــول ❊

لكن آ ب ح الخطين المستقيمين واقصرهما آ واضيف الي ب ح سطح ب د في د ح يساوي ربع مربع ا ينقص عن تمام بمربع ب د بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان ب د يباين د ح فب ح يقوي علي آ بقوة خط يباين ب ح في الطول وان كان ب ح يقوي علي آ بزيادة قوة خط يباين ب ح في الطول فب د يباين د ح في الطول برهانه تبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم ان ب ح يقوي علي آ بمربع ب ه فان تباين ب د د ح تباين ب ح ب ه يباين ب د د ح والا لشاركه فيشارك ب ح ب ه بالشكل المتقدم وهو يباينه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ❊



يه

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان منطقان في الطول منطق



لكن السطح ب ح والخطان آ ب آ ح فنرسم علي خط آ ب مربع ب د بالشكل السادس والاربعين من الاولي فلان كل واحده من الزاويتين اللتين عند نقطتي آ ب قايمة وكل من خطي ح د وما يقابله خط واحد مستقيم وكذلك ما يقابله بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبة سطح ب ح الي سطح ب د كنسبة خط آ ح الي خط اد بالشكل الاول من السادسة وآ ح يشارك آ د لانه

لانه يساوي خط آ ب فسطح ب ح يشارك سطح ب د بالشكل الثامن وسطح ب د منطق فسطح ب ح منطق وذلك ما اردنا ان نبـــــين ❊

يو

كل سطح منطف اضيف الي خط منطق في الطول فالضلع الحادث منه ايضا منطق في الطول



لكن الخط المنطف آ ب والسطح المنطف المضاف اليه ب ح فاقول ان ضلع آ ح منطف في الطول برهانه نرسم علي آ ب مربع ب د بالشكل السادس والاربعين من الاولي ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي آ ب قايمة فكل من خطي ح د وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح ب ح الي سطح ب د كنسبة خط آ ح الي خط اد بالشكل الاول من السادس لكن سطح ب د يشارك سطح ب ح لكونهما منطقين فآ ح يشارك اد في الطول بالشكل العاشر واد منطق فآ ح منطف وذلك ما اردنا ان نبـــــين ❊

ير

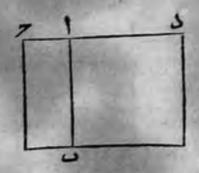
كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان منطقان ومشتركان في القوة فقط اصم ويسمي الموسط والخط القوي عليه اصم ويسمي الخط الموسط ❊



لكن خطا آ ب آ ح منطقين في القوة ومشتركين في القوة فقط والسطح الذي يحيطان به سطح ب ح فاقول انه اصم برهانه نرسم علي خط آ ب مربع ب د بالشكل السادس والاربعين ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي آ ب قايمة وكل من خطي آ ح اد وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبة سطح ب ح الي سطح ب د كنسبة آ ح الي اد بالشكل الاول من السادسة وآ ح يباين اد في الطول لان اد يساوي آ ب فسطح ب د يباين سطح ب ح بالشكل الثامن وسطح

ب د منطف فسطح ب ح اصم وكل خط يقوي عليه اصم وانما يسمي السطح بالسطح الموسط والخط بالخط الموسط لان السطح يقع وسطا في النسبة بين مربعي آب آح والخط يقع وسطا في النسبة بين خطي آب آح وذلك ما اردنا ان نبين ❊

أقول الخطوط الموسطة قد يكون مشتركة في الطول والقوة وقد يكون مشتركة في القوة فقط وقد يكون غير مشتركة في الطول والقوة معا ولان خطي آب آح لما كانا منطقين في القوة فقط جاز ان يكون احدهما منطقا في الطول ولنكن هو آب فكل خط يقوي علي سطح يحيط به خط آح



وربع آب يشارك الخط الذي يقوي علي سطح ب ح بالشكل السابع لان نسبة مربعيهما كنسبة الواحد الي الرابعة بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الي الاربعة كنسبة عددين مربعين وكل خط يقوي علي سطح يحيط به خط آح ونصف خط آب يشارك خطا قويا علي سطح يحيط به خطا آب آح في القوة لان نسبة السطحين يكون كنسبه الواحد الي الاثنين بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الي الاثنين كنسبة عددين فالخطان مشتركان في القوة بالشكل السادس ومتباينان في الطول بالشكل السابع لان نسبة مربعيهما كنسبة مربعين وانما سمي سطح ب ح موسطا لانه وسط في النسبة بين مربعي آب آح يتبين ذلك بالشكل الاول من السادسة وسمي الخط القوي علي سطح ب ح موسطا لانه وسط في النسبة بين خطي آب آح بالشكل السادس عشر من السادسة ❊

واستبان من هذا الشكل انه اذا خذ لخطوط آب آح الخط الموسط ولنكن هو خط ط ورابعا في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة بحيث تكون نسبة آب الي الموسط كنسبة آح الي الخط الرابع ولنكن هو خط ع فبالابدال تكون نسبة آب الي آح كنسبة خط ط الي ع وآب يشارك آح فخط ط يشارك خط ع بالشكل الثامن وكانت نسبة خط ط الي آح كنسبة آب الي خط ط ونسبة آح الي خط ع كنسبة آب الي خط ط فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة خط ط الي آح كنسبة آح الي خط ع فسطح خط ط في خط ع كمربع آح بالشكل السادس من السادسة فسطح خط ط في خط ع منطف واذا جعلنا نسبة خط ط الي خط آب كنسبة خط آح

آح الي خط ع بالشكل الحادي عشر من السادس وآب يشارك آح في القوة فخط ط يشارك خط ع في القوة بالشكل الثامن فسطح آب في آح كسطح خط ط في خط ع بالشكل الخامس عشر من السادسة فسطح خط ط في خط ع موسط وهذه صورته ❊

وكل خط يقوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط آب وخط منطف في القوة فقط غير مشارك لخط آح في الطول فهو مباين لكل خط يقوي علي سطح ب ح في القوة والطول بالشكل السابع لتباين مربعهما والسطوح الثلثة موسطة ❊

ح

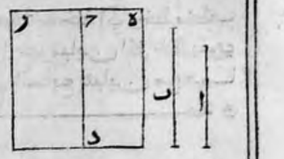
كل سطح يساوي مربع اي خط موسط اذا اضيف الي خط منطف في الطول فالضلع الحادث منه منطف في القوة فقط غير مشارك للخط المنطف في الطول ❊



لنكن الخط الموسط آ والخط المنطف ب ح ونضيف الي خط ب ح سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فهو ح ب د فاقول ان ضلع ب د منطف في القوة فقط غير مشارك لخط ب ح في الطول برهانه ولان خط آ موسط فلابد من سطح يحيط به خطان منطقان في القوة مشتركان فيها فقط يساوي مربع آ الموسط بالشكل المتقدم ولنكن هو سطح ح ر فكل من سطحي ح د ح ح يساوي مربع آ فهما متساويان وزاوية ح ب د كزاوية ح ر ح فنسبة ح ر الي ب ح كنسبة ب ح الي ر ح علي التكافوء بالشكل الرابع عشر من السادسة وح ر يشارك ب ح في القوة فمربع ب د يشارك مربع ر ح بالشكل الثامن ومربع ر ح منطف فمربع ب د منطف باستبانة الشكل العاشر وسطح ح ر يباين مربع ر ح بالشكل المتقدم فسطح ح د المساوي لسطح ح ر يباين مربع ر ح فمربع ب د يباين سطح ح د لانه لو شاركه يشارك مربع ر ح لسطح ح د بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف ونسبة مربع ب ح الي سطح ح د كنسبة ضلع ب ح الي ضلع ب د ومربع ب ح يباين سطح ح د فضلع ب ح يباين ضلع ب د بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يط

كل خط يشارك الخط الموسط في الطول او في القوة فهو موسط ❊



ليكن خط آ موسطا وخط ب يشاركه اما في الطول او في القوة فاقول ان خط ب موسط برهانه ليكن حد خطا مستقيما محدودا منطقا في الطول فيعمل عليه سطح دة متوازي الاضلاع زاوية دحة منه قايمة يساوي مربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي لخط حة منطق في القوة يباين لخط حد في الطول بالشكل المتقدم ونعمل علي حد ايضا سطح دس متوازي الاضلاع زاوية دحس منه قايمة يساوي مربع ب بالشكل المذكور لخط حس خط واحد مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي ولذلك ما يقابله لان كل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقطة د قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبة سطح دة الي سطح دس كنسبة حة الي حس بالشكل الاول من السادسة وسطح دة يشارك سطح دس لخط حة يشارك خط حس في الطول بالشكل الثامن فخس يشارك حة في القوة بالشكل السابع وحة منطق في القوة فخس منطق في القوة وحة غير مشارك لحد في الطول فخس غير مشارك له في الطول لانه لو شاركه في الطول لشاركه حة في الطول بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح دس قايم الزوايا يحيط خطا حد حس المنطقان في القوة المشتركان فهما فقط فهو موسط بالشكل السابع عشر فخط ب موسط وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه ان الخط الرابع في النسبة المذكور في استبانة الشكل الرابع عشر موسط ❊

لانه يشارك الموسط وقد تبين هاهنا ان لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة يحيطان بسطح منطق وان نجد خطين موسطين يحيطان بموسط بالشكل الواحد والعشرين والثاني والعشرين اللذان اتي بهما ثابت بن قرة في تحته ولم يذكرهما الحجاج اذ لم يكونا موجودين في النسخ القديمة ونحن لم نعدهما من اشكال الكتاب اذ هما معلومان باستبانة الشكل السابع والتاسع عشر ❊

فضل اي سطح موسط علي اي سطح موسط اصم

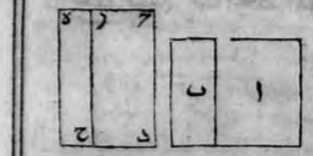
لبكن

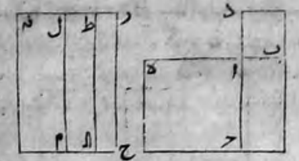
لبكن سطح آب الموسط اعظم من سطح آ الموسط بسطح ب فاقول ان سطح ب اصم برهانه فلان سطح ب لو لم يكن اصم لكان منطقا فنضيف الي خط دح المنطق في الطول سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح آب وهو دة وسطحا يساوي آ وهو سطح دس بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وكل واحد من ضلعي حة حس منطق في القوة ومباين لخط حد في الطول بالشكل الثامن عشر فسطح حة لو كان منطقا لكان عرض سة منطقا في الطول بالشكل السادس عشر فبشارك حد فبباين حس والا لشارك حس حد بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فخس سة منطقان في القوة ومتباينان في الطول فسطح حس في سة القايم الزوايا يباين مربعي حس سة بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة فضعف سطح حس في سة يباين مربعي حس سة فربع حة يباين مربعي حس سة بالشكل الحادي عشر وهما منطقان فربع حة اصم وهو منطق هذا خلف فسطح حة اصم وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واقول ان خط حة ان كان مشاركا لحس كان حس مشاركا لسة بالشكل الحادي عشر فان شاركه كان مربعاهما متشاركين بالشكل الرابع فسة منطق في القوة ومباين لسح في الطول والا يشاركه فبه فبشاركه حس بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح حة موسط بالشكل السابع عشر وان كان حة يباين حس فسطح حس في حة بل ضعفه يباين مربعيهما المنطقين بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة والسطحان مع مربع سة يساوي مربعي سح سة بالشكل السابع من الثانيه فمربعاهما المنطقان يباين مربع سة فهو غير منطق في الطول والقوة ❊

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان موسطان مشتركان في القوة فقط فهو اما منطق واما موسط ❊

ليكن الموسطان آب آح مشتركان في القوة فقط والسطح ب ح قايم الزوايا الذي يحيط به خطان آب آح فاقول اما منطق واما موسط برهانه نرسم علي خطي آب آح مربعي بد حة بالشكل السادس والاربعين من الاولي فكل واحد من خطي آح آه علي استقامة صاحبه بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان كل واحد من خطي آب آد وآح آه متساويان فنسبة





آد الي آح كنسبة آب الي آح بالشكل السابع من الخامسة وبهذا الشكل ايضا نسبة آب الي آه كنسبة آب الي آح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آد الي آح كنسبة آب الي آه ونسبه سطح ب د الي سطح ب ح كنسبة آد الي آح بالشكل الاول من السادسة وكانت نسبة آب الي آه كنسبة آد الي آح فنسبة سطح ب د الي ب ح كنسبة آب الي آه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح ب ح الي سطح ح ه كنسبة آب الي آه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح ب د الي سطح ب ح كنسبة سطح ب ح الي سطح ح ه فسطح ح ب وسط في النسبة بين سطحي ب د ح ه لان خطي آب آح مشتركين في القوة يكون سطح ر د مشاركا لسطح ح ه ويضيف سطوحا متوازية الاضلاع كسطوح ب د ب ح ح ه الي خط ر ح المستقيم المنطف بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهي سطوح ح ط ل ل م نه وسطح ح ط كسطح ب د وسطح ك ل كسطح ب ح وسطح م نه كسطح ح ه ولان سطحي ب د ح ه موسطان بالشكل السابع عشر فيكون كل من عرضي ر ط ل نه منطقا في القوة غير مشارك لخط ر ح بالشكل الثامن عشر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقط ط ل ل م قايمة وكل من خطي ر نه ح م خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبه سطح ح ط الي سطح ل ل كنسبة سطح ل ل الي سطح م نه ونسبة السطوح المذكورة كنسب قواعدها بالشكل الاول من السادسة فنسبة ر ط الي ط ل كنسبة ط ل الي ل نه فط ل وسط في النسبة بين خطي ر ط ل نه وتكون ايضا نسبة ر ط الي ل نه كنسبة سطح ح ط الي م نه بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة وسطح ح ط مشارك لسطح م نه فخط ر ط مشارك لخط ل نه بالشكل الثامن ويكون سطح ر ط في ل نه كمربع ط ل بالشكل السابع عشر من السابعة ولان نسبة سطح ر ط في ل نه الي مربع ل نه كنسبة ر ط الي ل نه بالشكل الاول من السادسة و ر ط يشارك ل نه فالسطح يشارك مربع ل نه بالشكل الثامن ومربع ل نه منطف فسطح ر ط في ل نه المساوي لمربع ط ل منطف باستبانة الشكل العاشر فخط ط ل منطف في القوة فان كان منطقا في الطول ايضا فسطح ل ل منطف بالشكل الخامس عشر وان كان منطقا في القوة فقط فسطح ل ل موسط بالشكل السابع عشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مقدمة

كل عدد فرد اول ينقص منه واحد ويزاد علي نصف باقيه فمربع نصف باقيه

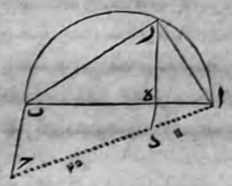
باقيه مع الواحد ومربع نصف باقيه وحده عدد يفضل احد هما علي الآخر بعدد غير مربع وهو العدد الفرد الاول الذي فرضناه اولا ✲ ليكن آب عددا اوّل وفصل منهما الواحد وهو آح ونصف الباقي علي د فمربع آد يزيد علي مربع ح د بعدد آب برهانه فلان مربع آد يساوي مربعي آح ح د وضعف العدد الحاصل من ضرب آح في ح د كما يبين في الشكل السادس عشر من التاسعة لكن مربع آح هو الواحد نفسه والحاصل من ضرب آح في ح د مرتين هو ح ب فربع آب يفضل علي مربع ح د بعدد آب الفرد الاوّل وهو غير مربع فهذا طريق تحصيل عددين مربعين يفضل احد هما علي الاخر بعدد غير مربع ✲

ا ٠ ح ..... د ..... ب

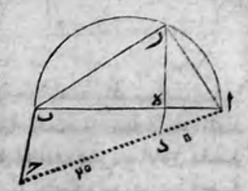
آلب

لنا ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين فيها فقط يقوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول ✲

فليكن آح ح د عددين مربعين ونزيد آح علي ح د بعدد آح الغير المربع ولبكن آب خطا منطقا في الطول وهو الخط الموضوع اوما يشاركه ولنجعل آح آب يحيطان بزاوية ب آح وننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونصل ب ح بخط مستقيم ونخرج من د خط د ه موازيا لخط ب ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي آب علي نقطة ه ونخرج منها ه ر عمود علي آب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلبنته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينها وبين كل من نقطتي آ ب بخط مستقيم فلان زاويتي د ه من مثلث ا ه د كزاويتي ح ب من مثلث آ ب ح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية آ مشتركة بين المثلثين فنسبة آح الي آد كنسبة آب الي آه بالشكل الرابع من السادسة ونسبة آب الي آر كنسبة آر الي آه باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آب الي مربع آر كنسبة آب الي آه باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آب الي مربع آر كنسبة آح الي آد بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط آب يباين خط آر في الطول بالشكل السابع لان آح آد عددان غير



مربعين ويشاركه في القوة بالشكل السادس لان نسبة مربعهما كنسبة عددي آح آد وآب منطف في القوة فاح منطف في القوة باستبانة الشكل العاشر وبمثل ما بينا تبين ان نسبة مربع آب الي مربع آر كنسبة آب الي بء بالقلب ونسبة آح الي دح العددين المربعين كنسبة آب الي بء فنسبة مربع آب الي مربع آر كنسبة عدد آح الي عدد دح العددين المربعين بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط آب يشارك خط بر في الطول والقوة بالشكل السابع وزاوية آرب قايمة بالشكل الثلثين من المقالة الثالثة ومربع آب كمربعي آر رب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فخط آب يقوي علي خط آر بمربع خط يشاركه في الطول وهو بر بمع ان خطي آب آر منطقان في القوة مشتركان فبهما فقط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



مقدمة

كل عددين مربعين بجموعهما غير مربع اذا ضرب في عدد مربع كان الحاصل عددان مربعان بجموعهما غير مربع ✲

لبكن آب بح عددين مربعين وآح المولف منهما غير مربع ود عدد مربع فاقول ان الحاصل من ضرب آح في د عددان مربعان بجموعهما غير مربع برهانه لبكن هر هو

ا	٢٥	ب	١ ح
	١٩		
ء	٤٠	ر	١٤٤ ح

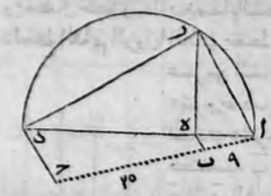
الحاصل من ضرب آب في د وهو ح
هو الحاصل من ضرب بح في د
ايضا فكل من دوح مربع باستبانة الشكل الثاني من التاسعة

وهح غير مربع لانه حاصل من ضرب آح غير المربع في د المربع باستبانة الشكل المذكور ايضا في هذا الطريق يمكن ان نجد اعداد غير متناهية كل واحد منها عددان مربعان بجموعهما غير مربع وذلك ما اردنا ان نبين

لنا ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين فيها فقط يقوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول ✲

لنجد

لنجد آب بح عددين مربعين بجموعهما وهو آح غير مربع بالمقدمة ولبكن خط آد الخط الموضوع او خطا يشاركه منطقا في الطول وننصفه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة اهد ونجعل اد آح محيطين بزاوية دآح ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم ونخرج من نقطة ب خط بء موازيا لخط دح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي خط آد علي نقطة ء ونخرج منها عمود ءر علي خط آد بالشكل الحادي عشر من الاولي فلبنته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ د بخط مستقيم وزاويا ب ء من مثلث آب ء كزاويتي ح د من مثلث آحد بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبة آح الي ب كنسبة اد الي آء بالشكل الرابع من السادسة ونسبة اد الي آر كنسبة آر الي آء باستبانة الشكل الثامن من السادسة ونسبة مربع آد الي مربع آر كنسبة آد الي آء باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آد الي مربع آر كنسبة عدد آح الي عدد آب بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط آد يشارك خط آر في القوة فقط بالشكل السابع ولان زاوية آرح قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع آد كمربعي آر رد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع آد يقوي علي مربع آر بقوة خط رد ولان نسبة مربع آد الي مربع در كنسبة آد الي دء باستبانة الشكل الثامن والتاسع عشر من السادسة وبالقلب نسبة آح الي آب كنسبة آد الي دء فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آد الي مربع در كنسبة عدد آح الي عدد بح وهما عددان غير مربعين فخط آد يشارك خط در في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخطا آد آر مشتركان في القوة فقط ويقوي آد علي آر بقوة خط در الذي يباينه في الطول فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لد

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق يقوي الاطول علي الاقصر منهما بزيادة مربع خط يشاركه في الطول ✲

يحصل خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط يقوي الاطول علي

الاقصر بقوة خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني والعشرين ولبكونا آ ب ويحصّل خطا وسطا بينهما بالشكل التاسع من السادسة وهو خط ح فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا آ ب كمربع ح بالشكل السابع عشر من السادسة فخط ح موسط بالشكل السابع عشر ويحصّل خطا رابعا لها في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة وهو د فنسبة آ الي ح كنسبة ب الي د وبالابدال نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د بالشكل السادس عشر من الخامسة وآ يشارك ب في القوة فقط فح يشارك د في القوة فقط بالشكل الثامن وح موسط فد موسط بالشكل التاسع عشر وآ يقوي علي ب بزيادة قوة خط يشاركه في الطول فح يقوي علي د بزيادة قوة خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر وكانت نسبة ح الي ب كنسبة آ الي ح فنسبة ح الي ب كنسبة ب الي د بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح ح في د كالقايم الزوايا كمربع ب المنطف بالشكل السابع عشر من السادسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



الله

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطف يقوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه في الطول ✲

يحصّل خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط يقوي الطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل الثالث والعشرين ولبكونا خطي آ ب ويحصّل الوسط بينهما بالشكل التاسع من السادسة وهو ح فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا آ ب يساوي مربع ح بالشكل السادس عشر من السادسة فهو موسط ولبكن خط د رابع خطوط آ ح ب في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د بالشكل السادس عشر من الخامسة وآ يشارك ب في القوة فقط فح يشارك د في القوة فقط بالشكل التاسع عشر وح موسط فد موسط بالشكل الثامن وآ يقوي علي ب بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الحادي عشر من الخامسة فح يقوي علي د بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الثاني عشر ونسبة ب الي د كنسبه آ الي ح ونسبة ح الي ب كنسبة آ الي ح ونسبة ح الي د كنسبه



كنسبة آ الي ح فنسبة ح الي ب كنسبة ب الي د بالشكل الثاني عشر فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا ح د يساوي مربع ب المنطف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

الو

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط محيطان بموسط يقوي الاطول على الاقصر منهما بزيادة قوة خط يشاركه في الطول

فيحصّل خطين مستقيمين منطقين في القوة مشتركين فيها فقط يقوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني والعشرين وهما آ ح ويحصّل خطا مستقيما يشارك ح او آ في القوة فقط بالشكل التاسع وهو ب ويحصّل بين خطي آ ب خطا وسطا في النسبة بالشكل التاسع من السادسة وهو د فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا آ ب كمربع د بالشكل السادس عشر من السادسة فد موسط بالشكل السابع عشر ولبكن نسبة آ الي ح كنسبة د الي ه بالشكل الحادي عشر من السادسة ويقوي علي ح بمربع خط يشاركه في الطول فد يقوي علي ه بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر فه موسط بالشكل التاسع عشر وبالابدال نسبة ح الي ه كنسبة آ الي د بالشكل السادس عشر من الخامسة وكانت نسبة د الي ب كنسبة آ الي د فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د الي ب كنسبة ح الي ه فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا ب ح الموسط بالشكل السابع عشر يساوي السطح القايم الزوايا الذي يحيط به د ه بالشكل الخامس عشر من السادسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



الر

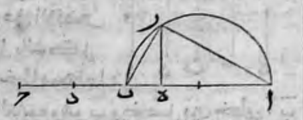
لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يقوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول

فيحصّل خطوط آ ب ح المنطقة في القوة المشتركة فيها فقط كما بينا في الشكل المتقدم ويحصّل خط د وسطا بين آ ب وخط ه رابعا في النسبة

الخطوط آب ح ونعمل الجمع علي ما بينا في الشكل المتقدم والفرق بين الشكلين ان خط د يقوي علي خط ه بقوة خط يشاركه في الطول في الشكل المتقدم وهاهنا د يقوي علي ه بمربع خط يباينه في الطول والبيان كالبيان والحولان كالحولان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لنا ان نجد خطين متباينين في القوة بمجموع مربعهما منطق وضعف سطح احدهما في الاخر موسط ✲



يحصل خطين مستقيمين منطقين في القوة ومشتركين فيها فقط يقوي اطولهما علي اقصرهما بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الخامس والعشرين ولبكونا اب ب ح واب اطولهما ونتصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ارب ونضيف الي اب سطحا كربع مربع ب ح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فبقسم السطح المضاف للخط بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر ولنقسمه علي نقطة ه ونخرج منها عمود هر علي اب فلبنته الي المحيط علي نقطة ر ونصل ار رب بخطين مستقيمين فاقول ان خطي ار رب متباينان في القوة ومجموع مربعهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط برهانه ولان مثلثي اهر روب متشابهان ويشبهان مثلث ارب بالشكل الثامن من السادسة فنسبة اه الي هر ونسبة ره الي هب كنسبة ار الي رب فنسبة اه الي هر كنسبة ره الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هر مثناة ونسبة اه الي هب كنسبة اه الي هر مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هب ونسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة ار الي رب مثناة فنسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة واه يباين هب فمربع ار يباين مربع رب بالشكل الثامن ونتصف ب ح علي د بالشكل العاشر من الاولي فمربع ب د ربع مربع ب ح بالشكل الرابع من الثانية وسطح اه في هب كربع مربع ب ح وسطح اه في هب كمربع ره بالشكل السابع عشر من السادسة لان ره وسط في النسبة بين اه هب بالشكل الثامن من السادسة فره يساوي

يساوي ب د ونسبة آب الي ار كنسبة رب الي ره بالشكل الرابع من السادسة لان زوايا مثلثي ارب بره المتناظره متساوية بالشكل الثامن من السادسة ونسبة رب الي ب د كنسبة رب الي ره بالشكل السابع من الخامسة لان ره ب د متساويان فنسبة آب الي ار كنسبة رب الي ب د فسطح آب في ب د كنسبة ار في رب بالشكل السادس عشر من السادسة وسطح آب في ب ح كسطح آب في ب د د ح معا بالشكل الاول من الثانية وسطح آب في ب ح موسط بالشكل السابع عشر فضعف سطح ار في رب موسط ولان زاوية ارب قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع آب المنطف كمربعي ار رب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمجموع مربعي آب ب ر منطف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لنا ان نجد خطين متباينين في القوة سطح احدهما في الآخر منطق ومجموع مربعيهما موسط ✲

فنحصل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق واطولهما يقوي علي الاقصر بزيادة خط يباينه في الطول بالشكل السابع والعشرين وهما آب ب ح واطولهما آب ونضيف الي آب سطحا كربع مربع ب ح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم آب علي نقطة ه بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر فننصف كل واحد من خطي آب ب ح بالشكل العشرين من الاولي ولبكن ب ح منصفا علي د ونرسم علي آب نصف دايرة ارب ونخرج من نقطة ه عمود هر علي آب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلبنته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينهما وبين كل واحد من نقطتي آ ب بخط مستقيم فاقول ان خطي ار رب متباينان في القوة وسطح احدهما في الاخر منطق ومجموع مربعيهما موسط برهانه فلان مثلثي اهر رب ر متشابهان ويشبهان مثلث ارب بالشكل الثامن من السادسة فنسبة ار الي رب كنسبة اه الي هر فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هر مثناة ونسبة اه الي هب كنسبة اه الي هر مثناة لان عمود ره وسط في النسبة بين اه هب فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة ار الي رب مثناة فنسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة واه يباين هب فمربع

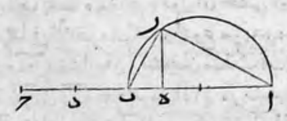


آر يباين مربع رب بالشكل الثامن ولان ربع مربع ب ح المنصف علي د كمربع ب د بالشكل الرابع من الثانية فسطح آه في ه ب كمربع ب د ولان عمود ره وسط في النسبة بين آه ه ب فسطح آه في ه ب يساوي مربع ره بالشكل الرابع عشر من السادسة فعمود ره يساوي حط ب د فنسبة رب الي ب د كنسبته الي ره بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلثي آ ر ب ره ب متشابهان فنسبة آب الي آر كنسبة ب ر الي ره وكانت نسبة ب ر الي ب د كنسبة آب الي آر كنسبة رب الي ب ه بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح آب في ب د كسطح آ ر في رب بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح آب في ب ح الي سطح آب في ب د كنسبة ب ح الي ب د بالشكل الاول من السادسة ولكن ب ح نصف ب ح فسطح آب في ب د نصف سطح آب في ب ح المنطف فسطح آب في ب د منطف فسطح آ ر في ر ب منطف ولان زاوية آ ر ب قائمة بالشكل الثالثين من الثالثة فمربع آب الموسط لمجموع مربعي آب ر ب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا آ ر ب موسط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁



لنا ان نجد خطين متباينين في القوة ضعف سطح احدهما في الآخر موسط ومجموع مربعيهما موسط مباين لضعف سطح احدهما في الآخر ❁

نحصل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط يقوي اطولهما علي اقصرهما بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل التاسع والعشرين وهما آب ب ح فننصف كل واحد من خطي آب ب ح بالشكل العاشر من الاولي ولتكن ب ح منصفا علي د فنرسم علي آب نصف دايرة آ ر ب ونضيف الي خط آب سطحا يساوي لمربع ب ح ينقص عن تمامة مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم السطح المضاف الخط علي نقطة ه متباينين لان آب يقوي علي ب ح بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر ونخرج من نقطة ه عمود ه ر علي آب بالشكل الحادي عشر من الاولي



الاولي فلنبنته الي المحيط علي نقطة ر فنصل بينهما وبين كل من نقطتي آ ب بخط مستقيم فاقول ان خطي آ ر ر ب متباينان في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع المربعين برهانه ولان مثلث آ ه ر شبيه مثلث آ ب ر بالشكل الثامن من السادسة فنسبة آب الي رب كنسبة آه الي ه ر فنسبة آ ر الي ر ب مثناة كنسبة آه الي ه ر مثناة ونسبة مربع آ ر الي مربع ر ب كنسبة آ ر الي ر ب مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آب الي مربع ر ب كنسبة آه الي ه ب مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة آه الي ه ب كنسبة آه الي ه ر مثناة لان ره وسط في النسبة بين خطي آه ه ب باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع آ ر الي مربع ره كنسبة آه الي ه ب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وآه يباين ه ب فمربع آ ر يباين مربع ر ب بالشكل الثامن وسطح آه في ه ب المساوي لمربع ره بالشكل السابع عشر من السادسة يساوي ربع مربع ب ح المساوي لمربع ب د بالشكل الرابع من الثانية فب د يساوي ه ر فنسبة ب ر الي ب د كنسبته الي ه ر بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلثي آب ر ب ره متشابهان فنسبة آب الي آ ر كنسبة ب ر الي ره وكانت نسبة ب ر الي ب د كنسبة ب ر الي ره فنسبة آب الي ب ر كنسبة رب الي ب د بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح آب في ب د كسطح آ ر في رب بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح آب في ب ح الي سطح آب في ب د كنسبة ب ح الي ب د بالشكل الاول من السادسة لكن ب ح ضعف ب د فسطح آب في ب ح الموسط ضعف سطح آب في ب د فضعف سطح آ ر في رب موسط ومساوي لضعف سطح آ ر في رب ولان زاوية آ ر ب قائمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع آب الموسط يساوي مربعي آ ر ر ب معا فمربعا آ ر ر ب معا موسط ونسبة مربع آب الي سطح آب في ب ح كنسبة آب الي ب ح بالشكل الاول من السادسة وآب يباين ب ح فمربع آب يباين سطح آب في ب ح بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ل

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين منطقين في القوة متشاركين فيها فقط اصم ويسمي ذا الاسمين ❁

ليكن خط آ ر المستقيم مركبا من خطي آب ب ح المنطقين في القوة المشتركين فيها فقط فاقول ان خط آ ر اصم برهانه فلان كل واحد من

مربعي آب ب ح المشتركين منطف فمجموعهما المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطف باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من سطحي آب في ب ح المتشاركين مشارك لضعفه بالشكل الحادي عشر وكل من السطحين موسط بالشكل السابع عشر فضعفهما موسط بالشكل التاسع عشر وسط آب في ب ح يباين مربع ب ح بالشكل الثامن فمجموع مربعي آب ب ح المشارك ب ح بالشكل الحادي عشر يباين سطح آب في ب ح والا لشاركه فبشارك مربع ب ح سطح آب في ب ح بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فمجموع مربعي آب ب ح يباين سطح آب في ب ح فيباين ضعف سطح آب في ب ح المشارك لسطح آب في ب ح بالشكل الحادي عشر والا لشاركه فبشارك سطح آب في ب ح بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خهف فمجموع مربعي آب ب ح المنطف يباين ضعف سطح آب في ب ح الموسط ومجموع المربعين مع ضعف سطح آب في ب ح يساويان مربع آ ح بالشكل الرابع من الثانية فمربع آ ح يباين مجموع مربعي آب ب ح المنطف باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع آ ح اصم فاح القوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ب ح

لب

كل خط مستقيم مركب من خطين موسطين مشتركين في القوة فقط وسطح احدهما في الآخر منطق ويسمي ذا الموسطين الاول ✲

ليكن خط آ ح مركبا من خطي آب ب ح المتباينين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسطح آب في ب ح منطف فاقول ان آ ح اصم برهانه فلان كل واحد من سطحي آب في ب ح منطف فمجموعهما المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطف باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من مربعي آب ب ح المشارك لمجموعهما بالشكل الحادي عشر موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فضعف سطح آب في ب ح المنطف يباين مجموع مربعيهما الموسط فمربع آ ح المساوي لمجموع آب ب ح وضعف سطح آب في ب ح بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح آب في ب ح المنطف باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع آ ح اصم فاح القوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ب ح

لح

كل

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين موسطين مشتركين في القوة فقط وسطح احدهما في الآخر موسط فهو اصم ويسمي ذا الموسطين الثاني ✲

ليكن خط آ ح المستقيم مركبا من خطي آب ب ح المستقيمين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسطح آب في ب ح موسط فاقول ان خط آ ح اصم برهانه لكن خط ده المستقيم المحدود منطقا فنضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آب ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده ح فلان كل واحد من مربعي آب ب ح المشتركين موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فعرض دح منطف في القوة مباين لخط ده في الطول بالشكل الثامن عشر فخط ح ر المساوي لخط ده المنطف بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منطف ونضيف الي خط ح ر المنطف سطح ر ط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا المساوي لضعف سطح آب في ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان سطح ر ط موسط بمثل ما بينا ان بمجموع مربعي آب ب ح موسط فخط ح ط منطف في القوة مباين لخط ح ر في الطول بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي ح ر قايمة فكل واحد من خطي د ط ه ر خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع والعاشرين من الاولي وسطحا د ر ر ط متباينان لتباين خطي آب ب ح بمثل ما بينا في الشكل المتقدم فنسبة سطح د ر الي سطح ر ط كنسبة د ح الي ح ط بالشكل الاول من السادسة وسطح د ر يباين سطح ر ط فخط د ح يباين خط ح ط بالشكل الثامن فخط د ط ذو الاسمين فهو اصم بالشكل الثاني والثلثين ونسبة مربع ده الي سطح ه ط كنسبة ده الي د ط المتباينين بالشكل الاول من السادسة فمربع ده المنطف يباين سطح ه ط فسطح ه ط اصم وخط آ ح يقوي علي سطح ه ط بالشكل الرابع من الثانية فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ا ب ح د ط ه ر

لد

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين

في القوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اصم يسمي الاعظم ✲

لبكن خط آح مركبا من خطي آب ب ح المتباينين في القوة مجموع مربعي آب ب ح منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط فاقول ان آح اصم برهانه فلان مجموع مربعي آب ب ح منطق وضعف سطح آب في ب ح موسط وهما متباينان ومربع آح يساويهما بالشكل الرابع من الثانيه فمربع آح يباين كل واحد منهما باستبانة الشكل الحادي عشر فيباين مجموع مربعي آب ب ح المنطق فمربع آح اصم فآح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ✲



لد

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطق اصم ويسمي القوي علي منطق وموسط ✲



لبكن خط آح المستقيم مركبا من خطي آب ب ح المتباينين في القوة بمجوع مربعيهما موسط وضعف سطح آب في ب ح منطق فاقول ان آح اصم برهانه فلان بمجوع مربعي آب ب ح موسط وضعف سطح آب في ب ح منطق وهما متباينان فمربع آح المساوي لهما بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح آب في ب ح المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فهو اصم فآح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لو

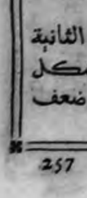
كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين للاول اصم ويسمي القوي

علي الموسطين ✲

لبكن خط آح المستقيم مركبا من خطي آب ب ح المتباينين في القوة بمجوع مربعي آب ب ح موسط وضعف سطح آب في ب ح موسط مباين لمجموع المربعين فاقول ان آح اصم برهانه لبكن خط ده خطا مستقيما محدودا منطقا ونضيف اليه سطح د ح المتوازي الاضلاع القايم الزوايا مساويا لمجموع مربعي آب ب ح بالشكل الثامن عشر فخط ح ط المساوي لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منطق فعرض د ح منطق في القوة مباين لخط ده الطول ونضيف الي ح ر المنطق سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا مساويا لضعف سطح آب في ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو ر ط فخط ح ط منطق في القوة مباين لخط ح ر بالشكل الثامن عشر فخطا د ط ه ر مستقيمان بالشكل الرابع عشر من الاولي لان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي ح ر قايمة ومتوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي ولان نسبة سطح د ر الي ر ط كنسبة د ح الي ح ط بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا د ح ح ط متباينان بالشكل الثامن فخط د ط ذو الاسمين ومربع ده منطق ونسبته الي سطح ه ط كنسبة ده الي د ط بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطح ه ط يباين مربع ده المنطق بالشكل الثامن فهو اصم ومربع آح يساوي سطح ه ط بالشكل الرابع من المقالة الثانيه فآح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مقدمة اولي

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين مرة بعد اخري وكان اعظم قسمي كل قسمه في احد جهتي الخط بعينه والاصغر في الجهة الآخري فمجموع مربعي قسمي كل قسمة اعظم قسمة اعظم من اعظم قسمي قسمة اخري اعظم من مجموع مربعي قسمي القسمة الآخري ✲

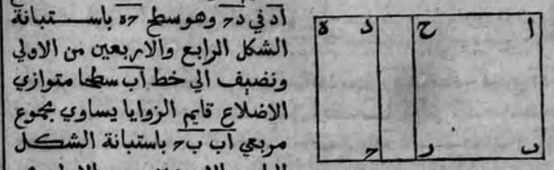


لبكن خط آح قسم بقسمين مختلفين علي ب ثم علي د وآب ب ح اعظم قسمي القسمتين في جهة آ من خط آح فاقول ان بمجوع مربعي آد د ح اعظم من بمجوع مربعي آب ب ح برهانه فلان مربع آد يساوي مربعي آب ب د وضعف سطح آب في ب د بالشكل الرابع من الثانية ومربع ب ح يساوي مربعي ب د د ح وضعف سطح ب د في د ح بالشكل الرابع من الثانية فاذا القينا مربعات آب ب د د ح المشتركة يبقي ضعف

سطح آب في ب ح اعظم من ضعف سطح ب د في د ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مقدمة ثانية

ليكن آب خطا مستقيما محدودا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آ د د ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ب ح د ونضيف الي خط ح د سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي ضعف سطح آ د في د ح وهوسطح ح ه باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ونضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي بجموع مربعي آب ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ب ح فيكون اصغر من سطح ب د بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط ح ح سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح آب في ب ح باستبانة الشكل المذكور وهوسطح ح ه فلان مربعي آ د د ح وضعف سطح آ د في د ح يساوي مربع آ ح ومربعي آب ب ح وضعف سطح آب في ب ح يساويان مربع آ ح بالشكل الرابع من الثانية فيكون فضل مربعي آ د د ح علي مربعي آب ب ح يساوي فضل ضعف سطح آب في ب ح علي ضعف سطح آ د في د ح وهوسطح ح د وذلك ما اردنا ان نبين ❊

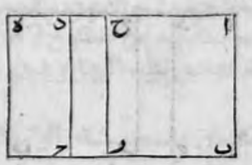


لر

كل خط مستقيم محدود قسم بذي الاسمين علي نقطة فانه لايمكن ان يقسم ذلك الخط بذي الاسمين علي نقطة اخري اصلا الاعلي نقطة واحدة فقط غير الاولي يكون قسما الخط من القسمتين متساويين الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ❊

والا فلنقسم خط آ ح المستقيم المحدود علي نقطتي ب د بذي الاسمين يكون قسما آب ب ح آ د د ح مخالفين بالصغر والكبر فنضيف الي خط آب المستقيم المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي

مربعي آ د د ح وهوسطح ب ح د ونضيف الي خط ح د سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح آ د في د ح وهوسطح ح ه ونضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آب ب ح وهوسطح ب ح ح فيكون اصغر من سطح ب د بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط ح ح سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح آب في ب ح وهوسطح ح ه كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فيكون سطح ح د هو فضل مربعي آ د د ح علي مربعي آب ب ح وهوبعينه فضل ضعف سطح آب في ب ح علي ضعف سطح آ د في د ح بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من المربعات الاربعة منطف وكل واحد من ضعفي السطحين موسط وفضل المنطف علي المنطف منطف بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح ح د منطف واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



لح

كل خط مستقيم محدود قسم بذي الموسطين الاول فلا يمكن ان ينقسم بذي الموسطين علي نقطة اصلا الاعلي نقطة واحدة فقط قسما الخط من القسمتين متساويان الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ❊

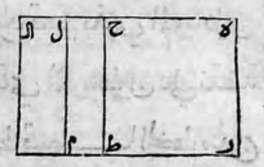
والا فلنقسم خط آ ح علي نقطتي ب د بذي الموسطين الاول وقسما آب ب ح مخالفان قسمي آ د د ح بالكبر والصغر فنضيف الي خط آب المستقيم المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي قسمي آ د د ح وهوسطح ب ح ونضيف الي خط ح د سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح آ د في د ح وهوسطح ح ه ونضيف الي خط آب سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي آب ب ح وهو سطح ا ح ونضيف الي خط ح ح سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا

يساوي ضعف سطح آب في ب ح وهو سطح ر د بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فنفصل سطح آ ح الموسط علي آ ر الموسط وهو سطح ر د بالشكل العشرين ونفصل ضعف سطح آب في ب ح المنطف علي ضعف سطح آد في د ح المنطف منطف بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وهو سطح ر د فسطح ر د منطف واصم معا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



لط

كل خط مستقيم منقسم بذي الموسطين الثاني لايمكن ان ينقسم بموسطيه الاعلي نقطة واحدة فقط يكون قسما القسمتين متساويين الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ❊



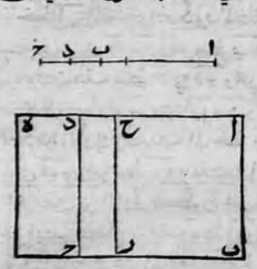
لبكن آ ح خطا مستقيما منقسما بذي الموسطين الثاني علي نقطة ب فاقول انه لايمكن ان ينقسم علي نقطة اخري بموسطية الثاني يختلف قسما المقسمتين بالكبر والصغر الكبير للكبير والصغير للصغير برهانه والا فلنقسم كذلك علي نقطة د فنضيف الي خط ه ر المستقيم المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آ ب ب ح وسطحا آخر كذلك يساوي ب ح وهو سطح د ر ط ح وسطحا آخر كذلك يساوي سطح آب في ب ح وهو سطح ط ا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فكل من عرضي ه ح ه ا منطف في القوة مباين له في الطول بالشكل الثامن عشر ولان زوايا التي عند نقطتي ح ط قوايم فكل من خطي ه ا وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونسبة سطح ه ط الي سطح ط ا كنسبة خط ه ح الي خط ح ا بالشكل الاول من السادسة وسطحا ه ط ط ا متباينان بمثل ما بينا في الشكل الخامس والثلثين فخطا ه ح ح ا متباينان بالشكل الثامن وهما منطقان

منطقان بالقوة فخط ه ا ذو الاسمين بالشكل الثالث والثلثين منقسما باسمه علي نقطة ح ونضيف الي خط ه ر ايضا سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آد د ح وهو سطح ه م وسطحا اخر كذلك يساوي ضعف سطح آد في د ح وهو سطح م ا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وتبين بمثل ما بينا ان خط ه ا ذو الاسمين منقسما باسمه علي نقطة ل فذو الاسمين منقسم باسمه علي نقطتي ح ل هذا خلف بالشكل التاسع والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

م

لاشي من الخط الاعظم ينقسم بقسميه الاعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ❊

ولبكن آ ح خطا اعظم منقسما بقسميه علي نقطة ب فاقول انه لايمكن ان ينقسم بقسميه علي غير نقطة ب يكون قسماه مخالفين لقسمي اب ب ح بالصغر والكبر الاكبر للاكبر والاصغر للاصغر فان امكن فلنقسم علي نقطة ه بقسميه كذلك فنضيف الي خط آب المستقيم المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي ب د د ح وهو سطحا ب ح د ونضيف الي خط ح د كذلك

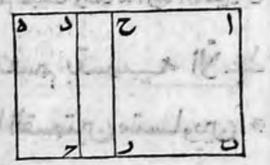


يساوي ضعف سطح آد في د ح وهو سطح ح ه ونضيف ايضا الي خط آب سطحا كذلك يساوي مربعي آب ب ح وهو سطح ب ح فيكون اصغر من سطح ب د بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط ح ح سطحا كذلك يساوي ضعف سطح آب في ب ح وهو سطح ح ه بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فيكون سطح ر د هو فضل مربعي آد د ح علي مربعي آب ب ح وهو بعينه فضل ضعف سطح آب في ب ح علي ضعف سطح آد في د ح بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من مجموع مربعي آد د ح وآب ب ح منطف وفضل المنطف علي المنطف منطف بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وكل من ضعفي سطح آد في د ح وآب في ب ح موسط وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح ر د بعينه منطف وموسط هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ما

لاشي من الخط القوي على منطق وموسط ينقسم بقسميه الاعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ✲

ا ب د ح



لبكن آح القوي علي منطق وموسط منقسما بقسميه علي ب فاقول انه لا يمكن ان ينقسم بقسميه علي نقطة اخري يكون قسماه مخالفين لقسمي آب ب ح بالصغر والكبر الصغر للصغر والكبر للكبر والا فلينقسم علي نقطة د كذلك فنضيف الي خط آب المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي آد د ح وهو سطح ب ح د ونضيف الي خط ح د سطحا كذلك يساوي ضعف سطح آد في د ح وهو سطح ح ه ونضيف الي خط آب سطحا كذلك يساوي مربعي آب ب د وهو سطح ب د ح فيكون اقل من سطح ب د بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط ر ح سطحا كذلك يساوي ضعف سطح آب في ب ح وهو سطح ر ه بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فسطح ر د هو فضل مربعي آد د ح علي مربعي آب ب ح وهو ايضا فضل ضعف سطح آب في ب ح علي ضعف سطح آد في د ح لكن فضل المربعين علي المربعين فضل الموسط علي الموسط فهو اصم بالشكل العشرين وفضل ضعف سطح آب في ب ح علي ضعف سطح آد في د ح فضل المنطق علي المنطق فهو منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر فسطح ر د بعينه منطق واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مب

لاشي من القوي علي موسطين ينقسم بقسميه الاعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ✲

فلبكن آح القوي علي موسطين مقسمها علي نقطة ب بقسميه فاقول انه لا يمكن ان ينقسم بقسميه علي غير نقطة ب يكون قسماه مخالفين لقسمي آب ب ح بالكبر والصغر فان امكن فلينقسم علي نقطة د كذلك ونبين الخلف بمثل ما بينا في ذي الموسطين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا

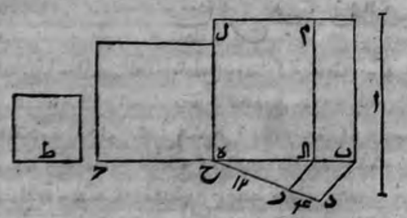
اردنا ان نبين ✲

مصادرة ثانية

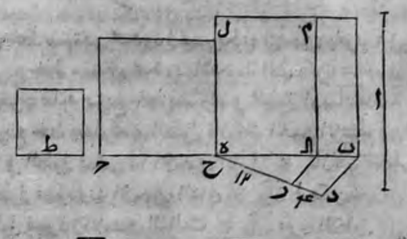
القسم الاعظم من كل خط مستقيم محدود انقسم بذي الاسمين يقوي علي قسمة الاصغر بمربع خط مستقيم محدود بالمقدمة التي ذكرناها قبل الثاني عشر فاما ان يقوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه فنبه ✲ فان قوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول فان كان القسم الاعظم من ذي الاسمين منطقا في الطول يسمي ذا الاسمين الاول ✲ فان كان قسمة الاصغر منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الثاني ✲ وان لم يكن شي من قسميه منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الثالث ✲ وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول فان كان القسم الاطول منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الرابع ✲ وان كان القسم الاصغر منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الخامس ✲ وان لم يكن شي منهما منطقا في الطول فهو ذو الاسمين السادس ولا يمكن ان يكن قسما ذي الاسمين منطقين في الطول والا لكانا مشتركين في الطول وهما متباينان هذا خلف

لنا ان نجد ذا الاسمين الاول ✲

لبكن آح منطقا ويشاركه ب ح فهو منطق باستبانة الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما ده در والفضل بينهما ره ونجعل خط ب ح مع عدد ده محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ه علي نقطة ح ونصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط رك يوازي ب د بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي خط ب ح علي نقطة آ ونرسم علي ب ح مربع ب ح ل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من نقطة آ خط آم مواخريا لخط ح ل فلبنته الي ضلع المربع علي نقطة م ونرسم مربعا يساوي سطح ال وهو مربع ضلعه ح ر ومربعا اخر يساوي سطح ب م بالشكل الرابع عشر من الثانيه والسادس والاربعين من الاولي ولبكن ضلعه ط فاقول ان الخط المستقيم المركب من



خطي بح حر ذو الاسمين الاول برهانه فلان نسبة مربع بل الي سطح لا كنسبة بح الي حا بالشكل الاول من السادسة ولان مثلثي بءد



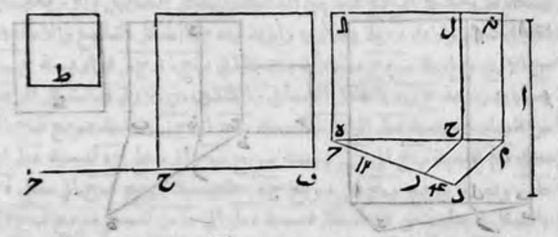
امر متشابهان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي والشكل الرابع من السادسة فنسبه دء الي مر كنسبة مربع بل الي سطح لا ونسبة مربع بل الي مربع حر كنسبته الي سطح لا بالشكل السابع من الخامسة فنسبة دء الي مر كنسبة مربع بل الي مربع حر بالشكل الحادي عشر من الخامس فبح حر منطقان في القوة متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع بل الي مربع ط كنسبته الي سطح بم بالشكل السابع من الخامسة ونسبة بح الي با كنسبة مربع بل الي سطح بم فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع بل الي مربع ط كنسبة بح الي حا وبالقلب نسبة دء الي مر كنسبة بح الي با فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع بل الي مربع ط كنسبة عدد دء المربع الي عدد مر المربع فخط بح يشارك ضلع ط في الطول بالشكل السابع فخط بح المستقيم مركب من خطي بح حر المنطقين في القوة فقط وخط بح منطف في الطول وقوي علي خط حر بمربع خط يشاركه في الطول وهو ضلع ط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مد

لنا ان نجد ذا الاسمين الثاني ❊

ليكن آخطا منطقا في الطول ويشاركه خط حر في الطول فهو منطف باستبانه الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما دء مر والفضل بينهما رء ونجعل حر مع دء محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ء علي نقطة ر ونصل بين نقطتي رح بخط مستقيم ونخرج من د خط دم موازيا لخط رح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان زاويتي حرء روح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية مرح كزاوية ودم بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فخطا حر دم اذا اخرجاهما علي استقامتهما في جهة ح يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونرسم علي خط حر مربع حرل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من نقطة م خط

خط مز موازيا لخط حل بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ز وال في جهة ل علي استقامته فهما يتلاقيان لان اذا وصلنا مز بخط مستقيم يكونا زاويتي لمر زم اقل من قايمتين لان كل واحدة من زاويتي دال مز قايمة فليتلاقيا علي نقطة ز ونرسم



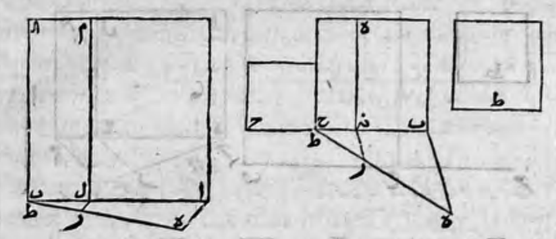
مربعا يساوي سطح ما ضلعه بح ومربعا آخر يساوي سطح مل ضلعه ط بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاويتي حرء مرح من مثلث حرم يساويان زاويتي مدء دمء من مثلث دمء بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ددم مشتركة بين مثلثي دحرء مدء فبالشكل الرابع من السادسة نسبة دء الي مر كنسبة مء الي دح ونسبة سطح ما الي مربع حا كنسبة مرء الي دح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دء الي مر كنسبة سطح ما الي مربع حا ونسبة مربع بح الي مربع حا كنسبة سطح ما الي مربع حا بالشكل السابع من الخامسة فنسبة دء الي مر كنسبة مربع بح الي مربع حا بالشكل الحادي عشر من الخامسة فهما متباينان بالشكل السابع ونسبة مربع بح الي مربع ط كنسبة سطح ما الي مربع ط بالشكل السابع من الخامسة وبالقلب نسبة دء الي مر كنسبة سطح ما الي سطح مل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع بح الي مربع ط كنسبة دء الي مر العددين المربعين فضلع بح يشارك ضلع ط في الطول بالشكل السابع فخطا بح حر منطقان في القوة ومشتركان فيهما فقط وخط بح الاطول يقوي علي خط حر الاقصر المنطف في الطول بزيادة مربع خط يشاركه في الطول فقط فالخط المستقيم المركب من خطي بح حر ذو الاسمين الثاني فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مه

لنا ان نجد ذا الاسمين الثالث ❊

ليكن آب خطا مستقيما منطقا في الطول ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين

وهما ه ط ه ر و ر ط هو الفصل بينهما وليس مربعا ولكن ر ط عددا اول فلا يكون نسبته الي ه ط ولا الي ه ر كنسبة عددين مربعين والا لكان العدد الاول مربعا اومسطحا بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف ونجعل خط آ ب مع عدده ط محيطا بزاوية آ ط ه بحيث

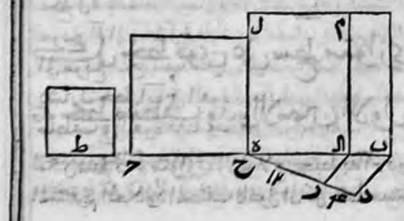


ينطبق نقطة ط علي نقطة ب ونرسم علي خط آ ب مربع آ آ بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونصل بين نقطتي آ ه بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط ر ل موازيا لخط آ ه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي خط آ ب علي نقطة ل ونخرج منها عمود ل م علي آ ب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلبنته الي ضلع مربع آ آ علي نقطة م فلان كل واحده من الزوايا التي عند نقط آ ل ب قايمة فكل من سطحي آ م م ب متوازي الاضلاع بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولان زاوية ل ر ط كزاوية آ ه ط بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية آ ط ه مشتركة بين مثلثي آ ط ه ل ط ر فزاوية ط ل ر كزاوية ه آ ط بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه ط الي ط ر كنسبة آ ط الي ط ل ونسبة مربع آ آ الي سطح ل آ كنسبة آ ط الي ط ل بالشكل الاول من السادسة فنسبة ه ط الي ط ر كنسبة مربع آ آ الي سطح ل آ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونجعل مربعا يساوي سطح ل آ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ولبكن ضلعه ب ح فنسبة مربع آ آ الي مربع ب ح كنسبة مربع آ آ الي سطح ل آ بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة ه ط الي ط ر كنسبة مربع آ آ الي سطح ل آ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ آ الي مربع ب ح كنسبة ه ط الي ط ر لبسا عددين مربعين فخط ب ح يشارك خط آ ب في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخط ب ح منطق في القوة فقط ونجعل ب ح ايضا مع عدد ه ط محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ح علي نقطة ط ونصل بين نقطتي ه ب بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط ر ن موازيا لخط ب ه بالشكل الواحد والثلثين من

من الاولي فينتهي الي ب ح علي نقطة ن ونخرج عنها عمود ن ه فلبنته الي ضلع مربع ب ح علي ه بالشكل الحادي عشر من الاولي فسطحا ب ه ه ح متوازي الاضلاع بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونعمل مربعا يساوي سطح ه ح وليكن ضلعه ح ر ونعمل مربعا آخر يساوي سطح ب ه وليكن ضلعه ط بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاوية ن ر ط يساوي زاوية ب ه ح بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وزاوية ب ه ح مشتركة بين مثلثي ب ح ه ن ح ر فزاوية ح ن ر يساوي زاوية ح ب ه بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه ط الي ط ر كنسبة ب ح الي ح ن ونسبة مربع ب ح الي سطح ه ح كنسبة ب ح الي ح ن فنسبة مربع ب ح الي سطح ح ه كنسبة ه ط الي ط ر ونسبة مربع ب ح الي مربع ح ر كنسبة مربع ب ح الي سطح ه ح بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ه ط الي ط ر كنسبة مربع ب ح الي مربع ح ر بالشكل الحادي عشر من الخامسة فب ح يشارك ح ر في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع لان نسبة ه ط الي ط ر ليست كنسبة عدد مربع الي عدد مربع وبالعكس نسبة ه ط الي ه ر كنسبة مربع ب ح الي سطح ب ه ونسبة مربع ب ح الي مربع ط كنسبة مربع ب ح الي سطح ب ه بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ه ط الي ه ر كنسبة مربع ب ح الي مربع ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وه ط ه ر عددان مربعان فب ح يشارك ضلع ط في القوة والطول بالشكل السابع ولان نسبة مربع آ آ الي مربع ب ح كنسبة ه ط الي ط ر ونسبة مربع ب ح الي مربع ح ر كنسبة ه ط الي ط ر فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مربع آ آ الي مربع ح ر كنسبة عدد ه ط الي عدد ط ر وهما لبسا مربعين فخط آ ب المنطق غير مشارك لخط ح ر في الطول بالشكل السابع ويشارك في القوة فخط ح ر اصم فالخط المستقيم المركب من خطي ب ح ح ر ذو الاسمين الثالث فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

لنبين ان لكل ذي الاسمين الرابع

فنجدد عددين مربعين ليس مجموعهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثالث والعشرين وهما ه ط ه ر والفصل



بينهما رَه فيكون نسبة دَه الي دَر والي هَر ليست كنسبة عدد مربع الي عدد مربع والا لكانت كل واحد من دَه رَه مربعا بالشكل الثاني والعشرين من الثانية وليس وليكن الخط المنطف آ ونبين بمثل ما بينا في ذي الاسمين الاول ان بَح يكون قويا علي حَر بمربع خط يباينه في الطول وهوط وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مز

لنا ان نجد ذا الاسمين الخامس ❊

فنعبد عددي دَه دَر ونجد خطين اطولهما منطف في القوة فقط واصغرهما منطف في الطول والقوة معا ويقوي الاطول علي الاقصر



بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مرّ في ذي الاسمين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مح

لنا ان نجد ذا الاسمين السادس ❊

فنعبد عددي دَه دَر وعدد هَط الذي ليست نسبته الي دَه وهَر كنسبة عدد مربع الي عدد مربع كما بينا في الشكل التاسع والاربعين ونجد خطين كل منهما منطف في القوة فقط متباينان في الطول والاطول منهما يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مرّ في ذي الاسمين الثالث والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ❊

مط

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطف وذو الاسمين الاول هو ذو الاسمين ❊

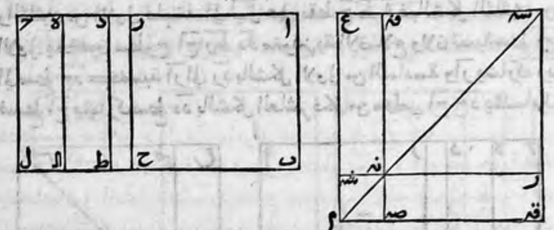
ليكن سطح بَح متوازي الاضلاع يحيط به آح ذو الاسمين الاول وخط آب المستقيم المحدود المنطف فاقول ان كل خط مستقيم قوي علي سطح بَح فهو

فهو ذو الاسمين برهانه ليكن آح ذا الاسمين الاول منقسما باسمبه علي نقطة دَ وآد اعظم اسمبه فهو منطف فسطح بَد منطف بالشكل الخامس عشر ونصف دَح علي نقطة هَ بالشكل العاشر من الاولي فربع مربع دَح يساوي لمربع دَه بالشكل الرابع من الثانية ونضيف الي آد سطحا يساوي مربع دَه ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم خط آد باضافة سطح اليه علي نقطة رَ فلان آد قوي علي خط دَح بمربع خط يشاركه في الطول فانه يشارك رَد بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقط رَد هَ خطوط رَح دَط هَا موازيه لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي بَل علي نقط حَ طَ اَ فبالشكل الثلثين من الاولي يكون سطوح آح رَط دَا متوازية الاضلاع ولان نسبة سطح آح الي سطح حَد كنسبة آرَ الي رَد بالشكل الاولي من السادسة وآرَ يشارك رَد فسطح آح يشارك سطح هَد بالشكل العاشر فكل من سطحي آح حَد يشارك



