179

صحيفه

بكج سيم مجيدي
كتاب اقليدس

هذا كتاب اقليدس تحرير الحكيم المحقق والفيلسوف
المدقق قدوة العلماء المتبحرين واسوة الفضلاء
المحققين جامع المعقول والمنقول محمد بن
محمد المشتهر بنصير الدين
الطوسى رحمة الله
رحمة واسعة

Uqlīds

Kitāb

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله الذى منه الابتداء والیه الانتهاء وعنده حقایق الانباء وبیده ملكوت الاشياء وصلوته على محمد وآله الاصفياء وبعد فلما فرغت عن تحرير المجسطى رأيت ان احرر كتاب اصول الهندسة والحساب المنسوب الى اقليدس الصورى بايجاز غير مخل واستقصى فى ثبت مقاصده استقصاء غير ممل واضيف اليه ما يليق به مما استفدته من كتب اهل هذا العلم واستنبطته بقريحتى وافرز ما يوجد من اصل الكتاب فى نسختى الحجاج وثابت عن المزيد عليه اما بالاشارة الى ذلك او باختلاف الوان الاشكال وارقامها ففعلت ذلك متوكلا على الله انه حسبى وعليه ثقتى اقول الكتاب يشتمل على خمس عشرة مقالة مع الملحقتين باخره هى اربعمائة وثمانية وستون شكلا فى نسخة الحجاج وبزيادة عشرة اشكال فى نسخة ثابت وفى بعض المواضع فى الترتيب ايضا بينهما اختلاف وانا رقمت عدد اشكال المقالات بالحمرة لثابت وبالسواد للحجاج اذا كان مخالفا له المقالة الاولى سبعة واربعون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة شكل وهو شكل مه قد جرت العادة بتصديرها بذكر حدود واصول موضوعة وعلوم متعارفة يحتاج اليها فى بيان الاشكال الحدود النقطة ما لا جزء له يعنى من ذوات الاوضاع الخط طول بلا عرض وينتهى بالنقطة والمستقيم منه هو الذى يكون وضعه على ان يتقابل اى نقطة تفرض عليه بعضها لبعض السطح او البسيط ماله طول وعرض فقط وينتهى بالخط والمستوى منه هو الذى يكون وضعه على ان يتقابل اى خطوط تفرض عليه بعضها البعض الزاوية المسطحة هى المنحدب من السطح الواقع بين خطين

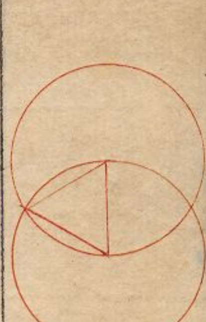
قوله الحجاج هو ابن مطر الكوفى وليس هو ابن يوسف الثقفى وثابت هو ابن قرة الحكيم الحرانى المتوفى ٢٨٨ ماتين وثمان وثمانين اه

متصلان

يتصلان على نقطة من غير ان يتحدا فيها مستقيمة الخطين وغيرها والقائمة
من الزوايا هي احدى المتساويتين الحادثتين عن جنبتي خط مستقيم قام على مثله
ويسمى القائم عمودا والحادة هي التي تكون اصغر من قائمة والمنفرجة هي التي
تكون اكبر سواء كانتا مستقيمتي الخطين اوليستا الحد النهاية والشكل ما احاط به
حد او حدود الدائرة شكل مسطح يحيط به خط واحد في داخله نقطة يتساوى
جميع الخطوط المستقيمة الخارجة منها اليه وذلك الخط محيطها وتلك النقطة
مركزها والخط المستقيم المار بالمركز المنتهي في جهتيه الى المحيط قطرها وهو
ينصف الدائرة ويحيط مع نصفي المحيط بكل واحد من النصفين والذي لا يمر به
يحيط مع قسمي المحيط بقطعتين اصغر واكبر من النصف الاشكال المستقيمة
الاضلاع هي التي يحيط بها خطوط مستقيمة واولها المثلث ومنه المتساوي
الاضلاع والمتساوي الساقين فقط والمختلف الاضلاع وايضا منه القائم الزاوية
والمنفرج الزاوية ان وقعت فيه قائمة او منفرجة والحاد الزوايا ان لم تقع
ثم ذو الاربعة الاضلاع ومنه المربع وهو المتساوي الاضلاع القائم الزوايا
والمستطيل وهو القائم الزوايا غير متساوي الاضلاع والمعين وهو المتساوي
الاضلاع غير قائم الزوايا والشبيه بالمعين وهو الذي لا يكون اضلاعه متساوية
ولا زواياه قائمة ولكن يتساوى كل متقابلين من اضلاعه وزواياه والمنحرف وهو
ما عداها وما جاوز الاربعة فهو كثير الاضلاع المتوازية من الخطوط هي
المستقيمة الكائنة في سطح مستو التي لا تتلاقى وان اخرجت في جهاتها الى غير النهاية
الاصول الموضوعة اقول من الواجب اولا ان يوضع ان النقطة والخط
والسطح والمستقيم والمستوي منهما والدائرة موجودة وان لنا ان نعين
نقطة على اي خط او سطح كان وان نفرض خطا على اي سطح كان او مارا
بنقطة كيف اتفق وان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والسطح المستوي
ينطبق على مثله وان الفصل المشترك بين كل خطين نقطة وبين كل سطحين
خط وان توضع المقدمات المذكورة في الاصل وهي هذه لنا ان نصل خطا
مستقيما بين كل نقطتين وان نخرج خطا مستقيما محدودا على الاستقامة
وان نرسم على كل نقطة وبكل بعد دائرة الزوايا القائمة متساوية جميعا لا يحيط
خطان مستقيمان بسطح كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت
الزاويتان الداخلتان في احدى الجهتين اصغر من قائمتين فانهما يلتقيان في تلك
الجهة ان اخرجا فهذا ما ذكر في الاصل اقول القضية الاخيرة ليست

من العلوم المتعارفة ولا مما يتضح في غير علم الهندسة فاذن الاولى بها ان ترتب
في المسائل دون المصادرات وانا ساوضحها في موضع يليق بها ووضعت بدلها
قضية اخرى هي ان الخطوط المستقيمة الكائنة في سطح مستو ان كانت
موضوعة على التباعد في جهة فهي لا تكون موضوعة على التقارب في تلك
الجهة بعينها وبالعكس الا ان يتقاطعا واستعمل في بيانها قضية اخرى قد استعملها
اقليدس في المقالة العاشرة وغيرها وهي ان كل مقدارين محدودين من جنس
واحد فان الاصغر منهما يصير بالتضعيف مرة بعد اخرى اعظم من الاعظم
ومما يجب ايضا ان يوضع ان الخط المستقيم الواحد لا يتصل على الاستقامة باكثر
من خط واحد مستقيم غير مسامة بعضها البعض وان الزاوية المساوية
للقائمة قائمة العلوم المتعارفة الاشياء المساوية لشيء بعينه متساوية
واذا زيد على المتساوية اونقص منها متساوية حصلت متساوية واذا زيد
على غير متساوية اونقص منها متساوية حصلت غير متساوية والتي
اذا زيد عليها اونقص منها متساوية حصلت متساوية فهي متساوية
والتي كل واحد منها اضعاف بعدة واحدة او اجزاء بعينها لشيء واحد فهي
متساوية والاشياء المتطابقة من غير تفاضل متساوية والكل اعظم من جزئه
فهذا ما اردنا ان نصدر الكلام به وسيأتي تعريفات وتصديرات اخر في مواضع
يليق بها وليعلم ان جميع النقط والخطوط الموردة من اول هذا الكتاب الى آخر
المقالة العاشرة انما وضعت على انها في سطح مستو واحد وانا اذا اطلق الخط
والسطح والزاوية فانما اعني بها المستقيم والمستوي والمستقيمة الخطين الاشكال

(ا)

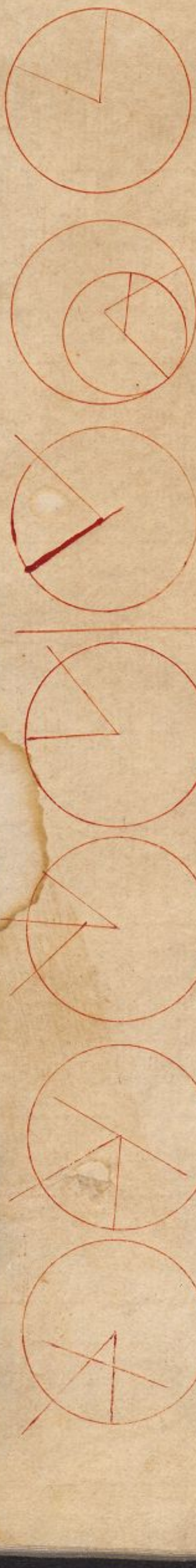


نريد ان نرسم مثلثا متساوي الاضلاع على خط محدود * كاب فلنرسم على نقطتي
ا ب ببعد الخط دائرتي ب ج د ا ج ه ونصل اج ج ب فمثلث اجب المرسوم
على اب متساوي الاضلاع وذلك لان اب اج الخارجين من مركز
دائرة ب ج د الى محيطها متساويان وكذلك با ب ج الخارجان
من مركز دائرة اجه الى محيطها فاج بج المساويان لاب متساويان
فاذن اضلاع مثلث ابج متساوية وهو المراد

(ب)

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا لخط محدود * وليكن النقطة
ا والخط ب ج ونصل بين النقطة واحد طرفي الخط اب ونرسم عليه

مثلثا



مثلثا متساوى الاضلاع وهو مثلث اب د (ا) ونخرج دا دب فى جهتى اب
ونرسم على طرف الخط وهو ب ببعد الخط وهو ب ح دائرة ح ح ر فيمر
بنقطة ر وعلى د المباينة للخط ببعد در دائرة رطه لخط اه هو المراد
وذلك لان ب ح ب ر الخارجين من مركز دائرة ح ح ر الى محيطها متساويان
وكذلك در ده الخارجين من مركز دائرة رطه الى محيطها وكان دب
دا متساويين فصل ب ر اه متساويين فاه ب ح المساويان لب ر
متساويان وذلك ما اردناه أقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان النقطة
يمكن ان يقع مباينة للخط اما غير مسامتة اياه كما مر او مسامتة ويمكن ان يقع غير
مباينة له اما عليه او على طرفه وهذه اربعة والوجه فى الجميع واحد
اما الاول فكما مر ويمكن ان يقع فيه اب اما اقصر من ب ح فيقع المثلث
داخل دائرة ح ح ر كما مر او مساويا له فيمر الدائرة بنقطتى ا د او اطول منه
فيقطع محيطها ضلعى اب ب د وهما هكذا واما الثانى فمثل الاول ويقع
فيه الصور الثلث هكذا واما الثالث فلا يحتاج فيه الى ان نصل بين النقطة
وطرف الخط لان اب يكون بعض ب ح فلا يقع فيه الا صورة واحدة وهى
هكذا ويمكن فى جميع هذه الصور ان نرسم المثلث فى كلتى جنبتى خط اب
ويحدث بسببه ايضا فى اوضاع الخطوط اختلاف واما الرابع فلا يحتاج فيه
ايضا الى ان نصل بين النقطة والطرف لاتحادهما ولا الى عمل المثلث لعدم
البعد بينهما ولا الى عمل الدائرتين لكون المركزين واحدا بل يكفى فيه اخراج
دائرة واحدة على طرف الخط ببعده ثم اخراج خط من المركز الى المحيط كيف اتفق

(ح)

نريد ان نفصل من اطول خطين مثل اقصرهما *فليكن الاطول اب
والاقصر ح ونخرج من ا اد مساويا لح ونرسم على ا ببعد اد دائرة
ده ر فينفصل بها ار من اب مساويا لاد اعنى ح وهو المراد

(د)

اذا ساوى ضلعان وزاوية بينهما من مثلث ضلعين وزاوية بينهما من مثلث
آخر كل لنظيره يساوى الضلعان والزوايا الباقية والمثلثان كل لنظيره*
فليكن فى مثلثى اب ح ده ر اب مساويا لده و اح لدر وزاوية ا
لزاوية د اقول فب ح مساو لهر وزاوية ب لزاوية ه وزاوية ح
لزاوية ر والمثلث للمثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ب ا على ده

انطبقت نقطة ب على نقطة ه و ب ا على ه د لاستقامتهما و ا على د لتساوى الخطين وزاوية ا على زاوية د لتساويهما و اح على در لاستقامتهما و ح على ر لتساوى اح د ر فانطبق ضرورة ب ح على ه ر لاستقامتهما والا فاحاطا بسطح وتساوت سائر الزوايا والمثلثات لانطباقهما على نظائرها وذلك ما اردناه

(ه)

الزاويتان اللتان على قاعدة المثلث المتساوى الساقين متساويتان وكذلك اللتان تحدثان تحتهما ان اخرج الساقان * فليكن مثلث اب ح متساوى ساقى اب اح فزاويتا اح ب اب ح متساويتان ونخرج اب اح فى جهتى د ه فزاويتا ب ح ه ح ب د الحادثتان من تحت ايضا متساويتان ولنعين لبيانه على ب د نقطة ر كيف اتفق ونفصل من ح ه ح ح مساويا لاب ر (ح) ونصل ب ح ح ر فى مثلثى اح ر اب ح ضلعا اح ا ر وزاوية ا مساوية لضلعى ب ا اح وزاوية ا كل لنظيره فيكون ضلعا ح ر ب ح متساويين (د) وكذلك زاويتا اح ر اب ح وزاويتا ر ح وايضا فى مثلثى ح ب ر ب ح ح ضلعا ب ر رح وزاوية ر مساوية لضلعى ح ح ح ب وزاوية ح كل لنظيره فتكون زاويتا رح ب ح ب ح متساويتين (د) نلقيهما من زاويتى اح ر اب ح المتساويتين تبقى زاويتا اح ب اب ح اللتان على القاعدة متساويتين ولذلك بعينه تكون زاويتا ح ب ر ب ح ح اللتان تحتهما متساويتين وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل يلقب بالمأمونى ويمكن ان نبين المطلوب الاول من غير اخراج الساقين وذلك بان نعين نقطة د على ساق اب ونجعل اه مثل اد (ح) ونصل بين ب ه د ه د ح ونبين بمساواة ب ا و اه وزاوية ا من مثلث اب ه لحا اد وزاوية ا من مثلث اح د تساوى زاويتى اب ه اح د وضلعى ب ه ح د (د) ثم بتساويهما ويساوى ضلعى ب د ح ه من مثلثى ب د ه ح ه د تساوى زاويتى ب د ه ح ه د وزاويتى ب ه د ح د ه ثم تساوى زاويتى ب د ح ب ه ح الباقيتين من الاوليين بعد القاء الاخيرتين وبتساويهما ومساواة ضلعى ب د د ح لضلعى ح ه ه ب يتساوى زاويتى اب ح اح ب

(و)

اذا تساوت زاويتا مثلث تساوى ضلعاه الموتران لهما * فليكن زاويتا

ب ج من مثلث ا ب ج متساويتين نقول فاج اب متساويان والا فليختلفا
وليكن اج اطول ونفصل منه جد مثل با (ج) ونصل بد فيكون في مثلثي
ا ب د ب ج ضلعا اب بج وزاوية ابج مساوية لضلعي دج جب
وزاوية دجب كل لنظيره فالمثلث يساوي المثلث (د) اعني الكل لجزئه
هذا خلف فاذن هما متساويان وذلك ما اردناه اقول وان اخرج با الى د
وجعل بد مثل جا (ج) ووصل جد لزم الخلف بمثل البيان المذكور بعينه
وبوجه آخر ان كان اج اطول وفصلنا جد مثل اب (ج) فلنعين ه على
اب ونفصل جز مثل به (ج) ونصل ده زب هج في مثلثي هبج
زجب ضلعا هب بج وزاوية هبج مساوية لضلعي زج جب
وزاوية زجب بالتناظر فزاويتا بجه جبز متساويتان (د) وكذلك
ضلعا هج زب والمثلثان وكذلك مثلثا بهح جزح بعد اسقاط
مثلث بحج المشترك ويكون في مثلثي ازب دهج ضلعا اب بز
وزاوية ازب مساوية لضلعي دج جه وزاوية دجه بالتناظر فيتساوى
المثلثان (د) ويبقى بعد اسقاط سطح هدزح المشترك مثلثا اده هحب
معا مساويان لمثلث زحج وكان مثلث هحب وحده مساويا له فاذن مثلثا اده
هحب معا مساويان لمثلث هحب وحده الكل لجزئه
هذا خلف ولو اخر بيان هذا الشكل الى ان يتبين بالشكل
الثامن عشر لسهل جدا فان ذلك الشكل ليس مما يتبين بهذا

(ز)

اذا اخرج من طرفي خط خطان ملتقيان على نقطة فلا يمكن ان يخرج من
طرفيه في تلك الجهة آخران مساويان لهما خارجان من مخرجي نظيريهما
ملتقيان على غير تلك النقطة * مثلا اخرج من طرفي ا ب خطا اج بج
فالتقيا على ج فان امكن ان يخرج في جهة ج آخران مساويان لهما
ملتقيان على غير ج فليكونا اد المساوي لاج و بد المساوي لبج
وليلتقيا على د ونصل جد فيكون زاويتا اجد ادج متساويتين (ه)
لتساوي ساقي اج اد وزاوية بجد اصغر من زاوية اجد فهي اصغر
من زاوية ادج ايضا التي هي اصغر من زاوية بدج فزاوية بجد
اصغر كثيرا من زاوية بدج لكنهما متساويتان لتساوي ساقي بج بد
هذا خلف فاذن ثبت الحكم وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف

وقوع فان د يقع اما خارج مثلث اب ج بحيث يتقاطع خطان من الاربعة الخارجة من الطرفين قبل الالتقاء او بحيث لا يتقاطعان واما داخله واما على احد ساقى اب اج من غير اخراجه او بعد ذلك وهذه خمسة اما الاول فقد مر بيانه واما الثانى والثالث فيكونان هكذا ونصل فيهما دج ونخرج ضلعى اد اج الى ه ز فيكون زاويتا هدج زجد متساويتين (ه) لتساوى ساقى اد اج ويلزم منه بمثل البيان المذكور تساوى الكل وجزئه فيظهر الخلف واما الرابع والخامس فيلزم فيهما تطابق الخطين الخارجين من احد الطرفين كخطى بج بد مثلا وكون احدهما اكبر من الاخر مع فرض تساويهما فيظهر الخلف اسرع وهذه صورتهما

(ح)

اذا ساوى كل واحد من اضلاع مثلث كل واحد من اضلاع مثلث آخر تساوت زواياهما كل لنظيرتها وتساوى المثلثان * فليكن المثلثان اب ج دهز وقد ساوى اب ده واج دز وبج هز نقول فزاوية ا تساوى زاوية د وزاوية ب زاوية ه وزاوية ج زاوية ز والمثلث للمثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ضلع على نظيره مثلا بج على هز والمثلث على المثلث وجب ان ينطبق الضلعان الباقيان على نظيريهما ويظهر المطلوب والا فيلزم ان يقعا مباينين لهما مثل هح زح ويلزم منه خروج خطى ده زد وهح زح المساويين لهما جميعا من طرفى ه ز من جهة بعينها مع اختلاف الملتقى هذا خلف فاذن المطلوب ثابت وذلك ما اردناه

(ط)

نريد ان ننصف زاوية * كزاوية باج فلنعين على اب نقطة د كيف وقعت ونفصل من اج اه مثل اد (ج) ونصل ده ونرسم عليه مثلث دهز المتساوى الاضلاع (ا) ونصل از فهو ينصف الزاوية وذلك لان اضلاع مثلثى داز هاز متساوية بالتناظر فزواياهما متساوية (ح) بالتناظر فزاويتا زاد زاه متساويتان وذلك ما اردناه اقول والبيان يتم بان يبين ان نقطة ز انما تقع بين خطى با جا وذلك لانها لو لم تقع هناك لوقعت اما على احدهما او خارجا عنهما هكذا ويتساوى زاويتا زده زهد لا محالة وكانت زاويتا بده جهد تحت القاعدة متساويتين (ه) فيلزم من ذلك ان يساوى الشئ جزءه او يساوى ما هو اكبر من الشئ جزءه هذا خلف وبوجه آخر

نعين على د ب نقطة ز ونجعل ه ح مثل د ز (ح) ونصل د ح ه ز متقاطعين على ط ونصل ا ط فهو ينصف الزاوية وذلك لانا تبين بمثل ما مر في الشكل الخامس ان زاويتي ز ه د ح د ه متساويتان وتبين ان د ط ه ط متساويان (و) ويصير اضلاع د ط ا ه ط ا متساوية فيظهر المطلوب

(ب)

نريد ان ننصف خطا محدودا * كخط ا ب فلنعمل عليه مثلث ا ح ب المتساوى الاضلاع (ا) وننصف زاوية ح بخط ح د (ط) فينتصف الخط به وذلك لان في مثلثي ا ح د ب ح د ضلعي ا ح ح د وزاوية ا ح د مساوية لضلعي ب ح ح د وزاوية ب ح د فاذن قاعدتا ا د د ب متساويتان (د) وذلك ما اردناه

(يا)

نريد ان نخرج من نقطة على خط غير محدود عمودا عليه * مثلا من نقطة ح على خط ا ب فلنعين عليه نقطة د كيف وقعت ونجعل ح ه مثل د ح (ح) ونرسم على د ه مثلث د ز ه المتساوى الاضلاع (ا) ونصل ز ح فهو العمود وذلك لان اضلاع مثلثي د ز ح ه ز ح متساوية كل لنظيره فزاويتا ز ح د ز ح ه الحادثتان عن جنبتي ز ح متساويتان (ح) فهما قائمتان وذلك ما اردناه اقول فان كان الخط محدودا من جانب ا واردنا ان نخرج العمود من ا من غير اخراج الخط وذلك مما يحتاج اليه اهل العمل كثيرا فلنعين ح ونجعل ح د مثل ا ح (ح) ونخرج من ح د عمودي ح ه د ز بالوجه المتقدم وننصف زاويتي ا ح ه ح د ز بخطي ح ح د ه فح ه د ه الخارجان من خط ح د على اقل من قائمتين يتلاقيان بحكم المصادرة الموعود بيانها فليتلاقيا على ه ونجعل ح ح مثل د ه (ح) ونصل ح ا فهو عمود على ا ب وذلك لان يساوى ضلعي ا ح ح د وضلعي ح ح د ه وزاويتي ا ح ح ح د ه من مثلثي ح ا ح ه ح د النظائر يدل على ان زاوية ح ا ح مساوية لزاوية ه ح د القائمة (د)

(يب)

نريد ان نخرج من نقطة الى خط غير محدود ليست هي عليه عمودا * مثلا من نقطة ح الى خط ا ب فلنعين في الجهة الاخرى من الخط نقطة د كيف وقعت ونرسم على ح ببعد ح د دائرة ه د ز فهي يقطع الخط لا محالة

على نقطتين ه ز ونتصف ه ز على ح (ي) ونصل ج ح فهو العمود
وذلك لانا اذا وصلنا ج ه ج ز كانت اضلاع مثلثي ج ه ح ج ز ح النظائر
متساوية وكانت زاويتا ج ح ه ج ح ز عن جنبتي ج ح متساويتين (ح)
فهما قائمتان وذلك ما اردناه اقول واهل العمل اذا اشترطوا ان لا يجاوزوا
الجهة الاخرى من الخط عينوا على الخط نقطة ه ووصلوا ج ه ورسموا
ببعده دائرة ه د حتى ينتهي الى الخط تارة اخرى فان انتهت على نقطة ه
بعينها كان ج ه عمودا على ما بين في المقالة الثالثة وان انتهت على نقطة اخرى
كز مثلا نصفوا خط ه ز على ح ووصلوا ج ح العمود بالبيان المذكور

(يج)

اذا قام خط على خط كيف كان حدثت عن جنبتيه زاويتان اما قائمتان
او متساويتان معا لقائمتين * فليقم ا ب على ج د ولتحدث زاويتا ا ب ج
ا ب د فان كان ا ب عمودا كانتا قائمتين والا اخرجنا من ب عمود ب ه
على ج د (يا) فصارت الزوايا ثلثا هي ا ب ج ا ب ه ه ب د والثانية
اذا اضيفت الى الاولى صارتا قائمتين واذا اضيفت الى الثالثة كانتا
كما حدثتا فاذن الحادثتان معا مساويتان لقائمتين وذلك ما اردناه

(يد)

اذا اتصل خطان على نقطة بخط عن جنبتيه واحدثا معه قائمتين او مساويتين
لهما كان الخطان معا على الاستقامة خطا واحدا * فليتصل با ب
على نقطة ب خطا ج ب د ب وليكن زاويتا ج ب ا د ب ا معادلتين
لقائمتين نقول فخط ج ب د متصل على الاستقامة خطا واحدا
والا فيخرج ج ب ه على الاستقامة ويكون جميع زاويتي ج ب ا ه ب ا
المعادلتين لقائمتين مساويا لجميع زاويتي ج ب ا د ب ا المعادلتين
ايضا لهما (يج) فيبقى بعد اسقاط زاوية ج ب ا المشتركة
زاويتا ه ب ا د ب ا الصغرى والعظمى متساويتين هذا خلف
فاذن الحكم المذكور ثابت وذلك ما اردناه

(يه)

الزاويتان المتقابلتان الحادثتان عن تقاطع كل خطين متساويتان * مثلا
كزاويتي ج ه ب ا ه د الحادثتين عن تقاطع خطي ا ب ج د وذلك
لان مجموع زاويتي ب ه ج ج ه ا يساوي مجموع زاويتي ا ه د ج ه ا لكون

كل

كل واحد من المجموعين معادل لقائمتين (٢) فيبقى بعد اسقاط زاوية ده ا المشتركة زاويتاده ب اه ى متساويتين وذلك ما اردناه ويتبين مع ذلك ان الزوايا الاربع الحادثة من تقاطعهما معادلة لاربع قوائم اقول وهذا الحكم ثابت لجميع زوايا يحيط بنقطة اين كانت النقطة وكم كانت الزوايا

(يو)

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة الحادثة اعظم من كل واحدة من مقابلتيها الداخلتين * مثلا اخرج ضلع ب ح من مثلث اب ح الى ى نقول فزاوية اح ى اعظم من كل واحدة من زاويتى ا ب فلينصف اح على ه (ي) ونصل به ونخرجه ونجعل هر مثل به (ح) ونصل رح ففى مثلثى ا ب ه ح ر ه ضلعا ب ه ه ا مساويان لضلعى ر ه ح ه ومتقابلتاه متساويتان (يه) فزاوية ب اه مساوية لزاوية ه ح ر (ى) وزاوية اح ى اعظم من زاوية اح ر فهى اعظم ايضا من زاوية ا ولنخرج اح الى ح وبمثله نبين ان زاوية ب ح ح اعنى زاوية اح ى اعظم ايضا من زاوية اب ح (ي) فيتم البيان وذلك ما اردناه اقول وقد يتبين من ذلك انه ليس يمكن ان يخرج من نقطة الى خط خطان يحيطان معه بزاويتين متساويتين فى جهة واحدة

(ىر)

كل زاويتين من مثلث فهما اصغر من قائمتين * مثلا زاويتا ب ح من مثلث اب ح ولنخرج ب ح الى ى فزاويتا اح ى اح ب معادلتان لقائمتين (٢) وزاوية اح ى اعظم من زاوية ب (يو) فاذن زاوية ب مع زاوية اح ب يكون اصغر من قائمتين وهكذا فى البواقى وذلك ما اردناه

(٤)

الضلع الاطول من المثلث يوتر الزاوية العظمى * فليكن ضلع اب من مثلث اب ح اطول من ضلع اح نقول فزاوية ح اعظم من زاوية اب ح وذلك لانا اذا فصلنا من اب اى مثل اح (ح) ووصلنا ح ى كانت زاوية اى ح التى هى اعظم من زاوية ب (يو) مساوية لزاوية اح ى (ه) وزاوية اح ب اعظم من زاوية اح ى اعنى من زاوية اى ح فزاوية اح ب اعظم كثيرا من زاوية ب وذلك ما اردناه اقول وان اخرجنا اح الى ى وجعلنا اى مثل اب (ح) ووصلنا ى ب امكن

اثبات المطلوب بمثل البيان المذكور وبوجه آخر نرسم على مركز ا
ببعد اب دائرة بد ونخرج بج الى د ونصل اد فزاوية اجب
الخارجة اعظم من زاوية ادب المساوية لزاوية ابد (ه)

(يط)

الزاوية العظمى من المثلث يوترها الضلع الاطول * فليكن زاوية ج
من مثلث ابج اعظم من زاوية ب نقول فضلع اب اطول من ضلع اج
وذلك لانه ان لم يكن اطول منه فاما ان يساويه ويلزم منه تساوى زاويتى
ب ج (ه) واما ان يكون اقصر منه ويلزم ان تكون زاوية ب اعظم
من زاوية ج (يح) وليس كذلك فاذن اب اطول من اج وذلك ما اردناه

(ك)

كل ضلعى مثلث فهما معا اطول من الثالث * مثلا ضلعا اب اج
فى مثلث ابج اطول من ضلع بج فلنخرج با ونجعل اد مثل
اج (ج) ونصل دج فيكون زاوية بجد التى هى اعظم من زاوية
اجد المساوية لزاوية ادج (ه) اعظم من زاوية ادج فاذن وتر بد
اعنى مجموع با اج اطول من وتر بج (يط) وذلك ما اردناه اقول
وهذا الشكل يلقب بالحمارى وبوجه آخر ننصف زاوية ا بخط اد (ط)
فزاوية ادج الخارجة اعظم من زاوية باد (يو) اعنى من زاوية جاد
فاج اطول من جد (يط) وبمثل ذلك يبين ان اب اطول من بد وبوجه آخر
ان لم يكن جميع اب اج اطول من بج كان اما مساويا له واصغر منه ونفصل
بد مثل با (ج) فيبقى جد اما مساويا لجا او اطول منه فان كان مساويا له
كانت زاويتا جاد باد مساويتين لزاويتى جدا بدا (ه) المعادلتين
لقائمتين (يج) وكان باج متصلا على الاستقامة (يد) هذا خلف وان كان
جد اطول من جا كانت زاوية جاد اعظم من زاوية جدا فجميع زاوية
باج اعظم من جميع زاويتى بدا جدا اعنى من قائمتين (يج) هذا خلف (يز)

(كا)

كل خطين خرجا من طرفى ضلع مثلث وتلاقيا داخله فهما معا اقصر من
ضلعيه الباقيين وزاويتهما اعظم من زاوية الضلعين * فليكن المثلث ابج
وقد خرج من طرفى بج خطا بد جد وتلاقيا على د نقول فهما اقصر
من با اج وزاوية بدج اعظم من زاوية باج ولنخرج بد الى ه

فب ا اه اطول من ـ ه (ك) ونجعل ه د مشتركا فجميع ـ ا اد اطول من جميع ـ ه ه د وايضا ى ه ه د اطول من ى د (ك) ونجعل ى ـ مشتركا فجميع ـ ه ه د اطول من جميع ـ ى ى د فاذن ـ ا اد اطول كثيرا من ـ ى ى د ولما كانت زاوية ـ ى د الخارجة من مثلث د ى ه اعظم من زاوية د ه ى (و) الخارجة من مثلث ا ـ ه التى هى اعظم من زاوية ا (و) كانت زاوية ـ ى د اعظم كثيرا من زاوية ا وذلك ما اردناه

اقول وبوجه آخر ان لم يكن جميع ـ ى ى د اقصر من جميع ـ ا اد كان اما مساويا له او اطول وعلى التقديرين اما ان يكون احد خطى ـ ى د ى اقصر من نظيره من خطى ـ ا د ا اولا يكون فان كان فليكن د ى مثلا اقصر من د ا ونجعل از بقدر فضل ـ ى على ـ ا (د) فر لا يقع على نقطة ه والا لكان ـ ا اه معا مساويين لـ ـ ى فيكونان اقصر من ـ ه ولا فيما بين ه د والا لكانا معا اقصر من ـ ه هذا خلف (ك) فهو يقع فيما بين اه ونصل رى ر ـ فـ ـ ى اعنى جميع ـ ا ار اطول من ـ ر (ك) فزاوية ـ ر ى اعظم من زاوية ـ ى ر (٤) ولما كان ـ ى مساويا لجميع ـ ا ار بقى د ى مساويا لـ د ر او اطول منه فزاوية د ر ى مساوية لزاوية د ى ر (ه) او اعظم منها (٤) فجميع زاوية ـ ر د اعظم من جميع زاويتى ـ ى ر د ى ر اللتين هما اعظم من قائمتين هذا خلف (ح) وان لم يكن احد خطى ـ ى د ى اقصر من الذى يليه من خطى ـ ا د ا بل كان اما مساويا او اطول وصلنا اى وبينا بمثل ما مران جميع زاوية ـ اد اعظم من جميع زاويتى ـ ى ا د ا ا او مساوية لهما هذا خلف (ح) فاذن جميع ـ ى ى د اقصر من جميع ـ ا اد وايضا نخرج اى الى ع فيكون زاوية ـ ى ع الخارجة اعظم من زاوية ـ ا ى (و) وكذلك زاوية د ى ع اعظم من زاوية د ا ى فجميع زاوية ـ ى د اعظم من جميع زاوية ـ ا د

(كب)

نريد ان نعمل مثلثا يساوى كل ضلع منه احد ثلثة خطوط مفروضة كل اثنين منها معا اطول من الباقى * فليكن الخطوط ا ـ د وليكن ى ه خطا محدودا من جهة ى فقط ونفصل منه ى ر مثل ا (د) و ر ع مثل ـ و ع ط مثل د ونرسم على ر ببعد ر ى دائرة ى ك ل وعلى ع ببعد ع ط دائرة ط ك ل فتتقاطعان على ك ونصل ع ك ر ك فيكون مثلث ك ع ر

المطلوب لان ضلع كر منه المساوى لر ى يساوى ا وضلع رح يساوى
ب وضلع ح ك المساوى لح ط يساوى حـ وذلك ما اردناه اقول وانما
اشترط كون كل خطين اطول من الثالث لوجوب كون اضلاع المثلث
(ك) هكذا وذلك بعينه هو الموجب لتقاطع الدائرتين فان جميع اب لو لم يكن
اطول من حـ لكان ح ط مساويا لح ى او اطول منه وحينئذ تقع
دائرة كطل محيطة بدائرة كىل مماسة اياها من داخل او غير مماسة
ولو لم يكن جميع ب حـ اطول من ا لكانت دائرة كىل بمثل ذلك
محيطة بدائرة كطل ولو لم يكن جميع احـ اطول من ب لكان
رح مساويا لجميع رى ح ط او اطول منهما وحينئذ لم يكن بين الدائرتين
احاطة ولا تقاطع بل كانتا اما متماستين من خارج او غير متماستين

(كج)

نريد ان نعمل على نقطة مفروضة من خط مفروض زاوية مثل زاوية
مفروضة* مثلا على نقطة ا من خط اب مثل زاوية حـ فنعين على خطى
الزاوية نقطتى ى ه ونصل ى ه ونعمل على اب مثلثا يساوى اضلاعه
اضلاع مثلث حـ ى ه (كب) وهو مثلث ا رح على ان اح مساو لحـ ى
و ار لحـ ه و ح ر لى ه فزاوية ا المعمولة مساوية لحـ (ح) والتى اردناها

(كد)

اذا ساوى ساقا مثلث ساقى مثلث آخر كل لنظيره وكانت الزاوية التى بين الاولين
اعظم من التى بين الاخرين كانت قاعدة الاولين اطول من قاعدة الاخرين*
فليكن فى مثلثى ا ب حـ ى ه ر اب مساويا لى ه و احـ لى ر وزاوية ا اعظم
من زاوية ه ى ر نقول فبـ حـ اطول من ه ر ولنعمل على ى من ى ه
زاوية ه ى ح مثل زاوية ب ا حـ (كج) ونفصل ى ح مثل احـ (حـ) ونصل ه ح
فيكون مساويا لب حـ (ى) ونصل ح ر فلتساوى ى ر ى ح المساويين لاحـ
يتساوى زاويتا ى ر ح ى ح ر (ه) ويكون زاوية ه ر ح التى هى اعظم من
احديهما اعظم من زاوية ه ح ر التى هى اصغر من الاخرى فيكون ه ح
اعنى ب حـ اطول من ه ر (يط) وذلك ما اردناه اقول وههنا اختلاف
وقوع لان ه ح اما ان يقطع ى ر او ينطبق على ه ر او يقع تحته وقد مر
الاول وظاهر فى الثانى ان ه ح اطول من ه ر واما فى الثالث فنخرج
ساقى ى ر ى ح الى ط ك ونساوى زاويتا ط ر ح ك ح ر (ه)

فنبين

فنبين كما مر ان زاوية ه ز ع اعظم من زاوية ه ع ز ويكون
ه ع اطول من ه ز فان اشترطنا ان نعمل الزاوية على الذى لا يوتر
المنفرجة من ضلعى د ه د ز سقط هذا الاختلاف لان ذلك الضلع
ان كان د ه كانت زاوية د ز ه غير منفرجة ونخرج ه ز
الى ط فتكون زاوية د ز ط غير حادة وتكون زاوية د ز ح من مثلث
ز د ع المتساوى الساقين حادة فيكون ه ع قاطعا لدز بالضرورة وايضا
ان عملنا على نقطة ا من خط ا ب مثل زاوية د امكن بيان المطلوب بمثل ما مر

(كه)

اذا ساوى ساقا مثلث ساقى مثلث آخر كل لنظيره وكانت قاعدة الاول اطول
كانت زاويتهما اعظم * مثلا فى مثلثى ا ب ج د ه ز ا ب مساو لده و اج
لدز و ب ج اطول من ه ز نقول فزاوية ا اعظم من زاوية د والا فكانت
اما مساوية لها ويلزم ان يكون ب ج مساويا له ز (د) واما اصغر منها
ويلزم ان يكون ب ج اقصر من ه ز (كد) وكلاهما خلف فاذن الحكم
ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم على د ببعد د ز دائرة ز ع
ونخرج ه ز ونجعل ه ط مثل ب ج (ج) ونرسم على ه ببعد ه ط
دائرة ط ع فيتقاطع الدائرتان على ع بمثل ما مر فى شكل (كب)
ونصل د ع ه ع فاضلاع مثلث ه د ع مساوية لاضلاع مثلث ب اج
كل لنظيره وزاوية ه د ع اعنى زاوية ا اعظم من زاوية ه د ز (ع)

(كو)

اذا ساوى زاويتان وضلع من مثلث زاويتين وضلعا من مثلث آخر
النظير للنظير تساوت الزاويتان والاضلاع الباقية منهما كل لنظيره
والمثلث للمثلث * فليكن التساوى فى مثلثى ا ب ج د ه ز لزاويتى ا د
وزاويتى ب ه ولضلعى ا ب د ه اللذين بين الزاويتين او لضلعى ب ج
ه ز او ضلعى اج د ز الموترين لزاويتين متساويتين فان كان لضلعى
ا ب د ه فب ج ه ز اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم (د)
لكون ضلعين وزاوية بينهما مساوية لضلعين وزاوية بينهما فى المثلثين
وان تفاوتا لزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ط مثل ه ز (ج) ووصلنا ط ا
صار مثلثا ا ط ب د ز ه متساويين لذلك بعينه وتكون زاوية ط ا ب
مساوية لزاوية ز د ه (د) وكانت زاوية ج ا ب مساوية لزاوية ز د ه

فزاويتا دا ط ا الكل والجزء متساويتان وان كان التساوى لضلعى ب ح ه ر فب ا ه د اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم (د) والالزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ح مثل د ه و وصلنا ح ح صار مثلثا ح ح ب ر د ه متساويين (د) وتكون زاوية ح ح ب مساوية لزاوية ر د ه (د) وكانت زاوية د ا مساوية لزاوية ر د ه فزاويتا ح ح ب د ا الداخلة والخارجة متساويتان (و) وكذلك ان كان التساوى للضلعين الباقيين فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وان توهمنا تطبيق ا ب على د ه وكان التساوى لهما انطبق كل واحد من ا ح ب ح على نظيره لتساوى الزاويتين فانطبقت ح على ر ويطابق المثلثان وان كان التساوى لب ح ه ر فاذا طبقنا ب على ه و ا على د ه انطبقت ح على ر وامتنع ان لا ينطبق د على ا الا انها لو انطبقت على غيرها مثلا على ح صارت زاويتا ح ح ب د ا الخارجة والداخلة متساويتين وعند انطباق د على ا يتطابق المثلثان

(كز)

كل خطين وقع عليهما خط وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فهما متوازيان * فليكن الخطان ا ب ح د والواقع عليهما ه ر والمتبادلتان المتساويتان زاويتى ا ه ر د ر ه وذلك لانهما لو لم يكونا متوازيين لتلاقيا فى احدى الجهتين مثلا على ح وكانت زاوية ا ه ر الخارجة من مثلث ه ر ح مساوية للداخلة ه ر د هذا خلف (و) فاذن هما متوازيان وذلك ما اردناه

(ح)

كل خطين وقع عليهما خط وكانت الخارجة من الزوايا الحادثة مساوية لمقابلتها الداخلة او كانت الداخلتان فى جهة معادلتين لقائمتين فهما متوازيان * فليكن الخطان ا ب ح د والواقع عليهما ه ر ح والخارجة والداخلة المتساويتان ه ر ب و ر ح د والداخلتان فى جهة زاويتا ب ر ح ر ح د وذلك لان كون زاوية ه ر ب مساوية لكل واحدة من زاويتى ا ر ح ر ح د المتبادلتين يقتضى تساويهما وايضا كون زاوية ب ر ح مع كل واحدة منهما معادلة لقائمتين يقتضى ايضا تساويهما فثبت توازى الخطين (كز) وذلك ما اردناه اقول وهذا موضع بيان القضية التى صادرها اقليدس ووعدت بيانه فى صدر الكتاب وقد بينتها

بسبعة اشكال وهى هذه الاول اقصر الخطوط الخارجة من نقطة
مفروضة الى خط غير محدود لبست هى عليه وهو المسمى ببعدها عنه
هو الذى يكون عمودا عليه فليكن النقطة ا والخط ـ ح والعمود الخارج
منها اليه اـ وذلك لانا اذا اخرجنا منها اليه خطا آخر كا ح كانت زاوية
اح ـ الحادة اصغر من زاوية اـ ح القائمة (ر) فيكون اـ اقصر
من اح (ط) وكذلك فى غيره الثانى اذا قام عمودان متساويان على خط
ووصل طرفاهما بخط كانت الزاويتان الحادثتان بينهما متساويتين
مثلا قام عمودا اـ حد المتساويان على ـ د ووصل اح فحدثت بينهما
زاويتا ـ اح دحا اقول فهما متساويتان ونصل اد ـ ح متقاطعين
على ه فيكون فى مثلثى اـ د حد ـ ضلعا اـ ـ د وزاوية اـ د
القائمة مساوية لضلعى حد د ـ وزاوية حد ـ القائمة كل
لنظيره ويقتضى ذلك تساوى باقية الزوايا (د) والاضلاع
النظائر ولتساوى زاويتى اد ـ حـ د يكون ـ ه ده متساويين (و)
ويبقى اه حه متساويين فتكون زاويتا هاح هحا متساويتين (ه) وكانت
زاويتا دا ـ ـ حد متساويتين (د) فتكون جميع زاوية ـ اح مساوية
لجميع زاوية دحا الثالث اذا قام عمودان متساويان على خط ووصل
طرفاهما بخط كانت الزاويتان الحادثتان بينهما قائمتين ولنعد عمودى اـ
حد على خط ـ د ونصل اح فاقول ان زاويتى ـ اح دحا المتساويتين
قائمتان والا لكانتا اما منفرجتين او حادتين فليكونا اولا منفرجتين ونخرج من ا
عمود اه على خط اح (يا) فيقع لا محالة فيما بين خطى اـ حد وتكون
زاوية اه د الخارجة من مثلث اـ ه اعظم من زاوية اـ ه القائمة (يو)
فتكون ايضا منفرجة ثم نخرج من نقطة ه عمود هر على خط ه د ويقع
فيما بين خطى اه حد وتكون زاوية هرح ايضا منفرجة ثم نخرج من ر
عمود رح على رح ومن ح عمود حط على حد وهكذا الى غير نهاية
فتكون الاعمدة الخارجة من نقطة ارط من خط اح على خط ـ د اعنى
اعمدة اـ ره طح متزائدة الاطول على الولاء واقصرها عمود اـ
لانه يوتر زاوية اهـ الحادة (ر) فهو اقصر من ه ا الموتر للقائمة (ط) و اه
الموتر لزاوية اره الحادة اقصر من ره الموتر للقائمة (ط) فاـ اقصر من اه
و اه من ره وكذلك ره من طح وعلى هذا الترتيب ويظهر من ذلك

ان ابعاد النقط التي هي مخارج الاعمدة الخارجة من خط اح على خط ب د
عن خط ب د متزائدة الاطول فى جهة ح فاذن خط اح موضوع على التباعد
عن خط ب د فى جهة ح وعلى التقارب منه فى جهة ا ولكون زاوية د ا
ايضا منفرجة نبين بمثل هذا التدبير ان خط اح بعينه موضوع على التباعد
عن خط ب د بعينه فى جهة ا التى كان فيها بعينها موضوعا على التقارب
منه فاذن هو متباعد متقارب معا من خط واحد فى جهة واحدة من غير تلاق
هذا خلف ثم لكونا حادتين وتقيم الاعمدة المتوالية الا انا نبتدئ باخراج العمود
من نقطة ب على خط اح فيقع فيما بين خطي ب ح د لكون زاوية ا حادة
اذ لو وقع خارجا عنهما لاجتمع فى مثلث قائمة ومنفرجة وهكذا الى ان نخرج اعمدة
ا ب ه ر ح ط المتناقصة الاطول على الولاء ثم نبين بمثل ما مر ان خط اح
موضوع على التقارب من خط ب د فى جهة ح وعلى التباعد عنه
فى جهة ا ونبين باستيناف العمل والتدبير انه موضوع على التباعد
عنه فى الجهة التى كان موضوعا فيها على التقارب منه بعينه هذا خلف
فاذن ثبت ان زاويتى ب اح د ح ا قائمتان الرابع كل ضلعين متقابلين
من سطح ذى اربعة اضلاع قائم الزوايا متساويان كضلعى اب حد
من سطح اب د ح القائم الزوايا والا فليكن حد اطول ونفصل ده مثل
اب (ح) ونصل اه فتكون زاويتا ب اه د ه ا قائمتين لحدوثهما
بين اب ه د المتساويين القائمين (ح) على ب د وقد كانت زاويتا ب اح
د ح ا قائمتين والكل كالجزء والخارجة كالداخلة وكلاهما خلف (يو) فاذن
ثبت الحكم الخامس كل خط يقع على عمودين قائمين على خط فانه يصير
المتبادلتين متساويتين والخارجة مساوية لمقابلتها الداخلة والداخلتين
فى جهة معادلتين لقائمتين مثلا وقع اب على عمودى حد ه ر القائمين
على د ر وقطعهما على ح ط فاقول ان متبادلتى د ح ط ه ط ح
متساويتان وكذلك خارجة اح ح وداخلة اط ه وان داخلتى ح ح ط
ه ط ح معا معادلتان لقائمتين وذلك لان ط ر ان كان مساويا لـ ح د كانت
جميع الزوايا المحيطة بنقطتى ح ط قوائم وثبت الحكم والا فليكن ح د
اطول ونفصل د ك مثل ر ط (ح) ونصل ك ط ونفصل ط ل ايضا
مثل ك ح (ح) ونصل ح ل فيكون سطح ح ل ط ك قائم الزوايا (ح)
ويكون فى مثلثى ح ل ط ح ط ك ضلعا ح ل ل ط وزاوية ل مساوية

لضلعى

لضلعى طك كح وزاوية ك فتكون زاويتا كحط حطر النظيرتان
متساويتين وهما المتبادلتان (ى) ولكون زاوية طحك مساوية
لزاوية احد (يه) تكون زاويتا احد حطه متساويتين وهما الخارجة
والداخلة ولكون زاوية دحط مع زاوية احد معادلة لقائمتين (يج) فهى
مع زاوية حطه معادلة لقائمتين وهما الداخلتان وذلك ما اردناه وهنالك
استبان ان كل خط يقع عمودا على احد هذين العمودين فهو عمود على الاخر
السادس اذا تقاطع خطان غير محدودين على غير قوائم وقام على احدهما عمود
فانه ان اخرج قاطع الاخر فى جهة الحادة فليتقاطع اب حد على ه ولتكن
زاوية اهد التى يلى ا حادة وجارتها التى يلى ب منفرجة ولنقم على حد
عمود رح (يا) فاقول انه ان اخرج قاطع اب فى جهة ا فلنعين على اه
نقطة ط ونخرج عمود طك على حد (يب) فلا يخلو اما ان يقع فيما بين
نقطتى ر ه او على نقطة ر منطبقا على حر او خارجا عن هر فان وقع
فيما بين هر فلنفرض خطا ونأخذ منه امثالا لهك على الولاء نزيد جميعها
على هر وهى قص صش شت تث ونفصل من اه امثالا لهط
بتلك العدة (د) وهى هط طس سع عف ونخرج من نقط س ع ف
اعمدة سل عم فن على حد ومن ط عمود طى على سل
(يب) فيكون فى مثلثى هطك طىس زاويتا هطك طسى الداخلة
والخارجة متساويتان وكذلك زاويتا هكط طىس القائمتان وضلعا
هط طس فيكون ىطا لمساوى لل ك لكونهما متقابلين فى سطح طى
لك القائم الزاويا مساويا لهك (كو) وبمثل ذلك نبين ان كل واحد من لم من
ايضا مساو لهك بجميع اقسام هن متساوية ومساوية لاقسام قث وبتلك
العدة فهن وقث متساويان وقث اطول من هر فهن اطول من هر
فعمود فن قد وقع خارجا عما بين نقطتى ر ه وصار حر داخل مثلث
فنه فاذن اذا اخرج عمود حر الموازى لعمود فن الى ان يخرج
من المثلث قاطع اب لا محالة فى جهة ح وهى التى تلى الحادة واما ان وقع عمود
طك على نقطة ر منطبقا على عمود حر او خارجا عما بين ره كان
ثبوت الحكم اظهر فاذن الحكم ثابت السابع كل خطين وقع عليهما خط
وكانت الداخلتان فى جهة اصغر من قائمتين فانهما ان اخرجا فى تلك الجهة
تلاقيا فليكن اب حد خطين وقع عليهما هر وكانت داخلتا اهر حره

معا اصغر من قائمتين اقول فانهما يتلاقيان فى جهة اد ان اخرجا وذلك لانه
اما ان تكون احدى هاتين الزاويتين قائمة او منفرجة اولا تكون بل تكونان
حادتين فان كانت احديهما قائمة كانت الاخرى حادة ويلتقيان فى جهة الحادة
كما مر وان كانت احديهما منفرجة ولتكن هى زاوية اهز فلنخرج من ه
عمود هح على اب ومن ز عمود زط ايضا على اب (ب) فتكون
لوقوع هز على عمودى هح طز متبادلتا حهز هزط متساويتين
(ه) ولما كانت زاويتا اهز هزح معا اصغر من قائمتين وكانت زاوية
اهح قائمة يبقى جميع زاويتى حهز هزح معا اعنى زاويتى هزط هزح بل
زاوية طزح اقل من قائمة وكانت زاوية اطز قائمة فاذن الخطان متلاقيان
فى جهة اد وان كانتا حادتين فلنخرج من ه عمود هح على جد ومن ز
عمود زط ايضا على جد (ب) فاذا القينا زاويتى جزه زهح معا اعنى
زاويتى حزه هزط معا المساويتين لزاوية جزط القائمة من زاويتى اهز
دزه بقيت زاوية اهح اصغر من قائمة وكانت جحه قائمة فاذن هما
يتلاقيان فى جهة اد ولهذا الاخير وجه آخر وهو ان نخرج من ه عمود
هك على خط هز (يا) فتكون زاوية كهز قائمة وزاوية هزد حادة فيتلاقى
خطا هك زد ويلاقى اه زد لا محالة ان اخرج فى جهة د ولبيان
هذه القضية وجه آخر يتم بثمانية اشكال خمسة منها هى هذه التى مرت
من الاول الى الخامس وثلثة هى هذه السادس كل زاوية حادة فصل
من احد ضلعيها خطوط متساوية على الولاء واخرج من تلك المفاصل
اعمدة على الضلع الاخر فالخطوط التى تفصلها مواقع الاعمدة من ذلك
الضلع متساوية ايضا فلتكن الزاوية باد وقد فصل من اب
خطوط اد ده هز متساوية واخرج من د ه ز اعمدة دح دط
زي على خط اد فاقول ان خطوط اح حط طي المفصولة
بها ايضا متساوية فلنعمل على د من خط هد زاوية هدك مثل
زاوية ا (كج) ونخرجه الى ك فيكون فى مثلثى احد دكه زاويتا
حاد كده متساويتين وكذلك زاويتا ادح دهك الخارجة والداخلة
(ه) وكذلك ضلعا اد ده فاح مساو لدك (كو) وزاوية
احد القائمة لزاوية دكه فيكون سطح دك طح قائم
الزوايا ودك منه يساوى حط (د) اعنى اح وبمثل ذلك نبين

ان طي ايضا مساو لاح السابع ككل زاويه فرضت
نقطة فيما بين خطيها فانه يمكن ان يوصل بينهما بخط مستقيم يمر بتلك النقطة
فلنفرض نقطة د بين خطي اب بج المحيطين بزاوية ابج وندير على
مركز ب ببعد بد قوس هدز المارة بنقطة د ونصل وتر هز وننصف
زاوية هبز بخط بح (ط) الحادثين فيكون في مثلثي هبح زبح
ضلعا هب بح وزاوية هبح مساوية لضلعي زب بح وزاوية
زبح فتكون زاويتا بحه بحز متساويتين (د) بل قائمتين (ي)
ونخرج بح الى ي فيقطع قوس هدز على ط ونأخذ لبح اضعافا
تزيد مجموعها على بط ولتكن تلك الاضعاف خط عس ونفصل من ضلع
با امثالا لبه تكون عدتها عدة تلك الاضعاف وهي به هك ونخرج
من اطراف تلك الخطوط وهي ه ك اعمدة هح كل على بي (س)
فيفصل منه بح حل متساوية (و) ويكون مجموعها المساوي لعس
اطول من بط فيكون موقع عمود كل على بي وهو نقطة ل خارجا
عن بط ونفصل من بج بم مثل بك (ج) ونصل مل فيكون
في مثلثي بكل بمل ضلعا كب بل وزاوية كبل مساوية لضلعي
مب بل وزاوية مبل فتساوي زاويتا بلك بلم (د) وبلك
قائمة فبلم قائمة وكلم خط مستقيم (يد) ونصل بد ونخرجه
الى ن ونعمل على نقطة د من خط ند زاوية ندف مثل زاوية
دنل (كج) فيكون خطا فد كم متوازيين (كز) لتساوي متبادلتيهما
ونخرج فد حتى يخرج من مثلث بكم على نقطتي ف ص فيكون
خط فدص هو الموصول بين ضلعي اب بج المار بنقطة د الثامن وهو
لاثبات القضية وليكن الخطان اب جد والواقع عليهما بد والداخلتان
اللتان اصغر من قائمتين هما ابد جدب ونخرج بد في الجهتين الى هز
ونفصل من با بح مثل بد (ج) فزاوية ابد مع زاوية جدب اصغر
من قائمتين ومع زاوية ابه كقائمتين (يج) تبقى زاوية ابه اعظم من زاوية
جدب فنعمل على ب من بح زاوية حبط مثل زاوية جدب (كج)
ونصل بين خطي طب بز المحيطين بزاوية ب بخط طحي مارا بنقطة
ح (ز) فزاوية طحب الخارجة من مثلث يحب اعظم من زاوية حبد
(يو) ونعمل على نقطة ح من خط بح زاوية بحك مثل زاوية ابد

(ح) ونخرج ح ك الى ان يقطع ب ط على ك واذا تقدم ذلك اقول فخطا
ا ب حد يتلاقيان لانا لو توهمنا تطبيق ب ك المساوى له انطبق ك ح على
ب ك المساوى زاويتى ح ب ك ب ك د و ب ا على ح ك المساوى زاويتى ب ح ك
ك ب ا فيتلاقيان ضرورة على نقطة ك وذلك ما وعدت بيانه ونعود الى الكتاب

(كط)

اذا وقع خط على خطين متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان
وكذلك الخارجة ومقابلتها الداخلة والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين
فليقع * على خطى ا ب حد خط ه ر ح نقول فزاويتا ا ر ح د ح ر المتبادلتان
متساويتان والا فليكن ا ر ح اعظم و نجعل زاوية ب ر ح مشتركة فجميع
زاويتى ا ر ح ب ر ح المعادلتين لقائمتين اعظم من جميع زاويتى د ح ر
ب ر ح فا ب حد لوقوع ه ح عليهما وكون داخلتى ب ر ح د ح ر
اصغر من قائمتين يلتقيان فى جهة ب د وايضا فزاوية ه ر ب الخارجة
تساوى زاوية ه ح د الداخلة لان الخارجة تساوى زاوية ا ر ح المقابلة
لها وايضا فزاويتا ب ر ح د ح ر الداخلتان معادلتان لقائمتين لان زاويتى
ب ر ح ا ر ح كذلك وزاويتا د ح ر ا ر ح متساويتان وذلك ما اردناه

(ل)

الخطوط الموازية لخط متوازية * مثلا كا ب حد الموازيان له ر وليقع عليها
خط ح ط ك فلتوازى ا ب ه ر تكون متبادلتا ا ح ط ر ط ح متساويتين
(كط) ولتوازى حد ه ر تكون داخلة د ك ح وخارجة ر ط ح
متساويتين (كط) فاذن متبادلتا ا ح ك د ك ح متساويتان ولتساويهما
خطا ا ب حد متوازيان (كز) وذلك ما اردناه

(لا)

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا موازيا لخط مفروض * مثلا من نقطة ا
لخط ب حد فلنعين عليه د ونصل ا د ونعمل على ا من
ا د زاوية د ا ه مثل زاوية ا د حد (كج) ونخرج ا ه الى ر فه ر مواز
لب حد لتساوى المتبادلتين (كز) وذلك ما اردناه

(لب)

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فزاويته الخارجة مساوية لمقابلتيها الداخلتين
وزواياه الثلث مساوية لقائمتين * فليكن المثلث ا ب حد والضلع المخرج

ب ح الى د ولنخرج من ح حه موازيا لب ا (لا) فزاوية احه مساوية زاوية ا (يط) لكونهما متبادلتين وزاوية هحد مساوية لزاوية ب (يط) لكونهما خارجة وداخلة فاذن جميع زاوية احد الخارجة من المثلث مساوية لزاويتي ا ب الداخلتين وزاوية احد مع زاوية احب مساوية لقائمتين (يج) فاذن الثلث الداخلة كذلك وذلك ماردناه اقول وان اخرجنا ار موازيا لب د (لا) بدل حه كانت زاوية راب مساوية لمبادلتها (يط) اعني زاوية ب وزاوية راح مساوية لمبادلتها (يط) اعني زاوية احد فاذن زاوية احد مساوية لزاويتي ا ب

(لج)

الخطوط الواصلة بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية التي في جهة بعينها متساوية متوازية * فليكن اب حد متساويان متوازيان ووصل بين اطرافهما اح بد فهما متساويان متوازيان ولنصل بح ففي مثلثي ابح بحد ضلعا اب بح مساويان لضلعي دح حب ومتبادلتا ابح دحب متساويتان (يط) فاح مساو لبد (د) وايضا متبادلتا احب دبح متساويتان فاح مواز لبد (كز) وذلك ماردناه اقول وبوجه آخر نخرج اد ايضا متقاطعا لبح على ه فيكون في مثلثي اهب حهد لتساوي زاويتي اهب حهد ومتبادلتي ابه دحه وضلعي اب حد ضلعا اه ده متساويين (كو) وكذلك ضلعا به حه ولتساويهما في مثلثي اهح بهد وتساوي زاويتي اهح بهد (يه) بينهما فيكون اح مساويا لبد وزاويتا احه دبه المتبادلتان متساويتين (د) فاح ايضا يكون موازيا لبد (كو)

(لد)

الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية وكذلك الزوايا المتقابلة واقطار تلك السطوح تنصفها * فليكن السطح ابحد والقطر بد ففي مثلثي ادب بحد لتساوي متبادلتي ادب حبد ومتبادلتي ابد حدب (يط) واشتراك بد يكون ضلعا اد حب متساويين (كو) وكذلك ضلعا اب حد وزاويتا ا ح وجميع زاويتي ادح حبا والمثلثان باسرهما فالسطح ينتصف ببد وذلك ماردناه اقول وايضا ان لم يكن اب مساويا لحد فليكن مساويا لحه ونصل اه فيكون مساويا

موازيا لب ح (ل) الموازى لا ء فيكون اه اء المتقاطعان متوازيين (ل) هذا خلف وبمثل ذلك نبين يساوى اء ب ح واما الزوايا فان لم تكن زاوية ب اء مساوية لزاوية ب ح ء فلتكن زاوية ب اه مساوية لها ونصل اح فلتساوى متبادلتى ب اح ه ح ا (كط) تبقى زاوية ح اه مساوية لزاوية اح ب وكانت زاوية ح اء مساوية لها (كط) هذا خلف وبمثل ذلك نبين تساوى زاويتى ب ء ثم نبين بتساويهما وتساوى الاضلاع تساوى مثلثى اب ح اء ح (ء) ويبين من ذلك انه لاينصف لهذا السطح بخرج عن زاويته غير قطره

(له)

كل سطحين متوازى الاضلاع يكونان على قاعدة واحدة فى جهة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان * مثلا كسطحى اب ح ء ه ب ح ر الكائنين على قاعدة ب ح بين متوازيى ب ح ار وذلك لان اء ه ر المساويين لب ح (لد) متساويان ونجعل ء ه مشتركا فيصير فى مثلثى ه اب ر ء ح ضلعا اه ر ء متساويين وكذلك ضلعا اب ء ح وزاويتا ب اه ح ء ر الداخلة والخارجة (كط) ويكون المثلثان متساويين (ء) ويصير ان بعد اسقاط سطح ء ح ه وزيادة سطح ح ب ح المشتركين ايضا متساويين فهما السطحان وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان نقطة ه تقع اما خارجة عن اء ويتقاطع ب ه و ح ء على ح كما مر واما منطبقة على ء او فيما بين اء ولا يقع فى الاخيرين الا مشترك واحد زائد هو مثلث او منحرف والبيان واضح

(لو)

كل سطحين متوازيى الاضلاع يكونان فى جهة واحدة على قاعدتين متساويتين بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان * مثلا كسطحى اب ح ء ه ر ح ط الكائنين على قاعدتى ب ح ر ح المتساويتين وفيما بين متوازيى ب ح اط وذلك لانا نصل ب ه ح ط فيكونان متساويين متوازيين (لج) لكون خطى ب ح ه ط كذلك ويكون كل واحد من السطحين مساويا لسطح ه ب ح ط المتوازى الاضلاع الكائن معه على قاعدة واحدة بين متوازيين بعينهما فاذن السطحان متساويان وذلك ما اردنا

(لز)

كل

كل مثلثين يكونان فى جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان* مثلا كمثلثى ابج دبج على قاعدة بج بين متوازيى بج اد ولنخرج به موازيا لجا وجز موازيا لبد الى ان يلتقيا اد المخرج فى جهتيه على ه ز (لا) فيصير هبجا دبجز سطحين متوازيى الاضلاع على قاعدة بج فيما بين متوازيى بج هز فهما متساويان (له) وكذلك نصفاهما (لد) اعنى المثلثين وذلك ما اردناه

(لح)

كل مثلثين يكونان فى جهة واحدة على قاعدتين متساويتين فيما بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان* مثلا كمثلثى ابج دهز على قاعدتى بج هز المتساويتين وبين متوازيى بز اد ولنخرج بح موازيا لجا وزط موازيا لهد الى ان يلتقيا اد المخرج من جهتيه على ح ط (لا) فيصير حبجا دهزط سطحين متوازيى الاضلاع على قاعدتين متساويتين فيما بين متوازيى بز حط فهما متساويان (لو) وكذلك نصفاهما (لد) اعنى المثلثين وذلك ما اردناه

(لط)

كل مثلثين متساويين فى جهة واحدة على قاعدة واحدة فهما بين خطين متوازيين* مثلا كمثلثى ابج دبج على قاعدة بج ونصل اد فهو مواز لبج والا فليكن اه موازيا له وليلق بد الخارج معه عن اب على اقل من قائمتين عند ه ونصل هج فمثلث هبج مساو لمثلث ابج (لز) المساوى لمثلث دبج ويلزم تساوى الكل والجزء هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وان وقع ه خارجا عن بد كان البيان كما مر

(م)

كل مثلثين متساويين على قاعدتين متساويتين من خط بعينه فى جهة واحدة فهما بين خطين متوازيين* مثلا كمثلثى ابز دهز الكائنين على قاعدتى بج هز المتساويتين من خط بز ونصل اد فهو مواز لبز والا فليكن اح موازيا له وليلق هد على ح ونصل حز فيكون مثلثا حهز دهز الجزء والكل متساويين لكون كل واحد منهما مساويا لمثلث ابج هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ما)

كل سطح متوازى الاضلاع ومثلث يكونان فى جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فالسطح ضعف المثلث* مثلا كسطح ا ب ح د ومثلث ه ب ح الكائنين على قاعدة ب ح وبين متوازيى ب ح اه ولنصل اح فسطح ا ب ح د هو ضعف مثلث ا ب ح (لد) المساوى لمثلث ه ب ح (لر) وذلك ما اردناه اقول وكذلك ان كانا على قاعدتين متساويتين وسيستعمله صاحب الكتاب فى الشكل الثالث من المقالة الثانية عشر

(مب)

نريد ان نعمل سطحا متوازى الاضلاع يساوى مثلثا مفروضا وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة* وليكن المثلث ا ب ح والزاوية د فننصف ب ح على ه ونصل اه ونعمل على ه من ه ح زاوية ح ه ر كزاوية د (كج) ونخرج من ا اع موازيا له ح (لا) فيلقى ه ر لخروجهما عن اه على اقل من قائمتين ونخرج من ح ح ع موازيا له ر (لا) الى ان يلقى اع على ع فيحدث سطح ر ه ح ع المتوازى الاضلاع وهو مساو لضعف مثلث ا ه ح (ما) اعنى لمثلث ا ب ح المفروض (لح) وزاويته اعنى زاوية ر ه ح مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه اقول وههنا اختلاف وقوع لان ه ر اما ان ينطبق على اه او يقع فى احدى جهتيه