سطح آط المنطف بالشكل الحادي عشر فكل منهما منطف باستبانة الشكل العاشر ولان سطح آرَ في رَد كمربع دَه فنسبة آرَ الي دَه كنسبة دَه الي رَد بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح آح الي سطح دَا كنسبة آرَ الي دَه ونسبة سطح دَا الي سطح رَط كنسبة دَه الي رَد بالشكل الاول من السادسة فسطح دَا وسط في النسبة بين سطحي آح حَد ولان سطح آط متوازي الاضلاع يكون ضلع دَط يساوي ضلع آب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وآب منطف فدَط منطف في الطول ودَح منطف في القوة فقط فسطح دَل موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح دَا الي سطح آح كنسبة دَه الي دَح المتشاركين بالشكل الاول من السادسة فسطح دَا يشارك سطح آح بالشكل الثامن فكل واحد من سطحي دَا آح يشارك سطح دَل الموسط بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي دَا آح موسط بالشكل التاسع عشر ونرسم مربعا مساويا لسطح آح بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي وليكن هو مربع سهر نهَ ونخرج قطر سهَ ونخرج خط رنهَ علي استقامته في جهة نهَ الي غير النهاية ونرسم عليه مربع نهَ شهَ مهَ يساوي سطح رَط بالشكل الرابع عشر

من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ولان زاويتي رنه صه صنه شه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية صنه شه قايمة فزاوية رنه صه قايمة وزاوية رنه فه قايمة فخط فه صه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان زاوية نه صه م قايمة من مثلث نه صه م وضلع نه صه كضلع صه م فزاويتا صه نه م صه م نه متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وكل مثلث زاواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية صه نه م نصف قايمة وكذلك زاوية نه م صه وبمثله تبين ان كل واحد من زوايا فه سه نه فه نه سه شه نه م شه م نه رسه نه رنه سه نصف قايمة

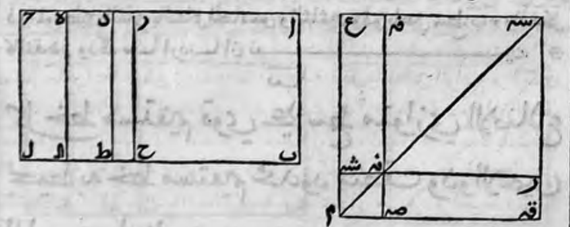


خط سم خط واحد مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي لان زاوية فه نه شه قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي واذا اخرجنا خطي سه فه م شه في جهة فه علي استقامتهما يتلاقيان فلنبتلا قيا علي نقطة ع ونخرج كل واحد من خطي سه ر م صه في جهة ر علي استقامتهما فيتلاقيان فلنبتلاقيا علي نقطة ق ولان زاويتي ع سه م ع م سه متساويتان فضلعا ع سه ع م متساويان بالشكل السادس من الاولي والاضلاع المتقابلة من كل سطح متوازي الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل واحد من ضلعي سه ق ق م يساوي نظيره من ضلعي سع ع م ولان كل واحد من زاويتي ع سه ق ق م ع قايمة فكل واحد من زاويتي سه ق م سع م قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح سم مربع ولان ضلع سع كضلع ق م وضلع سه ق كضلع ق ه من بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فضلع ق ع كضلع صم فمربع ق ع يساوي مربع نم ولان نسبة سه ق الي ق ع كنسبة ق ن المساوي لسه ق الي ن ه صه المساوي لق ع بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سه ق الي ق ع كنسبة مربع سه نه الي سطح ع نه بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ع نه الي مربع نم كنسبة ق ن الي ن ه صه بالشكل المذكور فسطح ع نه وسط في النسبة بين مربعي سه نه نم وكان سطح د ا وسطا في النسبة بين سطحي ب ر ر ط المساويان لمربعي سه نه نم فنسبة سطح ب ر الي سطح د ا مثناة كنسبة سطح ب ر الي سطح ر ط ونسبة مربع سه نه الي مربع نم كنسبة سطح ب ر الي سطح ر ط فبالشكل الحادي

الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ب ر الي سطح د ا مثناة كنسبة مربع سه نه الي مربع نم ونسبة مربع سه نه الي سطح ع نه مثناة كنسبة مربع سه نه الي مربع نم فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح ب ر الي سطح د ا مثناة كنسبة مربع سه نه الي سطح ع نه مثناة فنسبة سطح ب ر الي سطح د ا كنسبة مربع سه نه الي سطح ع نه ولان نسبة مربع سه نه الي سطح ع نه كنسبة سطح ب ر الي سطح د ا ونسبة مربع سه نه الي سطح د ا كنسبة سطح ب ر الي سطح د ا بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مربع سه نه الي سطح د ا كنسبة مربع سه نه الي سطح ن ع بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح ن ع يساوي سطح د ا وسطح د ا يساوي سطح ن ع بالشكل التاسع من الخامسة وسطح د ا ضعف سطح د ا ومتمما نه ق ن ع ضعف متمم ن ع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فمتما نه ق ن ع يساويان سطح د ا ومربعا سه نه نم يساويان سطحي ب ر ر ط فمربع سم يساوي سطح ب ح ولان نسبة مربع سه نه الي سطح ن ع كنسبة خط سه ق الي ق ع والمربع يباين سطح ن ع خط سه ق يباين خط ق ع بالشكل الثامن فكل من خطي سه ق ق ع منطق في القوة ومتباينان في الطول فخط سع ضلع مربع سم المساوي لسطح ب ح ذي الاسمين بالشكل الثالث والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الثاني هو ذو الموسطين الاول ❁

ليكن سطح ب ح المتوازي الاضلاع يحيط به آب المستقيم المحدود



المنطق وذو الاسمين الثاني فاقول ان خط مستقيم قوي علي سطح ب ح هو ذو الموسطين الاول ويكون ههنا سطح د ر منطقا وسطح ب د موسطا ونسلك ماسلكنا في الشكل المتقدم فيحصل مربعي سه نه نم كل واحد منهما

موسطا ويشتركان فيكون متمما نرع نرق منطقين خط سرع المركب من خطي سرف فرع الموسطين المشتركين المتباينين في الطول الذي ضعف سطح احدهما في الآخر منطق ذو الموسطين الاول بالشكل الرابع والثلثين وقوي علي سطح بر والشكل كالمتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ❊

فا

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الثالث ذو الموسطين الثاني ❊

ليكن السطح بر وذو الاسمين الثالث ار فسطح بد هنا موسط وكل من سطحي بم رط موسط مشارك لسطح بد المباين لسطح دل الموسط فيحصل بالطريقه التي سلكناها مربعي سرن نرم الموسطين المشتركين المباينين لسطح نرع الموسط فيكون خط سرع مركبا من خطي سرف فرع



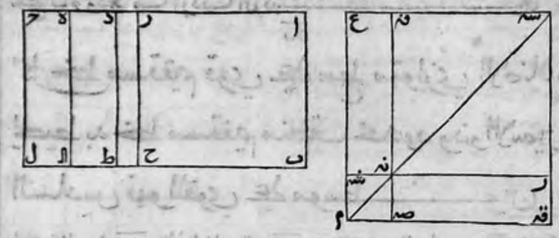
الموسطين في القوة المشتركين فيها فقط المحيطان بموسط وهو سطح نرع فهو ذو الموسطين الثاني بالشكل الخامس والثلثين وقويا علي سطح بر والشكل كالمتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ❊

نب

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الرابع هو اعظم ❊

ليكن السطح بر والخط المستقيم المنطق آب وذو الاسمين الرابع اح منقسما علي د باسمه فاقول ان كل خط قوي علي سطح بر اعظم ولان سطح بد هنا

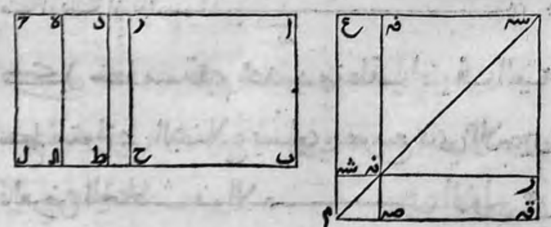
بد هنا منطق وسطحا بم رط متباينان وسطح دل موسط فاذا سلكنا ما سلكنا في الاشكال المتقدمة حصلنا مربعي سرن نرم متباينين فمجموعهما منطق ومتممي نرع نرق كل منهما موسط ولذلك مجموعهما فيكون خط



سرع مركبا من خطي سرف فرع المتباينين في القوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اعظم بالشكل السادس والثلثين وقويا علي سطح بر وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع محيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الخامس هو القوي علي منطق وموسط ❊

ليكن السطح بر والخط آب وذو الاسمين الخامس اح منقسما باسمه علي نقطة د فاقول ان كل خط مستقيم قوي علي سطح بر قوي علي منطق وموسط فلان سطح بد موسط مباين لسطح دل المنطق وسطحا بم رط متباينان فاذا حصلنا بالطريقه السابقه مربعي سرن نرم المتباينين



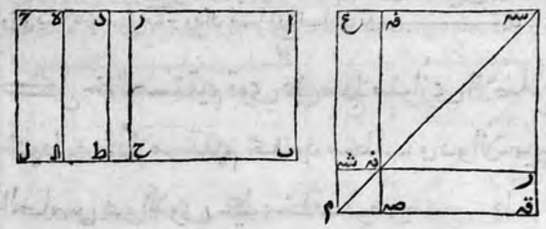
بمجموعهما موسط ومتممي نرع نرق المنطقين فيكون خط سرع المركب من خطي سرف فرع المتباينين في القوة بمجموعهما موسط ومتممي نرع نرق

المنطقين فيكون خط سع المركب من خطي سه فع متباينين في القوة
مجموعهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر وهو متمما نع نه
منطق قويا علي منطق وموسط بالشكل السابع والثلثين وقويا علي
سطح ب ح وذلك ما اردنا ان نبين ✡

نه د

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم منطق محدود وذو الاسمين السادس فهو القوي علي موسطين ✡

ليكن السطح ب ح والخط المستقيم آب وذو الاسمين السادس آح فلان كل
واحد من سطحي ب د دل موسط وسطحي ب ر رط متباينان فبالطريقة



المتقدمة مربعي سه نه نم موسطين متباينين ومتمم نع نه موسطين
متباينين للمربعين فيكون خط سع مركبا من خطي سه فع المتباينين
في القوة بمجوع مربعيهما موسط وكذلك ضعف سطح احدهما في الآخر هو
القوي علي موسطين بالشكل الثامن والثلثين والقوي علي سطح ب ح وذلك
ما اردنا ان نبين ✡

نه

كل خط مستقيم محدود منطق اضيف اليه سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الاسمين فالعرض الحادث ذو الاسمين الاول ✡

ليكن دة خطا مستقيما محدودا منطقا وخط آب ذا الاسمين المنقسم
باسمه علي نقطة ح وقسمه الاطول ب ح واضفنا الي دة سطح ه ر المتوازي
الاضلاع

الاضلاع مساويا لمربع آب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاقول
ان عرض در ذو الاسمين الاول برهانه فلان مربع اب مساو لمربعي
ب ح ح آ وضعف سطح ب ح في ح آ بالشكل الرابع من الثانية فسطح در
يساويهما فليكن سطح ه ط ح المتوازي الاضلاع من سطح در مساويا لمربع
ب ح وسطح ح ط ل الكذلك مساويا لمربع ح آ يبقي سطح آسه المتوازي
الاضلاع مساويا لضعف سطح ب ح
في ح آ وننصف آر علي نقطة م
بالشكل العاشر من الاولي ونخرج



منها م نه موازيا لخط رسه فينتهي
الي خط دسه علي نقطة نه فهو موازٍ
لخط آل بالشكل الثلثين من الاولي
فكل واحد من سطحي لم م سه
متوازي الاضلاع فلان نسبة سطح
لم الي م سه كنسبة آم الي م ر بالشكل الاول من السادسة وآم يساوي
م ر فسطح لم يساوي سطح م سه فكل واحد منهما يساوي سطح ب ح في ح آ
ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية
بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل من خطي ح ط آ ل منطف في
الطول لان كل منهما يساوي دة المنطف ولان كل واحد من سطحي لم
م سه موسط ومشترك لسطح آسه ضعف كل منهما فسطح آسه موسط
بالشكل التاسع عشر فعرض آر منطف في القوة غير مشارك لخط آل
المنطف بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح ه ح المنطف الي سطح ح ل
المنطف كنسبة خط دح الي خط ح آ بالشكل الاول من السادسة وكل
منطقين متشاركين من جنس واحد فسطح ه ح يشارك سطح ح ل لخط دح
يشارك خط ح آ بالشكل الثامن فسطح ه آ يشارك كل واحد من سطحي ه ح
ح ل بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطف منطف باستبانة الشكل
العاشر فسطح ه آ منطف فعرض د آ منطف بالشكل السادس عشر ولان
نسبة مربع ب ح الي سطح ب ح في ح آ كنسبة ب ح الي ح آ بالشكل الاول من
السادسة وب ح اعظم من ح آ فمربع ب ح اعظم من سطح ب ح في ح آ ولان
نسبة سطح ب ح في ح آ الي مربع ح آ كنسبة ب ح الي ح آ بالشكل الاول من
السادسة فسطح ب ح في ح آ اعظم من مربع ح آ فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة مربع ب ح الي سطح ب ح في ح آ كنسبة سطح ب ح في ح آ الي
مربع ح آ فسطح ب ح في ح آ وسط في النسبة بين مربعي ب ح ح آ فهذه
اربعة مقادير متناسبة اعظمها مربع ب ح واصغرها مربع ح آ فمجموعهما
اعظم من ضعف سطح ب ح في ح آ بالشكل الخامس والعشرين من الخامسة
ونسبة سطح ه آ الي سطح آسه كنسبة خط د آ الي خط آر بالشكل الاول من

السادسة وسطح ده اعظم من سطح اسه فخط دا اعظم من خط ار ولان سطح ب ح في حا وسط في النسبة بين مربعي ب ح حا يكون نسبة سطح د ح الي سطح انه كنسبة سطح انه الي سطح ح ل ونسبة سطح د ح الي سطح اد كنسبة د ح الي ام ونسبة سطح انه الي سطح ح ل كنسبة ام الي اح بالشكل الاول من السادسة فخط ام وسط في النسبة بين خطي د ح ح ا فسطح د ح في ح ا كمربع ام بالشكل الرابع من الثانية فاذا اضفنا مربع ام الي خط دا ناقصا عنه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة

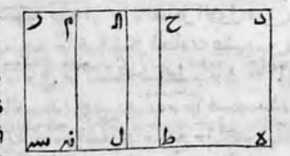


فنقسم خط دا علي نقطة ح فلان د ح يشارك ح ا فخط دا يقوي علي خط ار بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر ولان نسبة سطح ده الي سطح اسه كنسبة دا الي ار بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يباين سطح اسه فخط دا يباين خط ار بالشكل الثامن فخطا دا ار متباينان فخط در مركب من خطي دا ار المنطقين في القوة المتباينين في الطول ودا اعظمهما منطق في الطول وقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول فهو ذو الاسمين الاول وذلك ما اردنا ان نبين ✲

نو

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الموسطين الاول اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الثاني ✲

ليكن خط اب المنقسم علي ح الموسطين الاول وسطح در المساوي لمربع اب المضاف الي خط دة المنطق ولبكن سطح دح الموسط يساوي مربع ب ح وسطح ح ل الموسط يساوي مربع حا وهما مشتركان فبكون خطي دح ح ا مشتركين فدا منطق في القوة فقط ولبكن انه كسطح ب ح في حا المنطق فسطح اسه منطق ايضا فعرض ار منطق ويكون نسبة دح الي ام كنسبة ام الي ح ا فاذا اضيف الي خط دا سطح

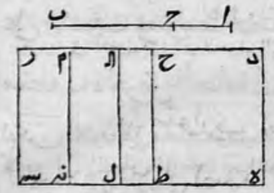


دا سطح كربع ار الاقصر من خط دا ينقص عن تمامه مربعا وهو مربع ام فنقسم دا علي ح بمشتركين فدا يقوي علي ار بمربع خط يشاركه في الطول فدر المركب من خطي دا ار المنطقين في القوة المتباينين في الطول وار منطق في الطول والاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول هو ذو الاسمين الثاني والتراهين والمحولات كما مر والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

نز

كل سطح متوازي الاضلاع مساوي مربع ذي الموسطين الثاني اضيف الي خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الثالث ✲

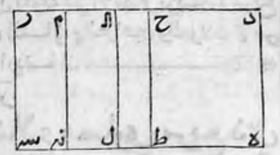
ليكن خط اب ذو الموسطين الثاني وسطح در المضاف الي دة المستقيم المنطق كمربع اب وليكن سطح دح كمربع ب ح وسطح ح ل كمربع حا وسطح انه كسطح ب ح في حا وكل من سطح دح ح ل انه موسط فسطح ده موسط وسطح اسه موسط فخطا دا ار منطقان في القوة فقط وخطي دح ح ا مشتركين فدا منطق في القوة فاذا اضيف الي خط دا سطح كربع مربع ار المساوي لمربع ام ينقص عن تمامه مربعا فبقسم دا علي نقطة ح بمشتركين فدا الاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه وهما متباينان فدر المركب من خطي دا ار المنطقين في القوة فقط المتباينين في الطول والاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه هو ذو الاسمين الثالث والتراهين والمحولات كما مر والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲



نح

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع الاعظم اضيف الي خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الرابع ✲

ليكن الاعظم آب المنقسم بقسمته علي ح وسطح هر كمربع آب المضاف الي
هه المنطف وليكن سطح هآ منطقا وسطحا هح حل متباينين لتباين مربع
خطي ب ح ح آ خط دح يباين ح د
ويكون سطح آنه موسطا فسطح السنه
موسط لخط آر منطف في القوة
فقط وخط دآ منطف في الطول
فاذا اضيف الي دآ الاعظم من آر
مربع آم المساوي لربع مربع آر
ينقص عن تمامه مربعا يقسم دآ

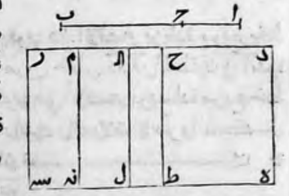


علي نقطة ح بمتباينين فدآ يقوي علي آر بمربع خط يباينه فدر المركب
من خطي دآ آر المنطقين في القوة ودآ منطف في الطول مباين لخط آر
وقوي عليه بزيادة مربع خط يباينه فهو ذو الاسمين الرابع والبراهين
والمحولات كما تقدم والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ❊

نط

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع القوي علي منطق وموسط اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الخامس ❊

ليكن القوي علي منطق وموسط آب المنقسم بقسمته علي ح وسطح هر
كمربع آب المضاف الي خط هه المنطف فاقول هر العرض الحادث ذو
الاسمين الخامس ليكن سطح هآ
موسطا وسطح آسه منطقا وسطحا
هح حل متباينين لتباين خطي
ب ح ح آ في القوة وهآ اعظم من آر
فاذا اضيف مربع آم المساوي لربع
مربع آر الي هآ ناقصا عن تمامه
مربعا فينقسم هآ علي ح بمتباينين



ويقوي هآ علي كر بمربع خط يباينه فهر المركب من خطي هآ آر
المنطقين في القوة المتباينين في الطول وهآ منهما القوي علي آر بزيادة
مربع خط يباينه في الطول وآر المنطف في الطول فهو ذو الاسمين
الخامس والبراهين والمحولات كما تقدم والشكل كالشكل المتقدم وذلك
ما اردنا ان نبين ❊

س

كل

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع القوي علي موسطين اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين السادس ❊

ليكن القوي علي موسطين آب المنقسم بقسمته علي ح وسطح هر المساوي
لمربع آب مضافا الي هه المنطف
فعرض هر ذو الاسمين السادس فلان
سطح هر كمربع آب ليكن سطح هح
كمربع ب ح وسطح حل كمربع ح آ وهما
متباينان لتباين خطي ب ح ح آ في
القوة وسطح آسه موسط مباين لسطح
هآ خط آر منطف في القوة فقط فاذا
اضيف الي هآ مربع آم المساوي لربع مربع هر ينقص عن تمامه مربعا
فينقسم هآ علي ح بمتباينين فدآ يقوي علي آر بمربع خط يباينه في
الطول فدر المركب من خطي هآ آر المنطقين في القوة فقط المتباينين في
الطول ودآ القوي علي آر بمربع خط يباينه هو ذو الاسمين السادس
والبراهين كما تقدم وكذلك المحولات والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما
اردنا ان نبين ❊



سا

كل خط مستقيم يشارك ذا الاسمين في الطول فهو ذو الاسمين في مرتبته

ليكن آب ذا الاسمين منقسما علي ح
باسمه ودهـ يشاركه في الطول فاقول ان
هه ذو الاسمين في مرتبة آب برهانه ليكن نسبة آب الي ب ح كنسبه
هه الي هر بالشكل الحادي عشر من السادسة فاذا بدلنا كانت نسبة آب
الي هه كنسبة ب ح الي هر بالشكل السادس عشر من الخامسه فنسبة آح الي
هر كنسبة آب الي هه بالشكل التاسع عشر من الخامسة وكانت نسبة ب ح
الي هر كنسبة آب الي هه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آح الي
ح ب كنسبة هر الي رة لكن آب يشارك هه في الطول فآح يشارك هر فيه
وب ح يشارك هر فان كان آح يباين ح ب في الطول فهر يباين رة في الطول
بالشكل الثامن وان كان آح يقوي علي ح ب بمربع خط يشاركه في الطول

فدر يقوي علي رة بمربع خط يشاركه في الطول وان كان آح يقوي علي حب بمربع خط يباينه في الطول فدر يقوي علي رة بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الثاني عشر فعلي التقدير الاول ان كان آح او حب منطقا في الطول كان در او رة منطقا في الطول وان لم يكن شي من آح حب منطقا في الطول بل في القوة فكل واحد من خطي در رة منطف في القوة فقط بالشكل الثامن فخط دة اما ذو الاسمين الاول او الثاني او الثالث وعلي التقدير الثاني ان كان آح او حر منطقا في القوة فقط كان كل من در رة منطقا في القوة فقط بالشكل الثامن فدة اما ذو الاسمين الرابع او الخامس او السادس وذلك ما اردنا ان نبين ✲

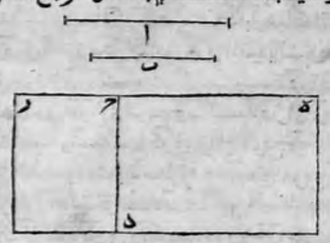


سب

كل خط يشارك ذا الموسطين في الطول فهو ذو الموسطين في مرتبته ✲

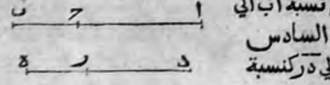
ليكن آب ذا الموسطين منقسما بموسطيه علي نقطة حـ ودة يشاركه في الطول فاقول ان دة ذو الموسطين في مرتبة آب ان كان اولا فاول وان كان ثانيا فثانيا برهانه ليكن نسبة دة الي رة كنسبة آح الي بح بالشكل الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة آب الي دة كنسبة بح الي رة بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آح الي در كنسبة آب الي دة بالشكل التاسع عشر من الخامسة وآب يشارك دة فآح يشارك در وبح يشارك رة بالشكل الثامن وكانت نسبة بح الي رة كنسبة آب الي دة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آح الي حب كنسبة در الي رة فكل من خطي در رة موسط بالشكل التاسع عشر فان كان يباين حب فدر يباين رة بالشكل الثامن ونسبة مربع آب الي سطح آح في حب كنسبة آح الي حب بالشكل الاول من السادسة ونسبة در الي رة كنسبة آح الي حب فنسبة مربع آح الي سطح آح في حب كنسبة در الي رة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع در الي سطح در في رة كنسبة در الي رة فهذا الشكل بعينه نسبة مربع آح الي سطح آح في حب كنسبة مربع در الي سطح در في رة وبالابدال نسبة مربع آح الي مربع در كنسبة سطح آح في حب الي سطح در في رة بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع آح يشارك مربع در بالشكل السابع فسطح آح في حب يشارك سطح در في رة بالشكل الثامن فان كان سطح آح في حب منطف فسطح در في رة منطف باستبانة الشكل العاشر فدة ذو الموسطين الاول وان لم يكن سطح آح في حب متطقا فسطح در في رة لم يكن منطقا بل موسطا بالشكل الثالث والعشرين

والعشرين فدة ذو الموسطين الثاني ✲ وله وجه آخر ليكن آذا الموسطين الاول او الثاني وب يشاركه فاقول ان ب ذو الموسطين في مرتبته برهانه ليكن حد حطا منطقا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهو سطح دة فالعرض الحادث وهو حة اما ذو الاسمين الثاني او الثالث بالشكل السادس والخمسين والسابع والخمسين ونضيف سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب الي خط حد بالشكل المذكور وهو سطح در فكل واحد من الزوايا التي عند نقطتي حد قايمة فكل من خطي ة روما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي ونسبة سطح در الي سطح دة كنسبه حر الي حة بالشكل الاول من السادسة والسطحان مشتركان فحر يشارك حة بالشكل الثامن فحر اما ذو الاسمين الثاني او الثالث بالشكل المتقدم فالخط القوي عليه خط در فذو الموسطين الاول او الثاني بالشكل الثاني والخمسين او الثالث والخمسين فب اما ذو الموسطين الاول او الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ✲



كل خط يشارك الاعظم في الطول فهو اعظم ✲

ليكن خط آب منقسما بقسمه علي حـ ودة يشاركه في الطول فاقول ان خط دة الاعظم برهانه ليكن نسبة دة الي ة ركنسبة آب الي بح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالابدال نسبة آب الي كنسبة بح الي ة ر بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة آح الي در كنسبة آب الي دة بالشكل التاسع عشر من الخامسة وكانت نسبة بح الي ة ر كنسبة آب الي دة فبالشكل الحادي عشر نسبة بح الي ة ر كنسبة آح الي در وآب يشارك دة فآح يشارك دة وبح يشارك ة ر بالشكل الثامن فنسبة آح الي حب مثناة كنسبة در الي رة مثناة ونسبة مربع در الي مربع رة كنسبة در الي رة متناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع در الي مربع رة كنسبة آح الي حب مثناة بالشكل



الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع آح الي مربع حب كنسبة آح الي حب مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع در الي مربع رة كنسبة مربع آح الي مربع حب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالتركيب نسبة مربعي در رة معا الي مربع رة كنسبة مربعي آح حب معا الي مربع حب بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالابدال نسبة مربعي در رة معا الي مربعي آح حب معا كنسبة مربع رة الي مربع حب بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع رة يشارك مربع حب بالشكل السابع لان رة يشارك حب فمربعا در رة معا يشارك مربعي آح حب ومربعا آح حب معا منطف فمربعا در رة معا منطف باستبانة الشكل العاشر ولان آح يباين حب في القوة فدر يباين رة في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح آح في حب الي مربع حب كنسبه آح الي حب ونسبة در الي رة كنسبة آح الي حب فنسبة سطح آح في حب الي مربع حب كنسبة در الي رة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح در في رة الي مربع رة كنسبة در الي رة بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح آح في حب الي مربع حب كنسبة سطح در في رة الي مربع رة بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالابدال نسبة سطح آح في حب الي سطح در في رة كنسبة مربع حب الي مربع رة بالشكل السادس عشر من الخامسة ومربع حب يشارك مربع رة فسطح آح في حب يشارك سطح در في رة بالشكل الثامن لكن سطح آح في حب موسط فسطح در في رة موسط بالشكل التاسع عشر فضعف سطح در في رة موسط بالشكل المذكور ايضا



فخط دة اعظم بالشكل السادس والثلثين ✲ وبوجه آخر لبكن خط آهو الاعظم وخط ب يشاركه في الطول فاقول ان خط ب اعظم برهانه لبكن خط حد مستقيما ونرسم عليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهوسطح دة ونرسم علي حد سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب بالشكل المذكور فكل واحده من الزوايا التي عند نقطتي حد قايمة فخط در وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبه سطح دة الي سطح در كنسبة حة الي حر بالشكل الاول من السادسة لكن سطح دة يشارك سطح در فحة يشارك حر بالشكل الثامن وخط

وخط حة ذو الاسمين الرابع بالشكل الستين فخط حر ذو الاسمين الرابع بالشكل الثالث والستين فالخط القوي علي سطح در اعظم بالشكل الرابع والخمسين فخط ب الاعظم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

سد

كل خط يشارك الخط القوي علي منطق وموسط في الطول هو الخط القوي علي منطق وموسط

ونسلك في برهانه بمثل ماسلك في الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

سه

كل خط يشارك الخط القوي علي موسطين في الطول قوي علي موسطين ✲

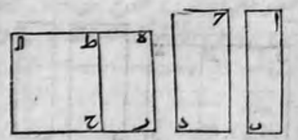
ونسلك في برهانه مثل ماسلكنا في الشكل المتقدم والشكل كما تقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

اعلم ان المشاركات الواقعه بين الخطوط المذكوره لوكانت في القوة فقط لكانت الدعاوي المذكورة تتم بالبراهين المذكورة بعينها ✲

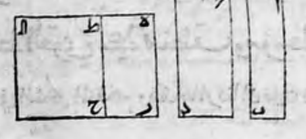
سو

كل خط قوي علي سطحين احدهما منطق والآخر موسط فهو اما ذو الاسمين او ذو الموسطين الاول او الاعظم او القوي علي منطق وموسط ✲

ليكن سطح آب منطقا وسطح حد موسطا فاقول كل خط قوي علي مجموع سطحي آب حد احد الخطوط الاربعة برهانه ليكن هر خطا مستقيما منطقا ونرسم عليه سطح رط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كسطح آب وعلي خط ح ط سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كسطح حد وهو سطح ح آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فكل واحده من الزوايا التي عند نقطة ط ح قايمة من خطي ه آ وما يقابله مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما



متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي فلان سطح ر ط المضاف
الي خط ه ر منطف فضلع ه ط منطف بالشكل السادس عشر وخط
ط ح منطف لانه يساوي خط ه ر المنطف بالشكل الرابع والثلثين من
الاولي فخط ط ا منطف في القوة ومباين لخط ط ح بالشكل الثامن عشر
فه ط ط ا متباينان في الطول
والا لكان خط ط ا مشاركا لخط
ط ح بالشكل العاشر وهو
مباين له هذا خلف فخط ه ط
ان كان اطول من خط ط ا كان
قويا علي ط ا بمربع خط

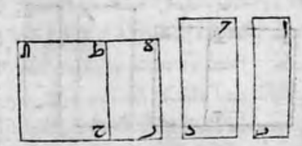


يشاركه في الطول فخط ه ا ذو الاسمين الاول والخط القوي علي سطح ر ا ذه
الاسمين بالشكل التاسع والاربعين ان كان ه ط قويا علي ط ا بمربع خط
يباينه فخط ه ا ذو الاسمين الرابع فالخط القوي علي سطح ر ا الاعظم
بالشكل الثاني والخمسين وان كان خط ط ا اعظم من ط ه فان كان قويا علي
ط ه بمربع خط يشاركه فخط ا ه ذو الاسمين الثاني فالخط القوي علي سطح
ر ا ذو الموسطين الاول بالشكل الخمسين وان كان قويا عليه بمربع خط
يباينه فخط ا ه ذو الاسمين الخامس فالخط القوي علي سطح ر ا هو الخط
القوي علي منطف وموسط بالشكل الثالث والخمسين وذلك ما اردنا
ان نبين ✲

سز

كل خط يقوي علي سطحين موسطين متباينين فهو اما ذو الموسطين الثاني او القوي علي موسطين ✲

ليكن سطحا آب ح د موسطين متباينين فاقول ان كل خط قوي علي سطحي
آب ح د معا فهو احد الخطين المذكورين برهانه فبالبيان المذكور
نرسم سطح ر ا مساويا لسطحي
آب ح د فيكون كل من خطي
ط ه ط ا منطقا في القوة فقط
واحدهما يباين الآخر لتباين
سطحي ر ط ح ا فان كان احد
خطي ط ا ط ه قويا علي الآخر



بمربع خط يشاركه فخط ه ا ذو الاسمين الثالث والخط القوي علي سطح ر ا
ذو الموسطين الثاني بالشكل الحادي والخمسين وان كان قويا علي الآخر
بمربع خط يباينه فخط ه ا ذو الاسمين السادس فالخط القوي علي سطح ر ا
القوي

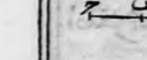
القوي علي موسطين بالشكل الرابع والخمسين والشكل كالشكل المتقدم
وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مصادرة ثالثين

لاشي من الخطوط الست الصم ذا الاسم وما تبلوه موسطا ولا واحدا
من الخمسة الباقية من الست الصم اما الاول فلان مربع الموسط اذا
اضيف الي خط منطف في الطول كان العرض الحادث منطقا في القوة
فقط كما بين في الشكل الثامن عشر ولاشي من الخطوط الست اذا اضيف
مربعه الي خط منطف كان العرض الحادث منطقا في القوة فلاشي منها
موسط واما الثاني فلان مربع هذه الخطوط اذا اضيف الي خط منطف
كان العرض الحادث انواع ذي الاسمين كما تبين من الشكل الخامس والخمسين
الي الشكل الثالث والستين وهي مختلفه واختلاف الملوازم يدل علي
اختلاف الملزومات فالخطوط الست مختلفه وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ح

كل خطين منطقين في القوة متباينين في الطول وفصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي المنفصل ✲



ليكن خطا آ ح آب منطقين في القوة متباينين
في الطول وفصل آب اصغرهما من آ ح فاقول ان ب ح الباقي اصم ويسمي
المنفصل برهانه فلان كلا من مربعي آ ح آب منطقا فهما متشاركان
فمجموعهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر فمجموع منطف
باستبانة الشكل العاشر ومجموع المربعين كضعف سطح آ ح في آب مع مربع
ب ح بالشكل السابع من الثانية وكل واحد من سطحي آ ح في آب موسط
فضعفه موسط بالشكل التاسع عشر فهو مباين لمجموع المربعين فمجموع
المربعين المنطقين يباين مربع ب ح باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع
ب ح اصم فب ح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

سط

كل خطين موسطين مشتركين في القوة متباينين في الطول وسطح احدهما في الآخر منطف اذا فصل

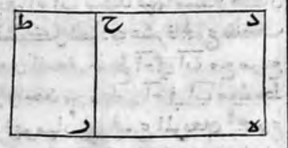
اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي
ا ب ح المنفصل الموسط الاول ۞

لكن آح آب بهذه الصفة فاقول اذا فصل آب من آح كان ب ح الباقي اصم برهانه فلان مجموع مربعي آح آب الموسطين المشتركين مشارك لكل منهما بالشكل الحادي عشر فمجموع موسط بالشكل التاسع عشر وضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد منهما المنطف بالشكل الحادي عشر منطف فيكون مباينا لمجموع مربعيهما وضعف سطح آح في آب مع مربع ب ح يساوي مجموع مربعي آح آب بالشكل السابع من الثانية وضعف سطح احدهما في الآخر المنطف المباين لمجموع المربعين يباين مربع ب ح باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع ب ح اصم فب ح موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي منفصل الموسط الثاني اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ع

كل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط ضعف سطح احدهما في الآخر موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي

ا ب ح منفصل الموسط الثاني ۞



لبكن خطا آح آب بهذه الصفة فاقول اذا فصل آب من آح كان باح الباقي اصم ويسمي منفصل الموسط الثاني برهانه فلان مجموع مربع آح آب المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر ولان ضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد من سطحي احدهما في الآخر بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر فكل واحد من مربعي آح آب يباين سطح احدهما في الآخر بالشكل الاول من السادسة فمجموع المربعين يباين سطح احدهما في الآخر والا لشاركه فيشارك كل من المربعين سطح احدهما في الآخر بالشكل العاشر وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين ان مجموع المربعين يباين ضعف سطح احدهما في الآخر ولبكن دة خطا منطقا فنرسم عليه

عليه سطح ة ط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كمربعي آح آب ونرسم عليه ايضا سطح ة ح المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كضعف سطح احدهما في الآخر بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فكل من خطي دط دح منطف في القوة بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من سطحي ة ط ة ح متوازي الاضلاع فنسبة سطح ة ط الي سطح ة ح المتباينين كنسبة دط الي دح بالشكل الاول من السادسة فخطا دط دح متباينين بالشكل الثامن فخط ح ط منفصل بالشكل الثامن والستون فهو اصم فسطح رط اصم ولان مربعي آح آب معا كضعف سطح آح في آب مع مربع ب ح بالشكل السابع من الثانية فمربع ب ح يساوي سطح رط الاصم فب ح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ع

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما منطف وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما يسمي الباقي اصغر ۞

والبيان والشكل كما مرّ في المنفصل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عب

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسطين وضعف سطح احدهما في الآخر منطف اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي المتصل بالمنطف يصير الكل موسط ۞

والبيان والشكل كما في المنفصل الموسط الاول وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عج

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما

موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع المربعين اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي المتصل بموسط يصير الكل موسطا ✲

والبيان والشكل كما مرّ في المنفصل الموسط الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عد

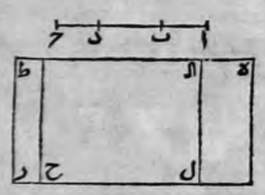
لايمكن ان يتصل بالمنفصل الاخط واحد فقط منطق في القوة مشاركا في القوة بعد اضافته الى المنفصل للمجموع الحاصل فقط ✲

لبكن آب المنفصل واتصل به ب ح المنطق في القوة المشارك لآ ح في القوة فقط فاقول لايمكن ان يتصل باب خط آخر منطق في القوة مشارك للمجموع الحاصل منه ومن آب في القوة فقط ببرهانه والا فلبتصل باب خط ب د علي الصفة المذكورة ولبكن سطح ه ر المتوازي الاضلاع كمربعي آ ح ح ب معا وهما اعظم من ضعف سطح آ ح في ح ب بمربع آب بالشكل السابع من الثانية فلبكن سطح ه ح من سطح ه ر كضعف سطح آ ح في ح ب فيبقي سطح ح ط كمربع آب ولان مربعي آ د د ب كضعف سطح آ د في د ب مع مربع آب بالشكل السابع من الثاني والمربعين اصغر من مربعي آ ح ح ب فلبكن سطح ل ر من سطح ه ر كمربعي آ د د ب معا وسطح ح ط كمربع آب يبقي سطح ح ك كضعف سطح آ د في د ب ولان كل واحد من مربعي آ د د ب وآ ح ح ب منطق فكل واحد من سطحي ه ر ل ر مشارك بمربع الخط الموضوع فيهما مشتركان بالشكل العاشر فسطح ه ل الذي هو الفضل بين سطحي ه ر ل ر فهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح ه ل منطق وسطح آ ح في ح ب الموسط يشارك ضعفه فهو موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان ضعف سطح آ د في د ب موسط وفصل

وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين وسطح ه ح كضعف سطح آ ح في ح ب وسطح آ ح كضعف سطح آ د في د ب فسطح ه ل هو كفضل ضعف سطح آ ح في ح ب علي ضعف سطح آ د في د ب فهو اصم وكان منطق هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عد

لايمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الاول الاخط واحد مشارك المجموع الحاصل بعد اضافته الى المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع منطقا ✲

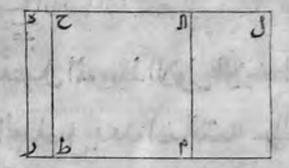


لبكن آب المنفصل الموسط الاول واتصل به ب ح بالصفة المذكورة فاقول لايمكن ان يتصل باب الا خط ب ح بالصفة المذكورة ببرهانه فان امكن غيره فلبتصل باب د ب بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي آ ح ح ب المشتركين موسط فمجموعهما المشارك لكل بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان مجموع مربعي آ د د ب موسط ولان سطح آ ح في ح ب المشارك لضعفه بالشكل الحادي عشر منطق فضعفه منطق باستبانة الشكل العاشر ولبكن سطح ه ر المتوازي الاضلاع يساوي مربعي آ ح ح ب وسطح ه ح منه كضعف سطح آ ح في ح ب يبقي سطح ح ط كمربع آب بالشكل السابع من الثانية ولان مربعي آ د د ب اقل من مربعي آ ح ح ب فلبكن سطح ل ر من سطح ه ر كمربعي آ د د ب معا وكل واحد من المربعين موسط وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح ه ل اصم ولان سطح ه ل فضل ضعف سطح آ ح في ح ب علي ضعف سطح آ د في د ب المنطقين فبكون منطقا بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وكان اصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عو

لايمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الثاني الاخط واحد يشارك المجموع الحاصل بعد اضافته الى

المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع موسطا ✲

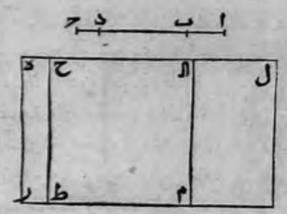


ليكن المنفصل الموسط الثاني خط $\overline{اب}$ واتصل به خط $\overline{بح}$ بالصفة المذكورة فاقول لايمكن ان يتصل باب الآخط $\overline{بح}$ بالصفة المذكورة برهانه فان امكن ان يتصل باب خط غير $\overline{بح}$ بالصفة المذكورة فليتصل به $\overline{بد}$ بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من مربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من سطحي $\overline{اح}$ في $\overline{حب}$ و$\overline{اد}$ في $\overline{دب}$ موسط فضعف كل واحد منهما موسط بمثل ما بينا في الشكل المتقدم وقد بين في الشكل الخامس والثلثين وفيما بعده ايضا ان كل خطين متباينين في الطول فان مجموع مربعيهما يباين ضعف سطح احدهما في الاخر فمجموع مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ موسط وكذلك مجموع مربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ وضعف سطح $\overline{اح}$ في $\overline{حب}$ موسط وكذلك ضعف سطح $\overline{اد}$ في $\overline{دب}$ ومجموع مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ يباين ضعف سطح $\overline{اح}$ في $\overline{حب}$ ومجموع مربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ يباين ضعف سطح $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ فاذا تقرر هذا فليكن $\overline{هر}$ خطا مستقيما ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ فليكن سطح $\overline{لر}$ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وليكن سطح $\overline{لط}$ منه كضعف سطح $\overline{اح}$ في $\overline{حب}$ يبقي سطح $\overline{حر}$ كمربع $\overline{اب}$ بالشكل السابع من الثانية فخط $\overline{حط}$ يوازي خط $\overline{هر}$ بالشكل الثلثين من الاولي فهما متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي و$\overline{هر}$ منطف $\overline{خط}$ منطف وكل واحد من خطي $\overline{هل}$ $\overline{حل}$ منطف في القوة غير مشارك لخط $\overline{هر}$ بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح $\overline{رل}$ الي سطح $\overline{لط}$ كنسبة خط $\overline{هل}$ الي خط $\overline{لح}$ بالشكل الاول من السادسة وسطح $\overline{رل}$ يباين سطح $\overline{لط}$ فخط $\overline{هل}$ يباين خط $\overline{حل}$ بالشكل الثامن فخط $\overline{هح}$ منفصل بالشكل الثامن والستين ونرسم علي خط $\overline{هر}$ سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ ولان مربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ اصغر من مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ فليكن سطح $\overline{آر}$ من سطح $\overline{رل}$ كمربعي $\overline{اد}$ $\overline{دب}$ وسطح $\overline{طآ}$ كضعف سطح $\overline{اد}$ في $\overline{دب}$ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فيكون كل من خطي $\overline{هآ}$ $\overline{حآ}$ منطقا في القوة غير مشارك لخط $\overline{هر}$ بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح $\overline{هم}$ الي $\overline{مح}$ كنسبة $\overline{هآ}$ الي $\overline{آح}$ بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا $\overline{هآ}$ $\overline{آح}$ متباينان بالشكل الثامن فقد اتصل بخط $\overline{هح}$ المنفصل خطا $\overline{لح}$ $\overline{آح}$ امّا $\overline{لح}$ فبشارك $\overline{لا}$ في القوة فقط واما $\overline{آح}$ فبشارك

فبشارك $\overline{لا}$ في القوة فقط وقد بينا استحالة ذلك بالشكل الرابع والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عز

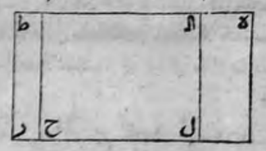
لايمكن ان يتصل بالاصغر الآخط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله بالاصغر في القوة ويكون سطحه في المجموع موسطا ✲



ليكن $\overline{اب}$ الاصغر واتصل به $\overline{بح}$ وهو يباين $\overline{اح}$ في القوة ويجموع من مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ منطف وسطح $\overline{اح}$ في $\overline{حب}$ موسط فاقول لا يمكن ان يتصل باب خط آخر بالصفة المذكورة والآ فليتصل به خط $\overline{دب}$ كذلك وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل السبعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عح

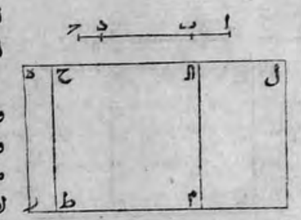
لايمكن ان يتصل بالمتصل بمنطف يصير الكل موسطا الاخط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله به في القوة ويكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الآخر منطقا ✲



ليكن خط $\overline{اب}$ المتصل بمنطف يصير الكل موسطا واتصل به خط $\overline{بح}$ يباين $\overline{اح}$ في القوة ويجموع مربعي $\overline{اح}$ $\overline{حب}$ موسط وسطح $\overline{اح}$ في $\overline{حر}$ منطف فاقول لا يمكن ان يتصل باب خط آخر بالصفة المذكورة والآ فليتصل به خط $\overline{بد}$ بالصفة المذكورة وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل الخامس والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

عط

لايمكن ان يتصل بالمتصل بالموسط يصير الكل موسطا الاخط واحد يباين المجموع بعد اتصاله به في القوة ويكون مجموع مربعيهما موسطا وسطح احدهما في الآخر ايضًا موسطا مباينا لمجموع المربعين ✲



ليكن آب المتصل بالموسط يصير الكل موسطا خط حب مباينا القوة لخط آح واتصل به وبمجموع مربعي آح حب موسط وسطح آح في حب ايضا موسط مباين لمجموع مربعي آح حب فاقول لايمكن ان يتصل باب خط آخر بالصفة المذكورة والا فليتصل به خط دب بالصفة المذكورة وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل الثاني والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

مصادرة رابعة

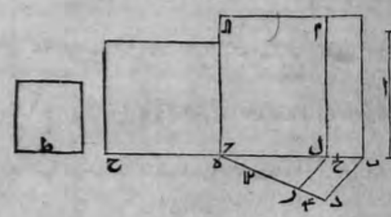
كل خط اتصل بالمنفصل وكان منطقا في القوة مشاركا للمجموع الحاصل منه ومن المنفصل في القوة فقط فالمجموع اما ان يقوي على ما اتصل به المنفصل بمربع خط يشاركه في الطول اويباينه في الطول اما الاول فان كان المجموع منطقا كان المنفصل منفصلا اولا ✲ وان كان المتصل بالمنفصل منطقا كان منفصلا ثانيا ✲ وان لم يكن شي منهما منطقا كان منفصلا ثالثا ✲ واما الثاني فان كان المجموع منطقا كان منفصلا رابعا ✲ وان كان المتصل بالمنفصل منطقا كان منفصلا خامسا ✲ وان لم يكن شي منهما منطقا كان منفصلا سادسا ✲ وذلك ما اردنا بيانه ✲

ق

لنا ان نجد المنفصل الاول ✲

ليكن آخ منطقا ويشاركه خط بح في الطول فيكون منطقا في الطول باستبانة الشكل العاشر ولنجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الرابع والعشرين وهما دة دم والفضل

والفضل بينهما ة ر وهو غير مربع ونرسم على بح مربع بآ بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونجعل بح مع عدد ده محيطا بزاوية بحد بحيث ينطبق نقطة ح علي نقطة ه ونصل بين بد بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط رل يوازي بد بالشكل

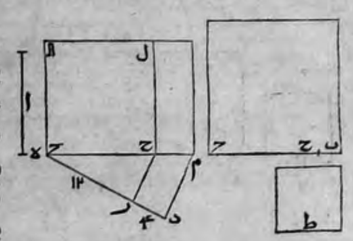


الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي بح علي نقطة ل ونخرج منها خط لم موازيا لخط حآ بالشكل الوحد والثلثين من الاولي ولينته الي ضلع مربع بآ علي نقطة م فسطح بم متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ونعمل مربعا كسطح لآ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي وهو مربع ضلعه حح وبهذين الشكلين نعمل مربعا ضلعه ط كسطح بم فلان زاويتي حلر حمرل كزاويتي حبد حدب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية بحد مشتركة بين مثلثي حبد حلر فبالشكل الرابع من السادسة نسبة دح الي حر كنسبة بح الي حل ونسبة مربع بآ الي سطح آل كنسبه بح الي حل بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دح الي حر كنسبة سطح بآ الي سطح آل ونسبة مربع بآ الي مربع حح كنسبته الي سطح آل بالشكل التاسع من الخامسة وكانت نسبة دح الي حر كنسبة بح الي حل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبه مربع بآ الي مربع حح كنسبة عدد دح الي عدد حر وهما لبسا بمربعين فمربع بك يشارك مربع حح بالشكل السادس فبح يشارك حح في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع بآ الي مربع ط كنسبته الي سطح بم بالشكل السابع والخامسة وبالقلب نسبة حد الي در العددين المربعين كنسبة مربع بآ الي سطح بم فنسبة مربع بآ الي مربع ط كنسبة حد الي در بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخطا بح حح منطقان في القوة متباينان في الطول فبح المنطف في الطول القوي علي حح بمربع خط يشاركه في الطول وهو ط ففضل بح علي حح وهو بح المنفصل الاول وذلك ما اردنا ان نبين ✲

فا

لنا ان نجد المنفصل الثاني ✲

ليكن آ خطا منطقا وليشاركه ح ر في الطول فهو منطق بالشكل العاشر ولنعد العددين المربعين اللذين هما ده دم والفضل بينهما ره ليس مربعا ولنجعل خط ح ر مع عدد ده محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ر علي نقطة ه ونصل بين نقطتي م ح بخط مستقيم ويخرج من نقطة د خط دم موازيا لخط م ح بالشكل الواحد و الثلثين من الاولي فلان



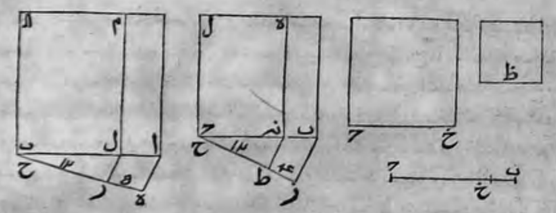
زاويتي ح ر ح ر ح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاويتا ح ر م د ر متساويتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا خطي دم ر ح في جهة م علي استقامتهما فيتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونرسم علي ح ر مربع ح ر آ ل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونتم سطح م ل المتوازي الاضلاع فسطح م آ متوازي الاضلاع ونرسم مربع ب ر كسطح م آ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ونرسم بالشكلين المذكورين مربعا يساوي سطح م ل ضلعه ط فمربع ب ر يقوي علي مربع ح ر بمربع ط فلان زاويتي ح ر ح ر ح كزاويتي ح م د ر د م بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ح ر ر مشتركة بين مثلثي ح ر م ر د فبالشكل الرابع من السادسة نسبة د ر الي ر ح كنسبة م ر الي ر ح ونسبة سطح م آ الي مربع ح آ كنسبة م ر الي ر ح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ر الي ر ح كنسبة سطح م آ الي مربع ح آ ونسبة مربع ب ر الي مربع ح آ كنسبة سطح م آ الي مربع ح آ بالشكل السابع من الخامسه فنسبة د ر الي ر ح كنسبة مربع ب ر الي مربع ح آ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فمربع ب ر يشارك مربع ح آ بالشكل السادس فخطا ب ر ح ر منطقان في القوة ومتباينان في الطول بالشكل السابع لان عددي د ر ر ح ليسا مربعين فبالقلب نسبة ر د الي د ر كنسبة مربع ب ر الي مربع ط وح د د ر عددان مربعان فب ر يشارك ط في الطول بالشكل السابع فب ر يقوي علي ح ر بمربع خط يشاركه في الطول فب ر ح ر خطان منطقان في القوة متباينان في الطول وح ر الاصغر منطق في الطول ففضل ب ر علي ح ر وهو ب ح المنفصل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ❁

فب

لنا

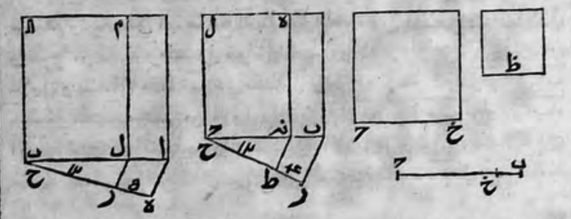
لنا ان نجد المنفصل الثالث ❁

ليكن آ ب خطا منطقا والعددان المربعان اللذان ليس الفضل بينهما مربعا ز ح ز ط والفضل بينهما ح ط ح ه عددا اوّل فليست نسبته التي ح ز ح ط نسبة عدد مربع الي عدد مربع والّا لكان العدد الاوّل مسطحا بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة ولنجعل عدد ه ح مع آ ب محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ب علي نقطة ح ونصل بين نقطتي آ ه بخط مستقيم ونرسم علي آ ب مربع آ ل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من نقطة ر خط ر ل موازيا لخط آ ه بالشكل الواحد والثلثين من الاوّلي ولبنته الي خط آ ب علي نقطة ل ونخرج منها عمود ل م علي آ ب بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان زاويتي ب ل م ر ب ل م كزاويتي ب آ ه آ ه ب بالشكل التاسع والعشرين من الاوّلي وزاوية آ ب ه مشتركة بين مثلثي آ ب ه ل ب ر فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه ح الي ح ر كنسبة



آ ب الي ب ل ونسبة مربع آ آ الي سطح آ ل كنسبة آ ب الي ب ل بالشكل الاوّلي من السادسة فنسبة ه ح الي ح ر كنسبة مربع آ آ الي سطح آ ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونرسم مربع ب ل كسطح ل آ بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فنسبة مربع آ آ الي مربع ب ل كنسبة مربع آ آ الي سطح ل آ بالشكل السابع من الخامسة فنسبه ه ح الي ح ر كنسبة مربع آ آ الي مربع ب ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فب ر يشارك آ ب المنطق في الطول في القوة بالشكل السادس ويباينه في الطول بالشكل السابع لكون عددي ه ح ح ر ليسا بمربعين ونجعل عدد ح ز مع خط ب ر محيطا بزاوية ونصل بين ب ز بخط مستقيم ونخرج من نقطة ط خط ن ط موازيا لخط ب ز بالشكل الواحد والثلثين فلبنته الي ب ر علي نقطة ن ونخرج منها عمود ن ه علي خط ب ر فلبنته الي ضلع مربع ب ل علي نقطة ه فسطحا ب ه ن ل متوازيا الاضلاع بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ونرسم مربع خ ر كسطح ن ل ومربع

ظ كسطح ب ه بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاويتي حنط حطنه كزاويتي ح ب ر حرب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ب حر مشتركة بين مثلثي ب حر حنط فبالشكل الرابع من السادسة نسبة مرح الي ح ط كنسبة ب ح الي حنه ونسبة مربع ب ل الي سطح ل نه كنسبة ب ح الي حنه بالشكل الاول من السادسة فنسبة مرح الي ح ط كنسبة مربع ب ل الي سطح ل نه بالشكل



الحادي عشر من الخامسة ولان نسبة مربع ب ل الي مربع خ ح كنسبته الي سطح ل نه بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مرح الي ح ط كنسبة مربع ب ل الي مربع خ ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فضلعا ب ح خ ح منطقان في القوة بالشكل السادس متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع ب ل الي مربع ظ كنسبته الي سطح ب ه بالشكل السابع من الخامسة وبالقلب نسبة مرح الي مرط كنسبة مربع ب ل الي سطح ب ه فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ب ل الي مربع ظ كنسبة مرح الي مرط فب ح يشارك ظ في الطول بالشكل السابع لان عددي مرح مرط مربعان ولان نسبة مربع آل الي مربع ب ل كنسبة وح الي ح ر ونسبة مربع ب ل الي مربع خ ح كنسبة مرح الي ح ط فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مربع آل الي مربع خ ح كنسبة وح الي ح ط خ ح يباين ب ح في الطول بالشكل السابع لكون عددي وح ح ط ليست كنسبة عددين مربعين فخطا ب ح خ ح منطقان في القوة متباينان في الطول وليس واحد منهما منطقا في الطول فاذا فصل من ب ح خ ح يبقي ب خ منفصلا ثالثا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

فح

لنا ان نجد المنفصل الرابع ✲

فنجد عددين مربعين وهما در ره بمجموعهما وهو ده غير مربع بالمقدمة التي قبل

قبل الشكل الثالث والعشرين ونسلك به مثل ما سلكنا في المنفصل الاول الا ان ب ح يقوي علي ح ح بمربع ط وهو يباين ط في الطول لان نسبة مربعيهما كنسبة عدد ده الي عدد ه ر وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ✲

قد

لنا ان نجد المنفصل الخامس ✲

فنعيد عددي در ره اللذين بمجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكنا في المنفصل الثاني فيكون ب ح يقوي علي ح ح بمربع ط الذي يباينه لان نسبة مربعي ب ح ط كنسبة عددي ده در وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ✲

د ..... ٩ ر ..... ٢٥ ه

فه

لنا ان نجد المنفصل السادس ✲

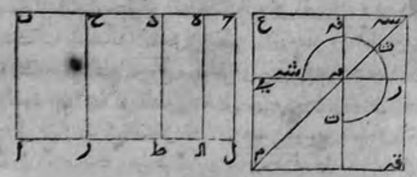
فنعيد عددي در ره اللذين بمجموعهما غير مربع ونسلك مثل ما سلكنا في المنفصل الثالث بعينه والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ✲

د ..... ٩ ر ..... ٢٥ ه

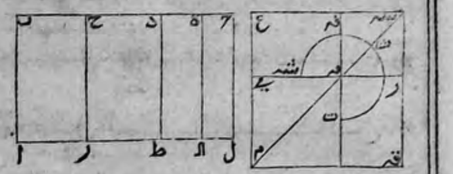
فو

كل خط يقوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل اول منفصل ✲

ليكن خط آب منطقا و ب ح منفصلا اولا واحاطا بسطح آ ب ح ر المتوازي الاضلاع فاقول كل خط يقوي علي سطح آ ح فهو منفصل برهانه وليتصل بخط ب ح خط ح ح فيصير اخطي ب ح ح ح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط ب ح منطق في الطول قويا علي خط ح ح بمربع خط يشاركه في الطول ونخرج آ ر علي استقامته في جهة ر الي غير النهاية ونفصل منه آل كخط ب ح بالشكل الثالث من



الاولي ونصل بين نقطتي حل بخط مستقيم فهو موازو مساولخط آب بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح آح متوازي الاضلاع فهو منطف بالشكل الخامس عشر وننصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فمربع حد كربع مربع حح بالشكل الرابع من الثانية فاذا اضفنا ربع مربع حح اعني مربع حد الي خط بح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثاني عشر من السادسة فنقسم خط بح بقسمين مشتركين بالشكل الثالث عشر لان خط بح قوي علي حح بمربع خط يشاركه فلنقسمه علي نقطة ه فسطح بهء في هح كمربع حد فنسبة بهء الي حد كنسبة حد الي حه بالشكل السادس عشر من السادسة وخط بهء اعظم من خط حد لان بح اعظم من دح فحد اعظم من حه فنقطة ه يقع بين نقطتي ح د ونخرج من نقطتي ه د خطي هآ دط موازيين لخط آب



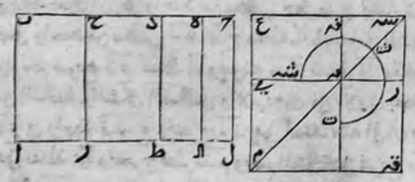
بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فيقع من خط آل علي نقطتي آ ط فبالشكل الثلثين سطوح حآ حط طح آه متوازية الاضلاع فنسبة سطح آه الي سطح حط كنسبة بهء الي حد بالشكل الاول من السادسة ونسبة حد الي حه كنسبة بهء الي حد فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح آه الي سطح حط كنسبة حد الي حه ونسبة سطح حط الي سطح حآ كنسبة حد الي حه بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح آه الي سطح حط كنسبة سطح حط الي سطح حآ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح حط متوسط بين سطحي آه حآ ولان نسبة سطح آه الي سطح دل كنسبة بهء الي هح بالشكل الاول من السادسة وبهء يشارك هح فسطح آه يشارك سطح دل بالشكل الثامن فكل منهما يشارك سطح آح المنطف بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي آه دل منطف باستبانة الشكل العاشر ولان خط حل المساوي لخط آب المنطف منطف في الطول وحح منطف في القوة فقط فخطي حل حح منطقان في القوة متباينان في الطول فسطح حر موسط بالشكل السابع عشر فسطح حط المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر وكذلك سطح در موسط ونرسم مربع سه قمع كسطح آه بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ونرسم مربع قسه رنه كسطح دل بالشكلين المذكورين بحيث يشارك مربع سم بزاوية قسع فهو علي قطر سم باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونتم سطحي فقة رع ونخرج رنه علي استقامته في جهة نه الي ان ينتهي الي ضلع مع علي نقطة ي فسطح