(مج)

المتممان وهما كل سطحين متوازيى الاضلاع يقعان فى سطح مثلهما عن جنبتى قطره متلاقيين على نقطة من القطر ومشاركين لذلك السطح بزاويتين فهما متساويان* مثلا كسطحى اطره ركح ع الواقعان فى سطح ا ب ح د عن جنبتى قطر ب د المتلاقيين على ر من القطر المشاركين لسطح ا ب ح د بزاويتى ا ح وذلك لان سطحى ط ب ك ر ه ر ع د ايضا متوازيا الاضلاع فانصاف السطوح الثلثة اعنى مثلثى ا ب د ب ح د ومثلثى ط ب ر ب ك ر ومثلثى ه ر د ر ع د متساوية (لد) واذا القينا مثلثى ط ب ر ه ر د من مثلث ا ب د ومثلثى ب ك ر ر ع د من مثلث ب ح د بقى المتممان متساويين

(مد)

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع يساوى مثلثا مفروضا وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة* وليكن الخط

اب والمثلث حده والزاوية ر فنعمل سطح حـ كط مساويا للمثلث وزاوية ب منه مساوية لزاوية ر (مب) على ان يكون اب ك خطا واحدا ونتمم سطح لا ح المتوازى الاضلاع ونصل قطر لب ونخرجه ونخرج ط ك الى ان يلتقيا على م لخروجهما عن لط على اقل من قائمتين ونخرج م ن موازيا لك ا (لا) ونخرج لا ح ب الى ان يلقياه على ن س لخروج كل واحد منهما مع م ن عن لم على اقل من قائمتين اعنى على زاويتين متساويتين لزاويتى ب لا ا ل ب ا من مثلث الب فيكون سطح ط ن متوازى الاضلاع وسطحا ط ب ب ن فيه متممين فاذن سطح ب ن المعمول على اب مساو لسطح ب ط (مج) اعنى لمثلث حده وزاوية ا ب س منه اعنى زاوية ح ب ك مساوية لزاوية ر وذلك ما اردناه

(مه)

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع يساوى سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة * وليكن الخط هط والسطح المفروض ا ب حد والزاوية ل فنقسم السطح بمثلثات ا ب ح ب حد ونعمل على هط سطح ر هط ك مساويا لمثلث ا ب ح وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل (مد) وعلى رك المساوى لهط (لد) سطح ح ر ك م مساويا للمثلث ب حد وزاوية ح ر ك مساوية لزاوية ل اعنى لزاوية ه (مد) فتكون هى مع زاوية ه ر ك معادلتين لقائمتين ويتصل ه ح خطا مستقيما (يد) وكذلك ط م فيكون ه م المتوازى الاضلاع معمولا على هط ومساويا للسطح ا ب حد وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل مما ليس فى نسخة الحجاج

(مو)

نريد ان نعمل على خط مربعا * مثلا على خط اب فنخرج من نقطة ا عمود اح (يا) ونجعله مساويا لاب (ب) ومن ب خط ب د موازيا لاح ومن ح خط حد موازيا لاب (لا) الى ان يلتقيا على د لخروجهما عن خط يتوهم واصلا بين ح ب على اقل من قائمتين فيكون سطح اد المتوازى الاضلاع متساويها لتساوى ضلعى اب اح المساويين لمقابلتيهما قائم الزوايا لكون زاوية ا قائمة وزاوية ب اعنى تمامها من قائمتين ايضا قائمة (كط) والباقيتين مساويتين

(لد) لهما فاذن سطح اى مربع معمول على اب وذلك ما اردناه

(مز)

كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وتر زاويته القائمة مساو لمربعى ضلعيها *
مثلا فى مثلث ابج مربع بج وتر زاوية ا القائمة لمربعى اب اج
ولنعمل المربعات بدهج بحرا اطكج (مو) فنصل زاح خطا
واحدا لكون زاويتى باز باج قائمتين وكذلك باط ونخرج
من ا ال موازيا لبد (لا) فيقع داخل المثلث لان زاوية دبا اكبر
من قائمة فتكون زاوية بال اقل من زاوية باج القائمة ويقطع
لا محالة بج على ى وينقسم به ى مربع به الى سطحى بل لج
ونصل حج اد فلان فى مثلثى حجب باد ضلعى حب بج
وزاوية حبج مساوية لضلعى اب بد وزاوية ابد يكون المثلثان
متساويين (د) ومثلث حجب يساوى نصف مربع رب لكونهما
على قاعدة حب بين متوازيى حب رج وكذلك مثلث باد
يساوى نصف سطح بل لكونهما على قاعدة بد بين متوازيى بد
ال فمربع رب يساوى سطح بل لتساوى نصفيهما وبمثل ذلك
تبين ان مربع طج يساوى سطح جل فاذن مربع بج يساوى
مربعى با اج وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل يلقب بالعروس
ويمكن ان يختلف وقوع المربعات الثلث بحسب جهات اضلاع المثلث
وينحصر ذلك فى ثمانية اوجه اذ لكل ضلع جهتان وضرب الاثنين فى الاثنين
فى الاثنين ثمانية ويختلف البيان بحسب الاختلاف فيتكثر البراهين وايضا
ربما لا يخرج خط ال الموازى وربما لا يعمل مربع الضلعين عليهما او لا يعملان
اصلا بل يعمل مربع مجموعهما او فضل احدهما على الاخر وانا اشير
الى اكثر ذلك وان كان مؤديا الى تطويل فاقول اذا اردنا ان يكون مربع احد
ضلعى القائمة فى الجهة الاخرى من الضلع اعنى يكون منطبقا على المثلث
وليكن المثلث ومربع وتر القائمة وخط ال الموازى بحالها والمنطبق مربع
اب وهو بر فب اما ان يساوى جا او يكون اطول منه او اقصر ويقع
ر بحسبها اما منطبقة على ج او خارجا عن اج او عليه ونصل دح
فلان زاويتى ابح جبد قائمتان وزاوية جبح مشتركة تبقى زاويتا
ابج حبد متساويتين ويكون فى مثلثى باج حبد ضلعا اب بج

وزاوية

وزاوية ابج مساوية لضلعى جب بد وزاوية جبد على التناظر
فتكون زاوية بجد كزاوية باج قائمة (د) وخط دجز خطا
واحدا (يد) موازيا لاب (كز) قاطعا لال على ط ولما كانت زاوية
هاج مساوية لزاوية جبا اذ كل واحدة منهما تمام زاوية باه من قائمة
وكانت زاوية ازج قائمة فنقطة ط تكون اما نقطة ج بعينها ويتصل
دطج خطا واحدا ان ساوى اب اج لتكون زاوية طاج اعنى زاوية
جبا نصف قائمة اوغيرها على خط زج ان كان اب اطول لتكون
الزاوية المذكورة اصغر من نصف قائمة اوخارجا عنه ان كان اب اصغر
لتكون الزاوية اعظم وعلى التقديرات فمربع با زج وسطح با طد
الكائنان على قاعدة اب وبين متوازيي اب دز متساويان (له) وكذلك
سطحا باطد بهلد اللذان على قاعدة بد بين متوازيي بد اله
فمربع بازج يساوى سطح به لد وبمثل ما مر تبين ان مربع ضلع
اج ايضا يساوى سطح جل منطبقا كان على المثلث اوغير منطبق فتبين
البرهان على تقدير اربعة اختلافات من الثمانية ويبقى اربعة ينطبق مربع
وتر القائمة فيها على المثلث فلنرسمه كذلك وليكن الخط الموزى بحاله قاطعا
لبج على ه ولده على ل ولنقصد اولا كون مربع خط اب غير منطبق
على المثلث فنخرج جا الى ان يخرج عن المربع وخروجه يكون اما على نقطة
د وذلك عند تساوى ضلعى اب اج ليكون ضلعا اد اب ايضا
متساويين وزاوية ادب اعنى زاوية اجب نصف قائمة اوعلى نقطة غيرها
كنقطة ك اما من خط ده وذلك عند كون اب اطول من اج ليكون
ضلع كه اقصر من هج وزاوية هجك اعنى زاوية ابج اصغر
من نصف قائمة واما من خط دب وذلك عند كون اب اقصر من اج
ليكون ضلع كب اقصر من ضلع بج وزاوية كبا اعنى زاوية اجب
اصغر من نصف قائمة وعلى التقديرات نخرج عمود بح على اب (يا)
ومن د عمود دح على بح (ب) ونخرج اك الى ان يلتقى دح على ز
وذلك لانا لو توهمنا خطا يصل بين حا لاحاط معهما فى جهة ز باقل
من قائمتين فيكون سطح اب زح متوازى الاضلاع قائم الزوايا ولان
فى مثلثى دحب ابج ضلع دب وزاوية دحب القائمة وزاوية دبح
مساوية لضلع بج وزاوية باج القائمة وزاوية جبا يكون ضلعا

اب بح متساويين (كو) فيكون سطح ابزح مربعا (لد) وهو مربع
اب غير منطبق على مثلث ابج كما قصدناه ونخرج حز ال الى ان يلتقيا
على ط وذلك لخروجهما عن خط زا على اقل من قائمتين فيكون سطح
دباط المتوازى الاضلاع مساويا للمربع لكونهما على قاعدة اب وبين
متوازيى با حط ولسطح دبهل لكونهما على قاعدة بد وبين
متوازيى بد طه فاذن مربع خط اب يساوى سطح دبهل ولنرسم
مربع خط اب ايضا منطبقا على المثلث فتقع نقطة ز على ج ان يساوى
الضلعان اوخارجة عن اج ان كان اب اطول اوعليه ان كان اقصر
وتكون زاويتا هاج جبا متساويتين لكون كل واحدة منهما تمام زاوية
باه لقائمة ونخرج اه الى ان يلقى ضلع زح على ك وهى تقع اما على ح
نفسها ان ساوى اب اج وكانت زاوية هاج اعنى زاوية جبا نصف قائمة
اوعلى غيرها امامن ضلع زح ان كان اب اطول والزاوية المذكورة اصغر
من نصف قائمة اوبعد اخراجه ان كان اب اقصر والزاوية اعظم ونخرج
دب زك الى ان يلتقيا على ط ففى مثلثى ابج ازك ضلع اب
وزاويتا باج ابج مساوية لنظائرها وهى ضلع از وزاويتا
ازك زاك فاك يساوى بج (كو) اعنى دب وسطح اط المتوازى
الاضلاع يساوى تارة سطح ده لكونهما على قاعدتين متساويتين وبين
متوازيى دط لك وتارة مربع ابحز لكونهما على قاعدة اب وبين
متوازيى اب زط فالمربع يساوى السطح واذا بينا بمثل ذلك ان مربع ضلع
اج يساوى سطح جل منطبقا كان اوغير منطبق تبين البرهان على
سائر الوجوه هذا اذا فصلنا مربع وتر القائمة بالخط الموازى الى ما يساوى
المربعين اما اذا لم نفصله ورسمنا مربع وتر القائمة منطبقا على المثلث واخرجنا
احد ضلعى المثلث بج ا مثلا الى ان نخرج من المربع على ط فان وقعت ط
على د كان ضلعا اب اج متساويين وان وقعت على احد ضلعى دب
ده كانا مختلفين ولنخرج من د عمود دز عليه ونخرجه فى الجهتين
ومن نقطتى به عمودى بح هك عليه ومن ه على جز عمود هل
فيقع على ا وتيصل هل اب خطان يساوى الضلعان وعلى غيرها
ان اختلفا ففى مثلثات ابج حبد كده لجه الاربعة اضلاع بج
بد ده هج متساوية وزوايا اح ك ل قوائم والزوايا الباقية المتناظر

متساوية

متساوية مثلا زاويتا ابج جبد لكون كل واحدة منهما تمام زاوية ابد
من قائمة فالمثلثات واضلاعها النظائر متساوية وسطح اج مربع لتوازي
اضلاعه ويساوي ضلعي اب بج وهو مربع ضلع اب وسطح لك
ايضا مربع لتوازي اضلاعه ويساوي ضلعي هك هل هو مساو لمربع اج
المساوي هل اج فاقول انهما يساويان مربع به وذلك لان مثلثي هدب
دكه معا مساويان لمثلثي ابج هلج معا فاذا جعلنا باقي السطح مشتركا
واضفناه الى الاولين حصل المربعان او الى الاخيرين حصل المربع فان اردنا
على تقدير الاختلاف ان لا يكون مربع اب ايضا عليه كما لم يكن مربع اج عليه
اخرجنا ضلع با ملاقيا لجه على ن ومن ده عليه عمودي هر دط
ونخرج هر ومن د عليه عمود دج (ب) ونجعل طك مثل طب (ج)
ونخرج كل موازيا لطب (لا) وملاقيا لدب على م ومن ب عليه عمود
بل (ب) ونبين ان مثلثات ابج طدب جده متساوية وان سطحي لط
در مربعان مساويان لمربعي الضلعين ومن تساوي لب اج وتساوي
الزوايا ان مثلثي لبم اجن متساويان ومن تساوي مد نه الباقيين ان
مثلثي دمك هنر متساويان فيكون جميع مثلثي لبم دبط اعني جميع
مربع لط ومثلث هنر مساويا للمثلث بنج ونضيف الى الاول مثلث
جده والى الاخير مثلث طدب ونجعل سطح دط نه مشتركا زائدا ان كان
اب اطول من اج او زائدا بعضه وناقصا بعضه ان كان اقصر ليصير المربعان
مساويين لمربع الوتر وان اردنا مع ذلك ان يكون احد مربعي الضلعين منطبقا
على الاخر نعمل مثل ما عملنا في الشكل المتقدم الا انا نجعل جك مثل جه ونخرج
كل هل موازيين لجر جد (لا) الى ان يلتقيا على ل و كل يلاقي ده
على م ونصل باج خطا ان كان الاطول اج ونبين بعد بيان تساوي المثلثات
الثلثة من تساوي هل و اج وتساوي الزوايا يساوي مثلثي هلم جان
ومن تساوي دك هر اعني فضل احد الضلعين على الاخر يساوي مثلثي
دكم هرن فيكون جميع مثلثي دجه مله اعني مربع جل ومثلث هنر
مساويا للمثلث بنج ونضيف الى الاول مثلث دجه والى الاخير
مثلث دطب ونجعل سطح ده طن مشتركا زائدا ان كان اب
اطول او زائدا بعضه وناقصا بعضه ان كان اقصر يصير جميع
مربعي جل جط مساويا للمربع دج وايضا ان اردنا ان لا يكون

مربع الوتر منطبقا على المثلث بل يكون المنطبق مربع احد
الضلعين فقط وليكن الضلع اب ومربعه ازحب فز ينطبق على ج
ان تساوى الضلعان ويقع خارجا من اج اوعليه ان اختلفا ونصل دح
ونبين بمثل مامر ان دحز خط واحد ونخرج من ه عليه وعلى از عمودى
هك هل فيتصل هك بب ح خطا واحدا ان تساويا ويقع بين زح
وحد ان اختلفا ثم نبين تساوى المثلثات الاربع ومن تساوى هك هل
ان سطح كل مربع مساو لمربع ضلع اج ثم نبين من كون مجموع مثلثى
اب ج لج ه مساويا لمجموع مثلثى كده حبد وجعل باقى السطح
مشتركا ان المربعين مساويان لمربع الوتر وان اردنا ان لايكون واحد منهما
منطبقا رسمنا المثلث ومربع الوتر واخرجنا الضلعين ومن د ه عمودى
دز هح عليهما ودط هك موازيين لهما يتقاطعان على ل ويقطعان
جه جب على م ن فيتحد نقط ب ك ن الثلث ونقط ج ط م
الثلث ان تساوى الضلعان ويحيط كل ثلث بمثلث ان اختلفا ونبين تساوى
مثلثات اب ج زدب لده حجه وان سطحى زل لح مربعان
يساويان مربعى الضلعين ونبين من تساوى بك جط اعنى الفضل
بين الضلعين وتساوى الزوايا بساوى مثلثى بكن جطم ومن مثل ذلك
بساوى مثلثى دمه هنج فيبقى بعد اسقاط مثلث مله المشترك سطح
نلمج مساويا لمثلث دله اعنى جحه اعنى مجموع سطح مهحط
ومثلث بكن ونضيف اليهما مثلثى دله دزب المساويين ونجعل
مجموع سطح نبدل ومثلث مله مشتركا فيصير مربع الوتر مساويا للمربعين
وان اردنا ان يكون مع ذلك مربع احد الضلعين منطبقا على الاخر اما على تقدير
التساوى فظاهر واما على تقدير الاختلاف فلنخرج اب ومن د ه عمودى
دز هح عليه وليلق هح بج على ى ومن د عمود دط على حه
ومن ب عمود بك على دط ومن ج عمود جل على هح ونجعل دم
فى جهة ز مثل دك ونخرج من س ع موازيا لدط ملاقيا لدب على
ن ولبك على س ولهح على ع ونبين تساوى مثلثات اب ج لجه
جطه دزب دبك وان مك زط مربعان مساويان لمربعى
الضلعين ونبين ايضا من تساوى مد جل وتساوى الزوايا يساوى مثلثى
مدن لجى ومن تساوى بس بح اعنى الفضل بين الضلعين

وتساوى

ونساوى الزوايا يساوى مثلثي ب ق ز ب ي ح فيظهر ان مجموع مثلثي
م ق د ب د ك اعني مجموع مربع م ك ومثلث ب ح ي يساوى مثلث
ه ج ي نزيد على الاول مثلث ز د ب وعلى الاخير مثلث ط د ه ونجعل سطح
ب د ط ي مشتركا زائدا ان كان ا ب اطول اوناقصا بعضه وزائدا بعضه
ان كان اقصر يصير مربعا م ك ز ط مساويين لمربع ب ه وقس على
هذه الاشكال امثالها المختلفة باختلاف الشروط فان اشترطنا
ان يكون المربعات جميعا على الاضلاع انفسها في احدى جهتيها وقع على
ثمانية اوجه لما مر فمنها ما يكون فيه مربع الوتر منطبقا على المثلث فقط
فلنرسمها ولنخرج ضلعي ب ا ج د الى ان يخرجا على المربع على ق م
فيقعان على ه د ان تساويا او على احد الضلعين ان اختلفا ونخرج من د ه
عمودي د ز ه ط عليهما ونخرجهما ومن ب ج عمودي ب ح ج ك
الى ان يتلاقيا على ح ك وليكن على تقدير الاختلاف ب ا اطول فنخرج
من ه عمود ه ل على ج ز فيقع على غير نقطة ا التي يقع عليها على
تقدير التساوى ويكون سطحا ل ك ا ح متوازيي الاضلاع بل مربعين
مساويين لمربع ب ه على تقدير التساوى وذلك ظاهر واما على تقدير
الاختلاف فسطحا ا ك ا ح مربعان وليس ل ك بمربع ومثلثات ا ب
ج ك ه ج ل ج ه ح ب د متساويات الاضلاع والزوايا النظائر
ومثلثا ا ج م ل ق ه متساويان لتساوى زواياهما وتساوى ضلعي ا ج ل ه
فخم ه ق متساويان ويبقى م ه ق د متساويين ويكون لذلك ولتساوى
الزوايا مثلثا ه م ط د ق ز ايضا متساويين ولما كان مثلثا ا ج م ل ه ق
متساويين فاذا جعلنا سطح ل ا م ه مشتركا كان سطح ق ا م ه مساويا
لمثلث ل ج ه اعني مثلث ه ج ك اعني مجموع سطح م ج ك ط ومثلث ق د ز
واذا اضفنا اليهما مثلثي ا ب ج ح ب د المتساويين صار مجموع سطح
ق ا م ه ومثلث ا ب ج مساويا لمجموع سطح م ج ك ط ومثلثي د ق ز
ح ب د واذا جعلنا سطح د ب ا ق ومثلث ا ج م مشتركا حصل من الاول مربع
ب ه ومن الاخير مربعا ا ح ا ك فثبت الحكم وقس عليه ان كان ب ا اقصر
ومنها ما يكون المنطبق فيه مع مربع الوتر مربع احد الضلعين مثلا ا ب اما
على تقدير التساوى فالحكم بين لتساوى المثلثات ويكون كل اثنين منها كربع
احد الضلعين وكون الاربعة كمربع الوتر واما ان كان ا ب اطول رسمنا

مربعه ايضا على ما يجب واخرجنا حا الى ان يخرج من المربع على ھ
من ضلع ده ومن د ه عمودى دب هل عليه ومن ح عمود حك على
اح ومن ه عمود هك عليه واخرجنا با الى ان يلاقيه على ط
ونبين ان اك مربع كامل ونصل حع دا ونبين من تساوى اح هل
وزاويتي احم لهھ يساوى مثلثي امح لهھ ومن جعل سطح لا
مه مشتركا ان سطح ھامه مساو لمثلث لحه اعنى مثلث هحك ومن
تساوى حم هھ تساوى مه ھد الباقيين ومنه ومن تساوى الزوايا
يساوى مثلثي دبھ همط وايضا من تساوى زاويتي دبا حبع
وضلعي بد بح وضلعي بع با يساوى مثلثي دبا حبع ومن
تساوى زاويتي داب حعر الباقيتين وتساوى زاويتي بر القائمتين
وتساوى ضلعي اد عح يساوى مثلثي داب حعر ثم نقول لما كان جميع
دب اب مساويا لجميع حت عر وكان مثلث دبھ مساويا
لمثلث همط يكون جميع سطح دباھ ومثلث همط مساويا لسطح حب
عر ونجعل سطح محكط مشتركا فيصير جميع سطح دباھ ومثلث
هحك اعنى سطح ھامه بل جميع سطح دب مه مساويا لجميع سطحي
حبعر محكط ونجعل مثلث مبح مشتركا يصير مربع الوتر
مساويا للمربعين واما ان كان اب اقصر واخرجناه الى ان يخرج عن ده
على ھ ومن د ه عليه عمودى دل هط واخرجنا طه ومن ح عليه
عمود حك وبينا ان مثلثات ابح كهح دلب متساوية وان اك مربع
وان مثلثي دلھ بعم متساويان وان ھه مح الباقيين متساويان وان
مثلثي ھطه مرح متساويان فتبين ان جميع مثلثي بدھ مرح مساو
لجميع مثلثات كهح ھطه بعم واذا جعلنا باقي السطح مشتركا صار
مربع الوتر مساويا للمربعين ومنها ما يكون جميع المربعات منطبقا على
المثلث اما على تقدير التساوى فيتطابق مربعا الضلعين والحكم ظاهر
واما ان كان احد الضلعين اطول وليكن اب فنرسم المربعات على ما يجب
ونخرج حك الى ل و طك الى م ومن د عمود دھ على اب ومن ه
عمود هب على دھ ونخرج حا الى ان يلاقي هب على ع فينفصل
مربع حد الى اربعة مثلثات متساويات ويبقى مربع ھع وهو مربع فضل
اب على اح ونصل طر فينفصل سطحا ال ام ايضا الى اربعة

مثلثات متساويات ومتساويات للاربعة الاولى ويبقى مربع كح مساويا لمربع
دع فيبين ان مربع دد مساو لمربعى اح اك ومنها مايكون مربعا
الضلعين منطبقين دون مربع الوتر اما على تقدير التساوى فبشبه مامر
واما على تقدير ان يكون اب اطول فنرسم المربعات على ما يجب ونصل حد كه
ونبين ان كل واحد من دحر هكط خط واحد ونخرج دك الى ل
فينفصل مربع دد الى المثلثات المتساوية الاربعة ومربع الفضل وهو
حك ونصل طر فينفصل سطحا الـ ام الى مثلثات اربعة متساوية
ومساوية لتلك ويبقى كح مشتركا فيبين الحكم ومنها ما يكون مربع
احد الضلعين وهو اب مثلا منطبقا فقط اما على تقدير التساوى فظاهر
واما ان كان اب اطول رسمنا المربعات ووصلنا دح وبينا ان دحر
خط واحد واخرجنا اد ومن ه عمودى هم هل عليه وعلى در
وبينا تساوى مثلثات ابد حبد لده مده وان لم مربع
مساو لاك ثم نضع مثلثى دله دهم المتساويين ونجعل مثلث لهد مشتركا
فيصير مثلث دده مساويا لجميع مربع لم اعنى مربع اك ومثلث ددر
ونضيف مثلث بدح الى الاول ومثلث ابد الى الثانى ونجعل باقى السطح
مشتركا فيبين المطلوب واما ان كان اب اقصر رسمناها على ما يجب ووصلنا
دح وبينا بمثل مامر ان سطح ددم مع مثلث مرد يساوى مربع اك
وان مثلث بدم يساوى جميع مربع اح ومثلث مرد فيبين الحكم
ومنها ان لا يكون المربعات منطبقة كما فى اصل الكتاب فلنرسمها على ما يجب
ونخرج حر كط الى ان يلتقيا على ل وحب كد الى ان يتلاقيا على
م نتمم مربع كح وهو مربع مجموع الضلعين ثم نخرج اب اد ومن د ه
عليهما عمودى دن هس ونخرجهما الى ان يتلاقيا على ع ونبين ان مثلثات
ابد دنب عده سهد الاربعة متساوية وان نس مربع مساو لمربع
حك ونصل رط ونبين ان مثلثات رلط ناط باد بمد الاربعة
متساوية ومساوية للاربعة الاولى ونسقطهما من المربعين فيبقى مربعا اح
اك مساويين لمربع به وههنا يتم الاوجه الثمانية وان اقتصرنا على مربع
الوتر وجعلناه غير منطبق واخرجنا اب اد ومن د ه عليهما عمودى در
هح واخرجناهما الى ان يتلاقيا على ط فتمم مربع اط اعنى مربع مجموع
الضلعين ويسهل البيان وذلك لكون مربع الخط مساويا بالمربعى قسميه

وضعف سطح احدهما فى الاخر على ما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانيه من غير حاجة الى هذا الشكل لئلا يدور البيان ولا يختلف هذا الشكل والذى قبله بتساوى الضلعين واختلافهما وايضا ان جعلناه منطبقا واخرجنا عمود دز على اب وعمود هح على دز واخرجنا حا الى ط بقى مربع التفاضل ان اختلف الضلعان وهو مربع لح ولم يبق شىء ان تساويا بل اجتمعت مواقع الاعمدة على ا وتساوى المثلثات الاربعة ويكون كل اثنين منها مساويا بالسطح احد الضلعين فى الاخر اعنى اب فى بز فاذا اضفناهما الى مربع لح حتى صار مربع دح كان مساويا بالمربعى اب بز اعنى مربعى الضلعين وذلك لكون مربعى الخط واحد قسميه معا مساويا بالضعف سطحهما ومربع القسم الاخر معا على ما تبين فى الشكل السابع من المقالة الثانية من غير حاجة الى هذا الشكل وهذا تمام الكلام فيه وانما اطنبت الكلام بايراد هذه الاوجه لانها تفيد التدرب فى الصناعة فان هذه الاوضاع تدور بعضها على بعض ولما رأيت من كثرة اعجاب المبتدئين ببعض ما ظفروا به منها واعود الى الكتاب

(٤)

اذا ساوى مربع ضلع مثلث مربعى ضلعيه الباقيين فالزاوية التى بين الباقيين قائمة * فليكن مربع حب من مثلث احب مساويا بالمربعى اب اح اقول فزاوية ا قائمة ولنخرج من ا عمود اد على اح (يا) مساويا لاب (ب) ونصل حد فمربعا دح حب متساويان لكون كل واحد منهما مساويا بالمربعى اح اب اعنى اد فدح حب متساويان فاضلاع مثلثى احب احد النظائر متساوية فزاوية حاب مساوية لزاوية حاد القائمة فهى ايضا قائمة وذلك ما اردناه

تمت المقالة الاولى بعون الله تعالى

* المقالة الثانية اربعة عشر شكلا *

صدر يقال لكل خطين يحيطان باحدى زوايا سطح متوازي الاضلاع قائم الزاويا المحيطان به اقول وانا اعبر عن ذلك السطح بسطح احدهما في الآخر ويقال لمجموع المتممين واحدا لمتوازيي الاضلاع اللذين بينهما العلم الاشكال

(ا)

سطح الخط في خط آخر يساوي جميع سطوحه في اقسام ذلك الخط * مثلا سطح ا في ب ح يساوي مجموع ا في خطوط ب د ده هح التي هي اقسام ب ح ولنخرج عمود ب ز على ب ح (يا ا) مثل ا ونتم سطح ب ع القائم الزوايا فهو سطح ا في ب ح ونخرج د ط ه ك موازيين لب ز (لا ا) فيكونان مساويين له (لد) اعني لا ويكون سطوح ب ط د ك ه ع سطوح ا في ب د ده ه ح وجميعها مساو بالسطح ب ع وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى لما لم يكن الحاصل من اقسام ب د ده ه ح اذا اجتمعت مقدار غير مقدار خط ح ب لم يكن الحاصل من سطوح ا فيها اذا اجتمعت مقدار غير مقدار سطح ا في ح ب لان السطوح التي يكون احد اضلاعها جميعا خط ا لا يمكن ان يختلف مقاديرها الا باختلاف مقادير اضلاعها الاخر

(ب)

مجموع سطوح الخط في اقسامه يساوي مربعه * مثلا سطحا خط اب في خطي اح ح ب يساوي مربع خط اب ولنرسم على اب مربع اه (مو ا) ونخرج ح ز موازيا لاد (لا ا) فسطحا از ح ه هما سطحا اد اعني اب في قسميه وهما اح ح ب ومجموعهما هو مربع اه وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن خط د مثل اب فيمثل ما مر سطح د في اب اعني مربع اب يساوي سطوح د في اقسام اب اعني سطوح اب في اقسامه

(ح)

سطح الخط في احد قسميه يساوي مجموع مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الآخر * مثلا سطح اب في ب ح يساوي مجموع مربع ب ح وسطح اح في ح ب ولنرسم على ب ح مربع ح ه (مو ا) ونتمم سطح اه فار اعني ح د مساو لح ب (لد ا) فسطح اه هو سطح اب في ب ح وهو مساو لمربع ح ه والسطح اد الذي هو سطح اح في ح ب وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن د مثل ح ب فسطح د في اب اعني سطح اب في ب ح

يساوى (ا) مجموع سطحى ء فى قسمى اد دب اللذين احدهما هو سطح اد فى دب والاخر هو مربع دب

(ء)

مربع الخط يساوى مجموع مربعى قسميه وضعف سطح احدهما فى الاخر* وليكن الخط اب وقد قسم على د كيف اتفق ونرسم عليه مربع اه (مو ا) ونخرج در موازيا لاء (لا ا) ونصل بء قاطعا اياه على ح ومن ح ح ط ك موازيا لاب فزاوية دحب الخارجة تساوى زاوية اءب الداخلة (كط ا) وهى مساوية لزاوية ابء (يه ا) لمساوى اء اب فى مثلث اءب فخ دب فى مثلث دحب متساويان وبوجه آخر لما كان اب اء فى مثلث اءب متساويين وزاوية ا قائمة يكون كل واحدة من زاويتى ابء اءب نصف قائمة (لب ا) وايضا لما كانت زاوية بدح الخارجة المساوية (كط ا) لزاوية ا الداخلة قائمة مثلها يبقى فى مثلث دحب زاوية دحب ايضا نصف قائمة فيكون دح دب متساويين (ء ا) فسطح دك المتوازى الاضلاع متساويها وهو قائم الزوايا لكون زاوية دبك منه قائمة وزاوية بدح تمامها من قائمتين ومقابلتيهما متساويتين (لد ا) لهما فهو مربع لخط دب وبمثل ذلك نبين ان سطح طر مربع لطح اعنى اد وسطح اح هو سطح اد فى دح المساوى لدب وسطح حه مساوله (مج ا) فاذن مربع اه يساوى مربعى طر دك اللذين هما مربعا قسمى اد دب وسطحى اح حه اللذين هما ضعف سطح اد فى دب وذلك ما اردناه وقد بان منه ان المتوازية الاضلاع الواقعة على اقطار المربعات مربعات وان المربعات الواقعة فى المربعات بانطباق ضلعين على ضلعين انما يقع على اقطارها اقول وبوجه آخر لما كان سطح اب فى اد مساويا (د) لجميع مربع اد وسطح اد فى دب وسطح اب فى بد مساويا لجميع مربع بد وسطح اد فى دب كان جميع سطحى اب فى اد بد قسميه اعنى (ب) مربع اب مساويا لمربع اد دب وسطح اد فى دب مرتين

(ه)

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع سطح احد القسمين فى الاخر ومربع الفضل بين النصف والقسم تساوى مربع النصف* مثلا اب نصف على د وقسم على ء فجميع سطح اء فى ءب ومربع دء يساوى

مربع جب ولنرسم على جب بد مربعي جر دك (مو ا) ونصل القطر
ونخرج دح كح الى ع ل بل الى ط ونتمم سطح جط (لا ا) فلان جح
يساوى حر (مج ا) ونجعل دك مشتركا يكون جك اعنى جط (لو ا)
مساويا لدر ونجعل جح مشتركا يكون اح مساويا العلم م ن س ونجعل
لع مشتركا يكون جميع اح الذى هو سطح اد فى دب و لع
الذى هو مربع جد مساويا لجر الذى هو مربع جب وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر لما كان سطح اد فى دب مساويا (ا) لمجموع سطح اج فى
دب اعنى جب فى دب وسطح جد فى دب فاذا جعلنا مربع جد مشتركا
صار مجموع سطح اد فى دب ومربع جد مساويا لمجموع سطح جب فى
دب وسطح جد فى دب ومربع جد والاخيران من هذه الثلثه يساويان
(ج) سطح جب فى جد وهو مع الاول يساوى مربع جب فاذن مجموع
سطح اد فى دب ومربع جد يساوى مربع جب

(و)

كل خط نصف وزيد فيه خط آخر على استقامته فمجموع سطح الخط مع الزيادة
فى الزيادة ومربع النصف يساوى مربع النصف مع الزيادة * مثلا اب نصف
على ج وزيد فيه بد فجميع سطح اد فى دب ومربع بج يساوى مربع
جد ولنرسم على جد بد مربعي جر بل وتمم الشكل (لا ا) وسطح
جط فلان سطح جط يساوى سطح جح (لو ا) اعنى سطح حر (مج ا)
ونجعل جل مشتركا يكون سطح ال مساويا العلم م ن س ونجعل كع
مشتركا يكون جميع ال الذى هو سطح اد فى دل اعنى فى دب ومربع كع
الذى هو مربع جب مساويا لجر الذى هو مربع جد وذلك ما اردناه اقول
وبوجه آخر لما كان سطح اد فى بد مساويا (ج) لمجموع سطح اب
فى بد اعنى ضعف سطح جب فى بد ومربع بد فاذا جعلنا مربع جب
مشتركا صار مجموع سطح اد فى بد ومربع جب مساويا لمجموع
ضعف سطح جب فى بد ومربعي جب بد (د) اعنى مربع جد
وقد يمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذى قبله بقول واحد وهو ان يقال خط
اب نصف على ج واخذ منه بد مما يلى ب فى احدى جهتيها
كيف اتفق فسطح اد فى دب اذا نقص من مربع جب او زيد عليه
حصل مربع جد وقس البيان عليه

(ز)

مربع الخط مع مربع احد قسميه يساوى مجموع ضعف سطح الخط فى ذلك القسم ومربع القسم الاخر* مثلا مربع اب مع مربع بج يساوى جميع ضعف سطح اب فى بج ومربع اج ولنرسم على اب مربع اه (مو ا) ونفصل بك مثل بج (ج ا) وتمم الشكل (لا ا) فسطحا ار ره متساويان (مج ا) ونجعل جك مشتركا فيصير اك جه متساويين وهما ضعف اك بل علم لم ن مع مربع جك فعلم لم ن مع مربع جك يساوى ضعف اك ونجعل طح مشتركا فمجموع علم لم ن ومربعى جك طح اعنى مربعى اه جك اللذين هما مربعا خطى اب جب يساوى مجموع ضعف اك الذى هو سطح اب فى بج ومربع طح الذى هو مربع اج وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر مربع اب يساوى مجموع مربعى اج جب وضعف سطح احدهما فى الاخر (د) ونجعل مربع جب مشتركا فيصير مجموع مربعى اب جب مساويا لمجموع ضعف مربع جب وضعف سطح اج فى جب ومربع اج ولكن مربع جب وسطح اج فى جب معا يساويان سطح اب فى جب (ج) فاذن مجموع مربعى اب جب مساو لضعف سطح ب فى جب ومربع اج ويمكن ان يعبر عن الشكل الرابع وعن هذا الشكل بقول واحد وهو ان يقال خط اب اخذ منه بج مما يلى ب فى احدى جهتيها فاذا نقص ضعف سطح اب فى جب من مربع اب او زيد عليه حصل مجموع مربعى اج جب وقس البيان عليه

(ح)

اربعة امثال سطح الخط فى احد قسميه مع مربع القسم الاخر يساوى مربع خط يزيد على ذلك الخط بقدر القسم الاول* وليكن الخط اب واحد قسميه جب وزيد فى اب بد بقدر جب فاربعة امثال سطح اب فى جب مع مربع اج يساوى مربع اد ولنرسم على اد مربع اه (مو ا) ونصل قطر در ونخرج خطى جح بط موازيين لار (لا ا) فقطعان در على كل ومنهما كم ن لس ع موازيين لاد فسطوح جك بن فص كع الاربعة مربعات لتساوى بد جب وكون بن فص مربعيهما والجميع اربعة امثال جك وسطوح اف مل صه لط متساويات لتساوى ام مس (لد ا) ولكون ال له متممين (مج ا) وكذلك مل لط

والجميع اربعة امثال اف فعلم ق ش ت اربعة امثال اك الذى هو سطح اب فى بك اعنى فى حب وهو مع بح الذى هو مربع اح يساوى اه الذى هو مربع اى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان سطح اب فى حب مساويا لسطح اح فى حب ومربع حب معا (ح) واربعة امثال سطح اح فى حب مساويا لضعف سطح اح فى حى واربعة امثال مربع حب مساويا لمربع حى (ى) فاربعة امثال سطح اب فى حب يساوى ضعف سطح اح فى حى ومربع حى ونجعل مربع اح مشتركا فيصير اربعة امثال سطح اب فى حب مع مربع اح مساويا لجميع ضعف سطح اح فى حى ومربعى اح حى المساوى لمربع اى

(ط)

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع مربعى القسمين يساوى ضعف مربعى النصف والفضل بين النصف والقسم * مثلا اب نصف على ح وقسم على ى فمجموع مربعى اى ىب يساوى ضعف مربعى اح حى فنخرج من ح عمود حه (يا ا) مساويا لاح (ب ا) ونصل اه به ومن ى ىر موازيا لحه ومن ر رح موازيا لدح (لا ا) ونصل ار فلان فى مثلثى احه بحه ضلعا اح بح مساويان لضلع حه وزاويتا ح قائمتان تكون كل واحدة من زاويتى احه بحه نصف قائمة (لب ا) وزاوية اهر قائمة ولان فى مثلث بىر زاوية ب نصف قائمة وزاوية بىر قائمة (ط ا) تبقى زاوية برى ايضا نصف قائمة ويكون بى رى متساويين (و ا) ولمثل ذلك يكون فى مثلث حهر ضلعا هح رح متساويين ولتساوى اح هح يكون مربع اه مساويا لضعف مربع اح (مر ا) وايضا مربع هر مساو لضعف مربع رح اعنى حى (لد ا) فمربعا اه هر اعنى مربع ار بل مربعى اى ىر اعنى مربعى اى ىب معا مساويان لضعف مربعى اح حى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم مربعى اى ىب وهما ىر ىس ونفصل حح مثل حى ونصل اه ونخرج سه الى ل وحف حص موازين لار و كش ق لاب ونبين ان مربعى حل ىس متساويان وان سطوح ىم حط لع شف الاربعة متساوية (لو ا) وكذلك مربعات هك ق ص مع كف الاربعة وان مربعى حش ق ص المشتملين على خمسة من هذه السطوح هما

مربعا اح حد فالخمسة الباقية مساوية لها كل لنظيره والجميع مربعا دز
زب فاذن مربعا اد دب يساويان ضعف مربعي اح حد وبوجه آخر
نعيد الخط ونفصل هح مثل حد ونقول اح قسم على ه فضعف سطح
اح في حه مع مربع اه يساوي مربعي اح حه (ز) وحه مثل حد
واه مثل دب فضعف سطح اح في حد مع مربع دب يساوي مربعي
اح حد ونجعل مربعي اح حد مشتركا فيصير ضعف سطح اح في حد ومربعا
اح حد ومربع دب اعني مربعي اد دب مساويا لضعف مربعي اح حد

(ي)

كل خط نصف وزيد فيه خط آخر على استقامته فمربعا الخط مع الزيادة
والزيادة وحدها يساويان ضعف مربعي نصف الخط وحده ونصفه مع الزيادة
مثلا اب نصف على ح وزيد فيه بد فمربعا اد بد يساويان ضعف
مربعي اح حد ولنخرج عمود حه مثل اح (يا ا) ونصل اه هب
ونخرج من د دز موازيا لحه ومن ه هز موازيا لحد وملاقيا لدز على
ز ولما كانت زاويتا دزه حهز كقائمتين تكون زاويتا دزه بهز اقل
من قائمتين (كط ا) فنخرج هب زد الى ان يتلاقيا على ح ونصل اح فلان
في مثلثي اهح بحه ضلعي اح بح مساويان لحه وزاويتي ح قائمتان
تكون كل واحدة من زاويتي اهح بهح نصف قائمة وزاوية ب قائمة
(لب ا) ولما كانت زاوية دحه قائمة وزاوية بهح تمامها من قائمتين
فهي ايضا قائمة وتبقى زاوية حهز نصف قائمة وزاوية هزح قائمة
(لب ا) فزاوية زحه من مثلث هزح ايضا نصف قائمة (لب ا)
ويكون ضلعا هز حز متساويين (و ا) وبمثل ذلك نبين ان ضلعي بد
حد متساويان ولتساوي اح هح يكون مربع اه مساويا بالضعف مربع
اح (مز ا) وايضا مربع هح مساو لضعف مربع هز اعني حد فمربعا اه
هح اعني مربع اح بل مربعي اد دح اعني مربعي اد دب يساويان ضعف
مربعي اح حد وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم مربعي
اد بد وهما ده دع ونصل از ومن حب حك بل موازيين
لاه ومن م ط م س ف ط ص ش موازيين لاد ونبين ان
مربعي دع شل متساويان وان مربعات حس بم مص عق
الاربعة متساوية وكذلك سطوح دع فط قه طك الاربعة وان

حـ سـ ق ء المشتملين على خمسة من هذه السطوح هما مربعا اح حء
وان الخمسة الباقية مساوية لهما كل لنظيره والجميع مربعا ءه ءح
فاذن مجموع مربعي اء ـ ء يساوي ضعف مربعي اح حء وبوجه آخر
نعيد الخط ونقول حء خط قسم على بـ فضعف سطح حـ في حء
اعني اح في حء مع مربع ـ ء يساوي مربعي حـ حء اعني اح
و حء (ر) ونجعل مربعي اح حء مشتركا فيصير مربعا
اء ـ ء مساويين لضعف مربعي اح حء ويمكن ان يعبر عن
هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال ان خط اـ
نصف على ح والخذ منه ـ ء مما يلي ـ في احد الجهتين فمربعا
اء ءـ يساويان ضعف مربعي اح حء وقس البرهان عليه

(يا)

نريد ان نقسم خطا بقسمين يكون سطحه في احدهما مساويا لمربع الاخر *
وليكن الخط اـ فلنرسم عليه مربع اء (مو ا) وننصف اح على ه
(ـ ا) ونصل ـ ه ونخرج اه الى ان يصير ه ر مثل ه ـ ونرسم على ار
مربع اح فينقسم الخط به على ط القسمة المذكورة وانما ينقسم به لان جميع
ه ا اـ اطول من هـ (كا) اعني ره ويلقى ه ا المشترك فيبقى ار
اعني اط اقصر من اـ فينقسم الخط على ط وانما يكون القسمة
هي المذكورة لان خط ح ا نصف على ه وزيد فيه ار فسطح حر
في را مع مربع ه ا يساوي مربع ه ر (و) اعني ه ـ اعني مربعي ه ا
اـ (مر ا) ويلقى مربعي ه ا المشترك فيبقى سطح حر في را اعني في رح
وهو سطح رك مساويا لمربع اـ وهو اء ويلقى سطح اك المشترك
يبقى مربع اح مساويا لسطح ط ء الذي هو سطح طك اعني اح بل اـ
في طـ فسطح اـ في طـ يساوي مربع اط وذلك ما اردناه اقول
وبوجه آخر نرسم مربع اء وننصف ـ ء على ه (ـ ا) ونصل ه ا
ونخرج ه ر مثل ه ا ونصل حر فينقسم الخط به على ح القسمة المذكورة
ولنخرج رط موازيا لـ ب ا (لا) و ح ا الى ان يلقياه على ط ومن ح
ع ك موازيا لـ ب ء فيكون متمما طح ح ء متساويين (مح ا) ونجعل ال
مشتركا فيصير سطح طل مساويا لمربع اء ثم نبين من تنصيف ـ ء على ه
وزيادة ـ ر فيه ان سطح ءر في ر ـ مساو لمربع اء اعني سطح حط

المساوى لد ر فى ط ك ويظهر من ذلك يساوى ط ك ر ب اعنى ط ا فيكون ط ح المساوى لح د اعني سطح ا ب فى ح ب مربعا وهو مربع ا ح

(ب)

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع وتر زاويته المنفرجة اعظم من مربعى ضلعيها بضعف سطح القاعدة اعنى الضلع الذى يقع عليه العمود الخارج من احدى الباقيتين فى القدر الذى يقع منه بعد اخراجه بين الزاوية وموقع العمود * وليكن المثلث ا ب ج والزاوية المنفرجة ونخرج من ب عمود ب د على ضلع ا ج (يا) المسمى بالقاعدة فيقع على نقطة د منه بعد اخراجه فى جهة ا اذلو وقع داخل المثلث اوخارجة من جهة ج لاجتمع فى المثلث الحادث مع العمود والقاعدة وضلع ب ا قائمة ومنفرجة نقول فمربع ب ج اعظم من مربعى ب ا ا ج بضعف سطح ا ج القاعدة فى ا د الذى بين الزاوية وموقع العمود وذلك لان ج د مقسوم على ا فمربعه يساوى مربعى د ا ا ج وضعف سطح د ا فى ا ج (د) ونجعل مربع ب د مشتركا فيصير مربعا ب د د ج اعنى مربع ب ج مساويا للمربعى ب د د ا (مز ا) اعنى مربع ب ا مع مربع ا ج وضعف سطح د ا فى ا ج ويظهر ان مربع ب ج اعظم من مربعى ب ا ا ج بضعف السطح المذكور وذلك ما اردناه

(ج)

كل مثلث فمربع وتر زاويته الحادة اصغر من مربعى ضلعيها بضعف سطح القاعدة فى القدر الذى يقع منه بين الزاوية وموقع العمود الخارج من احدى الباقيتين * وليكن المثلث ا ب ج والزاوية الحادة منه ب والعمود المخرج من ا على القاعدة وهى ضلع ب ج هو ا د الواقع من الزاوية فى جهة المثلث اذلو وقع خارجا فى الجهة الاخرى لاجتمع فى المثلث الحادث منه ومن القاعدة ومن ضلع ا ب قائمة ومنفرجة نقول فمربع ا ج اصغر من مربعى ا ب ب ج بضعف سطح ب ج فى ب د وذلك لان ج ب مقسوم على د فمربعا ج ب ب د يساويان ضعف سطح ج ب فى ب د مع مربع ج د ونجعل مربع ا د مشتركا فيصير مربعات ج ب ب د د ا اعنى مربعي ج ب ب ا مساوية لضعف سطح ج ب فى ب د مع مربع ج د د ا اعنى مربع ج ا ويظهر ان مربع ج ا اصغر من مربع ج ب ب ا بضعف سطح ج ب فى ب د وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان زاوية ج ان كانت قائمة

انطبق العمود على ضلع اح وكان الواقع بين الزاوية وموقع العمود هو القاعدة نفسها وان كانت منفرجة وقع العمود خارجا من جهة ح وكان الواقع اعظم من القاعدة وان كانت حادة وقع العمود فى المثلث والواقع بعض القاعدة كما رسم فى الكتاب ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذى قبله بعبارة واحدة وهى ان يقال كل مثلث فان الفضل بين مربع وتر زاويته التى لا يكون قائمة وبين مربعى ضلعيها يكون بضعف سطح القاعدة فيما يقع بين الزاوية وموقع العمود من خط القاعدة ثم نذكر البرهان المشترك على قياسه

(يد)

نريد ان نعمل مربعا يساوى شكلا مفروضا مستقيم الاضلاع * وليكن الشكل ا فلنرسم سطحا قائم الزوايا مساويا له (يه ا) وهو سطح ب د ه فان كان ب ه د ه متساويين فقد عملنا (لد ا) والا فلنخرج ب ه الى ان يصير ه ر مثل ه د ونرسم على ب ر نصف دائرة ب ط ر ونخرج د ه الى ط من المحيط فه ط ضلع المربع المطلوب وذلك لان ب ر منصف على ع ومقسوم على ه بمختلفين فسطح ب ه فى ه ر مع مربع ع ه يساوى مربع ع ر (ه) اعنى مربع ع ط بل مربعى ع ه ه ط (مز ا) ويلقى مربع ه ع المشترك يبقى سطح ب ه فى ه ر الذى هو سطح ب د اعنى سطح ا مساويا لمربع ط ه وذلك ما اردناه اقول وفى النسخ القديمة نورد المفروض مثلثا ولنا ان نعمل مثلثا يساوى اى سطح مستقيم الاضلاع اتفق كسطح ا ب ح د ه مثلا وذلك بان نقسمه الى مثلثات ا ب ح ا ح د ا د ه ونعمل اولا مثلثا يساوى مثلثى ا ب ح ا ح د بان نخرج د ح ومن ب ب ر موازيا لا ح الى ان يلقاه على ب ونصل ا ر فليساوى (لز ا) مثلثى ا ب ح ا ر ح الكائنين على قاعدة ا ح وبين متوازيى ا ح ب ر يكون جميع مثلث ا ر د مساويا للمثلثى ا ب ح ا ح د ثم نعمل كذلك مثلثا آخر يساوى مثلثى ا ر د ا د ه الى ان يحصل مثلث يساوى الشكل المفروض ثم لنا ان نعمل مربعا يساوى اى مثلث شئنا كمثلث ا ب ح مثلا بان نخرج من ا عمود ا د على ب ح فنخرجه الى ان يصير د ه مثل نصف ب ح ونرسم على ا ه نصف دائرة ا ر ه ملاقيا لح ب على ر فد ر هو ضلع المربع المطلوب لان مربعه يساوى سطح ا د فى د ه اعنى فى نصف ب ح المساوى للمثلث

تمت المقالة الثانية

المقالة الثالثة خمسة وثلثون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة شكل فى آخرها
الحدود الدوائر المتساوية هى المتساوية الاقطار او المتساوية الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات الخط المماس للدائرة هو الذى يلقاها ولا يقطعها وان اخرج فى الجهتين والدوائر المتماسة هى التى تتلاقى ولا تتقاطع والخطوط المتساوية الابعاد من المركز هى التى تتساوى الاعمدة الواقعة عليها من المركز والذى بعده اعظم هو الذى يكون عموده اطول وقطعة الدائرة شكل يحيط به خط هو قاعدتها وقوس ما هى بعض المحيط وزاوية القطعة هى التى يحيط بها ذلك الخط والقوس والزاوية التى فى القطعة هى التى يحيط بها خطان يخرجان من طرفى قاعدة القطعة ويتلاقيان على اى نقطة تفرض من قوسها والزاوية التى يحيط بها خطان يخرجان من نقطة ما على المحيط ويحوز ان قوسا منه يقال لها التى على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان يخرجان من المركز وقوس ما يحوزانها من المحيط والقطع المتشابهة من الدوائر هى التى تقبل زوايا متساوية وفى بعض النسخ والقطع المتساوية هى التى زواياها متساوية الاشكال

(ا)

نريد ان نجد مركز دائرة * كدائرة اب فنعلم على محيطها نقطتى حد كيف اتفق ونصل حد وننصفه على ه (ى ا) ونخرج من ه عليه عمود ه ا (يا ا) قاطعا للمحيط فى الجهتين على اب وننصف اب على ح فهو المركز والا فليكن المركز ط ونصل طح طد طه فمثلثا طهح طهد متساويا الاضلاع النظائر فزاويتا طهح طهد منه متساويتان (ح ا) بل قائمتان (ى ا) وكانت زاويتا اهح اهد قائمتين هذا خلف فاذن لا مركز غير نقطة ح وذلك ما اردناه وقد تبين منه انه لا يتقاطع وتران على قوائم وينتصف احدهما الآخر الا ويجوز احدهما بالمركز وبعبارة اخرى لا يخرج عمود من منتصف وتر الا ويمر على المركز اقول وان فرض المركز على اب غير نقطة ح كنقطة ر كان الخلف من جهة اخرى وهو انتصاف الخط فى موضعين هما ح ر

(ب)

كل خط وصل بين نقطتين على المحيط اى كل وتر فهو يقع داخل الدائرة مثلا فى دائرة اب وصل بين نقطتى حد بخط حد فهو يقع داخلا

والا فليقع خارجا او منطبقا على المحيط وليكن اولا خارجا كخط حه ى وليكن المركز ر (ا) ونصل رح ر ى ونعلم على حه ى نقطة ه كيف وقعت ونصل ر ه فليتساوى زاويتى ر ى ه رح ه (ه ا) من مثلث ر ى ح المتساوى الساقين وكون خارجة ر ه ى اعظم من داخلة رح ه تكون زاوية ر ه ى اعظم من زاوية ر ى ه (ىا) ويلزم ان يكون وتر ر ى اعنى ر ب اطول من وتر ر ه (ط ا) هذا خلف وبمثله نبين ان ح ى لاينطبق على المحيط فهو اذن داخلة وذلك ما اردناه

(ح)

كل وتر خرج اليه من المركز خط فان نصفه فهو عمود عليه وان كان عمودا عليه فهو قد نصفه * مثلا فى دائرة اب خرج الى وتر ح ى من مركز ر خط ر ه وقد نصف ح ى على ه فهو عمود عليه وذلك لانا ان وصلنا رح ر ى كانت فى مثلثى رح ه ر ى ه لتساوى اضلاعهما النظائر زاويتا ر ه ح ر ه ى متساويتين (ح ا) بل قائمتين (ى ا) وايضا ليكن ر ه عمودا على ح ى نقول فهو قد نصف ح ى على ه وذلك لتساوى زاويتى رح ه ر ى ه وكون زاويتى ه قائمتين وضلع ر ه مشتركا (كو ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لو نصف ر ه وتر ح ى ولم يكن عمودا فليكن العمود الخارج من ه هو ه ع واذن قد يقاطع ه ع ح ى على قوائم وينصف احدهما الآخر من غير ان يمر احدهما بالمركز هذا خلف ولو كان عمودا ولم ينصف فليكن المنتصف ط ونخرج منه ط ك موازيا لره (لا ا) فيكون ايضا عمودا على ح ى (كط ا) ولزم الخلف الاول

(ى)

كل وترين يتقاطعان فى دائرة على غير مركزها فليس يمكن ان يتناصفا * مثلا كوترى ح ى ه ر المتقاطعين على ع فى دائرة اب والمركز ط وذلك لانا ان وصلنا ط ع كان عمودا عليهما معا فكانت زاويتا ط ع ه ط ع ح القائمتين متساويتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من ع عمود ع ك على ح ى وعمود ع ل على ه ر فيجب ان يمرا بالمركز معا لخروجهما من منتصف وترين فاذن المركز هو ع وقد فرض غيره هذا خلف

(ه)

لايمكن ان يكون للدائرتين المتقاطعتين مركز واحد * مثلا كدائرتي ا ب
ج د والا فليكن ه مركزهما ونصل ه ا ونخرج ه ز د كيف اتفق فيكون
ه ز ه د متساويين لكون كل واحد منهما مساويا له ا هذا خلف وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج د ز ه الى ح ط فيكون ه ز الذي هو
اقصر من ه د اعني من ه ح مساويا له ط الذي هو اطول من ه ح هذا خلف

(و)

لايمكن ان يكون للدائرتين المتماستين مركز واحد * مثلا كدائرتي ا ب
ا ج والا فليكن مركزهما د ونصل د ا ونخرج د ج ب كيف
اتفق فيكون د ج د ب متساويين لكون كل واحد منهما مساويا
لدا هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ز)

كل نقطة في دائرة غير مركزها يخرج منها خطوط الى المحيط فاطول الخطوط
المار بالمركز واقصرها تمام القطر منه والاقرب الى الاطول اطول من الابعد
وخطان عن جنبتيه فقط متساويان * وليكن الدائرة ا ب والمركز ط
والنقطة المذكورة ه ولنصل ه ط ونخرجه الى ج والى د ومن ه ه ز
ه ح ه ا فه ج اطول من ه ز لانا اذا وصلنا ط ز كان جميع ه ط ط ز
المساوي له ج اطول من ه ز (ك ا) وكذلك من كل خط غيره و ه د
اقصر من ه ا (ك ا) لانا اذا وصلنا ط ا كان هو اعني ط د اقصر
من جميع ط ه ه ا فاذا القينا ط ه المشترك بقي ه د اقصر من ه ا وكذلك
من كل خط غيره و ه ز الاقرب من ه ج اطول من ه ح لانا اذا وصلنا
ح ط ز ط كان في مثلثي ه ط ز ه ط ح ضلعا ط ز ط ح متساويين
وضلع ط ه مشترك وزاوية ه ط ز اعظم من زاوية ه ط ح فقاعدة ه ز
اطول من قاعدة ه ح (كد) وكذلك في غيرهما واذا جعلنا زاوية
ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ا (كج) ووصلنا ه ب كان مساويا
له ا لان في مثلثي ه ط ب ه ط ا ضلع ه ط مشترك وضلعي ط ب ط ا
متساويان وكذلك زاويتا ه ط ب ه ط ا ولا يساويهما غيرهما
كه ك لانا اذا وصلنا ط ك كان مثلثا ك ط ه ب ط ه متساويي
الاضلاع النظائر فكانت زاويتا ك ط ه ب ط ه متساويتين (ح ا)
هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه

(ح)

كل نقطة خارجة من دائرة يخرج منها خطوط الى محيطها قاطعة اياها وغير قاطعة فاطول القاطعة هو المارّ بالمركز والاقرب اليه اطول من الابعد واقصر المنتهية غير القاطعة هو الذى على استقامته المركز والاقرب اليه اقصر من الابعد وخطان عن جنبتيه فقط متساويان * وليكن الدائرة اب والنقطة د والمركز م ونصل دم ملاقيا المحيط على ى ح ونخرج ده در دا فدى أطول من ده (ك ا) لانا اذا وصلنا مه كان جميع دم مه اعنى دمى اطول من ده وكذلك كل خط غيره وايضا ده اطول من در لانا اذا وصلنا مر كان فى مثلثى دمه دمر ضلع دم مشتركا وضلعا مه مر متساويين وزاوية دمه اعظم من زاوية دمر فقاعدة ده اطول من قاعدة در (كد ا) وكذلك فى در دا وايضا دح اقصر من دك لانا اذا وصلنا مك كان دم اقصر (ك ا) من جميع دك كم فاذا القينا مح مك المتساويين بقى دح اقصر من دك وكذلك من كل خط غيره وايضا دك اقصر من دل لانا اذا وصلنا مل كان جميع مك كد اقصر من جميع مل لد (كا ا) ويبقى بعد اسقاط مك مل دك اقصر من دل وكذلك فى دل دط واذا جعلنا زاوية دمن مثل زاوية دمك (كج ا) ووصلنا دن كان مساويا لدك (د ا) لكون دم فى مثلثى دمن دمك مشتركا ومن مك متساويين وكذلك الزاويتان بينهما ولا يساويهما غيرهما كدس لانا اذا وصلنا مس كان فى مثلثى دمك دمس زاويتا كمد سمد متساويتين (ح ا) لتساوى الاضلاع النظائر وكانت زاوية كمد متساوية لزاوية نمد فتكون زاويتا سمد نمد متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه اقول ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل وعن الذى قبله بعبارة واحدة وهى ان يقال كل نقطة ليست بمركز دائرة يخرج منها خطوط الى محيطها فاطول الخطوط هو الذى يمر بالمركز بعد خروجه من النقطة وقبل انتهائه الى المحيط واقصرها هو الذى لا يمر به ويكون على استقامته والاقرب من الاطول اطول ومن الاقصر اقصر ولا يتساوى منها الاثنان عن جنبتيهما وقس عليه البرهان وللبيان وجه آخر ولتكن الدائرة اب والمركز د والنقطة ى والخارج المار بالمركز اعنى الاطول ىا وغير المار اعنى الاقصر ىب

ولنخرج في احدى جنبتي الاطول ده در ونصل اه هح فزاويتا حاه حها متساويتان (ه ا) وزاوية دها اعظم من زاوية داه فوتر دا اطول من وتر ه د (ط ا) وايضا نصل هر هح فزاويتا حهر حره متساويتان (ه ا) وزاوية دهر اصغر من احديهما وزاوية دره اعظم فوتر ده اطول من وتر در (ط ا) وليكن في احدى جنبتي دب الاقصر دح دط ونصل بح حح فزاويتا حبح حجب متساويتان (ه ا) وزاوية دحب اصغر من زاوية دبح فدب اقصر من دح وبمثله نبين ان دح اقصر من دط وظاهر انا اذا عملنا عن الجنبتين زاويتين متساويتين يساوي خطاهما ولا يساويهما غيرهما الامتناع يساوي اثنين يقعان في جنبة واحدة

(ط)

كل نقطة في دائرة خرج منها الى المحيط خطوط متساوية فوق اثنين فهي مركزها * ولتكن الدائرة اب والنقطة ح والخطوط المتساويه حب حد حه ونصل بد به وننصفهما على رح (ي ا) ونصل حر حح ففي مثلثي حبر حدر زاويتا ر متساويتان (ح ا) بل قائمتان لتساوي الاضلاع النظائر فحر عمود على بد منصف فهو مار بالمركز ونخرجه في الجهتين الى ا ط من المحيط ونبين ايضا ان حح مار بالمركز ونخرجه الى كل فاك كل ماران بالمركز ولا يمكن ان يمرا بنقطة غير ح فهي المركز لاغير قال ثابت وفي بعض النسخ له وجه آخر ولتكن الدائرة اب دح والنقطة ه والخطوط اه در هح فلولم يكن بالمركز ه لكان مثلا ط ونصل هط ونخرجه الى بح من المحيط فيكون هب اطول الخطوط الخارجة من ه (ر) وقد يساوي عن جنبتيه خطوط خارجة عنهامساوية اكثر من اثنين هذا خلف (ى) فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ي)

لايتقاطع دائرتان على اكثر من نقطتين * والا فليتقاطع دائرتا اب حد على نقط هرح ط ونصل هر رح وننصفهما على كل (ي ا) ونخرج منهما عمودي كد لا الى بح (يا ا) فهما يمران بكل واحد من المركزين لكونهما عمودين منصفين لوتري قوسي هر رح من دائرة اب ولوتري قوسي هر رح من دائرة دح فاذن المركزان واحد وهو

نقطة د هذا خلف (ح) وفي بعض النسخ له وجه آخر اورده ايضا ثابت فليكن مركز احدى الدائرتين د ونصل دا دب دح فهي متساوية لكونها خارجة من مركز د الى محيط دائرته لكنها خطوط متساوية فوق اثنين خرجت من نقطة د في الدائرة الاخرى الى محيطها فد ايضا مركز الدائرة الاخرى هذا خلف (ه) فالحكم ثابت وذلك ما ردناه

(يا)

الخط المار بمركزي الدائرتين المتماستين يمر بنقطة التماس * وليكن دائرتا اب اح متماستين على ا ومركزاهما ه ر ونصل هر ونخرجه فان امكن ان لا يمر با فليقطع الدائرتين على حط ونصل اه ار فان كان التماس من داخل كان هر را معا اطول من ها (ك ا) لكن هر را معا يساويان هط و ها يساوي هح فهط الجزء اعظم من هح الكل هذا خلف وان كان من خارج كان اه ار معا اطول من هر (ك ا) لكنهما يساويان هح رط الجزء فهو اعظم من هر الكل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ر ليست (و) بمركز دائرة اب وقد خرج منها الى محيطها را رح و رح منهما على استقامة المركز وغير مار به فهو اقصر من را (ح) اعني من رط هذا خلف

(ب)

لا تماس دائرتان الا على نقطة واحدة * والا فلتماس دائرتا اب حد اما على نقطتي ح د من داخل ونصل بين مركزيهما وهما ه ر ونخرجه فيمر بنقطتي ح د لما مر ويكون هح اعني هد اقصر من رح اعني رد هذا خلف واما على نقطتي ا ب من خارج ونصل وترا ب فوقع داخل احدى الدائرتين وخارج الاخرى هذا خلف (ب) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان مركز دائرة اب و ر ليس بمركز لها فرح اطول من رد (ر) ولكن لكون ر مركز دائرة حد هما متساويان هذا خلف وايضا ليكن ح مركز دائرة حد من خارج فلو وصلنا هح لمر با و ب معا فاحاط خط مستقيم واحد بسطح هذا خلف

(ج)

ابعاد الاوتار المتساوية في الدائرة الواحدة من مركزها متساوية والاوتار التي ابعادها منه متساوية فهي متساوية * وليكن الدائرة اب والوتران

المتساويان دى هر والمركز ح ونخرج من ح عليهما عمودى ح ك ح ط (ب ا) فهما متساويان وذلك لانا اذا وصلنا حد حى حه حر كانت الزاويا النظائر من مثلثى ح دى ح هر متساوية (ح ا) لتساوى الاضلاع النظائر وكان فى مثلثى ح ط د ح ك ه تساوى زاويتى د ه وكون زاويتى ط ك قائمتين وتساوى ضلعى حد حه ضلعا حط حك متساويين (كو ا) وايضا ليكونا متساويين نقول فوترا دى هر متساويان وذلك لانا اذا القينا مربعى حط حك المتساويين من مربعى حد حه المتساويين بقى مربعا دط هك متساويين (مز ا) فهما متساويان وضعفاهما اعنى دى هر متساويان (د) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان كان دى هر متساويين ولم يكن حط مساويا لحك فليكن حط اطول وتكون زاوية د اعظم من زاوية ه (يح ا) وكذلك زاوية ى من زاوية ر فتبقى زاوية دحى اصغر من زاوية هحر (لد ا) والساقان متساويان فيلزم ان يكون قاعدة دى المساوى له ر اقصر منه (كد ا) هذا خلف وايضا نبين بالخلف عكسه وهو فرض اختلاف طى كر ليلزم اختلاف مربعيهما مع تساوى مربعى حط حك فيلزم اختلاف حى حر مع وجوب تساويهما

(يه)

اطول الاوتار فى الدائرة قطرها والاقرب الى المركز اطول من الابعد * فليكن الدائرة اب والقطر دى و هر اقرب الى المركز من ح ط والمركز ك ونخرج منه عمودى كل كم فيكون كل اقصر ونفصل من كم (د ا) مثله وهو كن ونخرج من ن وتر نسع موازيا لحى فسع يساوى هر (٤) ونصل كس كع كح كط فجميع كس كع اعنى دى اطول من سع (ك ا) اعنى هر وايضا فى مثلثى سكع حكط اضلاع كح كس كع كط متساوية وزاوية عكس اعظم من زاوية طكح فسع اعنى هر اطول من حط (كد ا) وذلك ما اردنا اقول وبوجه آخر لتكن الدائرة اب والقطر دى والمركز ه و رح وتر مواز لحى ونخرج من د عمودا عليه فلا يمكن ان يقع على ر لانا ان وصلنا هر كانت زاويتا در من مثلث دهر المتساويتين قائمتين (ه ا) وايضا لكانت كل واحدة من زاويتى هرد حرد قائمة (يط ا) ولا ان يقع فيما بين رح كط

لان

لان زاوية ط ده حينئذ تكون قائمة واذا وصلنا ه ط واخرجناه
الى ى ووصلنا حى كانت زاوية ه ح ى اعنى ه ى ح اكبر من قائمة
(ه ا) و ه ط ح اصغر من ح ط ح القائمة واكبر من ه ى ح (يو ا) الذى
هو اكبر من قائمة هذا خلف فلا محالة يقع خارجا كـ ل وهكذا من ى يقع على
م ويكون ح ى اعنى ل م اكبر من ر ح (لد ا) وبمثله نبين ان ر ح
اطول مما هو ابعد منه ان كان موازيا له و الا رسمنا وترا موازيا لـ ر ح
(لا ا) ومساويا للا بعد المفروض وبينا الحكم فيه فيتبين فى الابعد

(يه)

العمود الخارج من طرف القطر يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين المحيط خط
آخر مستقيم وتكون زاوية نصف الدائرة اعظم من كل حادة مستقيمة الخطين
والتى يحيطها المحيط والعمود اصغر ولتكن الدائرة اب والقطر ى ح ولنخرج
من ى عمودا فان دخل الدائرة فلنخرج منها على ا ونصل ه ا فتكون زاويتا
اى ه ه ا ى المتساويتان قائمتين (ه ا) فهو يقع لا محالة خارجا وهو عمود ى ر
ولا يقع بينه وبين المحيط خط والا فليقع ى ح ونخرج من ه عليه عمود ه ط
فلا ينطبق على ه ى لانه ليس بعمود على ى ح ولا يقع فى جهة ب والا اجتمع
فى المثلث الحادث منه ومن ى ح ومن القطر قائمة ومنفرجة فيقع لا محالة فى جانب
ا ويكون فى مثلث ه ط ى زاوية ط اعظم من زاوية ى فوتر ه ى اعنى
ه ك اطول من ه ط هذا خلف واذن لا زاوية حادة مستقيمة الخطين اعظم
من زاوية ا ك ه ولا اصغر من زاوية ر ى ك ا والا امكن وقوع خط بين
العمود والمحيط وقد نبين مع ذلك ان العمود الخارج من طرف القطر يكون
مماسا للدائرة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر قد مر ان العمود الخارج
من النقطة الى الخط هو اقصر الخطوط الخارجة منها اليه فكل خط يخرج
من نقطة ه الى خط ى ر يقع خارج الدائرة لكونه اطول من نصف القطر
فاذن ى ر لا يدخل الدائرة وايضا كل خط وقع بين عمود ى ر وقطر
ى ح انما يقع داخل الدائرة لان العمود الخارج اليه من ه يكون
اقصر من نصف القطر لمثل ذلك فاذن لا خط يقع بين ى ر والمحيط

(يو)

نريد ان نخرج من نقطة الى دائرة خطا مماسها * مثلا من نقطة ا الى دائرة
ب ح وليكن مركزها ى ونرسم على ى ببعد ى ا دائرة ا ه ونصل ا ى

قاطعا لمحيط ـ ح على ز ومن ز عمود زح على اى (يا ا) ونصل ح ى قاطعا لمحيط ـ ح على ط ونصل اط فهو مماس لدائرة ـ ح وذلك لان فى مثلثى اطى ح زى ضلعى اى ىط مساويان لضلعى ح ى ىز وزاوية ى مشتركة فزاوية اطى مساوية لزاوية ح زى القائمة فهى قائمة مثلها فاط العمود على قطر ىط مماس وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل اى ونخرج الى ه ونعمل مربعا مساويا لسطح اه فى از ونفصل من اه اح مثل ضلعه ونرسم على ا ببعد اح دائرة حط ونصل اط فهو المماس وذلك لان ها فى از اعنى مربع طا مع مربع ىز اعنى مربع ىط مساو لمربع ىا (و ب) فزاوية اطى (١٠٤) قائمة فاط مماس

(ز)

اذا وصل بين المركز ونقطة التماس بخط كان عمودا على الخط المماس *ولتكن الدائرة اب والخط المماس حى والمركز ه ونقطة التماس ب ونصل به فهو عمود على حى والا فليكن العمود هز ويكون اقصر من هب (يط ا) اعنى هح هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لو لم يكن هب عمودا على بح فلنخرج من ب على هب عمود طبك (يا ا) فهو ايضا مماس (يه) وقد وقع بينه وبين المحيط فى احدى جهتيه بح او بى هذا خلف

(ح)

اذا اخرج من نقطة التماس عمود على الخط المماس فهو يمر بالمركز* ولتكن الدائرة اب والخط حى ونقطة التماس ب والعمود با وذلك لانه لو لم يمر بالمركز لكان المركز مثلا ه ونصل به فكان عمودا وابعمود هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ط)

زاوية المركز ضعف زاوية المحيط اذا كانتا على قوس واحدة* مثلا فى دائرة اح التى مركزها ى زاوية بىح ضعف زاوية باح وذلك لانا اذا وصلنا اى واخرجناه الى ه كانت زاوية بىه المساوية لزاويتى ىبا ىاب (لب ا) المتساويتين ضعف زاوية باه (ه ا) وكذلك زاوية هىح ضعف زاوية حاه فتحصل زاوية بىح ضعف زاوية باح وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان اى يقع اما بين ضلعى

اب اد كما فى الاصل اومنطبقا على احدهما اوخارجا عنهما هكذا والكل ظاهر مما مر وقد استعمل فيه مقدمة يتبين فى احد شكلى اه من المقالة الخامسة

(ك)

الزوايا الواقعة فى قطعة واحدة متساوية* مثلا كزاويتى داى دهى الواقعتين فى قطعة ده اى من دائرة اب وليكن المركز ر ونصل رد رى فلان زاوية درى ضعف كل واحد من الزاويتين يكونان متساويتين وذلك ما اردناه اقول هذا اذا كانت القطعة اكبر من نصف الدائرة اما اذا لم يكن كذلك فلا يتبين الحكم بهذا الوجه اذ لا يكون هناك زاوية مركزية على قوس دى والوجه فيه ان نبين ان زاويتى هدا هىا الواقعتين فى قطعة هد ىا التى هى اكبر من النصف متساويتان ومتقابلتا ع متساويتان (يه ا) فيبقى فى مثلثى اعى هدع زاويتا داع هىع متساويتين (لد ا)

(كا)

كل متقابلتين زوايا ذى اربعة اضلاع يقع فى دائرة فهما معادلتان لقائمتين* مثلا كزاويتى باى بدى من ذى اربعة اضلاع ابدى الواقعة فى دائرة اد وذلك لانا اذا وصلنا اد بى كانت زاويتا داد ىبد الواقعتان فى قطعة ىا بد متساويتين (ك) وكذلك زاويتا باد بىد الواقعتان فى قطعة با ىد فجميع زاوية ىاب يساوى مجموع زاويتى ىبد بىد ونجعل زاوية بدى مشتركة يصير مجموع زاويتى ىاب بدى المتقابلتين مساويا لمجموع زوايا مثلث بدى المعادلة لقائمتين وذلك ما اردناه

(كب)

لا يمكن ان يقوم على خط واحد فى جهة واحدة قطعتان متشابهتان احديهما اعظم من الاخرى* والا فليقع على اب قطعتا ادب ىاب و ىاب اعظم ونعلم على ادب نقطة ه كيف اتفق ونصل اه ونخرجه الى ر ونصل به بر فزاويتا اهب ارب الخارجة والداخلة متساويتان لتشابه القطعتين هذا خلف (يو ا) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كج)

القطع المتشابهة الكائنة على خطوط متساوية متساوية* مثلا كقطعتى اهب حرى المتشابهتين الكائنتين على اب حى المتساويين وذلك لانا اذا توهمنا

تطبيق اب على حد والقطعة على القطعة وجب ان ينطبق عليه متساوية والا الوقع مثل قطعة حءد واذن اقام قطعتا حدر حءد المتشابهتين على حد واحد بهما اعظم هذا خلف (كه) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كر)

نريد ان نتم قطعة دائرة * كقطعة احب فلننصف خط اب على د (ى ا) ونخرج من د على اب عمود دح (يا) ونصل اح ونرسم على ا من اح زاوية حاه مثل زاوية احه (كج ا) ونخرج اه حد الى ان يلتقيا على ه فه مركز الدائرة المطلوبة لانا اذا وصلنا به كان مساويا لاه (د ا) لتساوي ضلعي بد دا وكون ده مشتركا وزاويتي د قائمتين واه مساو لحه (د ا) لتساوي زاويتي احه حاه فه التي خرج منها الى محيط احب خطوط ها هح هب المتساوية مركز له (ط) وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان اه اما ان يقع خارجا من القطعة او منطبقا على اد ويتحد ه و د او داخلا في القطعة والاول مورد في الكتاب والباقيان هكذا وهما ظاهران

(كح)

الزوايا المتساوية في الدوائر المتساوية يقع على قسي متساوية مركزية كانت او محيطية * فليكن في دائرتي ابح دهر المتساويتين زاويتا ا د او زاويتا ح ط متساويتين نقول فقوسا بح هر متساويتان وذلك لانا اذا وصلنا وترى بح هر كانا متساويين (د ا) لتساوي اضلاع حب حح طه طر وزاويتي ح ط وكانت قطعتا باح هدر المتشابهتين القائمتين على خطين متساويين متساويتين (كج) فيبقى القوسان من الدائرتين المتساويتين متساويتين وذلك ما اردناه

(كو)

الزوايا التي تقع على قسي متساوية من دوائر متساوية متساوية مركزية كانت او محيطية * فليكن قوسا بح هر من دائرتي ابح دهر المتساويتين متساويتين وقد وقعت عليهما زاويتا ح ط المركزيتين نقول فهما متساويتان والا اختلفا ونعمل زاوية هطك مساوية لزاوية ح (كج ا) فيكون قوس هك مساوية لقوس حب (كح) اعني لقوس هر هذا خلف فالحكم ثابت ويتبين من ذلك حال المحيطية وذلك ما اردناه

(كر)

قسي الاوتار المتساوية فى الدوائر المتساوية متساوية عظميات كانت اوصغريات * فليكن وترا ـ ح ه ر فى دائرتى ا ـ ح ءه ر المتساويتين متساويين نقول فقوسا ـ اح ه ءر اوقوسا ـ ح ه ر متساويتان وليكن المركزان ع ط ونصل ع ـ ع ح ط ه ط ر فزاويتا ع ط من مثلثى ع ـ ح ط ه ر متساويتان (ح ا) لتساوى اضلاعهما النظائر فالقوسان المذكورتان متساويتان (كو) وذلك ما اردناه

(كح)

اوتار القسى المتساوية من الدوائر المتساوية متساوية * فليكن قوسا ـ ح ه ر من دائرتى ا ـ ح ءه ر المتساويتين متساويتين نقول فوترا ـ ح ه ر متساويان وليكن المركزان ع ط ونصل باقية اضلاع مثلثى ع ـ ح ط ه ر المتساوية لتساوى الدائرتين وتكون زاويتا ع ط متساويتين لتساوى القوسين فتكون القاعدتان اعنى ـ ح ه ر متساويتين (د ا) وذلك ما اردناه والشكل كما تقدم

(كط)

نريد ان ننصف قوسا * كقوس ـ اح فنصل ـ ح وننصفه على ء (ى ا) ونخرج منه عمود ءا (لا ا) فهو ينصفها على ا وذلك لانا اذا وصلنا ـ ا ح ا كانا متساويين (د ا) لتساوى ـ ء ءح وكون ءا مشتركا وزاويتى ء القائمتين متساويتين فكانت قوساهما اعنى ـ ا ح ا متساويتين (كح) وذلك ما اردناه

(ل)

كل زاوية فى قطعة فهى قائمة ان كانت القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم من النصف ومنفرجة ان كانت اصغر وكل زاوية قطعة فهى منفرجة ان كانت القطعة اعظم من النصف وحادة ان لم يكن اعظم * فلتكن قطعة اءـ نصف دائرة ا ـ ح والمركز ه ولنعلم عليها ء كيف اتفق ونصل اء ء ـ نقول فزاوية اءـ الواقعة فيها قائمة وذلك لانا اذا وصلنا ءه كانت زاوية اهء الخارجة من مثلث ه ء ـ مثلى زاوية ه ء ـ (لب ا) لتساوى ضلعى ه ء ـ ه وزاوية ـ ه ء مثلى زاوية اءه كذلك ايضا فجميع زاويتى اهء ـ ه ء المعادلتين لقائمتين (يج ا) مثلى جميع زاوية اءـ فهى قائمة وبوجه آخر لما كانت زاويتا ـ ء من مثلث ه ء ـ متساويتين (ه ا) وزاويتا ء ا من مثلث اءه متساويتين (ه ا) كان جميع

زاويتى ب ا من مثلث اى ب مساويا لجميع زاوية اى ب فهى لكونها نصف
زوايا المثلث قائمة (لب ا) وبوجه آخر نخرج ب ى الى ح فزاوية اى ح
تساوى زاوية اى ب المساوية لجميع زاويتى ى ا ب ى ب ا لما مر فا ى عمود
على ب ح وايضا قطعة اب حى اعظم من النصف والواقعة فيها
زاوية اب ى اومايساويها وهى حادة وايضا نعلم على قوس ا ى نقطة ر
كيف اتفق ونصل ا ر ى ر فزاوية ا ر ى من ذى اربعة اضلاع ا ر ى ب
الواقعة فى الدائرة التى هى تمام مقابلتها التى هى زاوية ب الحادة من قائمتين
منفرجة (كا) وهى الواقعة فى قطعة ا ر ى التى هى اصغر من النصف
وايضا زاوية ا ى الخط و ى ح القوس التى هى زاوية قطعة اكبر من النصف
منفرجة لكونها اكبر من زاوية اى ب القائمة وزاوية ا ى الخط و ى ر
القوس التى هى زاوية قطعة ليست اكبر من النصف حادة لكونها اصغر
من زاوية اى ح القائمة وذلك ما اردناه اقول وبالعكس اذا كانت زاوية ى
من مثلث اب ى قائمة ورسمنا على اب نصف دائرة مرّ بنقطة ى والا
لاخرجنا ا ى الى المحيط ووصلنا بينه وبين ب فكانت الخارجة والداخلة
من المثلث الحادث قائمتين هذا خلف وهذا العكس مما يستعمل كثيرا
وفى هذا الشكل ايضا استعمل مقدمة بتبين فى الشكل الاول من المقالة الخامسة

(لا)

اذا اخرج من نقطة تماس الخط المماس للدائرة خط يفصل الدائرة الى قطعتين
فالزاويتان الحادثتان عن جنبتيه يساويان اللتين يقعان فى القطعتين
على التبادل * مثلا خرج من نقطة ب من خط ى ه المماس لدائرة اح
عليها خط ب ر وفصل الدائرة الى قطعتى راح ب رط ب فزاوية
ر ب ى مساوية للتى تقع فى قطعة راح ب وزاوية ر ب ه للتى تقع فى قطعة
رط ب وذلك لانا اذا وصلنا بين ب و ح المركز واخرجناه الى ا ووصلنا
ا ر كانت كل واحدة من زاويتى ا ر ب ا ب ى قائمة وكل واحدة من زاويتى
ر ا ب الواقعة فى القطعة و ر ب ى تمام زاوية ر ب ا لقائمة فهما متساويتان
ولنعلم ط فى قطعة رط ب كيف اتفق ونصل ط ر ط ب فزاوية
رط ب الواقعة فيها تمام زاوية ر ا ب (كا) اعنى زاوية ر ب ى لقائمتين
فهى مساوية لزاوية ر ب ه لانها ايضا تمام زاوية ر ب ى لقائمتين
(يه ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من ر رح موازيا لده

(لا ا) ونصل حب بح الى د فبد العمود (كو) على ده عمود
على زح (يط ا) ومنصف اياه (ح) لكونه مارا لح المركز ولان زد
دح متساويان و بد العمود مشترك يكون زاويتا بزح بحز
متساويتين (د ا) وزاوية بزح مبادلة لزاوية زبد فزاوية
زحب الواقعة في القطعة مساوية لزاوية زبد

(لب)

نريد ان نعمل على خط محدود قطعة تقبل زاوية مفروضة * وليكن الخط
اب والزاوية حده فنرسم على ا من الخط زاوية تساويها (كج ا) وهي
زاوية باز ومن ا عمودا على زا (يا ا) وهو اح وعلى ب من خط
اب زاوية ابح مثل زاوية باح ونخرج اح بح الى ان يلتقيا على ح
لكون كل واحدة من الزاويتين اقل من قائمة ونرسم على مركز ح
وببعد حا دائرة اب فقطعة اطب هي المطلوبة لان زا العمود
على اح مماس (يه) وقد خرج من نقطة تماسه اب ففصل الدائرة
الى قطعتين احديهما اطب القابلة لزاوية باز اعني زاوية حده وذلك
ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان الزاوية ان كانت منفرجة
وقع عمود اح فيما بين از اب كما في الاصل وان كانت حادة وقع خارجا
عنهما وان كانت قائمة انطبق على اب هكذا والكل ظاهر

(لج)

نريد ان نفصل من دائرة قطعة تقبل زاوية مفروضة * ولتكن الدائرة ابح
والزاوية دهز فنعلم على الدائرة ح ونخرج طحح المماس (يو) ونرسم
على ح من حح زاوية حجب مثل زاوية دهز (كج ا) فخط حب فصل
من الدائرة قطعة باح القابلة لزاوية بحج (لا) اعني زاوية دهز وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر وليكن المركز ح فان كانت الزاوية قائمة اخرجنا
منه قطرا يفصل الدائرة الى نصفين يقبل كل واحد منهما الزاوية (ل)
وان لم تكن قائمة اخرجنا هز الى ط فتكون احدى زاويتي دهز دهط حادة
ولتكن دهز فنرسم على ه من هز زهك مثلها (كج ا) ونفصل هد هك
متساويين (ح) ونصل دك ونخرج حح كيف اتفق وعلى ح منه زاوية
حبح مثل زاوية هدك ونصل حب فتكون زاوية حبح المساوية
لحب مثل زاوية هدك المساوية لهدك (ه ا) وتبقى مركزية حجب مثل

زاوية ك ه د وهي ضعف كل محيطية (نط) تقع في قطعة داب فاذن هي القطعة القابلة لزاوية ده ر وتمامها تقبل زاويه د ه ط

(لد)

كل وترين يتقاطعان في دائرة فالسطح الذي يحيط به قسما احدهما يساوي السطح الذي يحيط به قسما الاخر* ولتكن الدائرة اب والوتران اح ب د وقد تقاطعا على ه فسطح اه في ه ح يساوي سطح ب ه في ه د ويختلف وقوع هذا الشكل لان الوترين يكونان اما قطرين او احدهما فقط قطرا اولا واحد منهما بقطر والثاني لا يخلو اما ان يتقاطعا على قوائم او على غيرها والثالث لا يخلو ما ان ينصف احدهما الاخر اولا ينصف وهذه خمسة والحكم في الاول ظاهر واما في الثاني وهو الذي يكون احدهما قطرا والتقاطع على قوائم وليكن المركز ر والقطر منهما اح ونصل ر د فلان سطح اه في ه ح مع مربع ه ر مربع ر ح اعني ر د اعني مربعي ر ه ه د (م ا) ونسقط مربع ر ه المشترك يبقى سطح اه في ه ح مساويا لمربع ه د اعني ضرب ب ه في ه د واما في الثالث وهو الذي اح فيه ايضا قطر والتقاطع على غير قوائم نخرج من ر عمود ر ط على ب د (ب ا) فلان اه في ه ح مع مربع ر ه اعني مربعي ر ط ط ه يساوي مربع ر ح (ه ب) اعني ر د اعني مربعي ر ط ط د فاذا اسقطنا مربع ر ط المشترك يبقى سطح اه في ه ح مع مربع ه ط يساوي مربع ط د وايضا سطح ب ه في ه د مع مربع ط ه يساوي مربع ط د فنسقط مربع ط ه المشترك يبقى سطح اه في ه ح مساويا لسطح ب ه في ه د واما في الرابع فهو الذي لا واحد منهما بقطر فيه واحدهما وهو اح ينصف الاخر ونخرج من ر عمود ر ح على اح ونصل ر ح ر د وينطبق فيه ر ط على ر ه فلان سطح اه في ه ح مع مربع ح ه يساوي مربع ح ح ونجعل مربع ر ح مشتركا فيصير سطح اه في ه ح مع مربعي ح ه ر ح اعني مربع ر ه مساويا لمربعي ح ح ر ح اعني مربع ر ح بل مربع ر د اعني مربعي ر ه ه د ونسقط مربع ر ه المشترك فيبقى سطح اه في ه ح مساويا لمربع ه د اعني سطح ب ه في ه د واما في الخامس وهو الذي لا واحد فيه منهما بقطر ولا منصف للاخر ولنتمم الخطوط ويقع عمودا ر ح ر ط اما ان احدى جنبتي ر ه او عن جنبتيه فلان سطح اه في ه ح مع مربع ح ه يساوي مربع ح ح ونجعل مربع ح ر

مشتركا

مشتركا فيصير سطح اه فى هد مع مربعى حه حر اعنى مربع ره مساويا لمربعى حد حر اعنى مربع رد وايضا سطح به فى هد مع مربع طه يساوى مربع طد ونجعل مربع طر مشتركا فيصير سطح به فى هد مع مربعى طه طر اعنى مربع ره مساويا لمربعى طد طر اعنى مربع رد بل مربع رد ونسقط مربع ره المشترك فيبقى سطح اه فى هد مساويا لسطح به فى هد وذلك ما اردناه واورد الحجاج هذه الاختلافات واقتصر ثابت على الاخير

(له)

كل خطين يخرجان من نقطة خارجة من دائرة اليها يقطعها احدهما ويماسها الاخر فان سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا يساوى مربع المماس ولتكن الدائرة ابح والنقطة د والخط القاطع دحب والمماس دا فسطح بد فى دح يساوى مربع دا ويختلف وقوع هذا الشكل لان القاطع اما ان يسامت المركز او لا يسامته ولا يخلو اما ان لا يقع بينه وبين المماس او يقع فان سامت المركز وليكن المركز ه ونصل اه فلان سطح بد فى دح مع مربع هح يساوى مربع هد (و ب) اعنى مربعى دا اه (م ا) بل مربعى دا هح واذا اسقطنا مربع هح المشترك بقى سطح بد فى دح مساويا لمربع دا واما ان لم يسامت فنصل هد هح ومن ه على بد عمود هر (ب ا) فلان سطح بد فى دح مع مربع رح يساوى مربع رد واذا جعلنا مربع ره مشتركا صار سطح بد فى دح مع مربعى رح ره اعنى مربع هح مساويا لمربعى رد ره اعنى مربع هد بل مربعى اه دا اعنى مربعى هح دا واذا اسقطنا مربع هح المشترك بقى سطح بد فى دح مساويا لمربع دا وذلك ما اردناه واقتصر ثابت من هذه الاشكال على الاخير ويتبين من هذا ان كل خطين يخرجان من نقطة ويماسان دائرة بعينها عن جنبيها فهما متساويان اقول يمكن ان يجمع هذا الشكل والذى قبله فى قول واحد وهو ان يقال اذا اخرج من نقطة خطان متسامتان الى ما يحاذيهما من جانبى محيط دائرة وخطان آخران مثلهما وغير مسامتين اياهما فسطح احد الاولين فى الاخر يساوى سطح احد الاخرين فى الاخر وقس البرهان عليه

(لو)

اذا اخرج خطان من نقطة خارجة من دائرة اليها قاطعا احدهما اياها او منتهيا الاخر اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا

مساويا لمربع المنتهى كان المنتهى مماسا للدائرة * ولتكن الدائرة اب‍ح والنقطة د
والقاطع دح‍ب والمنتهى دا ونخرج من د ده مماسا لها (يو) ونصل بين
ر المركز وبين ه فلان سطح ب‍د فى دح مساو لمربع دا بالفرض ولمربع
ده لما مر يكون دا ده متساويين وكان را ره متساويين ور د مشتركا
فزاوية دار يساوي زاوية ده ر (ح ا) القائمة (ير) فهي قائمة و دا
العمود على را مماس (يو) وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل ليس فى نسخة
الحجاج وهو مما زاد ثابت اذ وقع فى عاشر المقالة الرابعة اليه حاجة وله وجه
آخر ولنعد الدائرة والخطين ونصل را رح ومن ر على ب‍د عمود رح
(ب‍ا) فلان سطح ب‍د فى دح مع مربع حح يساوي مربع حد (و ب‍)
واذا جعلنا مربع حر مشتركا صار سطح ب‍د فى دح مع مربعي حح حر
اعني مربع رح بل مربع را مساويا لمربعي حد حر اعني مربع رد ولكن
سطح ب‍د فى دح يساوي مربع دا فربعا دا را يساويان مربع رد
فزاوية راد قائمة (ع) فدا مماس واختلاف
الوقوع على قياس الشكل
المتقدم

تمت المقالة الثالثة بعون الله تعالى

المقالة الرابعة ستة عشر شكلا اصدر اذا احاط شكل بشكل بحيث يماس زوايا المحاط
اضلاع المحيط يسند المحاط الى المحيط بانه فيه والمحيط الى المحاط بانه عليه الاشكال

(ا)

نريد ان نرسم في دائرة وترا مثل خط مفروض ليس اطول من قطرها*
مثلا في دائرة ابج مثل ده فنخرج لها قطرا وهو بج ونفصل منه جر
مثل در (ج ا) ونرسم على ج وببعد جر دائرة ارح ونصل جا
فهو الوتر اذ هو مساو لجر اعني ده وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر
ننصف ده على ر (ى ا) وليكن المركز ح ونفصل من جانبيه من قطر
بج حط حك مثل نصف ده (ج ا) ونخرج من طك عمودي
طل كم (يا ا) ونصل لم فهو الوتر اذ هو مساو لطك (لد ا) اعني ده

(ب)

نريد ان نعمل في دائرة مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث مفروض*ولتكن
الدائرة ابج والمثلث المفروض دهر فنرسم حط مماسا للدائرة على ا
(يو ج) وعلى ا منه زاوية حاب مثل زاوية ه (كج ا) وزاوية طاج
مثل ر ونصل بج فمثلث ابج هو المطلوب لان زاوية اجب منه
تساوي زاوية باح (لا ج) اعني زاوية ه وزاوية ابج تساوي
زاوية جاط اعني زاوية ر وتبقى زاوية باج مساوية لزاوية د
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ننصف ضلعي زاوية د الحادة وهما ده
در (ى ا) على ح ط ونخرج منهما عمودين يلتقيان على ك ونصل
دك كه كر فهي متساوية (د ا) وليكن ل المركز ونخرج لا كيف اتفق
وعلى ل زاوية الب كزاوية دكه (كج ا) وزاوية الج كزاوية دكر
وتبقى زاوية بلج كزاوية هكر ونصل اب اج بج فيحصل المثلث
المطلوب ونبين ان زاوية لاب التي هي نصف تمام زاوية الب من قائمتين
(لد ا) مساوية لزاوية كدح التي هي ايضا نصف تمام زاوية
دكه اعني الب من قائمتين وكذلك في سائرها فتبين الحكم

(ج)

نريد ان نعمل على دائرة مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث مفروض*ولتكن
الدائرة ابج والمثلث دهر ونخرج هر الى ط و ك وليكن المركز
ح ونخرج حب كيف اتفق وعلى ح منه زاوية بحا مثل دهط وزاوية

ب ج مثل د ر ك ونخرج من ب ا ج خطوطا مماسة للدائرة الى ان تتلاقى
على ل م ن (يو ج) (يا ا) فمثلث ل م ن هو المطلوب وذلك لان زوايا
كل ذى اربعة اضلاع يعادل اربع قوائم فاذا القينا من زوايا ذى اربعة اضلاع
ا ل ب ح زاويتى ا ب القائمتين تبقى زاويتا ل ح معادلتين لقائمتين (بر ح)
كزاويتى د ه ط د ه ر وكانت زاوية ح مثل زاوية د ه ط فتبقى زاوية
د ه ر مثل زاوية ل وبمثله نبين ان زاوية د ر ه مثل زاوية م وتبقى زاويتا د
ن متساويتين (لب ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ننصف زاويتى ه ر
بخطين (ط ا) يلتقيان على ط داخل المثلث والا لاحاط خطان بسطح
ونخرج منه على ه ر عمود ط ك (يب ا) ونخرج ح ب كيف وقع ونعمل
على نقطة ح منه زاوية ب ح ن كزاوية ك ط ح (كج ا) ونخرج من ب
خطا مماسا للدائرة (يو ج) ونخرجه (يا ا) ونخرج ح ن الى ان يلتقيا
على ن فزاوية ب ن ح مثل زاوية ك ه ط (لب ا) ونعمل على ح زاوية
ن ح س مثل زاوية ه ط ر ونخرج ن ب الى ان يلقى ح س على س فزاوية
ب س ح مثل زاوية ك ر ط ونخرج من ن س خطين مماسان الدائرة على
ا ج (يو ج) ويتلاقيان على ع فمثلث ن س ع هو المطلوب ونصل
ع ا ع ج فلتساوى ع ا ع ب واشتراك ع ن وكون زاويتى ع ا ن
ع ب ن قائمتين (يح ج) يكون زاويتا ا ن ع ب ن ع متساويتين
(ح ا) وجميع زاوية ا ن ب مساوية لزاوية د ه ب وبمثله نبين ان زاوية
ن س ب مساوية لزاوية د ر ه فتبقى زاويتا د ع متساويتين (لب ا)

(د)

نريد ان نعمل فى مثلث دائرة * مثلا فى مثلث ا ب ج فننصف زاويتى ب ج
(ط ا) بخطين يلتقيان على ر ومن ر اعمدة ر د ر ه ر ح على الاضلاع
(يب ا) فهى متساوية (كو ا) لتساوى زاويتى ر ب ه ر ب ح فى مثلثى ر ه ب
ر ح ب وكون زاويتى ه ح قائمتين وضلع ر ب مشتركا وكذلك فى مثلثى
ر ح ج ر د ج فاذن اذا جعلنا ر مركزا ورسمنا ببعد احد الاعمدة دائرة
د ه ح عملنا ما اردناه اقول وينبغى ان نبين ان الاعمدة الخارجة من ر على
اضلاع مثلث ا ب ج يقع داخل المثلث لا خارجا ولا على نقط الزوايا فلتكن
زاوية ا اولا حادة اقول فعمود ر د لا يمكن ان يقع على ج ا خارجا مما يلى
ا لان ذلك انما يكون بعد ان يقطع ضلع ب ا على ط وحينئذ يجتمع فى مثلث

طدا قائمة د ومنفرجة طاد هذا خلف (لد ا) ولا ايضا يقع على نقطة ا والا لكانت زاوية زاج القائمة اصغر من زاوية باج الحادة وهذا خلف ثم لتكن زاوية ا قائمة فعمود زد ان وقع خارجة لاجتمع في مثلث طدا قائمتان ولو وقع على ا لكانت قائمة زاج اصغر من قائمة باج هذا خلف ثم لتكن منفرجة ولنفرض العمود داخلا او خارجا ونخرج من ز على ضلعى اب بج عمودى زه زح فيقعان داخل مثلثى بزط بزج لكون زاويا قاعدتيهما حادة ويكون كل واحد من زد زه مساويا لزح (كو ا) لتساوى مثلثى دزج حزج ومثلثى حزب هزب ونصل ده فيتساوى زاويتا زده الحادة و زده المنفرجة (ه ا) هذا خلف وايضا ليكن العمود واقعا على ا فيتساوى زا زه وزاوية زها قائمة فتكون زاوية زاه ايضا قائمة وهما في مثلث واحد هذا خلف وعلى هذا القياس في سائر الزوايا فاذن الاعمدة تقع على الاضلاع من داخل فيما بين الزوايا وهو المطلوب

(ه)

نريد ان نعمل على مثلث دائرة * مثلا على مثلث ابج فننصف ضلعى اب اج (ي ا) على ه د ونخرج منهما عمودى دز هز (يا ا) متلاقيين على ز ونصل زا زب زج فهى متساوية لتساوى دب دا واشتراك دز وكون زاويتى د قائمتين وكذلك في مثلثى ازه جزه واذا جعلنا ز مركزا ورسمنا ببعد احد الخطوط الثلثة دائرة ابج عملنا ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان تلاقى العمودين على ز يكون اما خارج المثلث كما رسم في الاصل وذلك يكون عند كون زاوية باج منفرجة واما داخله وذلك عند كونها حادة واما على ضلع بج عند كونها قائمة هكذا

(و)

نريد ان نعمل في دائرة مربعا * مثلا في دائرة ابجد وليكن المركز ه (ا ج) فنرسم فيها قطرى اج بد متقاطعين على قوائم ونصل اب بج جد دا فيتم المربع وذلك لانها متساوية لتساوى الاضلاع والزوايا المحيطة بها والزوايا قوائم لكون كل واحدة مساوية لنصف قائمة (لد ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل هز ونخرج من ز خط زحط المماس (يو ج) ونجعل كل واحد من زح زط مثل زه ونصل هح هط فيكون كل واحدة من زاويتى ح ط نصف قائمة وزاوية حهط قائمة (لد ا) ونصل

اج

اح فيكون قوس ارح ربعا ونرسم وترى اب دح مثل اح ونصل بد الباقى فيتم المربع وانما تتساوى الاضلاع لانها اوتار الارباع (كح) وتكون الزوايا قائمة لوقوع كل واحدة منهما فى نصف الدائرة (لح)

(ر)

نريد ان نعمل على دائرة مربعا * مثلا على دائرة ابحد فنرسم فيها قطرى اح بد متقاطعين على قوائم عند ه المركز ونخرج من اطرافهما خطوطا مماسة للدائرة (يوح) متلاقية على رح طك فيتم المربع وذلك ما اردناه لان سطح ره متوازى الاضلاع لكون زوايا اه ب فيه قوائم قائم الزوايا لان زاوية ر ايضا قائمة وهو مربع لتساوى ها هب وكذلك السطوح الثلثة الباقية فجميع سطح رك ايضا مربع وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج ها كيف اتفق ومن ا ارح المماس ونجعل كل واحد من اح ار مثل اه ومن رح عمودى رط حك مساويين لرح ونصل طك فرك مربع ونبين ان رط تماس الدائرة بان نخرج عمود هب اليه فيكون مساويا لار اعنى اه نصف القطر وكذلك ان حك يماسها وان طك ايضا يماسها بان نخرج اليه عمود هد فيكون مساويا لبط المساوى لنصف القطر

(ح)

نريد ان نعمل فى مربع دائرة * مثلا فى مربع ابحد فننصف اب اد على ره ونخرج منهما عمودى هح رط متقاطعين على ك فنقسم المربع باربعة سطوح متوازية الاضلاع متساويتها لتساوى الانصاف والاضلاع المتقابلة فيكون خطوط كه كر كح كط الاربعة متساوية واذا رسمنا على ك ببعد احدها دائرة هرحط فقد عملنا ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج القطرين اولا فينقسم المربع باربع مثلثات متساويات ونخرج من نقطة التقاطع اعمدة على الاضلاع ونبين تساويها ثم نرسم الدائرة

(ط)

نريد ان نعمل على مربع دائرة * مثلا على مربع ابحد فنخرج قطرى اح بد متقاطعين على ه ونبين تساوى ها هب هح هد الاربعة (كوا) بتساوى اضلاع المربع والزوايا الثمانية التى عند ابحد فان كل واحدة منها نصف قائمة ونرسم على ه ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة ابحد وذلك ما اردناه

(ي)

نريد ان نعمل مثلثا متساوى الساقين يكون كل واحدة من زاويتى قاعدته مثلى زاوية رأسه * فليكن اب خطا محدودا ونقسمه على ح بحيث يكون سطح اب فى بح مثل مربع اح (يا ب) ونرسم على ا ببعد اب دائرة بده ونرسم وتر بد مثل اح (ب ا) ونصل اد فيكون مثلث ابد هو المطلوب ونصل حد ونعمل على مثلث احد دائرة احد (ه) فب ا بد خطان خرجا من ب الى دائرة احد قطعها احدهما وانتهى اليه الاخر وكان سطح اب فى بح مثل مربع بد فبد مماس لدائرة احد (لو ح) وقد خرج من نقطة التماس دح قاطعا للدائرة فزاوية حدا مثل زاوية بدح (لا ح) ونجعل زاوية حدا مشتركة فزاوية بدا اعنى زاوية ب مثل زاويتى حدا داح اعنى زاوية بحد الخارجة فبد اعنى اح مساو لحد (و ا) او نقول زاوية ا من مثلث ابد مساوية لزاوية حدب (لا ح) من مثلث دحب وزاوية ب مشتركة فتبقى زاوية ادب اعنى زاوية ب مساوية لزاوية دحب (لب ا) فيكون بد اعنى اح مساويا لحد وبالجملة فزاوية ا مساوية لزاوية حدا وكانت مساوية لزاوية حدب فكل واحدة من زاويتى ابد ادب مثلا زاوية ا وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم دائرة اح باى بعد يتفق على مركز ه ونعلم ا كيف كان ونخرج منه خط اد مماسا للدائرة ونجعله مثل قطر الدائرة ونصل دب هح ونرسم على ب ببعد بح نصف دائرة حرع فيقع ع خارجا من بد لان بع يساوى بح اعنى اد الذى هو اطول من دب (ع ح) ونخرج دد الى ع ونرسم على مركز د وببعد دا قوس ار فيقطع قوس حرع على ر لكون دا اعنى عب اطول من عد ونصل رح رب رد ويتساوى رب رد لتساوى بح دا ونخرج من ر عمود رط على عح فينتصف به دب (كو ا) ولكون زاوية رطح قائمة تكون زاوية ربح منفرجة ومربع رح يساوى مربعى رب بح (ب ب) وضعف سطح حب فى بط اعنى سطح حب فى بد لكون مربع بح مع سطح حب فى بد يساوى سطح دح فى حب ومربع رب (ح ب) اعنى دا يساوى سطح حد فى دب وسطحا دح فى حب وحد فى دب يساويان مربع حد فربعا حر حد متساويان فهما متساويان وزاويتا درح حدر متساويتان وزاوية حدر اعنى ربد مساوية

لزاويتى ب د ر ب ر ح المتساويتين فاذن كل واحدة من زاويتى ح ر ى ى ر ح من مثلث ح ر ى المتساوى الساقين يساوى مثلى زاوية ح وهو المطلوب وهذا المثلث يعرف بمثلث المخمس

(يا)

نريد ان نعمل فى دائرة مخمسا ونعنى بالمخمس والمسدس وامثالهما متساوى الاضلاع والزوايا* مثلا فى دائرة ا ب ح فنعمل مثلث مخمس (ى) وهو ى ه ر وفى دائرة ا ب ح مثلثا تساوى زواياه زوايا مثلث ى ه ر وهو مثلث ا ب ح ونتصف زاويتى ا ب ح ا ح ب (ط ا) بخطى ب ع ح ط ونصل ا ع ع ح ا ط ط ب فسطح ا ط ب ح ع مخمس وذلك لان زوايا ب ا ح ا ب ع ع ب ح ا ح ط ط ح ب الخمس متساوية وقسيها متساوية (كز ح) واوتارها متساوية (كد ح) فاضلاع المخمس متساوية وكل زاوية من زوياه وقعت على ثلث من القسى لخمس المتساوية فالزوايا ايضا متساوية (كو ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن المركز ر ونخرج ر ا كيف اتفق وعلى ر منه زاوية ا ر ب مثل احدى زاويتى قاعدة مثلث المخمس (ع ا) وعلى ر من ب ر زاوية ب ر ح مثلها وعلى ر من ر ح زاوية ح ر ى مثلها وعلى ر من ى ر زاوية ى ر ه مثلها ولان زوايا المثلث قائمتان وزاوية الرأس خمسا قائمة تكون تلك الزاوية اربعة اخماس قائمة واربع منها ثلث قوائم وخمس فتبقى زاوية ا ر ه ايضا اربعة اخماس قائمة وتكون الزوايا المخمس متساوية وكذلك قسيها واوتارها فاذن اذا وصلنا اوتار ا ب ح ى ه كان مخمسا متساوى الاضلاع ومتساوى الزوايا لتساوى زوايا المثلثات

(ب)

نريد ان نعمل على دائرة مخمسا* فنرسم فيها مخمس ا ب ح ى ه (يا ا) ثم نخرج من نقط الزوايا الخمس خطوطا خمسة مماسة للدائرة (يو ح) متلاقية على نقط ر ح ط ك ل فيحصل المخمس وليكن المركز م ونصل بينها وبين هذه النقط العشر اعنى زوايا المخمسين فلان ر ح ر ى الخارجين من ر المماسين للدائرة عن جنبيه متساويان لما مر و م ح و م ى متساويان و م ر مشترك تكون زوايا مثلثى م ر ح م ر ى النظائر متساوية (ح ا) وكل واحدة من زاويتى ر م ح ر م ى نصف زاوية ح م ى وهى مساوية لزاوية ى م ه (كو ح) لتساوى قوسى ح ى ى ه وكذلك نبين ان مثلثى ى م ع ه م ع متساوى الزوايا النظائر

وان زاوية ءمح نصف زاوية ءمه فهى مساوية لزاوية ءمر وزاويتا
ء قائمتان (كح) وضلع مء مشترك فمثلثا مءر مءح متساويا الاضلاع
والزوايا النظائر وهكذا الى ان يتبين ان المثلثات العشرة متساوية الاضلاع
والزوايا النظائر فالقواعد العشر متساوية وكل اثنين منها ضلع من اضلاع المخمس
فاضلاع المخمس متساوية وايضا الزوايا العشر التى يتألف من كل ثنتين منها زاوية
من زوايا المخمس متساوية وزوايا المخمس متساوية وذلك ما اردناه اقول وبوجه
آخر نخرج ما كيف اتفق ومن ا ارح المماس (يو ح) ونجعل على ام زاويتى
امر امح مثل زاوية رأس مثلث المخمس (ى ا) ونخرج مر مح الى ان
يلقيا رح على رح فزاوية رمح خمس اربع قوائم كما مر ونجعل زوايا
حمط طمك كمل لمر مثلها فينقسم الدائرة بخمسة اقسام متساوية
(كح) ونجعل الاضلاع متساوية لمح ونصل حط طك كل لر
فتكون المثلثات الخمس متساوية الاضلاع والزوايا النظائر والمجموع مخمس
متساوى الاضلاع والزوايا ثم نخرج اعمدة مب مح مء مه ونبين انها
مساوية لما نصف القطر يتبين ان اضلاع المخمس مماسة للدائرة

(ى)

نريد ان نعمل فى مخمس دائرة * مثلا فى مخمس ابحءه فلننصف زاويتى ح ء
بخطين يلتقيان على ر ونخرج من ر اعمدة رح رط رك رل رم
على الاضلاع وهى متساوية لانا اذا وصلنا رب را ره كان فى مثلثى
رحء رحب ضلعا حء حر مساويين لضلعى بح حر وكذلك زاويتا
ح منهما فتكون زاويتا حءر حبر متساويتين كل واحدة نصف زاوية
المخمس وتبقى زاوية ربا نصفا آخر ويكون ضلعا ءر بر متساويين
وبمثله نبين ان سائر الزوايا انصاف زوايا المخمس والخطوط المنصفة متساوية
فيتبين ان المثلثات الخمسة التى قواعدها اضلاع المخمس متساوية الاضلاع
والزوايا النظائر ثم من تساوى زاويتى ح وكون زاويتى ح م قائمتين واشتراك
رح نبين يساوى عمودى رح رم الى سائر الاعمدة فاذا رسمنا على ر ببعد
احد الاعمدة دائرة حطكلم عملنا ما اردناه اقول ويجب ان نبين ان الخطين
المنصفين لزاويتى ح ء انما يلتقيان داخل المخمس وذلك كذلك لان ح ر
اذا اخرج لم يمكن ان تخرج من المخمس على ضلع اب والا فلنخرج على ح
ونصل حح ءح فلان فى مثلثى حءح حبح ضلعى حب حء متساويان

وحـ ح مشترك وزاويتى د متساويتان فتكون زاوية حـح مساوية لزاوية دح وكانت مساوية لزاوية ده هذا خلف ولا على نقطة ا والا فلنخرج دا ا ونبين كامر ان زاوية حـا تساوى زاوية دا وبمثله نبين انه لا يخرج ايضا على ضلع ده ولا على نقطة ه فهو يخرج ضرورة على ضلع اه ولذلك بعينه يخرج دز على ضلع اب فهما يتقاطعان داخل المخمس لا محالة وبوجه آخر ننصف ضلعين متجاورين ونخرج منهما عمودين كعمودى حز طز ونبين انهما يتلاقيان داخل المخمس على ز وذلك لان عمود حز لا يجوز ان يخرج من المخمس على ضلع بد ولا على نقطة ب والا لاجتمع فى مثلث زحح قائمة ومنفرجة فان زاوية المخمس منفرجة وعمود طز ايضا لا يجوز لمثله ان يخرج على ضلع ها ولا على نقطة ا فان لم يتلاقيا داخل المخمس فاما ان يتلاقيا على نقطة من با او بعد خروجهما على ضلع با ونصل على التقديرين زى زد ونبين من تساوى ضلعى دح دط واشتراك زد وكون زاويتى ح ط قائمتين ان زاويتى زدح زدط متساويتان كل منهما نصف زاوية المخمس ثم نبين فى مثلثى زحد زحى ايضا تساوى زاويتى زدح زحح فتبقى زاوية زحب ايضا نصف زاوية المخمس ويكون فى مثلثى زدى زحب لتساوى زاويتى د ويساوى ضلعى دى حب واشتراك ضلع زد زاوية دزر التى هى بعض زاوية المخمس مساوية لزاوية حبر التى هى زاوية المخمس او اعظم منه هذا خلف فاذن هما يتلاقيان داخل المثلث ونخرج من ز اعمدة الى سائر الاضلاع ونبين تساويها ثم نرسم الدائرة وبوجه آخر نخرج ضلع اب الى د ونرسم على اب قطعة تقبل زاوية حبد (لد) وهى قطعة ازب ونتصفها على ز (رطد) ونصل زا زب فزاويتا زبا زاب تساويان زاوية حبا لانهما معا تمام زاوية ازب اعنى حبد من قائمتين وهما متساويتان (٤ د) فكل واحدة نصف زاوية المخمس وتبقى زاويتا زاه زبح نصفين ونصل زح زى زه ونبين تساوى المثلثات ثم نخرج من ز اعمدة على الاضلاع ونبين تساويها ونرسم الدائرة

(يد)

نريد ان نعمل على مخمس دائرة * مثلا على مخمس ابحده فننصف زاويتى ح ى بخطين يلتقيان على ز ونخرج منها زب زا زه ونبين من تساوى المثلثات تساوى الاضلاع المحيطة به ونرسم عليها ببعد

احد الاضلاع الدائرة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل اح اد
ونرسم على مثلث اب ح دائرة اب ح (ه) فهى تحيط بالمخمس وذلك
لان المخمس ينقسم الى ثلث مثلثات فزواياه تعادل ست قوائم والواحدة
تعدل قائمة وخمس قائمة ويبقى كل واحدة من زاويتى ب اح ب ح ا خمسى قائمة
وكذلك زاوية ه اد وتبقى زاوية ح اد خمسى قائمة فجميع زاوية ب اد
اربعة اخماس وهى مع زاوية ب ح د قائمتان وتبقى زاوية اب ح ادح قائمتين
فالدائرة يمر بنقطة د والافليمر بغيرها قاطعة لا د على ر ونصل ر ح فتكون
زاوية ا ر ح التى هى تمام زاوية اب ح من قائمتين (كا ح) مساوية لزاوية
ا د ح فتساوى الخارجة والداخلة هذا خلف وبمثله نبين ان الدائرة يمر بنقطة ه

(يه)

نريد ان نعمل فى دائرة مسدسا * ولتكن الدئرة اب د وقطرها ح د ومركزها ه
ونرسم على ح ببعد ه ح دائرة اب ر ونصل اه ه ب ونخرجهما
الى ح ط ونصل اوتار اح ح ب ب ح ح د د ط ط ا فيتم المسدس
وذلك لان مثلثى اه ح ب ه ح متساويا الاضلاع فكل واحدة من زواياهما
ثلثا قائمة فزاوية د ه ط المقابلة لزاوية ب ه ح ثلثا قائمة وتبقى اه ط لكونها
تمام مجموع زاويتى اه ح ط ه د او تمام جميع اه ب مثلها فجميع الزوايا المحيطة به
متساوية وكذلك قسيها واوتارها واما الزوايا فلان كل واحدة منها
يقع على اربع من القسى الست المتساوية فاذن الاضلاع والزوايا متساوية
(كو ح) وذلك ما اردناه وقد تبين ان ضلع المسدس يساوى نصف قطر دائرته
ويمكن ان نعمل على دائرة مسدسا وفى مسدس او عليه دائرة كما مر فى المخمس
اقول وان اردنا اخرجنا ه ا كيف اتفق وعليه مثلث ه ا ح متساوى الاضلاع
(١١) فيقع ح على المحيط لتساوى ه ا ه ح ونعمل على اه زاية مساوية
لزاوية اه ح (كج ١) وكذلك الى ان يتم الزوايا الست فيتساوى لكون
كل واحدة ثلثى قائمة ونصل الاوتار فيتم الشكل

(يو)

نريد ان نعمل فى دائرة ذا خمسة عشر ضلعا متساوية متساوية الزوايا * مثلا
فى دائرة اب ح فنرسم فيها وترى اب اح مثل ضلعى مخمس (١) ومثلث يقعان
فيها واذا توهمنا قسمة المحيط بخمسة عشر قسما متساوية وقع منها فى قوس
اب ثلثة وفى قوس اح خمسة فيكون الواقع فى قوس ب ح اثنين وننصفها

على

على د (ط ح) فكل واحدة من قوسى ب د د ح احد الاقسام الخمسة
عشر ونصل وتريهما واذا رسمنا امثالهما فى الدائرة على التالى
الى ان يعود الى المبدأ تم الشكل وبمثل مامر يمكن ان نعمل
هذا الشكل على دائرة اوفى مثل هذا الشكل
اوعليه دائرة وذلك ماردناه

تمت المقالة الرابعة بعون الله تعالى

* المقالة الخامسة خمسة وعشرون شكلا *

صدر مني قدر اصغر المقدارين اعظمهما فهو جزء والاعظم ذو اضعافه النسبة اية احد مقدارين متجانسين عند الاخر وفي نسخة ثابت هي اضافة ما في القدر بين مقدارين متجانسين التناسب تشابه النسب المقادير التي لبعضها نسبة الى بعض هي التي يمكن ان تفصل بعضها بالتضعيف على بعض المقادير التي على نسبة واحدة الاول الى الثاني والثالث الى الرابع هي التي اذا اخذ اي اضعاف امكن مما لا نهاية لها للاول والثالث متساوية المرات وللثاني والرابع متساوية المرات كانت الاوليان معا ابدا اما زائدتين على الاخيرتين واما ناقصتين منهما واما مساويتين لهما بشرط ان يؤخذ على الولاء ولنسم امثال هذه المقادير بالمتناسبة فان كانت مثلا اضعاف الاول زائدة على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زائدة على اضعاف الرابع ولو مرة واحدة بشرط تساوي المرات في الاول والثالث وفي الثاني والرابع كانت نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الثالث الى الرابع اقل ما يقع فيه التناسب ثلثة حدود وذلك انما يكون بتكرير حد واذا تناسبت ثلثة مقادير على الولاء كانت نسبة الاول الى الاخير هي نسبته الى الثاني مثناة بالتكرير وكذلك في الاربعة مثلثة وعلى قياسه المقادير المتسعة في النسبة والنظيرة هي التي قبست المقدمات مع المقدمات والتوالي مع التوالي عكس النسبة وخلافها هو جعل التالي مقدما والمقدم تاليا في النسبة ابدال النسبة هو اخذ النسبة للمقدم الى المقدم والتالي الى التالي تركيب النسبة هو اخذ نسبة مجموع المقدم والتالي الى التالي تفصيل النسبة هو اخذ نسبة فضل المقدم على التالي الى التالي قلب النسبة هو اخذ نسبة المقدم الى فضله على التالي نسبة المساواة هي ان تقع في النسبة صنفان من المقادير متساويا بالعدة كل اثنين من صنف على نسبة نظيرتهما من الصنف الاخر فيؤخذ نسبة الاطراف دون الاوساط والمنتظمة منها هي التي تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تال كمقدم الى تال والتالي الاول الى اخر كالتالي الاخير الى نظير ذلك الاخر والمضطربة هي التي لا تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تال كمقدم الى تال والتالي الاول الى آخر كآخر الى المقدم الاخير الاشكال

(ا)

اذا كانت مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع ففي جميع الاول والثالث من اضعاف جميع الثاني والرابع كما في احدهما

من اضعاف قرينة * مثلا فى اب من اضعاف ه كما فى حد من اضعاف ر نقول ففى جميع اب حد من اضعاف جميع ه ر كما فى اب من اضعاف ه ولنقسم اب على ح به و حد على ط بر فجميع اح حط مثل جميع ه ر وجميع ح ب طد مثل جميع ه ر مرة اخرى بعدد مافى اب حد مقترنين من اضعاف ه ر معا كعدد مافى احدهما منفردا من اضعاف قرينة وحده وذلك ما اردناه

(ب)

اذا كان فى الاول من اضعاف الثانى كما فى الثالث من اضعاف الرابع وفى الخامس من اضعاف الثانى كما فى السادس من اضعاف الرابع ففى جميع الاول والخامس من اضعاف الثانى كما فى جميع الثالث والسادس من اضعاف الرابع * مثلا فى اب من ح كما فى ده من ر وفى بح من ح كما فى هط من ر ففى اح من ح كما فى دط من ر وذلك لان عدد مافى اب من الاضعاف لح مساو لعدد ما فى ده لر وعدد مافى بح مساو لعدد مافى هط واذا زيد على المتساوية متساوية صارت متساوية بعدد مافى اح مساو لعدد مافى دط وذلك ما اردناه

(ح)

اذا كان فى الاول من اضعاف الثانى كما فى الثالث من اضعاف الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة كان فى اضعاف الاول من اضعاف الثانى كما فى اضعاف الثالث من اضعاف الرابع * مثلا فى ا من اضعاف ب كما فى ح من اضعاف د وفى ه ر من اضعاف ا كما فى ح ط من اضعاف ح نقول ففى ه ر من اضعاف ب كما فى ح ط من اضعاف د وذلك لانا ان قسمنا ه ر على ك با و ح ط على ل بح كان فى ه ك اعنى ا من اضعاف ب كما فى ح ل اعنى ح من اضعاف د وفى ك ر اعنى ا من اضعاف ب كما فى ل ط اعنى ح من اضعاف د ففى جميع ه ر من اضعاف ب كما فى جميع ح ط من اضعاف د لما مر وذلك ما اردناه

(د)

اذا كانت نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية وللثانى والرابع اضعاف آخر متساوية فنسبة اضعاف الاول الى اضعاف الثانى كنسبة اضعاف الثالث الى اضعاف الرابع * مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د واخذ لا ح اضعاف متساوية وهى ه ر و لب د اضعاف متساوية وهى ح ط نقول فنسبة ه الى ح كنسبة ر الى ط وذلك

لان كل اضعاف متساوية يؤخذ له ر كل م و لح ط كن س كانت لم
ايضا اضعافا لاح (ح) و ح س لب ى وكانت لم بحكم المصادرة زائدة
اوناقصة او مساوية لن س معا فاذن اى اضعاف اخذت له ر و لح ط
كان الاول لان معا زائدين على الاخيرين او ناقصين او مساويين فبحكم
عكس المصادرة نسبة ه الى ح كنسبة ر الى ط وذلك ما اردناه

(ه)

اذا كان مقداران احدهما اضعاف الاخر ونقص منهما مقداران احدهما
اضعاف الاخر ايضا بتلك العدة النظير من النظير كان فى الباقى اضعاف للباقى
بتلك العدة * مثلا اب اضعاف لحى وقد نقص منهما اه حر و اه
اضعاف لحر بتلك العدة نقول فهب اضعاف لرى مثلها ولنأخذ لرى
اضعافا بتلك العدة وهى اط فجميع طه اضعاف لجميع حى بتلك العدة
وكان جميع اب اضعافا له كذلك فطه اب متساويان و اه مشترك يبقى اط
الذى هو اضعاف لرى بتلك العدة مساويا لهب فهب اضعاف لرى كذلك
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم يكن هب اضعافا لرى كذلك فليكن
اضعافه المأخوذة بتلك العدة مع فجميع اح اضعاف لحى (ا) كذلك وكان اب
اضعافا له كذلك فاح اب متساويان وكانا غير متساويين هذا خلف فالحكم ثابت

(و)

اذا كان مقداران اضعافا متساوية لاخرين ونقص منهما اضعاف متساوية
للاخرين بقى منهما اما مثلا الاخرين واما اضعاف لهما متساوية * مثلا اب حى
اضعاف متساوية له ر و اح المنقوص من اب اضعاف له مثل حط
المنقوص من حى لر نقول فحب الباقى ان كان مثل ه كان طى الباقى مثل
ر وان كان حب اضعا له كان طى اضعافا بتلك العدة لر ولنأخذ حك
لر مثلا او اضعافا كما كان حب له يصير فى اح الاول من ه الثانى ما فى حط
الثالث من ر الرابع وفى حب الخامس من ه الثانى ما فى حك السادس
من ر الرابع فيكون فى جميع اب من ه ما فى جميع كط من ر وكان
فى حى منه مثل ذلك فكط حى متساويان و حط مشترك يبقى حى
مساويا لطر فان كان مثل ر فهذا ايضا مثله وان كان اضعافا فهذا
اضعاف بعدته وذلك ما اردناه اقول وبالخلف كما فى الشكل المتقدم

(ز)

نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية ونسبة اليها ايضا متساوية * مثلا ا ب متساويان فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى ح ونسبة ح الى ا كنسبته الى ب وذلك لانا ان اخذنا لا ب اى اضعاف متساوية امكنت كده و لح اى اضعاف امكنت كر كانت زيادة ده على ر ونقصانهما منه ومساواتهما له معا لتساويهما وكذلك من الجانب الاخر فالنسبة المذكورة بعينها واحدة لعكس المصادرة وذلك ما اردناه

(ح)

نسبة اعظم المقدارين الى ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من نسبته الى اعظمهما * مثلا ا ب اعظم من ح فنسبة ا ب الى د اعظم من نسبة ح اليه ونسبة د الى ح اعظم من نسبته الى ا ب ولنفصل مثل ح من ا ب وهو ب ه واحد قدرى ا ه ه ب الذى ليس باعظم من صاحبه يمكن ان نضعف حتى تزيد على د لوقوع النسبة بينهما كما ذكر فى الصدر اذ هما متجانسان فليكن هو اه ونضعفه حتى يصير رح وهو اعظم من د وان كان اه اعظم من د من غير تضعيف فلنأخذه اى اضعاف اتفقت وهو رح و له ب اضعافا بعددها وهو ح ط و لح كذلك وهو كل فح ط كل متساويان وكل واحد منهما اعظم من د ونأخذ لد ضعفه وهو م وثلثة اضعافه وهو ن وهكذا على التوالى الى ان ينتهى الى اول اضعاف له تزيد على كل وهو س و ن الذى قبله ليس باعظم من كل اعنى ح ط واذا زيد د على ن صار س و رح على ح ط صار رط و رح اعظم من د فجميع رط اعظم من س وجميع رط اضعاف لجميع ا ب كك ل لح فاذن وجد لا ب ح اضعاف متساوية و لد اضعاف ما وقد زاد اضعاف ا ب على اضعاف د ولم يزد اضعاف ح عليه فبحكم المصادرة نسبة ا ب الى د اعظم من نسبة ح اليه وايضا وجدت لد اضعاف زادت على اضعاف ح ولم تزد على اضعاف ا ب فنسبته الى ح اعظم من نسبته الى ا ب وذلك ما اردناه

(ط)

الاقدار المتساوية النسب الى مقدار واحد متساوية وكذلك التى تتساوى نسبة مقدار واحد اليها * مثلا نسبة ا الى ح كنسبة ب اليه فا ب متساويان وايضا نسبة ح الى ا كنسبته الى ب فا ب متساويان وذلك لانهما لو اختلفا

لا اختلف النسبتان لكنهما متساويتان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ﺑ)

اعظم المقدارين اعظمهما نسبته الى ثالث والذى نسبة الثالث اليه اعظم فهو اصغرهما * مثلا نسبة ا الى ﺣ اعظم من نسبة ﺑ اليه فا اعظم من ﺑ لانه لو كان مساويا لب لكانت نسبتهما الى ﺣ واحدة (ﺑ) ولو كان اصغر من ﺑ لكانت نسبته الى ﺣ اصغر من نسبة ﺑ الى ﺣ وليس كذلك فاذن هو اعظم وايضا نسبة ﺣ الى ﺑ اعظم من نسبته الى ا فا اعظم من ﺑ لانه ان كان مساويا لب كانت نسبة ﺣ اليها واحدة وان كان اصغر من ﺑ كانت نسبة ﺣ اليه اعظم من نسبته الى ﺑ (ع) وليس كذلك فاذن هو اعظم اقول وهذه انما يقع فى المقادير المتجانسة وذلك ما اردناه

(يا)

النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية * مثلا نسبة ا الى ﺑ كنسبة ﺣ الى ء ونسبة ﻫ الى ر كنسبة ﺣ الى ء فنسبة ا الى ﺑ كنسبة ﻫ الى ر ولنأخذ لاقدار ا ﺣ ﻫ اى اضعاف متساوية امكنت وهى ع ط ك ولاقدار ﺑ ء ر اى اضعاف متساوية امكنت وهى ل م ﺩ فلان نسبة ا ﺑ كنسبة ﺣ ء تكون زيادة ونقصان ومساواة ع ط لل م معا ولان نسبة ﺣ ء كه ر تكون زيادة ونقصان ومساواة ط ك لم ﺩ معا فاذن زيادة ونقصان ومساواة ع ك ل ﺩ معا فنسبة ا ﺑ كنسبة ﻫ ر وذلك ما اردناه

(يب)

النسب المساوية لنسبة اعظم من تاليه هى اعظم من الثالثة * مثلا نسبة ا الى ﺑ كنسبة ﺣ الى ء ونسبة ﺣ الى ء اعظم من نسبة ﻫ الى ر فنسبة ا الى ﺑ ايضا اعظم من نسبة ﻫ الى ر فلنأخذ لحـ ﻫ ولد ر اضعافهما المتساوية التى تزيد التى لحـ على التى لد ولا تزيد التى له على التى لر ولتكن ع ط لحـ ﻫ وك ل لد ر ولنأخذ لا اضعاف م بعدة ما كانت ع ط لحـ ﻫ ولب اضعاف ﺩ بعدة ما كانت ك ل لد ر فلان نسبة ا ﺑ كنسبة ﺣ ء تكون زيادة ونقصان ومساواة م ع لن ك معا ولكن ع تزيد على ك وط ليس تزيد على ل فاذن نسبة ا الى ﺑ اعظم من نسبة ﻫ الى ر وذلك ما اردناه

(٤)

كانت مقادير متناسبة فنسبة مقدم واحد الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى* مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ء وكنسبة ه الى ر فنسبة ا الى ب كنسبة جميع ا ح ه الى جميع ب ء ر ولنأخذ لا ح ه اى اضعاف متساوية امكنت وهى ع ط ك ولب ء ر ايضا وهى ل م ن ولان النسبة فى الجميع واحدة تكون الزيادة والنقصان والمساواة للاضعاف مع الاضعاف معا فاذا كان ع زائدا على ل كان جميع ع ط ك زائدا على جميع ل م ن واذا كان ناقصا كان ناقصا واذا كان مساويا كان مساويا فنسبة ا الى ب كنسبة الجميع الى الجميع وذلك ما اردناه

(يد)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان اعظم من الثالث كان الثانى اعظم من الرابع وان كان اصغر كان اصغر وان كان مساويا كان مساويا* مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ء ولتكن ا اعظم من ح نقول فب اعظم من ء وذلك لان نسبة ا الاعظم الى ب اعظم من نسبة ح (ح) اليه ونسبة ح الى ء كنسبة ا الى ب فنسبة ح الى ء اعظم من نسبته الى ب (س) فب اعظم من ء (ى) ويمثل ذلك نبين المساوات والصغر وذلك ما اردناه اقول وبالخلف ان كان ا اعظم من ح ولم يكن ب اعظم من ء فهو اما اصغر منه واما مساوله فان كان اصغر فنسبة ح الى ب اعظم (ح) من نسبة ح الى ء اعنى نسبة ا الى ب فح اعظم من ا (ى) وكان ا اعظم منه هذا خلف وقس عليه المساواة وباقى البيان واعلم ان هذا الحكم انما يختص بالمقادير المتجانسة فان الاولين ان كانا من غير جنس الاخيرين لم يمكن المقايسة بينهما بالعظم والصغر والتساوى مع وجود التناسب فيهما