ي فسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان نسبة مربع ع ق الي سطح قة كنسبة عس الي سة بالشكل الاول من السادسة وقس يساوي عس ورس يساوي سة فنسبة قس الي سر كنسبة عس الي سة فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ع ق الي سطح قة كنسبة قس الي سر ونسبة سطح قة الي مربع سن كنسبة قس الي سر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح قة كنسبة سطح قة الي مربع سن فسطح قة متوسط بين مربعي قع سن المساويين لسطحي آه دل وكان سطح حط متوسطا بين سطحي آه دل فسطح قة كسطح حط وهو موسط فسطح قة موسط ومربع قع منطف وهما متباينان فخط سع يباين خط سة بالشكل الثامن وهما منطقان في القوة لان مربعي قع سن منطقان فخط قع منفصل بالشكل السبعين ومتمما قن نع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فعلم تشه مع مربع سن كسطح حل وكان سطحا آه دل اعني سطح آح كمربعي قع سن فمربع نم كسطح آح وخطا قع نع متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع قع يساوي مربع نم المساوي لسطح آح فخط قع القوي علي سطح آح منفصل وذلك ما اردنا ان نبين ✲

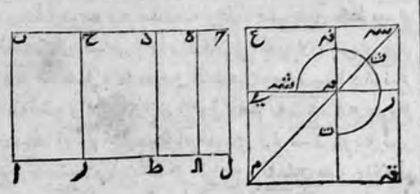
فز

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق والمنفصل الثاني منفصل الموسط الاول ✲

ليكن سطح آح القايم الزوايا يحيط به خط آب المنطف وبح المنفصل الثاني فاقول كل خط قوي علي سطح آح المنفصل الموسط الاول برهانه ولتتصل بخط بح خط حح المنطف فيصيرا خطي بح حح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط بح قويا علي خط حح بمربع خط يشارك في الطول ونخرج خط آر في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آل يساوي بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل حل بخط مستقيم فهو موازومساولخط آب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط حل منطف ونصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان بح قوي علي حح يقوي علي حح بمربع خط



يشاركه في الطول فاذا اضفنا الي بح سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع حح اعني مربع حد بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط بح بمشتركين بالشكل الثالث عشر فليقسمه علي نقطة ه فسطح بهـ في هح كمربع حد فنسبة بهـ الي حد كنسبة حد الي هح بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي هـ د خطي هل دط متوازيين لخط اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي ال علي نقطتي ا ط فسطوح حط طح اهـ هل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة دح الي حهـ كنسبة بهـ الي دح ونسبة سطح اهـ الي سطح طح كنسبة بهـ الي دح بالشكل الاولي من السادسة فنسبة سطح اهـ الي سطح طح كنسبة

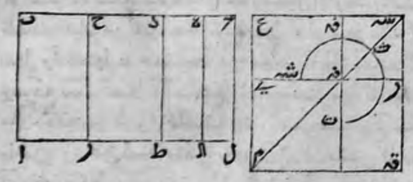


دح الي حهـ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح طح الي سطح حل كنسبة دح الي حهـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح اهـ الي سطح طح كنسبة سطح طح الي سطح حل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح طح متوسط بين سطحي اهـ هل ولان خطي حل حح منطقتين فسطح حر منطق بالشكل الخامس عشر ولان نسبة سطح اهـ الي هل كنسبة بهـ الي هح بالشكل الاول من السادسة وبهـ هح مشتركان فسطحا اهـ هل مشتركان بالشكل الثامن فكل من سطحي اهـ هل يشارك سطح آح بالشكل الحادي عشر وسطح آح موسط بالشكل السابع عشر بكون خطي اب بح منطقتين في القوة متباينين في الطول فكل من سطحي اهـ هل موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان كل واحد من سطحي حط طح يشارك سطح حر المنطق فكل واحد من سطحي حط طح منطق باستبانة الشكل العشرين ونرسم مربع قرع كسطح اهـ ومربع سنه كسطح هل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربع قرع في زاوية قسع ونخرج رنه علي استقامته الي ان ينتهي الي ضلع عم علي نقطة ي ونخرج قطر سم ونتمم الشكل فمربع سنه علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان متممي قنه نرع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قفه رع متساويان ولان نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبته الي سطح قفه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سفه كنسبة مربع قرع الي سطح قفه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع

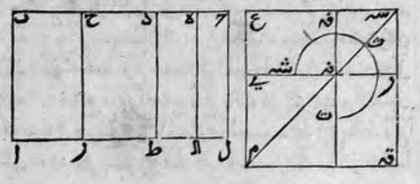
مربع قرع الي سطح رع كنسبة سع الي سفه ونسبة سطح رع الي مربع سنه كنسبة سع الي سفه فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قرع سنه المساويين لسطحي اهـ هل وكان سطح حط وسطا في النسبة بينهما فسطح رع يساوي سطح حط فعلم تـ ثـ شـه مع مربع سنه يساويان سطح حر وكان مربعا قرع سنه معا كسطح آح فاذا القينا منه سطح حر ومن مربعي قرع سنه علم تـ ثـ شـه مع مربع سنه يبقي سطح آح كمربع ندم ولان مربع قرع موسط وسطح قفه منطق فهما متباينان ونسبة مربع قرع الي سطح قفه كنسبة سع الي سفه بالشكل الاول من السادسة فسع يباين سفه بالشكل الثامن فخطا سع سفه موسطان لان مربعيهما موسطان مشتركان بالقوة فقط محيطان بمنطق فخط قرع منفصل الموسط الاول بالشكل الواحد والسبعين ولان ضلع نرع كضلع قرع بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط قرع قوي علي مربع نمر المساوي لسطح آح فخط قرع المنفصل الموسط الثاني قوي علي سطح آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل ثالث منفصل الموسط الثاني

ليكن سطح آح القايم الزوايا يحيط به خط اب المنطق وبح المنفصل الثالث فاقول كل خط قوي علي سطح آح منفصل الموسط الثاني برهانه وليتصل بخط بح خط حح المنطق في القوة فقط مصيّر الخطي بح حح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط بح قويا علي خط حح بمربع خط يشاركه في الطول ونخرج خط آر في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آل مساويا لخط بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل حل بخط مستقيم فهو موازٍ ومساوٍ لخط اب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط حل منطق وننصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان بح يقوي علي حح بمربع خط يشاركه في الطول فاذا اضيف الي بح سطحا كربع مربع حح المساوي لمربع حد بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا



بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط ب ح بمشتركين بالشكل الثالث عشر فليقسمه علي نقطة ه فسطح ب ه في ه ح كمربع ح د فنسبة ب ه الي ح د كنسبة ح د الي ح ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي ه آ د ط موازيين لخط آ ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنتهيا الي آ ل علي نقطتي آ ط فسطوح ح ط ط ح آ ه ل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان خطي ح ح ح ب منطقين في القوة فقط وخطي آ ل آ ب منطقين فكل من سطحي ح ر آ ح موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح آ ه الي سطح ه ل كنسبة ب ه الي ه ح المشتركين فسطحا آ ه ل مشتركان بالشكل الثامن



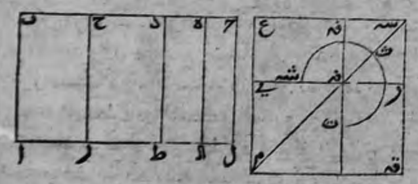
فكل منهما يشارك سطح آ ح الموسط فكل منهما موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان كل واحد من سطحي ح ط ط ح يشارك سطح ح ر الموسط فكل منهما موسط وسطح ح ط المشارك لسطح ح ر يباين سطح آ ح والا يشاركه فيشارك سطحا آ ح ح ر بالشكل العاشر وهما متباينان هذا خلف فسطح ح ط يباين سطح آ ح وبمثله تبين ان سطح ل ه المشارك لسطح آ ح يباين سطح ح ط فكل من سطحي آ ه ل يباين كل واحد من سطحي ح ط ط ح ولان نسبة د ح الي ح ه كنسبة ب ه الي د ح ونسبة سطح آ ه الي سطح ط ح كنسبة ب ه الي د ح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آ ه الي سطح ط ح كنسبة د ح الي ح ه ونسبة سطح ط ح الي سطح ح آ كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آ ه الي سطح ط ح كنسبة سطح ط ح الي سطح ح آ فسطح ط ح متوسط بين سطحي آ ه ل ونرسم مربع قع كسطح آ ه ومربع سن كسطح ه ل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشاركه مربعا قع سن في زاوية قس ونخرج رن علي استقامته في جهة ن الي ان ينتهي الي ضلع عم علي نقطة ي ونخرج قطر سم ويتم الشكل فمربع سن علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان متممي قن نع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قف ع ر متساويان فنسبة مربع قع الي سطح ع ر كنسبته الي سطح قف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سف كنسبة مربع قع الي سطح قف بالشكل الاول من السادسة فنسبة مربع قع الي سطح ع ر كنسبة سع الي سف بالشكل الحادي

الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح ع ر الي مربع سن كنسبة سع الي سف فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح ع ر كنسبة سطح ع ر الي مربع سن فسطح ع ر متوسط بين مربعي قع سن المساويين لسطحي آ ه ل وكان سطح ح ط متوسطا بين سطحي آ ه ل فسطح ع ر يساوي سطح ح ط فعلم ت ث ش ه مع مربع سن يساويان سطح ح ر وكان مربعا قع سن معا كسطح آ ح فاذا القينا ح ر من سطح آ ح وعلم ت ث ش ه مع مربع سن من مربعي قع سن يبقي سطح نم مساويا لسطح آ ح ولان نسبة مربع قع الي سطح قف المتباينين كنسبة سع الي سف بالشكل الاول من السادسة فسع يباين سف بالشكل الثامن فكل من سع سف موسط لان مربعيهما كذلك فخط قع المساوي لخط ن ي بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منفصل الموسط الثاني بالشكل السبعين وهو قوي علي مربع نم المساوي لسطح آ ح فخط قع قوي علي سطح آ ح وهو منفصل الموسط الثاني فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

فط

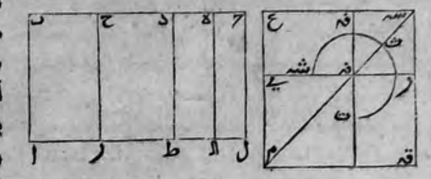
كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل رابع هـ واصغر ❊

ليكن سطح آ ح القايم الزوايا يحيط به خط آ ب المنطق وب ح المنفصل الرابع فاقول ان كل خط قوي علي سطح آ ح اصغر برهانه ولتتصل بخط ب ح خط ح ح مصيرا خطي ب ح ح ح منطقين في القوي متباينين في الطول وخط ب ح منطقا في الطول قويا علي خط ح ح بمربع خط يباينه في الطول ونخرج خط آ ر في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه خط آ ل مساويا لخط ب ح بالشكل



الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح ل بخط مستقيم فهو موازومساو لخط آ ب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ح ل منطق ونتصف ح ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان ب ح قوي علي ح ح بمربع خط يباينه في الطول فاذا اضفنا الي ب ح سطحا كربع مربع ح ح المساوي لمربع ح د بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة نقسم خط ب ح بمتباينين بالشكل الرابع عشر

فلنقسمه علي نقطة ه فسطح ب ه في ه ح كمربع ح د فنسبة ب ه الي ح د كنسبة ح د الي ح ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي ه ا د ط موازيين لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلنهنتهما الي آ ل علي نقطتي ا ط فسطوح ح ط ط ح آ ه ل ل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان خطي ب ح ح ح منطقين في القوة وخط ب ح منطق في الطول فسطح آ ح منطق بالشكل الخامس عشر وسطح ر ح موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح آ ه ل ل كنسبة ب ه الي ه ح بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آ ه ل ل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة د ح الي ح ه كنسبة ب ه الي د ح ونسبة سطح آ ه الي سطح ح ط كنسبة ب ه الي ح د بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ح الي ح ه كنسبة سطح آ ه الي سطح ح ط ونسبة سطح ح ط الي سطح ح ا كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آ ه الي سطح ح ط كنسبة سطح ح ط الي سطح ح ا فسطح ح ط وسط في النسبة بين سطحي آ ه ل ل ونرسم مربع قرع كسطح آ ه ومربع سنه كسطح ه ل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربعا قرع سنه في زاوية قسع ونخرج قطر سنه م وخط رنه في جهة نه علي استقامته الي ضلع مع فينتهي اليه علي نقطة ي ونتم الشكل فمربع سنه علي قطر سم وسطح م نه مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان قفه نرع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قفه رع متساويان ولان نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبته الي سطح قفه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سفه كنسبة مربع قرع الي سطح قفه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة سع الي سفه ونسبة سطح رع الي مربع سنه كنسبة سع الي سفه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سنه فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قرع سنه وكان سطح ح ط وسطا بين سطحي آ ه ل ل وهما يساويان مربعي قرع سنه فسطح رع يساوي سطح ح ط فعلم تثثه مع مربع سنه يساويان سطح ح ر وكان مربعا قرع سنه معا كسطح آ ح فاذا القينا منه

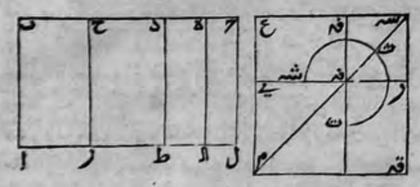


منه سطح ح ر ومن مربعي قرع سنه علم تثثه مع مربع سنه يبقي سطح آ ح كمربع نم ولان سطح آ ح منطق فمجموع مربعي قرع سنه منطق وكان سطحا آ ه ل ل متباينين فمربعا قرع سنه المساويان لهما متباينان ولان رسه يساوي سفه فسطح شرع في سفه يساوي سطح رع المساوي لسطح ح ط الموسط لان سطح ح ر الموسط ضعف سطح ح ط فخطا سع سفه متباينان في القوة بمجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط فخط فرع اصغر بالشكل الثالث والسبعين ولان فرع يساوي نرع بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وهو ضلع مربع نم المساوي لسطح آ ح فخط فرع قوي علي سطح آ ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

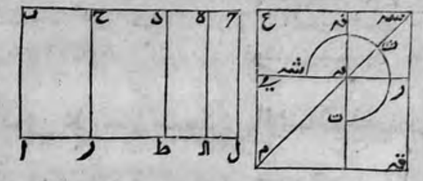
ص

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطق ومنفصل خامس هو متصل بمنطق يصير الكل موسطا ❊

ليكن سطح آ ح المتوازي الاضلاع يحيط به خط آب المنطق وب ح المنفصل الخامس فاقول ان كل خط قوي علي سطح آ ح متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه ولتتصل بخط ب ح خط ح ح مصيرا خطي ب ح ح ح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط ح ح منطقا في الطول وخط ب ح قويا علي ح ح بمربع خط يباينه في الطول ونخرج خط آ ر علي استقامته الي غير النهاية في جهة ر ونفصل منه آ ل كخط ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح ل بخط مستقيم فهو موازه ومساولخط آب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط آ ل منطق فسطح ح ر منطق بالشكل الخامس عشر وسطح آ ح موسط بالشكل السابع عشر وننصف ح ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان ب ح قوي علي ح ح بمربع خط يباينه في الطول فاذا اضفنا الي ب ح سطحا كربع مربع ح ح المساوي لمربع ح د بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط ب ح بمتباينين بالشكل الرابع عشر فلنقسمه علي نقطة ه فسطح



بـه في هـح كمربع حـد فنسبة بـه الي حـد كنسبة حـد الي حـه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي هـ د خطي هـا دط موازيين لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينتهيا الي آل علي نقطتي آ ط فسطوح حـط طـح آه هـل متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح آه الي سطح هـل كنسبة بـه الي هـح بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آه هـل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة دح الي حه كنسبة بـه الي دح ونسبة سطح آه الي سطح حـط كنسبة بـه الي حـد بالشكل الاول من السادسة



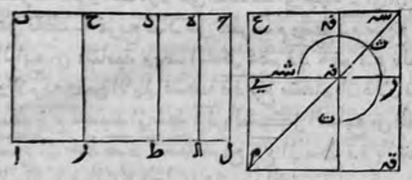
فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دح الي حه كنسبة سطح آه الي سطح حـط ونسبة سطح حـط الي سطح حـا كنسبة دح الي حه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح آه الي سطح حـط كنسبة سطح حـط الي سطح حـا فسطح حـط وسط في النسبة بين سطحي آه هـل ونرسم مربع قرع كسطح آه ومربع سنه رنه فم كسطح هـل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربعا قرع سنه في زاوية قسع ونخرج قطر سنه نم وخط رنه في جهة نه الي ان ينتهي الي ضلع مع علي نقطتي ت ث فمربع سنه علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونتم الشكل فيكون متمم قنه كمتمم نرع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قه قم رع متساويان ولان نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبته الي سطح قه قم بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سم كنسبة مربع قرع الي سطح قه قم فنسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة سع الي سم بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح رع الي مربع سنه كنسبة سع الي سم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سنه فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قرع سنه المساويين لسطحي آه هـل وكان سطح حـط وسطا في النسبة بينهما فسطح رع يساوي سطح حـط فعلم ت ث شه مع مربع سنه يساوي سطح حر فاذا اسقطنا العلم مع مربع سنه من مربعي قرع سنه ومن سطح آح سطح حر يبقي مربع نم كسطح آح ولان سم يساوي سم فسطح رع يساوي سطح سم في سع فضعف سطح سم في سع المساوي لسطح حر المنطف منطف وقرع المساوي لخط نر بالشكل الرابع والثلثين من الاولي

الاولي القوي علي مربع نم المساوي لسطح آح قوي علي سطح آح ولان خطي سع سم متباينان في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطف فخط قع متصل بمنطف يصير الكل موسطا بالشكل الثاني والسبعين وهو قوي علي سطح آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

صا

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطف ومنفصل سادس هو متصل بموسط يصير الكل موسطا

ليكن سطح آح المتوازي الاضلاع يحيط به خط آب المنطف وبح المنفصل السادس فاقول ان كل خط قوي علي سطح آح متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه وليتصل بخط بح خط حح مصيرا خطي بح حح منطقين في القوة فقط متباينين في الطول وخط بح قويا علي خط حح بمربع خط يباينه في الطول فلنصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلو اضفنا الي خط



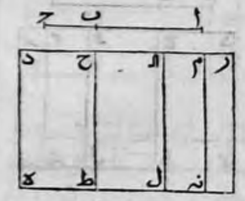
بح سطحا كربع مربع حح المساوي لمربع حد بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فان السطح المضاف يقسم بح بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر فلينقسمه علي نقطة ه فيكون سطح بـه في هـح كمربع حد فنسبة بـه الي حد كنسبة حد الي حه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج خطا ار في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه آل لخط بح بالشكل الثالث ونصل بين حل بخط مستقيم فهو مساو وموازلخط آب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط حل منطف فكل من سطحي آح حر موسط بالشكل السابع عشر ونسبة سطح آح الي سطح حر كنسبة بح الي حح بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آح حر متباينان بالشكل الثامن ونخرج من نقطتي هـ د خطي هـا دط موازيين لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فكل من سطوح حـا حـط طـح آه متوازي الاضلاع

بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح آه الي سطح هل كنسبة بهـ الي هحـ بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آه هل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة دحـ الي حهـ كنسبة بهـ الي دحـ ونسبة سطح آه الي سطح حط كنسبة بهـ الي دحـ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دحـ الي حهـ كنسبة سطح آه الي سطح حط ونسبة سطح حط الي سطح هل كنسبة دحـ الي حهـ بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح آه الي سطح حط كنسبة سطح حط الي سطح هل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح حط وسط في النسبة بين سطحي آه هل فنرسم مربع قرع كسطح آه ومربع سنه نه كسطح هل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربع قرع مربع سنه في زاوية قسع ونخرج قطر سنه نم ونخط رنه علي استقامته في جهة نه الي ان ينتهي الي ضلع مع علي نقطة ت فمربع سنه علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ويتم الشكل فتمم قنه كتمم نرع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قفه رع متساويان فلان نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبته الي سطح قفه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة خط سع الي خط سفه كنسبة مربع قرع الي سطح قفه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة خط سع الي سفه ونسبة سطح رع الي مربع سنه كنسبة خط سع الي خط سفه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قرع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سنه فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قرع سنه وكان سطح حط وسط في النسبة بين سطحي آه هل المساويين لمربعي قرع سنه فسطح رع يساوي سطح حط فعلم تثشه مع مربع سنه كسطح حر فاذا القينا علم تثشه مع مربع سنه من مربعي قرع سنه والقينا سطح حر من سطح آح يبقي سطح آح لمربع نم ولان خطي سر سفه متساويان فسطح سع في سفه يساوي سطح رع فضعف سطح سع في سفه المساوي لسطح حر الموسط موسط خططا سع سفه متباينان في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع مربعيهما فخط قرع متصل بموسط يصير الكل موسط وهو مساو لخط نه القوي علي سطح نم بالشكل

نم بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط قرع المتصل بالموسط يصير الكل موسط قوي علي مربع نم المساوي لسطح آح فهو قوي علي سطح آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

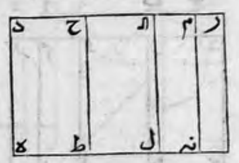
صب

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساويا لمربع منفصل منفصل اول ☆



ليكن خط آب منفصلا وضعنا سطحا قايم الزوايا كمربع آب الي خط دهـ المنطق المحدود باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح دهـ طحـ فاقول ان ضلع دحـ منفصل اول برهانه لبكن بحـ اتصل باب مصيرا خطي آحـ حب منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط فنضيف الي خط دهـ سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آحـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح همـ فخط مـنه منطق لانه مساو لخط دهـ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ونضيف الي خط مـنه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع بحـ باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نـر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي مـنه قايمة فكل من خطي دمـ هنه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دنه الي سطح نمـر كنسبة دمـ الي مـر بالشكل الاول من السادسة وسطحا دنه نمـر مشتركان فخطا دمـ مـر مشتركان بالشكل الثامن ولان سطحي دنه نمـر مشتركان فسطح همـ يشارك كلا منهما بالشكل الحادي عشر وكل منهما منطق فسطح همـ منطق باستبانة الشكل العاشر فخط دمـ منطق بالشكل السادس عشر ولان مربعي آحـ حب يساويان ضعف سطح آحـ في حب مع مربع آب بالشكل السابع من الثانية وسطح همـ كمربع آب فسطح طمـ كضعف سطح آحـ في حب وسطح آحـ في حب موسط فضعفه المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع فسطح طمـ موسط فخط مرحـ منطق في القوة بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح همـ الي سطح رط كنسبة دمـ الي دحـ بالشكل الاول من السادسة والسطحا متباينان فخطا دمـ مرحـ متباينان بالشكل الثامن ونتصف مرحـ علي نقطة آ بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها الـل موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه

على استقامته في جهة ه ا الى ان ينتهي الى خط ه ن فلينته الى نقطة ل منه فكل من سطحي ح ل ل ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولى ولان نسبة ح ا الى ا ر المساوي له كنسبة سطح ح ل الى سطح ل م بالشكل الاول من السادسة فسطح ح ل كسطح ل ر فلان نسبة مربع آ ح الى سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الى ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل بعينه نسبة سطح آ ح في ح ب الى مربع ب ح كنسبة آ ح الى ح ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الى سطح آ ح في ح ب كنسبة سطح آ ح في ح ب الى مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب المساوي لسطح ل ر وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل م وسط في النسبة بين سطحي د ن ن ر المساويين لمربعي آ ح ح ب فنسبة د م الى ا ر كنسبة سطح د ن الى سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الى سطح ر ن كنسبة سطح د ن الى سطح ل م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الى ا ر كنسبة سطح ل ر الى سطح ر ن ونسبة ا ر الى ر م كنسبة سطح ل ر الى سطح ر ن بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الى ا ر كنسبة ا ر الى ر م فسطح د م في م ر كمربع ا ر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الى د ر سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع ح ر المساوي لمربع ا ر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم السطح المضاف خط د ر على نقطة م وخطا د م م ر مشتركان خط د ر المنطف يقوي على خط ح ر المنطف في القوة فقط بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر فخط د ح المنفصل الاول بالشكل الواحد والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

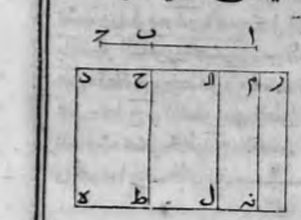


صح

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الى خط محدود منطف مساويا لمربع المنفصل الموسط الاول منفصل ثان ✲

ليكن خط آ ب منفصل الموسط الاول واضيف سطح قايم الزوايا كمربع آ ب الى خط د ه المحدود المنطف باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولى وهوسطح د ه ط ح فاقول ان ضلع د ح منفصل ثان برهانه ليكن ب ح اتصل

اتصل باب مصيرا خطي آ ح ح ب موسطين مشتركين في القوة فقط محيطين بمنطف فنضيف الى د ه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولى وهوسطح د م فخط م ن مساو لخط د ه بالشكل الرابع والثلثين من الاولى فهو منطف ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولى وهوسطح ن ر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي د م ه ن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولى فنسبة سطح د ن الى سطح ن م كنسبة د م الى م ر بالشكل الاول من السادسة وسطح د ن يشارك سطح ن ر خط د م يشارك خط م ر بالشكل الثامن فكل من سطحي د ن ن م الموسطين يشارك سطح د م بالشكل الحادي عشر فهو موسط بالشكل التاسع عشر فخط د م منطف في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان مربعي آ ح ح ب يساويان ضعف سطح آ ح في ح ب مع مربع آ ب بالشكل السابع من الثانية وسطح د ح كمربع آ ب فسطح ط ر كضعف سطح آ ح في ح ب منطف فضعفه المشارك له بالشكل الحادي عشر منطف باستبانة الشكل العاشر فسطح ط ر منطف فخط ح ر منطف في الطول بالشكل السادس عشر لان خط ط ح المساوي لخط د ه المنطف بالشكل الرابع والثلثين منطف ولان نسبة سطح ط م الى سطح م ه كنسبة خط ح ر الى خط ر د وسطح ط ر يباين سطح ر ه فخط ح ر يباين خط د م بالشكل الثامن وننصف خط ح ر على نقطة ا بالشكل العاشر من الاولى ونخرج منها ا ل في جهة خط ه ن على استقامته موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولى الى ان ينتهي الى نقطة ل منه وكل من سطحي ح ل ل ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولى ولان نسبة ح ا الى ا ر المساوي له كنسبة سطح ح ل الى سطح ل م بالشكل الاول من السادسة فسطح ح ل كسطح ل ر فلان نسبة مربع آ ح الى سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الى ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل ايضا نسبة سطح آ ح في ح ب الى مربع ب ح كنسبة آ ح الى ح ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الى سطح آ ح في ح ب كنسبة سطح آ ح في ح ب الى مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل م وسط في النسبة بين سطحي د ن ن ر فنسبة د م الى ا ر كنسبة د ن الى سطح ل م بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الى سطح ر ن كنسبة سطح د ن الى سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الى ا ر كنسبة



سطح لر الي سطح رنه ونسبة آر الي رم كنسبة سطح لر الي سطح رنه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي آر كنسبة آر الي رم فسطح دم في م ر كمربع آر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الي دم سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع ح ر المساوي لمربع آر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فبقسم السطح المضاف خط دم علي نقطة م وخطا رم مد مشتركان فخط دم المنطف في القوة فقط قوي علي خط ح ر المنطف في الطول بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر فخط دح منفصل ثان بالشكل السابعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

صد

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطف مساو لمربع المنفصل الموسط الثاني منفصل ثالث ✲



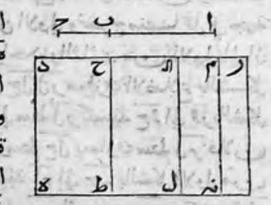
ليكن خط اب منفصل الموسط الثاني واضيف سطح قايم الزوايا كمربع اب الي خط ده المحدود المنطف باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده ط ح فاقول ان ضلع ح منفصل ثالث برهانه ليكن ب ح اتصل باب مصيّرا خطي آ ح ح ب موسطين مشتركين في القوة فقط محيطين بموسط فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح دم فخط م نه مساو لخط ده بالشكل الرابع والاربعين من الاولي فهو منطف ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نه ر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي م نه قايمة فكل من خطي دره نه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دنه الي سطح نه ر كنسبة دم الي م ر بالشكل الاول من السادسة وسطح دنه يشارك سطح نه ر خط دم يشارك خط م ر بالشكل الثامن فكل من سطحي دنه نه ر الموسطين يشارك سطح مر بالشكل الحادي عشر فهو موسط بالشكل التاسع عشر فخط در منطف في القوة بالشكل الثامن عشر ولان مربعي آ ح ح ب يساويان ضعف سطح آ ح في ح ب مع مربع اب بالشكل التاسع عشر

عشر من الثانية وسطح وح كمربع آب فسطح طر كضعف سطح آ ح في ح ب وسطح آ ح في ح ب موسط فضعف المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر فسطح طر موسطا فخط ح ر منطف في القوة فقط ولان نسبة سطح آ ح في ح ب المشارك لضعفه الي مربع ب ح المشارك لسطح در كنسبة آ ح الي ح ب المتباينين بالشكل الاول من السادسة فسطح آ ح في ح ب يباين مربع ح ب بالشكل الثامن فضعفه يباين مربع ب ح ايضا والا لشاركه فيشاركه سطح آ ح في ح ب بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف وبمثله تبين ان ضعف سطح آ ح في ح ب يباين سطح در ولان نسبة سطح در الي سطح رط كنسبة در الي رح بالشكل الاول من السادسة وسطح مر يباين سطح رط فخط در يباين خط رح بالشكل الثامن وينصف خط رح علي نقطة آ بالشكل العاشر من الاولي وتخرج منها آل في جهة خط دنه موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي اليه علي نقطة ل فكل من سطحي ح ل ل ر موازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح ح ل الي سطح ل ر كنسبة ح آ الي آ ر بالشكل الاول من السادسة وح آ يساوي آ ر وسطح ح ل يساوي سطح ل ر فلان نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل نسبة سطح آ ح في ح ب الي مربع ح ب كنسبة آ ح الي ح ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبة سطح آ ح في ح ب الي مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين سطحي دنه نه ر فنسبة دم الي آر كنسبة سطح دنه الي سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الي سطح رنه كنسبة سطح دنه الي سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي آر كنسبة سطح ل ر الي سطح رنه ونسبة آر الي رم كنسبة سطح ل ر الي سطح رنه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي آر كنسبة آر الي رم فسطح دم في م ر كمربع آر بالشكل السادس عشر من الخامسة فاذا اضفنا الي خط در سطحا قايم الزوايا كربع مربع ح ر المساوي لمربع آر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فبقسم السطح المضاف خط در علي نقطة م بقسمي دم م ر المشتركين خط دم المنطف في القوة فقط قوي علي خط ح ر المنطف في القوة فقط المباين لخط در في الطول بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر خط دح المنفصل الثالث بالشكل الاول والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

صه

الضلع الثاني كل سطح قايم الزوايا مضاف الى خط محدود منطق مساويا لمربع الاصغر منفصل رابع

ليكن خط آب الاصغر واضيف سطح قايم الزوايا كمربع آب الى خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده ط ح فاقول ان ضلع د ح منفصل رابع برهانه ليكن ب ح اتصل باب مصبرا خطي آ ح ح ب متباينين في القوة بمجموع مربعيهما منطقا وضعف سطح احدهما في الآخر موسطا فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ه م خط م نه مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نه ر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي م نه قايمة فكل من خطي د ر ه نه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح د نه الي سطح نه ر كنسبة د م الي م ر والسطحان متباينان خط د م يباين خط م ر بالشكل الثامن وسطح د ر منطق خط د ر منطق بالشكل السادس عشر ولان مربعي آ ح ح ب كضعف سطح آ ح في ح ب مع مربع آب بالشكل السابع من الثانية ومربع آب كسطح د ح فسطح ر ط كضعف سطح آ ح في ح ب فهو موسط خط ح ر منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر فد ر يباين ر ح ونتصف خط ر ح بالشكل العاشر من الاولي علي نقطة آ ونخرج منها آ ل في جهة د نه موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي الي ه نه علي نقطة ل فسطح ل ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح ح ل الي سطح ل ر كنسبة ح آ الي آ ر بالشكل الاول من السادسة و ح آ يساوي آ ر فسطح ح ل يساوي سطح ل ر فكل منهما يساوي سطح آ ح في ح ب ولان نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح آ ح في ح ب الي مربع ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبته الي مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب المساوي لسطح ل ر وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين سطحي د نه نه ر ولان نسبة د م الي آ ر كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة

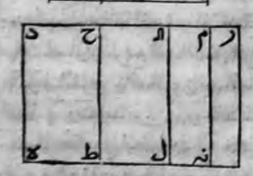


ونسبة سطح ل ر الي سطح ر نه كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الي آ ر كنسبة سطح ل ر الي سطح ر نه ونسبة آ ر الي ر م كنسبة سطح ل ر الي ر نه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الي آ ر كنسبة آ ر الي ر م فسطح د م في م ر كمربع آ ر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الي خط د ر سطحا قايم الزوايا كربع مربع ر ح المساوي لمربع آ ر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم السطح المضاف خط د ر علي نقطة م ود م يباين م ر خط د ر المنطق في الطول قوي علي خط ح ر المنطق في القوة نقطة بمربع خط يباينه بالشكل الرابع عشر خط د ح المنفصل الرابع بالشكل الثاني والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

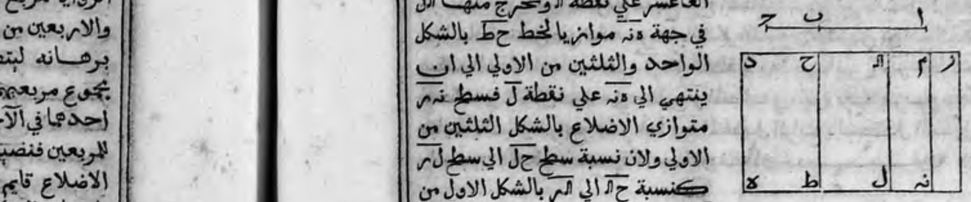
صو

الضلع الباقي من كل سطح قايم الزوايا مضاف الى خط محدود منطق مساويا لمربع المتصل بمنطق يصير الكل موسطا منفصل خامس ❁

ليكن خط آب المتصل بمنطق يصير الكل موسطا واضيف سطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربعه الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده ط ح فاقول ان ضلع د ح منفصل خامس برهانه ليكن ب ح اتصل باب مصبرا خطي آ ح ح ب متباينين في القوة بمجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الآخر منطقا فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ه م خط م نه مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نه ر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي م نه قايمة فكل من خطي د ر ه نه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح د نه الي سطح نه ر كنسبة د م الي م ر بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان خط د م يباين م ر



بالشكل الثامن وسطح ه ر موسط فخط د ر منطف في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان مربعي آ ح ح ب يساويان ضعف سطح آ ح في ح ب مع مربع آ ب بالشكل السابع من الثانية وسطح ه ح يساوي مربع آ ب فسطح ر ط كضعف سطح آ ح في ح ب وهو منطف فخط ر ح منطف في الطول بالشكل السادس عشر فخط د ر ر ح متباينان وننصف ر ح بالشكل العاشر على نقطة آ ونخرج منها آ ل



في جهة ه نه موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي الي ه نه علي نقطة ل فسطح نه ر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح ح ل الي سطح ل ر كنسبة ح آ الي آ ر بالشكل الاول من السادسة وح آ آ ر متساويان فسطحا ح ل ل ر متساويان فكل منهما كسطح آ ح في ح ب ولان نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح آ ح في ح ب الي مربع ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبته الي مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين سطحي د نه ر ونسبة د م الي آ ر كنسبة سطح د نه الي ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الي سطح ر نه كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د م الي آ ر كنسبة سطح ل ر الي ر نه ونسبة آ ر الي ر م كنسبة سطح ل ر الي سطح ر نه بالشكل الاول من السادسة فنسبة د م الي آ ر كنسبته الي ر م بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح د م في م ر كمربع آ ر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضيف الي خط د ر سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع ر ح المساوي لمربع آ ر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط د ر علي نقطة م ود م يباين م ر فخط د ر المنطف في القوة فقط قوي علي خط ر ح المنطف في الطول بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر فخط د ح منفصل خامس بالشكل الثالث والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

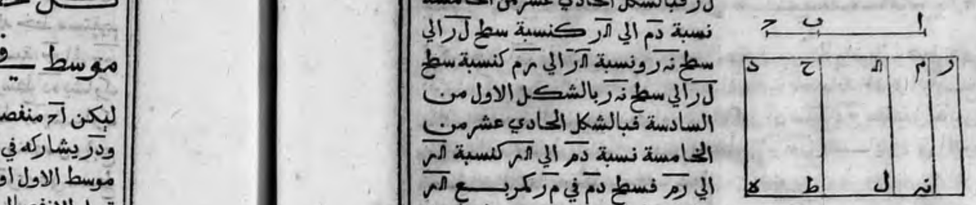
صز
الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي

خط

خط محدود منطف مساويا لمربع المنفصل بموسط يصير الكل موسطا منفصل سادس ❊

ليكن خط آ ب المنفصل بموسط يصير الكل موسطا واضيف سطح قايم الزوايا كمربع آ ب الي خط ه ه المحدود المنطف باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهوسطح ه ط ح فاقول ان ضلع د ح منفصل سادس برهانه لنتصل باب ب ح مصيرا خطي آ ح ح ب متباينين في القوة بمجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسطا متباينا للمربعين فنضيف الي ه ه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهوسطح ه م فخط م نه مساو لخط ه ه بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطف ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهوسطح نه ر ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي م نه قايمة فكل من خطي د ر ه نه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح د نه الي سطح نه ر كنسبة د م الي م ر بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخط د م يباين خط م ر بالشكل الثامن فكل من سطحي ه ر ر ط موسط فكل خطي د ر ر ح منطف في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ونسبة سطح ه ر الي سطح ر ط كنسبة د ر الي ر ح فالسطحان متباينان فخط د م يباين خط ر ح بالشكل الثامن ولان مربعي آ ح ح ب يساويان ضعف سطح آ ح في ح ب مع مربع آ ب وهو يساوي سطح ه ح فسطح ر ط يساوي ضعف سطح آ ح في ح ب وننصف ر ح علي نقطة آ بالشكل العاشر ونخرج منها آ ل موازيا لخط ح ط في جهة خط ه نه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي اليه علي نقطة ل فلان نسبة ح آ الي آ ر كنسبة سطح ح ل الي سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة وح آ يساوي آ ر فسطح ح ل كسطح ل ر فكل منهما يساوي سطح آ ح في ح ب ولان نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح آ ح في ح ب الي مربع ح ب كنسبة آ ح الي ح ب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع آ ح الي سطح آ ح في ح ب كنسبته الي مربع ح ب فسطح آ ح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي آ ح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين سطحي د نه ر ولان نسبة د م الي آ ر كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر بالشكل الاول من

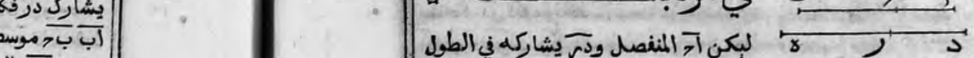
السادسة ونسبة سطح لر الي سطح نر كنسبة سطح دنه الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح لر الي سطح نر كنسبة سطح دنه الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ار كنسبة سطح لر الي سطح نر ونسبة ار الي رم كنسبة سطح لر الي سطح نر بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي رم كنسبة ار الي رم فسطح دم في م ر كمربع ار بالشكل السادس عشر من السادسة



فاذا اضفنا الي خط در سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع رح اعني مربع ار بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط در علي نقطة م ودم يباين مر فخط دم المنطف في القوة فقط قوي علي خط رح المنطف في القوة فقط المباين لخط در بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر فخط دح منفصل سادس بالشكل الرابع والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

صح

كل خط يشارك الخط المنفصل فهو منفصل



في مرتبته ✲

ليكن اح المنفصل ودر يشاركه في الطول فاقول ان در منفصل برهانه ليتصل باح ب ح وعاد معه الي حاله قبل الانفصال لتكن نسبة اح الي حب كنسبة در الي رة بالشكل الحادي عشر من السادسة فنسبة اب الي ب ح كنسبة ده الي هر بالتركيب بالشكل الثامن عشر من الخامسة واب مباين لب ح في الطول ويشاركه في القوة فده يباين هر بالشكل الثامن وان كان اب يقوي علي ب ح بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه فده يقوي علي هر بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه بالشكل الثالث عشر وبالابدال نسبة اب الي ده كنسبة ب ح الي رة وب ح يشارك رة فاب يشارك ده بالشكل الثامن فان كان اب وب ح منطف في الطول او القوة فده وهر منطف في الطول او القوة باستبانة الشكل العاشر فاح اي منفصل من منفصلات الست فدر ذلك المنفصل

المنفصل بعينه وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ضط

كل خط يشارك المنفصل الموسط منفصل موسط في مرتبته ✲

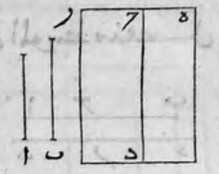
ليكن اح منفصل الموسط الاول او الثاني ودر يشاركه في الطول فاقول ان در منفصل وهو موسط الاول او الثاني برهانه ليتصل باح خط ب ح وعاد معه الي حالها قبل الانفصال ولتكن نسبة اح الي حب كنسبة در الي رة بالشكل الحادي عشر من السادسة فنسبة اب الي ب ح كنسبة ده الي هر بالتركيب بالشكل الثامن عشر من الخامسة واب مباين لب ح في الطول ويشاركه في القوة فده يباين هر في الطول ويشاركه في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح اب في ب ح الي مربع ب ح كنسبة اب الي ب ح ونسبة ده الي هر كنسبة اب الي ب ح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب في ب ح الي مربع ب ح كنسبة سطح ده في هر الي مربع هر وكنسبة ده الي هر بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب في ب ح الي مربع ب ح كنسبة سطح ده في هر الي مربع هر ولان نسبة اب الي ب ح كنسبة ده الي هر فبالابدال نسبة اب الي ده كنسبة ب ح الي هر بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة اح الي در كنسبة اب الي ده ونسبة حب الي هر بالشكل التاسع عشر من الخامسة واح يشارك در فكل من خطي ب ح اب يشارك بظهره من خطي ده هر وكل من اب ب ح موسط فكل ده هر موسط بالشكل التاسع عشر ومربع ب ح يشارك مربع هر بالشكل السابع لاشتراكهما في الطول فسطح اب في ب ح يشارك سطح ده في هر بالشكل الثامن فان كان سطح اب في ب ح منطقا فسطح ده في هر منطقا باستبانة الشكل العاشر وان كان موسطا كان سطح ده في هر موسطا بالشكل التاسع عشر فاح ان كان منفصل الموسط الاول فدر منفصل الموسط الاول وان كان منفصل الموسط الثاني كان منفصل الموسط الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ق

كل خط يشارك الاصغر اصغر ✲

ليكن آ الاصغر وب يشاركه فاقول ان ب اصغر برهانه نرسم علي خط حد المستقيم المنطف المحدود سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ وهي سطح ده وعلي حد ايضا سطح المتوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب

باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فعرض حه منفصل رابع بالشكل السابع والتسعين ولان نسبة كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي حد قايمة فكل من خطي هر وما يقابله خط مستقيم فنسبة سطح ده الي در كنسبة حه الي حر بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح در بالشكل السابع فخط حه يشارك خط حر بالشكل الثامن وحه منفصل رابع



فخط حر منفصل رابع بالشكل الثامن والتسعين والخط القوي علي سطح در اعني ب الاصغر بالشكل التاسع والثمنون وذلك ما اردنا ان نبين ✲

قا

كل خط يشارك المتصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا ✲

ليكن آ متصلا بمنطق يصير الكل موسطا ويشاركه ب فاقول ان ب متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه نرسم علي خط حد المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ وهي سطح ده ونرسم علي حد ايضا سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهي سطح در فعرض حه منفصل خامس بالشكل السادس والتسعين ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي حد قايم فخط حر وما يقابله خط مستقيم فنسبة سطح ده الي در كنسبة حه الي حر بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح در بالشكل السابع فخط حه يشارك خط حر بالشكل الثامن فخط حه منفصل خامس بالشكل الثامن والتسعين فخط ب القوي علي سطح در متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل التسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



قب

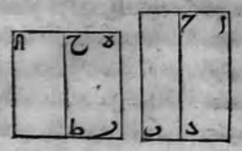
كل خط يشارك الخط المتصل بموسط يصير الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا ✲

ليكن خط آ المتصل بموسط يصير الكل موسطا وب يشاركه فاقول ان خط ب متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه نرسم علي خط حد المستقيم المحدود المنطق سطح ده المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كمربع آ ونرسم علي حد ايضا سطح در المتوازي الاضلاع القايم الزوايا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فعرض حه منفصل سادس بالشكل السابع والتسعين ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي حد قايمة فكل من خطي هر وما يقابله خط مستقيم من الاولي ونسبة سطح ده الي سطح در كنسبة حه الي حر بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح در بالشكل السابع فخط حه يشارك خط حر بالشكل الثامن فخط حه منفصل سادس بالشكل الثامن والتسعين فخط ب القوي علي سطح در متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الاول والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



فج

كل خط قوي علي فصل سطح منطق علي موسط اما منفصل واما اصغر ✲



ليكن سطح آب منطق وسطح اد موسطا وسطح حب فصل المنطق علي الموسط فاقول ان كل خط قوي علي سطح حب اما منفصل واما اصغر برهانه لكن هر خطا مستقيما محدودا منطقا ونرسم عليه سطح رآ المتوازي الاضلاع كسطح آب وسطح رح المتوازي الاضلاع كسطح اد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي خط هآ منطق بالشكل السادس عشر وخط هح منطق في القوة فقط مباينان لخط هر بالشكل الثامن عشر فخطا هآ هح متباينان فخط حآ منفصل بالشكل عه فان قوي هآ علي هح بمربع خط يشاركه في الطول فخ آ منفصل اول وان قوي عليه بمربع خط يباينه فهو منفصل رابع فالخط القوي علي سطح طآ ان كان حآ منفصلا اول منفصل بالشكل السادس والتسعين لان حط منطق لانه يساوي هر بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وان كان حآ منفصلا رابع فالخط القوي علي سطح طآ اصغر بالشكل التاسع والثمنين وذلك ما اردنا ان نبين ✲

قد

كل خط قوي علي فضل سطح الموسط علي المنطق فهو اما منفصل الموسط الاول واما متصل بمنطق يصير الكل موسطا ✲



لبكن سطح آب موسطا وسطح آد منطقا فسطح رب فضل الموسط علي المنطق فاقول كل خط قوي علي سطح رب امّا منفصل الموسط الاول واما متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه لبكن خط هر مستقيما محدودا منطقا فنرسم عليه سطح هرا المتوازي الاضلاع يساوي سطح آب وسطح هرح المتوازي الاضلاع يساوي سطح آد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان سطح رآ موسط فخط هآ منطق في القوة مباين لخط هر المنطق بالشكل الثامن عشر ولان سطح هرح منطق فخط هح منطق في الطول بالشكل السادس عشر فخطا آه هح متباينان فخط حآ منفصل بالشكل السبعين وخط حط مساوي لخط هر المنطق منطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فان قوي هآ علي هح بمربع خط يشاركه فالخط القوي علي سطح طآ منفصل الموسط الاول بالشكل التاسع والثمانين وان قوي هآ علي هح بمربع خط يباينه فخآ منفصل خامس والخط القوي علي سطح طآ متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل الثاني والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

قه

كل خط قوي علي فضل سطح موسط علي سطح موسط يباينه امّا منفصل الموسط الثاني واما متصل بموسط يصير الكل موسطا ✲

لبكن سطحا آب آد موسطين متباينين فسطح رب فضل الموسط علي الموسط يباينه فاقول ان كل خط قوي علي سطح رب امّا منفصل الموسط الثاني واما متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه فنرسم علي خط هر المستقيم المحدود المنطق سطح هرآ كسطح آب وسطح هرح كسطح آد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان كلا من سطحي رآ هرح موسطين يكون كل من كل من خطي هح هآ منطقين في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح رآ الي سطح هرح كنسبة هآ الي هح بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا هآ هح متباينان بالشكل الثامن فخط حآ منفصل بالشكل الثامن والستين فان قوي هآ علي هح بمربع خط يشاركه فخآ منفصل ثالث وخط حط منطق لانه يساوي خط هر المنطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فالخط القوي علي سطح طآ منفصل الموسط الثاني بالشكل الثامن والثمنين وان قوي بمربع خط يباينه فخآ منفصل سادس فالخط القوي علي سطح طآ متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الحادي والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



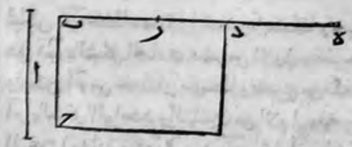
مصادرة خامسة

فلان الاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي الخط المنطق المستقيم المحدود في الطول المساوية لمربعات الخطوط الست الصم التي اولها المنفصل هي انواع المنفصلات التي كل واحد منها اصم كما مرّ بيانه في ستة اشكال اولها الشكل الرابع والتسعين فكل واحد من انواع المنفصلات يخالف كل واحد من الخمسة الباقية بالحد والحقيقه ✲

والاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي الخط المستقيم المحدود المنطق المساوية لمربعات الخطوط الموسطة منطق في القوة فقط كما يباين في الشكل الثامن عشر ولا شيء من المنفصلات بمنطق واختلاف اللوازم يدل علي اختلاف الملزومات فلا شيء من الخطوط الست الصم التي اولها المنفصل وآخرها المتصل بموسط يصير الكل موسطا بخط آخر منها ولا بالخط الموسط ✲

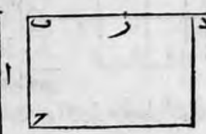
قو

لاشيء من المنفصل بذي الاسمين ✲



والا فليكن خط آ بعينه ذا الاسمين والمنفصل معا وخط بح خطا مستقيما محدودا منطقا في الطول ونرسم عليه سطحا متوازي الاضلاع كمربع آ

باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ب ح د فالضلع
الحادث وهو ب د ذو الاسمين الاول بالشكل الخامس والخمسين والمنفصل
الاول بالشكل الثاني والتسعين ولبكن ب ر القسم الاعظم من قسمي ذي
الاسمين ور د القسمة الاصغر فهما منطقا في القوة فقط ولبتصل بخط ب د
المنفصل الاول خط ه د



معبد خطي ح ه د ه الي
حالهما قبل الانفصال
فبكون خط ب ه منطقا
في الطول ولذلك خط
ب ر ويكون خط د ه
منطقا في القوة فقط فكل من خطي ب ه ب ر يشارك الخط المنطف
المفروض في الطول فهما مشتركان بالشكل العاشر فخط د ه يشارك خط ب ر
المنطف بالشكل الحادي عشر فره منطف في الطول باستبانة الشكل
العاشر وكان كل واحد من خطي د ر د ه منطقا في القوة فقط فكل من خطي
د ر د ه منفصل بالشكل الثامن والستين فبكون كل منهما اصم في القوة
والطول وكان كل منهما منطقا في القوة فقط هذا خلف فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه انه لا يمكن ان يكون احد انواع الخطوط الصم التي تتلو
المنفصل احد انواع الخطوط الصم التي تتلو اذا الاسمين لان الاضلاع
الحادثه من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود
منطف المساوية لمربعا ما يتلو المنفصل من الخطوط الصم هي ما يتلو
المنفصل الاول من الخطوط الصم والاضلاع الحادثة من السطوح
المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود منطف المساوية
لمربعات الخطوط الصم التي يتلو ذا الاسمين هي ما يتلو ذا الاسمين الاول
من الخطوط الصم ❊

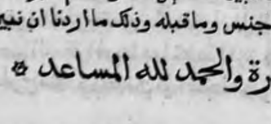
قر

كل خط موسط يحصل منه خطوط صم غير متناهية ليس ولا واحد منها من جنس ما قبله ❊

لبكن آ ب خطا مستقيما محدودا منطقا ونخرج من نقطة آ خط آ ر عمودا
علي آ ب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهة ر الي غير النهاية
ولبكن آ ح من خط آ ر موسطا ونخرج من نقطة ب خط ب ه موازيا لخط
آ ر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ه
الي غير النهاية ونفصل منه ب ه مثل آ ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل
ح ه بخط

ح ه بخط مستقيم فهو مواز ومسا لخط آ ب بالشكل الثالث والثلثين من
الاولي فح ه منطف في الطول فسطح آ ه لا منطف والا لكان آ ح منطقا
بالشكل السادس عشر ولا موسط والا لكان خط آ ح منطقا في القوة فقط
بالشكل الثامن عشر وهو موسط هذا خلف فسطح آ ه اصم غير موسط
ولنجد خطا وسطا في
النسبة بين خطي آ ح ح ه
بالشكل التاسع من
السادسة ولبكن هو خط
ح د ونفصل ه ح مثل ح د
بالشكل الثالث من الاولي
ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم فسطح ح ح متوازي الاضلاع بالشكل
الثالث والثلثين من الاولي ولان مربع ح د يساوي سطح آ ه بالشكل
السادس عشر من السادس فخط ح د ليس موسطا والا لكان سطح آ ه موسطا
وكان خط آ ح منطقا في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو موسط هذا
خلف وليس ح د ايضا منطقا والا لكان سطح آ ه منطقا فكان آ ح منطقا
في الطول بالشكل السادس عشر وهو موسط هذا خلف فخط ح د لا
منطف ولا موسط وهو اصم ولا يشارك خط آ ح والا لكان موسطا بالشكل
التاسع عشر وهو غير موسط فخطا آ ح ح د متباينان وليس ح د احد انواع
ذي الاسمين ولا ما يتلوه من الخطوط الصم ولا احد انواع المنفصل وما
يتلوه من الخطوط الصم والا لكان آ ح اما ذو الاسمين واما ما يتلوه من
الخطوط الصم واما احد انواع المنفصل واما ما يتلوه من الخطوط الصم
ولبكن د ط وسطا في النسبة بين ح د د ح بالشكل التاسع من السادسة
فسطح ح ح كمربع د ط بالشكل السادس عشر من السادسة فد ط يباين
آ ح والا لكان موسطا بالشكل التاسع عشر فبكون سطح ح ح موسطا بالشكل
التاسع عشر فبكون د ح منطقا فقط بالشكل الثامن عشر وهو اصم هذا
خلف فد ط ليس بموسط ولان نسبة سطح آ ه الي سطح ه د كنسبة آ ح
الي ح د بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا آ ه ه د متباينان
بالشكل الثامن وهما مربعا ح د د ط فهما متباينان بالشكل السابع وليس
د ط احد انواع ذي الاسمين او المنفصل او ما يتلوهما من الخطوط الصم
والا لكان ح د احد انواع المنفصل او ما يتلوها او احد انواع ذي
الاسمين وما يتلوه فبكون آ ح احد انواع الخطوط الصم المذكورة وهو
موسط هذا خلف وبمثل ما ذكرنا نبين تحصيل خطوط صم غير متناهية
من خط آ ر ليس واحد منها من جنس وما قبله وذلك ما اردنا ان نبين ❊

❊ تمت المقالة العاشرة والحمد لله المساعد ❊



المقالة الحادية والثلثون واحد وعشرون شكلا

مصادرات المقالة

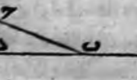
الشكل المجسم كل ما له طول وعرض وسمك وينتهي بالسطوح وربما ينتهي بالنقطة ✲ كل خط مستقيم قام على سطح مستو يحيط مع كل خط مستقيم يخرج في ذلك السطح ملاقيا له بزاوية قايمة فهو عمود على ذلك السطح ✲ كل سطحين مستويين قام احدهما على الاخر وكان كل خطين يخرجان من اي نقطة نفرض على الفصل المشترك بينهما عمودا عليه احدهما يخرج في احد السطحين والاخر في السطح الآخر يحيطان بزاوية قايمة فان كل واحد من السطحين قايم على صاحبه ✲ كل شكلين لا يتلاقيان وان اخرجا في جميع جهاتهما الى غير النهاية فيهما متوازيان ✲ كل سطحين مجسمين يلون السطوح المحيطة بهما بعدة واحده وكان كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطه بهما متشابهين فيهما مجسمان متشابهان ✲ وكل شكلين مجسمين متشابهين يلون كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطه بهما متساويتين فيهما مجسمان متشابهان متساويان ✲ كل شكل مجسم يحيط به ثلث سطوح متوازية الاضلاع كل واحد منها ملاق للاخرين ومثلثان متشابهان سطحاها متوازيان يسمي بالمنسور ✲ الاسطوانة كل شكل مجسم يحيط به سطحان متوازيان وسط او سطوح واصله بين السطحين المتوازيين ✲ والاسطوانة المستديرة كل شكل مجسم يحيط به دايرتان متساويتان متوازيتان وسط مستدير واصل بينهما وهي تحدث من دوران ذي اربعة اضلاع جميع زواياه قوايم اثبت احد اضلاعه الى ان يعود الي وضعه الاول فذلك الخط الثابت سهم الاسطوانة وكل واحد من الدايرتين قاعدتها والسهم ان كان قايما على سطح الدايرة فالاسطوانة قايمة والا فهي مايلة واذا قطعت الاسطوانة بسطح مستو يمر على سهمه حدث في الاسطوانة ذو الاربعة اضلاع وان كان الضلع الثابت مساويا لقطر قاعدتها فسمكها يساوي ثخنها وان كان اطول فسمكها اطول وان كان اقصر فاقصر ويعلم مما ذكرنا ان الاسطوانة المستديرة متساوية الثخن ✲ شكل مجسم يحيط به سطح واحد مستدير يمكن ان يفرض في داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة الى السطح المحيط متساوية فهو الكرة ✲ ويسمي السطح المحيط بها محيط الكرة ✲ والخطوط انصاف اقطارها ✲ والخارج منها في الجهتين الى المحيط قطرها ✲ وهي تحدث من دوران نصف

نصف دايرة اثبت قطرها الى ان يعود الي وضعه الاول ✲ فكل قطر يتحرك الكرة عليه محور الكرة ✲ وكل واحد من النقطتين اللتين هما نهايتا المحور قطبها فالقطبان مع المحور ثابته غير متحركه عند دوران الكرة ✲ كل شكل مجسم يرتفع من سطح يحيط به سطوح وينتهي الي نقطة مقابله لذلك السطح فهو المخروط ✲ والمخروط المستدير كل شكل مجسم يرتفع من دايرة وينتهي الي نقطة مقابله لتلك الدايرة ويسمي المخروط الصنوبري ✲ ومخروط الاستوانة المستديرة ✲ والمخروط المستدير يحدث من دوران مثلث قايم الزاوية اثبت احد ضلعيه المحيطين بالقايمه الي ان يعود المثلث الي وضعه الاول ✲ ويسمي الضلع الثابت سهم المخروط ✲ فان كان قايما على قاعدة المخروط يسمي المخروط قايما ✲ والا فهو مايل ✲ واذا قطع المخروط بسطح مستو يمر على سهم المخروط حدث فيه مثلث يقال له مثلث المخروط ✲ فالزاوية التي عند راس المخروط من زوايا المثلث الحادث قايمة ان كان الضلعان المحيطان بالزاوية القايمة من المثلث الذي حدث المخروط من ادارته متساويين ✲ و منفرجة ان كان الضلع الثابت اصغر ✲ وحادة ان كان اطول ✲ الزاوية المجسمة كل جسم يحيط به سطح واحد منته عند نقطة واحده او اكثر من زاويتين مسطحتين مجتمعه عنده نقطة واحدة كلها في جهة واحده من تلك النقطة ولا يكون زاويتان من تلك الزاويا في سطح واحد ✲ وقد بينا في صدر المقالة الاولي ان نخرج خطا مستقيما على استقامته الى غير النهاية ✲ وان نرسم على اي سطح نقطة ✲ وان لا يحيط خطان مستقيمان بسطح مستو ✲ فلنا ان نخرج اي سطح مستو الى غير النهاية ✲ وان يتوهم سطحا يمر باي نقطة وباي خط ✲ ولا يمكن ان يحيط سطحان مستويان بجسم مايل المثلثات بزاوية مجسمة ثلثة ✲

الاشكال

آ

لا يمكن ان يكون خط واحد مستقيم بعضه في سطح مستو وبعضه في السمك ✲



برهانه والا فليكن من خط آب ح الواحد المستقيم بعضه وهو آب في سطح مستو وبعضه وهو ب ح في السمك ولنا ان نخرج اي خط مستقيم كاين في سطح علي استقامته في ذلك السطح فلنخرج خط آب علي استقامته فليه الي د فيكون خطا ب ح ب د خطين مستقيمين متصلين بخط آب علي استقامته وقد بينا استحالته في صدر

المقالة الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

ب

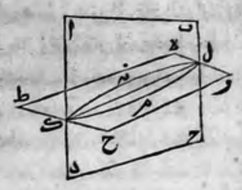
كل خطين مستقيمين متقاطعين فهما في سطح واحد وكل مثلث فهو في سطح واحد ✡

لهكن خطا آب ح د مستقيمين متقاطعين علي نقطة ه ونرسم علي خطي ده ب ه نقطتي ر ح مخالفتي الوضع لنقطة ه ونصل بينهما بخط مستقيم فاقول ان خطي آب ح د في سطح واحد وكذلك مثلث ر ه ح برهانه لو لم يكن في سطح واحد لكان بعضه في السطح وبعضه في السمك فيكون بعض من كل واحد من خطي ح ه ر ه ومن خطي ر ح ر ه في السطح وبعضه في السمك هذا خلف بالشكل المتقدم وخطا آب ح د كاينان في سطح المثلث فلا يمكن ان يكون بعض من احدهما في ذلك السطح وبعضه الآخر في السمك بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡



ح

كل سطحين متقاطعين فان الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم ✡



ولبتقاطع سطحا آب ح د ه ر ح ط ولهكن الفصل المشترك بين ضلعي آد ط ح نقطة آ وبين ضلعي ب ح ه ر نقطة ل فاقول ان الفصل المشترك بين سطحي آه ح ط خط واحد مستقيم وهو خط آل برهانه والا فنصل بين نقطتي آ ل بخط مستقيم في سطح آه وهو خط ام ل وبين نقطتي ل آ في سطح ه ح بخط مستقيم وهو خط ا نل فخطا ام ل ا نل خطان مستقيمان متصلان علي نقطتي آ ل ومتباعدان فيما بينهما فهما يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✡

د

كل خط مستقيم قام علي الفصل المشترك بين

خطين

خطين مستقيمين عمودا عليهما فهو عمود علي سطحهما

لهكن خط آب المستقيم عمودا علي خطي ح د ه ر المستقيمين المتقاطعين علي نقطة ب فاقول ان خط آب عمود علي سطح خطي ح د ه ر برهانه نرسم علي نقطة ب وببعد خط من خطوط ب ح ب ه ب د ب ه ليس اعظم من باقية دايرة ولهكن ذلك الخط ب ح وليمر محيطها علي الخطوط الباقية بنقط ه د ه ر ونصل بين كل واحدة من نقطتي ح د د ه ر بخط مستقيم ولان زاويتي ح د ه د ب ه ر من مثلثي ب ح د ب ه ر متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي والاضلاع المحيطة بها متساوية فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ح ه كقاعدة د ه ر وزاوية ب د ه ر كزاوية ب ح ه وزاوية ب ه ر كزاوية ب ه ح فخط ح ه يوازي خط د ه ر بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونرسم علي قاعدة د ه ر نقطة ا ونصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة ب الي ان ينتهي الي قاعدة ح ه علي نقطة ط فخط ا ط كاين في سطح خطي ح د ه ر بالشكل الثاني فزاوية ب ا ر كزاوية ب ط ه وضلع ب ر كضلع ب ه بالشكل السادس والعشرين من الاولي قاعدة ب ا كقاعدة ب ط ونرسم علي خط آب نقطة ح ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط ح ه د ر ا ط بخط مستقيم فلان ضلع ب د كضلع ب ح وضلع ب ح مشترك بين مثلثي ب ح د ب ح ح وكل واحدة من زاويتي د ب ح ح ب ح قايمة فبالشكل الرابع من الاولي ضلع د ح كضلع ح ح وبمثله تبين ان ضلع ه ح كضلع ح ح فاضلاع مثلثي ح د ه ح ه متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن من الاولي زاوايا هما المتناظرة متساوية فزاوية ح ا كزاوية ح ط ه والاضلاع المحيطة بها متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع من الاولي ضلع ح ا كضلع ح ط وضلعا ا ب ح من مثلث ح ب ا كضلعي ب ط ب ح من مثلث ح ب ط فالزوايا المتناظرة من مثلثي ح ب ا ح ب ط متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية ح ب ا كزاوية ح ب ط فخط آب عمود علي ا ط وبمثله تبين ان خط آب عمود علي كل خارج في سطح خطي ح د ه ر يلقي نقطة ب فخط آب عمود علي سطح خطي ح د ه ر وذلك ما اردنا ان نبين ✡

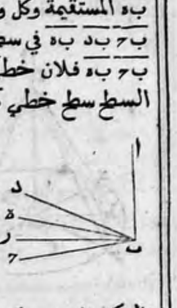


ا

كل خط مستقيم قام علي الفصل المشترك بين

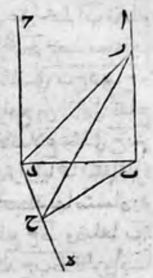
ثلثة خطوط مستقيمة واحاط مع كل واحد منها بزاوية قايمة فالخطوط الثلثة في سطح واحد ❊

لبكن خط $\overline{اب}$ قايم علي نقطة $ب$ الفصل المشترك بين خطوط $\overline{بح}$ $\overline{بد}$ $\overline{به}$ المستقيمة وكل واحد من زوايا $احاب$ $داب$ $هاب$ قايمة فاقول ان خطوط $\overline{بح}$ $\overline{بد}$ $\overline{به}$ في سطح واحد برهانه والاّ فليكن خط $\overline{بد}$ ليس في سطح $\overline{بح}$ $\overline{به}$ فلان خطي $\overline{اب}$ $\overline{بد}$ في سطح واحد بالشكل الثاني وليس ذلك السطح سطح خطي $\overline{بح}$ $\overline{به}$ والسطحان متلاقيان عند نقطة $ب$ فليكن الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم بالشكل الثالث وليكن ذلك خط $\overline{بر}$ ولان خط $\overline{اب}$ عمود علي كل واحد من خطي $\overline{بح}$ $\overline{به}$ فهو عمود علي سطحهما بالشكل المتقدم وخط $\overline{بر}$ كاين في ذلك السطح فخط $\overline{اب}$ عمود علي خط $\overline{بر}$ فزاوية $اب ر$ قايمة وكانت زاوية $اب د$ قايمة فجزء الشيء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊



كل خطين كل منهما عمود علي سطح بعينه فهما متوازيان ❊

لبكن خطا $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ عمودين علي سطح ما فاقول انهما متوازيان برهانه نصل بين نقطتي $ب$ $د$ بخط مستقيم من ذلك السطح ونخرج من نقطة $د$ عمود $\overline{ده}$ علي خط $\overline{بد}$ في السطح المفروض بالشكل الحادي عشر من الاولي ونرسم علي خط $\overline{اب}$ نقطة $ر$ كيف اتفق ونفصل $\overline{دح}$ من $\overline{ده}$ مثل $\overline{رب}$ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة $ر$ وكل واحدة من نقطتي $د$ $ح$ بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي $ر$ $ح$ فلان ضلعي $ب ر$ $بد$ والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي $دح$ $دب$ والزاوية التي بينهما كل لنظيره فقاعدة $\overline{در}$ يساوي قاعدة $\overline{بح}$ بالشكل الرابع من الاولي ولان اضلاع مثلث $بر ح$ يساوي اضلاع مثلث $در ح$ كل لنظيره فزاوية $رب ح$ القايمة تساوي زاوية $\overline{ردح}$ بالشكل الثامن من الاولي فهي قايمة فخط $\overline{ده}$ عمود علي خطوط $\overline{دح}$ $\overline{دب}$ $\overline{در}$ فهي في سطح واحد بالشكل الخامس فعمودا $\overline{حد}$ $\overline{اب}$ في ذلك السطح وزاويتا $اب د$ $حدب$ كقايمتين فهما متوازيان بالشكل



بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وذلك ما اردنا ان نبين ❊

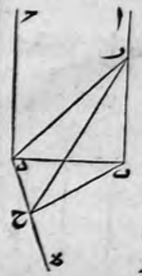
كل خط مستقيم خرج من احد الخطين المتوازيين الي الآخر كيف كان فهو في سطحهما ❊



لبكن خطا $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ المتوازيين وخرج خط $\overline{هر}$ المستقيم من خط $\overline{اب}$ الي خط $\overline{حد}$ الموازي له فاقول انه في سطح خطي $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ برهانه فلان خط $\overline{هر}$ لو لم يكن في سطح خطي $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ لكان في سطح آخر فذلك السطح يقطع سطح خطي $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ لكون كل واحد من نقطتي $ه$ $ر$ في كل واحد من السطحين فالفصل المشترك بينهما خط مستقيم بالشكل الثالث ولبكن هو خط $\overline{حر}$ فخطا $\overline{حر}$ $\overline{هر}$ المستقيمين متحدين الاطراف متباعدين الاوساط فهما يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ح

كل خطين متوازيين احدهما عمود علي سطح فالآخر عمود عليه ايضا ❊

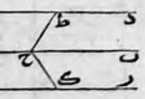


لبكن خطا $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ المتوازيين و$\overline{اب}$ عمود علي سطح مفروض فاقول ان $\overline{حد}$ عمود علي ذلك السطح ايضا برهانه نصل بين نقطتي $ب$ $د$ بخط مستقيم فهو في سطح خطي $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ المتوازيين بالشكل المتقدم وزاوية $اب د$ قايمة فزاوية $بدح$ قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ونخرج من نقطة $د$ عمود $\overline{ده}$ علي $\overline{بد}$ في السطح المفروض بالشكل الحادي عشر من الاولي ونرسم علي $\overline{اب}$ نقطة $ر$ كيف اتفق ونفصل من $\overline{ده}$ $\overline{دح}$ مثل $\overline{بر}$ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة $ر$ وكل واحدة من نقطتي $د$ $ح$ بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي $ب$ $ح$ ولان خطوط $\overline{اب}$ $\overline{بد}$ $\overline{حد}$ في سطح واحد وخط $\overline{رد}$ في ذلك السطح بعينه بالشكل الثاني فخطوط $\overline{اب}$ $\overline{بد}$ $\overline{حد}$ $\overline{در}$ في سطح واحد ولان ضلعي $\overline{بر}$ $\overline{بد}$ والزاوية التي بينهما يساوي ضلعي $\overline{دح}$ $\overline{دب}$ والزاوية التي بينهما كل لنظيره فقاعدة $\overline{در}$ تساوي قاعدة $\overline{بح}$ بالشكل الرابع من الاولي ولان اضلاع مثلثي $در ح$ $بر ح$ متساوية علي التناظر فزاوية $رب ح$ القايمة تساوي زاوية $\overline{ردح}$ بالشكل الثامن فزاوية

ردح قايمة علي خط دة عمود علي خط در فهو عمود علي خط دة وكان عمودا علي خط بد فخط در عمود علي سطح خطي بد دة بالشكل الرابع وهو السطح المفروض فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ط

كل خطين يوازيان خطا وليسا معه في سطح واحد فهما متوازيان ✲



لبكن خطا حد هر يوازيان خط آب وليسا معه في سطح واحد فاقول ان حد هر متوازيان

برهانه نرسم علي خط آب نقطة كيف ما وقعت ونخرج منها عمودي ح ط ح ا الي خطي حد هر في سطحي اد آر بالشكل الثاني عشر من الاولي ولان كل واحدة من زاويتي ح ط ح ا ح ط ح ا قايمة فكل واحدة من زاويتي اح ط اح ا قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاب عمود علي كل واحد من عمودي ح ط ح ا وقد وقع علي فصليهما المشترك فهو عمود علي سطح العمودين بالشكل الرابع فكل من خطي حد هر عمود علي ذلك السطح بالشكل المتقدم فخط حد يوازي هر بالشكل السابع وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الحكم ينعكس كلبا بالبرهان المذكور ✲

ح

كل زاويتين اضلاعهما النظاير متوازية وليست كلهما في سطح واحد فهما متساويتان ✲



لبكن ضلعا آب ب ح من زاوية آب ح يوازيان ضلعي هد در من زاوية دهر كل لنظيره ولبست الاضلاع كلها في سطح واحد فاقول ان زاويتي آب ح دهر متساويتان

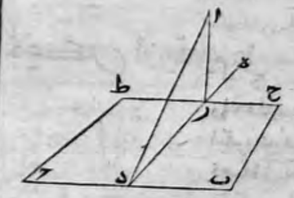
برهانه نجعل آب مساويا لدة بالشكل الثالث من الاولي ونصل خطوط آ د هر آ د ح ر ب هـ المستقيم فلان آب دة متوازيان ومتساويان وكذلك ب ح هر فكل من خطي آد ح ر يوازي ب هـ ويساويه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فاد يوازي ح ر بالشكل الثلثين من الاولي وهو يساويه فخط آ ح يساوي در بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولبساوي اضلاع مثلثي آب ح دهر المتناظره تساوي زاوية آب ح زاوية دهر بالشكل الثامن من الاولي وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان زاوية آب ح قد تكون علي وضع زاوية دهر كما

دهر كما ذكرنا وقد لا تكون كزاوية ح ب ط فنخرج خطي ح ب ط ب في جهة ب الي نقطتي آ ح ونبين ان زاوية آب ح المساوية لزاوية ح ب ط بالشكل الخامس عشر من الاولي كزاوية دهر كما مر فيحصل المطلوب ✲

يا

لنا ان نخرج من نقطة في السمك عمودا علي سطح مفروض ✲



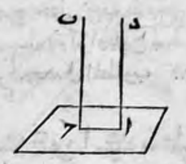
لبكن نقطة آ في سمك سطح مفروض فنرسم في ذلك السطح خط ب ح المستقيم ونفرض سطحا يمر بالنقطة وبالخط المرسوم ونخرج من نقطة آ عمود آد في ذلك السطح علي خط ب ح بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة د علي ب ح عمود دة في السطح المفروض اولا بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان خطي آد دة في سطح واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة في سطح خطي دة د آ الي خط دة عمود آر بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة ر في السطح المفروض اولا خط ح ط موازيا لخط ب ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فاقول ان خط آر عمود علي السطح المفروض اولا برهانه فلان كل واحد من خطي آد دة عمود علي ب ح فهو عمود عليهما وقد وقع علي فصليهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل الرابع ولان ح ط يوازي ب ح العمود علي سطح خطي آد دة فخ ط عمود علي سطحهما بالشكل الثامن فيكون عمودا علي آر فار عمود عليه وكان عمود علي دة وقد وقع علي نقطة ر الفصل المشترك بين خطي دة ح ط فخط آر عمود علي سطحهما اعني السطح المفروض اولا بالشكل الرابع وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود آر يمكن ان يقع مباينا لخط آد وقد ببناء ويمكن ان ينطبق عليه وحينئذ لا يحتاج الي اخراج خط ح ط موازيا ب ح فلان عمود آر حينئذ عمود علي خطي دة ب ح وقد وقع علي نقطة د فصليهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل السابع وهو السطح المفروض اولا ✲

يب

لنا ان نخرج من نقطة علي سطح عمودا عليه ✲

لبكن النقطة آ فنخرج من نقطة ب في السمك عمود ب ح علي السطح الذي فيها نقطة آ بالشكل المتقدم فان وقع العمود علي نقطة آ فب ح عمود علي



السطح والا فنصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم فخطي آ ح ح ب في سطح واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة آ في ذلك السطح خط آ د موازيا لب ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فاد عمود علي السطح المفروض بالشكل الثامن وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يح

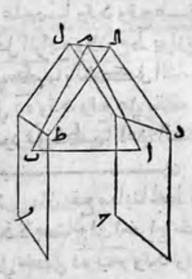
لايمكن ان يقوم علي سطح واحد عمودان ✲



والا فلنخرج من نقطة آ الكاينة في السطح المفروض عمودا ب آ ح آ عليه بالشكل المتقدم فعمودا آ ب آ ح في سطح واحد بالشكل الثاني ولبكن الفصل المشترك بين سطحي المفروض والعمودين خط د آ ه بالشكل الثالث لكونهما متلاقيين فزاويتا ب آ د ح آ د لكونهما قايمتين متساويتين جزء الشيء يساوي كله فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يد

كل سطحين خط واحد عمود عليهما فهما متوازيان ✲

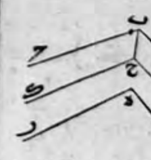


لبكن خط آ ب عمودا علي سطحي ه د ر ط فاقول انهما متوازيان والا فلبلتقيا فبكون الفصل المشترك بينهما خطا مستقيما بالشكل الثالث ولبكن هو خط ل ل ونرسم عليه نقطة م كيف اتفق ونصل بينها وبين كل واحد من نقطتي آ ب بخط مستقيم فلان آ ب عمود علي السطحين فهو عمود علي كل واحد من خطي م آ م ب فزاويتا م آ ب م ب آ من مثلث آ م ب قايمتان وكل زاويتي مثلث اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فالسطحان متوازيان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يه

كل سطحين يحيط باحدهما خطان يوازيان خطين يحيطان بالآخر والخطوط كلها غير كاينة في سطح واحد

واحد فالسطحان متوازيان ✲

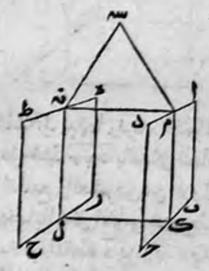


لبكن خط آ ب ح المحيطان بسطح آ ب ح يوازيان خطي ه د ه ر المحيطان بسطح د ه ر والخطوط الاربعة غير كاينه في سطح واحد فاقول ان سطحي آ ب ح د ه ر متوازيان فنخرج من نقطة ب عمود ب ح علي سطح د ه ر بالشكل الحادي عشر ونخرج من نقطة ح خطي ح ط ح ك موازيين لخطي ه د ه ر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان خطي آ ب ح ط يوازيان خطي ه د وخطي ب ح ح ك يوازيان خط ر ه ولبست الخطوط المذكورة كلها في سطح واحد فخطا آ ب ح يوازيان خطي ح ط ح ك بالشكل التاسع وقد وقع خط ب ح علي كل متوازيين منها وكل من زاويتي ب ح ط ب ح ك قايمة لكون ب ح عمودا علي سطح د ه ر فكل واحد من زاويتي آ ب ح ح ب ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي لخط ب ح عمود علي كل من خطي ب آ ب ح وقد وقع علي فصلهما المشترك فهو عمود علي آ ب ح بالشكل الرابع وكان عمودا علي سطح د ه ر فسطحا آ ب ح د ه ر متوازيان بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح اما ان يقع علي نقطة ه او علي احد خطي ه د ه ر او داخل زاوية د ه ر او خارجها وينطبق احد خطي ح ط علي احد خطي د ه ه ر او لا ينطبق والاول لا يحتاج الي اخراج خط ح ط ح ك والاخير مذكور في الكتاب والوجه الباقي مثل ما ذكرنا ✲

يو

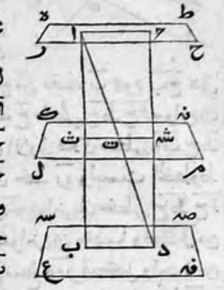
كل سطح فصل لسطحين متوازيين فصلاهما المشتركان متوازيان ✲



لبكن سطحا آ ب ه د ه ر ح ط فصلا سطح م ل ن ه والفصل المشترك بين كل سطحين متقاطعين مستقيم بالشكل الثالث ولبكن الفصل المشترك بينها خطي ل م ن ل فاقول انهما متوازيان والا فلبلتقيا ولبكن الالتقاء علي نقطة س س فخط ل م س س في سطح آ ب ه د ول ن س س في سطح ه ر ح ط بالشكل الاول فالسطحان المتوازيان متلاقيان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يز

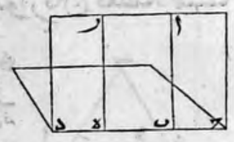
كل خطين فصلتهما سطوح متوازية فصلتهما علي نسبة واحدة ✲



ليكن خطا آب حد فصلتهما سطوح مه رح ط الم مه نه سه ع فه صه المتوازية علي نقط آ ث ب ح ش د فاقول ان نسبة آث الي ث ب كنسبة حش الي شد برهانه نصل بين كل واحد من نقطتي آ ح ب د آد بخط مستقيم فخط اد يجتاز علي سطح الم فليجتز علي نقطة ت فلان مثلث آحد فصل بسطحي وح الم علي خطي اح ت ش ه ومثلث آبد بسطحي الم سه ع علي خطي بد ث ت فخط اح يوازي ت ش ه وبد يوازي ت ث بالشكل المتقدم فنسبة حش الي شد كنسبة آت الي ت د ونسبة آث الي ث ب كنسبة آت الي ت د بالشكل الثاني من السادسة فنسبة حش الي شد كنسبة آث الي ث ب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ✲

يح

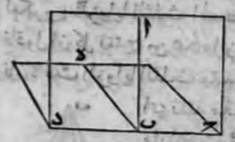
كل خط عمود علي سطح فكل سطح نفصل ذلك السطح مارا بالعمود يفصله علي قوايم ✲



ليكن العمود خط آب علي السطح المفروض وفصله سطح يمر بخط آب فاقول انه يفصله علي قوايم فلان الفصل المشترك بين كل سطحين متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن حب د هو الفصل المشترك بينهما ونرسم عليه نقطة ه ونخرج منها في السطح الفاصل عمود ه ر علي خط حب د بالشكل الحادي عشر من الاولي فهو يوازي عمود آب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وآب عمود علي السطح المفروض فه ر عمود عليه ايضا بالشكل الثامن فيحيط عمود ه ر مع كل خط يخرج في السطح المفروض ملاقيا لنقطة ه بزاوية قايمة وكذلك كل عمود يخرج في السطح الفاصل علي الفاصل المشترك فالسطحان متفاصلان علي قوايم بالمصادرة وذلك ما اردنا ان نبين ✲

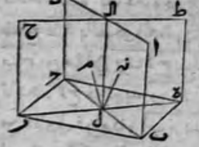
وآقول

وآقول كل عمود يخرج علي الفصل المشترك بين كل سطحين متفاصلين علي قوايم في احدهما وهو عمود علي الآخر ✲ ليكن آب عمودا علي حد الفصل المشترك بين السطحين المفروضين وهو في احدهما ونخرج من نقطة ب علي حد عمود ب ه في السطح الآخر المفاصلين فاب عمود علي ب ه بالمصادرة وكان عمودا علي حد فاب عمود علي كل واحد من خطي ب ه حد وقد وقع علي فصلهما المشترك فهو عمود علي السطح الآخر بالشكل الرابع وايضا ب ه عمود علي كل من خطي آب حد وقد وقع علي فصلهما المشترك فب ه علي السطح الذي فيه مجموع آب من السطحين المتفاصلين ✲



بط

كل سطحين متفاصلين يفصل كل منهما سطحا مفروضا علي قوايم ففصلهما المشترك عمود علي السطح المفروض ✲



لينفصل كل واحد من سطحي آب حد ه ر ح ط المتفاصلين سطحا مفروضا علي قوايم والفصل المشترك بين سطحي آ ح ه ح خط مستقيم بالشكل الثالث وليكن هو خط الل فاقول ان خط الل عمود علي السطح المفروض برهانه فلان الفصل المشترك بين سطحين متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن الفصل الشترك بين سطحي آ ح والمفروض خط ب ل ح وبين سطحي ه ح والمفروض خط ه ل ر فخط الل لو لم يكن عمود علي السطح المفروض فليخرج من نقطة ل الكاينة في السطح المفروض عمود ل م علي خط ه ر في سطح ه ح وعمود ل نه علي خط ب ح في سطح آ ح بالشكل الحادي عشر من الاولي فكل واحد من عمود ل م ل نه علي السطح المفروض بالشكل المتقدم بل وبالشكل الرابع فقد قام علي السطح المفروض عمودا ل م ل نه وقد خرجا من نقطة واحدة وقد بينا استحالة ذلك في الشكل الثالث عشر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ك

كل زاوية مجسمة يحيط بها ثلث زوايا مسطحة

فكل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة ✲

ليكن الزوايا الثلث المحيطة بالزاوية المجسمة زوايا آبح آبد حبد فاقول ان كل ثنتين من هذه الزوايا الثلث معا اعظم من الثالثة برهانه فان كانت الزوايا الثلث متساوية فالحكم ثابت لان كل مقدارين من اي ثلثة مقادير متساوية اعظم من المقدار الثالث وان كانت مختلفة فليكن زاوية آبد اعظمها فنرسم علي نقطة ب من خط آب زاوية آبه مساوية لزاوية آبح بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونرسم علي ضلعي آب بد نقطي ط ك كيف اتفقتا ونصل بينهما بخط مستقيم فيجتاز بنقطة ح خط بـه فينفصل منه خط بح ونفصل بر من بح مثل بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي ط ك بخط مستقيم فلان زاويتي طبر طبح من مثلثي طبر طبح متساويتان وضلع بر مثل ضلع بح وضلع بط مشترك فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة طر كقاعدة طح وضلعا طر رك معا من مثلث طرك اعظم من ضلع طك بالشكل العشرين من الاولي فر ك اعظم من ك ح وضلع بر كضلع بح من مثلثي رب ك ح ب ك وضلع ب ك مشترك بينهما وقاعدة ر ك اعظم من قاعدة ك ح فزاوية رب ك اعظم من زاوية ح ب ك بالشكل الرابع والعشرين من الاولي فزاويتا آب ح دب ح معا اعظم من زاوية آبد وكذلك تبين في البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ✲



كل زاوية مجسمة فان مجموع الزوايا المسطحة المحيطة بها كم كانت فانها اصغر من اربع زوايا قوايم ✲

ليكن الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية ب المجسمة هي زوايا ه بر ه بح ر بد فاقول انها اصغر من اربع قوايم برهانه نصل بين نقط ه ر ح بخطوط مستقيمة فهي كاينة في سطوح الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية ب المجسمة بالشكل الاول فيحدث من تلك الخطوط مثلث ه ر ح ونرسم فيه نقطة ط كيف ماوقعت ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط ه ر ح بخط مستقيم فبالشكل المتقدم زاويتا ب ه ر ب ه ح معا اعظم من زاوية ر ه ح المساوية لزاويتي ر ه ط ح ه ط وزاويتا ب ر ح ب ر ه معا اعظم من زاوية ه ر ح



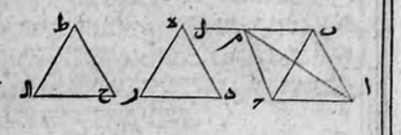
ه ر ح المساوية لزاويتي ه ر ط ح ر ط وزاويتا ب ح ر ب ح ه معا اعظم من زاوية ر ح ه المساوية لزاويتي ر ح ط ه ح ط ولان كل مثلث فان زاواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ب ه ر ب ه ح ب ر ح يعدل ست قوايم ولذلك الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ط ه ر ط ه ح ط ر ح لكن الزوايا الست التي هي زوايا ب ه ر ب ه ح ب ر ه ب ر ح ب ح ه ب ح ر من الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ب ه ر ب ح ه ب ر ح كانت اعظم من الزوايا الست التي هي زوايا ر ه ط ح ه ط ه ر ط ح ر ط ر ح ط ه ح ط من الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ط ه ر ط ه ح ط ر ح فالزوايا الثلث التي هي زوايا ه ب ر ه ب ح ر ب ح الباقية من التسع الاولي اصغر من الزوايا الثلث التي هي زوايا ه ط ر ه ط ح ر ط ح الباقية من التسع الثانية التي هي كاربع قوايم باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولي فالزوايا الثلث التي هي زوايا ه ب ر ه ب ح ر ب ح اصغر من اربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين ✲ واعلم انا لو لم نفرض نقطة ط ولا الخطوط الخارجة اليه لامكن البيان وذلك لان الزوايا الست التي عند نقط ه ر ح من مثلثات ب ه ر ب ه ح ب ر ح لما كانت اعظم من الزوايا الثلث من مثلث ه ر ح بالشكل المتقدم المساوية لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي يكون الزوايا الباقية التي هي زوايا ه ب ر ه ب ح ر ب ح اصغر من اربع قوايم وبمثله تبين لوكانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة اكثر من الثلث ✲



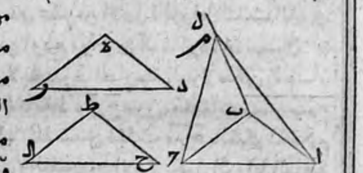
كل ثلث زوايا مسطحة يكون مجموع كل ثنتين منها اعظم من الثالثة وكانت الاضلاع المحيطة بتلك الزوايا متساوية فلان لنا ان نرسم من اوتار تلك الزوايا مثلثا ✲

فليكن الزوايا الثلث التي اضلاعها متساوية هي زوايا آب ح د ه ر ح ط واوتارها خطوط آح د ر ح ك فاقول ان لنا ان نرسم مثلثات ثلث خطوط متساوية لاوتار آح د ر ح ك برهانه فلان الزوايا الثلث اما ان تكون متساوية او ثنتان منها متساويتان فقط او كانت مختلفة اما ان كانت الزوايا كلها متساوية فنرسم علي نقطة ب من ضلع آب زاوية ح ب ل كزاوية

دهر بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونفصل من ضلع بل بم مساويا لضلع بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة م وبين كل واحدة من نقطتي آح بخط مستقيم

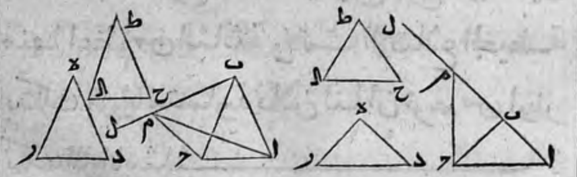


فلان ضلعي بح بم وزاوية حبم من مثلث حبم مساوية لضلعي ده در وزاوية دهر من مثلث دهر كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون وتر حم كوتر در ووترا حآ حم معا اعظم من وتر آم بالشكل العشرين من الاولي ولان زاوية آبم المساوية لزاويتي آبح دهر اللتين هما اعظم من زاوية حطآ وضلعا آب بم كضلعي حط طآ فبالشكل الرابع والعشرين من الاولي يكون وتر آم اعظم من وتر حآ وكان وترا حآ حم المساويان لوتري آح در معا اعظم من وتر آم فوترا حآ در معا اعظم من وتر حآ فيمكن ان نرسم مثلثا من ثلث خطوط مساوية لاوتار آح در حآ الثلثة بالشكل الثاني والعشرين من الاولي



ولوتر آم اختلاف وقوع فان كانت الزوايا كلها حواد يقع بين ضلعي آب آح وان كانت منفرجات يقع خارجا من ضلعي آب آح وهذه صورته ✲

وآما آن كانت ثنتان من الزوايا الثلث متساويتين فقط سوا كانتا حادتين او قايمتين او منفرجتين والباقية اما اصغر من كل واحدة منهما

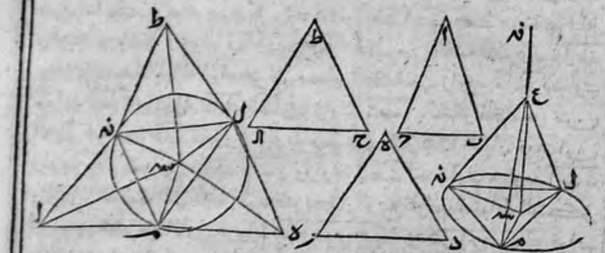


او اعظم من كل منهما بشرط ان يكون اصغر منهما معا فنبين المطلوب بمثل ما بيناه في الشكل المتقدم ويكون لوتر آم اختلاف وقوع فانه يقع بين ضلعي آب آح ان كانت المساويتان

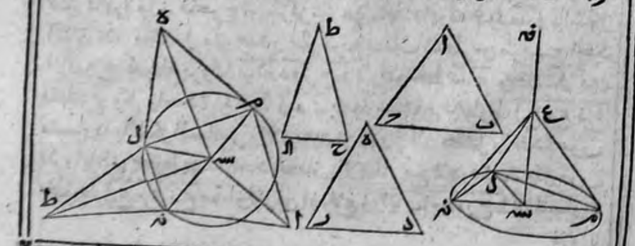
المتساويتان حادتين وينطبق علي ضلع آب ان كانتا قايمتين ويقع خارجا عنهما ان كانتا منفرجتين وهذه صورته ✲

وآما آن كانت الزوايا الثلث مختلفة بان كانت حواد او منفرجات او ثنتان حادتين والاخري منفرجة او قايمة او واحدة حادة والباقيتان منفرجتين او احدي الباقيتين منفرجة والاخري قايمة او ثنتان منفرجتين والباقية قايمة فهذه سبعه اقسام والبيان علي الطريقه القسم الاول وتشكيله ظاهر ✲

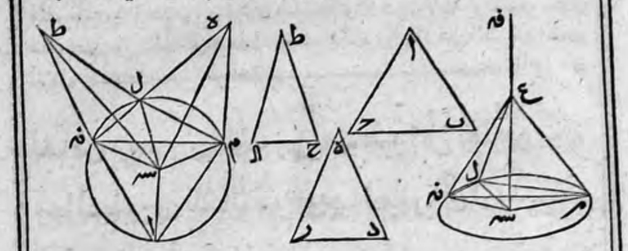
لنا ان نرسم من ثلث زوايا مسطحة كل ثنتين منهما معا اعظم من الثالثة ومجموعها اصغر من اربع قوايم زاوية مجسمة ✲



ولتكن الزوايا الثلث هي زوايا بآ ده رحطآ ولنجعل الخطوط المحيطة بها متساوية بالشكل الثالث من الاولي ونصل اوتار بح در حآ ونرسم منها مثلث لم نه بالشكل المتقدم ولتكن م نه يساوي بح وم ل يساوي در ول نه حآ ونرسم علي مثلث لم نه دايرة لم نه بالشكل الخامس من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة سه فهي اما



داخل المثلث ان كانت زواياه حواد اوعلي احد اضلاعه ان كانت
واحده من زواياه قايمة اوخارجة عنه ان كانت منفرجة بالشكل
الثلثين من الثالثة ونصل بين نقطة سه وكل واحدة من نقط لم نه بخط
مستقيم ويركب وتر ب ح علي ضلع م نه ودر علي م ل وح ا علي ل نه بحيث



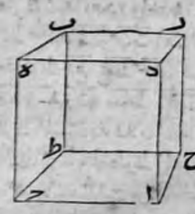
ينطبق سطوح الزوايا المذكورة علي سطح دايرة لم نه في خلاف جهة
مركزها ويصل بينه وبين كل واحدة من نقط آ ه ط بخط مستقيم فكل
واحد من اضلاع زوايا ب آ ده ر ح ط ا اعظم من نصف قطر دايرة لم نه
والا لكان مساويا له اواصغر فان مساويا كانت زاوية م آسه تساوي
زاوية م سدا وزاوية نه آسه تساوي زاوية نه سدا بالشكل الخامس من
الاولي فزاوية م آنه تساوي زاوية م سه نه ويمثل هذا البيان تبين ان
زاوية م ول تساوي زاوية م سدل وزاوية ل ط نه تساوي زاوية ل سه نه
والزوايا الثلث التي عند المركز يعدل اربع قوايم باستبانة الشكل
الخامس عشر من الاولي فزوايا ب آ ده ر ح ط ا يعدل اربع قوايم
والمفروض انها اقل منها هذا خلف وان كان اصغر يلزم ان تكون زاوية
م آسه اعظم من زاوية م سدا وزاوية نه آسه اعظم من زاوية نه سدا بالشكل
الثامن عشر من الاولي فزاوية م آنه اعظم من زاوية م سه نه ولذلك تبين ان
زاوية م ول اعظم من زاوية م سدل وزاوية ل ط نه اعظم من زاوية ل سه نه
فتكون زوايا ب آ ده ر ح ط ا اعظم من اربع قوايم وفرضت انها اقل
منها هذا خلف فكل من اضلاع زوايا ب آ ده ر ح ط ا اعظم من نصف
قطر دايرة م ل نه فنخرج من مركز سه علي سطح دايرته عمود سه ف بالشكل
الثاني عشر ونفصل منه حدر تمام مربع نصف القطر من مربع احد
الاضلاع المحيطة بزوايا ب آ ده ر ح ط ا وهو خط سه ع ونصل بين
نقطة ع وكل واحدة من نقط ل م نه بخط مستقيم فخطوط ل ع م ع نه ع
متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاولي لان كل واحدة من
الزوايا التي يحيط بها احد انصاف الاقطار مع العمود قايمة وكل من
خطوط ل ع م ع نه ع مساو لكل من اضلاع زوايا ب آ ده ر ح ط ا المتساوية
فزوايا

فزوايا م ع نه م ع ل نه ع ل تساوي زوايا ب آ ده ر ح ط ا كل واحدة
لنظيرها بالشكل الثامن من الاولي فقد رسمنا بزاوية مجسمة من ثلث
زوايا مسطحة كل ثنتين منها اعظم من الباقية ومجموعها اقل من اربع
قوايم وذلك ما اردنا ان نبين ❊ واستبان منه ان مجموع كل الزاويتين
المتجاورتين الكايئتين فوق قاعدتين من قواعد ثلث زوايا كل ثنتين
منها اعظم من الثالثة ومجموعها اقل من اربع قوايم اعظم من كل واحدة
من زوايا مثلث معمول من القواعد المذكورة ❊

كد

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية فان كل سطحين متقابلين منها متساويان متوازيا الاضلاع

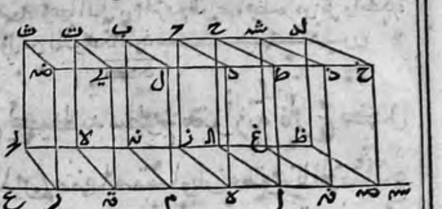
ليكن مجسم آ ب يحيط به سطوح آ ر ط ا ط ه ر ا ه ر ح ب وآ ر يوازي ه ط
وا ط ه ر وا ه ح ب فكل متقابلين منها
متساويان ومتوازيا الاضلاع برهانه
فلان كل واحد من سطحي آ ه ح ب فصل
بسطحي آ ر ه ط وبسطحي ا ط ه ر فخط ح ر
يوازي ط ب و ر ب يوازي ح ط وا ح د ه وا د
ح ه بالشكل السادس عشر فكل منها متوازي
الاضلاع ويمثله تبين في بواقي السطوح ولان
ح ر ح ط يوازيان آ ح ا د كل لنظيره ويحيطان
بزاوية ر ح ط ح ا د ولبست الاضلاع المحيطة بهما في سطح واحد فهما
متساويتان بالشكل العاشر وضلع ح ط يساوي ضلع ا د و ح ر يوازي آ ح
بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطحا آ ح ب المتقابلان متساويان
وهكذا تبين تساوي ساير المتقابلين السطوح المحيطة بالمجسم وذلك ما
اردنا ان نبين ❊ واستبان منه ان كل متقابلين مما ذكرناه متشابهين ❊



كه

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فان كل سطح يفصله موازيا لسطحين متقابلين منها فانه يفصله الي مجسمين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة قاعدتيهما

ليكن مجسم آب المحيط به سطوح الحط آم نه الطل ب ح آم ل ط الله ب ح ب ل م نه الستة المتوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فصل بسطح ورد موازيا لسطحي اح م ب الي مجسمي آح ب ه فاقول ان نسبتهما كنسبة قاعدتي آد ه ل برهانه فنخرج خطوط آم ط ل الله ح ب في جهتيها علي استقامتها الي نقط سه ع خ ضه ظ لح لد ث ونفصل من خطي آسه طخ امثالا لخطي آه ط د كم شبنا بعده واحده وهي خطوط آم فمسه ظ ذ نخ ومن خطي وع دضه امثالا لخطي وم

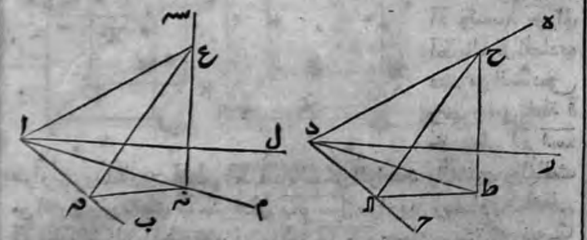


دل كم شبنا بعدة واحدة وهي خطوط م قه قمر ل نے ضه ومن خطوط الط ح لد مح ب ث امثالا لخطوط الزح ح زنه ب خ بعدة نظايرها وهي خطوط الزغ غظ ح شه شه لد نه لا لاح ب ت ت ث ا وتخرج خطوط صه ح فرد قمے رضه صه ظ فرغ قه لا رلح خ لد ذشه نے ت ضه ث ظ لد غ شه لات لحت المستقيمة فلان اضلاع السطوح المحيطة بمجسم آب متوازية فالنظاير من الخطوط المخرجة متوازية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وجميع المتقابلين من السطوح المحيطة بمجسمات صه شه فرح آح وب مث قرث الحادثة متساويين بالشكل المتقدم والسطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي خطوط صه قه فرا آه المتساوية الواقعة بين خطي صه رظ لح وبين خطي صه رخ ضه متساوية بالشكل السادس والثلثين من الاولي ولذلك الكاينة علي خطوط دم م قه قمر المتساوية الواقعة بين خطي صه رظ لح وبين خطي صه رخ ضه متساوية بالشكل المذكور فكل من مجسمين صه شه فرح يساوي مجسم آح وكل من مجسمي قرث م ت يساوي مجسم وب كل من سطحي صه د فرط يساوي سطح آد وكل من سطحي قرضه م نے يساوي سطح دل فالمجسمات التي يشتمل عليها مجسم صه ح اضعاف لمجسم آح بعدة ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي يشتمل عليه سطح صه د اضعاف لسطح آد بتلك العده والمجسمات التي يشتمل عليها مجسم وت اضعاف لمجسم وب بعدة ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي يشتمل عليها سطح وضه بتلك العدة فمجسما آح وب وقاعدتا آد دل اربعة مقادير اي اضعاف اخذ للاول والثالث منها متساوية العدة وللثاني والرابع كذلك وكان ان كانت اضعاف الاول مساوية لاضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث مساوية لاضعاف الرابع وان كانت زايدة كانت

زايدة وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مجسم آح الي مجسم وب كنسبة قاعدة آح الي قاعدة وب بما نبين في المصادرة من المقالة الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كو
لنا ان نرسم علي نقطة معلومة من خط معلوم زاوية مجسمة مثل زاوية مجسمة مفروضة ❊

لتكن النقطة آ والخط آب والزاوية المجسمة المفروضة زاوية يحيط بها زوايا حدر حده رده المسطحات ولنرسم علي خطي ده دح نقطتي ح ا كيف ما اتفق ونخرج من نقطة ح علي سطح زاوية حدر عمود ح ط بالشكل الحادي عشر ونصل دط اط اح بخطوط مستقيمة ونرسم علي



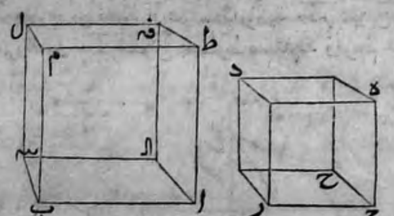
نقطة آ من خط آب زاويتي بال بام مثل زاويتي حدر حدط بالشكل الثالث والعشرون من الاولي ونفصل من خطي آب ام خطي آه آنه مساويين لخطي دا دط بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة نه عمود نسه علي سطح زاوية بال بالشكل الثاني عشر ونفصل منه نرع مساويا لعمود ح ط بالشكل الثالث من الاولي ونصل خطوط فنه فرع اع المستقيمة فلان ضلعي آه آنه وزاوية فآنه من مثلث آفنه يساوي ضلعي دا دط وزاوية الدط من مثلث دال ط فقاعدة فنه كقاعدة اط بالشكل الرابع من الاولي ونرع مثل طح وزاويتا فنرع اطح قايمتان فقاعدة فرع كقاعدة آح بالشكل الرابع من الاولي وضلعا نه آ نرع كضلعي طد طح وكل من زاويتي انرع دطح قايمة فقاعدة اع كقاعدة دح بالشكل الرابع من الاولي فاضلاع مثلث فرآع كاضلاع مثلث الدح كل لنظيره فزاوية فآع كزاوية الدح بالشكل الثامن من الاولي وبمثل ما بينا تبين ان زاوية ع ال كزاوية هدر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود ح ط يمكن ان يقع فيما بين خطي

دح دس او علي نقطة من احدهما او خارجا عنهما وان كل هد عمودا علي خطي حد زه فلا يحتاج الي اخرج عمود والبيان في الكل ظاهر ✲

لنا ان نعمل علي خط مفروض مجسما شبيها بمجسم مفروض متوازي السطوح ✲

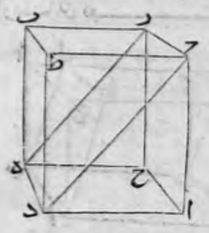
فليكن الخط المفروض آب والمجسم المفروض مجسم حد فنرسم علي نقطة آ من خط آب زاوية مجسمة كزاوية ح المجسمة بالشكل المتقدم وليكن زاوية طآب كزاوية هحر وزاوية طآك كزاوية هحر وزاوية بآك كزاوية رحح ولنجعل نسبة حر الي آب كنسبة حح الي آك وكنسبة حه الي آط بالشكل الحادي عشر من السادس ونخرج من نقطة ك خطي كم كس



موازيين ومساويين لخطي آط آب بالشكل الواحد والثلثين والثالث من الاولي ومن نقطتي ب س خطي بم سل موازيين ومساويين لخطي كم آط بالشكلين المذكورين ونصل فل طم بخطين مستقيمين فهما موازيان ومساويان لخطي بآ كس ونصل فط لم بس بخطوط مستقيمة فهما متوازية ومساوية لخط آك بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فالزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بمجسم آك متساوية بالشكل العاشر وكل سطحين متقابلين منها متوازية بالشكل الخامس عشر فمجسم آك شبيه بمجسم حد لان الزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بهما متساوية والخطوط المحيطة بها متناسبة علي التناظر وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل مجسم متوازي السطوح المتوازية الاضلاع يفصله سطح مارا بقطري سطحين متوازيين من السطوح المحيطة به فانه ينصفه الي منشورين ✲

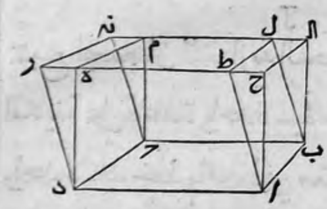
ليكن مجسم آب فصل سطح حه المار بقطر حد فاقول ان السطح الفاصل يفصله الي منشورين برهانه فلان سطوح آرآه آط يساوي السطوح المقابلة لها بالشكل الرابع والعشرين وكلا من مثلثي آحد حطه ومثلثي ح ره رب ه المتساويين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي يساويان نظيرتهما بالشكل الثامن من الاولي وسطح حه مشترك بين منشوري حداح حدطب فهما متساويان وقد بان ان كل منشور يتم مجسما متوازي السطوح المحيطة به المتوازية الاضلاع وذلك المنشور نصفه وذلك ما اردنا ان نبين ✲



آط

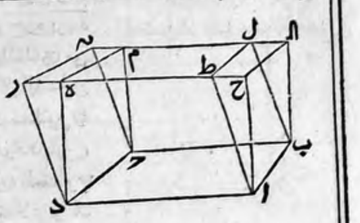
كل المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وعلي خط واحد وبارتفاع واحد فهي متساوية ✲

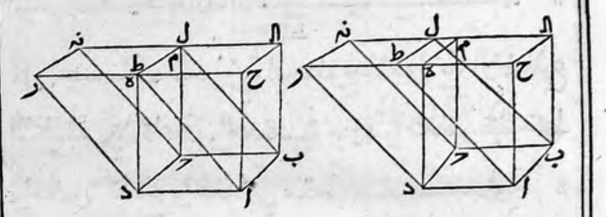
ليكن مجسما بهـ بر كاينين علي قاعدة آب حد فيما بين خطي حر انه وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان برهانه فلان كلا من خطي حه طر وخطي لم لنه يساويان خطي آد بح المتساويين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل من خطي حه طر لم لنه متساويان فاذا القينا طه ولم المشترك بين كل منهما يبقي حط مساويا لهر ولل لمن وخطوط آح آط وب ل وبل يساوي خطوط دهـ در حم حنه كل لنظيره بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمثلثا آحط آبل يساويان مثلثي دهر حم نه بالشكل الثامن من الاولي ولان سطحي حم طنه يساويان سطح بد بالشكل الرابع والعشرين فهما متساويان فاذا القينا طم منهما بقي حل مساويا لهن وسطحي بح بط يساويان سطحي حه حر كل لنظيره بالشكل الرابع والعشرين فالسطوح والمثلثات المحيطة بمنشور بط يساوي السطوح والمثلثات المحيطة بمنشور حر علي التناظر فهما متساويان



فاذا اضفنا منحرف بهـ الي منشور بط حصل مجسم بهـ واذا اضفناه الي منشور حر حصل مجسم بر فمجسما بهـ بر متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✡

ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان احد الاضلاع من احد السطحين المقابلين للقاعده امّا ان يقع بين الضلعين من السطح الاخر او خارجا عنهما او منطبقا علي احدهما وهذه صورته ✡

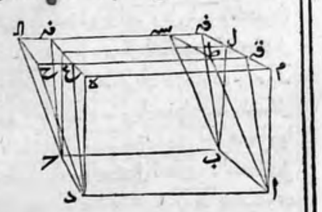




ل

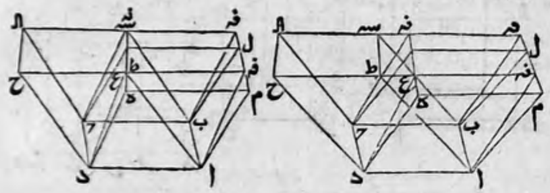
جميع المجسمان المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وبارتفاع واحد لا علي خط واحد فهي متساوية ✡

لبكن مجسما بهـ بح كاينين علي قاعدة اب حد بارتفاع واحد لا علي خط واحد والسطوح المقابلة لقاعدة اب حد من احدهما لهـ ومن الاخر سح فاقول انهما متساويان برهانه نخرج سح ط دع مل علي استقامتهما في جهات سه ط ل ع الي نقط فه قه نه فيتقاطع خطا سه مل فليتقاطع علي نقطتي نه قه ونصل اقه بفه دع نه المستقيمة فيحدث مجسم سطحه المقابل لقاعده اح سطح فرع وهو مجسم



مجسم بع فهو مع كل واحد من مجسمي بهـ بح علي قاعدة واحدة وخط واحد فكل منهما يساويه بالشكل المتقدم فمجسمات بهـ بح متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✡

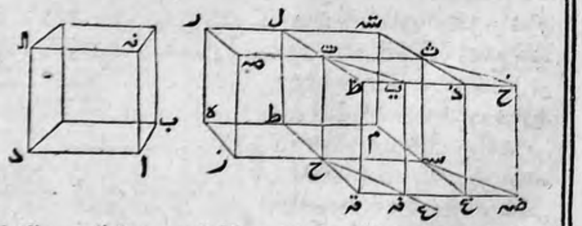
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط بسه يمكن ان يقع بين نقطتي نه فه او خارجا عنهما او علي احدهما فهذه صورته ✡



لا

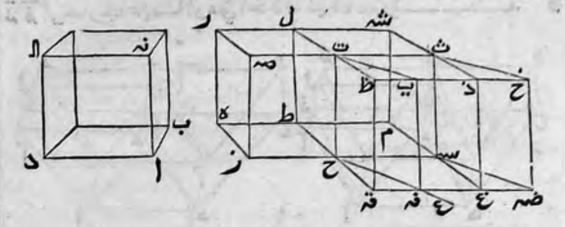
كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع كاينين علي قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد والخطوط المرتفعه من نقط زوايا القاعدتين الي نقط زوايا السطحين المقابلين لهما واقعه عليهما علي قوايم فهما متساويان ✡

لبكن مجسما بآ زل كاينين علي قاعدتي اب حد هزح ط المتساويتين وخطوط انه اهـ طل حت واقعه علي القاعدتين علي زوايا قوايم فاقول انهما متساويان برهانه نخرج ضلع نزح في جهة ح علي استقامته الي



غير النهايه ونفصل حسه مساويا لضلع آد بالشكل الثالث من الاولي

ونرسم علي نقطة ح من خط ح سه زاوية سه ح ع كزاوية ب آد بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونفصل من ح ع ح ف مساويا لضلع آب بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة سه خط سه ض مواز يا لضلع ح ع بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منه سه ض مساويا



لضلع ح ف بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ف ض بخط مستقيم فضلع ف ض كضلع ح سه ويوازيه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيكون زاوية ح ف ض مساوية لزاوية آب ح وزاوية ح سه ض لزاوية آ ح د وزاوية سه ض ف لزاوية د ح ب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح آ ح كسطح ف سه بالانطباق ونخرج ص ت في جهة ت علي استقامته الي غير النهاية ونفصل ت ث مساويا لضلع ح سه بالشكل الثالث من الاولي وتصل بين نقطتي س ت بخط مستقيم فهو مواز ومساو لضلع ت ح بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان زاوية ت ح ر قايمة فزاوية ت ح سه قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وكل واحده من زوايا سطح ح ث قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فالاضلاع والزوايا المتناظره من سطحي آ ح ث متساوية فهما متساويا بالانطباق ونخرج من نقطتي ت ث خطي ت ے ث خ موازيين لضلعي ح ف سه ض كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخطا ت ے ث خ متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ونفصل ت ے مساويا لضلع ح ف وث خ لضلع سه ض بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين كل واحده من نقطتي ے خ ف ض ح بخط مستقيم فيكون ضلع ے خ موازيا ومساويا لكل من ضلعي ف ض ت ث وضلع ف ے مساويا لكل من ضلعي ت ح خ ض وضلع خ ض سث بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان ت ح عمود علي كل من خطي ح ر ح ط فهو عمود علي سطح قاعده ف سه بالشكل الرابع فزاوية ت ح ف قايمة فكل من سايرزوايا سطح ت ف قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وكل من زوايا سطح ب نه قايمة بالشكل التاسع والعشرين وضلعا آنه آب كضلعي ت ح ف فسايرالاضلاع والزوايا المتناظره من سطحي ب نه ت ف متساوية فسطح ب نه كسطح ت ف بالانطباق وكل سطحين متقابلين

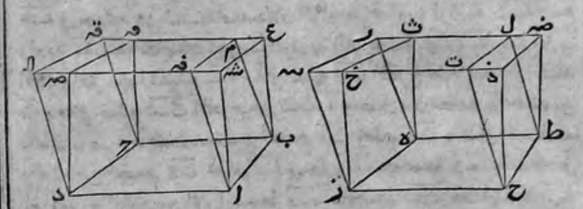
متقابلين من السطوح المتوازية المتوازية الاضلاع المحيطه بالمجسم متساوية بالشكل الرابع والعشرين فالسطوح المحيطة بمجسم ف ث علي قاعدة السطوح المحيطة بمجسم ب آ فمجسما ب آ ف ث متساويان ونخرج كل واحد من ضلعي ط ل علي استقامتهما في جهة ل ونفصل ل ش كضلع ت ث وط م كضلع ح سه بالشكل الثالث من الاولي ونصل م سه م ش ش ث بخطوط مستقيمة فيكون ضلع م ش مواز يا ومساويا لكل من ضلعي ط ل س ث وضلع م سه كضلع ط ح وضلع ش ث كضلعي م سه ت ل بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فالسطوح المقابلة المحيطة بمجسم ح ش متوازي لتوازي اضلاعها ونخرج ضلعي ط ح م سه في جهة ح علي استقامتهما الي غير النهاية ونخرج ف ض في جهتيه علي استقامته فلان الزاوية المجاورة لزاوية ح ف ض مع زاوية ف ح ز كقايمتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها ضلع ف ح وضلع ط ح المخرج اقل من قايمتين فضلع ف ض يلاقي ضلع ط ح المخرج فليلاقيه علي نقطة ق وبمثله تبين انه يلاقي ضلع م سه المخرج فليلاقيه علي نقطة غ ونخرج كل واحد من ضلعي ل ت ش ث علي استقامته في جهة ت الي غير النهاية ونخرج ضلع خ ے في جهتيه علي استقامته فلان الزاوية المجاورة لزاوية ت ے خ مع زاوية ے ت ص كقايمتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها ت ے وضلع ل ت المخرج اقل منهما فضلع ے خ يلاقي ضلع ل ت المخرج فليلاقيه علي نقطة ظ ويلاقي ضلع ش ث المخرج علي نقطة ذ ونصل بين كل واحده من نقطتي ق ظ غ ذ بخط مستقيم ف ث مجسم ف ث بالشكل التاسع والعشرين فمجسم ف ث مجسم ب آ وسطح ف سه كسطح ف سه بالشكل الخامس والثلثين من الاولي فسطح ف سه كسطح ب د وكان سطح ز ط كسطح ب د فسطح ف سه كسطح ز ط فلان نسبة مجسم ز ل الي مجسم ح ش كنسبة قاعدة ز ط الي قاعدة ح م بالشكل الخامس والعشرين ونسبة قاعدة ف سه الي قاعدة ح م كنسبة قاعدة ز ط الي قاعدة ح م بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مجسم ز ل الي مجسم ح ش كنسبة قاعدة ف سه الي قاعدة ح م بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ف ث الي مجسم ح ش كنسبة قاعدة ف سه الي قاعدة ح م بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم ز ل الي مجسم ح ش كنسبة مجسم ف ث الي مجسم ح ش بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم م ل مجسم ف ث وكان مجسم ب آ مجسم ف ث فمجسم م ل مجسم ب آ وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ولمجسم ف ث مع مجسم ف ث احتلاف وقوع فان ضلع ت ے يمكن ان يقع بين نقطتي ظ ذ ويمكن ان يقع خارجا عنهما ويمكن ان يقع علي نقطة ذ وتختار بها حسب ما ذكرناه في الشكل التاسع والعشرين ❁

لب

جميع المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قواعد متساوية وبارتفاع واحد ليست الخطوط المرتفعه من نقط زوايا قواعدها الي نقط زوايا السطوح المتقابلة لها قوايم علي قواعدها فهي متساويـــــــــة ✲

لبكن مجسما بالـ زل كاينين علي قاعدتي آب حد وزح ط وارتفاعهما واحد ولبست خطوط آنه دالـ هر طل ومقابلاتها امحدة علي قاعدتي بد زط فاقول انهما متساويان فنخرج من نقط قاعدتي بد رط امحدة اشه بع حفه دصه وث نزخ حذ طضه علي قاعدتي بد زط الي ان ينتهي الي سطحي



م الـ سل بنقط شه ع فه صه خ ث ذ ضه بالشكل الثاني عشر فالامحدة متوازية بالشكل السادس ونصل بين نهايات الامحدة بخطوط مستقيمة فيحدث مجسما بصه نزضه فالسطوح الحادثة من السطوح المحيطة بهما متوازية الاضلاع بالشكل السادس عشر فكل متقابلين من السطوح المحيطة بهما متوازية لتوازي اضلاعها فمجسما بصه زضه متساويان بالشكل المتقدم ولان كلاً من مجسمي بصه بالـ رل زضه متوازيي السطوح كاينين علي قاعدة واحدة وبارتفاع واحد اما علي خط واحد اوليس علي خط واحد حسب ما يقتضيه وضع الشكل فهما متساويان باحد شكلي التاسع والعشرين والثلثين فمجسم بالـ يساوي مجسم بصه وكان مجسم بصه مساويا لمجسم زضه فمجسم بالـ يساوي مجسم زضه وكان مجسم نزل مساويا لمجسم زضه فمجسم بالـ مساو لمجسم نزل وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ✲

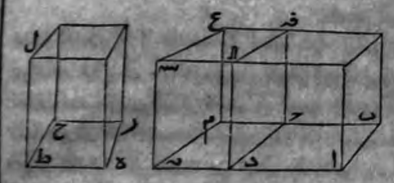
ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع بع يمكن ان يقع بين ضلعي ندم الفه او ينطبق علي احدهما ويقع خارجا عنهما ولذلك في ضلع نزخ ✲

لج

كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع متساويي الارتفاعين فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبه قاعدته الي قاعدة الآخـــــــر ✲

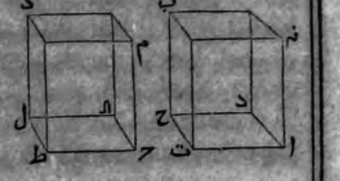
لبكن مجسما بالـ رل متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع علي قاعدتي آب حد ومرح ط وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان فنعمل علي خط حد سطح حدم نه كقاعدة رط بحيث يكون خطا دنه حم علي استقامة خطي اد ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ونخرج من نقطتي م نه خطي نسه مع موازيين لضلعي دالـ حفه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منهما نسه مع مساويين لضلعتي دالـ حفه بالشكل الثالث من الاولي ونصل السه فرع بخطين مستقيمين فيحصل



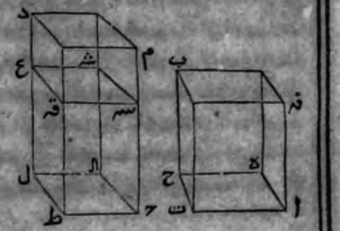
مجسم حسه ارتفاعه كارتفاع مجسم بالـ وكان ارتفاع مجسم رل كارتفاع مجسم بالـ فارتفاع مجسم حسه كارتفاع مجسم رل فمجسما حسه رل متوازيا السطوح المتوازية الاضلاع وبارتفاع واحد فهما متساويان باحد شكلي الاحد والثلثين والثاني والثلثين ونسبة مجسم بالـ الي مجسم رل كنسبة مجسم بالـ الي مجسم حسه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه كنسبة مجسم بالـ الي مجسم حسه بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم بالـ الي مجسم رل كنسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة بد الي قاعدة رط كنسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مجسم بالـ الي مجسم رل كنسبة قاعدة بد الي قاعدة رط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبـــين ✲

لد

كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع خطوط سمكهما المرتفعه من نقط زوايا قاعدتيهما اعمدة عليهما فان كان متساويين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا متساويين ✲



لیکن مجسما آب حد متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع وقاعدتاهما ا ت ح ك ل ط وارتفاعاهما انه حم فاقول ان كان مجسما آب حد متساويين كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع انه وبالعكس برهانه فلان انه حم اما متساويان او غير متساويين فان كانا متساويين كانت نسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل بالشكل المتقدم فان كان المجسمان متساويين فالقاعدتان متساويان فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي انه بالتكافوء وان كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي انه بالتكافوء فالقاعدتان متساويتان لتساوي الارتفاعين ونسبة القاعدتين كنسبة المجسمين بالشكل المتقدم فالمجسمان متساويان ✲ وان كان الارتفاعان مختلفين وليكن الاطول حم فنفصل كل واحد من خطوط حس ط ق ل ع اس مساويا لخط انه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نهاياتها بخطوط مستقيمة فيحصل مجسم حع فاضلاعه المحاذية متوازية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح سرع يوازي سطح حل لتوازي