(يه)

الاجزاء التى اضعافها متساوية فان نسبة بعضها الى بعض كنسبة الاضعاف الى الاضعاف على الولاء* مثلا اب اضعاف ح كده لر فنسبة ح الى ر كنسبة اب الى ده ولنقسم اب على ع ط بح و ده على لم بر فنسبة ح الى ر كنسبة اع الى دل لانهما مثلاهما وكنسبة ع ط الى لم وكنسبة طب الى مه ونسبة الواحد الى الواحد كنسبة الجميع الى الجميع (٤) فنسبة ح الى ر كنسبة اب الى ده وذلك ما اردناه

(يو)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة * مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د نقول فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى د ولنأخذ لا ب اى اضعاف متساوية امكنت وهى ه ر ولح د ايضا وهى ع ط فنسبة ا الى ب كنسبة ه الى ر ونسبة ح الى د كنسبة ع الى ط (يه) فنسبة ه الى ر كنسبة ع الى ط (يا) فان كان ه اعظم من ع فر اعظم من ط (يد) وكذلك ان كان اصغر اومساويا فه ر اللذان هما اضعاف ا ب يكونان معا على ع ط اللذين هما اضعاف ح د اما زائدين اوناقصين اومساويين فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى د وذلك ما اردناه اقول ويشترط فيه ان تكون الاربعة من جنس واحد فان التناسب قد يقع فى جنسين مثلا تكون نسبة الخط الى الخط كنسبة السطح الى السطح ولا يقع الابدال هناك

(يز)

اذا كانت مقادير مركبة متناسبة وفصلت كانت ايضا متناسبة * مثلا نسبة اب الى ب ه كنسبة حد الى د ر على التركيب نقول فنسبة اه الى ه ب كنسبة حر الى ر د على التفصيل ولنأخذ لاه ه ب حر ر د اى اضعاف متساوية امكنت وهى ع ط ط ك لم م ن و ع ط لاه كطك لهب فجميع ع ك لاب ايضا كذلك (ا) وايضا جميع ل ن لحد كذلك فع ك ل ن اضعاف لاب حد متساوية ونأخذ لهب ر د اى اضعاف متساوية امكنت وهى ك س ن ع فاضعاف ط ك الاول لهب الثانى كاضعاف م ن الثالث لر د الرابع واضعاف ك س الخامس لهب الثانى كاضعاف ن ع السادس لر د الرابع فجميع ط س لهب كجميع م ع لر د (ب) فع ك ل ن اضعاف لاب حد متساوية و ط س م ع اضعاف لهب ر د متساوية ونسبة اب الى ب ه كنسبة حد الى د ر فع ك ل ن معا اما زائدان على ط س م ع اوناقصان اومساويان ونسقط ط ك م ن المشتركين فع ط لم معا اما زائدان على ك س ن ع اوناقصان اومساويان و ع ط لم اضعاف متساوية لاه حر و ك س ن ع اضعاف متساوية لهب ر د فبحكم عكس المصادرة نسبة اه الى ه ب كنسبة حر الى ر د وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم تكن نسبة اه الى ه ب كنسبة حر الى ر د فلتكن كنسبة طر الى ر د واذا ابدلنا كانت (يو) نسبة اه الى طر كنسبة

هب الى زى فنسبة اب الى طى كنسبة هب الى زى (يا) واذا ابدلنا
كانت (يو) نسبة اب الى هب اعنى دى الى زى كنسبة طى الى زى فدى
مساو لطى (ع) هذا خلف وانما لم يورد فى الاصل هذا البرهان مع كونه
اخف لان الابدال لايعم عموم التفصيل لما مر واعتبر ذلك فيما سيأتى ايضا

(يح)

اذا كانت مقادير مفصلة متناسبة وركبت كانت ايضا متناسبة * مثلا
نسبة اب الى بج كنسبة ده الى هز على التفصيل نقول فنسبة اج
الى جب كنسبة دز الى زه على التركيب والا فليكن كنسبة دز
الى زح وليكن زح اولا اصغر من زه فاذا فصلنا كانت نسبة اب
الى بج اعنى نسبة ده الى هز كنسبة دح الى حز (يز) و ده اصغر
من دح فهز اصغر من حز (يد) هذا خلف وكذلك نبين ان كان زح
اعظم من زه فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر بنيناه
على الابدال لما كانت نسبة اب الى بج كنسبة ده الى هز فاذا ابدلنا
كانت نسبة اب الى ده (يو) كنسبة بج الى هز فنسبة جميع اج الى جميع
دز كنسبة بج الى هز (يا) فاذا ابدلنا كانت نسبة اج الى جب كنسبة
دز الى زه (يو) واعلم انه لما تبين التفصيل والتركيب تبين القلب مثلا اذا
كانت نسبة اج الى جب كنسبة دز الى زه فاذا قلبنا كانت نسبة اج الى
اب كنسبة دز الى ده وذلك لان بالتفصيل نسبة اب الى بج كنسبة
ده الى هز (يز) وبالخلاف نسبة جب الى با كنسبة زه الى هد وبالتركيب
نسبة جا الى اب كنسبة زد الى ده ولظهور ذلك لم يذكر فى الاصل واما
اثبات التناسب على الخلاف فغير محتاج الى بيان لانه يتبين بالمصادرة

(يط)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة ونقص اثنان من نظيريهما كان الباقيان ايضا
على تلك النسبة * مثلا نسبة اب الى جد كنسبة اه الى جز فاذا نقص اه
من اب و جز من جد كانت نسبة هب الى زد الباقيين كنسبة اب الى
جد وذلك لانا اذا ابدلنا كانت نسبة اب الى اه كنسبة جد الى جز (يو)
واذا فصلنا كانت نسبة به الى ها كنسبة دز الى زج واذا ابدلنا كانت
نسبة به الى دز كنسبة اه الى زج اعنى اب الى جد
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم تكن نسبة هب الى زد كنسبة

اه الى جز فليكن هب الى زح كذلك فنسبة جميع اب الى جميع جح
كنسبة اه الى جز (ي) وكانت نسبة اب الى جد كذلك فنسبة اب
الى جح و جد واحدة فجح مساو لجد (ط) هذا خلف فالحكم ثابت (ك)

(ك)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين
من الصنف الاخر وانتظمت النسب فى المساواة ان كان الاول من صنف اعظم
من الاخر كان الاول من الصنف الاخر اعظم من الاخير وان كان مساويا او اصغر
كان كذلك * مثلا ا ب ج صنف و د ه ز صنف آخر ونسبة ا ب كنسبة
د ه ونسبة ب ج كنسبة ه ز نقول فان كان ا اعظم من ج كان د
اعظم من ز وذلك لان نسبة ا الاعظم الى ب اعنى نسبة د الى ه
يكون اعظم من نسبة ج (ح) الاصغر الى ب اعنى نسبة ز الى ه فد
اعظم من ز وقس عليه ان كان ا مساويا لج او اصغر منه
وذلك ما اردناه اقول وبالخلف ان لم يكن د اعظم من ز فهو اما مساو
واما اصغر وليكن مساويا فنسبة د الى ه اعنى نسبة ا الى ب كنسبة ز
الى ه (ز) اعنى نسبة ج الى ب فا مساو لج (ط) وكان اعظم منه هذا
خلف وليكن د اصغر من ز فنسبة د الى ه اعنى نسبة ا الى ب
اصغر من نسبة ز الى ه اعنى نسبة ج الى ب فا اصغر من ج (ي) هذا خلف

(كا)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين
من الصنف الاخر واضطربت النسبة فى المساواة ان كان الاول من صنف
اعظم من الاخير كان الاول من الصنف الاخر اعظم من الاخير وان كان
مساويا او اصغر كان كذلك * مثلا ا ب ج صنف و د ه ز صنف
ونسبة ا ب كنسبة ه ز ونسبة ب ج كنسبة د ه نقول فان كان ا اعظم
من ج كان د اعظم من ز وذلك لان نسبة ا الى ب اعنى نسبة ه الى ز
اعظم من نسبة ج الى ب (ح) اعنى نسبة ه الى د فد اعظم من ز وقس عليه
ان كان ا مساويا لج او اصغر منه وذلك ما اردناه اقول وبالخلف على قياس ما مر

(كب)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين
من الصنف الاخر وانتظمت النسب فانها فى المساواة متناسبة * مثلا ا ب ج

صنف

صنف و ى ه ر صنف ونسبة ا ب كنسبة ى ه ونسبة ب ح كنسبة ه ر
نقول فنسبة ا ح كنسبة ى ر فلنأخذ لا ى اى اضعاف متساوية امكن
وهى ع ط ولب ه كذلك وهى ك ل ولح ر كذلك وهى م ن فلان نسبة
ا ب كـ ه يكون نسبة ع ك (ه) كنسبة ط ل ولان نسبة ب ح كنسبة
ه و تكون نسبة ك م (ه) كنسبة ل ن فمقادير ع ك م مع مقادير
ط ل ن على الانتظام فزيادة ونقصان ومساواة ع ط لم ن معا (ك)
فاذن نسبة ا ح كنسبة ى ر وذلك ما اردناه اقول وان اخذنا لا ب ح
اى اضعاف امكن متساوية وهى ع ك م ولده ر كذلك وهى ط ل ن
كانت ع ك م على نسب ا ب ح (ه) و ط ل ن على نسب ى ه ر
و ع م يكون زائدا على ط ن (ند) معا او ناقصا او مساويا فنسبة
اى كنسبة ح ر وبالابدال (ى) نسبة ا ح كنسبة ى ر وبوجه
آخر نسبة ا ب كنسبة ى ه فبالابدال نسبة ا ى كنسبة ب ه ونسبة
ب ح كنسبة ه ر فبالابدال نسبة ب ه كنسبة ح ر فنسبة ا ى كنسبة
ح ر (يا) وبالابدال نسبة ا ح كنسبة ى ر (ى)

(ع)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين
من الصنف الاخر واضطربت النسب فانها فى المساواة متناسبة * مثلا ا ب ح
صنف و ى ه ر صنف ونسبة ا ب كنسبة ه ر ونسبة ب ح كنسبة
ى ه نقول فنسبة ا ح كنسبة ى ر فلنأخذ لا ب ى اى اضعاف متساوية
امكن وهى ع ط ك ولحه ر كذلك وهى ل م ن فع ط على
نسبة ا ب (ه) و م ن على نسبة ه ر فنسبة ع ط كنسبة م ن (يا)
وايضا نسبة ب ح كنسبة ى ه فنسبة ط ل (ى) كنسبة ك م فمقادير
ع ط ل مع مقادير ك م ن على الاضطراب فزيادة ونقصان ومساواة
ع ك ال ن (كا) معا فاذن نسبة ا ح كنسبة ى ر وذلك ما اردناه
وفى بعض النسخ يؤخذ لا ب ح اى اضعاف متساوية امكن وهى
ع ط ل ولده ر كذلك وهى ك م ن ونبين ان ع ط ل على
نسب ا ب ح و ك م ن على نسب ى ه ر فيكون على الاضطراب
مثلهما ثم تتم البرهان ولا يتم ايضا الا بالابدال

(ح)

اذا كانت مقادير نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع ونسبة الخامس الى الثانى كنسبة السادس الى الرابع كانت نسبة مجموع الاول والخامس الى الثانى كنسبة مجموع الثالث والسادس الى الرابع * مثلا نسبة اب الى ح كنسبة ده الى ر ونسبة بع الى ح كنسبة هط الى ر فنسبة جميع اع الى ح كنسبة جميع دط الى ر وذلك لان نسبة اب الى ح كنسبة ده الى ر وبالخلاف نسبة ح الى بع كنسبة ر الى هط فبالمساواة المنتظمة نسبة اب الى بع كنسبة ده الى هط (كب) وبالتركيب نسبة اع الى بع كنسبة دط الى هط (يح) وكانت نسبة بع الى ح كنسبة هط الى ر فبالمساواة المنتظمة نسبة اع الى ح كنسبة دط الى ر (كب) وذلك ما اردناه

(كه)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة اعظمها الاول واصغرها الاخير فمجموعهما اعظم من مجموع الباقيين * مثلا نسبة اب الى حد كنسبة ه الى ر واب اعظم الاربعة و ر اصغرها فاقول فمجموع اب ر اعظم من مجموع حد ه ولنفصل من اب اع مثل ه ومن حد حط مثل ر فنسبة اب الى حد كنسبة عب الى طد (يط) الباقيين واب اعظم من حد فعب اعظم من طد (يد) ونجعل اع حط مشتركا فيصير جميع اب حط اعنى الاول والاخير اعظم من جميع حد اع اعنى الباقيين وذلك ما اردناه

تمت المقالة الخامسة بعون الله تعالى

* المقالة السادسة اثنان وثلثون شكلا *

وفى نسخة ثابت بزيادة شكل وهو شكل لا صدر السطوح المتشابهة هى التى زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة والمتكافية الاضلاع هى التى اضلاعها متناسبة على التقديم والتأخير اى يقع فى كل منها مقدم وتال ارتفاع الشكل هو العمود المخرج من رأسه على قاعدته الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الذى يكون نسبته الى اعظم قسميه كنسبة اعظم قسميه الى اصغرهما وفى نسخة ثابت النسبة المؤلفة من نسب هى الحاصلة من تضعيف بعض اقدار تلك النسب ببعض وفى بعض النسخ النسبة المنقسمة الى نسب هى التى تجزأ ببعض تلك النسب فيحدث البعض اقول كما ان النسبة من عوارض الكمية فالتأليف من عوارض النسبة وذلك ان المقدار يعتبر تارة من حيث هو كمية فى نفسه وتارة من حيث هو كمية بالقياس الى مقدار غيره من جنسه فالنسبة هى كمية الاضافية ثم ذلك الاعتبار كان مأخوذا من حيث هو مقيس الى غير آخر تارة اخرى كان هذا المعنى تأليفا فان كانت النسبتان من جنس واحد سميت المؤلفة مثناة واذا جعلت حدودها الوسطى مشتركة وقصد رفعها كانت مساواة وقد مر ذكرهما والغرض ان جميع ذلك متعلق بالتأليف والرسم المورد ههنا انما يتحقق اذا وضع للمقادير مقدار ما من جنسها لتقديرها بازاء الواحد فى الاعداد وان كان فى المقادير ما لا يتقدر بذلك المقدار اصلا كما يتبين فى المقالة العاشرة فاذا وضع ذلك المقدار فقدر كل نسبة هو المقدار الذى يكون ذلك المقدار الموضوع بالقياس اليه على تلك النسبة والمؤلفة يحصل من تضعيف بعض تلك الاقدار ببعض اعنى من ضرب بعضها فى بعض فليكن ا الى ب نسبة و ج الى د نسبة وليكن ه المقدار الموضوع بازاء الواحد ونسبته الى ز نسبة ا ب والى ح نسبة ج د فز ح قدرا نسبتى ا ب ج د ولنضعف ز ح اى لنأخذ قدرا تكون نسبة ز اليه كنسبة ه الى ح وليكن ط فط هو قدر نسبة تألف من تينك النسبتين اى هو قدر يقع بين ه وبينه قدر آخر تكون نسبة ه الى ذلك الوسط احدى النسبتين ونسبة ذلك الوسط اليه النسبة الاخرى وذلك لان نسبة ه ز كانت كنسبة ا ب ونسبة ز ط كنسبة ه ح اعنى كنسبة ج د فقد وقع ز بين ه و ط على تينك النسبتين واذا تقرر هذا فاقول اى ثلثة اقدار نفرض من جنس واحد تكون نسبة الاول الى الثالث

موءلفة من نسبته الى الثانى ومن نسبة الثانى الى الثالث* مثلاً كمقادير ا ـ ح فنسبة ا ح موءلفة من نسبة ا ـ ونسبة ـ ح وذلك لانا اذا جعلنا نسبة ا ـ كنسبة ه ز ونسبة ـ ح كنسبة ه ح يتبين بمثل مامر ان نسبة ا ح تكون كنسبة ه ط وايضا اى نسبة تفرض بسيطة فهى يصير باعتبار وسط موءلفة واى نسبة تفرض موءلفة فهى تصير باعتبار رفع الوسط بسيطة بل اى نسبتين كانتا تصيران نجعلهما فى حدود مشتركة الاوساط نسبة موءلفة واذا عرفت التاليف فقس التجزية المقابلة له عليه وذلك ما اردت ايضاحه الاشكال

(ا)

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت متساوية الارتفاعات فنسبة البعض الى البعض نسبة القواعد* مثلا سطحا ده حز ومثلثا اـح اد ى متساويا الارتفاع فنسبة احد السطحين او المثلثين الى الاخر كنسبة ـ ح الى حا ولنخرج ـ ى فى الجهتين ونفصل مثل ـ ح ما امكن وهو ـ ح ح ط ومثل دى ما امكن وهو ى ك كل ونصل اح اط اك ال فمثلثات اـح اح ـ اط ح متساوية (لـ ا) وجميعها اضعاف مثلث اـح وقواعد حـ ـ ح ح ط متساوية وجميعها اضعاف قاعدة ـ ح وكذلك مثلثات ادى اى ك اك ل مساوية وجميعها اضعاف مثلث ادى وقواعد دى ى ك كل متساوية وجميعها اضعاف قاعدة دى وجميع اط ح ان كان زائدا على جميع الح كان طح زائدا على لح وان كان ناقصا او مساويا كان ناقصا او مساويا فنسبة مثلث اـح الى مثلث ادى كنسبة ـ ح الى دى وكذلك فى السطح (لو ا) وذلك ما اردناه اقول وان كانت السطوح والمثلثات على نسبة القواعد فهى المتساوية الارتفاعات ولبكن مثلثا اـح ى ح ه على خط ـ ه ونسبتهما كنسبة ـ ح الى ح ه اقول فارتفاعهما اعنى ار ى ح العمودين متساويان والا فليكن ط ح مساويا لار ونصل ط ح ط ه فنسبة مثلث اـح الى مثلث ط ح ه (ا) كنسبة ـ ح الى ح ه فنسبة مثلث اـح (ا ه) الى مثلثى ى ح ه ط ح ه واحدة فهما متساويان (ط ه) هذا خلف فالحكم ثابت وقس السطوح عليه

(ـ)

اذا اخرج خط من ضلع مثلث الى ضلع آخر فان كان موازيا للضلع الباقى فهو قد قطع الضلعين على نسبة واحدة وان قطعهما على نسبة واحدة فهو مواز للضلع الباقى* وليكن المثلث اـح والخط ى ه وليكن موازيا لـ ـ ح ونصل

به جد فمثلثا دبه دجه اللذان على قاعدة ده وبين متوازيي ده بج متساويان (لر ا) ونسبة مثلث اده اليهما نسبة واحدة (ز ه) لكن نسبته الى مثلث دبه كنسبة اد الى دب (ا) ونسبته الى مثلث دجه كنسبة اه الى هج فنسبة اد الى دب (يا ه) كنسبة اه الى هج وايضا لتكن نسبة اد الى دب كنسبة اه الى هج ونسبة اد الى دب كنسبة مثلث اده الى مثلث هبد (ا) ونسبة اه الى هج كنسبة مثلث اده الى مثلث دجه فنسبة مثلث اده الى المثلثين نسبة واحدة (يا ا) فهما متساويان (ط ه) فده بج متوازيان (لط ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان كان ده موازيا لبج ولم يكن نسبة اد الى دب كنسبة اه الى هج فلتكن كنسبة اه الى هز ونصل بز دز ونبين كما مر يساوي مثلثي دبه دزه ثم توازي ده بز (لط ا) فبز بج الموازيين لده متوازيان (ل) وهما متقاطعان هذا خلف وايضا ان كانت نسبة اد الى دب كنسبة اه الى هج وليس بج موازيا لده فليكن دز موازيا له ونبين بمثل ما بينا ان نسبة اد الى دب كنسبة از الى زج (يا ه) فنسبة اه الى هج كنسبة از الى زج و اه اصغر من از فهج اصغر من زج (يد ه) هذا خلف

(ج)

كل مثلث خرج من احدى زواياه خط الى وترها فان كان الخط منصف لتلك الزاوية كانت نسبة احد قسمي الوتر الى الاخر كنسبة احد ضلعي الزاوية الى الاخر على الولاء فان كانت النسبة هكذا كان الخط منصفا للزاوية * وليكن المثلث باج والخط الخارج من زاوية ا هو اد ولنخرج من ج جه موازيا لدا (لا ا) ونخرج با الى ان يتلاقيا على ه فزاويتا باد بهج الخارجة والداخلة متساويتان (كط ا) وزاويتا جاد اجه المتبادلتان متساويتان ولنفرض اولا زاوية باج منصفة بخط اد نقول فنسبة بد الى دج كنسبة با الى اج وذلك لان زاويتي اهج اجه تكونان حينئذ متساويتين وكذلك (و ا) اه اج فنسبة بد الى دج كنسبة با الى اه (ب) اعني الى اج وايضا لنفرض نسبة بد الى دج كنسبة با الى اج نقول فالزاوية منصفة لان نسبة بد الى دج كنسبة با الى اه (ب) فنسبة با الى اه و اج واحدة فهما متساويان (ط ه) فزاوية بهج اعني زاوية باد مساوية لزاوية اجه (ه ا) اعني زاوية

جاد (يط ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من د عمودي ده دز
على الضلعين فان كانت زاوية باج منصفة فهما متساويان (كو ا) لتساوي
زاويتي ا وكون زاويتي ه ز قائمتين وكون اد مشتركا وهما ارتفاعا مثلثي
باد جاد فنسبة مثلث باد الى مثلث جاد كنسبة با الى اج (ا) وايضا
نسبتهما ان جعلنا القاعدة بد دج كنسبة بد الى دج فنسبة بد الى دج
كنسبة با الى اج (يا ه) وان كانت النسبة هكذا فالزاوية منصفة لان نسبة
المثلثين يكون كنسبة بد دج اعني نسبة با اج فاذا جعلنا با
اج قاعدتين كانت نسبة المثلثين نسبة القاعدتين وكان ارتفاعا
ده دز متساويين و اد مشترك فزاويتا هاد زاد متساويتان (ع ا)

(د)

كل مثلثين تتساوى زواياهما النظائر فاضلاعهما النظائر متناسبة * مثلا
في مثلثي ابج دجه زاويتا باج جده متساويتان وكذلك بجا جده
وكذلك زاويتا جبا هجد نقول فنسبة بج الى جه كنسبة با الى جد
وكنسبة اج الى ده وليكونا على خط بجه ونخرج با هد الى ان يتلاقيا
على ز ويكون اج موازيا لزه و دج موازيا لزب (كح ا) وسطح زج
متوازي الاضلاع وذلك لتساوي الخارجة والداخلة فنسبة بج الى جه
كنسبة با الى از (ب) اعني الى جد (لد ا) ونسبة بج الى جه كنسبة
زد اعني اج الى ده فنسبة با الى جد ايضا كنسبة اج الى ده (يا ا)
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر وليكن المثلثان ابج دحه والمتساويات
زاويتا ا د وزاويتا ب ح وزاويتا ج ه فان كان اب مساويا لدح كان
باقي الاضلاع متساوية وثبت الحكم وان اختلفا فليكن اب اطول ونفصل
بز مثل حد (ج ا) ونخرج زط موازيا لاج (كط ا) فيكون مثلث
زطب مساويا لمثلث دحه (كو ا) ونسبة از الى زب كنسبة جط الى
طب (ب) فنسبة اب الى بز بالتركيب (يح ه) كنسبة جب الى بط
و بز مثل حد و بط مثل حه فنسبة اب الى دح كنسبة جب
الى هح ونخرج طك موازيا لبا ونبين ان نسبة جب الى بط اعني
حه كنسبة جا الى اك اعني زط المساوي لده (لد ا)

(ه)

كل مثلثين يتناسب اضلاعهما النظائر فزواياهما النظائر متساوية * مثلا

في مثلثي ا ب ج د ه ز نسبة ا ب الى د ه كنسبة ا ج الى د ز ونسبة ب ج الى ه ز ولنعمل على ه من ه ز زاوية ز ه ح مثل زاوية ب (كج ا) وعلى ز منه زاوية ه ز ح مثل زاوية ج ونخرج الضلعين الى ان يتلاقيا على ح فتكون زوايا مثلثي ا ب ج ح ه ز النظائر متساوية ونسبة ب ج الى ه ز كنسبة ب ا الى ه ح (د) وكانت كنسبة ب ا الى ه د فه ح ه د متساويان (ط ه) وكذلك نبين ان ز ح ز د متساويان فزوايا مثلث ه د ز مساوية لزوايا مثلث ح ه ز (ح ا) اعني زوايا مثلث ا ب ج على التناظر وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر وليكن المثلثان كما وضعتهما في آخر الشكل المتقدم ا ب ج د ح ه فان كانا متساويي الاضلاع النظائر ثبت الحكم وان اختلفا فليكن ا ب اطول من د ح ونفصل ب ز مثل ح د و ب ط مثل ح ه و ا ك مثل د ه ونصل ز ط ط ك فنسبة ا ب الى د ح اعني الى ز ب كنسبة ج ب الى ح ه اعني ب ط واذا فصلنا كانت نسبة ا ز الى ز ب كنسبة ج ط الى ط ب (يز ه) فز ط مواز لا ج (ب) وبمثله نبين ان ط ك مواز لب ا فيكون ا ك مثل ز ط (لد ا) واضلاع مثلثي ب ز ط ح د ه النظائر متساوية لكن زوايا مثلثي ب ز ط ب ا ج النظائر متساوية فزوايا مثلثي ب ا ج ح د ه النظائر متساوية (ح ا)

(و)

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت الاضلاع المحيطة بهما تساوت باقي زواياهما * فلتكن زاويتا ا د من مثلثي ا ب ج د ه ز متساويتان ونسبة ا ب الى د ه كنسبة ا ج الى د ز ولنعمل على د من خط د ز زاوية ز د ح مثل زاوية ا وعلى ز منه زاوية د ز ح مثل زاوية ج ونخرج الضلعين الى ح فزوايا مثلثي ا ب ج د ح ز متساوية فنسبة ا ج الى د ز كنسبة ا ب الى د ح (د) وكانت كنسبته الى د ه فد ح د ه متساويان (ح ه) وكذلك زاويتا د المساويتين لزاوية ا فزوايا مثلثي ه د ز ح د ز اعني ب ا ج النظائر متساوية (د ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان كان ب ا ا ج مساويين له د د ز ثبت الحكم (د ا) والا فليكن ب ا ا ج اطول ونفصل ا ط كد ه و ا ك كد ز ونصل ط ك فنسبة ب ا ا ط كنسبة ج ا ا ك وبالتفصيل نسبة ب ط ط ا كنسبة ج ك ك ا (يز ا) فب ج ط ك متوازيان (ب) وزوايا مثلثي ب ا ج ط ا ك اعني ه د ز النظائر متساوية (كط ا)

(ز)

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت اضلاع زاويتين اخريين وكانت كل من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر اوليستا باصغر من قائمة تساوت الزوايا الباقية النظائر * مثلا تساوت زاويتا ا د من مثلثي ا ب ح د ه ز وكانت نسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ح الى ه ز وكانت كل واحدة من زاويتي ح ز اما اصغر اوليس باصغر من قائمة فنقول زاويتا ب ه متساويتان وكذلك زاويتا ح ز فان لم تكن زاويتا ب ه متساويتين فلتكن ب اعظم ونعمل ا ب ح مثل ه فتبقى زاوية ب ح ا مثل زاوية ز (لب ا) فنسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ح الى ه ز (د) وكانت كنسبة ب ح الى ه ز فب ح ب ح متساويان (ط ه) زاويتا ب ح ح ب ح ح متساويتان (ه ا) فان لم يكن كل واحدة من زاويتي ح ز اصغر من قائمة وقع في مثلث زاويتان ليستا باصغر من قائمتين هذا خلف (ز ا) وان كان اصغر من قائمة كانت زاوية ا ح ب اعني زاوية ز اكبر من قائمة وفرضت اصغر هذا خلف فاذن زاويتا ب ه متساويتان وتبقى زاويتا ح ز متساويتين (لب ا) وذلك ما اردناه

اقول وليكن لبيان فائدة الشرط كل واحد من مثلثي ا ب ح د ه ز الشبيهين حاد الزوايا و ا ب اطول من ب ح ونخرج من ب عمود ب ط على ا ح فيكون ا ط اطول من ط ح ونفصل ط ك مثل ط ح ونصل ب ك فهو مثل ب ح ويكون في مثلثي ا ب ك د ه ز زاويتا ا د متساويتين ونسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ك اعني ب ح الى ه ز ولا يكونان متشابهين لكون زاوية ب ك ا منفرجة وزاوية ه ز د حادة وانما قيل اما اصغر او ليس باصغر ولم يقل اما اصغر او اكبر لئلا تخرج القائمة من القسمة وغفل ثابت عن ذلك

(ح)

اذا اخرج عمود من زاوية قائمة في مثلث على وترها قسم المثلث بمثلثين متشابهين ومشابهين للمثلث الاعظم * مثلا خرج من زاوية ا القائمة في مثلث ا ب ح عمود ا د على ب ح نقول فمثلثا ا ب د ح ا د متشابهين ومشابهين لمثلث ح ب ا وذلك لان في مثلثي ا ب د ح ب ا زاوية ب مشتركة وزاويتي ا د ب ح ا ب قائمتان فتبقى زاويتا ب ا د ب ح ا متساويتين (لب ا) ويكونان متشابهين (د) نسبة د ب الى ب ا كنسبة ا ب الى ب ح وكنسبة ا د الى ا ح وكذلك الحكم في مثلثي ح ا د ح ب ا واما مثلثا ح ا د ا ب د فلان

زاويتي د منهما قائمتان وزاوية ح مثل زاوية د ا ب وزاوية ح ا د مثل زاوية ب يكونان متشابهين نسبة ح د الى ا د كنسبة د ا الى د ب وكنسبة ح ا الى ا ب وقد تبين من ذلك ان العمود في النسبة وسط بين قسمي الوتر وان كل واحد من ضلعي المثلث وسط بين القاعدة وقسمها الذي يليه وذلك ما اردناه

(ط)

نريد ان نجد خطا وسطا في النسبة بين خطين مفروضين * وليكونا اب بح متصلين على الاستقامة ونرسم على المجموع نصف دائرة ا د ح ونخرج من ب عمود ب د (يا ا) فهو الوسط بين ا ب بح وذلك لانا اذا وصلنا د ا د ح كانت زاوية ا د ح قائمة (ل ح) و د ب عمود خارج منها الى الوتر فهو وسط في النسبة بين القسمين وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نجعل احدهما منطبقا على الاخر ونرسم على الاطول نصف دائرة ونخرج من طرف الاقصر عمودا الى المحيط ونصل بينه وبين الطرف المشترك فهو الوسط بينهما وذلك ظاهر مما مر او نرسم على الفضل وهو ا ح نصف دائرة ا د ح ونخرج من ب ب د مماسا لها (يو ح) فهو الوسط بين ا ب ب ح وذلك لانا اذا وصلنا د ا د ح د ه كانت زاويتا ا د ح (ل ح) ب د ه (ير ح) قائمتين ونسقط زاوية ه د ح المشتركة تبقى زاوية ح د ب مساوية لزاوية ه د ا (ه ا) اعني ه ا د ففي مثلثي ب ا د ب د ح زاوية ب مشتركة وزاويتا د ا ب ح د ب متساويتان تبقى زاويتا ب د ا ب ح د ايضا متساويتين (لب ا) فنسبة ا ب الى ب د كنسبة ب د الى ب ح وقد بان انه اذا كان عمود على خطين متصلين خارج عن فصلهما وكان وسطا بينهما في النسبة ورسم على الخطين نصف دائرة مر بطرف العمود

(ى)

نريد ان نجد خطا ثالثا لخطين مفروضين في النسبة * وليكونا ا ب ا ح ونجعلهما محيطين بزاوية ا كيف اتفق ونخرجهما ونجعل ب ه مثل ا ح ونصل ب ح ومن ه ه د موازيا له فبحد هو ثالث الخطين لان نسبة ا ب الى ب ه اعني ا ح كنسبته الى ح د وذلك ما اردناه (ب) اقول وبوجه آخر نجعل الخطين محيطين بزاوية قائمة هي زاوية ا ونصل ب ح وعليه نصف دائرة ب ا ح ومن ح عمود ح د على ب ح ونخرج ب ا الى ان يلقاه على د فا د هو ثالث الخطين لان ح ا عمود من زاوية ح القائمة على وترها فنسبة ب ا الى ا ح كنسبة ا ح الى ا د (ح) وبوجه آخر نرسم على اطولهما نصف دائرة ب ا ح وفيه وتر ب ا (ا د)

مثل

مثل اقصرهما ومن ا عمود اه على ب د فبه ثالث الخطين وذلك ظاهر مما مر

(يا)

نريد ان نجد خطا رابعا للثلثة خطوط مفروضة في النسبة وهي * مثلا خطوط ا ب د فنرسم خطين محيطين بزاوية وهما ده در ونفصل من ده دح مثل ا و حه مثل ب ومن در دط مثل د ونصل ح ط ومن ه هر موازيا له فطر وهو رابع الخطوط لان نسبة دح اعني ا الى حه اعني ب كنسبة دط اعني د الى طر (ب) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نجعل الاول والثاني وهما اب اد محيطين بزاوية ونصل ب د ونجعل الثالث وهو اد منطبقا على اب ونخرج ده موازيا لب د فينفصل اه الرابع به وذلك ظاهر وهذا الشكل من زيادة ثابت

(ب)

نريد ان نفصل من خط مفروض جزءا ما * وليكن الخط اب والجزء الثالث فنخرج اد يحيط معه بزاوية ا ونفصل منه اد ده هد متساوية كيف اتفق ونصل ب د ونخرج من د در موازيا لحب (لا) فهو يفصل من اب ثلثه وذلك لان نسبة ار الى اب كنسبة اد الى اد (ى) و اد ثلث اد فار ثلث اب وذلك ما اردناه اقول ولتثليث الخط وجه مشهور لا يحتاج فيه الى ما بعد شكل (لد) من المقالة الاولى وليكن الخط اب ونرسم عليه مثلث احب متساوي الاضلاع (ا ا) ونصف زاويتي ا ب (ط ا) بخطين يلتقيان على د ونصل زاوية اد ب بده وكل واحدة من زاويتي اده ب ده بدر دح اقول فاب صار على رح مقسوما بثلثة اقسام متساوية وذلك لان زاوية المثلث المتساوي الاضلاع ثلثا قائمة (لب ا) فكل واحدة من زاويتي داب دب ا ثلث قائمة وتبقى زاوية ادب قائمة وثلث (لب ا) فيكون كل واحدة من زوايا د ثلث قائمة ولتساوي زاويتي راد ردا يتساوي را رد (و ا) وكذلك حب حد ولكون زاويتي ادر بدح ثلثي قائمة تبقى زاوية ردح ثلثي قائمة وتكون كل واحدة من زاويتي درح دحر ايضا ثلثي قائمة فيتساوي در رح حد وكان ار كدر و بح كدح فاذن اقسام ار رح حب متساوية

(ج)

نريد ان نقسم خطا مفروضا على نسبة اقسام خط آخر * وليكن المفروض اب والمقسوم اد على ده ونجعلهما محيطين بزاوية ا ونصل ب د ومن

ده دز هح موازيين لحب (لا ا) و دطك موازيا لاب نقول فاب
انقسم بح على نسبة اقسام اح وذلك لان نسبة از الى زح
كنسبة اد الى ده (ب) ونسبة زح الى حب اعنى نسبة دط الى
طك لكون كل واحد من سطحى زط حك متوازى الاضلاع
(لد ا) كنسبة ده الى هح (ب) وذلك ما اردناه

(ند)

اذا تساوت زاويتان من سطحين متوازى الاضلاع فان كان السطحان
متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع
المحيطة بهما متكافية كان السطحان متساويين* مثلا تساوت زاويتا ح
من سطحى اح حز المتوازيى الاضلاع وليتساو السطحان اولا نقول
فنسبة بح الى حه كنسبة عح الى حد ولنفرض السطحين على
ان بح حه متصلان على الاستقامة وكذلك عح حد وتمم سطح ده
فلان نسبة سطحى اح حز المتساويين الى سطح ده واحدة (ز ه)
وكانت نسبة احدهما اليه (ا) نسبة بح الى حه ونسبة الاخر اليه نسبة عح
الى حد فهى متناسبة (ن ه) وايضا ليتساو النسبتان نقول فالسطحان
متساويان لان نسبتهما الى سطح ده هما نسبتا الاضلاع وتساوى
نسبتهما الى شئ واحد يقتضى تساويهما (ط ه) وذلك ما اردناه

(نه)

اذا تساوت زاويتان من مثلثين فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة
بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية يساوى المثلثان*
مثلا تساوت زاويتا ح من مثلثى ابح حده ولتكونا اولا متساويين نقول
فنسبة اح الى حه كنسبة دح الى حب ولنجعل اح متصلا بحه
على الاستقامة و بح بحد ونصل به فلان نسبة المثلثين الى مثلث بحه
واحدة (ز ه) لتساويهما وكانت نسبة احدهما اليه نسبة اح الى حه (ا)
ونسبة الاخر اليه نسبة دح الى حب تساوت النسبتان (نا ه) وايضا ليتساو
النسبتان نقول فالمثلثان متساويان لكونهما مع مثلث بحه على النسبتين
(ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن المثلثان مثلثى ابح دهز
والمتساويتان زاويتى ا د فان تساوى ضلعا اب ده فالحكم ظاهر
لان تساوى المثلثين يقتضى تساوى ضلعى اح دز فانا اذا توهمنا تطبيق

اب على ده والزاوية على الزاوية واختلف ضلعا اح در اختلف المثلثان والنسبة المذكورة فى المقادير المساوية ثابتة وايضا كون الاضلاع على تلك النسبة تقتضى تساوى ضلعى اح در (ح ا) المقتضى لتساوى المثلثين (د ا) وان اختلف ضلعا اب ده وليكن اب اطول فنفصل منه اح مثل ده ونصل ح ح فيجب على تقدير تساوى المثلثين ان يكون ضلع در اطول من اح لانه ان ساواه اوكان اقصر منه كان مثلث دهر اصغر من مثلث اب ح وليكن اط مثل در ونصل طح طب فمثلث احط يساوى مثلث دهر (د ا) ومثلث اح ح مشترك يبقى مثلثا ح ب ح ح ط ح متساويين فح ح يوازى ب ط (لط ا) ونسبة اب الى اح اعنى الى ده كنسبة اط اعنى در الى اح (ع ا) واما على تقدير تساوى النسبتين فاذا كان اح اعنى ده اقصر من اب وجب ان يكون اح اقصر من در ونتمم الشكل ونبين من تساوى النسبتين يساوى مثلثى ح ب ح ح ط ح ونجعل اح ح مشتركا فيبين تساوى المثلثين ثم انا ان قدمنا هذا الشكل على الذى قبله وقسمنا كل واحد من السطحين المتوازيى الاضلاع الى مثلثين وبينا الحكم فى المثلثات يتبين فى السطحين

(يو)

كل اربعة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول فى الاخير كسطح احد الباقيين فى الاخر وان كان سطح الاول فى الاخير كسطح احد الباقيين فى الاخر كانت الخطوط متناسبة * ولتكن الخطوط اب ح د ه ر ونخرج من ا ح عمودى اع حك مثل خطى ر ه ونتمم سطحى اط حل (لا ا) فان كانت الخطوط متناسبة كانت اضلاع السطحين مع تساوى الزوايا متكافية نسبة اب الى حد كنسبة حك اعنى ه الى اع اعنى ر فكان السطحان متساويين (يد) وان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع متكافية (يد) فالخطوط متناسبة وذلك ما اردناه

(ير)

كل ثلثة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول فى الاخير كمربع الاوسط وان كان سطح الاول فى الاخير كمربع الاوسط فهى متناسبة * ولتكن الخطوط اب ح ونرسم د مثل ب (ب ا) فيصير الخطوط اربعة فان كانت متناسبة يكون سطح ا فى ح مثل سطح ب فى د (يو) اعنى ب فى نفسه

وان كان سطح ا فى ح مثل مربع ب اعنى سطح ب فى د كانت نسبة ا الى ب (يز) كنسبة د اعنى ب الى ح وذلك ما اردناه

(ع)

كل مثلثين متشابهين فنسبة احدهما الى الآخر كنسبة ضلعه الى نظيره من الآخر مثناة * مثلا نسبة مثلثى ا ب ح د ه ز المتشابهين كنسبة ب ح الى ه ز مثناة وليكن ب ع ثالث ضلعى ب ح ه ز فى النسبة (ب) ونصل اع فمثلثا ا ب ع د ه ز متساويا زاويتى ب ه ومتكافيا الاضلاع نسبة ا ب الى د ه اعنى ب ح الى ه ز كنسبة ه ز الى ب ع فهما متساويان (ه) ونسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ا ب ع اعنى مثلث د ه ز كنسبة ب ح الى ب ع (ا) التى هى نسبة ب ح الى ه ز مثناة وذلك ما اردناه اقول ولا يختلف البيان لكون ب ع مساويا لب ح او اطول منه وبوجه آخر ان كان د ه مساويا لا ب يساوى المثلثان (د ا) وثبت الحكم لان تثنية نسبة التساوى هى نسبة التساوى وان لم يكن مساويا له وليكن اقصر فنفصل من ب ا ب ع مثل د ه و ب ط مثل ه ز ونجعل ب ك ثالثا لهما فى النسبة (ب) ونصل ع ح ع ط ك ط ونبين بوازى ك ط ع ح بتساوى نسبتى ب ح ب ط ب ع ب ك ويساوى مثلثى ب ع ط ب ك ح بذلك فيكون لكون مثلث ب ع ط كمثلث د ه ز ومثلثى ا ب ح ك ب ح على نسبة ا ب ك ب نسبة مثلثى ا ب ح د ه ز كنسبة ب ا ب ك اعنى ب ا ب ع بل ب ا د ه مثناة

(نط)

السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة ينقسم بمثلثات متشابهة متساوية العدة ويكون نسبة سطح الى سطح كنسبة ضلعيهما النظيرين مثناة * مثلا سطحا ا ب ح د ه ز ح ط ك ل متشابهان ونصل ب ه ه ح ح ل ل ط فينقسمان بها بمثلثات متساوية العدة متشابهة لان زاوية ا كزاوية ز ونسبة ا ب الى ز ح كنسبة ا ه الى ز ل فمثلثا ا ب ه ز ح ل متشابهان (و) وتبقى زاوية ه ب ح كزاوية ل ح ط ونسبة ب ه الى ح ل اعنى ب ا الى ح ز كنسبة ب ح الى ح ط فمثلثا ه ب ح ل ح ط ايضا متشابهان وكذلك فى مثلثى ه ح د ل ط ك ولما كانت نسبة جميع الاضلاع النظائر واحدة ونسب مثلثات سطح الى نظائرها كنسبة واحد

الى واحد (ىه) بل كنسبة ضلع الى ضلع مثناة (٤) فنسبة السطح الى السطح كنسبة ضلع الى ضلع مثناة وذلك ما اردناه

(ك)

نريد ان نعمل على خط مفروض شكلا مستقيم الخطوط يشبه شكلا مفروضا* مثلا على خط اب شكلا يشبه حد فنقسمه به ر مثلثات ونرسم على ا من اب زاوية ب اح (١٤) كزاوية ى ه ر وعلى ب منه زاوية ب كزاوية ى ونخرج ضلعيهما الى ح فيكون مثلث ا ب ح شبيها بمثلث ه ى ر (ى) ثم نعمل على اح زاويتين كزاويتى حه ر ح ره ونخرج ضلعيهما الى ط وهكذا الى ان يتم الشكل فيكون شبيها بحد لما تقرر وذلك ما اردناه

(كا)

السطوح المشابهة لسطح واحد متشابهة* مثلا كسطحى ا ح الشبيهين بسطح ب وذلك لتساوى الزوايا النظائر وتناسب الاضلاع النظائر فيهما لكونهما فى شكلى ا ب وفى شكلى ح ب كذلك وذلك ما اردناه

(كب)

اذا عملت سطوح متشابهة على خطوط كل اثنين منها عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح كذلك وان كانت السطوح متناسبة كانت الخطوط كذلك* فلتكن الخطوط اب حد ه ر ح ط والسطوح كب لى وهما بعمل واحد و م ه ر س ح ط وهما بعمل واحد وليكن س ثالث خطى اب حد فى النسبة و ع ثالث خطى ه ر ح ط (ى) فان كانت نسبة اب الى حد كنسبة ه ر الى ح ط كانت نسبة كب الى لى المتشابهين كنسبة اب الى س (ط) اعنى اب الى حد مثناة ونسبة م ه ر الى س ح ط كنسبة ه ر الى ع (٤) وبالمساواة نسبة اب الى س كنسبة ه ر الى ع (ىه) فنسبة كب الى لى كنسبة م ه ر الى س ح ط (ا ه) وايضا ان كانت السطوح متناسبة كانت نسبة اب الى حد كنسبة ه ر الى ح ط فلتكن نسبة اب الى حد كنسبة ه ر الى ف ق (ا) ونعمل عليه ص ف ق شبيها بم ه ر (ك) فنسبة كب الى لى كنسبة م ه ر الى ص ف ق وكانت كنسبة م ه ر الى س ح ط فص ف ق س ح ط متساويان (ط ه) لتساوى نسبة م ه ر اليهما ومتشابهان لكونه شبيههما فهما متساويا الاضلاع النظائر ف ق كح ط فنسبة اب الى حد كنسبة ه ر الى ح ط وذلك ما اردناه

(ع)

السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على قطر سطح متوازى الاضلاع مشابهة له ومتشابهة والكل على وضع واحد * مثلا كسطحى طه رح الكائنين على قطر بد (لد ا) وذلك لان فى مثلث بدى يكون لتوازى هك دى نسبة بح الى هد بالتركيب (ب) اعنى الى حك كنسبة بد الى كد وفى مثلث باد نسبة بد الى كد كنسبة با الى طا اعنى الى كر فاضلاع سطحى اح رح النظائر متناسبة وزواياهما متساوية فهما متشابهان وكذلك نبين ان سطحى اح طه متشابهان فسطحا رح طه الشبيهان باح متشابهان (كا) وذلك ما اردناه

(كه)

اذا فصل سطح متوازى الاضلاع من سطح يشبهه على زاوية مشتركة ووضع واحد فهو على قطره * مثلا فصل سطح هح من اح على زاوية د المشتركة فالقطر يكون در والا فليكن دطب ونخرج طك موازيا لاى (لا ا) وهر الى ل فسطح هك على قطر سطح اى فنسبة اى الى ده كنسبة دح الى دك (ع) وكانت كنسبة دى الى دح فدك دح متساويان (ط ه) هذا خلف فاذن القطر در وذلك ما اردناه

(كو)

كل متوازيى الاضلاع تساوت زاويتان منهما فنسبة احدهما الى الاخر مؤلفة من نسبتى اضلاعهما * مثلا كسطحى اح حر المتساويى زاوية ح وليكن بح متصلا بحع على الاستقامة وهح بحد ونتمم سطح دع (لا ا) وليكن نسبة بح الى حع كنسبة ك الى ل ونسبة دح الى حه كنسبة ل الى م (يا) فنسبة ك الى م كنسبة ك الى ل مؤلفة بنسبة ل الى م ولان نسبة سطح اح الى سطح حط كنسبة بح الى حع (ا) اعنى ك الى ل ونسبة سطح حط الى سطح حر كنسبة دح الى حه اعنى ل الى م تكون نسبة سطح اح الى سطح حر بالمساواة المنتظمة كنسبة ك الى م (٢ ه) ونسبة ك الى م مؤلفة من نسبة ك الى ل اعنى نسبة بح الى حع ومن نسبة ل الى م اعنى نسبة دح الى حه فنسبة السطحين مؤلفة من نسبتى اضلاعهما وذلك ما اردناه

(كز)

نريدان نعمل سطحا يشبه سطحا ما ويساوى سطحا آخر *مثلا يشبه سطح ا ب ح
ويساوى سطح ى فنضيف الى ب ح سطحا يساوى ا ب ح (مد ا) وهو
ب ر ونخرج ب ح ونعمل على ح ر سطح ر ح (مه ا) مساويا لسطح ى
على ان يكون مع ر ب بين متوازيى ب ح ه ر فيحدث عرض ح ح
ولنستخرج بين ب ح ح ح وسطا فى النسبة (ط) وهو ط ك ونعمل عليه
سطح ط ل ك شبيها بسطح ا ب ح (ب) فهو ما اردناه وذلك لان نسبة ب ح
الى ح ح اعنى نسبة سطح ب ر الى سطح ر ح هو نسبة ب ح الى ط ك
مثناة اعنى نسبة سطح ا ب ح (ع) الى سطح ل ط ك وسطح ا ب ح
مساو لسطح ب ر فسطح ل ط ك الشبيه بسطح ا ب ح مساو لسطح
ر ح (مد ه) اعنى سطح ى وذلك ما اردناه

(كر)

اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التى تضاف الى خط وتنقص عن تمامه
سطوحا شبيهة بالمتوازى الاضلاع المعمول على نصف الخط وموضوعة
كوضعه هو المعمول على نصف الخط المشابه لسطوح النقصانات *مثلا
سطح ح ر مضاف الى ب ح وهو نصف ا ب ونتمم ح ه (لا ا) ونضيف
الى ا ب سطح ا ك كيف اتفق بشرط ان تنقص عن تمام الخط سطح
ب ك الشبيه بحر (ع) والموضوع كوضعه فنقول سطح ا م
المضاف الى ا ب الناقص عنه سطح ح ر الشبيه بسطح ب ك وهو سطح
النقصان اعظم من ا ك ونصل قطر ب م ونتمم الخطوط (لا ا)
فلان ه ط (لو ا) اعنى ط ر اعظم من ر ك (مح ا) اعنى ح ك يكون
جميع ح ه اعظم من جميع ا ك وذلك ما اردناه

(كط)

نريدان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع مساويا لسطح
مستقيم الخطوط على ان ينقص المضاف عن تمام الخط سطحا شبيها بشكل
مفروض متوازى الاضلاع ويجب ان لا يكون السطح المستقيم الخطوط
اعظم من الذى يضاف الى نصف الخط شبيها بالشكل المفروض لما مر فى الشكل
المتقدم *فليكن الخط ا ب والسطح المستقيم الخطوط ح والمتوازى
الاضلاع المفروض ى ر والمطلوب ان نضيف الى ا ب متوازى اضلاع
مساويا لسطح ح على ان ينقص عن ا ب سطحا يشبه سطح ى ر فننصف

اب (ی ا) على ح ونعمل على بح حك شبيها بدر (ك) ونتمم سطح
اط فان كان اط مثل ج فقد عملنا وان كان اط اعظم من ج جعلنا هم
مساويا بالفضل اط على ج وشبيها بدر (كو) فيكون سطحا حك هم
الشبيهان بدر متشابهين (كا) وليكن زاوية ل مساوية لط و هل نظيرا
لحط فنفصل طس مثل هل و طع مثل لم ونخرج عه موازيا لطح
و سف ق موازيا لاب ونصل بط القطر فسطح اب هو المطلوب
وذلك لان سع اعنى هم هو فضل اط اعنى حك على ج (لو ا)
فيكون علم سف ع اعنى سطح اف مساويا لج فاذن قد اضفنا اف
الى خط اب مساويا لج وقد نقص عن تمام اب سطح هق الشبيه بدر
(ع) وذلك ما اردناه اقول والوجه فى تحصيل فضل اط على ج ان نعمل
على اح سطح اس مثلا مساويا لج فيبقى سطح بص الفضل

(كط)

نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع مساويا لسطح
مفروض مستقيم الخطوط على ان تزيد المضاف على تمام الخط سطحا شبيها
بشكل متوازى الاضلاع مفروض * فليكن الخط اب والسطح المستقيم
الخطوط ج والمتوازى الاضلاع المفروض دز والمطلوب ان نضيف
الى اب متوازى اضلاع يساوى سطح ج على ان تزيد على تمام اب سطحا
يشبه دز فننصف اب على ح ونعمل على بح حك شبيها بدر (ك)
ونعمل سطح قش مساويا للسطحى حك ج معا وشبيها بدر (كو) فيكون
سطحا قش حك متشابهين (كا) ولتكن زاويتا ط ر متساويتين وضلعا
طح رق نظيرين ونخرج طح الى ان يصير طم مثل رق و طك
الى ان يصير طل مثل رش ومن م ل م ه له موازيين لاب كب
ونتمم الشكل فسطح اه هو المطلوب وذلك لان سطح مل اعنى قش
يساوى جميع حك ج فعلم ح ه ك اعنى سطح اه يساوى ج وهو
المضاف الى اب وقد زاد على تمامه هب الشبيه بدر وذلك ما اردناه اقول
وان اردنا جمع هذين الشكلين قلنا نريد ان نضيف الى خط اب متوازى
اضلاع يساوى سطح ج و يحدث على الفضل بين ضلعه المنطبق على اب
وبين اب سطح يشبه ده فلننصف اب على د ونعمل على بد ر سطح
بح شبيها بده ونتمم اح فان اردنا ان يكون المضاف ناقصا عن الخط ويشترط

فبدان لايكون ح اعظم من اح وكان ح مثل اح فقد عملنا والا اخذنا فضل اح على ح وان اردنا ان يكون زائدا اخذنا مجموعهما وعملنا طك مساويا للمأخوذ شبيها بده فهو يشبه ﺳـ ح (كا) ولتكن زاويتا ح ل متساويتين وضلعا طل رح نظيرين فنفصل ح م مثل لط و ح ن مثل لك ونخرج م س ن س موازيين لضلعي سطح ﺳـ ح فاس هو السطح المضاف المساوى لـ ح وقد حدث على الفضل بين ضلعه وبين اب سطح ﺳـ س الشبيه بده وبيان مساواته لـ ح بمثل مامر فان اردنا ان يكون السطح الناقص او الزائد مربعا نصفنا اب على ى فان كان مربع النصف مساويا لـ ح واردنا النقصان فمربع النصف هو السطح المضاف والا عملنا مربعا يساوى فضل مربع نصف اب على سطح ح او مجموعهما ونفصل مثل ضلعه من نصف اب ان كان اصغر منه او بعد اخراجه ان كان اعظم وهو ى ه فسطح اه فى ه ب هو السطح المضاف لكون الفضل بينه وبين مربع ى ب او ى ه هو مربع ى ه او ى ب يتبين ذلك مما مر فى المقالة الثانية ويكفى من هذا الشكل هذا القدر

(ل)

نريد ان نقسم خطا على نسبة ذات وسط وطرفين * مثلا خط اب فنعمل عليه مربع اى ونضيف الى اح سطحا متوازى الاضلاع مثل اى (كط) وهو رط نزيد على تمام الخط مربع رح فالخط قد انقسم على ح القسمة المذكورة وذلك لان رط مثل اى ويبقى رح مثل ى ح وزاويتا ح منهما متساويتان فبالتكافو (يد) نسبة طح الى ح اعنى اب الى اح كنسبة اح الى ح ب وذلك ما اردناه اقول وهذه القسمة هى التى ذكرت فى الشكل الحادى عشر من المقالة الثانية الا ان حال النسبة لم يمكن ان نذكر هناك فذكرها ههنا مع وجه آخر يليق بهذا الموضع

(لا)

اذا ركب مثلثان على زاوية يحيط بها ضلعان منهما متوازيان لاخرين ونسبة المتوازية كل الى نظيره واحدة فان الضلعين الباقيين متصلان على الاستقامة فليكن المثلثان اب ح ب ده وقد ركب على زاوية ح ب ه ونسبة اح الى ب ه المتوازيين كنسبة ب ح الى ده المتوازيين نقول فاب ى خط واحد وذلك لان زاويتى ح ه متساويتان لكون كل واحدة مساوية لزاوية ح ب ه المبادلة لهما والاضلاع المحيطة بهما متناسبة فالمثلثان متشابهان وجميع زاويتى

اح المساوى لزاوية حدى معزاوية حدا يعادل قائمتين (لد ا) فزاويتا
حدا حدى يعادلان قائمتين فاد خط واحد (يد ا) وبعبارة اخرى
اذا ركب مثلثان متشابهان على زاوية وقد احاط بها ضلعان متوازيان لنظيريهما
فالقاعدتان متصلتان على الاستقامة وذلك لان زاوية ح كباد لتبادل ه (كط ا)
وزاوية اكزاوية هدى فاذا جعلنا حد امشتركة صارت زوايا المثلث
كزوايا ب فهى كقائمتين (لد ا) فالخط على الاستقامة (يد ا) وذلك اردناه

(لد)

كل مثلث قائم الزاوية فان الشكل المستقيم الخطوط المضاف الى وتر
زاويته القائمة يساوى الشكلين المضافين الى ضلعيها اذا كانا
شبيهين به وعلى وضعه * وليكن المثلث احد والقائمة زاوية ا وذلك
لان نسبة مربع بح الى مربع با كنسبة بح الى با مثناة
(يط) وكذلك نسبة الشكل المضاف الى بح الى شبيهه المضاف الى با فنسبة
مربع بح الى مربع با كنسبة الشكل المضاف الى بح (يا ه) الى الشكل
المضاف الى با وكذلك نسبة مربع بح الى مربع حا كنسبة الشكل
المضاف الى بح الى الشكل المضاف الى حا فنسبة مربع بح الى مربعى
با حا كنسبة الشكل المضاف الى بح الى الشكلين المضافين اليهما ومربع
بح يساوى المربعين (مز ا) فالشكل المضاف الى بح يساوى الشكلين
وبوجه آخر ولنخرج عمود اد فنسبة الشكل المضاف الى بح الى المضاف الى
با كنسبة بح الى با مثناة (يط) اعنى كنسبة بح الى بد ونسبة الشكل
المضاف الى بح الى المضاف الى حا كنسبة بح الى حد فنسبة الشكل
المضاف الى بح الى الشكلين المضافين الى با حا معا كنسبة بح
الى بد حد معا ولكن بح مساو لبد دح معا فالشكل المضاف
الى بح يساوى المضافين الى با حا وذلك ما اردناه

(لج)

اذا كانت فى دائرتين متساويتين زاويتان على المركز او على المحيط فان نسبة
احديهما الى الاخرى كنسبة القوسين اللتين عليهما * ولتكن الدائرتان احد
دهر والزاويتان اما على المحيط فزاويتا ا د واما على المركز فزاويتا ع ط
نقول فنسبة قوس بح الى قوس هر كنسبة زاوية ا الى زاوية د او زاوية
ع الى زاوية ط ولنفصل فى دائرة احد قسى حك كل مساوية لقوس

بـد ما امكن وفى دائرة دهر قسى رم مد مساوية لقوس هر ما امكن ونصل حك حل طم طد فقسى بـد دك كل اضعاف لقوس بـد وجميع زاوية بـحل اضعاف لزاوية بـحد بتلك العدة وكذلك قسى هر رم مد لقوس هر وزاوية هطد لزاوية هطر فان كانت قوس بـل زائدة على قوس هد كانت زاوية بـحل زائدة على زاوية هطد وان كانت قوس بـل مساوية او ناقصة كانت زاوية بـحل كذلك فاذن نسبة بـد الى هر كنسبة زاويتى ح ط بل كنسبة نصفيهما اعنى زاويتى ا ى (ط د)

وذلك ما اردناه

تمت المقالة السادسة بتأييد الله تعالى

المقالة السابعة تسعة وثلثون شكلا

صدر الوحدة هى ما يقال به لشئ ما واحد والعدد هو الكمية المتألفة
من الوحدات اقول وقد يقال لكل ما يقع فى مراتب العدد عدد فيقع اسم العدد
على الواحد ايضا بهذا الاعتبار العدد الاقل ان كان يعد الاكثر فهو جزء له
والاكثر المعدود به اضعافه العدد الزوج هو الذى ينقسم بمتساويين والفرد
هو الذى لا ينقسم بهما والذى تفاضل الزوج بواحد وزوج الزوج هو الذى يعده
زوج مرات اعدادها زوج وزوج الفرد هو الذى يعده فرد مرات عددها
زوج وفرد الفرد هو الذى يعده فرد مرات عددها فرد والعدد الاول
هو الذى لا يعده غير الواحد والمركب هو الذى يعده عدد آخر وفى نسخة
ثابت والاول عند عدد آخر هو الذى لا يعدهما معا غير الواحد والمركب عند
عدد آخر هو الذى يعدهما عدد آخر الاعداد المشتركة هى المختلفة التى
يعدها جميعا غير الواحد والمتباينة هى التى لا يعدها جميعا غير الواحد
والعدد المضروب فى عدد هو الذى يضعف بعدة احاد المضروب فيه فيجتمع
احد والعدد المربع هو المجتمع من ضرب عدد فى مثله ويحيط به عددان متساويان
والعدد المكعب هو المجتمع من ضرب عدد فى مربعه ويحيط به ثلثة
اعداد متساوية والعدد المسطح هو المجتمع من ضرب عدد فى عدد ويحيط به
عددان هما ضلعاه والعدد المجسم هو المجتمع من ضرب عدد فى عدد مسطح
ويحيط به ثلثة اعداد هى اضلاعه والاعداد المتناسبة هى التى يكون الاول
منها للثانى والثالث للرابع اضعافا متساوية او جزءا او اجزاء بعينها
والاعداد المسطحة او المجسمة المتشابهة هى التى اضلاعها متناسبة
والعدد التام هو المساوى لجميع اجزائه الاشكال

(١)

كل عددين ينقص من اكثرهما ما فيه من امثال الاقل فيبقى اقل من الاقل
ثم من الاقل ما فيه من امثال ذلك الباقى فيبقى اقل منه ثم من الباقى الاول
امثال الباقى الثانى وهكذا من غير ان يعد باق باقيا يليه قبله حتى
ينتهى الى الواحد فهما متباينان * مثلا ننقص من اب الاكثر ما فيه
من امثال حد الاقل فيبقى طا اقل من حد ثم ننقص من حد ما فيه من امثال
طا فبقى حه ثم من طا ما فيه من حه فبقى كا الواحد نقول فا
حد متباينان والا فليعدهما غير الواحد وهو عدد هر فهر يعد

حء الذى يعد ـبط فهو يعد ـبط وكان يعد اب فيعد طا الذى يعد ءع فيعد ءع وكان يعد حء فيعد حع الذى يعد طك فيعد طك وكان يعد طا فيعد كا الواحد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

نريد ان نجد اكثر عدد يعد عددين مشتركين* كعددى اب حء فان كان حء الاقل يعد اب وهو يعد نفسه فهو اكثر عدد يعدهما وان كان لا يعده بل يعد به منه ويبقى اه اقل من حء وهو لا يعد حء بل يعد ءر منه ويبقى حر اقل منه ويجب الانتهاء الى عدد يعد الذى قبله غير الواحد لكون اب حء مشتركين بالفرض فليعد حر اه فهو اكثر عدد يعدهما اما انه يعدهما فلانه يعد اه الذى يعد ءر فهو يعد ءر ويعد نفسه فهو يعد جميع حء و حء يعد هب فهو يعد هب وكان يعد اه فهو يعد اب ايضا واما انه اكثر عدد يعدهما فلانه ان لم يكن اكثر فليكن حط اكثر منه وهو يعدهما فيعد حء الذى يعد هب فيعد هب ويعد اب فيعد اه الذى يعد ءر فيعد ءر ويعد حء فيعد حر وكان اكثر منه هذا خلف فاذن لا اكثر من حر يعدهما وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ان كل عدد يعد عددين فانه ايضا يعد اكثر عدد يعدهما

(ح)

نريد ان نجد اكثر عدد يعد اعدادا مشتركة فوق اثنين* كاعداد ا ب ح فنأخذ اكثر عدد يعد ا ب (ب) وهو ء ثم ء ان كان يعد ح ايضا فهو اكثر عدد يعد الثلثة والا فليكن ه اكثر عدد يعدها فهو يعد ا ب ويعد اكثر عدد يعدهما (ب) اعنى ء فه الاكثر يعد ء الاقل هذا خلف وان كان ء لا يعد ح اخذنا اكثر عدد يعدهما (ب) ولابد من وجوده لكون الاعداد مشتركة فليكن ه فهو يعد ء الذى يعد ا ب ويعد ح فيعد الثلثة ولا اكثر منه يعدها والا فهو ر ولانه يعد ا ب يعد ء وكان يعد ح فيعد اكثر عدد يعدهما اعنى ه فر الاكثر يعد ه الاقل هذا خلف فاذن وجدنا اكثر عدد يعد الثلثة اعنى ه وذلك ما اردناه

(ء)

العدد الاقل من الاكثر اما جزء او اجزاء كحء من اب لانه ان كان يعده فهو جزؤه والا فلنفصله على حط الى آحاده ان كان متباينا لاب اوالى اقسامه المساوية له ر ان كان مشاركا له ويعدهما ه ر فكل واحد من حع

ح ط ط د جزء لا ب والجميع وهو د ه اجزاء وذلك ما اردناه اقول اما الجزء فلا يكون الا افضل واما الاجزاء فقد يكون افضل وقد يكون اكثر

(ه)

اذا كان عددان كل واحد منهما جزء بعينه لاخر كان مجموعهما ذلك الجزء من مجموع الاخرين *مثلا اب جزء لجد و هز ذلك الجزء لح ط فجميع اب هز ايضا ذلك الجزء لجميع د ح ط ولنفصل د ى ك الى امثال اب وح ط ل الى امثال هز فجميع ح ل معا كاب هز معا وكذلك ى ك لط والعدة كالعدة فاذن فى د ح ط مقترنين من اب هز معا مثل ما فى احدهما وحده من نظيره وذلك ما اردناه

(و)

اذا كان عددان كل واحد منهما اجزاء بعينها لاخرين فمجموعهما يكون تلك الاجزاء من مجموع الاخرين *مثلا اب اجزاء لجد و هز تلك الاجزاء بعينها لح ط فجميع اب هز ايضا تلك الاجزاء لجميع د ح ط فلنفصل اب ك الى اجزاء د ى و هز ل الى اجزاء ح ط و اك لجد و هل لح ط جزء واحد فجميع اك هل ذلك الجزء لجميع د ح ط وعدة اك كب كعدة هل لز فمجموعهما لمجموع د ح ط تلك الاجزاء التى كان احدهما لنظيره وذلك ما اردناه

(ز)