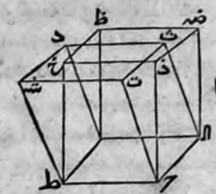
اضلاعهما فمجسم حع متوازي السطوح المتوازية الاضلاع فمجسما آب حد

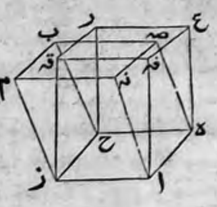
آب حد ان كانا متساويين جعلنا سطحي طم ط س قاعدتين لمجسمي حد حع صارا بارتفاع واحد فلان نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة مجسم آب الي مجسم حع بالشكل المتقدم ونسبة مجسم حد الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س ونسبة حم الي حس كنسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س بالشكل الاول من السادسة فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي حس بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة حم الي انه كنسبة حم الي حس بالشكل السابع من الخامسة فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع انه بالتكافوء بالشكل الحادي عشر من الخامسة وان كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع انه فلان نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل بالشكل المتقدم وكانت نسبة حم الي انه كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة حم الي انه ونسبة حم الي حس كنسبة حم الي انه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة حم الي حس ونسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س كنسبة حم الي حس بالشكل الاول من السادسة فنسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم حد الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة ط س بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة مجسم حد الي مجسم حع فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم حد يساوي مجسم آب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لد

كل مجسمين متوازيين والمتوازية الاضلاع خطوط سمكهما المرتفعه من نقط زوايا قاعدتيهما ليست اعمدة عليهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا متساويين ✲

ليكن مجسما آب حد علي قاعدتي آح مز حط ل والسطحان المتقابلان المتقابلان لهما نم بصه ت شدث ولبست الخطوط المستقيمة المرتفعه من نقط زوايا قاعدتي آب حد الي سطحي نب ت د اعمدة علي القاعدتين فاقول انهما متساويان برهانه نخرج من نقط زوايا القاعدتين آقه ع ح مز مزقه حذ طخ لظ اضه





علي هما الي ان ينتهي الي سطحي نب ت د بالشكل الثاني عشر

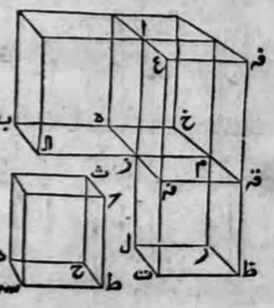
ونصل بين كل واحد من نقطي فرع ع ررقه قه دخ خظ ظضه ضذ بخط مستقيم فكل من الاعمدة ارتفاع مجسمة فمجسم آب لمجسم آر ومجسم حد لمجسم حط بالشكل الثاني والثلثين فان كان مجسم آر لمجسم حظ كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حذ الي ارتفاع آقه علي التكافوء وان كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حذ الي ارتفاع آقه علي التكافوء فمجسم آر لمجسم آظ بالشكل المتقدم وكلما كان مجسم آب لمجسم حد كان مجسم آر لمجسم حظ وكلما كان مجسم آر لمجسم حظ كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع مجسم حد الي ارتفاع مجسم آب فكلما كان مجسم آب لمجسم حد كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع مجسم حد الي ارتفاع مجسم آب علي التكافوء وبمثله تبين العكس فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لو

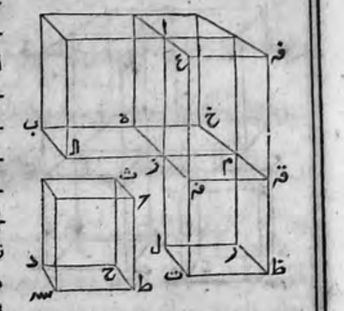
كل مجسمين متشابهين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع نسبة احدهما الي الآخر كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المتوازية الاضلاع السطوح المحيطة باحدهما الي نظيره من اضلاع السطوح المحيطة بالآخر مثلثة بالتكرير ✲

ليكن مجسم آب الذي تحيط به سطوح ازاز الزه ب وزا وما يقابلها يشبه مجسم حد الذي تحيط به سطوح حطسه سطح دحطحث وما يقابلها

يقابلها وتكون نسبة انز الي حط الطولين كنسبة زآ الي طسه العرضين وكنسبة هز الي حط السمكين فاقول ان نسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة ضلع آزا و آزا و هز الي نظيرها من اضلاع حط طسه طح مثلثة بالتكرير برهانه نخرج خطوط آز الزه زفي جهة ز علي استقامتها الي غير النهاية ونفصل زل مثل حط وزم مثل طسه وزن مثل طح بالشكل الثالث من الاولي فتكون نسبة آز الي زل والز الي زم وهز الي زن كنسبة انز الي حط والز الي سط وهز الي طح بالشكل السابع من الخامسة ونخرج من كل واحد من نقط لمن خطين مواز يين لمقابلهما بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وهي خطوط لت لر مق م رنه قه نت يتلاقي نت لت لانا اذا وصلنا لنه بخط مستقيم كانت زاويتا زنل زل نه اقل من قائمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فتكون زاويتا لنه نت لت المتقابلتين المساويتين لهما بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وبمثله تبين في البواقي ونتم مجسم لقه فلان زوايا لزم نه زم لزنه كزوايا انز الزه انزه التي هي كزوايا حطسه سطح حطح فزاوية لزم كزاوية حطسه وزاوية نه زم كزاوية سطح وزاوية لزنه كزاوية حطح ولان ضلعي زم زل والزاوية التي بينهما كضلعي سطط ح والزاوية التي بينهما وهي من سطوح متوازية الاضلاع فبالانطباق سطح لم كسطح حسه وبمثله تبين ان سطح نم كسطح طد وسطح لنه كسطح حح والسطوح المقابلة لها مساوية اياها بالشكل الرابع والعشرين فمجسم لقه لمجسم حد باحد شكلي الواحد والثلثين والثاني والثلثين ونخرج خطوط تنه قم ظقه ب ه علي استقامتها في جهات نم قه وتجعل نع قه كانز بالشكل الثالث من الاولي ونتم مجسمي ع م آخ علي قياس ما مر في مجسم لقه فلان نسبة مجسم آب الي مجسم آخ كنسبة سطح اده الي سطح هم ونسبة سطح اده الي سطح هم كنسبة خط انز الي خط نم فنسبة مجسم آب الي مجسم آخ كنسبة انز الي زم لكن نسبة خط انز الي خط زم كنسبه هز الي نزنه بالشكل الاول من السادسة فنسبة مجسم آب الي مجسم آخ كنسبة هز الي زنه بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مجسم آخ الي مجسم آقه كنسبة انز الي زم وكانت نسبة هز الي زنه كنسبة انز الي زم فنسبة مجسم آخ الي مجسم آقه كنسبة نزه الي زنه بالشكل الحادي عشر من



الخامسة وكانت نسبة مجسم آب الي مجسم آخ كنسبة زه الي زنه فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم آخ كنسبة مجسم آخ
الي مجسم آقه وبمثله تبين ان نسبة مجسم آقه الي مجسم قل كنسبة زه الي زنه
وكانت نسبة مجسم آخ الي مجسم آقه كنسبة زه الي زنه فنسبة مجسم آخ الي
مجسم آقه كنسبة مجسم آقه الي
مجسم قل بالشكل الحادي عشر من
الخامسة فنسبة مجسم آب الي
مجسم آخ كنسبة مجسم آخ الي
مجسم آقه وكنسبة مجسم آقه الي
مجسم قل فنسبة مجسم آب الي
مجسم قل كنسبة مجسم آب الي
مجسم آخ مثلثة بالتكرير لكن
نسبة مجسم آب الي مجسم حد
كنسبته الي مجسم قل بالشكل
السابع من الخامسة وكانت



نسبة مجسم آب الي مجسم آخ مثلثة بالتكرير كنسبة مجسم آب الي مجسم
حد فنسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة مجسم آب الي مجسم آخ مثلثة
بالتكرير ولان نسبة زه الي زنه كنسبة مجسم آب الي مجسم آخ فنسبة مزه
الي زنه مثلثة بالتكرير كنسبة مجسم آب الي مجسم آخ مثلثة بالتكرير
فنسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة زه الي مزنه مثلثة بالتكرير بالشكل
الحادي عشر من الخامسة لكن نسبة زه الي زنه كنسبة زه الي طح بالشكل
الاول من السابعة فنسبة زه الي طح مثلثة بالتكرير كنسبة مزه الي مزنه
مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة مزه الي ح ط مثلثة
بالتكرير بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة آمز الي حط كنسبة
آزالي طسه وكنسبة هزالي طح فنسبة آزالي حط والمز الي طسه مثلثة
بالتكرير كنسبة هزالي طح مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة كل واحد من خطوط امز
الي حط والزالي طسه وهزالي طح مثلثة بالتكرير فالحكم ثابت وذلك
ما اردنا ان نبين ❊

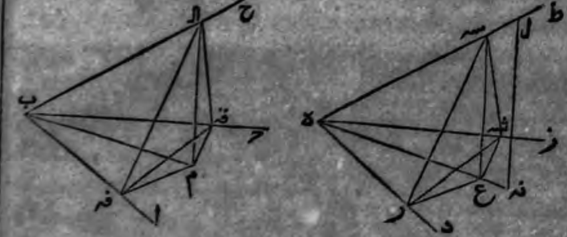
لم

كل خطين قاما على نقطتي زاويتين مسطحتين متساويتين في السمك واحاط احدهما مع ضلعي

زاويتيه

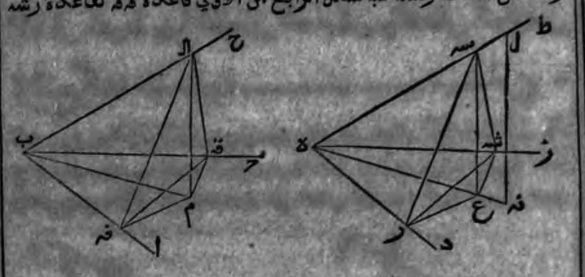
زاويتيه بزاويتين مساويتين للزاويتين اللتين يحيط بها الخط الآخر مع ضلعي زاويتيه كل لنظيرتها واخرج من نقطتين علي الخطين كيف ما وقعا عمودان على سطحي الزاويتين ووصل بين نقطتي الزاويتين وبين مسقط العمودين بخطين فالزاويتان اللتان يحيط بها الخطان الحادثان والخطان الواقعان في السمك متساويتان ❊

لتكن زاويتا آب حـ دهـ زمتساويتين وقام علي نقطتي بـ هـ خطا حـ بـ طـ هـ
في السمك وصارت زاوية آب حـ كزاوية دهـ ط وزاوية حـ بـ حـ كزاوية طـ هـ ز
واخرج من نقطتي آل الكاينتين علي خطي حـ بـ طـ هـ عمودا لم لنه علي



سطحي زاويتي آب حـ دهـ زوه صل بـ م هـ نه بخطين مستقيمين فاقول ان زاوية
حـ بـ م كزاوية طـ هـ نه برهانه فان لم يكن لـ ه كخط آب نفصل من
اعظمهما وليكن هو لـ ه سهـ كخط آب بالشكل الثالث من الاولي ونخرج
من نقطة سه عمود سع علي خط هـ نه بالشكل الثاني عشر من الاولي فهو
موازلعمود لـ نه بالشكل الثامن والعشرين من الاولي ول نه عمود علي سطح
زاوية دهـ ز فسع عمود عليه ايضا بالشكل الثامن ونخرج من نقطة م
عمودي م فـ م قـ علي ضلعي آب بـ حـ ومن نقطة ع عمودي ع مـ ع شه علي
ضلعي دهـ هـ ز بالشكل الثاني عشر من الاولي ونصل مـ قـ آقـ قـ شه مـ سه
سه شه بخطوط مستقيمة فلان مربع آب كمربعي م بـ م آ ومربع م بـ

كمربعي فب فم بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع ب ا كمربعات ا م م ف ف ب لكن مربع ا ف كمربعي ا م م ف بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع ب ا كمربعي ب ف ف ا فبالشكل الثامن والاربعين من الاولي زاوية ب ف ا قايمة ويمثله تبين ان مربع ب ا كمربعي ا ف ت ف وان مربع د س كمربعي س ر ر ه وكمربعي س ش ش ه ولان زاويتي ا ب ف ا ف ب وضلع ا ب من مثلث ا ب ف كزاويتي س د م س ه ر وضلع س د من مثلث س د م فضلع ا ف كضلع س ر وضلع ب ف كضلع ه ر بالشكل السادس والعشرين من الاولي ويمثله تبين ان ضلع ا ف كضلع س ش وضلع ب ف كضلع ه ش فضلعا ب ف ب ف وزاوية ف ب ف من مثلث ف ب ف كضلعي ه ر ه ش وزاوية ر ه ش من مثلث ر ه ش فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ف م كقاعدة ر ش



وزاوية ب ف ق كزاوية ه ر ش وزاوية ب ف م كزاوية ه ش ر وكانت كل من زوايا ب ف م ب م ف م ر ش ه ش ع قايمة تبقي زاوية م ف ق كزاوية ع ر ش وزاوية م ف ق كزاوية ع ش ر وضلع ف ق كضلع ر ش فضلع م ق كضلع ع ر بالشكل السادس والعشرين من الاولي وكان مربع ضلع ا ق كمربعي ضلعي ا م م ف ومربع ضلع س ر كمربعي ضلعي س ع ر فاذا اقمنا مربع م ق من مربع ق ا ومربع ع ر من مربع س ر يبقي مربع ا م كمربع س ع فكم كس ع وكان مربع ب م كمربعي ب ف م ف ومربع ه ع كمربعي ع ر ر ه فضلع ب م كضلع ه ع فاضلاع مثلث ا ب م كاضلاع مثلث ش ه ع المتناظره فزاوية ا ب م كزاوية س ه ع بالشكل الثامن من الاولي وان كان له كخط ا ب فلا يحتاج الي اخراج عمود س ع وتبين كما بينا وذلك ما اردنا ان نبين ❁

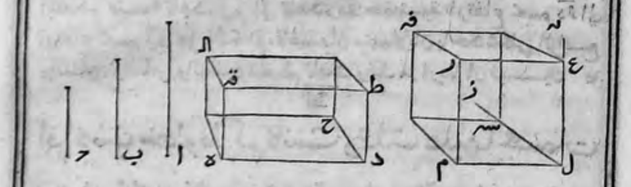
ولهذا الشكل اختلاق وقوع فان العمود يمكن ان يقع علي احد ضلعي الزاويتين او علي نقطتي ب ه حينيذ لا يحتاج الي بيان واخراج شي من الخطوط فيكون الخطان عمودين علي سطحي الزاويتين بالشكل الرابع فتكون الزوايا التي تحيط العمودان مع كل من الضلعين ومع اي خط مستقيم يخرج من نقطتي ب ه في سطحي الزاويتين قوايم ويمكن ان يقع خارج الزاويتين فيحتاج الي اخراج احد ضلعي الزاويتين او كليهما ثم تبين

تبين بمثل ما بينا ويمكن ان يقع بين ضلعي الزاويتين وبيناه ❁

ح

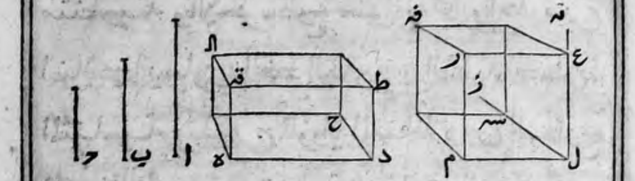
كل مجسمين تحيط باحدهما سطوح متوازية كل ضلع من اضلاعها يساوي احد ثلثة خطوط متناسبة وبالآخر سطوح متوازية كل واحد من اضلاعها يساوي الخط الثاني من الثلثة الخطوط المتناسبة وتكون الزوايا المتناظره من السطوح المحيطة بالمجسمين متساوية فانهما متساويان ❁

ليكن الخطوط المتناسبة آ ب ح نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وليكن خط د ه كخط آ ولنرسم علي نقطة د منه زاوية مجسمة كيف اتفق وهي التي يحيط بها سطوح ه د ط ح د ه ح د ط ولنجعل ح د كخط ب ود ط كخط ح بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطتي ه ط خطي ه ق ط ق



موازيين لخطي د ط د ه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لانا اذا وصلنا ه ط بخط مستقيم تكون زاويتا د ه ط د ط ه اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وهما كزاويتي ق ط ه ق ه ط بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فليتلاقيا علي نقطة ق ويمثله نتم مجسم د ل فتكون السطوح المحيطة به متوازية لتوازي اضلاعها ولنفصل من خط مستقيم خط ل م كخط ب بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي نقطة ل منه زاوية مجسمة كزاوية د بالشكل السادس والعشرين علي ان تكون زاوية م ل ز كزاوية ه د ح وزاوية ز ل ن كزاوية ح د ط وزاوية م ل ن كزاوية ه د ط ونفصل من ل ز ل س ومن ل ن ل ع مساويين لخط ب بالشكل الثالث من الاولي ونتم مجسم ل ف علي قياس مجسم د ل ولان نسبة د ه الي ل م كنسبة

آ الي ب ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي لمر بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دة الي لمر كنسبة آ الي ل ب ونسبة ب الي ح كنسبة آ الي ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حة الي لمر كنسبة ب الي ح ونسبة لع الي دط كنسبة ب الي دط ونسبة ب الي ح كنسبة ب الي دط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة لع الي دط كنسبة ب ح الي دط فبهذا الشكل



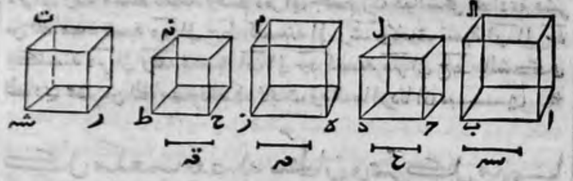
بعينه نسبة دة الي لمر كنسبة لع الي دط وزاوية مرلع كزاوية ودط فقاعدة دقم كقاعدة لمر بالشكل الرابع من السادسة والشكل الرابع والثلثين من الاولي بعد اخراج قطري مع طة ولان مجسمي دآ لقم متوازيي السطوح المحيطة بهما لتوازي اضلاعهما وضلعا دح لسه متساويان وجعلناهما سمكيهما فيكون ارتفاعاهما بقدر واحد بالشكل المتقدم فنسبة قاعدة لمر الي قاعدة دقم كنسبة ارتفاع مجسم دآ الي ارتفاع مجسم لقم علي التكافوء فالمجسمان متساويان باحد شكلي الرابع والثلثين والثامن والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

لط

اذا كانت خطوط كم كانت وعملت عليها مجسمات متوازية الاضلاع متشابهة علي حلقه واحده فان كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات متناسبة وان كانت المجسمات متناسبة كانت الخطوط متناسبة ✲

لتكن آب حد درح ط اربعة خطوط وعملت عليها مجسمات آآ حل ومر حنه متوازية السطوح المحيطة بها ومتشابهة كلها علي حلقه واحدة بالشكل السابع والعشرين فاقول ان كانت نسبة آب الي حد كنسبة در الي ح ط

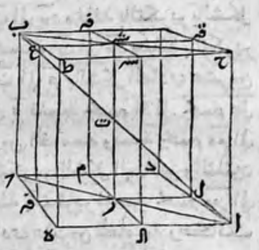
الي ح ط كانت نسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة مجسم ول الي مجسم ح نه وبالعكس برهانه ولنجد لخطي آب حد ثالثا ورابعا في النسبة



وهما سه ع ولخطي درح ط كذلك وهما خطا قه قم بالشكل العاشر والحادي عشر من السادسة فنسبة آب الي حد كنسبة در الي ح ط ونسبة حد الي سه كنسبة ح ط الي قم ونسبة سه الي ع كنسبة قم الي قه فبالمساوات المنتظمة نسبة آب الي ع كنسبة در الي قه بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة ونسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة آب الي حد مثلثة بالتكرير بالشكل السادس والثلثين ونسبة آب الي ع كنسبة آب الي حد مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة آب الي ع بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة در الي قه كنسبة آب الي ع فنسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة در الي قه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم وم الي مجسم ح نه كنسبة در الي ح ط مثلثة بالتكرير بالشكل السادس والثلثين ونسبة در الي قه كنسبة در الي ح ط مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم مر الي مجسم ح نه كنسبة مر الي قه بالشكل الحادي عشر من الخامسة وكانت نسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة در الي قه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة مجسم وم الي مجسم ح نه وان كانت نسبة مجسم آآ الي مجسم حل كنسبة مجسم وم الي مجسم ح نه فنسبة آب الي حد كنسبة مر الي ح ط والا لكان نسبة آب الي حد كنسبة مر الي خط رشه ونعمل عليه مجسم رت شبيها بمجسم ح نه بالشكل السابع والعشرين فيكون شبيها بمجسم وم لان السطوح المحيطة بمجسم وم شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم ح نه النظير للنظير والسطوح المحيطة بمجسم رت شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم ح نه النظير للنظير فالسطوح المحيطة بمجسم وم شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم رت النظير للنظير بالشكل الثامن عشر من السادسة فمجسم رت شبيه بمجسم وم فنسبة مجسم وم الي مجسم رت كنسبة مجسم آآ الي مجسم حل بما تقدم في هذا الشكل وكانت نسبة مجسم وم الي مجسم ح نه كنسبة مجسم آآ الي مجسم حل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم وم الي مجسم ح نه كنسبته الي مجسم رت ونسبة مر الي ح ط مثلثة كنسبة مجسم

مم الي مجسم حنه بالشكل السادس والثلثين فنسبة مر الي ح ط مثلثة كنسبة مجسم مم الي مجسم رت بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مر الي رشه مثلثة كنسبة مجسم مم الي مجسم رت فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مر الي ح ط كنسبته الي رشه وكانت نسبة اب الي حد كنسبة مر الي رشه فنسبة اب الي حد كنسبة مر الي ح ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل مكعب يفصله سطحان ويمر كل منهما بانصاف اضلاع سطحين متقابلين من السطوح المحيطة به فان الفصل المشترك بين السطحين وقطر المكعب يتناصفان ✲

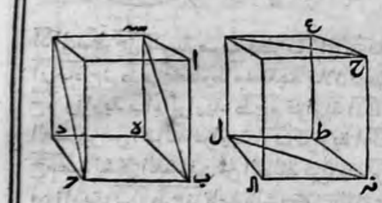


ليكن المكعب اب والسطحان المتقابلان من السطوح المحيطة به سطحي اح بح وقسمت اضلاعهما علي نقط ال م نه سه ق فع وفصل المكعب بسطحي الفع لع فينقاطعا علي نقطتي رشه ونصل رشه اب بخطين مستقيمين فاقول ان كل واحد من خطي اب رشه ينصف الآخر علي نقطة وهي نقطة ت برهانه ليكن الفصل المشترك بين السطحين المتقاطعين والمتقابلين خطوط المر لنه سه فع قع وهي مستقيمة بالشكل الثالث ونصل آر حر ب شه سح بخطوط مستقيمة فلان السطوح المحيطة بالمكعب متوازية الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل سطح منها متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فانصافها ايضا متساوية فلان آد يوازي حه فزاويتا الر حنه المتقابلتان متساويتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وضلعي آل لر كضلعي حنه نه ر فزاوية ارل كزاوية حرنه بالشكل الرابع من الاولي ولان زاويتي ارنه ارل كقائمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وجعل زاوية ارنه مشتركة بين زاويتي ارل حرنه فتكون زاويتا حرنه ارنه معا كزاويتي ارل ارنه معا فزاويتا ارنه حرنه كقائمتين فخطا ار حر متصلان احدهما علي استقامة الآخر بالشكل الرابع عشر من الاولي وبمثله تبين ان خطي ب شه ح شه احدهما علي استقامة الآخر وخطا ب ح آح يوازيان خط

خط ه ط بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ولبست الخطوط الثلثة في سطح واحد فخطا آح ب ح متوازيان ومتساويان بالشكل التاسع فخطا آ ب ح متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فخطا ام ب سه متساويان وخطا آب ر ت شه كاينان في سطح آ ب ح بالشكل السابع فقطر آب يقطع خط رت شه فليقطعه علي نقطة ت فلان زاويتي آت ر ب ت شه متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي وزاوية ام ر كزاوية ب شه ت بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وضلع ار كضلع ب شه فبالشكل السادس والعشرين من الاولي ضلع آت كضلع ب ت وضلع رت كضلع ت شه وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل منشورين ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدة احدهما مثلث وقاعدة الآخر سطح متوازي الاضلاع ضعف ذلك المثلث فهما متساويان ✲

ليكن آب حده منشورا قاعدته سطح حه المتوازي الاضلاع وح نه ال ط منشورا اخر قاعدته مثلث نه ال وسطح حه ضعف مثلث نه ال وارتفاعهما بقدر واحد فاقول ان المنشورين متساويان برهانه نتم مجسمي آع حسه كما بينا



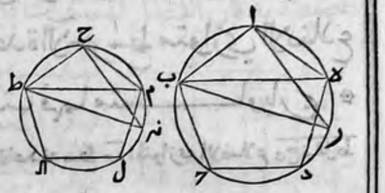
في الشكل السادس والثلثين فلان متوازي الاضلاع ط ال ضعف مثلث نه ال بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وكان سطح بد ضعف مثلث نه ال فقاعدتا بد ط ال متساويتان فمجسما حسه آع علي قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد فهما متساويان بالشكل الواحد والثلثين والثاني والثلثين والمنشوران نصفا المجسمين بالشكل الثامن والعشرين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

تمت المقالة الحادية عشر والحمد لله المساعد

المقالة الثانية خمسة عشر وهي كلا

٢

كل سطحين كثيري الاضلاع والزوايا المتشابهين الواقعين في دايرتين فان نسبة احد السطحين الى الآخر كنسبة مربع قطر دايرته الى مربع قطر الدايرة الآخري ✲



لهكن سطحا اب حده ح ط الم كثير الاضلاع والزوايا المتشابهان في دايرتين قطرهما ب م ط نه فاقول ان نسبة سطح اد الي سطح ح ل كنسبة مربع قطر ب ر الي مربع قطر ط نه برهانه نصل ا ر ب ه ح نه ط م بخطوط مستقيمة فلان نسبة اب الي ح ط كنسبة اه الي ح م وزاوية باه كزاوية ط ح م فزاوية اهب كزاوية ح م ط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ارب كزاوية اهب وزاوية ح نه ط كزاوية ح م ط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ارب كزاوية ح نه ط وكل من زاويتي ب ا ر ط ح نه قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فزاويا مثلث اب ر كزاويا مثلث ط ح نه بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فمثلث اب ر شبيه بمثلث ط ح نه بالشكل الرابع من السادسة فنسبة ب ر الي ط نه كنسبة اب الي ح ط فبسبة ب ر الي ط نه مثناة كنسبة اب الي ح ط مثناة ونسبة سطح اد الي سطح ح ل كنسبة اب الي ح ط مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة سطح اد الي سطح ح ل كنسبة ب ر الي ط نه مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع ب ر الي مربع ط نه كنسبة ب ر الي ط نه مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اد الي سطح ح ل كنسبة مربع ب ر الي مربع ط نه قطري الدايرتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ب

كل

كل دايرتين نسبة مربعي قطريهما كنسبتهما النظير من النظير ✲

لهكن ب د قطر دايرة ا ب ح د ور ط قطر دايرة ه ر ح ط فاقول ان نسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ح الي دايرة ه ح برهانه والا لكانت نسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ر ط كنسبة دايرة ا ح الي سطح اصغر من دايرة ه ح او اعظم منها ولهكن اولا الي سطح هو اصغر من



دايرة ه ح ولهكن هو سطح ث ولهكن سطح خ كفضل دايرة ه ح علي سطح ث ولنرسم في دايرة ه ح مربع ه ر ح ط بالشكل السادس من الرابعة فسطح ه ر ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح فننصف قطر ر ط بالشكل العاشر من الاولي علي نقطة ك ونخرج من نقطتي ر ك عمودي ك ه ر ش علي قطر ر ط بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل ر ش مثل ك ه بالشكل الثالث من الاولي ونصل ه ش بخط مستقيم فخطا ر ش ك ه متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وخط ه ش موازلخط ر ك بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ومثلث ه ر ك الذي هو نصف سطح ك ش ه المتوازي الاضلاع بالشكل الرابع والثلثين من الاولي الذي هو اعظم من رابع دايرة ه ر ح ط فشكل ه ر ح ط اعظم من نصف دايرة ه ح ثم فنصف قطع ه ر ح ح ط ط ه بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقط ا ل م نه ونصل ه ا ا ر ر ل ل ح ح م م ط ط نه نه ه بخطوط مستقيمة فمثلثات ه ا ر ر ل ح ح م ط ط نه نه ه اعظم من انصاف القطع الاربع وهكذا نعمل الي ان يبقي من الدايرة ما هو اقل من سطح خ بالشكل الاول من العاشرة ولنكن هي القطع المذكورة فيكون سطح ا م الكثير الاضلاع اعظم من سطح ث ونعمل في دايرة ا ح شكلا شبيها بشكل ا م كما عملنا وهو سطح ا س ب ع ح ف د ق الكثير الاضلاع وكانت نسبة دايرة ا ح الي سطح ث كنسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ر ط ونسبة كثير اضلاع س ق الي كثير اضلاع ا م كنسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر ر ط بالشكل المتقدم فنسبة دايرة ا ح الي سطح ث كنسبة سطح س ق الي سطح ا م بالشكل الحادي

عشر من الخامسة وبالابدال نسبة دايرة آح الي سطح سف كنسبة سطح ث
الي سطح اهر الذي هو اعظم من سطح ث بالشكل السادس عشر من
الخامسة لكن دايرة آح اعظم من سطح سف فسطح ث اعظم من سطح اهر
وهو اصغر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة مربع قطر بد الي مربع قطر
رط كنسبة دايرة آح الي سطح هو اعظم من دايرة وح وهو سطح ث
فبالخلاف نسبة مربع رط الي مربع بد كنسبة سطح ث الي دايرة آح



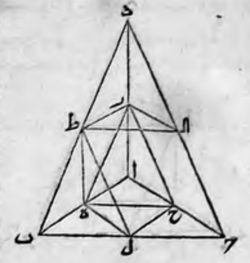
ونسبة دايرة وح الي سطح ما ولیکن سطح خ كنسبة سطح ث الي دايرة آح
لكن سطح ث اعظم من دايرة وح فدايرة آح اعظم من سطح خ بالشكل الرابع
عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع رط الي
مربع بد كنسبة دايرة آح الي سطح خ فندر بمثل ما دبرنا ونبين الخلف
بمثل ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة مربع بد الي مربع رط كنسبة
دايرة آح الي سطح اصغر او اعظم من سطح دايرة وح فهي كنسبة دايرة آح
الي سطح مساو لدايرة وح ونسبة دايرة آح الي دايرة وح كنسبتها الي سطح
مساو لدايرة وح بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة مربع بد الي مربع رط كنسبة دايرة آح الي دايرة وح
وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كل مخروط مثلث القاعدة فلنا ان نفصله الى مخروطين متساويين متشابهين يشبهان المخروط الاعظم ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم ❊

ليكن مخروط قاعدته مثلث آبح وراسه نقطة د فاقول لنا ان نفصله
الي مخروطين متساويين متشابهين يشبهان مخروط آبحد ومنشورين
متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم برهانه ننصف
كل

كل واحد من اضلاع آب اد آح دب دح بح علي نقط ه ر ح ط ك ل
بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين كل من نقطتي هر وح رح رط ره
طح لح طل بخط مستقيم ولان كل واحد من اضلاع مثلثات آبح ادب
ادح بدح منصف باحدي النقط المذكورة فاضلاع تلك المثلثات
منقسمة علي نسبة واحدة فالخطوط
المستقيمة الواصلة بين النقط المذكورة
موازية لاضلاع تلك المثلثات بالشكل
الثاني من السادسة فيكون رط مساويا
لبه المساوي لاه فرط يساوي اه وره
مساويا لبط المساوي لطد فطد
يساوي ره وآر مساويا لرد بالشكل
الرابع والثلثين من الاولي فاضلاع
مثلث آهر مساوية لاضلاع مثلث
درط فزواياهما المتناظرة متساوية
والمثلث كالمثلث بالشكل الثامن من الاولي فنسبة رط الي اه كنسبة
دط الي ره وكنسبة در الي آر بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا آهر
درط متساويان ومتشابهان وبمثله تبين ان مثلثي آرح درك متساويان
متشابهان ولان ضلعي دط دك يوازيان ويساويان ضلعي ره رح بالشكل
الثاني من السادسة والرابع والثلثين من الاولي ولبست في سطح واحد
فزاويتا درح ط دك متساويتان بالشكل العاشر من الحاديه عشر فقاعدة
ط ك كقاعدة وح ومثلث روح كمثلث دط ك وساير الزوايا كساير الزوايا
بالشكل الرابع من الاولي فنسبة دط الي رء كنسبة دك الي رح ونسبة ط ك
الي وح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا روح دط ك متساويان متشابهان
فاضلاع مثلثي آوح رط ك متساوية فهما متساويان وزواياهما المتناظرة
متساوية بالشكل الثامن من الاولي فنسبة رط الي اه كنسبة رك الي آح
وكنسبة ط ك الي وح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا رط ك آوح
متساويان متشابهان فالمثلثات المحيطة بمخروطي آوح رط ك متساوية
متشابهة فالمخروطان متساويان متشابهان . ولان ضلعي رط ط ك
يوازيان ضلعي آب بح ولبست في سطح واحد فزاوية رط ك تساوي
زاوية آبح بالشكل العاشر من الحادية عشر وبمثله تبين ان زاويتي ط رك
رك ط يساويان زاويتي باح احب فزوايا مثلث رط ك تساوي زوايا مثلث
آبح كل لنظيره فبالشكل الرابع من السادسة نسبة آب الي رط كنسبة
بح الي ط ك وكنسبة آح الي رك فمثلثا آبح ط رك متشابهان . ولان آب
يوازي رط فزاوية دط ر كزاوية آبد وزاوية درط كزاوية باد بالشكل
التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ادب مشتركة بين مثلثي آبد درط

فزواياهما المتناظرة متساوية فنسبة آب الي رط كنسبة ب د الي د ط وكنسبة آد الي د ر بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا اب د درط متشابهان وبمثله تبين ان مثلثي در آ آدح متشابهان وكذلك مثلثا دب ح دط آ فالمثلثات المحيطة بمخروط آب ح د تشبه المثلثات المحيطة بمخروط آدح ر شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط رط آد فالمثلثات المحيطة بمخروط آب ح د شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط آدح ر بالشكل الواحد والعشرين من السادسة فمخروط آب ح د آدح ر متشابهان ولان المنشور الذي يحيط به مثلثا ب ط ل ح ر ح وسطوح ط ط ح ب ح المتوازية الاضلاع والمنشور الذي يحيط به مثلثا ح ل ح آ ر ط وسطوح ط ح ح ر ر ل المتوازية الاضلاع



ارتفاعهما واحد لان مثلث رط آ يوازي مثلث آب ح فالاعمدة النازلة من اي نقطة من نقط ر آ ط علي سطح مثلث آب ح متساو بعضها لبعض وقاعدة احدهما وهو متوازي الاضلاع ب ح ضعف قاعدة ح ل لانا ان وصلنا ه ل بخط مستقيم كان سطح ب ح ضعف مثلث ه ب ل بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وكان مثلثا ه ب ل ح ل ح متساويين بالشكل السادس والثلثين من الاولي فالمنشوران متساويان بالشكل الحادي والاربعين من الحادية عشر ولان ارتفاع مخروط آدح ر كارتفاع منشور ح ل ح آ وقاعدتاهما اعني مثلثي آدح ح ل ح متساويتان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وراس المخروط نقطة ر وراس المنشور مثلث رط آ فالمنشور اعظم من مخروط آدح ر فالمنشوران معا اعظم من مخروطي آدح ر ط ر آد معا فالمنشوران معا اعظم من نصف مخروط آب ح د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

وقد استبان منه ان لنا ان نفصل كل مخروط من مخروطي آدح ر ر ط آد الي مخروطين متساويين متشابهين والي منشورين هما معا اعظم من مخروطهما وهكذا الي غير النهاية ❊

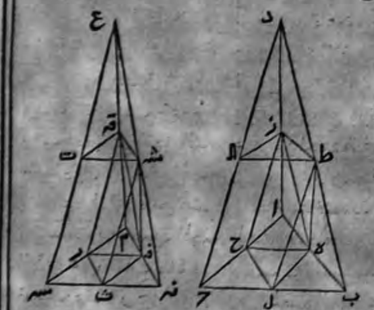
د

كل مخروطين مثلثي القاعدتين ارتفاعهما بقدر واحد فصل كل منهما الي مخروطين متساويين

متشابهين

متشابهين يشبهانه والي منشورين متساويين هما معا اعظم من نصفه وفصل كل من المخروطين الحادثين الي مخروطين متساويين متشابهين فيشبهانه والي منشورين متساويين هما معا اعظم من نصف مخروطه وهكذا بالغا ما بلغ بشرط ان يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها احد مخروطي الاعظم كعدد المناشير التي يشتمل عليها المخروط الآخر الاعظم فان نسبة قاعدة احد مخروطي الاعظم الي قاعدة المخروط الآخر الاعظم كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الاول الي جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الثاني ❊

ليكن مخروطا آب ح د م ن س ع ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدتاهما مثلثا آب ح م ن س وفصل مخروط آب ح د الي مخروطي آدح ر ط الذين متساويين متشابهين يشبهان مخروط آب ح د والي منشوري ر ح ب ط ز ح ل آ متساويين وهما معا اعظم من نصف مخروط آب ح د وفصل كل من مخروطي آدح ر ط الذين د الي مخروطين ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغا ما بلغ وفصل مخروط م ن س ع الي



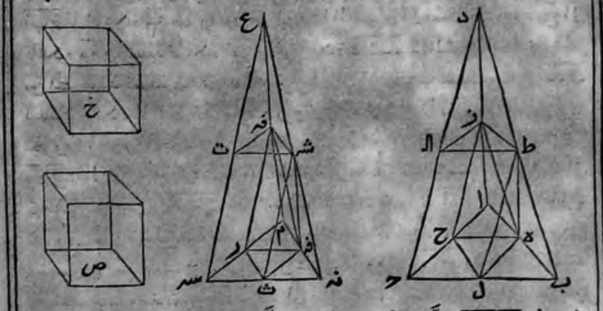
مخروطي م فرقـ شـت قرع والي منشوري قرت شه قـ سـ ث ت معا اعظم من نصف مخروط م نـ سـ ع وكل من مخروطيه الي مخروطين ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغا ما بلغ بحيث يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها مخروط آب حـ د كعدد المناشير التي يشتمل عليها مخروط م نـ سـ ع وبيان تفصيل المخروطين الي المحاريط والمناشير المتساوية بالشكل المتقدم فاقول ان نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب حـ د الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م نـ سـ ع اذا كانت متساوية العدة برهان ذلك فلان نسبة ب حـ الي نـ سه كنسبة ل حـ الي ث سه بالشكل الخامس عشر من الخامسة لان ب حـ ضعف ل حـ كما ان نـ سه ضعف ث سه فنسبة ل حـ الي ث سه مثناة كنسبة ب حـ الي نـ سه مثناة ونسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة ب حـ الي نـ سه مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالتقديم نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة ل حـ الي ث سه مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة ح ل حـ الي قاعدة ر ث سه كنسبة ل حـ الي ث سه مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة قاعدة ح ل حـ الي قاعدة ر ث سه ولان منشور ح ل حـ ا نصف مجسم متوازي الاضلاع ارتفاعه كارتفاع منشور ح ل حـ ا بالشكل الثامن عشر من الحادية عشر وبمثله نقول ان منشور ر ث سـ ت نصف مجسم متوازي الاضلاع ارتفاعه كارتفاع منشور ر ث سـ ت بالشكل الثامن عشر من الحادية عشر وارتفاعا المنشورين متساويان فارتفاعا المجسمين متساويان ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة منشور ح ل حـ ا الي منشور ر ث سـ ت كنسبة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل حـ ا الي المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث سـ ت ونسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل حـ ا الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث سـ ت كنسبة المجسم الي المجسم بالشكل الثالث والثلثين من الحادية عشر لان ارتفاعي المجسمين متساويان فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور

منشور ح ل حـ ا الي منشور ر ث سـ ت كنسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل حـ ا الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث سـ ت ونسبة قاعدة ح ل حـ الي قاعدة ر ث سه كنسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل حـ ا الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث سـ ت بالشكل الخامس عشر من الخامسة لان كلا من قاعدتي ح ل حـ ر ث سه نصف قاعدة احد المجسمين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور ح ل حـ ا الي منشور ر ث سـ ت كنسبة قاعدة ح ل حـ الي قاعدة ر ث سه وكانت نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة قاعدة ح ل حـ الي قاعدة ر ث سه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور ح ل حـ ا الي منشور ر ث سـ ت كنسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م ر ث سه ونسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت كنسبة مكشور ح ل حـ ا الي منشور ر ث سـ ت بالشكل الخامس عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت كنسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه وتبين بمثل هذا البيان ان نسبة قاعدة آد حـ الي قاعدة م نـ سه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت كنسبة قاعدة آد حـ الي قاعدة م فـ ر وتبين بمثل ما بينا ان نسبة منشوري مخروط آ د حـ ر الي منشوري مخروط م فـ ر قـ كنسبة قاعدة آد حـ الي قاعدة م فـ ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت كنسبة منشوري مخروط آ د حـ ر الي منشوري مخروط م فـ ر قـ فلو سلكنا هذه الطريقة لحصل لنا ان نسبة كل منشورين متساويين من المناشير التي يشتمل عليها مخروط آب حـ د عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية الي منشورين متساويين من المناشير التي يشتمل عليها مخروط م نـ سـ ع عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية كنسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت النظير من النظير ونسبة مقدم واحد الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب حـ د الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م نـ سـ ع عند انقسام مخروطي آب حـ د م نـ سـ ع الي مخاريط ومناشير غير متناهية العدد او متناهية العدد بشرط التساوي كنسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت وكانت نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة ضعف منشور ح ل حـ ا الي ضعف منشور ر ث سـ ت فبالتقديم نسبة قاعدة آب حـ الي قاعدة م نـ سه كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط آب حـ د عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية

الى جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسامه الى مخاريط ومناشير متساوية بشرط تساوي العدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل مخروطين مثلثي القاعدتين متساويي الارتفاعين فان نسبة احدهما الى الآخر كنسبة قاعدته الى قاعدة الآخر ✲

ليكن مخروطا ا ح د م ن س ع قاعدتاهما مثلثا ا ب ح م ن س وارتفاعاهما بقدر واحد فاقول ان نسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب د الى مخروط م ن س ع برهانه والاّ فلتكن نسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب د الى مجسم ما اما اصغر من



مخروط م ن س ع واما اعظم منه فليكن اولا الى مجسم اصغر منه وليكن هو مجسم ص وتمامه من مخروط م ن س ع مجسم خ ونفصل من مخروط م ن س ع مخروطين متساويين ومتشابهين ومشابهين لمخروط م ن س ع ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف مخروط م ن س ع ونفصل من المخروطين الحادثين مخروطين متساويين متشابهين ويشبهان المخروطين الذين فصلا منه ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف المخروط الذي فصلا منه وهكذا بالغا ما بلغ بالشكل الثالث فسيبلغ التفصيل الى ان يبقى مخروط م ن س مخروطان هما اصغر من مجسم خ بالشكل الاول من العاشرة وكان مخروط م ن س ع لمجسمي ص خ فمنشورا ر س ث ت ر ث ق معا اعظم من مجسم ص ونفصل من مخروط ا ب د مخاريط ومناشير بالصفة المذكورة عدتها كعدة ما يشتمل عليها مخروط م ن س ع من

من المخاريط والمناشير بالشكل الثالث فليكن ما انفصل اليه مخروط ث ر ق م ا ب ح د من المخاريط والمناشير مخروطي ا ح ن ز ط د ومنشوري ح ل ح ا ل ح د ن فنسبة منشوري مخروط ا ب ح د الى منشوري مخروط م ن س ع كنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س بالشكل المتقدم وكانت نسبة مخروط ا ب ح د الى مجسم ص كنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشوري مخروط ا ب ح د الى منشوري مخروط م ن س ع كنسبة مخروط ا ب ح د الى مجسم ص فبالابدال نسبة منشوري مخروط ا ب ح د الى مخروط ا ب ح د كنسبة منشوري مخروط م ن س ع الى مجسم ص بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن منشورا مخروط ا ب ح د اصغر من مخروط ا ب ح د لانهما جزؤه فمنشورا مخروط م ن س ع اصغر من مجسم ص وكانا اعظم هذا خلف ٠ ثم لتكن نسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب ح د الى مجسم ما هو اعظم من مخروط م ن س ع وليكن هو مجسم خ فبالخلاف نسبة قاعدة م ن س الى قاعدة ا ب ح كنسبة مجسم خ الى مخروط ا ب ح د ونسبة مخروط م ن س ع الى مجسم ما وليكن هو مجسم ص كنسبة مجسم خ الى مخروط ا ب ح د لكن مجسم خ اعظم من مخروط م ن س ع فمخروط ا ب ح د اعظم من مجسم ص بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة قاعدة م ن س الى قاعدة ا ب ح كنسبة مخروط م ن س ع الى مجسم ص الذي هو اصغر من مخروط ا ب ح د فند برمثل ما دبرنا ونبين الخلف مثل ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب ح د الى مجسم اصغر او اعظم من مخروط م ن س ع فنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب ح د الى مجسم يساوي مخروط م ن س ع ونسبة مخروط ا ب ح د الى مخروط م ن س ع كنسبته الى مجسم يساوي مخروط م ن س ع بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ن س كنسبة مخروط ا ب ح د الى مخروط م ن س ع وذلك ما اردنا ان نبين ✲

و

كل واحد من المناشير مثلثة القواعد يمكن ان ينفصل الى ثلث مخاريط متساوية قاعدة كل مثلث ✲

ليكن منشور ا ب ح د ه ر قاعدته مثلث ح د ر فاقول انه يمكن ان ينفصل الى ثلثة مخاريط متساوية قاعدة كل مثلث برهانه نصل ب د ب ه ر

بخطوط مستقيمة فلان مثلثي ب ح د ب ه د متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي لان سطح ب ح د ه متوازي الاضلاع ومخروطي ب ح د م ب ه د ر متساويا الارتفاعين فنسبة مخروط ب ح د م الي مخروط ب ه د ر كنسبة قاعدة ب ح د الي قاعدة ب ه د بالشكل المتقدم لكن القاعدتان متساويتان فمخروط ب ح د ر كمخروط ب ه د م واذا جعلنا مثلث ر ه ا قاعدة مخروط ر ه آ ب ومثلث ر د ه قاعدة مخروط ر د ه ب يكون مخروط ر ه آ ب كمخروط ر د ه ب بالبيان المذكور فيكون مخروط ب ح د ر كمخروط ر ه آ ب فالمحاريط الثلثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين ✲



وقد بان منه ان كل مخروط مثلث القاعدة يتم منشورا مثلث القاعدة هو ثلث المنشور ✲

ن

كل مخروطين قاعدة كل منهما مثلث فان كان متساويين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما فهما متساويين ✲

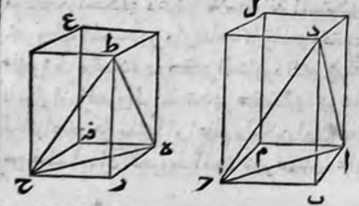


لتكن مثلثا آ ب ح ه ز ح قاعدتي مخروطي آ ب ح د وه ز ح ط وزاويا هما نقطتي د ط فاقول ان المخروطان متساويين فقاعدتاهما متكافيتين لارتفاعهما برهانه نخرج من نقطتي آ ح خطا آ م ح م مواز يين لخطي ب ح آ ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لان زاويتي ب آ ح ب ح آ اقل من قائمتين بالشكل التاسع عشر من الاولي وزاويتا م آ ح آ ح م تساويا هما بالشكل التاسع والعشرين من الاولي لتوازي خطوط آ ب م ح آ م ب ح وبمثله نتم سطوح ب خ ب ن آ ل ح ل فيحصل جسم

جسم ب ل متوازي السطوح لتوازي اضلاعهما وبمثله نتم جسم ز ف ح فكل من الجسمين ينقسم الي منشورين بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر وكل منشور ينقسم الي ثلث مثلثه القواعد بالشكل المتقدم فجسم ب م ل ستة امثال مخروط آ ب ح د ومجسم ز ف ح ستة امثال مخروط ه ز ح ط والمخروطان متساويان فالجسمان متساويان وكل جسمين متساويين فقاعدتاهما متكافيتان لارتفاعهما بالشكل الرابع او الخامس والثلثين من الحادية عشر وارتفاع المجسمين والمخروطين متساويتين ونسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبه قاعدة آ ب ح الي قاعدة ه ز ح كنسبة قاعدة ب م الي قاعدة ز ف بالشكل الحادي عشر من الخامسة فقاعدتا مخروطي آ ب ح د ه ز ح ط مكافيتان لارتفاعهما . وان كانت قاعدتا المخروطين مكافيتين لارتفاعهما فهما متساويان نتم مجسمي المخروطين كما مر وهما مجسما ب م ل ز ف وقاعدة ب م ضعف مثلث آ ب ح وقاعدة ز ف ضعف مثلث ه ز ح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وارتفاع المخروطين والمجسمين متساويان ونسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة قاعدة ب م الي قاعدة ز ف كنسبة ارتفاع مجسم ز ف الي ارتفاع مجسم ب م ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل الرابع والثلثين او الخامس والثلثين من الحادية عشر مجسما ب ل ز ف متساويان ومجسم ب ل ستة امثال مخروط آ ب ح د ومجسم ز ف ستة امثال مخروط ه ز ح ط فالمخروطان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✲

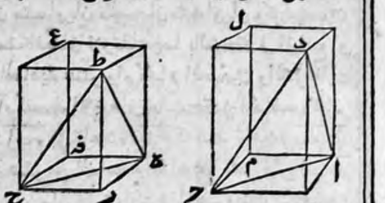
ح

كل مخروطين متشابهين قاعدة مثلث فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطة به الي نظيره من اضلاع السطوح المحيطة بالآخر مثلثة بالتكرير ✲



لتكن مخروطا آ ب ح د ه ز ح ط فاقول ان نسبة مخروط آ ب ح د الي مخروط ه ز ح ط كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطه باحدهما الي ضلع من

اضلاع السطوح المحيطة بالآخر ولبكن كنسبة ب ح الي نزح مثلثة بالتكرير برهانه نتم مجسمي ب م ل نزفع كما مرّ في الشكل فتكون السطوح المقابلة من كل واحد منهما متساوية والاضلاع المقابلة من تلك السطوح متوازية بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر فتكون



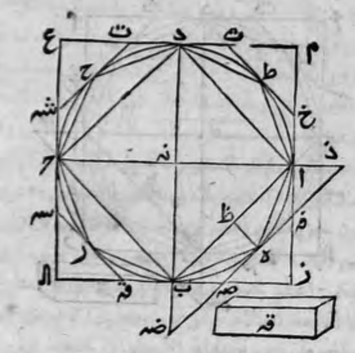
الزوايا المقابلة من تلك السطوح متساوية بالشكل العاشر من الحادية عشر فبالشكل الواحد والعشرين من السادسة تكون السطوح المحيطة بالمجسمين متشابهة فنسبة ضلع ب ح الي ضلع نزح مثلثة بالتكرير كنسبة ب م ل الي مجسم نزفع بالشكل الحادي والثلثين من الحادية عشر وقد نبين في الشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر ان كل مجسم متوازي السطوح ينصف بمنشورين وفي الشكل السادس بينا ان كل منشور مثلث القاعدة ينقسم الي ثلثة مخاريط متساوية مثلث القواعد فمخروط اب ح د سدس مجسم ب م ل ومخروط نزح ط سدس مجسم نزفع ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط اب ح د الي مخروط نزح ط كنسبة مجسم ب م ل الي مجسم نزفع بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ب م ل الي مجسم نزفع كنسبة ب ح الي نزح مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط اب ح د الي مخروط نزح ط كنسبة ب ح الي نزح مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ط

كل اسطوانة مستديرة فان مخروطها المستدير ثلثها ❁

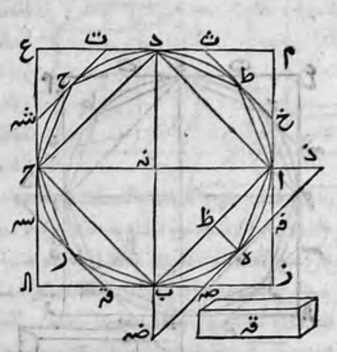
لتكن احدي قاعدتي الاسطوانة المستديرة دايرة اب ح د وهي قاعدة مخروطها المستدير وارتفاعه كارتفاعها فتكون النقطة التي بين راس المخروط متحدة بمركز الدايرة التي هي لقاعدة الآخري للاسطوانة فاقول ان المخروط المستدير كثلثها برهانه فلانه لم يكن كثلثها لكان اصغر من ثلثها او اعظم ولبكن اولا اصغر فالاسطوانة تكون اعظم من ثلثة اما ان المخروط المستدير فضلها عليه بجسم قم فثلثه امثال المخروط

المخروط مع مجسم قم كالاسطوانة فليمرّ سطح مستو بسهم الاسطوانة فيفصلها بقسمين ولبكن الفصل المشترك بين السطح القاطع وقاعدتي الاسطوانة وسطها خطوط مستقيمة بالشكل الثالث من الحادية عشر فالمشترك بينه وبين القاعدتين قطراهما علي كل منهما وهما متوازيان لتوازي القاعدتين فالمشترك بينه وبين الاسطوانة خطان مستقيمان بين نهايتي القطرين ونرسم في قاعدتي اح ب د بالشكل الحادي من الرابعة ولبكن القطر القاطع قطر اح علي زوايا قايمة قطر ب د وليربع التقاطع علي نقطة نه ولنخرج من نقط آ ب ح د في القاعدتين اعمدة آزب ل ح ع دح علي اقطار اح ب د



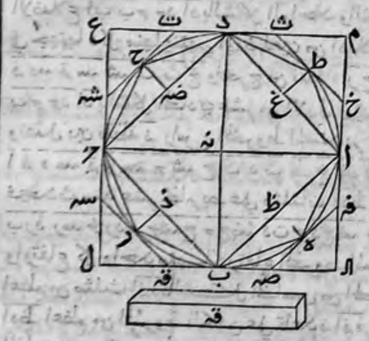
بالشكل الحادي عشر من الاولي فتقع الاعمدة خارجه عن القاعدتين مما منه لهما بالشكل الخامس عشر من الثالثة فينتهي كل منهما الي عمودين منها فلبنته آزالي ب ل دع علي نقطتي زح وحع الي ب ل دح علي نقطتي آع لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد الاعمدة مع احد الاضلاع آب ح د اقل من قايمة فتكون الاضلاع المتقابلة من سطحي اح المحيطين بالقاعدتين متوازية بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فتكون متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ونصل بين كل واحدة من النقط الكاينة علي اضلاع احد سطحي اح وبين النقط الكاينة علي اضلاع السطح الاخر منهما المتقاطر بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة متوازية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيحدث مجسم علي قاعدة اح متوازية السطوح المحيطة به لتوازي اضلاعها محيطا بالاسطوانة وعلي ارتفاعه واربعة مجسمات متوازية السطوح بارتفاع الاسطوانة وهي الكاينة علي قواعد زنه نه ع نه ح نه وكل من المجسمات الاربعة منصف بالسطح المار اب ح د آد الي منشوري بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فكل من منشورات اب نه آد نه د ح نه ح ب نه اعظم من نصف قطعة الاسطوانة التي ذلك المنشور فيها

وننصف كل واحد من قسي آب ب ح ح د اد علي نقط ه ر خ ط من
القاعدتين بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار اه ه ب
ب ر ر ح ح خ د د ط ط آ فتقع الاوتار كلها داخل القاعدتين بالشكل
الثاني من الثالثة ونخرج من كل واحدة من النقط المذكورة خطا موازيا
لاضلاع مربع
آ ب ح د بالشكل
الواحد والثلثين
من الاولي فينتهي
الخطوط الي اضلاع
سطحي آ ح فلبنته
الي نقط ق ص ة
س ش ت ث خ
فيحدث سطحان
علي زوايا كل منها
نقطة من النقط
المذكورة. ونخرج
من نقطة ه عمود
ه ظ علي وتر آ ب

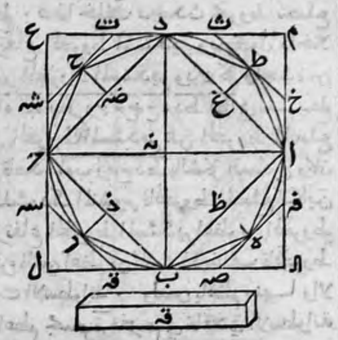


بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج خط ق ه ص في جهتيه مع كل واحد
من وتري آ ح ب د فينتهي اليهما لان كل واحد من الزاويتين اللتين
يحيط بواحدة منها وتر آ ه آ ز بالاخري وتر ا ب ح ب ه وكل منهما اقل
من قايمة فلبنته الي نقطتي ذ ض ونصل بين كل واحدة من نقطتي ذ
ونقطتي ض ه بخط مستقيم فيحدث مجسم آ ض بارتفاع الاسطوانة
مشتملا علي مجسمي ذ ظ ض ه ظ وكل منهما منصف للسطح المار علي وتري
آ ه ب ه الي منشورين متساويين بالشكل الثامن والعشرين من الحادية
عشر ولان مجسم ذ ظ اعظم من قطعة الاسطوانة الكاينة علي قطعة آ ه ظ
من قاعدتها فالمنشور الكاين علي مثلث ب ه ظ اعظم من نصف قطعة
الاسطوانة الكاينة علي قاعدة ب ه ظ من قاعدتها فالمنشور الكاين علي
مثلث آ ب ه اعظم من نصف قطعة الاسطوانة الكاينة علي قطعة آ ه ب من
قاعدتها وبمثله تبين ان المنشورات الكاينة علي مثلثات ب ر ح ح خ د د ط ط
اعظم من انصاف قطع الاسطوانة الكاينة علي قطع ب ر ح ح خ د ط ط من
قاعدتها فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من الاسطوانة المستديرة
بقايا هي اقل من مجسم ق بالشكل الاول من العاشرة ولبكن الباقي من
الاسطوانة هي القطع الكاينة علي قطع آ ه ب ر ح ح خ د ط ط من
قاعدتها فالمنشور الكاين علي قاعدة آ ه ب ر ح ح خ د ط ط بارتفاع الاسطوانة
اعظم

اعظم من ثلثة امثال المخروط المستدير فاذا وصلنا من نقطة ت راس
المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط آ ه ب ر ح خ د ط بخط
مستقيم يكون كل من تلك الخطوط كاينا في سطح المخروط المستدير
والا لكان داخلا فيه او خارجا عنه فنفصل بين راس المخروط المستدير
وبين كل من تلك النقط بخط مستقيم في سطح المخروط المستدير فيلزم
حاطه خطين مستقيمين بسطح . هذا خلف فيحدث مخروط مضلع
علي قاعدة آ ه ب ر ح خ د ط بارتفاع المخروط المستدير ويكون داخلا
فيه لانا اذا وصلنا من راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من
النقط التي تفرض علي اوتار آ ه ب ه ب ر ر ح ح خ د د ط ط آ في سطح
المخروط المضلع يقع داخل المخروط المستدير لكن المخروط المضلع
ثلث المنشور الكاين علي قاعدة آ ه ب ر ح خ د ط بالشكل السادس وكان
المخروط المستدير اقل من ثلث ذلك المنشور فالمخروط المضلع الكاين
علي قاعدة آ ه ب ر ح خ د ط وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من المخروط
المستدير فيلزم ان يكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف فالمخروط
المستدير ليس باصغر من ثلث الاسطوانة . وليس باعظم منها والا
لكان اعظم من ثلثها فليكن اعظم مجسم ق فنرسم في قاعدتي الاسطوانة
مربعي آ ب ح د وعليهما ذا اربعة اضلاع م ل ع ن ونجعلهما قاعدتي مجسم
ل ع المتوازية السطوح المحيطة به وبارتفاع الاسطوانة محيطا بها بمثل
ما مرّ في القسم الاول ونصل بين نقطة ت راس المخروط المستدير وبين
كل واحدة من
نقط آ ا ب ل ح ع
د م بخط مستقيم
فيحدث ثمانية
مخاريط مثلثة
القواعد قواعدها
مثلثات آ ب ن ا ب ل
ب ح ن ب ح ل ح د ن
ح ع د ا د ن د م د كل
منها داخل
المخروط المستدير
بمثل ما مرّ في
القسم الاول فلان
كلا من سطوح ا ن ل ن ع ن م ن متوازي الاضلاع فمثلث آ ب ا
كمثلث آ ب ن ومثلث ا م د كمثلث ا د ن ومثلث ب ل ح كمثلث ب ح ن
ومثلث ح ع د كمثلث ح د ن بالشكل الرابع والثلثين من الاولي