اذا كان عددان احدهما جزء للاخر ونقص منهما عددان احدهما ذلك الجزء للاخر النظير من النظير بقى عدد ان احدهما ذلك الجزء ايضا للاخر* مثلا اب لجد و اه لجز جزء واحد فاذا نقص الاخيران من الاولين بقى هب لزد ذلك الجزء وليكن هب لجح الجزء الذى كان اه لجز فجميع اب لحز ذلك الجزء وكان لجد ايضا كذلك فحز د عدد واحد و حز مشترك فحج كزد فهب لزد ذلك الجزء وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم يكن هب لزد ذلك الجزء فليكن لزط ذلك الجزء فالحط ذلك الجزء (ه) وكان لجد كذلك فحد كحط هذا خلف فالحكم ثابت

(ح)

اذا كان عددان احدهما اجزاء للاخر ونقص منهما عددان احدهما تلك الاجزاء للاخر النظير من النظير بقى عددان احدهما ايضا تلك الاجزاء

من الاخر

من الاخر* مثلا اب اجزاء جد و اه جز المنقوصين تلك الاجزاء فهب زد
الباقيين تلك الاجزاء ولنجعل حط مثل اب ولنفصله الى اجزاء حى بك
ولنفصل اه الى اجزاء حر بل وعدة حك كط كعدة ال له وجزء
حك جد بجزء ال جز وحى اكثر من حر فحك اكثر من الحم وليكن
مثل ال فيبق مك زد كحك جد (ز) وكذلك ليكن له مثل طن
ويبق كن زد كطن جز فجميع حم طن اعنى اه جز بجميع من
اعنى هب زد وذلك ما اردناه اقول و بوجه آخر لما كان الجزء الواحد من اه
جز اقل من الجزء الواحد من اب جد وكانت البقايا بعد نقصان الاجزاء التى
فى اه من الاجزاء التى فى اب هى هب فان لم تكن تلك البقايا اجزاء زد كاجزاء
اه جز فلتكن اجزاء زس كذلك ويكون جميع اب جس كذلك (و)
وقد كان جد كذلك فجس جد متساويان هذا خلف فالحكم ثابت

(ط)

اذا كان كل واحد من عددين جزأ بعينه لكل واحد من آخرين فاذا ابدلنا كان الجزء
للجزء ذلك الجزء او الاجزاء التى يكون الكل للكل على الولاء* مثلا اب جزء
جد و هز ذلك الجزء بعينه لحط فاب لهز ذلك الجزء او الاجزاء الذى
يكون جد لحط وذلك لانا اذا فصلنا جد الى امثال اب بك
و حط الى امثال هز بل كان جك من حل و كد من لط
ذلك الجزء او الاجزاء الذى يكون اب من هز فاذن جميع جد من حط
يكون ايضا ذلك الجزء (ه) او الاجزاء (و) وذلك ما اردناه

(ى)

اذا كان كل واحد من عددين اجزاء بعينها لكل واحد من آخرين فاذا بدلنا كانت
الاجزاء للاجزاء ذلك الجزء او الاجزاء الذى يكون احد الاخرين للاخر على
الولاء* مثلا اب اجزاء جد و هز تلك الاجزاء لحط فاب لهز ذلك الجزء
او الاجزاء الذى يكون جد لحط ولنفصل اب الى اجزاء جى بك و هز
الى اجزاء حط بل وكل واحد من اك كب لكل واحد من هل لز هو
الجزء او الاجزاء الذى يكون جميع اب لجميع هز كما مر والذى يكون جد لحط
كما فى الشكل المتقدم فاب لهز ذلك الجزء او الاجزاء الذى جد لحط وذلك
ما اردناه

(يا)

اذا نقص من عددين عددان على نسبتهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة*

مثلا نقص من اب دى عددا اه حر وكانت نسبة اد الى حى كنسبة اه الى حر نقول فنسبة هب الى رى كذلك وذلك لان اب لدى هو الجزء او الاجزاء الذى يكون اه لحر فيبقى هب لرى كذلك (ر) (ح) فنسبتهما كتلك النسبة وذلك ما اردناه

(ب)

اذا كانت اعداد متناسبة فنسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى *مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د فنسبة ا الى ب كنسبة جميع اح الى جميع ب د وبيانه بالجزء (ه) والاجزاء (و) ظاهر وذلك ما اردناه

(ى)

اذا كانت اربعة اعداد متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة *مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى د وذلك لان ا لب هو الجزء او الاجزاء الذى يكون ح لد وبالابدال ا لح هو الجزء (ط) او الاجزاء (ى) الذى يكون ب لد فهى متناسبة وذلك ما اردناه اقول وبهذه الاشكال الثلثة يتبين التفصيل والتركيب فى الاعداد فليكن نسبة اب الى بح كنسبة ده الى هر تارة على سبيل التركيب وتارة على سبيل التفصيل اقول اذا فصلنا المركب او ركبنا المفصل كانت نسبة اح الى حب كنسبة در الى ره وذلك لان بالابدال نسبة اب الى ده كنسبة بح الى هر فنسبة اح الى در (يب) كنسبة بح الى هر وبالابدال نسبة اح الى بح كنسبة در الى ره

(يد)

اذا كان صنفان من الاعداد كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر كانت فى المساواة متناسبة * مثلا ا ب ح صنف و د ه ر صنف ونسبة اب كنسبة ده ونسبة بح كنسبة هر نقول فنسبة اح كنسبة در وذلك لان بالابدال (ى) تكون نسبة ا د كنسبة ب ه ونسبة ب ه كنسبة ح ر فنسبة ا د كنسبة ح ر وبالابدال نسبة ا ح كنسبة د ر وذلك ما اردناه اقول وقد استعمل فى هذا الشكل ان النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية ولم نبين ذلك فى الاعداد لسهولة بيانه بالجزء والاجزاء واما المساواة المضطربة فبيانها فى الاعداد انما يأتى بعد حكمين سيأتى بيانهما احدهما اثبات التأليف فى النسبة العددية وسيأتى هذا فى المقالة الثامنة والثانى ان مسطح عدد فى آخر كمسطح الاخر فيه وسيأتى هذا عن قريب

وذلك

وذلك ليتبين ان الحاصل من ضرب قدر النسبة الاولى فى قدر النسبة الثانية هو الحاصل من ضرب قدر الثانية فى قدر الاولى فيثبت المطلوب

(يه)

اذا كان الواحد يعد عددا بقدر ما يعد ثان ثالثا فالواحد بالابدال يعد الثانى بقدر ما يعد الاول الثالث * مثلا الواحد يعد اب بقدر ما يعد جد هز فالواحد يعد جد بقدر ما يعد اب هز وذلك لان فى هز من امثال جد كما فى اب من الاحاد واذا فصلنا هز بك ل الى امثال جد و اب ح ط الى الاحاد فالواحد يعد جد ككل واحد من اح حط طب كل واحد من هك كل لز بل جميع اب (يج) جميع هز وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اوجز فلان عدد ما فى اب من الاحاد كعدد ما فى هز من امثال جد فالواحد يعد كما يعد جميع تلك الاحاد وهى اب جميع الامثال وهى هز

(يو)

مسطح عدد فى آخر كمسطح الاخر فيه * فليكن مسطح ا فى ب جـ ومسطح ب فى ا د نقول جـ كد وذلك لان الواحد يعد ب كما يعد اجـ بحكم ضرب ا فى ب ويعد ا كما يعد ب د بحكم ضرب ب فى ا فاذا ابدلنا صار الواحد يعد ب (يه) كما يعد ا د وكان كما يعد ا جـ فاذن ا يعد جـ و د عددا واحدا فهما عدد واحد وذلك ما اردناه

(يز)

كل عددين يضربان فى عدد فنسبة المسطحين كنسبتهما * مثلا ضرب عددا ب جـ فى ا فحصل مسطحا د ه نقول فنسبة د الى ه كنسبة ب الى جـ وذلك لان الواحد يعد ا كما يعد ب د و جـ ه فنسبة ب الى د كنسبة جـ الى ه واذا ابدلنا (يج) كانت نسبة ب الى جـ كنسبة د الى ه وذلك ما اردناه

(يح)

كل عدد يضرب فى عددين فنسبة المسطحين كنسبتهما * مثلا ضرب جـ فى اب فحصل مسطحا د ه نقول فنسبة ا الى ب كنسبة د الى ه وذلك لانه لا فرق بين ضرب جـ فى اب وبين ضربهما فيه (يو) فى حصول مسطحى د ه فاذن هما ههنا على نسبة اب كما كانا هناك وذلك ما اردناه

(يط)

كل اربعة اعداد فان كانت متناسبة كان مسطح الاول فى الرابع كمسطح الثانى

فى الثالث وان كان المسطح كالمسطح كانت متناسبة * مثلا ا ب
ح د اربعة اعداد وليكن متناسبة نقول فسطح ا فى د وهو ه كسطح
ب فى ح وهو ز ولنضرب ا فى ح فيحصل ح فا ضرب فى ح د
وحصل ح ه فنسبة ح الى د كنسبة ح الى ه (ع) وايضا ا ب
ضرب فى ح وحصل ح ز فنسبة ا الى ب اعنى ح الى د كنسبة ح
الى ز (ىر) وكانت كنسبة ح الى ه فنسبة ح الى ه و ز واحدة
فهما متساويان وايضا ليكن ه ز متساويين نقول فنسبة ا ب كنسبة
ح د وذلك لان نسبة ح ز بالبيان المذكور كنسبة ا ب (ىر)
ونسبة ح ه كنسبة ح د (ع) ونسبة ح الى ز ه المتساويين واحدة
فنسبة ا ب كنسبة ح د وذلك ما اردناه اقول وقد استعمل ههنا
ايضا ان نسبة المتساويين الى شئ واحد واحدة وعكسه ولم يبين ذلك
فى الاعداد لسهولة بيانهما بالجزء والاجزاء وقد ظهر من هذا ان كل ثلثة
اعداد فان كانت متناسبة كان مسطح الاول فى الثالث كمربع الثانى
وان كان المسطح كالمربع كانت متناسبة

(ك)

اقل الاعداد على نسبة يعد جميع الاعداد التى على نسبتها عدا واحدا الاقل
للاقل والاكثر للاكثر * فليكن ا ب ح د على نسبة و ه ز ح ط اقل عددين
على تلك النسبة فه ز يعد ا ب بقدر ما يعد ح ط ح د وذلك لان ه ز لا يخلوا
من ان يكون جزأ لا ب (ى) او اجزاء فان كان اجزاء فلنفصله بك الى جزئى
ه ك ك ز لا ب ويكون ح ط تلك الاجزاء بعينها (ى) لح د وليكن ح ل
ل ط ويكون قدر ه ك من ح ل كقدر ه ز من ح ط فه ك ح ل اقل
من ه ز ح ط وعلى نسبتهما وكان ه ز ح ط اقل عددين على نسبتهما
هذا خلف فاذن ه ز جزء لا ب ويكون لا محالة ح ط مثل ذلك
الجزء (ى) لح د فيكون عدهما لهما سواء وذلك ما اردناه

(كا)

اقل الاعداد على نسبة يكون متباينة * مثلا كا ب والا فليعد هما
ح بد ه فسطحا ح فى د ه هما ا ب فنسبة د ه كنسبة ا ب (ع)
وهما اقل من ا ب هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول
والواحد يجب ان يدخل فى قوله اقل الاعداد ليصح الحكم

(يه)

المتباينان اقل عددين على نسبتهما * كا ب والا فليكن ح د اقل منهما وعلى نسبتهما فيعد انهما (ك) لا محالة بعدد ويعدهما ه بعددي ح د فهما مشتركان وفرض متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يو)

العدد الذي يعد احد المتباينين مباين للآخر * كا الذي يعد ا المباين لب فهو مباين لب والا فليعدهما د فد يعد ح الذي يعد ا فيعد ا ويعد ب فا ب مشتركان وفرضا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يز)

كل عددين يباينان آخر فسطح احدهما في الآخر يباينه * مثلا اب مباينان لح ومسطحهما د فهو يباين ح والا فليعدهما ه وليكن ه يعد د بر فه في ر د وكان ا في ب د فنسبة ه الى ا كنسبة ب الى ر (نط) و ه يعد ح فيباين ا (يو) فهما اقل (يه) عددين على نسبتهما ويعدان (ك) ب ر فه يعد ب وكان يعد ح فب ح مشتركان وفرضا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يح)

مربع المباين مباين * مثلا ا مباين لب و ح مربع ا فهو مباين ايضا لب وليكن د مثل ا فا د مباينان لب و ح مسطح احدهما في الآخر فهو ايضا مباين لب (يز) وذلك ما اردناه

(يط)

اذا كان كل واحد من عددين يباين كل واحد من آخرين فسطح الاولين يباين مسطح الآخرين * مثلا يباين كل واحد من ا ب كل واحد من ح د ومسطح ا ب ه ومسطح ح د ر فهما متباينان وذلك لان اب يباينان ح فه يباين ح (يز) ويباينان د فه يباين د لح د يباينان ه فر يباين ه وذلك ما اردناه

(ك)

كل متباينين فمربعاهما متباينان وكذلك مكعباهما وما يعدهما من المراتب التي لا تحصى * مثلا ا ب متباينان و ح د مربعاهما فهما متباينان و ه ر مكعباهما فهما ايضا كذلك وذلك لان ا ب متباينان فمربع كل واحد منهما يباين الآخر (يح) فا يباين د فمربعه وهو ح يباين د وكل واحد

من ا ج مباين لكل واحد من ب د فسطح ا ج وهو ه مباين (كو) لمسطح ب د وهو ز وكذلك فيما يعدهما وذلك ما اردناه

(كح)

كل عددين فان كانا متباينين كان مجموعهما بعد التركيب يباين كل واحد منهما وان كان مجموعهما يباين كل واحد منهما كانا بعد التفصيل متباينين * مثلا ا ب ب ج عددان وليكونا متباينين فا ج يباين ا ب والا فليعدهما د ويعد لا محالة ب ج فا ب ب ج مشتركان هذا خلف وكذلك ا ج يباين ب ج وايضا ليكن ا ج ا ب متباينين فا ب ب ج متباينان والا فليعدهما د ويعد ا ج لا محالة فا ج ا ب مشتركان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وعلى هذا القياس ان جعلا مشتركين

(كط)

العدد المركب يعده عدد اول * مثلا ا مركب وليعده ب فان كان ب اولا ثبت الحكم والا فليعده ج وكذا القول فيه فان لم ينته الى عدد غير مركب وجب ان يعد عددا مفروضا متناهي الاحاد مركبات مرتبة غير متناهية كل واحد اكثر من الذي يعده هذا خلف فلا بد من ان ينتهي الى عدد اول وليكن هو ج فج يعد ا وهو اول وذلك ما اردناه

(ل)

كل عدد فهو اول او يعده اول * مثلا ا عدد فان كان اولا ثبت احد القسمين والا فيعده اول (كط) وذلك ما اردناه

(لا)

الاول مباين لكل عدد لا يعده * مثلا ا اول فهو مباين لب الذي لا يعده والا فليعدهما عدد غير الواحد وكان ا اول هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لب)

اذا عد الاول مسطحا عد احد ضلعيه * مثلا ا اول و ب مسطح ضلعاه ج د و ا يعد ب فهو يعد اما ج واما د وذلك لانه ان كان يعد ج ثبت الحكم والا لكانا متباينين (لا) وليكن ا يعد ب بقدر ه فا في ه هو ب وكان ج في د هو ب فنسبة ا الى ج (يط) كنسبة د الى ه و ا ج اقل الاعداد على نسبتهما لكونهما متباينين (كب) فا يعد د (ك) وذلك ما اردناه

(لج)

نريد ان نجد اقل الاعداد على نسبة اعداد معلومة كا ب د المتوالية فان كانت متباينة فهي اقل الاعداد (كـ) على نسبتها وان كانت مشتركة فليكن ى اكثر عدد يعدها (د) وليعد ابه و ب بر و د بح فه ر ح اقل الاعداد على تلك النسبة والا فليكن ط ك ل اقل الاعداد وليعد (ك) ط ا و ك ب و ل د بم فم فى ط ا وكان ى فى ه ا فنسبة ه الى ط (لط) كنسبة م الى ى و ه اكثر من ط فم اكثر من ى وهو يعد ا ب د وكان ى اكثر عدد يعدها هذا خلف فاذن ليس غيره ر ح اقل اعداد على تلك النسبة وذلك ما اردناه

(لد)

نريد ان نجد اقل عدد يعده عددان مختلفان * كا ب فان كان الاقل يعد الاكثر والاكثر يعد نفسه فالاكثر هو المطلوب والا فان كانا متباينين فلنضرب ا فى ب ليحصل د وهو المطلوب اما انهما يعدانه فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه فلانهما لو عدا اقل منه فليعد اى وليعده ابه و ب بر فضرب ا فى ه هو ى وكذلك ضرب ب فى ر فنسبة ا الى ب (لط) كنسبة ر الى ه و ا ب اقل الاعداد (كـ) على نسبتها لكونهما متباينين فا يعد ر (ك) و ب ضرب فى ار فحصل د ى فنسبة ا الى ر كنسبة د الى ى (ع) فالاكثر يعد ايضا ى الاقل هذا خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل من د وان كانا مشتركين فليكن ر ه اقل عددين (لج) على نسبتها ونسبة ا الى ب كنسبة ر الى ه ويضرب ا فى ه او ب فى ر ليحصل د (لط) وهو المطلوب اما انهما يعدانه فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه فلانهما لو عدا اقل منه فليعد اى وليعده ابح و ب بط فا فى ح ى وكذلك ب فى ط فنسبة ا الى ب كنسبة ط الى ح (لط) وكانت كنسبة ر الى ه فنسبة ر الى ه كنسبة ط الى ح (يد) و ر ه اقل عددين على نسبتهما فر يعد ط (ك) و ب ضرب فى ر ط فحصل د ى فنسبة ر الى ط كنسبة د الى ى (ع) فالاكثر يعد ايضا ى الاقل هذا خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل من د وذلك ما اردناه

(له)

اقل عدد يعده عددان فهو يعد كل عدد يعدانه * مثلا ح ط اقل عدد يعده عددا ا ب ح ى وهما يعدان ه ر فح ط يعد ه ر والا فليبق من ه ر الاكثر ر ك غير معدود بح ط الاقل لكونه اقل من ح ط و ا ب ح ى يعدان ه ك لانهما يعدان ح ط وهو يعد ه ك ويعدان جميع ه ر فهما

يعدان د ر وكان ح ط اقل عدد يعدانه وهو اكثر من د ر
هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لو)

نريدان نجد اقل عدد يعده اعداد فوق اثنين * كاعداد ا ب ح فلنأخذ اقل
عدد (لد) يعده عددا ا ب وهو د فان عده ح فهو اقل عدد يعده الثلثة
امّا ان الثلثة يعده فظاهر واما انه اقل عدد فلانه اولم يكن اقل فليكن الاقل ه
ويعده ا ب فيعده د (له) الذى هو اقل عدد يعدانه و د اكثر منه
هذا خلف وان لم يعد ح د فلنأخذ اقل عدد (لد) يعده ح د وهو ه
فهو اقل عدد يعده ا ب ح اما انه يعده فلان ا ب يعدان د وهو يعد ه
فهما يعدان ه و ح يعده واما انه اقل عدد فلانه لولم يكن اقل فليكن الاقل ر
وتبين بمثل ما مر ان ه يعده وهو اكثر منه هذا خلف فاذن وجدنا ما اردناه

(لر)

كل عدد يعده عدد فالمعدود جزء سمى للعاد * مثلا ا يعده ب وليكن
الواحد يعد ح بقدر ما يعد ب ا وبالابدال (به) يعد الواحد ب بقدر ما يعد
ح ا فالواحد من ب هو الجزء الذى يكون ح من ا والواحد من ب
جزء سمى لب فح جزء لا المعدود سمى لب العاد وذلك ما اردناه

(لح)

كل عدد له جزء فسمى ذلك الجزء يعده * مثلا ب جزء من ا وليكن
الواحد من ح ذلك الجزء فح سمى لجزء ب والواحد يعد ح كما يعد
ب ا وبالابدال (به) الواحد يعد ب كما يعد حا فح الذى
هو سمى لجزء ا يعده وذلك ما اردناه

(لط)

نريدان نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة * كا ب ح وليكن د ه ر اسميائها
فنأخذ اقل عدد يعده د ه ر (لو) وهو ح فح هو الذى له تلك الاجزاء
فلما مر (لر) واما انه اقل عدد له تلك الاجزاء فلانه لولم يكن اقل فليكن الاقل
ط ولكون تلك الاجزاء له يعده اسميائها وهى د ه ر
وهو اقل من ح هذا خلف فح هو العدد المطلوب
وذلك ما اردناه

تمت المقالة السابعة بعون الله تعالى

المقالة الثامنة خمسة وعشرون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة شكلين هما كه كو

(ا)

اذا توالت اعداد على نسبة واحدة وتباين طرفاها فهى اقل الاعداد على نسبتها * مثلا كاعداد ا ب ح ى وا ى متباينان والا فليكن ه ر ح ط بعدتها وعلى نسبتها واقل منها فبالمساواة نسبة ا الى ى كنسبة ه الى ط (يد ر) وا ى اقل الاعداد على نسبتهما (كد ر) لكونهما متباينين ويعدان كل عددين على تلك النسبة (ك ر) فا يعد ه وهو اكثر منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

نريد ان نجد اقل اعداد متوالية كم كانت على نسبة ما * مثلا على نسبة ا ب وليكونا اقل عددين على تلك النسبة وعدة المتوالية المطلوبة اربع فنربع ا ونضربه فى ب ونربع ب يحصل اعداد ح ى ه الثلثة ونضرب ا فيها و ب فى ه يحصل اعداد ر ح ط ك الاربعة وهى المطلوبة وذلك لانا ضربنا ا فى نفسه وفى ب فحصل ح ى فهما على نسبة ا ب (ى ر) و ب فى ا وفى نفسه فحصل ى ه فهما ايضا على نسبتهما (ى ر) فالثلثة متوالية على تلك النسبة وايضا ضربنا ا فى الثلثة فحصل ر ح ط فهى على تلك النسبة (ى ر) وا ب فى ه (يح ر) فحصل ط ك فهما ايضا على تلك النسبة فالاربعة متوالية عليها وهى اقل الاعداد عليها لان ا ب كانا متباينين (كا ر) و ح ه مربعاهما و ر ك مكعباهما فاطراف الثلثة والاربعة متباينة وقس على ذلك ما جاوزها وذلك ما اردناه وقد بان ان طرفى الثلثة المتوالية يكونان مربعين وطرفى الاربعة مكعبين اذا كانت اقل ما يكون على نسبة

(ح)

كل اقل اعداد متوالية على نسبة فطرفاها متباينان * مثلا ا ى من اعداد ا ب ح ى الاربعة التى هى اقل اعداد على نسبتها ولنأخذ اقل عددين على تلك النسبة (لح ر) كما مر وهى ه ر ثم اقل ثلثة وهى ح ط ك (ب) ثم اقل اربعة (ب) وهى ل م ن س فهى موافقة لاعداد ا ب ح ى فى العدة والنسبة وفى كونها اقل ما يكون عليها فهى هى و ل س متباينان (كز ر) فا ى متباينان وذلك ما اردناه

(ى)

نريد ان نجد اقل اعداد متوالية على نسب مفروضة * كنسب ا ب ح

ء ه ز وليكن كل اثنين اقل ما يكون على نسبتها فنأخذ اقل عدد (لد ر) يعده ب و حـ وهو ط ونجعل ا يعد ح كما يعد ب ط و ء يعد ك كما يعد حـ ط ثم نأخذ اقل عدد يعده ك و ه وهو ل ونجعل ح ط يعدان ن س كما يعد ك ل و ز يعد م كما يعد ه ل فن س ل م على تلك النسب وذلك لان ا ب يعدان ح ط سواء و ح ط يعدان ن س سواء فن س على نسبة ا ب (ط ر) و حـ ء يعدان ط ك سواء و ط ك يعدان س ل سواء فس ل (ط ر) على نسبة حـ ء و ه ز يعدان ل م سواء فهما على نسبتهما نقول فهي اقل اعداد على تلك النسب والا فليكن ع ف ص ق اقل فنسبة ا ب كنسبة ع ف و ا ب اقل عددين على نسبتهما فهما يعدان ع ف (ك ر) وكذلك حـ ء يعدان ف ص و ه ز يعدان ص ق فب و حـ يعدان ف وكان ط اقل عدد يعده ب و حـ فط يعد ف (له ر) ونسبة ط ك كنسبة ف ص فك يعد ص وكان ه يعده فك و ه يعدانه وكان ل اقل عدد يعدانه فل يعد ص و ص اقل هذا خلف فاذن الاقل هي ن س ل م لاغير وذلك ما اردناه

(ه)

نسبة كل مسطح الى مسطح مؤلفة من نسبتي اضلاعهما * مثلا ا مسطح واضلاعه حـ ء و ب مسطح آخر واضلاعه ه ز فنسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة حـ الى ه ونسبة ء الى ز (ء) ولنأخذ اقل ثلثة اعداد على النسبتين (لح ر) وهي ح ط ك نسبة حـ ه كنسبة ح ط ونسبة ء ز كنسبة ط ك والمؤلفة منهما نسبة ح ك ولنضرب ء في ه فيحصل ل فد ضرب في حـ ه وحصل ا ل فنسبة حـ ه اعني نسبة ح ط كنسبة ا ل (٤ ر) و ه ضرب في ء ز فحصل ل ب فنسبة ء ز اعني نسبة ط ك كنسبة ل ب فبالمساواة نسبة ح ك المؤلفة من النسبتين كنسبة ا ب (بد ر) فهي ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه اقول قد مر في بيان معنى تأليف النسبة في المقادير ما فيه كفاية فليتعرف معناه في الاعداد من ذلك يعدان يعلم انه لاحاجة ههنا الى وضع شيء يقدر به فان الواحد هو الذي يعد جميع الاعداد

(و)

اذا كانت اعداد متوالية على نسبة والاول لا يعد الثانى فليس منها عدد يعد آخر يعده * مثلا ا ب ح د ه متوالية و ا لا يعد ب امّا ان كل عدد منها لا يعد ثالثة فظاهر لكونها على نسبة ا ب واما غير ذلك كح ه فلانا اذا اخذنا اقل اعداد (د) على نسبة ح د ه وهى ز ح ط كان ز ط متباينين (ح) وليس ز بواحد لان نسبة ز ح كنسبة ح د و ح لا يعد د فز لا يعد ح والواحد يعد غيره فز لا يعد ط وبالمساواة نسبة ز ط كنسبة ح ه (ند ز) فح لا يعد ه وذلك ما اردناه

(ز)

اذا كانت اعداد متوالية على نسبة والاول يعد الاخير فهو يعد الثانى * مثلا ا ب ح د كذلك و ا يعد د فهو يعد ب لانه لو لم يعده لما عد الاخير (و) وذلك ما اردناه

(ح)

اذا وقع بين عددين اعداد وصارت كلها متوالية على نسبة فانه يقع بين كل عددين على نسبتهما مثل تلك الاعداد ويصير متوالية على تلك النسبة * مثلا وقع بين ا ب عددا ح د وصار ا ح د ب متوالية على نسبة ا ح وكان ه ز على نسبة ا ب فنقول يقع بينهما ايضا عددان يصيران معهما متوالية على نسبة ا ح ولنأخذ (د) اقل اعداد على نسبة ا ح د ب بتلك العدة وهى ح ط ك ل فح ل متباينان (ح) ونسبتهما كنسبة ا ب (ند ز) اعنى ه ز فهما يعدان ه ز عدا واحدا (كز) وليعد ط م و ك ن كذلك فح ط ك ل على نسبة ه م ن ز (ط ز) اعنى على نسبة ا ح د ب وذلك ما اردناه

(ط)

كل متباينين يقع بينهما اعداد ويصير متوالية على نسبة فبين الواحد وبين كل واحد منهما يقع اعداد بتلك العدة ويصير متوالية * وليكن المتباينان ا ب والواقع بينهما ح د وناخذ اقل عددين على نسبة ا ح (لح ز) وهما ه ز واقل ثلثة (ب) وهى ح ط ك وكذلك الى ان يصير بعدد ا ح د ب وهى ل م ن س وهى اول اعداد على تلك النسبة (ا) فهى نظائر مساوية لا ح د ب و ه ضرب فى نفسه فصار ح وضرب فى ح فصار ل (ب) فالواحد يعده بقدر احاده و ه ايضا يعده ح و ح يعد ل

اعنى ا بذلك القدر فيبن الواحد و ا وقع عددا ه ح وتوالت متناسبة وكذلك نبين انه وقع بينه وبين ب عددا ز ك وتوالت وذلك ما اردناه

(ح)

كل عددين يقع بين الواحد وبين كل واحد منهما اعداد و يصير متوالية فبينهما يقع ايضا مثل تلك الاعداد ويصير متوالية* وليكن العددان ا ب وقد وقع بين الواحد وهو ل وبين ا عددا ح د فصارت ل ح د ا متوالية وبينه وبين ب عددا ه ز فصارت ل ه ز ب متوالية نقول فيقع ايضا بين ا ب عددان ويصير متوالية وذلك لان نسبة ل الى ح كنسبة ح الى د و ل يعد ح بعدد آحاد ح فح يعد د بعدد آحاد ح فد مربع ح وايضا ل يعد ح كما يعد د ا فح فى د هو ا (ط ز) وكذلك نبين ان ز مربع ه وان ه فى ز هو ب ونضرب ح فى ه فيحصل ح ويتبين ان د ح ز متوالية ثم نضرب ح ه فى ح فيصير ط ك فا ط ك ب متوالية لان ح ضرب فى د ح فصار ا ط فهما على نسبة د ح (٤ ز) اعنى ح ه و ح ه ضربا فى ح فصار ا ط ك فهما ايضا على نسبتهما (يو ز) و ه ضرب فى ح ز فصار ك ب فهما ايضا على نسبة ح ز اعنى ح ه وذلك ما اردناه

(ط)

بين كل مربعين عدد يتوالى الثلثة متناسبة ونسبة المربع الى المربع نسبة الضلع الى الضلع مثناة* وليكن المربعان ا ب وضلعاهما ح د ونضرب ح فى د فيكون ه فنسبة ا ه كنسبة ح د (٤ ز) وكذلك نسبة ه ب فاذن وقع بين ا ب ه وصارت ا ه ب متناسبة ونسبة ا ب كنسبة ا ه اعنى ح د مثناة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان ا ب مربعين يقع بين الواحد وبين كل واحد منهما عدد و يتوالى الكل فيقع بينهما ايضا عدد و يتوالى الكل

(ى)

بين كل مكعبين عددان يتوالى الاربعة متناسبة ونسبة المكعب الى المكعب كنسبة الضلع الى الضلع مثلثة* وليكن المكعبان ا ب وضلعاهما ح د فيتولد من ح د اعداد ه ز ح المتوالية كما مر (يا) فيكون ح فى ه ا و د فى ح ب ونضرب ح د فى ز فيحصل ط ك ونبين ان ا ط ك ب متوالية على نسبة واحدة هى نسبة ا ط اعنى نسبة ح د وان نسبة ا ب كنسبة

ج د مثلثة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان ا ب مكعبان ويقع بين الواحد وبين كل واحد منهما عددان يتوالى الكل فيقع بينهما عددان (ب) ويتوالى الكل

(يج)

مربعات الاعداد المتوالية على نسبة متوالية وكذلك مكعباتها ومايعدها من المراتب * فليكن المتوالية ا ب ج ومربعاتها د ه ز ومكعباتها ح ط ك واذا ضربنا ا فى ب صار ل و ب فى ج صار م فاعداد د ل ه م ز الخمسة متوالية بمثل ما مر (يا) وبالمساواة نسبة د ه كنسبة ه ز (يد ز) فالمربعات متوالية وايضا اذا ضربنا ا فى ل ه صار ن س و ج فى ه م صار ع ف فاعداد ح ن س ط ع ف ك السبعة متوالية (ب) وبالمساواة نسبة ح ط كنسبة ط ك (يد ز) فالمكعبات ايضا متوالية وذلك ما اردناه

(يد)

كل مربعين يعد احدهما الآخر فضلعه يعد ضلع الآخر وان كان عدد يعد عددا فمربعه يعد مربعه * مثلا ا مربع ضلعه ج و ب مربع ضلعه د فان عد ا ب عد ج د وذلك لانا نضرب ج فى د فيصير ه ويتوالى ا ه ب على نسبة ج د (ع ز) ويعد الاول الاخير فيعد ا ه اعنى ج د (ز) وايضا ان عد ج د عد ا ه فعد ا ب وذلك ما اردناه وبان منه انه اذا لم يعد مربع مربعا لم يعد ضلعه ضلعه واذا لم يعد عدد عددا لم يعد مربعه مربعه

(يه)

كل مكعبين يعد احدهما الآخر فضلعه يعد ضلع الآخر وان كان عدد يعد عددا فمكعبه يعد مكعبه * مثلا ا مكعب ضلعه ج و ب مكعب ضلعه د فان عد ا ب عد ج د وذلك لانا نولد من ج د ه ح ز المتوالية (ع ز) ثم نضرب ج د فى ح فيحصل ط ك ويصير ا ط ك ب متوالية (ع ز) على نسبة ج د ويعد ا الاول ب الاخير فيعد ا ط (ز) اعنى ج د وايضا ان عد ج د عد ا ط فعد ا ب وذلك ما اردناه وبان منه انه اذا لم يعد مكعب مكعبا لم يعد ضلعه ضلعه واذا لم يعد عدد عددا لم يعد مكعبه مكعبه اقول وفى ترتيب بعض هذه الاشكال خلاف وما اوردناه على ترتيب ثابت واما الحجاج فقد اورد ما ذكرنا فى شكلى يا ب فى شكل يا وحده وما اوردناه فى شكل ج فى شكل ب واورد فى شكلى ج يد الاحكام المذكورة فى صدرى شكلى يد يه وفى شكل يه التذنيبات المذكورة فيهما ثم يوافقا فيما بعد

(يو)

بين كل مسطحين متشابهين عدد يتوالى الثلثة ونسبة المسطح الى المسطح نسبة ضلع الى نظيره مثناة وليكن المسطحان ا ب وضلعا ا د ى وضلعا ب ه ر ونسبة د ه كنسبة ى ر فاذا ضربنا ى فى ه حصل ح وصار ا ح ب متناسبة لان ى ضرب فى د ه فحصل ا ح فهما على نسبة د ه (ى ر) و ه ضرب فى ى ر فحصل ح ب فهما على نسبة ى ر اعنى د ه ونسبة ا ب كنسبة ا ح اعنى د ه مثناة وذلك ما اردناه

(يز)

بين كل مجسمين متشابهين عددان يتوالى الاربعة ونسبة المجسم الى المجسم نسبة ضلع الى نظيره مثلثة *وليكن المجسمان ا ب واضلاع ا د ى ه واضلاع ب ر ح ط ونسبة د ر كنسبة ى ح وكنسبة ه ط ولنضرب د فى ى فيصير ك و ر فى ح فيصير ل فك ل مسطحان متشابهان ويقع بينهما م فيتوالى ك م ل على نسبة د ر (يو) ونضرب ه ط فى م فيحصل ن س ويكون نسبتهما نسبة ه ط (يز ر) اعنى د ر وكانت نسبة ا ن كنسبة ك م اعنى د ر لان ه ضرب فى ك م فحصل ا ن وايضا نسبة س ب كنسبة م ل اعنى د ر فاعداد ا ن س ب متوالية على نسبة د ر ونسبة ا ب كنسبة ا ن اعنى د ر مثلثة وذلك ما اردناه

(ع)

كل عددين يقع بينهما عدد ويتوالى على نسبة فهما مسطحان متشابهان كا ب* مثلا وقد وقع د بينهما فصار ا د ب متوالية ولنأخذ اقل عددين على نسبتهما (لح ر) وهما ى ه فهما يعدان ا د عددا واحدا (ك ر) وليكن ب ر ويعدان د ب كذلك وليكن ب ح فد فى ر هو ا و ه فى ح هو ب فا ب مسطحان وايضا فد فى ح هو د وكذلك ه فى ر فنسبة ى الى ه كنسبة ر الى ح (يط ر) فسطحا ا ب متشابهان وذلك ما اردناه

(يط)

كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالى متناسبة فهما مجسمان متشابهان كا ب* مثلا وقد وقع بينهما د ى فتوالت ا د ى ب ولنأخذ اقل ثلثة اعداد على نسبة ا د (لح ر) وهى ه ر ح فه ح مسطحان متشابهان وليكن ضلعا ه ك ل وضلعا ح م ن ونسبة ك م كنسبة ل ن اعنى نسبة ه ر

(نو) وه ر ح على نسبة ا ح ى فهى تعدها عدا واحدا (ك ر) وليكن بط وكذلك هى على نسبة ح ى ب فيعدها وليكن بس فه فى ط اعنى ك فى ل فى ط هو او ح فى س اعنى م فى د فى س هو ب فا ب مجسمان و ط س ضربا فى ح لحصل ى ب فط س على نسبة ى ب (ير) اعنى نسبة ك م و ل د فمجسما ا ب متشابهان وذلك ما اردناه

(ك)

كل ثلثة اعداد متوالية على نسبة اولها مربع فالثالث مربع * كا ب ح مثلا و ا مربع ونأخذ ى ه ر اقل اعداد على نسبتها (لح ر) فطرفا ى ر مربعان وليكن ح ضلع ا و ط ضلع ى و ك ضلع ر وبالمساواة نسبة ى ر كنسبة ا ح (يدر) و ى ر متباينان (ح) فيعدان ا ح (ك ر) واذا عد مربع مربعا (يد) عد الضلع الضلع فط يعد ح وليعد ك ل كما يعد ط ح فنسبة ط ح كنسبة ك ل ونسبة مربعى ط ح كنسبة مربعى ك ل (ع) ومربعا ط ح هما ى ا ومربع ك هو ر ونسبة ى ا كنسبة ر ح فح هو مربع ل وذلك ما اردناه وبوجه آخر ا ح لوقوع ب على التوالى بينهما مسطحان متشابهان (ع) و ا مربع فح مربع

(كا)

كل اربعة اعداد متوالية على نسبة اولها مكعب فرابعها مكعب * مثلا كا ب ح ى و ا مكعب ونأخذ ه ر ح ط اقل اعداد على نسبتها فطرفا ه ط مكعبان (ب) وليكن ل ضلع ا و ك ضلع ه و د ضلع ط ونسبة ه ط كنسبة ا ى (يدر) و ه ط متباينان (ح) فيعدان ا ى (ك ر) واذا عد مكعب ه مكعب ا عد ضلع ك ضلع ل (ه) وليعد د س كما عد ك ل فنسبة ك ل كنسبة د س ونسبة مكعبى ك ل كنسبة مكعبى د س (ع) ومكعبا ك ل هما ه ا ومكعب د هو ط ونسبة ه ا كنسبة ط ى (ع ر) فى هو مكعب س وذلك ما اردناه وبوجه آخر ا ى لوقوع ب ح بينهما على التوالى مجسمان متشابهان (ط) و ا مكعب فى مكعب

(كب)

كل عددين على نسبة مربعين واحدهما مربع فالاخر مربع * مثلا ا ب على نسبة مربعى ح ى و ا مربع وذلك لان ح ى مربعان فيقع بينهما عدد ويتوالى (يا) وكذلك بين ا ب و ا مربع (ع) فب مربع (ك) وذلك ما اردناه

(كج)

كل عددين على نسبة مكعبين واحدهما مكعب فالاخر مكعب * مثلا اب على نسبة مكعبي حد و ا مكعب وذلك لان بين مكعبي حد يقع عددان (ح) ويتوالى وكذلك بين اب و ا مكعب (ح) فب مكعب (كا) وذلك ما اردناه

(كد)

كل عددين على نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان * مثلا اب على نسبة مربعي حد وذلك لان بين حد عددا يقع ويناسبهما (يا) وكذلك بين اب (ح) فهما مسطحان متشابهان (ك) وذلك ما اردناه

(كه)

كل عددين على نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان والبيان والشكل على قياس ما مر اقول وهذان الشكلان ليسا في نسخة الحجاج

(كو)

كل مسطحين متشابهين فهما على نسبة مربعين * مثلا كمسطحي اب وذلك لان ح يقع بينهما فيتوالى الثلثة متناسبة (يو) واذا اخذنا اقل ثلثة اعداد على نسبتها (لح ز) وهي د ه ز كانت نسبة اب كنسبة د ز المربعين (يد ز) وذلك ما اردناه

(كز)

كل مجسمين متشابهين فهما على نسبة مكعبين * مثلا كمجسمي اب ن ذلك لان حد عددان يقعان بينهما ويتوالى الاربعة متناسبة (ير) واذا اخذنا اقل اربعة اعداد على نسبتها (لح ز) وهي ه ز ح ط كانت نسبة اب كنسبة ه ط المكعبين (ير ز)
وذلك ما اردناه

تمت المقالة الثامنة بعون الله تعالى

المقالة التاسعة ثمانية وثلثون شكلا

(ا)

اذا ضرب مسطح فى مسطح يشبهه حصل مربع *مثلا ا ب مسطحان متشابهان وضرب ا فى ب فصار ح (يو ر) فهو مربع لانا اذا ضربنا ا فى نفسه وصار ى كانت نسبة ا ب كنسبة ى ح (يا ر) ويقع بين كل اثنين منهما عدد فيتوالى الثلثة (يو ح) و ى مربع فح مربع (ك ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يقع بين ا ب عدد ويكون ضرب ا فى ب كمربع ذلك العدد (يط ر) فضرب ا فى ب مربع

(ب)

اذا حصل من ضرب عدد فى عدد مربع فهما مسطحان متشابهان *مثلا مربع ح حصل من ضرب ا فى ب وذلك لانا اذا ضربنا ا فى نفسه فصار ى ونسبة ى ح المربعين كنسبة ا ب (يا ر) فهما مسطحان متشابهان (ىه ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يقع بين ا ب ضلع المربع الحاصل من ضرب احدهما فى الاخر ويتوالى الثلثة متناسبة فيكون الطرفان مسطحين متشابهين (يا ح) واعود الى الاصل وقد بان ان الحاصل من ضرب المربع فى المربع مربع وفى غير المربع غير مربع وان المربع اذا ضرب فى عدد فان حصل مربع فالعدد مربع وان حصل غير مربع فالعدد غير مربع

(ح)

مربع المكعب مكعب *مثلا ا مكعب و ب مربعه وليكن ح ضلعه و ى مربع ح وقد وقع بين الواحد و ا عددا ح ى فتوالت الاربعة متناسبة ونسبة الواحد الى ا كنسبة ا الى ب فاذن يقع بينهما عددان ويتوالى الاربعة (ح ح) و ا مكعب فب مكعب (كا ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يضرب ح ى فى ا فيحصل ه ر بين ا ب ونبين ان ح ى ا ه ر ب متوالية فاذن وقع بين ا ب عددان وتوالت الاربعة فب مكعب (كا ح)

(ى)

المكعب فى المكعب مكعب *مثلا ا ضرب فى ب وهما مكعبان فحصل ح فهو مكعب وذلك لانا نضرب ا فى نفسه فيصير ى المكعب (ح) ونسبة ا ب المكعبين كنسبة ى ح (يا ر) و ى مكعب فح مكعب (ىح ح) وذلك ما اردناه

(ه)

اذا ضرب مكعب فى عدد وحصل مكعب فالعدد مكعب * مثلا ضرب المكعب فى ب فحصل ح المكعب ولنضرب ا فى نفسه فيحصل ى المكعب (ح) ويكون نسبة ا ب كنسبة ى ح المكعبين (كد ر) و ا مكعب فب مثله (كد ح) وذلك ما اردناه وقد بان ان المكعب اذا ضرب فى غير المكعب حصل غير المكعب واذا ضرب فى عدد فحصل غير المكعب كان العدد كذلك

(و)

كل عدد مربعه مكعب فهو مكعب * مثلا ا عدد و ب مربعه وهو مكعب ولنضرب ا فى ب فيحصل ح مكعبا لانه من ضرب الضلع فى مربعه ونسبة ا ب كنسبة ب ح المكعبين (كد ر) فا مكعب (كد ح) وذلك ما اردناه

(ر)

العدد المركب اذا ضرب فى عدد صار مجسما * وليكن المركب ا وليعده ى به (يط ر) فهو من ضرب ى فى ه واذا ضرب فى ب وحصل ح كان ح مجسما لانه من ضرب ى فى ه فى ب وذلك ما اردناه

(ح)

اذا توالت اعداد متناسبة مبتدئة من الواحد فثالث الواحد مربع وكذلك خامسه وسابعه ومابعده يترك واحد ويؤخذ آخر ورابع الواحد مكعب وكذلك سابعه ومابعده يترك اثنان ويؤخذ واحد وسابعه مربع مكعب وكذلك مابعده يترك خمسة ويؤخذ واحد * فليكن الاعداد بعد الواحد ا ب ح ى ه ر فب مربع لان الواحد يعد ا كما يعد ا ب فضرب ا فى نفسه هو ب وكذلك ى لان نسبة الواحد وهو مربع الى ب المربع كنسبة ب الى ى (بد ر) وكذلك ر وايضا ح مكعب لانه من ضرب ا فى مربعه اعنى ب وكذلك ر لان نسبة الواحد وهو مكعب الى ح المكعب كنسبة ح الى ر (بد ر) وقد اجتمع التربيع والتكعيب فى ر وكذلك فى سابعه وذلك ما اردناه

(ط)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يليه مربعا فالكل مربع او مكعبا فالكل مكعب * وليكن الاعداد ا ب ح ى فان كان ا مربعا و ب ثالث الواحد مربع (ح) فح مربع (يد ح) لان نسبة ب ح كنسبة ا ب المربعين وكذلك فيما بعده وايضا ان كان ا مكعبا فب مربعه مكعب (ح). و ح رابع الواحد مكعب (ح) وكذلك ى لان نسبة ح المكعب

ضرب ا اليه كنسبة ا ب المكعبين وذلك ما اردناه

(ى)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يليه غير مربع فليس فيها غير المراتب الثنائية مربع او غير مكعب فليس فيها غير المراتب الثلاثية مكعب * وليكن الاعداد ا ب ح د ه ر فان لم يكن ا مربعا فلا يكون ح مربعا والا فليكن مربعا ونسبة ب المربع اليه (ح) نسبة ا الى ب فا مربع هذا خلف (ح ع) وكذلك ه وايضا ان لم يكن مكعبا فلا يكون ب مكعبا والا فليكن مكعبا ونسبته الى ح المكعب (ح) كنسبة ا الى ب فا مكعب (ح ع) هذا خلف وكذلك فى غيره وذلك ما اردناه

(يا)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد فالاقل يعد الاكثر بعدد منها * وليكن الاعداد ا ب ح د ه و ح مثلا يعد ه فهو يعده ب لان ح د ه فى العدة والنسبة كالواحد مع ا ب فبالمساواة (يد ر) الواحد يعد ب كما يعد ح ه فح يعد ه بقدر ب وذلك ما اردناه

(يب)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد فكل عدد اول يعد الاخير فهو يعد الذى يلى الواحد * وليكن الاعداد ا ب ح د و ه الاول يعد د الاخير نقول فهو يعده ا والا فيكون ه ا متباينين (لا ر) واقل الاعداد على نسبتهما (كج ر) وليعد ه د ب ر فه فى ر هو د وا فى ح هو د فنسبته الى ا كنسبة ح الى ر (يط ر) و ه ا يعدان ح ر (كر) وليعد ه ح ع ونبين ان نسبة ه ا كنسبة ب ع فيعد ه ب (كر) وليعده ط ونبين ان نسبة ه ا كنسبة ا ط فيعد ه ا (كر) وكان لا يعده هذا خلف فاذن يعده وذلك ما اردناه اقول وفى نسخة الحجاج هذا الشكل مقدم على الذى قبله

(يج)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يلى الواحد اول فلا يعد الاكثر منها عدد غيرها * وليكن الاعداد ا ب ح د وا اول نقول فلا يعد د غير ا ب ح والا فليعده ه وهو لا يكون اول والا لعد ه ا الاول (يب) هذا خلف فهو مركب ويعده اول (لا ر) وذلك الاول ان كان غير ا مثل ك

عدد

عدد فعد ا (ب) هذا خلف فهو ا لاغير وليعد ه د ب ر فافي ح كر في ه ونسبة ا ه كنسبة ر ح (ط ر) ولا يعده فر يعد ح وليس هو باحد اعداده ا ب ح لان ه يعد د ويعدد ر و ه ليس باحدها ونبين بمثل ما مر ان ر ليس باول ولا يعده غير ا وليعد ح ب ع ونبين ان ع يعد ب وليس باحد ا ب وليس باول ولا يعده غير ا وليعد ب يط ونبين ان ط ليس هو ا وان ع في ط هو ب و ا في شله هو ب فنسبة ا الى ع كنسبة ط الى ا (ط ر) ولا يعد ع فط يعد ا هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يد)

كل اعداد اوائل تفرض فمن الواجب ان يوجد اول غيرها * وليكن الاوائل المفروضة ا ب ح ولنأخذ اقل عدد يعده ا ب ح (لو ر) وهو ه د ونزيد عليه واحدا فيصير ر د فان كان ر د اولا ثبت الحكم والا لعده اول (ل ر) وليكن ع و ع ليس باحد ا ب ح لانه لو كان احدها لعده د وهو يعد ر د فيعد ر ه الواحد هذا خلف فاذن وجدنا غير ا ب ح اول وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل في نسخة الحجاج هو العشرون

(ك)

اقل عدد يعده اعداد اوائل مفروضة فلا يعده اول غيرها * مثلا ا اقل عدد يعده اعداد ب ح د الاوائل فلا يعده غيرها والا فليعده ه ب ر فه في ر ا و ب اول يعد ا فليعد احد اضلاعه (لد ر) ولا يمكن ان يعد ه الاول فيعد ر وكذلك ح و د فجميع ب ح د يعد ر وهو اقل من ا وكان ا اقل عدد يعده هذه الاعداد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كو)

مجموع كل عددين من اقل ثلثة اعداد متوالية على نسبتها يباين الثالث * وليكن الاعداد ا ب ح ونأخذ اقل عددين على نسبتها وهما د ه ه ر فهما متباينان (كا ر) ومربع د ه هو ا ومربع ه ر هو ح ومسطح د ه في ه ر هو ب فلان كل واحد من د ر ه د يباين ه ر (كد ر) فضرب د ر في د ه اعني عددي ا ب معا يباين ه ر (كد ر) ويباين مربعه (كه ر) اعني ح وبمثله نبين ان عددي ب ح معا يباينان ا وايضا د ه ه ر متباينان ومباينان لد ر (كع) فضرب د ه في ه ر يباين د ر ويباين مربعه

اعنى ضعف ضرب ىر فى ەر ومربعى ىە ەر واذا فصلنا كان
ضرب ىە فى ەر مباينا لضرب ىە فى ەر ومربعى ىە ەر واذا
فصلنا ثانيا صار ضرب ىە فى ەر اعنى ب مباينا لمربعى ىە ەر
اعنى ا ح معا وذلك ما اردناه اقول قد استعمل فى هذا الشكل ان مسطح
رى فى ىە كمجموع مربع ىە ومسطح ىە فى ەر وان مربع ىر كمجموع
مربعى ىە ەر وضعف سطح ىە فى ەر وهذان الحكمان هنا
فى المقادير فى المقالة الثانية ولم يبين فى الاعداد ولكن بيانهما سهل
لان آحاد ىر ليس غير آحاد ىە وآحاد ەر فتضعيف ىە باحاد
ىر هو تضعيفه باحاد ىە وهو مربع ىە وباحاد ەر وهو مسطح ىە
فى ەر فاذن مسطح ىە فى ىر كمربع ىە ومسطح ىە فى ەر
وهذا هو الحكم الاول وبمثله نبين ان مسطح ىر فى ەر كمربع ەر
ومسطح ەر فى ىە ولكن مسطح ىر فى ىە ومسطح ىە فى ەر
معا هو مربع ىر لانه تضعيف ىر باحاد ىە وآحاد ەر اعنى
آحاد ىر فمربع ىر كمربعى ىە ەر وضعف مسطح ىە فى ەر

(لز)

كل متباينين ليس احدهما بالواحد فلا ثالث لهما فى النسبة * وليكونا ا ب
والا فليكن ثالثهما ح فنسبة ا ب كنسبة ب ح وا ب اقل عددين على
نسبتهما (كب) فيعدان ب ح (كب) فا يعد ب هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لح)

كل اعداد متوالية على نسبة وقد تباين طرفاها وليس احدهما بالواحد فلا تالى
لاخيرها فى النسبة * وليكن الاعداد ا ب ح و اح متباينان ليس احدهما
بالواحد نقول فلا تالى لح على نسبة اح والا فليكن نسبة حى كنسبة اب
فبالمساواة نسبة اب كنسبة بى و اح اقل عددين على نسبتهما
فا يعد ب فيعد ح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لط)

نريد ان نجد لعددين ثالثا متناسبا لهما ان امكن * وليكونا ا ب وهما غير متباينين
فناخذ مربع ب وهو ح فان عد ا ح فليعده بد فد هو ثالثهما لان
ضرب ا فى ى هو مربع ح فنسبة ا الى ب كنسبة ب الى ى (نطر)

وانه

وان لم يعد ا ح فلا ثالث لهما (ى) والا فليكن د فضرب ب في د
هو ح فا يعد ح وكان لا يعده هذا خلف وذلك ما اردناه

(ك)

نريد ان نجد لثلثة اعداد رابعا يناسبها ان امكن * وليكن الاعداد ا ب ح و اح
غير متباينين فضرب ب في ح فحصل د فان عد ا د فليعده بـ ه فه هو
رابعها لان ضرب ا في ه كضرب ب في ح فنسبة ا الى ب
كنسبة ح الى ه (ط ر) وان لم يعد ا د فلا رابع لها والا فليكن ه فضرب
ا في ه هو د (ط ر) فا يعد ه وكان لا يعده هذا خلف وذلك ما اردناه

(كا)

مجموع اى ازواج كانت زوج * مثلا اب بح حد ازواج
فاد زوج وذلك لان لكل من الازواج نصفا ومجموع الانصاف
نصف المجموع فلاد نصف وذلك ما اردناه

(كب)

مجموع افراد عدتها زوج زوج * مثلا كافراد اب بح حد ده وذلك
لانا اذا فصلنا من كل فرد واحدا بقيت ازواج والاحاد زوج آخر
لانها بعدة الافراد ومجموع الازواج زوج (كا) فجميع اه زوج وذلك ما اردناه

(كج)

مجموع افراد عدتها فرد فرد * مثلا كافراد اب بح حد وذلك لانا اذا
فصلنا من حد واحدا وهو ده بقي حه زوجا و اه (كب) زوج لانه مجموع
افراد عدتها زوج فاه زوج (كا) و ده واحد فاد فرد وذلك ما اردناه

(كد)

اذا فصل من زوج زوج بقي زوج * مثلا فصل من اب بح وهما
زوجان فاح زوج وذلك لانا اذا نقصنا نصف بح من نصف اب
بقي نصف اح فلاح نصف وذلك ما اردناه

(كه)

اذا فصل من زوج فرد بقي فرد * مثلا فصل من اب الزوج بح الفرد
فاح الباقي فرد وذلك لانا اذا فصلنا حد الواحد من بح بقي دب زوجا
ويبقى من اب اد زوجا (كد) و حد واحد فيبقى اح فردا وذلك ما اردناه

(كو)

اذا فصل من فرد زوج بقى فرد * مثلا فصل من اب الفرد بج الزوج فاج الباقى فرد وذلك لانا اذا اضفنا الى اب بد الواحد صار اد زوجا و دج فردا فيبقى اج فردا (كو) وذلك ما اردناه

(كز)

اذا فصل من فرد فرد بقى زوج * مثلا فصل من اب بج وهما فردان فاج الباقى زوج وذلك لانا اذا فصلنا بد الواحد من اب و بج بقيا زوجين وكان الباقى اعنى اج زوجا (كد) وذلك ما اردناه

(كح)

اذا ضرب فرد فى زوج حصل زوج * مثلا ضرب ا الفرد فى ب الزوج حصل ج فهو زوج لانه حصل من تضعيف افراد عدتها زوج (ع) وذلك ما اردناه

(كط)

اذا ضرب فرد فى فرد حصل فرد * مثلا ضرب ا فى ب وهما فردان فحصل ج فهو فرد لانه حصل من تضعيف افراد عدتها فرد (ع) وذلك ما اردناه

(ل)

واستبان من ذلك ان الفرد اذا عد زوجا عدة بعدة زوج * مثلا ا الفرد عد ب الزوج بعدة ج فج زوج والا فليكن فردا فا فى ج اعنى ب فرد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لا)

وايضا اذا عد الفرد فردا عده بفرد * مثلا ا عد ب وهما فردان بعده ج فهو فرد والا فليكن زوجا فا فى ج اعنى ب (كح) زوج هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه وروى عن ثابت ان هذا الشكل والذى قبله لم يكونا فى النسخ اليونانية

(لب)

اذا عد فرد زوجا عد نصفه * مثلا عد ا الفرد بج الزوج وليكن بد نصف بج وليعد ا بج بعدة هر فهو زوج (ل) وليكن نصفه هح فا يعد به ح نصف بج فهو يعد نصف بج وذلك ما اردناه

(لج)

كل فرد باين عددا فهو يباين ضعفه * مثلا ا الفرد باين جد ولكن هج ضعف جد فا يباين هج والا فليعدهما ب وهو فرد لانه يعد ا الفرد ويعد جد لانه يعد ضعفه وهو هج الزوج فا جد مشتركان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لد)

الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فهى زوج الزوج فقط * وليكن ا الاثنين و ب ج د تضاعيفه على الولاء فهى زوج الزوج اما انها ازواج فظاهر (كا) ولكون ا الاثنين اولا فلا يعد الاكثر منها غيرها (يح) والعاد يعد كل واحد منها بواحد منها (يا) فكل واحد منها زوج الزوج ولا يمكن ان يكون مع ذلك زوج الفرد والا لعدها فرد فكان احد هذه الاعداد فردا هذا خلف فاذن كل واحد منها زوج الزوج فقط وذلك ما اردناه

(له)

كل عدد نصفه فرد فهو زوج الفرد فقط * مثلا كب ونصفه اح اما كونه زوجا فلان له نصفا واما انه زوج الفرد فلان نصفه يعده مرتين ولا يمكن ان يكون مع ذلك زوج الزوج والا لكان نصفه زوجا فهو زوج الفرد فقط وذلك ما اردناه

(لو)

كل عدد ليس من تضاعيف الاثنين ونصفه ليس بفرد فهو زوج الزوج والفرد كب ونصفه اح اما انه زوج فلان له نصفا واما انه زوج الزوج فلان نصفه زوج واما انه زوج الفرد فلانه ينتهى بالتنصيف الى فرد غير الواحد اذ لم يكن من تضاعيف الاثنين وذلك الفرد يعده وذلك ما اردناه

(لز)

اذا توالت اعداد كم كانت على نسبة وفصل مثل الاول من الثانى ومن الاخير كان نسبة باقى الثانى الى الاول كنسبة باقى الاخير الى جميع ما قبله * مثلا اعداد اب دج رح طه متوالية وفصل مثل اب من دج وهو هج ومن طه وهو هم نقول فنسبة ده الى اب كنسبة طم الى جميع رح دج اب ونفصل من طه له مثل دج وكه مثل رح فنسبة طه الى كه كنسبة كه الى له وكنسبة له الى مه واذا فصلنا كانت نسبة طك الى كه كنسبة كل الى له وكنسبة لم الى مه ونسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى (سر) فنسبة لم الى مه اعنى جه الى اب كنسبة جميع طم الى جميع كه له مه اعنى رح دج اب وذلك ما اردناه اقول وههنا استعمل نسبة التفصيل ولم يبين فى الاصل وقد مر بيانه (يح ر)

(لح)

اذا جمعت اعداد متوالية من الواحد على نسبة الضعف مع الواحد وكان المجموع

عدد اول ثم ضرب المجموع فی آخر تلك الاعداد حصل عدد تام وليكن الاعداد
ا ب ج د وهی مع الواحد وهو عدد اول و ه فی د هو رح فرح تام
ولنأخذ من ه علی نسبة ا ب ج د وبتلك العدة ط ك ل م فنسبة ا د كنسبة
ه م فه فی د كا فی م فا فی م هو رح و ا اثنان فرح ضعف م فهو
ايضا علی نسبة ل م واذا فصل مثل ه من ط ك وهو ك س ومن رح
وهو ع ح كانت نسبة ط س الی ه كنسبة رح الی جميع م ل ط ك ه
(ر) و ط س مثل ه فرع مثل هذه الاعداد و ه أعنی ع ح مثل جميع ا ب
ج د مع الواحد فرح مثل الواحد مع جميع ا ب ج د ه ط ك ل م
وكل واحد من هذه يعد رح فرح يساوی هذه الاجزاء جميعا ولا جزء له غيرها
والا فليكن ن جزء له غير هذه الاجزاء وليعده ب ف فف فی ن رح (يط ر)
وكذلك ه فی د فنسبة ه الی ف كنسبة ن الی د (يط ر) و ن ليس بواحد
من ا ب ج د فلا يعد د (ح) فه لا يعد ف و ه اول فه ف متباينان
(لا ر) واقل عددين علی نسبتهما (كج ر) فف يعد د (ك ر)
ولان ا اول فلا يعد د (د) غير ا ب ج ففی احدها وليكن ب
ونسبة ب د كنسبة ه ل (يد ر) فه فی د كب فی ل (يط ر) وهو رح
فب يعد رح بعدة ل وكان ب يعده بعدة ن فن هو ل وكان غير هذه
الاجزاء هذا خلف واذ لا جزء لرح غير هذه الاجزاء فهو يساوی جميع اجزائه
فهو تام وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لو كان لرح جزء غير الاجزاء
المذكورة وهو ن لكان اما زوجا او فردا فان كان فردا وعد ر ح الزوج عد
نصفه (كب) وهو م الزوج ونصف م وهكذا الی ان يعد ه الاول هذا خلف
وان كان زوجا وعد رح الزوج عد نصفه نصف رح اعنی م ونصف
نصفه نصف م اعنی ل وهكذا الی ان ينتهی التنصيف الی عدة يعد ه
فان انتهی الی فرد قبل الانتهاء الی ه عد ذلك الفرد ه (كب) اذ عد زوجا هو ضعفه
وان انتهی الی واحد قبل الانتهاء الی ه او عند الانتهاء اليه
كان ن احد اعداد ا ب ج د وقد فرضت غيرها
هذا خلف

تمت المقالة التاسعة بعون الله تعالی وتوفيقه

المقـالة العـاشرة مائة وخمسة اشكال

وفى نسخة ثابت وتسعة اشكال اربعة منها كا كـ كر كـط هى من زياداته وجعل شكل ر الحجاج شكلين هما ٧ ٨ له وفى الترتيب خلاف ايضا صدر المقادير المشتركة خطوطا كانت اوسطوحا او اجساما هى التى تكون لها مقدار واحد يقدرها والمتباينة هى التى ليس لها ذلك والخطوط المشتركة فى القوة هى التى يكون لمربعاتها سطح واحد يقدرها والمتباينة فى القوة هى التى ليس لمربعاتها ذلك وسيتضح فى هذه المقـالة انه اذا وضع خط مستقيم ليقاس اليه الخطوط كانت خطوط غير متناهية يباينه بعضها فى الطول فقط وبعضها فى الطول والقوة معا فليسم ذلك الخط وكل خط يشاركه فى الطول ومربعه وكل سطح يشاركه بالمنطق وكل خط يباينه وكل سطح يباين مربعه وكل خط يقوى على سطح مباين له اى يساوى مربعه ذلك السطح بالاصم الاشكال

(١)

كل مقدارين فصل من اعظمهما اكبر من نصفه ومما بقى اكبر من نصفه وهكذا على التوالى فسيبقى منه مقدار اصغر من الاصغر * فليكن اعظم المقدارين اب واصغرهما ح ولنضعف ح حتى يصير اعظم من اب ولتكن تلك الاضعاف لـر وكل واحد من لم مه هـر مثل ح ولنفصل من اب ط اعظم من نصفه ثم من اط طك اعظم من نصفه الى ان ينفصل اب الى اقسام عدتها كعدة امثال ح فى لـر وهى ـط طك كا فكا الباقى اصغر من ح ولنأخذ لكا امثالا بتلك العدة وهى ده فده اصغر من اب لان دز كاك وزح اصغر من كط وحه اصغر كثيرا من طب واب اصغر من لـر فده اصغر كثيرا من لـر ونسبة دز الى لـه كنسبة زح الى هم وكنسبة حه الى مل فنسبة ده الى لـر كنسبة دز الى لـه (يح ه) وده اصغر من لـر فدز اعنى كا اصغر من لـه اعنى ح وذلك ما اردناه

اقول وسيستعمل اوقليدس فى المقالة الثانية عشرة ان المفصول من الاعظم اذا كان نصفه ومن الباقى نصفه بقى ما هو اصغر من الاصغر ولذلك ذكر النصف ايضا فى بعض النسخ ههنا فقيل كل مقدارين فصل من اعظمهما نصفه او اكبر من نصفه والحق ان هذا الحكم ثابت على اى نسبة كان المفصول من المفصول منه بعد ان تراعى تلك النسبة دائما وتقييده بالنصف وغيره يجعله جزئيا فلتكن النسبة نسبة ع ف الى ف ص ونجعل لـه مثل

ح ونسبته الى دق كنسبة عف الى فص (يا و) فسق اصغر من
ح وتكون نسبة سق الى قد كنسبة عص الى صف (يو ه)
ونأخذ لقد امثالا تزيد على اب وهي ده ونجعل نسبة سد الى دم
(يا و) ونسبة سم الى مل كنسبة عص الى صق وهكذا الى ان
يصير عدة قد دم مل كعدة ما في ده من امثال قد ونسبة
دق الى قس كنسبة مد الى دس وبالابدال نسبة دق
الى مد كنسبة قس الى دس (يو ه) وقس اصغر من دس
فدق اصغر من مد وكذلك نبين ان مد اصغر من لم فجميع قل
اعظم من ده وهو اعظم من اب فجميع قل اعظم من اب و سل
اعظم كثيرا منه وكل واحدة من نسب سل لم و سم مد
و سد دق كنسبة عف فص (يد ه) ونفصل على
تلك النسبة (يا و) من اب بش ومن اش شط ومن اط طك
حتى يصير اقسام اب كاقسام سل وتكون على تلك النسبة
فنسبة اك الى اب كنسبة سق الى سل وبالابدال نسبة اك
الى سق كنسبة اب الى سل (يو ه) و اب اصغر من سل
فاك اصغر من سق وهو اصغر من ح فاك اصغر كثيرا من ح

(ب)