فنسبة المخروط الكاين علي مثلث آب ا الي المخروط الكاين علي مثلث آب نه كنسبة مثلث آب ا الي مثلث آب نه بالشكل الخامس لكن المثلث كالمثلث فالمخروط مثل المخروط لكن مجموع مخروطي آ ا ب آ ب نه معا اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاين علي قطعة آ ب نه من قاعدة الاسطوانة لان المحيط اعظم من المحاط فالمخروط المضلع الكاين علي مثلث آ ا ب اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة آ ب نه وبمثله تبين في المخاريط الكاينة علي قواعد ب ح نه ح د نه ا د نه ثم ننصف كل واحدة من قسي آ ب ب ح ح د آ د من قاعدة الاسطوانة علي نقط ه ز ح ط بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار آ ه ه ب ب ز ز ح ح ط ط د د ط ط آ فيقع الشكل داخل القاعدة بالشكل الثامن من الثالثة ونخرج من نقط ه ز ح ط سطوحا متوازيه الاضلاع آ ب ح د آ د بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجها في جهتها فكل منها ينتهي الي ضلعين من اضلاع سطح ع فيحدث متم ف ص ه ق س ش ه ت ث خ ونخرج من نقط ه ز ح ط امحدة علي اوتار آ ب ب ح ح د آ د بالشكل الحادي عشر من الاولي وهي امحدة ه ظ ز ذ ح ض ط غ ونصل بين نقطة نه راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط آ ف ه ص ه ق ز س ه ش ح ت ه ث ط خ ظ ذ ض غ بخط مستقيم فيحدث ستة عشر مخاريط علي مثلثات آ ه ظ آ ف ه ب ص ه ب ه ض ه ب ف ز ب ز ذ ز س ه ز ذ ح ش ه ح ض ه ذ ت ه ح ض ه ذ ث ط ح ض ه ط غ ط خ ط غ وارتفاع كل واحد منها كارتفاع المخروط المستدير ولان مثلث آ ه ظ اعظم من مثلث آ ف ه فالشكل الخامس من المخروط الكاين علي قاعدة آ ه ظ اعظم من المخروط الكاين علي قاعدة آ ف ه فنسبة المخروطين كنسبة القاعدتين وبمجموع المخروطين اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة علي قطعة آ ه ظ من قاعدة الاسطوانة فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة آ ه ظ اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة آ ه ظ من قاعدة الاسطوانة وايضا فلان المخروط الكاين علي قاعدة ب ه ظ



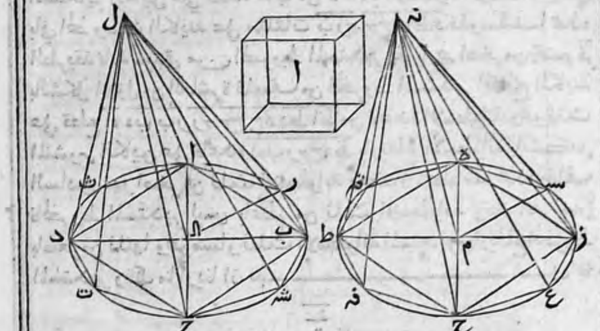
ب ه ظ اعظم من المخروط الكاين علي قاعدة ب ص ه فالمخروطان معا اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة علي قطعة ب ه ظ من قاعدة الاسطوانة وذلك لان المحيط اعظم من المحاط فالمخروط الكاين علي مثلث آ ه ب وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قطعة آ ه ب من قاعدة الاسطوانة ومثله تبين في باقي المخروطات الكاينة علي مثلثات ب ز ح ح د ط د فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير بقايا هي اصغر من مجسم قم بالشكل الاول من العاشرة فليبق من المخروط المستدير القطع الكاينة علي قطع آ ه ب ب ز ز ح ح د د ط ط آ من قاعدة الاسطوانة وهو ثلث المنشور الكاين علي قاعدة آ ه ب ز ح د ط بارتفاع الاسطوانة بالشكل السادس فهو اصغر من ثلث الاسطوانة وكان اعظم منه هذا خلف فالمخروط المستدير ليس باعظم من ثلث الاسطوانة وقد انه ليس باصغر من ثلثها وهو مساو لثلث الاسطوانة المستدير وبارتفاع المخروط المستدير وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يه

كل مخروط واسطوانة مستديرة علي دايرة واحدة هي قاعدتها وسهمها خط واحد يشبهان مخروطا واسطوانة مستديرين قاعدتهما دايرة واحدة وسهمها خط واحد غير سهم الاولين فان نسبة المخروط الي المخروط والاسطوانة الي الاسطوانة كنسبة خط قاعدتها مثلثة بالتكرير ❊

ليكن مخروطا واسطوانة مستديرين قاعدتهما دايرة آ ب ح د وسهمهما آ ل يشبهان مخروطا واسطوانة قاعدتهما دايرة ه ز ح ط وسهمهما م نه فاقول ان نسبة مخروط آ ب ح د آ ل الي مخروط ه ز ح ط م نه كنسبة قطر ب ه الي قطر ز ط مثلثة بالتكرير برهانه فان لم تكن النسبة كما ذكرنا فلتكن نسبة قطر ب ه الي خط ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط آ ب ح د آ ل الي مجسم اصغر او اكبر من مخروط ه ز ح ط م نه وليكن اولا الي مجسم اصغر منه وليكن مجسم آ ف ر س م في دايرة ه ز ح ط مربع ه ز ح ط بالشكل

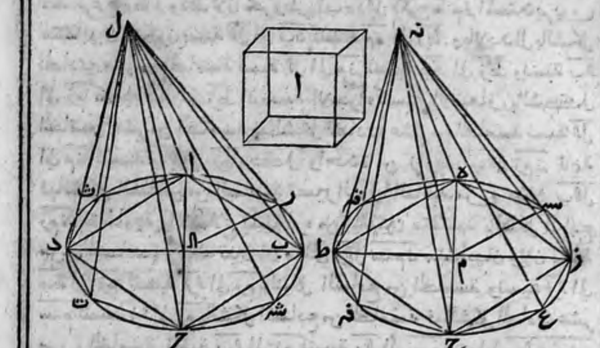
السادس من الرابعة ونصل بين نقطة تہ وبين كل واحدة من نقط ہ زہ ح ط بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة في سطح المخروط المستدير لانا اذا وصلنا بين نقطتي م ہ مثلا بخط مستقيم حدث مثلث تہ م ہ فاذا اثبتنا ضلع م تہ وادرنا المثلث الى ان عاد الى وضعه الاول خط تہ ہ



يلازم سطح المخروط بالمصاورة فينطبق علي جميع تلك الخطوط والا لزم احاطة خطين مستقيمين بسطح هذا خلف فيحدث مخروطان مضلعان علي قاعدتي هزط زرحط بارتفاع المخروط المستدير هما اعظم من نصف القطعة الكاينة من المخروط المستدير علي مربع هزحط لما بيّنا في الشكل المتقدم وننصف كل واحدة من قسي هزرحطه من محيط دايرة هزحط بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقط سہ ع قہ قہ ونصل اوتار هسه سهزرححقہ فططقہقہ فتكون واقعة في دايرة هزحط بالشكل الثاني من الثالثة ونصل بين نقطة تہ وبين كل واحدة من نقط سہ ع قہ قہ بخط مستقيم فتكون الخطوط كاينة في سطح المخروط المستدير لما بيّنا قبل فيحدث اربعة مخاريط مثلثات كاينة علي قطاع هسهزرححقططقہقہ بارتفاع المخروط المستدير وتكون كل واحدة منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاينة علي القطع المذكورة لما بيّنا في الشكل المتقدم فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير قطع اقل من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة ولتكن الباقية قطع المخروط المستدير كاينة علي قطع هسه سهزرححقططقہقہ فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة هسهزرححقططقہقہ وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من مجسم آ ولان كل خط مستقيم يصل بين راسي المخروط وبين اي نقطة تفرض علي الاوتار المذكورة يقع داخل المخروط المستدير يكون المخروط المضلع

المضلع كاينا في داخل المخروط المستدير في دايرة هزرحط ونرسم في دايرة آب حد شكلا كثير الاضلاع شبيها بالشكل الكثير الاضلاع المرسوم في دايرة هزرحط وهو شكل ا ر ب ش ه ت د ث وعليه مخروط مضلع بارتفاع مخروط آب حد ال المستدير كما تقدم فهو شبيه المخروط المضلع الكاين علي قاعدة هسهزرححقططقہ وذلك لان مخروطي آب حد ال وهزرحط م قہ المستديرين متشابهان فتكون نسبة ال الي ب د كنسبة م تہ الي زط وبالابدال بالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ال الي م تہ كنسبة ب د الي زط ونسبة ب ال الي زم كنسبة ب د الي زط اذ نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ال الي م تہ كنسبة ب ال الي زم وكل واحدة من زاويتي ب ال زم تہ قايمة فبالشكل السادس من السادسة تصير الزوايا الباقية من مثلثي ب ال زم تہ متساوية والاضلاع المتناظرة من المثلثين متناسبة بالشكل الرابع من السادسة وبمثله تبين ان مبلغي ر ال سم تہ متشابهان ولان نسبة ب ال الي زم كنسبة ر ال الي زم بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ر ال الي سم كنسبة ر ال الي زم بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ال الي زم كنسبة ر ال الي سم وزوايا ب ال ر زم سه متساويتان من مثلثي ب ال ر زم سه فالزوايا الباقية منهما متساوية بالشكل السادس من السادسة فبالشكل الرابع من السادسة الاضلاع المتناظرة متناسبة فيهما متشابهان فنسبة ب ر الي رسه كنسبة ب ال الي زم وكانت نسبة كل واحد من ب ال ر ال الي زنه سه تہ كل الي نظيره وكنسبة ب ال الي زم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ر الي رسه كنسبة ب ل الي مزنه ونسبة ر ل الي سه تہ فمثلثا ب ل ر مزنه سه متشابهان وبمثله تبين ان جميع المثلثات المحيطة بمخاريط المحيطة بسهمي ال م تہ متشابهة كل لنظيره لكن نسبة مخروط ب ر ال الي مخروط زسم تہ كنسبة ب ال الي مزم مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن وكانت نسبة ب د الي زط كنسبة ب ال الي مزم فنسبة ب د الي زط كنسبة ب ال الي مزم فنسبة ب د الي زط مثلثة بالتكرير كنسبة ب ال الي مزم مثلثة بالتكرير فنسبة مخروط ب ر ال الي مخروط زسم تہ كنسبة ب د الي زط مثلثة بالتكرير بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي كنسبة مقدم الي تالية بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة آ ر ب ش ه ت د ث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة هسهزرححقططقہ كنسبة مخروط ب ر ال الي مخروط زسم تہ وكانت نسبة ب د الي زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ب ر ال الي مخروط زسم تہ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة آ ر ب ش ه ت د ث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة

قاعدة سمزع ح فطة كنسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير وكانت نسبة مخروط آب حدال المستدير الي مجسم آ كنسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة آرسوحدث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة



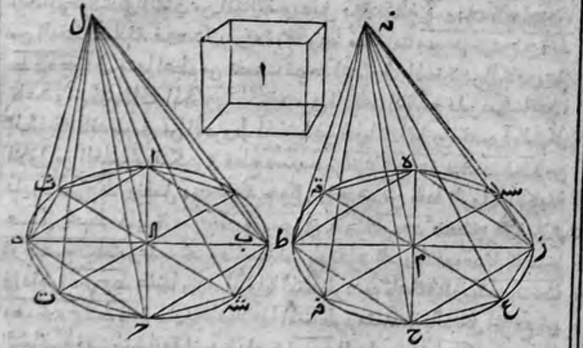
سمزع ح فطة كنسبة المخروط آب حدال المستدير الي مجسم آ لكن المخروط الكاين علي قاعدة آرشوحدث اصغر من مخروط آب حدال المستدير فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة سمزع ح فطة اصغر من مجسم آ بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط آب حدال الي مجسم اصغر من مخروط سمزح طم نه . ولا الي مجسم اعظم منه والا لكانت نسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط آب حدال الي مجسم اعظم من مخروط سمزح طم نه ولبكن هو مجسم آ فبالخلاف والتقديم نسبة مجسم آ الي مخروط آب حدال كنسبة زط الي بد مثلثة بالتكرير ولتكن نسبة مخروط سمزح طم نه الي مجسم ما كنسبة زط الي بد مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آ الي مخروط آب حدال كنسبة مخروط سمزح طم نه الي مجسم ما لكن مجسم آ اعظم من مخروط سمزح طم نه فمخروط آب حدال اعظم من ذلك المجسم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست نسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط آب حدال الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط سمزح طم نه فهي كنسبة مخروط آب حدال الي مجسم يساوي مخروط سمزح طم نه ونسبة مخروط آب حدال الي مخروط سمزح طم نه كنسبة مجسم يساوي مخروط سمزح طم نه بالشكل الرابع من الخامسة مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط

مخروط آب حدال الي مخروط سمزح طم نه وبمثله تبين الحكم في الاسطوانتين الا انا نفصل الاسطوانة الي المنشوران او نقول ان نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف وتتم البيان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

يا

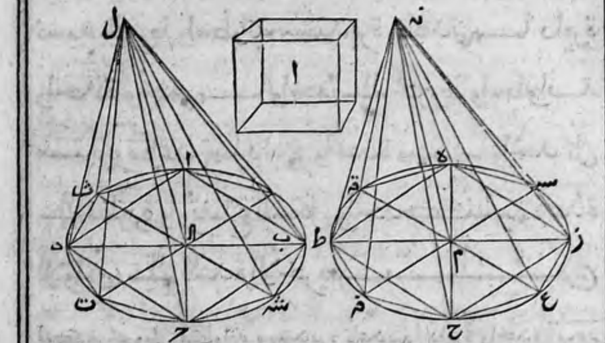
نسبة مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة وسهمهما واحد الى مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة سهمهما واحد كل الى نظيره وارتفاع الشكل واحد كنسبة قاعدة الاولين الى قاعدة الاخرين

لبكن مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة آب حد وسهمهما آل ومخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة سمزح ط وسهمهما م نه وارتفاع كل واحد منهما بقدر واحد فاقول ان نسبة مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة آب حد الي مخروط



واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة سمزح ط كنسبة دايرة آب حد الي دايرة سمزح ط كل لنظيرة برهانه فان لم يكن النسبة كذلك لكانت نسبة دايرة آب حد الي دايرة سمزح ط كنسبة مخروط آب حدال الي مجسم اصغر من مخروط سمزح ط او اعظم ولبكن اولا الي مجسم اصغر ولبكن مجسم

بجسم آ فنرسم في دايرة ءمزح ط مربع ءمزح ط بالشكل السادس من الرابعة ونصل بين نقطة نه وبين كل واحدة من نقط ءمزح ط بخط مستقيم فيحدث مخروطان مضلعان علي قاعدتي ءزط مزح ط وبارتفاع المخروط المستدير هما اعظم من نصف قطعة مخروط ءمزح ط م نه الكاينة



علي مربع ءمزح ط لما بينا في الشكل التاسع ونصف القسي التي اوتارها اضلاع مربع ءمزح ط علي نقط سه ع فه قه بالشكل التسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار ءسه سه مزع ع ح ح فه فط ط قه قه فهي تقع داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة ونصل بين نقطة نه وبين كل واحدة من النقط الحادثة فيحدث اربعة مخاريط مثلثات ءسه مزع ع ح ح فط ط قه كل منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة من المثلثات المذكورة لما تقدم في الشكل التاسع فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير بقايا هي اقل من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة ولتكن هي قطع ءسه سه مزع ع ح ح فه فط ط قه قه من دايرة ءمزح ط ونصل بين نقطة م وكل واحدة من نقط الزوايا الكاينة علي محيط دايرة ءمزح ط ونرسم في دايرة آب حد كثير الاضلاع آرب شه حت دث وعليه مخروط مضلعا بارتفاع مخروط اب حد ال كما عملنا في دايرة ءمزح ط عليها ولان الزوايا المتناظرة من قاعدتي آرب شه حت دث ءسه مزع ح فط قه متساوية فاضلاعها المتناظرة متناسبة بالشكل الرابع من السادسة فهي متشابهة فنسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل الثاني ونسبة قاعدة آرب شه حت دث الي قاعدة ءسه مزع ح فط قه كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة

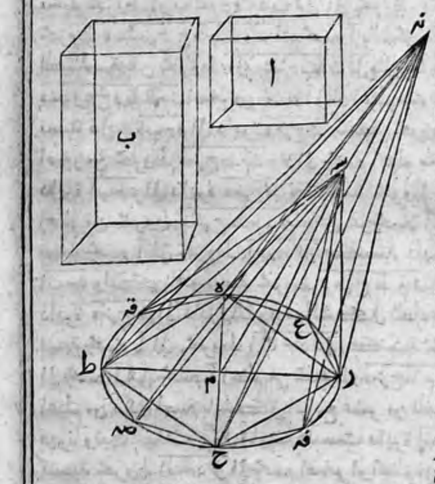
كنسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر زط بالشكل الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة قاعدة آرب شه حت دث الي قاعدة ءسه مزع ح فط قه ونسبة مخروط آرب شه حت دث ال الي مخروط ءسه مزع ح فط قم نه كنسبة قاعدة آرب شه حت دث الي قاعدة ءسه مزع فط قه بالشكل الثامن فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مخروط آرب سه حت دث ال الي مخروط ءسه مزع ح فط قم نه وكانت نسبة مخروط آب حد ال الي مجسم آ كنسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط آرب سه حت دث ال الي مخروط ءسه مزع ح فط قم نه كنسبة مخروط آب حد ال الي مجسم آ وبالابدال نسبة مخروط آرب شه حت دث ال الي مخروط اب حد ال كنسبة مخروط ءسه مزع ح فط قم نه الي مجسم آ بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن مخروط آرب شه حت دث ال لما بينا في التاسع بمخروط ءسه مزع ح فط قم نه اصغر من مجسم آ وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مخروط آب حد ال الي مجسم اصغر من مخروط ءمزح ط م نه ولا الي مجسم اعظم منه والا لكانت نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مخروط آب حد ال الي مجسم اعظم من مخروط ءمزح ط م نه ولكن هو مجسم آ فبالخلاف والتقديم نسبة مجسم آ الي مخروط آب حد ال كنسبة دايرة ءمزح ط الي دايرة آب حد ولكن هو نسبة مخروط ءمزح ط م نه الي مجسم آ كنسبة دايرة ءمزح ط الي دايرة آب حد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آ الي مخروط آب حد ال كنسبة مخروط ءمزح ط م نه الي مجسم آ لكن مجسم آ اعظم من مخروط ءمزح ط م نه فمخروط آب حد ال اعظم من ذلك المجسم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مخروط آب حد ال الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط ءمزح ط م نه لكن الي مجسم مساو لمخروط ءمزح ط م نه ونسبة مخروط آب حد ال الي مخروط ءمزح ط م نه كنسبته الي مجسم مساو لمخروط ءمزح ط م نه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة آب حد الي دايرة ءمزح ط كنسبة مخروط آب حد ال الي مخروط ءمزح ط م نه وبمثله الحكم في الاسطوانة . او نقول نسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف وذلك ما اردنا ان نبين

مقدمة

كل مخروطين مستديرين علي دايرة واحدة في

جهة منها وسهم احدها اقصر من سهم الآخر فان نسبة المخروط الاعظم منهما الي المخروط الاصغر كنسبة سهم الاعظم الي سهم الاصغر ✲

لبكن مخروط مستدير قاعدته دايرة ءرحط وسهم مءنه ومخروط آخر مستدير قاعدته تلك الدايرة بعينها وسهم مءسه فاقول ان نسبة مءنه الي مءسه كنسبة مخروط ءحمءنه الي مخروط ءحمءسه برهانه ان لم يكن نسبة مءنه الي مءسه كنسبة مخروط ءحمءنه الي مخروط ءحمءسه لكانت نسبة مخروط ءحمءنه الي مجسم اصغر من مخروط ءحمءسه او اعظم منه فلبكن اولا الي مجسم اصغر وذلك هو مجسم آ فلنرسم في دايرة ءرحط مربع ءرحط بالشكل السادس من الرابعة ونصل بين كل واحدة من نقطتي نءسه وبين كل واحدة من تقط ءرحط بخط مستقيم فيحدث اربعة مخاريط علي مثلثات ءمرءمطءرحءمط كل واحد من تلك المخاريط اعظم من نصف القطعة الكاينة علي ربع دايرة ءرحط من مخروط ءحمءسه لمانبين في الشكل التاسع وننصف كل واحدة من القسي ءرءرحءحطءطءه علي نقط عفصقءه ونصل بين كل واحدة من نقط عءرفءحصءطءقءه بخط مستقيم ونصل بين كل واحدة من نقطتي نءسه وبين كل واحدة من نقط عءرفءحصءطءقءه بخط مستقيم فيحدث اربعة مخاريط علي قطع عءرءرفءحصءطءقءه كل واحد من تلك المخاريط اعظم من نصف القطعة من مخروط ءحمءسه الكاينة علي قاعدة ذلك المخروط المضلع من دايرة ءرحط لما بينا في الشكل التاسع فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من مخروط ءحمءسه قطع



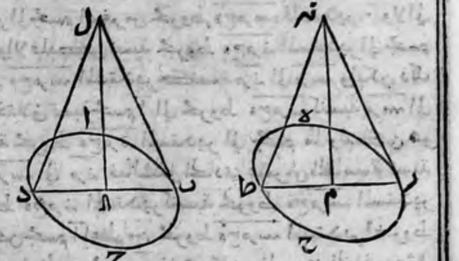
قطع اصغر من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة لتكن هي القطع الكاينة من مخروط ءحمءسه علي قطع ءعءررفءحصءسءطءقءه من دايرة ءرحط فيكون المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ءعءرفءحصءطءقءه وبارتفاع مخروط ءحمءسه المستدير اعظم من مجسم آ ونصل بين نقطة سه وبين كل واحدة من نقط ءعءرفءحصءطءقءه فيحدث مخروط مضلع علي قاعدة ءعءرفصءقءه وبارتفاع مخروط ءحمءنه فيكون المخروط المضلع الذي بارتفاع مءنه كاينا في مخروط ءحمءنه لما بينا في الشكل التاسع فلان نسبة المخروط المضلع الذي قاعدته مثلث نءمءح وراسه نقطة ط الي المخروط المضلع الذي قاعدته مثلث سءمءح وراسه نقطة ط كنسبة مثلث نءمءح الي مثلث سءمءح بالشكل الخامس لان ارتفاعهما متساويان ونسبة مءنه الي مءسه كنسبة مثلث نءمءح الي مثلث سءمءح بالشكل الاول من السادسة لان ارتفاعهما متساويان وبمثله تبين ان نسبة مخروط نءمءط الي مخروط سءمءط كنسبة مءنه الي مءسه ولذلك نسبة مخروط نءمءح الي مخروط سءمءح ونسبة مخروط نءمءر كنسبة مءنه الي مءسه ونسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي كنسبة مقدم واحد الي تالية بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة مخروط ءعءفءحصءطءقءه المضلع الي مخروط ءعءرفءحصءقءمءنه المضلع كنسبة مءنه الي مءسه وكانت نسبة مخروط ءحمءنه الي مجسم آ كنسبة مءنه الي مءسه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط عصءمءنه المضلع الي مخروط عصءمءسه المضلع كنسبة مخروط ءحمءنه المستدير كنسبة مخروط عصءمءسه المضلع الي مجسم آ لكن مخروط عصءمءنه المضلع اصغر من مجسم آ وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة مءنه الي مءسه كنسبة مخروط ءعءرنه المستدير الي مجسم اصغر من مخروط ءحمءسه المستدير ٠ ولا الي مجسم اعظم منه والا فليكن نسبة مخروط ءحمءنه المستدير الي مجسم اعظم من مخروط ءحمءسه المستدير كنسبة مءنه الي مءسه وليكن ذلك هو مجسم آ فبالاختلاف نسبة مجسم آ الي مخروط ءحمءنه كنسبة مءسه الي مءنه ولتكن نسبة مخروط ءحمءنه المستدير الي مجسم ما وليكن هو مجسم ب كنسبة مءسه الي مءنه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آ الي مخروط ءحمءنه المستدير كنسبة مخروط ءحمءسه المستدير الي مجسم ب لكن مجسم آ اعظم من مخروط ءحمءسه المستدير فمخروط ءحمءسه المستدير اعظم من مجسم ب فندبركما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست نسبة مءنه الي مءسه كنسبة مخروط ءحمءنه الي مجسم اصغر من مخروط ءعمءسه ولا الي مجسم اعظم منه فهي كنسبته الي مجسم يساوي مخروط ءحمءسه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مءنه الي مءسه كنسبة مخروط ءحمءنه المستدير الي

الى مخروط وحرمسه المستدير ومثله نبين اذا كان بدل المخروطين اسطوانتان مستديرتان الا انا نبدل المحاريط بالمناشر او نبين بالشكل الخامس عشر من الخامسة فان نسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف المتساوية العدة وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يب

كل مخروطين مستديرين واسطوانتين مستديرتين فان كانا متساويتين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعهما وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعهما كانا متساويتين ❊

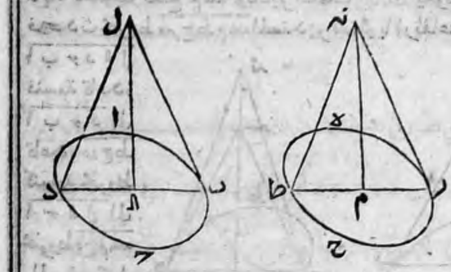
لتكن قاعدة احد المخروطين او الاسطوانتين دايرة اب حد وسهمه آل وقاعدة الاخر دايرة وحرط وسهمه مرنه فاقول ان مخروط اب حد آل او اسطوانته ان كانا مساويا لمخروط وحرط مرنه او اسطوانته كل لنظيره كانت نسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة ارتفاع مرنه الى ارتفاع آل وبالعكس برهانه فلان مخروط اب حد آل ان كان مساويا لمخروط وحرط مرنه فلا يخلو اما ان يكون ارتفاع آل مساويا لارتفاع مرنه او لم فان كانا الارتفاعان متساويتين فنسبة المخروط الى المخروط حينئذ تكون لنسبة القاعدة الى القاعدة النظير من النظير بالشكل المتقدم والمخروطان متساويان بالغرض فالقاعدتان متساويتان



والارتفاعان متساويان بالغرض فنسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة ارتفاع مرنه الى ارتفاع آل ومثله تبين في الاسطوانتين ان كان ارتفاعهما متساويين . وان لم يكن ارتفاع آل كارتفاع مرنه ولنكن ارتفاع مرنه اعظم من ارتفاع آل فنفصل من مرنه مرسه مساويا لارتفاع آل

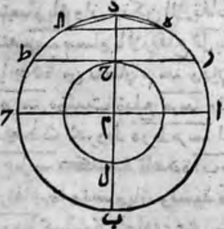
آل بالشكل الثالث من الاولى ونصل بين نقطة ه مثلا وبين كل واحدة من نقطتي مسه بخط مستقيم فيحدث مثلث همسه زاوية همسه منه قايمة منثبت ضلع مسه وندير المثلث الى ان يعود الى وضعه الاول فيحدث مخروط وحرط مسه المستدير مساويا ارتفاعه لارتفاع مخروط اب حد آل فنسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة مخروط اب حد آل الى مخروط وحرمسه بالشكل المتقدم لان ارتفاعهما متساويان ونسبة مخروط وحرنه الى مخروط وحرمسه كنسبة مخروط اح آل الى مخروط وحرمسه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة مخروط وحرنه الى مخروط وحرمسه ونسبة مرنه الى مسه كنسبة مخروط وحرنه الى مخروط وحرمسه بالمقدمة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة مرنه الى مسه ونسبة مرنه الى آل كنسبته الى مسه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة مرنه الى آل . واما العكس وهو ان يكون نسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط كنسبة ارتفاع مرنه الى ارتفاع آل فان كان الارتفاعان متساويين تكونا القاعدتان متساويتين ونسبة مخروط اح آل الى مخروط وحرنه كنسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط المتساويتين بالشكل المتقدم فالمخروطان متساويان وان لم تكن الارتفاعان متساويين ولنكن مرنه اعظمهما فنفصل منه مرسه مساويا لارتفاع آل بالشكل الثالث من الاولى ونصل بين كل واحدة من نقطتي مسه وبين نقطة ه بخط مستقيم فيحدث مثلث همسه منثبت ضلع مرسه وندير المثلث الى ان يعود الى وضعه الاول فيحدث مخروط وحرطمرسه المستدير فنسبة مخروط اح آل الى مخروط وحرمسه كنسبة قاعدة اب حد الى قاعدة وحرط بالشكل المتقدم لان ارتفاعهما متساويان ونسبة مرنه الى آل كنسبة قاعدة اب حد الى قاعدة درط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط اح آل الى مخروط وحرمسه كنسبة مرنه الى آل ونسبة مرنه الى مرسه كنسبته الى آل بالشكل السابع

الصابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط
اح ال الي مخروط ءح مرسه كنسبة مرنه الي مرسه ونسبة مخروط ءح مرنه
الي مخروط ءح مرسه كنسبة مرنه الي مرسه بالمقدمة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط اب ح ال الي مخروط ءح مرسه كنسبة مخروط ءح مرنه الي مرسه فمخروط اح ال يساو مخروط ءح م نه بالشكل التاسع من الخامسة ومثل ما بينا في الاسطوانتين مستديرتين ونبدل المحاريط بالمناشير اونبين بان نسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ✲



كل دايرتين علي مركز واحد احديهما اعظم من الآخر فان لنا ان نرسم في اعظمهما شكلا كثير الاضلاع لايماس الدايرة الصغري ولا يفصلها الي قطعتين ✲

ليكن دايرتا اب ح د ح ل علي مركز م ودايرة اب ح د اعظمهما فاقول
لنا ان نرسم فيها شكلا كثير الاضلاع
لا يماس دايرة ح ل برهانه نصل بين
نقطتي ا م بخط مستقيم ونخرجه علي
استقامته في جهة م الي ان ينتهي الي
محيط اب ح د ولبنته الي نقطة ح ونخرج
من نقطة م الي اح عمود دم بالشكل
الحادي عشر من الاولي ونخرجه في
جهتيه علي استقامته الي ان ينتهي الي
محيط الدايرة العظمي ولبنته الي نقطتي ب د ولبقطع محيط الدايرة
الصغري

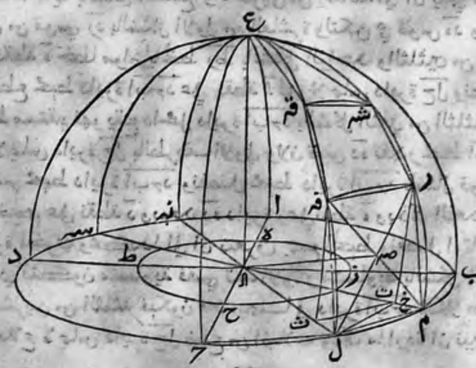


الصغري علي نقطتي ح ل ونخرج من نقطة ح علي قطر ح ل عمود م ح
بالشكل الحادي عشر من الاولي فهو يماس دايرة ح ل علي نقطة ح باستبانة
الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي
محيط العظمي علي نقطتي ر ط وننصف قوسي اد وننصف احد نصفيه
وهكذا دايما بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة الي ان يبقي قوس
اقل من قوسي رد بالشكل الاول من العاشرة ولتكن في قوس دد ونخرج
من نقطة ء خطا موازيا لخط ر ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي
ولبقطع محيط دايرة اب ح د علي نقطة ا فهو لا يماس دايرة ح ل ونصل ده
بخط مستقيم فهو يقع داخل دايرة اب ح د بالشكل الثاني من الثلثة فخط
ده لا يماس دايرة ح ل بالطريق الاولي ولان قوس دء تقدر محيط اد فهي
بقدر محيط دايرة اب ح د ونفصل محيط دايرة اب ح د بامثال قوس دء
بان نرسم علي نقطة د وبعد ده دايرة وعلي نقطة ء وبذلك البعد ايضا
دايرة اخري وهكذا الي ان تتعرف جميع المحيط ونفصل اوتار تلك
القسي فتكون متساوية فقسي تلك الاوتار متساوية بالشكل السابع
والعشرين من الثلثة فيكون قد رسمنا في دايرة اب ح د شكلا كثير
الاضلاع لا يماس دايرة ح ل ضلع من اضلاعه وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل كرتين عظمي وصغري علي مركز واحد في الوضع فان لنا ان نرسم في العظمي مجسما كثير القواعد لايماس قواعده محيط الصغري ولايفصله الي قطعتين

ليكن كرتان علي مركز ا ولبفصلها سطح اب ح د المستوي وليمر علي نقطة
ا فبنصف كل واحدة منهما ونصل بين نقطتي ب ا بخط مستقيم وليمر
علي محيط الصغري علي نقطة ز وندير خط ب ز ا في سطح اب ح د بحيث
يلازم نقطة ب محيط العظمي ونقطة ز محيط الصغري الي ان يعود الي
وضعه الاول فيحدث من مير نقطتي ب ز علي محيط الكرتين دايرتا اب ح د
ح ز ح ط وتخرج ب ا في جهة ا علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط
العظمي علي نقطة د والي محيط الصغري علي نقطة ط وتخرج من نقطة
ا علي قطر ب د عمود ا ا بالشكل الحادي عشر من الاولي وتخرجه في جهة
ا الي ان ينتهي الي محيط العظمي علي نقطة ح وعلي محيط الصغري علي
نقطة ح ونرسم في دايرة اب ح د سطحا كثير الاضلاع لا يماس دايرة ء ز ح ط
ولا

ولا يفصلها الي قطعتين بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة ك علي سطح دايرة اب حد عمود ك ع بالشكل الحادي عشر من الحادية عشر وتخرجه في جهة ع الي ان ينتهي الي محيط العظمي فلبنته الي نقطة ع وليمر بسطحين مستويين ويفصلان محيط دايرة اب حد علي نقطتي م ل فيحدث في الكرة



العظمي دايرتا م ع سه ل ع نه لما تقدم فكل منهما يقوم علي دايرة اب حد علي زوايا قوايم ولتكن الفصل المشترك بين دايرة اب حد وبين دايرتي م ع سه ل ع نه سطحا كثير الاضلاع ولنقسم كل من ارباع كل واحد منهما بثلثة اقسام متساوية بالشكل المتقدم وهي قسي م ر ر شه شع ل ق ق ف ف ع من مربعي م ع ل ع ونخرج من نقطة ر في سطح دايرة م ع سه علي قطر م السه عمود ر ت ومن نقطة ف في سطح دايرة ل ع نه علي قطر ل انه عمود ف ث بالشكل الثاني عشر من الاولي فيكون كل من العمودين عمودا علي سطح دايرة اب حد باستبانة الشكل الثامن عشر من الحادية عشر ونصل بين نقطتي ت ث بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي ر ف فعمودا ر ت ف ث متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر ولان قسي م ر ل ف متساويان وهما من الدايرتين المتساويتين فضعفاهما متساويان فوتر الضعفين متساويان بالشكل الثامن والعشرين من الثالثة وات اث عمودان علي الوترين فكل واحد من العمودين ينصف احد الوترين بالشكل الثالث من الثالثة فعمود ر ت يساوي عمود ف ث فخطا ر ف ت ث الواصلان بين العمودين المتساويين المتوازيين متساويان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فعمودا ات اث اللذان هما ابعاد الوترين المتساويين عن المركز متساويان بالشكل الثالث عشر من الثالثة فخطا م ت ل ث متساويان فنسبة ت ا الي ث م كنسبة ث ا الي ث ل بالشكل السابع من الخامسة

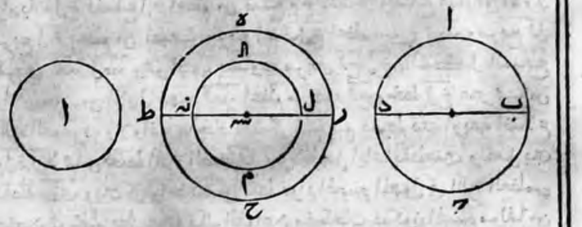
الخامسة خط ت ث يوازي ق ر ل بالشكل الثاني من السادسة ورقة مواز لخط ت ث وليست الثلثة في سطح واحد فخط م ل يوازي خط ر ق بالشكل التاسع من الحادية عشر فخطا م ر ل ق الواصلان بين طرفي م ل ر ق في سطح واحد ومثله تبين ان ذا اربعة اضلاع ر شه ق ف في سطح واحد ولذلك مثلث ع ق ش وكذلك نعمل في سايز الارباع الي ان يتم المجسم الذي تحيط به الكرة العظمي . ولان اضلاع قواعد المجسم كاينة علي محيط الكرة العظمي وسطحها في داخلها فيجور الفعل في بادي النظر ان تلك السطوح تماس الكرة الصغري او تفصلها الي قطعتين فنخرج لامتناع هذا الجواز من نقطة ا عمود اصه وبين كل واحدة من نقط م ل ق ر بخط مستقيم ونصل ايضا بين نقطة ا وبين كل وحدة من نقط م ل ق ر بخط مستقيم فانصاف اقطار الم ا ل ا ق ا متساوية ومربع الم ا كمربعي م صه اصه ومربع ا ل كمربعي ا صه ل صه ومربع ا ق فصه اصه ومربع ا ر كمربعي ر صه اصه بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعات خطوط م صه ل صه ق صه ر صه متساوية فهي متساوية فاضلاع مثلثات م صه ل صه ق صه ر صه م صه ل صه ق صه من اوتار صه ل ر صه ق صه صه م متساوية بالشكل الثامن من الاولي . ولان ضلعي ر صه ق صه يساويان ضلعي م صه ر صه مثلا وقاعدة ق ر اصغر من قاعدة م ر فزاوية م صه ر اعظم من زاوية ر صه ق بالشكل الخامس والعشرين من الاولي ولان الزوايا التي تحدث عند نقطة صه من اخراج خطوط مستقيمة الي نقط م ل ق ر تساوي اربع قوايم باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولي وزاوية ر صه ق اقل من كل واحدة من زوايا م صه ر م صه ل صه ق فكل واحدة منها منفرجه وتخرج من نقطة ل علي نصف قطر الم عمود ل خ بالشكل الثاني عشر من الاولي فمربع ل صه اقل من نصف مربع م ل بالشكل الثاني عشر من الثانية وزوايا الم ل ال م متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية ل م خ اعظم من زاوية م ل خ فضلع ل خ اعظم من ضلع م خ بالشكل التاسع عشر من الاولي فمربع ل خ اعظم من نصف مربع ل م فل خ اعظم من ل صه ومربع ال كمربعي اصه ل صه وهو ايضا يساوي مربعي اخ ل خ بالشكل السابع والاربعين من الاولي فعمود اصه اعظم من عمود اخ وخط ل خ غير مماس الكرة الصغري ولا واقع داخله بالشكل المتقدم فسطح ذي اربعة اضلاع م ل ق ر لا مماس لمحيط الكرة الصغري . ولا فاصل اياها بقطعتين ونصل بين نقطة ك وبين كل واحدة من نقط قواد المجسم المعمول في الكرة العظمي فتحدث مخاريط بعدد تلك القواعد مضلعات فيكون المجسم مولفا من تلك المخاريط المضلعات ثم نعمل في كرة آخري مجسما بعدد قواعده كعدة قواعد المجسم الذي عملناه ونصل بين مركز تلك الكرة وبين نقط قواعد المجسم المعمول فيها بخطوط مستقيمة فيكون المجسم مولفا من تلك

تلك المخاريط · ولان عدد القواعد في المجسمين متساويتين ونسبة اضلاع قواعد احد المجسمين من الدوائر الواقعة في كرته كنسبة اضلاع قواعد المجسم الآخر النظائر الي الدوائر الواقعة في كرته وزوايا السطوح المحيطة بتلك ايضا متساوية لانها تقع علي قمي متشابهة فتكون المخاريط الواقعة في المجسمين متشابهة وقاعدة كل مخروط من تلك المخاريط مثلث ضلعان من كل مثلث من تلك المثلثات نصفا قطر الكرة ونسبة كل مخروط مثلث القاعدة الي مخروط آخر كذلك كنسبة ضلع من اضلاع قاعدته الي نظيره من اضلاع قاعدة الآخر مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن فنسبة مخروط احد المجسمين الي مخروط نظيره من المجسم الآخر كنسبة نصف قطر كرته الي نصف قطر كرة المجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة الاضعاف متساوية العدة كنسبة الآجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط من احد المجسمين الي مخروط آخر نظيره من المجسم الآخر كنسبة قطر كرته الي كرة المجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة مقدم واحد الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة احد المجسمين الي المجسم الآخر كنسبة قطر كرته الي قطر كرة الآخر مثلثة بالتكرير · وذلك ما اردنا ان نبين ❊

يه

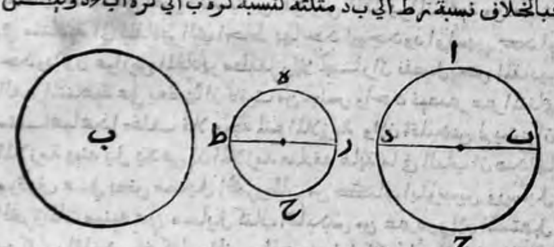
كل كرتين نسبة احديهما الي الآخري كنسبة قطرها الي قطر الكرة الآخري مثلثة بالتكرير ❊

ليكن آب حد مرح ط كرتين قطر احدهما ب د وقطر الآخري ر ط فاقول ان نسبة كرة آب حد الي كرة مرح ط كنسبة قطر ب د الي قطر ر ط مثلثة



بالتكرير · برهانه فلانه لو لم تكون نسبة كرة آب حد الي كرة مرح ط كنسبة قطر ب د الي قطر ر ط مثلثة بالتكرير لكانت نسبة كرة آب حد الي كرة آخري اصغر من كرة مرح ط او اعظم منها كنسبة قطر ب د الي قطر ر ط

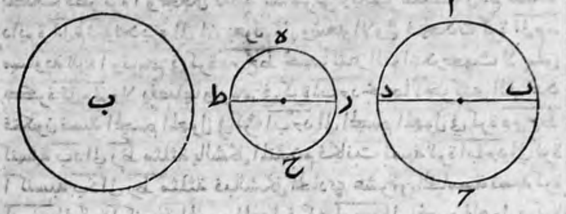
ر ط مثلثة بالتكرير ولبكن اولا الي كرة اصغر من كرة مرح ط ولبكن في كرة آ ولبكن نقطة سه مركز كرة مرح ط فتفصل من ر سه ل سه مساويا لنصف قطر كرة آ ونجعل نقطة سه مركز وندير عليه ل ان نصف دايرة ال م ن ونديره الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث كرة ال م ن مساوية لكرة آ ونرسم في كرة مرح ط مجسما كثير القواعد بحيث لا يمس كرة ال م ن ولا يقطعها ونرسم في كرة آب حد مجسما آخر كثير القواعد فتكون نسبة المجسم المعمول في كرة آب حد الي المجسم المعمول في كرة مرح ط كنسبة ب د الي ر ط مثلثة بالشكل المتقدم فكانت نسبة كرة آب حد الي كرة آ كنسبة ب د الي ر ط مثلثة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة آب حد الي كرة آ كنسبة المجسم المعمول في كرة آب حد الي المجسم المعمول في كرة مرح ط فنسبة كرة آب حد الي المجسم المعمول في كرة آب حد كنسبة كرة آ الي المجسم المعمول في كرة مرح ط بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن كرة آب حد اعظم من المجسم المعمول في كرة آب حد فكرة آ اعظم من المجسم المعمول في كرة مرح ط هذا خلف لانه المجسم المعمول في كرة مرح ط اعظم من كرة ال م ن فهو اعظم من كرة آ ايضا فليست نسبة ب د الي ر ط مثلثة كنسبة كرة آب حد الي كرة اصغر من كرة مرح ط · ولا الي كرة اعظم من كرة مرح ط والا فلتكن كنسبتها الي كرة اعظم من كرة مرح ط ولتكن هي كرة ب فبالخلاف نسبة ر ط الي ب د مثلثة كنسبة كرة ب الي كرة آب حد ولبكن



نسبة كرة مرح ط الي كرة آخري كنسبة ر ط الي ب د فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة ب الي كرة آب حد كنسبة كرة مرح ط الي كرة ب لكن كرة ب اعظم من كرة مرح ط فكرة آب حد اعظم من كرة ب بالشكل الرابع من الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فنسبة كرة آب حد الي كرة مرح ط كنسبة قطر ب ر الي قطر ر ط مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين ❊

وقد اورد علي قوله لو لم تكون نسبة كرة مرح ط كنسبة قطر ب د الي قطر ر ط مثلثة لكانت نسبة كرة آب حد الي كرة آخري اعظم من كرة مرح ط كنسبة قطر ب د الي قطر ر ط مثلثة لكانت كنسبة كرة آب حد الي كرة آخري

اخري اعظم من كرة ءرح ط او اصغر منها ان الملازمه غير بينه بل الملازمه البينه ان يقال لو لم تكن نسبة الكرة الي الكرة كنسبة قطر ب د الي



قطر رط مثلثة لكانت نسبة كرة اب ءد الي مجسم اصغر او اكبر من كرة ءرح ط كما قال في نظايره لان النسبة من عوارض بالذات دون الاشكال فما لم يبرهن علي امكان وجود كرة تساوي اي مجسم يفرض لا نثبت الكم بهذا الوجه والبرهان علي امكان وجود ذلك مبني علي اصول ابلونيوس المذكور في المخروطات اقول قال اقليدس في صدر المقالة الخامسة النسبة اضافة ما في القدر بين مقدارين من جنس واحد وقال المقادير التي تقال ان بين بعضها وبعض النسبة هي التي قد يمكن اذا ضوعفت ان تفصل بعضها علي بعض فالنسبة من عوارض المقادير المتناهية من حيث هي متناهية الي المقادير التي احاط بها حد او حدود او اسهي بحد او حدود لان عوارض المقادير مطلقا والا لجاز ان نفصل بعض المقادير الغير المتناهية علي بعضها ان كانت من جنس واحد فيصير غير المتناهي متناهيا هذا خلف فلا وجه لمنع الملازمة ولان اقليدس لم يدع ان الملازمة بينه بل يدعي ان الملازمة صادقه غاية ما في الباب ان صدقها موقوف علي بعض مسايل المخروطات من كتاب ابلونيوس ورسايل المخروطات مبنيه علي مسايل كتاب اقليدس من غير دور لان المستعمل من كتاب اقليدس في كتاب المخروطات بين اول الكتاب الي اخر المقالة السادسة وشي يسير من المقالة الحادية عشر ❋

تمت المقالة الثانية عشر

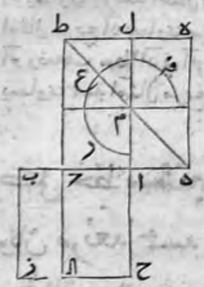
ولله الحمد وحده علي ما وافق وساعد

المقالة الثالثة عشر وهي ثمان وعشرون شكلا

١

كل خط مستقيم محدود قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وزيد علي قسمه الاطول خط يساوي نصف الخط كله علي استقامته فان مربع الخط الحادث منهما يساوي خمسة امثال مربع نصف الخط ❋

ليكن الخط آب وقسم علي ح علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاطول آح ونزيد فيه علي استقامته خط آد مساويا لنصف خط آب فاقول ان مربع حد خمسة امثال مربع آد برهانه نرسم علي كل واحد من خطي آب حد مربعا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وهما

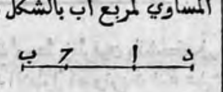


مربعا آز حه ونخرج كل واحد من خطي آح حط علي استقامته اما آح فالي جهة آ واما حط ففي جهة ح الي ان ينتهي آح الي ضلع ده علي نقطة ل وحط الي ضلع حز علي نقطة م ونخرج خط دط فيجتاز علي خط آل علي نقط م ونخرج خطا موازيا لضلع حد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلعي ده حط علي نقطتي ن س فلان سطحي آن ل س مربعا باستبانة الشكل الرابع من الثامنة والاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي يكون نم يساوي آد وم س يساوي آح ولان سطح آز مربع خط آح يساوي آب وآد يساوي آم لكن آب يساوي ضعف آد فآح يساوي ضعف آم ونسبة سطح آل الي آس كنسبة آح الي آم بالشكل

بالشكل الاول من السادسة فسطح آا يساوي ضعف سطح آسه فتما
مم حم معا المتساويان بالشكل
الثالث والاربعين من الاولي يساويان
سطح آا وسطح حز وهو الحاصل من سطح
بز في بح واب يساوي بز فسطح
حز يساوي سطح آب في بح وهو كمربع
آح المساوي لسطح م ط فعلم فرع ر يساوي
مربع آز وهو اربعة امثال مربع آد
فاذا اضفنا اليه مربع آنه حصل سطح حه
وهو مربع حد خمسة امثال مربع آد
وذلك ما اردنا ان نبين ✲



ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان آب قسم علي
نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول آح يكون سطح آب في بح كمربع
آح فنجعل آب في آح مشتركا فيكون سطح آب في بح وسطح آب في آح معا
المساوي لمربع آب بالشكل الثاني من الثانية مساويا لمربع آح وسطح آب



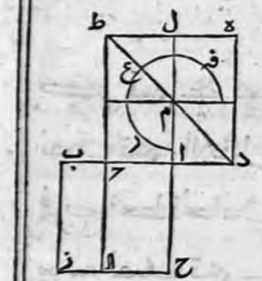
في آح لكن مربع آب يساوي اربعة امثال
مربع آد بحكم الشكل الرابع من الثانية لان
آد نصف آب وسطح آب في آح يساوي ضعف
سطح آد في آح بالشكل الاول من السادسة فضعف سطح آد في آح مع مربع
آح يساوي اربعة امثال مربع آد فنجعل مربع آد مشتركا فتكون خمسة
امثال مربع آد يساوي مربعي آد آح وضعف سطح آد في آح لكن مربعا آد
آح وضعف سطح آد في آح كمربع حد بالشكل الرابع من الثانية فمربع حد
يساوي خمسة امثال مربع آد . وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ب

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين وكان مربعه خمسه امثال مربع احد قسميه وزيد في القسم الاخر منه خط مستقيم علي استقامته وكان الخط الحاصل منهما ضعف القسم الاول فالخط الحادث الذي هو ضعف القسم الاول

مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول القسم الثاني من الخط المقسوم بمختلفين ✲

ليكن الخط المقسوم بمختلفين علي نقطة آ خط حد ومربعه خمسة
امثال مربع آد ونزيد في آح علي استقامته خط بح المستقيم فصار آب
ضعف آد فاقول ان آب مقسوم بنقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين
وقسمه الاول آح برهانه نرسم علي خطي حد آب مربعا حه آز بالشكل
السابع والاربعين من الاولي ونخرج
خطي آح حط علي استقامتهما اما خط
آح في جهة آ واما خط حط ففي جهة ح
فلبنته آح الي ضلع ه ط علي نقطة ل وخط
حط الي ح ز علي نقطة ا ونخرج قطر د ط
فيجتاز علي خط آا بنقطة م ونخرج منها
خطا يوازي ضلع حد بالشكل الواحد
والثلثين من الاولي وتخرجه في جهتيه الي
ضلع ده حا علي نقطتي نه سه فكل
من سطحي دم م ط مربع باستبانة الشكل
الرابع من الثانية فاح يساوي آب واح يساوي آم فيكون آح ضعف آم
ونسبة سطح آا الي سطح آسه كنسبة آح الي آم بالشكل الاول من السادسة
واح ضعف آم فسطح آا ضعف سطح آسه ومنهما مم حم المتساويان بالشكل
الثالث والاربعين من الاولي ضعف سطح آسه فسطح آا يساوي متممي مم
حم وسطح آنه مربع آد وسطح حد مربع خمسة امثال مربع آد فعلم فرع ر
اربعة امثال مربع آد ومربع آب اربعة امثال مربع آد بحكم الشكل
الرابع من الثانية فمربع آز يساوي علم فرع ر فسطح حز يساوي مربع ل سه
وضلع آح يساوي م سه بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع اح
المساوي لمربع ل سه يساوي سطح حز الحاصل من سطح با في بح واب
يساوي بز فسطح حز يساوي سطح آب في بح وسطح آب في بح يساوي
مربع بح وسطح آح في حب بالشكل الثالث من الثانية فاح اعظم من بح
فخط آب مقسوم علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول
آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲



ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع حد
يساوي مربعي آد اح وضعف سطح اح في اد بالشكل الرابع من الثانية وهو
ايضا يساوي خمسة امثال مربع آد بالفرض فاذا القينا من مربع حد مربع
اد

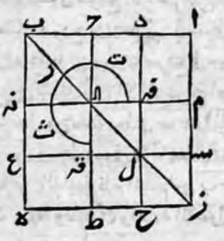
آدببقي ضعف سطح آد في آح مع مربع آح مساويا لاربعة امثال مربع آد ومربع آب اربعة امثال مربع آد بحكم الشكل الرابع من الثانية وسطح آب في آح مع سطح آب في ب ح يساوي مربع آب



بالشكل الثاني من الثانية فبصير ضعف سطح آب في آح مع مربع آح مساويا لسطح آب في آح وسطح آب في ب ح فاذا القينا سطح آب في آح المشترك يبقي سطح آب في ب ح مساويا لمربع آح وسطح آب في ب ح يساوي مربع ب ح ووسطح آح في ب ح بالشكل الثالث من الثانية فمربع آح اعظم من مربع ب ح وآح اعظم من ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كل قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وذلك نصف قسمه الاطول علي قسمه الاصغر علي استقامته فمربع الخط الحادث منهما يساوي خمسة امثال مربع نصف قسمه الاطول ✲

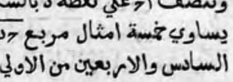
ليكن آب قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين بنقطة ح وقسمه الاطول آح ونصف آح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فاقول ان مربع ب د يساوي خمسة امثال مربع ح د برهانه نرسم علي آب مربع آه بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من كل واحده من نقطتي د ح خطا يوازي ب ه بالشكل الواحد والثلثين من



الاولي فهما متوازيان ومتوازيان لخط آز بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي خط زه علي نقطتي ح ط ونخرج قطر ب ز فيجتاز علي نقطتي ا ل من خطا ح ط د ح ونخرج منهما خطا ف ن ل ع موازيين لخط ه ز بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما متوازيان ومتوازيان لخط آب بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجهما في جهتيهما علي استقامتهما الي ان ينتهي انه الي خطي آز ب ه علي نقطتي م ن ول ع الي خطي ب ه آز علي نقطتي س ع فيمر ان علي خطي ح ط د ح علي نقطتي ف ف وكل واحد من سطوح د ع م ط ف ف

ف ف س ح م ل ل ط مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط آد يساوي كل واحد من خطي م ف س ل وخط ح د يساوي كل واحد من خطي ف ا ل ف وآد يساوي ح د وآح يساوي م ا فمربع آح يساوي مربع م ط ومربع د ح يساوي مربع ف ف واضلاع المربعات الكاينة في مربع م ط مساوية فمربع م ط اربعة امثال مربع ف ف فمربع آح اربعة امثال مربع ح د وخط د ع يساوي خط ن ع لانهما يساويان خطي ط ف ف المتساويين فسطح ط ع كسطح ل ع بالشكل السادس والثلثين من الاولي ولان آب يساوي ب ه وسطح ح ه حاصل ضرب ب ح في ب ه فسطح ح ه يساوي سطح آب في ب ح ومربع آح يساوي سطح آب في ب ح فسطح ح ه يساوي مربع آح بل اربعة امثال مربع ح د وسطح ط ع كسطح ل ع وسطح ع ا كسطح آد بالشكل الثالث والاربعين من الاولي لانهما متمما الاشباه المساوية بشي واحد متساوية فعلم تبرث يساوي سطح ح ه بل مربع آح بل اربعة امثال مربع ح د وسطح ف ف المساوي لمربع ح د اذا اضفناه الي علم تبرث حصل مربع د ع فمربع ب د يساوي خمسة امثال مربع ح د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع آح المنصف علي نقطة د يساوي اربعة امثال مربع ح د بحكم الشكل الرابع من الثانية وسطح آب في ب ح المساوي لمربع آح يساوي مربع ب ح وسطح آح في ب ح بالشكل الثالث من الثانية وسطح آح في ب ح يساوي ضعف سطح ح د في ح ب بالشكل الاول من الثانية



فضعف سطح ح د في ب ح مع مربع ب ح يساوي اربعة امثال مربع ح د واذا زيد علي ضعف سطح ح د في ب ح مع مربع ح د يصير خمسة امثال مربع ح د مساويا لمربعي ح د ب ح وضعف سطح ح د في ب ح لكن مربع ب د يساوي مربعي ح د ب ح وضعف سطح ح د في ب ح بالشكل الرابع من الثانية فمربع ب د يساوي خمسة امثال مربع ح د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان من هذين الشكلين عكسهما فنقول كل خط مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه وزيد في ذلك القسم خط مستقيم ساويه علي استقامته كان الخط الحادث مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر القسم الاخر من الخط ولكن مربع ب د خمسة امثال ربع ح د ويزيد علي استقامته آد مساويا لخط ح د فآب مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر ب ح ✲

لما

اما علي الشكل الاول فلان مربع دع خمسة امثال مربع فم فاذا القينا من مربع دع مربع فم يبقي علم تر ث مساويا لاربعة امثال حد وسطح ه يساوي العلم وهو حاصل من سطح ب ه اعني ان في ب ح فسطح آب في ب ح يساوي اربعة امثال مربع حد فبساوي مربع م ط المساوي لمربع آح فسطح آب في ب ح يساوي مربع آح وب ح اصغر من آح



واما علي الشكل الثاني فلان ب د يساوي خمسة امثال مربع حد فاذا القينا منه مربع حد يبقي ضعف سطح حد في ب ح مع مربع ب ح اربعة امثال مربع حد لكن ضعف سطح حد في ب ح يساوي سطح آب في ب ح وهو مربع ب ح يساوي سطح آب في ب ح فسطح آب في ب ح يساوي اربعة امثال مربع حد اعني آح فالحكم ثابت ✲

د

كل خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وزيد عليه مثل قسمه الاطول علي استقامته كان الخط الحادث مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول هو الخط كله ✲

ليكن آب قسم بنقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وزيد فيه اد علي استقامته مساويا لخط آح الذي هو قسمه الاطول فاقول ان خط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول هو خط آب برهانه فلان آح يساوي اد تكون نسبة آب الي اد كنسبه آب الي آح بالشكل السابع من الخامسة ونسبة آح الي ح ب كنسبة آب الي آح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي اد كنسبة آح الي ح ب فبالخلاف نسبة اد الي آب كنسبة ب ح الي ح آ وبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة د ب الي ب آ كنسبة ب آ الي آح ونسبة ب آ الي اد كنسبة ب آ الي آح بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ب د الي ب آ كنسبة ب آ الي آح ونسبة ب آ الي اد كنسبة ب آ الي آح بالشكل السابع من الخامسة



الخامسة فنسبة دب الي ب آ كنسبة ب آ الي آد بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه انه اذا فصل اصغر قسمي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين من اعظم قسميه كان القسم الاعظم مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين والمفصول قسمه الاعظم وذلك لانا اذا فصلنا من آب آح مساويا لخط اد في هذه الصورة كان آب مقسوما علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول آح لان نسبة دب الي ب آ كانت كنسبة آب الي آد فتكون نسبة دب الي ب آ كنسبة ب آ الي آح لان آد يساوي آح فبالتفصيل تكون نسبة دا الي آب كنسبة ب ح الي ح آ فبالخلاف نسبة ب آ الي آح المساوي لخط آد كنسبة آح الي دب



د

كل خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان مربع الخط كله مع مربع اصغر قسميه يساويان ثلثة امثال مربع الاعظم

ليكن الخط آب قسم علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر ب ح فاقول ان مربعي آب ب ح يساويان ثلثة امثال مربع آح برهانه فلان مربع آب مع مربع ب ح يساوي ضعف سطح آب في ب ح مع مربع آح بالشكل السابع من الثانية وسطح آب في ب ح يساوي مربع آح فضعف سطح آب في ب ح يساوي مثلثة امثال مربع آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

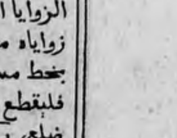


و

كل خط منطق قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان كل واحد من قسميه منفصل

ليكن خطا منطقا وليقسم علي نقطة ح علي نسبه ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع من السادسة وليكن قسمه الاطول آح فاقول ان كل واحد من آح ح ب منفصل برهانه نزيد في خط آح خط اد المستقيم علي استقامته

استقامته ونفصل منه آد مثل نصف آب بالشكل الثالث من الاولي فربع دح خمسة امثال مربع دا

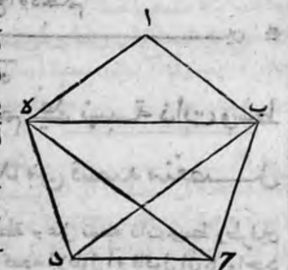


بالشكل الاول فتكون نسبة مربع دح الي مربع آد كنسبة الخمسة من العدد الي الواحد فنسبتهما ان كانت كنسبة عددي لبست عدد من المربعين لان الخمسة لبست بمربع فدح يباين دآ في الطول يشاركه في الغوة بالشكل السابع من العاشرة فبالقلب نسبة مربع دح الي فصل مربعه علي مربع آد كنسبة الخمسة الي المربع وليسا عددين مربعين فدح يقوي علي آد بمربع خط يباينه في الطول وآد منطف في الطول ده منفصل خامس واذا اضفنا سطحين متوازيين الاضلاع الي خط آب المنطف مساويان لمربع آح كان الضلع الثاني منه منفصل اول بالشكل الرابع والتسعين من العاشرة وسطح آب في بح مساويا لمربع آح وهو مضاف الي خط آب والعرض الحادث هو بح منفصل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ز

كل مخمس متساوي الاضلاع تساوت ثلث زوايا من زواياه متجاورة او غير متجاورة فجميع زواياه متساوية ✲

ليكن المخمس آبحده وثلث زوايا من زواياه وهي زوايا باه بحد حده الغير المتجاورة متساوية فاقول ان جميع زواياه متساوية برهانه نصل بين نقطة ب وبين كل واحدة من نقطتي ده بخط مستقيم فلان ضلعي با آه يساوي ضلعي بح حد وزاوية بحد وقاعدة بده كقاعدة بد وزاوية آبه كزاوية حدب بالشكل الرابع من الاولي فزاوية بده كزاوية بد بالشكل الخامس من الاولي فزاوية آده كزاوية حده وايضا نصل بين نقطتي حه بخط مستقيم فلان ضلعي حد ده وزاوية حده تساوي ضلعي با آه وزاوية باه فقاعدة حه كقاعدة بده فزاوية دحب كزاوية دبح بالشكل الخامس من الاولي فزاوية



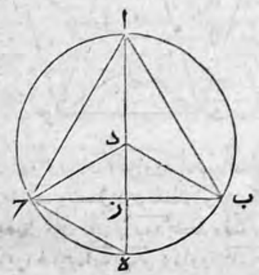
فزاوية آبح كزاوية بحد فزوايا الخمس كلها متساوية . ثم لتكن الزوايا الثلث المتساوية هي زوايا بحد حده آده المتجاورة فاقول ان جميع زواياه متساوية فنصل بين نقطة ب وبين كل واحدة من نقطتي ه د بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فبقطع ضلع بد فلبقطع ضلع بد علي نقطة ر فلان ضلعي بح حد وزاوية بحد من مثلث بحد يساويان ضلعي حد ده وزاوية حده من مثلث حده فقاعدة بد كقاعدة حد وزاوية بدح كزاوية دهه وزاوية حبد كزاوية حده بالشكل الرابع من الاولي فضلع حر كضلع در بالشكل السادس من الاولي وكانت قاعدتا بد حه متساويتين فضلعا بر رهـ متساويان فزاوية رهب كزاوية روب بالشكل الخامس من الاولي وزاوية آبه كزاوية آهب بالشكل الخامس من الاولي فزاوية آبح كزاوية آده ونصل بين نقطة آ وبين كل واحدة من نقطتي حد بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم فبقطع آح فلبقطع علي نقطة ط فلان ضلعي آب بح وزاوية آبح يساويان ضلعي بح حد وزاوية بحد فقاعدة بد كقاعدة آح وزاوية بآح كزاوية بدح وزاوية دبح كزاوية بحا بالشكل الرابع من الاولي فضلع بط كضلع طح وكانت قاعدتا آح بد متساويتين فضلعا آط دط متساويان فزوايا طآد طدا متساويتان وزوايا ده آده متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية باه كزاوية حاه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

ح

كل دايرة نرسم فيها مثلث متساوي الاضلاع فمربع ضلعه يساوي ثلثة امثال مربع نصف قطرها ✲

لتكن دايرة آبح ونرسم فيها مثلث آبح متساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة د ونصل بينهما وبين كل واحد من نقط آ ب ح

آ ب ح بخط مستقيم ونخرج خط آد علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطة ه وليجتاز علي ضلع ب ح علي نقطة ز ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فلان ضلعي آب آد يساويان ضلعا آ ح آ د وقاعدة ب د كقاعدة ح د فبالشكل الثامن من الاولي زاوية ب آ د كزاوية ح آ د فقوس ب ه كقوس ح ه بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة ولان مثلث آ ب ح متساوي الاضلاع وقسي الاوتار المتساوية متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة فقوس ب ه ح ثلث الدايرة فقوس ح ه سدسها فوتر ح ه يساوي نصف قطر آ د باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة ولان زاوية آ ح ه الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع آ ه يساوي مربعي آ ح ح ه معا بالشكل السابع والاربعين من الاولي لكن مربع آ ه اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية فمربعا آ ح ح ه معا يساويان اربعة امثال مربع آ د نصف القطر لكن مربع ح ه كمربع آ د فمربع آ ح ثلثة امثال مربع آ د نصف القطر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ·



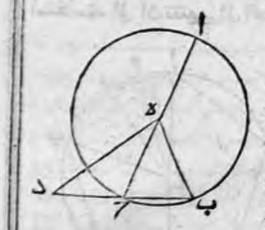
واستبان منه ان خمسة امثال مربع آ ح يساوي خمسة عشر مثلا نصف القطر وان العمود الخارج من احدي زوايا مثلث متساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة عمود علي تلك الزاوية وان الواقع من العمود بين المركز وضلع المثلث المتساوي الاضلاع ربع القطر وكذلك تمامه من نصف القطر وذلك لان ضلع آ ب آ ح متساويان وكذلك زويتا ب آ ز ح آ ز وضلع آ ز مشترك بين مثلثي ب آ ز ح آ ز فزاويتا آ ز ب آ ز ح متساويتان بالشكل الثامن من الاولي وزاوية د ز ح قايمة فزاوية ح ز ه تمامها من القايمتين قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبالشكل السادس من الاولي قاعدة د ز كقاعدة ز ه · واستبان منه ايضا ان مربع اي ضلع من اضلاع مثلث متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ثلثة ارباع مربع قطر تلك الدايرة لان مربع القطر اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية ومربع ضلع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في الدايرة ثلثة امثال مربع نصف قطرها ۞

ط

كل خط حاصل من اتصال ضلع معشر من دايرة

دايرة وضلع سدسها مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ضلع المسدس ۞

ليكن ضلع معشر دايرة آ ب ح وتر ب ح ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة ه ونصل بينهما وبين كل واحد من نقطتي ب ح بخط مستقيم ونخرج خط ح ه الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته الي نقطة آ ونخرج وتر ب ح علي استقامته في جهة ح الي غير النهاية ونفصل منه ح د مساويا لنصف قطر ح ه بالشكل الثالث من الاولي وهو خط ح د فاقول ان خط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ح د برهانه نصل بين نقطتي ه د بخط مستقيم فلان قوس آ ب ح خمسة امثال قوس ب ح فقوس آ ب اربعة امثال قوس ب ح ونسبة قوس آ ب الي قوس ب ح كنسبة زاوية آ ه ب الي زاوية ب ه ح بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاوية آ ه ب اربعة امثال زاوية ب ه ح ولان ضلعي ب ه ه ح متساويان يكون زاويتا ه ب ح ه ح ب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا ه ب ح ه ح ب معا ضعف كل واحدة منهما وزاوية آ ه ب تساوي زاويتي ه ب ح ه ح ب معا بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ه ح ب ضعف زاوية ب ه ح ولان ضلعي ه ح ح د متساويان فزاويتا ح ه ح د ه متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية ب ح ه ضعف زاوية ح د ه وهي زاوية ب ه ح ايضا فزاويتا ب ه ح ح د ه متساويتان وزاوية ه ح ب كزاوية ب د ه وزاويه ب ه ح كزاوية ح د ه وزاويه ب ه ح مشترك بين مثلثي ب ه ح ب ه د فزاويتاهما المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ب ه الي ب ح كنسبة ب د الي ب ه ونسبة ب د الي د ح كنسبة ب د الي ب ه بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ه الي ب ح كنسبة ب د الي د ح فبالتقديم نسبة ب د الي د ح كنسبة ب ه الي ب ح ونسبة ح د الي ح ب كنسبة ب ه الي ح ب فنسبة ب د الي د ح كنسبة د ح الي ح ب فخط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين ولان زاوية ه ب ح اعظم من زاوية ب ه ح فضلع ح ه اعظم من ضلع ح ب وح د يساوي ح ه فح د اعظم قسمي خط ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



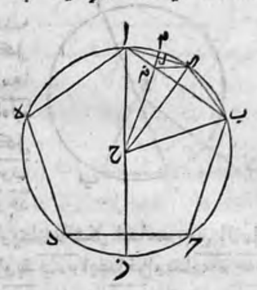
واستبان منه ان وتر المعشر الواقع في اي دايرة اذا فصل من وتر مسدسها كان وتر المسدس مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول

الاطول وتر المعشر لما بينا في استبانة الشكل السابع وهذا هو الشكل الاول من المقالة الخامسة عشر من اصلي الثابت والحجاج ✲

٤

كل ضلع مخمس متساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة يقوي على ضلعي مسدسها ومعشرها اذا كان متساويتي الاضلاع ✲

نرسم في دايرة $آبجدهز$ مخمس $آبجدهز$ متساوي الاضلاع بالشكل السادس عشر من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة $ح$ ونصل بينها وبين نقطتي $آب$ بخط مستقيم ونخرج $آح$ علي استقامته الي ان تنتهي الي المحيط فلبنته علي نقطة $ز$ ونخرج من نقطة $ح$ عمود $حط$ علي ضلع $آب$ بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج عمود $حط$ في جهة $ط$ الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطة $ا$ فقوس $اك$ بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة لان عمود $حط$ نصف وتر $آب$ بالشكل الثالث من الثالثة ونصل بين نقطة $ا$ وكل واحدة من نقطتي $آب$ بخط مستقيم ونخرج من نقطة $ح$ عمود $حل$ علي

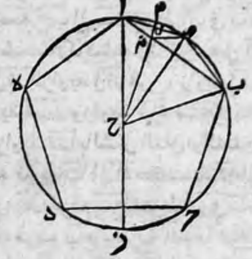


ضلع $اك$ بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته الي نقطة $م$ فيقطع ضلع $آب$ فليقطع علي نقطة $ن$ ونصل بين نقطتي $اب$ بخط مستقيم فلان قوس $آبحز$ كقوس $آهدز$ وقوس $آبح$ كقوس $آهد$ فقوس $حز$ كقوس $دز$ لكن قوس $حزد$ المخمس فقوس $حز$ قوس المعشر ولان $آح$ يساوي $حب$ و$حط$ عمود علي $آب$ فزاوية $آحا$ كزاوية $احب$ بالشكل الثامن من الاولي فقوس $آك$ كقوس $اب$ بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فقوس $آب$ ضعف قوس $بك$ فخط $آك$ ضلع المعشر وكذلك قوس $آك$ ضعف قوس $آم$ ولان قوس $اب$ ضعف قوس $بك$ وقوس $حد$ كقوس $آب$ فقوس $حد$ ضعف قوس $بك$ وقوس $حد$ ضعف قوس $حز$ فقوس $حز$ كقوس $بك$ لكن قوس $بك$ ضعف قوس $آم$ لان $بك$ يساوي $آك$ فقوس $حز$ ضعف قوس $آم$ وقوس $حب$ ضعف قوس $بك$

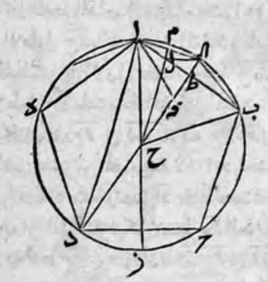
$بك$ لانهما متساويان فقوس $زبك$ كله ضعف قوس $بم$ فزاوية $زحب$ ضعف زاوية $بحم$ بالشكل الثاني والثلثين من الاولي او بالشكل العشرين من الثالثة وزاوية $زحب$ ضعف ايضا زاوية $حآب$ لان زاوية $حآب$ كزاوية $آبح$ فزاوية $بحن$ كزاوية $حآب$ وزاوية $آبح$ مشترك بين مثلثي $آبح$ $بحن$ فزاوية $آحب$ كزاوية $بنح$ فبالشكل الرابع من السادسة نسبة $آب$ الي $بح$ كنسبة $حب$ الي $بن$ فسطح $آب$ في $بن$ كمربع $بح$ ولان ضلع $آك$ كضلع $اك$ ومشترك ضلع $آن$ عمود علي $آك$ فقاعدة $آن$ كقاعدة $نا$ فزاوية $لآن$ كزاوية $لان$ لكن زاوية $لآن$ كزاوية $آبن$ فزاوية $لآن$ كزاوية $آبن$ وزاوية $نآ$ مشترك بين مثلثي $آبآ$ $آنآ$ فزاوية $آبآ$ الباقية كزاوية $آنا$ بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة $بآ$ الي $آن$ كنسبة $آا$ الي $آن$ فسطح $بآ$ في $آن$ كمربع $آا$ وسطح $آب$ في $بن$ كمربع $بح$ فسطح $آب$ في $بن$ مع سطح $بآ$ في $آن$ بل مربع $آب$ يساوي مربع $بح$ ومربع $آا$ معا لكن $آب$ ضلع المخمس و$بح$ ضلع المسادس و$آا$ ضلع المعشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

واستبان منه ان العمود الخارج من مركز اي دايرة الي وتر مخمسها كعمود $حط$ يساوي نصف وتر المسدس والمعشر معا الواقعين في تلك الدايرة وهذا هو الشكل الاول من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج وذلك لان $آا$ اذا كان علي استقامته $حا$ كان الخط الحاصل منهما معشرا علي نسبة ذات وسط وطرفين وكان قسمه الاطول $حا$ بالشكل المتقدم فاذا فصلنا $حم$ مساويا لوتر $آا$ بالشكل الثالث من الاولي كان خط $حط$ معشرا علي وسط وطرفين وقسمه الاطول $حم$ باستبانة الشكل المتقدم فنقطة $م$ لا يقع علي نقطة $ط$ والا لكان سطح $حا$ في $اط$ كمربع $حم$ اعني مربع عمود $حط$ باستبانة الشكل السادس عشر من الخامسة فاذا اخرجنا $حا$ الي المحيط علي استقامته ينتهي الي نقطة $د$ منه ونصل $آد$ بخط مستقيم فتكون زاوية $دآا$ قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فيكون سطح $دا$ الذي هو ضعف $حا$ في $اط$ كمربع $آا$ المساوي لخط $حم$ وكان سطح $حا$ في $اط$ كمربع $حم$ هذا خلف فنقطة $م$ تقع بين نقطتي $حط$ فيكون سطح $دا$ الذي هو ضعف خط $حا$ في $اط$ كسطح $حا$ في $ام$ فيكون خط $اط$ باستبانة الشكل الاول من السادسة فخط $اط$ فخط $طم$ فيكون ضلعا $آاط$ معا كخطي $حم$ $مط$ اعني عمود $حط$ يساوي ضلعي وتر المسدس والمعشر معا . او نقول بوجه آخر فلان مربع $اح$ كمربعي $آط$ $حط$ ومربع $آا$ كمربعي $آط$ $اط$ بالشكل السابع والاربعين من الاولي و$آح$ اعظم من $آا$ فط اصغر من $حط$ فنفصل منه ما يساوي $اط$ وهو $قط$ بالشكل الثالث من الاولي ونصل $آم$ بخط مستقيم فتكون زاويتا $آاط$ $آمط$ متساويتين

متساويتين وكذا ضلعي آ آ قبالشكل الرابع من الاولي ولان قوس اءد اربعة امثال قوس آ آ فتكون نسبة قوس اءد الي قوس آ آ كنسبة زاوية اح د الي زاوية اح آ بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاوية اح د اربعة امثال زاوية اح آ وضلعا ح آ آح متساويان فزاويتا آ آح آ آح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية اح د كزاويتي آ آح آ آح بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية آ آح المساوية لزاوية آقط ضعف زاوية اح آ فزاوية آقط ضعف زاوية اح ط وهي مساوية لزاويتي قاح اح قبالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا قاح اح ق متساويتان فضلع آق كضلع قح بالشكل السادس من الاولي فضلع قح كضلع آق وضلع آ كضلع آق فضلع ح ق كضلع آ آ وضلعا آ ط ط ق متساويان فعمود ح ط المساوي لضلعي آ آ ط يساوي نصف وتري المسدس والمعشر ✲



واستبانة ثانية وهي ان مربع اد وتر زاوية الخمس الواقع في دايرة مع مربع آب ضلع مخمسها يساوي خمسة امثال مربع نصف قطرها وهذا هو الشكل الثاني من المقالة الرابعة عشر من الثابت والحاج وذلك لان مربع اد وتر زاوية الخمس مع مربع آ آ ضلع المعشر يساوي اربعة امثال مربع نصف القطر باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة وقد تبين في هذا الشكل ان مربع آب وتر الخمس يساوي مربع نصف القطر مع مربع وتر المعشر فمربع وتر اد مع مربع آب ضلع الخمس يساويان خمسة امثال من نصف القطر ✲



واستبانة ثالثة وهي انا اذا رسمنا في دايرة آب ح مثلث اعس متساوي الاضلاع باستبانة الشكل الخامس عشر من الرابعة ووصل بين نقطة ح المركز وبين كل واحدة من نقطة زوايا المثلث والخمس بخط مستقيم يحدث في الخمس خمسة مثلثات متساويات باستبانه الشكل الثاني من الرابعة وفي المثلث ثلاثة مثلثات متساويات بالشكل الثامن وبالشكل الرابع من الاولي لتساوي اضلاعها المتناظرة ونخرج من نقطة ح الي ضلع

ضلع اع عمود ح ق بالشكل الثاني عشر من الاولي فسطح عمود ح ط في آط يساوي مثلث آب ح وسطح عمود ح ق في اق يساوي مثلث اع ح باستبانة الشكل الثالث عشر من الثانية فسطح عمود ح ط في آب يساوي ضعف مثلث آب ح وسطح عمود ح ق في اع يساوي ضعف مثلث اع ح فستون مثلا لمثلث آب ح يساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب حده لان المخمس ينقسم الي خمس مثلثات متساويات فسطح عمود ح ط في ضلع آب ثلثون مرة يساوي ستين مثلا لمثلث آب ح وهي تساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب حده وستون مثلا لمثلث اع ح يساوي عشرين مثلا لمثلث اع س منقسم الي ثلاثة امثال مثلث اع ح فسطح عمود ح ق في اع ثلاثون مرة يساوي ستين مثلا لمثلث اع ح وهي تساوي عشرين مثلا لمثلث اع س ومن اول الاستبانة الي ههنا هو تقرير الشكل الرابع والخامس من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحاج ولان نسبة الاضعاف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة اثني عشر مثلا لمخمس اب حده الي عشرين مثلا لمثلث اع س كنسبة مثلث آب ح الي مثلث اع ح



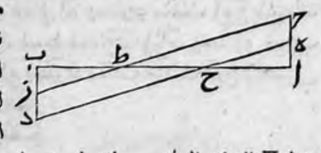
واستبانة رابعة وهي انه اذا كان مخمسان يحيط باحدهما اثنا عشر مخمسا متساويات وبالآخر عشرون مثلثات متساويات وكانت الدايرة التي تحيط بالمخمس مساوية للدايرة التي تحيط بالمثلث فان سطح ذي الاثني عشر قاعدة الي سطح ذي العشرين قاعدة كنسبة مثلث من المثلثات التي ينقسم البها مخمس ذي الاثني عشر قاعدة الي مثلث من المثلثات التي ينقسم البها مثلث ذي العشرين قاعدة بل تكون كنسبة مثلث دآل الي مخمس هذا علي التبادل

مقدمة

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه ثلثة اقسام متساوية ✲

ليكن الخط آب فنخرج من نقطتي آ ب عمودي آ ح ب د علي خط آب احدهما في

في جهة من خط آب والآخر في جهة آخري منه بالشكل الحادي عشر من الاولي وننصف عمود آح علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونجعل عمود بد مساويا لعمود آح بالشكل الثالث من الاولي وننصف عمود بد علي نقطة ز بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي حد حز بخط مستقيم فينقسمان آب علي نقطتي ح ط بثلثة اقسام متساوية .



برهانه فلان كلا من زاويتي حآب آبد المتقابلتان قايمة وعمودا آح بد متساويان فخط يساوي دز فخطا ده حز متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان قاعدتي حط ه ح متوازيتان تكون نسبة اه الي ه ح كنسبة آح الي ح ط بالشكل الثاني من السادسة لكن اه يساوي حه واح يساوي ح ط وبمثله نبين ان خط ب ط يساوي خط ط ح فخطوط آح ح ط ط ب متساوية وان اردنا ان نقسم خط آب باربعة اقسام متساوية فبنقسم عمود آح بثلثة اقسام متساوية ثم نقسم عمود بد بثلثة اقسام متساوية كما قسمنا آح ونبين بمثل ما بينا انقسام خط آب باربعة اقسام متساوية وان اردنا نقسم آب بخمسة اقسام متساوية نقسم كل واحد من العمودين باربعة اقسام متساوية وساوي بعضها بعضا ثم تبين بمثل ما بينا الانقسام وعلي هذا القياس ان اردنا ان نقسمه بسته اقسام او اكثر وذلك ما اردنا ان نبين ❊

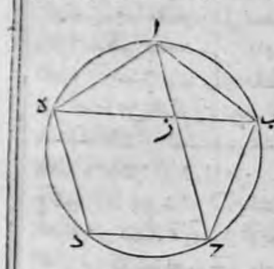
يآ

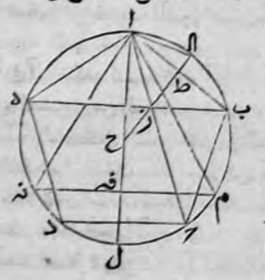
كل مخمس متساوي الاضلاع يقع في دايرة فان اي وترين من اوتار زواياه يتقاطعان فانهما يتقاسمان علي نسبة ذات وسط وطرفين والقسم الاطول من كل منهما يساوي ضلع المخمس ❊

فنرسم في دايرة آب حده مخمس آب حده بالشكل الحادي عشر من الرابعة ونخرج وتري به آح فبقع كل منهما في دايرة آب ح بالشكل الثاني من الثالثة فيتقاطعا فليتقاطعا علي نقطة ز فاقول ان كل واحد من وتري آح به مقسوم بنقطة ز علي نسبة ذات وسط وطرفين والقسم الاطول من كل منهما يساوي ضلع مخمس آب حده برهانه فلان قوس آب كقوس ب ح فزاوية

فزاوية ب آز كزاوية اه ب بالشكل الحادي والعشرين من السادسة وضلع آب كضلع آه وزاوية آبه كزاوية اه ب بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا آب ز ب آز متساويتان فبهما ضعف زاوية ب آز وزاوية آزه كزاويتي آب ز ب آز بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية آزه ضعف زاوية ب آز وقوس ده ضعف قوس ب ح فزاوية حاه ضعف زاوية ب آز لان نسبة القوس الي القوس كنسبة الزاوية الي الزاوية بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاويتا آزه زاه متساويتان فضلع زه كضلع آه بالشكل السادس من الاولي ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ب آه من مثلث آبه كزاوية آزب من مثلث آب ز فزوايا مثلثي آبه آب ز النظاير متساوية ولان ضلع ه ز كضلع آه فاضلاع اه آب ه ز متساوية فنسبة به الي ه ز كنسبة به الي ب آ بالشكل التاسع من الخامسة وبالشكل الرابع من السادسة نسبة آب الي ب ز كنسبة به الي ب آ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة به الي ه ز كنسبة آب الي ب ز ونسبة ه ز الي زب كنسبة آب الي ب ز بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة به الي ه ز كنسبة ه ز الي زب فوتر به انقسم بنقطة ز علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ه ز مساويا لضلع ب ح ضلع المخمس فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

واستبان منه ان نسبة وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة الي ضلع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة او في دايرة تساويها كنسبة اثني عشر مثلا لسطح المخمس الي عشرين مثلا لسطح المثلث وهذا هو الشكل السادس من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج وانما يتم هذا ابعد ما نذكر في استبانة الشكل العشرين ان مخمس ذي الاثني عشر ومثلث ذي العشرين اللذين يقعان في كرة يحيط بها دايرتان متساويتان لانه قد بين في هذا الشكل ان وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه





قسمه الاطول مساويا لضلع المخمس وتبين في الشكل السابع ان ضلعي المسدس والمعشر اذا اتصل احدهما علي استقامة الآخر كان الخط الحاصل منهما مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين ويكون قسمه الاطول وتر المسدس فنجد مركز دايرة $\overline{اب ح}$ بالشكل الاول من الثالثة ولبكن نقطة $ح$ ونصل بينها وبين نقطة $\overline{آ}$ بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي المحيط علي نقطة $ل$ ونرسم قبلها مثلث $\overline{آم نه}$ المتساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة فضلع $\overline{م نه}$ يقطع القطر علي نقطة $\overline{قه}$ فيكون $\overline{آقه}$ عمودا علي $\overline{م نه}$ باستبانة الشكل الثامن ونخرج من نقطة $ح$ عمود $\overline{ح ط}$ علي ضلع $\overline{اب}$ بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرجه الي المحيط علي نقطة $\overline{ا}$ ونصل $\overline{آا}$ بخط مستقيم فيقع في الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فعمود $\overline{ح ط}$ بنصف وتر $\overline{اب}$ بالشكل الثالث من الثالثة وقوس $\overline{آاب}$ بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقطة $\overline{آ}$ فـ $\overline{آا}$ ضلع المعشر وقد تبين في استبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين المعشرة مقسومة علي نسبة واحدة فتكون نسبة الخط الي الخط كنسبة قسمه للاطول وللاصغر الي الاصغر علي الولاء فاذا قسم عمود $\overline{ح ط}$ علي نسبة ذات وسط وطرفين



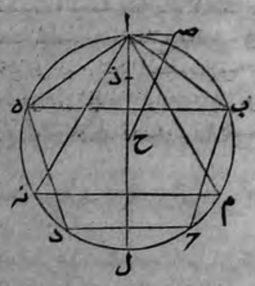
بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة $\overline{آاح}$ اذا كان خطا واحدا الي عمود $\overline{ح ط}$ كنسبة $\overline{ح آ}$ الي القسم الاطول من عمود $\overline{ح ط}$ لكن $\overline{آاح}$ اذا كان خطا واحدا كان ضعف عمود $\overline{ح ط}$ باستبانة الشكل المتقدم فبكون $\overline{آح}$ ضعف القسم الاطول من عمود $\overline{ح ط}$ فبكون القسم الاطول منه ربع القطر فبكون مساويا لعمود $\overline{ح قه}$ فتكون نسبة $\overline{ب ه}$ وتر زاوية المخمس الي $\overline{اب}$ ضلعه كنسبة عمود $\overline{ح ط}$ الي عمود $\overline{ح قه}$ باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فسطح عمود $\overline{ح ط}$ في ضلع $\overline{اب}$ كسطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{ب ه}$ بالشكل الثامن عشر من السادسة وقد تبين في استبانة الشكل المتقدم ان ثلثين مثلا لسطح عمود $\overline{ح ط}$ في ضلع المخمس يساوي اثني عشر مثلا لمخمس $\overline{اب حده}$ فبكون ثلثين مثلا لسطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{ب ه}$ يساوي اثني عشر مثلا لمخمس $\overline{اب حده}$ وقد تبين في الشكل المتقدم ايضا ان ثلثين مثلا لسطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{م نه}$ يساوي عشرين مثلا لسطح مثلث $\overline{ام نه}$ وكل خط ضرب في خطين فنسبة الخطين كنسبة السطحين الخارجين من ضرب ذلك الخط في الخطين باستبانة الشكل الاول من السادسة فتكون نسبة خط

خط $\overline{ب ه}$ وتر زاوية المخمس الي خط $\overline{م نه}$ ضلع المثلث المتساوي الاضلاع كنسبة سطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{ب ه}$ الي سطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{م نه}$ ونسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الثامن عشر من الخامسة فتكون نسبة ثلثين مثلا لسطح عمود $\overline{ح قه}$ في $\overline{ب ه}$ المساوية لاثني عشر مثلا لسطح مخمس $\overline{اب حده}$ الي مثلا لسطح عمود $\overline{ح قه}$ في ضلع $\overline{م نه}$ المساوية لعشرين مثلا لمثلث $\overline{ام نه}$ كنسبة $\overline{ب ه}$ الي $\overline{م نه}$ ۞

واستبانة ثانية ان النسبة سواكان المثلث المتساوي الاضلاع واقعا في دايرة مخمس او في دايرة تساويها واقول في بيان هذا المطلوب بوجه اخر وهو الوجه هو الشكل التاسع والثامن من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والعجاج فلان وتري $\overline{بل}$ $\overline{دل}$ متساويان تكون زاويتا $\overline{باسه}$ $\overline{داسه}$ متساويتين بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فضلعا $\overline{اب}$ $\overline{اسه}$ وزاوية $\overline{باسه}$ تساوي ضلعي $\overline{اه}$ $\overline{اسه}$ وزاوية $\overline{داسه}$ فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة $\overline{بسه}$ كقاعدة $\overline{سه د}$ ونقسم $\overline{بسه}$ بثلثة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل هذا الشكل ولبكن احد اقسامه $\overline{بع}$ فبكون خط $\overline{دع}$ خمسة اسداس $\overline{بد}$ فبكون $\overline{سه}$ مثل ونصف $\overline{سع}$ ولان $\overline{حقه}$ مربع القطر فبكون $\overline{آقه}$ مثل ونصف $\overline{آح}$ فنسبة $\overline{آقه}$ الي $\overline{آح}$ كنسبة $\overline{سه}$ الي $\overline{سع}$ فبالشكل الخامس عشر من السادسة سطح $\overline{آقه}$ في $\overline{سع}$ كسطح $\overline{سه}$ $\overline{آح}$ يساوي ضعف مثلث $\overline{اوح}$ و $\overline{حقه}$ مثل نصف $\overline{آح}$ فسطح $\overline{سه}$ في $\overline{حقه}$ يساوي مثلث $\overline{آحه}$ فاذا اضفنا الي سطح $\overline{سه}$ في $\overline{آح}$ يصير المجموع مساويا لثلثة امثال مثلث $\overline{آوح}$ فاذا اضفنا اليه سطح $\overline{آقه}$ في $\overline{سع}$ المساوي لسطح $\overline{سه}$ في $\overline{آح}$ يكون المجموع مساويا لسطح مخمس $\overline{اب حده}$ اذ كل مخمس متساوي الاضلاع ينقسم الي خمس مثلثات متساويات وسطح $\overline{آقه}$ $\overline{سه}$ $\overline{سع}$ يساوي سطح $\overline{آقه}$ في $\overline{دع}$ بالشكل الاول من الثانية فثلثة امرباع قطر $\overline{آل}$ في خمسة اسداس $\overline{بد}$ وتر زاوية المخمس يساوي مخمس $\overline{اب حده}$ فسطح $\overline{آب}$ في اثني عشر مثلا لخط $\overline{دع}$ يساوي اثني عشر مثلا مخمس $\overline{اب حده}$ وسطح $\overline{آقه}$ في اثني عشر مثلا لخط $\overline{عه}$ يساوي سطح $\overline{آقه}$ في عشرة امثال سطح $\overline{آقه}$ في $\overline{بد}$ يساوي اثني عشر مثلا مخمس $\overline{اب حده}$ وسطح $\overline{آقه}$ في $\overline{م نه}$ ضعف مثلث $\overline{ام نه}$ فسطح $\overline{آقه}$ في عشرة امثال $\overline{م نه}$ يساوي مثلا لمثلث $\overline{ام نه}$ فنسبة $\overline{بد}$ الي $\overline{م نه}$ كنسبة اثني عشر مثلا لسطح مخمس $\overline{اب حده}$ الي عشرين مثلا لمثلث $\overline{ام نه}$ ۞

واستبانة

واستبانة الثالثة وهي ان نسبة كل وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة الي ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة وفي اي دايرة تساويها كنسبة الخط القوي علي الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي الخط القوي علي المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاصغر فنقسم نصف قطر آح علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاعظم ح ذ والاصغر آذ ولان آح ضلع المسدس باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعه فيكون ح ذ ضلع المعشر باستبانة الشكل السابع فاقول ان نسبة بء وتر زاوية المخمس الي آم ضلع المثلث المتساوي الاضلاع كنسبة الخط القوي علي آح ح ذ معا الي الخط القوي آح آذ معا فنخرج من نقطة آ علي خط آح عمود آصه بالشكل الحادي عشر من الاولي فيقع خارج دايرة آب ح بالشكل الخامس عشر من الثالثة ونفصل منه آصه مساويا خط آذ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي صه ح بخط مستقيم فلان مربع آم ثلثة امثال آح بالشكل الثامن ومربع ح صه يساوي مربعي آح آصه بالشكل السابع والاربعين من الاولي وآصه يساوي آذ فمربع ح صه يساوي مربعي آح آذ معا وهما يساويان ثلثة امثال مربع ح ذ فمربع ح صه يساوي ثلثة امثال مربع ح ذ ولان نسبة آم الي ح صه مثناة كنسبة مربع آم الي مربع ح صه بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبه الاضعاف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة ومربع آم ثلاثة امثال مربع آح ومربع ح صه ثلثة امثال مربع ح ذ فبالتبديل نسبة مربع آح الي ح ذ كنسبة مربع آم الي مربع ح صه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آم الي ح صه مثناة كنسبة مربع آح الي مربع ح ذ ونسبة آح الي ح ذ مثناة كنسبة مربع آح الي مربع ح ذ بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آم الي ح صه مثناة كنسبة آح الي ح ذ مثناة فنسبة آم الي ح صه كنسبة آح الي ح ذ ولان وتر زاوية المخمس اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاطول ضلع المخمس فنسبة بء الي با كنسبة آح الي ح ذ باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فنسبة بء الي با كنسبة آم الي ح صه فبالابدال بالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بء الي آم كنسبة با الي ح صه لكن با يقوي علي آح ضلع المسدس وعلي



وعلي ح ذ ضلع المعشر معا بالشكل المتقدم وح صه يقوي علي آح آذ معا فنسبة بء وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة كنسبة الخط القوي علي الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي الخط القوي علي ذلك الخط المقسوم وعلي قسمه الاصغر معا ولوكان المثلث المتساوي الاضلاع الذي هو مثلث آم نه واقعا في دايرة تساوي دايرة آب ح لكانت النسبة بحالها فالمطلوب حاصل *

يب

ضلع كل مخمس متساوي الاضلاع نرسم في اي دايرة قطرها منطق فانه اصغر *

نرسم مخمس آب حدء في دايرة آب حدء التي قطرها منطق فاقول ان كل واحد من اضلاع مخمس آ ب ح د ء اصغر برهانه نجد مركز الدايرة بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة ط ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آب بخط مستقيم ونخرجهما علي استقامتهما الي المحيط فلبنقه آط الي ز وبط الي ح ونصل بين نقطتي آح بخط مستقيم فيقع في دايرة آب ح بالشكل الثاني من الثالثة فيقع قطر ب ح علي نقطة ل ولان قوسي آب ب ح كقوسي آء ء د فيكون قوسا ح ز د ز متساويين لان كل واحدة من قوسي آب ح ز آء د ز نصف دايرة ويمثله تبين ان قوسي ح د ح متساويان فزاويتا ح ب ل آ ب ل متساويتان بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فضلعا آب ب ل والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي ب ح ب ل والزاوية التي بينهما فبالشكل الرابع من الاولي زاوية ب ل ح كزاوية آ ل ب فكل منهما قايمة وكذلك كل من زاويتي آ ل ط ح ل ط بالشكل الثالث عشر من الاولي واذا وصلنا بين نقطة آء ط بخط مستقيم تبين بمثل ما بينا ان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطة نه قايمة وننصف نصف قطر ط ح وننصف نصف بالشكل العاشر من الاولي وليكن هو ط ك وط ك ربع ط ح فهو يساوي ربع آط فلان زاويتي آ ل ط آم ح من مثلثي آ ل ط آم ح قايمتان وزاوية ل آ ط مشترك بينهما وزوايا كل مثلث كقايمتين



كقاعدتين بالشكل الثاني والثلثين من الاول فزوايا مثلثي آ ط ا م ح
المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ح م الي ل ط كنسبة
آ ح الي آ ط ولان نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف المتساوية العدة بالشكل
الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة ربع آ ح الي ربع آ ط كنسبة آ ح
الي آ ط فبالشكل الحادي عشر من
الخامسة نسبة ح م الي ل ط كنسبة
ربع آ ح الي ربع آ ط ونسبة ربع آ ح الي
ط ا كنسبته الي ربع آ ط بالشكل
التاسع من الخامسة فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة ح م
الي ل ط كنسبة ربع آ ح الي ط ا
فبالابدال بالشكل السادس عشر من
الخامسة نسبة ح م الي ربع آ ح كنسبة
ل ط الي ط ا فنسبة ح د ضعف ح م



الي ح ل نصف آ ح كنسبة م ح الي ربع آ ح بالشكل الخامس عشر من الخامسة
وكانت نسبة ل ط الي ط ا كنسبة م ح الي ربع آ ح فبالشكل الحادي من
الخامسة نسبة ح د الي ح ل كنسبة ل ط الي ط ا فبالتركيب بالشكل السابع
عشر من الخامسة نسبة د ح ل اذا كان مستقيما الي ح ل كنسبة ل ا الي ا ط
واذا قسم آ ح علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاعظم يساوي ح د
ضلع المخمس بالشكل المتقدم وقد تبين في الشكل الاول ان قسم الاعظم
من قسمي الخطين المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين اذا اضيف الي
نصف ذلك القطر كله كان مربع المجموع خمسة امثال مربع نصف الخط
فمربع د ح ل خمسة امثال مربع ح ل ونسبة مربع د ح ل الي مربع ح ل كنسبة
د ح ل الي ح ل مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة ل ا الي ا ط
مثناة كنسبة د ح ل الي ح ل مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
نسبة مربع د ح ل الي مربع ح ل كنسبة ل ا الي ا ط مثناة ونسبة ل ا الي ا ط
مثناة كنسبة مربع ل ا الي مربع ا ط فنسبة مربع د ح ل الي مربع ح ل
كنسبة مربع ل ا الي مربع ا ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن
مربع د ح ل خمسة امثال مربع ح ل فمربع ل ا خمسة امثال مربع ا ط واط
اربعة امثال ط ا وب ط يساوي آ ط فب ط اربعة امثال ط ا فب ا
خمسة امثال ط ا فنسبة ب ا الي ا ط كنسبة مربع ب ا الي مربع ا ط مثناة
كنسبة مربع ل ا الي مربع ا ط فنسبة ب ا الي ا ط مثناة بالشكل الحادي
عشر من الخامسة فاذا حصلنا وسطا في النسبة بين خطي ب ا ا ط
بالشكل التاسع من السادسة كانت نسبة ذلك الوسط الي ا ط مثناة
كنسبة ب ا الي ا ط مثناة كنسبة ب ا الي ا ط فنسبة الوسط الي ا ط مثناة
كنسبة

كنسبة ل ا الي ا ط مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة الوسط
الي ا ط كنسبة ل ا الي ا ط فل ا يساوي الوسط بالشكل التاسع من الخامسة
فخط ل ا وسط في النسبة بين خطي ب ا ا ط ونسبة مربع ب ا الي مربع
ل ا مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة ل ا الي ا ط مثناة كنسبة
ب ا الي ل ا مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب ا
الي مربع ل ا كنسبة ل ا الي ط ا بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن
مربع ل ا خمسة امثال مربع ا ط فمربع ب ا خمسة امثال مربع ل ا فنسبة
مربع ب ط الي مربع ل ا كنسبة خمسة الي الواحد فنسبة مربع ب ا الي
مربع ل ا كنسبة غير مربعين فبالشكل التاسع من العاشرة خط ب ا
يشارك ل ا في القوة ويباينه في الطول وب ا منطق لانه يشاركه قطر
ب ح المنطق باستبانة الشكل العاشر من العاشرة فل ا اصم ننصف ب ا
بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ب ن ا ونخرج من
نقطة ط عمود ط ف علي ب ا بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه
علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ق ونصل بينها وبين كل
من نقطتي ب ا بخط مستقيم فباستبانة الشكل الثامن من السادسة نسبة
مربع ب ا الي مربع ا ف كنسبة ب ا الي ا ط ولان ل ا وسط في النسبة بين
ب ا ا ط تكون نسبة مربع ب ا الي مربع ل ا كنسبة ب ا الي ا ط فبكون
مربع ل ا كمربع ا ف بالشكل السابع من الخامسة فبكون ا ف يساوي ل ا
فب ا يقوي علي ل ا اعني ا ف بمربع خط ب ف بالشكل السابع والاربعين
من الاولي وكانت نسبة ب ا الي ا ط كنسبة الخمسة الي الواحد فبالقلب
نسبة ب ا الي ب ط كنسبة الخمسة الي الاربعة وهما عددان غير مربعين
ونسبة مربع ب ا الي مربع ب ف كنسبة ب ا الي ب ط فب ا يشارك ب ف
في القوة ويباينه في الطول بالشكل التاسع من العاشرة فب ا يقوي علي
ل ا بمربع خط يباينه فب ا المنفصل الرابع ومربع آب يساوي سطح ب ح
المنطف في ب ل المنفصل الرابع فبكون آب ضلع المخمس المتساوي الاضلاع
الواقع في دايرة آ ب ح اصغر بالشكل الواحد والعشرين من العاشرة
فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

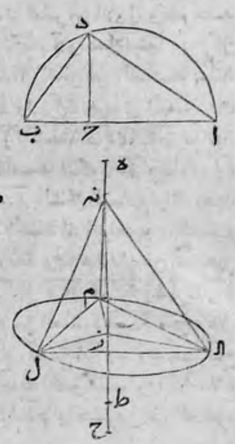
ح

كل كرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا مجسما
به اربع مثلثات متساويات الاضلاع علي ان
مربع قطر تلك الكرة مثل مربع ضلع من اضلاع

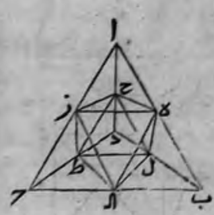
المثلثات

المثلثات المحيطة بالمخروط ومثل نصف مربعه ولنا ان نرسم ايضا في اي مخروط تحيط به اربع مثلثات متساويات الاضلاع شكلا مجسما ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع ❊

ليكن آب مساويا لقطر الكرة المفروضة فننصف آب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة آدب ونقسم آب بثلاثة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وليكن احد اقسامه ب ح ونخرج من نقطة ح عمود ح د علي آب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي قوس آدب علي نقطة د ونصل بين نقطة د وبين كل واحدة من نقطتي آب بخط مستقيم ولان نسبة آب الي ب ح كنسبة مربع آب الي مربع ب د باستبانة الشكل الثامن من السادسة ونسبة آب الي ب د مثناة كنسبة مربع آب الي مربع ب د بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة آب الي ب ح كنسبة آب الي ب د مثناة ولان نسبة آد الي د ح كنسبة آب الي ب د باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة آد الي د ح مثناة كنسبة آب الي ب ح ونسبة مربع آد الي مربع د ح كنسبة آد الي الي د ح مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة آب الي ب ح كنسبة مربع آد الي مربع ح د لكن آب ثلاثة امثال ب ح فمربع آد ثلثة امثال مربع د ح ونفرض نقطتي ز ا في سطح مستو ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه ز ا مساويا لخط د ح بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي مركز ز وبعد ز ا دايرة ا ل م ونرسم فيها مثلث ا ل م متساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة ونصل بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقطتي ل م ونخرج من نقطة ز علي السطح المفروض عمود ز ه في السمك بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية



النهاية ونفصل من زه زنه يساوي آح ومن مركز زط يساوي ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة نه وبين كل واحدة من نقط ا ل م بخط مستقيم فيحدث مخروط مضلع محيط به اربع مثلثات فاقول انها متساوية الاضلاع برهانه فلان آز يساوي ح د وزنه يساوي آح وكل من زاويتي آح د نه ز قائمة فبالشكل الرابع من الاولي تكون اضلاع مثلث ازنه مساويا لاضلاع مثلث ادح كل لنظيره وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثي م زنه ل زنه يساوي اضلاعهما اضلاع مثلث ادح كل لنظيره فكل واحد من اضلاع انه ل نه م نه يساوي ضلع آد لكن مربع آد ثلاثة امثال مربع ح د فمربع كل واحد من اضلاع انه ل نه م نه يساوي ثلاثة امثال مربع ح د ومربع كل واحد من اضلاع مثلث ا ل م يساوي ثلاثة امثال مربع نصف قطر دايرة ا ل م اعني از فالمثلثات المحيطة بمخروط ا ل م زنه متساويات الاضلاع واقول انه تحيط به كرة قطرها مساو لخط آب برهانه فلان زنه يساوي آح وزط يساوي ب ح فطنه يساوي آب فننصف نط بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ولان كل واحد من انصاف اقطار ا ز ل ز م ز عمود علي خط نط فاذا ثبتنا نط وادرنا نصف دايرة المرسومة الي ان تعود الي وضعها الاول فيمر محيط نصف الدايرة بكل واحدة من نقط ا ل م وحدثت كرة قطرها يساوي خط آب محيط بمخروط ا ل م زنه ولان خط آب مثل خط آح ومثل نصفه ونسبة آب الي آح كنسبة مربع آب الي مربع آد باستبانة الشكل الثامن من السادسة فمربع آب مثل مربع آد ومثل نصفه بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن خط آب يساو خط نط واد يساوي نه ا فمربع نط مثل مربع نه ا ومثل نصفه ونط قطر الكرة المفروضة ونه ا ضلع المخروط ا ل م زنه فمربع قطر الكرة المفروضة مثل مربع ضلع مخروط ا ل م زنه ومثل نصفه فالحكم ثابت . ثم ليكن المخروط الذي تحيط به اربع مثلثات متساويات الاضلاع مخروط آب ح د فننصف كل واحد من اضلاع آب آح ب ح آد ب د ح د بالشكل العاشر من الاولي علي نقط ه ز ح ل ا ط ونصل خطوط ه ز ه ا از ح ه ح ز ح ل ل ط ط ح ه ل ل ا ا ط ط ز المستقيمة فلان زوايا ب آح ب آد ح آد الثلث المحيط بزاوية آ المجسمة متساوية بالشكل الثامن من الاولي لتساوي الاضلاع المحيطة بها وتساوي قواعدها وبمثله تبين ان الزوايا المسطحة المحيطة بزوايا ب ح د المجسمة الثلث متساوية فقواعد ح ه ح ز ه ز الثلث متساوية بالشكل الرابع من الاولي لان اضلاع ه آ آح از متساوية



متساوية والزوايا التي بين كل اثنين منها متساوية وبمثله تبين ان قواعد ه ل ل ا ه ا ز ا ط ل ط ح ل ح ط التسع متساوية فمثلثات ح ه ز ح ه ل ح ز ط ح ل ط ط ا ز ط ا ل ل ه ا ه ا ز الثمانية متساوية بالشكل الثامن من الاولي فمجسم ه ا المرسوم في مخروط آ ب ج د وثمان قواعد مثلثات متساويات الاضلاع ما اردنا ان نبين ❊



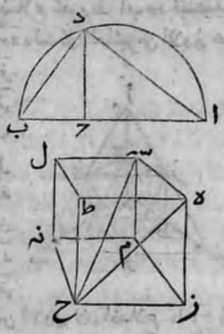
فكل مخروط مضلع تحيط به اربع مثلثات متساويات الاضلاع يلقب بالشكل الناري نظرا الي ان النار البسيطة مركبة من اجسام صغار حدا كل واحد منها علي شكلا المخروط النـــــــــاري ❊

يد

لنا ان نرسم في الكرة التي احاطت بالشكل الناري بل وفي اي كرة مفروضة مكعبا يكون مربع قطرها ثلاثة امثال مربع ضلع المكعب ❊

ولنـــا ان نرسم ايضا شكلا ناريا في اي مكعب وشكلا ذا ثمـــــان قواعد في اي مكعب ❊

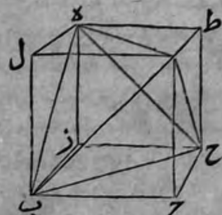
فلنبتد خط آ ب الناري بقطر الكرة المفروضة ونقسمه بثلثة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وننصفه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ا د ب ولنكن اجد اقسامه ب ح وندخرج من نقطة ح علي آ ب عمود ح د بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي قوس ا د ب ولنبنته البها علي نقطة د ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم ونرسم في سطح مستو نقطتي ه ز ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في



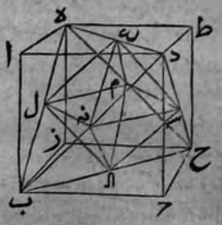
في جهتيه علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه خط ه ز مساويا لخط ب د بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي ه ز مربع ه ز ح ط بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ونخرج من نقط ه ز ح ط علي سطح ز ط اعمدة ز م ح ن ط ل ه س بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونجعل كل واحد من الاعمدة مساويا لضلع ه ز بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي س ه ن وبين كل واحدة من نقطتي م ل بخط مستقيم فلان كل واحدة من زاويتي س ه ز ه ز م قايمة فعمود س ه يوازي عمود ز م بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وعمود س ه ز م متساويان فضلع ه ز يوازي ويساوي ضلع س م بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فزاويتا ز م س ه س م قايمتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح ه م مربع ومساو لمربع ز ط لتساوي اضلاعهما وزواياهما وبمثله تبين ان كل واحد من سطح ل ن ه ح ل مربع ومساو لمربع ز ط ولان كل واحدة من زاويتي س م ن ه م ز ح م ن ل من ز ح ط ون ل س ه ح ط ه ل س م ط ه ز متساويان بالشكل العاشر من الحادية عشر وكل من زوايا مربع ز ط قايمة فكل من زوايا سطح ل م قايمة فالسطوح المحيطة بمجسم ز ل مربعات متساويات وكل متقابلتين منها متوازيتين بالشكل الرابع عشر من الحادية عشر لان كل ضلع من اضلاعها عمود علي سطحين متقابلتين منها مجسم ز ل مكعب . ونصل بين نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي ه س بخط مستقيم فلان مربع س ح يساوي مربعي س ه ه ح بالشكل التاسع والاربعين من الاولي واضلاع ه ز ز ح س ه متساوية فمربع س ح يساوي ثلثة امثال مربع ه ز وز يساوي ب د فمربع س ح يساوي ثلثة امثال مربع ب د ولان نسبة مربع آ ب الي مربع ب د كنسبة آ ب الي ب ح باستبانة الشكل الثامن من السادسة وقطر آ ب ثلاثة امثال ب ح فمربع قطر آ ب ثلاثة امثال مربع ب د وكان مربع س ح ثلاثة امثال مربع ب د فضلع س ح يساوي قطر آ ب فاذا نصفنا س ح بالشكل العاشر من الاولي ورسمنا عليه نصف دايرة ولتبثنا س ح وادرنا نصف الدايرة الي ان يعود الي وضعه الاول مر محيط نصف الدايرة المرسوم علي ضلع س ح بنقطة ه لكون زاوية س ه ح قايمة والزوايا الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة ولذلك يمر بنقط ز م ن ل ط وحدثت كرة مساوية للكرة التي احاطت بالشكل الناري بل هي عينها لان س ح من اقطار تلك الكرة فقد رسمنا في الكرة المحيطة بالشكل الناري مكعبا مربع نصف قطرها ثلاثة امثال مربع ضلع المكعب فالحكم ثابـــــــــــــــت ❊

واما

وامّا ان نعمل في مكعب شكلا ناريا فليكن المكعب بجسم ب ط قاعدته مربع اب ح د والمربع المقابل الي سطح ه ز ح ط فنصل خطوط ب ح ب ه ه ح ب د د ه د ح فيحدث شكل ناري يحيط به مثلثات ب ه ح ب د ه ب د ح ه د ح الاربعة واضلاعها اقطار المربعات المحيط بالمكعب وهي متساوية فيكون المثلثات متساوية بالشكل الثامن من الاول *



وامّا ان لنا ان نرسم في مكعب ذا ثمان قواعد مثلثات متساوية الاضلاع فنفيد مكعب ب ط ونرسم فيه شكلا ناريا يحيط به مثلثات ب ه ح ب د ه ب د ح ه د ح الاربعة كما بينا وننصف كل واحد من اضلاع ب ح ب ه ه ح ب د د ه د ح بالشكل العاشر من الاولي علي نقط ا ل م ن ع س ونصل بين نقطة ا وبين واحدة من نقط ل ن م س بخط مستقيم وبين نقطة ع وبين كل واحدة من نقط ل ن م س بخط مستقيم وبين نقطة م وكل واحدة من نقط ل س بخط مستقيم وبين نقطة س وبين نقطة ن بخط مستقيم وبين نقطة ل وبين نقطة ن بخط مستقيم فيحدث في مجسم ب ح ه د الناري



ذو ثماني قواعد بالشكل المتقدم فيكون قد رسمنا في مكعب ب ط ذا ثمان قواعد متساوية متساوية الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين *

وهذا الشكل يلقب بالتراني باعتبار ان كرة التراب مولفة من اجسام صغار جدا كل واحد منها مكعب *

واستبان منه ان مربع قطر الكرة المعمول فيها يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة محيط ثماني مربع من المربعات المحيط بالمكعب لان مربع ضلع المربع يساوي ضعف مربع نصف قطر دايرة يحيط بالمربع باستبانة الشكل التاسع من الرابعة ومربع قطر الكرة ثلاثة امثال مربع ضلع اي مربع من المربعات المحيط بالمكعب كما تبين في هذا الشكل فمربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة يحيط باي مربع من المربعات المحيط بالمكعب *

يه

لنا ان نرسم في الكره التي احاطت بالشكل الناري

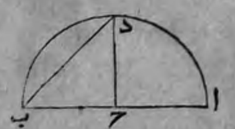
الناري وفي اي كرة مفروضة شكلا ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات متساويبات الاضلاع يكون مربع قطر الكرة ضعف مربع احد اضلاع المثلثات المحيط بدي ثمان قواعد . وان نرسم مكعبا في اي شكل ذي ثمان قواعد مثلثات متساويبات الاضلاع *

فبعتد قطر اب وننصفه علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونرسم علي قطر اب نصف دايرة اده ونخرج محمود ح د الي ان ينتهي الي قوس اده علي نقطة د ونصل ب د بخط مستقيم ونرسم في سطح مستوي نقطتي ه ز ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه ه ز مساويا لب ح بالشكل الثالث من الاولي ونرسم عليه مربع ه ز ح ا بالشكل السادس والاربعين من الاولي وزاوية ه ز ح قايمة فكل من زاويتي ز ه ز ح ه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ يبين فيه ان كل مثلث فان زواياه كقايمتين ويمثله تبين ان كل واحد من زاويتي ه ز ا ه ز ح ا ح ز ا ز ح ه ز ا ز ح ه نصف قايمة فخطوط ط ه ط ز ط ح ط ا متساوية بالشكل السادس من الاولي فالاضلاع المتناظرة من مثلثا ه ط ز ه ط ا ز ط ح ح ط ا متساوية فالزوايا المتناظرة منها متساوية بالشكل الثامن من الاولي فكل واحدة من زوايا ه ط ز ه ط ا ز ط ح ح ط ا قايمة ونخرج من نقطة ط محمود ط ل علي سطح مربع ه ح بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه علي استقامته الي غير النهاية ونفصل من ط ل ط م المخرجين ط ن ط س يساوي ه ط بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ن س

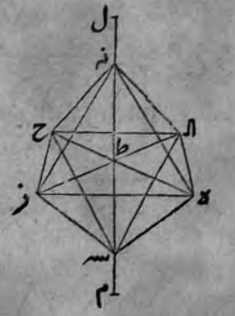




سه وبين كل واحدة من نقط ه ز ح ا بخط مستقيم فيحدث شكل مجسم يحيط به ثماني مثلثات فاقول انها متساويبات الاضلاع فلان كلا من ضلعي ط نه ط سه يساوي احد خطوط طه ط ز ط ح ط ا يساوي ضعف مربع احد خطوط طه ط ز ط ح ط ا ومربع ه ز يساوي مربعي ط ز ط ه

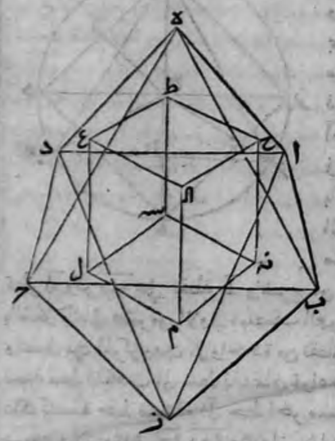


بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ومربع ه نه يساوي مربعي ط نه ط ه بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وكل من مربعي ط نه ط ه يساوي ضعف مربع ط ه فمربعا ه ز نه ه ز متساويان فهما متساويان ويمثله تبين ان كل واحد من اضلاع نه ا نه ز نه ح سه ا سه ه سه ز سه ح يساوي احد اضلاع مربع ه ز ح ا فاضلاع المثلثات الثمان القواعد متساوية فتكون تلك المثلثات متساوية بالشكل الثامن من الاولي ولان ضلعي طه ط نه متساويان فزاويتان طه نه ط نه ه متساويتان وزاوية ه ط نه قايمة وزوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية طه نه نصف قايمة ويمثله



تبين ان كل واحدة من زوايا طه سه ط ز نه ط ز سه ط ح نه ط ح سه ط ا نه ط ا سه نصف قايمة وكل من زوايا نه ه سه نه ا سه نه ز سه نه ح سه قايمة فاذا رسمنا علي خط نه سه نصف دايرة واثبتنا خط نه سه وادرنا نصف الدايرة المرسومة الي ان يعود الي وضعه الاول فان محيط يمر بنقط ه ا ز ح لان الزاوية الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثالثين من الثالثة وحدثت كرة قطرها نه سه فلان مربع ه ز المساوي لب ح مساوي لمربعي طه ط ز المتساويتين ومربع ب د يساوي مربعي ح د ح ب المتساويتين يكون ب ح مساويا لطه وط نه يساوي طه وط نه يساوي ب ح فنه سه يساوي اب ومربع نه ه يساوي مربعي ط نه طه فمربع نه ه يساوي مربع ب د فهو يساوي نه ه فنسبة مربع نه سه الي مربع نه ه كنسبة نه سه الي نه ط باستبانة الشكل الثامن من السادسة لكن نه سه ضعف ط نه فمربع نه سه الذي قطر الكرة المفروضة ضعف مربع نه ه الذي ضلع احد المثلثات المتساويبات الاضلاع المحيطة بذي ثماني قواعد فالحكم ثابت. واما ان لنا ان نرسم في اي ذي ثماني قواعد مثلثات متساويات متساويبات الاضلاع مكعبا . فليكن مجسم اب حده ز ذا ثماني قواعد

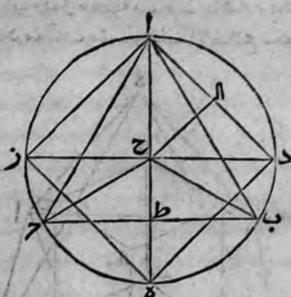
قواعد مثلثات متساويبات الاضلاع ولنجد مراكز المثلثات المحيطة بالمجسم باستبانة الشكل الرابع من الرابعة وهي مثلثات اب اه ده حه وب ه ز د ز ا ز ب ز ح ومراكزها نقط ح ط ع ا ل م ن سه ونصل خطوط ح ط ط ع ع ا ا ح ل م م ن ن سه سل ط سه ع ل ل م ح ن المستقيمة فاقول انا رسمنا ذي ثماني قواعد اب حده ز مكعب م ط برهانه فلان المثلثات المحيطة بذي ثماني قواعد مثلثات متساويبات الاضلاع تكون الاعمدة الخارجة من نقط زواياها الي اوتارها متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاولي واقطار الواصلة بين كل واحدة من نقطتي ه ز ا ب د متساوية فتكون الزوايا التي بها سطوح تلك المثلثات متساوية فاذا اخرجنا من مراكز الزوايا اعمدة علي اضلاعها تكون متساوية باستبانة الشكل الرابع من الرابعة والزوايا الحادثة عند التقاء الاعمدة الخارجة من المراكز متساوية فالخطوط



المستقيمة الواصلة بين المراكز متساوية بالشكل الرابع من الاولي فتكون اضلاع مجسم ح ط ع ا سه ل م نه متساوية ولان الخطوط المستقيمة الواصلة بين نقطة ه وبين مراكز ح ط ع ا وبين نقطة ز وبين مراكز ل م نه سه متساوية والزوايا التي تحيط بها تلك الخطوط عند نقطتي ه ز ايضا متساوية فتكون اقطار المربعات متساوية بالشكل الرابع فبالشكل الثامن من الاولي تكون الزوايا المثلثات التي تحيط بها اضلاع المربعات واقطارها متساوية علي التناظر فتكون الاضلاع المتقابلة من المربعات متوازية فتكون زوايا تلك المربعات قوايم فمجسم ح ط ع ا سه ل م نه مكعب وذلك ما اردنا ان نبين ☆

واستبان منه ان مربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مثلث من المثلثات بذي ثماني قواعد لانه قد تبين ان مربع قطر الكرة يساوي ضعف مربع اي ضلع من اضلاع المثلثات المحيطة بذي الثماني قواعد وقد تبين في الشكل الحادي عشر ان مربع ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلاثة امثال مربع نصف قطر

قطر دايرة تحيط بذلك المثلث فربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مثلث من المثلثات المحيطة بذي الثماني قواعد . وقد تبين في الشكل المتقدم ان مربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مربع من المربعات المحيطة بالمكعب فان كان المكعب وذو الثماني قواعد معمول لان في كرة واحدة تكون الدايرة المحيطة بمربع هذا وبمثل ذاك متساويتان ونرسم فيها مثلث ذي ثماني قواعد وهو مثلث $\overline{اب}$ ومربع المكعب الواقعين في كرتهما وهو مربع $\overline{اده}$ز بالشكل الثاني والسادس من الرابعة ونخرج $\overline{اه}$ $\overline{دز}$ قطرين متقاطعين على مركز $\overline{ح}$ ولتقطع