كل مقدارين ينقص من اعظمهما ما فيه من امثال الاصغر الى ان يبقى اصغر
منه ثم من الاصغر ما فيه من امثال الباقي وهكذا دائما ولم ينتهيا الى مقدار باق
يقدر الذي قبله فهما متباينان * وليكن المقداران اب جد فان لم يكونا
متباينين فليقدرهما ط وينقص جد الاصغر من اب فيبقى اه اصغر
من جد وينقصه منه فيبقى جز وينقصه من اه فيبقى اح فلان المفصول
الاول وهو هب اعظم من نصف اب والثاني وهو حه اعظم من نصف
اه يكون العمل مؤديا الى ان يبقى منه ما هو اقل من ط وليكن ذلك اح
و ط يقدر جد فيقدر هب وكان يقدر اب فيقدر اه وهو يقدر زد
فيقدر زد وكان يقدر جد فيقدر جز وهو يقدر حه فيقدر هح وكان
يقدر اه فيقدر اح وهو اصغر منه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ج)

نريد ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مشتركين * كمقداري اب جد

فان كان حـ ء الاصغر يقدر ا ب فهو المراد والا فليبق اه اصغر من حـ ء
وهو يقدر ر ء ونعمل كما عملنا ولابد من الانتهاء الى مقدار يقدر الذى قبله
لكونهما مشتركين فليكن حـ ر يقدر اه فهو اعظم مقدار يقدرهما
والا فليكن ح اعظم منه وهو يقدرهما فهو يقدر حـ ء فيقدر ه ب ويقدر
ا ب فيقدر اه فيقدر ء ر فيقدر حـ ر وهو اصغر منه هذا خلف
فاذن حـ ر اعظم مقدار يقدرهما وذلك ما اردناه وبان من ذلك ان كل
مقدار يقدر مقدارين فهو ايضا يقدر اعظم مقدار يقدرهما

(ء)

نريد ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة فوق اثنين * كمقادير ا ب حـ
فنأخذ اعظم مقدار يقدر ا ب (حـ) وهو ء فان كان يقدر حـ فهو
اعظم مقدار يقدرها والا فليقدرها ه وهو اعظم فهو يقدر ا ب ويقدر
اعظم مقدار يقدرهما اعنى ء و ء اصغر هذا خلف وان لم يقدر ء حـ
فليكن ه يقدرهما ولتقدير ه ء يقدر ا ب فهو اعظم مقدار يقدر الثلثة
والا فليكن ر اعظم ولتقديره ا ب يقدر ء ولتقديره ء حـ يقدر ه
وهو اصغر هذا خلف فاذا وجدناه وذلك ما اردناه

(ه)

نسبة كل مقدار الى مقدار يشاركه كنسبة عدد الى عدد * وليكن المقداران
ا ب ويقدرهما ه وليقدر ا مرات عددها حـ و ب مرات عددها ء
فنسبة ه الى ا كنسبة الواحد الى حـ وبالخلاف نسبة ا الى ه كنسبة حـ
الى الواحد ونسبة ه الى ب كنسبة الواحد الى ء فبالمساواة نسبة ا الى ب
كنسبة حـ الى ء (يدر) وهما عددان وذلك ما اردناه اقول وهذه المساواة
ليست بين مقادير واعداد فان ذلك مما لم يبين وانما هى بين معدودات
واعداد وبعبارة اخرى كل واحد مما فى ا من امثال ه جزء لب فا
اجزاء لب فنسبة ا الى ب نسبة الاجزاء الى ذى الاجزاء وهى نسبة عددية

(و)

اذا كانت نسبة مقدارين كنسبة عددين فهما مشتركان * وليكن المقداران
ا ب والعددان حـ ء ونسبة ا ب كنسبة حـ ء ولنقسم ا باحاد حـ (بو)
فيحصل ه ونأخذ له امثالا بعدة ء وهو ر فنسبة ا الى ه كنسبة حـ
الى الواحد ونسبة ه الى ر كنسبة الواحد الى ء فبالمساواة نسبة ا الى ر

كنسبة ح الى د (ند ر) بل كنسبة ا الى ب فب و ر واحد و ا ر
مشتركان فا ب مشتركان وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى
نسبة كل عددين هى نسبة اجزاء الى ذى اجزاء فنسبة ا ب كذلك والجزء
من ا المسمى بعدد ح يعد ب فهما مشتركان

(ر)

كل خطين فان كانا مشتركين كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين
وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما مشتركان وان لم يكن
نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما متباينان * وليكن الخطان ا ب
فان كانا مشتركين كانا على نسبة عددين (ه) وليكونا ح د ونسبة مربعى ا ب
كنسبة ا ب مثناة (ط و) ونسبة مربعى ح د كنسبة ح د (يا ح) اعنى
ا ب مثناة فاذن نسبة مربعى الخطين كنسبة مربعى العددين وايضا لتكن
نسبة مربعيهما كنسبة عددى ح د المربعين وليكن عددا ه ر ضلعى
ح د فنسبة مربعى الخطين كنسبة الخطين مثناة (ط و) ونسبة ح د كنسبة
عددى ه ر مثناة (يا ح) فنسبة الخطين كنسبة عددى ه ر (يا ه) فهما
مشتركان وايضا ان لم تكن نسبة مربعى الخطين كنسبة عددين مربعين فهما
متباينان والا فليكونا مشتركين وتكون نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين
لكن ليست نسبة مربعيهما كذلك هذا خلف فاذن هما متباينان وذلك ما اردناه
اقول وقد بان من هذا ان كل خطين مشتركين فى الطول فهما مشتركان
فى القوة وكل متباينين فى القوة متباينان فى الطول ولا ينعكسان

(ح)

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول والثانى مشتركين كان الثالث والرابع
كذلك واذا كانا متباينين كانا كذلك * وليكن المقادير ا ب ح د وذلك لان
ا ب ان كانا مشتركين كانا على نسبة عددين (ه) وكان ح د ايضا على
نسبتهما فكانا متشاركين وان كان اب متباينين فحد كذلك والا فليكونا
مشتركين ويكونان على نسبة عددين (ه) فيكون ا ب كذلك (يا ه)
لكنهما متباينان (و) هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول فان كان المقادير خطوطا وكان الاشتراك او التباين لا ب
فى القوة كان ح د كذلك لان المربعات يكون ايضا متناسبة (يه د)

(ط)

نريد ان نجد خطين متباينين خطا مفروضا احدهما فى الطول فقط والاخر
فى الطول والقوة * وليكن الخط المفروض ا فنأخذ عددين ليست نسبتهما
نسبة مربعين وهما ب ﺟ ونجعل نسبة مربع ا الى مربع د كنسبتهما فد
يباين فى الطول لان نسبة مربعيهما ليست كنسبة عددين مربعين ويشاركه
فى القوة لان نسبة مربعيهما كنسبة عددين ونستخرج بين ا د وسطا فى النسبة
(ط و) وهو ه فهو يباين ا فى الطول والقوة وذلك لان نسبة مربع ا
الى مربع ه كنسبة ا الى د التى هى نسبة ا الى ه مثناة و ا يباين د فمربعا
ا ه متباينان فهما متباينان فى القوة وكل مباين فى القوة مباين فى الطول وذلك
ما اردناه اقول اما وجود عددين ليست نسبتهما نسبة مربعين فسهل لان نسبة
العدد المربع الى العدد الغير المربع كذلك والا لكانت كنسبة عددين مربعين
واحدهما مربع فهما مربعان (ح ع) هذا خلف وايضا نسبة العدد
المربع الى كل عدد تفاضله بواحد كذلك لان ذلك العدد لو كان مربعا لكان
بينه وبين المربع الذى تفاضله عدد متوسط (يا ع) وايضا نسبة عدد اول
الى عدد اول ليس احدهما بالواحد ليست كنسبة مربع الى مربع والا لوقع بينهما
وسط فى النسبة فيعدهما اقل عددين (ك ر) على تلك النسبة فان اردنا ان نزيد
الخطوط المشاركة فى القوة فقط على اثنين جعلنا مربعاتها على نسبة الاعداد
الاوائل واما كيف نجعل نسبة مربع ا الى مربع د كنسبة عدد الى عدد
فهو ان نقسم ضلع مربع ا بآحاد العدد الذى هو نظير ا ويؤخذ
من تلك الاقسام بقدر العدد الذى هو نظير د ونرسم سطح قائم الزوايا يحيط به
المقدار المأخوذ وضلع مربع ا ونعمل مربع مثله (يد ب) فضلعه هو د

(ى)

المقادير المشاركة لمقدار واحد متشاركة * فليكن ا ب مشاركين لـ ﺟ ونسبة
ا ﺟ كنسبة عددى د ه (ه) ونسبة ﺟ ب كنسبة عددى ر ح (ه)
ونستخرج اقل ثلثة اعداد على نسبتهما وهى ط ك ل فبالمساواة نسبة ا ب
كنسبة عددى ط ل (يد ر) فهما مشتركان وذلك ما اردناه

(يا)

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب مشاركا لهما وان كان
المجموع مشاركا لهما كانا بعد التفصيل متشاركين * مثلا ا ب
ب ﺟ مقداران وليكونا متشاركين يعدهما د فهو يعد المجموع

وايضا

وايضا ان كان يعد المجموع واحدهما فهو يعد الاخر وذلك ما اردناه

(ب)

كل اربعة خطوط متناسبة فان كان الاول يقوى على الثاني بزيادة مربع خط يشاركه في الطول كان الثالث يقوى على الرابع كذلك وان كان بزيادة مربع خط يباينه في الطول كان الثالث يقوى على الرابع كذلك * فلتكن الخطوط ا ب ح د ومربع ا يساوي مربعي ب ه ومربع ح يساوي مربعي د ر فا يقوى على ب بمربع ه وح على د بمربع ر ولانها متناسبة فنسبة مربع ا اعني مربعي ه ب الى مربع ب كنسبة مربع ح اعني مربع ر د الى مربع د (ك و) وبالتفصيل نسبة مربع ه الى مربع ب كنسبة مربع ر الى مربع د (ك ه) فنسبة ه الى ب كنسبة ر الى د (ك و) وبالخلاف نسبة ب ه كنسبة د ر فبالمساواة نسبة ا ه كنسبة ح ر (ك ه) فان شارك ا ه شارك ح ر (ع) وان باينه باينه وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ولتكن الخطوط اب بح ده در فنسبة مربع اب الى مربع بح كنسبة مربع ده الى مربع در (ك و) وبالقلب فنسبة مربع اب الى فضل مربع اب على مربع بح كنسبة مربع ده الى فضل مربع ده على مربع در ونسبة اب الى ضلع فضل مربعه على مربع بح كنسبة ده الى ضلع فضل مربعه على مربع در (ك د) فان يشارك الاولان يشارك الاخيران وان يباينا باينا (ع)

(ح)

كل خطين اضيف الى اطولهما سطح كربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح ان قسم الاطول بمشتركين قوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه وان قوي الاطول بذلك فالسطح قسمه بمشتركين * فليكن الاطول بح والاقصر ا واذا اضفنا ربع مربع ا اعني مربع نصفه الى بح (ى ب) على الوجه المذكور ان قسم على د ولم ينتصف عليه لان مربع نصف ا اصغر من مربع نصف بح فليكن بد اطول ونفصل ده كدح فسطح بد في دح اعني ربع مربع ا اربع مرات يساوي مربع ا ومع مربع به يساوي مربع بح (ع ب) فبح يقوى على ا بزيادة مربع به نقول فان شارك بد دح شارك بح به وذلك لان بالتركيب بح يشارك دح المشارك لحه (ط) فبح يشارك ده (ب) فبشارك به وايضا

ان شارك ىح ىه شارك ىى دح لان ىح يشارك هح المشارك
ادح فيشارك دح فبى يشارك دح (ا) وذلك ماردناه

(يد)

كل خطين اضيف الى اطولهما سطح كربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح ان قسم الاطول بمتباينين قوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه وان قوى الاطول بذلك فالسطح قسمه بمتباينين ونعيد الشكل ونبين كما مر * ان ىح يقوى على ا بزيادة مربع ىه ونقول فان باين ىى دح باين ىح ىه لانه ان شاركه شارك ىى دح هذا خلف وايضا ان باين ىح ىه باين ىى دح لانه ان شاركه شارك ىح ىه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(يه)

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان منطقان فهو منطق * وليكن السطح ىح والخطان اى اح ونرسم على اى المنطق مربع ىى فهو منطق والسطح يشاركه (ع) لان اح يشارك اى اعنى اى فهو ايضا منطق وذلك ما اردناه

(يو)

اذا اضيف الى خط منطق سطح منطق فالعرض الحادث ايضا منطق * فليكن الخط اى والسطح المضاف ىح والعرض الحادث اح ونرسم على اى مربع ىى فهو يشارك سطح ىح لكونهما منطقين فذا اعنى اى يشارك اح فهو منطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(يز)

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مشتركان ومنطقان بالقوة فقط فهو اصم ويسمى الموسط والخط القوى عليه ايضا اصم ويسمى الخط الموسط * فليكن السطح ىح والخطان اى اح وهما متباينان فى الطول ونرسم على اى مربع ىى (مو ا) فهو منطق ويباين السطح (ع) لتباين الخطين فالسطح اصم وكذلك الخط القوى عليه وذلك ما اردناه اقول والخطوط الموسطة قد تكون مشتركة فى الطول وليكن اى منطقا فى الطول فالخط القوى على سطح يحيط به اح وربع اى مثلا يكون موسطا (يز) مشاركا (و) للقوى على سطح ىح لكون مربعيهما على نسبة الواحد والاربعة وهما مربعان وقد تكون مشتركة فى القوة فقط فان الخط القوى على سطح يحيط به

اح ويضيف اب يكون موسطا (ير) مشاركا (د) للقوى على سطح بح بالقوة فقط لكون مربعيهما على نسبة عددين غير مربعين وقد تكون متباينة فى الطول والقوة فان الخط القوى على السطح الذى يحيط به اب وخط منطق فى القوة ومباين لاح فى الطول موسط (ير) مباين للقوى على بح فى الطول والقوة لتباين مربعيهما

(ح)

اذا اضيف الى خط منطق سطح يساوى مربع خط موسط فالعرض الحادث منطق بالقوة فقط * فليكن الخط الموسط ا والمنطق بح والسطح المضاف المساوى لمربع ا حد وليكن هو حال احاطة المنطقين المتباينين فى الطول به هح فلتساوى زاويتى ب ر (يه ا) فى سطحى حد هح المتساويين يكون نسبة حب الى هر كنسبة رح الى بد (يد و) على التكافى و حب يشارك هر فى القوة فرح يشارك بد فى القوة و رح منطق فى القوة فبد منطق فى القوة (ب) ولتباين سطح حد ومربع بد يكون حب بد متباينين فى الطول فاذن بد منطق فى القوة فقط وذلك ما اردناه

(ط)

الخط المشارك للموسط موسط * مثلا ا موسط و ب يشاركه فنضيف الى حد (يه ا) المنطق مربعيهما وهما سطحا ده در فهما مشتركان فده يشارك حر و هد منطق بالقوة مباين لحد فى الطول فحر كذلك فدر موسط (ير) فب القوى عليه موسط (ير) وذلك ما اردناه اقول وان كان ب يشارك ا فى القوة فقط كان ايضا موسطا بهذا البيان بعينه

(ى)

فضل الموسط على الموسط اصم * وليكن احد الموسطين ا ب والثانى ا والفضل ب وليكن حد منطقا ونضيف الاول اليه فيحدث عرض ده والثانى فيحدث عرض در فهما منطقان بالقوة (ح) ومباينان لحد فى الطول (ح) ويكون الفضل سطح حه فنقول انه اصم والا فليكن منطقا فيكون عرض ره منطقا (لو) ومربعه ومربع در منطقان وسطح در فى ره يباينهما (ح) لتباين در ره فى الطول فمربعا در ره يباينان ضعف سطح در فى ره فالكل اعنى مربع ده (د ب) يباين مربعى در ره

المنطقين فهو اصم وكان منطقا هذا خلف فاذن سطح حه اصم وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر الموسطان اما مشتركان او متباينان فان كانا مشتركين
كان الفضل مشاركا لهما ايضا فهو موسط (لط) ويكون اصم وايضا اذا كانا
مشتركين كان هد در مشتركين (ح) وسطح هد فى در بل ضعفه
يشارك مربعيهما المنطقين اعنى ضعف سطح هد فى در (را) مع مربع ره
فربعا هد در المنطقان يشاركان ره فره منطق بالقوة ومباين لحى لكونه
مشاركا لحر (ا) المباين له فسطح حه موسط (بر) وهو اصم وان كانا متباينين
كان هد در متباينين (ح) وضعف سطح هد فى در يباين مربعيهما
المنطقين فربعاهما المنطقان يباينان مربع ره فهو اصم فره ليس
بمنطق فى الطول ولا فى القوة فسطح حه اصم غير موسط ولا منطق

(كا)

نريد ان نجد خطين موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بمنطق* فنضع
خطى ا ب منطقين فى القوة (ط) فقط ونجعل ح وسطا بينهما (ط د)
فى النسبة و ى رابعا (ا و) فا فى ب اعنى ح (بر و) فى نفسه موسط فح
موسط (بر) ونسبة ا ب كنسبة ح ى (بر ه) و ا يشارك ب فى القوة
فقط فح يشارك ى فى القوة فقط (ح) فد ايضا موسط (لط) وح فى ى
اعنى مربع ب (بر و) منطق فاذن ح ى موسطان كما اردناه

(كب)

نريد ان نجد خطين موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بموسط*
فنضع ا ب ح ثلثة خطوط منطقة فى القوة فقط ونجعل ى بين ا ب
وسطا فى النسبة (ط و) ونسبة ا ح كنسبة ى ه (ا و) فبالابدال
(بر ه) نسبة ا ب اعنى نسبة ى ب كنسبة ح ه و ا فى ب كمربع
ى وى موسط (بر) و ا يشارك ح فى القوة فقط فد يشارك ه فى القوة
فقط فهو ايضا موسط (لط) يشارك ى فى القوة فقط و ى فى ه كب
فى ح (بر و) الموسط فاذن ى ه موسطان كما اردنا

(كج)

كل سطح يحيط به موسطان مشتركان فى القوة فقط فهو اما منطق واما موسط
فليكن الموسطان اب اح والسطح بح ونرسم على الضلعين مربعى
بى حه (مو ا) وليكن رح منطقا ونضيف اليه (مه ا) سطوح بى بح حه

على الترتيب وهى حط كل مد فيحدث عروض رط طل لد وكل واحد من رط لد منطق بالقوة فقط (٤) وهما متشاركان فى الطول (ع) لتشارك اب اح فى القوة ولان نسبة مربع بى الى سطح بح اعنى نسبة با الى اح اعنى با الى اه كنسبة سطح بح الى مربع ده (او) فسطوح حط كل مد بل خطوط رط طل لن متناسبة (اد) و رط فى لد يساوى مربع طل (رو) و رط فى لد يشاركه مربع رط المنطق فطل منطق فى القوة فان كان طل مشاركا لرط فى الطول كان سطح كل اعنى سطح بح منطقا (يه) وان كان مباينا له كان موسطا (ر) وذلك ما اردناه

(٢)

نريد ان نجد خطين منطقين فى القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه فى الطول * فنضع عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا وهما اب بح ونرسم خطا منطقا وهو ده وعليه نصف دائرة دره ونجعل نسبة مربع ده الى مربع در كنسبة عدد اب الى عدد اح فده در هما الخطان المطلوبان ولنجعل در وترا ونصل هر فلان نسبة مربعى ده در كنسبة عددين (ر) وليست كنسبة مربعين يكونان مشتركين فى القوة فقط (و) و ده منطق فى القوة فدر كذلك ولان ده يقوى على در (ر ا) بزيادة مربع هر (لح) وبالقلب نسبة مربع ده اليه كنسبة عددى اب بح المربعين فهو يشارك ده اذ مربعاهما على نسبة عددين مربعين فالخطان كما اردنا اقول ومن طرق تحصيل عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا ان يؤخذ فرد اول وليكن اب ونفصل منه واحد وهو اح وننصف الباقى على ى فمربعا اى حى هما المطلوبان وذلك لان الفضل بينهما يكون بمربع اح وضرب اح فى حى مرتين وليكن مربع اح هو اح وضرب اح فى حى مرتين هو حب فالفضل بين المربعين يكون ذلك الفرد الاول وهو ليس بمربع فان اردنا ان يكون مع الخطين آخر منطق بالقوة فقط جعلنا نسبة مربع ده الى مربع خط آخر كنسبة عدد اب الى عدد اول غير اح كما مر

(٣)

نريد ان نجد خطين منطقين فى القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول * فنضع عددين مربعين لا يكون

مجموعهما مربعا وهما اد دب ونرسم خط ده المنطق ونعمل كما عملنا في الشكل المتقدم الى ان يحصل خط در فيكون خطا ده در هما المطلوبان وذلك لان نسبة مربعيهما كنسبة عددى اب اد وليست ذلك كنسبة مربعين فهما مشتركان في القوة (و) فقط و ده منطق فدر منطق في القوة ولان نسبة عددى اب بد ليست كنسبة مربعين ومربعا ده در على تلك النسبة فده يقوى على در (ما) بزيادة مربع خط يباينه في الطول وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم اقول ومن طرق تحصيل عددين مربعين ليس مجموعهما مربعا ان نزيد الواحد على كل مربع اتفق فهما مربعان ليس مجموعهما مربعا كما مر واذا ضربنا المجموع في اى مربع اتفق كان الحاصل ايضا كذلك لان الحاصل يتألف من ضرب مربعين في مربع فيكون متألفا من مربعين ويكون من ضرب غير مربع في مربع فلا يكون مربعا (ب ط)

(كو)

نريد ان نجد موسطين مشتركين في القوة فقط ويحيطان بسطح منطق ويقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول * فنضع خطين منطقين في القوة فقط (ط) وهما ا ب ونجعل ا قويا على ب بزيادة مربع خط يشاركه ونستخرج بينهما وسطا (ط و) وهو ح ورابعا (ا و) هو د فيكونان موسطين مشتركين في القوة فقط ويحيطان بمنطق كما مر ويقوى ح على د كما ذكرنا لانهما على نسبة ا ب وذلك ما اردناه

(كز)

نريد ان نجد موسطين كما ذكرنا الا ان الاطول يقوى على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول * فنضع خطين منطقين في القوة (ط) وهما ا ب ونجعل ا قويا على ب بزيادة مربع خط يباينه وباقي البيان كما مر فيكون الموسطان كما اردناه والشكل كالمتقدم

(كح)

نريد ان نجد موسطين مشتركين في القوة فقط ويحيطان بموسط ويقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع يشاركه في الطول * فنضع ثلثة خطوط منطقة في القوة فقط هى ا ب ح ونجعل ا قويا على ح (ب) بزيادة مربع خط يشاركه ونستخرج د وسطا بين اب ونسبته الى ه كنسبة ا الى ح فيكون ده موسطين كما اردناه والبيان كما مر

(كط)

نريد ان نجد موسطين كما ذكرنا الان الاطول يقوى على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه والعمل كما مر* الا انا نجعل (٩) اقوياء على ح بزيادة مربع خط يباينه والشكل والبيان كما تقدم

(ل)

نريد ان نجد خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا وضعف سطح احدهما في الاخر موسطا فنضع خطين منطقين في القوة فقط يقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه في الطول* وهما اب بح والاطول اب ونرسم على اب نصف دائرة ارب ونضيف (كه و) ربع مربع بح الى اب ناقصا عن تمامه مربعا فنقسمه على ه و اه الاطول ونخرج من ه عمود ه ر ونصل ار بر فهما الخطان المطلوبان ولان نسبة ار الى رب كنسبة اه الى ه ر (ح و) ونسبة ه ر الى ه ب فنسبة مربعي ار رب كنسبة خطي اه ه ب المتباينين (يد) فار رب متباينان في القوة ولان مربعيهما يساويان مربع اب المنطق فمجموع مربعيهما منطق ولان سطح اه في ه ب يساوي مربع ه ر (ر و) وكان يساوي مربع بد اعني ربع مربع بح فه ر يساوي رد ونسبة اب الى ار كنسبة بر الى ره (ح و) اعني بد فسطح ار في بر يساوي سطح اب في بد (ا ب) فضعف سطح ار في رب يساوي سطح اب في بح الموسط وذلك ما اردناه

(لا)

نريد ان نجد خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الاخر منطقا فنضع موسطين مشتركين في القوة فقط (كر) يحيطان بمنطق ويقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه في الطول وهما* اب بح ونعمل بهما ما عملنا في الشكل المتقدم الى ان يحصل ار بر وهما الخطان المطلوبان اما تباينهما في القوة فلكون مربعيهما على نسبة اه ه ب المتباينين (يد) واما كون مجموع مربعيهما موسطا فلان مربعيهما كمربع اب الموسط واما كون ضعف سطح احدهما في الاخر منطقا فلانه يساوي سطح اب في بح المنطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(لب)

نريد ان نجد خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف

سطح احدهما فى الاخر موسطا مباينا للاول فنضع موسطين مشتركين
فى القوة فقط (يط) يحيطان بموسط ويقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع
خط يباينه فى الطول وهما اب بج ونعمل بهما ما عملنا لى ان يحصل ار
بر وهما الخطان المطلوبان اما تباينهما فى القوة وكون مجموع مربعيهما
موسطا فلما مر واما كون ضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا
فلانه يساوى سطح اب فى بج الموسط واما مباينته للموسط الاول فلتباين
اب بج فى الطول فان ذلك يقتضى التباين بين مربع اب وسطح
اب فى بج وذلك ما اردناه والشكل كامل

(لج)

الخط المركب من خطين متباينين فى الطول فقط منطقين فى القوة
اصم ويسمى ذا الاسمين * مثلا كاج المركب من اب بج فلتباينهما
فى الطول يكون سطح احدهما فى الاخر بل ضعفه مباينا لمربعيهما
المنطقين فيكون مربع الخط مباينا لمربعيهما فهو اذن اصم

(لد)

الخط المركب من خطين موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطا بمنطق اصم
ويسمى ذا الموسطين الاول * مثلا كاج المركب من اب بج
فلتباينهما فى الطول يكون سطح احدهما فى الاخر بل ضعفه المنطق مباينا
لمربعيهما الموسطين فيكون مربع الخط مباينا للضعف (ا) فهو اذن اصم

(له)

الخط المركب من خطين موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بموسط
اصم ويسمى ذا الموسطين الثانى * مثلا كاج المركب من اب بج وليكن
ده منطقا ونضيف اليه مربعى اب بج وهو دز (يج) وضعف
سطح احدهما فى الاخر وهو زط وهما متباينان لتباين الخطين
فخطا دح حط منطقان (٤) بالقوة متباينان فى الطول فدط
ذو الاسمين (لج) و ده منطق فسطح هط اصم فاج القوى عليه اصم

(لو)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا
وضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا اصم ويسمى الاعظم * مثلا
كاج المركب من اب بج والبيان والشكل كالذى الاسمين

(لز)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما فى الاخر منطقا اصم ويسمى القوى على منطق وموسط* مثلا كاه المركب من اب بح والبيان والشكل كالذى الموسطين الاول

(لح)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا مباينا للاول اصم ويسمى القوى على موسطين* مثلا كاه المركب من اب بح والبيان والشكل كالذى الموسطين الثانى وذلك ما اردناه.

(لط)

لا ينقسم ذو الاسمين باسميه الاعلى نقطة يعنى ان انقسم على نقطة اخرى ولا يكون القسمان مساويين لقسميه الاولين فلا يكون بذلك الاعتبار ذا اسمين فان امكن* فلنقسم على د كذلك ويكون الفضل بين مربعى اب بح ومربعى اد دح اعنى الفضل بين منطقين هو الفضل بين ضعف سطح اب فى بح وبين ضعف سطح اد فى دح اعنى الفضل بين موسطين فيكون منطقا (ا) واصم (ك) معا هـذا خلف فاذن لا ينقسم اقول لكن لبيان ان مجموع مربعى اب بح لا يساوى مجموع مربعى اد دح ولا ضعف سطح الاولين ضعف سطح الاخرين ده مربع الخط ونصل ار القطر ونخرج بك دل الموازيين لاه (لا ا) ونتمم الشكل فبع مد مجموع مربعى اب بح واط سع مجموع مربعى اد دح ونلقى مربعات بح سع فصل المشتركة يبقى من مربعى اب بح متمما لم لد ومن مربعى اد دح متمما كد كط فان كان متمم لد مساويا لمتمم كط يساوى المجموعان وحينئذ يكون خط اب مساويا لخط دح فيكون قسمة اح على ب وعلى د قسمة واحدة يتساوى اطولاهما واقصراهما وان اختلف المتممان يكون فضل احد المجموعين على الاخر وفضل احد الضعفين على الاخر بذلك القدر وهذا هو الذى بينا احالته

(م)

لا ينقسم ذو الموسطين الاول بموسطيه الاعلى نقطة واحدة* والا فلنقسم على د ويكون الفضل بين مجموع مربعى اب بح ومجموع

مربعى اى دح اعنى فصل موسط على موسط هو الفضل بين ضعف سطح اب فى بح وضعف سطح اى فى دح اعنى فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن لاينقسم

(ما)

لاينقسم ذو الموسطين الثانى بموسطيه الاعلى نقطة واحدة والا * فلينقسم على د وليكن هر منطقا ونضيف اليه مجموع مربعى اب بح وهو رح وضعف سطح احدهما فى الاخر وهو كط فيكون هك المنقسم على ح ذا اسمين (لح) ونضيف اليه ايضا مجموع مربعى اد دح وهو رل ويبقى مك ضعف سطح احدهما فى الاخر فيكون هك المنقسم على ل ذا اسمين فاذن هك انقسم على نقطتى ح ل باسميه هذا خلف (لط) فاح لاينقسم على غير ب بموسطيه

(مب)

لا ينقسم الاعظم بقسميه الاعلى نقطة واحدة و الا فلينقسم على د وتبين الخلف كما فى ذى الاسمين و الشكل كشكله

(مج)

لاينقسم القوى على منطق وموسط بقسميه الاعلى نقطة واحدة *والا فلينقسم على د وتبين الخلف كما فى ذى الموسطين الاول والشكل كشكله

(مد)

لاينقسم القوى على موسطين بقسميه الاعلى نقطة واحدة *والا فلينقسم على د وتبين الخلف كما فى ذى الموسطين الثانى والشكل كشكله وذلك ما اردناه صدران قوى الطول قسمى ذى الاسمين على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه فى الطول وكان الاطول مشاركا للمنطق المفروض اولا اعنى يكون منطقا فى الطول فهو ذو الاسمين الاول وان كان الاقصر كذلك فهو الثانى وان لم يكونا منطقين الا فى القوة فهو الثالث وان قوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول وكان الاطول منطقا فى الطول فهو ذو الاسمين الرابع وان كان الاقصر كذلك فهو الخامس وان لم يكونا منطقين الافى القوة فهو السادس

(مه)

نريد ان نجد ذا الاسمين الاول * وليكن المنطق المفروض اولا ا و بح

خطا مايشاركه و ده در عددين مربعين وليس فضل ره مربعا (٧)
ونجعل نسبة مربع بد الى مربع دج كنسبة ده الى هر فبج
ذو الاسمين الاول لان بد اطول قسميه منطق فى الطول و دج المشارك له
فى القوة فقط منطق فى القوة ومباين له فى الطول وليكن فضل مربع
بد على مربع دج هو مربع ط فبقلب النسبة نسبة مربع بد
الى مربع ط كنسبة ده الى در المربعين فط يشارك بد
فى الطول و بد يقوى على دج بزيادة مربعه

(مو)

نريد ان نجد ذا الاسمين الثانى * وليكن المنطق المفروض ا و دج خطا يشاركه
والعددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع دج الى مربع دب كنسبة ره
الى ده (ط) فبج ذو الاسمين الثانى لان دج اقصر قسميه منطق
فى الطول و بد منطق فى القوة فقط وهو يقوى على دج بزيادة
مربع ط المشارك له كما مر والشكل كالمتقدم

(مز)

نريد ان نجد ذا الاسمين الثالث * وليكن المنطق المفروض ا والعددان
المربعان رح رط وليس فضل حط مربعا و ه عددا آخر غير مربع
وليست نسبته الى حط كنسبة مربعين ونجعل نسبة مربع ا الى
مربع بد كنسبة ه الى رط (ط) ونسبة مربع بد الى مربع
دج كنسبة رط الى حط فبج ذو الاسمين الثالث لان قسميه
منطقان بالقوة متباينان لا فى الطول و بد يقوى على دج بزيادة
مربع ك المشارك لبد لان مربعيهما على نسبة مربعى رط رح (ع)

(ع)

نريد ان نجد ذا الاسمين الرابع * فنعمل كما فى ذى الاسمين الاول الا انا نجعل عددى
در ره مربعين وليس مجموعهما وهو ده مربعا فيكون بد يقوى على
دج بمربع ط المباين له لان مربعيهما على نسبة ده در والشكل كشكله

(مط)

نريد ان نجد ذا الاسمين الخامس * فنعمل كما فى ذى الاسمين الثانى الا انا
نجعل عددى در ره كما فى ذى الاسمين الرابع والشكل كما كان

(ن)

نريد ان نجد ذا الاسمين السادس * فنعمل كما فى ذى الاسمين الثالث الا اننا نجعل العددين كما فى الرابع والشكل كشكل الثالث وذلك ما اردناه

(نا)

اذا احاط منطق وذو اسمين اول بسطح فالخط القوى عليه ذو اسمين * فليكن السطح ب ح والخط المنطق ا ب وذو الاسمين الاول ا ح ولنقسم باسميه على د و د ح اقصر قسميه ونتصفه على ه ونضيف (ك و) مربع د ه اعنى ربع مربع د ح الى ا د ناقصا عن تمامه مربعا فينقسم على ز ويكون ا ز ز د مشتركين (ع) ونخرج ز ح د ط ه ك موازية لا ب (لا ا) ونعمل مربع س ه كا ح ومربع م ه على قطره كح د (بد ب) ونتم مربع ع ق فلان نسبة مربع س ه الى سطح ه ع اعنى نسبة س ف الى ف ع كنسبة سطح ه ع الى سطح ه م اعنى نسبة ف ه الى ه ص بل س ف الى ف ع يكون سطح ه ع وسطا فى النسبة (نا ه) بين مربعى س ه ه م اعنى بين سطحى ا ح ح د وكان سطح ط ه وسطا بينهما لان نسبة ا ز ك ه كنسبة د ه ز د (ب و) فسطحا ه ع ط ه متساويان (ط ه) فسطح ب ح يساوى مربع ع ق نقول فضلعه ذو اسمين لان ا ز ز د المشاركين لا د المنطق (نا) منطقان فسطحا ا ح ح د اعنى مربعى س ه ه م منطقان (به) فس ف ف ع منطقان بالقوة ولان كل واحد من ا ح ح د المنطقين يباين كل واحد من ط ه ه ل الموسطين (ب) فس ه ه ع متباينان فس ف ف ع متباينان فى الطول فاذن الخط القوى على ب ح اعنى س ع ذو اسمين (لح)

(نب)

اذا احاط منطق وذو اسمين ثان بسطح فالخط القوى عليه ذو موسطين اول * وليكن السطح ب ح والخط المنطق ا ب وذو الاسمين الثانى ا ح ونعمل كما عملنا فيما تقدم بعينه الا انه ههنا يكون سطحا ا ح ح د موسطين مشتركين ومشاركين لموسط ا ط وسطحا د ك ك ح منطقين (به) فيكون مربعا س ه ه م موسطين مشتركين ومتمما ه ع ه ق منطقين فيكون س ف ف ع موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بمنطق هو ه ع فس ع هو ذو الموسطين الاول والشكل كما تقدم

(نج)

اذا

اذا احاط منطق وذو اسمين ثالث بسطح فالقوى عليه ذو موسطين ثان *
وليكن السطح والخطان والشكل ما اوردناه ونعمل كما مر الان ههنا سطحى
اع ع د يكونان موسطين مشتركين وسطحا د ك ك ح موسطين وجميع
اط مباينان لجميع ط ح فيكون مربعا س ه ه م موسطين مشتركين
ومتمما ه ع ه ق موسطين مباينين لهما فيكون س ف ف ع موسطين
مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط هو ه ع فس ع ذو الموسطين الثانى

(نه)

اذا احاط منطق وذو اسمين رابع بسطح فالقوى عليه اعظم والمثال والشكل
كما مر * ويكون ههنا ار ر د متباينين (ند) وسطح اط اعنى مجموع
مربعى س ه ه م منطقا (نه) وسطح ط ح اعنى مجموع متممى ه ع ه ق
موسطا (ر) فيكون س ف ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما
منطق وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط فس ع هو الاعظم (لو)

(نه)

اذا احاط منطق وذو اسمين خامس بسطح فالقوى عليه قوى على منطق
وموسط والمثال والعمل والشكل كما مر * ويكون ار ر د متباينين
(ند) وسطح اط اعنى مجموع مربعى س ه ه م موسطا (ر) وسطح
ط ح اعنى متممى ه ع ه ق منطقا (نه) فيكون س ف ف ع متباينين
بالقوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر
منطق فس ع هو القوى على منطق وموسط (لر)

(نو)

اذا احاط منطق وذو اسمين سادس بسطح فالقوى عليه قوى على
موسطين والمثال والعمل والشكل كما مر * ويكون ار ر د
متباينين (ند) وسطح اط اعنى مجموع مربعى س ه ه م موسطا (ر)
وسطح ط ح اعنى متممى ه ع ه ق موسطا مباينا للاول فيكون س ف
ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر
موسط مباين الاول فس ع هو القوى على موسطين (لح) وذلك ما اردناه

(نر)

اذا اضيف مربع ذى الاسمين الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين اول *
وليكن ذو الاسمين اب منقسما على ح والخط المنطق ده ونضيف مربع اب

اليه وهو سطح ه ر فحدث عرض د ر فنقول انه ذو الاسمين الاول وليكن مربع
اح كسطح ه ح ومربع ح ب كسطح ط ك ويبقى ل ر كضعف سطح اح
في ح ب (د ب) فننصف ك ر على م ونخرج م ن موازيا لده فلان
مربعي اح ح ب منطقان (لج) يكون ه ك منطقا و د ك منطقا (يه)
في الطول و د ح مشاركا لح ك ولان سطح اح في ح ب موسط فل ر موسط
و ك ر منطق في القوة فقط مباين لده في الطول ولان مربعي اح ح ب
اعظم من ضعف سطح اح في ح ب فدك اطول من ك ر ولان سطح
اح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي اح ح ب يكون سطح ك ن بين
سطحي د ط ط ك كذلك فيكون ك م وسطا في النسبة بين د ح ح ك
ونسبة د ح الى ك م كنسبته الى ح ك فاذا اضيف مربع ك م (كه و) اعني
ربع مربع ك ر الى د ك ناقصا عن تمامه مربعا قسم د ك على ح بمشتركين
فاذن د ك يقوى على ك ر بزيادة مربع من خط يشاركه في الطول وثبت
الحكم وذلك ما اردناه اقول انما يكون مربعا اح ح ب اعظم من ضعف سطح
اح في ح ب لان نسبة مربع اح اطول القسمين الى سطح اح في ح ب كنسبة
سطح اح في ح ب الى مربع ح ب (ا و) واذا كانت اربعة مقادير متناسبة
اولها اعظمها واخرها اصغرها كان الاول والاخر معا اعظم من الباقيين (كه ه)
وبوجه آخر خاص بهذا الموضع ليكن اد مربع اح و ح ه مربع ح ب ونفصل
ح ر مثل ح ب ونخرج ر ح موازيا لح د و نتمم سطح د ه فضعف
سطح اح في ح ب هو سطح ب ح والمشترك بينه وبين المربعين سطحا
ح ح ح ه فيبقى من المربعين اح ومن الضعف د ه و اح اعظم من
د ه لان د ط يساوي ار و ر ح اعني اح اعظم من ط ه اعني ح ب (لد ا)

(ع)

اذا اضيف مربع ذي الموسطين الاول الى خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين
ثان والمثال والشكل والعمل كما مر * ويكون ه ك ههنا موسطا لان مربعي اح
ح ب اعني ه ح ط ك موسطان مشتركان و ل ر منطقا (لد) لان اح في
ح ب منطق فيكون د ك ك ر منطقين في القوة فقط (كه) و ك ر منطق
في الطول (يو) و د ك يقوى على ك ر بزيادة مربع خط يشاركه
(ع) لان د ح ح ك مشتركان فاذن د ر ذو اسمين ثان

(نط)

اذا اضيف مربع ذى الموسطين الثانى الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين ثالث والمثال والعمل والشكل كما مر* ويكون ه ك ههنا موسطا لان مربعى اح حب موسطان مشتركان و لر موسطا مباينا له (له) لتباين اح حب فى الطول فيكون ى ك كر منطقين فى القوة متباينين ومباينين له ه فى الطول (٤) و ى ك يقوى على كر بمربع خط يشاركه لاشتراك ى ع ع ك فاذن ى ر ذو اسمين ثالث

(س)

اذا اضيف مربع الاعظم الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين رابع* والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون ى ع ع ك متباينين لتباين خطى اح حب فى القوة و ه ك منطقا (لو) لكون مجموع مربعى اح حب منطقا و لر موسطا فدك كر منطقان فى القوة (٤) و ى ك منهما منطق فى الطول (يو) وهو يقوى على كر (يد) بمربع خط يباينه لتباين ى ع ع ك فاذن ى ر ذو اسمين رابع

(سا)

اذا اضيف مربع القوى على منطق وموسطا الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين خامس والمثال والعمل والشكل كما مر* ويكون ى ع ع ك متباينين و ه ك موسطا لكون مجموع مربعى اح حب موسطا و لر منطقا فدك كر منطقان فى القوة و كر منهما منطق فى الطول (ي) و ى ك يقوى عليه بمربع خط يباينه لتباين ى ع ع ك فاذن ى ر ذو اسمين خامس

(سب)

اذا اضيف مربع القوى على موسطين الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين سادس* والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون ى ع ع ك متباينين و ه ك موسطا و لر موسطا مباينا له (لح) فدك كر منطقان فى القوة متباينان ومباينان له ه (٤) و ى ك يقوى على كر بمربع خط يباينه (يد) فدر ذو اسمين سادس وذلك ما اردناه

(سج)

الخط المشارك فى الطول لذى الاسمين ذو اسمين فى مرتبته بعينها* فليكن اب ذا الاسمين منقسما على ح باسميه و ى ه مشاركا له فى الطول ونجعل نسبة اب الى ى ه كنسبة اح الى ى ر ويبقى حب ر ه على نسبتهما (يط ه) وكل واحد من اح حب مشارك لنظيره (ع) من ى ر ر ه منطق

مثله اما فى الطول والقوة او فى القوة فقط ونسبة اح حب كنسبة در ره و اح حب متباينان فى الطول (لج) فدر ره كذلك (ح) و اح ان قوى على حب بمربع خط يشاركه او يباينه فدر على ره كذلك فاذن اب اى ذى اسمين كان من النسبة كان ده ذلك بعينه

(سد)

الخط المشارك فى الطول لذى الموسطين ذو موسطين فى مرتبته بعينها * فليكن اب ذو الموسطين اما الاول والثانى منقسما على ح بقسميه و ده مشاركا له ونجعل نسبة اب الى ده (يا و) كنسبة اح الى در و حب الى ره فكل واحد من اح حب مشارك لنظيره من در ره (ح) موسط مثله (نط) و اح حب متباينان فى الطول فدر ره كذلك ونسبة مربع اح الى سطح اح فى حب اعنى نسبة اح الى حب كنسبة مربع در الى سطح در فى ره (ا ه) اعنى نسبة در الى ره وبالابدال نسبة مربع اح الى مربع در كنسبة سطح اح فى حب الى سطح در فى ره والمربعان متشاركان (ى) فالسطحان متشاركان (ح) فان كان الاول منطقا او موسطا كان الثانى كذلك فاذن اب اى ذى موسطين كان من الاثنين كان ده ذلك بعينه والشكل كالمتقدم

وبوجه آخر ليكن ا ذا الموسطين الاول والثانى و ب مشاركا له ونضع حد منطقا ونضيف اليه مربع ا وهو كه ومربع ب وهو در فحه ذو الاسمين الثانى (ع) او الثالث (نط) و حر يشاركه فهو مثله فالقوى على در اعنى ب ذو الموسطين الاول او الثانى مثل ا

(سه)

الخط المشارك فى الطول للاعظم اعظم اما بالوجه الاول * فليكن الاعظم اب منقسما على ح ويشاركه ده وقسم على تلك النسبة على ر (يح و) فيكون نسبة اح حب كنسبة در ره و اح حب متباينان فى القوة (لو) فدر ره كذلك (ح) ونسبة مربعى اح حب كنسبة مربعى در ره (يد و) ونسبة مجموع مربعى اح حب الى احدهما كنسبة مجموع مربعى در ره الى نظيره (ع ه) وبالابدال نسبة المجموع الى المجموع كنسبة احدهما الى نظيره (لو ه) واحدهما مشارك لنظيره فالمجموع مشارك للمجموع ومجموع مربعى اح حب منطق فمجموع مربعى در ره منطق وايضا ضعف سطح اح فى حب موسط (لو) فضعف سطح در فى ره المشارك له ايضا موسط واما بالوجه الثانى

فليكن

فليكن ا الاعظم و ب مشاركه ونضيف مربعيهما الى دى المنطق فيحدث من مربع ا عرض ده وهو ذو الاسمين الرابع ويشاركه در فهو مثله (سه) فالخط القوى على ور اعني مربع ب اعظم (ند).

(سو)

الخط المشارك في الطول للقوى على منطق وموسط قوى على منطق وموسط ونبين بمثل بيان الاعظم والشكلان كما مرا

(سز)

الخط المشارك في الطول للقوى على موسطين قوى على موسطين والبيان والشكل كما مر وذلك ما اردناه اقول وان كانت الخطوط المشاركة لهذه الخطوط الستة مشاركة في القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعينه تعين البيانات المذكورة

(سح)

الخط القوى على مجموع سطحين منطق وموسط يكون احد اربعة خطوط اما ذا اسمين او ذا موسطين اول او اعظم او قويا على منطق وموسط وليكن السطحان ا ب المنطق و دى الموسط ونضع هر منطقا ونضيفهما اليه وهما هح حك فيحدث عرض هط منطقا في الطول (لو) و طك منطقا في القوة فقط (ع) فان كان هط اطول من طك وقوى عليه بمربع خط يشاركه كان هك ذا اسمين اول (نا) والخط القوى على سطح رك ذا اسمين وان قوى عليه بمربع خط يباينه كان هك ذا اسمين رابعا والخط القوى على السطح اعظم (ند) وان كان طك اطول من هط وقوى عليه بمربع خط يشاركه كان هك ذا اسمين ثانيا والقوى على السطح ذا موسطين اول وان قوى بمربع خط يباينه كان هك ذا اسمين خامسا والقوى على السطح قويا (نه) على منطق وموسط وذلك ما اردناه

(سط)

الخط القوى على مجموع سطحين موسطين متباينين يكون احد خطين اما ذا موسطين ثانيا او قويا على موسطين * وليكن السطحان اب دى ونضع هر المنطق ونضيفهما اليه وهما هح حك فيحدث عرضا هط طك منطقين في القوة (ع) متباينين في الطول ومباينين لهر واطولهما يقوى

(عز)

لا يتصل بمنفصل الموسط الاول فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والا فليتصل باب حد بد فيكون فضل ما بين مربعي اح حب ومربعي اد دب اعني فضل موسط على موسط هو فضل ما بين ضعف سطح اح في حب وضعف سطح اد في دب اعني فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن الحكم ثابت والشكل كما هو

(عح)

لا يتصل بمنفصل الموسط الثاني فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والا فليتصل باب حد بد ونضع هز منطقا ونضيف اليه مربعي اح حب وهو سطح زك ومربع اب وهو سطح زح فيبقى سطح طك مساو بالضعف سطح اح في حب (ر ب) ولان مجموع المربعين موسط والضعف موسط مباين له يكون خطا هك كح منطقين بالقوة متباينين في الطول (٤) فهح منفصل (ع) وايضا نضيف الى هز مربعي اد دب وهو سطح زل فيكون سطح طل مساو بالضعف سطح اد في دب ويكون خطا هل لح ايضا منطقين بالقوة فقط و هح منفصل فاذن اتصل به ح خطا حك حل واعاداه الى حاله قبل الانفصال هذا خلف (عو) فاذن الحكم ثابت

(عط)

لا يتصل بالاصغر فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والا فليتصل باب حد بد ونبين الخلف كما في المنفصل بعينه والشكل كشكله

(ف)

لا يتصل بالمتصل بمنطق يصير الكل موسطا فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال *والا فليتصل باب حد بد والبيان والشكل كما في منفصل الموسط الاول

(فا)

لا يتصل بالمتصل بموسط يصير الكل موسطا فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال *والا فليتصل باب حد بد والبيان والشكل كما في منفصل الموسط الثاني وذلك ما اردناه صدر اذا اتصل بالمنفصل خط يعيده الى حاله فان قوي الكل على ذلك الخط بمربع خط يشاركه وكان الكل يشارك المنطق المفروض او لا اعني يكون منطقا في الطول فالمنفصل هو الاول وان كان ذلك

الخط منطقا فهو الثانى وان لم يكن احدهما منطقا فى الطول فهو الثالث وان قوى الكل على ذلك الخط بمربع خط يباينه وكان الكل منطقا فى الطول فهو الرابع وان كان ذلك الخط منطقا فهو الخامس وان لم يكن احدهما منطقا فى الطول فهو السادس

(فب)

نريد ان نجد المنفصل الاول * وليكن المنطق المفروض اولا ا و بج خطا يشاركه و ده دز عددين مربعين وليس فضل هز مربعا ونجعل نسبة مربع بج الى مربع جح كنسبة ده الى هز فبح المنفصل الاول لان جميع بج منطق فى الطول و جح المشارك له فى القوة فقط منطق فى القوة مباين له فى الطول وليكن فضل مربع بج على مربع جح هو مربع ط فبقلب النسبة نسبة مربع بج الى مربع ط كنسبة ده الى دز المربعين (٤) فط يشارك بج فى الطول (ز) و بج يقوى على جح بزيادة مربعه

(فج)

نريد ان نجد المنفصل الثانى * وليكن المنطق المفروض ا و جح يشاركه والعددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع جح الى مربع بج كنسبة زه الى ده فبح المنفصل الثانى لان جح منطق فى الطول و جب منطق فى القوة فقط وهو يقوى على جح بزيادة مربع ط المشارك له كما مر والشكل كما تقدم

(فد)

نريد ان نجد المنفصل الثالث * وليكن المنطق الاول ا والعددان المربعان زح زط وليس فضل طح مربعا و ه عدد آخر غير مربع ليست نسبته الى طح نسبة مربعين ونجعل نسبة مربع ا الى مربع بج كنسبة ه الى زح ونسبة مربع بج الى مربع جد كنسبة زح الى طح فبد المنفصل الثالث لان بج جد منطقان بالقوة متباينان لا فى الطول و بج يقوى على جد بزيادة مربع ك المشارك لبج لان مربعهما على نسبة زح زط

(فه)

نريد ان نجد المنفصل الرابع * فنعمل كما فى المنفصل الاول الا انا نجعل عددى دز زه مربعين وليس مجموع ده مربعا فيكون بج يقوى على جح بمربع ط المباين له لان مربعيهما على نسبة ده دز والشكل كشكله

(فو)

نريد ان نجد المنفصل الخامس* فنعمل كما فى المنفصل الثانى الا انا نجعل عددى ى ر ر ه كما فى المنفصل الرابع و الشكل كما كان

(فز)

نريد ان نجد المنفصل السادس* فنعمل كما فى المنفصل الثالث الا انا نجعل العددين كما فى الرابع والشكل كشكل الثالث وذلك ما اردناه

(فح)

اذا احاط منطق ومنفصل اول بسطح فالخط القوى عليه منفصل* وليكن السطح بر والخط المنطق اب والمنفصل الاول ار وليتصل به رح فعاد الى حاله قبل الانفصال ونتم سطح بح وننصف رح على ى ونضيف الى اح ربع مربع رح (كه د) اعنى مربع حى (ى ب) ناقصا عن تمامه مربعا فينقسم اح على ه ويكون نسبة اه الى ىح كنسبة ىح الى حه وليكن حه اقصر القسمين فهو اقصر من حى و حى اقصر من اه ونخرج هك ىط موازيين لاب ونرسم مربع سم مثل سطح به (بد ب) وعلى قطره مربع سد مثل سطح هل ونتم خطوط شكل ق ع فلان نسبة مربع سم الى سطح ق ف كنسبته الى مربع سد لكونهما على نسبة ع س س ف يكون ق ف وسطا فى النسبة بين المربعين اعنى بين سطحى به هل وكان سطح ىل متوسطا بينهما فسطح ىل كسطح ق ف وسطح ىح كسطح رع فسطح حع كعلم ت ر ش مع مربع سد ويبقى سطح بر كربع دم (ى ب) وضلعه ف ع نقول فهو منفصل وذلك لان اح يقوى على حر بمربع خط يشاركه فاذا اضفنا مربع حى اعنى ربع مربع حر الى اح ناقصا عن تمامه مربعا قسمه على ه بمشتركين (ى) فاه هح مشتركان و اح منطق فسطحا به هل اعنى مربعى سم سد منطقان (ىه) فخطا سع سف منطقان بالقوة و رح مباين لاح فدح المشارك لرح ايضا مباين لاه المشارك لاح (ىا) فدل اعنى ق ف مباين له ب (ا و) اعنى مربع سم فع س سف متباينان فى الطول (ح) فف ع منفصل (ع) فاذن الخط القوى على سطح بر منفصل

(فط)

اذا احاط منطق ومنفصل ثان بسطح فالخط القوى عليه منفصل موسط اول* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان سطحى هب هل اعنى مربعى سم سد يكونان ههنا موسطين مشتركين (ر) لكون اه هح

مشتركين و ىل اعنى ق ف منطقا (ه) فيكون خطا ع س س ف موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بمنطق فف ع القوى على ـ ر منفصل الموسط الاول (عا)

(ص)

اذا احاط منطق ومنفصل ثالث بسطح فالخط القوى عليه منفصل موسط ثان * ولبكن المثال والعمل والشكل كما مر الان سطحى ه ـ ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان ههنا موسطين مشتركين لكون اه ه د مشتركين (ح) و ر ل بل ىل اعنى ق ف موسطا مباينا له (ر) فيكون خطا ع س س ف موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط فف ع القوى على ـ ر منفصل الموسط الثانى (عب)

(صا)

اذا احاط منطق ومنفصل رابع بسطح فالخط القوى عليه اصغر * ولبكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ـ ه ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان ههنا متباينين ومجموعهما منطقا (ه) وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف موسطا فيكون خطا ع س س ف متباينين بالقوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط فف ع القوى على ـ ر اصغر

(صب)

اذا احاط منطق ومنفصل خامس بسطح فالخط القوى عليه متصل بمنطق يصير الكل موسطا * ولبكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ه ـ ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان متباينين ومجموعهما موسطا (ر) وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف منطقا (ه) فيكون خطا ع س س ف متباينين فى القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر منطق فف ع القوى على ـ ر متصل بمنطق يصير الكل موسطا (عد)

(صج)

اذا احاط منطق ومنفصل سادس بسطح فالخط القوى عليه متصل بموسط يصير الكل موسطا * ولبكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ه ـ ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان متباينين ومجموعهما موسطا وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف موسطا مباينا للاول فيكون

خطا س ع س ف متباينين فى القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط مباين له ففرع القوى على ب ر متصل بموسط (عه) يصير الكل موسطا وذلك ما اردناه

(صد)

اذا اضيف مربع المنفصل الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل اول* وليكن المنفصل اب والذى يتصل به ونعيده الى حاله ب ح والخط المنطق ده ونضيف اليه مربع اب وهو سطح د ط فيحدث عرض د ح فنقول انه المنفصل الاول ولنضيف الى ده ايضا مربع اح وهو سطح د ن ثم مربع ب ح وهو سطح ن ر فيكون سطح ظ ر مساويا لضعف اح فى ح ب (ر ب) وننصف ح ر على ك ونخرج ك ل موازيا لره فلان مربعى اح ح ب منطقان (ع) يكون سطحا د ن ن ر بل خطا د م م ر منطقين (لو) مشتركين فدر منطق فى الطول ولان سطح اح فى ح ب موسط يكون سطح ر ل بل ر ط موسطا ور ح منطق فى القوة مباين لده بل لدر فى الطول ولان سطح اح فى ح ب وسط بين مربعى اح ح ب فرل وسط بين د ن ن ر ونسبة د م الى ر ك كنسبة ر ك الى ر م فاذا اضيف مربع ر ك اعنى ربع مربع ر ح الى د ر ناقصا عن تمامه مربعا قسم د ر على م بمشتركين ويكون د ر يقوى على ر ح بمربع خط يشاركه فى الطول فاذن ثبت الحكم

(صه)

اذا اضيف مربع منفصل الموسط الاول الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل ثان* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان د ن ن ر يكونان ههنا موسطين مشتركين فدر موسط و د ر منطق بالقوة فقط (ع) و ر ط اعنى ضعف اح فى ب ح منطق (عا) فر ح منطق فى الطول (لو) و ر د يقوى عليه بمربع خط يشاركه (ح) لاشتراك د م م ر فاذن د ح منفصل ثان

(صو)

اذا اضيف مربع منفصل الموسط الثانى الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل ثالث* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ويكون ه ر ايضا موسطا لكون د ن ن ر موسطين مشتركين و د ر منطق بالقوة فقط (ع) و ط ر ايضا موسط مباين للاول لتباين اح ب ح (عب) فر ح ايضا منطق

بالقوة فقط مباين لدر ويكون در يقوى على رح بمربع خط يشاركه لاشتراك دم مر فاذن دح منفصل ثالث

(صر)

اذا اضيف مربع الاصغر الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل رابع* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين مربعي اح ـ ح (عج) يكون سطحا دە ەر بل خطا دم مر ههنا متباينين ولكون مجموع المربعين منطقا (عج) يكون ەر منطقا ودر منطقا فى الطول ولكون ضعف سطح اح فى ـ ح موسطا يكون طر موسطا وحر منطقا فى القوة فقط وقوة در عليه بمربع خط يباينه لتباين دم مر فدح اذن منفصل رابع

(صح)

اذا اضيف مربع المتصل بمنطق يصير الكل موسطا الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل خامس* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين مربعي اح حـ (عد) يكون سطحا دە ەر بل خطا دم مر متباينين ولكون مجموع المربعين موسطا يكون در منطقا فى القوة فقط ولكون ضعف سطح اح فى حـ منطقا يكون رح منطقا فى الطول وقوة در عليه بمربع خط يباينه لتباين دم مر فاذن دح منفصل خامس

(صط)

اذا اضيف مربع المتصل بموسط يصير الكل موسطا الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل سادس* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين (عه) مربعي اح ـ ح يكون سطحا دە ەر بل خطا دم مر متباينين ولكون مجموع المربعين موسطا وضعف سطح اح فى ـ ح موسطا يباينه يكون خطا در رح منطقين فى القوة فقط متباينين وقوة احدهما على الاخر بمربع خط يباينه لتباين دم مر فاذن دح منفصل سادس وذلك ما اردناه

(ق)

الخط المشارك فى الطول للمنفصل منفصل فى مرتبته بعينها* فليكن المنفصل اح ومشاركه در وليتصل باح حـ معيدا اياه الى حاله قبل الانفصال ونجعل نسبة در الى ره كذلك فان كان اـ يقوى على ـ ح بمربع خط مشارك او مباين كان ده على ەر كذلك وايضا لاشتراك الكل واحد من اـ ـ ح نظيره من ده ەر ان كان احدهما منطقا فى الطول او القوة كان

الاخر كذلك فاذن اد اى منفصل كان من الستة كان ىر ذلك المنفصل بعينه

(قا)

الخط المشارك لمنفصل الموسط منفصل موسط فى مرتبته بعينها * فليكن اد منفصل الموسط اما الاول او الثانى و ىر مشاركا له وليتصل باد دـ معيدا اياه الى حاله الاول ونسبة ىر رە نسبتهما فكل واحد من اـ ـد مشارك (ع) لنظيره من ىه هر موسط مثله (نط) و اـ ـد متباينان فى الطول فده هر كذلك ونسبة مربع اـ الى سطح اـ فى ـد كنسبة مربع ىه الى سطح ىه فى هر وبالابدال نسبة المربعين كنسبة السطحين والمربعان متشاركان فالسطحان كذلك فان كان الاول منطقا او موسطا فالثانى كذلك فاذن اد اى منفصل موسط كان من الاثنين كان ىر ذلك بعينه والشكل كما تقدم

(قب)

الخط المشارك للاصغر اصغر * وليكن ا اصغر و ـ مشاركه ونضيف مربعيهما الى ىد المنطق فيحدث من مربع ا عرض ده وهو المنفصل الرابع ويشاركه در فهو مثله (ق) فالخط القوى على ىر وهو ـ اصغر (صا)

(قج)

الخط المشارك للمنفصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا * ونبين بمثل بيان الاصغر والشكل كما مر

(قد)

الخط المشارك للمتصل بموسط يصير الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا * ونبين بمثل بيان الاصغر والشكل كما مر وذلك ما اردناه اقول ولنا ان نبين احكام الخمسة الاخيرة بالوجه الاخير المذكور فى نظائرها من باب ذى الاسمين وايضا ان كانت الخطوط المشاركة لهذه الستة مشاركة فى القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعينه تعين تلك البيانات

(قه)

الخط القوى على فضل السطح المنطق على السطح الموسط اما منفصل او اصغر * وليكن السطح المنطق اـ والموسط اد والفضل دـ ونضع هر منطقا ونضيف اـ اليه وهو رك و اد اليه وهو رح فيكون هك منطقا فى الطول و حه منطقا فى القوة فقط فان قوى هك على هح بمربع خط يشاركه كان حك منفصلا اول والقوى على طك

اعنى حـ ب منفصلا وان قوى عليه بمربع خط يباينه كان
حـ ك منفصلا (فح) رابعا والقوى على ط ك اعنى احـ اصغر (صا)

(قو)

الخط القوى على فضل السطح الموسط على السطح المنطق اما منفصل موسط اول او متصل بمنطق يصير الكل موسطا * والمثال والشكل كامر الا ان ا يكون ههنا موسطا و ه ك منطقا في القوة فقط و ه ح منطقا في الطول و ح ك منفصل ثان او خامس فيكون القوى على حـ ب احد المذكورين

(قز)

الخط القوى على فضل الموسط على الموسط المباين له اما منفصل موسط ثان او متصل بموسط يصير الكل موسطا * والمثال والشكل كامر ويكون ههنا ه ح ه ك منطقين في القوة فقط متباينين في الطول و ع ك منفصل ثالث او سادس فيكون القوي على حـ ب احد المذكورين وذلك ما اردناه حكم من غير شكل لا واحد من الخطوط الستة اعنى المنفصل وما يتلوه بموسط لا باخر منها لان مربع الموسط اذا اضيف الى خط منطق احدث عرضا منطقا بالقوة ومربعات هذه الخطوط تحدث عروضا مختلفة هى انواع المنفصل ولا واحد من هذه العروض هو من نوع صاحبه فاذن الخطوط المحدثة لهذه العروض المختلفة بالنوع وذلك ما اردناه

(قح)

المنفصل ليس بذى الاسمين * والا فليكن ا كليهما و بـ حـ منطقا و تضيف مربع ا اليه وهو حـ ى لحدث عرض ب ى ذا اسمين اول لكون ا ذا الاسمين ومنفصلا اول لكونه منفصلا ولينقسم على ر باسميه وليكن ب ر اطول قسميه فهو منطق في الطول و ر ى منطق في القوة فقط وليتصل به ى ه معيدا اياه الى حاله الاول فيكون ب ه منطقا في الطول و ه ى منطقا في القوة فقط ويبقى ر ه منطقا في الطول فره مع ر ى او مع ى ه منطقان في القوة فقط فده او ى ر منفصل وكان منطقا بالقوة هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وايضا لا واحد من توالى المنفصل بواحد من توالى ذى الاسمين لانها تحدث عروضا منفصلة وهذه تحدث عروضا ذوات اسمين

(قط)

الخط الموسط يحدث عنه خطوط صم غير متناه ليس احدها من جنس الذى قبله * وليكن ا منطقا و ا ب عمودا عليه غير محدود و ا حـ منه موسطا و نتم

سطح اه فهو لبس بموسط لان الموسط اذا اضيف الى اد احدث عرضا منطقا بالقوة و اه احدث موسطا وليكن دى قويا عليه فهو لبس من جنس اد الموسط ونتم ه‍ ى فهو لبس من جنس سطح اه لان سطح اه يحدث عرضا موسطا وهو احدث دى الذى لبس من جنس الموسط والخط القوى على ى ه ايضا لبس من جنس دى ولا من جنس اد وكذلك اذا فصلنا من ى ر مثل ذلك الخط وعملنا كما مر حدثت خطوط غير متناهية مختلفة بالنوع وذلك ما اردناه

تمت المقالة العاشرة * بعون الله تعالى

المقالة الحادية عشر احد واربعون شكلا

ولبس فى المجسمات خلاف بين نسختى الحجاج وثابت صدر الشكل المجسم ماله طول وعرض وسمك وينتهى بالذات بسطح اذا قام خط على سطح بحيث يحيط مع كل خط يخرج فى ذلك السطح مماساله بزاوية قائمة فهو عمود على السطح واذا قام سطح على سطح بحيث يحيط كل عمودين يخرجان فى السطحين من نقطة واحدة من فصلهما المشترك بزاوية قائمة فالسطحان يحيطان بزاوية قائمة السطوح المتوازية هى التى لا تتماس ولا تتلاقى وان اخرجت فى الجهات الى غير نهاية المجسمات المتشابهة المتساوية هى التى تحيط بها سطوح متشابهة متساوية العدة متساوية فان لم يعتبر تساوى السطوح فهى متشابهة فقط المنشور هو الذى يحيط به ثلثة سطوح متوازية الاضلاع ومثلثان الكرة ما يحوزه نصف دائرة اثبت قطره محور الايزول وادير محيطه الى ان يعود الى موضعه ومركزها مركزه المخروط هو الذى يحيط به سطوح يرتفع من سطح الى نقطة يقابله الاسطوانة المستديرة اعنى المتساوية الغلظ اى قاعدتاها دائرتان متساويتان هى ما يحوزه سطح قائم الزوايا اثبت احد اضلاعه محور الايزول وادير السطح الى ان يعود الى موضعه وسهمه هو الضلع الثابت المخروط المستدير ما يحوزه مثلث قائم الزاوية اثبت احد ضلعى القائمة محور الايزول وادير المثلث الى ان يعود الى وضعه فان كان الضلع الثابت مساويا للاخر كان المخروط قائم الزاوية وان كان اطول كان حادتها وان كان قصر كان منفرجها وسهمه الضلع الثابت وقاعدته دائرة ويسمى ايضا مخروط الاسطوانة المستديرة اقول وذلك عند كونه على قاعدتها وسهمها وارتفاعها الزاوية المجسمة هى التى تحيط بها زوايا مسطحة فوق اثنين يجتمع على نقطة ولا يكون فى سطح الاسطوانات او المخروطات المستديرة المتشابهة هى التى تكون نسب سهامها الى اقطار قواعدها متساوية اقول فهذه تعريفات ولنوضع ههنا بعد ما تقدم ان لنا ان نخرج اى سطح شئنا وان نتوهم سطح يمر باى نقطة وخط مستقيم كانا وان سطحين مستويين لا يحيطان بجسم الاشكال

(١)

الخط الواحد لا يكون بعضه فى السطح وبعضه فى السمك والا فليكن من اـح اـ فى السطح و ـح فى السمك وكان لنا ان نخرج اى خط محدود كان فى سطح على الاستقامة فى ذلك السطح فلنخرج اـ فى السطح الى د فخطا اـح اـد خط واحد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

كل خطين يتقاطعان فهما فى سطح وكل مثلث فهو فى سطح *وليكن الخطان اب حد المتقاطعين على ه ونعلم عليهما رح كيف كان ونصل رح فمثلث رهح فى سطح واحد والالكان بعض احد اضلاعه فى السطح وبعضه فى السمك والخطان فى سطح المثلث فاذن هما فى سطح وذلك ما اردناه

(ج)

الفصل المشترك بين كل سطحين يتقاطعان خط واحد *وليكن السطحان ابحد هرحر وليتقاطع ضلعا اد طح على ك وضلعا بحد هر على ل فان لم يكن الخط الواصل بين كل خطا واحدا فى كلا السطحين فليكن فى احدهما كمل وفى الاخر كدل وهما مستقيمان وقد تلاقيا فى موضعين واحاطا بسطح هذا خلف فاذن خط كل واحد فى كليهما وهو الفصل المشترك وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى نقطتا كل فى سطح ابحد ولنا ان نصل بين اى نقطتين كانتا على سطح بخط فى ذلك السطح فيصل كل وايضا كل فى سطح هرحط ولنا ان نصل بينهما بخط فى ذلك السطح فيصل كل والخط الواصل بين النقطتين بعينهما على الاستقامة واحد فاذن خط كل خط واحد فى السطحين

(د)

كل عمود على خطين خرج من فصلهما المشترك فهو عمود على سطحيهما وليكن الخطان حد هر متقاطعين على ب والعمود عليهما با ونفصل بح به بد بر متساوية ونعلم على العمود ح كيف وقعت ونصل دح هح دح رح فيحدث اربع مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا النظائر ونصل ده در فيكون مثلثا دهب دبر ومثلثا حده حدر ايضا كذلك ثم نخرج فى سطح خطى حد هر خط طبك مماسا لب كيف كان ونصل طح كح فيكون فى مثلثى بحط بدك تساوى زاويتى ب المتقاطعين (يه ا) وزاويتى بحط بدك وضلعى بح بد ضلعا حط طب متساويين (د ا) لنظيريهما اعنى دك كب وفى مثلثى حدط حدك تساوى ضلعى حد حد وضلعى حط دك وزاويتى حدط حدك ضلعا حط حك متساويين (ح ا) ويكون فى مثلثى حطب حكب تساوى الاضلاع النظائر زاويتا حبط حبك متساويتين

فاذن هما قائمتان وكذلك الحكم في كل خط يخرج في ذلك السطح مماسا لب ا فهو عمود على السطح وذلك ما اردناه.