قطر $\overline{اه}$ و$\overline{ترب}$ على نقطة $\overline{ط}$ ونخرج من المركز بل وتر $\overline{اه}$ عمود $\overline{حل}$ بالشكل الثاني عشر من الاولي فينصف العمود بالشكل الثالث من الثالثة ونصل بين المركز وبين كل واحدة من نقطتي $\overline{ب ح}$ بخط مستقيم فاقول ان نسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد ونسبة مجسم هذا الي مجسم ذاك كنسبة خط مستقيم الي خط اخر مستقيم يقوي علي ثلاثة ارباع مربعه فلان مثلثي $\overline{اح ل}$ $\overline{دح ل}$ يشبهان مثلث $\overline{احد}$ بالشكل الثامن من السادسة فزاوية $\overline{اح ل}$ كزاوية $\overline{ادح}$ وزاويتا $\overline{ادح}$ $\overline{داح}$ متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا $\overline{اح ل}$ $\overline{احل}$ متساويتان فضلع $\overline{ال}$ كضلع $\overline{اح}$ بالشكل السادس من الاولي وكان مربع $\overline{اح}$ كمربعي $\overline{ال}$ $\overline{احل}$ بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ومربع $\overline{حط}$ ربع مربع $\overline{حه}$ اعني $\overline{اح}$ بالشكل الرابع من الثانية فمربع $\overline{اح}$ ضعف مربع $\overline{حل}$ وهو ضعف مربع $\overline{حط}$ فنسبة $\overline{اح}$ الي $\overline{حل}$ مثناة كنسبة مربع $\overline{اح}$ الي مربع $\overline{حل}$ بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة مربع $\overline{حل}$ الي مربع $\overline{طح}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع $\overline{حل}$ الي مربع $\overline{حط}$ كنسبة مربع $\overline{حح}$ الي مربع $\overline{اح}$ فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{اح}$ الي $\overline{حل}$ مثناة كنسبة مربع $\overline{حل}$ الي مربع $\overline{حط}$ ونسبة $\overline{اح}$ الي $\overline{حط}$ مثناة كنسبة مربع $\overline{حل}$ الي مربع $\overline{حط}$ بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة $\overline{اح}$ الي $\overline{حل}$ مثناة كنسبة $\overline{حل}$ الي $\overline{حط}$ مثناة فنسبة $\overline{اح}$ الي $\overline{حط}$ كنسبة $\overline{حل}$ الي $\overline{حط}$ فسطح $\overline{حط}$ في $\overline{اح}$ كمربع $\overline{حل}$ بالشكل الحادي عشر من السادسة اعني سطح $\overline{حل}$ في $\overline{اح}$ المساوي لضعف مثلث $\overline{احح}$ بالشكل الرابع

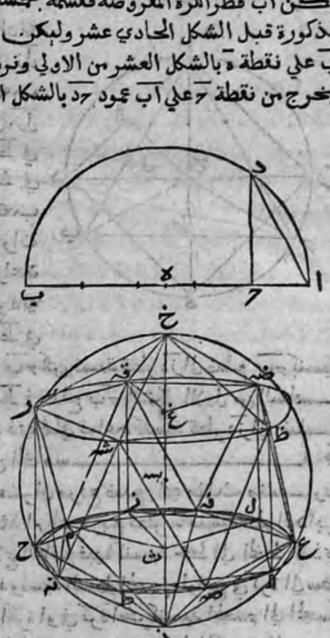
الرابع والثلثين من الاولي اعني مثلث $\overline{احح}$ فسطح $\overline{حط}$ في قطر $\overline{اه}$ مرتين يساوي مربع $\overline{اده}$ز فسطح $\overline{حط}$ في قطر $\overline{اه}$ اعني عشرة مرة تساوي سطح المكعب وسطح $\overline{حط}$ في $\overline{حط}$ يساوي ضعف مثلث $\overline{ححط}$ بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطح $\overline{حط}$ في ضلع $\overline{بح}$ اعني عشرة مرة تساوي سطح ذي ثماني قواعد فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة سطح قطر $\overline{اه}$ في $\overline{حط}$ الي سطح ضلع $\overline{بح}$ في $\overline{حط}$ لكن نسبة سطح قطر $\overline{اه}$ في $\overline{حط}$ الي سطح ضلع $\overline{بح}$ في $\overline{حط}$ كنسبة قطر $\overline{اه}$ الي ضلع $\overline{بح}$ بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة قطر $\overline{اه}$ الي ضلع $\overline{بح}$ وبوجه آخر بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر ولبكن قسم منها $\overline{حل}$ كنسبة $\overline{اط}$ الي $\overline{اه}$ فنسبة $\overline{نحح}$ الي $\overline{نحل}$ كنسبة $\overline{اط}$ الي $\overline{اه}$ فسطح $\overline{نحح}$ في قطر $\overline{اه}$ كسطح $\overline{اط}$ في $\overline{نحل}$ لكن سطح $\overline{نحح}$ في قطر $\overline{اه}$ يساوي ضعف مثلث $\overline{اه ز}$ اعني مربع $\overline{اده}$ز باستبانة الشكل الثالث عشر من الثانية فسطح $\overline{نحح}$ في قطر $\overline{اه}$ ست مرات تساوي سطح المكعب فسطح $\overline{اط}$ في $\overline{نحل}$ ست مرات تساوي سطح المكعب لكن $\overline{نحل}$ مثلثا $\overline{زد}$ فسطح $\overline{اد}$ في $\overline{نحل}$ ستة مرات تساوي سطح $\overline{اط}$ في $\overline{بح}$ اربع مرات فسطح $\overline{اط}$ في قطر $\overline{دز}$ يساوي سطح المكعب لكن سطح $\overline{اط}$ في $\overline{بح}$ اربع مرات تساوي سطح ذي ثماني قواعد فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة سطح $\overline{اط}$ في قطر $\overline{دز}$ الي سطح $\overline{اط}$ في ضلع $\overline{بح}$ لكن نسبة سطح $\overline{اط}$ في قطر $\overline{دز}$ الي سطح $\overline{اط}$ في ضلع $\overline{بح}$ كنسبة قطر $\overline{دز}$ الي ضلع $\overline{بح}$ بالشكل الحادي عشر من الخامسة ۞ واستبان من الشكل الحادي عشر ان مربع ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ثلثة ارباع مربع قطر ما فنسبة قطر الدايرة الي المثلث المتساوي الاضلاع الواقع فيها كنسبة خط الي الخط الذي يقوي علي ثلثة ارباع مربعه ونسبة السطح المجسم الواقع في كرة الي سطح مجسم اخر كان واقعا في تلك الكرة او في كرة اخر كنسبة المجسم الي المجسم باستبانة الشكل الاخير من الثانية عشر فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد الواقعين في كرة ونسبة مجسم هذا الي مجسم ذاك كنسبة خط



خط الي الخط الذي يقوي علي ثلثة ارباع مربعه ✲

لنا ان نرسم في الكرة التي رسمنا فيها الشكل الناري في اي كرة مفروضة مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع متساويات ويكون ضلع كل واحدة من تلك المثلثات اصغر اذا كان قطر الكرة منطقا ✲

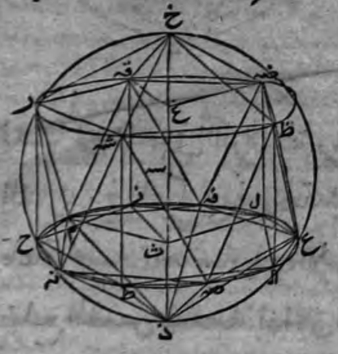
ليكن اب قطر الكرة المفروضة فقسمه بخمسة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وليكن اح احد اقسامه ونصف اب علي نقطة ه بالشكل العشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ادب ونخرج من نقطة ح علي اب عمود حد بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي قوس ادب علي نقطة د ونصل بين نقطتي دا بخط مستقيم ونرسم في سطح مستوي دايرة زح ط ال نصف قطرها يساوي خطا اد ونرسم في دايرة زح ط ال مخمس زح ط ال المساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر من الرابعة وننصف كل واحدة من قسي زح ح ط ط ال ال ل ز علي نقط م ن ص ع ف بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل او تار زم م ح ح ن ن ط ط ص ص ض ع ع ل ل ف ف ز فتقع تلك الاوتار في دايرة زح ط ال بالشكل الثاني من الثالثة ونصل م ن ن ص ص ع ع ف ف م بخطوط مستقيمة فتقع



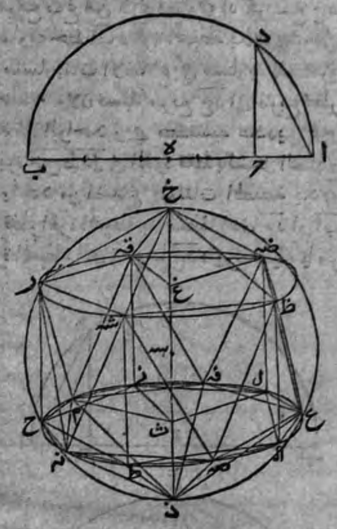
فتقع في دايرة زح ط ال بالشكل الثاني من الثالثة ويحدث فيها مخمس مر ن ص ع ف متساوي الاضلاع والزوايا وخط زف ضلع المعشر ونخرج من كل واحدة من نقط زح ط ال عمود علي سطح دايرة زح ط ال بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر وهي اعمدة زق ح ر ط ش ه ا ظ ل ض ه ونجعل كل واحد من تلك الاعمدة مساويا لنصف قطر دايرة زح ط ال بالشكل الثالث من الاولي فالاعمدة كلها متوازية بالشكل الحادي عشر من الحادية عشر ونصل قر رش شط ظ ض ضق بخطوط مستقيمة فكل واحد من هذه الخطوط متساوية متوازية لاحد اضلاع مخمس زح ط ال بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فمخمس قر رش ظ ض ه متساوي الاضلاع والزوايا ونصل قم م ر رن ن ش ش ه ص ص ظ ظ ع ع ض ض ه ف ف ق بخطوط مستقيمة ولنجد مركز دايرة زح ط ال وهو نقطة ث ونخرج من نقطة ث عمود ثخ علي سطح دايرة زح ط ال بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه ثغ مساويا لنصف قطر دايرة زح ط ال ونفصل من عمود ثخ المخرج الي غير النهاية خطي غخ ثذ غير منطبقين علي خط ثغ كل واحد منهما مساويا لضلع المعشر من دايرة زح ط ال بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة خ وبين كل واحدة من نقط قر رش ظ ض بخط مستقيم ونصل بين نقطة ذ وبين كل واحدة من نقط زح ط ال بخط مستقيم ونصل بين نقطتي قغ بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي غض وبين نقطتي زث وبين نقطتي ث م وبين نقطتي ثال فقد تم الشكل المطلوب ولان خط قز يساوي ضلع المسدس الواقع في دايرة زح ط ال وزق يساوي ضلع المعشر وزاوية قزق قايمة فخط قق ضلع المخمس لان ضلع المخمس يقوي علي ضلع المسدس والمعشر الواقعين في دايرة واحدة وبمثله تبين ان قض ضلع المخمس الواقع في دايرة زح ط ال وقض ضلع المخمس فمثلث ققض متساوي الاضلاع وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثات قم ر رن ن ش ش ه ص ص ظ ظ ع ع ض ه متساوي الاضلاع ولان قد بينا ان كل واحد من قم قق ضلع المخمس وم ق ضلع المخمس فمثلث قم ق متساوي الاضلاع وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثات م ر ن ن ش ش ه ص ص ط ط ع ع ض ه ق متساوي الاضلاع ولان كل واحد من خطي ثغ زق عمود علي سطح دايرة زح ط ال فهما متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر وهما متساويان خطا قغ زث متساويان ومتوازيان وزط يساوي نصف قطر دايرة زح ط ال وهو ضلع المسدس باستبانة الشكل الخامس من الرابعة فخط قغ ضلع المسدس وغخ ضلع المعشر وزاوية قغخ قايمة فخط قخ ضلع المخمس وبمثله تبين ان كل واحد من اضلاع خض خط خش خر يساوي ضلع المخمس وكل واحد من اضلاع قض ض ظ ظ ش ش ر ر ق متساويا لضلع

لضلع المخمس فمثلثات قضخ ضخظ خظشخ شخرح رقخ متساوية
الاضلاع كل ضلع منها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة نرح ط ال
ولان خط ثر ضلع المسدس وثذ ضلع المعشر وزاوية م ثذ قايمة فخط
مذ يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة نرح ط ال وبمثله تبين ان ضلع
نذ يساوي ضلع المخمس وم نر ضلع المخمس فمثلث م نذ متساوي الاضلاع
كل ضلع من اضلاعه يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة نرح ط ال
وبمثله تبين ان كل من مثلثات نرصذ صع ذ ع فذ قم ذ متساويات
الاضلاع وان كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة
نرح ط ال فالمثلثات المذكورة تساوي بعضها لبعض فالمثلثات متساوية
فقد رسمنا مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات
الاضلاع كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة
نرح ط ال . فاقول انه يحيط به كرة قطرها يساوي آب وذلك لان ثغ
يساوي ضلع المسدس الواقع في دايرة نرح ط ال لانه يساوي نصف
قطر زث وغخ ضلع المعشر خط ثخ مقسوم على نسبة ذات وسط
وطرفين وقسمه الاعظم ثغ فسطح ثخ في خغ يساوي مربع ثغ
باستبانة الشكل السادس عشر من السادسة لكن ثغ يساوي ثم وغخ
يساوي ثذ فسطح خث في ثذ يساوي مربع ثم فاذا رسمنا على مركز
سه وبعد سذ نصف دايرة وادرنا مع ثبات خط خذ الى ان يعود الى
وضعه الاول فان محيط يمر بنقطة م ويساير نقط تصه ع قم قر شه ظ
ضه بقوة الشكل التاسع من السادسة وحدث كرة فقد احاط بمجسم
ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع كرة
قطرها خط خذ . فاقول انه يساوي آب قطر الكرة المفروضة وذلك لان
نسبة مربع آب الى مربع آد كنسبة آب الى آح باستبانة الشكل الثامن
من السادسة لكن آب خمسة امثال آح فمربع آب خمسة امثال مربع آد ولان
ثخ قسم على نقطة غ بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ثغ
ونصف ثغ سغ فيكون مربع سخ خمسة امثال مربع سغ بالشكل
الثالث فنسبة مربع سخ الى مربع سغ كنسبة سخ الى سغ مثناة
بالشكل الثامن عشر من السادسة وسذ يساوي سخ وسث يساوي
سغ فخذ ضعف سذ وثغ ضعف ثسه ونسبة الاضعاف كنسبة
الاجزاء اذا كانت الاضعاف متساوية العدة بالشكل الخامس من
الخامسة فنسبة خذ الى ثغ كنسبة سخ الى سغ فنسبة خذ الى ثغ
مثناة كنسبة سخ الى سغ مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة
نسبة مربع سخ الى مربع سغ كنسبة خذ الى ثغ مثناة ونسبة مربع
خذ الى مربع ثغ كنسبة خذ الى ثغ مثناة بالشكل الثامن عشر من
السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع سخ الى مربع
سغ

سغ كنسبة مربع خذ الى مربع ثغ لكن مربع سخ خمسة امثال مربع
سغ فمربع خذ خمسة امثال مربع ثغ لكن ثغ يساوي آد فمربع خذ
يساوي مربع آب فخط خذ يساوي خط آب فالكرة المحيطة بذي عشرين
قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع هي مساوية للكرة
المفروضة بل هي الكرة المفروضة . ولان نسبة مربع خذ الى مربع قطر
دايرة نرح ط ال كنسبة الخمسة الى الواحد وهي كنسبة عددين غير
مربعين خذ يشارك قطر دايرة نرح ط ال في القوة فقط بالشكل السابع
من العاشرة فاقول ان كل واحد من اضلاع المثلثات المحيطة بذي
عشرين قاعدة اصغر اذا كان قطر الكرة المحيطة به منطقا اعني خد او آب
وليكن منطقا فنرسم في الكرة المحيطة التي قطرها خذ دايرة عظيمة كما مر
في الشكل الرابع عشر من
الثانية عشرة وليكن قطرها
خذ ونرسم فيها مخمسا
متساوي الاضلاع والزوايا
بالشكل الحادي عشر من
الرابعة فنسبة خذ الى قطر
دايرة نرح ط ال مثناة كنسبة
مربع خذ الى مربع قطر
دايرة نرح ط ال بالشكل
الثامن عشر من السادسة
ونسبة المخمس المعمول في
العظيمة التي قطرها خذ الى
مخمس نرح ط ال كنسبة مربع
خذ الى مربع قطر دايرة
نرح ط ال بالشكل الاول من
الثانية عشر فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة
نسبة قطر خذ الى قطر دايرة
نرح ط ال مثناة كنسبة المخمس المعمول في العظيمة الى مخمس نرح ط ال
ونسبة ضلع المخمس المعمول في العظيمة الى ضلع المخمس نرح ط ال مثناة
كنسبة المخمس الى المخمس بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل
الحادي عشر من الخامسة نسبة قطر خذ الى قطر دايرة نرح ط ال مثناة
كنسبة ضلع المخمس المعمول في العظيمة الى ضلع مخمس نرح ط ال مثناة
فنسبة قطر خذ الى قطر دايرة نرح ط ال كنسبة ضلع المخمس المعمول في
العظيمة الى ضلع مخمس نرح ط ال لكن خذ مشارك لقطر دايرة نرح ط ال في
القوة



القوة فضلع المخمس المحمول في العظيمة يشارك ضلع مخمس نزح ط ا ل بالشكل العاشر من العاشرة لكن ضلع المخمس المحمول في العظيمة اصغر بالشكل الخامس عشر لان قطر العظيمة وهو خذ فرضناه منطقا والمشارك للاصغر في الطول او في القوة اصغر بالشكل الماية والاثنين من العاشرة فكل واحد من اضلاع المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة المساوي لضلع مخمس نزح ط ا ل اصغر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❊

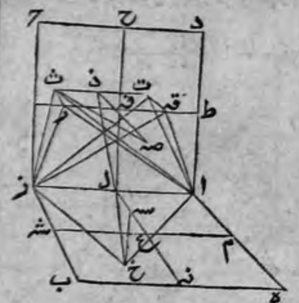


يز

لنا ان نرسم في الكرة التي رسمنا فيها بالشكل الناري وفي اي كرة مفروضة مجسما ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا ويكون ضلع المخمس منفصلا اذا كان قطر الكرة منطقا. وان نرسم مجسما ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات في اي مجسم ذي عشرين قاعدة مثلثات ❊

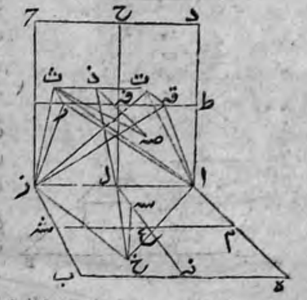
فلنرسم في الكرة المفروضة مكعبا بالشكل الرابع عشر ولبكن سطحا اده زح اب زم من السطوح المحيطة به ولبكن قطر الكرة المفروضة منطقا فننصف كل واحد من الاضلاع المحيطة بسطحي اح اب بالشكل العاشر من

من الاولي ولبكن نقط ط ح ا ل م ق سه علي مواضع التنصيف ونصل بين كل واحدة من نقطتي ط ا ح ل م سه ل نه بخط مستقيم فلبتقاطع حل ط ا علي نقطة ق وم سه ل نه علي نقطة ع ولان اضلاع المربعات متوازية متساوية بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فتكون ايضا فيها متساوية متوازية فالخطوط المستقيمة الواقعة بين خطوط متوازية متساوية متوازية متساوية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فبكون سطوح دق ق ح ق ا ق ز ع ز ع ب متساوية وكذلك اضلاعها وتوازي اضلاع السطوح الواقعة منها في كل واحد من سطحي اح اب بعضها لبعض ولاضلاعها فبكون كل واحدة من زوايا تلك السطوح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولنقسم كل واحد من اضلاع ط ق ق ا ع علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة ولبكن قسم الاطول من ط ق ق ق ومن ق ا ق ر ومن ل ع سع ولان اضلاع ط ق ق ا ع متساوية فبكون اقسامها العظام مساوية



للعظام والقصار للقصار باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فبكون خطوط قق ق ر سع متساوية وكذلك ق ط ر ا سل ونخرج من نقط ق ق ر اعمدة قت ق ذ ر ث علي سطح اح ومن نقطة سه عمود سخ علي سطح اب بالشكل الثاني عشر من الحادية عشرة ونجعل كل واحد من الاعمدة مساويا لخط قق مثلا بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ت ث بخط مستقيم فلان عمودي قت ر ث متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر وهما متساويان فضلع ت ث يوازي ق ر ويساويه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فبكون سطح ت ر واقعا علي سطح اح علي زوايا قوايم بالشكل الثالث عشر من الحادية عشرة فبكون اعمدة قت ذق ث ركاينة في سطح ت ر فخط ت ذ يساوي ذث لانهما تساويان خطي قق ق ر المتساويين ونصل بين كل واحدة من نقطتي ات اق اخ ار اث ث ر ز ر مخ بخطوط مستقيمة فلان مربعي ط ق ق ط ق ق معا يساويان ثلثة امثال مربع قق بالشكل الخامس واط يساوي ط ق ق ا ع مربع اق المساوي لمربعي اط ط ق ق معا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي يساوي ثلثة امثال مربع قق ولان قق يساوي قت وزاوية اقت قايمة فمربع ات المساوي لمربعي اق قت بالشكل التاسع والاربعين من الاولي

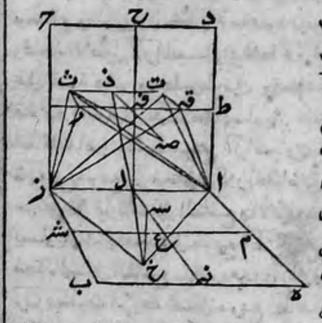
الاولي تساوي اربعة امثال مربع قَمَ وبمثله تبين ان مربع زَثَ يساوي اربعة امثال مربع مَرَ وهو يساوي قَمَ فضلع آَتَ يساوي ضلع ثَزَ فاذا وصلنا بين نقطة سَه وبين كل واحدة من نقطتي آَزَ بخط مستقيم فتبين بمثل ما بينا ان كل واحد من مربعي آَخَ مَرَخَ يساوي اربعة امثال مربع سعَ المساوي لخط قَمَ فكل من آَخَ مَرَخَ يساوي ضلع آَتَ ولان ضلع ثَثَ منصف علي نقطة ذَ وكل واحد من خطي ثَذَ ذَثَ يساوي قَمَ ومربع ثَثَ اربعة امثال مربع ثَذَ بحكم الشكل الرابع من الثانية يكون ضلع ثَثَ يساوي ضلعَ آَثَ فاضلاع آَتَ ثَثَ ثَزَ مَرَخَ خَآَ الخمسة متساوية ونصل بين نقطة لَ وبين كل واحدة من نقطتي خَ ذَ بخط مستقيم وقد استبان من الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين فان نسبة بعضها الي بعض كنسبة اقسامها العظمي الي العظمي والصغري الي الصغري وخط طَقَ قسم بنقطة قَ علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم قَمَ والاصغر قَطَ فتكون نسبة طَمَ الي قَمَ كنسبة قَمَ الي قَطَ وخط



لَمَ يساوي طَمَ ومَذَ يساوي سَخَ ولَسَ يساوي قَطَ فنسبة لَمَ الي سَخَ كنسبة مَذَ الي سَلَ ولَمَ يوازي سَخَ ومَذَ يوازي سَلَ فبالشكل الثاني والثلثين من السادسة ضلع ذَلَ علي استقامة ضلع لَخَ فخطا خَذَ آَز المستقيمان المتقاطعان كائنان في سطح واحد بالشكل الثاني من الحادية عشرة وهو مخمس آَثَ ثَزَ مَرَخَ واضلاع كائنة في ذلك السطح ولان ضلع طَمَ مقسوم بنقطة قَ علي نسبة ذات وسط وطرفين وخط مَرَ يساوي قَمَ قسمه الاطول فخط طَرَ مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين بنقطة مَ وقسمه الاطول طَمَ بالشكل الرابع فبالشكل الخامس مربعا طَرَ مَرَ معا يساويان ثلثة امثال مربع طَمَ فاذا اضفنا اليهما مربع آَطَ صار المجموع اربعة امثال مربع آَطَ فربعات آَطَ طَرَ طَمَ الثلثة مع مربع رَثَ المساوي لخط مَرَ يساوي اربعة امثال آَطَ لكن مربع آَر يساوي مربعي آَطَ طَرَ بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فربعا آَرَ رَثَ معا يساويان اربعة امثال مربع آَطَ لكن مربع آَثَ يساوي مربعي آَر رَثَ بالشكل التاسع والاربعين من الاولي لكون زاوية آَرَ رَثَ قائمة فربع آَثَ يساوي اربعة امثال مربع آَطَ وآَطَ يساوي آَلَ ومربع آَز يساوي اربعة امثال مربع

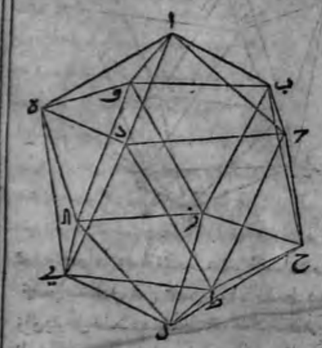
مربع آَلَ بحكم الشكل الرابع من الثانية لان آَز منصف علي نقطة لَ فربعا آَز آَثَ متساويان فهما متساويان فاضلاع مثلث آَخَ زَ يساوي اضلاع مثلث آَتَ ثَ كل لنظيره فمثلثا آَخَ زَ آَتَ ثَ متساويان وكذلك زواياهما المتناظرة بالشكل الثامن من الاولي فزاوية آَخَ زَ يساوي زاوية آَتَ ثَ ونحن اذا وصلنا بين نقطة زَ وبين كل واحدة من نقطتي قَتَ بخط مستقيم وقلنا ولان خط قَآَ مقسوم بنقطة رَ علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول قَرَ المساوي لخط قَمَ فيكون خط قَآَ مقسوما بنقطة قَ علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول قَآَ بالشكل الرابع فربعا قَآَ قَمَ المساوي لقَتَ معا يساويان ثلثة امثال مربع قَآَ المساوي لخط آَطَ فاذا اضفنا اليهما مربع آَز المساوي لخط آَطَ يصير مجموع مربعي قَآَ قَتَ مع مربع آَز مساوية لاربعة امثال مربع آَطَ لكن مربع زَقَ يساوي مربعي قَآَ آَز بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فربعا قَزَ قَتَ معا يساويان اربعة امثال مربع آَطَ لكن مربع زَتَ يساوي مربعي زَقَ قَتَ معا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي لكون زاوية تَقَزَ قائمة فربع زَتَ يساوي اربعة امثال مربع آَطَ فكان مربعا آَز زَتَ متساويان فيكون ضلعا آَتَ زَ متساويان وضلعا آَخَ مَرَخَ من مثلث آَمَرَخَ يساويان ضلعي تَثَ ثَزَ من مثلث تَزَثَ فزاويتا آَخَ زَ يساوي زاوية تَثَ زَ بالشكل الثامن من الاولي واذا تساوي ثلثة زوايا من مخمس متساوي الاضلاع كانت جميع زواياه متساوية بالشكل التاسع فمخمس آَتَ ثَ مَرَخَ متساوي الاضلاع والزوايا وهذا المخمس كاين علي خط احد اضلاع المكعب ولكل مكعب اثنتا عشر ضلعا فاذا رسمنا بمثل ما مثلنا علي كل ضلع من اضلاع المكعب يحصل مجسم يحيط به اثني عشر مخمس متساوي الاضلاع والزوايا . فاقول ان الكرة المفروضة تحيط بالمجسم المذكور فنخرج ذَقَ في جهة قَ علي استقامته الي ان ينتهي الي السطح المقابل لسطح آَمَ من السطوح المحيطة بالمكعب فالخط المخرج ينصف قطر الكرة الذي هو قطر المكعب وقطر الكرة ينصفه ايضا بالشكل الاربعين من الحادية عشرة فليتناصفا علي نقطة صَه فضلع قَصَه يساوي ضلع لَعَ المساوي لنصف ضلع المكعب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فضلع قَصَه يساوي طَقَ وطَقَ مقسوما بنقطة قَ علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول قَقَ المساوي لخط قَرَ فخط طَرَ مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول طَقَ بالشكل الرابع فربعا طَرَ قَرَ معا ثلثة امثال مربع طَقَ بالشكل الخامس وقَصَه يساوي طَقَ وذَقَ يساوي قَرَ فخط طَرَ يساوي خط ذَصَه فربعا ذَصَه ذَقَ معا يساويان ثلثة امثال مربع قَصَه اي ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب ونصل ثَصَه بخط مستقيم وخط ثَذَ يساوي ذَثَ وزاوية ثَذَصَه قائمة فربع

لمربع ثصه يساوي مربعي ثذ ذصه بالشكل التاسع والاربعين من الاولي
وكان مربعا صه ذم معا مساويا ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب
ومربع قطر الكرة الذي هو قطر المكعب يساوي ثلثة امثال مربع
ضلع المكعب بالشكل الرابع عشر ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء
بالشكل الخامس عشر من الخامسة
اذا كانت متساوية لمربع نصف
قطر الكرة ثلثة امثال مربع نصف
ضلع المكعب وكان مربع ثصه
ثلثة امثال مربع نصف ضلع
المكعب فخط ثصه يساوي
نصف قطر الكرة وبمثله تبين ان
الخطوط المستقيمة الواصلة بين
نقطة صه وبين النقط التي علي
زوايا الخمس كل منها يساوي
نصف قطر الكرة فاذا عملنا علي



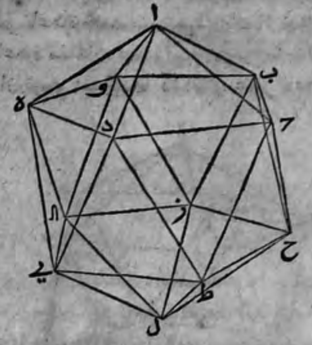
قطر الكرة نصف دايرة واثبتناه وادرنا نصف الدايرة الي ان يعود الي
وضعه الاول فمحيط نصف الدايرة يلازم سطح الكرة ويمر علي نقط زوايا
الخمسات المحيطة بالمجسم المعمول فتكون الكرة محيطة بذي اثني عشر
قاعدة المجسمات فاقول ان ضلع الخمس منفصل وذلك لان مربع قطر
الكرة ثلثة امثال مربع ضلع المكعب فنسبة مربع قطر الكرة الي مربع
ضلع المكعب كنسبة ثلثة الي الواحد وهي كنسبة عددين مربعين وان
كانت كنسبة عدد الي عدد فبالشكل السابع من العاشرة ضلع المكعب
يشارك في القوة قطر الكرة المنطف وبباينه في الطول واذا كل واحد من
قطر الكرة وضلع المكعب ولبكن هو ضلع آز علي نسبة ذات وسط
وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة القطر الي
ضلع المكعب كنسبة قسمي القطر الي قسمي ضلع المكعب الاعظم الي
الاعظم والاقصر الي الاقصر باستبانة الشكل التاسع والعشرين من
السادسة فنسبة قطر الكرة الي ضلع المكعب كنسبة قسم الاعظم من قطر
الكرة الي قسم الاعظم من ضلع المكعب لكن قطر الكرة يشارك ضلع المكعب
في القوة فالقسم الاعظم من ضلع المكعب يشارك قسم الاعظم من قطر
الكرة بالشكل الثاني عشر من العاشرة وقطر الكرة منطف وكل خط منطف
قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فكل قسم من قسمية منفصل بالشكل
التاسع فالقسم الاعظم من آز ضلع المكعب يشارك المنفصل في القوة
وآز وتر زاوية اخ زالتي هي زاوية الخمس وكل وتر زاوية الخمس قسم علي
نسبة ذات وسط وطرفين فان قسمه الاعظم يساوي ضلع الخمس بالشكل
الرابع

الرابع عشر فضلع مخمس آت ث زخ ولبكن هو اخ يشارك المنفصل في
القوة وكل خط يشارك المنفصل في الطول او في القوة فهو منفصل بالشكل
الماية من العاشرة فاضلاع المجسمات المحيطة بذي اثني عشر قاعدة
المخمسات منفصلات فالحكم ثابت ☆
واما ان لنا ان نرسم في اي مجسم ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات
الاضلاع والزوايا ذا اثني عشر قاعدة مخمسات متساويات الاضلاع
والزوايا فليكن ذو عشرين قاعدة مثلثات كل آب وده وزح ط ـ ك ل
ومثلثات العشرون فاقول لنا ان نرسم فيه مجسما ذا اثني عشر قاعدة
مخمسات برهانه فلان سطح
ذي العشرين يشتمل علي
عشرين مثلثات وكل
مثلث علي ثلث زوايا
فالسطح يشتمل علي ستين
زاوية وكل جنسة من تلك
الزوايا محيطة بزاوية مجسمة
فالمجسم ذي العشرين يشتمل
علي اثني عشر زاوية
مجسمة وكل ضلعين من اضلاع
الزوايا الخمسة المحيطة
بالزاوية المجسمة يحيطان



بزاوية مخمس من المخمسات المتساوية الاضلاع والزوايا التي كل زاوية
من الزوايا المجسمة لذي العشرين قاعدة لواحد منها لمعني انه اذا وصل
بين الزوايا المجسمة وبين زاوية من ثلث المجسمات بخط مستقيم واذ حتي
. . . . . المخمسات فسطحا كل مثلثين من مثلثات ذي العشرين
يحيطان بزاوية فجمع تلك الزوايا متساوية فاحد مركز كل واحد
العشرين من مثلثات ذي العشرين باستبانة الشكل الرابع من
الرابعة ونرسم علي كل واحد من تلك المراكز نقطة ع ونخرج من كل
واحد من تلك المراكز ثلثة اعمدة علي اضلاع كل مثلث من مثلثات
ذي العشرين بالشكل الحادي عشر من الاولي فتكون الاعمدة كلها
متساوية باستبانة الشكل الرابع من الرابعة ونصل بين مركزي كل
مثلثين متجاورين بخط مستقيم فلان الاعمدة متساوية بالشكل
الرابع من الاولي فتحصل اثنتا عشر مخمسات متساويات الاضلاع واذا
وصلنا بين نقط الزوايا المجسم وبين جميع مراكز مثلثات ذي العشرين
بخطوط مستقيمة حدث ماية وعشرين مثلثات في كل منها زاوية قايمة
محيط بها نصف ضلع من اضلاع مثلثات ذي العشرين وعمود تلك
الاعمدة

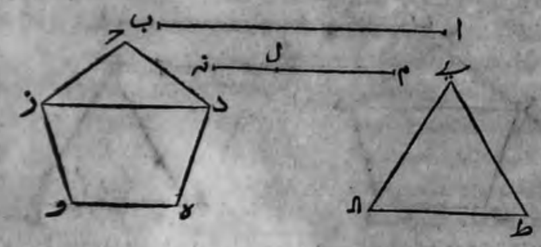
الاعمدة المتساوية وجميع الاضلاع متساوية فبالشكل الرابع من الاولي تكون جميع الخطوط المستقيمة الواصلة متساوية التي هي اوتار لتلك الزوايا القوايم فاذا جعلنا نقط الزوايا الخمسة مراكز وادرنا بابعد الخطوط المستقيمة المتساوية دوايرمر محيط كل منها علي مراكز المثلثات فتقع اوتار كل واحد من الخمسات في دايرته بالشكل الثاني من الثالثة وتكون جميع تلك الدوايرمتساوية فتكون جميع المفروضة من محيطاتها باوتارها التي اضلاع الخمسات متساوية بالشكل السابع والعشرين من الثالثة وكل زاوية من زوايا كل خمس علي ثلث من تلك القسي فتكون المجسمات متساوية الزوايا فيحصل



مجسم يحيط به اثنتا عشر خمسات متساويات الاضلاع والزوايا وكل خمس يشتمل علي خمس زوايا فسطح هذا المجسم يشتمل علي عشرين زاوية كل ثلث منها يلتقي عند نقطة ع التي هي مركز من مراكز ذي العشرين فتحدث من اجتماعها زاوية مجسمة عند تلك النقطة فتكون الزوايا المجسمة التي يشتمل عليها سطح ذي الاثنتي عشر قاعدة عشرين زاوية فقد رسمنا في ذي العشرين ذا اثنتي عشر قاعدة خمسات متساوية الاضلاع والزوايا ولنا ان نرسم ايضا في ذي اثنتي عشر قاعدة خمسات ذا العشرين قاعدة مثلثات مثل ما ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين

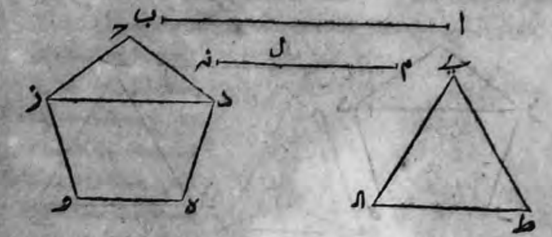
استبانة قد تبين في الشكل المتقدم ان مربع قطر الكرة ولنكن هو خط آب المستقيم اعني قطر الكرة التي تحيط بذي العشرين قاعدة وبذي الاثنتي عشر قاعدة معا خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة ضلع مجسم يساوي ضلع مثلث ذي العشرين قاعدة ولنكن هو خط م ن المستقيم ولكن خمس حدوز احدي قواعد ذي الاثنتي عشر قاعدة وان مثلث ـط ا احدي قواعد ذي العشرين قاعدة وقد تبين ايضا في الشكل المتقدم ان ضلع مثلث ذي العشرين اعني ـط ا مثلا يقوي علي ضلع المسدس والمعشر من دايرة ضلع ـط يساوي ضلع مخمس وقد تبين ان مربع آب قطر الكرة المذكورة يساوي ثلثة امثال مربع ضلع المكعب الواقع فيها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية مخمس

مخمس من مخمسات التي هي قواعد ذي الاثنتي عشر قاعدة هو ضلع المكعب الواقع في الكرة المذكورة فتكون ثلثة امثال دز الذي هو وتر زاوية دحز من مخمس حدوز يساوي خمسة امثال مربع م ن واستبان من الشكل الثاني عشر ان وتر المعشر اذا فصل من وتر المسدس كان وتر



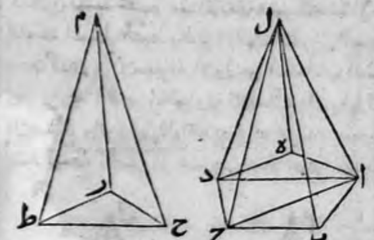
المسدس مقسوما بنسبة الفصل علي نسبة ذات وسط وطرفين ويكون قسمه الاطول وتر المعشر واستبان من الشكل الحادي عشر ان وتر زاوية المخمس اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان ضلع المخمس قسمه الاطول وخط م ن نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع ـط فهو يساوي ضلع مسدس تلك الدايرة بالشكل الخامس عشر من الرابعة فاذا قسمنا خط م ن علي نسبة ذات وسط وطرفين علي ان يكون قسمه الاطول م ل فيكون م ل ضلع معشر دايرة ضلع ـط يساوي ضلع مخمسها بحكم الشكل السابع واذا قسمنا ضلع دز ايضا علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة يكون ضلع حد اطول قسميه باستبانة الشكل الحادي عشر وقد تبين في استبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان نسبة اقسام الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين الي نفس تلك الخطوط ونسب بعضها الي بعض النظير من النظير نسبة واحدة فنسبة حد الي دز كنسبة م ل الي م ن فنسبة مربع حد الي مربع دز كنسبة حد الي دز مثناة بالشكل الثامن من السادسة ونسبة م ل الي م ن مثناة كنسبة حد الي دز مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع حد الي مربع دز كنسبة م ل الي م ن مثناة ونسبة مربع م ل الي مربع م ن كنسبة م ل الي م ن مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فنسبة مربع حد الي مربع دز كنسبة مربع م ل الي مربع م ن بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالابدال نسبة مربع حد الي مربع م ل كنسبة مربع دز الي مربع م ن بالشكل السادس عشر من الخامسة ونسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة اجزاها بالشكل الخامس عشر من الخامسة وكانت ثلثة امثال مربع دز

دز يساوي خمسة امثال مربع م نه فثلثة امثال مربع حد يساوي خمسة امثال مربع م ل فثلثة امثال مربع حد مع ثلثة امثال مربع دز يساويان خمسة امثال م ل مع خمسة امثال مربع م نه لكن مربع ضلع ـــ ط يساوي مربعي م نه م ل معا فربعا حد دز معا يساويان خمسة امثال مربع ـــ ط

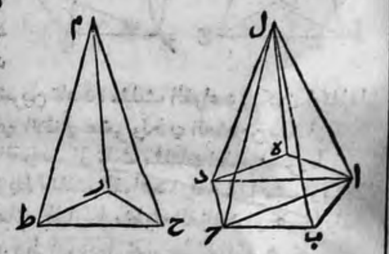


ومربع ضلع كل مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلثة امثال مربع نصف قطر دايرة يحيط به خمسة امثال مربع ضلع ـــ ط يساوي خمسة عشر مثلا لمربع نصف دايرة يحيط بمثلث ـــ ط ا ومربع ضلع الخمس مع مربع وتر زاويته يساويان خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط بالخمس بالاستبانة الثانية من استبانات الشكل العاشر فثلثة امثال مربع ضلع الخمس مع ثلثة امثال مربع وترة المساويان لخمسة امثال مربع ضلع ـــ ط يساويان خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دايرة تحيط بالخمس فالدايرة التي تحيط بخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة تساوي الدايرة التي تحيط بمثلث ذي العشرين قاعدة وهذا هو الشكل الثالث من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج ❊ استبانة ثانية وهي ان نسبة مخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة الى مثلث ذي العشرين قاعدة الواقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع المكعب الواقع في تلك الكرة الى ضلع ذي العشرين قاعدة الواقعة فيها لانه قد تبين في الاستبانة الاولى ان الدايرة التي تحيط بمخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة تساوي الدايرة التي تحيط بمثلث ذي العشرين قاعدة فتخرج من مركز الكرة الى كل واحد من سطوح الدوايز بالخمسات والمثلثات عمودا بالشكل الثاني عشر من الثانية عشر ونصل بين مركز الكرة وبين كل واحدة من زوايا المثلثات والخمسات بخط مستقيم ونصل بين مسقط الاعمدة وبين جميع زوايا المثلثات وهي ثلث زوايا من زوايا الخمسات بخطوط مستقيمة فلان الخطوط المستقيمة الواصلة بين مركز الكرة وبين زوايا المثلثات والخمسات متساوية لانها انصاف اقطار الكرة ومربع كل منها يساوي مربعي المعمود وخط واحد من الخطوط الواصلة بين

بين مسقط العمود وزوايا المثلثات والخمسات بالشكل التاسع والاربعين من الاولى فاذا اسقطنا مربع من كل واحد من انصاف الاقطار تبقي مربعات الخطوط الواصلة بين مسقط الاعمدة وبين زوايا المثلثات والخمسات متساوية وتلك الخطوط متساوية فمسقط الاعمدة مراكز الدوايز المحيطة بالخمسات والمثلثات متساوية وجميع الدوايز المحيطة بالمثلثات والخمسات متساوية فتكون انصاف اقطارها متساوية فالاعمدة كلها متساوية فيحصل اثني عشر مخروطا تخمس القواعد متساوية الارتفاعات مساوية لجسم ذي اثنتي عشر قاعدة تخمسات ويحصل ايضا عشرون مخروطا مثلث القواعد متساوية الارتفاعات مساوية لجسم ذي عشرين قاعدة مثلث القواعد وتكون ارتفاعات جميع المخاريط التي لذي الاثنتي عشر ولذي العشرين متساوية واذا قسمنا مخمسا من تلك القواعد الي ثلث مثلثات انقسم المخروط المخمس القواعد الي ثلث مخاريط مثلث القواعد ارتفاعاتها متساوية ومساوية لباقي ارتفاعات المخاريط مثلث القواعد او مخمسها ولكن المخروط المنقسم هو مخروط آب حدد ل مخاريط الحادثة هي مخروطات اب ول آحدل ادد ل ولكن مخروط رح ط م من مخاريط مثلث القواعد فلان ارتفاعات الجميع متساوية تكون نسبة مخروط آب حل الاول الي مخروط رح ط م الثاني كنسبة قاعدة آب ح الثالث الي قاعدة رح ط الرابع ونسبة مخروط آحدل الخامس الي مخروط رح ط م الثاني كنسبة قاعدة آحد السادس الي قاعدة رح ط الرابع ونسبة مخروط آدد ل الرابع الي مخروط رح ط م الثاني كنسبة قاعدة ادد الثامن الي قاعدة رح ط الرابع بالشكل الخامس من الثانية عشر فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مخروط آب حدد ل المشتمل علي مخاريط الاول والخامس الي مخروط رح ط م كنسبة قاعدة آب حدد المشتمل علي قواعد الثالث والسادس والثامن الي قاعدة رح ط واذا اخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة ولتكن عدة الاضعاف اثنتي عشر فتكون اضعاف الاول لجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة واضعاف الثالث السطح المحيط بجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة المشتمل علي اثنتي عشر قاعدة تخمسات واخذ ايضا للثاني والرابع اضعاف متساوية العدد ولتكن هو عدة الاضعاف



الاضعاف عشرين فتكون اضعاف الثاني بجسم ذي العشرين قاعدة واضعاف الرابع السطح المحيط بذي عشرين قاعدة المشتمل علي عشرين قاعدة مثلثات كانت نسبة اضعاف الاول وهي بجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي اضعاف الثاني وهي بجسم ذي العشرين قاعدة كنسبة اضعاف الثالث وهي السطح المحيط بذي الاثني عشر قاعدة الي اضعاف الرابع وهي السطح المحيط بذي عشرين قاعدة بالشكل الرابع من الخامسة فتكون نسبة مجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة السطح المحيط بذي الاثني عشر الي السطح المحيط بذي العشرين وقد تبين في الاستبانة الاولي من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع والزوايا الي ضلع المثلث المتساوي الاضلاع والزوايا الواقعين في دايرتين متساويتين كنسبة اثني عشر مثلا لسطح المخمس الي عشرين مثلا لسطح المثلث وهي المساوي للسطح المحيط بمجسم ذي العشرين قاعدة فتكون نسبة وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع من المخمسات التي هي قواعد مجسم ذي الاثني عشر قاعدة المخمسات الي ضلع المثلث المتساوي الاضلاع من المثلثات



المحيطه بذي عشرين قاعدة مثلثات كنسبة السطح المحيط بمجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي السطح المحيط بمجسم ذي عشرين قاعدة وكانت نسبة المجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة السطح المحيط بالاول الي السطح المحيط بالثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة وتر زاوية مخمس من المخمسات المحيطة بذي الاثني عشر قاعدة الي ضلع مثلث من المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة وقد تبين في هذا الشكل ان خط آز الذي هو وتر زاوية المخمس من المخمسات المحيطة بذي الاثني عشر قاعدة هو ضلع المكعب الواقع في الكرة المحيطة بالمجسمات المذكورة فتكون نسبة مجسم ذي الاثني عشر قاعدة الي مجسم ذي العشرين قاعدة الواقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع المكعب الواقع في تلك الكرة الي ضلع المثلث من المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة الواقعة في تلك الكرة ايضا فالحكم ثابت ۞

استبانة

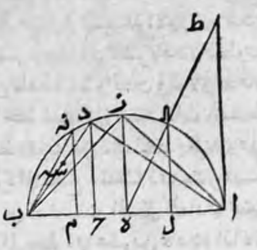
استبانة ثالثة قد تبين في استبانة الثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة كل خط يقوي علي اي خط مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة وتر زاوية اي مخمس متساوي الاضلاع واقع في اي دايرة الي ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة بعينها او في اي دايرة تساويها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية اي مخمس من المخمسات التي هي قواعد مجسم ذي اثني عشر قاعدة الواقع في كرة هو ضلع مكعب تلك الكرة وقد تبين في استبانة الاولي من هذا الشكل ان الدايرة التي تحيط بمخمس ذي اثني عشر قاعدة يساوي الدايرة التي تحيط بمثلث ذي عشرين قاعدة كانا واقعين في كرة واحدة فتكون نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة ضلع مكعب الكرة الي ضلع مثلث ذي عشرينها وقد تبين في استبانة الاولي والثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة سطح ذي الاثني عشر قاعدة الي سطح ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع مكعبها الي ضلع ذي عشرينها فتكون نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة سطح ذي اثني عشر قاعدة الواقع في كرة الي سطح ذي عشرينها بالشكل الحادي عشر من الخامسة وقد تبين في استبانة الثانية من هذا الشكل ان نسبة مجسم ذي اثني عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة كنسبة ضلع مكعبها الي ضلع ذي عشرينها فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة مجسم ذي اثني عشرة قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة ۞

ح

نريد ان نحصل اضلاع الاسكال الخمسة في شكل واحد ونعيس بعضها الي بعض ۞

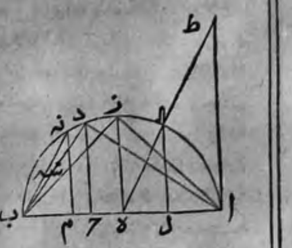
ليكن آب قطر الكرة التي في صناها محيط بالمجسمات الخمس وبمثلثة بالمقدمة

بالمقدمة المذكورة قبل شكل المحادي عشر ولبكن بح احد اقسامه وننصف اب علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ازب ونخرج من نقطتي ه ح عمودي هزحد علي قطر اب بالشكل المحادي عشر من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي المحيط علي نقطتي زد ونصل بين نقطة ب وكل واحدة من نقطتي د زبخط مستقيم ونصل آد بخط مستقيم ولان نسبة مربع اب الي مربع بد كنسبة اب الي بح ونسبة مربع اب الي مربع آد كنسبة اب الي اح ونسبة مربع اب الي مربع بز كنسبة اب الي به بالشكل الثامن من السادسة لكن اب ثلثة امثال بح فمربع اب ثلثة امثال مربع بد واب مثل اح ومثل نصفه فمربع اب مثل مربع آد ومثل نصفه واب ضعف به فمربعه ضعف بز وكان مربع قطر الكرة المفروضة



ثلثة امثال مربع ضلع المكعب ومثل مربع ضلع الشكل الناري ومثل نصفه وضعف مربع شكل ذي ثمان قواعد لخط بد ضلع المكعب الواقع في الكرة المفروضة وخط آد ضلع الشكل الناري الواقع فيها وبز ضلع المجسم ذي ثمان قواعد الواقع فيها ونخرج من نقطة آ علي اب عمود اط باستبانة الشكل المحادي عشر من الاولي ونفصل منه اط مثل اب بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ط بخط مستقيم فليقطع المحيط علي نقطة ا فنخرج منها خط ال مواخزيا لعمود اط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهة ل الي ان ينتهي الي اب علي نقطة ل فزاويتا ا ل ل قائمتان يساويان زاويتي اط ا اط من مثلثي اط ا ال ا بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ا اط مشتركة بينهما فبالشكل الرابع من السادسة نسبة اط الي آه كنسبة ال الي لا واط ضعف اه فكل ضعف لا فبحكم الشكل الرابع من الثانية مربع ال اربعة امثال مربع لا فمربع اه خمسة امثال مربع لا ولان ضعف به واح منه ضعف بح يبقي بح ضعف حه فخط حه ثلث به فنسبة حه الي هب مثناة كنسبة الواحد الي التسعة ونسبة مربع حه الي مربع هب كنسبة حه الي هب مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فمربع حه تسع مربع به فمربع به تسعة امثال مربع حه وكان خمسة امثال مربع لا فلا اعظم من ح فنفصل به هم مثل لا بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة م عمود م ن علي اب بالشكل المحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي نقطة ن من المحيط ونصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم فلان ال م متساويان وعمودان

وعمودان علي وتري ال م فبالشكل الثالث والثالث عشر من الثالثة يكون ال م ن متساويين ول م ضعف لا وال ضعف لا فخطوط ال ل م م ن متساوية ولان نسبة مربع به الي مربع هم كنسبة به الي هم مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة الاضعاف المتساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة اب الي ل م كنسبة به الي هم فنسبة اب الي ل م مثناة كنسبة به الي هم مثناة فبالشكل المحادي عشر من الخامسة نسبة مربع به الي مربع هم كنسبة اب الي ل م مثناة ونسبة مربع اب الي مربع ل م كنسبة اب الي ل م مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل المحادي عشر من الخامسة نسبة مربع به الي مربع هم كنسبة مربع اب الي مربع ل م لكن مربع به خمسة امثال مربع هم فمربع اب خمسة امثال مربع ل م وكان قطر الكرة المفروضة خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع مثلث ذي العشرين قاعدة لما تبين في الشكل التاسع عشر فخط ل م بل كل واحد من خطوط ال ل م م ن يساوي نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع مثلث ذي عشرين قاعدة وتبين فيه ايضا ان قطر الكرة مثل نصف قطر دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة مثل ضلعي معشرها فكل واحد من خطي ال ب م ضلع معشر دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة ونصل ب ن بخط مستقيم فهو يقوي علي م ن ب م بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فب ن هو القوي علي ضلع مسدس دايرة ذي العشرين قاعدة وعلي ضلع معشرها وكان ضلع ذي العشرين قاعدة يقوي علي ضلع مسدس دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وضلع معشرها فخط ن ب يساوي ضلع ذي العشرين قاعدة فلان قوس از اعظم من الرابع وقوس بز هو الرابع فوتر آد اعظم من وتر بز وهو اعظم من وتر بد وهو اعظم من وتر بن فضلع الناري اعظم من ضلع ذي ثمان قواعد وهو من ضلع المكعب وهو من ضلع ذي العشرين قاعدة ونقسم بد ضلع المكعب علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة ولبكن قسمه الاعظم خط بس فب يساوي ضلع ذي اثنتي عشر قاعدة بالشكل المتقدم ول م ضلع مسدس دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وال ضلع معشرها خط آم مقسوم علي نقطة ل علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل الثاني عشر وقسمه الاعظم م ل ولان مربع آب ثلثة امثال مربع بد فكانت مربع آح تسعة امثال مربع بح فمربع بد ثلثة امثال مربع بح واح ضعف بح فمربع آح اربعة امثال مربع بح بحكم الشكل الرابع من الثانية فآح اعظم من بد فام اعظم كثيرا من بد وام مقسوم بنقطة



بنقطة ل علي نسبة ذات وسط وطرفين وب د مقسوم لذلك بنقطة سه والقسم الاعظم من ام لم ومن ب د ب سه فباستبانة الشكل التسع والعشرين من السادسة نسبة ام الي ب د كنسبة لم الي ب سه وام اعظم من ب د فلم اعظم من ب سه وب نه اعظم من لم فب نه ضلع ذي العشرين قاعدة اعظم من ب سه ضلع ذي اثنتي عشر قاعدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

تنبيه واستبانه قد تبين في الشكل الواحد والعشرين من الحادية عشر ان الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية مجسمة هي اقل من اربع قوايم وقد ذكر في صدر المقالة الحادية عشر ان الزاويتين المسطحتين لا يحيطان بزاوية مجسمة باقل ما يحيط بزاوية مجسمة ثلث زوايا مسطحة واكثره لا تبلغ اربع قوايم فان كانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة من المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا فاقلها ثلث زوايا واكبرها خمس زوايا لان خمس زوايا من المثلثات المتساوية الاضلاع والزوايا تساوي ثلث قوايم وثلث قايمه وست زوايا منها تساوي اربع قوايم فلان يمكن ان تقع في كرة واحدة مجسمات ذوات قواعد مسطحات متساويات الاضلاع والزوايا كلها من جنس واحد غير المجسمات الخمسة المذكورة برهانه فلان زوايا المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة ان كانت ثلثة فالمجسم الواقع في الكرة المجسم الناري الذي تحيط به مثلثات اربعة متساوية الاضلاع والزوايا وان كانت لربع فالمجسم الواقع في الكرة ذو ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا وان كانت خمسة فالمجسم الواقع في الكرة ذو عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا ولا يمكن الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة من المثلثات المتساوية الاضلاع اكثر من خمس لما بينا ٠ وان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة من المربعات وكل زاوية منه قايمة فلا يمكن ان تكون اكبر من ثلث لان الاربع منها اربع قوايم وذلك المجسم هو المكعب الواقع في الكرة وكل زاوية من زوايا الخمس المتساوي الاضلاع والزوايا قايمة وثلث قايمة باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة فالزوايا المحيطة منه بالزاوية المجسمة تكون اقل من الرابع فهي ثلث فذلك المجسم ذو اثنتي عشر قاعدة مخمسات وكل زاوية من زوايا المسدس قايمة وثلث قايمة باستبانة الشكل الخامس عشر من الرابعة فثلث زوايا منه تساوي اربع قوايم فلا يمكن ان

ان تحيط بزاوية مجسمة ثلث زوايا من زوايا المسدس ولا مما حاوز المسدس من الاشكال الكثيرة الاضلاع المتساوية الاضلاع فما يمكن وقوعه في الكرة المجسمات التي هي ذوات قواعد متساويات الاضلاع والزوايا وتلك القواعد كلها من جنس واحد منحصر في المخمسات الخمسة المذكورة ٠ واما اذا لم يشترط كون قواعد المجسمات من جنس واحد فيجب ان لا يتجاوز زاويتان من جنس واحد والا لخرجت المجسمات عن التشابه فلا يمكن وقوعها في كرة فيكون حينئذ عدد الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة زوجا وهو اربعة لان لزاويتان لا يحيطان بزاوية مجسمة والزوايا الستة وما فوقها اكثر من اربع قوايم فان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة مولفة من المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا والمربعات يكون الشكل ذا اربع عشر قاعدة ثمانية منها مثلثات وستة مربعات وتالیفه ان نعمل مربعا وعلي كل ضلع منه مثلثا متساوي الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاوية من زوايا المربع زاوية من احاطه ضلعي مثلثين شكلا فنتم تلك الزاوية مربعا فتحدث اربع مربعات فيوصل زواياها المقابله للزوايا الحادثه علي زوايا المربع بضلع من الاضلاع الذي يعمل منها الاشكال فيحدث مربعا مقابلا للمربع الاول واربع مثلثات اخر فيشتمل الكل علي ستة مربعات وثمانية مثلثات متساوية الاضلاع والزوايا وتحدث في الشكل ثلثة مسدسات ما يقع في اعظم الدوايير الواقعة في الكرة المعمول فيها المجسم فيكون ضلع قواعد المحيطة بذلك الشكل مساويا لضلع مسدس اعظم دايرة يقع في الكرة المعمول فيها الشكل فان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة مولفة من مثلثات والمخمسات كان المجسم ذا اثنين وثلثين قاعدة عشرين مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا واثنتي عشر مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا وتالیفه بان نعمل مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا وعلي كل ضلع منه مثلثا متساوي الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاوية من زوايا المخمس زاوية من احاطه ضلعي مثلثين منها فيتم كل زاوية مجسما ونتم الشكل علي هذا النسق فتحدث فيه خمسة معشرات كل منها شكلا مما يقع في اعظم دوايير الكرة المعمول فيها الشكل فضلع قاعدة هذا الشكل يساوي ضلع معشر مما يقع في اعظم دوايير الكرة المعمول فيها الشكل فتصير المجسمات الممكنة الوقوع في الكرة سبعة واذ يسر الله تعالي اتمام ما قصدته من تحرير هذا الكتاب ✲

هذه صورة امر بادشاه اسلام السلطان ابن السلطان السلطان مرادخان ۞

مفاخر الامراء الكرام مراجع الكبراء الفخام اولوالقدر والاحترام المختصين بمزيد عناية الملك العلام ممالك محروسه‌ده واقع اولان سنجاق بكلري وقبودانلر دام عزهم ومفاخر القضاة والحكام معادن الفضايل والكلام ذكر اولنان يرلرده اولان قاضيلر زيد فضلهم توقيع رفيع همايون واصل اولبجاق معلوم اولاكه ممالك محروسه‌ده تجارت ايدن افرنج تاجرلرندن دارندكان فرمان همايون برانتون واه راسپوولد باندياي نام بازركانلر دركاه معلامه كلوب ولايت فرنكستاندن تجارت ايجون بعض متاع وعربي وفارسي وتوركي باصما بعض معتبر كتابلر ورساله لر كتوروب ممالك محروسه‌ده كندو حالرنده بيع وشرا ايدرلر ايكن بعض كمسنه لر يولده وايزده واسكله ومعبرلرده فضولي يوكلرين يپتوب دنكلرين بوزوب ايجندن بكندوكلري اقمشه وساير امتعه قسمي اخذ سوز وجزوي بها ايله جبرا الوب وسزده عربي وفارسي كتابلرنبلردپو تجارت ايجون كتوردوكلري جميع كتابلرني الرندن الوب بهاسن ويرمپوب وكندولرك ووكيللرينك واد ملرينك بيع وتجارتلرينه مانع اولدقلرين بلدروب من بعد امن وامان اوزره كلوب كيدوب كندو حالرنده تجارت اتدوكلرنده برفرد دخل المپوب منت ومجانا متاعلري الميوب ويوكلري بوزلپوب منع اولنمق بابنده حكم همايونم طلب اتدوكلري اجلدن بپوردم كه حكم شريفمله هرقنكرك تحت حكومتنده داخل اولورلر ايسه يولده وايزده ومنازل ومراحلده واسكلرلر ومعبرده كندو حالرنده امن وامان اوزره بيع وشرا وتجارت ايدرلركن خارجدن برفردي متاعلرينه دخل اتدرمپوب وصاحبنك رضاسي اولمدين جبرا برنسنه لرين واخذ مقوله كتابلرين غصب اتدرمپوب هرنه الورلرايسه حسن رضالريله بيع ايدنلردن بتمام دكربها لريله الدروب اجمه سوز وياكسوك بها ايله جزويدن وكيدن برنسنه لرين الدرمپوب من بعد مذكوران بازركانلره ووكيللرينه واد ملرينه شرع شريفه وعهدنامه همايونه مخالف اصلا وقطعا كمسنه دخل وتجاوز اتدرمپه سز ممنوع اولمپوب عناد ومخالفت ايلينلري اسما لريله يازوب عرض ايلپه سز بوخصوص ايجون تكرار شكايت اتدرمپه سز شويله بلسز وبعد اليوم بوحكم شريفمي الرنده ابقا ايدوب علامت شريفه اعتماد قلاسز ۞ تحريرا في اوايل ذي الحج سنه ست وتسعين وتسعمايه ۞ محروسه قسطنطينية ۞

Stamp Barb.
J.V
78