(ه)

كل ثلثة خطوط خرج من فصلها المشترك عمود عليها فهي في سطح واحد* ولتكن الخطوط بح بد به والفصل المشترك ب والعمود با فان لم تكن الخطوط في سطح فلنخرج بد من سطح خطي بح به وسطح اب بد ليس بمواز لسطح بح به لئلا فيهما عند ب فليكن بز فصلهما المشترك فتكون زاويتا ابد ابز الجزء والكل قائمتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(و)

كل عمودين قائمين على سطح فهما متوازيان* مثلا كعمودي اب حد ونصل في ذلك السطح بد ونخرج ده عمودا عليه ونعلم على اب ز كيف وقعت ونفصل دح مثل بز ونصل زد زح بح فلان في مثلثي زبد حدب ضلعا زب حد متساويان وبد مشترك وزاويتا زبد حدب قائمتان يكون زد حب متساويين (د ا) ونكون في مثلثي زحد زحب لتساوي الاضلاع النظائر زاويتا زبح زدح متساويتان (ح ا) و زبح قائمة فزدح قائمة فخط هد عمود على خطوط دب دز دح فهي في ه سطح و بزا في ذلك السطح فاب حد في سطح وقد وقع عليهما بد وصير الداخلتين قائمتين فاذن هما متوازيان (كح ا) وذلك ما اردناه

(ز)

كل خط خرج من احد متوازيين الى الاخر كيف كان فهو في سطحهما* مثلا كهز الخارج من اب الى حد وهما متوازيان والا فلنخرج هحز في سطحهما فهز هحز مستقيمان هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ح)

اذا كان احد متوازيين عمودا على سطح فالاخر ايضا عمود عليه* وليكن المتوازيان اب حد واب منهما عمود على سطح ونصل في ذلك السطح بد ونخرج ده عمودا عليه ونعلم على اب ز كيف وقعت ونفصل دح مثل بز ونصل زد زح بح ونبين بمثل ما مر ان زاوية حدز قائمة فيكون هد عمودا على سطح دب دز (د) اعني على سطح اب حد فيكون حد

عمودا على ده دب اعني على السطح الذي كان اب عمودا عليه وذلك ما اردناه

(ط)

الخطوط الموازية لخط وان لم يكن جميعا في سطح فهي متوازية * مثلا كخطي حد هز الموازيين لاب وليست الثلثة في سطح ولنخرج من ح ح ط ح ك عمودين عليهما فيكون خطا حط وك عمودين (ح) على سطح حط ح ك المتقاطعين لكون اح عمودا عليه (د) فهما متوازيان (و) لكونهما عمودين على سطح وذلك ما اردناه

(ى)

كل زاويتين توازت اضلاعهما النظائر ولم يكن الجميع في سطح فهما متساويتان * فليكن الزاويتان ب ه وقد يوازي ضلعا با هد وضلعا بح هز ونفصل با هد متساويين وكذلك بح هز ونصل اد زر اد بح حز فكل واحد من اد حز موازٍ مساوٍ لبه (لج ا) فهما متوازيان متساويان فاح دز متساويان فاضلاع مثلثي ابح دهز النظائر متساوية فزاويتا ب ه متساويتان (ح ا) وذلك ما اردناه

(يا)

نريد ان نخرج عمودا على سطح من نقطة في السمك * مثلا من نقطة ا وليكن خط بح في ذلك السطح نخرج من ا عليه عمود از ومن ز في ذلك السطح عمود زه ومن ا عليه عمود اد فهو عمود على السطح ولنخرج من د دحط في السطح موازيا لبح فبح لكونه عمودا على خطي دا ده عمود على سطح مثلث ادز و حط لكونه موازيا لبح عمود ايضا عليه فاد لكونه عمودا على ده حط عمود على السطح وذلك ما اردناه

(يب)

نريد ان نخرج من نقطة على سطح عمودا الى السمك * مثلا من نقطة ا على سطح اب فلنخرج من اي نقطة اتفق في السمك كد الى السطح عمود دب فان وقع على ا فهو العمود والا فلنخرج من ا اه موازيا لبد فهو العمود (ح) وذلك ما اردناه

(يج)

لا يقوم على سطح عمودان على نقطة منه * كعمودي اب اح وليكن ده الفصل المشترك بين ذلك السطح وسطح العمودين فتكون زاويتا باد حاد القائمتين متساويتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يد)

كل سطحين كان خط واحد عمودا عليهما فهما متوازيان * وليكن السطحان دى طر والعمود عليهما اب والا فليخرج السطحين الى ان يتلاقيا على كل ونعلم عليه م ونصل ما مب فتكون زاويتا ا ب من مثلث ابم قائمتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يه)

كل سطحين يخرج فى احدهما خطان من نقطة موازيين لخطين يخرجان فى الاخر من نقطة فهما متوازيان * ولتكن النقطتان به وقد خرج منهما با ه ى متوازيين و بح هر متوازيين ولنخرج من ب على سطح ه عمود بح ونخرج فى ذلك السطح حط موازيا له ى و حك موازيا له ر فيكون حط حك موازيين لبا بح (ط) وكان بح عمودا عليهما فهو عمود على با بح بل على السطحين فاذن هما متوازيان (يد) وذلك ما اردناه

(يو)

اذا فصل سطح بسطحين متوازيين ففصلاهما متوازيان * ولنفصل سطح كلمن بسطحى ابدى هرحط المتوازيين ففصلا كم لن متوازيان والا فليتلاقيا على س واذا اخرج السطحان يلاقيا ايضا عنده هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يز)

السطوح المتوازية اذا فصلت خطين فصلتهما على نسبة واحدة مثلا سطوح هرحط كلمن سرعفص المتوازية فصلت اب على اث ب و حى على حش ى ولنصل بح اح بى فيمر بح على سطح كلمن ت ونصل ت ث ت ش فلان سطحى هح كم فصلا مثلث ابح على اح ت ث فاح ت ث متوازيان (يو) وكذلك بى ت ش فنسبة اث الى ث ب كنسبة حت الى ت ب (ب و) اعنى كنسبة حش الى ش ى وذلك ما اردناه

(يح)

اذا قام عمود على سطح فكل سطح يمر به يحيط مع الاول بزاوية قائمة * مثلا اب عمود على سطح و قد مر به سطح فحدث فصل بين السطحين وهو حى وليكن ه نقطة عليه ونخرج (يا ا) منها هر فى السطح المار عمودا على حى

١ فهو

فهو عمود على السطح الاول وعلى كل خط نخرج فيه من ه وكذلك
من كل نقطة تفرض على حـ د فالسطحان اذن يحيطان بقائمة
وذلك ما اردناه اقول وقد بان انه اذا قام سطح على سطح فكل عمود
على فصلهما يخرج في احد السطحين فهو عمود على الاخر

(يط)

كل سطحين متفاصلين يقومان على سطح على قوائم ففصلهما عمود
عليه * فليكن السطحان ا ب د ه ز ح ط وفصلهما ك ل فان لم يكن
هو عمودا على فصلي ذلك السطح فلنخرج من ل عمود ل م في سطح اح
على فصل اح وذلك السطح وعمود ل ن في سطح ط ز على فصل ط ز
وذلك السطح فهما عمودان على ذلك السطح هذا خلف (ح) فاذن ك ل
عمود على فصلي ذلك السطح فهو عمود على ذلك السطح (د) وذلك ما اردناه

(ك)

اذا احاطت ثلث زوايا مسطحة بزاوية مجسمة فكل ثنتين منها اعظم من الباقية *
مثلا احاطت زوايا ا ب ح ا ب د ح ب د بزاوية ب المجسمة فان كانت الزوايا
متساوية فالحكم ظاهر وان اختلفت فليكن زاوية ا ب د اعظم من الباقيتين
ونفصل (كج ا) منها زاوية ا ب ه مثل زاوية ا ب ح ونعلم على ا ب د ب
نقطتي ط ك ونصل ط ك ونفصل (ح ا) ب ز مثل ب ح ونصل ط ز
ك ز فلان في مثلثي ط ب ز ط ب ح ضلع ط ب مشترك وضلعا ز ب ح ب
متساويان والزاويتان بينهما متساويتان يكون ط ز مساويا (د ا) لط ح
وكان ط ز ز ك معا اطول (ك ا) من ط ك فيبقى ز ك اطول من ح ك
فزاوية ز ب ك اعظم (يه) من زاوية ح ب ك فاذن مجموع زاويتي
ا ب ح د ب ح اعظم من زاوية ا ب د وذلك ما اردناه

(كا)

كل زاوية مجسمة فان جميع الزوايا المسطحة المحيطة بها اصغر من اربع قوائم *
مثلا احاطت بزاوية ب زوايا ه ب ح ه ب ز ز ب ح ونصل ه ز ز ح ه ح
ونعلم في سطح مثلث ه ز ح نقطة ط ونصل ه ط ز ط ح ط فالزوايا
التسع التي لمثلثات ه ط ز ه ط ح ز ط ح الثلثة تعدل ست قوائم (لب ا)
والست منها التي تجتمع كل ثنتين منها عند احدى نقطة ه ز ح اعني زوايا مثلث
ه ز ح كقائمتين (لب ا) فالثلث المحيطة بط كاربع قوائم والست من مثلثات

ه ب ز ه ب ح ز ب ح التى تجتمع عند نقطة ه ز ح اعظم (ك) من الست الاول فتبقى الثلث المجتمعة عند ب اصغر من الثلث المجتمعة عند ط اعنى من اربع قوائم وذلك ما اردناه اقول وان لم نفرض ط وخطوطها امكن البيان لان الست من زوايا مثلثات ه ب ز ه ب ح ز ب ح لما كانت اعظم (ك) من زوايا ز ه ح التى هى كقائمتين (لب ا) بقيت الثلث اصغر من اربع قوائم وقس عليه ان كانت الزوايا فوق الثلثة

(ى)

اذا كانت ثلث زوايا مسطحة متساوية الاضلاع كل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة امكن ان نعمل من اوتارها مثلث اعنى يكون مجموع كل اثنين منها اطول من الثالث * فليكن الزوايا ب ه ط واضلاعها المتساوية ب ا ب ج ه د ه ز ح ط ط ك واوتارها ا ج د ز ح ك فان كانت الاوتار متساوية كان كل اثنين اعظم من الثالث وان كانت مختلفة فليكن ح ك اطول ونرسم على ب (كج ا) من ج ب زاوية ج ب ل مثل زاوية ه ونفصل ب م مثل ب ج ونصل ج م ا م فوتر ج م مثل د ز (د ا) ومجموع ا ج ج م اطول من ا م (ك ا) و ا م اطول من ح ك (كد ا) لان زاوية ا ب م اعنى زاويتى ب ه معا اعظم من زاوية ط والاضلاع متساوية فاذن مجموع ا ج ج م اطول من ح ك وذلك ما اردناه اقول وقد يختلف وقوع ا م فانه يقع اما بين ا ج ا ب وذلك اذا كانت زاويتا ب ه معا اصغر من قائمتين كما مر اومنطبقا على ا ب وذلك اذا كانتا كقائمتين اوخارجا عن ا ب ا ج وذلك اذا كانتا اعظم منهما وعلى التقديرين فا ج ج م اعظم من ا ب ب م اعنى ح ط ط ك وهما اعظم (ك ا) من ح ك وهذه الزوايا الثلث جميعا تكون اما اصغر من اربع قوائم اوليس باصغر بعد ان يكون اصغر من ست قوائم كل واحدة من قائمتين لامحالة والغرض ههنا القسم الاول فانا سنحتاج اليه فى الشكل المتأخر ويجب فيه ان يكون فضل قائمتين على مجموع اصغرى الزوايا الثلث اقل من فضلهما على اعظمهما والالم يكن الاصغران معا اعظم من اعظمهما واما القسم الثانى فيجب فيه ان يكون مجموع كل ثنتين اعظم من قائمتين وان يكون فضل مجموع الثلثة على اربع قوائم اقل من فضل اصغرهما على قائمتين والا لكانت الباقية قائمتين او اعظم وذلك محال

(يا)

نريد

نريد ان نعمل زاوية مجسمة من ثلث زوايا مسطحة مجموعها اصغر من اربع قوائم وكل ثنتين منها معا اعظم من الباقية * ولتكن الزوايا ا د ط ونجعلها (د ا) متساوية الاضلاع وهى ا ب ا ج ه د ه ز ط ح ط ك ونعمل (لب) من اوتارها وهى ب ج ز ح ك مثلثا هو ل م ن ل م كب ج و م ن كد ز و ل ن كح ك ونرسم (ه ى) عليه دائرة ل م ن ولتكن مركزها س ونصل س ل س م س ن فس ج مثل ل م ولا يخلو ب ا د ا من ان يكونا مثلى ل س س م او اقصر او اطول فان كانا مثليهما كانت زاوية ا كزاوية ل س م (ح ا) وبمثل ذلك تكون زاوية ه كزاوية م س ن وزاوية ط كزاوية ن س ل فيكون الثلث كزوايا س اعنى اربع قوائم وكانت اصغر من ذلك هذا خلف وان كانا اقصر وركبنا ب ج على ل م وقعت زاوية ا داخل مثلث ل س م وكانت اعظم (ك ا) من زاوية ل س م وكذلك الباقيتان فيكون الثلث اعظم من اربع قوائم هذا خلف فاذن كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف قطر الدائرة ونخرج (ب) من س عمود س ف على سطح الدائرة ونفصل منه (د ا) س ع بقدر ضلع مربع يقوى ا ب على ل س به ونصل ع ل ع م ع ن فزاوية ع هى المطلوبة لان اضلاع الزوايا الثلث المحيطة بها كاضلاع الزوايا الثلث واوتارها كاوتارها فهى مساوية لها (ح ا) وذلك ما اردناه اقول وانما يقع ا داخل مثلث ل س م لانا اذا فصلنا (د ا) من كل واحد من ل س م س مثل ب ا د ا وجعلنا نقطتى ل م مركزين ورسمنا ببعد المفصولين دائرتين تقاطعتا داخل المثلث والا فلم يكن ل م اعنى ب ج اقصر من مجموع ب ا د ا هذا خلف (ك ا) ثم اذا وصلنا بين نقطة التقاطع ونقطتى ل م حدث مثلث مثل مثلث ب ا ج داخل مثلث ل م س فتكون زاوية الرأس اعظم من زاوية س وزاويتا القاعدة اصغر من زاويتى ل م واعلم ان لهذا الشكل اختلاف وقوع فان مثلث ل م ن يكون اما حاد الزوايا كما ورد فى الاصل واما قائم الزاوية واما منفرج الزاوية هكذا ولتكن زاوية م هى القائمة او المنفرجة ولنبين ان كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف القطر فنجعل ضلعى ا د ه ى لزاويتى ا ه المشتركين ونصل ب ز فيقع على احد الوجوه الثلثة الموردة فى الشكل المتقدم ويكون اطول (١٧) من ح ك لكون زاوية ب ا ز اعنى مجموع زاويتى ا ه فى الوجه الاول وتمامها من اربع قوائم فى الوجه الثالث اعظم من زاوية ط وتساوى

اضلاعها واما في الوجه الثاني فلكون بر مساويا لمجموع حط طك وليكن حك يساوي لد فبر اطول من اد وبح در يساويان لم مد فزاوية بحر اعظم من زاوية لمد (١٧) وزاوية بحر هي مجموع زاويتين هما فوق قاعدتي مثلثي ابح ددر ثم ان كان كل من الاضلاع مساويا لنصف القطر كان مثلث ابح كمثلث سلم ومثلث ددر كمثلث سمد (ح ١) فكان مجموع زاويتي ح د اعني زاوية بحر مساويا لزاوية لمد وان كان اصغر من نصف القطر كانت زاوية ح اصغر من زاوية لمس وزاوية د اصغر من زاوية سمد لما مر ومجموعهما اصغر من زاوية لمد وكان اعظم منها هذا خلف فاذن الاضلاع اطول من انصاف الاقطار وتم البيان كما مر

(٢)

السطوح المتقابلة من المجسمات المتوازية السطوح متساوية متوازية الاضلاع * وليكن المجسم اب وسطحا احدد حربط منه متقابلين فلان سطح احدد وقع على متوازيي رداح بدط وعلى متوازيي ربدح حطدا يكون فصلا حا دد متوازيين وكذلك فصلا حد اد ويمثله تبين ان رح بط متوازيان (لو) ورب حط متوازيان فاذن السطحان متوازيا الاضلاع متساوياها ولان كل ضلعين يحيطان بزاوية من سطح يوازيان نظيريهما من السطح الاخر فازوايا النظائر ايضا متساوية وكذلك في سائر المتقابلات وذلك ما اردناه

(٣)

كل مجسم متوازي السطوح يفصله سطح مواز لسطحين متقابلين منه الى قسمين فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما * مثلا مجسم اب فصله سطح ددر الموازي لسطحي حطاك بلمد المتقابلين فيه نقول فنسبة مجسمي اد دب كنسبة قاعدتي ار دد ولنخرج ام في جهتيه الى س ع غير محدودين ونفصل في جهة دا اف فص مساويا له ما امكن وفي جهة دم مق قر مساوية لدم ما امكن ونتم السطوح والمجسمات فيما بين ضلعي القاعدة ومقابلتهما فان كان جميع صر مساويا لجميع رر اعني اضعاف قاعدة ار لاضعاف قاعدة دد كان مجسم صح مساويا لمجسم حر اعني اضعاف مجسم اد لاضعاف مجسم دب وان كان ناقصا او زائدا كان كذلك فاذن نسبة القاعدتين نسبة المجسمين وذلك ما اردناه

(كو)

نريد ان نعمل على نقطة من خط زاوية مثل زاوية مجسمة مفروضة * مثلا على نقطة ا من خط اب مثل زاوية د التي يحيط بها زوايا ده دز هز المسطحات فلنخرج من نقطة ما على ده وهي نقطة ح عمودا على سطح دز وهو حط ونصل طد ونعمل على ا من اب زاويتي بال بام (ع ا) كزاويتي دز حط ونفصل من ام اف مثل دط ونخرج من ف عمود فس على سطح بال ونفصل منه فع مثل طح ونصل عا فيكون زاوية ا هي المطلوبة ولنعلم على دز ك كيف اتفق ونصل حك طك ونفصل اف مثل دك ونصل عف فلان اف فع مساويان لدط طح وزاويتا افع دطح قائمتان فاع يساوي دح (د ا) وايضا لان زاويتي بام حدط متساويتان وضلعي فا اف مساويان لضلعي كد دط يكون فف كط متساويين وكان فع طح متساويين وزاويتا ففع كطح قائمتين ففع مساو لكح وكان فا اع مساويين لكد دح فزاويتا فاع كدح متساويتان (ح ا) وبمثله نبين ان زاويتي عال حدز متساويتان وكانت زاويتا بال دز متساويتين فاذن الثلث المحيطة با مساوية لنظائرها المحيطة بد وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود حط كما يمكن ان يقع فيما بين دز كام فقد يمكن ان يقع على احد الضلعين او على نقطة د او خارجا في احدى الجهات لكن العمل لا يختلف

(كز)

نريد ان نعمل على خط مفروض مجسما شبيها بمجسم متوازي السطوح * مثلا على خط اب كمجسم حد فنعمل على ا زاوية مجسمة (كو) كزاوية ح ونجعل نسبة اب الى اك والى اط كنسبة حز الى حج والى حه (يا و) ونتم سطح طب ونخرج من ط م ب خطوطا متوازية وموازية ومساوية لاك وهي طف مل بس ونصل فك فل كس لس فيتم المجسم ونبين التشابه وذلك ما اردناه

(كح)

كل مجسم متوازي السطوح منصف بسطح يمر بقطري سطحين متقابلين منه الى متشورين * مثلا كمجسم اب بسطح حدهز المار بقطري حد هز من سطحي اط حب وذلك لان المحيط بالمنشورين سطوح متقابلة متساوية

(لح) وسطح مشترك ومثلثات متساوية متشابهة هي انصاف السطحين المنصفين بالقطرين (لد) وذلك ما اردناه اقول وقد بان من ذلك عكسه وهو ان كل منشور تمم مجسما متوازى السطوح فهو نصف المجسم وسيحتاج اليه فيما بعد

(كط)

المجسمات المتوازية السطوح التى على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد وعلى خط واحد فهى متساوية * مثلا كمجسمى ب ه ب ر الكائنين على قاعدة ا ب حـ ى وفيما بين خطى ع ر ى د ولا محالة يكون ارتفاعهما واحدا وذلك لان منشورى ا ل ى د متساويان لتساوى مثلثى ا ع ط ى ه ر (ع ا) ومثلثى ب ك ل حـ م د وسطحى ع ك ل ط ه م د ر وسطحى ا ب ك ع ى حـ م ه وسطحى ا ب ل ط ى حـ د ر ونجعل باقى المجسم مشتركا فيصير المجسمان متساويين وذلك ما اردناه

(ل)

المجسمات المتوازية السطوح التى على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد لا على خط واحد فهى متساوية * مثلا كمجسمى ب ه ب ر الكائنين على قاعدة ا ب حـ ى فان رأس احدهما سطح ل ه ورأس الاخر سطح س ر وليسا على خط واحد ولكن ارتفاعهما واحد فنخرج ك س الى د و ل ط الى م و ع ه الى ع ونصل ام ب د ى ع حـ ف فيحدث مجسم ب ع الذى رأسه د ع مع كل واحد من المجسمين على قاعدتهما وعلى خط واحد فلكونه مساويا لهما (كط) يكونان متساويين وذلك ما اردناه

(لا)

المجسمات المتوازية السطوح التى على قواعد متساوية وبارتفاع واحد وكانت خطوط سموكها اعمدة على قواعدها فهى متساوية * مثلا كمجسمى ب ك ر ل وقاعدتاهما ا ب حـ ى ه ر ع ط فنخرج ر ع الى س ونفصل ع س مثل ا ى ونعمل على ع زاوية س ع ع مثل زاوية ى ا ب ونفصل ع ف مثل ا ب وكان ارتفاعا ع ت ا ف المتساويان عمودين على سطحى ى ا ب س ع ع فزاويتا ا ع المجسمين متساويتان ونتمم مجسم ف ث فهو مساو لمجسم ب ك ونخرج من س خط س م ا موازيا لط ع ونخرج ع ط الى ان يلقاه على م و ط ع الى ان يلقى ف ر على ق ونتمم مجسمى ع ش ق ث لمجسما ق ث ف ث لكونهما على قاعدة ع ت ش س وبارتفاع

واحد وعلى خط ق ف ر متساويان (يط) فجسم ق ث ايضا مساو لجسم
ب ك ونسبة مجسمى رل ق ث الى مجسم ع ش كنسبة قاعدتى رط
ق س الى قاعدة ع م (يا) وقاعدة ق س تساوى قاعدة ف س (له ا)
لكونهما على ع س وبين متوازيى ع س ق ر فنسبة مجسمى رل ف ث
اعنى مجسمى رل ب ك الى مجسم ع ش ث كنسبة قاعدتى رل ف ث
اعنى قاعدتى رل ب ك المتساويتين الى قاعدة ع ش فلكون نسبة المجسمين
الى مجسم ثالث نسبة واحدة (يا ه) يكونان متساويين (ط ه) وذلك ما اردناه

(لد)

المجسمات المتوازية السطوح التى على قواعد متساوية وبارتفاع واحد ولم تكن
خطوط سمكها اعمدة على قواعدها فهى متساوية * مثلا كمجسمى ب ك
رق الكائنين على قاعدتى ب ى رط وذلك لانا اذا اخرجنا اعمدة اس ب ع
دف ى ص من قاعدة ب ى على سطح م ك واعمدة ه ث ر خ ح ى ط ض
من قاعدة رط على سطح ش ق و اتممنا المجسمين كان مجسما ب ك ب ص
متساويين (لد) لكونهما على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد وكذلك مجسما
رق رض وكان مجسما ب ص رض متساويين (لا) لكونهما على قاعدتين
متساويتين وبارتفاع واحد وخطوط السمكين اعمدة على القاعدتين
فاذن مجسما ب ك رق متساويان وذلك ما اردناه

(لج)

نسبة المجسمات المتوازية السطوح المتساوية الارتفاعات بعضها الى بعض
كنسبة القواعد * مثلا كمجسمى ب ك رل وقاعدتاهما ب ى رط
ولنعمل على د ى قاعدة د ه مثل قاعدة رط على ان ا ى ه متصل على
الاستقامة ونتم مجسم د س فجسم د س مع مجسم ب ك بارتفاع واحد
على خط واحد فهو مساو لمجسم رل (لد) لتساوى القاعدتين والارتفاعين
ونسبته الى مجسم ب ك كنسبة قاعدته الى قاعدة ب ى (ع) فاذن نسبة
مجسم رل الى مجسم ب ك ايضا كنسبة قاعدته الى قاعدته وذلك ما اردناه

(لد)

كل مجسمين متوازيى السطوح تكون خطوط سمكهما اعمدة على
قواعدهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما
وان كانت قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما كانا متساويين * مثلا

لمجسمی اب دز وقاعدتاهما اح دل وذلك لان ارتفاعی حب لز
ان کانا متساويين کانت نسبة المجسم الى المجسم کنسبة القاعدة الى القاعدة
(لج) وان کان المجسمان متساويين کانت القاعدتان کذلك ونسبتهما کنسبة
الارتفاعين بالتکافی وان کانت النسبة کذلك بالتکافی کانت القاعدتان متساويتين
فکان المجسمان کذلك وان کان ارتفاعا حب لز مختلفين وليکن لز اطول
ونفصل منه لع مثل حب وکذلك طق حس کش مساوية له ونصل
خطوط عق قس سش شع فيکون مجسما اب دع متساوی
الارتفاع ونسبتهما کنسبة قاعدتيهما (لج) واذا جعلنا سطحی كز كع
قاعدتی مجسمی دز دع صار ارتفاع واحد وصارت نسبة دز الى دع
کنسبة قاعدة كز الى قاعدة كع اعنی خط لز الى خط لع فان
کان مجسما اب دز متساويين کانت نسبتهما الى مجسم دع اعنی
نسبة قاعدة اح الى قاعدة دل ونسبة خط لز الى خط لع اعنی الى خط
حب نسبة واحدة وذلك هو التکافی وان کانت نسبة اح الى دل اعنی نسبة
مجسم اب الى مجسم دع کنسبة لز الى حب اعنی الى لع التی هی نسبة
مجسم دز الى المجسم دع کان المجسمان متساويين (ط ه) وذلك ما اردناه

(له)

کل مجسمين متوازيی السطوح فان کانا متساويين کانت قاعدتاهما مکافيتين
لارتفاعيهما وبالعکس * مثلا کمجسمی اب دز وقاعدتاهما اح دل ولنخرج
من نقط القاعدتين الثمانية اعمدة عليهما الى سطحی ... ونتمم مجسمی ار
حظ المساويين لمجسمی اب دز ويکون الحکم فيها ثابتا للشکل المتقدم فهو
فی مجسمی اب دز ايضا ثابت لاتحاد القاعدتين والارتفاعين وذلك ما اردناه

(لو)

نسبة المجسمين المتوازيی السطوح المتشابهين کنسبة ضلع الى نظيره مثلثة * مثلا
کمجسمی اب دز ولتکن نسبة ار الى حط الطولين کنسبة كر الى
سط العرضين وکنسبة هر الى عط السمکين فلنخرج هر ونجعل رد
مثل عط ونخرج كر ونجعل رم مثل سط ونخرج ار ونجعل رل
مثل حط ونتمم مجسمات عك فر قل فيکون کل اثنين منها ومن مجسم
اب على الترتيب يفصلهما سطح مواز لسطحيهما ويصير مجسم قل مساويا
لمجسم دز لتساوی ابعادهما وزواياهما النظائر فنسبة مجسم اب الى مجسم

كع كنسبة زه الى زد السمكين ونسبة مجسم عك الى مجسم فز
كنسبة كز الى زم العرضين ونسبة مجسم فز الى مجسم
قل اعنى مجسم جد كنسبة از زل الطولين فنسبة مجسم
ب الى مجسم جد كنسبة احدهما الى نظيره مثلثة وذلك ما اردناه

(ل)

اذا كانت زاويتان مسطحتان متساويتان وقام عليهما خطان فى السمك
يحيطان مع خطى الزاويتين النظيرتين بزوايا متساوية على التناظر واخرج
من اى نقطتين اتفقتا من القائمين عمودان على سطحى الزاويتين ووصل بين
موقعيهما والزاويتين بخطين فانهما مع القائمين يحيطان بزاويتين متساويتين *
فليكن الزاويتان ابج دهز والخطان القائمان بح هط على ان زاويتى
ابح دهط متساويتان وكذلك زاويتا جبح زهط واخرج من نقطتى
كل من خطى بح هط عمودا كم لن على سطحى ابج دهز
فوقعا على من ووصل بين مب نه نقول فزاويتا مبح نهط
متساويتان فلنجعل بك مساويا له س ان لم يكن مساويا له ل ونخرج من
س عمود سع على سطح دهز فهو يقع على نه لان نقط نعه تكون
لامحالة فى سطح عمودى لن سع وسطح دهز فهى على فصلهما وهو
نه ونخرج من مع على اب ده عمودى مف عر وعلى جب زه
عمودى مق عش ونصل فق رش كف سر كق سش
فمربع بك يساوى مربعى كم مب ومربع مب يساوى مربعى مف
فب فمربع بك يساوى مربعات كم مف فب وكان مربع كف
مساويا لمربعى كم مف فمربع بك يساوى مربعى كف فب
فكف عمود على اب وكذلك نبين ان كق عمود على جب وان سر
على ده وسش على زه عمودان فلان فى مثلثى بفك هرس زاويتى
ب ه متساويتان وزاويتى ف ر قائمتان وضلعى بك هس متساويان
يكون بف مثل هر (كو) وفك مثل رس وكذلك نبين ان بق
مثل هش فيكون فى مثلثى بفق هرش تساوى زاويتى ب ه واضلاعهما
ضلعا فق رش والزوايا اللتان فوقهما النظائر متساوية ويبقى فى مثلثى مفق
عرش بعد القاء تلك الزوايا من قوائم زاويتان متساويتان لنظيرتيهما مع تساوى
ضلعى فق رش فيكون فم رع متساويين (كا) وكان فك

مثل سر فاذا القينا من مربعيهما مربع ف م رع بقي مربعا م ك ع سر متساويين واذا القيناهما من مربعي ب ك ه سر المتساويين بقي مربعا ب م ه ع متساويين ونبين ان اضلاع مثلثي ب ك م ه سر ع النظائر متساوية فتكون زاوية م ب ح مثل زاوية ده ط (ح ا) وذلك ما اردناه
اقول ولهذا الشكل ايضا اختلاف وقوع فان عمود ك م يمكن ان يقع على ب او على احد ضلعيها او خارجا ويكون البيان على قياس ما مر

(لح)

كل مجسمين متساويي الزوايا النظائر يحيط باحدهما ثلثة خطوط متناسبة وبالاخر اوسطها فهما متساويان * ولتكن الخطوط ا ب ح و ده مثل ا ونعمل على د زاوية مجسمة (عا) كيف اتفقت ونجعل دح مثل ب و د ط مثل ح ونتم مجسم دك المتوازي الاضلاع وليكن لم مثل ب ونعمل على ل زاوية مجسمة مثل زاوية د (كو) على ان زاوية م ل ن كزاوية ه د ط وزاوية م ل ر كزاوية ه د ح وزاوية ر ل ن كزاوية ح د ط ونجعل ل س ل ع ايضا مثل ب ونتم مجسم ك ف نقول فهما متساويان لانا اذا جعلنا دح ل س المتساويين سمكيهما كانا على نسبة قاعدتي ه ط م ع (لح) المتساويين (يد و) لمساوي زاويتي ه د ط م ل ع وتكافى الاضلاع المحيطة بهما فاذن المجسمان متساويان (له) وذلك ما اردناه

(لط)

كل اربعة خطوط كان على اثنين منها مجسمان متشابهان متوازي السطوح وعلى الاخرين آخران كذلك فان كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات كذلك وان كانت المجسمان متناسبة كانت الخطوط كذلك * فلتكن الخطوط ا ب ح د ه ر ح ط وعلى ا ب ح د مجسما ا ك ح ى المتساويا الخلقة وعلى ه ر ح ط مجسما ه م ح ن كذلك ولتكن الخطوط اولا متناسبة ونجعل نسبة ا ب الى ح د كنسبة ح د الى س (ى و) وس الى ع (يا و) ونسبة ه ر الى ح ط كح ط الى ف و ف الى ق فتكون نسبة مجسم ا ك الى مجسم ح ل كنسبة ا ب الى ع (لو) ونسبة مجسم ه م الى مجسم ح ن كنسبة ه ر الى ق وبالمساواة نسبة ا ب الى ع كنسبة ه ر الى ق (يه ه) فاذن المجسمات متناسبة ولتكن المجسمات متناسبة ونجعل نسبة ا ب الى ح د كنسبة ه ر الى ر ش ونعمل على ر ش مجسم ر ت (كو)

كمجسم

كجسم ح د فهو ايضا كجسم ه م ونسبة ا ك الى ح ل كنسبة ه م الى ر ت وكانت كنسبة ه م الى ح د فجسما ح د ر ت متساويان (طه) وكانا متشابهين فح ط مثل ر ش فاذن الخطوط متناسبة وذلك ما اردناه اقول وهذا مبنى على ان المجسمات المتشابهة لجسم واحد متشابهة وبيانه سهل مما تقدم

(م)

اذا نصف اضلاع سطحين متقابلين من مكعب واخرج من نقط التنصيف سطحان متفاصلان يفصلان المكعب كان فصلهما وقطر المكعب متناصفين * فليكن المكعب ا ب وسطحاه المتقابلان ه ط وقد نصف اضلاعهما على ك ل م د س ع ف ق واخرج منهما سطحا ك ف ل ق المتفاصلان على ر ش وليكن قطر المكعب خط ا ب فنقول ان ا ب ر ش يتناصفان على ت ونصل ح ر ر ا فلان فى مثلثى ا ر ل ح ر د زاويتى ل د قائمتان (يا) والاضلاع المحيطة بهما متساوية يكون ضلعا ا ر ح ر متساويين وكذلك زاويتا ل ر ا د ر ح ونجعل زاوية ا ر د مشتركة فيصير زاويتا ل ر ا ا ر د القائمتين (يد ا) كزاويتى د ر ح د ر ا فخط ح ر ا متصل على الاستقامة (يد ا) ونصل ب س س ع ونبين اتصالهما و ح ب ا ع لكونهما موازيين له ط متوازيان (ط) وكانا متساويين فا ح ع ب متوازيان متساويان وقطر ا ب فى سطحهما فهو يقطع ر ش ولان فى مثلثى ا ر ت ب ش ت ضلعى ا ر ب ش متساويان والزوايا النظائر متساوية فا ت يساوى ت ب و ر ت يساوى ت ش (كو ا) وذلك ما اردناه

(ما)

كل منشورين متساويى الارتفاع تكون قاعدة احدهما مثلثا وقاعدة الاخر متوازية اضلاع يساوى ضعف المثلث فهما متساويان * كمنشورى ا ب ح د ه ر د ع ط ك ل م وقاعدتاهما متوازى اضلاع ب ى ومثلث ك ل د ونتمم متوازيى اضلاع ت ل فتساوى متوازى اضلاع ب ى ونتمم مجسمى ح ه ك ع فيتساويان لتساوى القاعدتين والارتفاعين فاذن نصفاهما وهما المنشوران متساويان (لا)

وذلك ما اردناه

تمت المقالة الحادية عشر بعون الله تعالى

* المقالة الثانية عشر خمسة عشر شكلا *

(ا)

كل سطحين كثيرى الزوايا متشابهين فى دائرتين فان نسبتهما كنسبة مربعى قطرى الدائرتين * مثلا كسطحى ا ب ج د ه ح ط ك ل م وليكن القطران ب ز ط ى ونصل ا ز ح ى ب ه ط م ففى مثلثى ا ب ه ح ط م لتساوى زاويتى ا ح وتناسب الاضلاع المحيطة بهما تكون زاوية ا ه ب اعنى زاوية ا ز ب مساوية (و و) لزاوية ح م ط (كو ح) اعنى زاوية ح ى ط فمثلثا ا ز ب ح ى ط لتساوى المذكورتين وكون زاويتى ز ا ب ح ط قائمتين (ل ح) متشابهان (ى و) ونسبة ا ب ح ط كنسبة ب ز ط ى وكانت نسبة سطح ا ب ج د ه الى سطح ح ط ك ل م كنسبة ا ب الى ح ط مثناة (ط و) فهى اذن كنسبة ب ز الى ط ى مثناة اعنى كنسبة مربعيهما وذلك ما اردناه

(ب)

نسبة كل دائرتين كنسبة مربعى قطريهما * ولتكن الدائرتان ا ح ه ح وقطراهما ب ى ز ط فان لم تكن نسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة دائرة ا ح الى دائرة ه ح فلتكن كنسبتها الى سطح اما اصغر من سطح دائرة ه ح او اعظم ولتكن اولا الى اصغر وهو ث وليكن فضل دائرة ه ح على ث هو خ وننصف قوسى ز ه ط ز ح ط على ه ح ونصل ز ه ه ط ط ح ح ز فسطح ه ح اعظم من نصف دائرة ه ح وننصف القسى الاربعة على ك ل م ى ونصل اوتارها فيحدث مثلثات اربعة هى اعظم من انصاف القطع الاربع وهكذا الى ان يبقى قطع هى اصغر من خ فيكون كثير الاضلاع الحادث وهو سطح ك م مثلا اعظم من سطح ث ونعمل فى دائرة ا ح كثير اضلاع يشبهه وهو س ف فنسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة كثير اضلاع س ف الى كثير اضلاع ك م وكانت كنسبة دائرة ا ح الى سطح ث فنسبة كثير اضلاع س ف الى كثير اضلاع ك م كنسبة دائرة ا ح الى سطح ث وبالابدال نسبة كثير اضلاع س ف الى دائرة ا ح كنسبة كثير اضلاع ك م الى سطح ث وكثير اضلاع ك م اعظم من سطح ث فكثير اضلاع س ف اعظم من دائرة ا ح الجزء من كله هذا خلف وليكن ايضا نسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة دائرة ا ح الى سطح اعظم من سطح دائرة ه ح واذا خالفنا كانت نسبة مربع

رط الى مربع ـ ى كنسبة سطح اعظم من سطح دائرة ه ح الى سطح دائرة اد
بل كنسبة سطح دائرة ه ح الى سطح اصغر من دائرة اد (به ه) ونبين الخلف
بالتدبير المذكور فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول انما تكون المثلثات
الواقعة فى القطع المذكورة اعظم من انصافها لانا اذا اخرجنا من رؤس
المثلثات خطوطا موازية لاوتار القطع ومن اطراف القطع اعمدة على تلك
الخطوط تحدث سطوح متوازية الاضلاع اعظم من القطع فالمثلثات
لكونها انصاف تلك السطوح يكون اعظم من انصاف القطع وانما
يصح الابدال بين الدوائر والسطوح المستقيمة الاضلاع لامكان وقوع
النسبة بينهما لكونهما من جنس واحد اذ تزيد بعضها بالتضعيف
على بعض بخلاف ما يكون من اجناس مختلفة كالخطوط والسطوح مثلا

(ح)

لنا ان نفصل كل مخروط مثلث القاعدة الى مخروطين متساويين يشبهانه ومنشورين
متساويين يكونان اعظم من نصفه * فليكن المخروط ا ـ ح ى وقاعدته ا ـ ح
ورأسه ى ولننصف اضلاعه الستة على ه ر ح ط ك ل ونصل
ه ر ر ح ه ح ر ط ر ك ط ك ط ل ح ل فقد فصلناه الى ما ذكرنا وذلك
لان مثلثات مخروطى ا ه ح ر ر ط ك ى النظائر متساوية لكون اضلاعها
النظائر انصاف نظائرها من اضلاع المخروط الاعظم وهى مشابهة لنظائرها
(ى و) من المخرط الاعظم لكون بعض الزوايا مشتركة وبعضها متساوية
لكون اضلاعها موازية لنظائرها من اضلاع المخروط الاعظم فهما متساويان
متشابهان (كا و) متشابهان للاعظم وقد بقى من المخروط الاعظم منشوران
متساويا الارتفاع مشتركان فى سطح ر ط ل ح قاعدة احدهما متوازى
اضلاع ه ـ ل ح وقاعدة الاخر مثلث ح ل ح وهو نصف ه ـ ل ح
لتساوى ـ ل ل ح وكون ـ ح موازيا لـ ـ ح فالمنشوران ايضا متساويان
والمنشور الذى قاعدته ح ل ح اعظم من مخروط ا ه ح ر لانهما
متساويا القاعدة ورأس احدهما مثلث ورأس الاخر نقطة فاذن
المنشوران اعظم من نصف المخروط الاعظم وذلك ما اردناه

(ى)

كل مخروطين مثلثى القاعدتين متساويتى الارتفاعين فصلا الى مخروطين
متساويين يشبهانه ومنشورين متساويين فنسبة قاعدة احدهما الى قاعدة الاخر

كنسبة منشوريه الى منشوري الاخر * فليكن المخروطان ا ب ج د م ه س ع ولنفصلهما الى المخروطين والمنشورين كما مر نقول فنسبة مثلث ا ب ح الى مثلث م ه س كنسبة منشوري مخروط ا ب ج د الى منشوري مخروط م ه س ع وذلك لان نسبة ب ح الى ح ل كنسبة ه س الى س ت فنسبة ب ح الى ح ل مثناة اعنى نسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ع ل ح كنسبة ه س الى س ت مثناة اعنى نسبة مثلث م ه س الى مثلث ر ت س وبالابدال نسبة مثلث ا ب ح الى مثلث م ه س كنسبة مثلث ع ل ح الى مثلث ر ت س اعنى (لط يا) نسبة المنشور الذى قاعدته ع ل ح الى المنشور الذى قاعدته ر ت س لتساوى ارتفاعيهما وكون كل واحد منهما نصف مجسم متوازى الاضلاع ونسبة المنشور الذى قاعدته ع ل ح الى الذى قاعدته ر ت س كنسبة ضعف الاول الى ضعف الثانى (يه ه) اعنى كمنشوري مخروط ا ب ج د الى منشوري مخروط م ه س ع فنسبة القاعدة الى القاعدة كنسبة المنشورين الى المنشورين وذلك ما اردناه وقد بان انا اذا فصلنا كل مخروط من المخروطات الاربع ايضا الى مخروطين ومنشورين وهكذا الى غير النهاية كانت نسبة كل قاعدة الى نظيرها كنسبة منشوريها الى منشوري نظيرها ونسبة مقدم الى تال كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى (ب ه) فنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ه س كنسبة جميع المنشورات غير المتناهية التى فى المخروط الاول الى نظائرها فى المخروط الثانى

(ه)

كل مخروطين مثلثى القاعدتين متساويى الارتفاعين فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما وليكن المخروطان ا ب ج د م ه س ع فان لم تكن نسبة ا ب ح الى م ه س كنسبة مخروط ا ب ج د الى مخروط م ه س ع فليكن كنسبته الى مجسم اصغر او اعظم من مخروط م ه س ع وليكن اولا اصغر وهو مجسم خ وليكن فضل مخروط م ه س ع عليه مجسم ض ونفصل مخروط م ه س ع الى مخروطين ومنشورين وكل واحد من مخروطيه الى امثالها حتى تبقى مخروطات اصغر من ض فتكون المنشورات اعظم من خ ونفصل مخروط ا ب ج د الى نظائرها فنسبة ا ب ح الى م ه س كنسبة جميع منشورات ا ب ج د الى جميع منشورات م ه س ع (د) وكانت كنسبة مخروط ا ب ج د الى مجسم خ فنسبة جميع منشورات ا ب ج د الى جميع منشورات م ه س ع كنسبة

بمخروط

مخروط ا ـ د ى الى مجسم خ وبالابدال نسبة منشورات ا ـ د ى الى مخروط
ا ـ د ى كنسبة منشورات م ـ س ـ ع الى مجسم خ وهى اعظم من مجسم خ
فمنشورات ا ـ د ى اعظم من مخروطها الجزء من كله هذا خلف ثم ليكن اعظم
فتكون نسبة قاعدة م ـ س الى قاعدة ا ـ د كنسبة مخروط م ـ س ـ ع الى ما
هو اصغر من مخروط ا ـ د ى ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(و)

لنا ان نفصل كل منشور مثلث القاعدة الى ثلث مخروطات متساويات
مثلثات القواعد* مثلا كمنشور ا ـ د ى ه ر الذى قاعدته ـ د ى ولنصل ـ ى
ـ ر ر ه فقد فصلنا وذلك لان المخروط الذى قاعدته ـ ـ ى ورأسه ر
يساوى الذى قاعدته ـ ى ه ورأسه ايضا ر ويبقى من المنشور مخروط
ا ـ ه ر مساويا للثانى اذا جعلنا رأسيهما ـ وقاعدتيهما مثلثى ا ر ه
ه ر ى فاذن الثلثة متساوية وذلك ما اردناه اقول وقد ظهر من ذلك
عكسه وهو ان كل مخروط مثلث القاعدة تمم منشورا فهو ثلث
المنشور وسنحتاج الى هذا العكس فيما يلى هذا الشكل

(ر)

كل مخروطين مثلثى القاعدة فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافئتين
لارتفاعيهما وبالعكس* وليكن المخروطان ا ـ د ى ه ح ط وتمم مجسميهما
المتوازى السطوح وهما ـ ل ر ع فالحكم فيهما ثابت لكن نسبتهما
نسبة سدسيهما (له ما) اعنى المخروطين ونسبة قاعدتيهما نسبة
نصفيهما اعنى قاعدتى المخروطين ونسبة ارتفاعيهما نسبة ارتفاعى
المخروط لانهما واحد فالحكم فى المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه

(ح)

كل مخروطين مثلثى القاعدة متشابهين فنسبتهما نسبة ضلع الى نظيره مثلثة*
مثلا كمخروطى ا ـ د ى ه ح ط وذلك لانا اذا تممنا مجسميهما وهما ـ ل ر ع
كان الحكم فيهما ثابتا للتشابههما لكن المخروطان على نسبة المجسمين لكونهما
سدسيهما واضلاعهما النظائر على نسب اضلاعهما لاتحاد البعض بالبعض
فاذن الحكم ثابت فى المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه والشكل كامل

(ط)

مخروط الاسطوانة المستديرة ثلثها والافليكن اولا اصغر من الثلث فتكون

الاسطوانة اعظم من ثلثة امثال المخروط * مثلا بقدر مجسم ق وليكن
قاعدتاهما دائرة ا ب ج د ونعمل فى الدائرة مربع ا ب ج د وعليه مجسما
مضلعا بارتفاع الاسطوانة فهو اعظم من نصف الاسطوانة ثم ننصف
القسى الاربعة على ه ز ح ط ونقيم عليها منشورات بارتفاعها
فهى اعظم من نصف البقايا الاربعة من الاسطوانة وهكذا
الى ان يبقى منها بقايا اصغر من ق (١ ب) فتكون المنشورات اعظم
من ثلثة امثال المخروط ثم نعمل مخروطا مضلعا على قاعدة تلك المنشورات
بارتفاع المخروط المستدير والاسطوانة ويتألف لا محالة من مخروطات
بعدة المنشورات فتكون ثلثة امثاله مساوية (و) للمنشورات التى هى اعظم
من ثلثة امثال المخروط المستدير فالمخروط المضلع اعظم من المستدير وهو
داخل فيه هذا خلف ثم ليكن ايضا اعظم من الثلث مثلا بقدر مجسم ق
فتكون الاسطوانة اصغر من ثلثة امثاله ونعمل بالتدبير المذكور مخروطا
مضلعا فى المستدير بارتفاعه ينقص بقاياه من ق فتكون ثلثة امثاله اعظم
من الاسطوانة ونعمل منشورات على قاعدة المضلع بارتفاعه فتكون مساوية
(و) لثلثة امثال المخروط المضلع التى هى اعظم من الاسطوانة فالمنشورات
داخل الاسطوانة اعظم منها هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول وهذا مبنى على أن السطح المستوى الواصل بين خطين على محيط
الاسطوانة او المخروط المستديرين يقع داخلهما وبيان ذلك قريب مما تقدم
فى الدائرة والخط المستقيم الواصل بين نقطتين على محيطها وايضا مبنى
على ان المنشور الواقع فى قطعة الاسطوانة تفصل منها اعظم من نصفها
وكذلك فى المخروط وبيانهما قريب مما اوردته فى قطعة الدائرة والمثلث الواقع
فيها وبوجه آخر كل مجسم اصغر من ثلث الاسطوانة فهو اصغر من المخروط
وكل مجسم اعظم منه فهو اعظم من المخروط وليكن اولا مجسم اصغر
وثلثة امثاله اصغر من الاسطوانة بقدر مجسم ق فنعمل بمثل ما مر فى الاسطوانة
منشورات يكون بقاياها اصغر من ق وجميعها اعظم من ثلثة امثال المجسم
الاصغر وفى المخروط مضلعا على قاعدة المنشورات فيكون اصغر من المخروط
ومساويا لثلثها الذى هو اعظم من المجسم الاصغر فاذن المجسم الاصغر
من ثلث الاسطوانة اصغر من المخروط بكثير ثم ليكن مجسم اعظم وثلثة امثاله
اعظم من الاسطوانة بمجسم ق ونعمل على دائرة القاعدة مربع ا ب ج د

وعليه مجسما مضلعا بارتفاع الاسطوانة فيكون اما اعظم من ثلثة امثال المجسم اوليس باعظم فان كان اعظم فليكن بمجسم ش فتكون فصلات المنشور على الاسطوانة اعظم من مجسم ق ونصل بين المركز وزوايا المربع بخطوط تقع الدائرة على نقط ه ر ح ط ونخرج منها خطوطا مماسة للدائره فهى تفصل من الفصلات اعظم من نصفها وليكن لبيان ذلك اب اد مماسين على م د و ل ه ك المماس على ه يلاقيهما على ك ل ونصل ه م ه د فام يساوى اد و كه يساوى كم و اك اعظم من كه (١٤) لكون زاوية ه قائمة فهو اعظم من كم فمثلث اكه اعظم من مثلث كه م وكذلك مثلث اله من مثلث له د فمثلث ال ك اعظم من نصف الفصلة التى يلى ا وكذلك فى الباقية وهكذا نعمل الى ان يبقى من فصلات المضلع ماهو اصغر من ق ويبقى على الجملة مجسم مضلع ليس باعظم من ثلثة امثال المجسم الاعظم لكنه اعظم من الاسطوانة المستديرة ونعمل على قاعدته مخروطا مضلعا تكون ثلثة (و) فيكون ليس باعظم من المجسم الاعظم وهو اعظم من المخروط المستدير فاذن المجسم الاعظم من ثلث الاسطوانة اعظم من مخروطها وبان اذ المجسم الذى يساوى المخروط هو الذى يساوى ثلث الاسطوانه لاغير

(ب)

كل اسطوانتين مستديرتين متشابهتين او مخروطين كذلك فنسبة احدهما الى الاخر كنسبة قطر القاعدة الى قطر القاعدة مثلثة* فلتكن قاعدتا الاسطوانتين او المخروطين دائرتا ا ب ح د ه ر ح ط وقطراهما ب د ر ط وسهماهما ك ل م د فان لم تكن نسبة ب د الى ر ط مثلثة كنسبة مخروط ا ب ح د ل الى مخروط ه ر ح ط د اعنى المستديرين فليكن كنسبة الاول الى مجسم اصغر من الثانى او كبر وليكن اولا اصغر بقدر مجسم ا مثلا ونعمل فى الدائرة مربع ه ر ح ط (و ى) وعليه مخروطا ثم ننصف قسى البقايا وعليه مخروطات الى ان يبقى بقايا اصغر من مجسم ا (ا ب) ويحصل مخروط مضلع قاعدته ه س ر ع ف ط ق ورأسه رأس المخروط المستدير اعظم من المجسم الاصغر ونعمل فى دائرة ا ب ح د كثير اضلاع يشبه تلك القاعدة وهو ا ب ش ح ت د ث وعليه مخروطا رأسه رأس المخروط فنقول انهما متشابهان وذلك لان نسبة ل ك الى ب د كانت كنسبة م د الى ر ط لتشابه المخروطين المستديرين فنسبة ل ك الى م د (و ه) كنسبة ب ك الى ر م

وكنسبة رى الى سرم فمثلثا سكل رمد متشابهان وكذلك مثلثا
سكل سرد لكون زاويتى كم فيهما قائمتين والاضلاع المحيطة بهما
متناسبة فتكون نسبة سل الى رد ونسبة رل الى سرد ايضا تلك النسبة
وايضا فى مثلثى سكر رمس المتشابهين لتساوى زاويتى سكر رمس
وتناسب الاضلاع المحيطة بهما نسبة سر الى رس ايضا تلك النسبة ويصير
جميع اضلاع مثلثى سرل ردس النظائر متناسبة فهما ايضا متشابهان
فمخروطات سر كل رس مد متشابهان لتشابه المثلثات النظائر المحيطة
بهما وكذلك فى سائر المخروطات المحيطة بالسهمين الى عدتها متساوية ونسبة
كل واحد الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة بل كنسبة سى الى رط (٥٧)
مثلثة فاذن نسبة سى الى رط مثلثة كنسبة المضلع الذى فى مخروط ا سى ل
(٤ ه) الى المضلع الذى فى مخروط ه ر ع ط د وبالابدال نسبة المضلع الذى
فى مخروط ا سى ل الى مخروطه كنسبة المضلع الذى فى مخروط ه ر ع ط د
الى الجسم الاصغر لكنه اعظم من الجسم الاصغر فالمضع الذى فى مخروط ا سى
ل اعظم منه هذا خلف ثم ليكن كنسبة الاول الى مجسم اكبر من الثانى ويصير
بالخلاف نسبة رط الى سى مثلثة ككنسبة مخروط ه ر ع ط د الى مجسم
اصغر من مخروط ا سى ل ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت فى المخروطين
ويثبت كذلك فى الاسطوانتين وذلك ما اردناه

(١)

كل اسطوانتين او مخروطين مستديرين متساويى الارتفاع فنسبتهما كنسبة
قاعدتيهما * وليكن المثال والشكل كما مر فان لم تكن نسبة دائرة ا سى الى دائرة
ه ر ع ط اعنى القاعدة الى القاعدة كنسبة المخروط الذى ارتفاعه كل
الى المخروط الذى ارتفاعه مد وهما متساويان فليكن كنسبة المخروط الاول
الى مجسم اصغر من المخروط الثانى ونعمل كما مر مخروطا مضلعا فى الثانى اعظم
من ذلك المجسم وفى الاول مضلعا على خلقته فيكونان متساويى الارتفاعين
ونسبتهما كنسبة مربع سى الى مربع رط اعنى كنسبة دائرة ا سى الى دائرة
ه ر ع ط اعنى كنسبة المخروط الذى ارتفاعه كل الى المجسم الاصغر وبالابدال
نسبة مضلع الاول الى مخروطه كنسبة مضلع الثانى الى المجسم الاصغر ومضلع
الثانى اعظم من المجسم الاصغر فالمضلع الاول اعظم من مخروطه هذا خلف
وكذلك ان كانت كنسبته الى مجسم اكبر فاذن الحكم فى المخروطين ثابت ويثبت

كذلك

كذلك فى الاسطوانتين اذ كل واحدة ثلثة امثال مخروطها (ط) وذلك ما اردناه

(ب)

كل اسطوانتين او مخروطين مستديرين فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما وبالعكس * ولتكن قاعدة احدهما دائرة ابجد وسهمه كل وقاعدة الاخر هزحط وسهمه من فان يساوى السهمان تساوت القاعدتان وثبت الحكم وعكسه وان اختلفا وليكن من اطول فصلنا مس مثل كل وعملنا على قاعدة هح وبارتفاع مس مخروطا آخر مستديرا وليكن اولا مخروطا ابجدل هزحطن متساويين فنسبتهما الى مخروط هزحطس واحدة (ز ه) ولكن نسبة احدهما اليه (ه) نسبة الدائرة الى الدائرة (يا) ونسبة الاخر اليه نسبة من الى مس فنسبة دائرة ابجد الى دائرة هزحط كنسبة من الى مس اعنى كل بالتكافى وايضا لتكن النسبتان هكذا فتكون نسبة مخروطى ابجدل هزحطن الى مخروط هزحطس نسبة واحدة فيكونان متساويين وكذلك فى الاسطوانتين وذلك ما اردناه اقول هذا مبنى على ان نسبة مخروط هزحطن الى مخروط هزحطس كنسبة ارتفاع من الى ارتفاع مس ولم يتبين ذلك فى الاصل وبيانه قريب مما مر (ب) وهو ان نسبة من الى مس ان لم تكن كنسبة مخروط رطن الى مخروط رطس فلتكن كنسبة مخروط رطن الى ماهو اكبر او اصغر من مخروط رطس ولتكن اولا الى ماهو اصغر منه مثلا كجسم ا ونعمل فى مخروط رطس مضلعا اعظم من الجسم الاصغر ومضلعا آخر فى مخروط رطن على قاعدته والمضلعان يشتملان على مخروطات مثلثات القواعد بعدة واحدة يحيط بالسهم ونسبة احدهما الى نظيره كنسبة الكل الى الكل (ى) ولكن نسبة احدهما كمخروط هطمن الى نظيره كمخروط هطمس يكون اذا جعلنا ط مثلا رأسيهما كنسبة مثلث همن الى مثلث همس (ه) اعنى نسبة من الى مس فنسبة المضلع الاطول الى المضلع الاقصر كنسبة من الى مس اعنى كنسبة مخروط رطن الى الجسم الاصغر وبالابدال نسبة المضلع الاطول الى مخروطه كنسبة الاقصر الى الجسم الاصغر والاقصر اعظم منه فالمضلع الاطول اعظم من مخروطه المحيط به هذا خلف وبمثل ذلك يبين الخلف ان كانت النسبة الى مجسم اكبر فاذن تكون نسبة من الى مس كنسبة

مخروطيهما المستديرين وبوجه اخف ونبدأ بالاسطوانة ونقول
ان اخذنا لاسطوانة رطق ولسهم مق اضعافا بعدة واحدة
ماامكن وكذلك لاسطوانة رطس ولسهم مس كانت الزيادة
والنقصان والمساواة للاولين والاخريين معا فاذن نسبة اسطوانة
رطق الى اسطوانة رطس كنسبة سهم مق الى سهم مس وكذلك
نسبة ثلث رطق الى ثلث رطس (يه ه) اعنى المخروط الى المخروط (ط)

(ب)

نريد ان نعمل فى اعظم دائرتين متحدتى المركز سطحا كثير الزوايا متساوى
الاضلاع غير مماس لاصغرهما * ولتكن الدائرتان ابجد حل وقطراهما
المتقاطعان على قوائم اج بد والمركز م ونخرج من ح خطا يماس دائرة
حل (يه ج) وهو رحط فهو يوازى اج (كح ا) ونتصف قوس اد
(ط ج) ثم نتصف نصفه وهكذا الى ان تحصل قوس هد اصغر من رد (اى)
ونخرج هك موازيا لرط فهو لا يماس دائرة حل ونصل هد وهو اولى
بان لا يماس فنفصل الدائرة الى قسى مساوية لهد ونصل اوتارها فيتم المطلوب
اقول وههنا اخذ من اعظم مقدارين نصفه ومن الباقى نصفه الى ان صار
اصغر من اصغرهما كما ذكرت فى صدر المقالة العاشرة وبوجه آخر نعمل على
المركز زاوية امب القائمة وعلى ام نصف دائرة ادم ونعلم على ال نقطة د
كيف كانت ونرسم على م ببعد مد ربع دائرة دحط ونتصف زاوية امب
تارة بعد اخرى الى ان يقطع الخط المنصف قوس دح على ك وهو خط مك
ونخرجه الى ه من قوس ادم ونصل اه ونخرجه الى ر فار لا يماس دائرة
حل لان مه اعظم من مك اعنى مد وهو اعظم من مل وقوس ار يقدر
الدائرة لان نصفها اعنى زاوية امه حصلت من تنصيفات قائمة فاذن
اذا فصلنا الدائرة الى اقسام مساوية لار ووصلنا الاوتار تم المطلوب

(يد)

نريد ان نعمل فى اعظم كرتين متحدتى المركز مجسما كثير القواعد لا يماس قواعده
اصغرهما وان نبين انا ان عملنا فى كرة اخرى مجسما آخر يشبه الاول كانت
نسبة المجسمين كنسبة قطرى الكرتين مثلثة فلنتوهم سطحا يمر بمركزى
الكرتين فيحدث من فصله على العظمى دائرة ابجد وعلى الصغرى دائرة
هرحط وليكن المركز ك وليمر به قطرا اج بد متقاطعين على قوائم ونرسم

(ع) فى دائرة ا ب ج د سطحا كثير الاضلاع متساويها لا يماس دائرة ه ز ح ط وليكن من اضلاعه ب م م ل ل ا ونخرج م ك الى ب و ل ك الى ﻫ و ن ك عمودا على سطح ا ب ج د يماس الكرة وهو ك ع ونجيز سطحا يمر بل ﻫ ع وآخر يمر ب ع فيحدث من فصليهما نصفا دائرتى م ع ب ل ع ﻫ ونقسم (ا ى) ربعى ل ع م ع باقسام ل ق ق ف ف ع م ر ر ش ش ع المساوية لاقسام ربع ب ا ونصل ر ق ش ف ونخرج من ر ق على فصلى م ب ل ﻫ عمودى ر ت ق ث فيقعان عمودين على سطح ا ب ج د ويكونان متوازيين متساويين لتساوى قوسى م ر ل ق وكونهما نصفى وترى ضعفيهما ويفصلان ايضا م ت ل ث متساويين ونصل ت ث فهو يوازى م ل (ب و) لكون نسبة ك ت ت م كنسبة ك ث ث ل ويكون اقصر منه لكونهما على نسبة ك ت ك م و ر ق ت ت متوازيان متساويان لكون ر ت ق ث كذلك فرق ل م متوازيان (ط ا) و ر ق اقصر من ل م فذو اربعة اضلاع ر م ل ق فى سطح واحد وهو احد القواعد وهو غير مماس للكرة الصغرى لان اضلاعه الثلثة المتساوية غير مماسه والرابع اقصر من احدها وكذلك نبين ان ذا اربعة اضلاع ش ر ق ف فى سطح واحد وغير مماس وان مثلث ع ش ف غير مماس ونعمل فى سائر الاقسام والارباع كذلك الى ان يتم المجسم واذا عملنا شبهه فى كرة اخرى كانا متألفين من مخروطات قواعدها قواعد المجسمين ورؤسهما المركزان وعدة ما يقع فى الكرتين واحدة وكل شبيه لنظيره لتشابه السطوح النظائر المحيطة بهما فتكون نسبة الواحد من المخروطات الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة (ح) اعنى نسبة نصف قطر احدى الكرتين الى نصف قطر الاخرى بل كقطر احدهما الى الاخرى مثلثة ونسبة الكل الى الكل كنسبة الواحد الى الواحد (يح ه) فنسبة المجسم الى المجسم كنسبة القطر الى القطر مثلثة وذلك ما اردناه اقول اما كون فصل السطح المار بمركز الكرة دائرة فظاهر واما كون ذى اربعة اضلاع ر م ل ق غير مماس للكرة الصغرى لكون اضلاعه غير مماسة لها فموضع نظر ونعيد لبيانه الدائرتين وذا الاربعة الاضلاع ونصفى دائرتيه وفصليهما ومتوازى اضلاع ق ر ت ث ونصل ك ر ك ق فخطوط ك ر ك ق ك م ك ل متساوية لانها انصاف اقطار الكرة ولا شئ منها بعمود على سطح ر م ل ق فنخرج من ك عليه عمود ك ص ونصل

بص مص قص لص ونخرج من ك على وتر لم عمود كظ
فخطوط بص مص لص قص متساوية لان نصف قطر الكرة
يقوى على كص بزيادة مربع كل واحد منها ومجموع مص صل اطول
من لم (كا) فمص اطول من مظ فكص اقصر من كظ فاذن
يحتمل ان يماس سطح بم لق الكرة الصغرى على ص وان لم يماسها لم
فهذا شك يتوجه على ظاهر ما فى الكتاب ولنخرج لبيان حله من ل عمود لف
على مس ونقول لتساوى بم مل لق تكون زوايا بص م مص ل
لص ق متساوية ولكون بق اقصر من الثلثة تكون زاوية بص ق اصغر
من الثلثة وكانت جميع زوايا ص اربع قوائم فكل واحد من الثلثة منفرجة
فربع مص اصغر من نصف مربع لم (سب) ولكون زاويتى كلم كمل
متساويتين (ه ا) تكون زاوية كمل اعظم من زاوية ملف فضلع لف
اطول من ضلع فم (يطا) وكان مل يقوى عليهما فربع لف اعظم
من نصف مربع مل فلف اطول من مص فكف اقصر من كص
وكان كف على ما وضعه اقليدس فى الشكل المتقدم اطول من نصف
قطر الدائرة الصغرى ولف غير مماس اياها فكص اطول كثيرا منه
فاذن سطح ذى اربعة اضلاع بم لق لايماس الكرة الصغرى

(يه)

نسبة الكرة الى الكرة نسبة القطر الى القطر مثلثة * مثلا نسبة كرة اح الى كرة
هح فان لم تكن نسبة قطر بد الى قطر رط مثلثة كنسبة كرة اح الى كرة
هح فلتكن كنسبتها الى كرة اصغر او اعظم منها وليكن اولا اصغر ككرة ا
ولنتوهم على مركز كرة هح كرة مثل كرة ا وهى كرة كم ونعمل فى كرة
هح كثير قواعد (يد) لايماسها وفى كرة اح آخر يشبهه فنسبة بد
الى رط مثلثة كنسبة كثير قواعد اح الى كثير قواعد هح وكانت كنسبة
كرة اح الى كرة ا اعنى كرة كم فنسبة كثير قواعد اح الى كثير قواعد هح
كنسبة كرة اح الى كرة كم (يا ه) وبالابدال نسبة كثير قواعد اح
الى كرته كنسبة كثير قواعد هح الى كرة كم وكرة كم اصغر من كثير
قواعد هح فكرة اح اصغر من كثير قواعده الكل من جزءه هذا خلف
ولتكن ايضا كنسبتها الى كرة اعظم وتكون بالخلاف نسبة رط الى بد
مثلثة كنسبة كرة هح الى كرة اصغر من اح ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت

وذلك

وذلك ما اردناه اقول اما توهم كرة كم مثل كرة ا على مركز كرة ه‍ح فسهل لانا اذا فصلنا من قطر رط قطر لى كقطر ا على ان يكون المركز على منتصفه ورسمنا عليه نصف دائرة واردناه الى ان يعود الى موضعه ارتسمت كرة ككرة ا ولكن قوله ان لم يكن نسبة القطر الى القطر مثلثة كنسبة الكرة الى الكرة فلتكن كنسبتها الى كرة اصغر او اكبر موضع نظر لان ذلك مما لايجب بل الواجب ان تكون كنسبتها الى مجسم اصغر او اكبر من الكرة الثانية كما كان في نظائره لان النسب انما هي من عوارض المقادير بالذات دون الاشكال العارضة للمقادير ومالم نبين امكان وجود كرة تساوي اي مجسم يفرض لا يثبت الحكم بهذا الوجه وهذا اعظم شك يرد على ما في كتاب اقليدس وانا ما وجدت من المهندسين من تعرض له او لحله الى الان ولم يقع لي فيه بعد ما يستحق ان يورد اللهم الا ان يبنى البيان على بعض قواعد ابلونيوس وايراد ذلك غير لائق بهذا الموضع والله المستعان

تمت المقالة الثانية عشر بعناية الله تعالى

* المقالة الثالثة عشر احد وعشرون شكلا *

(١)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين واضيف نصفه الى اطول قسميه كان مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف الخط * وليكن الخط اب والاطول قسميه اج والنصف المضاف اليه اد نقول فمربع جد خمسة امثال مربع اد ولنعمل على جد مربع جه ونخرج ال ونتم الشكل وعلى اب مربع از ونخرج طح لى ك فلان زح اعنى اب ضعف اد (د ب) اعنى ام يكون سطح اك ضعف سطح اط (ا و) وكان بك اعنى سطح اب فى بج يساوى مربع اج اعنى لس فمربع از اعنى اربعة امثال مربع اد يساوى علم ق ع ر ويصير بزيادة مربع اد جميع جه خمسة امثاله

(ب)

وبوجه آخر سطح اب فى بج كمربع اج (ر و) ونجعل سطح اب فى اج مشتركا يصير مربع اب (ب ب) اعنى اربعة امثال مربع اد مساويا للسطح اب فى اج اعنى ضعف سطح دا فى اج مع مربع اج ونجعل مربع اد مشتركا يصير خمسة امثال مربع اد مساويا لمربع دج وذلك ما اردناه

(ج)

كل خط قسم بمختلفين وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد فى قسمه الاخر ما صار معه مثلى القسم الاول كان القسم الثانى مع الزيادة منقسما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول هو القسم الثانى * فليكن الخط جد ومربعه خمسة امثال مربع دا والزيادة جب فنقول ان اب منقسم على ج على النسبة المذكورة والاطول اج ولنتم الشكل على ما مر ونسقط اد من مربع جه يبقى علم ق ع ر مساويا لاربعة امثال مربع دا اعنى مربع اب فلان سطح اك يساوى ضعف مج (ا و) اعنى متممى مج مه يبقى لس وهو مربع اج مساويا لحز وهو سطح اب فى بج فاذن الحكم ثابت (ر و)

(د)

وبالوجه الاخر اذا القينا من مربع دج مربع دا بقى ضعف سطح دا فى اج اعنى سطح اب فى اج مع مربع اج مساويا لاربعة امثال مربع دا اعنى مربع اب (د ب) ونسقط سطح اب فى اج المشترك يبقى مربع اج مساويا

لسطح اب فى بح فاذن الحكم ثابت (بو) وذلك ما اردناه والشكل كامل

(ه)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين واضيف نصف اطول قسميه الى اقصرهما كان مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف القسم الاطول * وليكن الخط اب واطول قسميه اح ونصفه دح نقول فمربع دب خمسة امثال مربع دح ولنعمل على اب مربع اه ونصل قطر بر ونخرج دع حط موازيين لار وتمم الشكل فلتساوى اد دح يتساوى سطوح اف حف كع عط الاربعة ومربعات مل سع فق لط الاربعة وكان سطح اب فى بح وهو سطح حه اعنى علم ترث مساويا بالمربع اح (ىا ب) وهو مط (د ب) اعنى اربعة امثال فق ونجعل مربع فق مشتركا فيصير جميع سطح دع اعنى مربع دب مساويا لخمسة امثال فق اعنى مربع دح

(و)

وبوجه آخر سطح اب فى بح اعنى سطح اح فى حب مع مربع حب بل ضعف سطح دح فى حب مع مربع حب يساوى مربع اح (ىد و) اعنى اربعة امثال مربع دح (د ب) ونجعل مربع دح مشتركا يصير ضعف سطح دح فى حب مع مربعى دح حب اعنى مربع دب مساويا لخمسة امثال لمربع دح وذلك ما اردناه اقول وان اردنا بينا عكس هذا الحكم وهو قولنا كل خط قسم بمختلفين وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد فيه مثل ذلك القسم كان الجميع مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين والاقصر هو القسم الاخير هكذا ليكن الخط دب ومربعه خمسة امثال مربع دح والزيادة دا اقول فاب ينقسم على ح بتلك النسبة ففى الشكل الاول يكون دع خمسة امثال فق ونسقط فق المشترك يبقى علم ترث اعنى سطح حه اعنى اب فى حب مساويا لاربعة امثال فق مساويا لاربعة امثال فق اعنى لم ط اعنى لمربع اح وبالوجه الثانى نسقط مربع دح من مربع دب يبقى ضعف دح فى حب مع مربع حب (د ب) اعنى سطح اح فى حب ومربع حب اعنى سطح اب فى بح مساويا لاربعة امثال مربع دح اعنى مربع اح فاذن الحكم ثابت (بو)

(ر)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وزيد فيه مثل اطول قسميه كان الجميع منقسما بتلك النسبة والاطول هو الخط الاول * مثلا قسم اب على ح

وكان الاطول اح فنزيد فيه اى مثله نقول فدب مقسوم على ا كذلك
والاطول اب وذلك لان نسبة اب الى اح اعنى اى كنسبة اح الى حب وبالخلاف
نسبة دا الى اب كنسبة بح الى حا وبالتركيب (٤ ه) نسبة دب الى با
كنسبة با الى اح اعنى اى وذلك ما اردناه اقول وايضا ان فصل مثل
اقصر قسميه من اطولهما صار الاطول منقسما بتلك النسبة والاطول هو
المفصول مثلا كان دب منقسما على ا والاطول اب وفصل مثل دا من اب
وهو اح اقول فاب ينقسم كذلك على ح والاطول اح وذلك لان نسبة
دب الى با كنسبة با الى اى اعنى اح فبالتفصيل (ر ه) نسبة دا اعنى اح
الى اب كنسبة بح الى حا وبالخلاف نسبة اب الى اح كنسبة اح الى حب

(ح)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فمربعا الخط واقصر قسميه
ثلثة امثال مربع اطولهما *وليكن الخط اب والاقصر بح وذلك
لان مربع اب بح يساوى ضعف سطح اب فى بح مع مربع اح كما مر
(ر ب) فهما يساويان ثلثة امثال مربع اح وذلك ما اردناه

(ط)

كل خط منطق قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فكل قسم منه منفصل*
وليكن الخط اب والاطول اح ونزيد فيه اى بقدر نصف اب فمربع دح
خمسة امثال مربع دا فدح دا منطقان بالقوة فقط ومتباينان فى الطول
(ر ح) فاح منفصل (ع ب) واذا اضفنا مربعه الى اب المنطق حدث
عرض حب فهو ايضا منفصل (صد ب) وذلك ما اردناه اقول واح
هو المنفصل الخامس لان دا منطق فى الطول ودح يقوى عليه بمربع
خط يباينه فى الطول وبح هو المنفصل الاول المباين

(ى)

اذا تساوت ثلث زوايا فى مخمس متساوى الاضلاع تساوت جميع زواياه*
وليكن المخمس ابحده والزوايا المتساوية غير متجاورة اولا كزوايا ا ح ى
ونصل به ىب فلتساوى زاويتى اح فى مثلثى باه بحى والاضلاع
المحيطة بهما تكون زاويتا ح ط متساويتين (ى ا) وكذلك ضلعا به بى
وزاويتا بهى بىه (ه ا) فاذن جميع زاوية ه مساوية لجميع زاوية ى
وكذلك يبين ان زاوية ب مساوية لزاوية ح ثم لتكن الزوايا المتساوية متجاورة

كزوايا

كزوايا حـ د ه ونصل حـ ه فيكون في مثلثي بـ حـ د ه د حـ لتساوي زاويتي حـ د واضلاعهما زاويتا ع ل متساويتين وكذلك ضلعا بـ د حـ ه وزاويتا ح م قدر حـ ر متساويان (و ا) ويبق ر بـ ر ه متساويين فزاويتا ه بـ متساويتان (ه ا) وكانت ق ط تساوي ا بـ ا ه متساويتين فاذن جميع زاوية بـ مساوية لجميع زاوية ه وكذلك نبين تساوي ا حـ وذلك ما اردناه

(ا)

اذا احاطت دائرة بمثلث متساوي الاضلاع فربعه ضلعه ثلثة امثال مربع نصف قطرها * وليكن المثلث ا بـ حـ ومركز الدائرة د ونصل ا د ه حـ ه فقوس ا حـ ه نصف و ا حـ ثلث (كو حـ) فحـ ه سدس ولان مربع ا ه اعني اربعة امثال مربع ا د يساوي مربعي ا حـ حـ ه اعني مربعي ا حـ ا د يبقى بعد اسقاط مربع ا د مربع ا حـ ثلثة امثال مربع ا د وذلك ما اردناه اقول وقد وصل في الاصل بـ د حـ د ونبين بتساوي اضلاع مثلثي بـ ا د حـ ا د تساوي زاويتي ر ح (ا ع) اعني قوسي بـ ه حـ ه (كو حـ) ليتبين ان حـ ه سدس وقد ظهر من تساوي د حـ ه حـ (ه د) وكون ا ه عمودا على بـ حـ ان عمود المثلث يكون ثلثة ارباع القطر وان د ط ربع القطر

(بـ)

ضلعا كل مسدس ومعشر يقعان في دائرة اذا اتصلا كان الكل مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول ضلع المسدس * فلتكن الدائرة ا بـ حـ وضلع معشرها بـ حـ وضلع مسدسها المتصل به حـ د فلان قوس ا بـ اربعة امثال قوس بـ حـ تكون زاوية ا ه بـ اربعة امثال زاوية بـ ه حـ (لج و) لكنها تساوي ضعف زاوية بـ د ه (لط حـ) التي تساوي ضعف زاوية د لكون د حـ ه متساويين (ه د) فهي تساوي اربعة امثال زاوية د ايضا فزاويتا بـ ه حـ بـ د ه في مثلثي بـ ه حـ بـ د ه متساويتان وزاوية بـ مشتركة فالمثلثان متشابهان (د و) ونسبة د بـ الى بـ ه كنسبة بـ ه الى بـ حـ و بـ ه يساوي حـ د (ه د) فنسبة بـ د الى د حـ كنسبة د حـ الى حـ بـ وذلك ما اردناه

(حـ)

ضلع كل مخمس يقع في دائرة يقوى على ضلعي مسدسها ومعشرها * ولتكن الدائرة ا بـ د حـ ومركزها ح وضلع مخمسها ا بـ ونخرج قطر ا ح ر ونصل ح بـ ومن ح على ا بـ عمود ح ط ك ونصل ا ك ك بـ وعلى ا ك عمود

حلم ونصل د ه فلان قوس بم عشرونصف وقوس بر ثلثة
اعشار تكون زاوية بحر مثلي زاوية بحم (لجو) وهي ايضا مثلي زاوية
باح لتساوي حب حا ففي مثلثي بحه بحا زاويتا بحه باح
متساويتان وزاوية حبه مشترك فيهما فهما متشابهان نسبة اب الى بح
كنسبة بح الى به فسطح اب في به يساوي مربع بح (بو) وهو
ضلع المسدس (٩ ى) وايضا لان حل عمود على اك فهو
منصف على ل (حد) وتكون اه تساوي ه ك زاويتا هاك هكا
في مثلث كها متساويتان (ه ا) وكذلك في مثلث بكا زاويتا كبا
كاب متساويتان وزاوية كاب مشتركة بينهما فهما متشابهان
(لد ا) نسبة با الى اك كنسبة اك الى اه فبا في اه
يساوي مربع اك وهو ضلع المعشر ولكن سطح اب في به مع سطح اب
في اه هو مربع با (ب ب) ضلع المخمس فمربع ضلع المخمس يساوي
مربعي المسدس والمعشر وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لتكن الدائرة
ابه وضلع المخمس اب والقطر القائم عليه حطك ونصل اح اه
ونصل حه كوتر المعشر اعني اك فه د على ح على نسبة ذات وسط
وطرفين ونسبة هد الى هح كنسبة هح اعني كح الى دح وبالتفصيل
نسبة دح الى حه كنسبة كد الى دح فسطح هح في كد كمربع دح
اعني اك وكان سطح هك في كط ايضا مثله لكون زاوية كاه قائمة
(ل د) فنسبة كه الى هح كنسبة كد الى كط فك د منصف
على ط فضرب كد في دح مع مربعي دح دط يساوي مربع طح
(ى ب) ولكن مربع دح كان كسطح كد في ده فسطح كد في ده
مع مربع دط يساوي مربع طح وسطح كد في ده ضعف سطح
كط في ده ونجعل مربع كط مشتركا فيصير ضعف سطح كط
في ده مع مربعي دط كط اعني مع ضعف سطح كط في دط
بل ضعف سطح كط في طه (ا ب) مساويا لمربعي كط طح
وكان سطح كط في طه كمربع اط فضعف مربع اط يساوي مربعي
كط طح وجميعها اعني مربعي كا اح يساوي اربعة امثال مربع اط
اعني مربع اب و كا ضلع المعشر و اح ضلع المسدس فمربعهما يساوي
مربع ضلع المخمس وقد تبين مع ذلك بعض ما سيحتاج اليه وهو ان دح

ضلع

ضلع المعشر اذا فصل من كح ضلع المسدس انقسم على نسبة ذات وسط وطرفين لان سطح حه فى كد اعنى كح فى كد كان مساويا لمربع دح وايضا ينصف دح على ى فطى نصف وتر المسدس و ىح نصف وتر المعشر فاذن العمود الخارج من مركز الدائرة على وتر المخمس يساوى نصفيهما

(سد)

اذا تقاطع وترا زاويتى مخمس فى دائرة يقسما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول يساوى ضلع المخمس * مثلا يتقاطع وترا اى بد على ر فى مخمس ابىهد فثلثا ابر بدا متشابهان لكون زاويتى بار بدا متساويتين (كو د) وزاوية ب مشتركة فنسبة دب الى با اعنى اد كنسبة اد الى بر وايضا لكون زاويتى ربا راب متساويتين تكون زاوية درا ضعف زاوية راب (لد ا) وايضا لكون قوس دهى ضعف قوس بى تكون زاوية دار ضعف زاوية راب (لجو) فزاويتا درا دار متساويتان فاد يساوى رد فاذن نسبة بد الى در كنسبة در الى رب فبد مقسوم على ر النسبة المذكورة و رد يساوى اد وكذلك اى على ر وذلك ما اردناه

(نه)

اذا كان قطر الدائرة منطقا فضلع مخمسها اصغر * ولتكن الدائرة والمخمس ابىهد ونخرج قطرى ار بح ونصل اى ونجعل طك ربع طب (سو) فمثلثا الط امى لكون زاوية ا مشتركة وزاويتى ل م قائمتين يكونان متشابهين (ى و) نسبة اط اعنى بط الى لط كنسبة اى الى ىم ونسبة ربع بط اعنى طك الى طل كنسبة نصف لى الى ىم اعنى كنسبة لى الى ىه وبالتركيب نسبة كل الى كط كنسبة هىل على انه خط واحد الى ىل ونسبة مربع كل الى مربع كط كنسبة مربع هىل الى مربع ىل ولكون اى وتر زاوية المخمس و ىه ضلعه فهما اذا اتصلا كانا على ى بنسبة ذات وسط وطرفين وكان مربع هىل خمسة امثال مربع ىل (ه) فمربع كل خمسة امثال مربع طك و بك خمسة امثال طك فنسبة بك الى طك كنسبة لك الى طك مثناة فلك وسط بين بك طك فى النسبة فمربعه خمسة امثال مربع لك فبك كل لكون مربعيهما على نسبة الخمسة والواحد منطقان فى القوه متباينان فى الطول

(ب ى) ولكون بك منطقا فى الطول قويا على كل بمربع خط يباينه يكون بل منفصلا رابعا وسطح بع فى بل كمربع با فبا القوى عليه اصغر (صا ى) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل ىر فيكون موازيا لل ط لكون زاوية اىر ايضا قائمة (ل ح) وتكون نسبة اط الى ار (ى و) كنسبة طل الى رى فلط يكون نصف ىر اعنى نصف ضلع المعشر ونجعل كن مثل طك فطن نصف ضلع المسدس و لن مقسوم على ط بنسبة ذات وسط وطرفين (ب) لكون المسدس والمعشر كذلك فمربع لك خمسة امثال مربع طك و بك خمسة امثال طك فمربع بك خمسة وعشرون مثلا لمربع طك (لط و) وخمسة امثال لمربع لك وتمم البيان كما مر

(و)

نريد ان نعمل مخروطا ذا اربع قواعد مثلثات متساويات الاضلاع فى كرة مفروضة ونبين ان مربع قطرها مرة ونصف كمربع ضلعه * وليكن قطر الكرة اب ونثلثه على ح (ب و) ونرسم عليه نصف دائرة ونخرج عمود حى ونصل اى ونعمل دائرة نصف قطرها كح وفيه مثلثا متساوى الاضلاع وهو كلم وليكن مركزها ر (ا ح) ونخرج منه عمودا على سطح الدائرة فى جهتى ه ع ونفصل رن مثل حا ونصل كن لن من فمخروط كلمن هو المطلوب وذلك لان نسبة اب بح كنسبة اى كح مثناة و اب ثلثة امثال بح فمربع اى ثلثة امثال مربع كح اعنى كر فكل يساوى اى وكذلك سائر الاضلاع وايضا لان فى مثلثى كرن كحا زاويتان قائمتان والاضلاع النظائر المحيطة بهما متساوية فكن كاى وكذلك سائر الخطوط فاضلاع المخروط متساوية ونفصل رط مثل حب فنط مثل اب واذا عملنا على نط نصف دائرة وادرناه مرت بنقط كلم لكون اعمدة رك رل رم كجى فاذن المخروط واقع فى الكرة المفروضة ولان نسبة مربع اب الى مربع اى كنسبة اب الى اح فمربع قطر الكرة مرة ونصف مثل مربع ضلع المخروط وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى النار

(ز)

نريد ان نعمل مكعبا فى كرة مفروضة ونبين ان مربع قطرها ثلثة امثال مربع ضلعه * وليكن القطر اب ونثلثه على ح (ب و) ونرسم عليه نصف دائرة

اب ونخرج عمود حد ونصل بد ونضع هر كبد ونرسم عليه مربع رط ثم مكعب رل فهو المطلوب ولنصل هح بح فمربع بح يساوي مربعي به هح ومربع هح يساوي مربعي هر رح فمربع بح ثلثة امثال مربع هر اعني بد ونسبة اب الى بح كنسبة مربع اب الى مربع بد فمربع اب ثلثة امثال مربع بد فاب بح متساويان واذا رسمنا على بح نصف دائرة وادرناه مر بنقطة ه لكون زاوية بهح قائمة وكذلك بسائر نقط المكعب فاذن هو واقع في كرة اب وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى الارض

(ح)

نريد ان نعمل مجسما ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع في كرة ونبين ان مربع قطرها مثلا مربع ضلعه *وليكن القطر اب ونتصفه على د ونرسم عليه نصف دائرة احب ونخرج عمود دح ونصل حب ونضع هر مثله ونرسم عليه مربع هح ونصل هح رك فيتقاطعان على ط ونخرج منه عمودا على سطح المربع الى جهتي لم ونفصل طد طس مثل اد ونصل ده رد حد كد هس رس حس كس فجسم دهرحكس هو المطلوب وذلك لان بح يقوى على بد حد المتساويين وهو مساو لهر القوى على هط رط المتساويين فطه طر كدب وكذلك طح طك وقد كان طد طس ايضا مثلهما فجميع الخطوط الواصلة بين نقط المربع ونقطتي دس متساوية فالقواعد الثماني متساويات الاضلاع واذا رسمنا على دس المساوي لاب نصف دائرة وادرناه مر بنقط المربع لكون الاعمدة كدح فاذن هو واقع في كرة اب ولكون مربع اب مثلي مربع بح يكون مربع قطرها مثلي مربع ضلعه وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى الهوى

(ط)

نريد ان نعمل مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع في كرة مفروضة ونبين ان ضلعه يكون اصغر اذا كان قطرها منطقا *وليكن قطر الكرة اب ونفصل منه بح خمسة (به و) ونرسم عليه نصف دائرة اب ونخرج عمود حد ونصل بد ونرسم دائرة نصف قطرها مثل بد وهي دائرة هرح وفيها مخمس هرطحك (ناد) ونتصف قسيه على لم د س ع ونصل اوتار المعشر ونخرج من نقط المخمس اعمدة على سطحه بقدر نصف قطر الدائرة وهي دف رق طر حش كت ونصل

بين زوايا المعشر فيحصل مخمس لم هـ ع وبينها وبين رؤس الاعمدة بعشر
خطوط يساوي كل واحد منها ضلع مخمس الدائرة لكونه في القوة مثل ضلعي
المسدس والمعشر ويحصل خمس مثلثات متساويات الاضلاع قواعدها اضلاع
المخمس ونصل بين رؤسها فتكون موازية مساوية لاضلاع المخمس ويتم خمس
مثلثات اخرى ولتكن مركز الدائرة ث ونخرج منه عمودا على سطحها الى الجانبين
ونفصل ثخ كضلع المسدس و خذ كضلع المعشر وكذلك ثص من
الجانب الاخر كضلع المعشر ونصل ثه نصف القطر و خف موازيا
ومساويا له ونصل بين رؤس المخمس الاعلى وبين ذ فيحصل خمس مثلثات
ونصل بين زوايا المخمس الثاني من اللذين في الدائرة وبين ص فيتم الشكل
ويكون كل واحد من هذه الخطوط ايضا كضلع المخمس لما مر (ح) ولان ثذ
مقسوم على خ على نسبة ذات وسط وطرفين فثذ اعني صخ في ذخ
يساوي مربع ثخ (ر و) اعني خف فاذن خف وسط في النسبة بين
صخ خذ واذا رسمنا على صذ نصف دائرة مر بنقطة ف ثم بسائر نقط
الشكل لذلك بعينه ولننصف ثخ على ا فربع ذا خمسة امثال مربع خا
ونسبة صذ ثخ كنسبتهما فربع صذ خمسة امثال مربع خث اعني
نصف قطر الدائرة وكان مربع اب خمسة امثال مربع بد لانهما على نسبة
اب بح فصذ كاب فاذن وقع الشكل في الكرة المفروضة ولما كان ضلعه
المخمس فهو اصغر (يه) وذلك ما اردناه اقول الحكم بان الدائرة يمر بنقط الزوايا
لم يبين في الاصل وانما بين عكسه وايضا انما يكون ضلع المخمس اصغر اذا كان
قطر دائرة منطقا وههنا كان قطر الكرة منطقا دون قطر الدائرة الا انه مربع
نصف قطر الدائرة لما كان خمس مربع قطر الكرة كان قطر الدائرة منطقا
في القوة فقط ونسبة قطر دائرة يفرض منطقا الى قطر دائرة يفرض منطقا في القوة
فقط كنسبة ضلع مخمس الاولى الى ضلع مخمس الثانية لما مر ويشارك القطرين
في القوة يشارك الضلعان في القوة (ح ب) فيكون ضلع مخمس دائرة هذا الشكل
مشاركا للاصغر بالقوة فقط وقد مر ان مشارك الاصغر وان كان بالقوة
فقط هو اصغر فاذن ضلع هذا الشكل اصغر وهذا الشكل ينسب الى الماء

(ك)

نريد ان نعمل مجسما ذا اثنتي عشرة قاعدة مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا
في كرة مفروضة ونبين ان ضلعه منفصل اذا كان قطرها منطقا * فليكن

سطحان

سطحان من سطوح مكعب يقع فى تلك الكرة احدهما قائم على الاخر عليهما اب
اد ونتصف جميع اضلاعهما على ح ط ك ل م د س ونصل بينها بخطوط
متقاطعة موازية للاضلاع ونقسم كل واحد من طف كف عل على
نسبة ذات وسط وطرفين (ل و) والاطول فق فر عش ونخرج من
ق ر ش اعمدة على السطحين مساوية لفق وهى قت رث شخ
ونصل اخ ات تث ثر رخ فربعا طف طق اعنى مربعى اططق
ثلثة امثال مربع قف (ح) اعنى قت ومربع اتر اربعة امثاله فات مثلا
قف (د ب) اعنى قر بل تث وكذلك كل من اخ خر رث يساوى
تث فاضلاع اتثرخ متساوية ونخرج عمود فذ على سطح اد ونصل
ذل لخ ولان نسبة فل اعنى فط الى شخ اعنى قف كنسبة ذف
اعنى قف الى شل اعنى طق وفل يوازى شخ وذف يوازى
لش (د يا) فخط ذلخ متصل على الاستقامة (لا و) والدر خط مستقيم
فمخمس اتثرخ فى سطح واحد هو سطحهما ونصل اث ار وطر
مقسوم على ف على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول طف فربعا
طر رف اعنى مربعى طر رث ثلثة امثال مربع طف (ح) اعنى
طا ونجعل مربع طا مشتركا فيصير مربعات طر رث طا اعنى مربع
اث اربعة امثال مربع طا وكان مربع ار اربعة امثال مربع ال اعنى طا
فاث ار متساويان فزاويتا اتث اخر متساويتان (ح ا) وبمثل ذلك
نبين ان زاوية رثت تساويهما فزوايا المخمس متساوية (ب) وهو على احد
اضلاع المكعب وللمكعب اثنى عشر ضلعا فاذا رسمنا على كل واحد واحد
تم الشكل وكان ذا اثنى عشرة قاعدة مخمسات ونخرج ذف الى قطر المكعب حتى
يتلاقيا على ص فص ينصف القطر وهو مثل نصف ضلع المكعب وصذ
على ف على نسبة ذات وسط وطرفين ومربعا صذ ذف اعنى صذ ذث
بل مربع صت ثلثة امثال مربع صف (ح) نصف ضلع المكعب ونصف
قطر المكعب ايضا كذلك فالخطوط الخارجة من ص الى زوايا المخمس متساوية
فاذن الكرة المحيطة بالمكعب محيطة بالشكل ولما كان ضلع المخمس هو اطول قسمى
ضلع المكعب اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فهو منفصل (ط) وذلك
ما اردناه اقول انما يكون ذلك منفصلا اذا كان ضلع المكعب منطقا لكنا جعلنا
قطر الكرة منطقا الان مربع القطر لما كان ثلثة امثال مربع الضلع (ير) فالضلع

منطق فى القوة فقط واذا قسم منا خطين احدهما منطق فى الطول والاخر
منطق فى القوة على نسبة ذات وسط وطرفين كانت نسبة الخط الى الخط كنسبة
كل قسم الى نظيره على ما سيأتى عن قريب واذا كان الخطان مشاركين فى القوة
كان القسمان كذلك (ع ب) فيكون ضلع هذا الشكل مشاركا للمنفصل
فى القوة فقط فاذن هو منفصل (ق ب) واعلم ان بيانه مبنى على ان الخطوط
المتساوية اذا قسمت على نسبة ذات وسط وطرفين كانت الاقسام الطوال متساوية
وكذلك القصار وسيتضح ذلك فيما يأتى ايضا وهذا الشكل ينسب الى السماء

(كا)

نريد ان نمتحن اضلاع الخمسة اذا كانت واقعة فى كرة واحدة * وليكن قطر
الكرة اب ونرسم عليه نصف دائرة ادب وننصف اب على ه ونثلثه على
ح (ب و) ونخرج عمودى هز حد وتصل بز از بد فاى ضلع
المخروط (يو) و بد ضلع المكعب (يه) و بز ضلع ذى الثمانى قواعد (٤)
ونقيم عمود اط على اب مساويا له ونصل طه ونخرج كل موازيا لدا
(لا ا) فنسبة طا اه كنسبة كل له و طا مثلا اه فكل مثلا له
ومربع اط اربعة امثال مربع اه (ى ب) فربع كل اربعة امثال مربع له
(ى و) ومربع هك اعنى ها خمسة امثاله ونسبة اب الى كل كنسبة اه
الى له (ى و) فربع اب خمسة امثال مربع كل فكل نصف قطر دائرة
ذى العشرين قاعدة (يط) ولما كان اب ضعف به و اح ضعف بح فحب
الباقى ضعف حه فهب اعنى ها ثلثة امثال هح فربع ها تسعة امثال
مربع هح (يط و) وكان خمسة امثال مربع له فله اطول من هح
ونفصل هم مثل له ونخرج عمود مص وكل واحد من لم صم مثل لك
ويبقى لا مثل مب ولكون لم ضلع مسدس دائرة ذى العشرين قاعدة يكون
كل واحد منهما ضلع معشرة ونصل بص فهو ضلع مخمسه (ى) اعنى ضلع
ذى العشرين (يط) ونقسم دب على نسبة ذات وسط وطرفين على س
فالاطول وهو بس ضلع ذى الاثنى عشرة قاعدة وظاهر ان اى ضلع المخروط
اطول من بز ضلع ذى الثمانى قواعد وهو اطول من بد ضلع المكعب وهو
اطول من بص ضلع ذى العشرين قاعدة نقول وهو ايضا اطول من
بس ضلع ذى الاثنى عشرة قاعدة وذلك لان مربع اح اربعة امثال
مربع حب (ى ب) ومربع دب ثلثة امثاله فاح اطول من دب و ام اطول

كثيرا

كثيرا منه وكل واحد من ام دب قسم على نسبة ذات وسط وطرفين (*س) وكان اطولاهما مل بس فمل اعنى مك اطول من بس فبك اعظم كثيرا منه وذلك ما اردناه اقول قد استعمل ههنا ان الخطوط المقسومة على نسبة ذات وسط وطرفين انما ينقسم على نسبة واحدة ولم يبين ذلك فيما مضى وسيأتى بيانه فى آخر المقالة الرابعة عشر فليكن لبيانه ههنا خطا اب ده مقسومين على جز كذلك اقول فنسبة اب الى اج كنسبة ده الى دز والا فليكن كنسبته الى دح وبالتفصيل تكون نسبة بج الى جا كنسبة هح الى دح فدح ايضا وسط فى النسبة بين ده حه وكان دز وسطا بين ده زه فسطح ده فى حه الذى يكون اعظم من سطح ده فى هز اعنى من مربع دز يكون كمربع دح الذى هو اصغر من مربع دز هذا خلف فاذن ده لا ينقسم على نسبة ذات وسط وطرفين الا على النسبة التى انقسم اب بها عليه

ووجه آخر لبيان حال ضلعى الاخيرين من المجسمات الخمسة هكذا نقول لما كان قطر الكرة مساويا لضلع مسدس دائرة ذى العشرين قاعدة وضعف ضلع معشره وكان ضلع المعشر اقصر من ضلع المسدس واطول من نصفه فقطر الكرة يكون اطول من ثلثة امثال ضلع المعشر واقصر من اربعة امثاله فنفصل فى شكل الامتحان بم مثل ضلع المعشر ويكون اقصر من بج لانه ثلث اب ونخرج عمود مك ونصل بك ونقسم بد على س كما ذكرنا فمربع بد دس ثلثة امثال مربع بس و بس اطول من دس فمربع بد اعظم من ضعف مربع بس وكان مربع اب ثلثة امثال مربع بد فمربع اب اعظم من ستة امثال مربع بس وكان اصغر من اربعة امثال مربع بك لكون بك اطول من به فان مربع هب المساوى لنصف ضلع المسدس وضلع المعشر المذكورين يساوى خمسة امثال مربع نصف ضلع المسدس ومربع بك القوى على ضلع المسدس والمعشر يساوى اربعة امثال مربع نصف ضلع المسدس مع مربع ضلع المعشر فمربع بك اعظم من مربع بس فبك اطول من بس وعلى هذا الوجه لا يحتاج فى شكل الامتحان الى خطوط طا طه كل حكم اورده ثابت فى آخر هذه المقالة من غير شكل لا يمكن ان يقع فى الكرة مجسم ذو قواعد مسطحات متساويات الاضلاع من جنس واحد غير هذه الخمسة وذلك لان الزاوية المجسمة لا يمكن ان يعمل من اقل من ثلث زوايا مسطحة ولا من زوايا لا يكون مجموعها اقل من اربع قوائم واول الاشكال المتساوية الاضلاع

المثلث وزاويته ثلثا قائمة والست منها اربع قوائم فالواقعة منها فى الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنتين واقل من ست فان كانت ثلاثا كان الشكل مخروطا وان كانت اربعا كان ذا ثمانى قواعد وان كانت خمسا كان ذا عشرين قاعدة واما المربع فزاويته قائمة واحدة والواقعة منها فى الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنتين واقل من اربع فهى ثلث وشكله المكعب واما المخمس فزاويته قائمة وخمس والاربع منها يجاوز اربع قوائم فالواقعة منها ايضا لايكون الا ثلثا وشكله ذو الاثنتى عشرة قاعدة واما المسدس فزاويته قائمة وثلث والثلث منها كاربع قوائم فلا يقع منها ومما جاوزها شئ فى الزاوية المجسمة فاذن المجسمات بالصفة المذكورة خمس لاغير اقول وان لم يشترط ان يكون القواعد من جنس واحد وجب ان لايتجاوز فيه زاويتان من جنس واحد لئلا يخرج الشكل من التشابه فيمتنع وقوعه فى الكرة وحينئذ يكون الواقعة منها فى الزاوية المجسمة عددا زوجا وهو اربعة لاغير لامتناع التأليف من اثنين وكون الستة ومافوقها مجاوزة لاربع قوائم ويجب ان يكون احد الجنسين مثلثا لئلا يتجاوز ايضا من ذلك فان كان التأليف من مثلثات ومربعات كان الشكل ذا اربع عشرة قاعدة ثمانية مثلثات وستة مربعات كانه مؤلف من المكعب وذى الثمانى قواعد وضلعه يكون ضلع المسدس الواقع فى اعظم دوائر الكرة وان كانت من مثلثات ومخمسات كان الشكل ذا اثنتين وثلثين قاعدة عشرين من المثلثات واثنتى عشرة من المخمسات كانه مؤلف من هذين الشكلين وضلعه يكون ضلع المعشر الواقع فى اعظم دوائر الكرة ويصير بذلك المجسمات الواقعة فى الكرة سبعة

تمت المقالة الثالثة عشر وهى آخر الكتاب

المقالة الرابعة عشر وهي ملحقة بالكتاب منسوبة الى ابسقلاوس عشرة اشكال

(ا)

العمود الخارج من مركز الدائرة الى ضلع مخمسها مثل نصف ضلعي مسدسها ومعشرها * ولتكن الدائرة ابج والمركز د وضلع المخمس بج والعمود ده ونخرجه الى ز ونصل جز فهو ضلع المعشر (كز ح) و دج اطول من جز فهز اقصر من ده ونفصل من هد هح مثله ونصل جح فلان زاوية ادج اربعة امثال زاوية جدز (لج و) ومثلا زاوية دزج (لط ح) اعني جحز يكون زاوية جحز اعني زاويتي حدج حجد مثلي زاوية حجد فزاويتا حدج حجد متساويتان وكذلك ضلعا حج حد فجميع دزه مساو لهد فده نصف ضلعي المعشر والمسدس وذلك ما اردناه وقد مر ان العمود الخارج من مركز الدائرة الى ضلع مثلثها نصف ضلع المسدس فهذا العمود يساوي ذلك العمود مع نصف ضلع المعشر اقول وقد ذكرت فيما مر بيانا آخر لحكم هذا الشكل

(ب)

مربعا ضلع مخمس الدائرة ووتر زاويته معا خمسة امثال مربع نصف قطرها * ولتكن الدائرة ابج وضلع المخمس بج ووتر زاوية المخمس اج ونخرج قطر ادز ونصل جز فهو ضلع المعشر فمربعا اج جز اعني مربع از اربعة امثال مربع دز ونجعل مربع دز مشتركا وهو مع مربع جز كمربع جب (ي ج) فمربعا اج جب خمسة امثال مربع دز وذلك ما اردناه وقد كان ضلع مكعب الكرة (ي ج) وتر زاوية مخمس ذي الاثنتي عشرة قاعدة فاذن مربعا ضلع مكعب الكرة وضلع ذي الاثنتي عشرة قاعدة خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة يقع ذلك المخمس فيها

(ج)

كل ذي اثنتي عشرة قاعدة وذي عشرين قاعدة يقعان في كرة فمخمس ذاك ومثلث هذا يقعان في دائرة * وليكن اب قطر الكرة و جدهوز مخمس ذي اثنتي عشرة قاعدة و طحك مثلث ذي العشرين قاعدة و زد ضلع مكعب الكره و لم نصف قطر دائرة ذي العشرين وانقسم على نسبة ذات وسط وطرفين (ز و) على ن والاطول لن فلن ضلع المعشر و طح يقوى على لم لن (ي ج) ونسبة لم الى لن كنسبة زد الى دج وخمسة امثال مربع

لم كثلثة امثال مربع رى لان كل واحد منهما هو مربع اب فخمسة امثال
مربعي لم لك اعني مربع طى كثلثة امثال مربعي رى دح وكان مربع
طى ثلثة امثال (با ع) نصف قطر دائرة يقع طىك فيها ومربعا رى دح
خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة يقع حىه و ر فيها فتكون خمسة
امثال مربع طى خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دائرة طىك وثلثة
امثال مربعي رى دح خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دائرة حىه ور
وهما متساويان فمربعا نصفي القطرين متساويان فنصفا القطرين متساويان
فالدائرتان متساويتان وذلك ما اردناه اقول لم نبين فيما مر من الاصل
ان ضلع المسدس اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان
الاطول ضلع المعشر وقد ظهر ذلك فيما تقدم مما ذكرته

(د)

ثلثون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز دائرة مخمس ذي الاثني عشرة قاعدة الى
ضلع المخمس في ضلع المخمس يساوي جميع سطح ذي الاثني عشرة قاعدة * فلتكن
الدائرة اح والمخمس ابحده والعمود رط والمخمس منفصل الى خمس مثلثات
كرىح وجميع السطح الى ستين مثلثا والعمود في احد الاضلاع يساوي مثلثين
منهما فثلثون مثلا له يساوي جميع السطح وذلك ما اردناه

(ه)

ثلثون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز دائرة مثلث ذي العشرين قاعدة الى
ضلع المثلث في ضلع المثلث يساوي جميع سطح ذي العشرين قاعدة *
ولتكن الدائرة كام والمثلث ابح والعمود ده فالمثلث ينفصل الى ثلث
مثلثات كد بح وجميع السطح الى ستين مثلثا والعمود في احد الاضلاع
يساوي مثلثين منها فثلثون مثلا له يساوي جميع السطح وذلك ما اردناه
وقد بان ان نسبة سطح ذي الاثني عشرة الى سطح ذي العشرين كنسبة سطح
رط في دح من الشكل المتقدم الى سطح ده في بح من هذا الشكل

(و)

نسبة سطح ذي اثني عشرة قاعدة الى سطح ذي عشرين قاعدة يقعان في كرة
كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع مثلث ذي عشرينها * ولتكن اح الدائرة المحيط
بالقاعدتين واب ضلع مثلثها واح ضلع مخمسها او ط ضلع مكعب كرتها
ونخرج عمودي اه ىر و ىر الى و ونصل او ضلع المعشر فدر نصف

ضلع المسدس والمعشر وهما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول نصف ضلع المسدس فرى مع ده ايضا على تلك النسبة وكذلك ط مع اح فنسبة ط الى اح كنسبة ور الى ده فاذا فى ور كده فى ط وثلثون مثلا لاحدهما كثلثين مثلا للاخر وكان ثلثون مثلا لدر فى اح سطح ذى الاثنى عشرة قاعدة فثلثون مثل ده فى ط هو ذلك السطح وثلثون مثل ده فى اب سطح ذى العشرين فاذن نسبة ط الى اب كنسبة سطح ذى الاثنى عشرة الى سطح ذى العشرين وذلك ما اردناه

(ز)

مقدمة لوجه آخر وهى ان نقول سطح ثلثة ارباع قطر الدائرة فى خمسة اسداس وتر زاوية مخمسها كسطح مخمسها ولتكن الدائرة اه والمخمس اب كدو وتر زاويته بد والقطر اده ونصف ده على ر فار ثلثة ارباع القطر وثلث حط على و (بو) فبو خمسة اسداس بد ونسبة ار الى اى كنسبة بط الى ط فسطح ار فى طو كسطح بط فى اى اعنى ضعف مثلث اىب ولما كان ور نصف اى كان سطح بط فى ار ثلثة امثال مثلث اىب فاذا اضفناه الى سطح طو فى ار صار جميع سطح ار فى بو كسطح المخمس وذلك ما اردناه

(ح)

نسبة سطح ذى الاثنى عشرة الى سطح ذى العشرين الواقعين فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذى عشرينها * ونعيد المخمس والمثلث مع دائرتيهما وقطرهما ونصل بد ضلع المكعب (ك ع) فاب ثلثة ارباع القطر وسطح اب فى خمسة اسداس بد وليكن حس هو كسطح المخمس فسطح اب فى اثنى عشر مثلا لحس اعنى فى عشرة امثال بد كسطح ذى الاثنى عشر وايضا سطح اب فى رط كثلثى المثلث فسطح اب فى عشرة امثال رط كسطح ذى العشرين فاذن نسبة السطحين نسبة بد رط وذلك ما اردناه

(ط)

نسبة ضلع مكعب الكرة الى ضلع ذى عشرينها كنسبة الخط القوى على خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى اطول قسميه الى الخط القوى عليه وعلى اقصرهما * فليكن بد خطا ما ولنقسم على ى بنسبة ذات وسط وطرفين والاطول دى ونرسم ببعد حب دائرة اب وليكن ه ضلع مثلثها و وتر زاوية د مخمسها اعنى ضلع مكعب كرة يحيط هذه الدائرة بقاعدتى ذى اثنى عشرتها

وذى عشرينها وليكن ر الخط القوى على خطى حـ ـ ـ حـ ى فهو ضلع مخمسها (ى ح) و ط القوى على حـ ـ ى و ل مثل حـ ـ الذى هو ضلع معشرها فمربع ه ثلثة امثال مربع ـ حـ (ا ح) ومربع ط ثلثة امثال مربع ى حـ (ح ح) اعنى ل فنسبة ه الى ـ حـ كنسبة ط الى ل (حـ و) وبالابدال نسبة ه الى ط كنسبة ـ حـ الى ل و و اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان اطوله ر فنسبة و الى ر كنسبة ـ حـ الى ل اعنى ه الى ط وبالابدال نسبة و الى ه كنسبة ر الى ط وذلك ما اردناه اقول والبيان مع عدم ل اظهر حكم من غير شكل نسبة مجسم ذى الاثنى عشرة الى مجسم ذى العشرين الواقعين فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذى عشرينها فلنتوهم انصاف اقطار يخرج الى زوايا الشكلين لينفصلا الى مخروطات رؤسها المركز وقواعدها المخمسات والمثلثات ولتساوى دائرتى المخمس والمثلث يتساوى بعدهما عن المركز فيتساوى الاعمدة الواقعة من المركز على تلك القواعد اعنى ارتفاعات تلك المخروطات فتكون نسبة الواحد الى الواحد كنسبة القاعدة الى القاعدة ونسبة الجميع الى الجميع كنسبة السطح المحيط بالجميع الى السطح المحيط بالجميع (ح ه) اعنى نسبة ضلع المكعب الى ضلع ذى العشرين وذلك ما اردناه

(ـ)

كل ما يعرض لخط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين من جهة النسبة يعرض لكل خط تقسم كذلك من تلك الجهة * وليكن ا ـ على حـ مقسوما كذلك والاطول ا حـ و ى ه اى خط اتفق ولنقسم على ر كذلك والاطول ى ر فنسبة ا ـ الى ا حـ كنسبة ا حـ الى حـ ـ ونسبة ى ه الى ى ر كنسبة ى ر الى ر ه ونسبة سطح ا ـ فى ـ حـ الى مربع ا حـ كنسبة سطح ى ه فى ه ر الى مربع ى ر ونسبة اربعة امثال ا ـ فى ـ حـ الى مربع ا حـ كنسبة اربعة امثال ى ه فى ه ر الى مربع ى ر وبالتركيب نسبة جميع اربعة امثال ا ـ فى ـ حـ مع مربع ا حـ اعنى مربع ا ـ ـ حـ اذا اتصلا الى مربع ا حـ كنسبة جميع اربعة امثال ى ه فى ه ر مع مربع ى ر اعنى مربع ى ه ه ر اذا اتصلا الى مربع ى ر فنسبة ا ـ ـ حـ اذا اتصلا الى ا حـ كنسبة ى ه ه ر اذا اتصلا الى ى ر وبالتركيب نسبة ضعف ا ـ الى ا حـ كنسبة ضعف ى ه الى ى ر ونسبة ا ـ الى ا حـ كنسبة ى ه الى ى ر وكنسبة ـ حـ الباقى الى ه ر الباقى

وبالابدال نسبة اب الى ده كنسبة اح الى دز ونسبة حب الى زه فاذن
كل مايعرض لاحدهما يعرض للاخر وذلك مااردناه اقول هذا الحكم
مابينته بالخلف فى آخر المقالة الثالثة عشر قد بان ان كل خط اتفق اذا قسم
على نسبة ذات وسط وطرفين كانت نسبة الخط القوى عليه وعلى اطول
قسميه الى الخط القوى عليه وعلى اقصرهما كنسبة ضلع مكعب الكرة الى
ضلع ذى عشرينها (ط) وكنسبة سطح ذى اثنى عشرها الى سطح
ذى عشرينها وكنسبة مجسم ذلك الى مجسم هذا اقول وقد يعرض مايشبه
ذلك للمكعب وذى الثمانى القواعد الواقعين فى كرة واحدة فلنبين اولا
ان قاعدتيهما يقعان فى دائرة واحدة وذلك لان مربع ضلع المكعب يكون ثلث
مربع قطر كرته كما تبين فيما مر ومربع نصف قطر دائرة يحيط بمربع يكون
نصف مربع ضلع ذلك المربع فمربع نصف قطر دائرة قاعدة المكعب سدس
مربع قطر كرته وايضا مربع ضلع ذى الثمانى قواعد نصف مربع قطر كرته
ومربع نصف قطر دائرة يحيط بمثلث يكون ثلث مربع ضلع ذلك المثلث
فمربع نصف قطر دائرة قاعدة ذى الثمانى قاعدة ايضا سدس مربع قطر كرته
فاذن اذا كانت كرتهما واحدة كانت دائرتاهما متساويتين فلنرسم تلك الدائرة
وليكن ح مركزها و اه قطرها و ابح مثلث ذى الثمانى و ادهز
مربع المكعب و حك عمودا على اد ونصل حب حح فحك فى اد مرة
يساوى ضعف مثلث ادح ومرتين يساوى مربع ادهز واثنتى عشرة مرة
يساوى سطح المكعب وايضا حل فى بح مرة يساوى ضعف مثلث حبح
واثنتى عشرة مرة يساوى سطح ذى الثمانى فنسبة سطح حك فى اد
الى سطح حل فى بح كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى و اك
يساوى كح فمربع اح مثلا مربع حك و حل يساوى له فمربع حه
اعنى اح يساوى اربعة امثال مربع حل (دب) فمربع حك ضعف مربع حل
ومربعات اح حك حل متوالية فى النسبة (كو) فخطوط اح حك حل
متوالية فى النسبة فسطح حل فى اح كمربع حك اعنى سطح حك فى اك
فنسبة سطح حل فى اه اعنى سطح حك فى اد الى سطح حل فى بح
كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى بل نسبة القطر الى ضلع المثلث نسبة
السطحين وبوجه آخر نفصل حط ثلث حد فنسبة حز الى طز كنسبة
ال الى اه فسطح حز فى اه اعنى مربع ادهز يساوى سطح طز فى ال

وستة مرات سطح طر فى الـ اعنى اربع مرات سطح الـ فى در يساوى
سطح المكعب وايضا سطح الـ فى ـ ـ اربع مرات يساوى سطح ذى الثمانى
فنسبة د ر القطر الى ـ ـ ضلع المثلث نسبة سطح المكعب الى سطح
ذى الثمانى وهى ايضا نسبة المجسمين على قياس ما مر ونسبة قطر كل دائرة الى
ضلع مثلثها كنسبة اى خط كان الى الخط الذى يقوى على ثلثة ارباع مربعه
لان مربع ضلع المثلث ثلثة ارباع مربع القطر فاذن نسبة كل خط الى الذى يقوى
على ثلثة ارباع مربعه كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى
قواعد الواقعين فى كرة و كنسبة مجسم
ذالك الى مجسم هذا

تمت المقالة الرابعة عشر بعون الله تعالى

المقالة الخامسة عشر وهى ايضا منسوبة الى ايسقلاوس ستة اشكال

(ا)

اذا قسم ضلع مسدس دائرة على نسبة ذات وسط وطرفين كان اطول قسميه ضلع معشرها * مثلا اب قسم على ح كذلك والاطول بح وليتصل بالى بد مثل ضلع المعشر فاد على ب مقسوم كذلك لما مر (ب ح) وليكن ده مساويا لاب مقسوم كذلك على ر فخط ور مساو لبح ونسبة اد الى اب كنسبة ده الى ور (ب ح) وبالتفصيل نسبة اب بد كنسبة ور ره فسطح اب فى ره كسطح بد فى ور وكان اب مثل ده فسطح ده فى ره كسطح دب فى ور وكان كمربع ور فاذن ور اعنى بح مثل بد فبح ضلع المعشر وذلك ما اردناه اقول اظن ان هذا الشكل كان فى اول المقالة المتقدمة وانما وقع ههنا سهوا فان بعض احكام تلك المقالة مبنى عليه ولا حاجة ههنا اليه ومع ذلك فعن خط ده غنى فى البيان وقدمر لى ما فيه كفاية فى هذا المعنى (د ح).

(ب)

نريد ان نرسم مخروطا متساوى الاضلاع القواعد فى مكعب * وليكن المكعب بر ونصل ار رح اح اه حه ره فجسم احره هو المطلوب فان اضلاعه لكونها اقطار اضلاع المكعب متساوية وذلك ما اردناه اقول هذه الاحاطة ليست بما فسرناه من قبل اعنى تماس الزوايا والاضلاع لانه تماس الفصول المشتركة والاضلاع

(ح)

نريد ان نرسم ذا ثمانى قواعد فى مخروط متساوى الاضلاع * وليكن المخروط ابحد فننصف اضلاعه الستة ونصل الخطوط فيحصل ذا ثمانى قواعد حرل وطهى انما يتساوى اضلاعه لكونها انصاف اضلاع المخروط المتوازى وذلك ما اردناه

(د)

نريد ان نرسم ذا ثمانى قواعد فى مكعب * وليكن المكعب ابحده ورح ونصل بين النقط التى يتقاطع اقطار قواعد المكعب عليها

فيحصل

فيحصل ذو ثماني قواعد ط ل ك م س وذلك لانا اذا اخرجنا من ط ع ف موازيا لاه و س ق موازيا لا ى وكذلك في سائر الاضلاع حدثت خطوط متساوية هي اعمدة من تلك النقط على الاضلاع يحيط كل اثنين منها بزاوية قائمة فتكون اوتارها متساوية وهي اضلاع الشكل المعمول وذلك ما اردناه

(ه)

نريد ان نرسم مكعبا في ذي ثماني قواعد * وليكن ذو ثماني قواعد ا ح ده و ولنخرج مراكز المثلثات ولنصل بينها فيحصل مكعب ر ح ط ى ك ل م ن وذلك لانا اذا اخرجنا من المراكز اعمدة على اضلاع المثلثات كانت متساوية محيطة بزوايا متساوية فان كل قاعدتين من ذي الثماني يحيطان بزاوية مساوية للتي يحيط بها اخريان فتكون اوتارها اعني اضلاع المكعب متساوية كل اربعة منها يحيط بسطح واذا وصلنا بين المراكز ونقط الزوايا كانت الخطوط متساوية ومحيطة بزوايا متساوية فيكون قطرا كل مربع متساويين فتكون المربعات قائم الزوايا والشكل مكعبا وذلك ما اردناه

(و)

نريد ان نرسم ذا اثنتي عشرة قاعدة في ذي عشرين قاعدة * وليكن ذو عشرين قاعدة ا ح ده و ر ح ط ى ك ل فلنخرج مراكز مثلثاته وهي التي اعملنا عليه ع ونصل بينها فيحصل الشكل لانا اذا اخرجنا من المراكز اعمدة على اضلاع المثلثات كانت متساوية محيطة بزوايا متساوية فتكون اوتارها متساوية ويحيط كل خمسة منها بسطح وايضا اذا اخرجنا لذي العشرين قطرا يمر بزاويتين متقابلتين واخرجنا (ا ا) من منتصف القطر اعمدة على المثلثات الخمسة الملتقية زواياها عند طرفي القطر وقعت على مراكز المثلثات فكانت الاعمدة متساوية ثم ان اخرجنا من مواقع تلك الاعمدة اعمدة على القطر اجتمعت الخمسة عند نقطة واحدة فيكون لذلك الخطوط الخمسة الواصلة بين المراكز في سطح واحد وايضا لتساوي ابعاد مراكز المثلثات من تلك النقطة التي يجتمع عندها الاعمدة ويساوي ابعاد كل مركزين مركزين منها تكون زوايا المخمس متساوية ولكون كل ثلثة

من زوايا المخمس المتساوية محيطة زاوية واحدة (ي ع) يكون
زوايا الشكل المعمول متساوية وذلك ما اردناه اقول ولنا ان نرسم
ذا عشرين قاعدة فى ذى اثنى عشرة قاعدة بهذا الوجه بعينه
فان زوايا كل واحد منهما بعدة قواعد الاخر
والبيان قريب من بيانه واذ وفقنى الله تعالى فى تحرير
هذا الكتاب حسب ما قصدته فلاختم الكلام
بحمده انه خير موفق ومعين
والحمد لله رب العالمين

قد تم طبع كتاب اقليدس تحرير نصير الدين الطوسى فى دار الطباعة للدولة
العلية العثمانية صانها الله عن الافات والبلية بمعرفة عبد الرحمن
معلم مهندسخانه ورئيس دار الطباعة
سنة ستة عشر ومائتين
والف

هذا حل الشكل الخامس عشر من المقالة الثانية
عشر من اقليدس الحكيم الفاضل
خواجه نصير الملة والدين
الطوسى رحمه الله تعالى
رحمة واسعه

القول فی اقامة البرهان علی الحکم المذکور فی الشکل الخامس عشر من المقالة
الثانیة عشر من هذا الکتاب وهو قوله نسبة الکرة الی الکرة کنسبة القطر
الی القطر مثلثة علی الوجه الصحیح الذی تقرر عندی مبنیا علی بعض قواعد
ابلونیوس وهو مرتب علی مقدمتین فالمقدمة الاولی هی ان لنا ان نجد خطین
فیما بین ای خطین محدودین کانا علی ان یتناسب الاربعة متوالیة * ولیکن
الخطان اب اج ونجعلهما محیطین بقائمة ا ونتمم سطح اب جد المتوازی
الاضلاع ونرسم علیه دائرة اب ونصل قطری اد بج متقاطعین علی مرکز
ه ونخرج اب اج الی غیر نهایة ونخرج علی د خط زدح موازیا لبج
فینتصف علی د لتساوی خطی زه هج ونرسم قطعا زائدا تمر بنقطة د
ویکون خطا اب اج اللذین لا یقعان علیه کما قرره ابلونیوس فی الشکل الرابع
من المقالة الثانیة من کتابه فی قطوع المخروطات ولیکن ذلک قطع دط فمن البین
انه اذا کان خطا اب اج متساویین کان قطر اه عمودا علی بج بل علی
زح وکان زح مماسا للدائرة لکونه عمودا علی زح ومماسا للقطع ایضا
لتساوی خطی زد دح کما تقرر فی الشکل التاسع من کتابه فالقطع لا یقطع
الدائرة وتکون خطوط اب جح بز اج الاربعة متساویة وذلک لتشابه
مثلثات اجب بزد دجح الثلثة ویساوی اب اج فیکون خطا جح بز
قد وقعا بین خطی اب اج وتناسبت الاربعة واما اذا اختلفا ولیکن مثلا اب
اطول فیکون زح قاطعا للدائرة فیما بین جد لکون زاویة ادح حادة
ووجب من ذلک ان یقطع القطع الدائرة ایضا والا لوقع قوس دط من الدائرة
فیما بین القطع وخط زح المماس له وحینئذ یمکن ان یقع بینهما خطوط
مستقیمة فوصل بین نقطة د وای نقطة تفرض علی قوس طد هذا خلف
لما تقرر فی الشکل الثانی والثلثین من المقالة الاولی من کتابه ولا یمکن ان یتقاطعا
علی اکثر من نقطتین لتقابل احدابهما کما تقرر فی الشکل الثلثین من المقالة الرابعة
من کتابه فلیتقاطعا علی نقطتی دط ونصل دط ونخرجهما الی کل
اقول فخطا جل بک هما المطلوبان وذلک لان خطی کد طل الواقعین
بین القطع والخطین اللذین لا یقعان علیه متساویان لما تقرر فی الشکل الثامن
من المقالة الثانیة من کتابه فسطح طک فی کد کسطح دل فی لط ولیکن
سطح طک فی کد یساوی سطح اک فی کب لخروج کطکا من نقطة ک

الى دائرة قاطعين اياها وكذلك سطح دل فى لط كسطح ال فى لح فسطح
اك فى كب يساوى سطح ال فى لح وتكون نسبة اك الى ال كنسبة حل
الثانى الى كب الثالث ونسبة اك الى ال كنسبة حد اعنى اب الاول الى حل
الثانى لتشابه مثلثى اكل حدل وكنسبة كب الثالث الى بد اعنى اح الرابع
لتشابه مثلثى اكل بكد فاذن وجدنا بين خطى اب اح خطا وتناسبت الاربعة
متوالية وذلك ما اردناه المقدمة الثانية هى انه اذا وقع بين مقدار واحد
وبين كل واحد من مقدارين مختلفين مقادير بعدة واحدة وتوالت الكل متناسبة
لكل واحد من الواقعة بينه وبين اعظم المختلفين يكون اعظم من نظيره الواقع
بينه وبين اصغرهما فليكن ذلك المقدار ا والمختلفان بح والاعظم منها
ب وليقع بين اب مقدارا ده وبين اح مقدارا زح وليتناسب اده ب
وكذلك ازحح على التوالى اقول فد اعظم من نظيره وهو ز لانه ان لم يكن
اعظم فهو اما مساو له او اصغر وليكن اولا مساويا فتكون نسبة اد اعنى نسبة
ده كنسبة از اعنى نسبة زح ويلزم منه تساوى هح ثم تساوى بح هذا
خلف وليكن ايضا د اصغر من ز فتكون نسبة ا اليه اعظم من نسبته
الى ز وكانت نسبة اد كنسبة ده ونسبة از كنسبة زح فنسبة ده اعظم
من نسبة زح ونسبة ز الاعظم الى ه اعظم من نسبة د الاصغر اليه التى
هى اعظم من نسبة ز الى ح فنسبة ز الى ه اعظم كثيرا من نسبته الى ح فه
اصغر من ح ولمثل ذلك يلزم ان يكون ب اصغر من ح وكان اعظم هذا
خلف فاذن د اعظم من ز اقول و ه ايضا اعظم من ح لانه ان كان مساويا
له كان د مساويا ز لان ا فى ه كا فى ح ومربع د كمربع ز وان كان ه
اصغر من ح كان د كذلك بعينه اصغر من ز وقد ثبت انه اعظم منه هذا
خلف فاذن ه ايضا اعظم من ح وذلك ما اردناه واذا تقرر ذلك فانا نعيد
لبيان المطلوب كرتى اح هح المذكورتين فى الشكل الخامس عشر من المقالة
الثانية عشر من كتاب اقليدس بقطريهما وهما بد زط ونجعل نسبة بد
الى زط كنسبة زط الى س ونسبة س الى ع ونقول ان لم تكن نسبة
كرة اح الى كرة هح كنسبة قطر بد الى قطر زط مثلثة اعنى كنسبة بد
الى ع فليكن كنسبة بد الى خط اطول منه ع او اقصر منه وليكن اولا
الى خط اطول منه وهو ف ونأخذ فيما بين بد ف خطين يتوالى الاربعة
متناسبة كما تقرر فى المقدمة الاولى وليكونا ص ق فيكون ص ايضا اطول

من رط لما تقرر فى المقدمة الثانية ونرسم على مركز كرة هج كرة يساوى قطرها ص وهى كرة كم وقطرها لد ونرسم فيها شكلا كثير القواعد لايماس كرة هج ونى كرة اد شكلا شبيها به فتكون نسبة كثير قواعد اد الى كثير قواعد كم كنسبة بى الى لد مثلثة اعنى كنسبة بى الى ف التى هى كنسبة كرة اد الى كرة هج وبالابدال نسبة كثير قواعد اد الى كرته التى هى اعظم منه كنسبة كثير قواعد كم الى كرة هج التى هى اصغر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة كرة اد الى كرة هج كنسبة بى الى ماهو اقصر من ع ونجعل نسبة رط الى بى كنسبة بى الى ش وكنسبة ش الى ت فيكون بالمساوات نسبة ت الى رط كنسبة بى الى ع وتكون نسبة كرة اد الى كرة هج كنسبة ت الى ماهو اقصر من رط. وبالخلاف نسبة كرة هج الى كرة اد كنسبة رط الى ماهو اطول من ط ونعيد التدبير الى ان يظهر الخلف فاذن نسبة كرة اد الى كرة هج كنسبة بى الى ع لاغير اعنى كنسبة

قطر بى الى قطر رط مثلثة وذلك ما اردناه فهذا ما قصدته

وانما لم اورده فى الكتاب لكونه مبنيا على ماهو خارج

منه فمن شاء فليلحقه والله الموفق والمعين

والحمد لله رب العالمين